

การออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ด้วย เอฟไอที สำหรับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง

ROBUST CONTROLLER DESIGN BY FIT
FOR SYSTEM WITH UNCERTAIN PARAMETERS



กฤษฎัย วิถีพานิช
KRITCHAI WITHEEPHANICH

เลขหมู่
เลขทะเบียน 41503
วัน, เดือน, ปี 19 ก.พ. 2545

b. 11169308
i. 12225921

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2544

**ROBUST CONTROLLER DESIGN BY FIT
FOR SYSTEM WITH UNCERTAIN PARAMETERS**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2001**

ISBN 974 - 648 - 473 - 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2001

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมโรบัสต์ด้วย เอฟไอที สำหรับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง
นักศึกษา	นายกฤษฎชัย วิถีพานิช
รหัสประจำตัว	41061041
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2544
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.วิทยา ทิพย์สุวรรณพร

บทคัดย่อ

ปัญหาของการออกแบบระบบควบคุมคือความสามารถในการสังเคราะห์ตัวควบคุมเพื่อประกันเสถียรภาพโรบัสต์และสมรรถนะโรบัสต์สำหรับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง H_∞ เป็นวิธีหนึ่งที่ได้รับการยอมรับเพื่อใช้แก้ปัญหานี้ เนื่องจากวิธีการบางขั้นตอนของ H_∞ จะส่งผลให้ขอบเขตเสถียรภาพของระบบน้อยกว่าความเป็นจริง วิทยานิพนธ์นี้จึงศึกษาวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมสองวิธีคือวิธีการทางโพลิโนเมียลหรือการสังเคราะห์ SPS ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการหาตัวควบคุมที่ทำให้ทุกโพลิโนเมียลที่จำกัดเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันเทียบเคียงได้กับการหาตัวควบคุมที่ทำให้ระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงเกิดเสถียรภาพโรบัสต์ อีกวิธีหนึ่งคือการประยุกต์ใช้หลักการของ Finite Inclusions Theorem (FIT) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้โดยตรงกับโพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปีดของตัวควบคุม และระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง ขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT มีขั้นตอนสองขั้นตอนคือขั้นตอนแรกทำการออกแบบตัวควบคุมเริ่มต้นที่ทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์สำหรับขนาดของความไม่แน่นอนเริ่มต้น ตัวควบคุมเริ่มต้นดังกล่าวสามารถออกแบบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งได้ ขั้นตอนมาประยุกต์ใช้หลักการของ FIT โดยการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนเพื่อให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ ในขั้นตอนการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนนั้นพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจะถูกปรับปรุงไปพร้อมๆกัน ผลลัพธ์จากทั้งสองวิธีคือขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนจะถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จาก H_∞ ตัวอย่างในวิทยานิพนธ์จะประยุกต์ใช้การออกแบบระบบควบคุมโรบัสต์เมื่อพลาตันเป็นแบบเฟสไม่ต่ำสุดซึ่งเป็นพลาตันที่ควบคุมยาก

Thesis Title	Robust Controller Design By FIT For System With Uncertain Parameters
Student	Mr. Kritchai Wittheephanich
Student ID.	41061041
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2001
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Vittaya Tipsuwanporn

ABSTRACT

The design problem of the control system is the ability to synthesize controller that guarantees robust stability and robust performance for system with uncertain parameters. H_∞ is common approach that accounts for solving this problem. Because of a specific formulation of H_∞ , stability margin of system will be less than actual stability margin. This thesis concerns robust controller synthesis. Two synthesis techniques, namely, SPS synthesis and FIT synthesis are presented. SPS synthesis or Polynomial approach shows that finding a controller that simultaneously stabilizes a finite number of polynomials is equivalent to finding a controller that stabilizes system with uncertain parameters. Another approach is the application of the Finite Inclusions Theorem (FIT). The FIT method uses directly with the closed loop characteristic polynomial of the controller and system with uncertain parameters. FIT synthesis proceeds in two steps. First, an initial robustly stabilizing controller constructed by any design technique is designed with respect to an initial magnitude of uncertainty. Second, the FIT is applied to enlarge the uncertainty magnitude for which robust stability can be achieved. In the process of expanding the magnitude of uncertainty, the controller parameters are enhanced. The results, maximum magnitude of uncertainty, from both of these approaches are compared with H_∞ solution. The other objective is to apply the robust control system design to nonminimum phase plants that are difficult to control.

กิตติกรรมประกาศ

งานวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับคำปรึกษาและคำแนะนำจากอาจารย์ รศ. วิทยา ทิพย์สุวรรณพร อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ตลอดจนการทำวิทยานิพนธ์นี้รวมถึงให้ความช่วยเหลือทั้งปัญหาทางการศึกษาและปัญหาส่วนตัว ผู้วิจัยจึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ. ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ รศ. ดร. จงกล งามวิวิทย์ รศ. ดร. กิตติ ตีระเศรษฐี รศ. ดร. วันชัย ธีรรุจา และ รศ. เกษตร์ ศิริสันติสัมฤทธิ์ คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสมบูรณ์ และอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม และภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้เกี่ยวกับระบบควบคุม อันเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ เวทินทร์ ปิยรัตน์ อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์ ในการให้คำแนะนำต่างๆ ในการทำวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา พี่ และน้องที่ให้การกำลังใจ และโอกาสในการศึกษาต่อ ตลอดจนช่วยเหลือแก้ปัญหาต่างๆ จนลุล่วงไปได้

ขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อน และรุ่นน้องระดับปริญญาโท และเพื่อนสนิทสมัยศึกษาอยู่ที่สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า พระนครเหนือ ที่ให้กำลังใจด้วยดีมาตลอด

ท้ายนี้ ขอขอบคุณโครงการทุนพัฒนาอาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์ ที่สนับสนุนทุนการศึกษาตลอดการศึกษาระดับปริญญาโท

กฤษชัย วิถีพานิช

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
บทที่ 1. บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	3
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	5
1.3 ขอบเขตงานวิทยานิพนธ์.....	5
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	5
บทที่ 2. การสังเคราะห์ตัวควบคุมเพื่อให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์.....	6
2.1 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย SPS.....	6
2.1.1 การแสดงความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์.....	6
2.1.1.1 กลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหนึ่งค่า.....	7
2.1.1.2 กลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนสองค่า.....	16
2.1.1.3 กลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหลายค่า.....	21
2.2 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT.....	25
2.3 ตัวอย่างที่ 1.....	29
2.3.1 การสังเคราะห์ H_∞	33
2.3.1.1 วิธีการแก้ปัญหาของ Nevanlinna-Pick.....	35
2.3.2 การสังเคราะห์ FIT.....	37
2.3.3 การสังเคราะห์ SPS.....	37

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4 ตัวอย่างที่ 2.....	38
2.4.1 การสังเคราะห์ H_∞	39
2.4.2 การสังเคราะห์ FIT.....	40
2.4.3 การสังเคราะห์ SPS.....	40
2.5 การปรับปรุงคำตอบของ H_∞ จากตัวอย่างที่ 2.....	40
2.6 สรุป.....	45
 บทที่ 3. การสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับสมรรถนะโรบัสต์.....	46
3.1 วิธีการการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_∞	47
3.2 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT.....	48
3.3 ตัวอย่างที่ 1	52
3.3.1 การสังเคราะห์ H_∞	53
3.3.2 การสังเคราะห์ FIT.....	56
3.3.2.1 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม	57
3.3.2.2 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม.....	63
3.3.2.3 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสม	63
3.3.2.4 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสม.....	65
3.3.2.5 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสมโดยเพิ่มโพลเริ่มต้นที่ $s = -10000$	65
3.3.2.6 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับสูง.....	66

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3.2.7 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุม อันดับสูง.....	70
3.3.2.8 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุม อันดับสูงและปรับขนาดของเชกเตอร์ = $7\pi/8$	70
3.4 ตัวอย่างที่ 2	73
3.4.1 การสังเคราะห์ H_∞	73
3.4.2 การสังเคราะห์ FIT.....	76
3.4.2.1 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ ไม่เหมาะสม.....	77
3.4.2.2 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ ไม่เหมาะสม.....	77
3.4.2.3 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ เหมาะสม.....	78
3.4.2.4 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ เหมาะสม.....	82
3.5 สรุป.....	84
บทที่ 4. การดำเนินการสร้างโปรแกรมการสังเคราะห์สมรรถนะโรบัสต์ด้วย FIT.....	87
4.1 โปรแกรมเชิงเส้น.....	90
บทที่ 5. บทสรุปและข้อเสนอแนะ.....	91
เอกสารอ้างอิง.....	92
ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	94
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมโรบัสต์ด้วย FIT.....	116

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก ก โปรแกรมที่ใช้แสดงจุดยอดของกลุ่มค่า.....161

ประวัติผู้เขียน166



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 “ขนาด” ที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนสำหรับตัวอย่างที่ 1.....	85
3.2 “ขนาด” ที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนสำหรับตัวอย่างที่ 2.....	86



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 ในควิส์ทพลีอตอบบริเวณของความไม่แน่นอนที่แต่ละความถี่.....	1
2.1 ระบบป้อนกลับหมด.....	7
2.2 รูปที่หนึ่ง.....	9
2.3 รูปที่สอง.....	9
2.4 รูปที่สาม.....	9
2.5 รูปที่สี่.....	9
2.6 รูปแบบการป้อนกลับสำหรับความไม่แน่นอนเชิงคูณ.....	11
2.7 รูปที่หนึ่ง.....	13
2.8 รูปที่สอง.....	13
2.9 รูปที่สาม.....	14
2.10 รูปที่สี่.....	14
2.11 รูปแบบของการป้อนกลับสำหรับความไม่แน่นอนเชิงหาร.....	16
2.12 รูปที่หนึ่งและสอง.....	17
2.13 รูปที่สามและสี่.....	18
2.14 รูปแบบของการป้อนกลับสำหรับความไม่แน่นอนเชิงบวก/หาร.....	18
2.15 แผนภาพบล็อกที่ถูกลดทอนสำหรับความไม่แน่นอนเชิงบวก/หาร.....	21
2.16 เซกเตอร์สำหรับ FIT.....	27
2.17 กลุ่มค่าในเซกเตอร์.....	27
2.18 ระบบป้อนกลับหมดที่มีความไม่แน่นอนเชิงคูณ.....	30
2.19 บริเวณของความไม่แน่นอน.....	31
2.20 โพลพลีอของ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$ ในกรณีที่ว่า a_1 และ a_2 มีค่าสูงสุดสองกรณี.....	31
2.21 โพลพลีอของฟังก์ชันถ่ายโอนของการกำหนดขอบเขตเกินเทียบกับ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$	32
2.22 แผนภาพบล็อกที่ถูกลดทอนสำหรับความไม่แน่นอนเชิงคูณ.....	33
2.23 โพลพลีอของฟังก์ชันถ่ายโอนของการกำหนดขอบเขตเกินเทียบกับ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$	39
2.24 โพลพลีอของฟังก์ชันนำหนักระดับสองที่ดีที่สุด.....	45

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.1 กระบวนการที่มีความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์และมีความไม่แน่นอนเชิงหาร ที่กำหนดขึ้นเพื่อแทนวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะ.....	47
3.2 การแทนความไม่แน่นอนเชิงหารด้วยวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับขนาดของ $W_1(j\omega)$	50
3.3 การกำหนดขอบเขตเกินของความไม่แน่นอนด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัส.....	50
3.4 การกำหนดขอบเขตเกินของความไม่แน่นอนด้วยแปดเหลี่ยม.....	50
3.5 ตรวจสอบเงื่อนไข $ W_1^{-1}(j\omega) + W_3^{-1}(j\omega) > 1$	54
3.6 โพลลิตของ $S(s)$ กับ $W_1(s)$	55
3.7 โพลลิตของ $T(s)$ กับ $W_3(s)$	55
3.8 โพลลิตของฟังก์ชัน $ W_1S + W_3T $	56
3.9 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 4 ที่ความถี่บวก.....	58
3.10 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 5, 6, 7, 8 ที่ความถี่บวก.....	59
3.11 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 9, 10, 11, 12 ที่ความถี่บวก.....	60
3.12 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 13, 14, 15, 16 ที่ความถี่บวก.....	61
3.13 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 17, 18, ที่ความถี่บวก.....	62
3.14 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 7, 8, 14 ที่ความถี่บวก.....	64
3.15 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 7, 8, 14 ที่ความถี่บวก.....	67
3.16 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 8, 14, 15 ที่ความถี่บวก.....	68
3.17 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 8, 10, 21 ที่ความถี่บวก.....	69
3.18 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 8, 9, 10, 21 ที่ความถี่บวก.....	71
3.19 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 5, 18 ที่ความถี่บวก.....	72
3.20 ตรวจสอบเงื่อนไข $ W_1^{-1}(j\omega) + W_3^{-1}(j\omega) > 1$	74
3.21 โพลลิตของ $S(s)$ กับ $W_1(s)$	75
3.22 โพลลิตของ $T(s)$ กับ $W_3(s)$	75
3.23 โพลลิตของฟังก์ชัน $ W_1S + W_3T $	76
3.24 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 4 ที่ความถี่บวก.....	79

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.25 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 10 ที่ความถี่บวก.....	80
3.26 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 4 ที่ความถี่บวก.....	81
3.27 กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 9, 10 ที่ความถี่บวก.....	83
4.1 โฟลว์ชาร์ตของโปรแกรมการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT.....	89



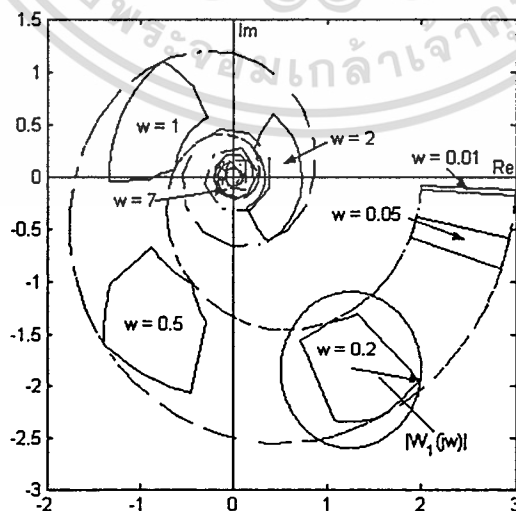
บทที่ 1

บทนำ

ในความเป็นจริงนั้นระบบทางกายภาพจะมีแบบจำลองซึ่งมีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งทำให้การวิเคราะห์ระบบและสังเคราะห์ตัวควบคุมมีความซับซ้อน ในทางปฏิบัติการประมาณระบบโดยใช้แบบจำลองที่เป็นเชิงเส้นทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างแบบจำลองกับระบบจริง ความแตกต่างนี้เรียกว่าความไม่แน่นอน (uncertainty) นอกจากนี้ความไม่แน่นอนยังรวมถึงการเปลี่ยนแปลงสภาวะการทำงานซึ่งอาจเกิดจากการสึกหรอของระบบหรือความคลาดเคลื่อนของอุปกรณ์วัดและตัวกระทำที่ไม่ละเอียดพอ ความไม่แน่นอนนี้อาจทำให้ระบบขาดเสถียรภาพและสมรรถนะที่ดี ดังนั้นจึงต้องออกแบบตัวควบคุมเพื่อประกันเสถียรภาพและสมรรถนะของระบบเมื่อระบบมีการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากความไม่แน่นอน ตัวควบคุมดังกล่าวเรียกว่าตัวควบคุมโรบัสต์ โดยในการออกแบบสิ่งที่สำคัญคือการรวมความไม่แน่นอนไว้กับแบบจำลองด้วย

วิธีการวิเคราะห์แบบจำลองของระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงได้รับการพัฒนามาเป็นเวลานาน ซึ่งความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ (parameter uncertainty) สามารถแทนด้วยความไม่แน่นอนซึ่งถูกกำหนดด้วยนอร์ม (norm bounded uncertainty) [1] โดยสามารถอธิบายด้วยกลุ่มของพลาเนตดังสมการที่ (1.1) และในควิสต์พล็อตของพลาเนตดังรูปที่ 1.1

$$P(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-\theta s}, 2 \leq k, \theta, \tau \leq 3 \quad (1.1)$$



รูปที่ 1.1 ในควิสต์พล็อตบริเวณของความไม่แน่นอนที่แต่ละความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อปรับพารามิเตอร์ทั้งสามค่าในช่วงที่กำหนดดังสมการที่ (1.1) จะเห็นว่าแต่ละความถี่นั้นบริเวณของความไม่แน่นอน (uncertainty region) จะมีรูปทรงที่สลับซับซ้อนและยากต่อการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ จึงส่งผลกระทบต่อออกแบบระบบควบคุม ดังนั้นบริเวณของความไม่แน่นอนดังกล่าวสามารถประมาณด้วยบริเวณรูปทรงวงกลม (disc หรือ circle) ดังรูปที่ 1.1 (ณ. ความถี่เท่ากับ 0.2) วิธีการข้างต้นเป็นการแทนความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ด้วยความไม่แน่นอนซึ่งถูกกำหนดด้วยนอร์ม ถ้าในที่นี้กำหนดให้เป็นความไม่แน่นอนเชิงคูณ (multiplicative uncertainty)

$$\Delta_m(s) = \Delta W_1(s) \quad (1.2)$$

เมื่อ $W_1(s)$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักที่เสถียรภาพและ Δ เป็นฟังก์ชันใดๆ ที่เสถียรภาพโดย $\underbrace{|\Delta(j\omega)| \leq 1}_{|\Delta| \leq 1} \quad \forall \omega$

จากการ"แทน"ข้างต้นสามารถใช้วิธีสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_∞ หรือการสังเคราะห์ μ ได้ แต่ถ้าประมาณค่าฟังก์ชันน้ำหนัก $W_1(s)$ เมื่อ $|W_1(j\omega)|$ คือรัศมีของบริเวณรูปทรงวงกลมที่ใช้แทนไม่ครอบคลุมบริเวณของความไม่แน่นอนที่แท้จริงที่ทุกๆ ความถี่ ก็จะส่งผลทำให้ขอบเขตเสถียรภาพ (stability margin) ของระบบจากตัวควบคุมที่สังเคราะห์ด้วย H_∞ มีค่าน้อยกว่าขอบเขตเสถียรภาพที่แท้จริงซึ่งวัดได้จากขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนที่ยังทำให้ระบบเสถียรภาพและยังนำไปสู่ตัวควบคุมอันดับสูงด้วย

นอกจากนี้ยังมีอีกสองวิธีเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ทำให้ระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงเสถียรภาพ วิธีแรกอาศัยหลักการดังนี้ กลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงจะเสถียรภาพถ้าสามารถหาตัวควบคุมซึ่งทำให้ทุกโพลีโนเมียลที่จำกัดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน โดยเรียกวิธีนี้ว่าการทำให้โพลีโนเมียลเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน (Simultaneous Polynomial Stabilization) หรือการสังเคราะห์ SPS [5,6]

วิธีที่สองจะเป็นการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่มีพื้นฐานบนหลักการของ Finite Nyquist Theorem (FNT) และ Finite Inclusions Theorem (FIT) โดยหลักการของ FNT คือเสถียรภาพของโพลีโนเมียลสามารถกำหนดได้จากค่าโดยประมาณของโพลีโนเมียล ณ. จุดต่างๆ ที่จำกัดและหลักการของ FIT คือเสถียรภาพของกลุ่มของโพลีโนเมียล (โดยในวิทยานิพนธ์จะกล่าวต่อไป โดยใช้คำว่ากลุ่มของพลาเน็ตแทน) สามารถกำหนดได้จากตำแหน่งของกลุ่มค่าต่างๆ (value sets) ของโพลีโนเมียล ณ. ความถี่ที่ถูกเลือกอย่างเหมาะสม โดยผลลัพธ์จากการสังเคราะห์ FIT จะทำให้สังเคราะห์ตัวควบคุมได้โดยการแก้เซตของสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม

ดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นแล้วว่าการสังเคราะห์ H_∞ สามารถใช้กับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงได้ โดยจะต้องอาศัยการแทนความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ด้วยรูปทรงบางอย่างหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการกำหนดขอบเขตเกิน (overbounding) ในกรณีนี้คือความไม่แน่นอนซึ่งถูกกำหนดด้วยนอร์มซึ่งส่งผลให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขอบเขตเสถียรภาพของระบบน้อยกว่าความเป็นจริงและด้วยวิธีสังเคราะห์ FIT จะกล่าวถึงการกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยม (rectangular overbounding) ในบทต่อไป ซึ่งก็จะส่งผลให้ขอบเขตเสถียรภาพของระบบน้อยกว่าความเป็นจริงเช่นกัน อย่างไรก็ตามการกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจะเป็นการประยุกต์ใช้ในโพลีโนเมียลคุณลักษณะขณะเดียวกันการสังเคราะห์ H_∞ จะประยุกต์ใช้บนกลุ่มของพลาเน็ต

ดังนั้นวิทยานิพนธ์จะแสดงให้เห็นว่าการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ทำให้โพลีโนเมียลต่างๆ เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันเทียบเคียงได้กับการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ทำให้กลุ่มของพลาเน็ตเกิดเสถียรภาพเช่นกัน โดยการแปลงปัญหาของ SPS ไปสู่ปัญหาของ H_∞ และทำการเปรียบเทียบขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนเพื่อแสดงถึงขอบเขตเสถียรภาพของระบบที่มีตัวควบคุมที่ได้จากการสังเคราะห์แต่ละวิธี จากนั้นแสดงถึงข้อดีของวิธีการสังเคราะห์ FIT ซึ่งสามารถกำหนดอันดับของตัวควบคุมได้ก่อนเพื่อหลีกเลี่ยงตัวควบคุมอันดับสูง (ตัวควบคุม H_∞) และแสดงให้เห็นว่าขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT สามารถประยุกต์ใช้สังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งทำให้กลุ่มของพลาเน็ตเกิดเสถียรภาพโรบัสต์และเป็นไปตามข้อกำหนดของสมรรถนะโรบัสต์

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เมื่อพิจารณาระบบ SISO (หนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุต) ที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง ความสามารถในการสังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งไม่เพียงแต่ทำให้ระบบเกิดเสถียรภาพโรบัสต์แล้วแต่ยังทำให้ระบบเกิดสมรรถนะโรบัสต์ด้วยได้รับความสนใจอย่างมากในการวิจัย ปัญหาของการสังเคราะห์สมรรถนะโรบัสต์เป็นหนึ่งในปัญหาพื้นฐานของการควบคุม [2,3] มีวิธีการมากมายในการสังเคราะห์ตัวควบคุม เช่น H_∞ LQG/LTR loop-shaping และ QFT เป็นต้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของกลุ่มของพลาเน็ต SISO ที่มีความไม่แน่นอนเชิงคูณดังต่อไปนี้

$$P(s) = P_0(s)(1 + \Delta W_2(s)) \quad (1.3)$$

เมื่อ $P_0(s)$ เป็นพลาเน็ตระบุ $W_2(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพและ Δ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ที่เสถียรภาพ โดยที่ $|\Delta(j\omega)| \leq 1$ ที่ทุกค่า $\omega \in [0, \infty)$ เมื่อกำหนดให้ $C(s)$ เป็นตัวควบคุมในระบบป้อนกลับหมดที่ทำให้พลาเน็ตระบุเกิดเสถียรภาพ แล้วเงื่อนไขที่เพียงพอและจำเป็นสำหรับเสถียรภาพโรบัสต์คือ $|W_2(j\omega)T(j\omega)| < 1$ ที่ทุกค่า $\omega \in [0, \infty)$ เมื่อ T เป็นฟังก์ชันความไวเติมเต็มที่ระบุ (nominal complimentary sensitivity function) [2,3] โดยเงื่อนไขของเสถียรภาพโรบัสต์ดังกล่าวจะทำให้สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วยการแก้ปัญหาของ Nevanlinna – Pick [3] ได้

จากนั้นกำหนดการติดตามสัญญาณอ้างอิงอย่างโรบัสต์เป็นวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะ ซึ่งสามารถเขียนเป็นเงื่อนไข $|W_1(j\omega)S(j\omega)| < 1$ ที่ทุกๆ ค่า $\omega \in [0, \infty)$ เมื่อ S เป็นฟังก์ชันความไว (sensitivity transfer function) และ $W_1(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพซึ่งเป็นขอบเขตบน S ดังนั้นจะทำให้ได้เงื่อนไขที่เพียงพอและจำเป็นสำหรับสมรรถนะโรบัสต์ [3] ดังนี้

$$\|W_1(j\omega)S(j\omega) + W_2(j\omega)T(j\omega)\| < 1 \text{ ที่ทุกๆ ค่า } \omega \in [0, \infty) \quad (1.4)$$

ด้วยเงื่อนไขดังกล่าวไม่สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมได้โดยตรงเหมือนกรณีเสถียรภาพโรบัสต์ แต่จะทำการสังเคราะห์ตัวควบคุมโดยใช้เงื่อนไขที่สมมูลกับ (1.4) ด้วยเงื่อนไข

$\|W_1(j\omega)S(j\omega)\|^2 + \|W_2(j\omega)T(j\omega)\|^2\|^{1/2}$ โดยใช้หลักการทางเรขาคณิตสามารถแสดงได้ว่า

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \|W_1(j\omega)S(j\omega) + W_2(j\omega)T(j\omega)\| < \|W_1(j\omega)S(j\omega)\|^2 + \|W_2(j\omega)T(j\omega)\|^2\|^{1/2} \quad (1.5)$$

ซึ่งถ้าดำเนินการสังเคราะห์ด้วยเงื่อนไขข้างต้นจะนำไปสู่วิธีการหาคำตอบด้วยสมการรีคัตติ (Riccati equation) ได้

ในกรณีที่กลุ่มของพลาตันมีความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์จะไม่มีเครื่องมือในการสังเคราะห์สมรรถนะโรบัสต์ดังกล่าวโดยตรง มีนักวิจัยหลายท่านพยายามที่จะมุ่งประเด็นในการ "วิเคราะห์" ปัญหาดังกล่าว [4] เพื่อให้เกิดวิธีการโดยตรงในการสังเคราะห์ตัวควบคุมนอกเหนือจากการแทนความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ด้วยความไม่แน่นอนซึ่งถูกกำหนดด้วยนอร์มแล้วใช้วิธีการสังเคราะห์ H_∞ ซึ่งจะส่งผลให้ขอบเขตเสถียรภาพของระบบน้อยกว่าความเป็นจริง แต่ไม่ใช่วิธีดังกล่าวไม่มีประสิทธิภาพเพียงพอให้เกิดการพัฒนาวิธีการใหม่ๆ เพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมโรบัสต์และเพื่อลดผลลัพธ์ที่ทำให้ขอบเขตเสถียรภาพของระบบน้อยกว่าความเป็นจริง

เมื่อพิจารณากลุ่มของพลาตันต่อไปนี้

$$P(s, a) = \frac{n_p(s, a)}{d_p(s, a)} \quad (1.6)$$

เมื่อ $n_p(s, a), d_p(s, a)$ เป็นโพลิโนเมียลเทอมเศษและเทอมส่วนที่มีสัมประสิทธิ์ขึ้นอยู่กับเวกเตอร์ a กำหนดให้ $\phi(s, a)$ เป็นโพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดของระบบป้อนกลับ ด้วยวิธีการของ FIT [7] จะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประกันเสถียรภาพโรบัสต์ของรูป ถ้ากลุ่มค่า $\phi(j\omega, a)$ ตั้งอยู่ในเซกเตอร์ที่ถูกเลือกอย่างเหมาะสมบนระนาบเชิงซ้อน ณ. ความถี่ที่จำกัด ด้วยคุณสมบัติของเสถียรภาพโรบัสต์ดังกล่าวจะนำไปสู่วิธีการเพื่อให้เกิเสถียรภาพโรบัสต์โดยตรง ซึ่งการสังเคราะห์ตัวควบคุมกระทำได้โดยการแก้เซตของสมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมและเป็นการปรับปรุงสมรรถนะโรบัสต์ด้วย [7]

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. เพื่อศึกษาการควบคุมโรบัสต์ในระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงเพื่อให้ระบบดังกล่าวเกิดเสถียรภาพโรบัสต์ในกรณีพลาเน็ตแบบเฟสไม่ต่ำสุด
2. เพื่อศึกษาการควบคุมโรบัสต์ในระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงเพื่อให้ระบบดังกล่าวเกิดสมรรถนะโรบัสต์ในกรณีพลาเน็ตแบบเฟสไม่ต่ำสุด

1.3 ขอบเขตงานวิทยานิพนธ์

1. ศึกษาทฤษฎีการควบคุมโรบัสต์ด้วยวิธีสังเคราะห์ H_∞
2. ศึกษาทฤษฎีการควบคุมโรบัสต์ด้วยวิธีสังเคราะห์ทางโพลีโนเมียล
3. ศึกษาทฤษฎีการควบคุมโรบัสต์ด้วยวิธีสังเคราะห์ FIT
4. สังเคราะห์ตัวควบคุมโรบัสต์เพื่อให้ระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงเกิดเสถียรภาพโรบัสต์
5. สังเคราะห์ตัวควบคุมโรบัสต์เพื่อให้ระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงเกิดสมรรถนะโรบัสต์
6. เปรียบเทียบการสังเคราะห์ตัวควบคุมแต่ละวิธี โดยการเปรียบเทียบขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนที่ทำให้ระบบจากตัวควบคุมดังกล่าวยังคงเสถียรภาพรวมถึงปรับแก้การสังเคราะห์ตัวควบคุมให้เหมาะสม

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. แสดงให้เห็นว่าสามารถแปลงปัญหาของ SPS ไปสู่ปัญหาของ H_∞ และแสดงให้เห็นว่าพลาเน็ตแบบเฟสไม่ต่ำสุดบางพลาเน็ต ตัวควบคุมที่สังเคราะห์ด้วยวิธีทางโพลีโนเมียลทำให้ระบบที่มีขนาดของความไม่แน่นอนที่มากกว่ายังเสถียรภาพเมื่อเทียบกับการสังเคราะห์ H_∞
2. เขียนโปรแกรมเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุม FIT สำหรับเสถียรภาพโรบัสต์
3. เขียนโปรแกรมเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุม FIT สำหรับเสถียรภาพโรบัสต์และสมรรถนะโรบัสต์
4. พิจารณาตัวอย่างเพื่อเปรียบเทียบการสังเคราะห์ H_∞ SPS และ FIT สำหรับเสถียรภาพโรบัสต์
5. พิจารณาตัวอย่างเพื่อเปรียบเทียบการสังเคราะห์ H_∞ และ FIT สำหรับสมรรถนะโรบัสต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

การสังเคราะห์ตัวควบคุมเพื่อให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์

บทนี้จะเป็นการนำเสนอวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วยวิธีการทางโพลีโนเมียล โดยมีเงื่อนไขเพื่อประกันว่าตัวควบคุมที่ทำให้ทุกโพลีโนเมียลที่จำกัดเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันนั้นสามารถทำให้กลุ่มของพหุนามที่จำกัดเกิดเสถียรภาพโรบัสต์ได้ จากหลักการดังกล่าวพบว่าไม่สามารถสร้างวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมได้โดยตรง ดังนั้นต้องทำการแปลงปัญหาดังกล่าวไปสู่ปัญหาของ H_∞ โดยพิจารณาแบบป้อนกลับในเทอมของแบบจำลองของความไม่แน่นอนที่รู้จักกันดีคือ ความไม่แน่นอนเชิงบวก (additive uncertainty) ความไม่แน่นอนเชิงคูณและความไม่แน่นอนเชิงหาร (divisive uncertainty) ซึ่งการพิจารณาดังกล่าวทำให้สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย SPS ได้ โดยใช้การแทนความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ด้วยความไม่แน่นอนซึ่งถูกจำกัดด้วยนอร์มและหาตัวควบคุม H_∞ แล้วทำการปรับปรุงตัวควบคุม H_∞ เพื่อให้ได้ตัวควบคุมที่ดีกว่าด้วยหลักการของ SPS จากนั้นทำการเปรียบเทียบขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนที่ยังทำให้ระบบเสถียรภาพจากทั้งสองวิธี โดยวิธีดังกล่าวเรียกว่าการสังเคราะห์ SPS

อีกวิธีหนึ่งคือ การสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT ซึ่งเป็นวิธีการที่สามารถพิจารณาความมีเสถียรภาพของโพลีโนเมียลในเทอมของค่าโดยประมาณของโพลีโนเมียลดังกล่าว ณ. ความถี่ต่างๆ ที่จำกัด ซึ่งมีหลักการในการสังเคราะห์ตัวควบคุมสองขั้นตอนคือขั้นแรกทำการออกแบบตัวควบคุมเริ่มต้นที่ทำให้พหุนามระบบเกิดเสถียรภาพโรบัสต์ด้วยวิธีใดวิธีหนึ่ง โดยวิทยานิพนธ์นี้เลือกวิธีการสังเคราะห์ H_∞ ขั้นที่สองใช้หลักการของ FIT เพื่อทำการขยายหรือเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนที่ยังทำให้ระบบเสถียรภาพโรบัสต์ โดยขั้นตอนการเพิ่มขนาดความไม่แน่นอนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมเริ่มต้นจะถูกปรับปรุงไปพร้อมๆ กันด้วย

2.1 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย SPS

2.1.1 การแสดงความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์

พิจารณากลุ่มของพหุนามที่มีความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ต่อไปนี้

$$P(s, a) = \frac{n_p(s, a)}{d_p(s, a)} \quad (2.1)$$

เมื่อ n_p , d_p คือโพลีโนเมียลและ $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$ และ $a_i^- \leq a_i \leq a_i^+$ เมื่อ $1 \leq i \leq n$ ในกรณีนี้ $f(s, a)$ จะเป็นฟังก์ชันมัลติแอฟฟاینใน a ถ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f(s,a) = q_j(s,a)a_j + r_j(s,a) \quad \text{เมื่อ } 1 \leq j \leq n \quad (2.2)$$

สำหรับบางฟังก์ชัน q_j และ r_j ซึ่งไม่ขึ้นกับ a_j

จากการอธิบายข้างต้น เป็นการแสดงถึงพลาเน็ตต่างๆ ไปส่วนใหญ่อะไรจะพิจารณา แต่เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาจึงมุ่งเน้นไปที่พลาเน็ตที่เป็นแอฟไฟน์ใน a โดยผลลัพธ์ต่างๆ ที่ได้จากพลาเน็ตดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้กับพลาเน็ตที่เป็นมัลติแอฟไฟน์ได้โดยการใช้ทฤษฎีแมปปิง ดังนั้นกลุ่มของพลาเน็ตที่เป็นแอฟไฟน์สามารถอธิบายได้ดังนี้

$$P(s,a) = \frac{n_o(s) + a_1 n_1(s) + \dots + a_n n_n(s)}{d_o(s) + a_1 d_1(s) + \dots + a_n d_n(s)} \quad (2.3)$$

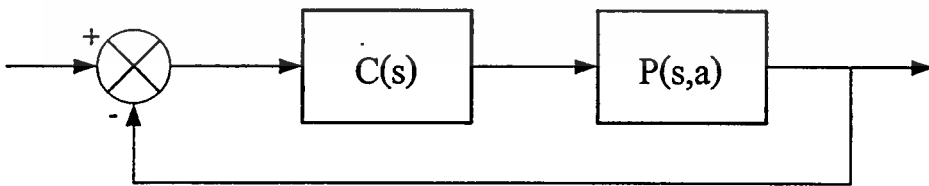
เมื่อ $-1 \leq a_i \leq 1$ สำหรับ $1 \leq i \leq n$, $\partial(n_0(s)) \geq \max_i \partial(n_i(s))$ สำหรับ $1 \leq i \leq n$ โดยที่ $\partial(\bullet)$ แทนกำลังของโพลิโนเมียล

2.1.1.1 กลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหนึ่งค่า

พิจารณากลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหนึ่งค่าในเทอมเศษ

$$P(s,a_1) = \frac{n_o(s) + a_1 n_1(s)}{d_o(s)}, \quad -1 \leq a_1 \leq 1 \quad (2.4)$$

เมื่อ $\partial(n_0(s)) \geq \partial(n_1(s))$ และ $n_0(s)$ เสถียรภาพ โดยทำการหาตัวควบคุม $C(s) = y(s)/x(s)$ เพื่อให้กลุ่มของพลาเน็ต (2.4) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ เมื่อระบบเป็นแบบป้อนกลับหมดดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1. ระบบป้อนกลับหมด

โดยใช้ผลลัพธ์ต่างๆจาก [5] สามารถแสดงกลุ่มของโพลิโนเมียลคุณลักษณะในกรณีที่พลาตมีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหนึ่งค่าในทอมเซสได้สี่ค่า ดังนี้

$$\begin{aligned}\Psi_1(s) &= x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) + y(s)n_1(s) \\ \Psi_2(s) &= x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) - y(s)n_1(s) \\ \Psi_3(s) &= x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) + y(-s)n_1(-s) \\ \Psi_4(s) &= x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) - y(-s)n_1(-s)\end{aligned}\quad (2.5)$$

ถ้าสามารถหา $C(s)$ ซึ่งทำให้กลุ่มของโพลิโนเมียล (2.5) เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันแล้ว ก็พอเพียงที่จะทำให้กลุ่มของพลาตใน (2.4) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ จากหลักการดังกล่าวไม่สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมได้โดยตรง ดังนั้นต้องทำการแปลงปัญหาดังกล่าวไปสู่ปัญหาของ H_∞ ดังนี้ สมมติให้ตัวควบคุม $C(s)$ เป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุดคือ $y(s)$ เสถียรภาพ โดยการทำให้ $\Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 4$ เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน จะเทียบเคียงได้กับการหาตัวควบคุมซึ่งทำให้ $y(s)\Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 4$ เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันด้วย โดยโพลิโนเมียลทั้งสี่ $y(s)\Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 4$ คือโพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดทั้งสิ้น ต่อไปนี้

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดของลูปที่หนึ่งในรูปที่ 2.2 คือ

$$y(s)(x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) + y(s)n_1(s)) = y(s)\Psi_1(s)$$

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดของลูปที่สองในรูปที่ 2.3 คือ

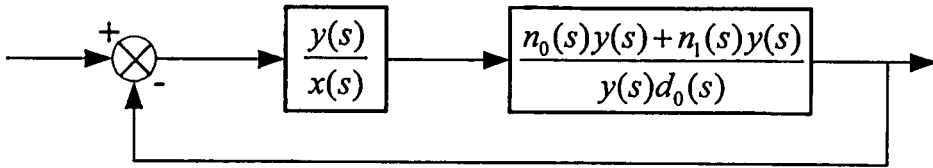
$$y(s)(x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) - y(s)n_1(s)) = y(s)\Psi_2(s)$$

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดของลูปที่สามในรูปที่ 2.4 คือ

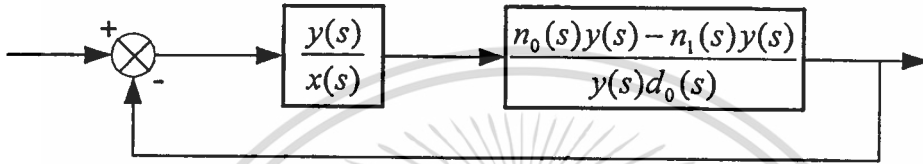
$$y(s)(x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) + y(-s)n_1(-s)) = y(s)\Psi_3(s)$$

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดของลูปที่สี่ในรูปที่ 2.5 คือ

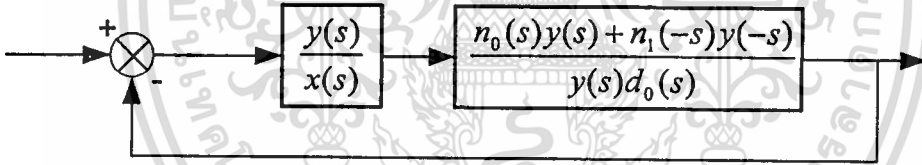
$$y(s)(x(s)d_o(s) + y(s)n_o(s) - y(-s)n_1(-s)) = y(s)\Psi_4(s)$$



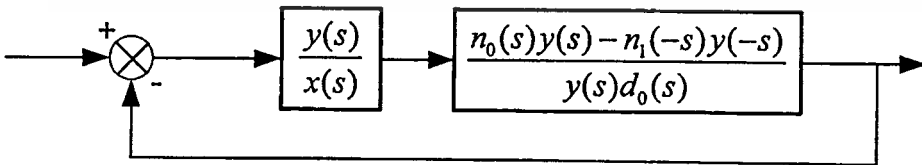
รูปที่ 2.2. รูปที่หนึ่ง



รูปที่ 2.3. รูปที่สอง



รูปที่ 2.4. รูปที่สาม



รูปที่ 2.5. รูปที่สี่

เมื่อสังเกตจากรูปที่ 2.2-2.5 จะเห็นว่ามีพลานต์ที่เป็นจุดยอด (vertex plant) สี่พลานต์ ในที่นี้ พลานต์ที่เป็นจุดยอดแท้จริงมีอยู่สองพลานต์คือ $[n_0(s) \pm n_1(s)]/d_0(s)$ ส่วนอีกสองพลานต์ไม่จริง โดยการใช้แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงคูณจึงสามารถแสดงพลานต์ทั้งสี่ที่มีเทอมระบุและเทอมของความไม่แน่นอน ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} P_1(s) &= \frac{\overbrace{y(s)n_0(s)}^{\bar{p}_0(s)}}{y(s)d_0(s)} \left(1 + \frac{\overbrace{y(s)n_1(s)}^{\bar{\Delta}_{m1}(s)}}{y(s)n_0(s)}\right) \\ P_2(s) &= \frac{y(s)n_0(s)}{y(s)d_0(s)} \left(1 - \frac{\overbrace{y(s)n_1(s)}^{\bar{\Delta}_{m2}(s)}}{y(s)n_0(s)}\right) \\ P_3(s) &= \frac{y(s)n_0(s)}{y(s)d_0(s)} \left(1 + \frac{\overbrace{y(-s)n_1(-s)}^{\bar{\Delta}_{m3}(s)}}{y(s)n_0(s)}\right) \\ P_4(s) &= \frac{y(s)n_0(s)}{y(s)d_0(s)} \left(1 - \frac{\overbrace{y(-s)n_1(-s)}^{\bar{\Delta}_{m4}(s)}}{y(s)n_0(s)}\right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

โดยขนาดของความไม่แน่นอนทั้งสี่ที่ความถี่ ω ใดๆ นั้นเท่ากัน คือ

$$\left| \bar{\Delta}_{m1}(j\omega) \right| = \left| \bar{\Delta}_{m2}(j\omega) \right| = \left| \bar{\Delta}_{m3}(j\omega) \right| = \left| \bar{\Delta}_{m4}(j\omega) \right|$$

และที่เป็นเช่นนี้เนื่องจาก $y(s)$ เสถียรภาพ, $\left| \frac{y(-j\omega)}{y(j\omega)} \right| = 1$ และ $\left| \frac{\pm n_1(-j\omega)}{n_0(j\omega)} \right| = \left| \frac{n_1(j\omega)}{n_0(j\omega)} \right|$

เช่นเดียวกัน กลุ่มของพลานต์ใน (2.4) สามารถอธิบายได้โดยการใช้แบบจำลองของความไม่แน่นอนเชิงคูณ ดังนี้

$$P(s, a_1) = \frac{n_0(s)}{d_0(s)} \left(1 + \frac{a_1 n_1(s)}{\underbrace{n_0(s)}_{\bar{\Delta}_m(s, a_1)}}\right), \quad -1 \leq a_1 \leq 1 \quad (2.7)$$

ซึ่งเหมาะสมสำหรับการสังเคราะห์ H_∞ และ $\bar{\Delta}_{m1}(s)$ และ $\bar{\Delta}_{m2}(s)$ ก็เป็นสมาชิกของกลุ่มของความไม่แน่นอน $\bar{\Delta}_m(s, a_1)$ ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ $W_1(s)$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักที่ทำให้เงื่อนไข

$$\left| W_1^{-1}(j\omega) a_1 \frac{n_1(j\omega)}{n_0(j\omega)} \right| < 1 \quad \forall -1 \leq a_1 \leq 1 \text{ and } \omega \in [0, \infty) \quad (2.8)$$

เป็นจริง จากนั้นพิจารณากลุ่มของความไม่แน่นอนเชิงคูณดังต่อไปนี้

$$\Delta_m(s) = \Theta(s)W_1(s) \quad (2.9)$$

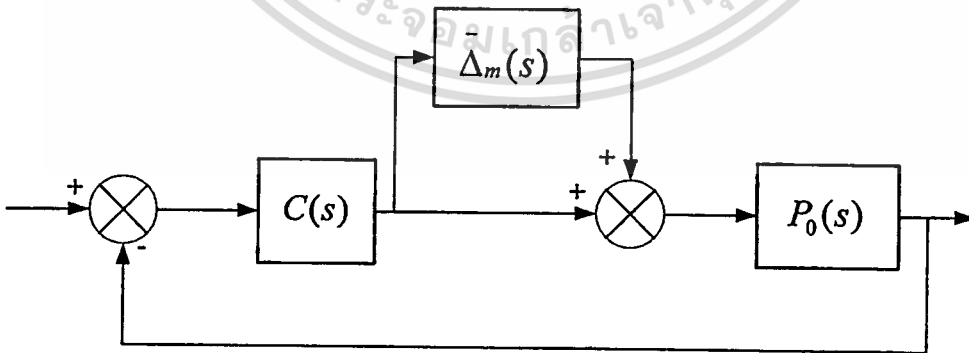
เมื่อ $\Theta(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ที่เสถียรภาพ โดย $|\Theta(j\omega)| < 1$ ที่ทุกๆ ค่า $\omega \in [0, \infty)$ เมื่อความไม่แน่นอนเชิงคูณ $\bar{\Delta}_m(s, a_1)$ เป็นสมาชิกของกลุ่มของความไม่แน่นอนดังกล่าว ดังนั้น

$$\Theta_0(s) = W_1^{-1}(s) a_1 \frac{n_1(s)}{n_0(s)}$$

เงื่อนไขเพื่อประกันเสถียรภาพโรบัสต์เมื่อ $C(s)$ ทำให้พลาตอร์ระบุ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพ[2] คือ

$$\left| (1 + CP_0)^{-1} CP_0 \right| < \frac{1}{|W_1(j\omega)|} \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2.10)$$

ซึ่งประกันเสถียรภาพโรบัสต์ของระบบในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6. รูปแบบการป้อนกลับสำหรับความไม่แน่นอนแบบเชิงคูณ

