

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การวิเคราะห์องค์ประกอบและแถวลำดับของสายอากาศวงแหวนวงกลม
ที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

ANALYSIS OF ELEMENT AND ARRAY OF A PROBE EXCITED
CIRCULAR RING ANTENNA



ธนรัตน์ สร้อยสุวรรณ

THANARART SROYSUWAN



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

วศ.

ศ

พ.ศ. 2546

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน.....48895

วัน, เดือน, ปี..... 12 ส.ค. 2547

ISBN 974-324-874-9

b.....
i.....

ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
หากมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารต้นฉบับที่ถูกต้อง

**ANALYSIS OF ELEMENT AND ARRAY OF A PROBE EXCITED
CIRCULAR RING ANTENNA**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATION ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2003

ISBN 974-324-874-9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2003

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวิเคราะห์องค์ประกอบและแถวลำดับของสายอากาศวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

นักศึกษา

นายธนรัชต์ สร้อยสุวรรณ

รหัสนักศึกษา

44061737

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมโทรคมนาคม

พ.ศ

2546

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

รศ.ดร. สมผล โกศลวิตร

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม

ดร.ชวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์โดยละเอียดของสายอากาศที่มีโครงสร้างเป็นวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยทำการวิเคราะห์องค์ประกอบเดี่ยวก่อน จากนั้นได้เพิ่มค่าสภาพเจาะงทศทางของสายอากาศโดยนำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับแบบเชิงเส้นและแถวลำดับเชิงระนาบ โดยขนาดรัศมีของวงแหวน ความหนาของวงแหวนและความยาวของโพรบจะถูกเลือกอย่างเหมาะสมเพื่อให้มีคุณสมบัติการแพร่กระจายคลื่นที่ดี จากนั้นได้นำเสนอการจัดเรียงสายอากาศเป็นแถวลำดับในรูปแบบต่างๆ ทั้งในแนวแกนและนอกแนวแกนเพื่อพิจารณาการแพร่กระจายคลื่นในกรณีต่างๆ ซึ่งผลการวิเคราะห์มีประโยชน์อย่างมากในการสื่อสารไร้สายในบริเวณที่ยาวและแคบ

Thesis Title Analysis of Element and Array of a Probe Excited Circular Ring Antenna

Student Mr. Thanarart Sroysuwan

Student ID. 44061737

Degree Master of Engineering

Programme Telecommunication Engineering

Year 2003

Thesis Advisor Assoc.Prof.Dr. Sompol Kosulvit

Thesis Co-Advisor Dr. Chuwong Phongcharoenpanich

ABSTRACT

This thesis presents the rigorous analysis of antenna structure using a probe excited circular ring. An antenna element is first analyzed and subsequently the linear and planar array are proposed to enhance the directivity. The ring radius, ring width and probe length are appropriately chosen to achieve the optimum radiation characteristic. Then, various array arrangements such as on-axis and off-axis arrays are investigated to characterize the radiation properties. The results of the analysis are very useful for wireless communication with long and narrow path service area.

กิตติกรรมประกาศ

คุณความดีทั้งหมดอันเกิดจากการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบแด่ บิดา มารดาของข้าพเจ้า ผู้ซึ่งให้การสนับสนุนการศึกษาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.สมผลโกศลวิตร ผู้เป็นเจ้าของความคิดเริ่มแรกของสาขาอากาศสอง ทิศทางที่ใช้วงแหวนวงกลมล้อมรอบ โพรบป้อนสัญญาณและ สำหรับการให้การสั่งสอนและคำแนะนำเสมอมา

ขอขอบพระคุณ ดร.ชวงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์ สำหรับคำปรึกษาต่างๆตลอดจนชี้แนะการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.โมไนย ไกรฤกษ์ สำหรับการให้ความรู้และช่วยฝึกฝนทักษะต่างๆเสมอมา

ขอขอบคุณสมาชิกในห้องปฏิบัติการสื่อสารไร้สายทุกๆท่าน

ธนรัชต์ สร้อยสุวรรณ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	VI
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	XVI
บทที่ 1 บทนำ.....	2
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์.....	2
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.4 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 สายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	8
2.1 โครงสร้างของสายอากาศ.....	8
2.2 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่น โดยอาศัยฟังก์ชันศักย์เวกเตอร์.....	11
2.2.1 สมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลา แบบฮาร์มอนิกส์.....	12
2.2.2 การหาคำตอบจากสมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับระบบพิกัดทรง กระบอก.....	16
2.2.3 สนามที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของวงแหวน.....	20
2.2.4 สนามที่แพร่กระจายออกจากตัวสายอากาศ.....	27
2.2.5 สนามที่แพร่กระจายจากช่องเปิดทั้งสองด้านของวงแหวน.....	30
2.3 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่น โดยอาศัยฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก.....	31
2.3.1 ฟังก์ชันไดแอดิก.....	32
2.3.2 ทรานสโพส.....	32
2.3.3 ไดแอดิกสมการและอสมการ.....	33
2.3.4 ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์และไดแอดิก.....	34
2.3.5 ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์และไดแอดิก.....	35
2.3.6 ผลคูณสามชน.....	36

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

2.3.7 ไคเวอร์เจนซ์และเคิร์ลของฟังก์ชันชนิดไดแอดิก และเกรเดียนต์ ของฟังก์ชันเวกเตอร์.....	37
2.3.8 สมการแมกซ์เวลล์ในรูปไดแอดิกและฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก แบบไฟฟ้าและแบบแม่เหล็ก.....	41
2.3.9 ชนิดของฟังก์ชันไดแอดิก.....	43
2.3.10 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ของท่อนำคลื่นทรงกระบอก.....	46
2.3.11 ฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิกบริเวณภายในท่อนำคลื่นทรงกระบอก.....	68
2.4 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นโดยอาศัยโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า.....	69
2.4.1 สมการอินทริกัลเชิงสนามในอากาศว่าง.....	72
2.4.2 วิธีการแก้ไขปัญหาเชิงเลขใน โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า เชิงเลขรุ่นที่ 2.....	73
2.4.3 วิธีการจำลอง โครงสร้างด้วยโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า เชิงเลขรุ่นที่ 2.....	76
2.5 สรุป.....	76
บทที่ 3 สายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ.....	77
3.1 ตัวประกอบแถวลำดับ.....	77
3.2 สายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นในแนวแกน.....	88
3.2.1 ตัวอย่างการจัดเรียงสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้น.....	89
3.3 สายอากาศเชิงเส้นนอกแนวแกน.....	90
3.3.1 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xy	96
3.4 สายอากาศแถวลำดับเชิงระนาบ.....	97
3.5 สรุป.....	98
บทที่ 4 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ.....	99
4.1 การพิจารณาคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่น.....	99
4.1.1 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น.....	99
4.1.2 ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น.....	99
4.1.3 คาตภาพเจาะจงทิศทาง.....	100

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
4.1.4 อัตราขยาย.....	100
4.1.5 ระดับของลำคลื่นย่อยแรก.....	100
4.1.6 ค่าความกว้างลำคลื่นจุดศูนย์กลางแรก.....	100
4.1.7 ค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง.....	100
4.2 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อน สัญญาณด้วย โพรบ.....	103
4.3 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อน สัญญาณด้วย โพรบ.....	130
4.4 สรุป.....	130
	131
บทที่ 5 การโพลาไรซ์.....	135
5.1 การพิจารณาโพลาไรซ์.....	135
5.1.1 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (Linear Polarization).....	135
5.1.2 การโพลาไรซ์แบบวงกลม (Circular Polarization).....	137
5.1.2.1 การโพลาไรซ์แบบวงกลมที่มีทิศทางการหมุนของเวกเตอร์ สนามไฟฟ้าทางขวามือ.....	137
5.1.2.2 การโพลาไรซ์แบบวงกลมที่มีทิศทางการหมุนของเวกเตอร์ สนามไฟฟ้าทางซ้ายมือ.....	144
5.1.3 การโพลาไรซ์แบบวงรี.....	146
5.2 การโพลาไรซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อน สัญญาณด้วย โพรบ.....	146
5.3 สรุป.....	146
บทที่ 6 คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ.....	148
6.1 การพิจารณาคคุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์.....	150
6.2 คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวน วงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วย โพรบ.....	155
6.3 สรุป.....	156

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 7 การทดสอบ.....	172
บทที่ 8 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	173
8.1 การสรุปเนื้อหาโดยรวม.....	173
8.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา.....	174
เอกสารอ้างอิง.....	176
ประวัติผู้เขียน.....	177



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายกำลังงานในแต่ละโหมดคลื่น (TE_{mn})	7
4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าผลการคำนวณวิธีศักร์เวกเตอร์ช่วย ฟังก์ชันกรีนชนิด ไดโอดิกและโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2)ที่ค่าความกว้างวงแหวน วงกลม $d = 0.154\lambda$	103
4.2 เปรียบเทียบค่าสภาพเจาะจงทิศทางเมื่อทำแฉวลำดับแบบต่างๆที่สององค์ประกอบ.....	130
7.1 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.154\lambda$	158
7.2 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.254\lambda$	160
7.3 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.354\lambda$	162
7.4 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.454\lambda$	164
7.5 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ (แสดงที่สององค์ประกอบในแนวแกน x).....	166
7.6 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ (แสดงที่สององค์ประกอบในแนวแกน y).....	168
7.7 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ (แสดงที่สององค์ประกอบในแนวแกน z).....	170
7.8 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ (แสดงที่สององค์ประกอบแบบเชิงระนาบ).....	172

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 สายอากาศที่มีวงแหวนล้อมรอบ โพรบไฟฟ้าเชิงเส้นภายใน.....	4
2.2 ความสัมพันธ์ของขนาดกำลังงานที่คลื่นที่เดินทางในท่อนำคลื่นสำหรับโหมด คลื่นของ $TE_{11}, TE_{01}, TE_{21}$ (โดยใช้วงแหวนที่ทำจากทองเหลืองด้วยคาร์ซีมิเท่ากับ 4.75 ซม.).....	7
2.3 ท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่ระนาบ $z = 0$	16
2.4 ท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่มีช่องเปิดแบบวงกลมบนระนาบ $z = 0$	19
2.5 การแพร่กระจายของสนามเมื่อทำการสังเกตที่สนามระยะไกลที่ระนาบ $z = \frac{d}{2}$ และ $-z = \frac{d}{2}$	28
2.6 แสดงสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากแหล่งกำเนิด ไดโพลไฟฟ้าจิวสามตำแหน่งที่วาง อยู่ที่ \bar{R}' ในทิศทาง x, y และ z	41
2.7 ท่อนำคลื่นทรงกระบอก.....	44
3.1 สายอากาศไดโพล 2 ตัวที่วางบนแกน Z	77
3.2 สายอากาศไดโพล N ตัว ที่วางอยู่บนแกน Z	79
3.3 การกำหนดจุดอ้างอิงให้อยู่กึ่งกลางของสายอากาศทั้งหมดที่เป็นจำนวนคี่.....	81
3.4 การกำหนดจุดอ้างอิงให้อยู่กึ่งกลางของสายอากาศทั้งหมดที่เป็นจำนวนคู่.....	82
3.5 การจัดวางสายอากาศแถวลำดับจำนวน M ตัว บนแกน x	85
3.6 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบ Side by Side.....	88
3.7 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบ Collinear.....	89
3.8 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบ Face to Face.....	89
3.9 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xy	90
3.10 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xz	92
3.11 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ yz	94
3.12 การจัดเรียงสายอากาศแบบระนาบ.....	96
3.13 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบระนาบ.....	97
4.1(ก)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าด้วยวิธีศักร์กัเวกเตอร์.....	101
4.1(ข)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็กด้วยวิธีศักร์กัเวกเตอร์.....	101
4.2(ก)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าด้วย วิธีโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2).....	102

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.2(ข)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็กด้วย วิธีโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2).....	102
4.3(ก)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า วิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก.....	102
4.3(ข)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก วิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก.....	102
4.4 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการฉีกวางสายอากาศแบบ Side-by-side.....	103
4.5 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าการฉีกวางสายอากาศแบบ Side-by-side.....	104
4.6 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กการฉีกวางสายอากาศแบบ Side-by-side.....	104
4.7 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า การฉีกวางสายอากาศแบบ Side-by-side.....	105
4.8 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก การฉีกวางสายอากาศแบบ Side-by-side.....	105
4.9 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการฉีกวางสายอากาศแบบ Collinear.....	106
4.10 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าการฉีกวางสายอากาศแบบ Collinear.....	106
4.11 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กการฉีกวางสายอากาศแบบ Collinear.....	107
4.12 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า การฉีกวางสายอากาศแบบ Collinear.....	107
4.13 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก การฉีกวางสายอากาศแบบ Collinear.....	108
4.14 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการฉีกวางสายอากาศแบบ Face-to-face.....	108
4.15 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าการฉีกวางสายอากาศแบบ Face-to-face.....	109

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.16 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสาขอากาศ แบบ Face-to-face.....	109
4.17 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวงสาขอากาศแบบ Face-to-face.....	110
4.18 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวงสาขอากาศแบบ Face-to-face.....	110
4.19 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการกรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	111
4.20 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสาขอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	111
4.21 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสาขอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	112
4.22 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	112
4.23 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	113
4.24 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	113
4.25 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$	114
4.26 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการกรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	114
4.27 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสาขอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	115
4.28 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสาขอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	115
4.29 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวงสาขอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	116

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.30 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	116
4.31 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	117
4.32 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$	117
4.33 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	118
4.34 ความกว้างลำคัลิ้นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	118
4.35 ความกว้างลำคัลิ้นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	119
4.36 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	119
4.37 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	120
4.38 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	120
4.39 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$	121
4.40 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz	121
4.41 ความกว้างลำคัลิ้นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ xz	122
4.42 ความกว้างลำคัลิ้นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ xz	122
4.43 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz	123
4.44 อัตราส่วนระหว่างลำคัลิ้นหลักต่อลำคัลิ้นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก	

เอกสารนี้ กรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz เท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ซ้ำ 123 ราคา

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.45 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการฉีกฉีกวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz	124
4.46 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าการฉีกฉีกวงสายอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ yz	124
4.47 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กการฉีกฉีกวงสายอากาศแบบ นอกแนวแกนในระนาบ yz	125
4.48 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า การฉีกฉีกวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz	125
4.49 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก การฉีกฉีกวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz	126
4.50 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางการฉีกฉีกวงสายอากาศแบบแฉกลำดับเชิงระนาบ.....	126
4.51 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าการฉีกฉีกวงสายอากาศแบบ แฉกลำดับเชิงระนาบ.....	127
4.52 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้าการฉีกฉีกวงสายอากาศแบบ แฉกลำดับเชิงระนาบ.....	127
4.53 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า การฉีกฉีกวงสายอากาศแบบแฉกลำดับเชิงระนาบ.....	128
4.54 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก การฉีกฉีกวงสายอากาศแบบแฉกลำดับเชิงระนาบ.....	128
4.55 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้า การฉีกฉีกวงสายอากาศแบบแฉกลำดับเชิงระนาบ.....	129
4.56 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็ก การฉีกฉีกวงสายอากาศแบบแฉกลำดับเชิงระนาบ.....	129
5.1 การโพลาไรซ์แบบต่างๆ(ก) การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น.....	131
5.1 การโพลาไรซ์แบบ (ข) การโพลาไรซ์แบบวงกลม.....	131
5.1 การโพลาไรซ์แบบ (ค)การโพลาไรซ์แบบวงรี.....	131
5.2 การพิจารณาโพลาไรซ์เซชันของคลื่น.....	132
5.3 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง θ	133
5.4 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง ϕ	134

เอกสาร 5.5 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง ที่ควรศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ซ้ำ 135

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.6 โพลาริซแบบวงกลมที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุนไปทางขวามือ.....	136
5.7 โพลาริซแบบวงกลมที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุนไปทางซ้ายมือ.....	138
5.8 การโพลาริซแบบวงรีที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุนทางขวามือและการโพลาริซแบบวงรีที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุนทางซ้ายมือ.....	141
5.9 การโพลาริซแบบวงรีที่ไม่ได้อยู่ที่แกนหลักซึ่งมีมุมเอียงออกจากแกนอ้างอิง θ	142
5.10 อัตราส่วนแกนโดยการคำนวณด้วยวิธีศักร์เวกเตอร์ช่วย $d = 0.154\lambda$	144
5.11 อัตราส่วนแกนโดยการคำนวณด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก $d = 0.154\lambda$	145
5.12 อัตราส่วนแกนโดยการคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2) $d = 0.154\lambda$	145
5.13 ค่ามุมเอียงโดยการคำนวณด้วยวิธีศักร์เวกเตอร์ $d = 0.154\lambda$	145
5.14 ค่ามุมเอียงโดยการคำนวณด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก $d = 0.154\lambda$	145
5.15 อัตราค่ามุมเอียงโดยการคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้า (NEC2) $d = 0.154\lambda$	146
6.1 วงจรสมมูลย์ของสายอากาศ.....	147
6.2 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าและรีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.11\lambda-0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz).....	147
6.3 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.11\lambda-0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz).....	151
6.4 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz).....	152
6.5 รีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz).....	152
6.6 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz).....	153
6.7 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าและรีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.11\lambda-0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz).....	153
6.8 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.35\lambda$, $l = 0.11\lambda-0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz).....	154
6.9 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz).....	154
6.10 ค่ารีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz).....	155
6.11 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz).....	155
7.1 การเปรียบเทียบความหนาของแหวนวงกลมที่ขนาดต่างๆ.....	157

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.2 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.154\lambda$	157
7.2 (ค)อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.154\lambda$	158
7.2 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.154\lambda$	158
7.3 (ก)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า $d = 0.254\lambda$	159
7.3 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.254\lambda$	159
7.3 (ค)อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.254\lambda$	159
7.3 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.254\lambda$	159
7.4 (ก)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า $d = 0.354\lambda$	161
7.4 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.354\lambda$	161
7.4 (ค)อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.354\lambda$	161
7.4 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.354\lambda$	161
7.5 (ก)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า $d = 0.454\lambda$	163
7.5 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.454\lambda$	163
7.5 (ค)อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.454\lambda$	163
7.5 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.454\lambda$	163
7.6 สายอากาศแถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side).....	165
7.7 (ก)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า แถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side).....	165
7.7 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก แถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side).....	165
7.7 (ค)อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน x.....	166

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.8 แสดงการจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วย โพรบในแนวแกน y (Collinear).....	167
7.9 (ก)แสดงการเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า.....	167
7.9 (ข)แสดงการเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก.....	167
7.9 (ค)ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน y	168
7.9 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน y	168
7.10 แสดงการจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณ ด้วยโพรบในแนวแกน z (Face-to-face).....	169
7.11 (ก)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า.....	169
7.11 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก.....	169
7.11 (ค)ค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน z	170
7.11 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน z	170
7.12 การจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณ ด้วยโพรบแบบเชิงระนาบ	171
7.13 (ก)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า.....	171
7.13 (ข)การเปรียบเทียบหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก.....	171
7.13 (ค)อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับเชิงระนาบ.....	172
7.13 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับเชิงระนาบ.....	172

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์

ในปัจจุบันนี้ระบบการสื่อสารเคลื่อนที่แบบวงจรมีได้เข้ามามีบทบาทสำคัญอย่างมากในชีวิตประจำวัน [1] จำนวนของลูกค้ามีการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและระบบวงจรมีขนาดเล็กก็มีการใช้งานอย่างแพร่หลาย จำนวนสถานีฐานก็เพิ่มขึ้นอย่างมาก ฉะนั้นการพัฒนาสายอากาศที่มีราคาถูกสำหรับสถานีฐานจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง โดยทั่วไปสายอากาศที่ใช้จะเป็นสายอากาศแบบรอบตัวเพื่อให้ปกคลุมพื้นที่ให้บริการรูปวงกลม แต่ในการใช้งานบางประเภทที่มีพื้นที่ยาวและแคบ อันได้แก่ บนทางด่วน ในอุโมงค์ และทางเดินระหว่างตึก เราจะนิยมใช้สายอากาศแบบสองทิศทางแทนการใช้สายอากาศแบบรอบทิศทาง เพราะว่าถ้าหากแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นถูกจำกัดให้แพร่กระจายคลื่นอยู่เฉพาะด้านหน้าและด้านหลังของสายอากาศแล้วนั้น จะทำให้พื้นที่ครอบคลุมของสายอากาศในแนวยาวทำได้มากขึ้น

สายอากาศดั้งเดิมที่ใช้กันอยู่ทั่วไปจะเป็นสายอากาศแบบสองทิศทางที่ได้จากการรวมสายอากาศทิศทางเดียวกันสองตัวเช่นสายอากาศยาคิ (Yagi) โดยให้ชี้ในทิศทางตรงกันข้ามหรือได้จากสายอากาศรอบทิศทางเช่นสายอากาศโมนโพล (monopole) ที่ถูกป้อนด้วยเฟสที่เหมาะสม [2] แต่พบว่าสายอากาศที่สร้างด้วยเทคนิคเหล่านี้จะมีการสูญเสียในระบบการป้อนสัญญาณสูงมากและมีโครงสร้างซับซ้อนทำให้มีราคาสูง จึงมีผู้วิจัยจำนวนมากพัฒนาสายอากาศแบบสองทิศทางดังกล่าวดังต่อไปนี้ สายอากาศแบบแพทช์ (patches) แนวยาว (BNPA) ซึ่งมีลักษณะเป็นแผ่นตัวนำแนวยาว โดยที่สองด้านของวัสดุฐานรองที่เป็นไดอิเล็กตริก (dielectric substrate) แนวยาวถูกป้อนสัญญาณด้วยเส้นสตริป (strip line) คู่ขนาน ซึ่งสายอากาศชนิดนี้สามารถสร้างได้ง่ายโดยการทำวงจรมิพท์และโครงข่ายป้อนสัญญาณบนชั้นสเตรท แต่สายอากาศชนิดนี้มีประสิทธิภาพในการแพร่กระจายคลื่นต่ำ ดังนั้นจึงได้มีการเพิ่มแผ่นตัวนำปรสิตเพื่อสร้างสายอากาศ BNPA ให้เป็น BNPA-A ขึ้นมา [3] ซึ่งทำให้สามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการแพร่กระจายคลื่นได้ซึ่งค่าอัตราการขยายของสายอากาศชนิดนี้มีค่าสูงกว่าสายอากาศแบบเชิงเส้นแนวยาว (collinear) อนึ่งสำหรับการประยุกต์ใช้งานบนท้องถนนที่มีความกว้างประมาณ 30-60 เมตรนั้น สายอากาศ BIRA มีลักษณะที่เหมาะสมกว่า [4] การพัฒนาสายอากาศสองทิศทางที่น่าสนใจอีกอย่างคือการใช้สายอากาศที่เป็นรอยบากเข้าไปในแผ่นตัวนำเหนือแผ่นระนาบ ซึ่งสายอากาศชนิดนี้ถูกนำมาใช้เพื่อขยายพื้นที่ครอบคลุมของสถานีรีเลย์ (relay) ในระบบบิวสเตอร์ภายในอุโมงค์ [5] ค่าการโพลาไรซ์ไขว้ที่ไม่ต้องการจะถูกกำจัดในระนาบสนามแม่เหล็กในสายอากาศชนิดรอยบาก อีกวิธีหนึ่งของการออกแบบสายอากาศสองทิศทางคือ ทำได้โดยใช้สายอากาศที่มีโครงสร้างเป็นรูปข้ออก (crank) ซึ่งดัดแปลงมาจากสายอากาศรูปบากดั้งเดิม [6] ซึ่งแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเหล่านี้จะถูกยกขึ้นจากกำแพงซึ่ง

เราต้องทำการกคมันลงมาเพื่อให้มันครอบคลุมพื้นที่ให้บริการ ซึ่งการกคลงนี้ทำได้โดยใช้องค์ประกอบปรสิคและเพื่อการเพิ่มค่าอัตราการขยาย [7] จากรายละเอียดทั้งหมดที่กล่าวมานี้จะเห็นได้ว่าการพัฒนาสายอากาศสองทิศทางที่มีคุณสมบัติที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานเฉพาะบางประเภทมีความสำคัญอย่างยิ่ง โดยเฉพาะต้นทุนการผลิตที่ต่ำเป็นปัจจัยสำคัญที่ต้องพิจารณาอันเนื่องมาจากจำนวนของพื้นที่ให้บริการที่มีอยู่มากนั่นเองในเบื้องต้น [8] ได้มีการนำเสนอสายอากาศสองทิศทางโดยใช้โพรบเชิงเส้นป้อนให้กับวงแหวนวงกลมและสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะเป็นแบบสองทิศทางและมีค่าการขยายปานกลางตลอดจนมีต้นทุนการผลิตต่ำ [9] วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอสายอากาศชนิดสองทิศทางอย่างง่ายและราคาถูกโดยใช้วงแหวนวงกลมล้อมรอบโพรบ โดยโครงสร้างของสายอากาศมีลักษณะไม่ซับซ้อน กล่าวคือเป็นโพรบเชิงเส้นที่ถูกล้อมรอบด้วยวงแหวนวงกลม อีกทั้งยังได้เสนอสายอากาศแบบแถวลำดับทั้งแถวลำดับในแนวแกน x, y, z นอกแนวแกนและสายอากาศแถวลำดับเชิงระนาบเพื่อเพิ่มค่าสภาพเจาะจงทิศทางโดยได้ใช้การคำนวณหาในขั้นแรกใช้วิธีศัคย์เวกเตอร์หาคุณลักษณะต่างๆแต่การหาโดยวิธีศัคย์เวกเตอร์นี้ไม่สามารถใช้หาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าได้ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้นำเสนอการคำนวณด้วยวิธีกรีนชนิดโคแอดิกมาช่วยในการหาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าและใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้ามาซึ่งเป็นโปรแกรมที่ได้รับการยอมรับมาตรฐานตรวจสอบผลการคำนวณในขั้นสุดท้ายสร้างสายอากาศเพื่อตรวจสอบผลและนำมาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณด้วยวิธีต่างๆข้างต้น

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อศึกษาหลักการของสายอากาศวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบว่ามี การแพร่กระจายคลื่นอย่างไรและมีคุณสมบัติเช่น อัตราขยาย (Gain) ค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแถวลำดับและแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นนำไปใช้ประโยชน์ในลักษณะในพื้นที่ๆยาวและแคบ

1.3 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัยมีอยู่ด้วยกัน 3 วิธี โดยอาศัยศัคย์เวกเตอร์เนื่องจากวิธีดังกล่าวสามารถทำได้ง่ายและได้ผลในรูปแบบเบื้องต้นของค่าพารามิเตอร์ต่างๆแต่ไม่สามารถให้ค่าพารามิเตอร์ของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าได้โดยทฤษฎีของกรีนชนิดโคแอดิกถูกนำมาหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศดังกล่าวได้และใช้โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้าในการหาค่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าเพื่อตรวจสอบการคำนวณเชิงทฤษฎี

1.4 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 8 บทดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ตลอดจนปัญหาที่น่าสนใจของวิทยานิพนธ์ รวมทั้งแนวความคิดที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึงสายอากาศวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โครงสร้างของสายอากาศ การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่น โดยอาศัยศัพทวิทยาเวกเตอร์ การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่น โดยอาศัยฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่น โดยอาศัยโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า

บทที่ 3 กล่าวถึง สายอากาศแฉกลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ สายอากาศแฉกลำดับเชิงเส้นในแนวแกน สายอากาศแฉกลำดับเชิงเส้นในนอกแนวแกน และ สายอากาศแฉกลำดับเชิงระนาบ

บทที่ 4 กล่าวถึง การพิจารณาคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแฉกลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

บทที่ 5 กล่าวถึง การ โพลารไรซ์ของสายอากาศ การพิจารณาโพลารไรซ์ของสายอากาศ

บทที่ 6 กล่าวถึง คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศแฉกลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

บทที่ 7 กล่าวถึง ผลการทดลองหรือการวิเคราะห์

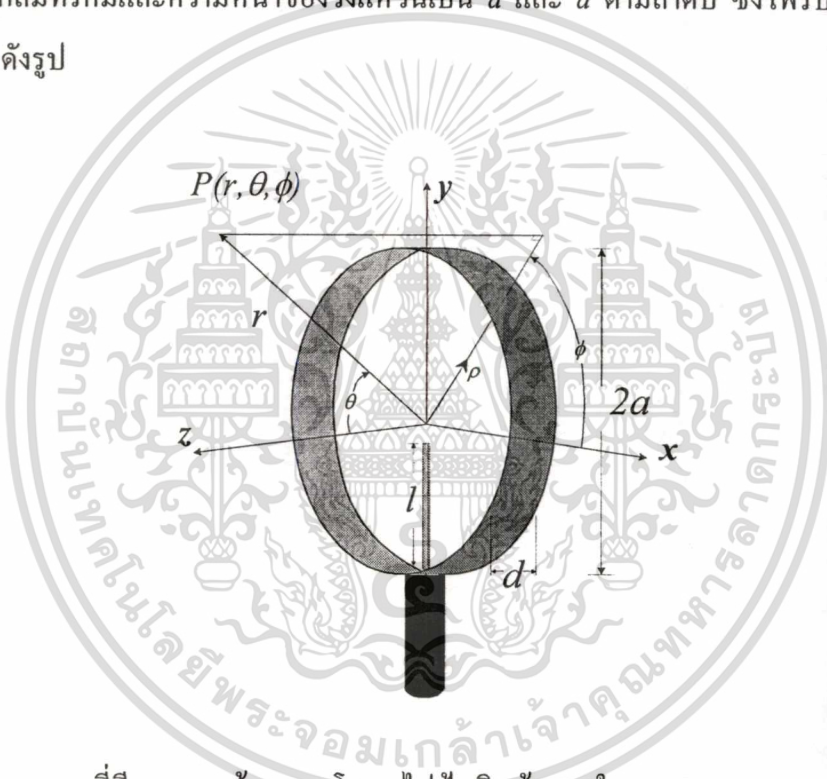
บทที่ 8 กล่าวถึง สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

สายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

2.1 โครงสร้างของสายอากาศ

สายอากาศที่นำมาใช้จะประกอบด้วยโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นด้วยความยาว l ที่ต่อกับสายนำสัญญาณแบบเคเบิลแกนร่วมโดยผ่านตัวต่อ (Connector) ชนิดเอ็น (N-Type) และถูกล้อมรอบด้วยวงแหวนวงกลมที่รัศมีและความหนาของวงแหวนเป็น a และ d ตามลำดับ ซึ่งโพรบจะวางตัวตามแนวแกน y ดังรูป



รูปที่ 2.1 สายอากาศที่มีวงแหวนล้อมรอบโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นภายใน

ให้พิจารณาว่า วงแหวนเป็นส่วนหนึ่งของท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกซึ่งมีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแพร่กระจายในทิศทาง z และ $-z$ และจะแพร่กระจายออกจากขอบของวงแหวนที่ช่องเปิดทั้ง 2 ด้านสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ออกมาจากช่องเปิดทั้ง 2 ด้านนี้จะสอดคล้องกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ประกอบไปด้วยโหมดคลื่น (Mode) ต่างๆ มากมายที่อยู่ภายในท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอก ดังนั้นความยาวของวงแหวนและรัศมีจึงถูกออกแบบให้มีขนาดเล็กที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพื่อที่จะทำให้โหมดอื่นๆ ถูกตัดออกไปให้เหลือเพียงโหมดคลื่นหลัก (Dominant mode TE_{11}) เพียงอย่างเดียว แต่อย่างไรก็ตาม บริเวณที่ใกล้กับโพรบก็ยังคงมีโหมดคลื่นอื่นๆ รวมอยู่ด้วย

โดยทั่วไปแล้ว โหมดคลื่นอื่นๆ ที่ไม่ใช่โหมดหลักจะเป็นรูปแบบของคลื่นที่เรียกว่า คลื่นจางหาย (Evanescent wave) และโหมดคลื่นเหล่านี้จะมีขนาดลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อระยะทางที่คลื่นเดินทางออกจากโพรมีค่ามากขึ้น ด้วยเหตุนี้จะต้องเลือกระยะทางที่ห่างจากโพรมที่ทำให้ขนาดของโหมดคลื่นอื่นๆ มีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ เพื่อที่ว่าบริเวณขอบของวงแหวนที่ช่องเปิดทั้งสองด้านซึ่งเป็นจุดที่คลื่นจะเดินทางออกไปนั้น จะมีแต่รูปแบบหลักเพียงรูปแบบเดียวซึ่งก็คือการกำหนดค่าความยาวของวงแหวนนั่นเอง ส่วนการกำหนดค่ารัศมี จะต้องทำให้มีค่าความถี่ตัด (Cut off frequency) ที่ต่ำสุด เพื่อให้มีเพียงโหมดคลื่นหลักแพร่กระจายออกจากช่องเปิดทั้ง 2 ด้านของวงแหวน และโหมดคลื่นอื่นๆ ที่อยู่ติดกับโหมดคลื่นหลัก คือ TE_{21} จะต้องถูกตัดออกไป ดังนั้นค่ารัศมีของวงแหวนที่เหมาะสมสามารถแสดงได้ดังนี้

$$0.293\lambda < a < 0.486\lambda \quad (2.1)$$

เมื่อ λ คือ ความยาวคลื่นที่ความถี่ที่ใช้งาน (Operating frequency) โดยค่าความถี่ที่ใช้งานคือ $f = 1.9065\text{GHz}$

ให้พิจารณารูปที่ 2.1 โพรมไฟฟ้าเชิงเส้นภายในวงแหวนจะขนานกับรัศมีของวงแหวนเป็นผลให้คลื่นที่ประกอบไปด้วยโหมดคลื่นต่างๆ (TE_{mn}) ถูกปล่อยออกมาในบริเวณใกล้เคียงกับโพรม โดยคลื่นที่ออกมานั้นจะมีความซับซ้อนมาก นั่นหมายความว่า ความถี่ใช้งานค่าหนึ่งเป็นไปได้ว่าคลื่นจะประกอบไปด้วยโหมดคลื่นต่างๆ มากมาย แต่ที่ที่มีความสำคัญต่อการเดินทางของคลื่นสำหรับสายอากาศที่ได้ออกแบบ[10]ไว้ คือ โหมดคลื่นของ TE_{11} , TE_{21} และ TE_{01} ตามลำดับ

ขณะที่คลื่นเดินทางออกจากช่องเปิดทั้ง 2 ด้านของวงแหวน คลื่นจะเกิดการลดทอน ซึ่งค่าคงที่ของการลดทอนสำหรับโหมดคลื่นหลัก แสดงได้ดังนี้

$$\alpha_{11} = \frac{R_r}{a\eta} \frac{8.686}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c11}}\right)^2}} \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_{c11}}\right)^2 + 0.420 \right] \quad (\text{dB/m}) \quad (2.2)$$

เมื่อ λ_{c11} คือ ค่าความยาวคลื่นตัด (Cut off wavelength) ของโหมดคลื่นหลัก ซึ่งมีค่าเท่ากับ

η คือ ค่าอินทริเนติกอิมพีแดนซ์ (Intrinsic impedance) ของตัวกลาง

R_s คือ ความต้านทานของคลื่นที่ผิวของโลหะ

$$\text{ซึ่งมีค่า} \quad R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \quad (2.3)$$

เมื่อ ω คือ ความถี่เชิงมุม (rad/sec) ; $\omega = 2\pi f$

μ คือ ค่าความซึมซาบแม่เหล็ก (Permeability) ของวัสดุ (H/m) ; $\mu = \mu_0\mu_r$

μ_0 คือ ค่าความซึมซาบแม่เหล็กของสุญญากาศ มีค่าเท่ากับ $4\pi \times 10^{-7}$ (H/m)

μ_r คือ ค่าความซึมซาบแม่เหล็กสัมพัทธ์ของวัสดุ

σ คือ ค่าความนำของวัสดุ (Conductivity) (S/m)

ในส่วนของคลื่นจางหายนั้น จะมีค่าความยาวคลื่นในอากาศ (Free space) มีค่ามากกว่า ค่าความยาวคลื่นตัดของตัวเอง ซึ่งโหมดคลื่นของคลื่นจางหายที่มีความสำคัญต่อการเดินทางของคลื่นสำหรับสายอากาศที่ได้ออกแบบไว้ ได้แก่ TE_{21} และ TE_{01} โดยค่าการลดทอนของคลื่นจางหายอันเนื่องมาจากระยะทางนั้น จะสอดคล้องกับตัวประกอบ (Factor) ของ $e^{-\alpha z}$ ซึ่งค่าคงที่ของการลดทอนสำหรับโหมดคลื่นของ TE_{21} แสดงได้ดังนี้

$$\alpha_{21} = \frac{17.372\pi}{\lambda_{c21}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{c21}}{\lambda}\right)^2} \quad (\text{dB/m}) \quad (2.4)$$

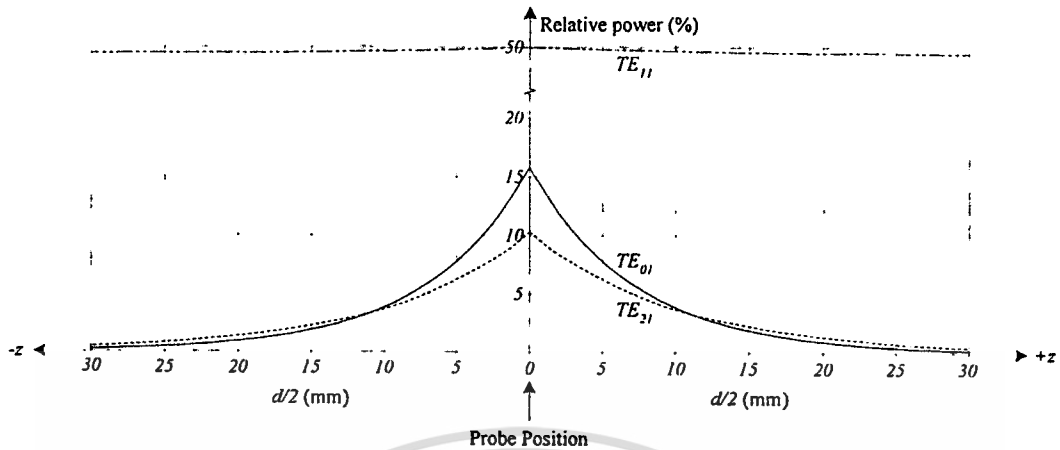
เมื่อ λ_{c21} คือ ค่าความยาวคลื่นตัดของโหมดคลื่น TE_{21} ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2.057a$

และสำหรับรูปแบบคลื่น TE_{01} แสดงได้ดังนี้

$$\alpha_{01} = \frac{17.372\pi}{\lambda_{c01}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{c01}}{\lambda}\right)^2} \quad (\text{dB/m}) \quad (2.5)$$

เมื่อ λ_{c01} คือ ค่าความยาวคลื่นตัดของโหมดคลื่น TE_{01} ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1.604a$

ความสัมพันธ์ของขนาดกำลังงานของคลื่นที่เดินทางในท่อนำคลื่นของโหมดคลื่นทั้ง 3 รูปแบบที่ความถี่ที่ใช้งานเท่ากับ 1.9065GHz สามารถแสดงตามรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ของขนาดกำลังงานที่คลื่นที่เดินทางในท่อนำคลื่นสำหรับ โหมดคลื่นของ TE_{11}, TE_{01} และ TE_{21} (โดยใช้ช่วงแหวนที่ทำจากทองเหลืองด้วยคาร์ซีมีเท่ากับ 4.75 ซม.)