จากข้อมูลข้างต้นเมื่อนำมาเทียบกับพลาเน็ต P_i , $1 \leq i \leq 4$ ซึ่งเกิดจากโพลิโนเมียลคุณลักษณะทั้งสี่จะเห็นว่าพลาเน็ตระนาบ $\bar{P}_0$ เหมือนกับ P_0 และ $\bar{\Delta}_i$, $1 \leq i \leq 4$ ก็เป็นสมาชิกของ $\Delta_m(s)$ ด้วย ดังนั้น

$$\begin{aligned}\Theta_1(s) &= W_1^{-1}(s) \frac{y(s)n_1(s)}{y(s)n_0(s)} \\ \Theta_2(s) &= -W_1^{-1}(s) \frac{y(s)n_1(s)}{y(s)n_0(s)} \\ \Theta_3(s) &= W_1^{-1}(s) \frac{y(-s)n_1(-s)}{y(s)n_0(s)} \\ \Theta_4(s) &= -W_1^{-1}(s) \frac{y(-s)n_1(-s)}{y(s)n_0(s)}\end{aligned}\quad (2.11)$$

ฉ. จุดนี้จะเห็นว่าสามารถเทียบเคียงปัญหา SPS ไปสู่ปัญหา H_∞ ได้ โดยสามารถสรุปเป็นทฤษฎีได้ดังนี้

ทฤษฎีที่ 1 ให้ $W_1(s)$ ทำให้ (2.8) เป็นจริงเมื่อ $\bar{\Delta}_1(s, a_1) = a_1 n_1(s) / n_0(s)$ โดย $P_0(s) = n_0(s) / d_0(s)$ และ $n_0(s)$ เสถียรภาพ สมมติว่า $C(s) = y(s) / x(s)$ ที่เหมาะสมซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุดที่ทำให้ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพและเป็นไปตาม (2.10) ดังนั้นตัวควบคุมนี้จะทำให้ $\Psi_i(s)$ ใน (2.5) เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันและทำให้กลุ่มของพลาเน็ต (2.4) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ด้วย

ต่อไปจะพิจารณากลุ่มของพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหนึ่งค่าในเทอมส่วน

$$P(s, a_1) = \frac{n_0(s)}{d_0(s) + a_1 d_1(s)}, \quad -1 \leq a_1 \leq 1 \quad (2.12)$$

เมื่อ $d_0(s)$ เสถียรภาพและ $\partial(d_0(s)) \geq \partial(d_1(s))$ โดยทำการหาตัวควบคุม $C(s) = y(s) / x(s)$ เพื่อให้กลุ่มของพลาเน็ต (2.12) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ เมื่อระบบเป็นแบบป้อนกลับหมดคงแสดงในรูปที่ 2.1 โพลิโนเมียลคุณลักษณะทั้งสี่ที่ต้องการให้เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน คือ

$$\begin{aligned}\Psi_1(s) &= x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) + x(s)d_1(s) \\ \Psi_2(s) &= x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) - x(s)d_1(s) \\ \Psi_3(s) &= x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) + x(-s)d_1(-s) \\ \Psi_4(s) &= x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) - x(-s)d_1(-s)\end{aligned}\quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมติให้ตัวควบคุม $C(s)$ เป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุดคือ $x(s)$ เสถียรภาพ แล้วการทำให้ $\Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 4$ เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน จะเทียบเคียงได้กับการหาตัวควบคุมซึ่งทำให้ $x(s)\Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 4$ เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันด้วย โดยโพลิโนเมียลทั้งสี่ $x(s)\Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 4$ คือโพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดทั้งสิ้น ต่อไปนี้

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดที่หนึ่งของลูปในรูปที่ 2.7 คือ

$$x(s)(x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) + x(s)d_1(s)) = x(s)\Psi_1(s)$$

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดที่สองของลูปในรูปที่ 2.8 คือ

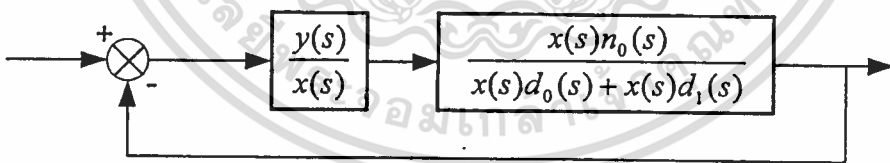
$$x(s)(x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) - x(s)d_1(s)) = x(s)\Psi_2(s)$$

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดที่สามของลูปในรูปที่ 2.9 คือ

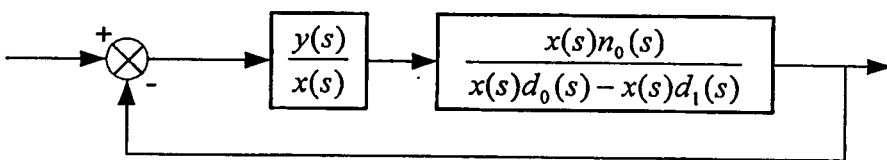
$$x(s)(x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) + x(-s)d_1(-s)) = x(s)\Psi_3(s)$$

โพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดที่สี่ของลูปในรูปที่ 2.10 คือ

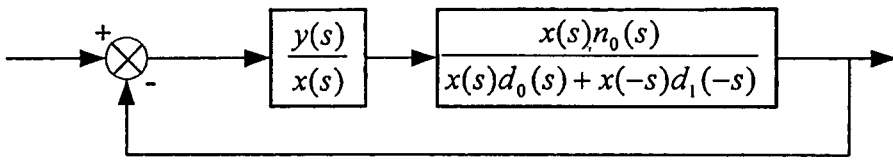
$$x(s)(x(s)d_0(s) + y(s)n_0(s) - x(-s)d_1(-s)) = x(s)\Psi_4(s)$$



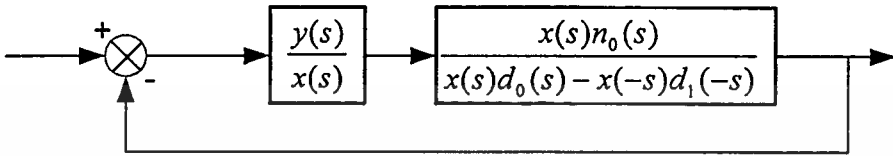
รูปที่ 2.7. ลูปที่หนึ่ง



รูปที่ 2.8. ลูปที่สอง



รูปที่ 2.9. ลูปที่สาม



รูปที่ 2.10. ลูปที่สี่

เมื่อสังเกตจากรูปที่ 2.7-2.10 จะเห็นว่ามีพหุนามที่เป็นจุดขอดสี่กระบวนการ ในที่นี้พหุนามที่เป็นจุดขอดแท้จริงมีอยู่สองพหุนามคือ $n_0(s)/[d_0(s) \pm d_1(s)]$ ส่วนอีกสองพหุนามไม่จริง โดยการใช้แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงหารจึงสามารถแสดงพหุนามทั้งสี่ที่มีเทอมระบุและเทอมของความไม่แน่นอน ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 P_1(s) &= \frac{\overbrace{x(s)n_0(s)}^{\bar{P}_0(s)}}{x(s)d_0(s)} \left(1 + \frac{\overbrace{x(s)d_1(s)}^{\bar{\Delta}_{d1}(s)}}{x(s)d_0(s)}\right)^{-1} \\
 P_2(s) &= \frac{x(s)n_0(s)}{x(s)d_0(s)} \left(1 - \frac{\overbrace{x(s)d_1(s)}^{\bar{\Delta}_{d2}(s)}}{x(s)d_0(s)}\right)^{-1} \\
 P_3(s) &= \frac{x(s)n_0(s)}{x(s)d_0(s)} \left(1 + \frac{\overbrace{x(-s)d_1(-s)}^{\bar{\Delta}_{d3}(s)}}{x(s)d_0(s)}\right)^{-1} \\
 P_4(s) &= \frac{x(s)n_0(s)}{x(s)d_0(s)} \left(1 - \frac{\overbrace{x(-s)d_1(-s)}^{\bar{\Delta}_{d4}(s)}}{x(s)d_0(s)}\right)^{-1}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

โดยขนาดของความไม่แน่นอนทั้งสี่ที่ความถี่ ω ใดๆ นั้นเท่ากัน คือ

$$|\bar{\Delta}_{d1}(j\omega)| = |\bar{\Delta}_{d2}(j\omega)| = |\bar{\Delta}_{d3}(j\omega)| = |\bar{\Delta}_{d4}(j\omega)|$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และที่เป็นเช่นนี้เนื่องจาก $x(s)$ เสถียรภาพ นั่นคือ $\left| \frac{x(-j\omega)}{x(j\omega)} \right| = 1$ และ $\left| \frac{\pm d_1(-j\omega)}{d_0(j\omega)} \right| = \left| \frac{d_1(j\omega)}{d_0(j\omega)} \right|$

เช่นเดียวกัน กลุ่มของพลาตันใน (2.12) สามารถอธิบายได้โดยการใช้แบบจำลองของความไม่แน่นอนเชิงหาร ดังนี้

$$P(s, a_1) = \frac{n_0(s)}{d_0(s)} \left(1 + \underbrace{\frac{a_1 d_1(s)}{d_0(s)}}_{\bar{\Delta}_d(s, a_1)} \right)^{-1}, \quad -1 \leq a_1 \leq 1 \quad (2.15)$$

ซึ่งเหมาะสมสำหรับการสังเคราะห์ H_∞ โดย $\bar{\Delta}_d(s)$ และ $\bar{\Delta}_n(s)$ เป็นสมาชิกของกลุ่มของความไม่แน่นอน $\bar{\Delta}_d(s, a_1)$

กำหนดให้ $W_1(s)$ เป็นฟังก์ชันน้ำหนักที่ทำให้เงื่อนไข

$$\left| W_1^{-1}(j\omega) a_1 \frac{d_1(j\omega)}{d_0(j\omega)} \right| < 1 \quad \forall -1 \leq a_1 \leq 1 \text{ and } \omega \in [0, \infty) \quad (2.16)$$

เป็นจริง จากนั้นพิจารณาของกลุ่มของความไม่แน่นอนเชิงหารดังต่อไปนี้

$$\Delta_d(s) = \Theta(s) W_1(s) \quad (2.17)$$

เมื่อ $\Theta(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ที่เสถียรภาพ โดย $|\Theta(j\omega)| < 1$ ที่ทุกๆ ค่า $\omega \in [0, \infty)$ และเมื่อความไม่แน่นอนเชิงหาร $\bar{\Delta}_d(s, a_1)$ เป็นสมาชิกของกลุ่มของความไม่แน่นอนดังกล่าว ดังนั้น

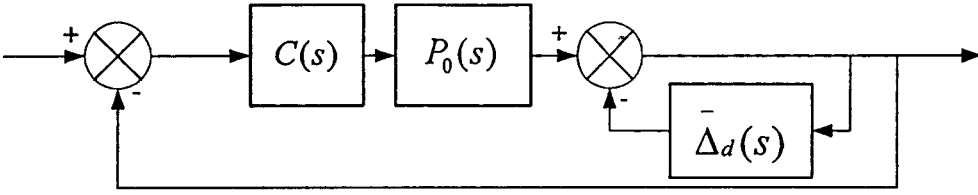
$$\Theta_0(s) = W_1^{-1}(s) a_1 \frac{d_1(s)}{d_0(s)}$$

เงื่อนไขเพื่อประกันเสถียรภาพโรบัสต์เมื่อ $C(s)$ ทำให้พลาตันระดับ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพ[2] คือ

$$\left| (1 + C(j\omega) P_0(j\omega))^{-1} \right| < \frac{1}{|W_1(j\omega)|} \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2.18)$$

ซึ่งประกันเสถียรภาพโรบัสต์สำหรับระบบ ดังรูปที่ 2.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.11. รูปแบบการป้อนกลับสำหรับความไม่แน่นอนเชิงหาร

จากข้อมูลข้างต้นเมื่อนำมาเทียบกับพหุนาม P_i , $1 \leq i \leq 4$ ซึ่งเกิดจากโพลิโนเมียลคุณลักษณะทั้งสี่ จะเห็นว่าพหุนาม $\bar{P}_0$ เหมือนกับ P_0 และ $\bar{\Delta}_i$, $1 \leq i \leq 4$ ก็เป็นสมาชิกของ $\Delta_d(s)$ ด้วย ดังนั้น

$$\begin{aligned}\Theta_1(s) &= W_1^{-1}(s) \frac{x(s)d_1(s)}{x(s)d_0(s)} \\ \Theta_2(s) &= -W_1^{-1}(s) \frac{x(s)d_1(s)}{x(s)d_0(s)} \\ \Theta_3(s) &= W_1^{-1}(s) \frac{x(-s)d_1(-s)}{x(s)d_0(s)} \\ \Theta_4(s) &= -W_1^{-1}(s) \frac{x(-s)d_1(-s)}{x(s)d_0(s)}\end{aligned}\quad (2.19)$$

ณ. จุดนี้จะเห็นว่าสามารถเทียบเคียงปัญหา SPS ไปสู่ปัญหา H_∞ ได้ จึงสามารถสรุปเป็นทฤษฎีได้ดังนี้

ทฤษฎีที่ 2 ให้ $W_1(s)$ ทำให้ (2.16) เป็นจริงเมื่อ $\bar{\Delta}_d(s, a_1) = a_1 d_1(s) / d_0(s)$ โดย $P_0(s) = n_0(s) / d_0(s)$ และ $d_0(s)$ เสถียรภาพ สมมติว่า $C(s) = y(s) / x(s)$ ที่เหมาะสมซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุดที่ทำให้ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพและเป็นไปตาม (2.18) ดังนั้นตัวควบคุมนี้จะทำให้ $\Psi_i(s)$ ใน (2.13) เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันและทำให้กลุ่มของพหุนาม (2.12) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์

2.1.1.2 กลุ่มของพหุนามที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนสองค่า

พิจารณากลุ่มของพหุนามที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนในเทอมเศษหนึ่งค่าและเทอมส่วนหนึ่งค่า ดังนี้

$$P(s, a_1, a_2) = \frac{n_0(s) + a_1 n_1(s)}{d_0 + a_2 d_2(s)} \quad (2.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

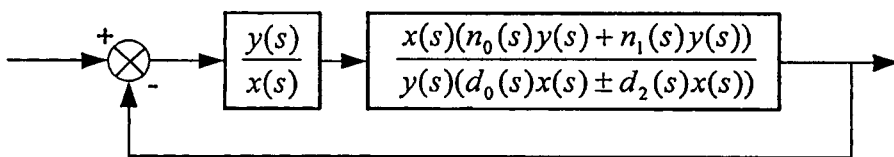
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $-1 \leq a_1 \leq 1, -1 \leq a_2 \leq 1$ และ $d_0(s)$ เสถียรภาพเมื่อ $\partial(d_0(s)) \geq \partial(d_1(s))$ โดยตัวควบคุม $C(s)$ จะทำให้กลุ่มใน (2.20) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ ถ้าตัวควบคุมดังกล่าวทำให้โพลิโนเมียลทั้งสิบหค่าเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน โดยมีโพลิโนเมียลสิบสองค่าที่แตกต่างกัน โพลิโนเมียลคุณลักษณะทั้งสิบสองค่าดังกล่าว คือ

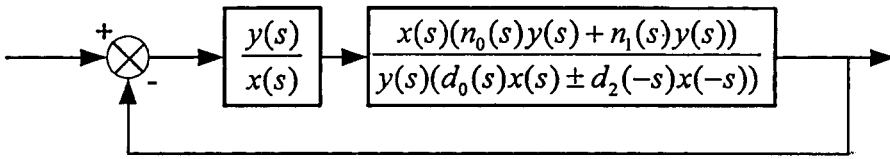
$$\begin{aligned}
 \Psi_1(s) &= \Phi_0(s) + y(s)n_1(s) + x(s)d_2(s) \\
 \Psi_2(s) &= \Phi_0(s) + y(s)n_1(s) - x(s)d_2(s) \\
 \Psi_3(s) &= \Phi_0(s) + y(s)n_1(s) + x(-s)d_2(-s) \\
 \Psi_4(s) &= \Phi_0(s) + y(s)n_1(s) - x(-s)d_2(-s) \\
 \Psi_5(s) &= \Phi_0(s) - y(s)n_1(s) + x(s)d_2(s) \\
 \Psi_6(s) &= \Phi_0(s) - y(s)n_1(s) - x(s)d_2(s) \\
 \Psi_7(s) &= \Phi_0(s) - y(s)n_1(s) + x(-s)d_2(-s) \\
 \Psi_8(s) &= \Phi_0(s) - y(s)n_1(s) - x(-s)d_2(-s) \\
 \Psi_9(s) &= \Phi_0(s) + y(-s)n_1(-s) + x(s)d_2(s) \\
 \Psi_{10}(s) &= \Phi_0(s) - y(-s)n_1(-s) + x(s)d_2(s) \\
 \Psi_{11}(s) &= \Phi_0(s) + y(-s)n_1(-s) - x(s)d_2(s) \\
 \Psi_{12}(s) &= \Phi_0(s) - y(-s)n_1(-s) - x(s)d_2(s)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

เมื่อ $\phi_0(s) = x(s)d_0(s) + y(s)n_1(s)$ โดยการสมมติว่า ตัวควบคุม $C(s)$ เสถียรภาพและเป็นแบบเฟสต่ำสุด ($x(s)$ และ $y(s)$ เสถียรภาพ) โพลิโนเมียลทุกค่าใน (2.21) จะเสถียรภาพก็ต่อเมื่อโพลิโนเมียล $x(s)y(s) \Psi_i(s)$, $1 \leq i \leq 12$ เสถียรภาพ โดยโพลิโนเมียลเหล่านี้คือโพลิโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิดสิบสองลูป โดยรูปที่ 2.12 และ 2.13 แสดงลูปต่างๆ ที่สอดคล้องกับโพลิโนเมียลสี่ค่าแรก ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
 \Psi_{1,2}(s) &= \Phi_0(s) + y(s)n_1(s) \pm x(s)d_2(s) \\
 \Psi_{3,4}(s) &= \Phi_0(s) + y(s)n_1(s) \pm x(-s)d_2(-s)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$



รูปที่ 2.12. ลูปที่หนึ่งและสอง

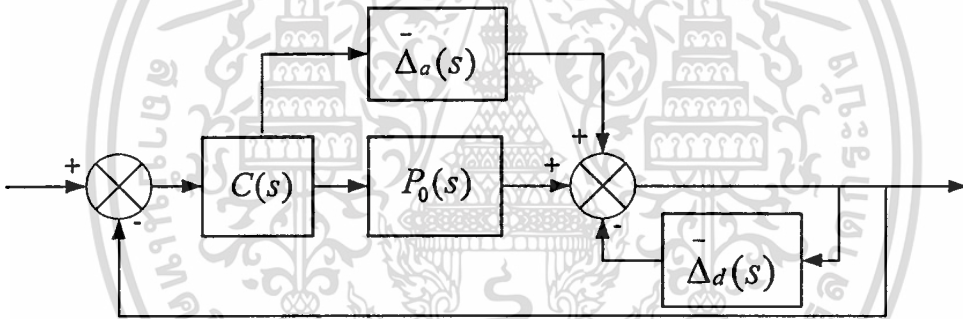


รูปที่ 2.13. รูปที่สามและสี่

โดยพลานต์ที่เป็นจุดยอดทั้งสี่ของพลานต์ (โดยแปลพลานต์ไม่จริง) สามารถใช้การแทนความไม่แน่นอนเชิงบวก/หาร ได้ ดังนี้

$$P(s) = (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a1}(s, a_1))(1 + \bar{\Delta}_{d1}(s, a_2))^{-1} \quad (2.23)$$

สังเกตจากรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14. รูปแบบการป้อนกลับสำหรับความไม่แน่นอนเชิงบวก/หาร

เราจะพิจารณาสองรูปแรก

$$P_1(s) = \underbrace{\left(\frac{x(s)y(s)n_0(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \right)}_{\bar{P}_0(s)} + \underbrace{\left(\frac{x(s)y(s)n_1(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \right)}_{\bar{\Delta}_{a1}} \underbrace{\left(1 + \frac{x(s)y(s)d_2(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \right)^{-1}}_{\bar{\Delta}_{d1}}$$

$$P_2(s) = (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a1}) \underbrace{\left(1 - \frac{x(s)d_2(s)}{x(s)d_0(s)} \right)^{-1}}_{\bar{\Delta}_{d2}}$$

$$P_3(s) = (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a1}) \underbrace{\left(1 + \frac{x(-s)d_2(-s)}{x(s)d_0(s)} \right)^{-1}}_{\bar{\Delta}_{d3}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_4(s) = (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a1}) \left(1 - \underbrace{\frac{x(-s)d_2(-s)}{x(s)d_0(s)}}_{\bar{\Delta}_{d4}} \right)^{-1}$$

ณ จุดนี้กำหนดความไม่แน่นอนเชิงบวกที่เหลือได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_{a2} &= -\frac{x(s)y(s)n_1(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \\ \bar{\Delta}_{a3} &= \frac{x(s)y(-s)n_1(-s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \\ \bar{\Delta}_{a4} &= -\frac{x(s)y(-s)n_1(-s)}{x(s)y(s)d_0(s)}\end{aligned}$$

ดังนั้น แปรพลาตต์ที่เหลืออยู่ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}P_5(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a2})(1 + \bar{\Delta}_{d1})^{-1} \\ P_6(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a2})(1 + \bar{\Delta}_{d2})^{-1} \\ P_7(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a2})(1 + \bar{\Delta}_{d3})^{-1} \\ P_8(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a2})(1 + \bar{\Delta}_{d4})^{-1} \\ P_9(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a3})(1 + \bar{\Delta}_{d1})^{-1} \\ P_{10}(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a4})(1 + \bar{\Delta}_{d1})^{-1} \\ P_{11}(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a3})(1 + \bar{\Delta}_{d2})^{-1} \\ P_{12}(s) &= (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{a4})(1 + \bar{\Delta}_{d2})^{-1}\end{aligned}$$

เช่นกัน แบบจำลองของความไม่แน่นอนเชิงบวก/หารที่เหมือนกัน สามารถประยุกต์ใช้กับกลุ่มใน (2.20) ได้ดังนี้

$$P(s, a_1, a_2) = \underbrace{\left(\frac{n_0(s)}{d_0(s)} + \frac{a_1 n_1(s)}{d_0(s)} \right)}_{\bar{P}_0(s)} \left(1 + \underbrace{\frac{a_2 d_2(s)}{d_0(s)}}_{\bar{\Delta}_d(s, a_1)} \right)^{-1} \quad (2.24)$$

ให้ $W_1(s), W_2(s)$ เป็นฟังก์ชันนำหนักที่ทำให้เงื่อนไข

$$\begin{aligned} |W_1^{-1}(j\omega)\bar{\Delta}_a(j\omega)| &< 1 \quad \forall -1 \leq a_1 \leq 1 \text{ and } \omega \in [0, \infty) \\ |W_2^{-1}(j\omega)\bar{\Delta}_d(j\omega)| &< 1 \quad \forall -1 \leq a_2 \leq 1 \text{ and } \omega \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (2.25)$$

เป็นจริง และให้

$$\begin{aligned} \Delta_a(s) &= W_1(s)\Theta_1(s) \\ \Delta_d(s) &= W_2(s)\Theta_2(s) \end{aligned} \quad (2.26)$$

เมื่อ $|\Theta_i(j\omega)| < 1$, $i = 1, 2$ และ $\omega \in [0, \infty)$ จากนั้นสามารถจัดโครงสร้างระบบป้อนกลับได้ใหม่

ด้วยโครงสร้างซึ่งถูกลดทอน (collapsed) ดังรูปที่ 2.15 ซึ่งเป็นระบบป้อนกลับที่ประกอบด้วย [2]

$$M = \begin{bmatrix} C(1+CP_0)^{-1} & -C(1+CP_0)^{-1} \\ -(1+CP_0)^{-1} & (1+CP_0)^{-1} \end{bmatrix}$$

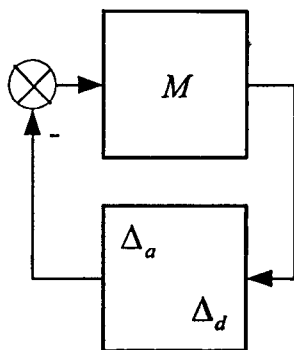
$$W(s) = \begin{bmatrix} W_1(s) & 0 \\ 0 & W_2(s) \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_a & 0 \\ 0 & \Delta_d \end{bmatrix}$$

และ

เมื่อ $\bar{\sigma}(\Delta\Omega^{-1}) < 1$ โดย $\bar{\sigma}(\bullet)$ คือค่าเอกฐานที่มากที่สุด โดย $C(s)$ จะทำให้กลุ่มใน (2.20) เกิดเสถียรภาพ (โดย $C(s)$ ทำให้พลานต์ระบบ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพ) ถ้า

$$\mu_c = \sup_{\omega} \mu(W(j\omega)M(j\omega)) < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2.27)$$



รูปที่ 2.15. แผนภาพบล็อกที่ถูกลดทอนสำหรับความไม่แน่นอนเชิงบวก/หาร

เมื่อ $\mu(\bullet)$ คือค่าเอกฐานที่มีโครงสร้าง อย่างไรก็ตาม $\bar{P}_0(s) = P_0(s)$ และ

$$\begin{bmatrix} \bar{\Delta}_{ai} & 0 \\ 0 & \bar{\Delta}_{dj} \end{bmatrix}$$

เป็นสมาชิกของกลุ่มของความไม่แน่นอน Δ ซึ่งกำหนดไว้ใน (2.26) ดังนั้น $C(s)$ ดังกล่าวจะทำให้พลานต์ $P_i(s)$, $1 \leq i \leq 12$ เกิดเสถียรภาพและทำให้โพลีโนเมียลคุณลักษณะ $\phi_i(s)$, $1 \leq i \leq 12$ ใน (2.21) เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน โดยสามารถสรุปเป็นทฤษฎีได้ดังนี้

ทฤษฎีที่ 3 ให้ $W(s)$ ทำให้ (2.25) เป็นจริง เมื่อ Δ เป็นดัง (2.26) ให้ M เป็นดัง (2.1.1.2) เมื่อ $d_0(s)$ เสถียรภาพ ถ้าตัวควบคุม $C(s)$ ที่เสถียรภาพ ซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุดที่ทำให้ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพและเป็นไปตาม (2.27) แล้ว ตัวควบคุมนี้จะทำให้โพลีโนเมียลสิบสองค่า $\Psi_i(s)$ ดัง (2.21) เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันและจะทำให้กลุ่มของพลานต์ (2.20) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ด้วย

2.1.1.3 กลุ่มของพลานต์ที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนหลายค่า

โดยพิจารณากลุ่มของพลานต์ที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนในเทอมเศษหลายค่าและเทอมส่วนหลายค่า ดังนี้

$$P(s, a_1, \dots, a_k, b_1, \dots, b_m) = \frac{n_0(s) + a_1 n_1(s) + \dots + a_k n_k(s)}{d_0(s) + b_1 d_1(s) + \dots + b_m d_m(s)} \tag{2.28}$$

เมื่อ $-1 \leq a_i \leq 1, -1 \leq b_j \leq 1, 1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq m, d_0(s)$ เสถียรภาพและ $\partial(d_0(s)) > \partial(d_j(s)), 1 \leq j \leq m$ ตัวควบคุม $C(s)$ จะทำให้กลุ่มใน (2.28) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ ถ้าตัวควบคุมดังกล่าวทำให้ทุกโพลีโนเมียลที่จำกัดต่อไปนี้เกิดเสถียรภาพ

$$\begin{aligned}\Psi_1(s) &= \Psi_0(s) + y(s)n_1(s) + \dots + y(s)n_k(s) + x(s)d_1(s) + \dots + x(s)d_m(s) \\ &\vdots \\ \Psi_{2^{k+m}}(s) &= \Psi_0(s) - y(-s)n_1(-s) - \dots - y(-s)n_k(-s) + \\ &\quad -x(-s)d_1(-s) - \dots - x(-s)d_m(-s)\end{aligned}\quad (2.29)$$

ถ้าสมมติว่า $C(s)$ เสถียรภาพซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุด สามารถระบุพลาเนตซ์ซึ่งสอดคล้องกับโพลีโนเมียลแต่ละค่า เมื่อพลาเนตซ์ที่เป็นจุดยอดมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$P_i(s) = \frac{x(s)n_0(s)y(s) \pm n_1(s)y(s) \pm \dots \pm n_i(-s)y(-s) \pm \dots \pm n_k(s)y(s)}{y(s)(d_0(s)x(s) \pm d_1(s)x(s) \pm \dots \pm d_m(s)x(s))} \quad (2.30)$$

หรือ

$$P_i(s) = \frac{x(s)(n_0(s)y(s) \pm n_1(s)y(s) \pm \dots \pm n_k(s)y(s))}{y(s)(d_0(s)x(s) \pm d_1(s)x(s) \pm \dots \pm d_j(-s)x(-s) \pm \dots \pm d_m(s)x(s))} \quad (2.31)$$

พบว่ามีเทอมใดเทอมหนึ่งของ $n_i(-s)y(-s), 1 \leq i \leq k$ หรือ $d_j(-s)y(-s), 1 \leq j \leq m$ ปรากฏในเทอมเศษหรือในเทอมส่วนตามลำดับเหมือนกับกรณีที่มีพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอนสองค่า สามารถใช้แบบจำลองความไม่แน่นอนเชิงบวก/หารและแสดง $P_i(s)$ หรือ $P_j(s)$ ได้ ดังนี้

$$P_i(s) = (\bar{P}_0(s) + \bar{\Delta}_{ai})(1 + \bar{\Delta}_{dj})^{-1} \quad (2.32)$$

($P_j(s)$ ก็เช่นเดียวกัน) โดยพลาเนตซ์ระบุและเทอมของความไม่แน่นอนต่างๆ สำหรับ P_i เป็นดังนี้

$$\bar{P}_0(s) = \frac{x(s)y(s)n_0(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \quad (2.33)$$

$$\bar{\Delta}_{ai}(s) = \frac{\pm x(s)y(s)n_1(s) \pm \dots \pm x(s)y(-s)n_i(-s) \pm \dots \pm x(s)y(s)n_k(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \quad (2.34)$$

$$\bar{\Delta}_{dj}(s) = \frac{\pm d_1(s)x(s) \pm d_2(s)x(s) \pm \dots \pm d_m(s)x(s)}{x(s)d_0(s)} \quad (2.35)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และสำหรับ P_j ($\bar{P}_0$ ก็เช่นเดียวกัน) :

$$\bar{\Delta}_{ai}(s) = \frac{\pm x(s)y(s)n_i(s) \pm \dots \pm x(s)y(s)n_k(s)}{x(s)y(s)d_0(s)} \quad (2.36)$$

$$\bar{\Delta}_{dj}(s) = \frac{\pm d_1(s)x(s) \pm \dots \pm d_j(-s)x(-s) \pm \dots \pm d_m(s)x(s)}{x(s)d_0(s)} \quad (2.37)$$

ดังจะเห็นในรูปที่ 2.14 สำหรับการแสดงความไม่แน่นอนเชิงบวก/หาร สำหรับกลุ่มใน (2.28)

ขณะนี้ $\bar{\Delta}_{ai}$ ใดๆ จาก (2.34) สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\bar{\Delta}_{ai}(s) = \frac{\pm \frac{x(s)y(s)n_i(s)}{x(s)y(s)} \pm \dots \pm \frac{x(s)y(-s)n_i(-s)}{x(s)y(s)} \pm \dots \pm \frac{x(s)y(s)n_k(s)}{x(s)y(s)}}{d_0(s)} \quad (2.38)$$

บนแกนจินตภาพ

$$|\bar{\Delta}_{ai}(j\omega)| = \frac{\left| \pm n_1(j\omega) \pm \dots \pm \frac{y(-j\omega)}{y(j\omega)} n_i(-j\omega) \pm \dots \pm n_k(j\omega) \right|}{|d_0(j\omega)|} \quad (2.40)$$

ขนาดของ $\frac{y(-j\omega)}{y(j\omega)}$ เท่ากับหนึ่งสำหรับทุกๆ ค่าของ $0 < \omega < \infty$ ณ. ความถี่ ω ใดๆ ทำให้สามารถแทน $\frac{y(-j\omega)}{y(j\omega)}$ ด้วย $e^{j\theta}$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq 2\pi$ และกำหนดฟังก์ชัน $\delta_a(\omega)$ ได้ดังนี้

$$\delta_a(\omega) = \max_{\bar{\Delta}_{ai}} \sup_{\theta} |\bar{\Delta}_{ai}(j\omega), \theta| \quad (2.40)$$

วิธีการที่เหมือนกันสามารถทำซ้ำกับ $\bar{\Delta}_{dj}$ ได้เช่นกันและสามารถกำหนด $\delta_d(\omega)$ ได้ดังนี้

$$\delta_d(\omega) = \max_{\bar{\Delta}_{dj}} \sup_{\theta} |\bar{\Delta}_{dj}(j\omega), \theta| \quad (2.41)$$

ให้ $W_1(s), W_2(s)$ เป็นฟังก์ชันนำหนักที่ทำให้เงื่อนไข

$$\begin{aligned} |W_1^{-1}(j\omega)\delta_z(j\omega)| &< 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty) \\ |W_2^{-1}(j\omega)\delta_z(j\omega)| &< 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty) \end{aligned} \quad (2.42)$$

เป็นจริง และให้

$$\begin{aligned} \Delta_a(s) &= W_1(s)\Theta_1(s) \\ \Delta_d(s) &= W_2(s)\Theta_2(s) \end{aligned} \quad (2.43)$$

เมื่อ Θ_i คือฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพ นั่นคือ $|\Theta_i(j\omega)| < 1$ สำหรับทุกๆ ค่าของ $\omega \in [0, \infty)$

ด้วยวิธีเดียวกันกับกรณีที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนสองค่าสามารถจัดรูปแบบระบบป้อนกลับในรูปที่ 2.14 ได้ใหม่ ดังระบบที่แสดงในรูปที่ 2.15 ที่เมตริกซ์ M ถูกกำหนดเป็น

$$M = \begin{bmatrix} C(1+CP_0)^{-1} & -C(1+CP_0)^{-1} \\ -(1+CP_0)^{-1} & (1+CP_0)^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

ซึ่งมีพื้นฐานอยู่บนผลลัพธ์ต่างๆ ใน [2] โดย

$$W(s) = \begin{bmatrix} W_1(s) & 0 \\ 0 & W_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

และ Δ ดังในรูปที่ 2.14 ($\sigma(\Delta\Omega^{-1}) < 1$ เมื่อ $\sigma(\bullet)$ คือค่าเอกฐานที่มากที่สุด) โดยตัวควบคุม $C(s)$ จะทำให้กลุ่มใน (2.28) เกิดเสถียรภาพ (โดย $C(s)$ ทำให้พลาตัสระบบ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพ) ถ้า

$$\mu_c = \sup_{\omega} \mu(W(j\omega)M(j\omega)) < 1 \quad (2.46)$$

เมื่อ $\mu(\bullet)$ คือค่าเอกฐานที่มีโครงสร้าง นอกจากนี้ยังกล่าวได้อีกว่าตัวควบคุมทำให้ทุกๆ พลาตัส $P_i(s)$ และ $P_j(s)$ เกิดเสถียรภาพและทำให้ทุกๆ โพลีโนเมียล Ψ_i เกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน เนื่องจาก $\bar{P}_0(s) = P_0(s)$ และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} - & \\ \bar{\Delta}_{ai} & 0 \\ 0 & \bar{\Delta}_{dj} \end{bmatrix}$$

เป็นสมาชิกของกลุ่มของความไม่แน่นอน Δ ซึ่งถูกกำหนดดัง (2.43) ดังนั้นสามารถสรุปเป็นทฤษฎีได้ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 4 ให้ $W(s)$ ทำให้เงื่อนไข (2.42) เป็นจริง เมื่อ Δ เป็นดัง (2.43) กำหนดให้ M เป็นดัง (2.44) เมื่อ $d_0(s)$ เสถียรภาพ ถ้าตัวควบคุม $C(s)$ เสถียรภาพซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบเฟสต่ำสุดสามารถหาได้ซึ่งทำให้ $P_0(s)$ เกิดเสถียรภาพและเป็นไปตาม (2.46) แล้วตัวควบคุมนี้จะทำให้ทุกโพลีโนเมียล $\Psi_i(s)$ ที่สอดคล้องกันเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันและจะทำให้กลุ่มใน (2.28) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ด้วย

โดย $\bar{\Delta}_a$ และ $\bar{\Delta}_d$ สามารถหาค่าได้โดยตรง เมื่อ

$$\bar{\Delta}_a(s) = \frac{a_1 n_1(s) + \dots + a_k n_k(s)}{d_0(s)} \quad (2.47)$$

$$\bar{\Delta}_d(s) = \frac{b_1 d_1(s) + \dots + b_m d_m(s)}{d_0(s)} \quad (2.48)$$

ขั้นตอนดังกล่าวนี้จะให้คำตอบของ H_∞ ที่ทำให้ขอบเขตเสถียรภาพของระบบน้อยกว่าความเป็นจริงเนื่องจาก

$$\sup_{a_1, \dots, a_k} |\bar{\Delta}_a(j\omega)| \leq \delta_a(\omega) \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2.49)$$

$$\sup_{b_1, \dots, b_m} |\bar{\Delta}_d(j\omega)| \leq \delta_d(\omega) \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2.50)$$

2.2 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT

FIT เป็นบทพิสูจน์ของหลักการ FNT [7] ซึ่งเป็นหลักการที่มีพื้นฐานบนทฤษฎีของไนควิสต์ โดยหลักการของไนควิสต์เป็นหลักการที่ใช้กำหนดความมีเสถียรภาพของโพลีโนเมียล (รากทั้งหมดของโพลีโนเมียลอยู่ทางซ้ายของระนาบเชิงซ้อน) เมื่อกำหนดให้ $\Gamma \subset \mathbb{C}$ เป็นเส้นโค้งปิดจอร์แดน โดยในที่นี้คำว่าจอร์แดนหมายถึงเส้นโค้งจะไม่ตัดผ่านตัวมันเองและ $\mathbb{C}$ คือเซตของจำนวนเชิงซ้อน จากนั้นกำหนดให้ $int\Gamma$ และ $ext\Gamma$ เป็นบริเวณภายในและภายนอกของ Γ ตามลำดับ โดยให้ $int\Gamma$ เป็นพื้นที่ทางซ้ายมือของระนาบเชิงซ้อนที่รากทั้งหมดของโพลีโนเมียลตั้งอยู่เพื่อแสดงถึงความมีเสถียรภาพ หลักการของไนควิสต์กล่าวไว้ว่า โพลีโนเมียล $p(s)$ กำลัง n จะมีรากทั้งหมดตั้งอยู่ทางซ้ายของระนาบ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เชิงซ้อน ก็ต่อเมื่อจุด $p(s)$ เดินทางรอบจุดกำเนิดครบ $2\pi n$ เรเดียน ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา จากหลักการดังกล่าวพบว่าจุดด้อยที่สำคัญของวิธีนี้คือจะต้องประเมินค่าของ $p(s)$ ทุกๆ จุดอย่างน้อยนับบน Γ ซึ่งทำให้การใช้วิธีดังกล่าวเกิดความไม่มีประสิทธิภาพในเชิงคำนวณ ในทางกลับกันหลักการของ FNT จะกำหนดความมีเสถียรภาพของโพลิโนเมียลโดยการพิจารณาเพียงจุดที่จำกัดของ $p(s)$ เท่านั้น เมื่อ $\text{int}\Gamma$ เป็นพื้นที่นูนออก (convex) ซึ่งสามารถกำหนดเงื่อนไขที่เพียงพอและจำเป็นดังทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 5 Finite Nyquist Theorem

กำหนดให้ $p(s) = \sum_{j=0}^n p_j s^j$ เมื่อ $n \geq 0$ และ $p_j \in \mathbb{C}$ และกำหนดให้ $\Gamma \subset \mathbb{C}$ เป็นเส้นโค้งปิดจอร์แดน เมื่อ $\text{int}\Gamma$ เป็นพื้นที่นูนออกแล้วรากทั้งหมดของ $p(s)$ จะตั้งอยู่ใน $\text{int}\Gamma$ ก็ต่อเมื่อค่า $m \geq 1$, มุม $\theta_k \in \mathbb{R}$ และลำดับของจุด s_k ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาอยู่บน Γ , $1 \leq k \leq m$ โดยที่

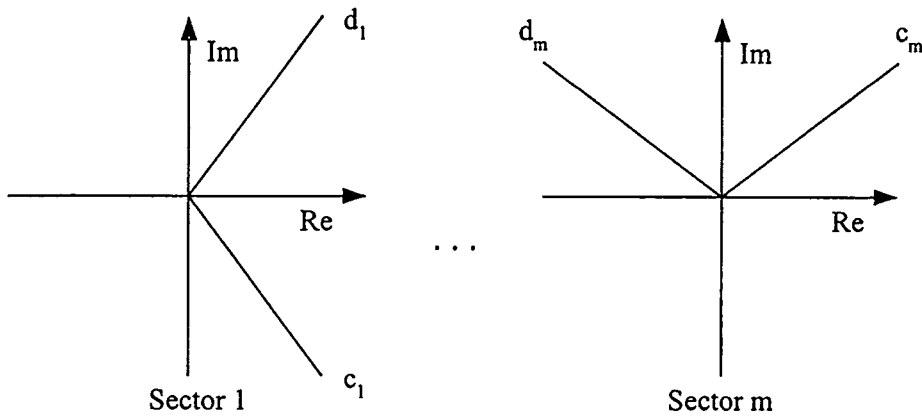
$$\forall 1 \leq k \leq m \quad |\theta_{k+1} - \theta_k| < \pi$$

$$|2\pi n + \theta_1 - \theta_m| < \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad p(s_k) \neq 0$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad \arg p(s_k) = \theta_k$$

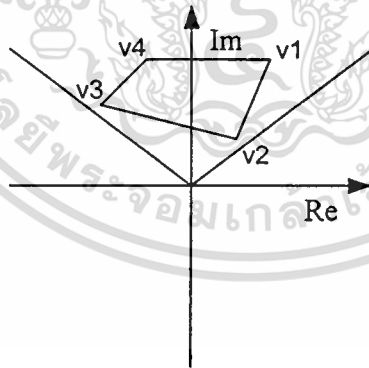
FNT จะประกันว่าสามารถกำหนดความมีเสถียรภาพของโพลิโนเมียลค่าหนึ่งได้ โดยการประเมินค่ามุมของโพลิโนเมียล ณ. จุดที่จำกัดเพียง m จุดซึ่งทำให้เกิดข้อดีในเชิงคำนวณ โดยค่า m สามารถที่จะมีค่าต่ำสุดได้เท่ากับค่ากำลังของโพลิโนเมียล l โดยทำการประเมินค่าโพลิโนเมียลที่แต่ละความถี่เป็นจำนวนเชิงซ้อน นอกจากนี้ FNT ยังประยุกต์ใช้กับกรณีของกลุ่มโพลิโนเมียล (โพลิโนเมียลหลายค่า $p(s, a)$ กำลัง n เมื่อ $a = (a_1, \dots, a_k)$ เป็นเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนและ $a \in A$ เมื่อ $A = \{a: a_1^- \leq a_1 \leq a_1^+, a_2^- \leq a_2 \leq a_2^+, \dots, a_k^- \leq a_k \leq a_k^+, \}$) เพื่อพิจารณาความมีเสถียรภาพของกลุ่มพลาเน็ตได้ ถ้าสามารถประกันว่ากลุ่มค่าต่างๆ ของโพลิโนเมียลตั้งอยู่ในเซกเตอร์ต่างๆ ที่ถูกเลือกไว้อย่างเหมาะสม ณ. ความถี่ต่างๆ ที่จำกัดคือ $0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_m$ โดยเซกเตอร์ต่างๆ แสดงได้ดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16. เซกเตอร์สำหรับ FIT

เมื่อ $-\pi/2 \leq c_1 < d_1 \leq \pi/2$, $(n\pi/2 - \pi) \leq c_m < d_m \leq (n\pi/2 + \pi)$ และความแตกต่างของเฟสระหว่างสองจุดใดๆ ซึ่งเป็นสมาชิกของสองเซกเตอร์ใดๆ ณ. i^{th} และ $(i+1)^{\text{th}}$ เมื่อ $1 \leq i \leq m-1$ จะต้องน้อยกว่า π

เพื่อตรวจสอบว่ากลุ่มค่าต่างๆ ตั้งอยู่ในเซกเตอร์ที่สอดคล้องกันหรือไม่ ทำได้โดยเพียงแค่ตรวจสอบจุดยอดของกลุ่มค่าเท่านั้น เมื่อพิจารณากรณีที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนสองค่าจะทำให้กลุ่มค่าที่แต่ละความถี่มีจุดยอด 4 จุด คือ $v_i = f_i(\underline{c})$ ซึ่งถูกจำแนกโดยพารามิเตอร์ของตัวควบคุม $\underline{c}$



รูปที่ 2.17. กลุ่มค่าในเซกเตอร์

ดังนั้น

$$\text{Re}(v_1) = \text{Re}(f_1(\underline{c})) \quad \text{Im}(v_1) = \text{Im}(f_1(\underline{c}))$$

$$\vdots$$

$$\text{Re}(v_4) = \text{Re}(f_4(\underline{c})) \quad \text{Im}(v_4) = \text{Im}(f_4(\underline{c}))$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จุดยอดทั้งหมดของกลุ่มค่าจะตั้งอยู่ในเซกเตอร์ก็ต่อเมื่อสมการ

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}(f_1(\underline{c})) &\geq k_p \operatorname{Re}(f_1(\underline{c})) \\ &\vdots \\ \operatorname{Im}(f_4(\underline{c})) &\geq k_p \operatorname{Re}(f_4(\underline{c})) \\ \operatorname{Im}(f_1(\underline{c})) &\geq k_m \operatorname{Re}(f_1(\underline{c})) \\ &\vdots \\ \operatorname{Im}(f_4(\underline{c})) &\geq k_m \operatorname{Re}(f_4(\underline{c})) \end{aligned}$$

เป็นจริง เมื่อ k_p, k_m เป็นความชันของเส้นตรงสองเส้นในระนาบที่เป็นแกนของเซกเตอร์ต่างๆ โดยเมื่อรวมสมการต่างๆ จากทุกเซกเตอร์ จะเป็นการสร้างกลุ่มที่จำกัดของสมการ ถ้า $\underline{c}$ สามารถหาค่าได้เมื่อแก้สมการเหล่านี้จะทำให้ได้ตัวควบคุมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ การสังเคราะห์ FIT จะดำเนินการด้วยวิธีที่เป็นลำดับขั้นโดยแต่ละขั้น โปรแกรมเชิงเส้นจะถูกเรียกเพื่อทำการปรับปรุงพารามิเตอร์ของตัวควบคุม $\underline{c}$ โดยตัวควบคุมเริ่มต้น เซตของความถี่เริ่มต้นและเซกเตอร์จะถูกเลือกเพื่อทำให้นาของความไม่แน่นอน A_1 เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ ในแต่ละขั้นตอนที่ทำซ้ำนั้นความถี่ใหม่จะถูกเลือกเพื่อประกันเสถียรภาพโรบัสต์สำหรับนาของความไม่แน่นอนที่มีนาเพิ่มขึ้น $A_1 \subset A_2 \subset \dots A_k$ ทำได้โดยการเลือกความถี่ซึ่งทำให้กลุ่มค่าตั้งอยู่กึ่งกลางเซกเตอร์นั้นๆ ขั้นตอนจะหยุดเมื่อนาของความไม่แน่นอนไม่สามารถที่จะเพิ่มได้อีกแล้ว อย่างไรก็ตามอิสระในการเลือกนาของเซกเตอร์ยังสามารถใช้เพื่อปรับปรุงการสังเคราะห์ได้ ซึ่งสามารถสรุปเป็นทฤษฎีดังต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 6 Finite Inclusions Theorem (สำหรับเสถียรภาพโรบัสต์)

กำหนดให้ $p(s,a) = \sum_{j=0}^n p_j s^j$, $a \in \Omega_a$, $n \geq 0$ และ $p_j : \Omega_a \rightarrow \mathbb{C}$ และกำหนดให้ $\Gamma \subset \mathbb{C}$ เป็นเส้นโค้งปิดจอร์แดน โดยที่ $\operatorname{int} \Gamma$ เป็นพื้นที่นูนออกแล้วรากทั้งหมดของ $p(s,a)$ จะตั้งอยู่ใน $\operatorname{int} \Gamma$ ถ้าค่า $m \geq 1$, ช่วงของ $(c_k, d_k) \subset \mathbb{R}$ และลำดับของจุด s_k ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาอยู่บน Γ , $1 \leq k \leq m$ โดยที่

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_m$$

$$\frac{-\pi}{2} \leq c_1 < d_1 \leq \frac{\pi}{2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad \max\{d_k - c_{k+1}, d_{k+1} - c_k\} \leq \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad p(j\omega_k, \Omega_a) \in \{re^{j\theta} | r > 0, c_k < \theta < d_k\}$$

จากทฤษฎีที่ 6 สามารถสรุปเป็นขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT ดังต่อไปนี้
กำหนดให้ตัวควบคุม

$$C(s) = \frac{x_{2q+1}s^q + x_{2q}s^{q-1} + \dots + x_{q+1}}{s^q + x_qs^{q-1} + x_{q-1}s^{q-2} + \dots + x_1} = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เป็นตัวควบคุมที่เหมาะสมอันดับ q โดยที่พารามิเตอร์ $x = (x_1, x_2, \dots, x_{2q+1})$

ขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT สำหรับเสถียรภาพโรบัสต์

1. หาตัวควบคุม x_0 ที่ทำให้พลาณค์ระบบ P_0 เกิดเสถียรภาพ จากนั้นเลือกเซตของเซกเตอร์ตามเงื่อนไขทฤษฎีที่ 6 และหาค่าความถี่ ω_k ณ จุดที่ทำให้กลุ่มค่าของโพลีโนเมียล $\psi(j\omega_k, 0)$ ตั้งอยู่กึ่งกลางของแต่ละเซกเตอร์
2. เพิ่มค่า β ขึ้นเรื่อยๆ ทีละ Δ_β
3. ทำการเรียกโปรแกรมเชิงเส้น
 - ให้ค่า x_i เป็นคำตอบเมื่อ $\beta = \beta_i$ ณ ขั้นตอนการวนรอบถ้า $\beta_i = 1$ หยุดขั้นตอนการสังเคราะห์ แล้วจะได้ตัวควบคุมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ แต่ถ้า $\beta_i < 1$ กลับไปขั้นตอนที่ 2
 - ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้เมื่อ $\beta = \beta_i$ ให้ใช้ค่า x_{i-1} และ β_{i-1} และคำนวณเซตของความถี่ใหม่ที่ทำให้กลุ่มค่าตั้งอยู่กึ่งกลางของแต่ละเซกเตอร์ แล้วไปทำขั้นตอนที่ 4
4. ลดค่า Δ_β ถ้า Δ_β น้อยกว่าค่าที่ตั้งไว้ หยุดขั้นตอนการสังเคราะห์ แล้วตัวควบคุมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์จะไม่สามารถหาได้ แต่ถ้า Δ_β ยังสามารถลดค่าได้ให้ย้อนไปขั้นตอนที่ 2

2.3 ตัวอย่างที่ 1

พิจารณาระบบที่แสดงในรูปที่ 2.18 เมื่อ $P_0(s)$ เป็นพลาณค์ระบบแบบเฟสไม่ต่ำสุด

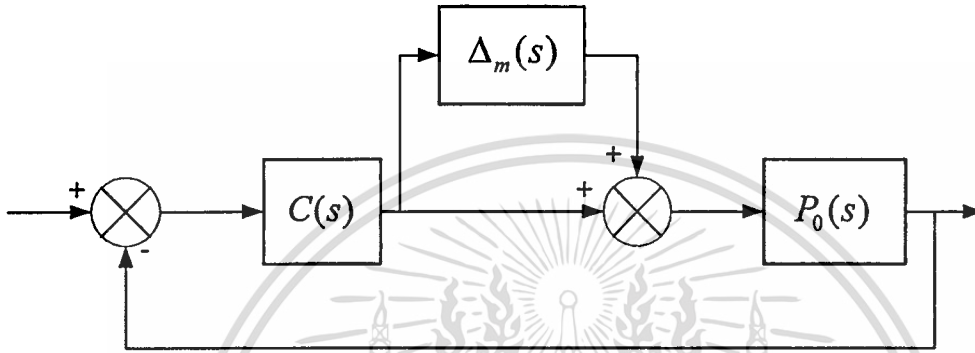
$$P_0(s) = \frac{s-1}{(s-0.1)(s+5)} \quad (2.51)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ $\Delta_m(s)$ คือความไม่แน่นอนเชิงคูณ [3]

$$\Delta_m(s, a_1, a_2) = \frac{a_1(0.5s^3 + 2.22s^2 + 40s + 1.5) + a_2(0.5s^3 - 48.31s^2 + 10s - 3.5)}{(s+1)(s+5)(s+20)} \quad (2.52)$$

ดังนั้น $P(s, a_1, a_2) = P_0(s)[1 + \Delta_m(s, a_1, a_2)]$



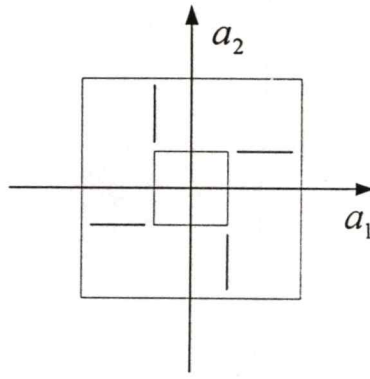
รูปที่ 2.18. ระบบป้อนกลับหาคที่มีความไม่แน่นอนเชิงคูณ

จากนั้นหาคตัวควบคุม $C(s)$ ที่ทำให้เกิดเสถียรภาพสำหรับขนาดของความไม่แน่นอนที่มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้โดยการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนทำได้โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} a_1^+ &= +\beta & a_1^- &= -\beta \\ a_2^+ &= +\beta & a_2^- &= -\beta \end{aligned}, \quad \beta \geq 0$$

$$a_1^- \leq a_1 \leq a_1^+ \text{ and } a_2^- \leq a_2 \leq a_2^+$$

ดังนั้น β เป็นพารามิเตอร์ที่ควบคุมขนาดของความไม่แน่นอน โดยวิธีการข้างต้นทำให้สามารถประยุกต์ใช้วิธีการออกแบบด้วย H_∞ ได้ เมื่อ $\max|a_1| = \max|a_2|$ ถ้าดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้กับอัตราส่วน a_1^+/a_2^+ ได้ ยกตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการที่จะให้ a_1^+/a_2^+ เป็น 5 แล้วจำเป็นที่จะต้องเริ่มต้นค่า a_1^- และ a_2^- โดยที่ $a_1^- = 1/5a_1$ และ $a_2^- = a_2$ โดยให้ผลลัพธ์ของ $|a_1^+|/|a_2^+|$ เท่ากับหนึ่ง



รูปที่ 2.19. บริเวณของความไม่แน่นอน

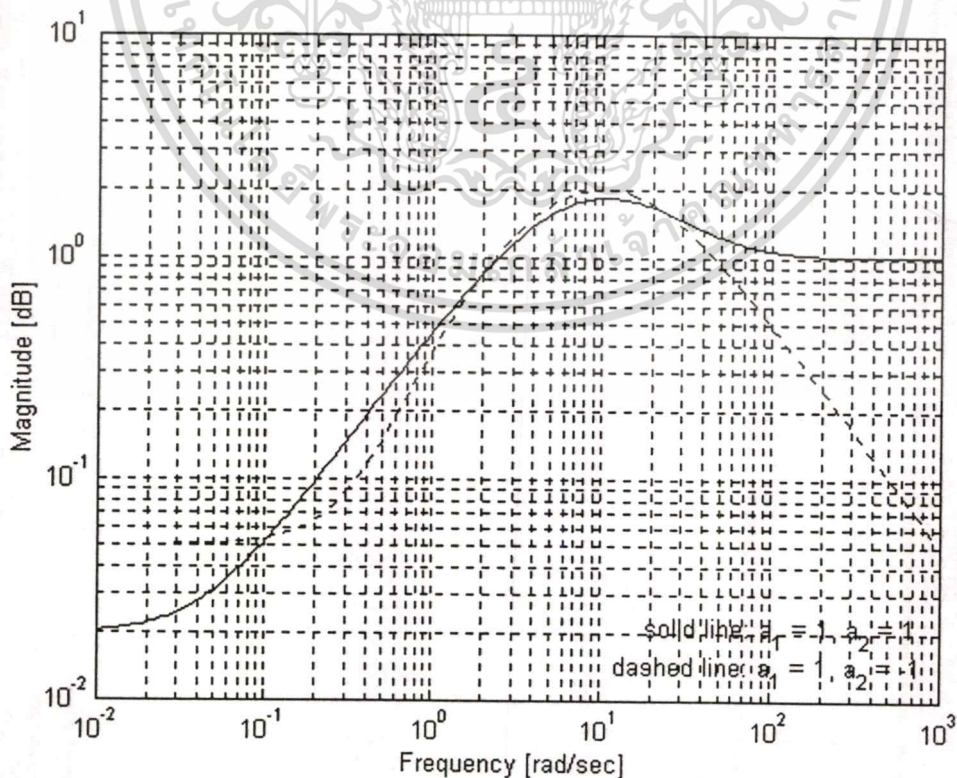
พอร์มูเลชัน:

$$\Delta_m(s, a_1, a_2) = a_1 \Phi_1(s) + a_2 \Phi_2(s)$$

ซึ่งสมมูลกับ:

$$\Delta_m(s, a_1^*, a_2^*) = 5a_1^* \Phi_1(s) + a_2^* \Phi_2(s)$$

รูปที่ 2.20 แสดงขนาดของความไม่แน่นอนเชิงคูณ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$ เมื่อรวมค่าสูงสุดสองค่า ($a_1 = +1, a_2 = +1$) และ ($a_1 = +1, a_2 = -1$)



รูปที่ 2.20. โบทพล็อตของ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$ ในกรณีที่ค่า a_1 และ a_2 มีค่าสูงสุดสองกรณี
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

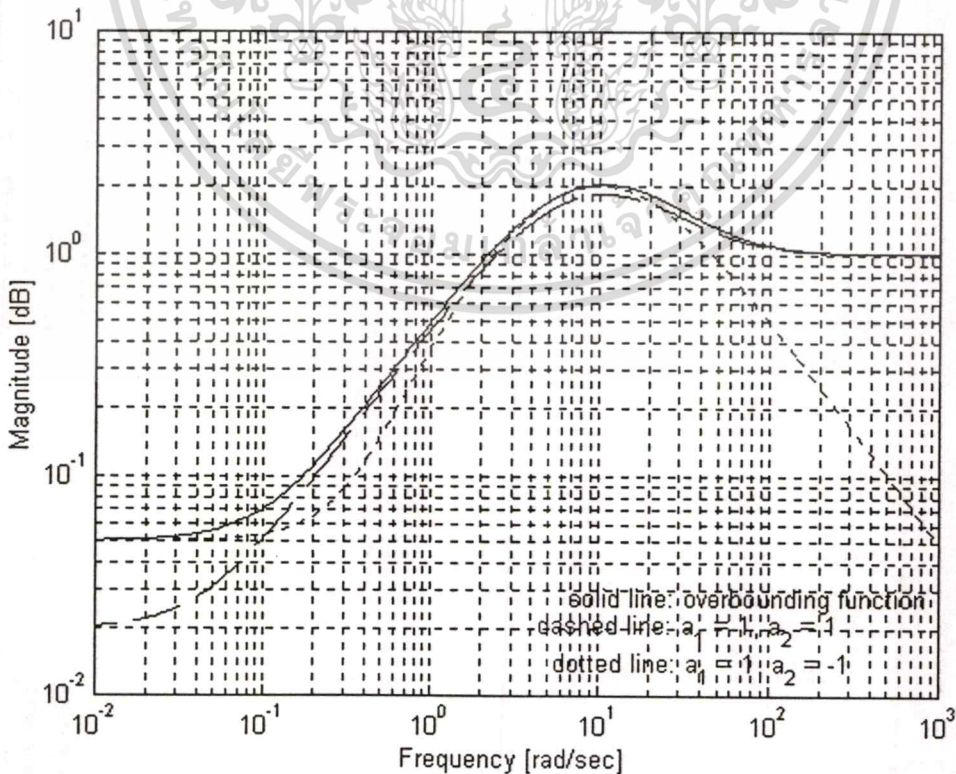
เมื่อพิจารณาจากการพล็อตพบว่าค่าสูงสุดของ $|\Delta_m(j\omega)|$ สำหรับทุกๆ ค่าของ a_1, a_2 นั้นคือ $-1 \leq a_1 \leq 1, -1 \leq a_2 \leq 1$ ไม่ได้มาจากจุดยอดจุดหนึ่ง เพื่อดำเนินการสังเคราะห์ H_∞ จำเป็นต้องหาฟังก์ชัน $f(s)$ โดยประมาณซึ่งเป็นฟังก์ชันของการกำหนดขอบเขตเกินบน $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$ นั่นคือ

$$|f(j\omega)| \geq \max_{-1 \leq a_1 \leq 1, -1 \leq a_2 \leq 1} |\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)|$$

โดยใช้ฟังก์ชันโดยประมาณต่อไปนี้

$$f(s, \beta) = \beta \frac{5(10s+1)(s+1)(\frac{s}{50}+1)}{(s+1)(s+5)(s+20)}$$

รูปที่ 2.21 แสดงขนาดของ $|f(j\omega, \beta)|$ เมื่อ $\beta=1$ เทียบกับ $|\Delta(j\omega, 1, 1)|$ และ $|\Delta(j\omega, 1, -1)|$ จากนั้นใช้การสังเคราะห์ H_∞ SPS และ FIT เพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ทำให้กลุ่มใน (2.51) และ (2.52) เกิดเสถียรภาพโรบัสต์สำหรับขนาดของความไม่แน่นอนมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ H_∞ กำหนดให้เป็น $C_\infty(s)$ ตัวควบคุมจากวิธีทางโพลิโนเมียลเป็น $C_{SPS}(s)$ และจากการสังเคราะห์ด้วย FIT เป็น $C_{FIT}(s)$ และขนาดของความไม่แน่นอนที่มากที่สุดจากแต่ละวิธีจะแทนด้วยเทอมของ β ที่มากที่สุดคือ $\beta_\infty^{\max}$, $\beta_{SPS}^{\max}$ และ $\beta_{FIT}^{\max}$ ตามลำดับ



รูปที่ 2.21 โบทพล็อตของฟังก์ชันถ่ายโอนของการกำหนดขอบเขตเกินเทียบกับ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$ ด้านการคำนวณจะเน้นเฉพาะกรณีที่ $\beta=1$ เท่านั้น อย่างไรก็ตาม การคำนวณสำหรับค่าอื่น ๆ ของ β สามารถทำได้โดยการปรับค่า β ในสมการ (2.51) และ (2.52) อย่างไรก็ตาม การคำนวณสำหรับค่าอื่น ๆ ของ β สามารถทำได้โดยการปรับค่า β ในสมการ (2.51) และ (2.52) อย่างไรก็ตาม การคำนวณสำหรับค่าอื่น ๆ ของ β สามารถทำได้โดยการปรับค่า β ในสมการ (2.51) และ (2.52)

2.3.1 การสังเคราะห์ H_∞

ในหัวข้อนี้จะพิจารณาเพียงการทำให้พลาตันเกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยสามารถหาตัวควบคุม H_∞ ที่ทำให้เกิดเสถียรภาพได้โดยการแก้ปัญหาคู่แบบจำลอง (model matching) ด้วยทฤษฎี Nevanlinna-Pick [3]

พลาตันระบบ $P_0(s)$ สามารถแสดงในเทอมของอัตราส่วนของ coprime transfer function ได้ดังนี้

$$P_0(s) = \frac{N(s)}{M(s)} \quad (2.53)$$

จากนั้นทำการหาค่าฟังก์ชันถ่ายโอนอีกสองค่าคือ $X(s)$ และ $Y(s)$ ที่ทำให้

$$N(s)X(s) + M(s)Y(s) = 1 \quad (2.54)$$

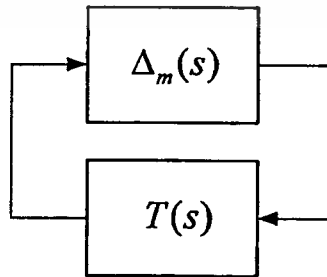
เป็นจริง เมื่อ $N(s)$, $M(s)$, $X(s)$ และ $Y(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เหมาะสมและเสถียรภาพ ซึ่งสามารถหาค่าด้วยวิธีการคูณลิตอัลกอริทึม [3] ดังต่อไปนี้

$$N(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s+6)} \quad (2.55)$$

$$M(s) = \frac{s-0.1}{s+6} \quad (2.56)$$

$$X(s) = \frac{-210.8566667}{s+6} \quad (2.57)$$

$$Y(s) = \frac{s^2 + 17.1s + 308.5666667}{(s+5)(s+6)} \quad (2.58)$$



รูปที่ 2.22. แผนภาพบล็อกที่ถูกลดทอนสำหรับความไม่แน่นอนเชิงคูณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.22 แสดงแผนภาพบล็อกที่ถูกลดทอนของระบบจากรูปที่ 2.18 เมื่อ $T(s)$ คือฟังก์ชันความไวเพิ่มเติมของลูสำหรับพลาตอร์นู $P_0(s)$ เมื่อ $\Delta_m(s)=0$ โดยความไม่แน่นอนเชิงคูณ $\Delta_m(s)$ สามารถแสดงได้ดัง (2.59)

$$\Delta_m(s) = W_s(s)\Delta(s) \quad (2.59)$$

เมื่อ $\Delta(s)$ มีค่า $|\Delta(j\omega)| < 1$ และจำนวนของโพลที่ไม่เสถียรภาพยังคงเหมือนเดิมและ $W_s(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพ ที่ทำให้เงื่อนไข

$$|\Delta_m(j\omega)| \leq |W_s(j\omega)\Delta(j\omega)| \quad \forall \omega \quad (2.60)$$

เป็นจริง ดังนั้นถ้าพลาตอร์นูมีเสถียรภาพแล้วพลาตอร์นุที่มีความไม่แน่นอนยังคงเสถียรภาพถ้า

$$\|W_s(s)T(s)\|_\infty < 1 \quad (2.61)$$

หลังจากทำ coprime factorization แล้วจะได้กลุ่มของตัวควบคุมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพภายในทุกๆ ค่าสามารถแสดงได้ดังนี้

$$C(s) = \frac{X(s) + M(s)Q(s)}{Y(s) - N(s)Q(s)}, \quad Q \in \mathcal{D} \quad (2.62)$$

เมื่อ $\mathcal{D}$ คือเซตของฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพและเหมาะสมทุกๆ ฟังก์ชัน โดยเมื่อรวมสมการ (2.53) (2.54) และ (2.62) จะได้ $T(s)$ ดังนี้

$$T(s) = N(s)X(s) + N(s)M(s)Q(s) \quad (2.63)$$

การแก้ปัญหาคาการแมตซ์แบบจำลองคือการหาค่า Q เพื่อให้ค่า γ ซึ่งเป็นค่าผิดพลาดของการแมตซ์แบบจำลองมีค่าน้อยที่สุด (γ_{opt}) สำหรับ

$$\|T_1 - T_2Q\|_\infty < \gamma \quad (2.64)$$

ดังนั้น $T_1 = W_sNX$ และ $T_2 = -W_sNM$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีนี้ $W_s(s) = \beta f(s)$ ถ้าสามารถแก้ปัญหาค่าการแมตซ์แบบจำลองเมื่อ $W_s(s) = f(s)$ แล้ว

$$\beta_{\infty}^{\max} = \frac{1}{\gamma_{opt}}$$

โดยทำการหาค่า Q และ γ_{opt} ด้วยทฤษฎีของ $N-P$ ซึ่งจะทำให้ได้ค่า $\beta < \beta_{\infty}^{\max}$ ด้วยและตัวควบคุม $C_{\infty}(s)$ จะหาได้จากสมการ (2.62) ที่ทำให้เงื่อนไข $\|W_s T\|_{\infty} < 1$ เป็นจริงเสมอ

2.3.1.1 วิธีการแก้ปัญหของ Nevanlinna-Pick [3]

$T_1(s)$ และ $T_2(s)$ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$T_1(s) = \frac{-1054.28333(s-1)(\frac{s}{50}+1)(10s+1)}{(s+5)^2(s+6)^2(s+20)} \quad (2.65)$$

$$T_2(s) = \frac{-5(s-0.1)(s-1)(\frac{s}{50}+1)(10s+1)}{(s+5)^2(s+6)^2(s+20)} \quad (2.66)$$

ขั้นตอนที่ 1 หา z_i ซึ่งเป็นขั้วของ T_2 ที่มีค่า $\text{Re}(s) > 0$

$$z_1 = 0.1 \quad z_2 = 1$$

ขั้นตอนที่ 2 กำหนด $b_i = T_1(z_i)$

$$b_1 = T_1(0.1) = 9.77465131109159e-002$$

$$b_2 = T_1(1) = 0$$

ขั้นตอนที่ 3 จากเมตริกซ์

$$A = \frac{1}{z_i + z_j} \quad B = \frac{b_i \bar{b}_j}{z_i + z_j}$$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{1.1} \\ \frac{1}{1.1} & 0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4.777195124071494e-002 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย γ_{opt} คือค่ารากที่สองของค่าเฉพาะจริงที่มากที่สุดของเมทริกซ์ $A^{-1/2}BA^{-1/2}$ เมื่อ $A^{-1/2} = (A^{1/2})^{-1}$ และ $A^{1/2}A^{1/2} = A$

จากข้อมูลข้างต้นสามารถหา γ_{opt} ได้ ดังนี้

$$\gamma_{opt} = 1.194680193802231e - 001$$

โดยค่านี้ถูกตรวจสอบโดยการใช้วิธีปริภูมิสถานะสำหรับการแก้ปัญหาการแมตซ์แบบจำลอง โดยจากค่า γ_{opt} ทำให้สามารถหา $\beta_{\infty}^{\max}$ ได้คือ

$$\beta_{\infty}^{\max} = \frac{1}{\gamma_{opt}} = 8.370440936309199e + 000$$

ขั้นตอนที่ 4 หา $Q(s)$ และตัวควบคุม $C_{\infty}(s)$

$Q(s)$ สามารถหาได้จาก

$$Q(s) = \frac{T_1(s) - \gamma_{opt} G(s)}{T_2(s)} \quad (2.67)$$

โดย $G(s)$ คือคำตอบจากการแก้ปัญหา $N-P$ ที่ใช้ข้อมูลต่อไปนี้

$$z_1 = 0.1 \quad z_2 = 1$$

$${}_{\gamma_{opt}}^{-1}b_1 = \frac{9}{11} \quad {}_{\gamma_{opt}}^{-1}b_2 = 0$$

โดยพบว่า $G(s)$ คือ

$$G(s) = \frac{1-s}{s+1} \quad (2.68)$$

และ จะได้ $C_{\infty}(s)$ ดังนี้

$$C_{\infty}(s) = \frac{-(s+5)^2(s+20)}{9.370440936309199s^2 + 452.6665759390309s + 581.47795318454}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า (2.69)

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2 การสังเคราะห์ FIT

หัวข้อนี้จะประยุกต์ใช้หลักการจากหัวข้อ 2.2 เพื่อทำการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่มีอันดับเท่ากับ H_∞ โดยขนาดของเซกเตอร์สำหรับตัวอย่างนี้และตัวอย่างต่อไปเลือกไว้ที่ค่า $3\pi/4$ และตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ได้จาก H_∞ ดังสมการ (2.69) จากขั้นตอนของการสังเคราะห์ด้วย FIT สามารถคำนวณผลลัพธ์ได้ดังนี้

$$\beta_{FIT}^{\max} = 8.7245 \quad (2.70)$$

$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= -0.10671856391786s^3 - 3.20155691753566s^2 + \\ &\quad -24.01167688151741s - 53.35928195892559 \\ d_c(s) &= (s^2 + 48.30792691782611s + 62.05449211374794) \end{aligned} \quad (2.71)$$

2.3.3 การสังเคราะห์ SPS

หัวข้อนี้กลุ่มของพลาตันที่มีพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอนสองค่าในเทอมเศษ เมื่อประยุกต์หลักการจากหัวข้อ 2.1.1.2 จะได้โพลีโนเมียลคุณลักษณะสิบหกค่า (โดยมีสิบสองโพลีโนเมียลที่แตกต่างกัน) ดังสมการที่ (2.72) และจากนั้นทำการหาตัวควบคุมที่ทำให้กลุ่มของโพลีโนเมียลทั้งสิบสองค่าเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน ในที่นี้จะทำการปรับปรุงตัวควบคุม $C_\infty(s)$ ด้วยหลักการของ SPS โดยให้ $C_{SPS}(s) = KC_\infty(s)$ ทำการปรับอัตราขยาย (gain) K เพื่อให้โพลีโนเมียลทั้งสิบสองค่าเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกันสำหรับค่าขนาดของความไม่แน่นอนที่มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ผลลัพธ์ที่ได้แสดงดังสมการที่ (2.73)

$$\begin{aligned}
\Psi_1(s) &= \Phi_0(s) + \beta y(s)n_1(s) + \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_2(s) &= \Phi_0(s) + \beta(s)n_1(s) - \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_3(s) &= \Phi_0(s) + \beta y(s)n_1(s) + \beta x(-s)n_2(-s) \\
\Psi_4(s) &= \Phi_0(s) + \beta y(s)n_1(s) - \beta x(-s)n_2(-s) \\
\Psi_5(s) &= \Phi_0(s) - \beta y(s)n_1(s) + \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_6(s) &= \Phi_0(s) - \beta y(s)n_1(s) - \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_7(s) &= \Phi_0(s) - \beta y(s)n_1(s) + \beta x(-s)n_2(-s) \\
\Psi_8(s) &= \Phi_0(s) - \beta y(s)n_1(s) - \beta x(-s)n_2(-s) \\
\Psi_9(s) &= \Phi_0(s) + \beta y(-s)n_1(-s) + \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_{10}(s) &= \Phi_0(s) - \beta y(-s)n_1(-s) + \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_{11}(s) &= \Phi_0(s) + \beta y(-s)n_1(-s) - \beta x(s)n_2(s) \\
\Psi_{12}(s) &= \Phi_0(s) - \beta y(-s)n_1(-s) - \beta x(s)n_2(s)
\end{aligned} \tag{2.72}$$

$$\beta_{SPS}^{\max} = 8.151 \tag{2.73}$$

สำหรับตัวควบคุม

$$C_{SPS} = 0.9815C_{\infty} \tag{2.74}$$

สำหรับตัวอย่างนี้การสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วยวิธีการโพลีโนเมียลจะให้ค่าขนาดของความไม่แน่นอนน้อยที่สุด โดยผลลัพธ์ที่ดีที่สุด (β มากที่สุด) ได้มาจากการสังเคราะห์ FIT

2.4 ตัวอย่างที่ 2

พิจารณาระบบต่อไปนี้ด้วยพลาตอร์แบบเฟสไม่ต่ำสุด

$$P_0(s) = \frac{(s+1)(s+10)}{(s+2)(s+4)(s-1)} \tag{2.75}$$

และความไม่แน่นอนเชิงคูณ

$$\Delta_m(s, a_1, a_2) = \frac{a_1(5.5s+7) + a_2(s^2 + 0.5s+2)}{(s+1)(s+10)} \tag{2.76}$$

เมื่อ

$$P(s, a_1, a_2) = P_0(s)(1 + \Delta_m) \tag{2.77}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.1 การสังเคราะห์ H_∞

ด้วยวิธีการเดียวกับตัวอย่างที่แล้ว โดยใช้วิธี Nevanlinna-Pick เพื่อหาตัวควบคุมสำหรับขนาดของความไม่แน่นอนที่มากที่สุดที่จะเป็นไปได้ โดย $\max_\omega |\Delta(j\omega, a_1, a_2)|$ ไม่ได้มาจากจุดยอดจุดหนึ่งที่ทุกๆ ค่า $\omega \in [0, \infty)$ จึงจำเป็นต้องหาฟังก์ชันถ่ายโอนของการกำหนดขอบเขตเกินบางฟังก์ชันเพื่อทำการสังเคราะห์ H_∞ รูปที่ 2.23 แสดงขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอนของการกำหนดขอบเขตเกินเทียบกับ $|\Delta_m|$ ในกรณีทีพารามิเตอร์ไม่แน่นอนสองค่ามีค่าสูงสุด ดังนั้น $W(s)$ แสดงได้ดังนี้

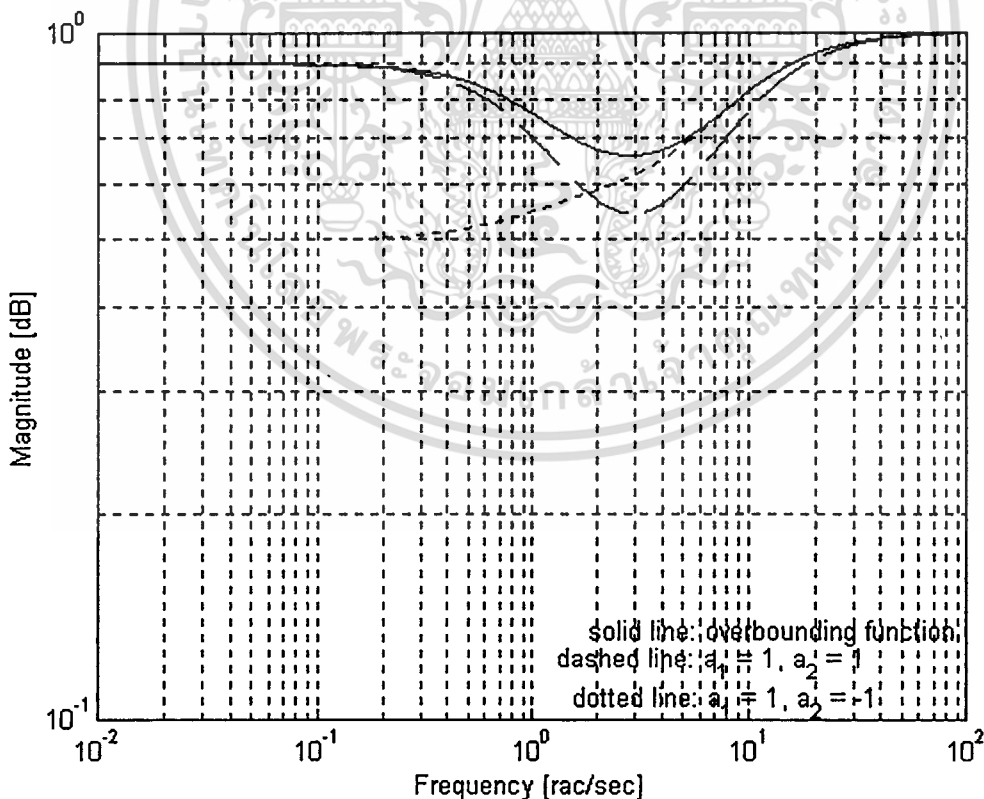
$$W(s) = \frac{s^2 + 7.28s + 9}{(s+1)(s+10)} \quad (2.78)$$

พบว่า

$$\rho_\infty^{\max} = 1.2173$$

และ

$$C_\infty(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{1.273(0.214545s - 1.14545)}$$



รูปที่ 2.23. โบทพล็อตของฟังก์ชันถ่ายโอนของการกำหนดขอบเขตเกินเทียบกับ $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$

2.4.2 การสังเคราะห์ FIT

ดำเนินการตามขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT โดยใช้ตัวควบคุมเริ่มต้น C_∞ ข้างต้นจะได้ค่า $\beta^{\max}$ ดังนี้

$$\beta_{FIT}^{\max} = 1.3704$$

และตัวควบคุมที่สอดคล้องกันคือ

$$C_{FIT}(s) = \frac{3.65890605700436s^2 + 21.95343634202615s + 29.27124845603487}{s - 5.33897317579063}$$

2.4.3 การสังเคราะห์ SPS

สังเคราะห์ตัวควบคุมโดยการใช้วิธีการเดียวกับตัวอย่างที่แล้ว โดยปรับอัตราขยายของตัวควบคุมเพื่อให้โพลีโนเมียลทุกค่าเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน ผลลัพธ์ที่ได้คือขนาดของความไม่แน่นอนที่มากที่สุด นั่นคือ

$$\beta_{SPS}^{\max} = 1.36$$

และตัวควบคุม

$$C_{SPS}(s) = 0.64C_\infty(s)$$

สำหรับตัวอย่างนี้วิธีของ FIT ให้ค่าขนาดของความไม่แน่นอนมากที่สุดเช่นเดิมและวิธีการของโพลีโนเมียลดีกว่า H_∞ “ดีกว่า” ในกรณีที่ใช้ฟังก์ชันของการกำหนดขอบเขต $W(s)$ ดังตัวอย่างข้างต้น แต่เพื่อให้แน่ใจว่าในกรณีนี้วิธีการของโพลีโนเมียลให้ค่าขนาดของความไม่แน่นอนมากกว่า H_∞ จึงต้องหาค่า $W(s)$ ที่ดีที่สุด ดังหัวข้อต่อไป

2.5 การปรับปรุงคำตอบของ H_∞ จากตัวอย่างที่ 2

จะเห็นว่าฟังก์ชันของการกำหนดขอบเขต (2.78) ที่เลือกไว้ในตัวอย่างที่ 2 เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนโดยประมาณอันดับสองที่ดีที่สุดซึ่งเหมาะกับค่าของขนาดของความไม่แน่นอนเชิงคูณ (2.76) ที่ทุกๆ ค่า $-1 \leq a_1 \leq 1$ และ $-1 \leq a_2 \leq 1$ ณ. $\omega = 0$ และ $\omega = \infty$ อย่างไรก็ตามเท่าที่จริงแล้วขอบเขตดังกล่าวไม่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไขขอบเขตที่ดีที่สุดในทางกลับกันขอบเขตที่แตกต่างจากนี้ยังสามารถหาค่าได้ซึ่งให้ค่า $\beta_{\infty}^{\max}$ ที่มากกว่า ขั้นตอนต่อไปคือการหาขอบเขตที่ดีกว่าดังกล่าว

สำหรับการแก้ปัญหาด้วย $N-P$ จำเป็นต้องหา $P_0(s)$ ต่อไปนี้

$$P_0(s) = \frac{N(s)}{M(s)} \quad (2.79)$$

เมื่อ $N(s)$ และ $M(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพ ได้ผลที่ตามมาคือโพลที่ไม่เสถียรภาพใดๆ ค่าของ $P_0(s)$ จะปรากฏเป็นซีโรทางขวามือของระนาบเชิงซ้อนของ $M(s)$ ในกรณีนี้มีโพลที่ไม่เสถียรภาพเพียงหนึ่งค่าที่ $s=1$ การแก้ปัญหาค่าการแมตซ์แบบจำลองก็คือเพื่อลดค่า γ_{opt} ให้น้อยที่สุด ซึ่งถูกกำหนดเป็นค่าเอกฐานที่มากที่สุดของเมตริกซ์ $A^{-1/2}BA^{-1/2}$ จากหัวข้อ 2.3.1 สำหรับนิยามของเมตริกซ์ A และ B เมื่อมีเพียงหนึ่งโพลที่ไม่เสถียรภาพในพลาเนตอร์นุ เมตริกซ์ A และ B จะมีเพียงขนาดอย่างเดียว โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมตริกซ์ B สามารถแสดงได้ดังนี้

$$B = c(T_1(1))^2 \quad (2.80)$$

เมื่อ c เป็นค่าคงที่บวกบางค่า

เมื่อ $T_1 = W_r NX$ ดังนั้นจึงต้องหา $W_r(s)$ ที่ต่ำที่สุด ณ จุดที่ $s=1$ นอกจากนี้ยังต้องทำการเลือกขอบเขต W_r เพื่อให้ตัวควบคุมเป็นอันดับสอง โดยคำตอบของ H_{∞} สำหรับปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพเป็นคำตอบแบบผ่านหมด ในที่นี้คือ $W_r T$ เป็นฟังก์ชันแบบผ่านหมด เมื่อ $T(s)$ เป็นฟังก์ชันความไวเดิมเต็มทีระบุสำหรับตัวอย่างนี้

$$T(s) = \frac{y(s)(s+1)(s+10)}{y(s)(s+1)(s+10) + x(s)(s+2)(s+4)(s-1)} \quad (2.81)$$

เมื่อ $y(s)$ และ $x(s)$ แทนเทอมเศษและเทอมส่วนของตัวควบคุมตามลำดับ โดยถ้าเลือก W_r เป็น

$$W_r(s) = \frac{ks^2 + a_1 s + a_0}{(s+1)(s+10)} \quad (2.82)$$

ตัวควบคุมอันดับสองที่สามารถประกันว่า $W_r T$ เป็นฟังก์ชันแบบผ่านหมด (โดยในที่นี้ พารามิเตอร์ a_1 และ a_0 ไม่ได้เป็นพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนของพลาเนตอร์นุ) ดังนั้นจึงทำการลดผลบวก $k + a_0 + a_1$ ($W_r(s)$ ถูกประเมินที่ $s=1$) และเงื่อนไขต่อไปนี้เป็นที่พึงปรารถนาอย่างยิ่งที่จะรับประกันว่าเงื่อนไขเหล่านี้จะไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$|W_s(j\omega)| \geq |\Delta_m(j\omega, 1, 1)| \quad (2.83)$$

$$|W_s(j\omega)| \geq |\Delta_m(j\omega, 1, 1)| \quad (2.84)$$

จะต้องเป็นจริงสำหรับทุกๆ ค่า $\omega \in [0, \infty)$ เมื่อ Δ_m ถูกกำหนดโดย (2.76)

หลังจากแทนค่าต่างๆ ตาม (2.83) และ (2.84) แล้วและทำการแทนค่า ω^2 ด้วย α ทำให้เกิดปัญหาการทำให้ดีที่สุดในที่สุด ดังต่อไปนี้

$\min(k + a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้ :

$$k \geq 1$$

$$a_0 \geq 9$$

$$(k^2 - 1)\alpha^2 + (a_1^2 - 2a_0k - 18)\alpha + a_0^2 - 81 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

$$(k^2 - 1)\alpha^2 + (a_1^2 - 2a_0k - 35)\alpha + a_0^2 - 25 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

จะเห็นว่าเงื่อนไขต่างๆ ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ α ซึ่งสามารถแปรค่าจาก 0 ถึง ∞ หนึ่ง สามารถปรับเปลี่ยนปัญหาไปสู่กรณีย่อย โดยในแต่ละกรณีวัตถุประสงค์เชิงเส้นจะอยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ไม่เป็นเชิงเส้น

กรณีที่ 1 : $k = 1$ และ $a_0 = 9$

$\min(a_1)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$(a_1^2 - 36)\alpha \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

$$(a_1^2 - 53)\alpha \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

กรณีที่ 2 : $k = 1$ และ $a_0 > 9$

$\min(a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$(a_1^2 - 2a_0 - 18)\alpha + a_0^2 - 81 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

$$(a_1^2 - 2a_0 - 35)\alpha + a_0^2 - 25 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

โดยที่

$\min(a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$a_0 > 9$$

$$a_1^2 - 2a_0 - 35 \geq 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ 3 : $k > 1$ และ $a_0 = 9$

$\min(a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$(k^2 + 1)\alpha^2 + (a_1^2 - 2a_0 - 18) \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

$$(k^2 + 1)\alpha^2 + (a_1^2 - 2a_0 - 35)\alpha + 56 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

ซึ่งยังกำเนิดปัญหาย่อยๆ อีกสองข้อ :

$\min(a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

$$a_1^2 - 18k - 18 \geq 0$$

$$224(k^2 + 1)\alpha - (a_1^2 - 18k - 35)^2 \geq 0$$

$\min(a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

$$a_1^2 - 18k - 18 \geq 0$$

$$a_1^2 - 18k - 35 \geq 0$$

กรณีที่ 4 : $k > 1$ และ $a_0 > 9$

$\min(k + a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

$$a_0 > 9$$

$$(k^2 - 1)\alpha^2 + (a_1^2 - 2a_0 - 18)\alpha + a_0^2 - 81 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

$$(k^2 - 1)\alpha^2 + (a_1^2 - 2a_0k - 35)\alpha + a_0^2 - 25 \geq 0 \quad \forall \alpha \geq 0$$

ซึ่งยังกำเนิดปัญหาย่อยๆ อีกสี่ข้อ :

$\min(k + a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้โดยไม่ขออนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &-(a_1^2 - 2a_0k - 18)^2 + 4(k^2 - 1)(a_0^2 - 81) \geq 0 \\
 &-(a_1^2 - 2a_0k - 35)^2 + 4(k^2 - 1)(a_0^2 - 25) \geq 0
 \end{aligned}$$

$\min(k + a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

$$a_0 > 9$$

$$a_1^2 - 2a_0k - 18 \geq 0$$

$$a_1^2 - 2a_0k - 35 \geq 0$$

$\min(k + a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

$$a_0 > 9$$

$$-(a_1^2 - 2a_0k - 18)^2 + 4(k^2 - 1)(a_0^2 - 81) \geq 0$$

$$a_1^2 - 2a_0k - 35 \geq 0$$

$\min(k + a_1 + a_0)$ อยู่ภายใต้เงื่อนไขดังนี้:

$$k > 1$$

$$a_0 > 9$$

$$a_1^2 - 2a_0k - 18 \geq 0$$

$$-(a_1^2 - 2a_0k - 35)^2 + 4(k^2 - 1)(a_0^2 - 25) \geq 0$$

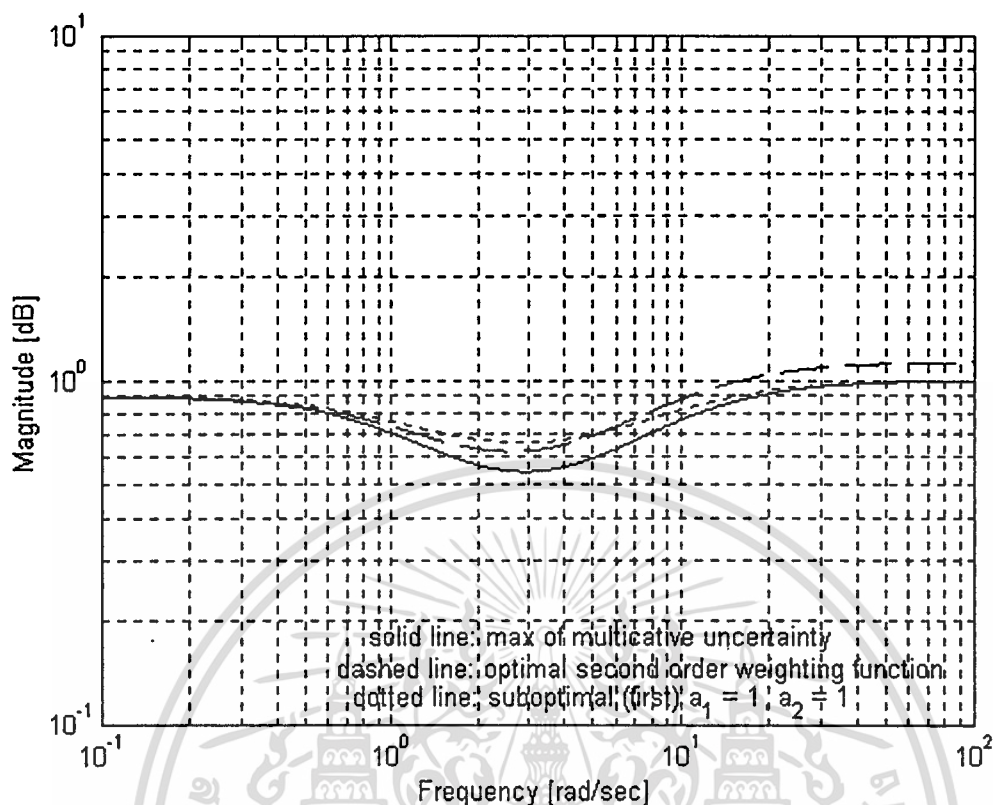
หลังจากทำการเลือกค่าที่ต่ำที่สุดจากทุกคำตอบของทุกปัญหาย่อยทำให้พบ W_s ที่ดีที่สุด ดังนี้

$$W_s(s) = \frac{1.13366082837215s^2 + 6.88573032033468s + 9}{(s+1)(s+10)} \quad (2.85)$$