กำลังงานที่กระจาย (Power Distribution) ในแต่ละ โหมดคลื่น (TE_{mn}) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$P = |A_{mn}|^2 \omega \mu k a^4 \tag{2.6}$$

เมื่อ A_{mn} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของการลดทอนในแต่ละ โหมดคลื่น (TE_{mn}) แสดงค่าได้ดังตารางที่ 2.1

k คือ ค่าคงที่เฟส (Phase constant) (rad/m) ; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

ตารางที่ 2.1 ค่าสัมประสิทธิ์การกระจายกำลังงานในแต่ละ โหมดคลื่น (TE_{mn})

		$A_{mn} \times 10^{-3}$		
n	m	0	1	2
1		17.40	55.30	11.40
2		2.87	3.19	1.56
3		0.349	0.794	0.492

จะเห็นได้ว่า ค่าของขนาดสูงสุดที่ได้ทำการนอร์เมลไลซ์ แล้วสำหรับ โหมดคลื่นหลัก (TE_{11}) มีค่าเท่ากับ 100% ส่วน โหมดคลื่นของ TE_{21} และ TE_{01} มีค่าเท่ากับ 20.61% และ 31.46% ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากกำลังงานจะถูกแบ่งให้มีการแพร่กระจายคลื่นออกไปในทิศทางแกน และ $-z$ ขนาดที่ได้จึงเป็น 50% , 10.31% , 15.73% ตามลำดับ

ค่าความยาวของวงแหวน เพราะที่จุดนี้กำลังงานของรูปแบบคลื่นที่มีผลต่อโหมดคลื่นหลักมากที่สุด คือ TE_{21} จะถูกลดทอนไป 5.32 dB หรือลดลงในระดับที่น้อยกว่า 10% ของกำลังงานในโหมดคลื่นหลัก ซึ่งอยู่ในระดับที่สามารถตัดทิ้งได้ ส่วนโหมดคลื่นอื่นๆ รวมถึง TE_{01} ก็จะมีค่าน้อยกว่า TE_{21} ด้วย เช่นที่ $a = 4.7506$ ซม. และ $f = 1.9065$ GHz ค่าคงที่ของการลดทอนสำหรับโหมดคลื่นของ TE_{21} โดยใช้สมการที่ 2.4 มีค่าเท่ากับ 0.4378 dB/mm ดังนั้นจึงต้องการระยะความยาวของวงแหวน ($d/2$) เท่ากับ 12.1517 mm เพื่อที่จะสามารถลดกำลังงานของโหมดคลื่น TE_{21} ไป 3.028% หรือ 5.32 dB ในทำนองเดียวกันค่าคงที่ของการลดทอนสำหรับโหมดคลื่นหลัก TE_{11} จะมีค่าเท่ากับ 0.00006002 dB/mm ดังนั้นที่ระยะ $d/2 = 12.1517$ mm ค่ากำลังงานของโหมดคลื่นหลัก TE_{11} จะมีค่าเท่ากับ 49.9976% ซึ่งอัตราส่วนของกำลังงานของโหมดคลื่นหลัก TE_{11} กับรูปแบบคลื่นของ TE_{21} มีค่าเท่ากับ 16.5117 ดังนั้นกำลังงานของโหมดคลื่นหลัก TE_{11} จะมากกว่าโหมดคลื่นของ TE_{21} อยู่ 16 เท่า ซึ่งผลที่ได้นี้ทำให้สนามที่แพร่กระจายออกมาจะมีโหมดคลื่นหลัก TE_{11} มากกว่าโหมดอื่นๆ ซึ่งมีค่าน้อยมากจนสามารถเพิกเฉยได้ เพื่อเป็นการยืนยันผลที่ได้ ค่าคงที่ของการลดทอนสำหรับโหมดคลื่น TE_{01} โดยใช้สมการที่ 2.5 มีค่าเท่ากับ 0.6087 dB/mm

ดังนั้นที่ระยะ $d/2 = 12.1517$ mm กำลังงานของโหมดคลื่นของ TE_{01} จะมีค่าเท่ากับ 2.86465% ซึ่งอัตราส่วนของกำลังงานของโหมดคลื่นหลัก TE_{11} กับ TE_{01} มีค่าเท่ากับ 17.4524 ซึ่งถือว่ามีความน้อยมากสามารถตัดทิ้งได้

จากสิ่งเหล่านี้ชี้ให้เห็นถึงการออกแบบว่า ความยาวของวงแหวนสามารถถูกกำหนดอย่างง่ายโดยการคำนวณระยะทางจากโพรบที่จะทำให้ค่าคงที่ของการลดทอนของโหมดคลื่น TE_{21} มีค่าเท่ากับ 5.32 dB สาเหตุที่เลือกเอาโหมดคลื่น TE_{21} เพราะที่ระยะ $d/2 = 12.1517$ mm โหมดคลื่น TE_{21} จะมีค่ากำลังงานมากกว่าโหมดคลื่น TE_{01} รวมถึงโหมดคลื่นอื่นๆ ยกเว้นโหมดคลื่นหลัก ดังนั้น ที่จุดนี้โหมดคลื่น TE_{21} จึงมีผลต่อโหมดคลื่นหลักมากที่สุด เป็นผลให้พิจารณาโหมดคลื่น TE_{21} เป็นหลัก โดยระยะที่โหมดคลื่น TE_{21} และ TE_{01} มีค่ากำลังงานเท่ากัน คือ ที่ระยะ $d/2 = 10.723$ mm

2.2 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นโดยอาศัยฟังก์ชันศักย์เวกเตอร์

จากสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Equation) [11]-[12] ในรูปของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{M}_I - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่แนะนำให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_I + \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.8)$$

ทำการเคิร์ล (Curl) ทั้งสองข้างของสมการที่ 2.7 และ 2.8 โดยสมมติให้อยู่ในตัวกลางเดียวกัน สามารถเขียนได้ใหม่ว่า

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \bar{E} &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \nabla \times \left(\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) \\ &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial (\nabla \times \bar{H})}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \bar{H} &= \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \nabla \times \bar{E} + \varepsilon \nabla \times \left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right) \\ &= \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \nabla \times \bar{E} + \varepsilon \frac{\partial (\nabla \times \bar{E})}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.10)$$

แทนสมการที่ 2.8 ลงในด้านขวาของสมการที่ 2.9 และใช้คุณสมบัติลาปลาเซียนของเวกเตอร์ (Laplacian of vector) ที่แสดงได้ดังนี้

$$\nabla^2 \bar{F} = \nabla (\nabla \cdot \bar{F}) - \nabla \times \nabla \times \bar{F}\quad (2.11)$$

$$\therefore \nabla \times \nabla \times \bar{F} = \nabla (\nabla \cdot \bar{F}) - \nabla^2 \bar{F}\quad (2.12)$$

แล้วแทนสมการที่ 2.12 ลงในด้านซ้ายของสมการที่ 2.9 ได้ว่า

$$\begin{aligned}\nabla (\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{J}_i + \sigma \bar{E} + \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right] \\ \nabla (\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} &= -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{J}_i}{\partial t} - \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (2.13)$$

จากสมการแมกซ์เวลล์ที่แสดงในรูปของความหนาแน่นของฟลักซ์ไฟฟ้า (Electric Flux Density) สามารถแสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla \cdot \bar{D} = \epsilon \nabla \cdot \bar{E} = q_{ev} \Rightarrow \nabla \cdot \bar{E} = \frac{q_{ev}}{\epsilon} \quad (2.14)$$

นำสมการที่ 2.13 แทนลงในสมการที่ 2.14 ได้ว่า

$$\nabla^2 \bar{E} = \nabla \times \bar{M}_i + \mu \frac{\partial \bar{J}_i}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \nabla q_{ev} + \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

ในทำนองเดียวกัน แทนสมการที่ 2.7 ลงในด้านขวาของสมการที่ 2.10 และใช้คุณสมบัติลาปลาเซียนของเวกเตอร์ที่แสดงในสมการที่ 2.12 แทนลงในด้านซ้ายของสมการที่ 2.10 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla(\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} &= \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \left(-\bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) \\ \nabla(\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} &= \nabla \times \bar{J}_i - \sigma \bar{M}_i - \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \epsilon \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.16)$$

จากสมการแมกซ์เวลล์ที่แสดงในรูปของความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก (Magnetic Flux Density) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla \cdot \bar{B} = \mu \nabla \cdot \bar{H} = q_{mv} \Rightarrow \nabla \cdot \bar{H} = \left(\frac{q_{mv}}{\mu} \right) \quad (2.17)$$

นำสมการที่ 2.17 แทนลงในสมการที่ 2.16 จะได้ว่า

$$\nabla^2 \bar{H} = -\nabla \times \bar{J}_i + \sigma \bar{M}_i + \frac{1}{\mu} \nabla(q_{mv}) + \epsilon \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} + \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.18)$$

จากสมการที่ 2.15 และ 2.18 จะถูกเรียกว่า สมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ตามลำดับ

สำหรับสภาวะที่เป็นอิสระจากแหล่งจ่าย (Source-Free) และตัวกลางที่ไม่เกิดการสูญเสีย (Lossless Media) จะได้ว่า

$$\bar{J}_i = q_{ev} = \bar{M}_i = q_{mv} = 0, \sigma = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น รูปแบบของสมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในสมการที่ 2.15 และ 2.18 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\nabla^2 \bar{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.19)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.20)$$

โดยทั่วไปแล้วสมการที่ 2.19 และ 2.20 จะเป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดสำหรับสมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

2.2.1 สมการเวกเตอร์ของคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลาแบบฮาร์มอนิกส์ (Vector wave Equations of time-harmonic electromagnetic field)

สำหรับสนามที่แปรผันกับเวลาแบบฮาร์มอนิกส์ หมายถึง เวลาที่มีการผันแปรในรูปแบบของ $e^{j\omega t}$ ดังนั้น สามารถที่จะได้สมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเช่นเดียวกับกรณีของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แปรผันกับเวลา โดยกำหนดให้

$$\frac{\partial}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Leftrightarrow (j\omega)^2 = -\omega^2$$

ดังนั้น จากสมการที่ 2.15 , 2.18 , 2.19 และ 2.20 สามารถแสดงได้ว่า

$$\nabla^2 \bar{E} = \nabla \times \bar{M}_i + j\omega\mu\bar{J}_i + \frac{1}{\epsilon} \nabla q_{ev} + j\omega\mu\sigma\bar{E} - \omega^2\mu\epsilon\bar{E} \quad (2.21)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = -\nabla \times \bar{J}_i + \sigma\bar{M}_i + j\omega\epsilon\bar{M}_i + \frac{1}{\mu} \nabla q_{mv} + j\omega\mu\sigma\bar{H} - \omega^2\mu\epsilon\bar{H} \quad (2.22)$$

$$\nabla^2 \bar{E} = -\omega^2\mu\epsilon\bar{E} = -k^2\bar{E} \quad (2.23)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = -\omega^2\mu\epsilon\bar{H} = -k^2\bar{H} \quad (2.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

และ k คือ ค่าคงที่ทางเฟส (Phase Constant)

2.2.2 การหาคำตอบจากสมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับระบบพิกัดทรงกระบอก

เมื่อพิจารณาสมการเวกเตอร์ของคลื่นสำหรับสภาวะที่เป็นอิสระจากแหล่งจ่าย (Source-free) และตัวกลางที่ไม่เกิดการสูญเสีย (Lossless media) ของสนามไฟฟ้าในสมการที่ 2.5 ในระบบพิกัดทรงกระบอก สามารถแสดงได้ดังนี้

จาก

$$\vec{E}(\rho, \phi, z) = \hat{a}_\rho E_\rho(\rho, \phi, z) + \hat{a}_\phi E_\phi(\rho, \phi, z) + \hat{a}_z E_z(\rho, \phi, z) \quad (2.25)$$

เมื่อ (ρ, ϕ, z) คือ ค่าตัวแปรในระบบพิกัดทรงกระบอก

เมื่อแทนสมการที่ 2.25 ลงในสมการที่ 2.19 จะได้ว่า

$$\nabla^2 (\hat{a}_\rho E_\rho + \hat{a}_\phi E_\phi + \hat{a}_z E_z) = -k^2 (\hat{a}_\rho E_\rho + \hat{a}_\phi E_\phi + \hat{a}_z E_z) \quad (2.26)$$

จากสมการที่ 2.26 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ว่า

$$\nabla^2 \vec{E} = -k^2 \vec{E} \quad (2.27)$$

จากคุณสมบัติลาปลาเซียนของเวกเตอร์ (Laplacian of vector) สามารถเขียนได้ว่า

$$\nabla^2 \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla \times \nabla \times \vec{E}$$

$$\therefore \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla \times \nabla \times \vec{E} = -k^2 \vec{E} \quad (2.28)$$

เมื่อแทนสนามไฟฟ้าที่อยู่ในสมการที่ 2.25 ลงในสมการที่ 2.28 จะได้คำตอบที่อยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

$$\nabla^2 \vec{E}_\rho + \left(-\frac{\vec{E}_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial \vec{E}_\phi}{\partial \phi} \right) = -k^2 \vec{E}_\rho \quad (2.29)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla^2 \bar{E}_\phi + \left(-\frac{\bar{E}_\phi}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial \bar{E}_\rho}{\partial \phi} \right) = -k^2 \bar{E}_\phi \quad (2.30)$$

$$\nabla^2 \bar{E}_z = -k^2 \bar{E}_z \quad (2.31)$$

เมื่อ $\nabla^2 \psi(\rho, \phi, z)$ คือ ลaplacian ของสเกลาร์ (Laplacian of scalar) ซึ่งมีค่าในระบบพิกัดทรงกระบอกดังนี้

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi(\rho, \phi, z) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \\ &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.32)$$

จากสมการที่ 2.29 และ 2.30 จะมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้ามากกว่าหนึ่งองค์ประกอบ ซึ่งยากต่อการหาคำตอบ ดังนั้น เราจะใช้สมการที่ 2.31 ซึ่งมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าเพียงองค์ประกอบเดียวในการหาคำตอบจากสมการคลื่นจากสมการที่ 2.31 สามารถเขียนได้ใหม่แสดงได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = -k^2 F \quad (2.33)$$

เมื่อ $F(\rho, \phi, z)$ คือ ฟังก์ชันสเกลาร์ (Scalar function) ที่แสดงถึงศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า (Electric vector potential) และสมมติให้ศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้านี้มีคำตอบที่อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$F(\rho, \phi, z) = f(\rho)g(\phi)h(z) \quad (2.34)$$

แทนค่าสมการที่ 2.34 ลงในสมการที่ 2.33 จะได้ว่า

$$gh \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + gh \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} + fh \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \phi^2} + fg \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = -k^2 fgh \quad (2.35)$$

หารทั้งสองข้างของสมการด้วย fgh และเปลี่ยน $\frac{\partial}{\partial x} \Rightarrow \frac{d}{dx}$ จากสมการที่ 2.35 สามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\frac{1}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{f} \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} + \frac{1}{g} \frac{1}{\rho^2} \frac{d^2 g}{d\phi^2} + \frac{1}{h} \frac{d^2 h}{dz^2} = -k^2 \quad (2.36)$$

จะพบว่าในแต่ละพจน์ของสมการที่ 2.36 จะเป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียวเท่านั้น ดังนั้น ผลรวมของทุกพจน์จะมีค่าเท่ากับ $-k^2$ ก็ต่อเมื่อค่าของแต่ละพจน์จะต้องเป็นค่าคงที่ (Constant) จะได้ว่า

$$\frac{1}{h} \frac{d^2 h}{dz^2} = -k_z^2 \Rightarrow \frac{d^2 h}{dz^2} = -k_z^2 h \quad (2.37)$$

เมื่อ k_z คือ ค่าคงที่

นำสมการที่ 2.37 แทนลงในสมการที่ 2.36 แล้วคูณทั้งสองข้างของสมการด้วย ρ^2 จะได้ว่า

$$\frac{\rho^2}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{\rho}{f} \frac{df}{d\rho} + \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\phi^2} + (k^2 - k_z^2) \rho^2 = 0 \quad (2.38)$$

เนื่องจากพจน์ที่ 3 ของสมการที่ 2.38 เป็นฟังก์ชันของ ϕ เพียงอย่างเดียว ดังนั้น สามารถที่จะกำหนดให้เท่ากับค่าคงที่ใดๆ ได้ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\phi^2} = -m^2 \Rightarrow \frac{d^2 g}{d\phi^2} = -m^2 g \quad (2.39)$$

และกำหนดให้

$$k^2 - k_z^2 = k_\rho^2 \Rightarrow k_\rho^2 + k_z^2 = k^2 \quad (2.40)$$

นำสมการที่ 2.39 แทนลงในสมการที่ 2.38 จะได้ว่า

$$\rho^2 \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \rho \frac{df}{d\rho} + [(k_\rho \rho)^2 - m^2] f = 0 \quad (2.41)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการแข่งขันการประกวดการเขียนข้อเสนอแนะไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 2.40 จะถูกเรียกว่าเป็น สมการการจำกัด (Constraint equation) สำหรับคำตอบที่ได้จากสมการคลื่นในระบบพิกัดทรงกระบอก และสมการที่ 2.41 จะถูกเรียกว่าเป็น สมการเชิงอนุพันธ์ของเบสเซล (Bessel differential equation)

ดังนั้น คำตอบที่ได้จากสมการที่ 2.33 โดยการสมมติคำตอบดังสมการที่ 2.34 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\rho^2 \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \rho \frac{df}{d\rho} + [(k_\rho \rho)^2 - m^2] f = 0 \quad (2.42)$$

$$\frac{d^2 g}{d\phi^2} = -m^2 g \quad (2.43)$$

$$\frac{d^2 h}{dz^2} = -k_z^2 h \quad (2.44)$$

โดยที่

$$k_\rho^2 + k_z^2 = k^2 \quad (2.45)$$

และคำตอบที่ได้จากสมการที่ 2.42, 2.43 และ 2.44 สามารถแสดงได้ดังนี้ ตามลำดับ

$$f_1(\rho) = A_1 J_m(k_\rho \rho) + B_1 Y_m(k_\rho \rho) \quad (2.46)$$

หรือ

$$f_2(\rho) = C_1 H_m^{(1)}(k_\rho \rho) + D_1 H_m^{(2)}(k_\rho \rho) \quad (2.47)$$

และ

$$g_1(\phi) = A_2 e^{-jm\phi} + B_2 e^{+jm\phi} \quad (2.48)$$

หรือ

$$g_2(\phi) = C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi) \quad (2.49)$$

และ

$$h_1(z) = A_3 e^{-jk_z z} + B_3 e^{+jk_z z} \quad (2.50)$$

หรือ

$$h_2(z) = C_3 \cos(k_z z) + D_3 \sin(k_z z) \quad (2.51)$$

โดยที่

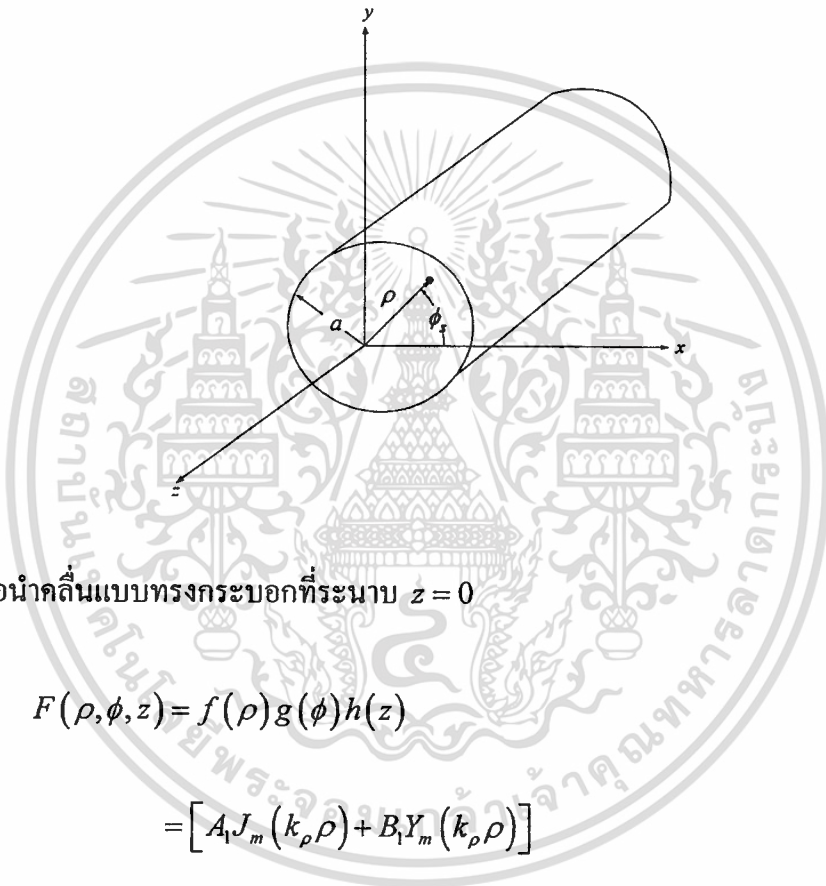
$$J_m(k_\rho \rho) \quad \text{คือ} \quad \text{ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับที่ } m$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่นำมาใช้

$$Y_m(k_\rho \rho) \quad \text{คือ} \quad \text{ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับที่ } m$$

$H_m^{(1)}(k_\rho \rho)$	คือ	ฟังก์ชันแฮงเกิล (Hankel Function) ชนิดที่ 1	อันดับที่ m
$H_m^{(2)}(k_\rho \rho)$	คือ	ฟังก์ชันแฮงเกิล (Hankel Function) ชนิดที่ 2	อันดับที่ m

โดยทั่วไปแล้ว สำหรับท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอก (Cylindrical waveguide) ดังรูปที่ 2.3 นั้น คำตอบที่ได้จากสมการเวกเตอร์ของคลื่นที่เหมาะสมมากที่สุดสำหรับท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่แสดงในรูปที่ 2.3 นั้น สามารถแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 2.3 ท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่ระนาบ $z = 0$

$$\begin{aligned}
 F(\rho, \phi, z) &= f(\rho)g(\phi)h(z) \\
 &= [A_1 J_m(k_\rho \rho) + B_1 Y_m(k_\rho \rho)] \\
 &\quad [C_2 \cos(m\phi_s) + D_2 \sin(m\phi_s)] [A_3 e^{-ik_z z} + B_3 e^{+jk_z z}] \quad (2.52)
 \end{aligned}$$

2.2.3 สนามที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของวงแหวน (Aperture field)

จากคำตอบที่ได้จากสมการเวกเตอร์ของคลื่นในสมการที่ 2.52 นั้น สามารถที่จะนำมาใช้หาสนามที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของวงแหวนในตัวสายอากาศได้ โดยกำหนดค่าที่ต่างๆ ที่อยู่ในสมการที่ 2.52 ให้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ระหว่างตัวนำไฟฟ้ากับสูญญากาศ สามารถแสดงได้ดังนี้

1. สนามทั้งหมดที่แพร่กระจายออกจากตัวนำไฟฟ้าจะต้องมีค่าจำกัด ดังนั้น $B_1 = 0$ เพราะเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับญาติเห็นาไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ว่า $Y_m(\rho=0) = \infty$ ซึ่งไม่เป็นจริงตามเงื่อนไข
 ไม่ว่าจะผิดใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. สนามทั้งหมดที่แพร่กระจายออกจากตัวนำไฟฟ้าจะต้องมีค่าเหมือนเดิมทุกๆ ค่าของมุม ϕ_s ที่มีค่าเท่ากับ 2π ดังนั้น m จะต้องเป็นค่าจำนวนเต็มเพื่อให้ค่าของสนามมีค่าคงเดิมเมื่อมุม ϕ_s มีค่าเปลี่ยนไปทุกๆ 2π ได้ว่า

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

3. ค่า C และ D เป็นค่าคงที่ใดๆ ที่อาจจะให้ C หรือ D มีค่าเท่ากับศูนย์ก็ได้ แต่ C และ D จะมีค่าเป็นศูนย์ทั้งสองตัวไม่ได้ เพราะจะทำให้สนามทั้งหมดมีค่าเป็นศูนย์ นั่นหมายความว่า ไม่มีสนามแพร่กระจายออกมาจากท่อนำคลื่นเลย ซึ่งไม่เป็นจริง ดังนั้นเพื่อให้สนามมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ m มีค่าเท่ากับศูนย์ จะกำหนดให้

$$C_2 \neq 0, D_2 = 0$$

4. เนื่องจากสนามที่แพร่กระจายออกมาจากท่อนำคลื่น จะเดินทางในทิศทางแนวแกน $+z$ ดังนั้น จะสนใจในพจน์ของ $e^{-jk_z z}$ เท่านั้น และเมื่อคิดสนามที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของท่อนำคลื่นที่ระนาบ $z = 0$ จะได้ว่า

$$B_3 = 0, e^{-jk_z z} |_{z=0} = 1$$

5. ค่าของ k_ρ สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$k_\rho = \frac{x'_{mn}}{a}$$

โดยที่

x'_{mn} คือ ค่าที่ทำให้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 (J_m) ลำดับที่ m ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$) มีค่าเท่ากับศูนย์เป็นครั้งที่ n ($n = 1, 2, 3, \dots$)

จะได้ว่ากรณีของโหมดคลื่นหลัก (TE_{11}) คือ $m = 1, n = 1$ จะได้ค่าของ x'_{mn} มีค่าเท่ากับ 1.8412

$$\therefore k_\rho |_{TE_{11}} = \frac{1.8412}{a}$$

เมื่อนำเงื่อนไขทั้งหมดข้างต้นแทนลงในสมการที่ 2.52 จะได้ว่า

$$F_z^+(\rho, \phi_s, z) = A_1 J_m(k_\rho \rho) \cdot C_2 \cos(m\phi_s) \cdot A_3 \quad (2.53)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $F_z^+(\rho, \phi_s, z)$ คือ ศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้าของสนามที่แพร่กระจายออกมาในแนวแกน $+z$ ของระบบพิกัดทรงกระบอก

ในกรณีของรูปแบบคลื่นหลัก (TE_{11}) จะได้ว่า

$$F_z^+(\rho, \phi_s, z) = A_1 J_1\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) \cdot C_2 \cos(\phi_s) \cdot A_3 \quad (2.54)$$

กำหนดให้

$$A_{mn} = A_1 \cdot A_3 \cdot C_2$$

โดยที่ A_{mn} คือ ค่าที่ถูกกำหนดจากกำลังคลื่นที่ส่งผ่านเข้าไปในท่อนำคลื่นของแต่ละโหมดคลื่น จะได้ว่า

$$F_z^+(\rho, \phi_s, z) = A_{11} J_1\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) \cos(\phi_s) \quad (2.55)$$

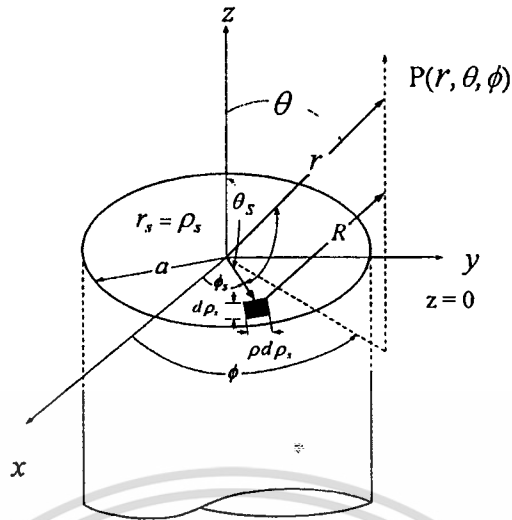
จากส่วนประกอบของสนามที่เกิดขึ้นโดยมีโหมดคลื่นเป็นแบบ TE_{11} mode (Transverse electric mode) ซึ่งมีการเคลื่อนที่ของคลื่นในทิศทางแนวแกน z สามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_\rho = -\frac{1}{\epsilon\rho} \frac{\partial F_z}{\partial \phi} \quad H_\rho = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \rho \partial z}$$

$$E_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \quad H_\phi = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon\rho} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \phi \partial z}$$

$$E_z = 0 \quad H_z = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) F_z$$

เนื่องจากแหล่งจ่าย (Source) ที่ใช้ในการแพร่กระจายคลื่นนั้น เป็นโพรบ (Probe) เชิงเส้นไฟฟ้า ดังนั้น ส่วนประกอบของสนามที่เกิดขึ้น จะสนใจเฉพาะส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าเท่านั้น เมื่อนำสมการที่ 2.55 แทนลงไปในส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าที่แสดงไว้ข้างต้นจะได้ส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายบริเวณพื้นที่หน้าตัดของท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่แสดงได้ดังรูปที่ 2.4 โดยคิดที่มุม ϕ จะได้ว่า



รูปที่ 2.4 ท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่มีช่องเปิดแบบวงกลมบนระนาบ $z = 0$

$$E_\rho = -\frac{1}{\epsilon\rho} \frac{\partial}{\partial \phi_s} \left[A_{11} J_1 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \cos(\phi_s) \right] \quad (2.56)$$

$$\therefore E_\rho = \frac{1}{\epsilon\rho} A_{11} J_1 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \sin(\phi_s) \quad (2.57)$$

$$E_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[A_{11} J_1 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \cos(\phi_s) \right] \quad (2.58)$$

$$\therefore E_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{1.8412}{a} A_{11} J_1' \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \cos(\phi_s) \quad (2.59)$$

$$E_z = 0 \quad (2.60)$$

ดังนั้น จะมีส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายบริเวณพื้นที่หน้าตัดของท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอก ซึ่งเปรียบเหมือนกับสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของวงแหวนของตัวสายอากาศได้ดังนี้

$$E_\rho = \frac{1}{\epsilon\rho} A_{11} J_1 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \sin(\phi_s) \quad (2.61)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ห้ามเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต (2.62) คำ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_z = 0 \quad (2.63)$$

โดยที่

$$' = \frac{\partial}{\partial \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right)}$$

2.2.4 สนามที่แพร่กระจายออกจากตัวสายอากาศ (Radiation field)

จากสนามที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของวงแหวน เราสามารถหาสนามที่แพร่กระจายออกตัวสายอากาศได้ โดยการพิจารณาที่สนามระยะไกลของสนามที่แพร่กระจายจากท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่ระนาบ $z = 0$

จากส่วนประกอบของสนามที่แพร่กระจายบริเวณช่องเปิดของวงแหวน จะพบว่า ส่วนประกอบของสนามในแนวแกน z จะมีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้น จะพิจารณาเฉพาะส่วนประกอบของสนามที่เหลืออยู่ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_\rho = \frac{1}{\epsilon\rho} A_{11} J_1 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \sin(\phi_s) \quad (2.64)$$

$$E_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{1.8412}{a} A_{11} J_1' \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \cos(\phi_s) \quad (2.65)$$

ทำการแปลงส่วนประกอบของสนามที่ได้ในสมการที่ 2.64 และ 2.65 ให้อยู่ในระบบพิกัดมุมฉาก (Rectangular coordinate) โดยใช้คุณสมบัติดังนี้

$$E_x = E_\rho \cos(\phi_s) - E_\phi \sin(\phi_s) \quad (2.66)$$

$$E_y = E_\rho \sin(\phi_s) + E_\phi \cos(\phi_s) \quad (2.67)$$

จะได้ว่า

$$E_x = \frac{A_{11}}{\varepsilon} \sin(\phi_s) \cos(\phi_s) \left\{ \frac{1}{\rho} J_1 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) - \frac{1.8412}{a} J_1' \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \right\} \quad (2.68)$$

จากคุณสมบัติของฟังก์ชันเบสเซลที่แสดง[13]ได้ดังนี้

$$\frac{m}{u} J_m(u) = \frac{1}{2} [J_{m-1}(u) + J_{m+1}(u)] \quad (2.69)$$

$$\frac{dJ_m(u)}{du} = \frac{1}{2} [J_{m-1}(u) - J_{m+1}(u)] \quad (2.70)$$

จะได้ว่า

$$\therefore E_x = \frac{A_{11} 1.8412}{\varepsilon 2a} J_2 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \sin(2\phi_s) \quad (2.71)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับ E_y จะได้ว่า

$$E_y = \frac{A_{11} 1.8412}{\varepsilon 2a} \left[\left\{ J_0 \left(\frac{1.8412}{a} \right) + J_2 \left(\frac{1.8412}{a} \right) \right\} \sin^2(\phi_s) + \left\{ J_0 \left(\frac{1.8412}{a} \right) - J_2 \left(\frac{1.8412}{a} \right) \right\} \cos^2(\phi_s) \right]$$

$$\therefore E_y = \frac{A_{11} 1.8412}{\varepsilon 2a} \left\{ J_0 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) - J_2 \left(\frac{1.8412\rho}{a} \right) \cos(2\phi_s) \right\} \quad (2.72)$$

จากคุณสมบัติการแปลงฟูเรียร์ (Fourier transform) 2 มิติ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$f_t(k_x, k_y) = \iint_{S_a} E_a(x, y) e^{jk_x x + jk_y y} dx dy \quad (2.73)$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากพื้นที่ที่ใช้ในการอินทิเกรตนั้น เป็นพื้นที่หน้าตัดของท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอก ที่ระนาบ $z = 0$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\rho &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ x &= \rho \cos(\phi_s) \\ y &= \rho \sin(\phi_s)\end{aligned}\quad (2.74)$$

$$dxdy = \rho d\rho d\phi_s$$

และจากการสังเกตที่สนามระยะไกล จะกำหนดให้

$$\begin{aligned}k_x &= k_0 \sin(\theta) \cos(\phi) \\ k_y &= k_0 \sin(\theta) \sin(\phi)\end{aligned}\quad (2.75)$$

นำสมการที่ 2.71, 2.72, 2.73 และ 2.74 แทนลงในสมการที่ 2.75 โดยที่

$$\vec{E}_a(x, y) = E_x \hat{a}_x + E_y \hat{a}_y \quad (2.76)$$

และกำหนดให้

$$M = \frac{A_1}{\epsilon} \frac{1.8412}{2a} \quad (2.77)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\bar{f}_t(x, y) &= M \left[\int_0^a \int_0^{2\pi} J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) \sin(2\phi_s) e^{jk_0\rho \sin\theta \cos(\phi - \phi_s)} \rho d\phi_s d\rho \hat{a}_x \right. \\ &\quad + \int_0^a \int_0^{2\pi} J_0\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) e^{jk_0\rho \sin\theta \cos(\phi - \phi_s)} \rho d\phi_s d\rho \hat{a}_y \\ &\quad \left. - \int_0^a \int_0^{2\pi} J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) \cos(2\phi_s) e^{jk_0\rho \sin\theta \cos(\phi - \phi_s)} \rho d\phi_s d\rho \hat{a}_y \right] \quad (2.78)\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากคุณสมบัติที่แสดงได้ดังนี้

$$e^{jw\cos(\phi-\phi')} = J_0(w) - 2[J_2(w)\cos 2(\phi-\phi') - J_4(w)\cos 4(\phi-\phi') + \dots] \\ + 2j[J_1(w)\cos 2(\phi-\phi') - J_3(w)\cos 4(\phi-\phi') + \dots] \quad (2.79)$$

เมื่อพิจารณาการอินทิเกรตเทียบกับมุม ϕ เมื่อแทนสมการที่ 2.79 ลงในสมการที่ 2.78 จะได้ว่า

$$\bar{f}_i(x, y) = M \left[-2\pi \sin(2\phi) \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \hat{a}_x \right. \\ \left. + 2\pi \int_0^a J_0\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_0(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \hat{a}_y \right. \\ \left. + 2\pi \cos(2\phi) \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \hat{a}_y \right] \quad (2.80)$$

จากรูปแบบของสนามทั้งหมดที่แพร่กระจายโดยการสังเกตที่สนามระยะไกลสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\bar{E} = jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} \left[\hat{a}_\theta \{f_x \cos(\phi) + f_y \sin(\phi)\} + \hat{a}_\phi \cos(\theta) \{f_y \cos(\phi) \right. \\ \left. - f_x \sin(\phi)\} \right] \quad (2.81)$$

จากสมการที่ 2.80 และ 2.81 จะกำหนดให้ f_x เป็นค่าที่อยู่ในพจน์ของ \hat{a}_x และ f_y เป็นค่าที่อยู่ในพจน์ของ \hat{a}_y และให้ E_θ เป็นค่าที่อยู่ในพจน์ของ \hat{a}_θ และ E_ϕ เป็นค่าที่อยู่ในพจน์ของ \hat{a}_ϕ

เมื่อพิจารณาในพจน์ของ E_θ จะได้ว่า

$$E_\theta = jk_0 \frac{e^{jk_0 r}}{2\pi r} M \left[-2\pi \sin(2\phi) \cos(\phi) \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right. \\ \left. + 2\pi \sin(\phi) \int_0^a J_0\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_0(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right. \\ \left. + 2\pi \cos(2\phi) \sin(\phi) \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right] \quad (2.82)$$

ถ้ากำหนดให้

$$N = jk_0 \frac{e^{jk_0 r}}{2\pi r} \quad (2.83)$$

และใช้คุณสมบัติที่แสดงได้ดังนี้

$$\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y) \quad (2.84)$$

เมื่อนำสมการ 2.83 และ 2.84 แทนลงในสมการที่ 2.82 จะได้ว่า

$$E_\theta = 2NM\pi \sin(\phi) \left[\int_0^a J_0\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_0(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right. \\ \left. - \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right] \quad (2.85)$$

จากรูปแบบการทำอินทิเกรตของฟังก์ชันเบสเซล ที่แสดงได้ดังนี้

$$\int_0^a J_n(k_1 r) J_n(k_2 r) r dr = \frac{a}{k_1^2 - k_2^2} [k_2 J_n(k_1 a) J_{n-1}(k_2 a) \\ - k_1 J_{n-1}(k_1 a) J_n(k_2 a)] \quad (2.86)$$

และ

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad (2.87)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 E_\theta = 2NM\pi \sin(\phi) \frac{a^3}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2} & \left[\{-k_0 \sin(\theta) J_0(1.8412) \right. \\
 & \left. J_1(k_0 a \sin(\theta)) + \frac{1.8412}{a} J_1(1.8412) J_0(k_0 a \sin(\theta)) \right] \cdot \\
 & - \left\{ k_0 \sin(\theta) J_2(1.8412) J_1(k_0 a \sin(\theta)) - \frac{1.8412}{a} J_1(1.8412) \right. \\
 & \left. J_2(k_0 a \sin(\theta)) \right\} \quad (2.88)
 \end{aligned}$$

จากสมการที่ 2.69 สามารถเขียนสมการที่ 2.88 ได้ใหม่ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 E_\theta = 2NM\pi \sin(\phi) \frac{a^3}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2} & \left[-k_0 \sin(\theta) J_1(k_0 a \sin(\theta)) \right. \\
 & \left. \frac{2}{1.8412} J_1(1.8412) + \frac{1.8412}{a} J_1(1.8412) \frac{2}{k_0 a \sin(\theta)} \right. \\
 & \left. J_1(k_0 a \sin(\theta)) \right] \\
 = 2NM\pi \sin(\phi) \frac{2a^2}{(1.8412)(k_0 \sin(\theta))} & J_1(1.8412) J_1(k_0 a \sin(\theta)) \quad (2.89)
 \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า N และ M ลงในสมการที่ 2.89 จะได้ว่า

$$E_\theta = jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{\epsilon r} A_{11} a \sin(\phi) J_1(1.8412) \frac{J_1(k_0 a \sin(\theta))}{k_0 a \sin(\theta)} \quad (2.90)$$

เช่นเดียวกัน สำหรับ E_ϕ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_\phi = jk_0 \frac{e^{jk_0 r}}{2\pi r} M \left[2\pi \cos(\phi) \cos(\theta) \int_0^a J_0\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_0(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right. \\ \left. + 2\pi \cos(\phi) \cos(2\phi) \cos(\theta) \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right. \\ \left. + 2\pi \sin(2\phi) \sin(\phi) \cos(\theta) \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right] \quad (2.91)$$

จากสมการที่ 2.83 และความสัมพันธ์ที่สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\cos(x - y) = \cos(x) \cos(y) + \sin(x) \sin(y) \quad (2.92)$$

จะได้ว่า

$$E_\phi = 2NM\pi \cos(\phi) \cos(\theta) \left[\int_0^a J_0\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_0(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right. \\ \left. + \int_0^a J_2\left(\frac{1.8412\rho}{a}\right) J_2(k_0\rho \sin(\theta)) \rho d\rho \right] \quad (2.93)$$

จากสมการที่ 2.86 และ 2.87 จะได้ว่า

$$E_\phi = 2NM\pi \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{a^3}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2} \left[\{-k_0 \sin(\theta) J_0(1.8412) \right. \\ \left. J_1(k_0 a \sin(\theta)) + \frac{1.8412}{a} J_1(1.8412) J_0(k_0 a \sin(\theta))\} + k_0 \sin(\theta) \right. \\ \left. J_2(1.8412) J_1(k_0 a \sin(\theta)) - \frac{1.8412}{a} J_1(1.8412) J_2(k_0 a \sin(\theta)) \right] \quad (2.94)$$

จากสมการที่ 2.70 และ ใช้คุณสมบัติที่แสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานที่ $\frac{dJ_n(k_c r)}{dr} \Big|_{r=0} = 0$ ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่นๆ (2.95)

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$k_c = \frac{k'_{mn}}{a} \quad (2.96)$$

ซึ่งกรณีของโหมดคลื่นหลัก TE₁₁ ค่าของ k'_{mn} จะมีค่าเท่ากับ 1.8412

ดังนั้น สมการที่ 2.94 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$E_\phi = 2NM\pi \cos(\theta)\cos(\phi) \frac{2a^2}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2} (1.8412) J_1(1.8412)$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} \quad (2.97)$$

เมื่อแทนค่า M และ N ลงในสมการที่ 2.97 จะได้ว่า

$$E_\phi = jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{\epsilon r} A_{11} a \cos(\theta)\cos(\phi) \frac{(1.8412)^2 J_1(1.8412)}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2}$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} \quad (2.98)$$

ดังนั้น สนามที่แพร่กระจายออกจากท่อนำคลื่นแบบทรงกระบอกที่ระนาบ $Z = 0$ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_\theta = jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{\epsilon r} A_{11} a \sin(\phi) J_1(1.8412) \frac{J_1(k_0 a \sin(\theta))}{k_0 a \sin(\theta)} \quad (2.99)$$

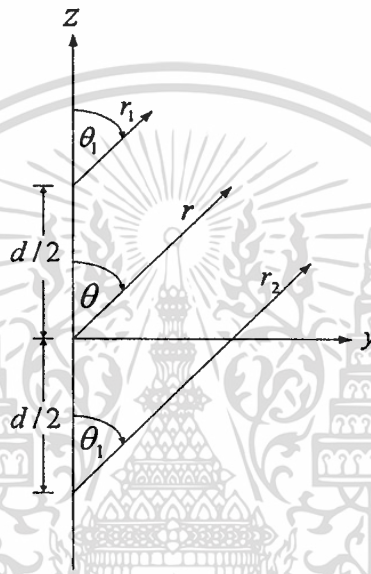
$$E_\phi = jk_0 \frac{e^{-jk_0 r}}{\epsilon r} A_{11} a \cos(\theta)\cos(\phi) \frac{(1.8412)^2 J_1(1.8412)}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2}$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} \quad (2.100)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.5 สนามที่แพร่กระจายจากช่องเปิดทั้งสองด้านของวงแหวน (Radiation Field)

เนื่องจากช่องเปิดของวงแหวนทั้ง 2 ด้าน จะมีระยะห่างอยู่ที่ $z = \frac{d}{2}$ และ $z = -\frac{d}{2}$ ดังนั้น เมื่อทำการสังเกตที่สนามระยะไกลดังรูปที่ 2.5 สนามทั้งหมดที่แพร่กระจายออกจากช่องเปิดทั้ง 2 ด้านของวงแหวนจะมีค่าเท่ากับ สนามที่แพร่กระจายออกไปจากระนาบ $z = \frac{d}{2}$ รวมกับสนามที่แพร่กระจายออกไปจากระนาบ $z = -\frac{d}{2}$ สามารถแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 2.5 การแพร่กระจายของสนามเมื่อทำการสังเกตที่สนามระยะไกลที่ระนาบ $z = \frac{d}{2}$

และ $z = -\frac{d}{2}$

จากการสังเกตที่สนามระยะไกล จะได้ว่า

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta \quad (2.101)$$

$$r_1 = r - \frac{d}{2} \cos(\theta) \quad (2.102)$$

$$r_2 = r + \frac{d}{2} \cos(\theta) \quad (2.103)$$

$$r_1 \approx r_2 \approx r \quad (2.104)$$

ดังนั้น เมื่อพิจารณาสนามที่แพร่กระจายออกจากกระนาบ $z = \frac{d}{2}$ จะได้ว่า

$$E_{\theta 1} = \frac{jk_0}{r} \frac{A_{11}}{\varepsilon} a \sin(\phi) J_1(1.8412) \frac{J_1(k_0 a \sin(\theta))}{(k_0 a \sin(\theta))} e^{-jk_0 r} e^{jk_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)} \quad (2.105)$$

$$E_{\phi 1} = \frac{jk_0}{r} \frac{A_{11}}{\varepsilon} a \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{(1.8412)^2 J_1(1.8412)}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2}$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} e^{-jk_0 r} e^{jk_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)} \quad (2.106)$$

เมื่อพิจารณาสนามที่แพร่กระจายออกจากกระนาบ $z = -\frac{d}{2}$ จะพบว่า ทิศทางของการแพร่กระจายคลื่นจะตรงข้ามกับกระนาบ $z = \frac{d}{2}$ ได้ว่า

$$E_{\theta 2} = \frac{jk_0}{r} \frac{A_{11}}{\varepsilon} a \sin(\phi) J_1(1.8412) \frac{J_1(k_0 a \sin(\theta))}{(k_0 a \sin(\theta))} e^{-jk_0 r} e^{-jk_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)} \quad (2.107)$$

$$E_{\phi 2} = \frac{jk_0}{r} \frac{A_{11}}{\varepsilon} a \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{(1.8412)^2 J_1(1.8412)}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2}$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} e^{-jk_0 r} e^{-jk_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)} \quad (2.108)$$

ดังนั้น สนามที่แพร่กระจายจากช่องเปิดของวงแหวนทั้งสองด้านของตัวสายอากาศสามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_{\theta} = E_{\theta 1} + E_{\theta 2}$$

$$\therefore E_{\theta} = \frac{j^2 k_0}{\varepsilon r} e^{-jk_0 r} A_{11} 2a \sin(\phi) J_1(1.8412) \frac{J_1(k_0 a \sin(\theta))}{(k_0 a \sin(\theta))} \sin\left(k_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)\right) \quad (2.109)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_\phi = E_{\phi 1} + E_{\phi 2}$$

$$\therefore E_\phi = \frac{j^2 k_0}{\epsilon r} e^{-jk_0 r} A_{11} 2a \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{(1.8412)^2 J_1(1.8412)}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2}$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} \sin\left(k_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)\right) \quad (2.110)$$

ดังนั้น ส่วนประกอบของสนามที่แพร่กระจายออกจากช่องเปิดของวงแหวนทั้ง 2 ด้านของตัวสายอากาศเมื่อพิจารณาที่สนามระยะไกล สามารถแสดงได้ดังนี้

$$E_\theta = \frac{j^2 k_0}{\epsilon r} e^{-jk_0 r} A_{11} 2a \sin(\phi) J_1(1.8412) \frac{J_1(k_0 a \sin(\theta))}{(k_0 a \sin(\theta))} \sin\left(k_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)\right) \quad (2.111)$$

$$E_\phi = \frac{j^2 k_0}{\epsilon r} e^{-jk_0 r} A_{11} 2a \cos(\theta) \cos(\phi) \frac{(1.8412)^2 J_1(1.8412)}{(1.8412)^2 - (k_0 a \sin(\theta))^2}$$

$$\frac{dJ_1(k_0 a \sin(\theta))}{d(k_0 a \sin(\theta))} \sin\left(k_0 \frac{d}{2} \cos(\theta)\right) \quad (2.112)$$

2.3 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นโดยอาศัยฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก

2.3.1 พืชนคณิตไดแอดิก

J. W. Gibbs [14] ซึ่งเป็นนักฟิสิกส์ชาวอเมริกันที่มีชื่อเสียงในด้านคณิตศาสตร์ประยุกต์และเทอร์โมไดนามิกส์เป็นบุคคลแรกที่ตั้งสัญลักษณ์สมัยใหม่ของการวิเคราะห์เวกเตอร์ ฟังก์ชันเวกเตอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน ซึ่งนิยามไว้ว่า

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^3 F_i \hat{x}_i \quad (2.113)$$

ตัวอักษร “ i ” ซึ่งเป็นครรรชนีบอกจำนวนครั้งในการบวกของฟังก์ชัน โดยปกติจะมีค่า ตั้งแต่ 1 ถึง 3 จากสมการ (2.113) J.W. Gibbs ได้นิยามฟังก์ชันไดแอดิก (dyadic function) หรือเรียกสั้นๆ ว่าไดแอดิก (dyadic) ซึ่งแสดงได้คือ

$$\bar{\bar{F}} = \sum_{j=1}^3 \bar{F}_j \hat{x}_j \quad (2.114)$$

เมื่อ

$$\bar{F}_j = \sum_i F_{ij} \hat{x}_i \quad i=1,2,3 \quad (2.115)$$

แสดงฟังก์ชันเวกเตอร์ที่ต่างหรือเป็นอิสระกันสามฟังก์ชัน ตำแหน่งของ \bar{F}_j และ \hat{x}_j จะต้องเรียงลำดับตามนี้และไม่สามารถสลับตำแหน่งสองเวกเตอร์นี้ได้ กล่าวอีกนัยหนึ่งคือกฎแห่งการสลับที่ไม่สามารถนำมาใช้กับสมการ (2.114) เมื่อแทนสมการ (2.115) ลงในสมการ (2.114) จะได้

$$\bar{\bar{F}} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 F_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.116)$$

โดยอาศัยกฎแห่งการกระจายในการเปลี่ยนสมการ (2.114) ให้เป็นสมการ (2.116) กล่าวได้ว่าสมการ (2.114) ถึง (2.116) เป็นสมการที่แสดงนิยามของไดแอดิกในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน จะเห็นว่า $\bar{\bar{F}}$ มีทั้งหมด 9 องค์ประกอบสเกลาร์ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยคู่ (double unit vectors) ซึ่งเป็นการนำเอาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยสองตัวมาวางติดกัน นั่นคือ \hat{x}_i กับ \hat{x}_j ซึ่ง $i, j=(1,2,3)$ เราเรียกว่า ไดแอดส์ (dyads) ซึ่งจะมีได้ทั้งหมด 9 องค์ประกอบเช่นกัน ตัวอย่างองค์ประกอบไดแอดิก เช่น $F_{23} \hat{x}_2 \hat{x}_3$ ซึ่งเอกสารไดแอดส์ จะทำการสลับตำแหน่งไม่ได้ นั่นคือการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\hat{x}_i \hat{x}_j \neq \hat{x}_j \hat{x}_i \quad (2.117)$$

2.3.2 ทรานส์โพส

ทรานส์โพส ของไดแอติก $\bar{\bar{F}}$ กำหนดเป็น $[\bar{\bar{F}}]^T$ นิยามโดย

$$[\bar{\bar{F}}]^T = \sum_j \hat{x}_j \bar{F}_j = \sum_i \sum_j F_{ij} \hat{x}_j \hat{x}_i = \sum_i \sum_j F_{ji} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.118)$$

พิจารณาเปรียบเทียบสมการ (2.118) และ (2.116) จะเห็นว่าตำแหน่งของ \hat{x}_i และ \hat{x}_j ในพจน์ที่สามของสมการ (2.118) สลับตำแหน่งกันอยู่ หรือฟังก์ชัน F_{ij} ในสมการ (2.116) ถูกแทนที่ด้วย F_{ji} ในพจน์สุดท้ายของสมการ (2.118)

2.3.3 ไดแอติกสมมาตรและอสมมาตร

ไดแอติกสมมาตร $\bar{\bar{F}}_s$ มีคุณลักษณะคือ

$$[\bar{\bar{F}}_s]^T = \bar{\bar{F}}_s \quad (2.119)$$

นั่นคือ ไดแอติกสมมาตรจะมีแค่ 6 องค์ประกอบสเกลาร์ที่แตกต่างกัน เพราะ $F_{ij} = F_{ji}$ ส่วนไดแอติกอสมมาตร $\bar{\bar{F}}_a$ กำหนดเป็น

$$[\bar{\bar{F}}_a]^T = -\bar{\bar{F}}_a \quad (2.120)$$

ดังนั้น

$$F_{ij} = -F_{ji} \quad (2.121)$$

สมการ (2.121) บอกเป็นนัยว่า

$$F_{ii} = 0, \quad i=1,2,3 \quad (2.122)$$

ดังนั้น $\bar{\bar{F}}_a$ จะมีองค์ประกอบสเกลาร์ที่แตกต่างกันเพียง 3 องค์ประกอบเท่านั้น หากไม่พิจารณาเครื่องหมายลบในสมการ (2.121) กรณีพิเศษหนึ่งของไดแอติกสมมาตรเมื่อ $F_{ij} = 0$ สำหรับ $i \neq j$

และ $F_{ii} = 1$ สำหรับ $i=(1,2,3)$ คุณสมบัติสองอย่างนี้สามารถแสดงได้ ดังนี้
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_{ij} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.123)$$

โดย δ_{ij} คือ ฟังก์ชันเดลตาโครเนคเคอร์ (Kronecker delta function) เราเรียกไดแอดิกนี้ว่า ตัวประกอบไอดีม (idem factor) หรือ ไอดีมไอดีม (idem-dyad) ซึ่งแทนด้วย \bar{I} สามารถแสดงได้เป็น

$$\bar{I} = \sum_i \hat{x}_i \hat{x}_i \quad (2.124)$$

2.3.4 ผลคูณเชิงสเกลาร์ของเวกเตอร์และไดแอดิก

ผลคูณเชิงสเกลาร์ระหว่างเวกเตอร์และไดแอดิกมีอยู่สองแบบ นั่นคือ ผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหน้า (anterior scalar product) และผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหลัง (posterior scalar product) ผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหน้า ($\bar{b} \cdot \bar{F}$) นิยามโดย

$$\begin{aligned} \bar{b} \cdot \bar{F} &= \sum_j (\bar{b} \cdot \bar{F}_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j (\bar{b} \cdot F_{ij} \hat{x}_i) \hat{x}_j \\ &= \sum_i \sum_j (b_i F_{ij}) \hat{x}_j \end{aligned} \quad (2.125)$$

ผลลัพธ์จากการคูณจะเป็นเวกเตอร์ ถ้าแทนผลคูณนี้ด้วยเวกเตอร์ \bar{c} จะได้

$$c_j = \sum_i b_i F_{ij} \quad ; j = 1, 2, 3 \quad (2.126)$$

ส่วนผลคูณเชิงสเกลาร์ข้างหลังของเวกเตอร์และไดแอดิก ($\bar{F} \cdot \bar{b}$) แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{F} \cdot \bar{b} &= \sum_j \bar{F}_j (\hat{x}_j \cdot \bar{b}) = \sum_i \sum_j F_{ij} \hat{x}_i (\hat{x}_j \cdot \bar{b}) \\ &= \sum_i \sum_j (b_j F_{ij}) \hat{x}_i \end{aligned} \quad (2.127)$$

ผลที่ได้จะเป็นเวกเตอร์เช่นกัน ถ้าแทนผลคูณที่ได้ด้วยเวกเตอร์ \bar{d} จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$d_i \doteq \sum_j b_j F_{ij} \quad ; i = 1,2,3 \quad (2.128)$$

เปรียบเทียบสมการ (2.126) ถึง (2.128) จะพบว่าในกรณีทั่วไป $c_i \neq d_i$ ยกเว้นในกรณีของไดแอติกสมมาตร นั่นคือ

$$\bar{b} \cdot \bar{F}_s = \bar{F}_s \cdot \bar{b} \quad (2.129)$$

และ

$$\bar{b} \cdot \bar{I} = \bar{I} \cdot \bar{b} = \bar{b} \quad (2.130)$$

สมการ (2.130) เป็นคุณลักษณะสำคัญของตัวประกอบไอเดม สืบเนื่องจากการทรานสโพสของไดแอติกที่แสดงในสมการ (2.118) และพิจารณาสมการ (2.125) จะทำให้ได้ว่า

$$\bar{b} \cdot \bar{F} = [\bar{F}]^T \cdot \bar{b} \quad (2.131)$$

หรือ

$$\bar{F} \cdot \bar{c} = \bar{c} \cdot [\bar{F}]^T \quad (2.132)$$

ความสัมพันธ์นี้สำคัญอย่างมากในการวิเคราะห์ไดแอติก

2.3.5 ผลคูณเชิงเวกเตอร์ของเวกเตอร์และไดแอติก

สามารถแบ่งผลคูณเชิงเวกเตอร์ระหว่างเวกเตอร์และไดแอติกได้สองแบบอีกเช่นกัน นั่นคือผลคูณเชิงเวกเตอร์ข้างหน้า (anterior vector product) และผลคูณเชิงเวกเตอร์ข้างหลัง (posterior vector product) แสดงได้ในสมการ (2.133) และ (2.134) ตามลำดับ

$$\bar{b} \times \bar{F} = \sum_j (\bar{b} \times F_j) \hat{x}_j = \sum_i \sum_j F_{ij} (\bar{b} \times \hat{x}_i) \hat{x}_j \quad (2.133)$$

และ

$$\bar{F} \times \bar{b} = \sum_j F_j (\hat{x}_j \times \bar{b}) = \sum_i \sum_j F_{ij} \hat{x}_i (\hat{x}_j \times \bar{b}) \quad (2.134)$$

จากสมการ (2.133) และ (2.134) จะเห็นว่าผลคูณทั้งคู่จะเป็นไดแอติก โดยทั่วไปแล้วจะได้

$$\bar{b} \times \bar{F} \neq -\bar{F} \times \bar{b} \quad (2.135)$$

และ

$$\bar{b} \times \bar{F} \neq [\bar{F}]^r \times \bar{b} \quad (2.136)$$

แต่จะเป็น

$$\bar{b} \times \bar{F} \neq -\{[\bar{F}]^r \times \bar{b}\}^r \quad (2.137)$$

ในกรณีพิเศษของตัวประกอบไอเคม จะได้

$$\bar{b} \times \bar{I} = -[\bar{I} \times \bar{b}]^r$$

2.3.6 ผลคูณสามชั้น

ในพีชคณิตเวกเตอร์ จะมีเอกลักษณ์หนึ่งที่ว่า

$$\bar{b} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}) = \bar{d} \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) = \bar{c} \cdot (\bar{d} \times \bar{b}) \quad (2.138)$$

สามารถสร้างเอกลักษณ์ที่คล้ายกันนี้สำหรับไคแอติกโดยอ้างอิงจากสมการ (2.138) เริ่มพิจารณาเอกลักษณ์สามชุดซึ่งเกี่ยวข้องกับเวกเตอร์ที่แตกต่างกันสามเวกเตอร์ \bar{d}_j เมื่อ $j=(1,2,3)$ นั่นคือ

$$\bar{b} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}_j) = (\bar{b} \times \bar{c}) \cdot \bar{d}_j = -\bar{c} \cdot (\bar{b} \times \bar{d}_j) \quad (2.139)$$

จากนั้นวางเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{x}_j ติดกับตำแหน่งหลังสุดของแต่ละพจน์ในสมการ (2.139) และรวมองค์ประกอบทั้งหมดของไคแอติกทั้งสามพจน์ จะได้เป็น

$$\bar{b} \cdot (\bar{c} \times \bar{d}) = (\bar{b} \times \bar{c}) \cdot \bar{d} = -\bar{c} \cdot (\bar{b} \times \bar{d}) \quad (2.140)$$

แต่ละพจน์ในสมการ (2.140) เป็นเวกเตอร์เพราะว่าเป็นผลคูณเชิงสเกลาร์ระหว่างเวกเตอร์กับ ไคแอติก ดังนั้นสรุปได้ว่าผลคูณสามชั้นของเวกเตอร์สามารถเปลี่ยนรูปเป็นหนึ่งไคแอติก ($\bar{c} \times \bar{d}$, \bar{d} , หรือ $\bar{b} \times \bar{d}$) กับ หนึ่งเวกเตอร์ (\bar{b} , $\bar{b} \times \bar{c}$ หรือ $-\bar{c}$) ตามสมการ (2.140) นั่นเอง อย่างไรก็ตาม สมการ (2.140) ก็ยังเป็นเวกเตอร์ เราสามารถทำให้ \bar{c} อยู่ในรูปไคแอติกได้ โดยพิจารณาสองพจน์สุดท้ายในสมการ (2.140) และใช้คุณลักษณะในสมการ (2.131) และ (2.132) ตามลำดับ จะได้

$$[\bar{d}]^T \cdot (\bar{b} \times \bar{c}_j) = -[\bar{b} \times \bar{d}]^T \cdot \bar{c}_j \quad ; j=1,2,3 \quad (2.141)$$

เมื่อรวมองค์ประกอบทั้งหมดของไคแอดิก \bar{c} หลังจากนำเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{x}_j ไปวางติดข้างหลัง \bar{c}_j สุดท้ายจะได้เอกลักษณ์ไคแอดิก คือ

$$[\bar{d}]^T \cdot (\bar{b} \times \bar{c}) = -[\bar{b} \times \bar{d}]^T \cdot \bar{c} \quad (2.142)$$

ซึ่งแต่ละพจน์ในสมการ (2.142) ล้วนเป็นไคแอดิก

2.3.7 ไคเวอร์เจนซ์และเคิร์ลของฟังก์ชันไคแอดิก และเกรเดียนต์ของฟังก์ชันเวกเตอร์

ไคเวอร์เจนซ์ของฟังก์ชันไคแอดิก \bar{F} ซึ่งแสดงโดยสมการ (2.2) ถึง (2.116) ในหัวข้อก่อนหน้านี้นี้ แทนด้วย $\nabla \cdot \bar{F}$ ถูกนิยามได้โดย

$$\nabla \cdot \bar{F} = \sum_j (\nabla \cdot \bar{F}_j) \hat{x}_j = \sum_j \sum_i \frac{\partial F_{ij}}{\partial x_i} \hat{x}_j \quad (2.143)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันเวกเตอร์ สำหรับเคิร์ลของฟังก์ชันไคแอดิก \bar{F} แสดงโดย $\nabla \times \bar{F}$ และนิยามได้เป็น

$$\nabla \times \bar{F} = \sum_j (\nabla \times \bar{F}_j) \hat{x}_j = \sum_j \sum_i (\nabla F_{ij} \times \hat{x}_i) \hat{x}_j \quad (2.144)$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันไคแอดิกเช่นกัน ในการพิสูจน์สมการ (2.144) เราจะใช้สัญลักษณ์เวกเตอร์

$$\nabla \times (F_{ij} \hat{x}_j) = \nabla F_{ij} \times \hat{x}_j \quad (2.145)$$

ต่อมาพิจารณาเกรเดียนต์ของฟังก์ชันเวกเตอร์เป็น แสดงโดย $\nabla \bar{F}$ ซึ่งสามารถนิยาม ดังนี้

$$\nabla \bar{F} = \sum_j (\nabla F_j) \hat{x}_j = \sum_j \sum_i \frac{\partial F_j}{\partial x_i} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.146)$$

ซึ่งผลที่ได้ยังคงเป็น ไคแอดิก

เมื่อฟังก์ชันไคแอดิก \bar{F} ประกอบด้วยตัวประกอบไอเดม \bar{I} และฟังก์ชันสเกลาร์ f ในเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปของ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{F} = f\vec{I}$$

เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{F} &= \nabla \cdot (f\vec{I}) = \sum_i \nabla \cdot (f\hat{x}_i)\hat{x}_i = \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \hat{x}_i \\ &= \nabla f\end{aligned}\quad (2.147)$$

และ

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{F} &= \nabla \times (f\vec{I}) = \sum_i \nabla \times (f\hat{x}_i)\hat{x}_i \\ &= \sum_i (\nabla f \times \hat{x}_i)\hat{x}_i = \nabla f \times \vec{I}\end{aligned}\quad (2.148)$$

ซึ่งทั้งสองจะให้ฟังก์ชันไคแอติก

2.3.8 สมการแมกซ์เวลล์ในรูปไคแอติกและฟังก์ชันกรีนไคแอติกแบบไฟฟ้าและแบบแม่เหล็ก

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมการแมกซ์เวลล์และฟังก์ชันไคแอติก นั่นก็คือการเขียนสมการแมกซ์เวลล์ในรูปแบบของไคแอติก โดยพิจารณาจากสนามสามชุดที่เกิดขึ้นอย่างสอดคล้องกันด้วยความถี่และในเงื่อนไขแวดล้อมเดียวกันและใช้ฟังก์ชันเวลาคือ $e^{j\omega t}$ โดยสนามแต่ละชุดจะเกิดจากการกระจายของกระแสที่แตกต่างกัน นั่นคือ \vec{J}_j เมื่อ $j=(1,2,3)$ สมการแมกซ์เวลล์สำหรับสนามเหล่านี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla \times \vec{E}_j = -j\omega\mu_0\vec{H}_j \quad (2.149ก)$$

$$\nabla \times \vec{H}_j = \vec{J}_j + j\omega\epsilon_0\vec{E}_j \quad (2.149ข)$$

$$\nabla \cdot \vec{J}_j = -j\omega\rho_j \quad (2.149ค)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0\vec{E}_j) = \rho_j \quad (2.149ง)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \vec{H}) = 0 \quad (2.149\text{ง})$$

โดยสมมติให้ตัวกลางภายใต้เงื่อนไขที่พิจารณาคืออากาศ สำหรับตัวกลางเอกพันธ์อื่นๆ เราสามารถแทนค่าคงที่ μ_0 และ ϵ_0 ด้วย μ และ ϵ ก่อนอื่นจะขอเปลี่ยน (x, y, z) เป็น (x_1, x_2, x_3) เพื่อความสะดวกและให้ง่ายต่อความเข้าใจ จากนั้นนำเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{x}_j วางติดข้างหลัง (juxtapose) ของสมการ (2.149ก) ถึง (2.149ง) และรวมสมการแมกซ์เวลล์ทั้งสามชุดเข้าด้วยกัน จะทำให้ได้ สมการแมกซ์เวลล์ในรูปแบบของไดแอดิก แสดงได้ดังนี้

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad (2.150\text{ก})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon_0 \vec{E} \quad (2.150\text{ข})$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -j\omega\bar{\rho} \quad (2.150\text{ค})$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) = \bar{\rho} \quad (2.150\text{ง})$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \vec{H}) = 0 \quad (2.150\text{จ})$$

โดยที่

$$\vec{E} = \sum_j \vec{E}_j \hat{x}_j = \sum_i \sum_j E_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.151\text{ก})$$

$$\vec{H} = \sum_j \vec{H}_j \hat{x}_j = \sum_i \sum_j H_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.151\text{ข})$$

$$\vec{E} = \sum_j \vec{J}_j \hat{x}_j = \sum_i \sum_j J_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j \quad (2.151\text{ค})$$

$$\bar{\rho} = \sum_j \rho_j \hat{x}_j \quad (2.151\text{ง})$$

จากการนิยามของไดแอดิกในหัวข้อ 2.2 สามารถอธิบายฟังก์ชันไดแอดิก \vec{E} ได้ว่า ประกอบด้วยสามองค์ประกอบเวกเตอร์ นั่นคือ \vec{E}_j ซึ่ง $j=(1,2,3)$ และฟังก์ชันเวกเตอร์ความหนาแน่นประจุ ($\bar{\rho}$) ประกอบด้วยการกระจายประจุเชิงสเกลาร์ที่แตกต่างกันสามชุด พิจารณาการกระจายกระแสเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนตัวแปรใหม่เหล่านี้ลงในสมการ (2.150ก), (2.150ข), (2.150ง) และ (2.150จ) จะได้ว่า

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_e = \bar{\bar{G}}_m \quad (2.157ก)$$

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_m = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{\bar{G}}_e \quad (2.157ข)$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_e = -\frac{1}{k^2} \nabla \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (2.157ค)$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_m = 0 \quad (2.157ง)$$

กำหนดให้ $\bar{\bar{G}}_e$ คือฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้า (electric dyadic Green function) และ $\bar{\bar{G}}_m$ คือฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็ก (magnetic dyadic Green function) ซึ่งจะเขียนตามนิยามของไดแอดิก จะได้ดังนี้

$$\bar{\bar{G}}_e = \sum_j \bar{G}_{ej} \hat{x}_j \quad (2.158ก)$$

$$\bar{\bar{G}}_m = \sum_j \bar{G}_{mj} \hat{x}_j \quad (2.158ข)$$

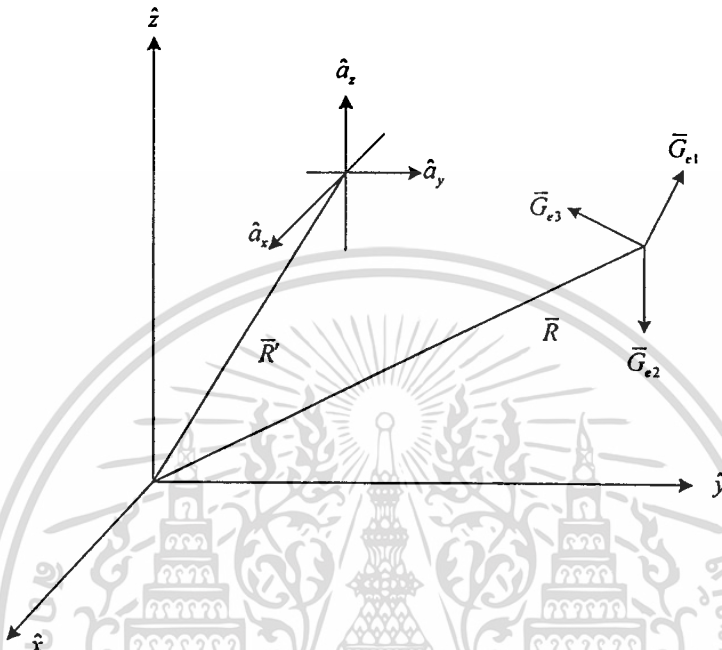
ดังนั้น \bar{G}_{ej} และ \bar{G}_{mj} คือ เวกเตอร์ฟังก์ชันกรีนแบบไฟฟ้า (vector Green function of electric type) และเวกเตอร์ฟังก์ชันกรีนชนิดแม่เหล็ก (vector Green function of magnetic type) ตามลำดับ เราสามารถมองทางกายภาพได้ว่า \bar{G}_{ej} แสดงถึงสนามไฟฟ้าอันเกิดจากไดโพลไฟฟ้าจิวซึ่งวางอยู่ในทิศ \hat{x}_j และอยู่ที่ตำแหน่ง $\bar{R} = \bar{R}'$ นั่นคือ

$$\bar{\bar{G}}_e = \bar{\bar{G}}_e(\bar{R}, \bar{R}') \quad (2.159ก)$$

$$\bar{\bar{G}}_m = \bar{\bar{G}}_m(\bar{R}, \bar{R}') \quad (2.159ข)$$

โดยที่ \bar{R} คือตำแหน่งเวกเตอร์ของจุดสนาม และ \bar{R}' คือตำแหน่งเวกเตอร์ของแหล่งกำเนิด หากรู้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเกิดจากไดโพลไฟฟ้าจิวที่ตั้งฉากกัน นั่นคือรู้ $\bar{\bar{G}}_e$ และ $\bar{\bar{G}}_m$ เราสามารถที่จะเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาสนามอันเนื่องจากการกระจายกระแสรูปแบบใดๆ ได้ ซึ่งจะแสดงละเอียดในบทที่ 3 และในรูปที่ 2.1 แสดงความหมายทางกายภาพของเวกเตอร์ฟังก์ชันกรีนทั้งสาม \bar{G}_y



รูปที่ 2.6 แสดงสนามไฟฟ้าอันเนื่องมาจากแหล่งกำเนิดไดโพลไฟฟ้าจิวสามตำแหน่งที่วางอยู่ที่ \bar{R}' ในทิศทาง x, y และ z

2.3.9 ชนิดของฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

เราสามารถจำแนกฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าซึ่งแบ่งตามเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับฟังก์ชันได้สองชนิด คือ ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่ง \bar{G}_{e1} ซึ่งจะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตดิริคท์ (Dirichlet boundary condition) นั่นคือ

$$\hat{n} \times \bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (2.160)$$

และฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่สอง \bar{G}_{e2} จะต้องรองรับเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ (Neumann boundary condition) นั่นคือ

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{e2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (2.161)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.160) จะเห็นว่าส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดที่หนึ่งในแนวสัมผัสกับผิวของปัญหามีค่าเป็นศูนย์ และจากสมการ (2.161) ส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดที่สองในแนวตั้งฉากกับผิวของปัญหามีค่าเป็นศูนย์

สำหรับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กใช้เงื่อนไขขอบเขตดิริคท์และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์แบ่งฟังก์ชันเป็นสองชนิดเช่นกันกับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้า จะได้

$$\hat{n} \times \vec{G}_{m1}(\vec{R}, \vec{R}') = 0 \quad (2.162)$$

และ

$$\hat{n} \times \nabla \times \vec{G}_{m2}(\vec{R}, \vec{R}') = 0 \quad (2.163)$$

ตามลำดับ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง \vec{G}_e และ \vec{G}_m ในสมการ (2.157ก) และ (2.157ข) เราจะได้ว่า

$$\nabla \times \vec{G}_{e2}(\vec{R}, \vec{R}') = \vec{G}_{m1}(\vec{R}, \vec{R}') \quad (2.164)$$

และ

$$\nabla \times \vec{G}_{m2}(\vec{R}, \vec{R}') = \vec{I} \delta(\vec{R} - \vec{R}') + k^2 \vec{G}_{e1}(\vec{R}, \vec{R}') \quad (2.165)$$

สมการ (2.164) และ (2.165) ถือว่าเป็นความสัมพันธ์ที่สำคัญที่ใช้หา \vec{G}_{m1} เมื่อทราบ \vec{G}_{e2} และ \vec{G}_{e1} เมื่อทราบ \vec{G}_{m2}

สำหรับกรณีโครงสร้างที่กระจัดกระจายคลื่น (scattering body) ซึ่งมีบางส่วนที่เป็นตัวนำอย่างเช่น โครงสร้างของทรงกระบอกตัวนำที่มีช่องเปิด ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ที่ซึ่งไม่มีแหล่งกำเนิดกระแสดู้อยู่ภายนอกทรงกระบอก เราสามารถหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปมาตรฐานดังแสดงในสมการข้างล่าง

$$\vec{E}(\vec{R}) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \vec{G}_{e1}(\vec{R}, \vec{R}') \cdot \vec{J}(\vec{R}') dV' \quad (2.166ก)$$

$$\vec{E}(\vec{R}) = - \iint_{S_0} [\nabla \times \vec{G}_{e2}(\vec{R}, \vec{R}')] \cdot [\hat{n}' \times \vec{E}(\vec{R}')] dS' \quad (2.166ข)$$

$$\vec{H}(\vec{R}) = \iiint_V [\nabla \times \vec{G}_{e1}(\vec{R}, \vec{R}')] \cdot \vec{J}(\vec{R}') dV' \quad (2.166ค)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{H}(\vec{R}) = j\omega\epsilon_0 \iint_{S_A} \vec{G}_{e2}(\vec{R}, \vec{R}') : [\vec{n}' \times \vec{E}(\vec{R}')] dS' \quad (2.166g)$$

โดยที่ \vec{R} คือเวกเตอร์ตำแหน่งสำหรับสนาม และ \vec{R}' คือเวกเตอร์ตำแหน่งสำหรับแหล่งกำเนิด

2.3.10 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ของท่อนำคลื่นทรงกระบอก

ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ (vector wave function) คือฟังก์ชันเจาะจง (eigen function) หรือฟังก์ชันคุณลักษณะ (characteristic function) ที่เป็นผลเฉลยของสมการคลื่นเวกเตอร์เอกพันธ์ (homogeneous vector wave equation)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{F} - \kappa^2 \vec{F} = 0 \quad (2.167)$$

สมการ (2.167) เป็นสมการคลื่นเวกเตอร์เอกพันธ์ โดยที่ κ เป็นค่าใดๆ เราจะได้ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ในระบบคาร์ทีเซียน ดังต่อไปนี้

$$\vec{F} = \nabla \times (\psi_1 \hat{c}) \quad (2.168)$$

โดยที่ ψ_1 คือ ฟังก์ชันเจาะจงซึ่งสอดคล้องกับสมการคลื่นสเกลาร์

$$\nabla^2 \psi + \kappa^2 \psi = 0 \quad (2.169)$$

และ \hat{c} เป็นค่าคงที่เวกเตอร์ (constant vector) ได้แก่ \hat{x} , \hat{y} หรือ \hat{z} เพื่อความสะดวกเราจะเรียก \hat{c} ว่าเวกเตอร์นำร่อง (piloting vector) และ ψ ว่าเป็นฟังก์ชันกำเนิด (generating function) หาก ψ_1 เป็นผลเฉลยสำหรับสมการ (2.169) จะได้ (2.168) เป็นผลเฉลยสำหรับสมการ (2.167) ด้วยเช่นกัน ซึ่งเราจะให้ \vec{M} ว่าเป็นฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ นั่นคือ

$$\vec{M}_1 = \nabla \times (\psi_1 \hat{c}) \quad (2.170)$$

ส่วนฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์อีกชุดหนึ่งซึ่งแทนด้วย \vec{N} จะได้ว่า

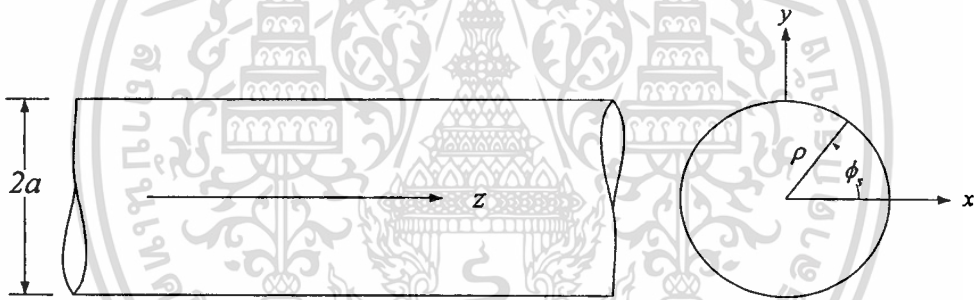
$$\vec{N}_2 = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times (\psi_2 \hat{c}) \quad (2.171)$$

โดยที่ ψ_2 คือฟังก์ชันเงาจริงที่สอดคล้องกับสมการ (2.169) และ \bar{N}_2 คือผลเฉลยสำหรับสมการ (2.167) ในกรณีที่ใช้ ฟังก์ชันกำเนิด ψ เหมือนกันทั้ง \bar{M} และ \bar{N} เราจะได้ความสัมพันธ์ที่สมมาตรกันระหว่างฟังก์ชันสองชนิดนี้

$$\bar{N} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \bar{M} \quad (2.172)$$

$$\bar{M} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \bar{N} \quad (2.173)$$

สมมติให้ท่อนำคลื่นทรงกระบอก (cylindrical waveguide) [15] มีความยาวในแนวแกน (ทิศ z) มีโครงสร้างเป็นท่อตัวนำสมบูรณ์ทรงกระบอกปลายเปิดทั้งสองข้างรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.7 ท่อนำคลื่นทรงกระบอก

เราจะได้สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับฟังก์ชันกำเนิด $\psi(\rho, \phi, z)$ สมการ (2.169) ในระบบพิกัดทรงกระบอก คือ

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (2.174ก)$$

หรือ

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k^2 \psi = 0 \quad (2.174ข)$$

โดยวิธีแยกตัวแปร เราจะได้ฟังก์ชันกำเนิดสำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอก ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\psi(\rho, \phi, z) = [A_1 J_m(k_\rho \rho) + B_1 Y_m(k_\rho \rho)] \times [C_2 \cos(m\phi_s) + D_2 \sin(m\phi_s)] [A_3 e^{-jk_z z} + B_3 e^{+jk_z z}] \quad (2.175)$$

โดยที่ $k_\rho^2 + k_z^2 = k^2$, เมื่อ $m = 0, 1, 2, \dots$ และ ϕ_s มีค่าเป็นเท่าๆกับ 2π คือขนาดมุมของ ทรงกระบอกเพื่อความสะดวกจะจัดรูปแบบของสมการ (2.175) ให้อยู่ในรูปที่ง่ายต่อการอธิบายและการนำไปใช้ต่อไป นั่นคือ

$$\psi_{e_{nx}}(h) = J_n(\chi\rho) \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} e^{-jhz} \quad ; \text{ โหมด TE} \quad (2.176ก)$$

$$\psi_{e_{nz}}(h) = J_n(\zeta\rho) \begin{cases} \cos(n\phi) \\ \sin(n\phi) \end{cases} e^{-jhz} \quad ; \text{ โหมด TM} \quad (2.176ข)$$

และ

$$k_\rho = \begin{cases} k_x & ; \text{TE} \\ k_\zeta & ; \text{TM} \end{cases} \quad ; k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

เราเรียก $J_n(\chi\rho)$ และ $J_n(\zeta\rho)$ ว่าฟังก์ชันเบสเซลสำหรับโหมด TE และ TM ตามลำดับ จากสมการ (2.176ก) และ (2.176ข) จากสมการที่ (2.170) และ (2.171) เราจะได้

$$\bar{M}_{e_{nx}}(h) = \nabla \times [\psi_{e_{nx}}(h) \hat{z}] \quad (2.177ก)$$

ซึ่ง $\chi = q_{nm}/a$ และ $\kappa_\chi^2 = \chi^2 + h^2$

$$\bar{N}_{e_{nx}}(h) = \frac{1}{\kappa_\chi} \nabla \times \nabla \times [\psi_{e_{nx}}(h) \hat{z}] \quad (2.177ข)$$

และ $\bar{M}_{e_{nz}}(h) = \nabla \times [\psi_{e_{nz}}(h) \hat{z}] \quad (2.177ค)$

ซึ่ง $\zeta = p_{nm}/a$ และ $\kappa_\zeta^2 = \zeta^2 + h^2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{N}_{e_{nc}}(h) = \frac{1}{\kappa_c} \nabla \times \nabla \times [\psi_{e_{nc}}(h) \hat{z}] \quad (2.177g)$$

โดยที่ค่า q_{nm} และ p_{nm} ราคของเบสเชลฟังก์ชันของ TE และ TM ตามลำดับ

2.3.11 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกบริเวณภายในท่อนำคลื่นทรงกระบอก

ก่อนอื่นเราจะหา $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$ เนื่องจากเป็นฟังก์ชันไดแอดิกโซลินอยด์ (solenoidal dyadic function) นั่นคือ

$$\nabla \cdot \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0$$

จากนั้นใช้ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเพื่อหาฟังก์ชันที่เหลือ นั่นคือ \bar{G}_{e_1} , \bar{G}_{e_2} และ \bar{G}_{m_1}

เราจะประยุกต์ใช้วิธีการ Ohm-Rayleigh [21] เพื่อหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สอง สำหรับท่อนำคลื่นเซกเตอร์ทรงกระบอกแแกนร่วมซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ

$$\nabla \times \nabla \times \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') - k^2 \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] \quad (2.178)$$

โดยที่ $\rho = a$; $0 \leq \phi \leq 2\pi$; $-c/2 \leq z \leq c/2$ และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (2.179)$$

ณ $\rho = a$ และ $\phi = 0, \phi_s$ ซึ่ง $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$

จากวิธีการของ Ohm-Rayleigh ก่อนอื่นเราจะต้องหาฟังก์ชันเจาะจงสำหรับแหล่งกำเนิด $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \nabla \times \bar{A}_c(\bar{R}, \bar{R}')$ โดยใช้ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์โซลินอยด์ (solenoidal vector wave function) ที่กล่าวถึงในหัวข้อก่อนหน้านี้ ฟังก์ชันที่เหมาะสมคือ $\bar{M}_{c_{nc}}(h)$ และ $\bar{N}_{c_{nx}}(h)$ เนื่องจากเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตในสมการ (2.179) ดังนั้นเราจะได้

$$\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \int dh \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} [\bar{N}_{c_{nc}}(h) \bar{A}_{c_{nc}}(h) + \bar{M}_{c_{nc}}(h) \bar{B}_{c_{nc}}(h)] \quad (2.180)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ภายนอก

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งจะมีค่าตาม TE_{nm} สำหรับ k_x และ TM_{nm} สำหรับ k_z ส่วน $\bar{A}_{e_{o'nx}}(h)$ และ $\bar{B}_{e_{o'nz}}(h)$ เป็นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ (vector coefficient) ที่ต้องหาค่า ซึ่งทำได้โดยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรในสมการ (2.180) หลังจากที่คุณเชิงสเกลาร์ข้างหน้า ด้วย $\bar{N}_{enx}(-h')$ และ $\bar{N}_{onx}(-h')$, $\bar{M}_{en\zeta}(-h')$ และ $\bar{M}_{on\zeta}(-h')$ และอาศัยความสัมพันธ์ตั้งฉาก (orthogonal relation) ของ ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์สำหรับทรงกระบอก ซึ่งดูรายละเอียดได้ใน [9] และ [16] เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \bar{A}_{e_{o'nx}}(h) &= \frac{2-\delta_0}{4\pi^2 \chi^2 I_x} \nabla' \times \bar{N}_{e_{o'nx}}(-h) \\ &= \frac{(2-\delta_0)\kappa_x}{4\pi^2 \chi^2 I_x} \bar{M}'_{e_{o'nx}}(-h) \end{aligned} \tag{2.181}$$

และ

$$\begin{aligned} \bar{B}_{e_{o'nz}}(k_g) &= \frac{2-\delta_0}{4\pi^2 \zeta^2 I_\zeta} \nabla' \times \bar{M}_{e_{o'nz}}(-h) \\ &= \frac{(2-\delta_0)\kappa_\zeta}{4\pi^2 \zeta^2 I_\zeta} \bar{N}'_{e_{o'nz}}(-h) \end{aligned} \tag{2.182}$$

เครื่องหมายไพรม์ (') ในสมการ (2.181) และ (2.182) จะแสดงถึงฟังก์ชันของแหล่งกำเนิด \bar{R}' และตัวประกอบนอร์มอลไลซ์ I_x และ I_ζ เท่ากับ

$$I_x = \frac{a^2}{2\chi^2} \left(\chi^2 - \frac{n^2}{a^2} \right) J_n^2(\chi a) \tag{2.183}$$

$$I_\zeta = \frac{a^2}{2\zeta^2} \left[\frac{\partial J_n(\zeta \rho)}{\partial \rho} \right]_{a=\rho}^2 \tag{2.184}$$

ดังนั้นเราจะสามารถแสดงการแผ่ขยายฟังก์ชันเงา $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')]$ ได้ดังนี้ เพื่อที่จะหา $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$ เราจะให้

$$\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{4\pi^2} \left[\frac{\kappa_x}{\chi^2 I_x (\kappa_x^2 - k^2)} \bar{N}_{e_{o'nx}}(h) \bar{M}'_{e_{o'nx}}(-h) \right.$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำออกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

$$\left. + \frac{\kappa_\zeta}{\zeta^2 I_\zeta (\kappa_\zeta^2 - k^2)} \bar{M}_{e_{o'nz}}(h) \bar{N}'_{e_{o'nz}}(-h) \right] \tag{2.185}$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำมาไปใช้

การอินทิเกรตฟูรีเยร์ (Fourier integration) ในสมการ (2.185) ใช้วิธีการอินทิเกรตแบบคอนทัวร์ (contour integration) โดยที่โพลของตัวอินทิเกรตคือ

$$h = \pm\sqrt{k^2 - \chi^2} = \pm k_\chi \text{ สำหรับโหมด TE} \quad (2.186)$$

และ

$$h = \pm\sqrt{k^2 - \zeta^2} = \pm k_\zeta \text{ สำหรับโหมด TM} \quad (2.187)$$

ซึ่ง k_χ และ k_ζ คือเลขคลื่น (wave number) ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ สุดท้ายเราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สองสำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอก ดังสมการ

$$\bar{G}_{m2}^\pm(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k \left[C_\chi \bar{N}_{e_{n\chi}}(\pm k_\chi) \bar{M}'_{e_{n\chi}}(\mp k_\chi) + C_\zeta \bar{M}_{e_{n\zeta}}(\pm k_\zeta) \bar{N}'_{e_{n\zeta}}(\mp k_\zeta) \right]; \begin{matrix} z > z' \\ z < z' \end{matrix} \quad (2.188)$$

ซึ่ง

$$C_\chi = \frac{-j(2-\delta_0)}{4\pi^2 \chi^2 I_\chi k_\chi} \quad (2.189ก)$$

และ

$$C_\zeta = \frac{-j(2-\delta_0)}{4\pi^2 \zeta^2 I_\zeta k_\zeta} \quad (2.189ข)$$

ส่วนบนของสมการ (2.188) สำหรับ $z > z'$ และส่วนล่างสำหรับ $z < z'$ ณ ที่ สมการ (2.188) จะไม่มีความต่อเนื่อง สำหรับฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้า จาก

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') &= \frac{-1}{k^2} \hat{a}_z \hat{a}_z \delta(\bar{R} - \bar{R}') \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left[C_\chi \bar{M}_{e_{n\chi}}(\pm k_\chi) \bar{M}'_{e_{n\chi}}(\mp k_\chi) + C_\zeta \bar{N}_{e_{n\zeta}}(\pm k_\zeta) \bar{N}'_{e_{n\zeta}}(\mp k_\zeta) \right], \begin{matrix} z > z' \\ z < z' \end{matrix} \end{aligned} \quad (2.119)$$

จากสมการทฤษฎีดังกล่าวข้างต้นเราสามารถแตกองค์ประกอบของไดแอดิกได้ทั้งหมด 9 องค์ประกอบด้วยกันคือ G_{e1}^{pp} $G_{e1}^{p\phi}$ $G_{e1}^{p\zeta}$ $G_{e1}^{\phi p}$ $G_{e1}^{\phi\phi}$ $G_{e1}^{\phi\zeta}$ $G_{e1}^{\zeta p}$ $G_{e1}^{\zeta\phi}$ $G_{e1}^{\zeta\zeta}$ ความหมายของไดแอดิกขององค์ประกอบต่างๆคือ G_{e1}^{pp} ที่แสดงฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในทิศทาง ρ ที่สังเกตที่ตำแหน่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานในพิธีการพิธีการเท่านั้น และผู้ดูแลระบบจะไม่รับผิดชอบต่อการใช้งานที่ผิด

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ρ, ϕ, z) เกิดจากแหล่งกำเนิดที่อยู่ในทิศทางแกน ρ อยู่ที่ตำแหน่ง (ρ', ϕ', z') สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\bar{M}'_{e_{\phi_{nz}}}(k_z) = \left(\frac{-nJ_n(\chi\rho)}{\rho} \sin n\phi\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \cos n\phi\hat{a}_\phi + \frac{nJ_n(\chi\rho)}{\rho} \cos n\phi\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \sin n\phi\hat{a}_\phi \right) e^{-jk_z z}$$

$$\bar{M}'_{e_{\phi_{nz}}}(-k_z) = \left(\frac{-nJ_n(\chi\rho)}{\rho} \sin n\phi\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \cos n\phi\hat{a}_\phi + \frac{nJ_n(\chi\rho)}{\rho} \cos n\phi\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \sin n\phi\hat{a}_\phi \right) e^{jk_z z}$$

$$\bar{M}'_{e_{\phi_{nz}}}(k_z) = \left(\frac{-nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\phi + \frac{nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\phi \right) e^{-jk_z z}$$

$$\bar{M}'_{e_{\phi_{nz}}}(-k_z) = \left(\frac{-nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\phi + \frac{nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\rho - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\phi \right) e^{jk_z z}$$

$$\bar{N}'_{e_{\phi_{nz}}}(k_z) = \frac{1}{\kappa_z} \left(-jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \cos n\phi\hat{a}_\rho + jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \sin n\phi\hat{a}_\phi + \zeta^2 J_n(\lambda\rho) \cos n\phi\hat{a}_z - jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \sin n\phi\hat{a}_\rho - jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \cos n\phi\hat{a}_\phi + \lambda^2 J_n(\zeta\rho) \sin n\phi\hat{a}_z \right) e^{-jk_z z}$$

$$\bar{N}'_{e_{\phi_{nz}}}(-k_z) = \frac{1}{\kappa_z} \left(jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \cos n\phi\hat{a}_\rho - jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \sin n\phi\hat{a}_\phi + \zeta^2 J_n(\zeta\rho) \cos n\phi\hat{a}_z + jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \sin n\phi\hat{a}_\rho + jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \cos n\phi\hat{a}_\phi + \lambda^2 J_n(\zeta\rho) \sin n\phi\hat{a}_z \right) e^{jk_z z}$$

$$\bar{N}'_{e_{\phi_{nz}}}(k_z) = \frac{1}{\kappa_z} \left(jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\rho - jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\phi + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \cos n\phi'\hat{a}_z + jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\rho + jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\phi + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \sin n\phi'\hat{a}_z \right) e^{jk_z z}$$

$$\bar{N}'_{e_{\phi_{nz}}}(k_z) = \frac{1}{\kappa_z} \left(-jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\rho + jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\phi + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \cos n\phi'\hat{a}_z - jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi'\hat{a}_\rho - jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \cos n\phi'\hat{a}_\phi + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \sin n\phi'\hat{a}_z \right) e^{-jk_z z}$$

เอกสารนำค่าต่างๆแทนลงในสมการ(2.119)จะได้ เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_{e1}^{\rho\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} c_x n^2 \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ c_x n^2 \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\lambda^2 \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{array} \right.$$

สามารถลดรูป $G_{e1}^{\rho\rho}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.220)

$$G_{e1}^{\rho\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_x n^2 \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_x(z-z')} \\ + \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \quad (2.220)$$

$$G_{e1}^{\rho\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} c_x n \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (-(\cos(n\phi + n\phi')) + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ c_x n \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (-(\cos(n\phi + n\phi')) + \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{array} \right.$$

สามารถลดรูป $G_{e1}^{\rho\phi}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.221)

$$G_{e1}^{\rho\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_x n \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (-(\cos(n\phi + n\phi')) + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ + \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\lambda^2 n \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \quad (2.221)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_{e1}^{\rho z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{cases} 0 \\ -j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\lambda \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ 0 \\ j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\lambda \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{cases}$$

สามารถลดรูป $G_{e1}^{\rho z}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.22)

$$G_{e1}^{\rho z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) (2 \sin k_\zeta(z - z')) \quad (2.22)$$

$$G_{e1}^{\phi\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{cases} -c_x n \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ -c_x n \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{cases}$$