รูปที่ 2.24 แสดงการพล็อตขนาดของ $W_s(j\omega)$ และสามารถหา $\beta_{\infty}^{\max}$ สำหรับ ฟังก์ชันน้ำหนักดังกล่าว ได้ดังนี้

$$\beta_{\infty}^{\max} = 1.2926$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.24. โพลพล็อตของฟังก์ชันน้ำหนักอันดับสองที่ดีที่สุด

2.6 สรุป

จากตัวอย่างที่ 1 พบว่าเมื่อทำการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT จะทำให้ขนาดของความไม่แน่นอน $\beta^{\max}$ มีค่ามากที่สุด ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าระบบจากตัวควบคุมนี้จะมีขอบเขตเสถียรภาพมากกว่าวิธีอื่น และจากตัวอย่างที่ 2 พบว่าในกรณีนี้ด้วยวิธีการทางโพลีโนเมียลทำให้ขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนมากกว่า H_{∞} โดยทำการพิสูจน์ต่อด้วยการหาค่าฟังก์ชันน้ำหนักที่ดีกว่า ซึ่งพบว่าให้ผลลัพธ์ที่ทำให้มีขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนมากกว่ากรณีใช้ฟังก์ชันน้ำหนักเดิม แต่ในกรณีนี้ผลลัพธ์ที่ได้ก็ยังไม่ดีกว่าวิธีการทางโพลีโนเมียล ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความยากในการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_{∞} สำหรับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง ในทางกลับกันเมื่อมองถึงการสังเคราะห์ด้วย FIT จะเห็นว่าความพยายามในการคำนวณหาตัวควบคุม C_{∞} มีมากกว่า และยังไม่สามารถบอกได้ว่าจะไม่มีการฟังก์ชันน้ำหนักที่มีอันดับสูงกว่าที่จะทำให้สามารถหาตัวควบคุมอันดับสองได้ และให้ผลลัพธ์ที่มีขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนมากกว่า จุดนี้จึงเป็นจุดหนึ่งที่ทำให้การสังเคราะห์ H_{∞} ทำให้ระบบมีขอบเขตเสถียรภาพน้อยกว่า

บทที่ 3

การสังเคราะห์ตัวควบคุมสำหรับสมรรถนะโรบัสต์

ในทางปฏิบัติสิ่งหนึ่งที่สำคัญมากคือความสามารถในการสังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งไม่เพียงแต่ทำให้กลุ่มของพลานต์ที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงทั้งหมดเกิดเสถียรภาพโรบัสต์แต่ยังทำให้กลุ่มของพลานต์ดังกล่าวเป็นไปตามวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะด้วย โดยทั่วไปสำหรับขนาดของความไม่แน่นอนที่กำหนดจะไม่สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมเพื่อทำให้กลุ่มของพลานต์เกิดเสถียรภาพโรบัสต์และเป็นไปตามวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะได้ตามต้องการ ดังนั้นในบทนี้จะนำหลักการของ FIT ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์มาประยุกต์เพื่อให้เกิดวิธีการสังเคราะห์ FIT สำหรับสมรรถนะที่โรบัสต์ โดยมีวิธีการคือเริ่มต้นด้วยการหาตัวควบคุมซึ่งประกันสมรรถนะของพลานต์ระบุ จากนั้นดำเนินการเพื่อเพิ่ม “ขนาด” ของความไม่แน่นอนเพื่อทำให้ระบบเกิดสมรรถนะโรบัสต์และเสถียรภาพโรบัสต์สำหรับขนาดของความไม่แน่นอนที่มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

กำหนดให้วัตถุประสงค์ของสมรรถนะเป็นขอบเขตบนฟังก์ชันถ่ายโอนของรูป โดยวัตถุประสงค์ข้อหนึ่งทางสมรรถนะคือความสามารถในการติดตามสัญญาณอ้างอิงเชิงเส้นกำกับ โดยตัวอย่างต่างๆ ในบทนี้จะทำการสังเคราะห์ตัวควบคุมเพื่อให้ระบบเกิดสมรรถนะโรบัสต์ในการติดตามสัญญาณอ้างอิง ถ้ากำหนดให้ $|W_1^{-1}(j\omega)|$ เป็นข้อกำหนดทางสมรรถนะในการติดตามสัญญาณที่ต้องการแล้ว ดังนั้นข้อกำหนดดังกล่าวสามารถแสดงได้ ดังนี้ [1, 3]

$$|S(j\omega)| \leq |W_1^{-1}(j\omega)| \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (3.1)$$

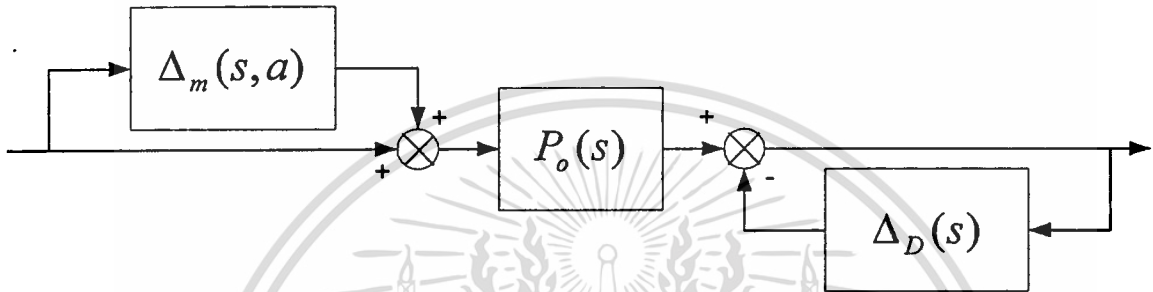
หรือ

$$|S(j\omega)W_1(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (3.2)$$

เมื่อ $S(s)$ คือฟังก์ชันความไวของระบบ จากนั้นแปลงข้อกำหนดดังกล่าวไปสู่ปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์โดยอาศัยความไม่แน่นอนเชิงหาร $\Delta_D(s)$ ที่กำหนดขึ้น นั่นคือ $\Delta_D(s) = \Delta W_1(s)$ โดย $W_1(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเฟสต่ำสุดที่เสถียรภาพ เมื่อส่วนกลับของขนาดของ $W_1(s)$ คือขอบเขตที่ต้องการและ $\Delta(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนเสถียรภาพที่เหมาะสม โดย $|\Delta(j\omega)| \leq 1$ และจำนวนโพลที่ไม่เสถียรภาพของพลานต์ระบุและพลานต์ที่มีความไม่แน่นอนยังคงเหมือนเดิม ดังนั้นถ้าสามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งทำให้พลานต์ที่มีความไม่แน่นอนดังกล่าวเกิดเสถียรภาพโรบัสต์และเป็นไปตามเงื่อนไข (3.1) แล้ว ตัวควบคุมดังกล่าวจะทำให้เกิดสมรรถนะโรบัสต์

3.1 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_∞

จากบทที่สองซึ่งพิจารณาเพียงเสถียรภาพโรบัสต์ได้นำเสนอพลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอน $P(s, a)$ โดยการใช้แบบจำลองของความไม่แน่นอนเชิงคูณ $\Delta_m(s, a)$ เมื่ออาศัยแบบจำลองดังกล่าวทำให้สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_∞ ได้และเมื่อรวมเอาวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะเข้ามาพิจารณาด้วย จึงต้องอาศัยแบบจำลองของความไม่แน่นอนเชิงหารที่กำหนดขึ้นมาเพื่อใช้แทนวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะ ($\Delta_D(s)$) โดยรูปที่ 3.1 แสดงแผนภาพบล็อกของระบบที่กล่าวมาข้างต้น



รูปที่ 3.1. พลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์และความไม่แน่นอนเชิงหารที่กำหนดขึ้นเพื่อแทนวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะ

เพื่อทำการสังเคราะห์ H_∞ จึงต้องกำหนดขอบเขตบนขนาดของ $\Delta_D(s)$ เป็นข้อกำหนดทางสมรรถนะ ($W_1(s)$) จากนั้นหาขอบเขตบน $|\Delta_m(j\omega, a)|$ สำหรับทุกๆ ค่าของ $a \in A$ โดยที่ $A = \{a_1^- \leq a_1^+, \dots, a_n^- \leq a_n^+\}$ ซึ่งเป็นขนาดของความไม่แน่นอนที่กำหนด นั่นคือฟังก์ชันโดยประมาณ ($W_3(s)$) ที่ทำให้เงื่อนไข

$$|W_3(j\omega)| \geq \max_{a \in A} |\Delta_m(j\omega, a)| \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad (3.3)$$

เป็นจริง ดังนั้นเงื่อนไขที่เพียงพอและจำเป็นสำหรับสมรรถนะโรบัสต์ คือ

$$\| |W_1 S| + |W_3 T| \|_\infty < 1 \quad (3.4)$$

โดยที่ S และ T คือฟังก์ชันความไวและฟังก์ชันความไวเพิ่มเติมที่ระบุตามลำดับ จากเงื่อนไข (3.4) สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_∞ ได้ เมื่อใช้หลักการทางเรขาคณิตจะได้เงื่อนไขที่เทียบเคียงกับ (3.4) ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left\| |W_1 S|^2 + |W_3 T|^2 \right\|_{\infty} < \frac{1}{2} \quad (3.5)$$

โดยเงื่อนไขข้างต้นจะเทียบเคียงกับการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ทำให้ نرمอนันต์ ซึ่งในที่นี้เรียกว่า cost function ต่อไปนี้

$$T_{y1u1} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

มีค่าไม่เกิน $1/\sqrt{2}$

3.2 วิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT

ในหัวข้อนี้แสดงให้เห็นถึงวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT เพื่อให้ระบบเกิดเสถียรภาพ โรบัสต์และเป็นไปตามวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะโรบัสต์ โดยดำเนินการด้วยวิธีดังต่อไปนี้

พิจารณาระบบป้อนกลับแบบ SISO ดังแสดงในรูปที่ 2.1 เมื่อ $C(s) = y(s)/x(s)$ เป็นตัวควบคุมที่เหมาะสม โดยฟังก์ชันความไวของระบบดังกล่าวคือ

$$S(s, a) = \frac{x(s)d(s, a)}{x(s)d(s, a) + y(s)n(s, a)} \quad (3.7)$$

และ $\phi(s, a) = x(s)d(s, a) + y(s)n(s, a)$ คือโพลีโนเมียลคุณลักษณะของลูปปิด วัตถุประสงค์ของการติดตามสัญญาณอ้างอิงโรบัสต์คือการออกแบบตัวควบคุม $C(s)$ ซึ่งทำให้ลูปเกิดเสถียรภาพโรบัสต์ และประกันว่า $|S(j\omega, a)| < |W_1^{-1}(j\omega)|$ เป็นจริง สำหรับทุกๆ ค่าของ $\omega \in [0, \infty)$ และ $a \in A$ เมื่อ $W_1^{-1}(s) = d_w(s)/n_w(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนที่เสถียรภาพซึ่งเหมาะสมอย่างเคร่งครัดและเป็นแบบเฟสต่ำสุด โดยข้อกำหนดดังกล่าวสามารถกล่าวอย่างสมมูลย์ ได้ดังนี้

$$|W_1(j\omega)S(j\omega, a)| < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad \text{และ} \quad a \in A \quad (3.8)$$

โดยเงื่อนไขดังกล่าวสมมูลย์กับเงื่อนไข ต่อไปนี้

$$|\theta(j\omega)W_1(j\omega)S(j\omega, a)| < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty) \quad \text{และ} \quad a \in A \quad (3.9)$$

เมื่อ $\theta(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนใดๆ ที่เสถียรภาพและเหมาะสม โดย $|\theta(j\omega)| \leq 1$ สำหรับทุกๆ ค่า $\omega \in [0, \infty)$ ในทางกลับกันสำหรับการที่ไม่มีพลาตันในกลุ่มและไม่มีควมถี่ ทำให้ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$re^{ja} \frac{n_{w1}(j\omega)x(j\omega)d(j\omega,a)}{d_{w1}(j\omega)\phi(j\omega,a)} = -1 \quad (3.10)$$

เมื่อ $0 \leq r \leq 1$ และ $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ จากเงื่อนไขดังกล่าวสามารถกล่าวอย่างสมมูลได้ว่าโพลิโนเมียล (เมื่อ $n_{w1}(s)$ และ $\phi(s,a)$ เสถียรภาพ)

$$re^{ja}n_{w1}(j\omega)x(j\omega)d(j\omega,1) + d_{w1}(j\omega)\phi(j\omega,a) \quad (3.11)$$

ไม่ควรที่จะเป็นศูนย์เมื่อ $0 \leq r \leq 1$, $\alpha \in [0, 2\pi)$, $a \in A$ และ $\omega \in [0, \infty]$ ใดๆ ดังนั้นถ้าโพลิโนเมียล

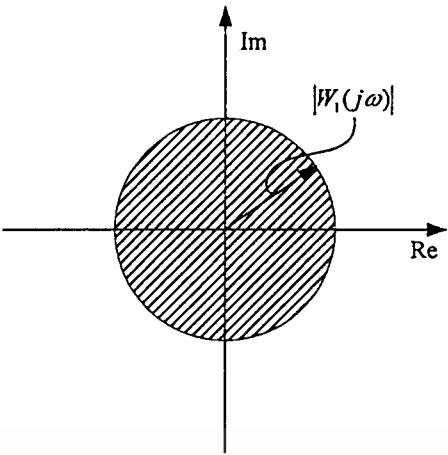
$$\psi(s,a,r,\alpha) = re^{ja}n_{w1}(s)d(s,a) + d_{w1}(s)\phi(s,a) \quad (3.12)$$

เสถียรภาพสำหรับทุกๆ ค่าของ $\alpha \in [0, 2\pi)$, $a \in A$ และ $r \in [0, 1]$ แล้วระบบจะเกิดสมรรถนะ โรบัสต์ตามข้อกำหนด

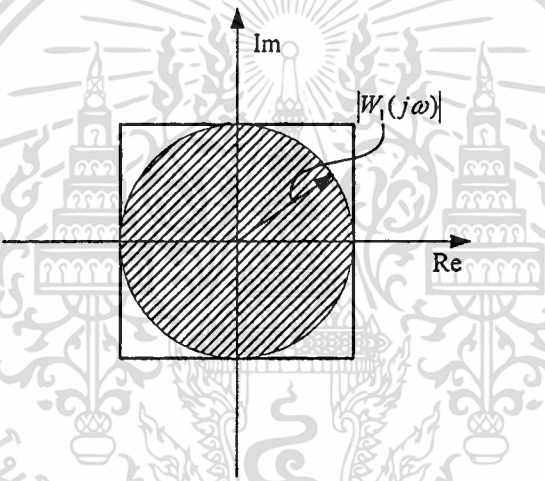
ความไม่แน่นอนซึ่งถูกกำหนดขอบเขตด้วยนอร์ม $\Delta_D(s)$ ที่แต่ละความถี่ ω จะแทนด้วยรูปทรงวงกลมในระนาบเชิงซ้อนที่มีรัศมีเท่ากับขนาดของ $W_1(j\omega)$ ณ. ความถี่ใดๆ โดยแสดงดังรูปที่ 3.2 แต่เพื่อให้เกิดความง่ายในขั้นตอนการแก้ปัญหา จึงใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัส (square overbounding) ซึ่งสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$\Delta_D(s, b_1, b_2) = (b_1 + jb_2)W_1(s) \quad \text{เมื่อ } -1 \leq b_1 \leq 1 \text{ และ } -1 \leq b_2 \leq 1 \quad (3.13)$$

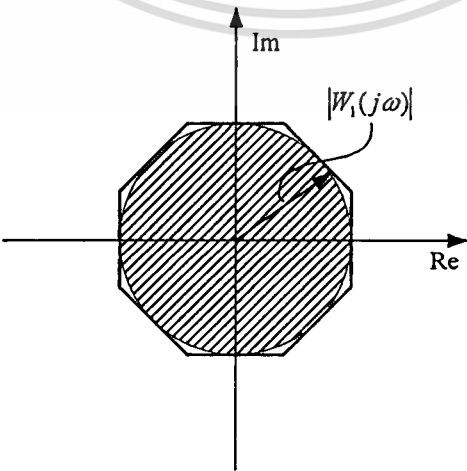
ซึ่งแสดงดังรูปที่ 3.3 ชนิดของการกำหนดขอบเขตเกินอีกแบบหนึ่ง (ที่ดีกว่า) คือ “รูปทรงแปดเหลี่ยม” ดังแสดงในรูปที่ 3.4 โดยสามารถลดผลของการกำหนดขอบเขตเกินลงได้โดยการเพิ่มจำนวนของจุดยอดด้วยรูปทรงหลายเหลี่ยม (polygon) ในการกำหนดขอบเขต ซึ่งแน่นอนก็จะเป็นการเพิ่มจำนวนจุดยอดของกลุ่มค่าไปด้วย แต่ถึงอย่างไรก็ตามจะแสดงให้เห็นถึงเงื่อนไขและสาเหตุในการใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยม (octagon overbounding) ถึงแม้ว่าการใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะให้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจแล้วก็ตาม



รูปที่ 3.2. การแทนความไม่แน่นอนเชิงหารด้วยวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับขนาดของ $W_1(j\omega)$



รูปที่ 3.3. การกำหนดขอบเขตเกินของความไม่แน่นอนด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัส



รูปที่ 3.4. การกำหนดขอบเขตเกินของความไม่แน่นอนด้วยแปดเหลี่ยม

นี่เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และห้ามมิให้คัดลอกโดยไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากวิธีการข้างต้นสามารถสรุปเป็นทฤษฎีได้ดังต่อไปนี้

ทฤษฎีที่ 1 Finite Inclusions Theorem (สำหรับสมรรถนะโรบัสต์)

ตัวควบคุม $C(s)$ อันดับ q จะทำให้พลาเน็ต $P(s,a) = \frac{n(s,a)}{d(s,a)}$ เกิดเสถียรภาพโรบัสต์และทำให้เงื่อนไข $|S(j\omega)W_1(j\omega)| \leq 1, \forall \omega \in [0, \infty)$ และ $a \in \Omega_a$ เป็นจริง ถ้าค่า $m \geq 1$ ช่วงของ $(c_k, d_k) \subset \mathbb{R}$ และลำดับของจุด s_k ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาอยู่บน $\Gamma, 1 \leq k \leq m$ โดยที่

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_m$$

$$\frac{-\pi}{2} \leq c_1 < d_1 \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{-\pi n}{2} - \pi \leq c_m < d_m \leq \frac{\pi n}{2} + \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad \max\{d_k - c_{k+1}, d_{k+1} - c_k\} \leq \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad \psi(j\omega_k, \Omega_a, r, \alpha) \in \{re^{j\theta} | r > 0, c_k < \theta < d_k\}$$

จากทฤษฎีที่ 1 สามารถสรุปเป็นขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการสังเคราะห์ FIT สำหรับสมรรถนะโรบัสต์

1. หาตัวควบคุม x_0 ที่ทำให้พลาเน็ตระบุ P_0 เกิดเสถียรภาพ จากนั้นเลือกเซตของเซกเตอร์ตามเงื่อนไขทฤษฎีที่ 1 และหาค่าความถี่ ω_k ณ จุดที่ทำให้กลุ่มค่าของโพลีโนเมียล $\psi(j\omega_k, 0, 0)$ ตั้งอยู่กึ่งกลางของแต่ละเซกเตอร์
2. เพิ่มค่า β ขึ้นเรื่อยๆ ทีละ Δ_β
3. ทำการเรียกโปรแกรมเชิงเส้น
 - ให้ค่า x_i เป็นคำตอบเมื่อ $\beta = \beta_i$ ณ. ขั้นตอนการวนรอบถ้า $\beta_i = 1$ หยุดขั้นตอนการสังเคราะห์ แล้วจะได้ตัวควบคุมที่ทำให้พลาเน็ตระบุเกิดเสถียรภาพโรบัสต์และเป็นไปตามวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะ จากนั้นข้ามไปขั้นตอนที่ 5 แต่ถ้า $\beta_i < 1$ กลับไปขั้นตอนที่ 2
 - ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้เมื่อ $\beta = \beta_i$ ให้ใช้ค่า x_{i-1} และ β_{i-1} และคำนวณเซตของความถี่ใหม่ที่ทำให้กลุ่มค่าตั้งอยู่กึ่งกลางของแต่ละเซกเตอร์ แล้วไปทำขั้นตอนที่ 4

4. ลดค่า Δ_β ถ้า Δ_β น้อยกว่าค่าที่ตั้งไว้ หยุดขั้นตอนการสังเคราะห์ แล้วตัวควบคุมที่ทำให้เกิดสมรรถนะโรบัสต์จะไม่สามารถหาได้ แต่ถ้า Δ_β ยังสามารถลดค่าได้ให้ย้อนไปขั้นตอนที่ 2
5. เพิ่มค่า α ขึ้นเรื่อยๆ ทีละ Δ_α
6. ทำการเรียกโปรแกรมเชิงเส้น
 - ให้ค่า x_i เป็นคำตอบเมื่อ $\alpha = \alpha_i$ ณ ขั้นตอนการวนรอบถ้า $\alpha_i = 1$ หยุดขั้นตอนการสังเคราะห์ แล้วจะได้ตัวควบคุมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์และเป็นไปตามวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะ จากนั้นข้ามไปขั้นตอนที่ 5 แต่ถ้า $\alpha_i < 1$ กลับไปขั้นตอนที่ 5
 - ถ้าไม่สามารถหาคำตอบได้เมื่อ $\alpha = \alpha_i$ ให้ใช้ค่า x_{i-1} และ α_{i-1} และคำนวณเซตของความถี่ใหม่ที่ทำให้กลุ่มค่าตั้งอยู่กึ่งกลางของแต่ละเซกเตอร์ แล้วไปทำขั้นตอนที่ 7
7. ลดค่า Δ_α ถ้า Δ_α น้อยกว่าค่าที่ตั้งไว้ หยุดขั้นตอนการสังเคราะห์ แล้วตัวควบคุมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์และเป็นไปตามวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะโรบัสต์จะไม่สามารถหาได้ แต่ถ้า Δ_α ยังสามารถลดค่าได้ให้ย้อนไปขั้นตอนที่ 5

3.3 ตัวอย่างที่ 1

พิจารณาพลาเน็ตที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงจากตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 2 ซึ่งพิจารณาเพียงวัตถุประสงค์ของการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยวัตถุประสงค์ในขั้นตอนนี้คือการหาตัวควบคุมซึ่งยังเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของสมรรถนะโรบัสต์ด้วย โดยปัญหาที่จะพิจารณามีดังต่อไปนี้ [8]

พลาเน็ตระบบเฟสไม่ต่ำสุด:

$$P_o(s) = \frac{s-1}{(s-0.1)(s+5)} \quad (3.14)$$

ที่มีความไม่แน่นอนเชิงคูณคือ

$$\Delta_m(s, a_1, a_2) = \frac{a_1(0.5s^3 + 2.22s^2 + 40s + 1.5) + a_2(0.5s^3 + 48.31s^2 + 10s - 3.5)}{(s+1)(s+5)(s+20)} \quad (3.15)$$

และนำหนักบนฟังก์ชันความไว คือ

$$W_1^{-1}(s) = 0.25\left(\frac{s}{0.05} + 1\right)^2 \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเป็นฟังก์ชันน้ำหนักสำหรับการติดตามสัญญาณอ้างอิงเชิงเส้นกำกับ กล่าวคือต้องการความผิดพลาดของการติดตามไม่เกิน 0.5 เมื่อ ω น้อยกว่า 0.05 rad/sec.

3.3.1 การสังเคราะห์ H_∞

โดยการกำหนดขอบเขตความไม่แน่นอนเชิงคูณ ด้วยฟังก์ชันประมาณที่มีโครงสร้างเดิมคือ

$$W_3(s, \alpha) = \alpha \frac{5(10s+1)(s+1)(0.02s+1)}{(s+1)(s+5)(s+20)} \quad (3.17)$$

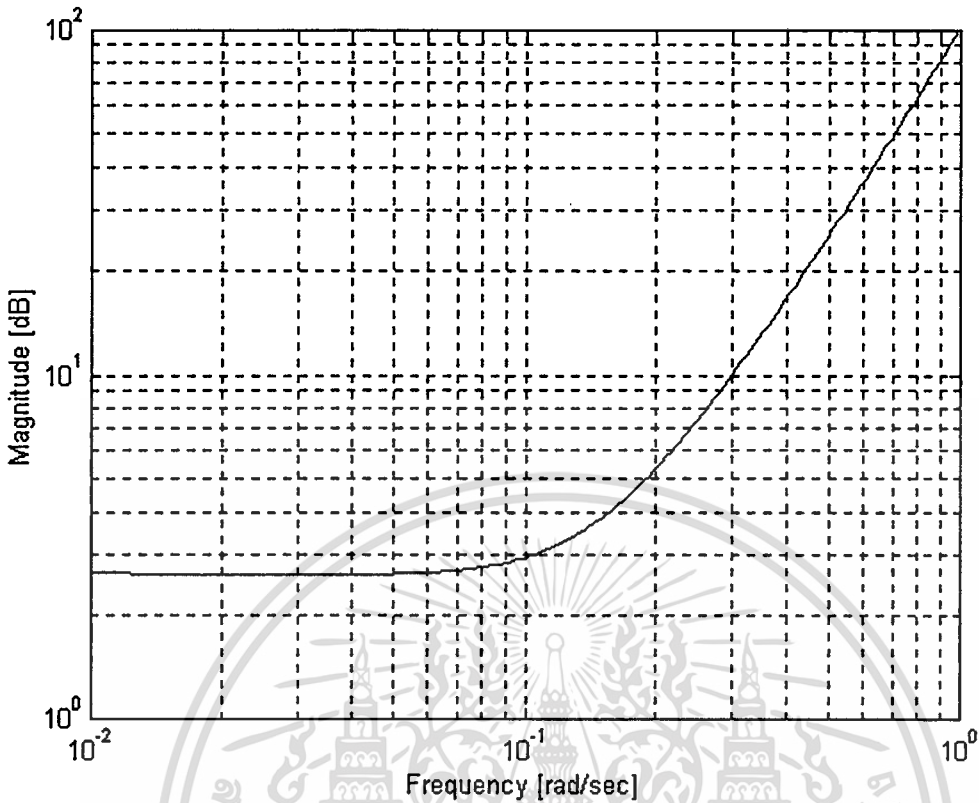
ซึ่งเป็นการกล่าวถึงเพียงปัญหาของการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์จากตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 2 และค่า α จะควบคุมขนาดของความไม่แน่นอน (โดย $\alpha=1$ จะสอดคล้องกับความไม่แน่นอนเชิงคูณที่ค่า $-1 \leq \alpha_1 \leq 1$ และ $-1 \leq \alpha_2 \leq 1$)

เงื่อนไขที่สำคัญอีกประการ เพื่อให้ได้คำตอบของ H_∞ คือ

$$|W_1^{-1}(j\omega)| + |W_3^{-1}(j\omega)| > 1 \quad (3.18)$$

ซึ่งแน่นอนว่าขนาดของความไม่แน่นอนที่หาได้สำหรับกรณีนี้ (ซึ่งรวมถึงข้อกำหนดทางสมรรถนะด้วย) จะน้อยกว่ากรณีการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์เพียงอย่างเดียว ดังนั้นถ้าเงื่อนไข (3.18) เป็นจริงที่ค่า $\alpha_{\infty}^{\max} = 8.37$ สำหรับการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์เพียงอย่างเดียวแล้วเงื่อนไขดังกล่าวยังจะเป็นจริงที่ค่า $\alpha < \alpha_{\infty}^{\max}$ ใดๆ ด้วย โดยรูปที่ 3.5 แสดงการพล็อตของผลรวมของส่วนกลับของขนาดของ W_1 และ W_3 ที่ค่า $\alpha = \alpha_{\infty}^{\max} = 8.37$ ซึ่งเห็นได้ชัดเจนแล้วว่าเงื่อนไข (3.18) เหมาะสม

ทำการแก้ปัญหาของ H_∞ ด้วยการใช้ขั้นตอนพื้นฐานจาก μ -Synthesis Toolbox ของ MATLAB โดยอินพุตสองค่าของฟังก์ชัน hinfsyn คือขอบเขตล่างและบนบนนอร์มอนันต์ (γ) ถ้าขอบเขตทั้งสองดังกล่าวเท่ากัน โปรแกรมก็จะไม่กระทำการวนรอบโปรแกรมจะเพียงตรวจสอบว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่จะหาคำตอบสำหรับ γ ที่กำหนด ซึ่งในกรณีนี้ γ ที่ต้องการเท่ากับ $1/\sqrt{2}$ ดังนั้นทำการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งไม่สามารถที่จะขยายได้มากกว่าที่เป็นไปได้แล้วเพื่อหาคำตอบของ H_∞



รูปที่ 3.5. ตรวจสอบเงื่อนไข $|W_1^{-1}(j\omega)| + |W_3^{-1}(j\omega)| > 1$

หลังจากดำเนินการด้วยโปรแกรมและปรับขนาดของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ทีละขั้น พบว่าตัวควบคุมสำหรับ α ที่มากที่สุดคือ

$$C_\infty(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)} \quad (3.19)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) = & -9.109662631429664e+8s^5 - 2.746405689450915e+10s^4 + \\ & -2.090253769285538e+11s^3 - 4.860534335524977e+11s^2 + \\ & -6.901113303089560e+10s - 3.172574753113884e+9 \end{aligned} \quad (3.20)$$

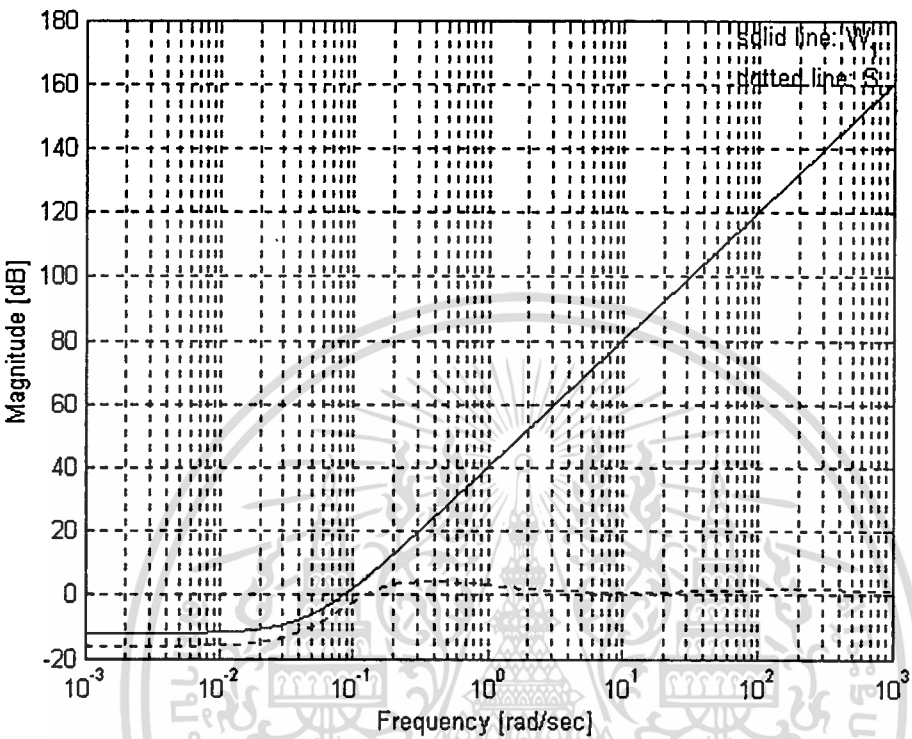
และ

$$\begin{aligned} d_c(s) = & s^6 + 3.130239742867528e+6s^5 + 5.102955059702278e+9s^4 + \\ & + 2.296790103468943e+11s^3 + 3.667229018018945e+11s^2 + \\ & + 3.495224898229753e+10s + 8.594831784125749e+8 \end{aligned} \quad (3.21)$$

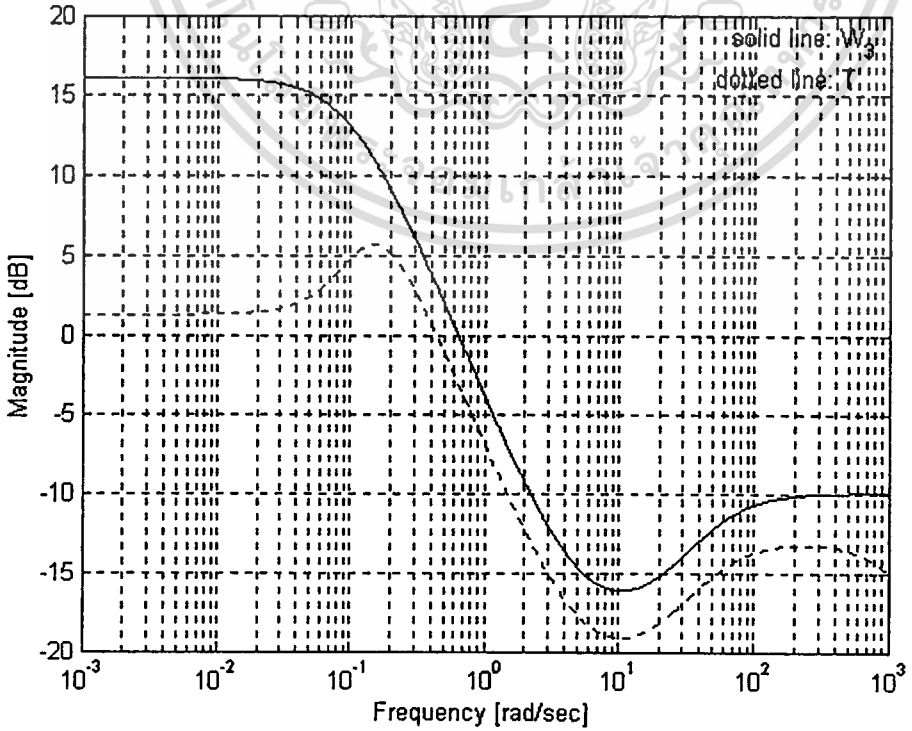
สำหรับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในของหน่วยงานเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่นใด
 $\alpha_\infty^{\max} = 3.1289$ (3.22)
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

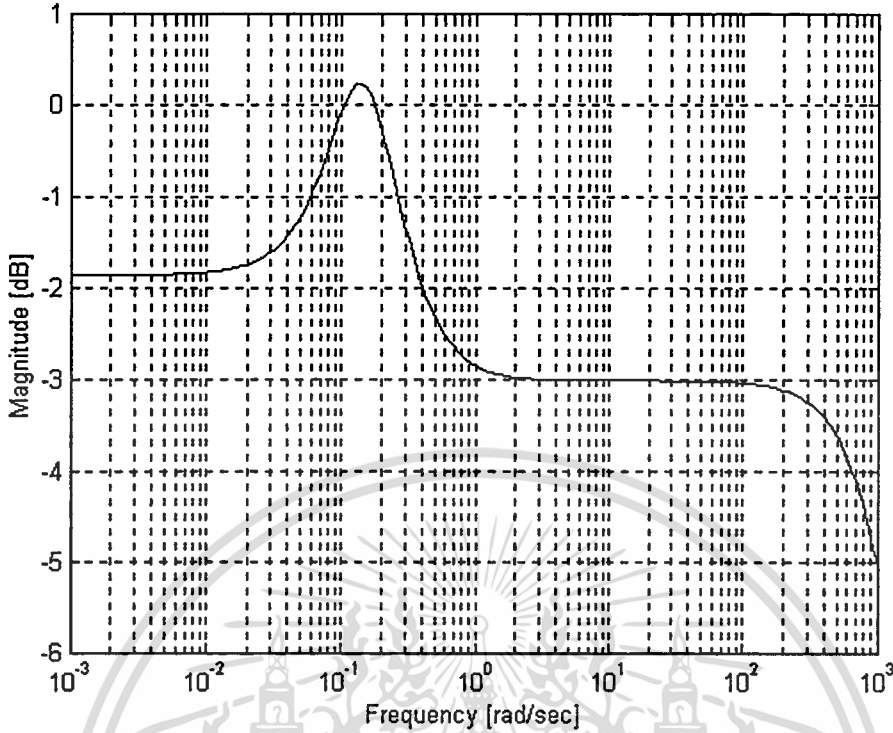
รูปที่ 3.6 3.7 และ 3.8 แสดงการพล็อตขนาดของ W_1S ขนาดของ W_3T และฟังก์ชัน $|W_1S|+|W_3T|$ ตามลำดับ ดังนั้นตัวควบคุมที่หาได้จะเป็นไปตามข้อกำหนดทางสมรรถนะโรบัสต์ สำหรับขนาดของความไม่แน่นอนซึ่งกำหนดโดย $\alpha^{\max}$ ข้างต้น



รูปที่ 3.6. โบทพล็อตของ $S(s)$ กับ $W_1(s)$



รูปที่ 3.7. โบทพล็อตของ $T(s)$ กับ $W_3(s)$ ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8. โบทพล็อตของฟังก์ชัน $|W_1S| + |W_3T|$

3.3.2 การสังเคราะห์ FIT

คำอธิบายสำหรับ โปรแกรมซึ่งใช้ในการดำเนินการในการสังเคราะห์ FIT จะพบได้ในบทที่ 4 โดยบทนี้จะให้ความสนใจเพื่อแสดงเฉพาะผลลัพธ์ที่ได้

เพื่อทำการสังเคราะห์ด้วย FIT จะต้องป้อนอินพุตให้กับโปรแกรมด้วยโพลีโนเมียลเทอมเศษ และโพลีโนเมียลเทอมส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการต่อไปนี้

$$P(s, a, b) = P_o(s)(1 + \Delta_m(s, a, b))(1 + (bW_1(s)))^{-1} \quad (3.23)$$

หลังจากทำการแทนค่าทุกๆ ค่าใน (3.23) แล้ว จะได้เทอมเศษและเทอมส่วน

$$\begin{aligned} n_p(s, a) = & (2000a_1 + 2000a_2 + 4000)s^6 + \\ & + (7080a_1 - 195040a_2 + 100400)s^5 + \\ & + (151813a_1 - 213721a_2 + 406010)s^4 + \\ & - (138870.8a_1 + 31164.1a_2 + 60150)s^3 + \\ & - (21022.2a_1 - 9183.1a_2 + 409010)s^2 + \\ & - (985a_1 - 1265a_2 + 40250)s - 15a_1 + 35a_2 - 100 \end{aligned} \quad (3.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 d_p(s,b) = & 4000s^7 + 124000s^6 + \\
 & + (40b + 1019970)s^5 + \\
 & + (1236b + 2899069)s^4 + \\
 & + (10076b + 1992319)s^3 + \\
 & + (27980b - 22005)s^2 + \\
 & + (17100b - 15725)s + \\
 & - 2000b - 500
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

ซึ่งเป็นอินพุตที่ป้อนให้กับโปรแกรมสำหรับการสังเคราะห์ด้วย FIT ซึ่งผลลัพธ์เป็นดังต่อไปนี้

3.3.2.1 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นอันดับสองที่ไม่เหมาะสมซึ่งได้มาจากการแก้ปัญหาคำทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์จากบทที่แล้วโดยไม่ใช้ตัวควบคุม H_∞ ที่ได้จากหัวข้อ 3.3.1 ซึ่งเป็นตัวควบคุมอันดับหกเพื่อหลีกเลี่ยงตัวควบคุมอันดับสูง ดังนั้นเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวกำหนดอันดับของตัวควบคุมเป้าหมายตัวควบคุมเป้าหมายก็ยังคงไม่เหมาะสมเช่นเดิม โดยตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ FIT คือ

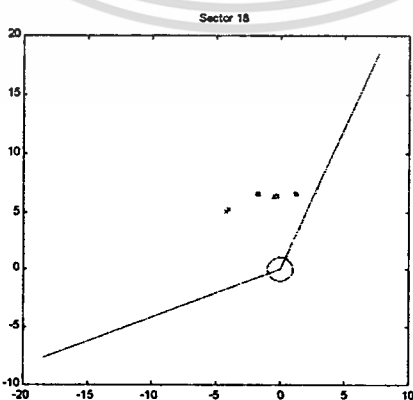
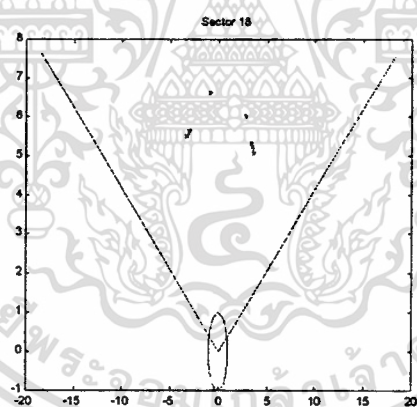
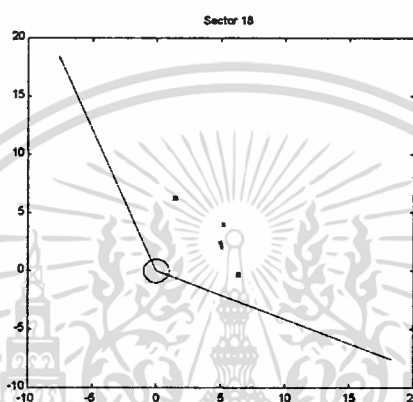
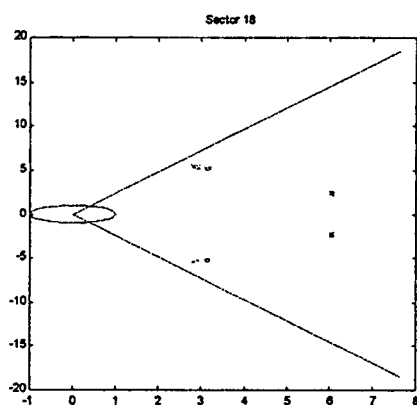
$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 n_c(s) = & 6.29414288s^3 - 14.40892729s^2 + \\
 & - 33.75919125s - 197.02396694 \\
 d_c(s) = & s^2 + 48.37882130s + 53.21640229
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

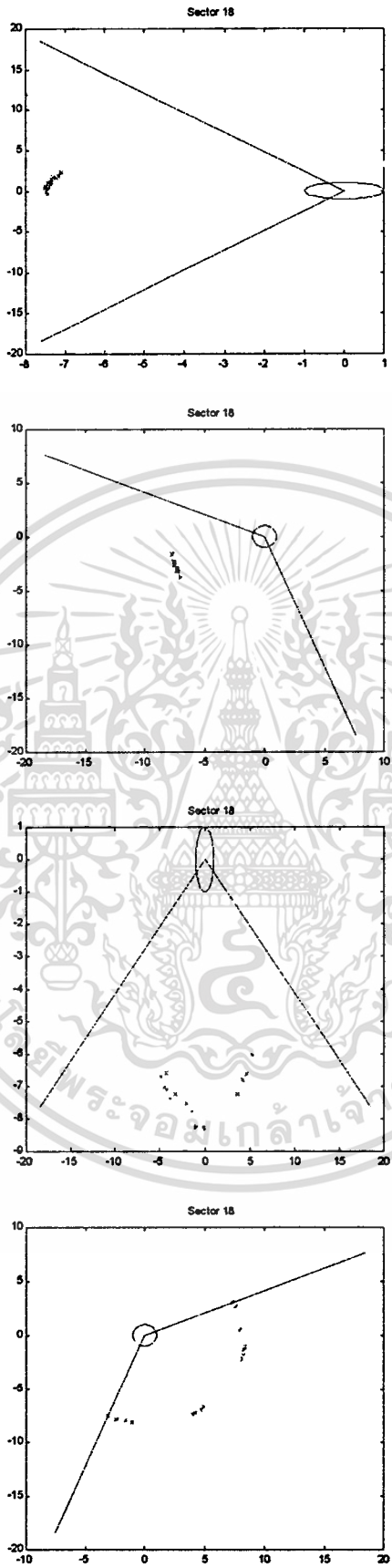
ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพจนถึงค่า $\alpha_{FIT}^{mas} = 0.4870$ (3.27)

รูป 3.9 3.10 3.11 3.12 และ 3.13 ต่อไปนี้ แสดงกลุ่มค่าต่างๆ ค่าในแต่ละเซกเตอร์ตามลำดับที่ความถี่บวกเท่านั้น โดยการพล็อตจะพล็อตเพียงจุดยอดของกลุ่มค่าและสเกลที่ใช้จะเป็นสเกลแบบลอการิทึม ถึงแม้ว่ากลุ่มค่าที่ความถี่บวกและลบจะแตกต่างกัน ในกรณีนี้ถือว่าสมมาตรกันโดยกลุ่มค่าที่ความถี่ลบก็คือภาพสะท้อนของความถี่บวกตามคู่ของแต่ละความถี่โดยอ้างอิงตามแกนจริง



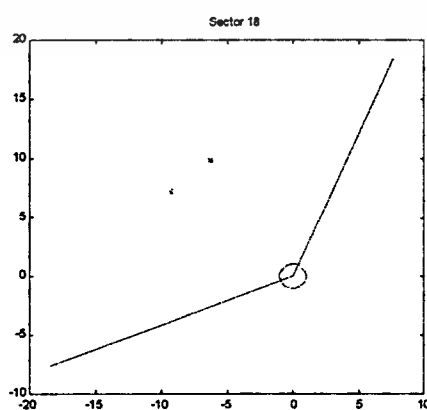
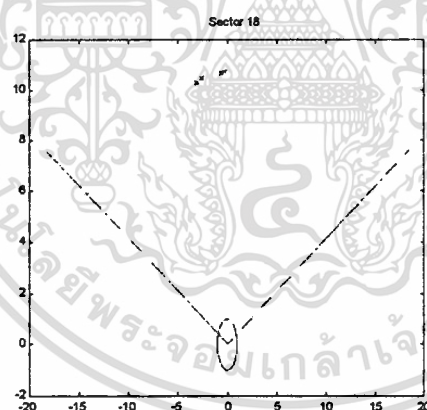
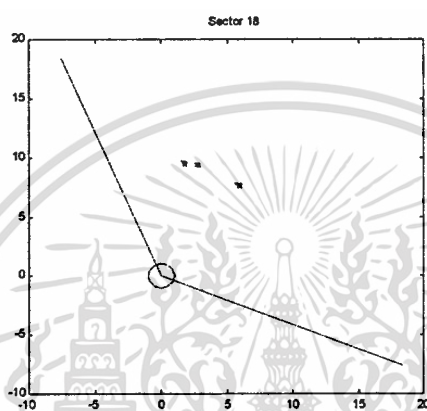
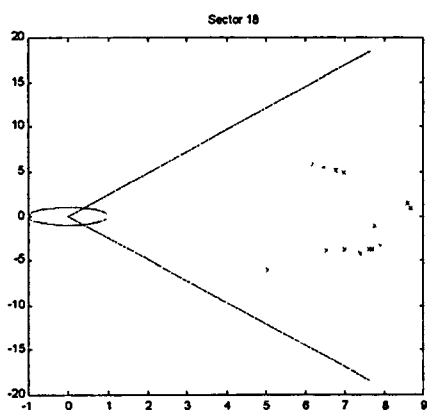
รูปที่ 3.9. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 4 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.10. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 5, 6, 7, 8 ที่ความถี่บวก