สามารถลดรูป $G_{e1}^{\phi\rho}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.223)

$$G_{e1}^{\phi\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -c_x n \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} + \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \quad (2.223)$$

$$G_{ei}^{\phi\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} c_x \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n^2 \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ c_x \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{jk_x(z-z')} \\ \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n^2 \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{array} \right.$$

สามารถลดรูป $G_{ei}^{\phi\phi}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.224)

$$G_{ei}^{\phi\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_x \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ + \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n^2 \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z-z')} \quad (2.224)$$

$$G_{ei}^{\phi z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} J_n(\zeta\rho') (-\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ 0 \\ -j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} J_n(\zeta\rho') (-\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{array} \right.$$

สามารถลดรูป $G_{ei}^{\phi z}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.225)

$$G_{ei}^{\phi z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} J_n(\zeta\rho') (-\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) \\ (2j \sin k_\zeta(z-z')) \quad (2.225)$$

$$G_{e1}^{z\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{cases} 0 \\ j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta J_n(\zeta\rho) \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ 0 \\ -j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta J_n(\zeta\rho) \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{cases}$$

สามารถลดรูป $G_{e1}^{z\rho}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.226)

$$G_{e1}^{z\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta J_n(\zeta\rho) \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_\zeta(z - z')) \quad (2.226)$$

$$G_{e1}^{z\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{cases} 0 \\ j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta n J_n(\zeta\rho) \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ 0 \\ -j\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta n J_n(\zeta\rho) \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{cases}$$

สามารถลดรูป $G_{e1}^{z\phi}$ ได้เป็นดังสมการที่ (2.227)

$$G_{e1}^{z\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta n J_n(\zeta\rho) \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) (2 \sin k_\zeta(z - z')) \quad (2.227)$$

$$G_{e1}^{zz} = -\frac{1}{k^2} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \lambda^4 \frac{c_\lambda}{\kappa_\lambda^2} J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\lambda(z-z')} \\ 0 \\ \lambda^4 \frac{c_\lambda}{\kappa_\lambda^2} J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{jk_\lambda(z-z')} \end{array} \right. + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

สามารถลดรูป G_{e1}^{zz} ได้เป็นคังสมการที่ (2.228)

$$G_{e1}^{zz} = -\frac{1}{k^2} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^4 \frac{c_\lambda}{\kappa_\lambda^2} J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_\lambda|z-z'|}$$

เมื่อ $\delta(\bar{R} - \bar{R}') = \frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \delta(z - z')$

จะได้

$$-\frac{1}{k^2} \frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \delta(z - z') + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^4 \frac{c_\lambda}{\kappa_\lambda^2} J_n(\lambda\rho) J_n(\lambda\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_\lambda|z-z'|} \quad (2.228)$$

ในการพิจารณาสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายจากโพรบกระตุ้นวงแหวนวงกลม จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.166ก) จะได้

$$\bar{E}(\bar{R}) = -j\omega\mu_0 \int_{a-l}^a (\hat{a}_\rho \hat{a}_\rho G_{e1}^{\rho\rho} + \hat{a}_\phi \hat{a}_\rho G_{e1}^{\phi\rho} + \hat{a}_z \hat{a}_\rho G_{e1}^{z\rho}) \cdot J_\rho \hat{a}_\rho d\rho \quad (2.229)$$

เมื่อพิจารณากระแสที่มีค่าสูงสุดที่จุดป้อนจะได้สมการที่

$$\bar{J}(\bar{R}') = \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sin k(\rho' - a + l) \hat{a}_\rho \quad (2.230)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานในวงจำกัดเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ I_m คือกระแสสูงสุดและ w คือขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของสายอากาศของโพรบไฟฟ้าเชิงเส้น

สามารถกระจายของอนุพันธ์เบสเซฟังก์ชันได้ดังนี้ $\frac{\partial}{\partial x}(J_n(\alpha x)) = \alpha J_{n-1}(\alpha x) - \frac{n}{x} J_n(\alpha x)$

สามารถหาค่า E_ρ ได้ค่า

$$E_\rho = -j\omega\mu_0 \int_{a-l}^a G_{el}^{\rho\rho} J_\rho(\rho') d\rho'$$

$$E_\rho = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(c_x n^2 \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_z|(z-z')|} \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(\frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 \left(\zeta J_{n-1}(\zeta\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\zeta\rho) \right) (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_z|(z-z')|} \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (2.231)$$

ในการพิจารณาตำแหน่งโพรบ ดังนั้นจะพิจารณาตำแหน่งของโพรบใหม่เป็น $z' = z' + t$ และพิจารณาที่จุดกำเนิด $z' = 0$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$E_\rho = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(c_x n^2 \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_z|(z-t)|} \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(\frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 \left(\zeta J_{n-1}(\zeta\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\zeta\rho) \right) (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_z|(z-t)|} \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (2.232)$$

สามารถหาค่า E_ϕ ได้จาก

$$E_\phi = -j\omega\mu_0 \int_{a-l}^a G_{ei}^{\phi\rho} J_\rho(\rho') d\rho'$$

$$E_\phi = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(-c_x n \left(\chi J_{n-1}(\chi\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\chi\rho) \right) (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_z|(z-z')|} \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(\frac{c_z}{\kappa_z^2} k_\lambda^2 n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} (\cos(n\phi + n\phi') - \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_z|(z-z')|} \right) \\ & \left(\zeta \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (2.233)$$

ในการพิจารณาค่าแหล่งโพรบ ดังนั้นจะพิจารณาค่าแหล่งของโพรบใหม่เป็น $z' = z' + t$ และพิจารณาที่จุดกำเนิด $z' = 0$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น (2.234)

$$E_\phi = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(-c_x n \left(\chi J_{n-1}(\chi\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\chi\rho) \right) (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_z|(z-t)|} \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(\frac{c_z}{\kappa_z^2} k_\lambda^2 n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} (\cos(n\phi + n\phi') - \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_z|(z-t)|} \right) \\ & \left(\zeta \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (2.234)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถหาค่า E_z ได้จาก

$$E_z = -j\omega\mu_0 \int_{a-l}^u G_{ci}^{z\rho} J_\rho(\rho') d\rho'$$

$$E_z = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \left(\zeta^2 \frac{c_\zeta}{K_\zeta^2} k_\zeta J_n(\zeta\rho) (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_\zeta (z - z')) \right) \right. \\ \left. \times \left(\zeta \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\lambda\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \right\} \quad (2.235)$$

ในการพิจารณาค่าแห่งโพรบ ดังนั้นจะพิจารณาค่าแห่งของโพรบใหม่เป็น $z' = z' + t$ และพิจารณาค่าที่จุดกำเนิด $z' = 0$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น (2.236)

$$E_z = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \left(\lambda^2 \frac{c_\lambda}{K_\lambda^2} k_\lambda J_n(\lambda\rho) (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_\lambda (z - t)) \right) \right. \\ \left. \times \left(\lambda \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} J_{n-1}(\lambda\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\lambda\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \right\} \quad (2.236)$$

ดังนั้นจึงพิจารณากระแสแม่เหล็กจะได้ดังนี้

$$\bar{M}_1(\bar{R}) = \bar{E}(\bar{R})|_{z=c/2} \times \hat{a}_z$$

เมื่อ

$$\bar{M}_1(\bar{R}) = E_\rho \hat{a}_\rho + E_\phi \hat{a}_\phi + E_z \hat{a}_z |_{z=c/2} \times \hat{a}_z = -E_\rho \hat{a}_\phi + E_\phi \hat{a}_\rho |_{z=c/2}$$

ดังนั้นเราจะได้อีกค่า $\bar{M}_1(\bar{R}) = M_{\rho 1} \hat{a}_\rho + M_{\phi 1} \hat{a}_\phi$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M_{\rho 1} = +E_\phi |_{z=c/2} \quad (2.237)$$

$$M_{\phi 1} = -E_{\rho} \Big|_{z=c/2} \quad (2.238)$$

และ

$$\bar{M}_2(\bar{R}) = \bar{E}(\bar{R}) \Big|_{z=-c/2} \times (-\hat{a}_z)$$

$$\bar{M}_2(\bar{R}) = E_{\rho} \hat{a}_{\rho} + E_{\phi} \hat{a}_{\phi} + E_z (-\hat{a}_z) \Big|_{z=-c/2} \times \hat{a}_z = E_{\rho} \hat{a}_{\phi} - E_{\phi} \hat{a}_{\rho} \Big|_{z=-c/2}$$

ดังนั้นเราจะได้ว่า $\bar{M}_2(\bar{R}) = M_{\rho 2} \hat{\rho} + M_{\phi 2} \hat{\phi}$ เมื่อ และ

$$M_{\rho 2} = -E_{\phi} \Big|_{z=-c/2} \quad (2.239)$$

$$M_{\phi 2} = +E_{\rho} \Big|_{z=-c/2} \quad (2.240)$$

จากสมการทฤษฎีดังกล่าวข้างต้นเราสามารถแตกองค์ประกอบของไดแอดิกได้ทั้งหมด 9 องค์ประกอบด้วยกันคือ $G_{m2}^{\rho\rho}$ $G_{m2}^{\rho\phi}$ $G_{m2}^{\rho z}$ $G_{m2}^{\phi\rho}$ $G_{m2}^{\phi\phi}$ $G_{m2}^{\phi z}$ $G_{m2}^{z\rho}$ $G_{m2}^{z\phi}$ G_{m2}^{zz} ความหมายของไดแอดิกขององค์ประกอบต่างๆคือ $G_{m2}^{\rho\rho}$ ที่แสดงฟังก์ชันกรีนไดแอดิกในทิศทาง ρ ที่สังเกตที่ตำแหน่ง (ρ, ϕ, z) เกิดจากแหล่งกำเนิดที่อยู่ในทิศทางแกน ρ อยู่ที่ตำแหน่ง (ρ', ϕ', z') สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\bar{M}'_{e_{\rho x}}(k_x) = \left(\frac{-nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\phi} + \frac{nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\phi} \right) e^{-jk_z z}$$

$$\bar{M}'_{e_{\phi x}}(-k_x) = \left(\frac{-nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\phi} + \frac{nJ_n(\chi\rho')}{\rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\phi} \right) e^{-jk_z z}$$

$$\bar{N}'_{e_{\rho z}}(k_z) = \frac{1}{\kappa_z} \left(-jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\rho} + jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\phi} + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \cos n\phi' \hat{a}_z \right)$$

$$-jk_z \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\rho} - jk_z n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\phi} + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \sin n\phi' \hat{a}_z \Big) e^{-jk_z z}$$

เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง การนำเอกสารนี้ไปใช้ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$+jk_{\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} \sin n\phi' \hat{a}_{\rho} + jk_{\zeta} n \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \cos n\phi' \hat{a}_{\phi} + \zeta^2 J_n(\zeta\rho') \sin n\phi' \hat{a}_z e^{jk_{\zeta} z}$$

$$\bar{M}_{e_{\rho\zeta}}(k_{\zeta}) = \left(-n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \sin n\phi \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \cos n\phi \hat{a}_{\phi} + n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \cos n\phi \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \sin n\phi \hat{a}_{\phi} \right) e^{-jk_{\zeta} z}$$

$$\bar{M}_{e_{\rho\zeta}}(-k_{\zeta}) = \left(-n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \sin n\phi \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \cos n\phi \hat{a}_{\phi} + n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \cos n\phi \hat{a}_{\rho} - \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} \sin n\phi \hat{a}_{\phi} \right) e^{jk_{\zeta} z}$$

$$G_{m2}^{\rho\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} -kk_x jn \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ +kk_{\zeta} jn \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_{\zeta}(z-z')} \\ +kk_x jn \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_x(z-z')} \\ -kk_{\zeta} jn \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{jk_{\zeta}(z-z')} \end{array} \right.$$

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.241)

$$G_{m2}^{\rho\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -kk_x n \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial \rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) (2 \sin k_x(z - z'))$$

$$kk_{\zeta} n \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) (2 \sin k_{\zeta}(z - z')) \quad (2.241)$$

$$G_{m2}^{\rho\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} &kk_{\mu}j \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_x(z-z')} \\ &+kk_{\zeta}jn^2 \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_{\zeta}(z-z')} \\ &-kk_xj \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{jk_x(z-z')} \\ &-kk_{\zeta}jn^2 \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{jk_{\zeta}(z-z')} \end{aligned} \right.$$

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.242)

$$G_{m2}^{\rho\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} &kk_x \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{\partial J_n(\chi\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) (2 \sin k_x(z - z')) \\ &kk_{\zeta}n^2 \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_{\zeta}(z - z')) \end{aligned} \right. \quad (2.242)$$

$$G_{m2}^{\rho z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} &0 \\ &+kn\zeta^2 \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_{\zeta}(z-z')} \\ &0 \\ &+kn\zeta^2 \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_{\zeta}(z'-z)} \end{aligned} \right.$$

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.243)

$$G_{m2}^{\rho z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} kn\zeta^2 \frac{c_{\zeta}}{\kappa_{\zeta}} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_{\zeta}(|z-z'|)} \quad (2.243)$$

$$G_{m2}^{\phi\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & -kk_x j n^2 \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_x(z-z')} \\ & -kk_\zeta j \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ & +kk_x j n^2 \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{jk_x(z-z')} \\ & +kk_\zeta j \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{aligned} \right.$$

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.244)

$$G_{m2}^{\phi\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & -kk_x n^2 \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_x(z - z')) \\ & -kk_\zeta \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial\rho} \frac{\partial J_n(\zeta\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) (2 \sin k_\zeta(z - z')) \end{aligned} \right. \quad (2.244)$$

$$G_{m2}^{\phi\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & +kk_x j n \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_x(z-z')} \\ & -kk_\zeta j n \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_\zeta(z-z')} \\ & -kk_x j n \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{jk_x(z-z')} \\ & +kk_\zeta j n \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{jk_\zeta(z-z')} \end{aligned} \right.$$

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.245)

$$G_{m2}^{\phi\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{aligned} & kk_x n \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) (2 \sin k_x(z - z')) \\ & -kk_\zeta n \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial\rho} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) (2 \sin k_\zeta(z - z')) \end{aligned} \right. \quad (2.245)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_{m2}^{\phi z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ -k\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z'-z)} \\ 0 \\ -k\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z'-z)} \end{array} \right.$$

สามารถสรุปได้เป็นสมการที่ (2.246)

$$G_{m2}^{\phi\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -k\zeta^2 \frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta} \frac{\partial J_n(\zeta\rho)}{\partial \rho} J_n(\zeta\rho') (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))) e^{-jk_\zeta(z'-z)} \quad (2.246)$$

$$G_{m2}^{\phi z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} +kn\chi^2 \frac{c_\chi}{\kappa_\chi} J_n(\chi\rho) \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_\chi(z-z')} \\ 0 \\ +kn\chi^2 \frac{c_\chi}{\kappa_\chi} J_n(\chi\rho) \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_\chi(z'-z)} \\ 0 \end{array} \right.$$

สามารถสรุปได้เป็นสมการที่ (2.247)

$$G_{m2}^{\phi z} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} kn\chi^2 \frac{c_\mu}{\kappa_\mu} J_n(\chi\rho) \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_\chi(z'-z)} \quad (2.247)$$

$$G_{m2}^{z\rho} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} +kn\chi^2 \frac{c_\chi}{\kappa_\chi} J_n(\chi\rho) \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_\chi(z'-z)} \\ 0 \\ +kn\chi^2 \frac{c_\chi}{\kappa_\chi} J_n(\chi\rho) \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_\chi(z'-z)} \\ 0 \end{array} \right.$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.248)

$$G_{m2}^{z\rho} = kn\chi^2 \frac{c_x}{\kappa_x} J_n(\chi\rho) \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi'))e^{-jk_x(z'-z)}) \quad (2.248)$$

$$G_{m2}^{z\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{cases} -k\chi^2 \frac{c_x}{\kappa_x} J_n(\chi\rho) \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))e^{-jk_x(z'-z)}) \\ 0 \\ -k\chi^2 \frac{c_x}{\kappa_x} J_n(\chi\rho) \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))e^{-jk_x(z'-z)}) \\ 0 \end{cases}$$

สามารถลดรูปได้เป็นสมการที่ (2.249)

$$G_{m2}^{z\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} -k\chi^2 \frac{c_x}{\kappa_x} J_n(\chi\rho) \frac{\partial J_n(\chi\rho')}{\partial \rho'} (\cos(n\phi - n\phi') + (\sin(n\phi + n\phi'))e^{-jk_x(z'-z)}) \quad (2.249)$$

$$G_{m2}^{zz} = 0$$

$$\text{สนามแม่เหล็ก } \vec{H}(\vec{R}) = j\omega\epsilon_0 \int_{a-l}^a (\hat{a}_\rho \hat{a}_\rho G_{m2}^{\rho\rho} + \hat{a}_\phi \hat{a}_\rho G_{m2}^{\phi\rho} + \hat{a}_z \hat{a}_\rho G_{m2}^{z\rho}) \cdot J_\rho(\rho') \hat{a}_\rho d\rho'$$

สามารถหาค่า H_ρ ได้จาก

$$H_\rho = j\omega\epsilon \int_{a-l}^a G_{m2}^{\rho\rho} J_\rho(\rho') d\rho'$$

$$H_\rho = j\omega\varepsilon \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & \left(-kk_x n \frac{c_x}{\kappa_x} \left(\chi J_{n-1}(\chi\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\chi\rho) \right) (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) (2 \sin k_x(z - z')) \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & \left(kk_z n \frac{c_z}{\kappa_z} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) (2 \sin k_z(z - z')) \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right) \quad (2.250)$$

สามารถหาค่า H_ϕ ได้จาก

$$H_\phi = j\omega\varepsilon \int_{a-l}^a G_{m2}^{\phi\rho} J_\rho(\rho') d\rho'$$

$$H_\phi = j\omega\varepsilon \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\begin{aligned} & \left(-kk_x n^2 \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_x(z - z')) \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(-kk_z \frac{c_z}{\kappa_z} \left(\zeta J_{n-1}(\lambda\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\zeta\rho) \right) (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) (2 \sin k_z(z - z')) \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right) \quad (2.251)$$

สามารถหาค่า H_z ได้จาก

$$H_z = j\omega\epsilon \int_{a-l}^a G_{m2}^z J_\rho(\rho') d\rho'$$

$$H_z = j\omega\epsilon \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \left(kn\chi^2 \frac{C_x}{K_x} J_n(\chi\rho) (\cos(n\phi + n\phi') + (\sin(n\phi - n\phi')) e^{-ik_z(z-z')} \right) \right. \\ \left. \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \right\} \quad (2.252)$$

ดังนั้นจึงพิจารณากระแสไฟฟ้า

เมื่อ

$$\bar{J}_1(\bar{R}) = \bar{H}(\bar{R})|_{z=c/2} \times \hat{a}_z \\ \bar{J}_1(\bar{R}) = H_\rho \hat{a}_\rho + H_\phi \hat{a}_\phi + H_z \hat{a}_z |_{z=c/2} \times \hat{a}_z = -H_\rho \hat{a}_\phi + H_\phi \hat{a}_\rho |_{z=c/2}$$

ดังนั้นเราจะได้ว่า $\bar{J}_1(\bar{R}) = J_{\rho 2} \hat{\rho} + J_{\phi 2} \hat{\phi}$

$$J_{\rho 1} = +H_\phi |_{z=c/2} \quad (2.253)$$

$$J_{\phi 1} = -H_\rho |_{z=c/2} \quad (2.254)$$

และ

$$\bar{J}_2(\bar{R}) = \bar{H}(\bar{R})|_{z=-c/2} \times (-\hat{a}_z)$$

$$\bar{J}_2(\bar{R}) = H_\rho \hat{a}_\rho + H_\phi \hat{a}_\phi + H_z \hat{a}_z |_{z=-c/2} \times (-\hat{a}_z) = -H_\rho \hat{a}_\phi + H_\phi \hat{a}_\rho |_{z=-c/2}$$

$$J_{\rho 2} = -H_\phi |_{z=-c/2} \quad (2.255)$$

$$J_{\phi 2} = +H_\rho |_{z=-c/2} \quad (2.256)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นจะพิจารณาสนามที่แพร่กระจายคลื่นทางช่องเปิด ซึ่งพิจารณาที่ระยะสนามระยะไกลโดยอาศัยสมการกระแสไฟฟ้าสมการที่ (2.237) - (2.240) และกระแสแม่เหล็กจากสมการที่(2.253) - (2.256) จะสามารถหาสนามระยะไกลได้ดังต่อไปนี้

เมื่อ $0 \leq \rho' \leq a$ และ $0 \leq \phi' \leq 2\pi$

$$N_{\theta 1} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [J_{\rho 1} \cos(\theta) \cos(\phi - \phi') + J_{\phi 1} \cos(\theta) \sin(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$N_{\theta 2} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [J_{\rho 2} \cos(\theta) \cos(\phi - \phi') + J_{\phi 2} \cos(\theta) \sin(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$N_{\phi 1} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [-J_{\rho 1} \sin(\phi - \phi') + J_{\phi 1} \cos(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$N_{\phi 2} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [-J_{\rho 2} \sin(\phi - \phi') + J_{\phi 2} \cos(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$L_{\theta 1} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [M_{\rho 1} \cos(\theta) \cos(\phi - \phi') + M_{\phi 1} \cos(\theta) \sin(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$L_{\theta 2} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [M_{\rho 2} \cos(\theta) \cos(\phi - \phi') + M_{\phi 2} \cos(\theta) \sin(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$L_{\phi 1} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [-M_{\rho 1} \sin(\phi - \phi') + M_{\phi 1} \cos(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$L_{\phi 2} = \int_0^a \int_0^{2\pi} [-M_{\rho 2} \sin(\phi - \phi') + M_{\phi 2} \cos(\phi - \phi')] e^{jk\rho' \sin\theta \cos(\phi - \phi')} \rho' d\rho' d\phi'$$

$$E_r(\rho, \phi, z) = 0$$

$$E_{\theta 1}(\rho, \phi, z) = -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_{\phi 1} + \eta N_{\theta 1})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{\theta 2}(\rho, \phi, z) \approx -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(L_{\phi 2} + \eta N_{\theta 2})$$

$$E_{\phi 1}(\rho, \phi, z) \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(L_{\theta 1} - \eta N_{\phi 1})$$

$$E_{\phi 2}(\rho, \phi, z) \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(L_{\theta 2} - \eta N_{\phi 2})$$

$$E_{\theta 1}(\rho, \phi, z) \approx E_{\theta 1}(\rho, \phi, z) + E_{\theta 2}(\rho, \phi, z)$$

$$E_{\phi 1}(\rho, \phi, z) \approx E_{\phi 1}(\rho, \phi, z) + E_{\phi 2}(\rho, \phi, z)$$

ดังนั้นเราจะได้สมการที่แพร่กระจายสนามไฟฟ้าระยะไกลเป็นดังสมการ

$$\vec{E}^T(\rho, \phi, z) = E_{\theta 1}(\rho, \phi, z)\hat{a}_{\theta} + E_{\phi 1}(\rho, \phi, z)\hat{a}_{\phi} \quad (2.257)$$

และในลักษณะเดียวกันสามารถหาการแพร่กระจายสนามระยะไกลของสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

$$H_r(\rho, \phi, z) = 0$$

$$H_{\theta 1}(\rho, \phi, z) \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(N_{\phi 1} + \frac{L_{\theta 1}}{\eta})$$

$$H_{\theta 2}(\rho, \phi, z) \approx -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(N_{\phi 2} - \frac{L_{\theta 2}}{\eta})$$

$$H_{\phi 1}(\rho, \phi, z) \approx -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(N_{\theta 1} - \frac{L_{\phi 1}}{\eta})$$

$$H_{\phi 2}(\rho, \phi, z) \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r}(N_{\theta 2} - \frac{L_{\phi 2}}{\eta})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในโครงการวิจัยเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_{\phi}(\rho, \phi, z) = H_{\phi 1}(\rho, \phi, z) + H_{\phi 2}(\rho, \phi, z)$$

ดังนั้นเราจะได้สมการที่แพร่กระจายสนามแม่เหล็กกระยะไกลเป็นดังนี้

$$\bar{H}^T(\rho, \phi, z) = H_{\theta 1}(\rho, \phi, z)\hat{a}_{\theta} + H_{\phi 1}(\rho, \phi, z)\hat{a}_{\phi} \quad (2.258)$$



2.4 การวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นโดยอาศัยโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า (Numerical Electromagnetic Code)

โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้าวรุ่นที่ 2 หรือ NEC2[16] เป็นโปรแกรมที่ถูกพัฒนาโดยห้องปฏิบัติการแห่งชาติลอเรนซ์ลิเวอร์มอร์ (Lawrence Livermore National Laboratory) ประเทศสหรัฐอเมริกา และเป็นโปรแกรมประเภทฟรีแวร์ (Freeware) ซึ่งผู้ใช้สามารถดาวน์โหลด (Download) มาใช้ได้โดยง่าย การจะสั่งให้โปรแกรมทำงานนั้น ผู้ใช้จะต้องจัดเรียงรหัสทางคอมพิวเตอร์ (User-Oriented Computer Code) ให้กับโปรแกรมเพื่อให้โปรแกรมทำการวิเคราะห์การตอบสนองทางแม่เหล็กไฟฟ้าของสายอากาศและโครงสร้างที่เป็นโลหะใดๆ ที่มีรูปทรงไม่เจาะจง รหัสทางคอมพิวเตอร์ของโปรแกรมที่ผู้ใช้จะต้องใส่เข้าไปนั้น คือ การสร้างโครงสร้างของสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์ด้วยเส้นลวดเล็กๆ (Wire) หรือ พื้นผิว (Surface) จำนวนมากซึ่งในกรณีที่โครงสร้างถูกแทนด้วยเส้นลวด โปรแกรมจะใช้สมการอินทิกรัลสนามไฟฟ้า (Electric Field Integral Equation:EFIE) ในการหากระแสเหนี่ยวนำ (Induce Current) บนโครงสร้างนั้น ซึ่งเกิดจากแหล่งกำเนิด (Source) หรือ สนามที่ตกกระทบ (Incident Field) และในกรณีที่โครงสร้างถูกแทนด้วยพื้นผิว โปรแกรมจะใช้สมการอินทิกรัลเชิงสนามแม่เหล็ก (Magnetic Field Integral Equation:MFIE) ในการหาค่าของกระแสเหนี่ยวนำที่ต้องการ การกระตุ้นสามารถที่จะเป็นไปได้ทั้งแหล่งกำเนิดแรงดันที่ป้อนเข้าไป (Applied Voltage Source) หรือคลื่นระนาบที่ตกกระทบ(Incident Plane Wave) NEC2 สามารถใช้ในการคำนวณหาค่ากระแสเหนี่ยวนำและประจุ สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก ระยะใกล้และไกลภาคตัดขวางเป้าเรดาร์ (Radar Cross Section:RCS) อิมพีแดนซ์ แอดมิตแตนซ์ (Admittance) อัตราขยาย (Gain) และค่าสภาพเจาะจงทิศทาง (Directivity) การใช้พลังงาน(Power Budget) และการเชื่อมต่องานระหว่างสายอากาศ (Mutual Coupling)

สำหรับสายอากาศที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ทำการวิเคราะห์หาคุณสมบัติของสายอากาศ โดยการแทนโครงสร้างของสายอากาศด้วยเส้นลวดขนาดเล็ก ดังนั้น สมการที่ใช้จึงเป็นสมการเชิงอินทิกรัลเชิงสนามไฟฟ้า ซึ่งสมการอินทิกรัลเชิงสนามไฟฟ้านี้เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาโครงสร้างที่มีขนาดเล็ก มีพื้นที่ผิวที่มีความหนาไม่มาก และไม่มีลักษณะเป็นตัวนำไฟฟ้าที่ปิดทึบได้ดีกว่าการใช้สมการอินทิกรัลเชิงสนามแม่เหล็ก[16] รูปแบบรูปแบบของสมการไฟฟ้าที่ใช้ใน NEC2 มีรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

2.4.1 สมการอินทิกรัลเชิงสนามในอากาศว่าง

รูปแบบของสมการอินทิกรัลเชิงสนามไฟฟ้าที่ใช้ใน NEC2 สำหรับสนามไฟฟ้าของการกระจายกระแส \vec{J} คือ

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{-j\eta}{4\pi k} \int_V \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') dV' \quad (2.259)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') = (k^2 \vec{I} + \nabla \nabla) g(\vec{r}, \vec{r}')$$

$$g(\vec{r}, \vec{r}') = \exp(-jk|\vec{r} - \vec{r}'|) / |\vec{r} - \vec{r}'|$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

$$\eta = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$$

และ แบบแผนทางเวลา (Time Convention) คือ $\exp^{j\omega t}$ \vec{I} คือเอกลักษณ์คู่ (Identity Dyad) $\hat{a}_x \hat{a}_x + \hat{a}_y \hat{a}_y + \hat{a}_z \hat{a}_z$ เมื่อการกระจายกระแสจำกัดให้อยู่บนพื้นผิวของตัวนำที่มีค่าความนำสมบรูณ์ สมการ (2.259) จะกลายเป็น

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{-j\eta}{4\pi k} \int_S \vec{J}_s(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}') dA' \quad (2.260)$$

เมื่อ \vec{J}_s เป็นความหนาแน่นกระแสพื้นผิว จุดสังเกต \vec{r} จะถูกกำหนดให้อยู่นอกพื้นผิว S ดังนั้น $\vec{r} \neq \vec{r}'$ ถ้า \vec{r} เข้าใกล้ S ลักษณะคล้ายลิมิต สมการ (2.260) จะเป็น

$$\vec{E}(\vec{R}) = \frac{-j\eta}{4\pi k} \int_S \vec{J}_s(\vec{r}') \cdot \vec{G}(\vec{R}, \vec{r}') dA' \quad (2.261)$$

เมื่อค่าอินทิกรัลค่าหลัก \int ถูกใช้เพราะว่า $g(\vec{r}, \vec{r}')$ ไม่จำกัดขอบเขต

สมการอินทิกรัลของกระแสเหนี่ยวนำบน S โดยสนามตกกระทบ \vec{E}^I สามารถหาได้จาก สมการ (2.261) และเงื่อนไขขอบเขตสำหรับ \vec{r} ที่แปรผันตาม S

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งาน $\hat{n}(\vec{r}) \times [\vec{E}^S(\vec{r}) + \vec{E}^I(\vec{r})] = 0$ ให้นำไปใช้ประโยชน์ตามมูลค่า (2.262) ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\hat{n}(\vec{r})$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับพื้นผิวที่ \vec{r} และ \vec{E}^s เป็นสนามเนื่องจากกระแส
เหนี่ยวนำ \vec{J}_s เมื่อแทนค่า \vec{E}^s ในสมการ (2.262) ด้วยสมการ (2.261) สามารถเขียนสมการ (2.262)
ได้เป็น

$$-\hat{n}(\vec{r}) \times \vec{E}^l(\vec{r}) = \frac{-j\eta}{4\pi k} \hat{n}(\vec{r}) \int_S \vec{J}_s(\vec{r}') \cdot \left(k^2 \vec{I} + \nabla \nabla \right) g(\vec{r} - \vec{r}') dA' \quad (2.263)$$

สมการอินทิกรัลเวกเตอร์ในสมการ (2.263) สามารถถูกลดให้กลายเป็นสมการอินทิกรัลเชิงส
เกลาร์เมื่อพื้นผิวดำนำ S ถูกแทนที่ด้วยเส้นลวดทรงกระบอกบางๆ ซึ่งจะทำให้วิธีการแก้ปัญหาง่าย
ขึ้นมากการสมมุติที่ประยุกต์ใช้กับเส้นลวดบาง เรียกว่า วิธีการประมาณเส้นลวดบาง (Thin-Wire
Approximation) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- (1) กระแสตามขวางที่สัมพันธ์กับกระแสตามแกนไม่จำเป็นต้องนำมาพิจารณา
- (2) การเปลี่ยนแปลงโดยรอบในกระแสตามแกน ไม่จำเป็นต้องนำมาพิจารณา
- (3) กระแสสามารถแทนได้ด้วยกระแสเชิงเส้น (Filament) บนแกนลวด
- (4) เงื่อนไขขอบเขตของสนามไฟฟ้าจะถูกบังคับให้มีเฉพาะในทิศทางตามแนวแกนเท่านั้น

การประมาณนี้สามารถนำมาใช้ได้เมื่อ รัศมีของเส้นลวดมีค่าน้อยกว่าความยาวคลื่นและ
ความยาวเส้นลวดมีค่ามากๆ นอกจากนี้ สมการอินทิกรัลเชิงสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนไป ในกรณีที่รัศมี
ของเส้นลวดมีขนาดใหญ่จนไม่สามารถใช้วิธีการประมาณเส้นลวดบางได้นั้น ก็ได้ถูกรวมไว้ใน
ใน NEC2 ด้วยซึ่งการประมาณนี้ มีชื่อเรียกว่า การขยายออกของการประมาณเส้นลวดบาง
(Extended Thin Wire Approximation)

จากคุณสมบัติในข้อ (1) (2) และ (3) กระแสพื้นผิว $\vec{J}_s(\vec{r})$ บนเส้นลวดที่รัศมี a สามารถ
แทนกระแสของเชิงเส้น (Filament Current) I เมื่อ

$$I(s)\hat{s} = 2\pi a \vec{J}_s(\vec{r})$$

เมื่อ

s = ระยะทางตามแกนเส้นลวดที่ \vec{r} และ

\hat{s} = เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สัมผัสแกนเส้นลวดที่ \vec{r} สมการ (2.9) จะกลายเป็น

$$-\hat{n}(\vec{r}) \times \vec{E}^l(\vec{r}) = \frac{-j\eta}{4\pi k} \hat{n}(\vec{r}') \int I(s') \cdot \left(k^2 \hat{s}' + \nabla \frac{\partial}{\partial s'} \right) g(\vec{r} - \vec{r}') ds' \quad (2.264)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อการอินทิเกรตกระทำตามความยาวของเส้นลวด การบังคับเงื่อนไขขอบเขตให้มีเฉพาะทิศทางในแนวแกนทำให้สมการ (2.264) ลดรูปลงเป็นสมการสเกลาร์

$$-\hat{s}(\bar{r}) \times \bar{E}^I(\bar{r}) = \frac{-j\eta}{4\pi k} \int_I(s') \left(k^2 \hat{s} \cdot \hat{s}' - \frac{\partial}{\partial s \partial s'} \right) g(\bar{r} - \bar{r}') ds' \quad (2.265)$$

\bar{r}' เป็นจุดที่ s' บนแกนเส้นลวด ในขณะที่ \bar{r} เป็นจุดที่ s บนพื้นผิวเส้นลวด $|\bar{r} - \bar{r}'| \geq a$ และการอินทิเกรตก็จะมีขอบเขต

2.4.2 วิธีการแก้ไขปัญหาเชิงเลขในโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้าเชิงเลขรุ่นที่ 2

สมการอินทิกรัล (2.265) จะสามารถหาคำตอบใน NEC2 ได้โดยใช้ระเบียบเชิงตัวเลขของโมเมนต์ สำหรับในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึง รายละเอียดของฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันให้น้ำหนักของวิธีวิธีเชิงโมเมนต์ที่ใช้ใน NEC2 [17]

ใน NEC ฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันให้น้ำหนักที่ใช้จะแตกต่างกัน ฟังก์ชันให้น้ำหนัก w_j จะเป็นฟังก์ชันเดลตา (Delta Function) ที่มีรูปแบบสมการคือ

$$w_j(\bar{r}) = \delta(\bar{r} - \bar{r}_j)$$

เมื่อ $\{r_j\}$ เป็นเซตของจุดบนพื้นผิวดำนำผลลัพท์ที่เป็นจุดการสุ่มตัวอย่าง (Sampling) ของสมการอินทิกรัล รู้จักกันในชื่อวิธีวางรวมตำแหน่ง (Collocation Method) ของการแก้ปัญหา เส้นลวดจะถูกแบ่งเป็นเซกเมนต์ (Segment) เส้นตรงสั้นๆ ที่มีจุดสุ่มตัวอย่างอยู่ที่ตรงกลางของแต่ละเวกเมนต์ ฟังก์ชันฐานหรือฟังก์ชันของกระแสบนแต่ละเวกเมนต์อยู่ในรูปผลรวมของ 3 องค์ประกอบคือค่าคงที่ ค่าไซน์(sin) และค่าโคไซน์(cosine) ซึ่งการเลือกกระแสแบบนี้จะทำให้การลู่เข้าของการแก้ปัญหาเร็วขึ้น [18] และกระแสไซน์นูนขอยังสามารถวิเคราะห์ได้ง่ายในรูปแบบสำเร็จ (Closed Form) แอมพลิจูดของค่าคงที่ ค่าไซน์ และ ค่าโคไซน์ จะมีความเกี่ยวข้องกับผลรวมของแอมพลิจูดชนิดต่างๆ ซึ่งจะต้องเหมาะสมกับเงื่อนไขทางภาพของพฤติกรรมของกระแสและประจุที่ปลายของเซกเมนต์ การแมตซ์ที่ปลายของแต่ละเซกเมนต์ จะช่วยปรับปรุงให้วิธีการแก้ปัญหาแม่นยำขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่จุดต่อที่มีความยาวแต่ละเซกเมนต์ไม่เท่ากัน

กระแสทั้งหมดบนเซกเมนต์หมายเลข j ใน NEC2 จะมีรูปแบบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ $I_j(s) = A_j + B_j \sin k(s-s_j) + C_j \cos k(s-s_j)$ เมื่อ $|s-s_j| \leq \Delta_j/2$ ระเบียบข้อนี้ (2.266) คำ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ s_j เป็นค่าของ s ที่ตรงกลางเซกเมนต์ j และ Δ_j เป็นความยาวของเซกเมนต์ j ตัวแปร A_j, B_j และ C_j คือขนาดแอมพลิจูดของฟังก์ชันค่าคงที่ไซน์และโคไซน์ตามลำดับ

2.4.3 วิธีการจำลองโครงสร้างด้วยโปรแกรมคำนวณทางไฟฟ้าเชิงเลขรุ่นที่ 2

สำหรับการจำลองโครงสร้างด้วยเส้นลวดนั้น อุปกรณ์พื้นฐานที่ใช้ในการจำลองโครงสร้างด้วยรหัส NEC2 คือ เซกเมนต์ที่มีลักษณะตรงและสั้น การกำหนดเซกเมนต์สำหรับการออกแบบเป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะจะมีผลต่อความถูกต้องของผลลัพธ์ จำนวนของเซกเมนต์ควรมีค่าน้อยที่สุดเท่าที่จะต้องการสำหรับความถูกต้อง เพราะโปรแกรมจะใช้เวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้นอย่างมากเมื่อจำนวนเซกเมนต์เพิ่มขึ้น

เซกเมนต์เส้นลวดจะถูกกำหนดโดยระบบพิกัด (Co-ordinate) ของจุดปลายทั้งสองข้างของเซกเมนต์และขนาดของรัศมี การกำหนดความยาวเซกเมนต์ (Segment Length: Δ) จะสัมพันธ์กับค่าของความยาวคลื่น λ โดยปกติ Δ ควรมีค่าน้อยกว่า 0.1λ ที่ความถี่ที่ต้องการ ในบางครั้งอาจมีการใช้เซกเมนต์ที่ยาวมากกว่านี้บนเส้นลวดยาวที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใด ในขณะที่เซกเมนต์ที่สั้นกว่า เช่น 0.05λ หรือน้อยกว่านี้ อาจจะต้องใช้ในการจำลองบริเวณที่มีความสำคัญของสายอากาศ ขนาดของเซกเมนต์จะเป็นตัวกำหนดการแก้ปัญหาสำหรับการหากระแสนบนแบบจำลอง เนื่องจากกระแสจะถูกคำนวณที่ตรงกลางของแต่ละเซกเมนต์ เซกเมนต์ที่มีขนาดสั้นมากๆ เช่น น้อยกว่า $10^{-3}\lambda$ ไม่ควรนำมาใช้ เพราะความเหมือนกันขององค์ประกอบค่าคงที่และโคไซน์ของการกระจายกระแสจะทำให้ผลจากการเปรียบเทียบวิธีเชิงเลขไม่แม่นยำ

รัศมีของเส้นลวด (Wire Radius: a) ซึ่งสัมพันธ์กับ λ จะถูกจำกัดโดยการประมาณที่ใช้ในเคอร์เนล (Kernel) ของสมการอินทิกรัลเชิงสนามไฟฟ้า ซึ่งมีการประมาณ 2 แบบด้วยกันที่ใช้ใน NEC2 คือ เคอร์เนลแบบเส้นลวดบาง และเคอร์เนลแบบขยายออกของเส้นลวดบาง ซึ่งได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.4.1 สำหรับเคอร์เนลแบบเส้นลวดบางนั้นกระแสบนพื้นผิวของแต่ละเซกเมนต์จะถูกลดกลายเป็นเส้นลวดนำไฟฟ้าเล็กๆของกระแสบนแกนเซกเมนต์ ส่วนในเคอร์เนลแบบขยายออกของเส้นลวดบาง กระแสจะมีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอบนพื้นผิวของเซกเมนต์นั้น

การกระจายกระแสที่ใช้ใน NEC2 จะบังคับเงื่อนไขกระแสและความหนาแน่นประจุตามแนวเส้นลวด ที่จุดเชื่อมต่อ และปลายเส้นลวด จากเงื่อนไขเหล่านี้ทำให้เซกเตอร์จะต้องต่อกันทางไฟฟ้าที่จุดปลาย ถ้าเซกเมนต์มีการทับซ้อนทับกันเกิดขึ้นที่ปลายของแต่ละอัน NEC2 จะไม่ยอมให้กระแสไหลจากเซกเมนต์หนึ่งไปยังเซกเมนต์อื่นๆ เซกเมนต์จะเหมือนกับต่อกันเมื่อระยะห่างของจุดปลายของแต่ละด้านมีค่าน้อยกว่า 10^{-3} เท่าของความยาวเซกเมนต์ที่สั้นที่สุดดังนั้นถ้าเป็นไปได้ควรเชื่อมต่อเซกเมนต์ด้วยวิธีการกำหนดระบบพิกัดที่เหมือนกัน

เอกสารนี้เป็นข้อกำหนดของการจำลองโครงสร้างด้วยตาข่ายเส้นลวด (Wire-grid) มีดังต่อไปนี้

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(1) เซกเมนต์จะต้องไม่ซ้อนทับกัน เนื่องจากการแบ่งกระแสมระหว่างสองเซกเมนต์ที่ซ้อนทับกันนั้น ไม่สามารถสรุปได้ เซกเมนต์ที่ซ้อนทับกันอาจจะมีผลในสมการเมตริกซ์เอกฐาน (Singular Matrix Equation)

(2) การเปลี่ยนแปลงรัศมีที่มีความแตกต่างกันมากของเซกเมนต์ที่เชื่อมต่อกันอาจจะมีผลทำให้ความหนาแน่นขั้วลดลง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ ค่า Δ/a มีค่าน้อย ปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยการให้รัศมีลดลงตามลำดับตลอดหลายเซกเมนต์

(3) จำเป็นที่จะต้องมีเซกเมนต์ที่จุดซึ่งมีการเชื่อมต่อกับโครงข่าย (Network) หรือ แหล่งกำเนิดแรงดัน (Voltage Source) สำหรับช่องว่างการกระตุ้น (Excitation Gap) ก็จำเป็นต้องมีเส้นลวดต่อเนื่องลากข้ามช่องว่าง ดังนั้น แรงดันตกคร่อมที่ต้องการสามารถระบุให้เป็นเงื่อนไขขอบเขตได้

(4) จำนวนเส้นลวดที่จะนำมาต่อที่จุดเชื่อมต่อใดๆ นั้น ไม่สามารถมีค่าเกิน 30 เส้นได้เนื่องจากข้อจำกัดของมิติในรหัส NEC2

ข้อมูลที่ใช้อธิบายสายอากาศและสภาพแวดล้อม และคุณสมบัติของสายอากาศที่ต้องการจะคำนวณ จะเป็นอินพุตที่จะใส่เข้าไป คล้ายกับบัตรเจาะรูที่เป็นข้อมูลใส่ให้กับคอมพิวเตอร์เมนเฟรม ในสมัยก่อน กลุ่มของรหัสข้อมูลในการทำงานครั้งหนึ่งจะประกอบไปด้วย รหัสข้อมูล 3 ประเภทด้วยกัน ส่วนแรกเริ่มต้นด้วยรหัสหนึ่งชุดหรือมากกว่านั้นซึ่งบรรณจรรยาบรรณของการทำงาน ซึ่งจะพิมพ์เป็นตัวหนังสือที่จุดเริ่มต้นของไฟล์เอาต์พุต ต่อมาจะตามด้วยรหัสข้อมูลระบุรูปแบบทางเรขาคณิตซึ่งจะระบุทรงของสายอากาศ และสุดท้ายจะเป็นส่วนของรหัสควบคุมโปรแกรมซึ่งจะระบุตัวแปรทางไฟฟ้า เช่นความถี่ การโหลด (Loading) และการกระตุ้น (Excitation) รวมทั้ง ความต้องการให้คำนวณกระแสและสนามของสายอากาศ รหัสทุกๆ รหัส จะมีตัวอักษร 2 ตัว ในหนึ่งคอลัมน์ที่หนึ่งและสองเพื่อเป็นการระบุรหัส ให้กับโปรแกรม ตัวอย่างเช่น รหัสข้อมูลระบุเส้นลวด (Wire Specification:GW) ซึ่งจะเป็นรหัสที่ใช้ในการกำหนดเส้นลวดขึ้นมาระหว่างจุดสองจุด ซึ่งมีลักษณะของข้อมูลที่จะต้องใส่ลงไปดังนี้

GW	I1	I2	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	ITG	NS	XW1	YW1	ZW1	XW2	YW2	ZW2	RAD

ความหมายของตัวแปรแต่ละตัวที่จะต้องใส่ลงไป คือ

ITG(I1) คือ ป้ายแสดงหมายเลข (Tag) ที่จะกำหนดให้เส้นลวดมีหมายเลขประจำเส้นลวดเป็นค่าใดๆ รวมทั้งเซกเมนต์ทุกเซกเมนต์ของเส้นลวดก็จะมีหมายเลขเส้นลวดนั้นด้วย

NS(I2) คือ จำนวนเซกเมนต์ที่จะแบ่งให้กับเส้นลวด

XW1(F1) คือ พิกัด x ของจุดปลายที่หนึ่งของเส้นลวด

YW1(F2) คือ พิกัด y ของจุดปลายที่หนึ่งของเส้นลวด

ZW1(F3) คือ พิกัด z ของจุดปลายที่หนึ่งของเส้นลวด

XW2(F4) คือ พิกัด x ของจุดปลายที่สองของเส้นลวด

YW2(F5) คือ พิกัด y ของจุดปลายที่สองของเส้นลวด

ZW2(F6) คือ พิกัด z ของจุดปลายที่สองของเส้นลวด

RAD(F7) คือ รัศมีของเส้นลวด

การกำหนดรัศมีของเส้นลวดนั้นจะต้องเลือกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเส้นลวดที่ทำให้พื้นที่ผิวรวมของเส้นลวดทั้งหมดมีค่าเท่ากับพื้นที่ผิวของตัวนำของสายอากาศ [20]

จากรหัสตัวอย่างข้างต้น เมื่อทำการใส่ตัวแปรต่างๆ ลงไปแล้วและสั่งให้โปรแกรมทำงาน NEC2 จะสร้างเส้นลวดให้ 1 เส้น ซึ่งเส้นลวดนี้จะถูกแบ่งเป็นเซกเมนต์เล็กๆ จำนวน NS เซกเมนต์ การสร้างแบบจำลองของสายอากาศสามารถทำได้โดยการใส่รหัสที่มีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างข้างบนนี้ไปเรื่อยๆ ก็จะทำให้สามารถสร้างโครงสร้างสายอากาศและหาคุณสมบัติของสายอากาศที่ต้องการได้ นอกจากนี้ โครงสร้างที่สร้างขึ้นโดย NEC2 ยังสามารถกำหนดสภาพนำ (Conductivity) ให้เท่ากับสภาพนำของโลหะที่จะใช้ทำสายอากาศได้เช่น ในกรณีนี้สายอากาศต้นแบบจะสร้างขึ้นโดยใช้ทองเหลือง ดังนั้นในการคำนวณโดยใช้ NEC2 ก็จะมีการกำหนดสภาพนำของโครงสร้างด้วยค่าสภาพนำของทองเหลือง คือ 2.56×10^7 S/m โดยการใช้คำสั่งโหลด (Load)

ในการตรวจสอบโครงสร้างของสายอากาศว่าได้สร้างถูกต้องเป็นไปตามที่ต้องการหรือไม่ นั้น สามารถดูได้โดยใช้โปรแกรม Necview ซึ่งจะแสดงโครงสร้างของสายอากาศที่ได้ใส่รหัสใน NEC2 ออกมาเป็นตาข่ายเส้นลวด ตามที่กำหนดในระบบพิกัด x, y และ z นอกจากนี้โปรแกรม Necview ยังใช้แสดงผลแบบการแผ่พลังงาน ในระบบพิกัด x, y และ z ของสายอากาศที่ NEC2 คำนวณออกมาได้ด้วย สำหรับไฟล์เอาต์พุตที่ได้ออกมาจากการรันโปรแกรม NEC2 นั้น จะเป็นไปตามรูปแบบของข้อมูลที่ใส่เข้าไป เริ่มต้นด้วยการอธิบาย ตามมาด้วยข้อมูลทางเรขาคณิตและจากนั้นเป็นผลของตัวแปรที่ต้องการคำนวณ

NEC2 ได้รับการยอมรับว่า เป็นโปรแกรมที่สามารถคำนวณแบบรูปการแผ่พลังงานของสายอากาศได้อย่างถูกต้องแม่นยำ แต่สำหรับการหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศด้วย NEC2 นั้นยังมีความผิดพลาดอยู่บ้าง เนื่องจากข้อจำกัดของโปรแกรม NEC2 เองจึงจำเป็นที่จะต้องศึกษาวิธีการแก้ไขปัญหาการคำนวณอิมพีแดนซ์ของสายอากาศที่ผิดพลาดนี้ จากวิทยานิพนธ์ในหัวข้อต่อไปของผู้วิจัย

2.5 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายเกี่ยวกับหลักการ และทฤษฎีของสายอากาศวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยได้แสดงโครงสร้างของสายอากาศ ตลอดจนพารามิเตอร์ต่างๆที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของสายอากาศ อีกทั้งได้แสดงวิธีหาผลเฉลยของสนามโคโนวิธีการต่างๆได้แก่วิธีฟังก์ชันศักร์เวกเตอร์และฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิกอย่างละเอียด นอกจากนี้ได้อธิบายเกี่ยวกับการคำนวณคุณลักษณะของสายอากาศโดยโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้าเชิงเลขรุ่นที่2 (NEC2) ซึ่งจะใช้วิธีเชิงโมเมนต์ในการคำนวณ นอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงวิธีการเขียนรหัสเพื่อให้ NEC2 คำนวณคุณลักษณะของสายอากาศไว้ในบทนี้ด้วย



บทที่ 3

สายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลม

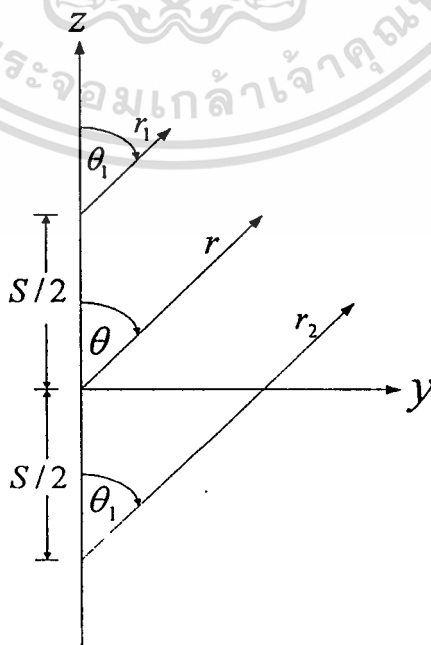
ที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

3.1 ตัวประกอบแถวลำดับ (Array Factor)

เนื่องจากรูปแบบของสายอากาศเพียงตัวเดียว ไม่สามารถจะให้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและค่าอัตราการขยาย (Gain) ซึ่งมีความสำคัญต่อการออกแบบสายอากาศให้มีค่ามาก ๆ ได้ ดังนั้น วิธีการหนึ่งที่จะทำให้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและค่าอัตราการขยายให้มีค่ามากขึ้นได้ คือ การจัดรูปแบบของสายอากาศให้เป็นแนวลำดับ (Array) ซึ่งเป็นการนำสายอากาศตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปมาจัดเรียงในรูปแบบต่างๆ แต่รูปแบบที่ได้นั้นจะต้องมีความเข้าใจที่จะทำให้สนามที่แผ่กระจายออกจากตัวสายอากาศแต่ละตัวเกิดการเสริมกัน ในทิศทางที่ต้องการและหักล้างกันในทิศทางที่ไม่ต้องการ ซึ่งการทำแถวลำดับนั้นมีหลายแบบด้วยกัน แต่ที่จะนำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นการทำแถวลำดับแบบเชิงเส้น (Linear Array)

3.2 สายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นในแนวแกน

โดยจะเริ่มพิจารณาจาก สายอากาศไอโซทรอปิก 2 ตัว ที่วางอยู่ในแนวแกน z ดังรูปที่ 2.6 เมื่อทำการสังเกตที่สนามระยะไกล ($r \rightarrow \infty$) และให้จุดอ้างอิงอยู่กึ่งกลางระหว่างสายอากาศทั้งสองตัวจะได้ว่า



รูปที่ 3.1 สายอากาศไอโซทรอปิก 2 ตัวที่วางบนแกน z
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อวัตถุประสงค์เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\theta_N \approx \theta_{N-1} \approx \theta \dots \approx \theta_3 \approx \theta_2 \approx \theta_1 \approx \theta$$

$$r_2 = r_1 - S \cos(\theta) \Rightarrow \text{สำหรับการแปรผันของเฟส}$$

$$r_3 = r_1 - S \cos(\theta) \Rightarrow \text{สำหรับการแปรผันของขนาด}$$

$$r_N = r_1 - (N-1)S \cos(\theta)$$

$$r_1 = r_2 = r$$

ซึ่งจะได้สนามรวมในการแพร่กระจายคลื่นของไอโซทรอปิกนี้

$$E_i(r, \theta, \phi) = f(\theta, \phi) \left[\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} + \dots + \frac{e^{-jkr_N}}{r_N} \right]$$

โดยกำหนดให้ค่าความต่างเฟสของกระแสที่ป้อนให้กับสายอากาศแต่ละองค์ประกอบเป็นแบบ (Progressive phase) คือ เฟสของกระแสของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบจะนำหน้าเฟสของกระแสของสายอากาศที่อยู่ก่อนหน้าในแนวแถวลำดับเดียวกันเมื่อพิจารณาที่สนามระยะไกลจะได้ว่า

$$E_i(r, \theta, \phi) = f(\theta, \phi) \frac{1}{r} \left[\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} + \dots + \frac{e^{-jkr_N}}{r_N} \right] \quad (3.1)$$

เนื่องจากที่ r_1 เรากำหนดให้เป็นจุดอ้างอิงที่ $z=0$ ดังนั้นความต่างเฟสของกระแสในส่วนของ r_1 มีค่าเท่ากับศูนย์เพราะฉะนั้นจากสนาม E_i จะได้ว่า

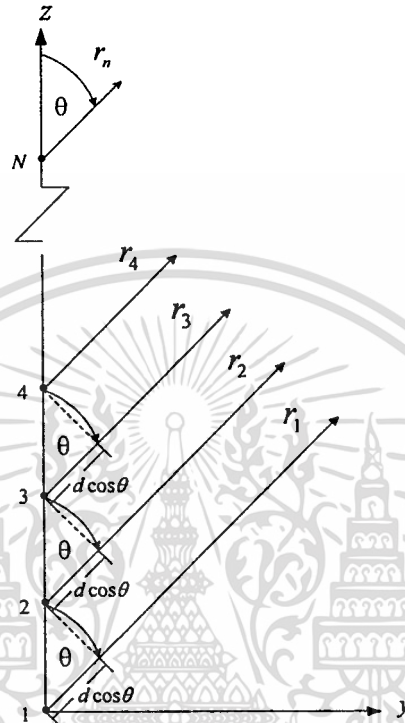
$$\therefore E_i(r, \theta, \phi) = f(\theta, \phi) \frac{e^{-ikr}}{r} \left[e^{jkS \cos(\theta)} + \dots + e^{j(N-1)kS \cos(\theta) + \beta} \right] \quad (3.2)$$

เมื่อ β คือ ความต่างเฟสของกระแสที่ป้อนให้กับสายอากาศแต่ละตัว

จากสมการจะพบว่า สนามรวมในการแพร่กระจายคลื่นของไอโซทรอปิก 2 ตัว จะมีค่าเท่ากับสนามของไอโซทรอปิก 1 ตัว คุณอยู่กับพจน์ ๆ หนึ่ง ซึ่งพจน์นี้จะถูกเรียกว่าเป็น ตัวประกอบแถวลำดับ ซึ่งเราจะได้พจน์ของตัวประกอบแถวลำดับ คือ

$$AF = e^{-\frac{j(kS \cos(\theta) - \beta)}{2}} + e^{-\frac{j(kS \cos(\theta) - \beta)}{2}} \quad (3.3)$$

ต่อไปจะพิจารณาจากสายอากาศไดโพล N ตัว ที่วางอยู่ในแนวแกน z โดยเริ่มที่ตำแหน่ง $z = 0$ และจากการสังเกตที่สนามระยะไกล โดยให้ระยะห่างระหว่างสายอากาศแต่ละตัวเป็น S ดังรูปที่ 3.1 จะได้ว่า



รูปที่ 3.2 สายอากาศไดโพล N ตัว ที่วางอยู่บนแกน z

$$\theta_N = \theta_{N-1} \approx \dots \approx \theta_3 \approx \theta_2 \approx \theta_1 \approx \theta$$

$$r_2 = r_1 - S \cos(\theta)$$

$$r_3 = r_1 - 2S \cos(\theta)$$

$\vdots \Rightarrow$ สำหรับการแปรผันของเฟส

$$r_N = r_1 - (N-1)S \cos(\theta)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสนามรวมของสายอากาศไดโพล 2 ตัว จะได้สนามรวมของสายอากาศไดโพล N ตัว ได้ดังนี้

$$Et = a_\theta j\eta \frac{kI_o l}{4\pi} \left[\frac{e^{-j(kr_1 - \beta)}}{r_1} |\cos(\theta_1)| + \frac{e^{-j(kr_2 - \beta)}}{r_2} |\cos(\theta_2)| + \dots + \frac{e^{-j(kr_N - \beta)}}{r_N} |\cos(\theta_N)| \right] \quad (3.4)$$

โดยกำหนดให้ ความต่างเฟสของกระแส (β) ที่ป้อนให้กับสายอากาศแต่ละตัวเป็นแบบ Progressive Phase คือ เฟสของกระแสในสายอากาศแต่ละตัว จะนำหน้าเฟสของกระแสในสายอากาศที่อยู่ก่อนหน้าในแถวลำดับเดียวกัน

เมื่อพิจารณาที่สนามระยะไกล จะได้ว่า

$$Et = a_\theta j\eta \frac{kI_o l}{4\pi} \frac{1}{r} |\cos(\theta)| \left[e^{j(kr_1 - \beta)} + e^{j(kr_2 - \beta)} + \dots + e^{j(kr_N - \beta)} \right] \quad (3.5)$$

เนื่องจากที่ r_1 เรากำหนดให้เป็นจุดอ้างอิงที่ $z = 0$ ดังนั้น จะได้ว่า ความต่างเฟสของกระแสในส่วนของ r_1 มีค่าเท่ากับ 0 เพราะฉะนั้น จากสนามรวม E_1 จะได้ว่า

$$Et = a_\theta j\eta \frac{kI_o l}{4\pi} \frac{1}{r} |\cos(\theta)| e^{jk_1 r} \left[1 + e^{j(kS \cos(\theta) + \beta)} + \dots + e^{j(N-1)(kS \cos(\theta) + \beta)} \right] \quad (3.6)$$

ถ้าพิจารณาในพจน์ของตัวประกอบแถวลำดับ จะได้ว่า

$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kS \cos(\theta) + \beta)} \quad (3.7)$$

$$= \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi} \quad ; \psi = kS \cos(\theta) + \beta \quad (3.7ก)$$

เพื่อให้รูปแบบของตัวประกอบแถวลำดับเรียงง่ายขึ้น สามารถทำได้โดยทำการคูณทั้งสองข้างของสมการที่ 3.7ก ด้วย $e^{j\psi}$ ทำให้ได้ว่า

$$AF \cdot e^{j\psi} = e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{jN\psi} \quad (3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการที่ 3.8 ลบกับสมการที่ 3.7ก จะได้ว่า

$$AF(e^{j\psi} - 1) = -1 + e^{jN\psi}$$

$$AF = \frac{-1 + e^{jN\psi}}{e^{j\psi} - 1}$$

$$AF = e^{j\frac{(N-1)\psi}{2}} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right] \quad (3.9)$$

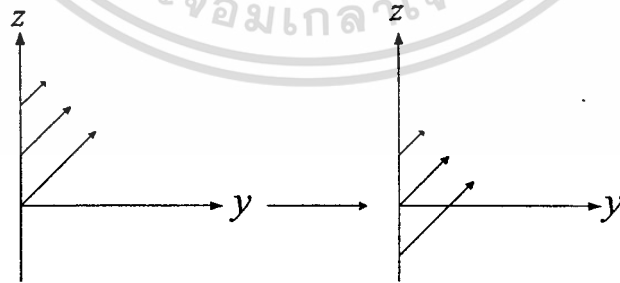
เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับ

ดังนั้น จากสมการที่ 3.9 ก็คือ รูปแบบอย่างง่ายที่สามารถแทนค่าจำนวนสายอากาศทั้งหมด N ตัว แทนการหาผลรวมทั้งหมด N ตัวที่แสดงในสมการที่ 3.7 ซึ่งจะให้ค่าที่เท่ากัน

ต่อไปเราจะกำหนดให้จุดอ้างอิงอยู่ที่กึ่งกลางของสายอากาศที่มีอยู่ทั้งหมด N ตัว ซึ่งแบ่งการพิจารณาได้ 2 กรณี คือ

1. เมื่อ N เป็นจำนวนคี่

เราจะได้จุดอ้างอิงตรงกับตำแหน่งของสายอากาศที่จะแบ่งสายอากาศทั้งหมด N ตัว ในแนวแกน $+z$ และ $-z$ อย่างละ $N-1/2$ ตัว เช่น $N=3$ ก็จะแบ่งสายอากาศออกในแนวแกน $+z$ และ $-z$ อย่างละ 1 ตัว ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 3.3 การกำหนดจุดอ้างอิงให้อยู่กึ่งกลางของสายอากาศทั้งหมดที่เป็นจำนวนคี่

จากสมการที่ 3.7ก เมื่อทำการคิดที่สนามระยะไกล จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษา (N-1) นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น $AF = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi} + e^{-j\psi} + e^{-j2\psi} + \dots + e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi}$ (3.10)

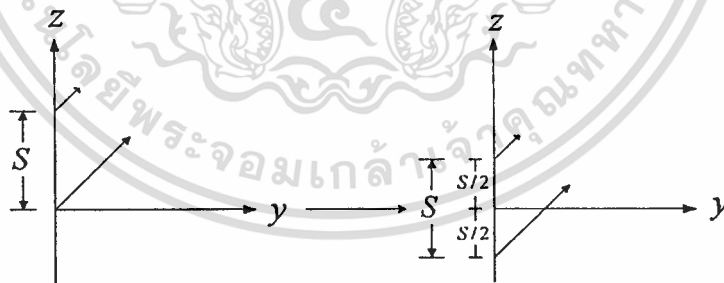
จากนั้น ทำการคูณทั้งสองข้างของสมการที่ 3.10 ด้วย $e^{j\frac{\psi}{2}}$ และ $e^{-j\frac{\psi}{2}}$ จะได้ว่า

$$AF \left(e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}} \right) = e^{j\frac{N}{2}\psi} - e^{-j\frac{N}{2}\psi}$$

$$AF = \frac{e^{j\frac{N}{2}\psi} - e^{-j\frac{N}{2}\psi}}{e^{j\frac{\omega}{2}} - e^{-j\frac{\omega}{2}}}$$

$$\therefore AF = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} \quad (3.11)$$

เมื่อ N ตัว คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับ N เป็นจำนวนคู่ เราจะได้จุดอ้างอิงตรงกับตำแหน่งของสายอากาศที่จะแบ่งสายอากาศทั้งหมด N ตัวในแนวแกน $+z$ และ $-z$ อย่างละ $(N-1)/2$ ตัวเช่นเดียวกับกรณีที่ 1 แต่ต่างกันตรงที่ ระยะห่างระหว่างจุดอ้างอิงกับสายอากาศตัวแรก ทั้งในแนวแกน $+z$ และ $-z$ จะมีค่าเป็น $S/2$ ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 การกำหนดจุดอ้างอิงให้อยู่กึ่งกลางของสายอากาศทั้งหมดที่เป็นจำนวนคู่

จากสมการที่ 3.8 เมื่อทำการคิดที่สนามระยะไกล จะได้ว่า

$$AF = e^{j\frac{\psi}{2}} + e^{j\frac{3}{2}\psi} + \dots + e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi} + e^{-j\frac{\psi}{2}} + e^{-j\frac{3}{2}\psi} + \dots + e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi} \quad (3.12)$$

$$AF \left(e^{j\frac{\psi}{2}} - e^{-j\frac{\psi}{2}} \right) = e^{j\frac{N}{2}\psi} - e^{-j\frac{N}{2}\psi}$$

$$AF = \frac{e^{j\frac{N}{2}\psi} - e^{-j\frac{N}{2}\psi}}{e^{j\frac{\psi}{2}} - e^{-j\frac{\psi}{2}}}$$

$$\therefore AF = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \quad (3.13)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับ

ซึ่งจะพบว่า ไม่ว่า N จะเป็นจำนวนคี่หรือจำนวนคู่ ค่าตัวประกอบแถวลำดับที่ได้จะเหมือนกัน ดังนั้น การทำแถวลำดับของสายอากาศ N ตัวตามแกน z และให้จุดอ้างอิงอยู่ที่กึ่งกลางของสายอากาศ N ตามแนวแกน z และให้จุดอ้างอิงอยู่ที่กึ่งกลางของสายอากาศทั้งหมด N ตัว จะได้ค่าตัวประกอบแถวลำดับคือ

$$AF_z = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_z\right)}{\sin\left(\frac{\psi_z}{2}\right)} \quad (3.14)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับ

จากการสังเกตที่สนามระยะไกลดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นจะพบว่า สามารถแสดงรูปแบบของตัวประกอบแถวลำดับได้ใหม่ดังนี้

$$AF = \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS \cos(\gamma) + \beta)} \quad (3.15)$$

$$= \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)\psi} \quad \therefore \psi = kS \cos(\gamma) + \beta \quad (3.15ก)$$

โดย a_n คือ แอมพลิจูดของกระแสที่ป้อนให้กับสายอากาศแต่ละตัว

λ คือ มุมระหว่างแกนที่องค์ประกอบแต่ละตัวถูกนำมาจัดเรียงกันเป็นแถวลำดับ

จากรูปแบบของตัวประกอบแถวลำดับนี้ สามารถแสดงตัวประกอบแถวลำดับเมื่อองค์ประกอบ
ไม่แต่ละตัวจัดเรียงกันในแนวแกน $x y z$ ได้ดังนี้ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. เมื่อมีการจัดเรียงตัวกันบนแกน z ทั้งหมด N ตัว
จากสมการที่ 3.15

$$AF = \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS \cos(\gamma) + \beta)} \quad (3.16)$$

สามารถหา γ ได้จาก การคูณแบบจุด (Dot Product) ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit Vector) ในทิศทางของจุดสังเกต สามารถแสดงได้ดังนี้ $\therefore \cos(\gamma) = \hat{a}_z \cdot \hat{a}_r$

$$\hat{a}_z \cdot \hat{a}_r = |\hat{a}_z| |\hat{a}_r| \cos(\gamma) = \cos(\gamma)$$

$$\therefore \cos(\gamma) = \hat{a}_z \cdot \hat{a}_r$$

$$= \hat{a}_z \cdot \{ \hat{a}_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \hat{a}_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \hat{a}_z \cos(\theta) \}$$

$$= \cos(\theta)$$

$$\therefore \gamma = \theta$$

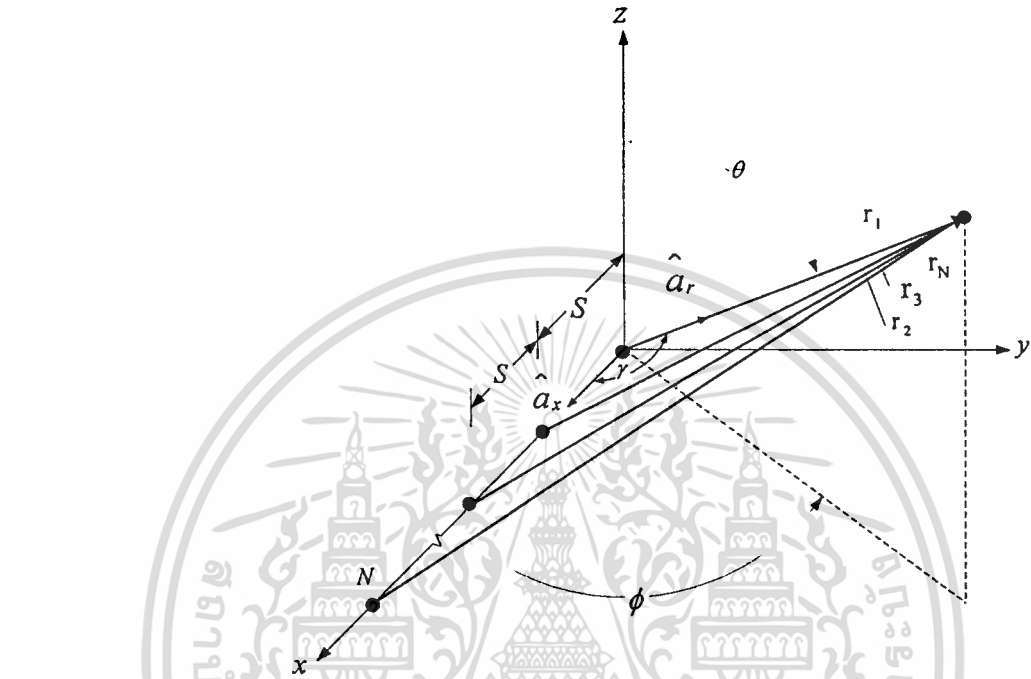
ได้ว่า

$$AF_z = \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS_z \cos(\theta) + \beta)} \quad (3.17)$$

ถ้าให้ \hat{a}_n มีค่าเท่ากับ 1 ในสายอากาศทุกๆ ตัว จะพบว่า ตัวประกอบแถวลำดับที่ได้เหมือนกับสมการที่ 3.7 ซึ่งเป็นตัวประกอบแถวลำดับของสายอากาศทั้งหมด N ตัว ที่วางตัวตามแกน z ดังนั้น เราจะใช้ตัวประกอบแถวลำดับรูปแบบนี้ในการหาตัวประกอบแถวลำดับของสายอากาศที่วางตัวตามแกน x และ y ต่อไป

2. กรณีวางตัวตามแกน x

สามารถแสดงการจัดวางได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 การจัดวางสายอากาศแถวลำดับจำนวน M ตัว บนแกน x

จาก

$$AF_x = \sum_{n=1}^M \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS_x \cos(\gamma) + \beta)}$$

$$\cos(\gamma) = \hat{a}_x \cdot \hat{a}_r$$

$$= \hat{a}_x \cdot \{ \hat{a}_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \hat{a}_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \hat{a}_z \cos(\theta) \}$$

$$\therefore \gamma = \cos^{-1}(\sin(\theta) \cos(\phi))$$

ถ้าให้ \hat{a}_n มีค่าเท่ากับ 1 ในสายอากาศทุก ๆ ตัว ได้ว่า

$$AF_x = \sum_{n=1}^M e^{j(n-1)(kS_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \beta)} \quad (3.18)$$

$$AF_x = \frac{e^{jM\psi_x} - 1}{e^{j\psi_x} - 1}$$

$$= \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_x} \left(e^{j\frac{M}{2}\psi_x} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_x} \right)}{e^{j\frac{M}{2}\psi_x} \left(e^{j\frac{\psi_x}{2}} - e^{-j\frac{\psi_x}{2}} \right)}$$

$$\therefore AF_x = e^{j\frac{(M-1)}{2}\psi_x} \left[\frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_x\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right)} \right] \quad (3.19)$$

เมื่อ M คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในแนวแกน x

แต่โดยทั่วไปแล้ว เราจะกำหนดจุดอ้างอิงไว้ที่จุดกึ่งกลางของสายอากาศทั้งหมดในแถวลำดับ จาก [19] กรณีของแถวลำดับในแกน z จะพบว่า ไม่ว่าจะมียานสายอากาศเป็นจำนวนคี่หรือจำนวนคู่ในแถวลำดับ ก็จะได้ค่าตัวประกอบแถวลำดับเหมือนกัน ได้ว่า

$$AF_x \left(e^{j\frac{\psi_x}{2}} - e^{-j\frac{\psi_x}{2}} \right) = e^{j\frac{\psi_x}{2}} - e^{-j\frac{\psi_x}{2}}$$

$$AF_x = \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_x} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_x}}{e^{j\frac{\psi_x}{2}} - e^{-j\frac{\psi_x}{2}}}$$

$$\therefore AF = \frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_x\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right)} \quad (3.20)$$

เมื่อ M คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงลำดับในแนวแกน x

3. กรณีวางตัวตามแกน y

จากสมการที่ 3.15

$$AF = \sum_{n=1}^N a_n e^{j(n-1)(kS \cos(\gamma) + \beta)}$$

$$\cos(\gamma) = \hat{a}_y \cdot \hat{a}_r$$

$$= \hat{a}_y \cdot \{ \hat{a}_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \hat{a}_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \hat{a}_z \cos(\theta) \}$$

$$\therefore \gamma = \cos^{-1}(\sin(\theta) \sin(\phi))$$

ถ้าให้ \hat{a}_n มีค่าเท่ากับ 1 ในสายอากาศทุกๆ ตัว ได้ว่า

$$AF_y = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kS_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \beta)} \quad (3.21)$$

จัดรูปใหม่ โดยให้ $\psi_y = (kS_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \beta)$ ได้ว่า

$$AF_y = \frac{e^{jN\psi_y} - 1}{e^{j\psi_y} - 1}$$

$$= \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_y} \left(e^{j\frac{M}{2}\psi_y} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_y} \right)}{e^{j\frac{\psi_y}{2}} \left(e^{j\frac{\psi_y}{2}} - e^{-j\frac{\psi_y}{2}} \right)}$$

$$\therefore AF_y = e^{j\frac{(n-1)}{2}\psi_y} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_y\right)}{\sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)} \right] \quad (3.22)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในแนวแกน y

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นประโยชน์หรือมีข้อสงสัย กรุณา
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อกำหนดจุดอ้างอิงไว้ที่จุดกึ่งกลางของสายอากาศทุกตัวในแถวลำดับ จะได้ว่า

$$AF_y \left(e^{j\frac{\psi_y}{2}} - e^{-j\frac{\psi_y}{2}} \right) = e^{j\frac{M}{2}\psi_y} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_y}$$

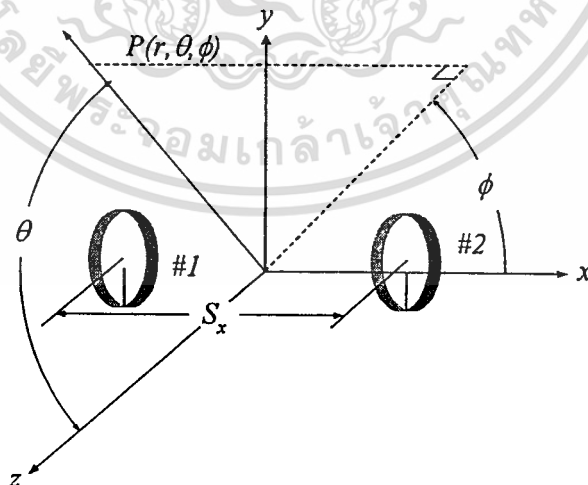
$$AF_y = \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_y} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_y}}{e^{j\frac{\psi_y}{2}} - e^{-j\frac{\psi_y}{2}}}$$

$$\therefore AF_y = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_y\right)}{\sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)} \quad (3.23)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในแนวแกน y

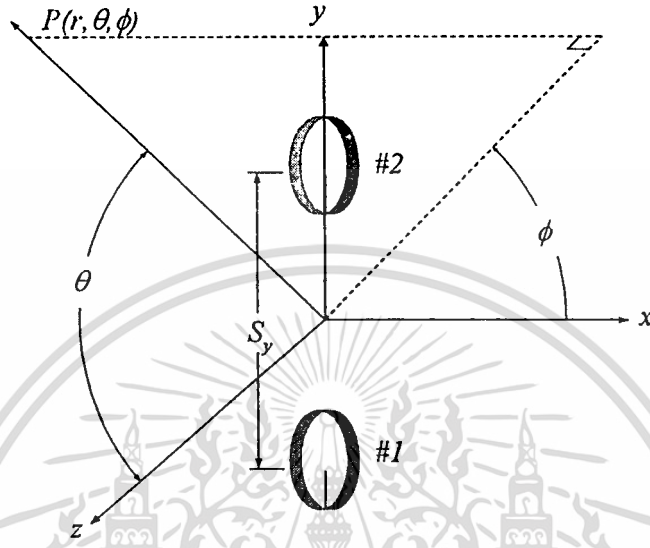
3.2.1 ตัวอย่างการจัดเรียงสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้น

1. การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในแนวแกน x (แบบ Side by Side)



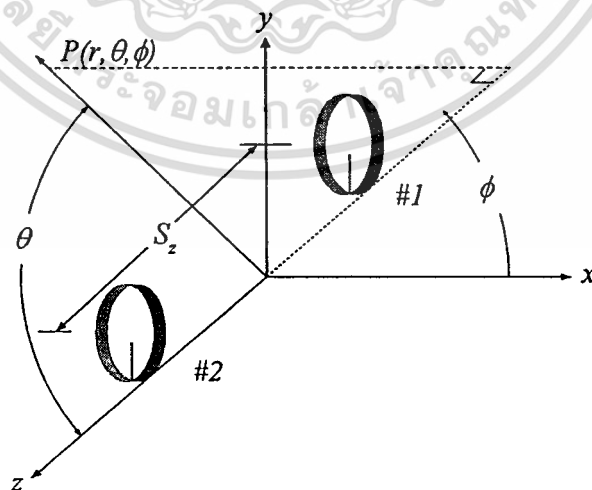
รูปที่ 3.6 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบ Side by Side

2. การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในแนวแกน y (แบบ Collinear)



รูปที่ 3.7 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบ Collinear

3. การจัดเรียงลำดับเชิงเส้นในแนวแกน z (แบบ Face to Face)



รูปที่ 3.8 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบ Face to Face

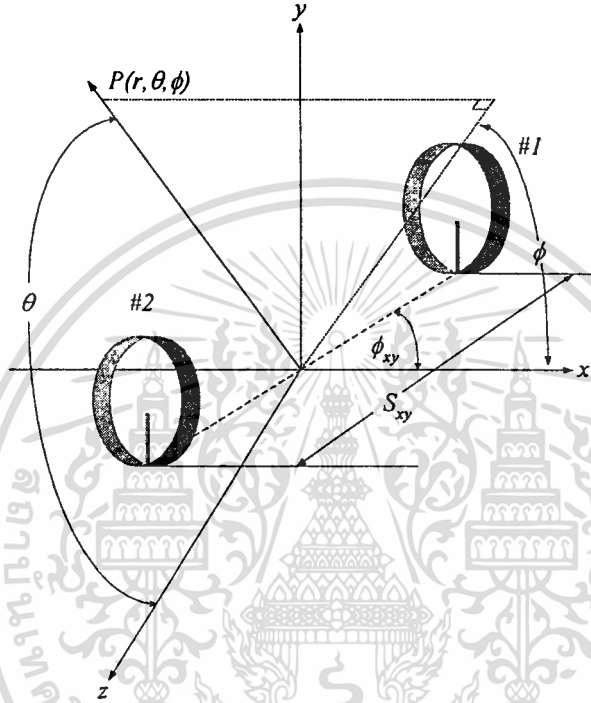
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 สายอากาศเชิงเส้นนอกแนวแกน

การจัดเรียงสายอากาศแบบแถวเชิงเส้นนอกแนวแกน

3.3.1 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xy

คือ การจัดวางตัวในแนวแกน x แต่ทำมุม ϕ กับแกน x โดยแต่ละตัววางห่างกัน β_{xy} และมีเฟสเป็น β_{xy} สามารถแสดงการจัดเรียงสายอากาศในระนาบ xy ได้ดังรูปที่ 2.15



รูปที่ 3.9 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xy

ดังนั้น ตัวประกอบแถวลำดับที่ได้สำหรับแถวลำดับในระนาบ xy สามารถแสดงได้ดังนี้ จากสมการที่ 3.13

$$AF_{xy} = \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS_{xy} \cos(\gamma) + \beta)}$$

$$\cos(\gamma) = \hat{a}_{xy} \cdot \hat{a}_r$$

$$= \hat{a}_{xy} \cdot \{ \hat{a}_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \hat{a}_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \hat{a}_z \cos(\theta) \}$$

โดยที่

$$\hat{a}_{xy} = \hat{a}_x \sin(\theta_{xy}) \cos(\phi_{xy}) + \hat{a}_y \sin(\theta_{xy}) \sin(\phi_{xy}) + \hat{a}_z \cos(\theta_{xy})$$

เนื่องจากอยู่ในระนาบ xy จะพบว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงให้ $\theta_{xy} = 90^\circ$ ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\therefore \gamma = \cos^{-1}(\sin(\theta) \cdot \cos(\phi - \phi_{xy}))$$

ถ้าให้ $\hat{\alpha}_n$ มีค่าเท่ากับ 1 ในสายอากาศทุกๆ ตัว ได้ว่า

$$AF_{xy} = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kS_{xy}\sin(\theta)\sin(\phi) + \beta)} \quad (3.24)$$

จัดรูปใหม่ โดยให้ $\psi_{xy} = (kS_{xy}\sin(\theta)[\cos(\phi - \phi_{xy})] + \beta_{xy})$ ได้ว่า

$$\begin{aligned} AF_{xy} &= \frac{e^{jN\psi_{xy}} - 1}{e^{j\psi_{xy}} - 1} \\ &= \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_{xy}} \left(e^{j\frac{M}{2}\psi_{xy}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{xy}} \right)}{e^{j\frac{\psi_{xy}}{2}} \left(e^{j\frac{\psi_{xy}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{xy}}{2}} \right)} \\ \therefore AF_{xy} &= e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi_{xy}} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_{xy}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_{xy}}{2}\right)} \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในระนาบ xy

เมื่อกำหนดจุดอ้างอิงไว้ที่จุดกึ่งกลางของสายอากาศทุกตัวในแถวลำดับ จะได้ว่า

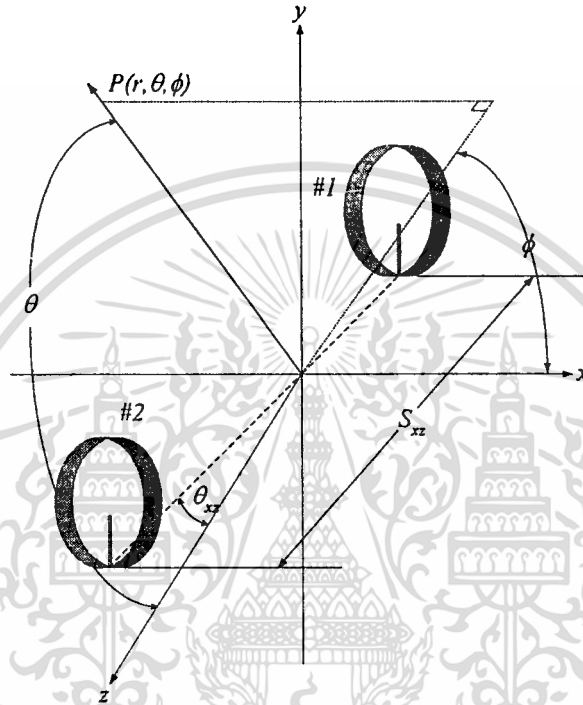
$$AF_{xy} \left(e^{j\frac{\psi_{xy}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{xy}}{2}} \right) = e^{j\frac{M}{2}\psi_{xy}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{xy}}$$

$$AF_{xy} = \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_{xy}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{xy}}}{e^{j\frac{\psi_{xy}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{xy}}{2}}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\therefore AF_{xy} = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_{xy}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_{xy}}{2}\right)} \quad (3.26)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในระนาบ xy
การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xz



รูปที่ 3.10 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ xz

คือ การจัดเรียงในแนวแกน z แต่ทำมุม θ กับแกน z โดยแต่ละตัววางห่างกัน S_{xz}
และมีเฟสเป็น β_{xz} สามารถแสดงการจัดเรียงสายอากาศในระนาบ xz

ดังนั้น ตัวประกอบแถวลำดับที่ได้สำหรับแถวลำดับในแนว xz สามารถแสดงได้ดังนี้

จากสมการ 3.19

$$AF_{xy} = \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS_{xy} \cos(\gamma) + \beta)}$$

$$\cos(\gamma) = \hat{a}_{xz} \cdot \hat{a}_r$$

$$= \hat{a}_{xz} \cdot \{ \hat{a}_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \hat{a}_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \hat{a}_z \cos(\theta) \}$$

โดยที่

$$\hat{a}_{xz} = \hat{a}_x \sin(\theta_{xz}) \cos(\phi_{xz}) + \hat{a}_y \sin(\theta_{xz}) \sin(\phi_{xz}) + \hat{a}_z \cos(\theta_{xz})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
เนื่องจากอยู่ในระนาบ xy จะพบว่า

$$\phi_{xz} = 0^\circ$$

$$\therefore \gamma = \cos^{-1}(\sin(\theta_{xz})\sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\theta_{xz})\cos(\theta))$$

ถ้าให้ \hat{a}_n มีค่าเท่ากับ 1 ในสายอากาศทุก ๆ ตัว ได้ว่า

$$AF_{xz} = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kS\sin(\theta)\sin(\phi)+\beta)} \quad (3.27)$$

จัดรูปใหม่ โดยให้ $\psi_{xz} = (kS_{xz}\sin(\theta_{xz})\sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\theta_{xz})\cos(\theta))$ ได้ว่า

$$\begin{aligned} AF_{xz} &= \frac{e^{jN\psi_{xz}} - 1}{e^{j\psi_{xz}} - 1} \\ &= \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_{xz}} \left(e^{j\frac{M}{2}\psi_{xz}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{xz}} \right)}{e^{j\frac{\psi_{xz}}{2}} \left(e^{j\frac{\psi_{xz}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{xz}}{2}} \right)} \\ \therefore AF_{xz} &= e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi_{xz}} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_{xz}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_{xz}}{2}\right)} \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงลำดับในระนาบ xz

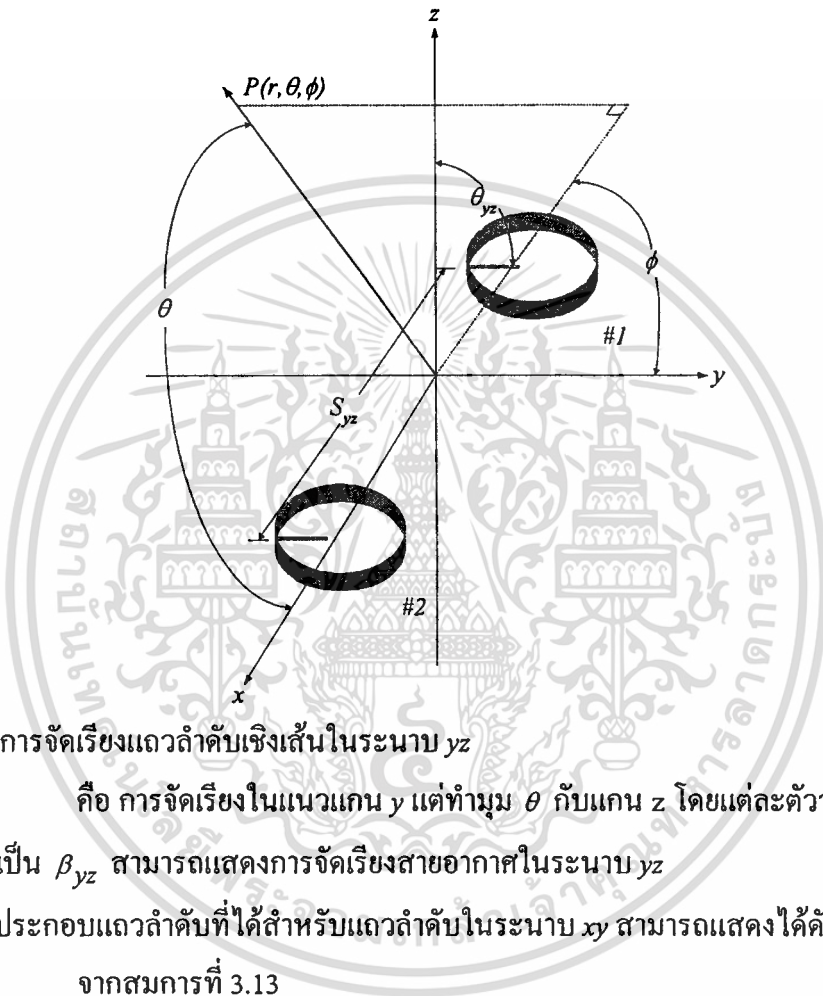
เมื่อกำหนดจุดอ้างอิงไว้ที่กึ่งกลางของสายอากาศทุกตัวในแถวลำดับ จะได้ว่า

$$AF_{xz} \left(e^{j\frac{\psi_{xz}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{xz}}{2}} \right) = e^{j\frac{M}{2}\psi_{xz}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{xz}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ $AF_{xz} = \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_{xz}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{xz}}}{e^{j\frac{\psi_{xz}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{xz}}{2}}}$ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\therefore AF_{xz} = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_{xz}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_{xz}}{2}\right)} \tag{3.29}$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในระนาบ xz
 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ yz