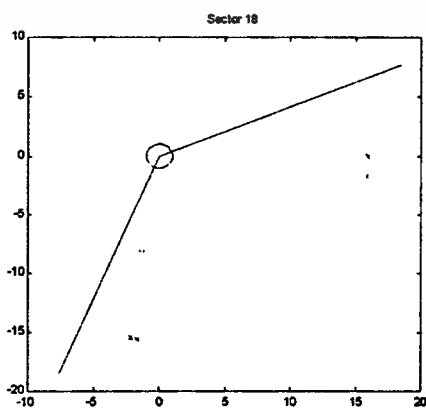
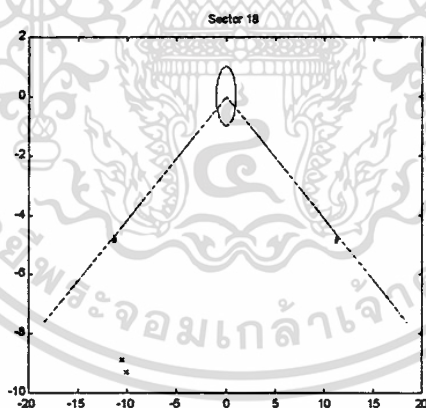
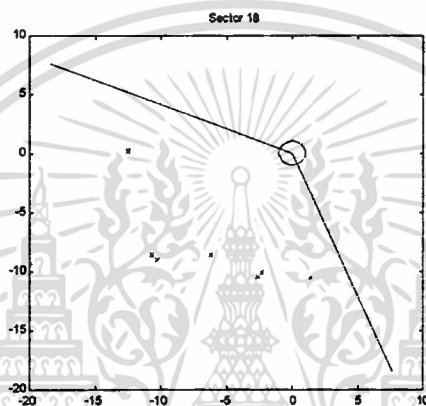
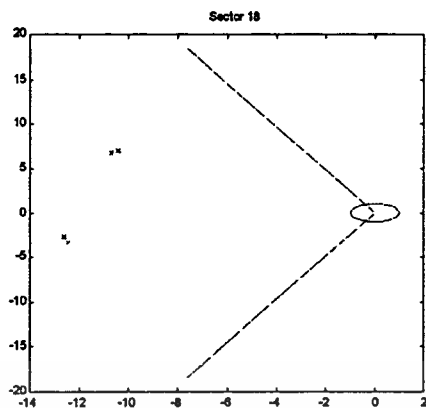
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.11. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 9, 10, 11, 12 ที่ความถี่บวก

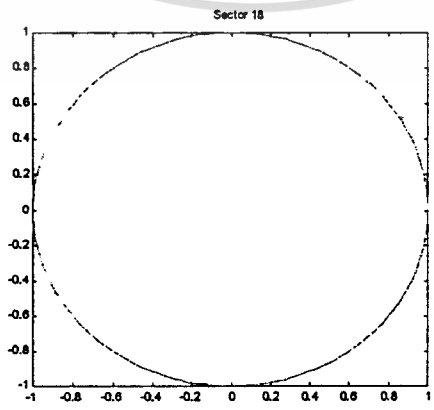
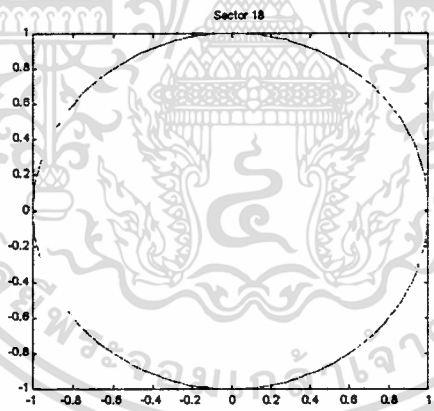
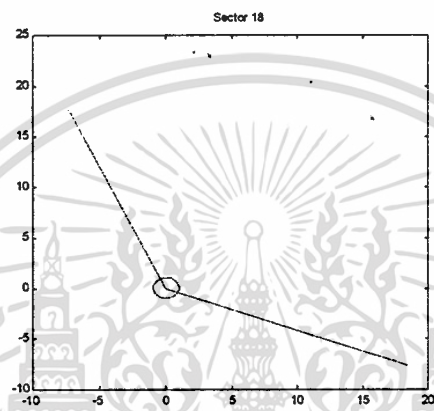
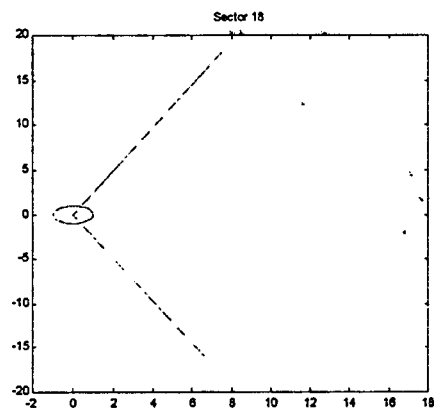
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 13, 14, 15, 16 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เฉพาะสื่อเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.13. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 17, 18 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.2.2 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับสองที่ไม่เหมาะสมซึ่งได้จากการแก้ปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ ตัวควบคุมที่ได้มาจากการคำนวณด้วยวิธีการสังเคราะห์ FIT คือ

$$C_{FIT}(S) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 5.12510619s^3 - 17.09544658s^2 + \\ &\quad -31.45107987s - 218.30554807 \\ d_c(s) &= s^2 + 48.49817997s + 59.39330245 \end{aligned} \quad (3.28)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ ถึงค่า $\alpha_{FIT}^{\max} = 0.5009$ (3.29)

3.3.2.3 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับสามที่เหมาะสมซึ่งได้มาจากการปรับปรุงตัวควบคุมที่ได้จากการแก้ปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยโพลที่ $s = -100$ ถูกเพิ่มเข้ามาที่ตัวควบคุมเริ่มต้น โดยตัวควบคุมที่คำนวณได้ (อันดับสามและเหมาะสม) คือ

$$C_{FIT}(S) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

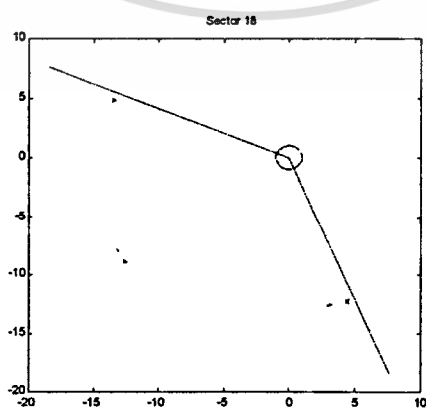
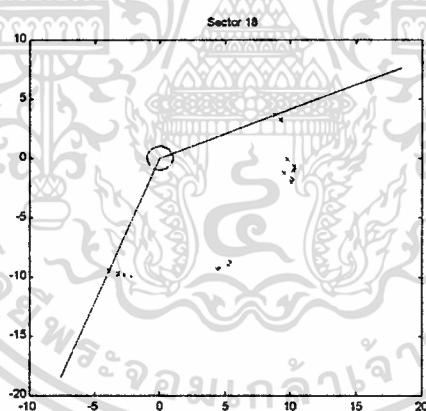
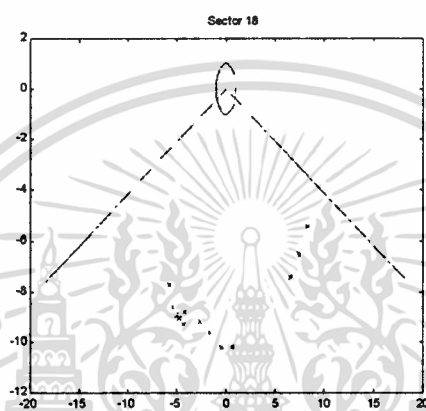
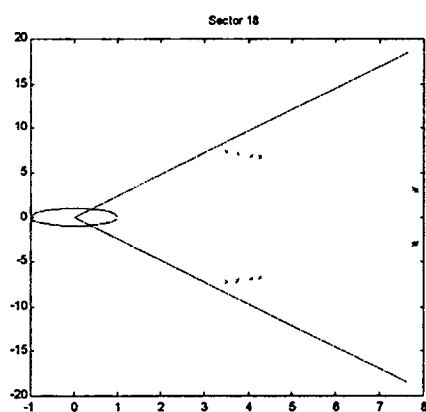
เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 6.27522128e + 2s^3 - 1.77324330e + 3s^2 + \\ &\quad -2.49107434e + 3s - 1.56014734e + 4 \\ d_c(s) &= s^3 + 1.48043582e + 2s^2 + \\ &\quad + 4.89282212e + 3s + 4.27122798e + 3 \end{aligned} \quad (3.30)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ถึงค่า $\alpha_{FIT}^{\max} = 0.4661$ (3.31)

รูปที่ 3.14 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.14. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 7, 8, 14 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.2.4 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับสามที่เหมาะสมซึ่งได้มาจากการปรับปรุงตัวควบคุมที่ได้จากการแก้ปัญหาคำสั่งทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยโพลที่ $s = -100$ ถูกเพิ่มเข้ามาที่ตัวควบคุมเริ่มต้น ตัวควบคุมที่ได้จากการคำนวณคือ

$$C_{FIT}(S) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 2.08695976e + 2s^3 - 1.61914638e + 3s^2 + \\ &\quad - 5.22631911e + 3s - 1.53515620e + 4 \\ d_c(s) &= s^3 + 1.47249903e + 2s^2 + \\ &\quad + 4.892800e + 3s + 4.21342386e + 3 \end{aligned} \quad (3.32)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ถึงค่า $\alpha_{FIT}^{\max} = 0.8462$ (3.33)

รูปที่ 3.15 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

3.3.2.5 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสมโดยเพิ่มโพลเริ่มต้นที่ $s = -10000$

กรณีนี้จะทำการพิจารณาพร้อมกับเหตุผลต่อไปนี้ซึ่งเป็นปัญหาที่คล้ายกันกับหัวข้อที่ 3.3.2.3 และ 3.3.2.4 คือการปรับปรุงตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสมไปสู่ตัวควบคุมที่เหมาะสม โดยหาตัวควบคุมที่เหมาะสมซึ่งสามารถทำให้กลุ่มของพลาเน็ตเกิดเสถียรภาพสำหรับขนาดของความไม่แน่นอนที่มากกว่าเท่าที่จะเป็นไปได้เมื่อเทียบกับตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม ที่เป็นดังนี้เนื่องจากเซตของตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสมนั้นรวมอยู่ในเซตของตัวควบคุมที่เหมาะสมซึ่งขนาดของความไม่แน่นอนไม่ควรน้อยกว่า อย่างไรก็ตามกรณีนี้จะไม่เกิดขึ้นในตัวอย่างนี้และการใช้การกำหนดขอบเขตด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งจะเห็นได้จากตัวควบคุมอันดับสามที่เหมาะสมจากการสังเคราะห์ด้วย FIT จะทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพสำหรับค่า α ได้จนถึงค่า 0.4661 และตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสมได้จนถึงค่า 0.4870 ในที่นี้จึงปรับปรุงตัวควบคุมเริ่มต้นโดยการเพิ่มโพลที่ $s = -10000$ (แทนที่ $s = -100$) เพื่อให้ใกล้เคียงกับผลจากตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม ข้อเสนอแนะและปัญหาดังกล่าวจะอยู่ในบทสรุปของบทนี้

ตัวควบคุมที่คำนวณได้ คือ

$$C_{FIT}(S) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 4.86275020e + 4s^3 - 1.76974310e + 5s^2 + \\ &\quad - 3.24824016e + 5s - 1.53515620e + 4 \\ d_c(s) &= s^3 + 1.00023156e + 4s^2 + \\ &\quad + 4.83127819e + 5s + 5.26571259e + 5 \end{aligned} \quad (3.34)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ ถึงค่า

$$\alpha_{FIT}^{\max} = 0.4985 \quad (3.35)$$

รูปที่ 3.16. แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

3.3.2.6 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุม

อันดับสูง

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับหกที่เหมาะสมซึ่งมีอันดับเท่ากับตัวควบคุมที่ได้จากการสังเคราะห์ด้วย H_∞ โดยตัวควบคุมเริ่มต้นก็คือตัวควบคุม H_∞ ซึ่งถูกคำนวณที่ค่า $\alpha = 1 < \alpha_{\infty}^{\max}$ ดังนั้นจะได้ตัวควบคุม FIT ดังต่อไปนี้

$$C_{FIT}(S) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

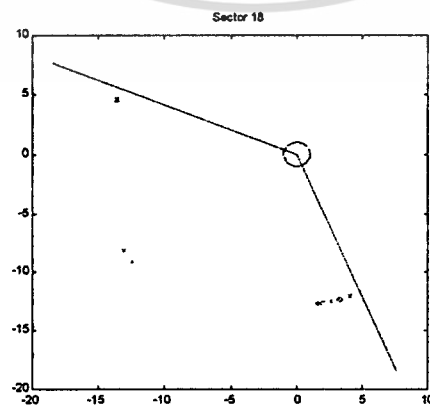
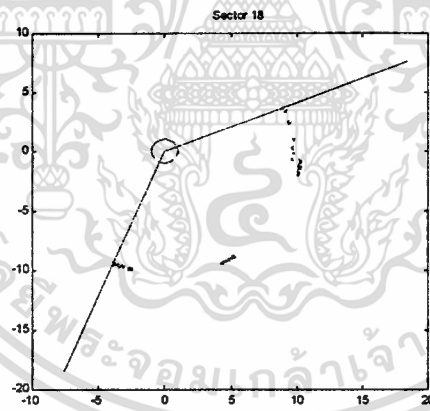
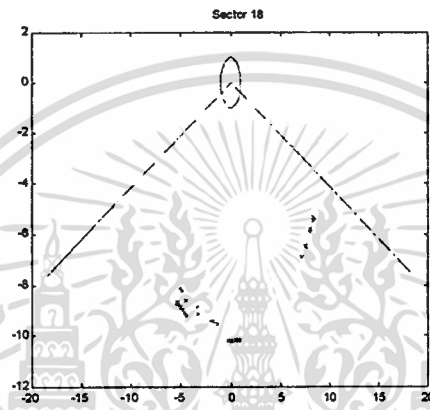
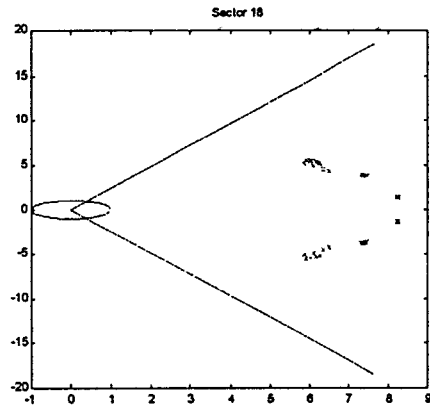
เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 2.8190150e + 7s^5 - 1.6039105e + 7s^4 + \\ &\quad - 3.5156129e + 7s^3 - 8.6797967e + 7s^2 + \\ &\quad - 1.3577211e + 7s - 6.2714599e + 5 \\ d_c(s) &= s^6 + 1.0025699e + 6s^5 + 9.4681291e + 7s^4 + \\ &\quad + 9.5681291e + 7s^3 + 6.9692153e + 7s^2 + \\ &\quad + 6.2775291e + 6s + 1.51280244e + 5 \end{aligned} \quad (3.36)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ ถึงค่า $\alpha_{FIT}^{\max} = 1.4787608854242$

(3.37)

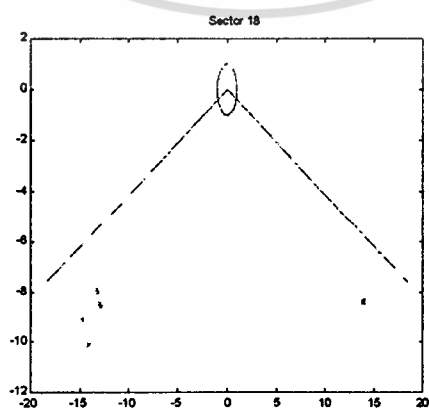
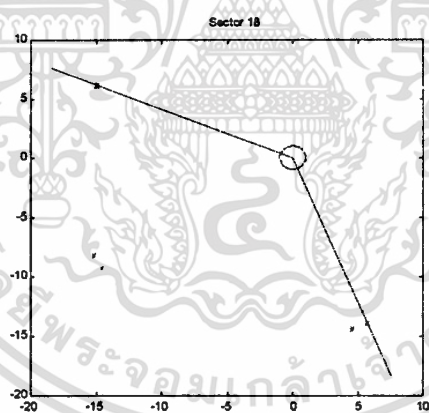
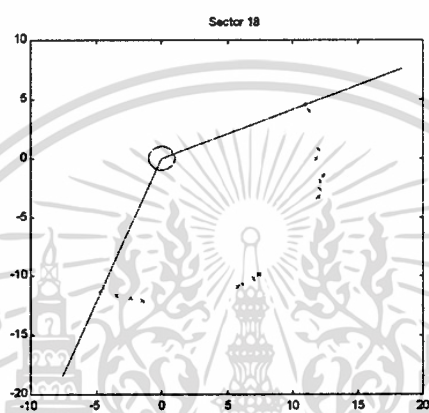
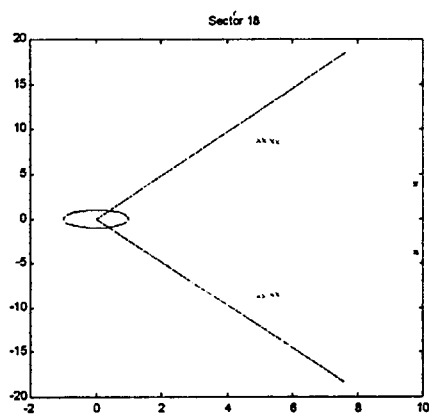
รูปที่ 3.17 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้



รูปที่ 3.15. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 7, 8, 14 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

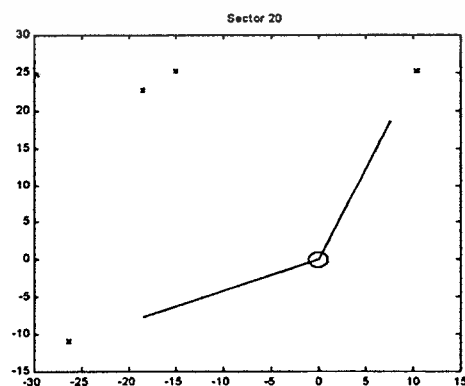
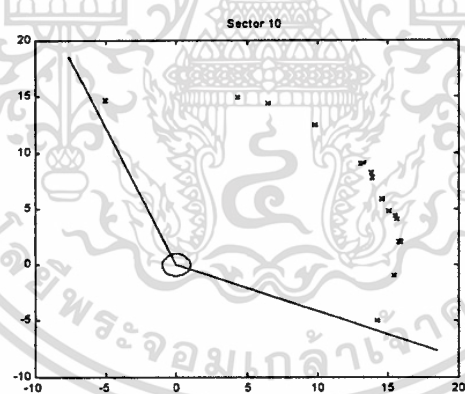
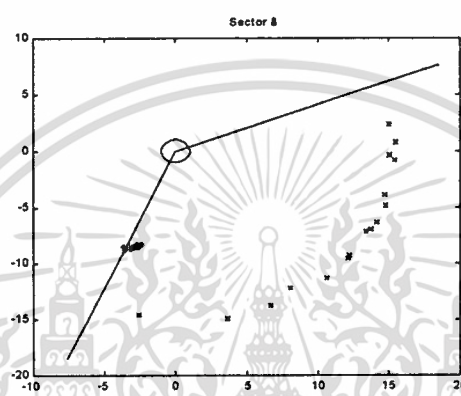
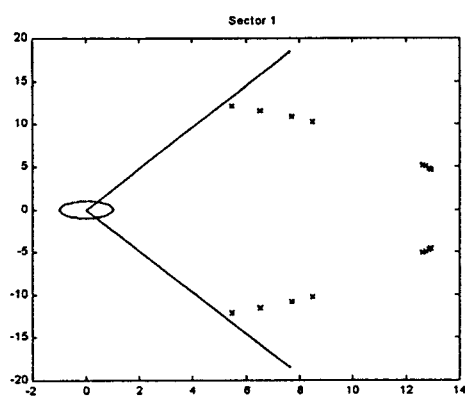
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.16. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 8, 14, 15 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.17. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 8, 10, 21 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการเรียนการสอนที่มหาวิทยาลัยเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.2.7 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุม อันดับสูง

ตัวควบคุมเริ่มต้นเหมือนกับกรณีของการกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสในหัวข้อ

3.3.2.6 จะได้ตัวควบคุม FIT ดังนี้

$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 1.8644731e+7s^5 + 5.9195568e+7s^4 + \\ &\quad -3.9294081e+7s^3 - 8.6768670e+7s^2 + \\ &\quad -1.3565262e+7s - 6.6163101e+5 \\ d_c(s) &= s^6 + 1.0000518e+6s^5 + 5.1789202e+7s^4 + \\ &\quad + 9.5697483e+7s^3 + 6.9706307e+7s^2 + \\ &\quad + 6.2773756e+6s + 1.1844183e+5 \end{aligned} \quad (3.38)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ ถึงค่า $\alpha_{FIT}^{\max} = 1.91891083175$ (3.39)

รูปที่ 3.18 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

3.3.2.8 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุม อันดับสูงและปรับขนาดของเซกเตอร์ = $7\pi/8$

ในหัวข้อนี้จะเพิ่มขนาดของเซกเตอร์สำหรับการสังเคราะห์ FIT ไปที่ค่า $7\pi/8$ โดยข้อแตกต่างในขั้นตอนการสังเคราะห์กับหัวข้อก่อนหน้านี้นี้มีแค่เพียงขนาดของเซกเตอร์เท่านั้น ส่วนตัวควบคุมเริ่มต้นยังเป็นอันดับหก จะได้ตัวควบคุม FIT ดังนี้

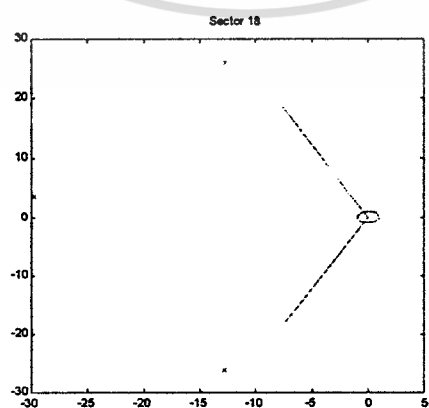
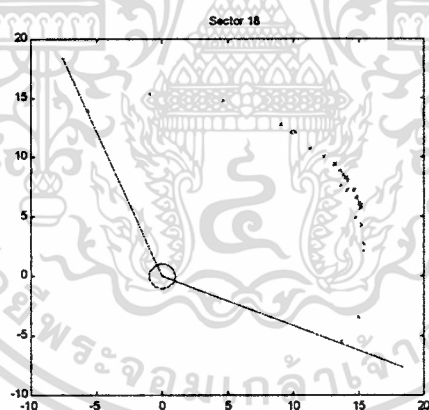
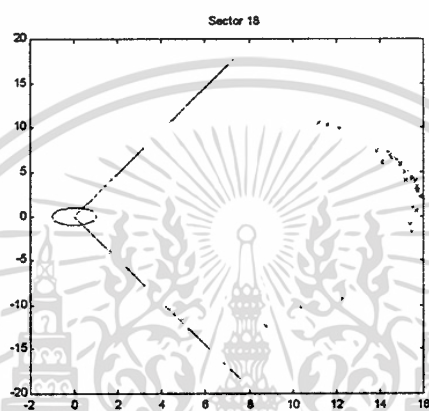
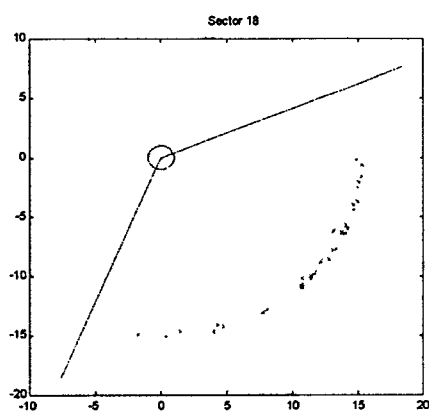
$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

$$\begin{aligned} n_c(s) &= -1.08510509e+9s^5 - 4.00821736e+10s^4 + \\ &\quad -1.34430894e+11s^3 - 5.59696692e+11s^2 + \\ &\quad -8.27020644e+10s - 3.36460074e+9 \\ d_c(s) &= s^6 - 3.13058617e+6s^5 + 4.74938641e+9s^4 + \\ &\quad + 2.74266126e+11s^3 + 4.37415000e+11s^2 + \\ &\quad + 4.16333429e+10s + 1.02302322e+9 \end{aligned} \quad (3.40)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพได้ถึงค่า $\alpha_{FIT}^{\max} = 3.3580$ (3.41)

รูปที่ 3.19 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

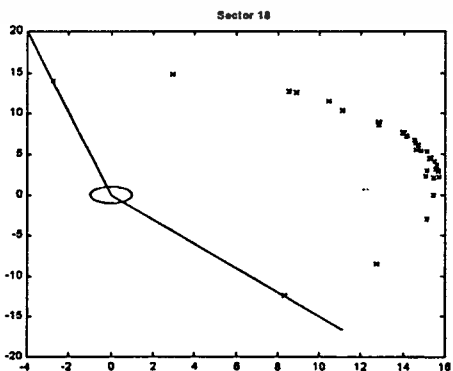
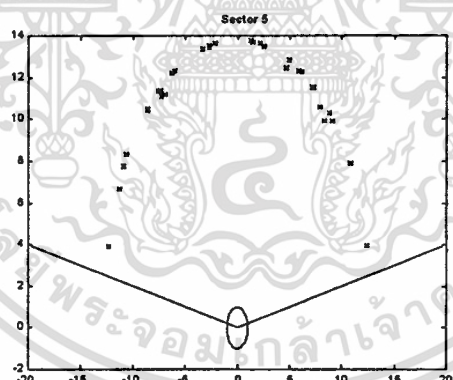
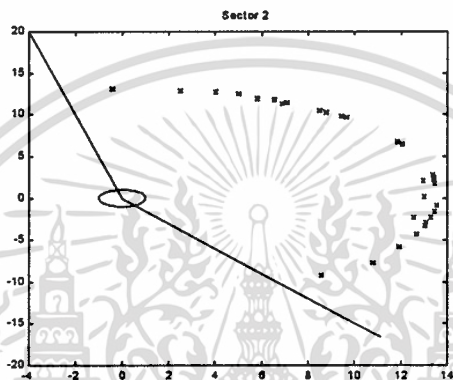
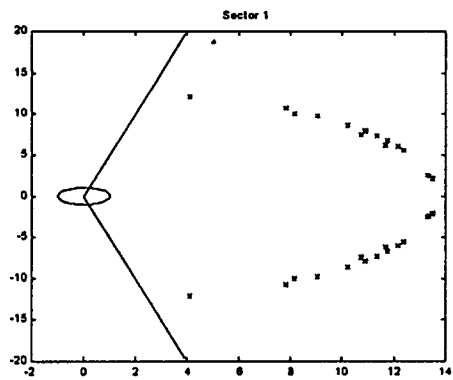
ไม่ว่ากรณีใดทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.18. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 8, 9, 10, 21 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.19. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 5, 18 ที่ความถี่บวก
อีกสารนี้เป็นอีกสารที่ส่งวนเวสให้รับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 ตัวอย่างที่ 2

พิจารณาพลาตที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงจากตัวอย่างที่ 2 ในบทที่ 2 ซึ่งพิจารณาเพียงวัตถุประสงค้ในการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์เท่านั้น โดยหัวข้อนี้จะทำการหาตัวควบคุมที่ยังทำให้เกิดวัตถุประสงค้ทางสมรรถนะโรบัสต์ด้วย ดังนั้นจะดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้ [8]

พลาตระบบแบบเฟสไม่ต่ำสุด:

$$P_o(s) = \frac{(s+1)(s+10)}{(s+2)(s+4)(s-1)} \quad (3.42)$$

พร้อมกับความไม่แน่นอนเชิงคูณ คือ

$$\Delta_m(s, a_1, a_2) = \frac{a_1(5.5s+7) + a_2(s^2 + 0.5s + 2)}{(s+1)(s+10)} \quad (3.43)$$

และนำหนักบนฟังก์ชันความไว ดังนี้

$$W_1^{-1}(s) = 0.5\left(\frac{s}{0.05} + 1\right)^2 \quad (3.44)$$

ซึ่ง $W_1^{-1}(s)$ คือฟังก์ชันนำหนักสำหรับการติดตามสัญญาณอ้างอิงเชิงเส้นกำกับ

3.4.1 การสังเคราะห์ H_∞

ทำการกำหนดขอบเขตความไม่แน่นอนเชิงคูณด้วยฟังก์ชันโดยประมาณที่มีโครงสร้างคล้ายๆ กัน(ดีที่สุดสำหรับอันดับสอง) ที่ใช้ในปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์จากตัวอย่างที่ 2 ในบทที่ 2

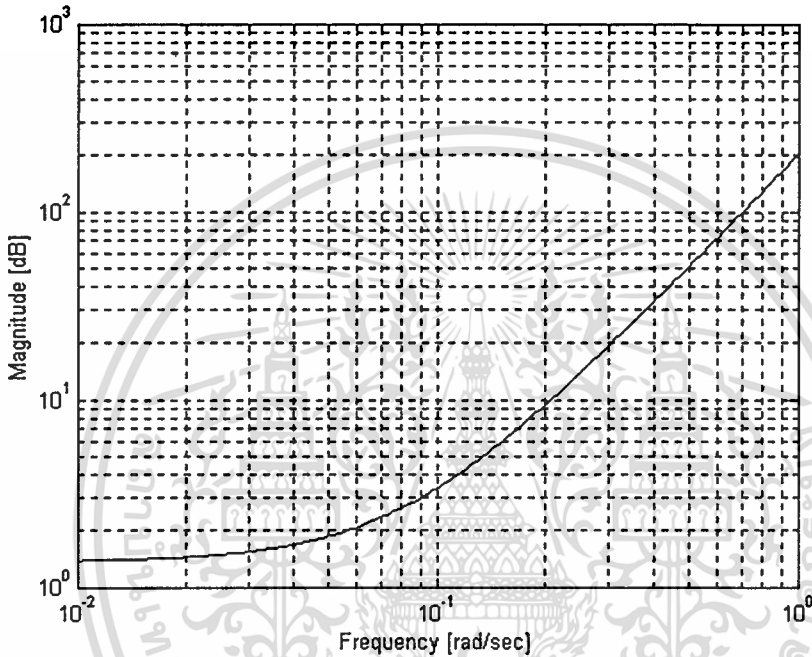
$$W_3(s, \alpha) = \alpha \frac{1.13366082837215s^2 + 6.88573032033468s + 9}{(s+1)(s+10)} \quad (3.45)$$

เช่นเดิมตรวจสอบด้วยเงื่อนไข

$$|W_1^{-1}(j\omega)| + |W_3^{-1}(j\omega)| > 1 \quad (3.46)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1 ซึ่งแน่นอนว่าขนาดของความไม่แน่นอนที่หาได้สำหรับกรณีนี้ (ซึ่งรวมถึงข้อกำหนดทางสมรรถนะด้วย) จะน้อยกว่ากรณีการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์เพียงอย่างเดียว ดังนั้นถ้าเงื่อนไข (3.46) เป็นจริงที่ค่า $\alpha_{\infty}^{\max} = 1.2926$ สำหรับการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์เพียงอย่างเดียว แล้วเงื่อนไขดังกล่าวยังจะเป็นจริงที่ค่า $\alpha < \alpha_{\infty}^{\max}$ ใดๆ ด้วย โดยรูปที่ 3.20 แสดงการพล็อตผลรวมของส่วนกลับของขนาดของ W_1 และ W_3 ที่ค่า $\alpha = \alpha_{\infty}^{\max} = 1.2926$ ซึ่งเห็นได้ชัดเจนแล้วว่า เงื่อนไข (3.46) เหมาะสม



รูปที่ 3.20. ตรวจสอบเงื่อนไข $|W_1^{-1}(j\omega)| + |W_3^{-1}(j\omega)| > 1$

หลังจากดำเนินการด้วยโปรแกรมและปรับขนาดของนอร์มที่ละชั้นซึ่งสอดคล้องกับขนาดของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ พบว่าตัวควบคุมสำหรับ α ที่มากที่สุดคือ

$$C_{\infty}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)} \quad (3.47)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) = & 8.45044355e+6s^6 + 1.44384183e+8s^5 + \\ & + 7.22201690e+8s^4 + 1.31189919e+9s^3 + \\ & + 7.84544834e+8s^2 + 5.98337859e+7s + \\ & + 9.20190862e+5 \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} d_c(s) = & s^7 + 9.52191883e+5s^6 + 2.02607904e+7s^5 + \\ & + 1.11695492e+8s^4 + 3.69557305e+7s^3 + \end{aligned} \quad (3.49)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันวิจัยระบบการจัดการ

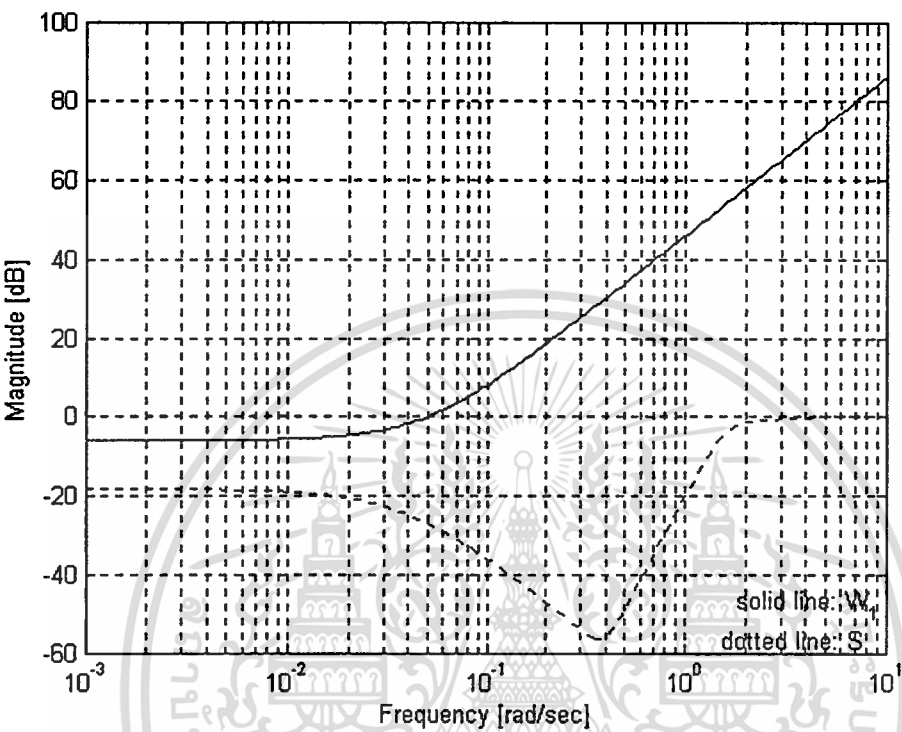
ไม่ว่ากรณีใดทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับค่า

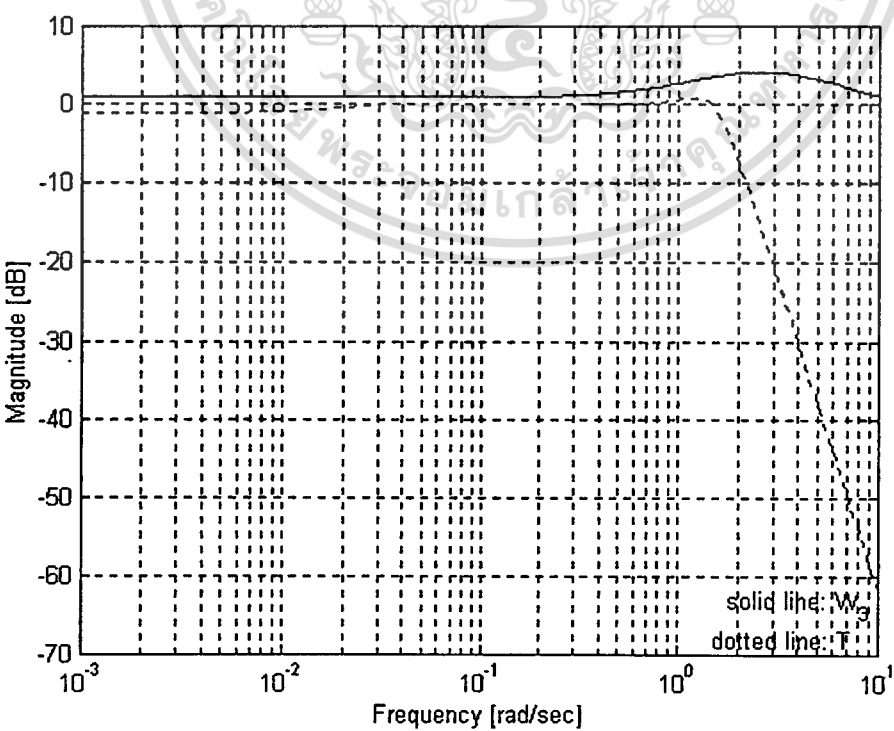
$$\alpha_{\infty}^{\max} = 0.8399$$

(3.50)

รูปที่ 3.21 3.22 และ 3.23 แสดงการพล็อตขนาดของ W_1S W_3T และฟังก์ชัน $|W_1S|+|W_3T|$



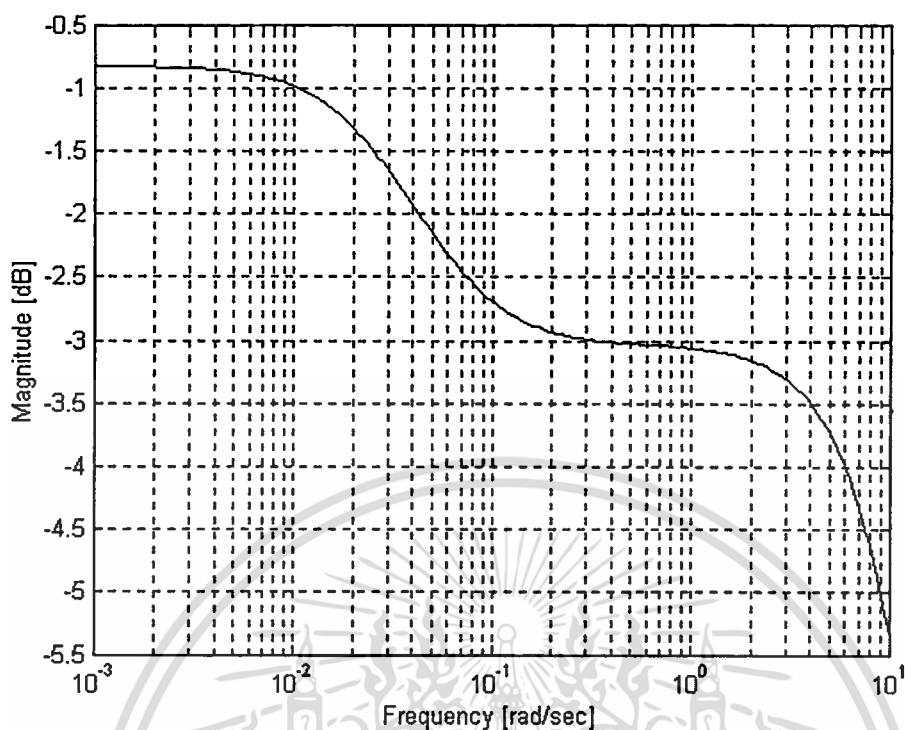
รูปที่ 3.21. โพลพล็อตของ $S(s)$ กับ $W_1(s)$



รูปที่ 3.22. โพลพล็อตของ $T(s)$ กับ $W_3(s)$

ทั้งนี้ทั้งนั้น การศึกษาเพื่อหาข้อบกพร่องของระบบนั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.23. โพลพล็อตของฟังก์ชัน $|W_1 S| + |W_3 T|$

3.4.2 การสังเคราะห์ FIT

โดยการแทนที่ทุกๆ องค์ประกอบในฟังก์ชันถ่ายโอน ต่อไปนี้

$$P(s, a, b) = P_o(s)(1 + \Delta_m(s, a, b))(1 + bW_1(s))^{-1} \quad (3.51)$$

จะได้โพลิโนเมียลเทอมเศษและโพลิโนเมียลเทอมส่วนของพหุนามดังนี้

$$\begin{aligned} n_p(s, a) = & (400a_2 + 400)s^4 + \\ & + (2200a_1 + 240a_2 + 4440)s^3 + \\ & + (3020a_1 + 821a_2 + 4441)s^2 + \\ & + (285.5a_1 + 80.5a_2 + 411)s + \\ & + 7a_1 + 2a_2 + 10 \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned}
 d_p(s,b) = & 4000s^7 + 124000s^6 + \\
 & + 400s^5 + 2040s^4 + \\
 & + (2b+1001)s^3 + \\
 & + (10b-3115)s^2 + \\
 & + (4b-318)s + \\
 & -16b-8
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

โดยข้อมูลเหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งของอินพุตที่ป้อนให้โปรแกรม FIT และหัวข้อต่อไปนี้จะแสดงผลลัพธ์ที่ได้

3.4.2.1 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นที่เป็นตัวควบคุมอันดับสองที่ไม่เหมาะสมซึ่งได้จากการแก้ปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยตัวควบคุมซึ่งคำนวณด้วยโปรแกรม FIT คือ

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 C_{FIT}(s) &= \frac{n_c(s)}{d_c(s)} \\
 n_c(s) &= 3.66145076528623s^2 + 21.9687045917174s + 108.7146317698188 \\
 d_c(s) &= s - 5.467108534864329e-7
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเสถียรภาพ ได้ถึงค่า

$$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.1102 \tag{3.55}$$

รูปที่ 3.24 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

3.4.2.2 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่ไม่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นที่เป็นตัวควบคุมอันดับสองที่ไม่เหมาะสมซึ่งได้จากการแก้ปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยตัวควบคุมซึ่งคำนวณด้วยโปรแกรม FIT คือ

$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 2.40563280312114s^2 + 10.48339910536999s \\ &\quad + 124.8000195904133 \\ d_c(s) &= s - 0.00835288565041 \end{aligned} \quad (3.56)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเสถียรภาพได้ถึงค่า

$$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.110882891548 \quad (3.57)$$

รูปที่ 3.25 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

3.4.2.3 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับสองที่เหมาะสมโดยการปรับปรุงตัวควบคุมซึ่งได้จากการแก้ปัญหาคำทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยโพลที่ $s = -100$ จะถูกเพิ่มเข้าไปในตัวควบคุมเริ่มต้น ดังนั้นจะได้ตัวควบคุม FIT (อันดับสองและเหมาะสม) จากการคำนวณดังนี้

$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

เมื่อ

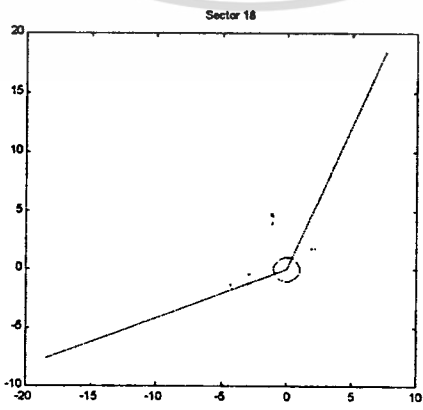
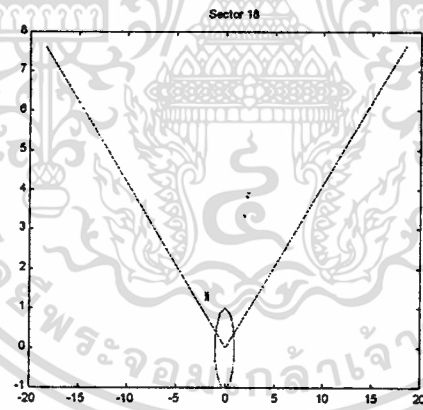
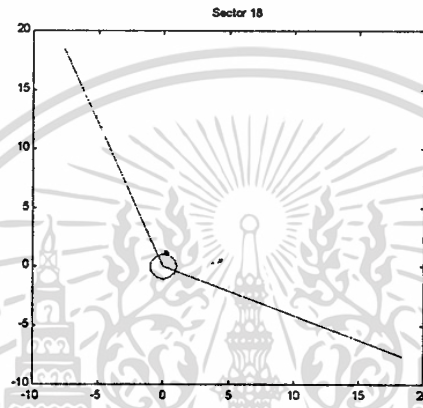
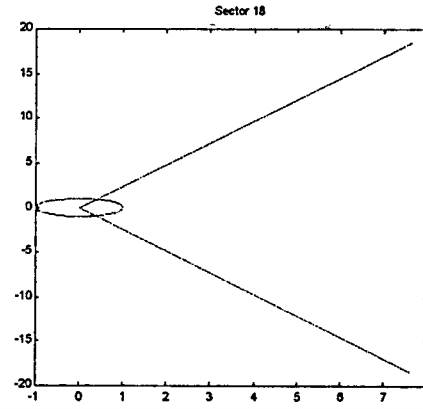
$$\begin{aligned} n_c(s) &= 366.1450765286233s^2 + 2.19687045917174e + 3s + \\ &\quad + 1.080312346970352e + 4 \\ d_c(s) &= s^2 + 94.66102682420737s + \\ &\quad + 3.826975972234734e - 4 \end{aligned} \quad (3.58)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเสถียรภาพได้ถึงค่า

$$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.11023143230586 \quad (3.59)$$

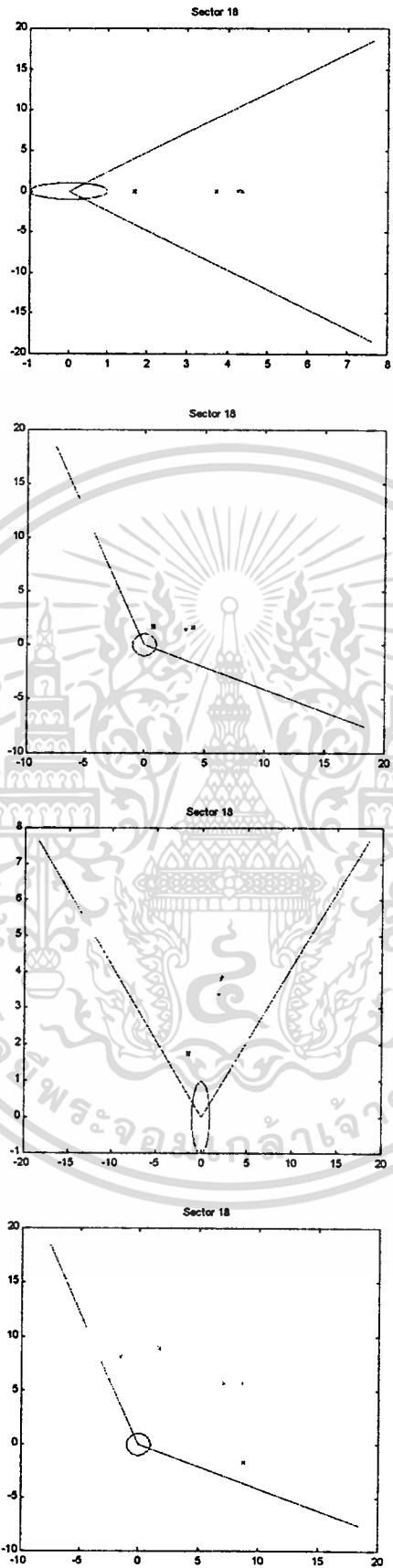
รูปที่ 3.26 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



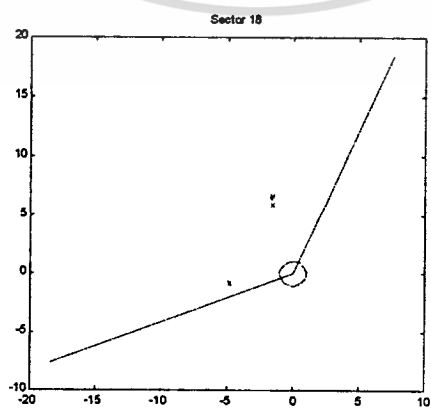
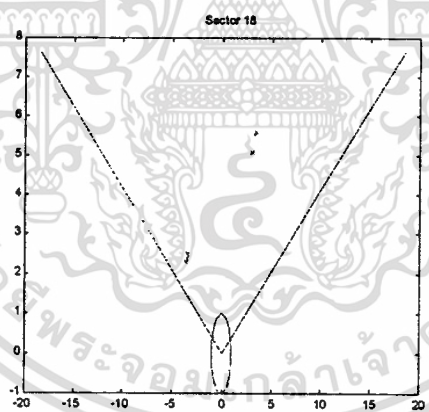
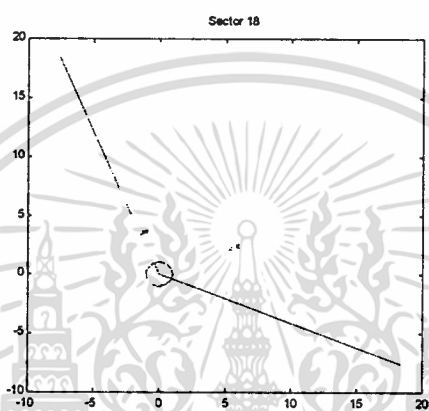
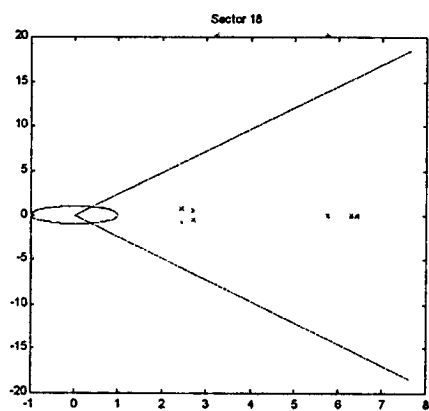
รูปที่ 3.24. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 4 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.25. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 10 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.26. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 3, 4 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.2.4 การกำหนดขอบเขตเกินด้วยแปดเหลี่ยมเมื่อตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมที่

เหมาะสม

ในกรณีนี้ใช้ตัวควบคุมเริ่มต้นเป็นตัวควบคุมอันดับสองที่เหมาะสมโดยการปรับปรุงตัวควบคุมซึ่งได้มาเมื่อทำการแก้ปัญหาคำสั่งทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ โดยโพลที่ $s = -100$ จะเพิ่มเข้าไปในตัวควบคุมเริ่มต้น ดังนั้นจะได้ตัวควบคุม FIT (อันดับสองและเหมาะสม) จากการคำนวณดังนี้

$$C_{FIT}(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

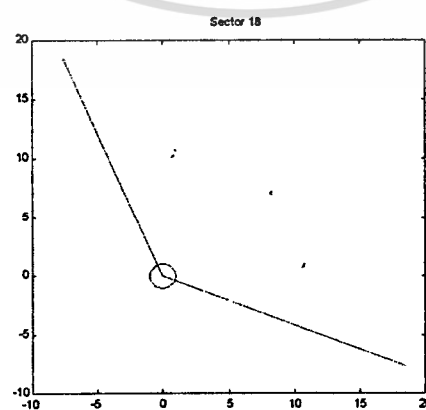
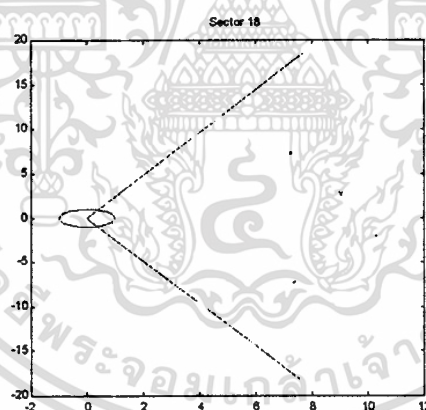
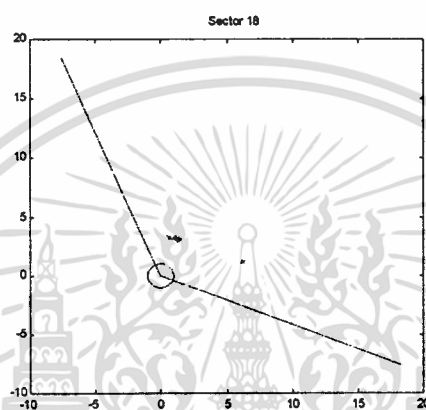
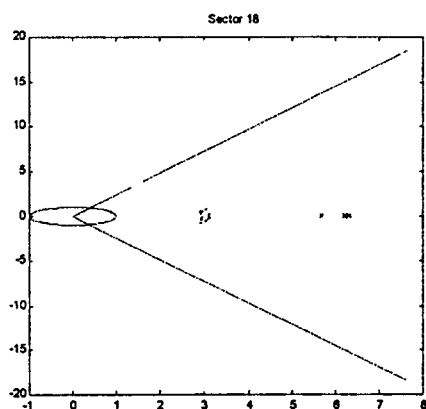
เมื่อ

$$\begin{aligned} n_c(s) &= 341.0727024258206s^2 + 1.21727693074449e + 3s + \\ &\quad + 1.190990575488722e + 4 \\ d_c(s) &= s^2 + 238.86003989723276s + \\ &\quad - 1.99492380054607 \end{aligned} \quad (3.60)$$

ซึ่งทำให้กลุ่มเสถียรภาพได้ถึงค่า

$$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.110882891548 \quad (3.61)$$

รูปที่ 3.27 แสดงกลุ่มค่าที่จุดวิกฤตที่สุดสำหรับกรณีนี้



รูปที่ 3.27. กลุ่มค่าในเซกเตอร์ 1, 2, 9, 10 ที่ความถี่บวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไม่แน่นอนที่ได้มาจากการสังเคราะห์ด้วย FIT น้อยกว่าการสังเคราะห์ด้วย H_∞ ควรทำการเพิ่มขนาดของเซกเตอร์หรือโดยการเปลี่ยนตัวควบคุมเริ่มต้นสำหรับการสังเคราะห์ด้วย FIT

ตารางที่ 3.1 “ขนาด” ที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนสำหรับตัวอย่างที่ 1

H_∞ - ตัวควบคุมอันดับหก	$\alpha_{\infty}^{\max} = 3.1289$
FIT – เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย สี่เหลี่ยมจัตุรัสและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสองที่ไม่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 0.4870$
FIT – เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย แปดเหลี่ยมและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสองที่ไม่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 0.5009$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย สี่เหลี่ยมจัตุรัสและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสามที่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 0.4661$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย แปดเหลี่ยมและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสามที่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 0.8462$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย สี่เหลี่ยมจัตุรัสและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสามที่เหมาะสม โดยเพิ่มโพลที่ $s = -10000$	$\alpha_{FIT}^{\max} = 0.4985$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย สี่เหลี่ยมจัตุรัสและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับหกที่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.4788$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย แปดเหลี่ยมและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับหกที่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.9189$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย แปดเหลี่ยมและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับหกที่เหมาะสม โดยเพิ่มขนาดของเซกเตอร์ $= 7\pi/8$	$\alpha_{FIT}^{\max} = 3.3580$

ตารางที่ 3.2 “ขนาด” ที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนสำหรับตัวอย่างที่ 2

H_∞ - ตัวควบคุมอันดับเจ็ด	$\alpha_\infty^{\max} = 0.8399$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย สี่เหลี่ยมจัตุรัสและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสองที่ไม่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.1102$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย แปดเหลี่ยมและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสองที่ไม่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.1109$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย สี่เหลี่ยมจัตุรัสและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสองที่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.1102$
FIT - เมื่อใช้การกำหนดขอบเขตเกินด้วย แปดเหลี่ยมและผลลัพธ์เป็นตัวควบคุม อันดับสองที่เหมาะสม	$\alpha_{FIT}^{\max} = 1.1109$

ตัวอย่างที่ 2 แสดงจุดที่น่าสนใจอีกจุดหนึ่งคือเมื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย H_∞ ผลลัพธ์ที่ได้เป็นตัวควบคุมอันดับเจ็ด โดยเมื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT ผลลัพธ์ที่ได้เป็นตัวควบคุมอันดับสาม ซึ่งก็เป็นตัวควบคุมที่ทำให้กลุ่มเกิดเสถียรภาพด้วยค่าขนาดของความไม่แน่นอนที่มากกว่า โดยจุดนี้เป็นข้อดีอีกข้อหนึ่งของตัวควบคุมที่สังเคราะห์ด้วย FIT

บทสรุปของหัวข้อนี้สามารถกล่าวได้ว่า ในกรณีศึกษาเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT เปรียบเทียบกับ H_∞ พบว่าการสังเคราะห์ FIT สามารถประยุกต์ใช้กับพลานต์แบบเฟสไม่ต่ำสุดได้ดี นอกจากนี้ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ FIT ยังทำให้ระบบมีสมรรถนะเทียบเท่ากับ H_∞ และทำให้ระบบมีเสถียรภาพโรบัสต์กว่า H_∞ โดยการปรับปรุงตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ H_∞

บทที่ 4

การดำเนินการสร้าง โปรแกรมการสังเคราะห์สมรรถนะโรบัสต์ของ FIT

รายละเอียดของโปรแกรมจะกล่าวไว้ในภาคผนวก ข และ ค โดยหัวข้อนี้จะทำการอธิบายขั้นตอนการทำงาน

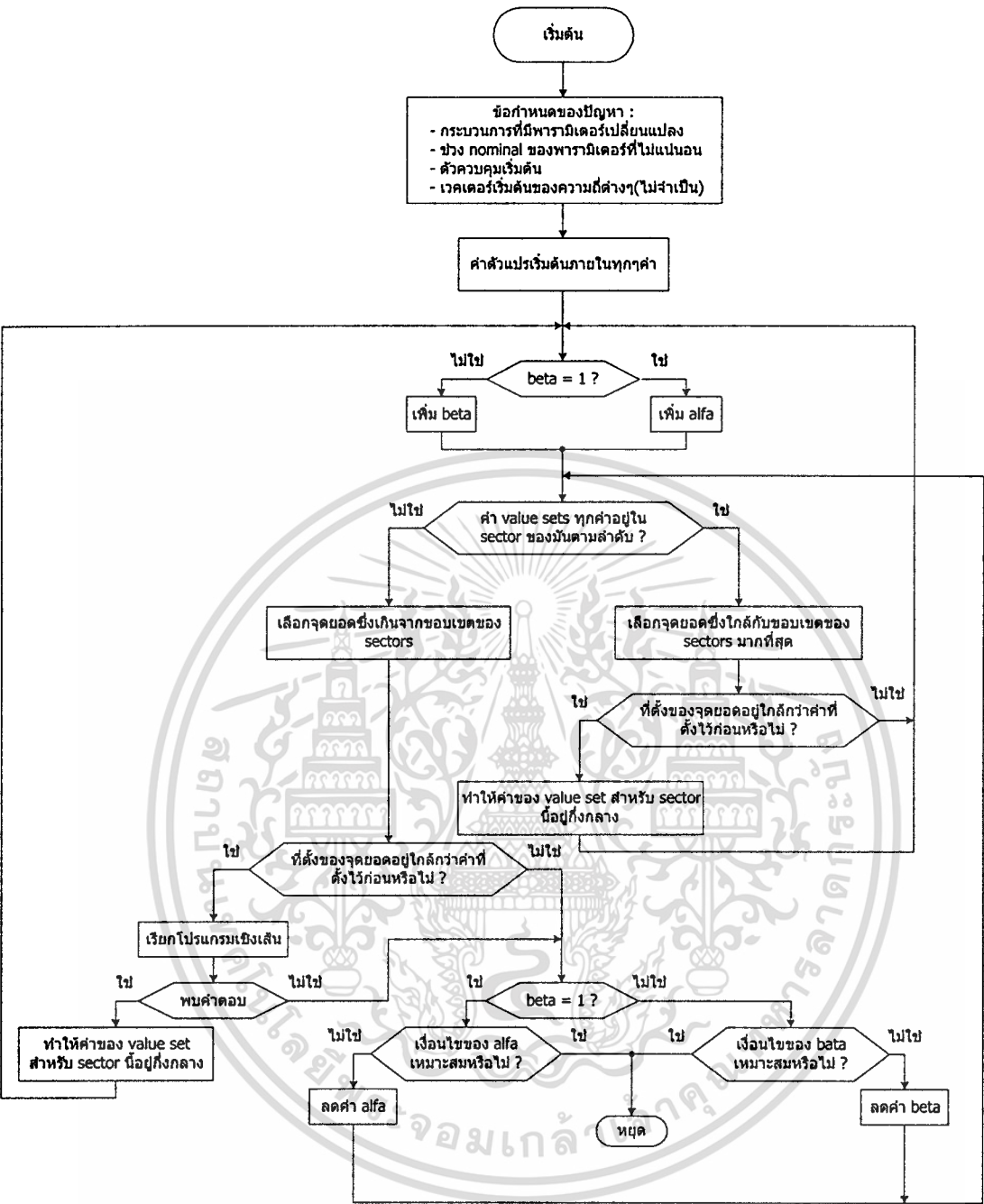
เมื่อต้องการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วยโปรแกรม FIT จะต้องเรียกไฟล์ FIT.M จาก MATLAB โดยไฟล์นี้จะทำการเรียกไฟล์อีก 3 ไฟล์ คือ PROBDEF.M FITINI.M และ FITERAT.M โดยไฟล์ PROBDEF.M เป็นไฟล์ ซึ่งจะกำหนดปัญหาเฉพาะที่ต้องการจะดำเนินการและเป็นไฟล์ที่สามารถแก้ไขได้ ซึ่งจะแสดงเทอมเศษและเทอมส่วนของพลาตต์เป็นเวกเตอร์ซึ่งรวมสัมประสิทธิ์ของโพลิโนเมียลเอาไว้ จากนั้นจะวางค่า b ไว้หน้าเทอมเศษของฟังก์ชันน้ำหนัก $W_1(s)$ และโปรแกรมจะทำการแทนค่าที่เหมาะสมโดยอัตโนมัติสำหรับค่า b โดยขึ้นอยู่กับชนิดของการกำหนดขอบเขตเกินที่ได้เลือกไว้ เมื่อเลือกชนิดของการกำหนดขอบเขตเกินของสมรรถนะจากนั้นทำการกำหนดกำลังของเทอมเศษและเทอมส่วนของตัวควบคุม และเลือกขนาดของเชกเตอร์ โดยช่วงของขนาดของเชกเตอร์ คือ $\frac{\pi}{2}$ ถึง π และข้อมูลที่ต้องป้อนอีกคือค่าเริ่มต้นของตัวแปร alfa (alfainit) และ beta (betainit) เพื่อทำการควบคุมขนาดของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์และขนาดสมรรถนะ ตามลำดับ โดยขนาดของความไม่แน่นอนซึ่งกำหนดในไฟล์นี้จะสอดคล้องกับค่า alfa โดยจะเท่ากับหนึ่ง นอกจากนี้ข้อกำหนดทางสมรรถนะที่ต้องการจะพบได้เมื่อ beta เท่ากับหนึ่ง นอกจากนี้ยังต้องป้อนตัวควบคุมเริ่มต้นด้วย มีข้อกำหนดข้อหนึ่งคือตัวควบคุมนี้จะต้องทำให้พลาตต์ระบูก่เกิดเสถียรภาพ นอกจากนี้ยังมีตัวแปรอีกมากกว่าสองตัวแปรที่ต้องเซตค่าเริ่มต้นไว้คือ Kalfa ซึ่งเป็นตัวกำหนดว่าความถี่ที่จะเพิ่มหรือลดในหนึ่งขั้นตอนเพื่อที่จะให้ตำแหน่งของกลุ่มค่าอยู่กึ่งกลางกลางเชกเตอร์ว่ามีค่าเท่าไรและ Malfa (แสดงในรูปร้อยละ) จะเป็นตัวกำหนดความแม่นยำของคำตอบ ยกตัวอย่างถ้าเลือก Malfa มีค่าเป็น 0.1% นั้นหมายความว่าขั้นตอนการดำเนินการจะพบคำตอบ $\alpha = \alpha^{\max}$ และเมื่อ $\alpha > 1.001\alpha^{\max}$ จะไม่สามารถหาคำตอบใดๆได้เลย โดย Malfa สามารถเปลี่ยนค่าได้ตามต้องการ

ไฟล์ FITINI.M จะเริ่มต้นให้ค่าของตัวแปรต่างๆ โดยทั่วไปตัวแปรเหล่านี้จะอาศัยข้อมูลทุกตัวจากไฟล์ PROBDEF.M ซึ่งถูกคำนวณเพียงครั้งเดียวและจำเป็นสำหรับขั้นตอนเพื่อที่จะหาตัวควบคุมที่มีเสถียรภาพสำหรับขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนเท่าที่จะเป็นไปได้ด้วยวิธีวนรอบและส่วนนี้ของโปรแกรมยังหาเวกเตอร์เริ่มต้นของความถี่ต่างๆ ที่ซึ่งโพลิโนเมียลคุณลักษณะที่ระบุซึ่งถูกประเมินที่ความถี่เหล่านี้ตั้งอยู่กึ่งกลางกลางเชกเตอร์นั้นๆ ตามลำดับ ทำได้โดยการป้อนเวกเตอร์เริ่มต้นของความถี่ต่างๆ เพื่อให้ โพลิโนเมียลคุณลักษณะที่ระบุหรือกลุ่มค่าอยู่ในเชกเตอร์ต่างๆ ตามลำดับสำหรับขนาดของความไม่แน่นอนบางค่า โปรแกรมจะเซตความถี่ซึ่งสอดคล้องกับเชกเตอร์ใดๆ ให้เท่ากับศูนย์ ถ้าไม่ได้ป้อนค่าเวกเตอร์เริ่มต้นของความถี่ต่างๆ

เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนของไฟล์ FITEREAT.M จะเป็นส่วนหลักของการดำเนินการ โดยขั้นตอนแรกนั้น โปรแกรมจะเพิ่มค่าตัวแปร beta (ขึ้นไปจนกระทั่งมีค่าเท่ากับหนึ่งหรือจนกว่าจะไม่สามารถเพิ่มได้อีก) โดยค่า alfa จะถูกรักษาไว้ที่ค่าศูนย์ (ไม่มีความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ทั้งหมด) ถ้าตัวควบคุมสามารถหาค่าได้เมื่อ beta เท่ากับหนึ่งแล้วหมายความว่าวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะสำเร็จ จากนั้น โปรแกรมจะเริ่มทำการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ เมื่อไม่สามารถเพิ่มค่าขนาดของความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ได้อีกแล้วคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบสุดท้าย โดยในรูป 4.1 แสดงลำดับการทำงานของโปรแกรมเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT

ขั้นตอนของโปรแกรมจะทำการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์และตรวจสอบว่ากลุ่มค่าต่างๆ ค่าตั้งอยู่ในเซกเตอร์นั้นๆ หรือไม่ ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวแล้วขนาดของความไม่แน่นอนจะถูกเพิ่มอีกครั้งและเป็นเช่นนี้ต่อไป นอกจากนี้โปรแกรมยังทำการทดสอบจุดยอดของกลุ่มค่าว่าอยู่ใกล้กับขอบเขตของเซกเตอร์ที่สุดหรือไม่ ถ้าจุดยอดดังกล่าวตั้งอยู่ภายใน 10 องศาจากขอบเขตแล้ว โปรแกรมย่อยเพื่อทำให้กลุ่มค่าอยู่กึ่งกลางจะถูกเรียกขึ้นมา ถ้ามีจุดยอดหนึ่งจุดหรือมากกว่าของกลุ่มค่าใดๆ ตั้งอยู่นอกเซกเตอร์ดังกล่าวแล้วจะเป็นไปได้สองทางคือถ้าจุดยอดที่เกินส่วนใหญ่ตั้งอยู่ใน 10 องศาจากขอบเขตของเซกเตอร์แล้ว โปรแกรมเชิงเส้นจะถูกเรียกเพื่อพยายามที่จะปรับปรุงพารามิเตอร์ของตัวควบคุม เพื่อให้ทุกๆ กลุ่มค่าตั้งอยู่ในเซกเตอร์แต่ละเซกเตอร์ตามลำดับ ถ้าโปรแกรมย่อยนี้สำเร็จแล้วขนาดของความไม่แน่นอนจะถูกเพิ่มออกไปอีกและทุกๆ ขั้นตอนจะทำซ้ำเช่นนี้ อีกทางคือถ้าจุดยอดที่เกินส่วนใหญ่ตั้งอยู่มากกว่า 10 องศาจากขอบเขตของเซกเตอร์หรือโปรแกรมเชิงเส้นดำเนินการก็ไม่สำเร็จแล้วขนาดของความไม่แน่นอนจะถูกลดลง หมายเหตุคือว่าโปรแกรมจะไม่เรียกโปรแกรมเชิงเส้นถ้าจุดยอดจุดหนึ่งตั้งอยู่ห่างจากขอบเขตของเซกเตอร์เกิน 5 องศา อย่างไรก็ตามถ้าโปรแกรมเชิงเส้นสามารถหาคำตอบได้ในขั้นตอนต่อไปกลุ่มค่าทุกๆ ค่าที่ซึ่งมีจุดยอดอยู่ใกล้ขอบเขตของเซกเตอร์มากกว่า 5 องศาจะอยู่กึ่งกลาง สรุปได้ว่าถ้าขั้นตอนสุดท้ายสำเร็จ (เช่น กลุ่มค่าทุกๆ ค่าตั้งอยู่ในเซกเตอร์นั้นๆ) แล้ว โปรแกรมจะทำการเพิ่มขนาดของความไม่แน่นอนทีละขั้นๆ ในทางกลับกัน ถ้าขั้นตอนสุดท้ายไม่สำเร็จ โปรแกรมจะทำการลดขนาดของความไม่แน่นอนลงขั้นหนึ่ง เพื่อที่จะนำไปสู่ขั้นตอนการเรียกโปรแกรมเชิงเส้นอีกครั้ง



รูปที่ 4.1. โฟลว์ชาร์ตของโปรแกรมการสังเคราะห์ตัวควบคุมด้วย FIT

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1 โปรแกรมเชิงเส้น

หัวข้อนี้จะทำการอธิบายการทำงานของโปรแกรมเชิงเส้นดังนี้ เริ่มต้นโดยการเขียนโปรแกรมเพื่อทำการแก้ปัญหากลุ่มของอสมการเชิงเส้นในรูปแบบต่างๆ ไป คือ $Ax \geq b$ เมื่อ x แทนเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ของตัวควบคุม ซึ่งได้อธิบายไว้แล้วว่าอสมการเหล่านี้เกิดขึ้นได้อย่างไร ความพยายามแรกในการวิจัยคือเพื่อที่จะใช้วิธีการโปรเจกชัน โดยข้อดีที่สำคัญของวิธีนี้คือจะไม่พอกพูนค่าความผิดพลาดเชิงตัวเลข เป้าหมายคือเพื่อที่จะพัฒนาโปรแกรมสำหรับกรณีทั่วไปและไม่เฉพาะปัญหาใดปัญหาหนึ่ง โดยเริ่มต้นผู้วิจัยได้ดำเนินการด้วยวิธีการโปรเจกชันเพื่อที่จะแก้สมการเชิงเส้น แต่ผลลัพธ์ยังไกลจากความเหมาะสมอยู่ซึ่งปัญหาก็คืออัตราการลู่เข้า (ส่วนที่สำคัญคือการปรับสเกลที่เหมาะสมจะทำให้การลู่เข้าเร็วที่สุด)

โดยโปรแกรมจะไม่เพียงแต่หาพารามิเตอร์ของตัวควบคุมหรือเวกเตอร์ x ที่จะเป็นไปตามอสมการ $Ax \geq b$ (ถ้าเป็นไปได้) แต่ยังพยายามที่จะทำให้องค์ประกอบที่เล็กที่สุดของเวกเตอร์ $Ax - b$ มีค่ามากที่สุด

โปรแกรมจะเริ่มต้นด้วยการกำหนดเวกเตอร์ต่อไปนี้

$$\delta x = \frac{x}{\text{division_factor}} \quad (4.1)$$

เมื่อ x คือเวกเตอร์ที่รวมค่าปัจจุบันของสัมประสิทธิ์ของตัวควบคุมและ division_factor แทนความแม่นยำที่ต้องการ โดยค่าของ division_factor ในการดำเนินการเลือกไว้ที่ค่า $1e+10$ ซึ่งสอดคล้องกับทศนิยม 10 ตำแหน่งหลังจุดทศนิยม วัตถุประสงค์ทางสมรรถนะในการค้นหาคือเพื่อที่จะทำให้ค่า $\min(Ax - b)$ มีค่ามากที่สุด ขั้นแรกเลือกองค์ประกอบแรกของ δx และบวกกับองค์ประกอบแรกของ x ถ้าขั้นตอนนี้ปรับปรุงวัตถุประสงค์ทางสมรรถนะก็จะดำเนินการต่อโดยการเพิ่ม $2\delta x(1)$, $4\delta x(1)$ และทำซ้ำไปจนกระทั่งไม่สามารถปรับปรุงวัตถุประสงค์ออกไปได้อีก แต่ถ้าทำไม่ได้ก็จะพยายามที่จะดำเนินต่อไปในทิศทางตรงกันข้ามคือทำการลบ $\delta x(1)$, $2\delta x(1)$, ... โดยวิธีเดียวกัน จำนวนของการวนรอบดังกล่าวจะถูกกำหนดค่าไว้ก่อนและขั้นตอนจะดำเนินไปจนกระทั่งถึงจุดที่กำหนดไว้ ถ้าพบคำตอบโปรแกรมก็จะเก็บค่าขนาดของความไม่แน่นอนที่เพิ่มขึ้นไว้ แต่ถ้าไม่พบคำตอบขนาดของความไม่แน่นอนจะถูกลดลง ข้อดีที่สำคัญของขั้นตอนนี้คือสามารถทำงานได้เป็นที่พอใจและยากที่จะพบกรณีที่ไม่สามารถหาคำตอบได้

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอกรณีศึกษาการสังเคราะห์ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง จากผลลัพธ์ในแต่ละตัวอย่างจะเห็นว่าการสังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งมีพื้นฐานบนหลักการของ FIT ให้ค่าขนาดของความไม่แน่นอนมีค่ามากที่สุดซึ่งส่งผลให้ขอบเขตเสถียรภาพของระบบมีค่ามากที่สุดเช่นกัน ข้อสรุปดังกล่าวประยุกต์ใช้กับปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์ได้ดีพอๆ กับปัญหาสมรรถนะโรบัสต์สำหรับพลาเน็ตแบบเฟสไม่ต่ำสุดที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลง โดยสิ่งที่ควรพิจารณาคือการหาวิธีการประมาณฟังก์ชันน้ำหนักของความไม่แน่นอนที่ดีที่สุดซึ่งจะนำไปสู่ค่าตอบของ H_∞ ที่ดีที่สุดซึ่งจะได้ผลลัพธ์ที่ทำให้ระบบมีขอบเขตเสถียรภาพมากขึ้น ในกรณีพลาเน็ตแบบเฟสไม่ต่ำสุดจากบทที่ 2 เมื่อพิจารณาเพียงปัญหาการทำให้เกิดเสถียรภาพโรบัสต์พบว่าเป็นเรื่องยากที่จะหาฟังก์ชันการประมาณที่ดีที่สุดที่เป็นไปได้ โดยตัวอย่างจากบทนี้ทำการหาฟังก์ชันการประมาณอันดับสองที่ดีที่สุดด้วยการแก้ปัญหาค่าเหมาะที่สุดเป็นที่ยอมรับว่าฟังก์ชันการประมาณดังกล่าวให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าเดิมเล็กน้อยแต่ไม่ดีกว่า FIT ซึ่งเป็นไปได้ว่าฟังก์ชันการประมาณที่มีอันดับสูงกว่าซึ่งทำให้ได้ตัวควบคุมที่มีอันดับเท่าเดิมจะทำให้การสังเคราะห์ H_∞ ให้ผลลัพธ์ที่ทำให้ระบบมีขอบเขตเสถียรภาพมากกว่าเดิมซึ่งการสังเคราะห์ด้วย FIT โดยตรงให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมในกรณีที่มีอันดับเท่ากันและในกรณีบทที่ 3 นอกจากการสังเคราะห์ FIT จะให้ขนาดที่มากที่สุดของความไม่แน่นอนที่ยังทำให้ระบบเสถียรภาพมากกว่าการสังเคราะห์ H_∞ ยังได้ตัวควบคุมที่มีอันดับต่ำกว่าด้วย

ดังนั้นข้อดีของการสังเคราะห์ FIT มีความเหมาะสมกับระบบที่มีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงและประยุกต์ใช้กับพลาเน็ตแบบเฟสไม่ต่ำสุดได้ แต่ก็ยังมีข้อด้อยสำหรับการสังเคราะห์ FIT คือการปฏิบัติการของโปรแกรมยังคงช้าและในทางปฏิบัติจำนวนของพารามิเตอร์ที่ไม่แน่นอนถูกจำกัดอยู่ที่สี่ค่าเท่านั้น จึงต้องมีการปรับปรุงความสามารถของโปรแกรมต่อไปเพื่อให้เหมาะสมกับกรณีที่มีพารามิเตอร์ของความไม่แน่นอนเพิ่มขึ้นและปรับปรุงให้ประยุกต์ใช้กับระบบ MIMO เหมือนกับ H_∞ ได้แต่ถึงอย่างไร ในกรณี SISO ผลลัพธ์ที่ได้เป็นที่น่าพอใจ โดยผู้วิจัยหวังว่า FIT จะเป็นเครื่องมืออันหนึ่งเพื่อใช้ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมและได้รับการพัฒนาต่อไปเพื่อให้สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ทำให้ข้อกำหนดต่างๆ เช่น เสถียรภาพโรบัสต์ สมรรถนะโรบัสต์ เกนมาร์จินและเฟสมาร์จิน เกิดขึ้นพร้อมๆ กัน โดยอาศัยหลักการการทำให้โพลีโนเมียลเกิดเสถียรภาพในเวลาเดียวกัน

เอกสารอ้างอิง

- [1] S. Skogestad, L. Postlethwaite, Multivariable Feedback Control (Analysis and Design), John Wiley & Sons, November 1998.
- [2] Doyle, J. C., J. E. Wall, G. Stein, "performance and Robustness Analysis for Structured Uncertainty," Proceeding 1982 CDC, Orlando, FL, pp. 629-636.
- [3] Doyle, J. C., B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, "Feedback Control Theory," Macmillan Publishing Company, New York, USA, 1992.
- [4] B.R. Barmish, New Tools for Robustness of Linear Systems, McMillan, New York, 1993.
- [5] Djaferis, T.E., "To stabilize a k Real Parameter Affine Family of Plants it Suffices to Simultaneoulsy Stabilize 4^k Polynomials," Systems and Control Letters, Vol. 16, No. 3, pp. 187-193.
- [6] Djaferis, T.E., "To Stabilize an Interval Plant Family it Suffices to Simultaneously Stabilize 64 Polynomials," Proceedings 1991 CDC, Brighton, England, pp. 406-410.
- [7] Kaminsky, R. D., T. E. Djaferis, "A novel Approach to the Analysis and Synthesis of Controllers for Parametrically Uncertain Systems," Proceedings 1992 IEEE CDC, Tuscson, AZ.
- [8] V. Tipsuwanporn, W. Piyarat, K. Wittheephanch, S. Gulpanich, Y. Paraken, "Robust Controller Design for Parametrically Uncertain System," Proceedings 1999 KACC, October 1999, pp. E92-E95

[9] Morari, M., E. Zafirious, “Robust Process Control,” Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, USA, 1989.

[10] วิทยา ทิพย์สุวรรณพร, เกียรติอนันต์ สุขชู, กฤษชัย วิถีพานิช, เวทิน ปิยรัตน์ “การสร้างตัวควบคุม PIDA สำหรับควบคุมความเร็วมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้น,” วารสารวิจัยและพัฒนา มจร., ปีที่ 22, ฉบับที่ 1, มกราคม – เมษายน 2542



ภาคผนวก ก
ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วารสารวิจัยและพัฒนา มจร.

KMUTT RESEARCH AND DEVELOPMENT JOURNAL

Research Papers

The Preparation of Microfiltration Ceramic Membrane from Alumina.....	4
Patima Teppayayon-Ratana Jiratananon and Dudsadee Uttapap	
Long -Term Performance Estimation of Solar Water Still Based on Utilizability Function.....	20
Pichai Namprakai	
The Influences of Austempering Temperatures on Microstructures and Mechanical Properties of Austempered 1.5%Ni-0.3%Mo Ductile Iron.....	32
Nuchthana Poolthong	
Comparisons of Students Achievements in Study Calculus : The Case of a Small and a Big Group of Engineering Students at KMUTT.....	44
Puchong Praekhao	
Implementation of PIDA Controller for Speed Control Separately Excited DC Motor.....	56
Vittaya tipsuwanpron Keitanun Sukchu Kritchai Wittheephanich and Wakhin Piyarat	
The Simulation of Electric Train Traffic Controlling System.....	70
Wichian Chutimaskul and Peerapol Somphopharoen	
Effect of electric field for Heat Transfer Augmentation in Dielectric liquid.....	94
Tanongkiat Kiatsiriroat Santi Wangnipparnto and Jirawan Tiansuwan	
A Study of Environmental Factors Relate to Willingness of KMITT Personnel to Become University Officers.....	108
Sumalee Chanchalor	

การสร้างตัวควบคุม PIDA สำหรับควบคุม ความเร็วมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้น

วิทยา ทิพย์สุวรรณพร¹ เกียรติอนันต์ สุขชู² กฤษชัย วิถีพานิช²

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เวคิน ปิยรัตน์³

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์

บทคัดย่อ

ในอดีตที่ผ่านมาได้มีการนำเอาตัวควบคุม PID มาใช้ควบคุมกระบวนการอันดับสอง แต่เมื่อมีอันดับสูงขึ้นจะทำให้ระบบควบคุมมีความเสถียรภาพนั้นทำได้ยากเช่นใน [3,4] ดังนั้นจึงเสนอการควบคุมแนวใหม่มาแทนตัวควบคุมแบบเดิม โดยใช้ตัวควบคุม PIDA (proportional, integral, derivative และ acceleration) สำหรับกระบวนการอันดับสูงๆ ที่มีคุณสมบัติให้ผลตอบสนองชั่วคราวและสภาวะอยู่ตัวได้อย่างรวดเร็ว โดยที่ระบบยังคงเสถียรภาพอยู่ ในการออกแบบตัวควบคุม PIDA ที่นำเสนอนี้จะใช้ตัวประมวลผลเชิงสัญญาณ TMS320C50 ทำการคำนวณตามวิธีการของ PIDA ทำให้สามารถวิเคราะห์ผลของอินพุตได้ตามเวลาจริง นอกจากนั้นยังได้แสดงการคำนวณหาค่าของตัวควบคุม PIDA อย่างละเอียด เพื่อนำไปสร้างตัวควบคุมอย่างง่าย สำหรับควบคุมมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้น ซึ่งผลที่ได้จากการทดลองของการสร้างตัวควบคุม PIDA ทำให้ได้ค่าตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการคือมี $P.O. \leq 5\%$, $T_r \leq 2$ วินาที นอกจากนั้นยังให้ผลตอบสนองของการควบคุมที่เร็วและมีความเที่ยงตรงสูง โดยที่ระบบยังคงมีความเสถียรภาพอยู่ ทั้งในสภาวะมีโหลดและไม่มีโหลด

¹ รองศาสตราจารย์ ภาควิชาเทคโนโลยีการวัดคุมทางอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์

² นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาเทคโนโลยีการวัดคุมทางอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์

³ อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์

และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Implementation of PIDA Controller for Speed Control Separately Excited DC Motor

Vittaya tipsuwanpron ¹ Keitanun Sukchu ² Kritchai Witheephanich ²

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

Wakhin Piyarat ³

Srinakarinwirot University

Abstract

The PID controllers are widely used to control the second order process. The higher order processes are difficult to have the stability as shown in the previous papers [3,4]. This paper proposes the PIDA controller for the higher order processes. It responses immediately for the transient and steady state response as the system remains stable. The proposed PIDA design uses TMS320C50 as signal processor for all calculations of PIDA procedure. It is able to analyze the effects of real time input. This paper also presents the calculations of PIDA variable to make simple controller. To control the excited separation DC motor. The experimental results of PIDA-controller implementation require the same desired objectives such as; $P.O. \leq 5\%$, $T_s \leq 2$ sec. It also has the quick controlling response with high accuracy while the system is stable as no load or with load.

¹ Associate Professor, Department of Industrial Instrumentation Technology, Faculty of Engineering.

² Graduate Student, Department of Industrial Instrumentation Technology, Faculty of Engineering, ใช้ประโยชน์ด้านการค้า

³ Lecturer, Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering.

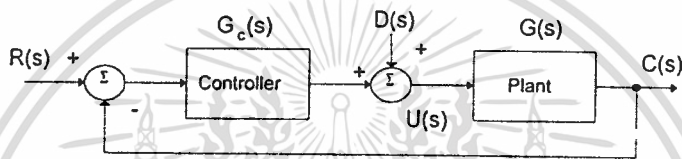
และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. บทนำ

ตัวควบคุม PID[2-3] ถูกใช้อย่างกว้างขวางในโรงงานอุตสาหกรรมสำหรับกระบวนการที่เป็นอันดับสอง แต่เมื่อกระบวนการมีอันดับสูงขึ้นจะควบคุมได้ยาก เนื่องจากอันดับของกระบวนการมีจำนวนโพลมากกว่าจำนวนซีโรของตัวควบคุม ทำให้ทางเดินของรากเคลื่อนเข้าใกล้จุดกำเนิด จึงมีการคิดค้นการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA [1] ขึ้นเพื่อใช้ควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสูงๆ โดยที่ระบบยังมีเสถียรภาพและความแม่นยำสูง

2. ทฤษฎีและหลักการ

พิจารณาโครงสร้างที่แสดงการควบคุมในรูปที่ 1.