รูปที่ 3.11 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นในระนาบ yz

คือ การจัดเรียงในแนวแกน y แต่ทำมุม θ กับแกน z โดยแต่ละตัววางห่างกัน S_{yz}
 และมีเฟสเป็น β_{yz} สามารถแสดงการจัดเรียงสายอากาศในระนาบ yz
 ดังนั้น ตัวประกอบแถวลำดับที่ได้สำหรับแถวลำดับในระนาบ xy สามารถแสดงได้ดังนี้
 จากสมการที่ 3.13

$$AF_{yz} = \sum_{n=1}^N \hat{a}_n e^{j(n-1)(kS_{yz} \cos(\gamma) + \beta)}$$

$$\cos(\gamma) = \hat{a}_{xz} \cdot \hat{a}_r$$

$$= \hat{a}_{xz} \cdot \{ \hat{a}_x \sin(\theta) \cos(\phi) + \hat{a}_y \sin(\theta) \sin(\phi) + \hat{a}_z \cos(\theta) \}$$

โดยที่

$$\hat{a}_{yz} = \hat{a}_x \sin(\theta_{yz}) \cos(\phi_{yz}) + \hat{a}_y \sin(\theta_{yz}) \sin(\phi_{yz}) + \hat{a}_z \cos(\theta_{yz})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับลิขสิทธิ์และจะเผยแพร่โดยไม่คิดค่า
 เนื่องจากอยู่ในระนาบ xy จะพบว่า ไม่ว่ากรณีใดก็ตาม ขั้วทิศทางมีแต่เปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi_{yz} = 0^\circ$$

$$\therefore \gamma = \cos^{-1}(\sin(\theta_{yz})\sin(\theta)\cos(\phi) + \cos(\theta_{yz})\cos(\theta))$$

ถ้าให้ \hat{a}_n มีค่าเท่ากับ 1 ในสายอากาศทุก ๆ ตัว ได้ว่า

$$AF_{yz} = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kS_{yz}\sin(\theta)\sin(\phi) + \beta)} \quad (3.30)$$

จัดรูปใหม่ โดยให้ $\psi_{yz} = (kS_{yz}\sin(\theta_{yz})\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\theta_{yz})\cos(\theta))$ ได้ว่า

$$\begin{aligned} AF_{yz} &= \frac{e^{jN\psi_{yz}} - 1}{e^{j\psi_{yz}} - 1} \\ &= \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_{yz}} \left(e^{j\frac{M}{2}\psi_{yz}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{yz}} \right)}{e^{j\frac{\psi_{yz}}{2}} \left(e^{j\frac{\psi_{yz}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{yz}}{2}} \right)} \\ \therefore AF_{yz} &= e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi_{yz}} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_{yz}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_{yz}}{2}\right)} \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในระนาบ yz

เมื่อกำหนดจุดอ้างอิงไว้ที่จุดกึ่งกลางของสายอากาศทุกตัวในแถวลำดับ จะได้ว่า

$$AF_{yz} \left(e^{j\frac{\psi_{yz}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{yz}}{2}} \right) = e^{j\frac{M}{2}\psi_{yz}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{yz}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อ $AF_{yz} = \frac{e^{j\frac{M}{2}\psi_{yz}} - e^{-j\frac{M}{2}\psi_{yz}}}{e^{j\frac{\psi_{yz}}{2}} - e^{-j\frac{\psi_{yz}}{2}}}$ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา แต่ต้องอ้างถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

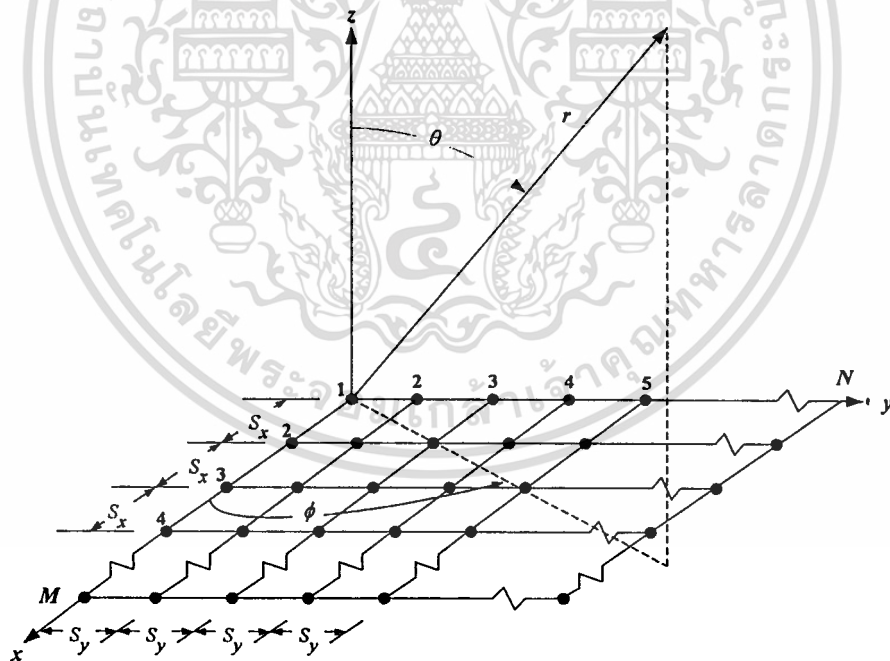
$$\therefore AF_{yz} = \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_{yz}\right)}{\sin\left(\frac{\psi_{yz}}{2}\right)} \quad (3.32)$$

เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในระนาบ yz

3.4 สายอากาศแถวลำดับเชิงระนาบ

กรณีวางตัวแบบระนาบ(Planar)

คือ การรวมกันระหว่างแถวลำดับในแนวแกน x และแถวลำดับในแนวแกน y โดยให้สายอากาศแต่ละตัวในแนวแกน x มีจำนวนทั้งหมด M ตัว แต่ละตัวห่างกัน S_x และเฟสเป็น β_x สามารถแสดงการจัดเรียงสายอากาศแบบระนาบ ได้ดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 3.12 การจัดเรียงสายอากาศแบบระนาบ

ดังนั้น ตัวประกอบแถวลำดับที่ได้สำหรับ [20] แถวลำดับแบบระนาบ คือ การคูณกันระหว่างตัวประกอบแถวลำดับในแนวแกน x กับตัวประกอบแถวลำดับในแนวแกน y ได้ว่า

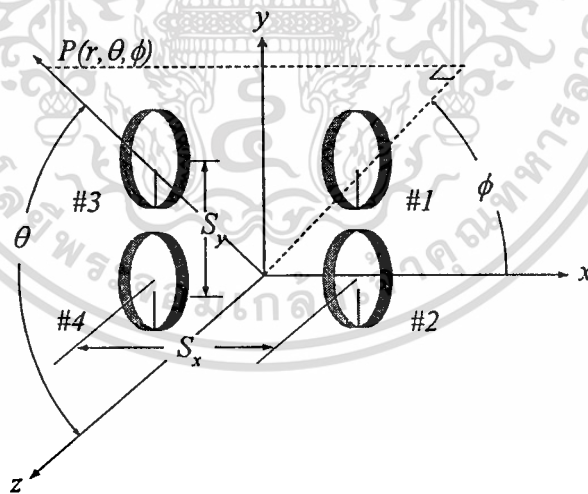
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

$$AF = e^{j\left(\frac{M-1}{2}\right)\psi_x} \left[\frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_x\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right)} \right] e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi_y} \left[\frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi_y\right)}{\sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)} \right] \quad (3.34)$$

เมื่อพิจารณากรณีที่อยู่กึ่งกลางของสายอากาศแต่ละตัว จะได้ว่า

$$AF = \frac{\sin\left(\frac{M}{2}\psi_x\right) \sin\left(\frac{N}{2}\psi_y\right)}{\sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right)} \quad (3.35)$$

เมื่อ M คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในแนวแกน x
 เมื่อ N คือ จำนวนสายอากาศทั้งหมดที่นำมาจัดเรียงเป็นแถวลำดับในแนวแกน y
 แสดงรูปการจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบระนาบ (Planar)



รูปที่ 3.13 การจัดเรียงแถวลำดับเชิงเส้นแบบระนาบ

3.5 สรุป

ในบทนี้อธิบายเกี่ยวกับทางด้านทฤษฎีของแฉวลำดับ โดยได้นำเสนอทั้งแฉวลำดับในแนวแกนซึ่งมีทั้งแนวแกน x , y และ z และนอกแนวแกนในระนาบ xy , xz , และ yz และอีกทั้งได้แสดงการหาแฉวลำดับเชิงระนาบเพื่อศึกษาและแสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆของแฉวลำดับอีกทั้งยังได้แสดงรูปแบบการวางแฉวลำดับในแบบต่างๆเพื่อความเข้าใจในการศึกษาแฉวลำดับว่ามีรูปแบบใดบ้างและในบทต่อไปจะได้ใช้ไปหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในการทำแฉวลำดับว่าในการทำแฉวลำดับแบบใดที่ให้ค่าอัตราขยายซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่สำคัญของสายอากาศได้มากที่สุด



บทที่ 4

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ

4.1 การพิจารณาคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่น

ในหัวข้อนี้จะแสดงคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศสิ่งที่พิจารณาคือ ความหนาของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบว่าถ้ามีขนาดของวงแหวนเพิ่มมากขึ้นจะมีคุณลักษณะแตกต่างจากกันหรือไม่และเมื่อทำแล้วลำดับแล้วแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นเปลี่ยนแปลงอย่างไร

4.1.1 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น (Radiation Pattern)

แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น คือ รูปภาพที่ใช้เพื่อเป็นตัวบอกว่าทิศทางต่างๆ รอบตัวสายอากาศสายอากาศมีการแพร่กระจายคลื่นเป็นอย่างไรมีอยู่ 2 รูปแบบ คือแบบ (Rectangular) กับแบบ (Polar) ซึ่งแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูด (Amplitude) ของสนาม (Field) หรือกำลังงาน (Power) กับทิศทาง (Direction) ของการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศซึ่งแสดงในรูปของมุม (Angle) ในหน่วยองศา (Degree) หรือเรเดียน (Radian)

4.1.2 ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น

ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่น คือ กำลังงานที่แพร่กระจายออกจากสายอากาศต่อหน่วยมุมตัน (ตลอดพื้นผิวทรงกลม) แสดงความสัมพันธ์ของความเข้มการแพร่กระจายคลื่นกับสนามไฟฟ้าของสายอากาศในระยะไกล ได้ดังนี้

$$U(\theta, \phi) = \frac{r^2}{2 \cdot \eta} \cdot [|E_\theta(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2] \quad (4.1)$$

เมื่อ E_θ , E_ϕ คือ องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในระยะสนามระยะไกล

เมื่อ η คือ อินทริเนสิกอิมพีแดนซ์ (Intrinsic Impedance) ของตัวกลาง

4.1.3 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางทิศทาง (Directivity)

ค่าสภาพเจาะจงทิศทางทิศทาง คือ ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้แสดงว่า สายอากาศมีความแรงที่ทิศทางต่างๆ มากน้อยแค่ไหน ซึ่งวัดในหน่วยของ dBi เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$D_0 = \frac{4\pi U_{\max}}{P_{\text{rad}}} \quad (4.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ P_{rad} คือ กำลังงานที่แพร่กระจายคลื่นทั้งหมด

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (4.3)$$

4.1.4 อัตราขยาย (Gain)

อัตราขยาย คือ ความสัมพันธ์ที่ได้มาจากค่าการชี้ทิศทาง โดยรวมประสิทธิภาพของสายอากาศเข้ามาด้วย ประสิทธิภาพของสายอากาศจะประกอบไปด้วย ประสิทธิภาพเกี่ยวกับการสะท้อนกลับ ประสิทธิภาพของตัวนำ และประสิทธิภาพของฉนวน

$$\text{Gain} = \text{Directivity} \times \text{Efficiency of antenna} \quad (4.4)$$

4.1.5 ระดับของลำคลื่นย่อยแรก (First Side Lobe Level : FSSL)

ระดับของลำคลื่นย่อยแรก คือ อัตราส่วนระหว่างระดับลำคลื่นย่อยแรกต่อระดับลำคลื่นหลัก

$$\text{FSSL} = \text{Side lobe Level(dB)} - \text{Main Lobe Level(dB)} \quad (4.5)$$

4.1.6 ค่าความกว้างลำคลื่นจุดศูนย์คู่แรก (First Null Beamwidth)

ค่าความกว้างลำคลื่นจุดศูนย์คู่แรก คือ มุมที่วัดระหว่างจุดที่ความเข้มของการแพร่กระจายคลื่นในลำคลื่นหลักมีค่าลดลงเป็นศูนย์ โดยจะวัดในหน่วยขององศา (Degree)

$$\text{FNBW} = 2 \left| \theta_{(U=0dB)} - \theta_{(U=-\infty dB)} \right|$$

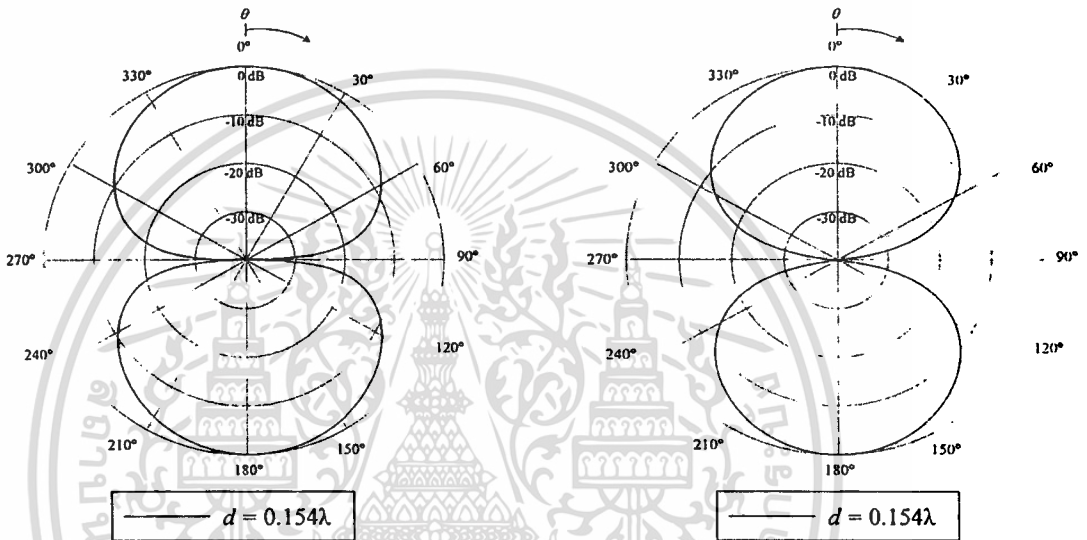
4.1.7 ค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง(Half-power beam width)

ค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเป็นคุณลักษณะหนึ่งที่สำคัญของสายอากาศ ทั้งนี้เพราะค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังเป็นสิ่งที่ใช้บ่งชี้ว่าคุณสมบัติของสายอากาศ โดยค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังมีความต้องการให้ขนาดความกว้างน้อยๆ ทั้งนี้เพื่อให้สายอากาศแพร่กระจายคลื่นไปยังทิศทางที่ต้องการมากขึ้นและมีการสูญเสียกำลังงานในส่วนที่ไม่ต้องการน้อยลง

$$\text{HPBW} = 2 \left| \theta_{(U=0dB)} - \theta_{(U=-3dB)} \right|$$

4.2 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

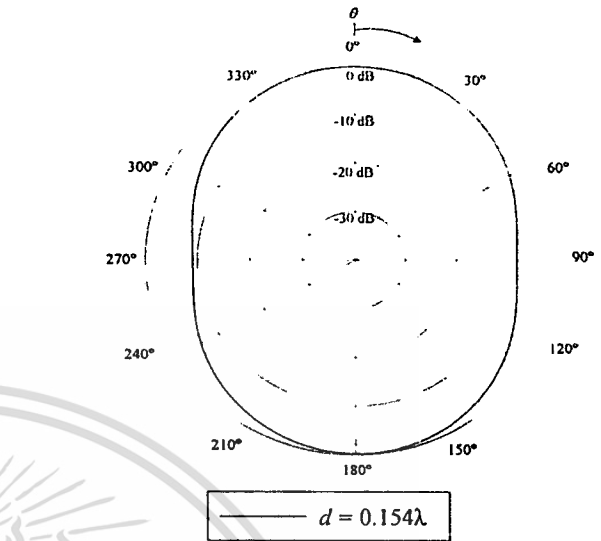
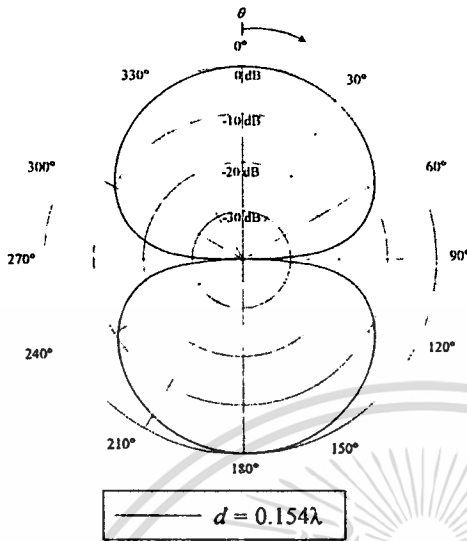
แสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบโดยใช้การคำนวณด้วยวิธีศักร์กเวกเตอร์ที่ความกว้างของวงแหวนวงกลม $d = 0.154\lambda$



รูปที่ 4.1(ก)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าด้วยวิธีศักร์กเวกเตอร์

รูปที่ 4.1(ข)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็กด้วยวิธีศักร์กเวกเตอร์

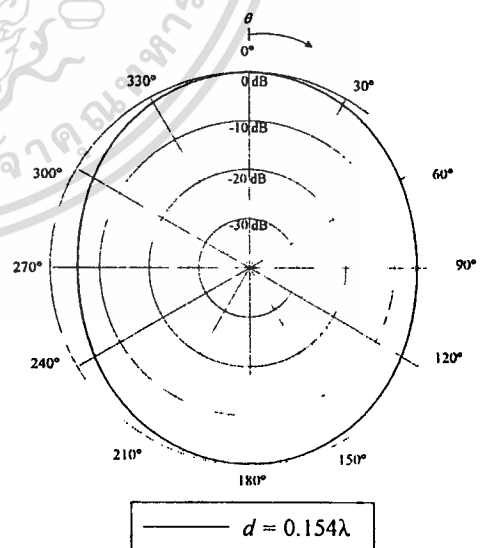
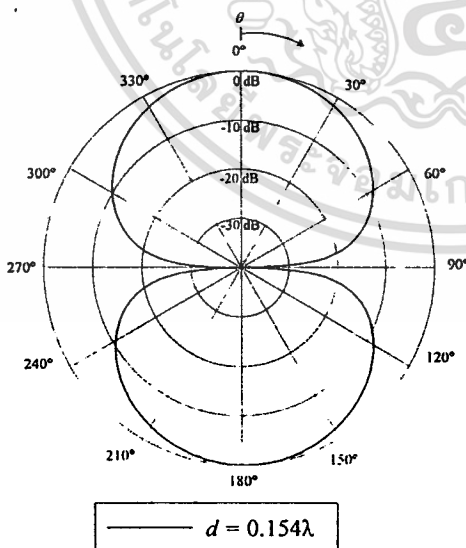
แสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบโดยใช้การคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2)ที่ความหนาของวงแหวนวงกลม $d = 0.154\lambda$



รูปที่ 4.2(ก)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นใน
ระนาบสนามไฟฟ้าด้วยวิธีโปรแกรมคำนวณ
แม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2)

รูปที่ 4.2(ข)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นใน
ระนาบสนามแม่เหล็กด้วยวิธี โปรแกรม
คำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2)

แสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบโดย
ใช้การคำนวณด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิกที่ความหนาของวงแหวนวงกลม $d = 0.154\lambda$



รูปที่ 4.3(ก)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นใน
ระนาบสนามไฟฟ้าวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก

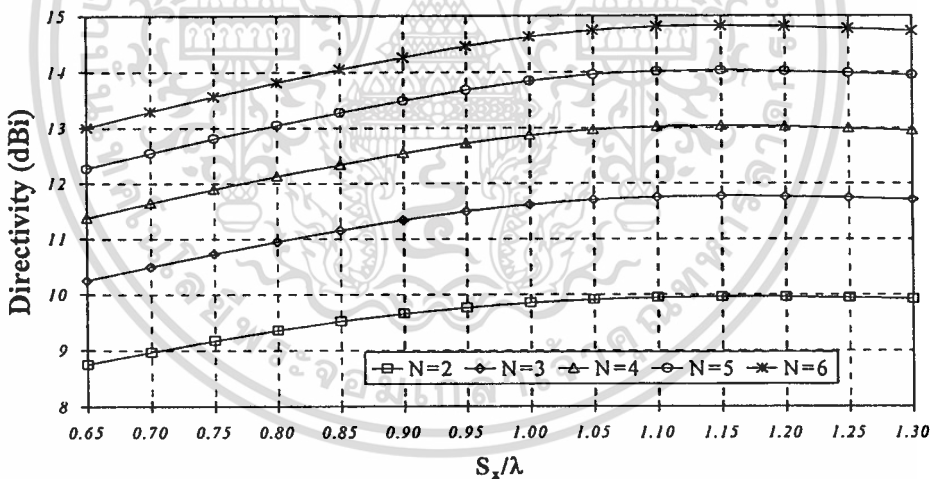
รูปที่ 4.3(ข)แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นใน
ระนาบสนามแม่เหล็กวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก

ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบค่าผลการคำนวณวิธีศักระยะเวกเตอร์ ฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิกและโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2)ที่ค่าความหนาวงแหวนวงกลม $d = 0.154\lambda$

$d = 0.154\lambda$	HPBW(E-plane)	HPBW(H-plane)	Gain
ศักระยะเวกเตอร์	72°	60°	6.816dBi
ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก	73°	75°	4.41dBi
โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2)	62°	86°	5.4dBi

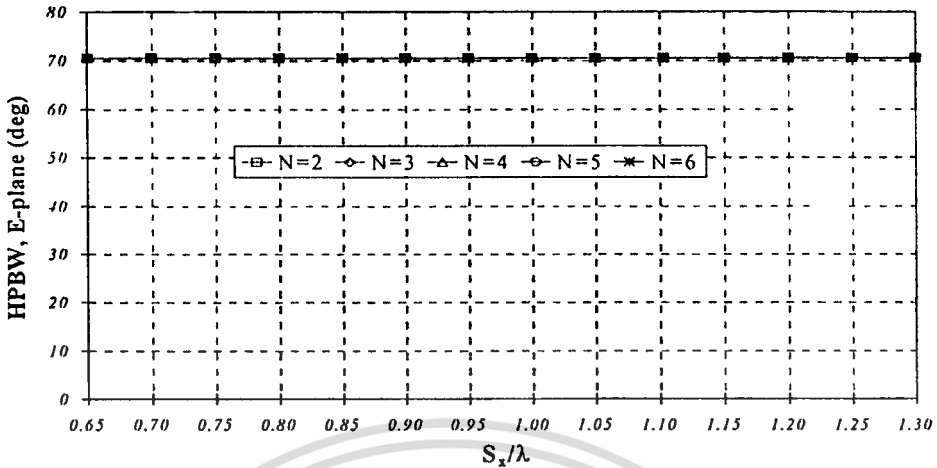
4.3 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side)



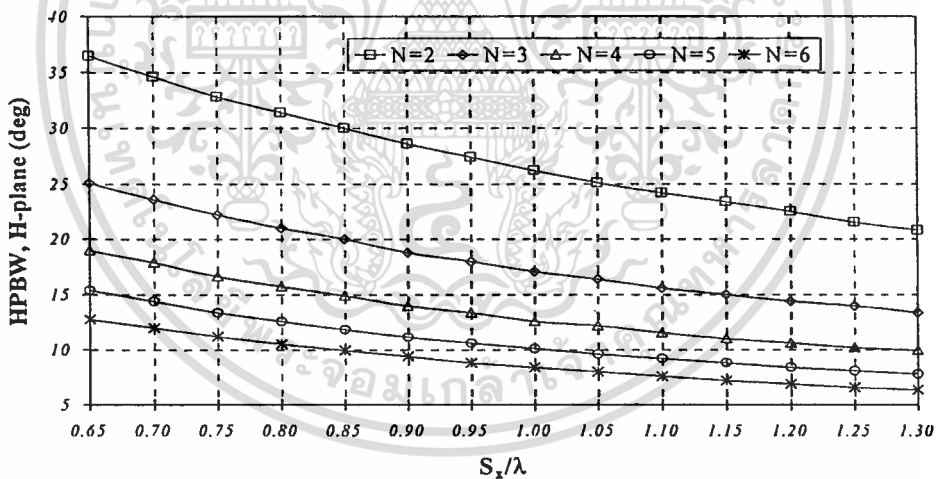
รูปที่ 4.4 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบ Side-by-side

จากรูปที่ 4.4 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบ Side-by-side ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับ 1.16λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มลดลง



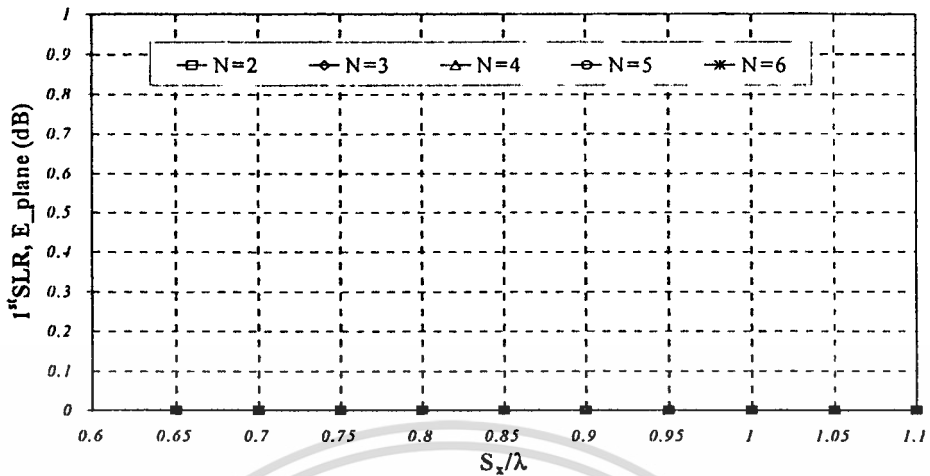
รูปที่ 4.5 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ Side-by-side

จากรูปที่ 4.5 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ Side-by-side จะคงอยู่ที่ 70.5 องศาตลอดไม่เปลี่ยนแปลงตามการเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



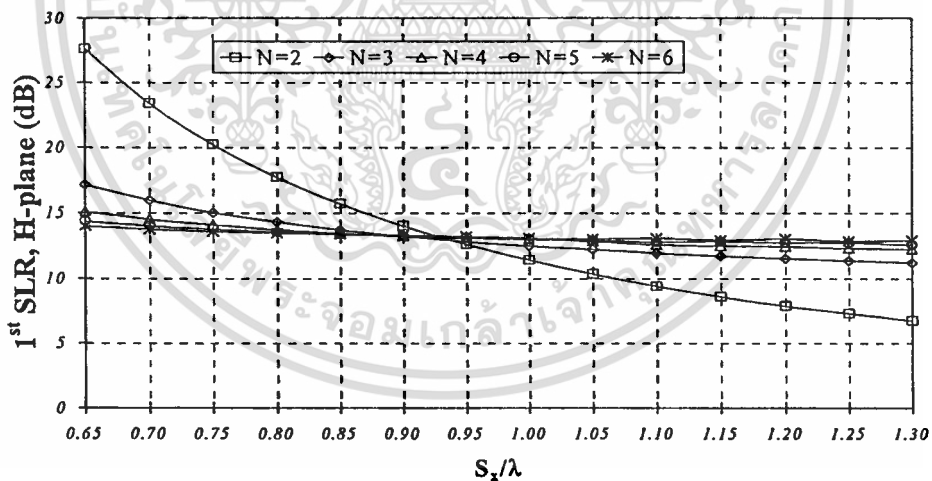
รูปที่ 4.6 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Side-by-side

จากรูปที่ 4.6 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Side-by-side มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.7 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบ Side-by-side

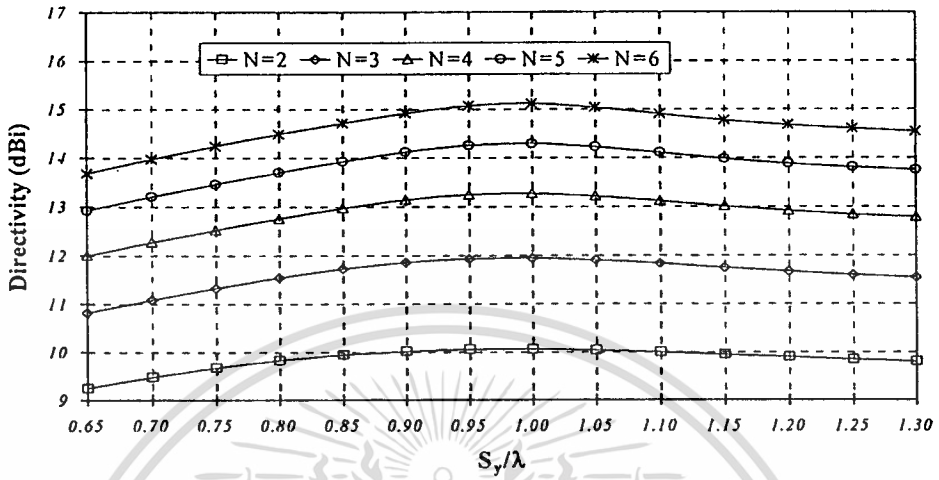
จากรูปที่ 4.7 พบว่าไม่เกิดอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบ Side-by-side เพราะว่ามีเฉพาะลำคลื่นหลักเกิดขึ้นเท่านั้น



รูปที่ 4.8 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบ Side-by-side

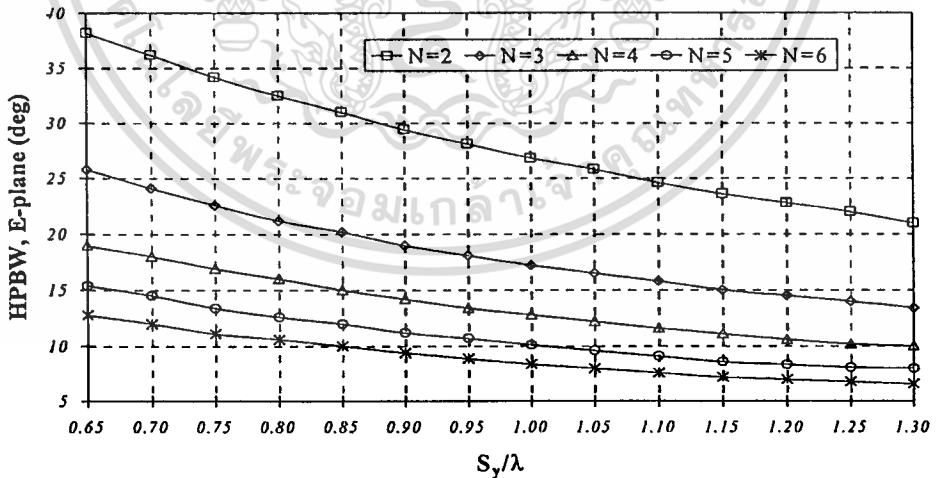
จากรูปที่ 4.8 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบ Side-by-side มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน y (Collinear)



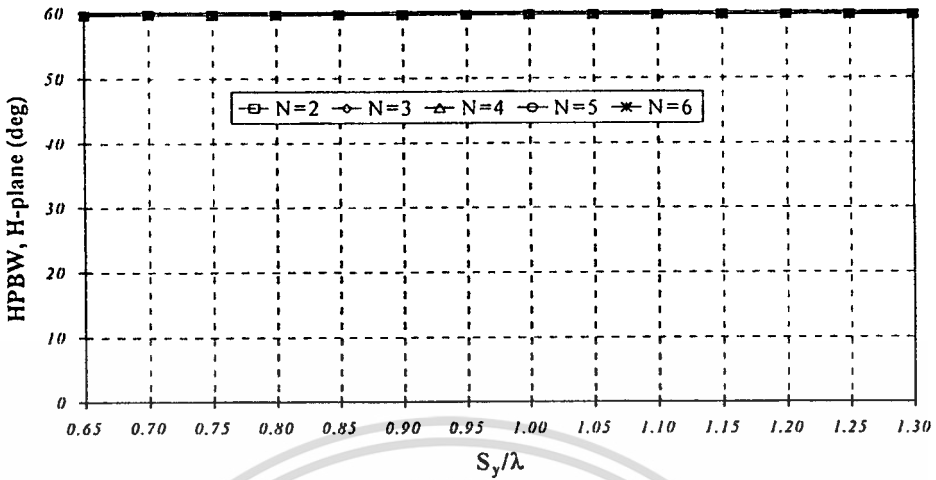
รูปที่ 4.9 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบ Collinear

จากรูปที่ 4.9 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบ Collinear ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับ 0.98λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มลดลง



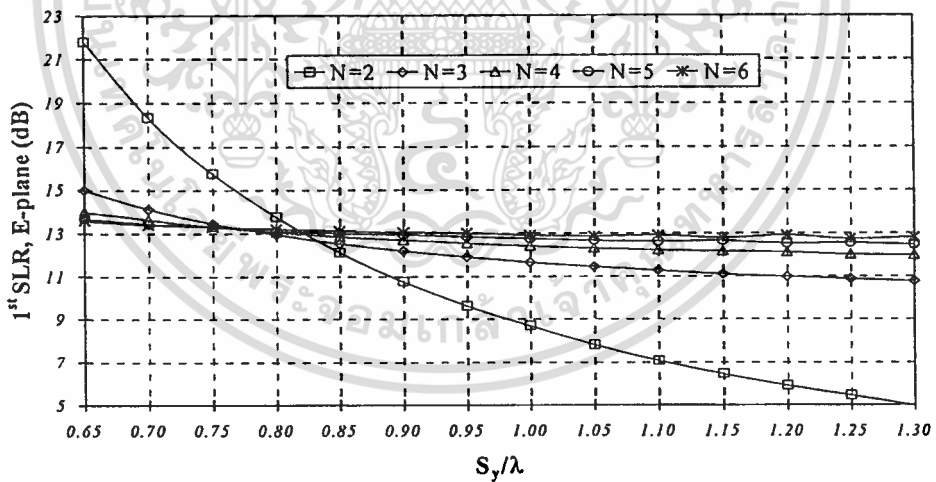
รูปที่ 4.10 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบ Collinear

จากรูปที่ 4.10 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบ Collinear จะลดลงตามการเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



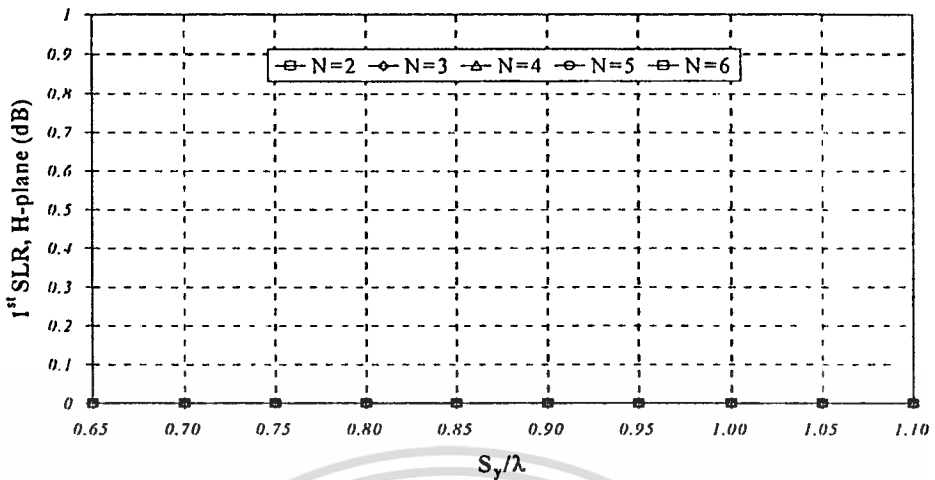
รูปที่ 4.11 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Collinear

จากรูปที่ 4.11 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Collinear จะคงอยู่ที่ 59.6 องศาตลอดไม่เปลี่ยนแปลงตามการเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.12 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ Collinear

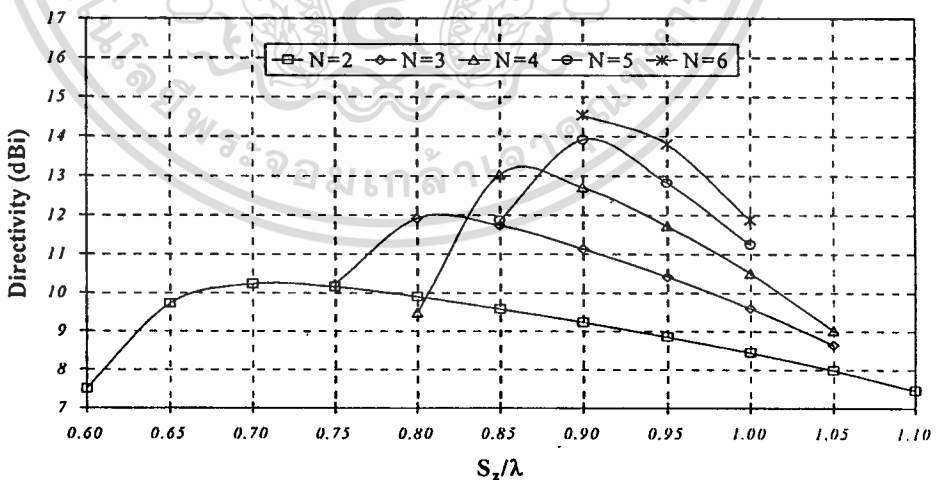
จากรูปที่ 4.12 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ Collinear มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.13 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Collinear

จากรูปที่ 4.13 พบว่าไม่เกิดอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Collinear เพราะว่ามีเฉพาะลำคลื่นหลักเกิดขึ้นเท่านั้น

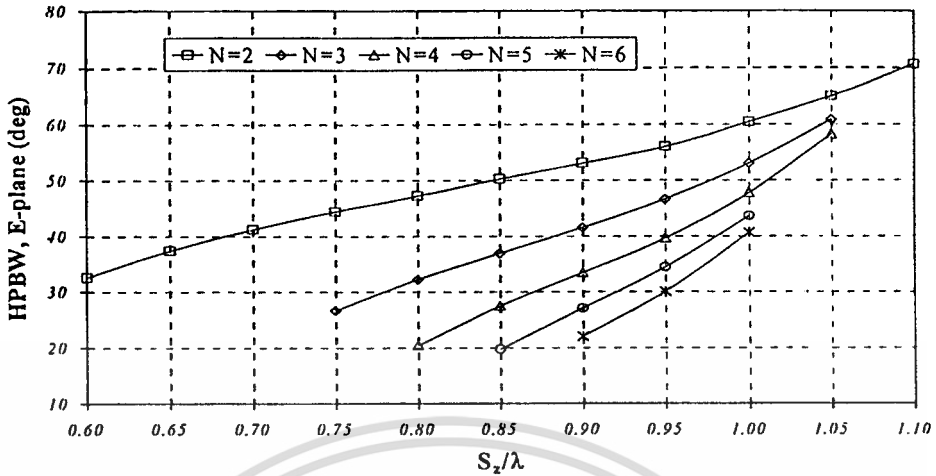
คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบโดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน z (Face-to-face)



รูปที่ 4.14 ค่าสภาพเจาะงทิตทางกรณีวางสายอากาศแบบ Face-to-face

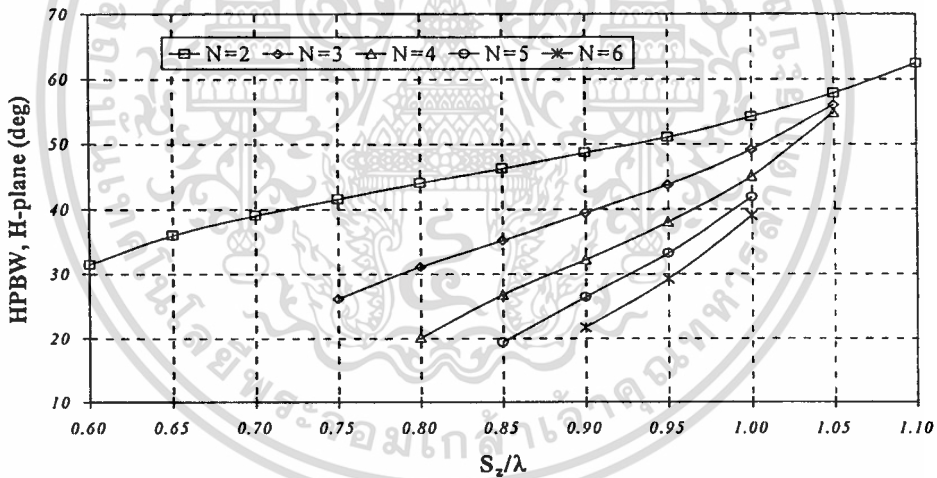
จากรูปที่ 4.14 พบว่าค่าสภาพเจาะงทิตทางกรณีวางสายอากาศแบบ Face-to-face ค่าสภาพเจาะงทิตทางจะเพิ่มขึ้นในช่วงแรกแล้วลดลง โดยมีระยะห่างระหว่างองค์ประกอบที่ค่าสภาพเจาะงทิตทางสูงสุดเปลี่ยนแปลงตามจำนวนองค์ประกอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ซึ่งลิขสิทธิ์ของหน่วยงานนั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



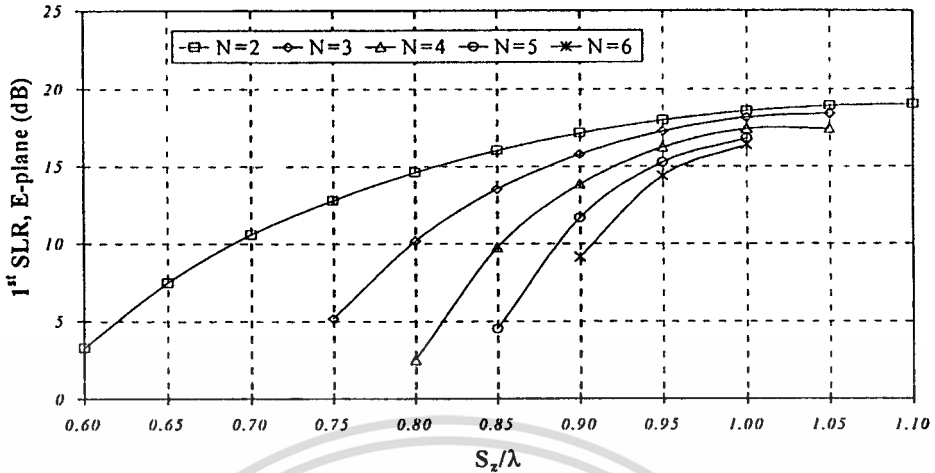
รูปที่ 4.15 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบ Face-to-face

จากรูปที่ 4.15 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบ Face-to-face มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