รูปที่ 1 โครงสร้างของระบบควบคุมในวงปิด

สมมุติมีสัญญาณป้อนกลับเป็นหนึ่งหน่วย (unity feedback) ตัวชดเชย PIDA ถูกกำหนดให้เป็นดังนี้

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{(s+d)} + \frac{K_A s^2}{(s+d)(s+e)}$$

$$= K \frac{(s+a)(s+b)(s+z)}{s(s+d)(s+e)} \quad a, b, z \ll d, e \quad (1)$$

เมื่อ a, b, z และ d, e เป็นซีโร และโพลของตัวควบคุม PIDA ตามลำดับ โดยเหตุที่ว่า $a, b, z \ll d, e$. พิจารณาที่โพล d, e มีค่าน้อยมากจึงไม่นำมาคิด จากรูปที่ 1 ฟังก์ชันถ่ายโอน $T(s)$ ในวงรอบปิดจะเป็น

$$T(s) = \frac{G(s)G_c(s)}{1+G(s)G_c(s)} \quad (2)$$

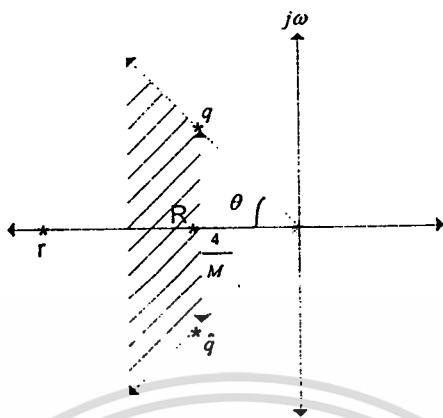
เมื่อ $1+G(s)G_c(s) = 0$ เป็นสมการคุณลักษณะของระบบควบคุม สมรรถนะของระบบควบคุมสามารถพิจารณาได้จากผลตอบสนองภาวะชั่วครู่ตามข้อกำหนดต่อไปนี้

$$P.O \leq L \quad (3)$$

$$T_s \leq M \quad (4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของงานเพื่อ $\frac{|C(t)|}{|D(t)|} < 10$ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ค่าสูงสุด ผลตอบสนองของเอกสารทุก $= \max \frac{|C(t)|}{|D(t)|} < 10$ (5)
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังต้องรับผิดชอบต่อเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อค่าของ L , M และ W จะถูกเลือกโดยผู้ออกแบบตัวควบคุม โดยค่า L และ M เป็นการกำหนดตำแหน่งรากที่ใกล้จุดกำเนิดที่สุดใน s -plane ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 ขอบเขตโลกลที่ครอบคลุมรากที่ยอมรับได้และตำแหน่งค่ารากในวงปิดที่ตำแหน่ง (*) ใน s -plane

เมื่อ $\theta = \cos^{-1} \left[\frac{\left(\ln \frac{L}{100} \right)^2}{\pi^2 + \left(\ln \frac{L}{100} \right)^2} \right]$ ดังนั้นจุดมุ่งหมายของบทความนี้จึงเป็นแนวทางในการวิเคราะห์วิธีใหม่ของการออกแบบตัวควบคุม PIDA สำหรับกระบวนการอันดับสาม ซึ่งให้คุณสมบัติเฉพาะได้ตามต้องการ

3. วิธีการออกแบบและวิเคราะห์ตัวควบคุม PIDA

แนวความคิดในการออกแบบตัวควบคุม PIDA คือการเพิ่มซีโรให้ตัวควบคุม PID ดังนั้นเมื่อนำตัวควบคุมต่อแอสเคดกับกระบวนการอันดับสาม จะทำให้อันดับของระบบลูปปิดเพิ่มขึ้นเป็นอันดับสี่ จึงใช้แนวความคิดในการวางรากของลูปปิดทั้งสี่ในระนาบ s -plane ดังแสดงในรูปที่ 2 เพื่อให้ได้สมรรถนะตามข้อกำหนด โดยวางรากสองตัวแรกไว้ในตำแหน่งรากครอบคลุมหรือในแนวเส้นตรงเดียวกับ $-\zeta\omega_n$ ส่วนรากตัวที่สามจะวางไว้ในตำแหน่งซ้ายมือของโพลที่มากที่สุดของกระบวนการที่ไม่ได้อยู่ที่จุดกำเนิด และรากตัวที่สี่จะวางให้ไกลออกไปจากจุดกำเนิด ที่มีผลในการลดผลของโพลที่ผลกระทำกับระบบทั้งหมด โดยตำแหน่งใหม่ของโพลดังกล่าวจะเข้ามามีผลกระทำกับระบบแทน ซึ่งสามารถปรับแต่งตำแหน่งจากการออกแบบตัวควบคุม PIDA นอกจากนั้นผลกระทำดังกล่าวจะปรากฏมากขึ้นกับกระบวนการชนิดที่หนึ่ง และมากที่สุดกับกระบวนการชนิดที่สอง เนื่องมาจากโพลที่จุดกำเนิด

3.1 ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม PIDA

ขั้นตอนที่ 1 กำหนด $\xi\omega_n$ ของตำแหน่งรากที่ครอบคลุมจากเวลาเข้าที่ (T_s) ตามสมการ

$$T_s = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

โดยที่ตำแหน่งรากครอบคลุม $s=q$ และ q^* เมื่อ

$$q = -\xi\omega_n + j\omega_n \sqrt{1-\xi^2}$$

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดค่า ξ ที่ตำแหน่งของเปอร์เซ็นต์โอเวอร์ชูท (P.O) นั่นคือ

$$\xi = \frac{\sqrt{\left(\ln \frac{L}{100}\right)^2}}{\pi^2 + \left(\ln \frac{L}{100}\right)^2}$$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกค่ารากในแกนจริงให้เท่ากับค่าจริงของรากที่ต้องการให้ครอบคลุม โดยกำหนดดังนี้คือ $R = \text{Re}\{\text{dominant roots}\} \leq -\xi\omega_n$ และเพื่อที่จะลดผลที่เกิดจากรากในวงปิดที่ไม่ครอบคลุมดังนั้นจึงกำหนดเลือกค่า R โดยอยู่ทางด้านซ้ายของโพลที่มากที่สุดในวงเปิดของกระบวนการ ซึ่งไม่อยู่ที่จุดกำเนิดในครึ่งระนาบด้านซ้ายของ s-plane

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตำแหน่งรากที่มากที่สุดบนแกนจริงที่มีค่า r โดยที่กำหนดให้ $r \ll -\xi\omega_n$

ขั้นตอนที่ 5 เขียนสมการคุณลักษณะ $1+G(s)G_c(s) = 0$ และ กำหนดให้ $(s+r)(s+R)(s+q)(s+q) = 0$

ขั้นตอนที่ 6 คำนวณหาสมการคุณลักษณะจากขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7 แก่สมการจากขั้นตอนที่ 6 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a, b, z และ K แล้วทำให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ (2)

ขั้นตอนที่ 8 พล็อตกราฟแสดงผลตอบสนอง ดังนี้

ก. สำหรับที่ $c(t)$ ให้ $r(t) = \text{unity step}$

ข. สำหรับ $c(t)$ ให้ $r(t) = 0$ และ $d(t) = \text{unity step}$

ถ้าเปอร์เซ็นต์โอเวอร์ชูท (P.O) ไม่เป็นที่พอใจให้เพิ่มค่าเกน K ที่ต่อ cascade ดังในสมการที่ (1)

4. การออกแบบตัวควบคุมแบบดิจิตอล

ระบบควบคุมดิจิตอลใช้ DSP เป็นตัวประมวลสัญญาณเชิงเลข ที่มีความเร็วในการทำงาน 10 ล้านคำสั่งต่อวินาที เป็นชิพของ Texas Instrument เบอร์ TMS320C50 ต่ออินเตอร์เฟสกับพอร์ตอนุกรมของไมโครคอมพิวเตอร์ และใช้วงจรแปลง A/D และ D/A ที่มีความละเอียดในการแปลงข้อมูลขนาด 14 บิต ซึ่งต่อรวมอยู่ในบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลขของชิพ DSP ซึ่งสามารถศึกษาได้จากคู่มือของชิพ DSP TMS320C50 [7] และในการเขียนโปรแกรมนั้นจะต้องแปลง s-domain ให้อยู่ในรูป z-domain ตาม algorithm ของตัวควบคุม PIDA ส่วนเอาร์พุทที่ได้นั้นเป็นการกระทำด้วยการแปลงจาก z-domain เป็น s-domain เพื่อจะต่อเชื่อมในการควบคุมกระบวนการที่เป็น s-domain ดังนั้นแนวทางของการพิจารณาในการออกแบบตัวควบคุม PIDA จึงพิจารณาเป็น s-domain ทั้งระบบ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1 โครงสร้างทางฮาร์ดแวร์ของระบบ

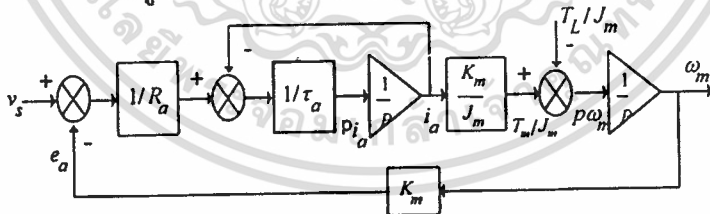
ในการทดลองการควบคุมความเร็วของมอเตอร์แบบแยกตัวกระตุ้นนั้น มีหลักการสำคัญๆ อยู่ว่า ถ้าทำการป้อนสัญญาณเข้าไปขับให้มอเตอร์หมุนแล้ววัดตำแหน่งของการหมุนด้วย Encoder แล้วนำค่าที่วัดได้ไปเปรียบเทียบกับ set point เดิม จากนั้นทำการควบคุมสัญญาณส่งไปเพิ่มหรือลดความเร็วของมอเตอร์ เพื่อให้มอเตอร์มีความเร็วตามต้องการ ซึ่งการรับค่าจาก Encoder นั้น ตัว Encoder จะส่งสัญญาณตรวจจบการหมุนของมอเตอร์ออกมาในรูปของพัลส์ความถี่ในหน่วยของพัลส์ต่อรอบ จากนั้นเอาสัญญาณส่วนนี้ไปเข้าวงจรนับ 16 บิต ที่ทำการออกแบบไว้ เพื่อแปลงค่าพัลส์ให้เป็นข้อมูลดิจิตอลขนาด 16 บิต แล้วจึงนำค่าขนาด 16 บิต ไปประมวลผลโดย DSP ต่อไป ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว การส่งข้อมูลเข้าไปประมวลผลนั้นจะต้องมีการอ้างตำแหน่ง Address ให้กับหน่วยประมวลผลเชิงสัญญาณ เพื่อที่หน่วยประมวลผลกลางจะได้อ้างอิงตำแหน่งของข้อมูลได้ถูกต้องและแม่นยำ แล้วส่งค่าออกมาเป็นสัญญาณอนาล็อก

5. การประยุกต์ใช้งานกับการจำลองแบบทางพลศาสตร์ของมอเตอร์

การนำไปประยุกต์ใช้งานในระบบควบคุมนั้นนิยมใช้มอเตอร์แบบแยกตัวกระตุ้นชนิดควบคุมตัวหมุน ซึ่งจะต้องให้กระแส i_a ของมอเตอร์มีค่าคงที่เพื่อให้งานเป็นเชิงเส้น และยังพิจารณาถึงวิธีการออกแบบการควบคุมความเร็วและแรงบิดให้มีความเที่ยงตรงสูง เมื่อทำการออกแบบตัวควบคุม PIDA จะทำให้ง่ายต่อการควบคุมความเร็ว ซึ่งบล็อกไดอะแกรมของระบบมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้นแสดงได้ดังรูปที่ 3

หมายเหตุ ในกรณีนี้ถือได้ว่า T_L (c) อินพุตที่สองของมอเตอร์

รูปที่ 3 ระบบมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้น



เมื่อ	τ_m	=	ค่า mechanical time constant ของมอเตอร์
	τ_a	=	L_a / R_a = ค่า time constant ของกระแสอาร์เมเจอร์
	B_m	=	สัมประสิทธิ์ของ viscous friction
	J_m	=	ความเฉื่อยของโรเตอร์ของมอเตอร์
	θ_m	=	ระยะแทนที่เชิงมุมของโรเตอร์

จากรูปที่ 3 ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบจะเป็นดังนี้ คือ

$$\frac{O_m}{v_s / K_m} = \frac{1}{\tau_m (\tau_a s + 1)(s + B_m / J_m) + 1} \times \frac{1}{s} \quad (6)$$

จากสมการที่ (6) สามารถเขียนสมการคุณลักษณะได้เป็น

$$s \left(s^2 + \left(\frac{1}{\tau_a} + \frac{B_m}{J_m} \right) s + \frac{1}{\tau_a} \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{B_m}{J_m} \right) \right) = 0 \quad (7)$$

เมื่อแทนค่าที่เหมาะสมและใช้การแปลงลาปลาซ จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนระหว่างระยะแทนที่ของมอเตอร์กับแรงเคลื่อนอินพุตจะได้เป็น

$$G(s) = \frac{\theta_m}{v_s / K_m} = \frac{\tau_a \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{B_m}{J_m} \right)}{s \left(s^2 + \left(\frac{1}{\tau_a} + \frac{B_m}{J_m} \right) s + \frac{1}{\tau_a} \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{B_m}{J_m} \right) \right)} \quad (8)$$

มอเตอร์กระแสตรงแบบ armature-controlled จะมี loop ป้อนกลับในตัวเองซึ่งเกิดจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ แรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับนี้จะเป็นสัดส่วนกับค่าลบของความเร็วมอเตอร์ ดังนั้นผลของแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับจึงมีความหมายเป็นค่าความเสียดทานทางไฟฟ้า ซึ่งจะปรับปรุงเสถียรภาพของมอเตอร์ให้ดีขึ้น

6. ผลการเลียนแบบและการทดลอง

ปัจจุบันมอเตอร์กระแสตรงถูกพัฒนาขึ้นมากเพื่อใช้ในงานอุตสาหกรรม และได้มีการผลิตมอเตอร์กระแสตรงที่มีแม่เหล็กถาวรซึ่งมีความเข้มสูงและตัวหมุนมีความเฉื่อยต่ำมาก ดังนั้นมอเตอร์แบบนี้จึงนิยมใช้ในงานอุตสาหกรรมตลอดจนเครื่องมือทางคอมพิวเตอร์ ซึ่งมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้ 0.75kW, 1750r/min, 240V, $R_a = 0.0144\Omega$, $L_a = 0.0011H$, $K_m = 1.27V.s/rad$, $J_m = 1.82 \text{ kg.m}^2$ และจากสมการที่ (8) เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ลงในสมการโดยที่ค่าคงที่ของแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ K_m จะมีความสัมพันธ์กันด้วยค่าคงที่ค่าหนึ่ง ดังนั้นสามารถแสดง undamped natural frequency ของ ω_n ได้จาก

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\tau_a} \left(\frac{1}{\tau_m} + \frac{B_m}{J_m} \right)} \quad (9)$$

และ damping factor α จะได้เป็นดังนี้

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_a} + \frac{B_m}{J_m} \right) \quad (10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

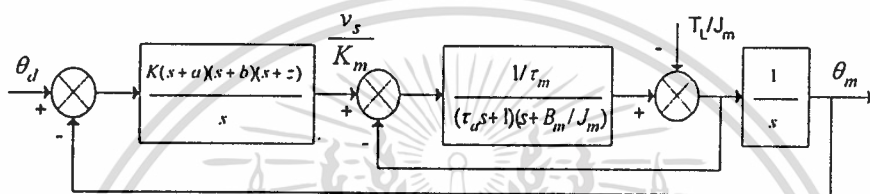
และเมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของ damping factor กับ damping ratio (ξ) จะเป็นดังนี้คือ

$$\xi = \frac{\alpha}{\omega_m} \quad (11)$$

ค่ารากในเครื่องระนาบด้านซ้ายมือหาได้จากสมการ (12) คือ

$$s_1, s_2 = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (12)$$

และจากสมการ (12) เมื่อกำหนดให้ $\xi > 1$ และ $\xi < 1$ ตามลำดับ สามารถแสดงแบบจำลองของระบบควบคุมมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้นได้ ดังรูปที่ 4

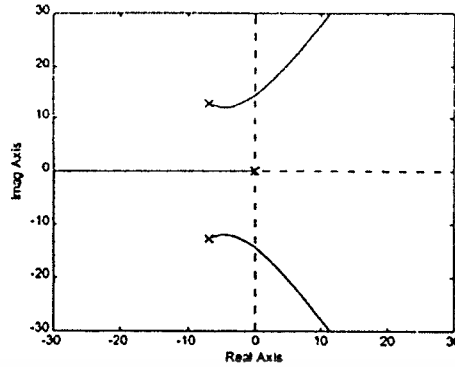


รูปที่ 4 ระบบควบคุมมอเตอร์ด้วยตัวควบคุม PIDA

ดังนั้นจะได้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ จากการคำนวณดังนี้ $1750 \text{ r/min} = 183 \text{ rad/s}$, Rated torque $T_m = 409 \text{ N.m}$, $J_m = 3.64 \text{ kg.m}^2$, $B_m/J_m = 0.61$, $\tau_u = 0.0765 \text{ s}$, $1/\tau_u = 13.1$, $\tau_m = 0.065 \text{ s}$, $1/\tau_m = 15.4$, $\omega_n(t) = 14.2$, $\xi = 0.46$ นำค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้นั้นแทนค่าลงในสมการ $G(s)$ ดังสมการ (8) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนในวงปิดดังนี้

$$G(s) = \frac{209.731}{s[s^2 + 13.71s + 209.731]} \quad (13)$$

พิจารณารับขั้นตอนการหาค่าตัวควบคุม PIDA ตามขั้นตอนที่ 1, 2, 3 และ 4 จากการทดลองนั้นมีจุดประสงค์ที่ต้องการให้ $P.O. \leq 5\%$, $T_s \leq 2$ วินาที และผลตอบสนองเฮอร์ฟุท ต่อสัญญาณรบกวน หรือ $\frac{|e(v)|}{|v(v)|} \leq 0.05$ กำหนดให้ $\xi\omega_n \leq -2$ และ $\xi \geq 0.707$ โดยตำแหน่งที่ครอบของรากห่างจากจุดกำเนิดนั้นจะต้องเลือกค่าให้ครอบคลุมตำแหน่งรากที่ $-2.1 \pm 2j$ และจากสมการ (13) เมื่อพล็อตกราฟรูตโกล์สดังรูปที่ 6 จะเห็นว่าระบบไม่เสถียร และสามารถทำให้กลับมาเสถียรได้โดยสร้างสมการคุณลักษณะของมอเตอร์ใหม่ด้วยวิธีการของ PIDA โดยที่ค่าโพลของมอเตอร์อยู่ที่ $0, -6.855 \pm 12.7569j$ ซึ่งเป็นค่าเชิงซ้อนทั้งคู่ ดังนั้นเมื่อเลือกค่า R จะต้องให้มากกว่า -6.855 และเลือกค่า R ของสมการ (13) ใหม่เป็น $R=7$ ส่วนตำแหน่งที่อยู่ทางด้านซ้ายมือของรูตโกล์สที่เป็นโพลมากที่สุดคือ $r=-30$ ซึ่งจะได้สมการคุณลักษณะใหม่ทำให้กลับมาเสถียรภาพจะได้สมการคุณลักษณะดังสมการที่ (14)

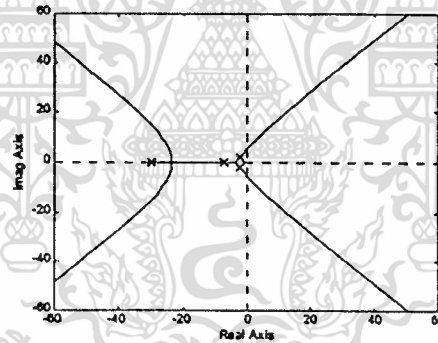


รูปที่ 5 โลกัสจากค่าพารามิเตอร์ทางพลศาสตร์ของระบบมอเตอร์

ขั้นตอนที่ 5 เขียนสมการคุณลักษณะที่ได้ใหม่จะเป็น ดังนี้

$$1+G(s)G_c(s)=(s+7)(s+30)(s+2.1\pm 2j) \quad (14)$$

จากการพล็อตกราฟพุดโลกัสดังรูปที่ 6 จะเห็นได้ว่าทำให้เครื่องระบบด้านซ้ายมือของ s-plane มีพื้นที่ควบคุมมากขึ้น และระบบยังคงเสถียร



รูปที่ 6 โลกัสที่ได้จากการแก้สมการคุณลักษณะตามวิธีการของ PIDA

ขั้นตอนที่ 6 จะได้สมการคุณลักษณะของสมการ (14) ใหม่เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} s^4+(13.71+K)s^3+(209.73+K(a+b+z))s^2+(K(a+b)z+Kab)s+Kabz \\ = s^4+41.2s^3+373.81s^2+1193.17s+1766.1 \end{aligned} \quad (15)$$

ขั้นตอนที่ 7 จะได้สมการทั้งสี่จากการเทียบสมการดังนี้ $13.7+K=41.2$, $K(a+b+z)+209.73=373.81$, $K(a+b)z+Kab=1193.17$, $Kabz=1766.1$ แก้สมการทั้งสี่สมการเพื่อหาค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม a , b , z และ K ของสมการ (15) จะได้ค่า a , $b=2.0902\pm 5.61785j$, $z=1.788$, $K=27.49$ และสมการของตัวควบคุม $G_{c1}(s)$ เป็นดังนี้

$$G_{c1}(s) = 27.49 \frac{(s^2 + 4.1804s + 9.4013)(s + 1.788)}{s} \quad (16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาการหาค่าตัวควบคุมใหม่เป็น $G_{c2}(s)$ โดยเปลี่ยนค่า $R=13$ ทำตามขั้นตอนดังกล่าว
จะได้

$$G_{c2}(s) = 33.41 \frac{(s^2 + 11.008s + 59.7072)(s + 1.788)}{s} \quad (17)$$

ในทำนองเดียวกันที่ตัวควบคุม $G_{c3}(s)$ เมื่อ $R = 19$ จะได้สมการของ $G_{c3}(s)$ เป็น

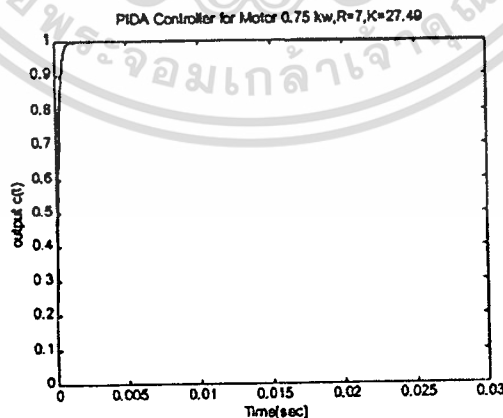
$$G_{c3}(s) = 35.49 \frac{(s^2 + 7.526s + 16.4986)(s + 8.1868)}{s} \quad (18)$$

นำสมการที่ (16)-(18) ทำให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนในวงปิดของ $T(s)$ ดังสมการ
ที่ (2) นำไปทำการทดลองโดยเปลี่ยนค่า R เพื่อดูผลตอบสนองของตัวควบคุมทั้งสาม ดังในตารางที่ 2

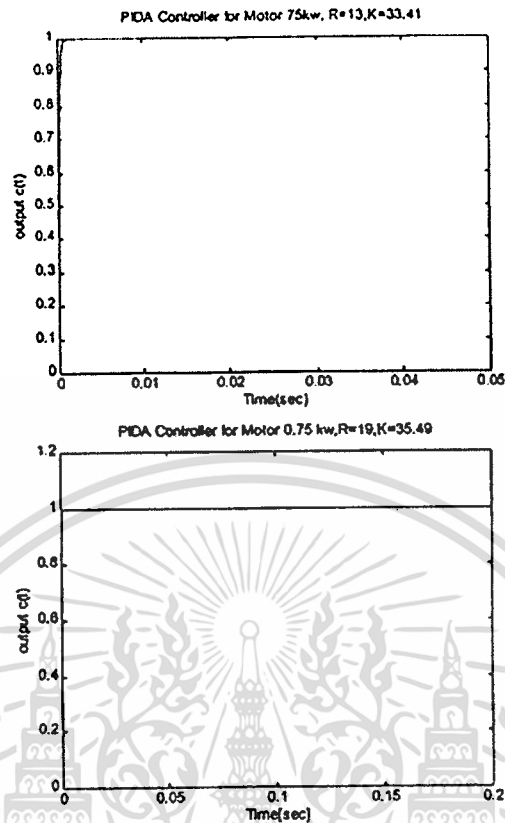
ตารางที่ 2 ผลการทดลองโดยกำหนดให้ตัวควบคุมมีค่า R ต่างกัน

controller	G_{c1}	G_{c2}	G_{c3}	Specification
R	7	13	19	--
K	27.49	33.41	35.49	--
P.O.%	0.1823	0.0445	0.0405	$\leq 5\%$
T_p (sec)	0.6417	0.5698	0.6362	≤ 1.0
T_s (sec)	0.0015	0.001	0.00014	≤ 2.0
max $\frac{C(t)}{D(t)}$	0.0002	0.0023	0.00024	0 or < 0.05

จะเห็นว่าผลตอบสนองของตัวควบคุมทั้งหมดมีคุณสมบัติเป็นที่น่าพอใจและตัวควบคุม
 $G_{c2}(s)$ จะให้ผลตอบสนองที่ดีที่สุดนั้นก็หมายความว่าเมื่อเพิ่มค่า R หรือโลเก็สของรากให้ห่างจากจุดกำเนิด
ของ s -plane จะทำให้มีผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัวและค่าชั่วขณะที่เร็วขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7 ผลตอบสนองของตัวควบคุม PIDA



รูปที่ 7 ผลตอบสนองของตัวควบคุม PIDA (ต่อ)

8. บทสรุป

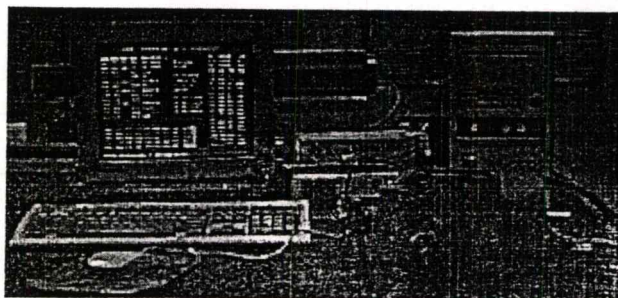
การสร้างตัวควบคุม PID สำหรับกระบวนการอันดับสามนั้นมีความยุ่งยากและมีข้อกำหนดที่ตายตัว สามารถทำให้ปัญหาเหล่านั้นหมดไปได้โดยใช้วิธีการสร้างตัวควบคุม PIDA ที่มีข้อดีในการให้ผลตอบสนองที่เร็ว สามารถวิเคราะห์และพิสูจน์ได้โดยการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่สามารถควบคุมกระบวนการที่เป็นอันดับสามหรือสูงกว่า เพื่อเป็นการพิสูจน์ในการนำเสนอวิธีการสร้างตัวควบคุมแบบ PIDA กระทำกับมอเตอร์กระแสตรงแบบแยกตัวกระตุ้นนั้น ผลที่ได้รับจากการควบคุมจะใกล้เคียงกับผลการเลียนแบบมาก จะเห็นได้ว่าการสร้างตัวควบคุม PIDA ทำให้สามารถวิเคราะห์ระบบได้ง่ายขึ้นเพียงแค่เพิ่มค่า gain ในช่วงที่มีการกำหนดไว้ โดยที่ gain นี้จะเป็น gain ของตัวควบคุมที่นำไปพิจารณาตำแหน่งรากในวงรอบปิด ซึ่งเป็นส่วนที่สำคัญที่สุดในการสร้างและการออกแบบให้ระบบยังคงเสถียรภาพ ดังนั้นการสร้างตัวควบคุม PIDA จึงเป็นอีกวิธีหนึ่งของผู้ที่ต้องการเริ่มสร้างตัวควบคุมและวิเคราะห์ระบบควบคุมที่มีกระบวนการเป็นอันดับสามหรืออันดับที่มากกว่านั้น สามารถนำไปพัฒนาควบคุมกระบวนการอื่นๆ ได้ง่ายตามต้องการ

9. เอกสารอ้างอิง

1. R. C. Dorf and Seul Jung, 1996, "Analytic PIDA Controller Design Technique for a Third Order System" *Proceedings of the 35th Conference on Decision Control*, Kobe, Japan.
2. P. N Paraskevopoulos, 1980, "On the Design of PID Output Feedback Controllers for Linear Multi-variable System", *IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentation*, Vol. IECI-27, pp.16-18.
3. R. C. Dorf and D. R. Miller, "A Method for Enhanced PID Controller Design", *Journal of Robotics and Automation*, Vol. 6, pp. 44-47.
4. TMS320C5X "Users Guide" Digital Signal Processing Products TMS320C5X DSP Starter Kit (Microprocessor Development System 1994).
5. R. C. Dorf and R. H. Bishop, 1995, *Modern Control System*, 7th edition, Addison Wesley.
6. A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr and Stephen D. Umans, 1985, *Electric Machinery* Fourth Edition, McGraw-Hill.
7. Dote Y., *Servo Motor and Motion Control Using Digital Signal Processors*, Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey 07632, Copyright @ 1990 by Texas Instruments Japan.
8. R.C. Dorf, S. Jung, J. Dower, and L. Ng., 1995, "An s-plane Analytic Technique for Lead-lag Controller Design", *Proc. of American Control Conference*, Seattle, pp.2227-2228.

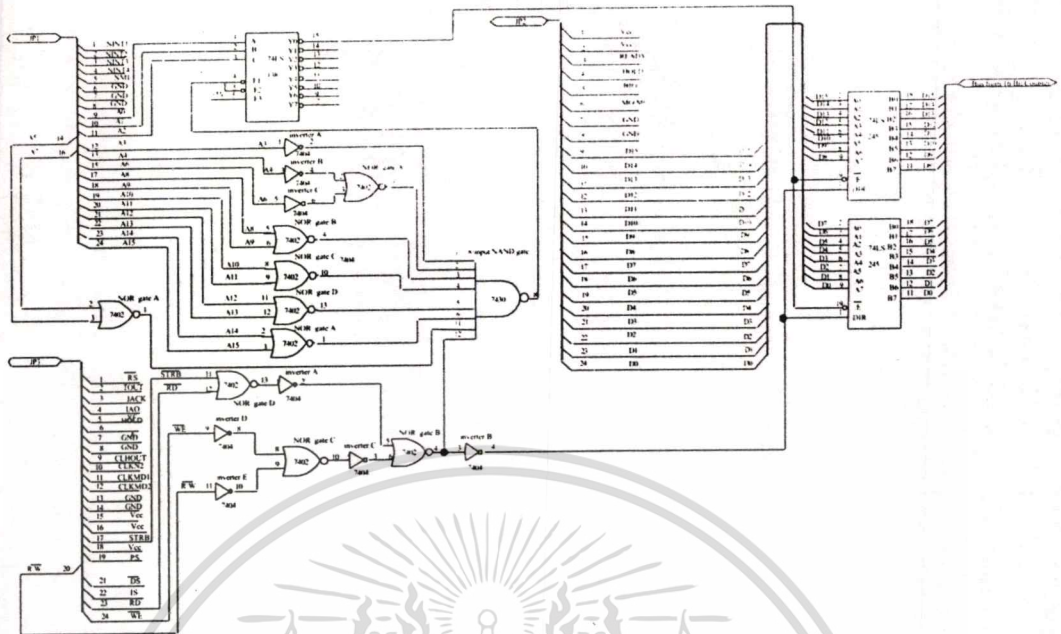
10. ภาคผนวก

แสดงกระบวนการทางฮาร์ดแวร์ที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 8 หน้าจอและกระบวนการทั้งหมดที่ใช้ทดลองด้วยโปรแกรม
คิมเบอร์โดยใช้อัลกอริทึม PIDA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9 วงจรอินเตอร์เฟสโมดูล (TMS320C50)



KACC '99 제14차 한국자동제어학술회의 논문집

Proceedings of the 14th Korea Automatic Control Conference

- 일시 : 1999년 10월 14일~16일
- 장소 : 용인 고등기술연구원



Contents

International Session TML : Robotics

Robust Parallel Compensator Design for Static Output Feedback Stabilization of Plants with Multiple Uncertainty	E-1
Mingcong Deng, Zenta Iwai, Takahiro Kajihara, Keiji Hasegawa, Ikuro Mizumoto (Kumamoto University, Japan)	
Robust Adaptive Control of a Nonholonomic Mobile Robot	E-5
Minsoeng Kim, Jujang Lee (KAIST, Korea)	
Implementation of a Distributed Control System for Autonomous Underwater Vehicle with VARIVEC Propeller	E-9
Yutaka Nagashima, Takakazu Ishimatsu, Jamal Tariq Mian (Nagasaki University, Japan)	
Visual Tracking Using Snake Algorithm Based on Optical Flow Information	E-13
Won Kim, Jujang Lee (KAIST, Korea)	
Hard Contact Transition Control Laws : Three Different Approaches	E-17
Nakju Doh, Wankyung Chung, Youngil Youm (POSTECH, Korea)	
Cartesian Space Nonlinear PD Control for the Multi-Link Flexible Manipulators	E-21
Joono Cheong, Wankyung Chung, Youngil Youm (POSTECH, Korea)	
Impact Reduction for Unknown Environment Using Kinematic Redundancy	E-25
Jinhyun Kim, Wankyung Chung, Youngil Youm (POSTECH, Korea)	

International Session FMN : Aerospace Technologies

Orbit Determination and Maneuver Planning for the KOMPSAT Spacecraft in Launch and Early Orbit Phase Operation	E-29
Byoungsun Lee, Jeongsook Lee, Changhee Won, Jongwon Eun, Hojin Lee (ETRI-R&B Tech.Lab., Korea)	
Launch and Early Orbit Phase Simulations by using the KOMPSAT Simulator	E-33
Sanguk Lee, Wansik Choi, Byoungsun Lee, Hojin Lee, Hanjun Choi (ETRI-R&B Tech.Lab., Korea)	
A Study on the CDMA-based TT&C Design and Experiment Concept	E-37
Hojin Lee, hesook Mo (ETRI-R&B Tech.Lab., Korea)	
Constructing Nonlinear Sliding Surface for Spacecraft Attitude Control Problems	E-41
Yeehin Cheon (Korea Aerospace Research Institute, Korea)	

International Session FPM : Automation

Multivariable Nonlinear Model Predictive Control of a Continuous Styrene Polymerization Reactor	E-45
Sangseop Na, Hyunku Rhee (Seoul National Univ., Korea)	

Nonlinear Model Predictive Control Using a Wiener Model
in a Continuous Polymerization Reactor E-49
Boong-goon Jeong, Kee-youn Yoo, Hyun-ku Rhee
(Seoul National Univ.,Korea)

A Study on the Structural Controllability of Chemical Processes
Based on Relative Order Analysis E-53
Byungwoo Lee, Yoonsik Kim, Taesuk Chang, Ensup Yoon
(Seoul National Univ.,Korea)

Optimal Learning Control Combined with Quality Inferential Control for
Batch and Semi-batch Processes E-57
Insik Chin, Kwangsoon Lee, Jinhoon Choi (Sogang Univ.,Korea)
J.H.Lee (Purdue Univ.,USA)

A technique to expand the I/O of the PLC using remote I/O module E-61
Taweeapol Suesut, Viriya Kongratana, Vittaya Tipsuvannaporn, Suphan Kulphanich
(King Mongkut's Institute of technology Ladkrabang,Thailand)

An Automatic Teaching Method by Vision Information
for A Robotic Assembly System E-65
Cheolki Ahn, Mincheol Lee (Pusan National Univ.,Korea)
Jonghyung Kim (Samsung Electronics Co.,Korea)

Extension of Real Time Execution in MMS Implementation E-69
Dongsung Kim, Jaemin Lee, Hyungsuk Kim, Wookhyun kwon
(Seoul National Univ.,Korea)

International Session TPM : Control (I)

A Construction Method of Multiple Control Systems using Partial
Knowledge upon System Dynamics E-73
Ikuo Yoshihara, Masaki Inaba, Tomoo Aoyama, Moritoshi Yasunaga
(Miyazaki Univ.,Japan)

A New Method of LQ Integral Control for Nonminimum Phase Systems E-79
Byungmoon Kwon, Ohkyu kwon (Inha Univ.,Korea)

Study of New Control Method for Linear Periodic Systems E-83
Janghyen Jo (Halla Institute of Technology, Korea)

A Synthesis for Robust Servo System based on Mixed H2/Hinf Control E-88
Yeonwook Choe (Pukyong Nat'l Univ.,Korea)
Kumwon Lee (Kwandong Univ.,Korea)

Robust Controller Design for Parametrically Uncertain System E-92
V.Tipsuwanporn, K.Withephanich, S.Gulpanich
(King Mongkut's Institute of technology Ladkrabang,Thailand)
W.Piyarat, Y.Paraken
(Srinakharinwirot Univ.,Thailand)

Sliding Mode Control with Finite Time Error Convergence E-96
Kangbak Park (Korea Univ.,Korea)
Teruo Tsuji, Tsuyoshi Hanamoto (Kyushu Institute of Technology,Japan)

Robust Controller Design for Parametrically Uncertain System

V. Tipsuwanporn*, W. Piyarat**, K. Withephanich*, S. Gulpanich*, and Y. Paraken**

*Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand,
Tel: (66-2) 326-7347: Ext. 102, E-mail: ktvittay@kmitl.ac.th

**Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Srinakharinwirot University, Nakornnayok, Thailand,
Tel: 66-37- 322605 , E-mail: waksin@psm.swu.ac.th

Abstract

The design problem of the control system is the ability to synthesize controller that achieve robust stability and robust performance. The paper explains the Finite Inclusions Theorem (FIT) by the procedure namely FIT synthesis. It is developed for synthesizing robustly stabilizing controller for parametrically uncertain system. The fundamental problem in the study of parametrically uncertain system is to determine whether or not all the polynomials in a given family of characteristic polynomials is Hurwitz i.e., all their roots lie in the open left-half plane.

By FIT it can prove a polynomial is Hurwitz from only approximate knowledge of the polynomial's phase at finitely many points along the imaginary axis.

An example shows the simplicity of using the FIT synthesis to directly search for robust controller of parametrically uncertain system by way of solving a sequence of systems of linear inequalities. The systems of inequalities are solved via the projection method which is an elegantly simple technique for solving (finite or infinite) systems of convex inequalities in an arbitrary Hilbert space. Results from example show that the controller synthesized by FIT synthesis is better than by H_∞ synthesis with parametrically uncertain system as well as satisfied the objectives for a considerably larger range of uncertainty.

1. Introduction

Modeling uncertainties affect the system in many different ways: degradation of the system performance and destabilization are the two most important adverse effects.

In this paper we deal with the linear time-invariant single-input single-output problem of controller synthesis for guaranteed robust stability and performance when the plant includes parameter uncertainty [5]. One method of incorporating uncertainty in system models is by using a parametric description [1]. Recent development in the analysis of systems with parametric uncertainty have been implied by Kharitonov's theorem [5].

Let $\phi(s, a)$ be the closed loop characteristic polynomial with coefficients that depend on the vector parameter a , which lies in a some set: $\Omega_a = \{a \in R^k | a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, 1 \leq i \leq k, a_i^- < 0, a_i^+ > 0, 1 \leq i \leq k\}$, of a unity feedback configuration. A recent result, the Finite Inclusions Theorem (FIT) [2,3,4], says that robust stability of a polynomial family can be determined from the location of a finite number of the value set $\phi(j\omega, \Omega_a)$ at appropriately chosen frequencies.

We will first state the FIT and present an iterative synthesis algorithm based on FIT. Controller parameters are improved at each iteration are computed by solving linear

inequalities [3,4,8]. The procedure based on FIT seems to have many advantages over other methods. First of all there is a trade off between conservativeness of the solution and the number of the inequalities to be solved by a computer and this can be controlled by the designer. The controller order may be fixed ahead of time, so we can avoid high order controllers usually generated by H_∞ . An example will be used to demonstrate the procedure.

2. Formulation

Theorem 1 (finite inclusions theorem) Let $p(s, a) = \sum_{j=0}^n p_j(a)s^j$, $a \in \Omega_a$, $n \geq 0$, and $p_i : \Omega_a \rightarrow C$. Further, Let $\Gamma \subset C$ be a closed Jordan curve such that $\text{int } \Gamma$ is convex. Then for all $a \in \Omega_a$, $p(s, a)$ is of degree n and has all its roots in $\text{int } \Gamma$ if there exists $m \geq 1$ intervals $(c_k, d_k) \subset R$ and a real ω_k , $1 \leq k \leq m$ such that

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_m$$

$$-\frac{\pi m}{2} - \pi \leq c_1 < d_1 \leq -\frac{\pi m}{2} + \pi$$

$$\frac{\pi m}{2} - \pi \leq c_m < d_m \leq \frac{\pi m}{2} + \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad \max\{d_k - c_{k+1}, d_{k+1} - c_k\} \leq \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \quad p(j\omega_k, \Omega_a) \in \{re^{j\theta} | r > 0, c_k < \theta < d_k\}$$

Let $C(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$ is a proper controller. The sensitivity transfer

function is given by $S(s, a) = (1 + P(s, a)C(s))^{-1}$ where $\phi(s, a) = d_c(s)d_p(s, a) + n_c(s)n_p(s, a)$ is the closed loop characteristic polynomial. For robust asymptotic tracking one has design specification: Find a controller $C(s)$ that robustly stabilizes the loop and guarantees that $|S(j\omega, a)| < |W_1(j\omega)|^{-1}$, $\forall \omega \in [0, \infty)$ and $a \in \Omega_a$.

$W_1(s) = \frac{n_w(s)}{d_w(s)}$ is a given strictly proper, stable, minimum

phase, transfer function which weights the sensitivity transfer function. This requirement can be equivalently stated as

$$|W_1(j\omega) S(j\omega, a)| < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty), a \in \Omega_a$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

After several steps [2] one can show that a necessary and sufficient condition for robust asymptotic tracking is the stability of the polynomial family

$$\psi(s, a, r, \alpha) = re^{j\alpha} n_w(s) d_c(s) d_p(s, a) + d_w(s) \phi(s, a)$$

for all $\alpha \in [0, 2\pi)$, $r \in [0, 1]$ and $a \in \Omega_a$. Let

$$\Omega_q = \{q = (a, r, \alpha) \mid a \in \Omega_a, r \in [0, 1], \alpha \in [0, 2\pi)\}$$

Stability of $\psi(s, a, r, \alpha)$ is necessary as well. Now the polynomial $\psi(s, a, r, \alpha)$ is in the form required by the Finite Inclusions Theorem. In view of Theorem 1 and the above discussion we have

Theorem 2 (Robust Performance) A degree q proper controller $C(s)$ with monic denominator robustly stabilizes

the family of degree n plants $P(s, a) = \frac{n_p(s, a)}{d_p(s, a)}$ and makes

$$|W_1(j\omega) S(j\omega, a)| < 1, \forall \omega \in [0, \infty) \text{ and } a \in \Omega_a \text{ if for}$$

some $m \geq 1$ there exist real $\omega_k, c_k, d_k, c_k < d_k, 1 \leq k \leq m$ such that

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_m$$

$$-\frac{\pi m}{2} - \pi \leq c_1 < d_1 \leq -\frac{\pi m}{2} + \pi$$

$$\frac{\pi m}{2} - \pi \leq c_m < d_m \leq \frac{\pi m}{2} + \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \max\{d_k - c_{k+1}, d_{k+1} - c_k\} \leq \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \psi(j\omega_k, \Omega_q) \in \{re^{j\theta} \mid r > 0, c_k < \theta < d_k\}$$

3. An Algorithm For Robust Performance Synthesis

We are now ready to suggest a robust performance synthesis algorithm based on Theorem 2 [2]. Let the order q controller be parameterized as

$$C(s) = \frac{x_{2q+1}s^q + x_{2q}s^{q-1} + \dots + x_{q+1}}{s^q + x_qs^{q-1} + x_{q-1}s^{q-2} + \dots + x_1} = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

where $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{2q+1}) \in \mathbb{R}^d$ and $d = 2q + 1$.

Robust performance will be achieved if the polynomial family

$$\psi(s, a, b) = bn_w(s) d_c(s) n_p(s, a) + d_w(s) \phi(s, a)$$

are simultaneously stabilized for $a \in \Omega_a$ and $\mathbf{b}$ in the unit disc. Since $\mathbf{b}$ takes values in the unit disc the value sets for $\phi(s, a)$ will not be polygonal. A FIT based algorithm can be computationally enhanced if these value sets are polygons at each frequency. This can be easily achieved if some polygonal overbound is employed for the unit disc. This can be done arbitrarily closely by using higher order polygonal overbounds. Here we will use the simplest one (see Figure 1), the unit square Ω_{bs} where the complex number $\mathbf{b} = b_1 + jb_2$

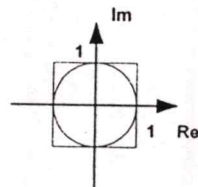


Fig. 1. Square Overbound of a Disc

Algorithm

STEP 1 Let $\mathbf{x}^{(1)} \in \mathbb{R}^d$ and $\Omega_{ab}^{(1)} \subset \Omega_{ab}$ be such that $\phi(s, \Omega_{ab}^{(1)}, \mathbf{x}^{(1)})$ is stable and set $j := 1$.

STEP 2 Determine $m^{(j)} \geq 1$ sectors $S_k^{(j)}, 1 \leq k \leq m^{(j)}$, and frequencies $\omega_k^{(j)}$ along the $j\omega$ axis such that $\phi(\omega_k^{(j)}, \text{Ext}\Omega_{ab}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}) \subset S_k^{(j)}$. By FIT, $\phi(s, \Omega_{ab}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})$ is stable. Each $\omega_k^{(j)}$ should roughly center (angularly) the set $\phi(\omega_k^{(j)}, \text{Ext}\Omega_{ab}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})$ in $S_k^{(j)}$.

STEP 3 Choose a slightly larger set $\Omega_{ab}^{(j+1)} \supset \Omega_{ab}^{(j)}$. First this should affect the $\mathbf{b}$ parameters. When (if) $\Omega_{ab}^{(j)} \supset \Omega_{bs}$, the enlargement in the $\mathbf{b}$ -direction terminates and the enlargement in the $\mathbf{a}$ -direction commences.

STEP 4 Compute a new vector of controller parameters $\mathbf{x}^{(j+1)}$ such that $\phi(j\omega_k^{(j)}, \text{Ext}\Omega_{ab}^{(j+1)}, \mathbf{x}^{(j+1)}) \subset S_k^{(j)}$ for all k . Note, this is equivalent to solving a system of linear inequalities in $\mathbf{x}^{(j+1)}$. If no solutions exist to this system of inequalities, return to step 3 and choose a smaller $\Omega_{ab}^{(j+1)}$.

STEP 5 Let $j := j + 1$, and if $\Omega_{ab}^{(j)} \supset \Omega_{ab}$, stop; otherwise, go to Step 2.

4. Example

The robust performance objectives for the system are as follows

- P.O. $\leq 20\%$, the overshoot must be less than 20% (corresponding to a damping ratio greater than 0.5)
- $T_s \leq 2$ seconds, the step response must reach a $\pm 2\%$ envelope by 2 seconds.

Consider the following system with nominal plant

$$P_0(s) = \frac{(s+1)(s+10)}{(s+2)(s+4)(s-1)}$$

and multiplicative uncertainty

$$\Delta_m(s, a) = \frac{a_1(5.5s+7) + a_2(s^2+0.5s+2)}{(s+1)(s+10)}$$

where $P(s, a) = P_0(s)(1 + \Delta_m(s, a))$, $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ lies in the rectangle $\Omega_a = \{a_1, a_2 \mid -\alpha \leq a_1 \leq \alpha, -\alpha \leq a_2 \leq \alpha\}$. The positive parameter α regulates the size of the rectangle.

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The performance objectives are robust stability and robust asymptotic tracking where the bound on the sensitivity transfer function is generated by

$$W_1^{-1}(s) = 0.5(20s + 1)^2$$

We would like to achieve these objectives for as large a value of α as possible. As mentioned in the introduction we would like to compare FIT synthesis with other methodologies and in this paper we chose H_∞ . The following steps show the procedure of H_∞ synthesis.

Consider the transfer function of a family plant with multiplicative uncertainty

$$P(s) = P_0(s)(1 + \Delta W_2(s))$$

where $W_2(s)$ is some given minimum phase stable transfer function which weights the complementary sensitivity transfer function $T(s)$ and Δ is any arbitrary stable and proper transfer function with $|\Delta(j\omega)| \leq 1$, for all $\omega \in [0, \infty)$. A necessary and sufficient condition for robust stability is $|W_2(j\omega)T(j\omega)| < 1$, for all $\omega \in [0, \infty)$. This elegant characterization of robust stability allows for controller synthesis as a solution to a Nevanlinna-Pick method [6,7].

A bound $W_2(j\omega)$ for the magnitude of $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$ was generated

$$W_2(s) = \frac{1.13366082837215s^2 + 6.88573032033468s + 9}{(s+1)(s+10)}$$

A necessary and sufficient condition for robust stability and performance for the loop with norm bounded uncertainty (assuming nominal stability) is

$$\|W_1(j\omega)S(j\omega) + W_2(j\omega)T(j\omega)\| < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty)$$

In our case we want to find the largest α for which robust stability and robust performance can be achieved. This was accomplished by multiplying $W_2(s)$ by α , solving the corresponding H_∞ problem. The controller for the largest α was found to be

$$\begin{aligned} n_{\epsilon\infty}(s) &= 8450443.55s^6 + 144384183s^5 + 722201690s^4 + \\ &13111899190s^3 + 784544834s^2 + 59833785.9s + 920190.862 \\ d_{\epsilon\infty}(s) &= s^7 + 952191.883s^6 + 20260790.4s^5 + 111695492s^4 + \\ &3.6955730.5s^3 - 6.1657555.7s^2 - 6.387707.17s - 161313.783 \end{aligned}$$

for the parameter set

$$\Omega_s = \{a \in R^2 | a_1 \in [-0.8399, 0.8399], a_2 \in [-0.8399, 0.8399]\}$$

Figure 2 and 3 show the plot of the magnitude $W_1(j\omega)$ against $S(j\omega)$ and the magnitude of $W_2(j\omega)$ against $T(j\omega)$ respectively.

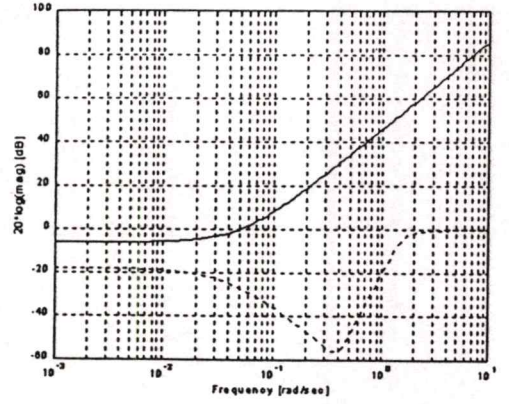


Fig. 2. the plot of the magnitude of $W_1(j\omega)$ against $S(j\omega)$

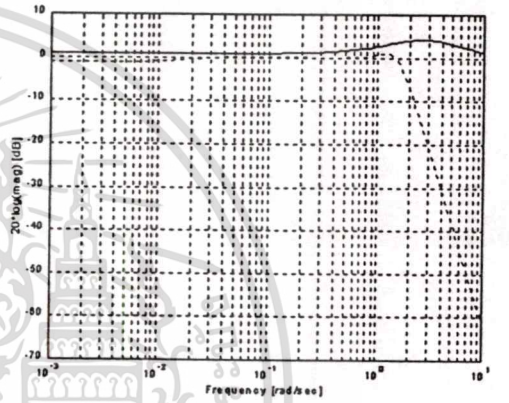


Fig. 3. the plot of the magnitude of $W_2(j\omega)$ against $T(j\omega)$

The following steps show the procedure of FIT synthesis. For this example the polynomial $\psi(s, a, b)$ that needs to be robustly stabilized is given by

$$\psi(s, a, b) = d_{\epsilon}(s)d_p(s, a, b) + n_{\epsilon}(s)n_p(s, a, b)$$

where

$$\begin{aligned} n_p(s, a, b) &= (400a_2 + 400)s^4 + (2200a_1 + 240a_2 + 4440)s^3 + \\ &(3020a_1 + 821a_2 + 4441)s^2 + (285.5a_1 + 80.5a_2 + 411)s + \\ &7a_1 + 2a_2 + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_p(s, a, b) &= 400s^5 + 2040s^4 + (2b + 1001)s^3 + \\ &(10b - 3115)s^2 + (4b - 318)s - 16b - 8 \end{aligned}$$

The Algorithm requires that an initial stabilizing controller be entered. This was

$$C(s) = \frac{3.6589061s^2 + 21.9534363s + 29.2712485}{(s - 5.3389732)(s + 100)}$$

The resulting controller is

$$n_{cFT}(s) = 366.1450765s^2 + 2.1968705e + 3s + 1.0803123e + 4$$

$$d_{cFT}(s) = s^2 + 94.6610268s + 3.8269760e - 4$$

which guarantees robust performance for not only the given range but for the parameter set $\Omega_a = \{a \in R^2 | a_1 \in [-1.1102, 1.1102], a_2 \in [-1.1102, 1.1102]\}$.