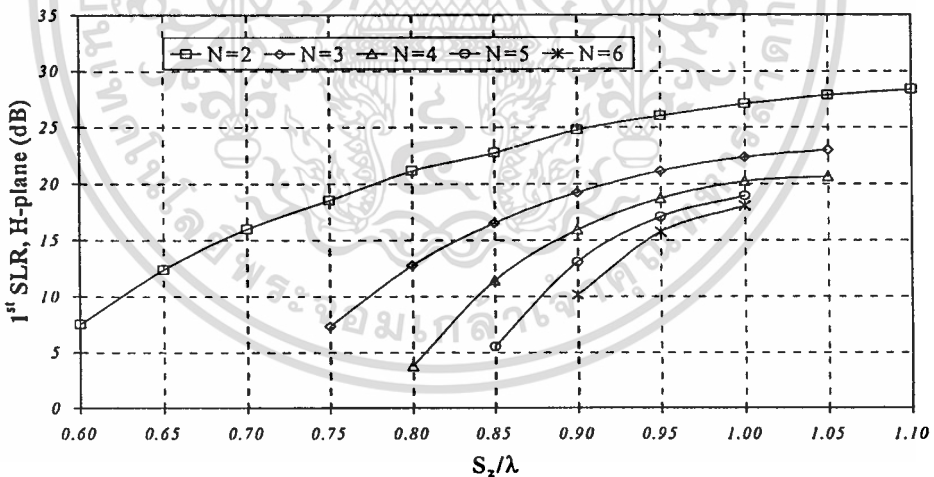
รูปที่ 4.16 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบ Face-to-face

จากรูปที่ 4.16 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบ Face-to-face จะเพิ่มขึ้นตามการเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.17 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ Face-to-face

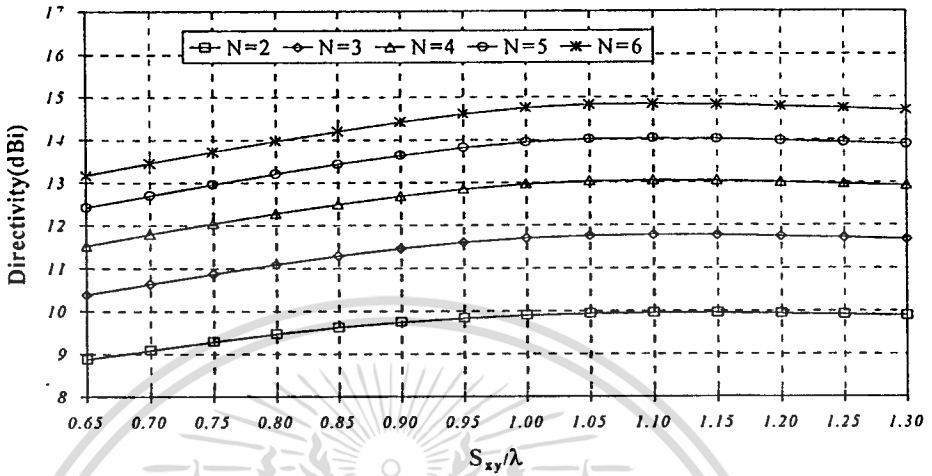
จากรูปที่ 4.17 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบ Face-to-face มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.18 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Face-to-face

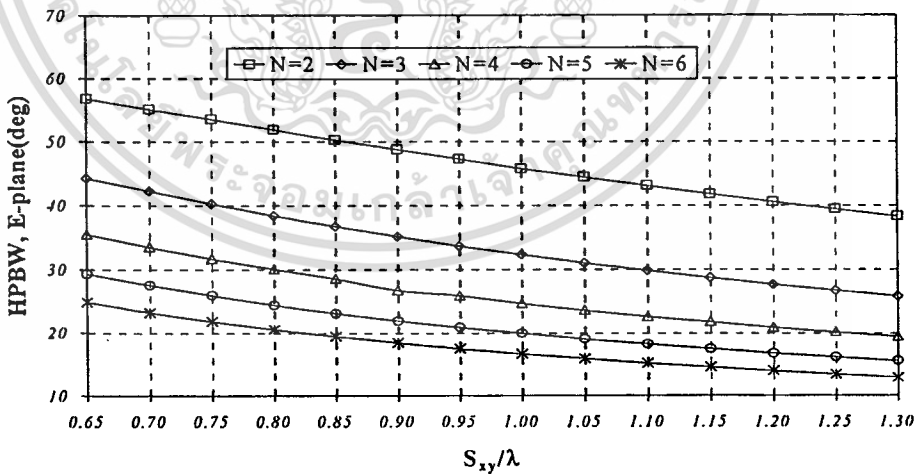
จากรูปที่ 4.18 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบ Face-to-face มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$



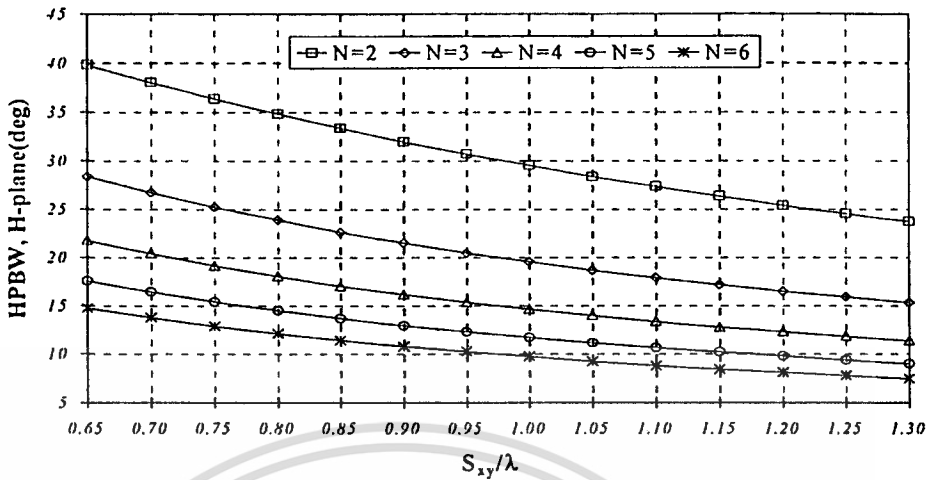
รูปที่ 4.19 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

จากรูปที่ 4.19 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับ 1.16λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มลดลง



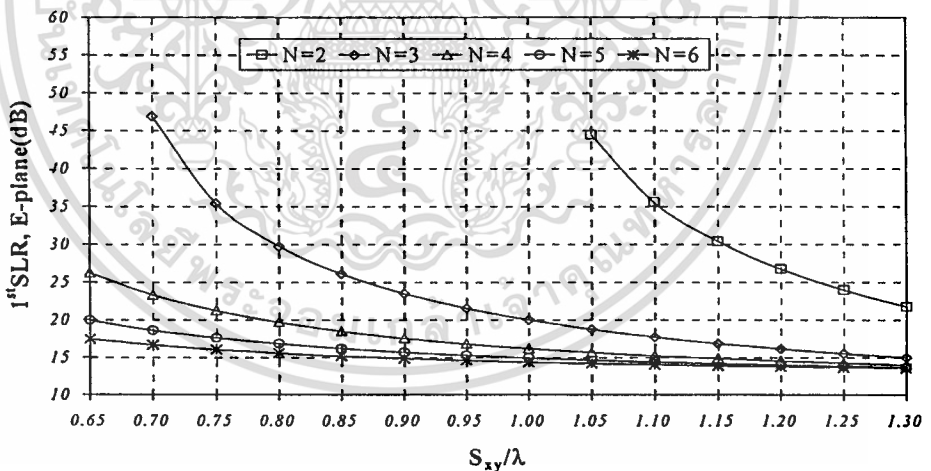
รูปที่ 4.20 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

จากรูปที่ 4.20 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



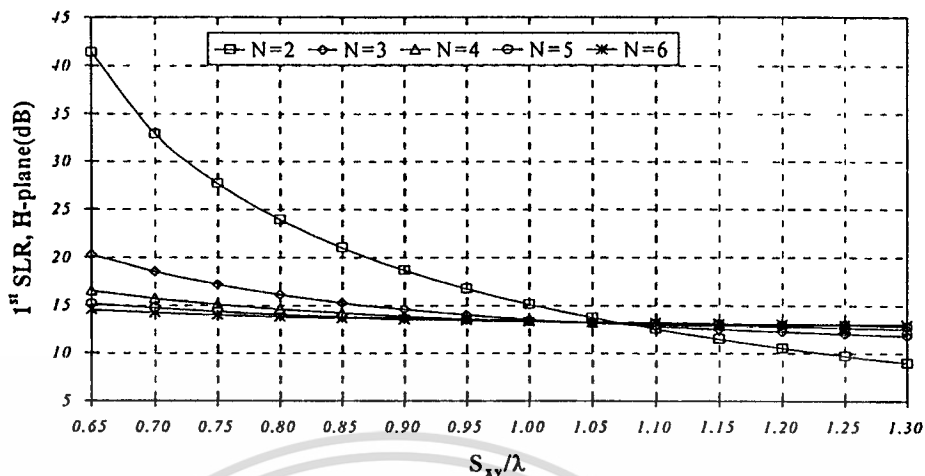
รูปที่ 4.21 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

จากรูปที่ 4.21 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กในกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



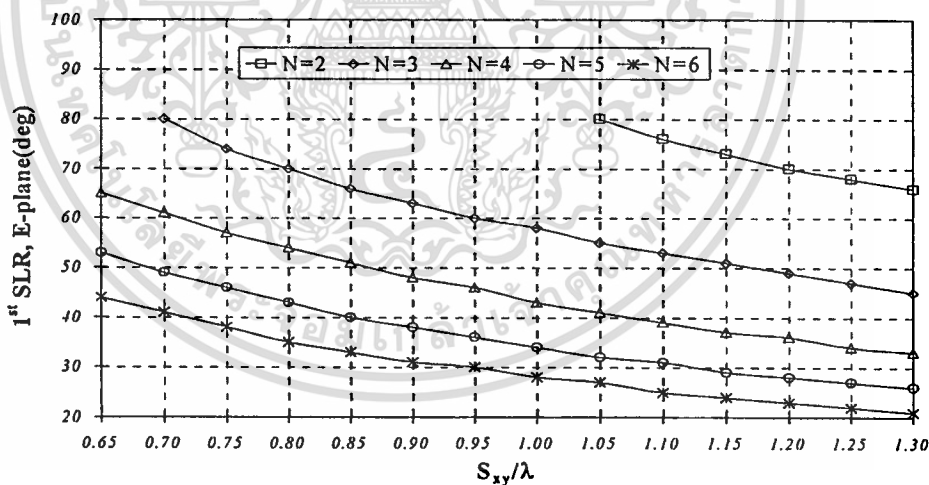
รูปที่ 4.22 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

จากรูปที่ 4.22 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



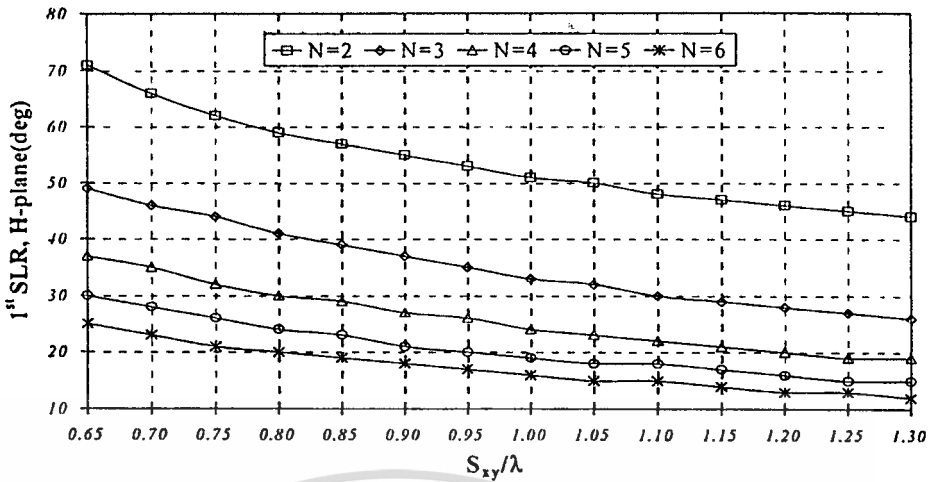
รูปที่ 4.23 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

จากรูปที่ 4.23 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.24 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

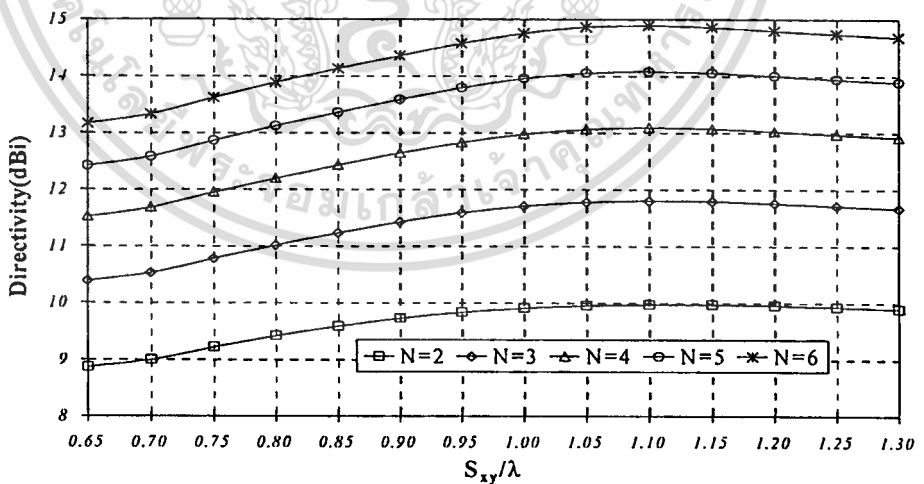
จากรูปที่ 4.24 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.25 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$

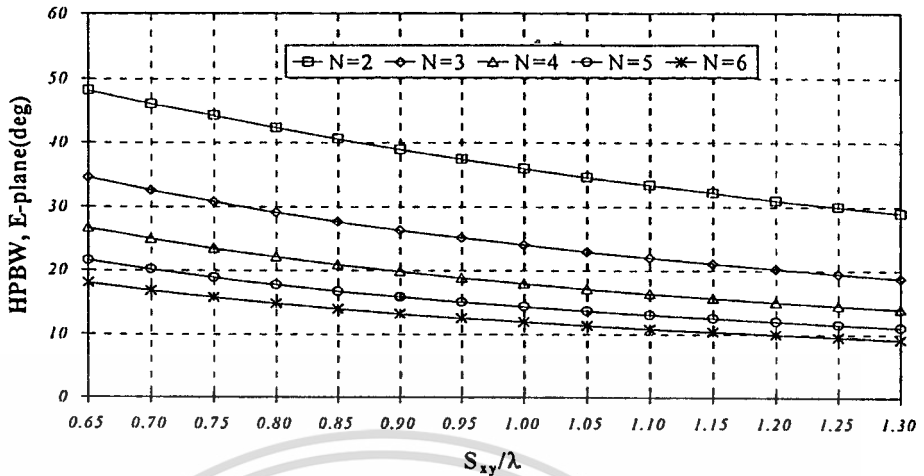
จากรูปที่ 4.25 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 30^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน $xy = 45^\circ$



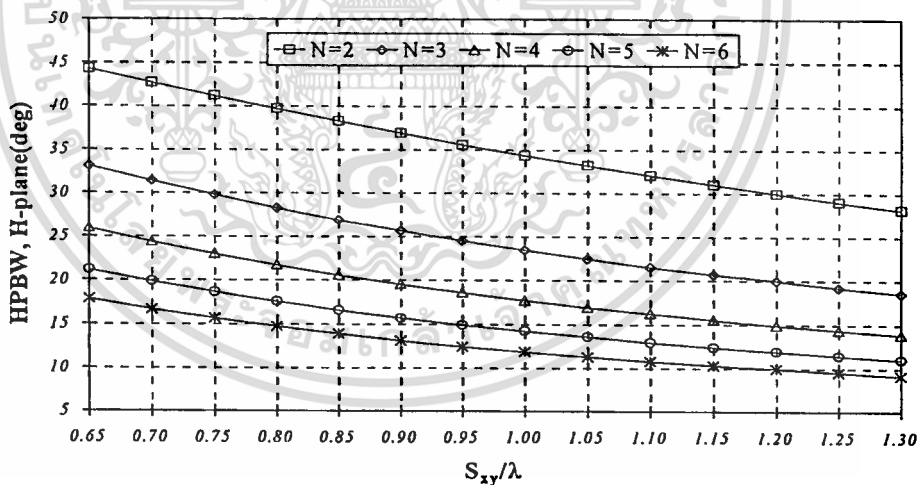
รูปที่ 4.26 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$

จากรูปที่ 4.26 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับ 1.15λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มลดลง



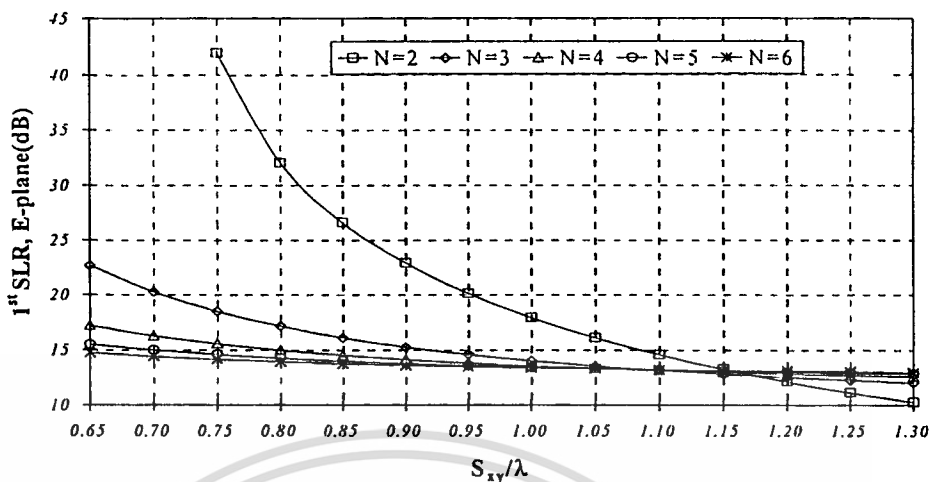
รูปที่ 4.27 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกน
ในระนาบ $xy = 45^\circ$

จากรูปที่ 4.27 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศ
แบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของ
แถวลำดับ



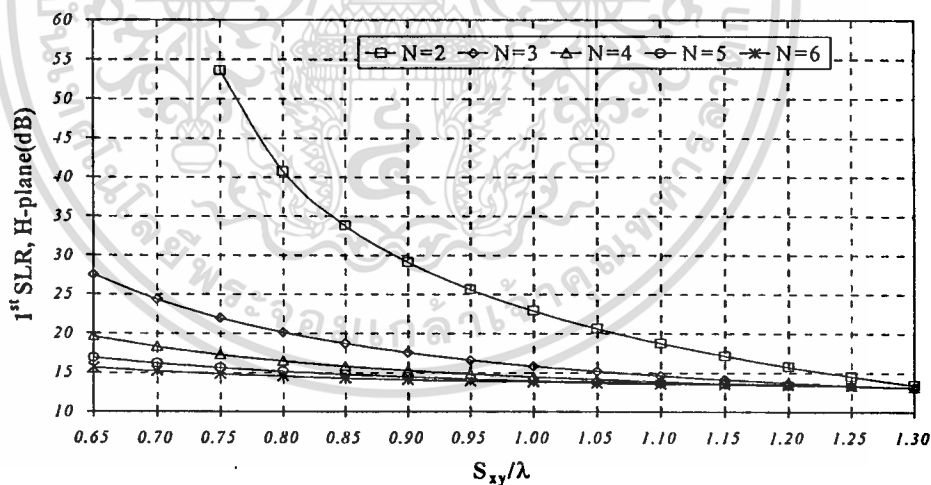
รูปที่ 4.28 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนว
แกนในระนาบ $xy = 45^\circ$

จากรูปที่ 4.28 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสาย
อากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบ
ของแถวลำดับ



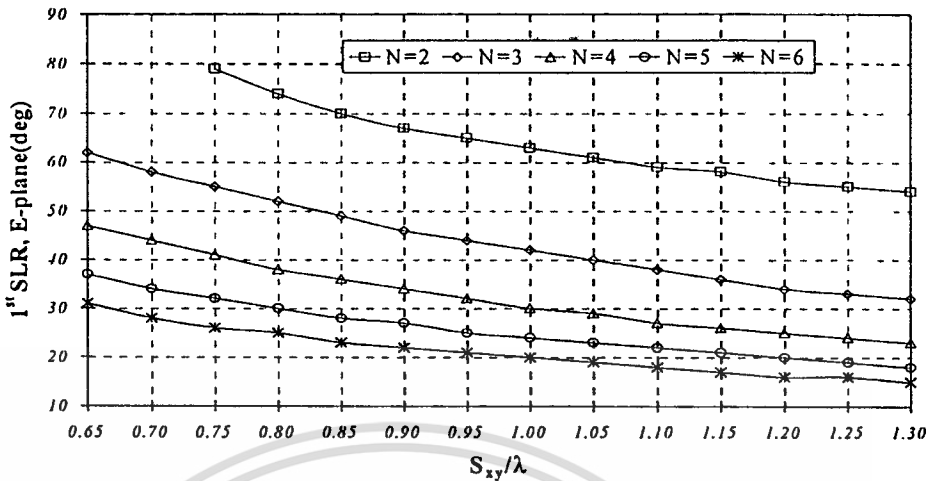
รูปที่ 4.29 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$

จากรูปที่ 4.29 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



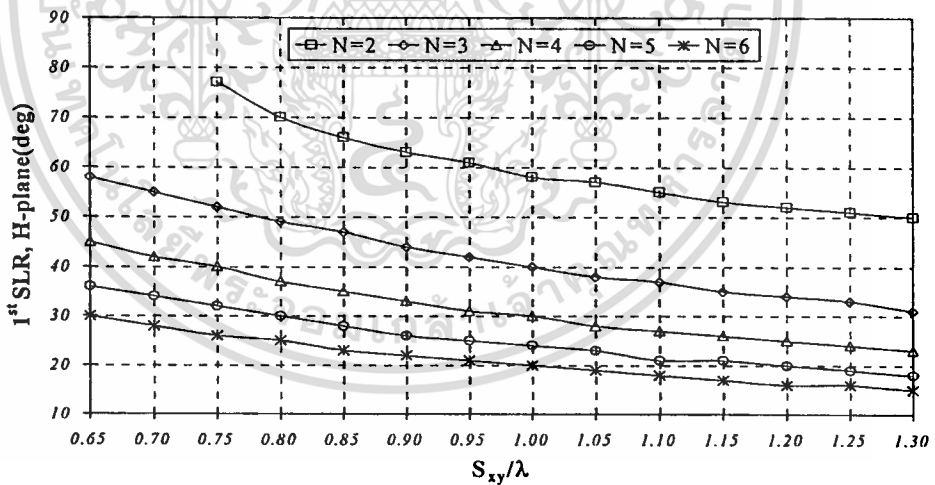
รูปที่ 4.30 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$

จากรูปที่ 4.30 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.31 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$

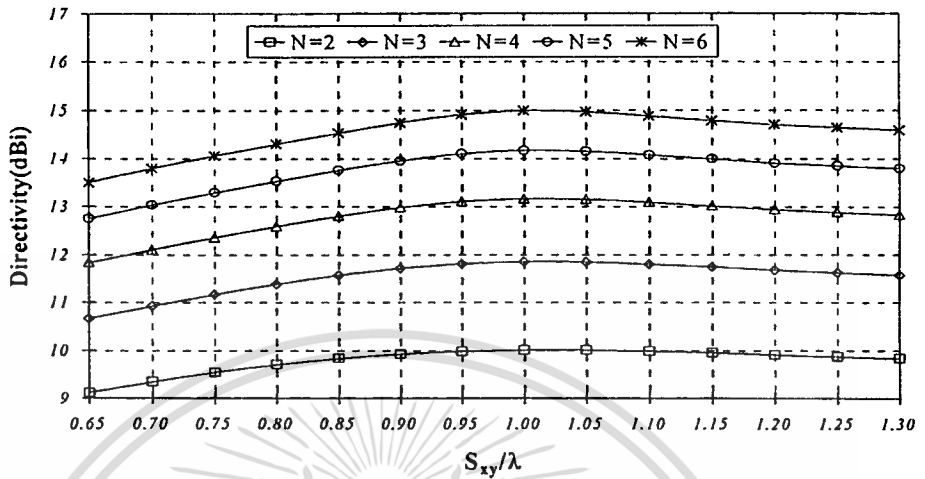
จากรูปที่ 4.31 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.32 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$

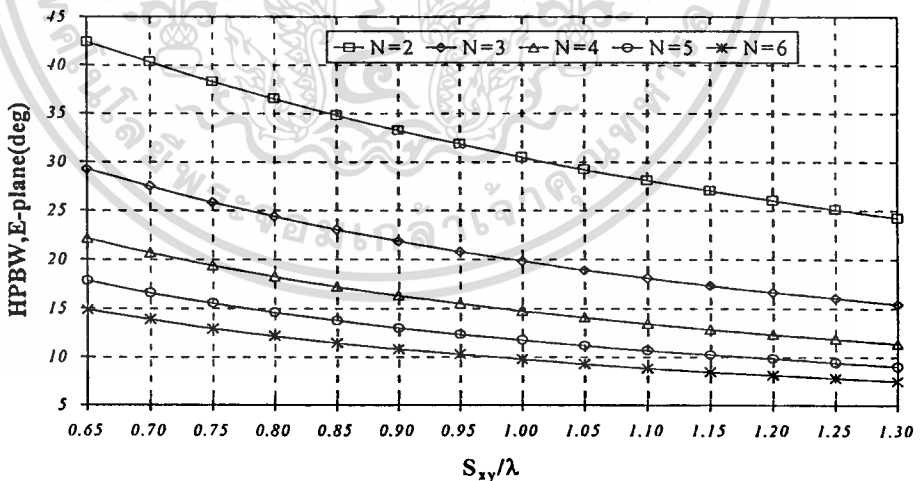
จากรูปที่ 4.32 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 45^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน $xy = 60^\circ$



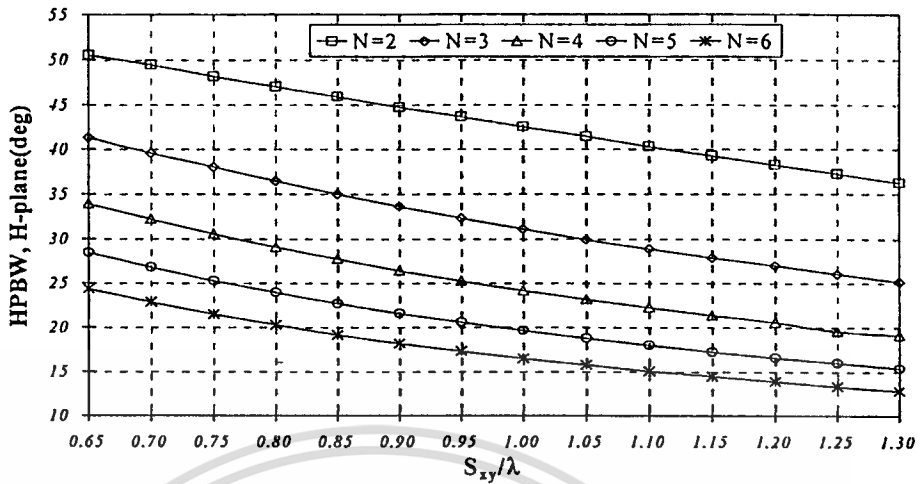
รูปที่ 4.33 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

จากรูปที่ 4.33 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกๆองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับ 1λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มลดลง



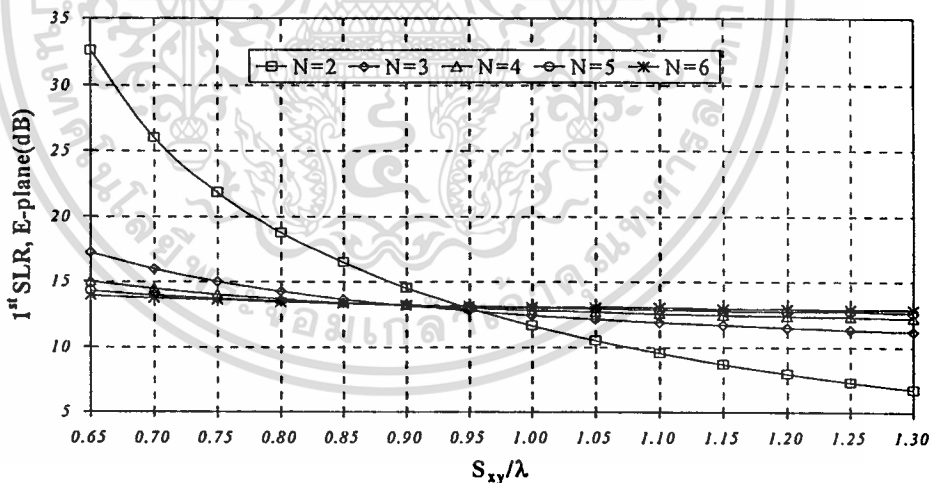
รูปที่ 4.34 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

จากรูปที่ 4.34 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับที่ส่งวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



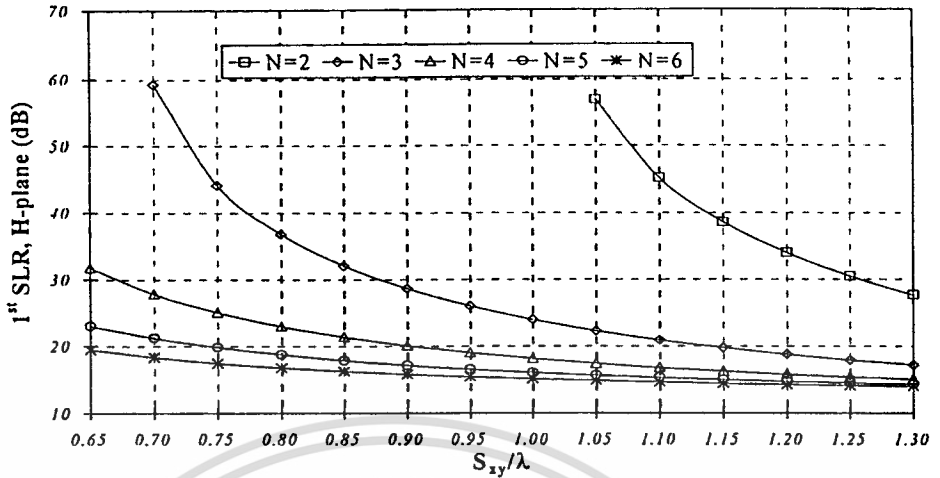
รูปที่ 4.35 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

จากรูปที่ 4.35 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



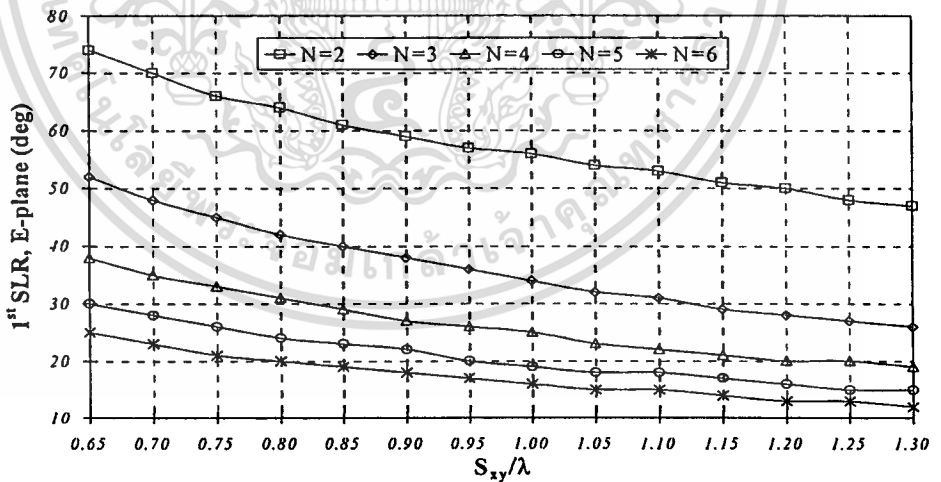
รูปที่ 4.36 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

จากรูปที่ 4.36 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ มีค่าลดลงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



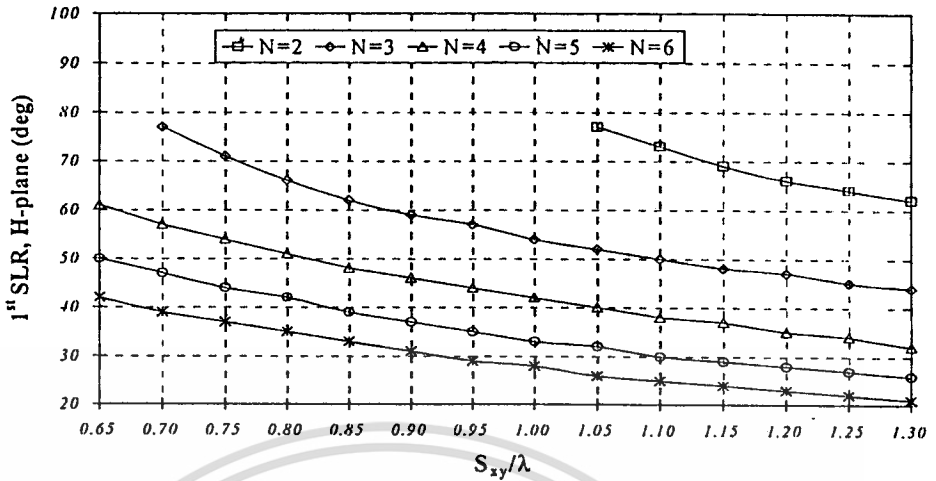
รูปที่ 4.37 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

จากรูปที่ 4.37 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.38 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

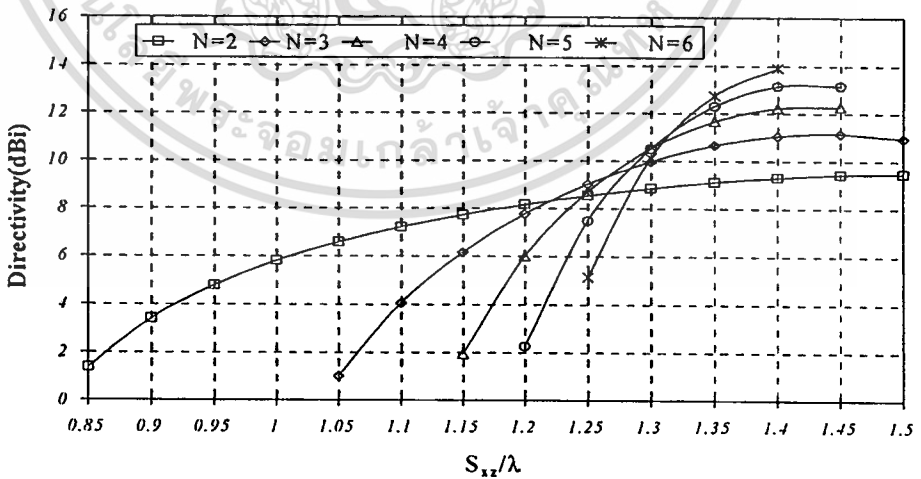
จากรูปที่ 4.38 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.39 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$

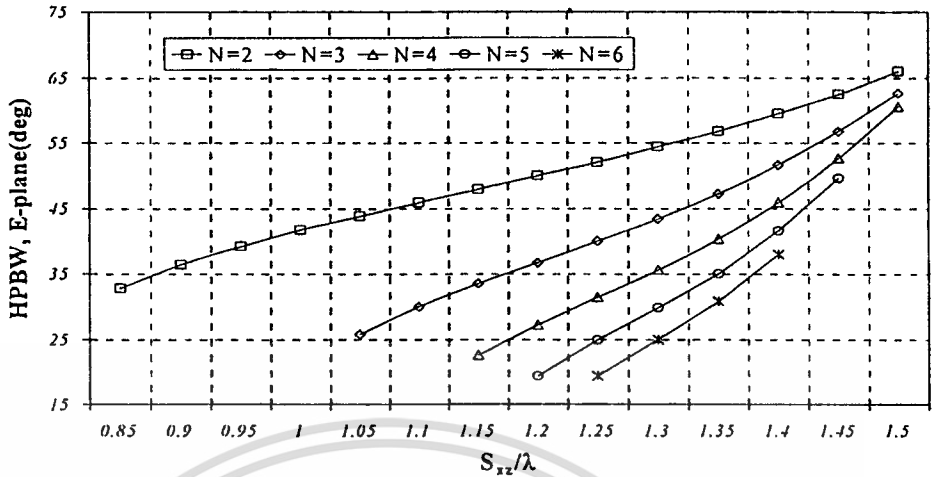
จากรูปที่ 4.39 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ $xy = 60^\circ$ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน xz



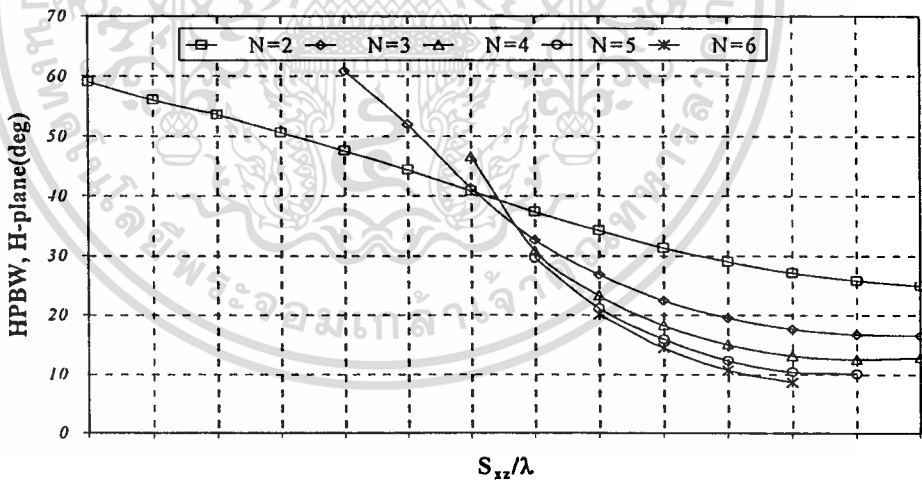
รูปที่ 4.40 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz

จากรูปที่ 4.40 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบมากกว่า 1.5λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มคงที่ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเกิดคาน้ำขุ่น และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



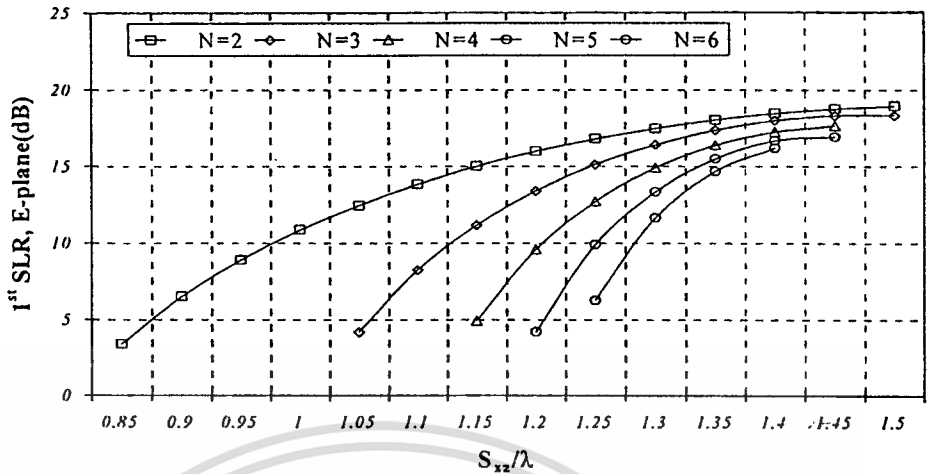
รูปที่ 4.41 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกน
ในระนาบ xz

จากรูปที่ 4.41 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศ
แบบนอกแนวแกนในระนาบ xz มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



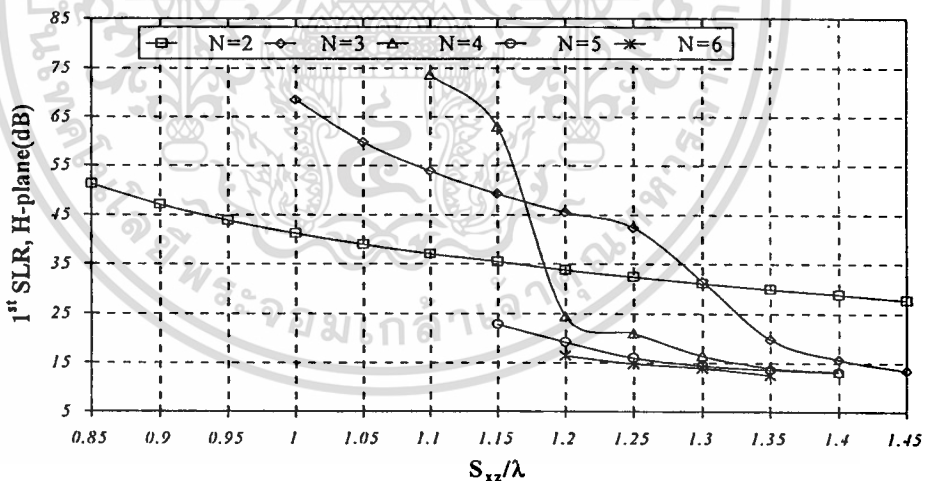
รูปที่ 4.42 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนว
แกนในระนาบ xz

จากรูปที่ 4.42 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสาย
อากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถว
ลำดับ



รูปที่ 4.43 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz

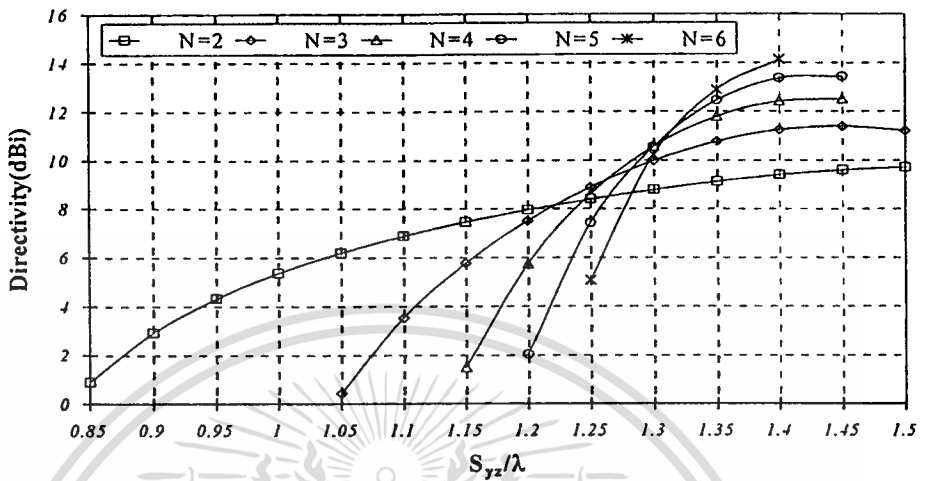
จากรูปที่ 4.43 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.44 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz

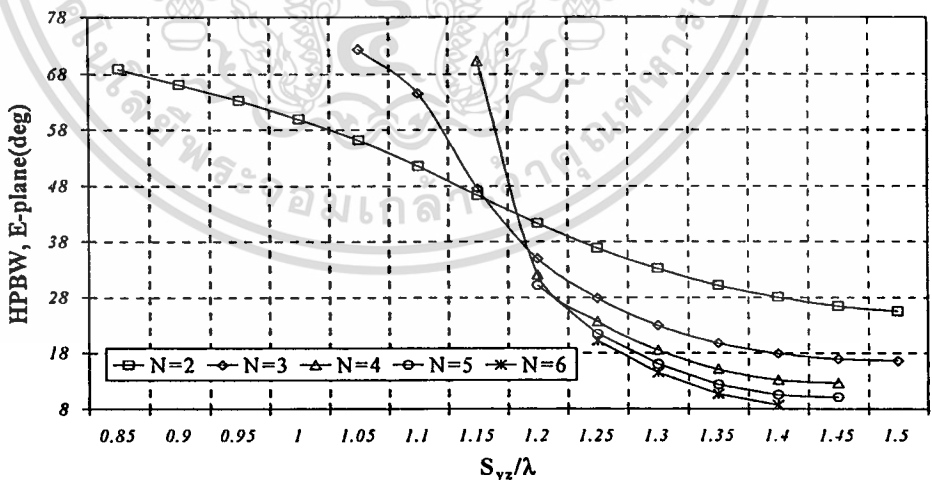
จากรูปที่ 4.44 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ xz มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับในแนวแกน yz



รูปที่ 4.45 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz

จากรูปที่ 4.45 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกๆองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึงระยะห่างระหว่างองค์ประกอบมากกว่า 1.5λ ค่าสภาพเจาะจงทิศทางขององค์ประกอบแถวลำดับจะเริ่มคงที่