The two plot that follow show the results of the design. Figure 4 shows the step response of the family of plant for the time period up to 2 seconds. It can be seen that the overshoot is less than 20% and that response is inside the $\pm 2\%$ envelope less than 2 seconds. Figure 5 shows response of output to disturbance.

5. Conclusion

The synthesized robust controller is based on the Finite Inclusions Theorem has been proposed in this paper. In example this method gave good results when compared with H_∞ synthesis. The controller can also be synthesized to satisfy the desired specifications. Fast rejection of disturbance is also obtained.

References

- [1] J. Ackermann, *Robust Control; Systems with Uncertain Physical Parameters*, Springer-Verlag, London, 1993.
- [2] T. E. Djaferis, *Robust Control Design : A Polynomial Approach*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1995.
- [3] R. D. Kaminsky, T. E. Djaferis, "A Novel Approach to the Analysis and Synthesis of Controllers for Parametrically Uncertain Systems," Proceedings IEEE CDC, Tucson, AZ, 1992, pp. 333-338, (modified version IEEE Trans. On AC, Vol. 39, No. 4, 1994, pp. 874-876).
- [4] R. D. Kaminsky, T. E. Djaferis, "The Finite Inclusions Theorem," Proceedings IEEE CDC, San Antonio TX, 1993, pp. 508-518, (modified version IEEE Trans. on AC, Vol. 40, No. 3, 1995, pp. 549-551).
- [5] B. R. Barmish, *New Tools for Robustness of Linear Systems*, McMillan, New York, 1993.
- [6] J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan, New York, 1992.
- [7] J. C. Doyle, J. E. Wall, G. Stein, "Robustness and Performance Analysis for structured Uncertainty," Proceedings IEEE CDC, Orlando, FL, 1982, pp. 624-636.
- [8] S. Agmon, "The Relaxation Method for Linear Inequalities," Canadian Journal of Mathematics, vol. 6, 1954, pp. 382-392.

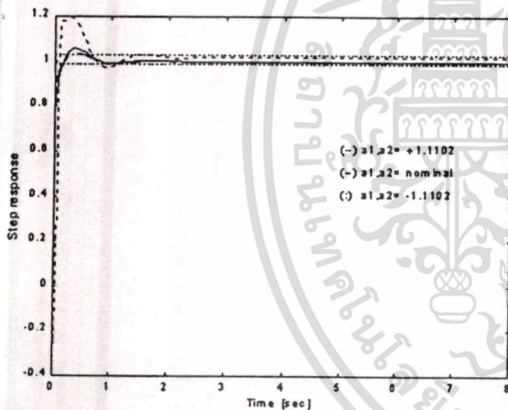


Fig. 4. Step response

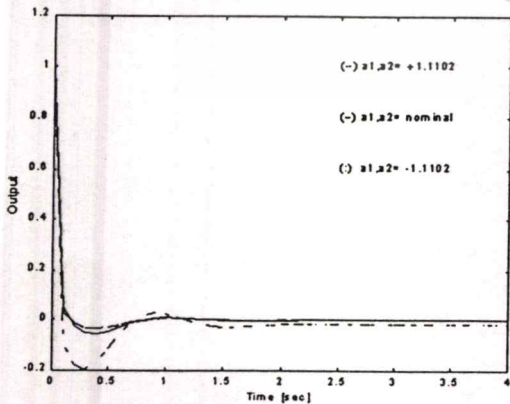


Fig. 5. Response of output to disturbance

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

โปรแกรมที่ใช้ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมโรบัสต์ด้วย FIT



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

probdef.m

```

np='[2000*(a1+a2)+4000 7080*a1-195040*a2+100400 151813*a1+213721*a2+406010 -
138870.8*a1-31164.1*a2-60150 -21022.2*a1+9183.1*a2-409010 1265*a2-985*a1-40250 35*a2-
15*a1-1000]';
dp='[4000 124000 1019970+40*b 1236*b+2899069 1992319+10076*b 27980*b-22005 17100*b-
15725 -2000*b-500]';
%np='[(400*a2+400) (2200*a1+240*a2+4440) (3020*a1+821*a2+4441) (285.5*a1+80.5*a2+411)
(7*a1+2*a2+10)]';
%dp='[4000 124000 400 2040 (2*b+1001) (10*b-3115) (4*b-318) (-16*b-8)]';

npdeg=6;
dpdeg=7;

a1r=[-1 1];
a2r=[-1 1];
uncpar=[a1r;a2r];

ncdeg=3;
dcdeg=3;

sec_size=3*pi/4;

clear alfainit
alfainit=0.1;

clear w_ini
clear c_ini
%%c3=-0.10671856391786*10000;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$c_3 = -0.10214791049703 \times 10000;$

$\%c_2 = -3.20155691753566 \times 10000;$

$c_2 = -3.11414571497319 \times 10000;$

$\%c_1 = -24.01167688151741 \times 10000;$

$c_1 = -24.01167688151741 \times 10000;$

$\%c_0 = -53.35928195892559 \times 10000;$

$c_0 = -55.03288837110432 \times 10000;$

$\%d_2 = 10000 + 48.3079269178261100;$

$d_2 = 10000 + 48.30792691782611;$

$\%d_1 = 48.30792691782611 \times 10000 + 62.05449211374794;$

$d_1 = 48.30792691782611 \times 10000 + 62.05347496882934;$

$\%d_0 = 62.05449211374794 \times 10000;$

$d_0 = 62.05347496882934 \times 10000;$

$\%*****sixth\ order\ proper\ controller*****\%$

$\%c_5 = -9.109662631429664e+8;$

$\%c_4 = -2.746405689450915e+10;$

$\%c_3 = -2.090253769285538e+11;$

$\%c_2 = -4.860534335524977e+11;$

$\%c_1 = -6.901113303089560e+10;$

$\%c_0 = -3.172574753113884e+9;$

$\%d_5 = 3.130239742867528e+6;$

$\%d_4 = 5.102955059702278e+9;$

$\%d_3 = 2.296790103468943e+11;$

$\%d_2 = 3.667229018018945e+11;$

$\%d_1 = 3.495224898229753e+10;$

$\%d_0 = 8.594831784125749e+8;$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

%in paper

%c2=3.65890605700436;

%c1=21.95343634202615;

%c0=29.27124845603487;

%d1=100-5.33897317579063;

%d0=5.33897317579063;

c_ini=[c3 c2 c1 c0 d2 d1 d0];

clear w_ini

%w1=0;

%w2=0.1;

%w3=0.5;

%w4=0.64;

%w5=0.71499565;

%w6=0.92;

%w7=1.098645159;

%w8=1.3;

%w9=2.0431457;

%w10=2.7;

%w11=3.203928;

%w12=4.3;

%w13=6.22617;

%w14=7;

%w15=9;

%w16=10;

%w17=12;

%w18=14;

%w19=16;

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
%w20=17;
%w21=19;
%w22=20;
%w23=22;
%w24=27;
%w25=35;
%w26=58;
%w_ini=[w1 w2 w3 w4 w5 w6 w7 w8 w9 w10 w11 w12 w13 w14 w15 w16 w17 w18 w19 w20 w21
w22 w23 w24 w25 w26];
```

```
Kalfa=2.0;
Malfa=0.1;
maxdif=pi/360;
ptype=1;
betainit=0.001;
%ns=26;
```

```
Kalfa=1.06;
for k=1:ns,
    pcentered=0;
    mcentered=0;
    if (minvecsecp1(1,k)<proxtrsh)&(minvecsecp1(1,k)<minvecsecp2(1,k)),
        pcentered=1;
        disp('Centering sector:')
        disp(k)
        disp('for positive frequency ...')
        lastwtoosmall=v_omega(k);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

lastwtoolarge=lastwtoosmall;
newomega=multfactor*lastwtoosmall;
for i=1:imax,

chpmat(i,:)=polyadd(conv(npm(i,:),lastx(1:ncdeg+1)),conv(dpm(i,:),[1;lastx(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+
1)]));

end
for j=1:max_n_iterations,
    for i=1:imax,
        vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
    end
    vertices=vertices./abs(vertices);
    rvert=real(vertices);
    ivert=imag(vertices);
    upperl=min(real(chksecp(k,2))*rvert+imag(chksecp(k,2))*ivert);
    lowerl=min(real(chksecp(k,1))*rvert+imag(chksecp(k,1))*ivert);
    if (upperl<0)|(lowerl<0),
        j=j-1;
        lastwtoolarge=newomega;
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    elseif upperl<lowerl,
        lastwtoolarge=newomega;
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    elseif upperl>lowerl,
        lastwtoosmall=newomega;
        if lastwtoosmall>lastwtoolarge,
            newomega=multfactor*lastwtoosmall;
        else
            newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;

```

```

end
else
    break;
end
end
v_omegap(k)=newomega;
end
if (minvecsecp2(1,k)<proxtrsh)&(minvecsecp2(1,k)<minvecsecp1(1,k))&(pcentered==0),
    disp('Centering sector:')
    disp(k)
    disp('for positive frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omegap(k);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=lastwtoolarge/multfactor;
    for i=1:imax,
        chpmat(i,:)=polyadd(conv(npm(i,:),lastx(1:ncdeg+1)),conv(dpm(i,:),[1;lastx
(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)]));
    end
    for j=1:max_n_iterations,
        for i=1:imax,
            vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
        end
        vertices=vertices./abs(vertices);
        rvert=real(vertices);
        ivert=imag(vertices);
        upperl=min(real(chksecp(k,2))*rvert+imag(chksecp(k,2))*ivert);
        lowerl=min(real(chksecp(k,1))*rvert+imag(chksecp(k,1))*ivert);
        if (upperl<0)|(lowerl<0),
            j=j-1;

```

```

lastwtoosmall=newomega;
newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
elseif upperl<lowerl,
    lastwtoolarge=newomega;
    if lastwtoolarge<lastwtoosmall,
        newomega=lastwtoolarge/multfactor;
    else
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    end
elseif upperl>lowerl,
    lastwtoosmall=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
else
    break;
end
end
v_omegap(k)=newomega;
end
if (minvecsecm1(1,k)<proxtrsh)&(minvecsecm1(1,k)<minvecsecm2(1,k)),
    mcentered=1;
    disp('Centering sector:')
    disp(k)
    disp('for negative frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omegam(k);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=lastwtoolarge*multfactor;
    for i=1:imax,
        chpmat(i,:)=polyadd(conv(npm(i,:),lastx(1:ncdeg+1)),conv(dpm(i,:),[1;lastx
(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)]));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
for j=1:max_n_iterations,
    for i=1:imax,
        vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
    end
    vertices=vertices./abs(vertices);
    rvert=real(vertices);
    iver=imag(vertices);
    upperl=min(real(chksecm(k,2))*rvert+imag(chksecm(k,2))*iver);
    lowerl=min(real(chksecm(k,1))*rvert+imag(chksecm(k,1))*iver);
    if (upperl<0)|(lowerl<0),
        j=j-1;
        lastwtoolarge=newomega;
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    elseif upperl<lowerl,
        lastwtoolarge=newomega;
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    elseif upperl>lowerl,
        lastwtoosmall=newomega;
        if lastwtoosmall>lastwtoolarge,
            newomega=lastwtoosmall/multfactor;
        else
            newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
        end
    else
        break;
    end
end
v_omegam(k)=newomega;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
if (minvecsecm2(1,k)<proxtrsh)&(minvecsecm2(1,k)<minvecsecm1(1,k))&(mcentered==0),
    disp('Centering sector:')
    disp(k)
    disp('for negative frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omegam(k);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=lastwtoolarge*multifactor;
    for i=1:imax,
        chpmat(i,:)=polyadd(conv(npm(i,:),lastx(1:ncdeg+1)),conv(dpm(i,:),[1;lastx
(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)]));
    end
    for j=1:max_n_iterations,
        for i=1:imax,
            vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
        end
        vertices=vertices./abs(vertices);
        rvert=real(vertices);
        iver=imag(vertices);
        upperl=min(real(chksecm(k,2))*rvert+imag(chksecm(k,2))*iver);
        lowerl=min(real(chksecm(k,1))*rvert+imag(chksecm(k,1))*iver);
        if (upperl<0)|(lowerl<0),
            j=j-1;
            lastwtoosmall=newomega;
            newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
        elseif upperl<lowerl,
            lastwtoolarge=newomega;
            if lastwtoolarge<lastwtoosmall,
                newomega=lastwtoolarge*multifactor;
            end
        end
    end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

else
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
end
elseif upperl>lowerl,
    lastwtoosmall=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
else
    break;
end
end
v_omega(k)=newomega;
end
end

```

```

[npm,dpm]=crndpmp(upr,np,dp,n_of_u,beta,ptype);
for i=1:ns,
    ev_ncp=nccoefp(i,:)*lastx(1:ncdeg+1);
    ev_dcp=dcccoefp(i,:)*[1;lastx(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)];
    ev_ncm=nccoefm(i,:)*lastx(1:ncdeg+1);
    ev_dcm=dcccoefm(i,:)*[1;lastx(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)];
    charpolyp=ev_npmp(i,:)*ev_ncp+ev_dpmp(i,:)*ev_dcp;
    charpolym=ev_npm(m,i,:)*ev_ncm+ev_dpmm(i,:)*ev_dcm;
    charpolyp=charpolyp./abs(charpolyp);
    charpolym=charpolym./abs(charpolym);
    recharpolyp=real(charpolyp);
    recharpolym=real(charpolym);
    imcharpolyp=imag(charpolyp);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

imcharpolym=imag(charpolym);
innerp1=real(chksecp(i,1))*recharpolyp+imag(chksecp(i,1))*imcharpolyp;
innerm1=real(chksecm(i,1))*recharpolym+imag(chksecm(i,1))*imcharpolym;
innerp2=real(chksecp(i,2))*recharpolyp+imag(chksecp(i,2))*imcharpolyp;
innerm2=real(chksecm(i,2))*recharpolym+imag(chksecm(i,2))*imcharpolym;

[minp1,ip1]=min(innerp1);
minvecsecp1(1,i)=minp1;
[minp2,ip2]=min(innerp2);
minvecsecp2(1,i)=minp2;
[minm1,im1]=min(innerm1);
minvecsecm1(1,i)=minm1;
[minm2,im2]=min(innerm2);
minvecsecm2(1,i)=minm2;
end

cevalfit.m

function [nccoefp,dcccoefp,nccoefm,dcccoefm]=cevalfit(ncdeg,dcdeg,v_omegap,v_omegam)
l=length(v_omegap);
for i=1:l,
    nccoefp(i,:)=crvec(v_omegap(i),ncdeg);
    dcccoefp(i,:)=crvec(v_omegap(i),dcdeg);
end
l=length(v_omegam);
for i=1:l,
    nccoefm(i,:)=crvec(v_omegam(i),ncdeg);
    dcccoefm(i,:)=crvec(v_omegam(i),dcdeg);
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

crndpmp.m

```
function [npmp,dpmp]=crndpmp(upr,np,dp,n_of_u,beta,type)

npmp=[];
dpmp=[];
im=sqrt(-1);

psqr=[1+im 1-im -1-im -1+im];
poc=exp(im*[22.5 67.5 112.5 157.5 202.5 247.5 292.5 337.5]*pi/180)/cos(22.5*pi/180);

if type==1,
    matr=beta*psqr;
    niter=4;
elseif type==2,
    matr=beta*poc;
    niter=8;
else
    error('Error-incorrect performance overbound type !')
end
for j=1:niter,
    b=matr(j);
    if n_of_u==1,
        a1=upr(1,1);
        npm(1,:)=eval(np);
        dpm(1,:)=eval(dp);
        a1=upr(1,2);
        npm(2,:)=eval(np);
        dpm(2,:)=eval(dp);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

elseif n_of_u==2,
    for i=1:4,
        v=dec2bin(i-1,2);
        v=v+[1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end
elseif n_of_u==3,
    for i=1:8,
        v=dec2bin(i-1,3);
        v=v+[1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end
elseif n_of_u==4,
    for i=1:16,
        v=dec2bin(i-1,4);
        v=v+[1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
elseif n_of_u==5,
    for i=1:32,
        v=dec2bin(i-1,5);
        v=v+[1 1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));
        a5=upr(5,v(5));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end
elseif n_of_u==6,
    for i=1:64,
        v=dec2bin(i-1,6);
        v=v+[1 1 1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));
        a5=upr(5,v(5));
        a6=upr(6,v(6));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end
elseif n_of_u==7,
    for i=1:128,
        v=dec2bin(i-1,7);

```

```

v=v+[1 1 1 1 1 1 1];
a1=upr(1,v(1));
a2=upr(2,v(2));
a3=upr(3,v(3));
a4=upr(4,v(4));
a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end
elseif n_of_u==8,
for i=1:256,
v=dec2bin(i-1,8);
v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1];
a1=upr(1,v(1));
a2=upr(2,v(2));
a3=upr(3,v(3));
a4=upr(4,v(4));
a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end
elseif n_of_u==9,
for i=1:512,
v=dec2bin(i-1,9);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1];
a1=upr(1,v(1));
a2=upr(2,v(2));
a3=upr(3,v(3));
a4=upr(4,v(4));
a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
a9=upr(9,v(9));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end
elseif n_of_u==10,
for i=1:1024,
v=dec2bin(i-1,10);
v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
a1=upr(1,v(1));
a2=upr(2,v(2));
a3=upr(3,v(3));
a4=upr(4,v(4));
a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
a9=upr(9,v(9));
a10=upr(10,v(10));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
elseif n_of_u==11,
    for i=1:2048,
        v=dec2bin(i-1,11);
        v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));
        a5=upr(5,v(5));
        a6=upr(6,v(6));
        a7=upr(7,v(7));
        a8=upr(8,v(8));
        a9=upr(9,v(9));
        a10=upr(10,v(10));
        a11=upr(11,v(11));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end
elseif n_of_u==12,
    for i=1:4096,
        v=dec2bin(i-1,12);
        v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));
        a5=upr(5,v(5));
        a6=upr(6,v(6));

```

```

a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
a9=upr(9,v(9));
a10=upr(10,v(10));
a11=upr(11,v(11));
a12=upr(12,v(12));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end
elseif n_of_u==13,
for i=1:8192,
v=dec2bin(i-1,13);
v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
a1=upr(1,v(1));
a2=upr(2,v(2));
a3=upr(3,v(3));
a4=upr(4,v(4));
a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
a9=upr(9,v(9));
a10=upr(10,v(10));
a11=upr(11,v(11));
a12=upr(12,v(12));
a13=upr(13,v(13));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

elseif n_of_u==14,
    for i=1:16384,
        v=dec2bin(i-1,14);
        v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));
        a5=upr(5,v(5));
        a6=upr(6,v(6));
        a7=upr(7,v(7));
        a8=upr(8,v(8));
        a9=upr(9,v(9));
        a10=upr(10,v(10));
        a11=upr(11,v(11));
        a12=upr(12,v(12));
        a13=upr(13,v(13));
        a14=upr(14,v(14));
        npm(i,:)=eval(np);
        dpm(i,:)=eval(dp);
    end
elseif n_of_u==15,
    for i=1:32768,
        v=dec2bin(i-1,15);
        v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
        a1=upr(1,v(1));
        a2=upr(2,v(2));
        a3=upr(3,v(3));
        a4=upr(4,v(4));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
a9=upr(9,v(9));
a10=upr(10,v(10));
a11=upr(11,v(11));
a12=upr(12,v(12));
a13=upr(13,v(13));
a14=upr(14,v(14));
a15=upr(15,v(15));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end
elseif n_of_u==16,
for i=1:65536,
v=dec2bin(i-1,16);
v=v+[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1];
a1=upr(1,v(1));
a2=upr(2,v(2));
a3=upr(3,v(3));
a4=upr(4,v(4));
a5=upr(5,v(5));
a6=upr(6,v(6));
a7=upr(7,v(7));
a8=upr(8,v(8));
a9=upr(9,v(9));
a10=upr(10,v(10));
a11=upr(11,v(11));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

a12=upr(12,v(12));
a13=upr(13,v(13));
a14=upr(14,v(14));
a15=upr(15,v(15));
npm(i,:)=eval(np);
dpm(i,:)=eval(dp);
end
end
npmp=[npm;npmp];
dpmp=[dpm;dpmp];
end
return

```

crsec.m

```
function [yp,ym,n]=crsec(sec_size,deg_poly)
```

```
if ((sec_size>=pi)|(sec_size<0)),
```

```
    error('Sector size must be less than pi and greater than 0 !')
```

```
else
```

```
    disp('Creating sectors ...')
```

```
end
```

```
increment=pi-sec_size;
```

```
limit=deg_poly*pi/2;
```

```
yp(1,1)=-sec_size/2;
```

```
yp(1,2)=-yp(1,1);
```

```
i=1;
```

```
while yp(i,2)<=limit,
```

```
    i=i+1;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

yp(i,1)=yp(i-1,1)+increment;
yp(i,2)=yp(i-1,2)+increment;
end
n=i;
npi=deg_poly*pi/2;
if (yp(n,1)>npi)|(yp(n,2)<npi),
    error('Last sector has not been created correctly')
end
ym(1,1)=yp(1,1);
ym(1,2)=yp(1,2);
i=1;
while ym(i,1)>= -limit,
    i=i+1;
    ym(i,1)=ym(i-1,1)-increment;
    ym(i,2)=ym(i-1,2)-increment;
end
n=i;
npi=-npi;
if (ym(n,1)>npi)|(ym(n,2)<npi),
    error('Last sector has not been created correctly')
end
disp('Done !')

```

crupr.m

```
function upr=crupr(uncpar,alfa)
```

```

if alfa<0,
    error('Error:alfa must be greater than or equal to zero !!!');

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

else
    disp('Creating the new uncertainty hypercube ...')
end

v=0.5*(uncpar(:,2)-uncpar(:,1));
w=0.5*(uncpar(:,2)+uncpar(:,1));
upr(:,1)=w-alfa*v;
upr(:,2)=w+alfa*v;
disp('Done !')

```

```

function y=crvec(omega,degree)

```

```

im=sqrt(-1);
v=[1 im -1 -im];
for i=1:degree+1,
    y(i)=omega^(degree+1-i);
end
divd=(degree+1)/4;
mult=floor(divd);
for i=1:mult,
    v=[v v];
end
ve=v(1:degree+1);
ve=ve(degree+1:-1:1);
y=y.*ve;

```

crvec.m

dec2bin.m

```
function y=dec2bin(x,d)

if nargin==1,
    d=8;
end
if x~=0,
    n=1+fix(log(x)/log(2));
else
    n=1;
end
if n>d,
    d=n;
end
y=zeros(1,d);
s=cumprod([1 2*ones(1,n-1)]);
g=s;
for i=1:n,
    g(i)=fix(x/s(n-i+1));
    x=rem(x,s(n-i+1));
end
y=polyadd(y,g);
```

fit.m

```
probdef
fitini
fiterat
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

fiterat.m

```

clc
multifactor=1.1;
max_n_iterations=20;
if ptype==1,
    imax=4*2^n_of_u;
end
if ptype==2,
    imax=8*2^n_of_u;
end
finished=0;
while finished==0,

    upr=crupr(uncpar,alfa);
    [npm,dpm]=crndpmp(upr,np,dp,n_of_u,beta,ptype);
    [nccoefp,dcccoefp,nccoefm,dcccoefm]=cevalfit(ncdeg,dcdeg,v_omegap,v_omegam);
    [ev_npm,ev_dpm,ev_npm,ev_dpm]=ndvalfit(npm,dpm,v_omegap,v_omegam);
    decreasehyp=0;

    minsecp1=1;
    minsecp2=1;
    minsecm1=1;
    minsecm2=1;

    for i=1:ns,
        ev_ncp=nccoefp(i,:)*lastx(1:ncdeg+1);
        ev_dcp=dcccoefp(i,:)*[1;lastx(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)];
        ev_ncm=nccoefm(i,:)*lastx(1:ncdeg+1);
    
```

```

ev_dcm=dccoeffm(i,:)*[1:lastx(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)];
charpolyp=ev_npm(i,:)*ev_ncp+ev_dpmp(i,:)*ev_dcp;
charpolym=ev_npm(i,:)*ev_ncm+ev_dpmm(i,:)*ev_dcm;
charpolyp=charpolyp./abs(charpolyp);
charpolym=charpolym./abs(charpolym);
recharpolyp=real(charpolyp);
recharpolym=real(charpolym);
imcharpolyp=imag(charpolyp);
imcharpolym=imag(charpolym);
innerp1=real(chksecp(i,1))*recharpolyp+imag(chksecp(i,1))*imcharpolyp;
innerm1=real(chkseccm(i,1))*recharpolym+imag(chkseccm(i,1))*imcharpolym;
innerp2=real(chksecp(i,2))*recharpolyp+imag(chksecp(i,2))*imcharpolyp;
innerm2=real(chkseccm(i,2))*recharpolym+imag(chkseccm(i,2))*imcharpolym;

if (minp1<-proxtrsh)|(minp2<-proxtrsh)|(minm1<-proxtrsh)|(minm2<-proxtrsh),
    decreasehyp=1;
    break;
end

if minp1<minsecp1,
    minsecp1=minp1;
    isecp1=i;
end

if minp2<minsecp2,
    minsecp2=minp2;
    isecp2=i;
end

if minm1<minsecm1,
    minsecm1=minm1;

```

```

    isecm1=i;
end
if minm2<minsecm2,
    minsecm2=minm2;
    isecm2=i;
end
end

if decreasehyp==1,
    Kalfa=(Kalfa+1)/2;
    if Kalfa<(1+4*Malfa/100),
        Kalfa=1+4*Malfa/100;
    end
    if beta~=1,
        if betaok~=0,
            if (beta-betaok)/betaok<0.01,
                clc
                break;
            end
        end
        beta=(beta+betaok)/2;
    else
        if alfaok~=0,
            if (100*(alfa-alfaok)/alfaok)< Malfa,
                clc
                disp('Largest alfa -> ')
                disp(alfaok)
                break;
            end
        end
    end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end

alfa=(alfa+alfaok)/2;

end

else

if (minsecp1<0)|(minsecp2<0)|(minsecm1<0)|(minsecm2<0),

Kalfa=(Kalfa+1)/2;

if Kalfa<(1+4*Malfa/100),

Kalfa=1+4*Malfa/100;

end

minvec=[minsecp1 minsecp2 minsecm1 minsecm2];

secpointer=[isecp1 iseep2 isecm1 isecm2];

selsector=secpointer(iselsec);

%run linear program

disp('Creating A and b...')

A=[];

for i=1:ns,

Amatp=[ev_npmmp(i,:).'*nccoefp(i,:) ev_dpmp(i,:).'*dccoefp(i,:)];

Amatm=[ev_npmmm(i,:).'*nccoefm(i,:) ev_dpmm(i,:).'*dccoefm(i,:)];

Ap1=real(chksecp(i,1))*real(Amatp)+imag(chksecp(i,1))*imag(Amatp);

Ap2=real(chksecp(i,2))*real(Amatp)+imag(chksecp(i,2))*imag(Amatp);

Am1=real(chksecm(i,1))*real(Amatm)+imag(chksecm(i,1))*imag(Amatm);

Am2=real(chksecm(i,2))*real(Amatm)+imag(chksecm(i,2))*imag(Amatm);

A=[A;Ap1;Ap2;Am1;Am2];

end

b=-1*A(:,ncdeg+2);

A=[A(:,1:ncdeg+1) A(:,ncdeg+3:ncdeg+dcdeg+2)];

%[x,rok]=improvlp(A,b,lastx);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
[x,rok]=lp01(A,b,lastx);
```

```
if rok==1,
```

```
    lastx=x;
```

```
cenprep
```

```
if beta~=1,
```

```
    betaok=beta;
```

```
    alfaok=alfa;
```

```
    disp('New controller for beta =')
```

```
    disp(betaok)
```

```
    disp('and alfa =')
```

```
    disp(alfaok)
```

```
    disp('has been computed !')
```

```
    beta=beta+0.2;
```

```
    if beta>1,
```

```
        beta=1;
```

```
    end
```

```
else
```

```
    betaok=1;
```

```
    alfaok=alfa;
```

```
    Kalfa=2*Kalfa-1;
```

```
    if Kalfa>2,
```

```
        Kalfa=2;
```

```
    end
```

```
    if alfa==0,
```

```
        alfa=alfainit;
```

```
    else
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    alfa=alfa*Kalfa;
end
disp('New controller for beta =')
disp(betaok)
disp('and alfa =')
disp(alfaok)
end
else
    if beta ~=1,
        if betaok~=0,
            if (beta-betaok)/betaok<0.01,
                clc
                disp('Performance objective cannot be satisfied !')
                break;
            end
        end
        beta=(beta+betaok)/2;
    else
        if alfaok~=0,
            if (100*(alfa-alfaok)/alfaok)<Malfa,
                clc
                disp('Largest alfa -> ')
                disp(alfaok)
                break;
            end
        end
        Kalfa=(Kalfa+1)/2;
        if Kalfa<(1+4*Malfa/100),
            Kalfa=1+4*Malfa/100;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end
alfa=(alfa+alfaok)/2;
end
end

elseif (minsecp1<proxtrsh)&(minsecp1<=minsecp2)&(minsecp1<=minsecm1)&(minsecp1
<=minsecm2),
    Kalfa=(Kalfa+1)/2;
    if Kalfa<(1+4*Malfa/100),
        Kalfa=1+4*Malfa/100;
    end
    disp('Centering sector:')
    disp(isecp1)
    disp('for positive frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omgap(isecp1);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=multfactor*lastwtoosmall;
    for j=1:max_n_iterations,
        for i=1:imax,
            vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
        end
        vertices=vertices./abs(vertices);
        rvert=real(vertices);
        ivert=imag(vertices);
        upperl=min(real(chksecp(isecp1,2))*rvert+imag(chksecp(isecp1,2))*ivert);
        lowerl=min(real(chksecp(isecp1,1))*rvert+imag(chksecp(isecp1,1))*ivert);
        if (upperl<0)|(lowerl<0),
            j=j-1;
            lastwtoolarge=newomega;

```

```

newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
elseif upperl>lowerl,
    lastwtoolarge=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
elseif upperl<lowerl,
    lastwtoosmall=newomega;
    if lastwtoosmall>lastwtoolarge,
        newomega=mulfactor*lastwtoosmall;
    else
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    end
else
    break;
end
end
v_omegap(isecep1)=newomega;
if beta~=1,
    betaok=beta;
    alfaok=alfa;
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')
    disp(alfaok)
    beta=beta+0.2;
    if beta>1,
        beta=1;
    end
else
    betaok=1;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

alfaok=alfa;
Kalfa=2*Kalfa-1;
if Kalfa>2,
    Kalfa=2;
end
if alfa==0,
    alfa=alfainit;
else
    alfa=alfa*Kalfa;
end
disp('New controller for beta =')
disp(betaok)
disp('and alfa =')
disp(alfaok)
end
elseif (minsecp2<proxtrsh)&(minsecp2<=minsecp1)&(minsecp2<=minsecm1)&(minsecp2
<=minsecm2),
    Kalfa=(Kalfa+1)/2;
    if Kalfa<(1+4*Malfa/100),
        Kalfa=1+4*Malfa/100;
    end
    disp('Centering sector:')
    disp(isecp2)
    disp('for positive frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omgap(isecp2);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=lastwtoolarge/multfactor;

    for j=1:max_n_iterations,

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

for i=1:imax,
    vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
end
vertices=vertices./abs(vertices);
rvert=real(vertices);
ivert=imag(vertices);
upperl=min(real(chksecp(isecp2,2))*rvert+imag(chksecp(isecp2,2))*ivert);
lowerl=min(real(chksecp(isecp2,1))*rvert+imag(chksecp(isecp2,1))*ivert);
if (upperl<0)|(lowerl<0),
    j=j-1;
    lastwtoosmall=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
elseif upperl<lowerl,
    lastwtoolarge=newomega;
    if lastwtoolarge<lastwtoosmall,
        newomega=lastwtoolarge/multfactor;
    else
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    end

elseif upperl>lowerl,
    lastwtoosmall=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
else
    break;

end
end
v_omegap(isecp2)=newomega;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if beta~=1,
    betaok=beta;
    alfaok=alfa;
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')
    disp(alfaok)
    beta=beta+0.2;
    if beta>1,
        beta=1;
    end
else
    betaok=1;
    alfaok=alfa;
    Kalfa=2*Kalfa-1;
    if Kalfa>2,
        Kalfa=2;
    end
    if alfa==0,
        alfa=alfainit;
    else
        alfa=alfa*Kalfa;
    end
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')
    disp(alfaok)
end

```

```

elseif (minsecm1<proxtrsh)&(minsecm1<=minsecp1)&(minsecm1<=minsecp2)&(minsecm1
<=minsecm2),
    Kalfa=(Kalfa+1)/2;
    if Kalfa<(1+4*Malfa/100),
        Kalfa=1+4*Malfa/100;
    end
    disp('Centering sector:')
    disp(isecm1)
    disp('for negative frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omegam(isecm1);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=lastwtoolarge/multfactor;

    for j=1:max_n_iterations,
        vertices=vertices./abs(vertices);
        rvert=real(vertices);
        ivert=imag(vertices);
        upperl=min(real(chksecm(isecm1,2))*rvert+imag(chksecm(isecm1,2))*ivert);
        lowerl=min(real(chksecm(isecm1,1))*rvert+imag(chksecm(isecm1,1))*ivert);
        if (upperl<0)|(lowerl<0),
            j=j-1;
            lastwtoolarge=newomega;
            newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
        elseif upperl<lowerl,
            lastwtoolarge=newomega;
            newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
        elseif upperl>lowerl,
            lastwtoosmall=newomega;
            if lastwtoosmall>lastwtoolarge,

```

```

newomega=lastwtoosmall/multfactor;
else
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
end
else
    break;
end
end
end

v_omegam(isecm1)=newomega;
if beta~=1,
    betaok=beta;
    alfaok=alfa;
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')
    disp(alfaok)
    beta=beta+0.2;
    if beta>1,
        beta=1;
    end
else
    betaok=1;
    alfaok=alfa;
    Kalfa=2*Kalfa-1;
    if Kalfa>2,
        Kalfa=2;
    end
    if alfa==0,

```

```

    alfa=alfainit;
else
    alfa=alfa*Kalfa;
end
disp('New controller for beta =')
disp(betaok)
disp('and alfa =')
disp(alfaok)
end

elseif (minsecm2<proxtrsh)&(minsecm2<=minsecp1)&(minsecm2<=minsecp2)&(minsecm2
<=minsecm1),
    Kalfa=(Kalfa+1)/2;
    if Kalfa<(1+4*Malfa/100),
        Kalfa=1+4*Malfa/100;
    end
    disp('Centering sector:')
    disp(isecm2)
    disp('for negative frequency ...')
    lastwtoosmall=v_omegam(isecm2);
    lastwtoolarge=lastwtoosmall;
    newomega=lastwtoosmall*multfactor;
    for j=1:max_n_iterations,
        for i=1:imax,
            vertices(i)=polyval(chpmat(i,:),im*newomega);
        end
        vertices=vertices./abs(vertices);
        rvert=real(vertices);
        ivert=imag(vertices);

```

```

upperl=min(real(chksecm(isecm2,2))*rvert+imag(chksecm(isecm2,2))*ivert);
lowerl=min(real(chksecm(isecm2,1))*rvert+imag(chksecm(isecm2,1))*ivert);
if (upperl<0)|(lowerl<0),
    j=j-1;
    lastwtoosmall=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
elseif upperl<lowerl,
    lastwtoolarge=newomega;
    if lastwtoolarge<lastwtoosmall,
        newomega=lastwtoolarge*multfactor;
    else
        newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
    end
elseif upperl>lowerl,
    lastwtoosmall=newomega;
    newomega=(lastwtoolarge+lastwtoosmall)/2;
else
    break;

end
end
v_omegam(isecm2)=newomega;
if beta~=1,
    betaok=beta;
    alfaok=alfa;
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

disp(alfaok)
beta=beta+0.2;
if beta>1,
    beta=1;
end
else
    betaok=1;
    alfaok=alfa;
    Kalfa=2*Kalfa-1;
    if Kalfa>2,
        Kalfa=2;
    end
    if alfa==0,
        alfa=alfainit;
    else
        alfa=alfa*Kalfa;
    end
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')
    disp(alfaok)
end
else
    if beta~=1,
        betaok=beta;
        disp('New controller for beta =')
        disp(betaok)
        disp('and alfa =')

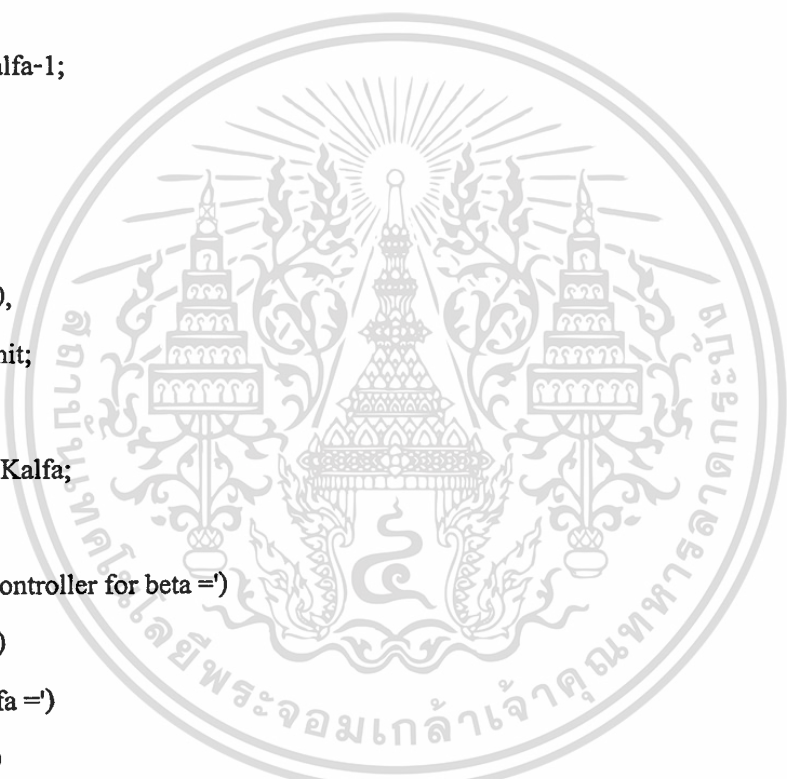
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

disp(alfaok)
beta=beta+0.2;
if beta>1,
    beta=1;
end
else
    betaok=1;
    alfaok=alfa;
    Kalfa=2*Kalfa-1;
    if Kalfa>2,
        Kalfa=2;
    end
    if alfaok==0,
        alfa=alfainit;
    else
        alfa=alfa*Kalfa;
    end
    disp('New controller for beta =')
    disp(betaok)
    disp('and alfa =')
    disp(alfaok)
end
end
end
end

```



fitini.m

```

clc

proximity=10;
proxtrsh=sin(proximity/180*pi);

[n_of_u,dummy]=size(uncpar);

if n_of_u>16,
    disp('Error: Number of uncertain parameters must be less than')
    error('or equal to 16')
end

im=sqrt(-1);

n_of_vertex_polynomials=2^n_of_u;

alfa=0;
alfaok=0;

beta=betainit;
betaok=0;

csecp(:,1)=exp(im*secp(:,1));
csecp(:,2)=exp(im*secp(:,2));
csecm(:,1)=exp(im*secm(:,1));
csecm(:,2)=exp(im*secm(:,2));

chksecp(:,1)=csecp(:,1)*im;
chksecp(:,2)=csecp(:,2)*(-im);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
chksecm(:,1)=csecm(:,1)*im;
chksecm(:,2)=csecm(:,2)*(-im);
```

```
if exist('c_ini'),
    if exist('w_ini'),
        v_omegap=w_ini;
        v_omegam=-1*w_ini;
```

```
else
    %omegatr
    wctr01;
```

```
end
lastx=c_ini';
x=c_ini';
```

```
else
    error('Error:initial controller must specify')
end
```

ndevalfit.m

```
function [ev_npmmp,ev_dpmp,ev_npmmm,ev_dpmmm]=ndeval(npm,dpm,v_omegap,v_omegam)
```

```
im=sqrt(-1);
```

```
l=length(v_omegap);
```

```
[m,n]=size(npm);
```

```
for i=1:l,
```

```
    for j=1:m,
```

```
        ev_npmmp(i,j)=polyval(npm(j,:),im*v_omegap(i));
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    ev_dpmp(i,j)=polyval(dpm(j,:),im*v_omegap(i));
end
end
l=length(v_omegam);
[m,n]=size(npm);
for i=1:l,
    for j=1:m,
        ev_npm(m,i,j)=polyval(npm(j,:),im*v_omegam(i));
        ev_dpmm(i,j)=polyval(dpm(j,:),im*v_omegam(i));
    end
end
end

```

polyadd.m

```

function y=polyadd(x1,x2)

```

```

[p00001,size1]=size(x1);

```

```

[p00001,size2]=size(x2);

```

```

diff=abs(size1-size2);

```

```

if (size1>size2),

```

```

    p00001=zeros(1,diff);

```

```

    x2=[p00001 x2];

```

```

end;

```

```

if (size2>size1),

```

```

    p00001=zeros(1,diff);

```

```

    x1=[p00001 x1];

```

```

end;

```

```

y=x1+x2;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค

โปรแกรมที่ใช้แสดงจุดยอดของกลุ่มค่า



circle.m

```
function [y,x]=circle(mag,x_center,y_center,n)
fi=linspace(0,2*pi,n);
y=mag*sin(fi);
x=mag*cos(fi);
unit=ones(1,n);
y=y+y_center*unit;
x=x+x_center*unit;
```

parplin.m

```
function parplot(x)
l=length(x);
for i=1:l,
    p=x(i);
    if abs(p)>1,
        lp=1+log10(abs(p));
        p=p*lp/abs(p);
        %polymark(real(p),imag(p),'x')
        plot(real(p),imag(p),'x')
    else
        polymark(real(p),imag(p),'x')
        line(real(p),imag(p),'x')
    end
end
end
```

prepdata.m

```
disp('Preparing data for plot...')
```

```
disp('Please wait')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

for i=1:ns,
    for j=1:2,
        normsecp(i,j)=rem(secp(i,j),2*pi);
        if normsecp(i,j)<0,
            normsecp(i,j)=normsecp(i,j)+2*pi;
        end
    end
end
for i=1:ns,
    for j=1:2,
        normsecm(i,j)=rem(secm(i,j),2*pi);
        if normsecm(i,j)<0,
            normsecm(i,j)=normsecm(i,j)+2*pi;
        end
    end
end
upr=crupr(uncpar,alfaok);
[npm,dpm]=crndpmp(upr,np,dp,n_of_u,betaok,ptype);
for j=1:ns,
    for i=1:imax,
        chpmat(i,:)=polyadd(conv(npm(i,:),lastx(1:ncdeg+1)),conv(dpm(i,:),[1:lastx
(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)]));
        data_for_plotp(j,i)=polyval(chpmat(i,:),im*v_omegap(j));
    end
end
for j=1:ns,
    for i=1:imax,
        chpmat(i,:)=polyadd(conv(npm(i,:),lastx(1:ncdeg+1)),conv(dpm(i,:),[1:lastx
(ncdeg+2:ncdeg+dcdeg+1)]));
        data_for_plotm(j,i)=polyval(chpmat(i,:),im*v_omegam(j));
    end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

seepfit.m

```

rmag=20;
num_of_sec=input('Which sector do you want to see -> ');
disp('Positive or Negative frequency?')
disp("")
disp('1-positive')
disp('2-negative')
%posneg=input("");
seldone=0;
parplot
hold on

while seldone==0,

    %if posneg==1,
        data_for_plot=data_for_plotp;
        normsec=normsecp;
        seldone=1;
    %elseif posneg==2,
        % data_for_plot=data_for_plotm;
        % normsec=normsecm;
        %seldone=1;
    %else
        % disp('Wrong selection!')
    %end

end

tv=data_for_plot(num_of_sec,:);

```

```

anglea=normsec(num_of_sec,1);

```

```

angleb=normsec(num_of_sec,2);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ควรดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if anglea <= pi/2,
    ima = rmag * sin(anglea);
    rea = rmag * cos(anglea);
elseif (anglea <= pi) & (anglea > pi/2),
    ima = rmag * sin(pi - anglea);
    rea = -rmag * cos(pi - anglea);
elseif (anglea <= 3*pi/2) & (anglea > pi),
    ima = -rmag * sin(anglea - pi);
    rea = -rmag * cos(anglea - pi);
else
    ima = -rmag * sin(2*pi - anglea);
    rea = rmag * cos(2*pi - anglea);
end
%polyline([0 rea],[0 ima])
line([0 rea],[0 ima])
if angleb <= pi/2,
    imb = rmag * sin(angleb);
    reb = rmag * cos(angleb);
elseif (angleb <= pi) & (angleb > pi/2),
    imb = rmag * sin(pi - angleb);
    reb = -rmag * cos(pi - angleb);
elseif (angleb <= 3*pi/2) & (angleb > pi),
    imb = -rmag * sin(angleb - pi);
    reb = -rmag * cos(angleb - pi);
else
    imb = -rmag * sin(2*pi - angleb);
    reb = rmag * cos(2*pi - angleb);
end
%polyline([0 reb],[0 imb])
line([0 reb],[0 imb])
parplot(tv)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

กฤษชัย วิถีพานิช เกิดเมื่อวันที่ 26 เมษายน พ.ศ. 2517 สำเร็จการศึกษาปริญญาอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาเทคโนโลยีไฟฟ้าอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า พระนครเหนือ ปีการศึกษา 2540

ปัจจุบันรับทุนโครงการพัฒนาอาจารย์จากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์ โดยเมื่อจบการศึกษาจะบรรจุเป็นพนักงานตำแหน่งอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ องครักษ์