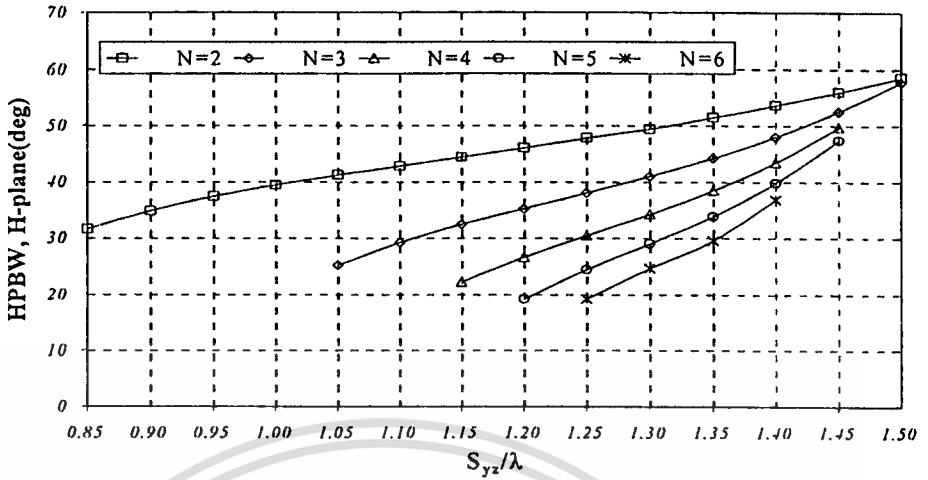


รูปที่ 4.46 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz

จากรูปที่ 4.46 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

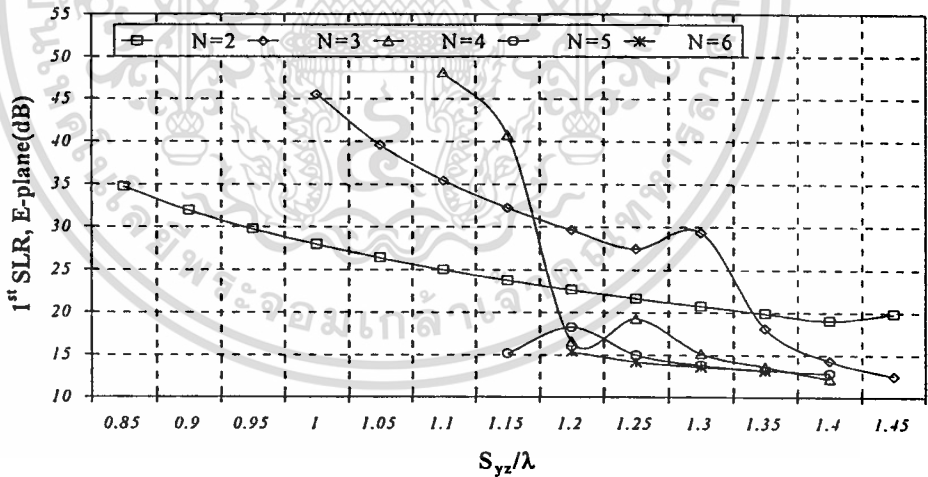
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



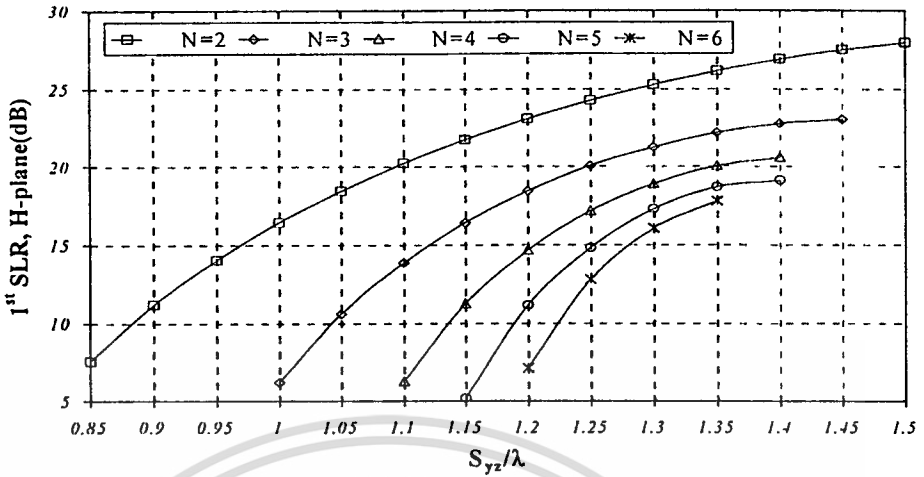
รูปที่ 4.47 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz

จากรูปที่ 4.47 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.48 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz

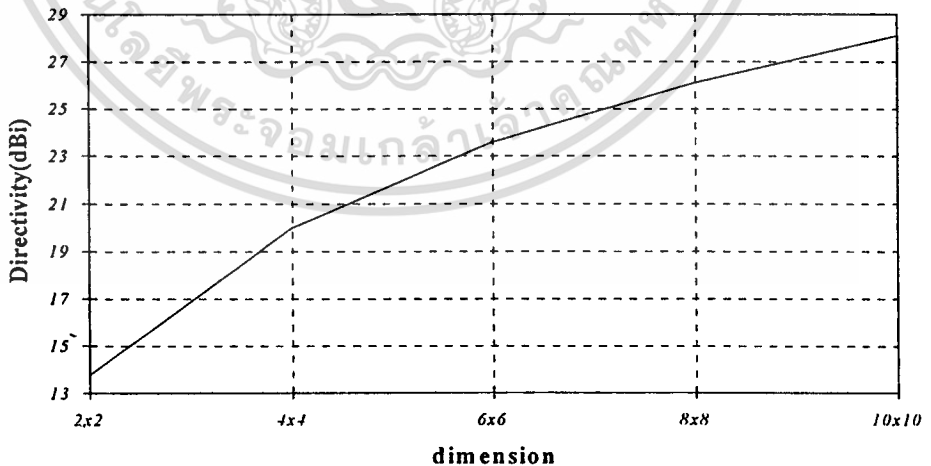
จากรูปที่ 4.48 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ



รูปที่ 4.49 อัตราส่วนระหว่างค่าคลื่นหลักต่อค่าคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz

จากรูปที่ 4.49 พบว่าอัตราส่วนระหว่างค่าคลื่นหลักต่อค่าคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวางสายอากาศแบบนอกแนวแกนในระนาบ yz มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่างระหว่างองค์ประกอบของแถวลำดับ

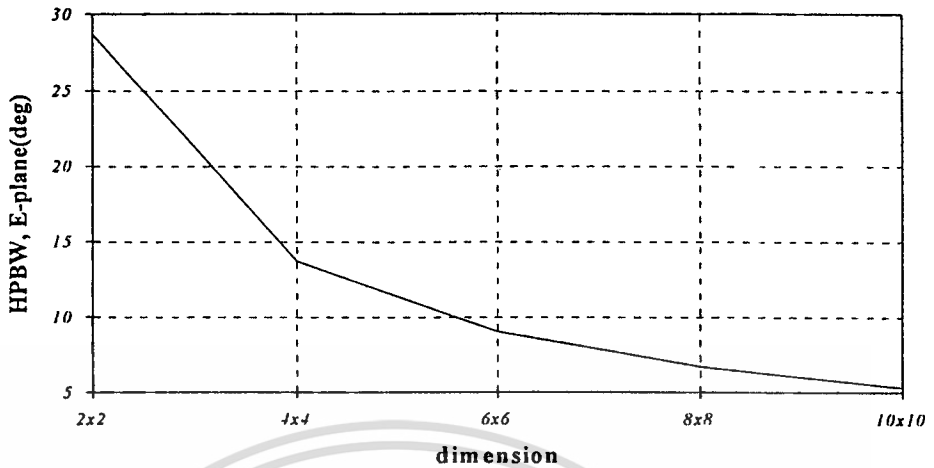
คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยเสนอการทำแถวลำดับเชิงระนาบ



รูปที่ 4.50 ค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีวางสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงระนาบ

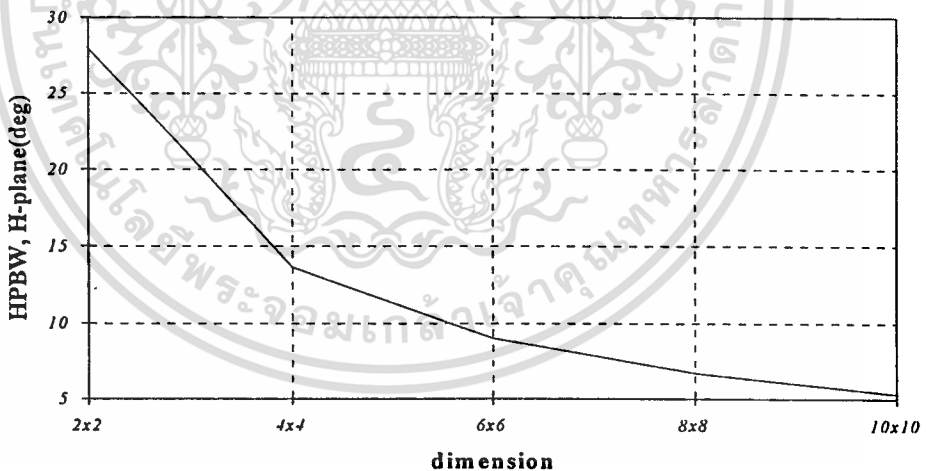
จากรูปที่ 4.50 พบว่าค่าสภาพเจาะจงทิศทางกรณีวางสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงระนาบ

ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของทุกๆองค์ประกอบแถวลำดับมีค่าเพิ่มเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบแถว เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ถ้าค้นคว้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



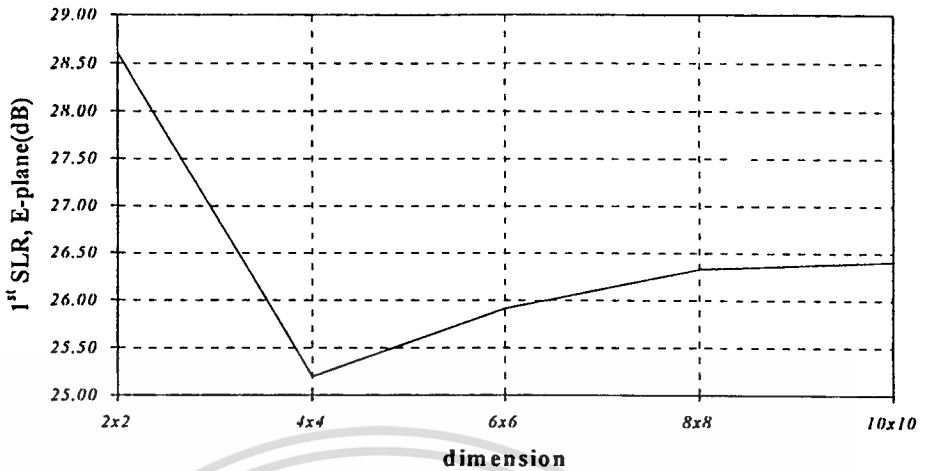
รูปที่ 4.51 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงระนาบ

จากรูปที่ 4.51 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงระนาบ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบแถวลำดับ



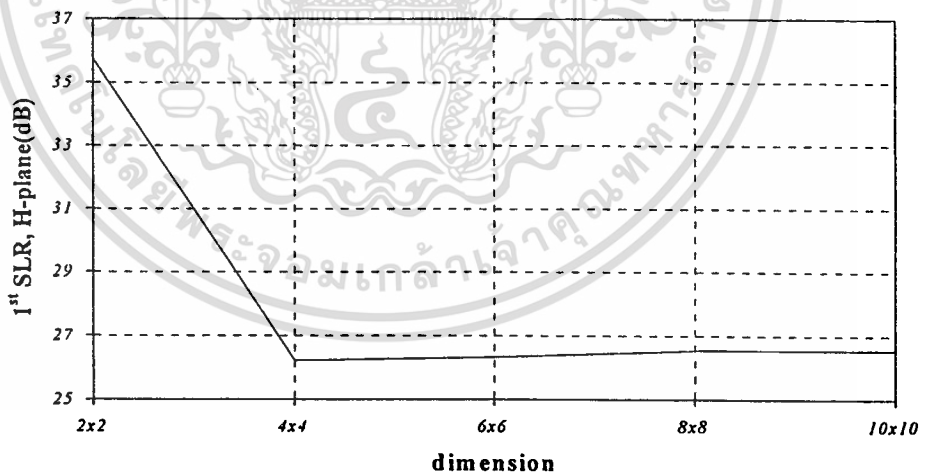
รูปที่ 4.52 ความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงระนาบ

จากรูปที่ 4.52 พบว่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลังในระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวางสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงระนาบ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบแถวลำดับ



รูปที่ 4.53 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ

จากรูปที่ 4.53 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบของแฉวลำดับเท่ากับ 4x4 และเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนองค์ประกอบแฉวลำดับเพิ่มขึ้น

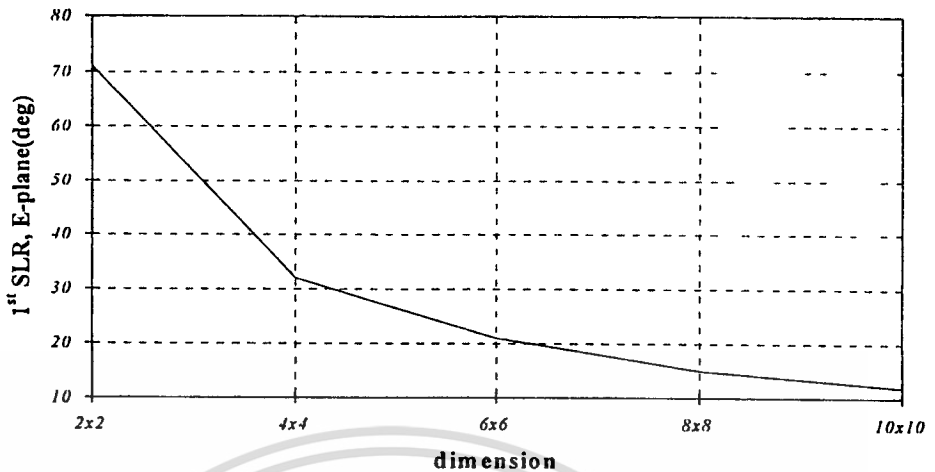


รูปที่ 4.54 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ

จากรูปที่ 4.54 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบของแฉวลำดับเท่ากับ 4x4 และเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนองค์ประกอบแฉวลำดับเพิ่มขึ้น

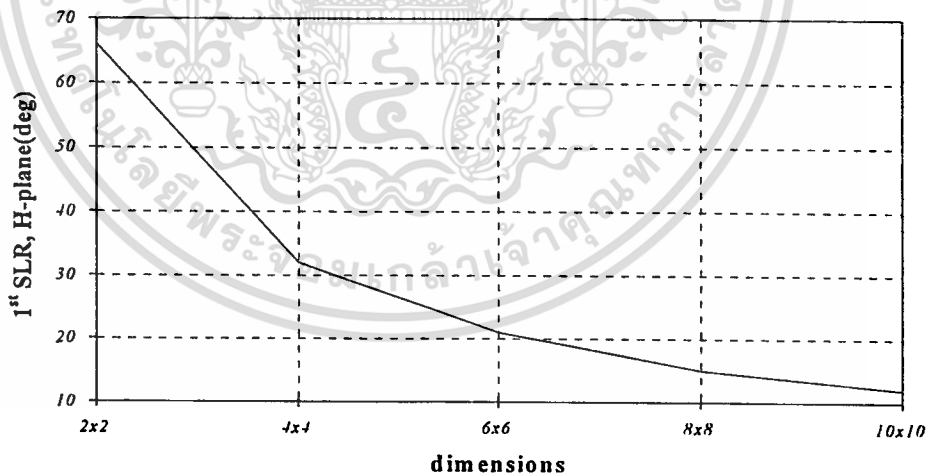
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.55 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ

จากรูปที่ 4.55 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามไฟฟ้ากรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบของแฉวลำดับ



รูปที่ 4.56 อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ

จากรูปที่ 4.56 พบว่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นหลักต่อลำคลื่นรองอันดับที่หนึ่งระนาบสนามแม่เหล็กกรณีวงสายอากาศแบบแฉวลำดับเชิงระนาบ มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มจำนวนองค์ประกอบของแฉวลำดับ

ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบค่าสภาพเจาะงทิศทางเมื่อทำแถวลำดับแบบต่างๆที่สององค์ประกอบ

Type Array	Directivity(dBi)
x-axis (Side-by-side)	9.952
y-axis (Collinear)	10.060
z-axis (Face-to-Face)	10.234
Off axis (xy-30)	9.953
Off axis (xy-45)	9.971
Off axis (xy-60)	10.006

4.4 สรุป

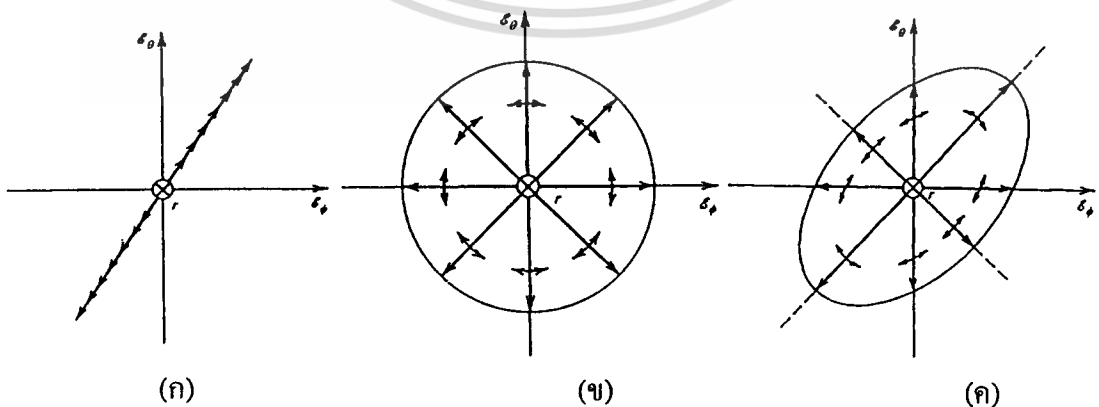
ในการพิจารณาคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศโดยในขั้นแรกจะกล่าวถึงคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบโดยได้แสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นด้วยวิธีการของศักย์เวกเตอร์ การคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมคำนวณคำนวณ NEC2 และการคำนวณด้วยวิธีกรีนฟังก์ชันไดแอดิกซึ่งพบว่าลักษณะการแพร่กระจายคลื่นระหว่างวิธีศักย์เวกเตอร์นั้นให้ผลที่สอดคล้องกับวิธีการของฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิกเนื่องจากไม่ได้คิดผลของการเหนี่ยวนำระหว่างช่องเปิด ในส่วนของคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของแถวลำดับวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบนั้นเราสามารถหาค่าระยะห่างสายอากาศที่ทำให้ได้ค่าสภาพเจาะงทิศทางที่ดีที่สุดของการทำแถวลำดับแบบต่างๆทั้งในแนวแกนนอกแนวแกนและแบบเชิงระนาบ

บทที่ 5

การโพลาไรซ์

5.1 การพิจารณาการโพลาไรซ์

จาก IEEE Standard Definitions for Antennas ให้คำนิยามการโพลาไรซ์ของการแพร่กระจายคลื่นคือ คุณสมบัติของการแพร่กระจายของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งสามารถจะอธิบายได้โดยการพิจารณาลักษณะแม่เหล็กไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยสังเกตที่ตำแหน่งใดๆ ซึ่งโดยทั่วไปจะทำการพิจารณาขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ถ้าลักษณะการกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีลักษณะเป็นอย่างไรแล้วก็จะกล่าวได้ว่าสนามไฟฟ้านั้นมีการโพลาไรซ์แบบนั้น ซึ่งการกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าอาจแบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะซึ่งได้แก่ การกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นวงกลมซึ่งจะเรียกลักษณะแบบนี้ว่าสนามไฟฟ้ามีการโพลาไรซ์แบบวงกลม (Circular Polarization) การกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นวงรีก็จะเรียกว่าสนามไฟฟ้ามีลักษณะการโพลาไรซ์แบบวงรี (Elliptical Polarization) และการกวาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีลักษณะเป็นแนวเส้นตรงตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นก็จะเรียกว่าสนามไฟฟ้ามีลักษณะการโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (Linear Polarization) ในกรณีของการโพลาไรซ์แบบวงกลม และแบบวงรีนั้นการกวาดหรือหมุนไปของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะมีอยู่ด้วยกัน 2 ลักษณะคือ การกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าไปทางขวามือหรือ เรียกว่าเป็นการหมุนตามเข็มนาฬิกา (clockwise polarization) และ การกวาดหรือการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าไปทางซ้ายมือหรือ เรียกว่าเป็นการหมุนทวนเข็มนาฬิกา (counter clockwise polarization) ซึ่งลักษณะของการโพลาไรซ์แบบต่างๆ แสดงได้ดังรูปที่ 5.1 ดังนี้



รูปที่ 5.1 การโพลาไรซ์แบบต่างๆ (ก) การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (ข) การโพลาไรซ์แบบวงกลม

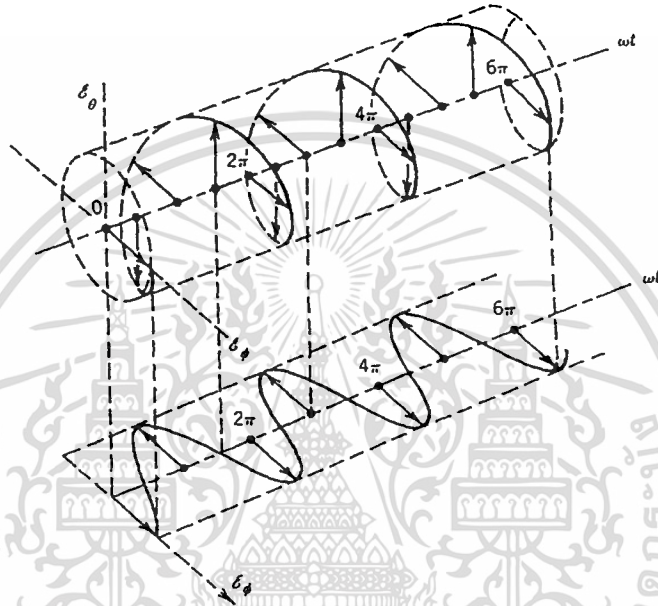
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

(ค) การโพลาไรซ์แบบวงรี

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.1.1 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น (Linear Polarization)

เมื่อทำการพิจารณาคลื่นหรือสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาโดยที่แกน θ, ϕ แทนแกนที่เป็นองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ $\mathcal{E}_\theta, \mathcal{E}_\phi$ ตามลำดับและคลื่นเคลื่อนที่ออกมาในทิศทาง r ซึ่งมีทิศทางเป็นบวกหรือคลื่นที่เดินทางออกจากตัวเราออกไป การพิจารณาจะเป็นดังรูปที่ 5.2 ดังนี้



รูปที่ 5.2 การพิจารณาโพลาไรซ์เซชันของคลื่น

สนามไฟฟ้าชั่วขณะจะสามารถได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi; t) &= \text{Re} \left[\bar{E}(r, \theta, \phi) e^{j\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left[\bar{E}(\theta, \phi) e^{-jkr} e^{j\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left[\hat{a}_\theta \bar{E}(\theta, \phi) e^{-jkr} e^{j\omega t} + \hat{a}_\phi \bar{E}(\theta, \phi) e^{-jkr} e^{j\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left[\hat{a}_\theta E_\theta^+ e^{j(\omega t - kr)} + \hat{a}_\phi E_\phi^+ e^{j(\omega t - kr)} \right] \\ &= \hat{a}_\theta E_{\theta 0}^+ \cos(\omega t - kr + \beta_\theta) + \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t - kr + \beta_\phi) \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$= \hat{a}_\theta \mathcal{E}_\theta + \hat{a}_\phi \mathcal{E}_\phi \quad (5.2)$$

โดยที่ E_θ^+, E_ϕ^+ คือ ค่าเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้า และ $E_{\theta 0}^+, E_{\phi 0}^+$ คือค่าจริงของสนามไฟฟ้า เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เฉพาะเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า $\mathcal{E}_\theta, \mathcal{E}_\phi$ คือองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะในแนว θ, ϕ ตามลำดับ ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการพิจารณาจะดูที่การเปลี่ยนแปลงของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าชั่วขณะ (Instantaneous Electric Field) ($\bar{\mathcal{E}}$) ที่ระยะทาง r ใด ๆ โดยที่จากสมการที่ 5.1 เมื่อกำหนดให้ $r = 0$ ($kr = 0$) ซึ่งเราสนใจการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าตามเวลามากกว่าการเปลี่ยนแปลงของตำแหน่ง (r) และในการพิจารณาการโพลาไรซ์นี้จะพิจารณาโดยการมองตามหลังคลื่นที่เคลื่อนที่ไป เพื่อเป็นการง่ายในขั้นแรกจะทำการกำหนดให้ $E_{\theta 0}^+ = 0$ ดังนั้นสมการที่ 5.1 จะได้ว่า

$$\bar{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi; t) = \hat{a}_\theta E_{\theta 0}^+ \cos(\omega t + \beta_\theta) \quad (5.3)$$

ซึ่งเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงอยู่ในแนวแกนองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ \mathcal{E}_θ เท่านั้นและจะเรียกว่าเป็นการโพลาไรซ์ในทิศทาง θ หรือในแนวตั้ง แสดงในรูปที่ 5.3

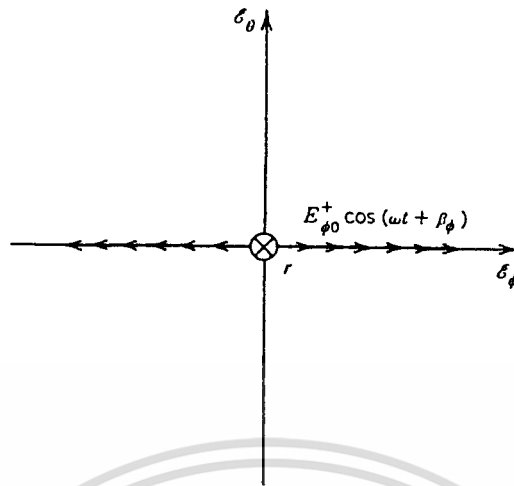


รูปที่ 5.3 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง θ

หรือในกรณีที่มีเฉพาะองค์ประกอบในแนว \mathcal{E}_ϕ เท่านั้นคือกำหนดให้ $\mathcal{E}_\theta = 0$ สนามไฟฟ้าชั่วขณะจากสมการที่ 5.1 จะได้ว่า

$$\bar{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi; t) = \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t + \beta_\phi) \quad (5.4)$$

ซึ่งเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงอยู่ในแนวแกนองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ \mathcal{E}_ϕ เท่านั้นและจะเรียกว่าเป็นการโพลาไรซ์ในทิศทาง ϕ หรือในแนวนอนแสดงได้ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 การโพลาริซแบบเชิงเส้นในทิศทาง ϕ

เมื่อมีองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ ทั้งในแนว ϵ_θ และ ϵ_ϕ และเมื่อ $\beta_\theta = \beta_\phi = \beta$ จะได้ว่า

$$\vec{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi; t) = \hat{a}_\theta E_{\theta 0}^+ \cos(\omega t + \beta) + \hat{a}_\phi E_{\phi 0}^+ \cos(\omega t + \beta) \quad (5.5)$$

ขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าคือ

$$\overline{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi; t) = \sqrt{(E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2} \cos(\omega t + \beta) \quad (5.6)$$

ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้าจะมีลักษณะเป็นแนวเส้นตรงในทุก ๆ เวลาที่เปลี่ยนไปแต่มุมที่เบี่ยงเบนจากแกนอ้างอิงโดยในที่นี้ให้เป็นแกนที่เป็น θ การเบี่ยงเบนนี้จะทำมุม γ กับแกนอ้างอิง โดยที่มุม γ สามารถหาได้จาก

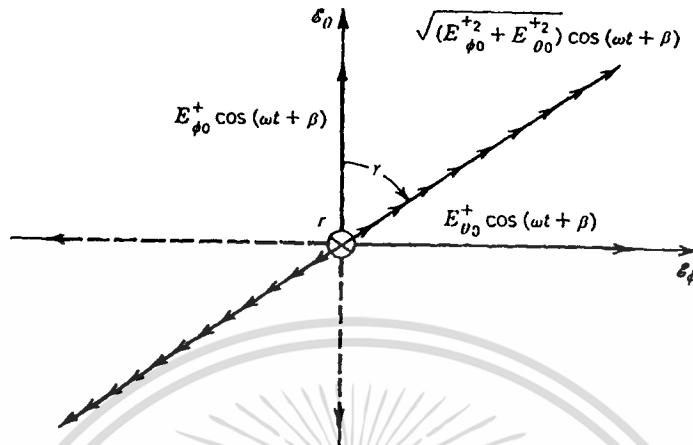
$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{\mathcal{E}_\phi}{\mathcal{E}_\theta} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{E_{\phi 0}^+}{E_{\theta 0}^+} \right] \quad (5.7)$$

-หมายเหตุ ขนาดของเฟสระหว่างองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนว θ, ϕ คือ

$$n\pi, n = 0.1, 2, \dots$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเรียกได้ว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง γ แสดงได้ดังรูปที่ 5.5 ดังนี้



รูปที่ 5.5 การโพลาไรซ์แบบเชิงเส้นในทิศทาง γ

5.1.2 การโพลาไรซ์แบบวงกลม (Circular Polarization)

คลื่นที่ถูกเรียกว่ามีการโพลาไรซ์แบบวงกลม จะเกิดการที่โลกซ์ของเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีลักษณะเป็นวงกลมในสเปซซึ่งเมื่อเวลาผ่านไปขนาดความเข้มของสนามไฟฟ้ายังคงมีค่าคงที่แต่ลักษณะของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะมีลักษณะการกวาดที่เปลี่ยนไปตามเวลาซึ่งอธิบายได้โดยโลกซ์ที่เป็นวงกลม

5.1.2.1 การโพลาไรซ์แบบวงกลมที่มีทิศทางการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทางขวามือ (Right-Hand Circular Polarization)

คลื่นหรือสนามไฟฟ้าจะถูกเรียกว่ามีการโพลาไรซ์แบบวงกลมที่เวกเตอร์ของสนามหมุนไปทางขวามือ ถ้าคลื่นเคลื่อนที่ไปตามทิศทางการเคลื่อนที่แล้วเวกเตอร์สนามไฟฟ้านั้นมีการหมุนตามเข็มนาฬิกา (Clockwise) และโลกซ์ของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าก็จะมีลักษณะเป็นวงกลมด้วยจึงจะเรียกว่าสนามไฟฟ้านั้นมีการโพลาไรซ์แบบวงกลม

พิจารณาโลกซ์ของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ (\mathcal{E}) ที่ระนาบ $r=0$ ซึ่งสำหรับตัวอย่างนี้จะกำหนดให้

$$\beta_\theta = 0$$

$$\beta_\phi = -\frac{\pi}{2} \quad (5.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อ $E_{\theta 0}^+ = E_{\phi 0}^+ = E_R$ รึ่งเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\mathcal{E}_\theta = E_R \cos(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_\phi = E_R \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_R \sin(\omega t) \quad (5.9)$$

$$\overline{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi, t) = \hat{a}_\theta E_R \cos(\omega t) + \hat{a}_\phi E_R \sin(\omega t) \quad (5.10)$$

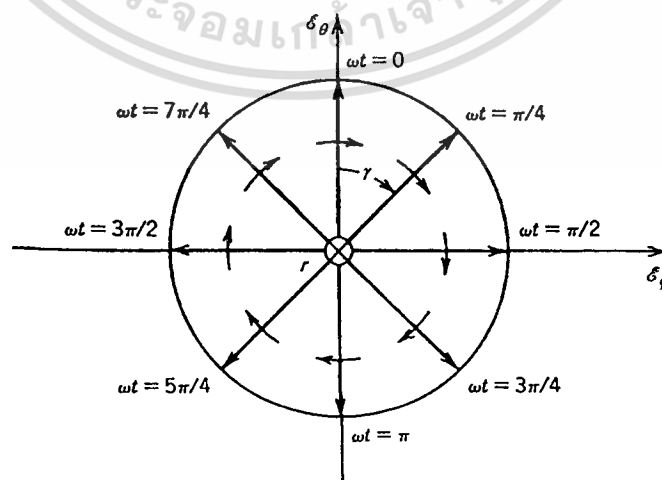
โลโก้ของขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะสามารถกำหนดโดย

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_\theta^2 + \mathcal{E}_\phi^2} = \sqrt{E_R^2 (\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t))} = E_R \quad (5.11)$$

ซึ่งการโพลาริซจะมีลักษณะเป็นแนวเส้นตรงโดยที่แนวเส้นตรงนั้นจะเปลี่ยนมุมไปตามเวลาโดยมุมที่เบี่ยงเบนเทียบกับแกน θ การเบี่ยงเบนนี้จะทำมุม γ กับแกนอ้างอิง โดยที่มุม γ สามารถหาได้จาก

$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{\mathcal{E}_\phi}{\mathcal{E}_\theta} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{E_R \sin(\omega t)}{E_R \cos(\omega t)} \right] = \tan^{-1} [\tan(\omega t)] = \omega t \quad (5.12)$$

เมื่อทำการพล็อตโลโก้ของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าซึ่งกำหนดให้ระนาบ $r = 0$ จะเห็นได้ว่ามีลักษณะเป็นวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ E_R และมีการหมุนตามเข็มนาฬิกา ตามความถี่เชิงมุม (ω) ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 การโพลาริซแบบวงกลมที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุนไปทางขวามือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราสามารถที่จะเขียนเวกเตอร์สนามไฟฟ้าชั่วขณะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi; t) &= \text{Re} \left[\hat{a}_\theta E_R e^{j(\omega t - kr)} + \hat{a}_\phi E_R e^{j(\omega t - kr - \frac{\pi}{2})} \right] \\ &= E_R \text{Re} \left\{ [\hat{a}_\theta - j\hat{a}_\phi] e^{j(\omega t - kr)} \right\}\end{aligned}\quad (5.13)$$

5.1.2.2 การโพลาไรซ์แบบวงกลมที่มีทิศทางการหมุนของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าทางซ้ายมือ (Left-Hand Circular Polarization)

คลื่นหรือสนามไฟฟ้าจะถูกเรียกว่ามีการโพลาไรซ์แบบวงกลมที่เวกเตอร์ของสนามหมุนไปทางซ้ายมือ ถ้าคลื่นเคลื่อนที่ไปตามทิศทางการเคลื่อนที่แล้วเวกเตอร์สนามไฟฟ้านั้นมีการหมุนทวนเข็มนาฬิกา (Counter Clockwise) และโลกซ์ของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าก็จะมีลักษณะเป็นวงกลมด้วยจึงจะเรียกว่าสนามไฟฟ้านั้นมีการโพลาไรซ์แบบวงกลม

พิจารณาโลกซ์ของสนามไฟฟ้าชั่วขณะ ($\bar{\mathcal{E}}$) ที่ระนาบ $r=0$ ซึ่งสำหรับตัวอย่างนี้จะกำหนดให้

$$\begin{aligned}\beta_\theta &= 0 \\ \beta_\phi &= \frac{\pi}{2} \\ E_{\theta 0}^+ &= E_{\phi 0}^+ = E_L\end{aligned}\quad (5.14)$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_\theta &= E_L \cos(\omega t) \\ \mathcal{E}_\phi &= E_L \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_L \sin(\omega t)\end{aligned}\quad (5.15)$$

$$\bar{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi, t) = \hat{a}_\theta E_L \cos(\omega t) - \hat{a}_\phi E_L \sin(\omega t) \quad (5.16)$$

โลกซ์ของขนาดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะสามารถกำหนดโดย

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_\theta^2 + \mathcal{E}_\phi^2} = \sqrt{E_L^2 (\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t))} = E_L \quad (5.17)$$

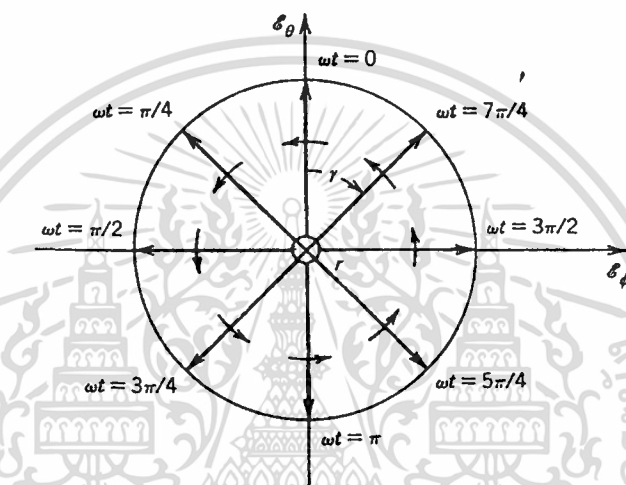
ซึ่งการโพลาไรซ์จะมีลักษณะเป็นแนวเส้นตรง โดยที่แนวเส้นตรงนั้นจะเปลี่ยนมุมไปตามเวลาโดย

มุมที่เบี่ยงเบนเทียบกับแกน θ การเบี่ยงเบนนี้จะทำมุม γ กับแกนอ้างอิง โดยที่มุม γ สามารถหาได้จาก

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{\mathcal{E}_\phi}{\mathcal{E}_\theta} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{-E_L \sin(\omega t)}{E_L \cos(\omega t)} \right] = \tan^{-1} [\tan(\omega t)] = -\omega t \quad (5.18)$$

เมื่อทำการพล็อตโลกซ์ของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าซึ่งกำหนดให้ระนาบ $r=0$ จะเห็นได้ว่ามีลักษณะเป็นวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ E_L และมีการหมุนทวนเข็มนาฬิกา ตามความถี่เชิงมุม (ω) ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.7



รูปที่ 5.7 การโพลารไรซ์แบบวงกลมที่เวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุนไปทางซ้ายมือ

เราสามารถที่จะเขียนเวกเตอร์สนามไฟฟ้าชั่วขณะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{E}}(r, \theta, \phi, t) &= \text{Re} \left[\hat{a}_\theta E_R e^{j(\omega t - kr)} + \hat{a}_\phi E_R e^{j(\omega t - kr + \frac{\pi}{2})} \right] \\ &= E_R \text{Re} \left\{ [\hat{a}_\theta + j\hat{a}_\phi] e^{j(\omega t - kr)} \right\} \end{aligned} \quad (5.19)$$

หมายเหตุ ขนาดของเฟสระหว่างองค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าในแนว θ, ϕ จะทำมุม 90 องศา กันเสมอ

5.1.3 การโพลาไรซ์แบบวงรี (Elliptical Polarization)

เราจะกล่าวได้ว่าคลื่นมีการโพลาไรซ์แบบวงรีถ้าหากเวกเตอร์สนามไฟฟ้าที่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไปนั้นมีการหมุนไปหรือมีโลกซ์เป็นลักษณะวงรีซึ่งจะเป็นการโพลาไรซ์แบบวงรีที่หมุนไปทางขวามือถ้าเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีการหมุนเป็นวงรีตามเข็มนาฬิกา (Clockwise) และจะเป็นการโพลาไรซ์แบบวงรีที่หมุนไปทางซ้ายมือถ้าเวกเตอร์สนามไฟฟ้ามีการหมุนเป็นวงรีทวนเข็มนาฬิกา (Counter Clockwise)

พิจารณาโลกซ์ของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าชั่วขณะ (\mathcal{E}) ที่ระนาบ $r = 0$ ที่ทุก ๆ เวลา สำหรับการอธิบายนี้จะกำหนดให้

$$\beta_\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\beta_\phi = 0$$

$$E_{\theta 0}^+ = (E_R + E_L)$$

$$E_{\phi 0}^+ = (E_R - E_L)$$

(5.20)

ดังนั้นจะได้องค์ประกอบของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าชั่วขณะ

$$\mathcal{E}_\theta = (E_R + E_L) \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -(E_R + E_L) \sin(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_\phi = (E_R - E_L) \cos(\omega t)$$

(5.21)

เราจะสามารถเขียนโลกซ์ของแอมพลิจูดของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าได้ดังนี้

$$\omega t = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\mathcal{E}^2 = \mathcal{E}_\theta^2 + \mathcal{E}_\phi^2$$

$$= (E_R + E_L)^2 \sin^2(\omega t) + (E_R - E_L)^2 \cos^2(\omega t)$$

$$= E_R^2 \sin^2(\omega t) + E_L^2 \sin^2(\omega t) + 2E_R E_L \sin^2(\omega t)$$

$$+ E_R^2 \cos^2(\omega t) + E_L^2 \cos^2(\omega t) - 2E_R E_L \cos^2(\omega t)$$

จะได้

$$\mathcal{E}_\theta^2 + \mathcal{E}_\phi^2 = E_R^2 + E_L^2 + 2E_R E_L [\sin^2 \omega t - \cos^2 \omega t] \quad (5.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อย่างไรก็ตาม

$$\sin(\omega t) = \frac{-\mathcal{E}_\theta}{(E_R + E_L)} \quad (5.23)$$

$$\cos(\omega t) = \frac{\mathcal{E}_\phi}{(E_R - E_L)} \quad (5.24)$$

แทนค่าสมการที่ (5.23) และสมการที่ (5.24) ลงในสมการที่ (5.22) จะได้

$$\left\{ \frac{\mathcal{E}_\theta}{E_R + E_L} \right\}^2 + \left\{ \frac{\mathcal{E}_\phi}{E_R - E_L} \right\}^2 = 1 \quad (5.25)$$

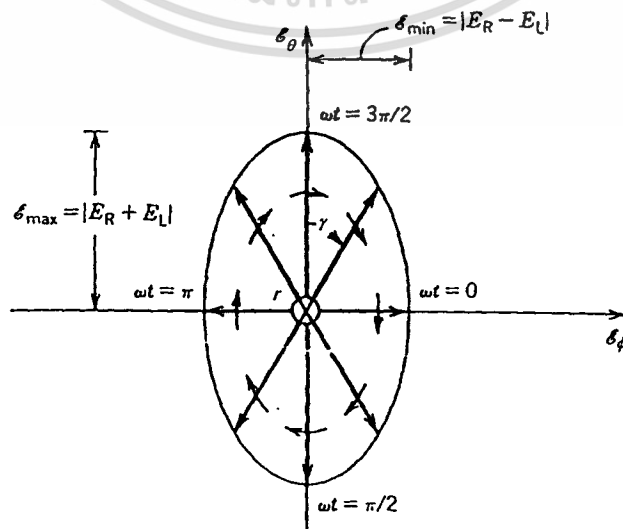
ซึ่งก็คือสมการวงรีที่มีแกนหลักอยู่ที่

$$|\mathcal{E}|_{\max} = |E_R + E_L| \text{ เมื่อ } \omega t = (2n+1)\frac{\pi}{2}, n=0,1,2,\dots \quad (5.26)$$

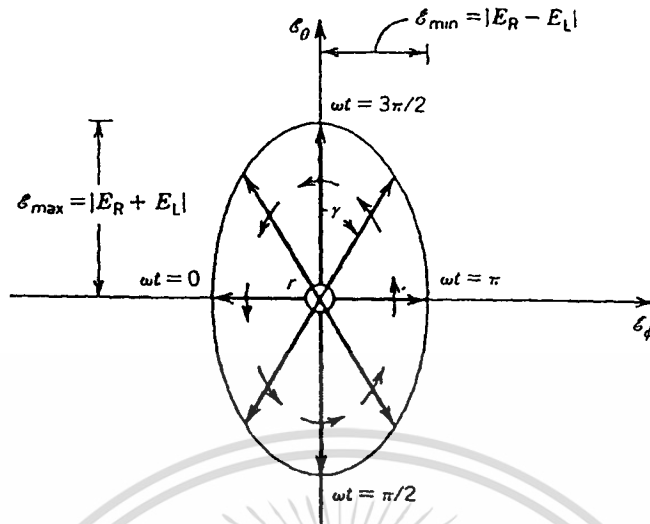
มีแกนรองอยู่ที่

$$|\mathcal{E}|_{\max} = |E_R - E_L| \text{ เมื่อ } \omega t = n\pi, n=0,1,2,\dots \quad (5.27)$$

เมื่อเวลาเปลี่ยนไปเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะหมุนไปและความยาวของเวกเตอร์สนามไฟฟ้าจะเปลี่ยนไปซึ่งมีลักษณะเป็นวงรีแสดงได้ดังรูปที่ 5.8



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ (ก) กรณีที่หมุนทางขวามือ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ข)กรณีทีหมุมทงซ้ยมือ

รูปที่ 5.8 (ก)การ โพลาริซัซเบบวงรีทีเวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุมทงซ้ยมือ (Clockwise)

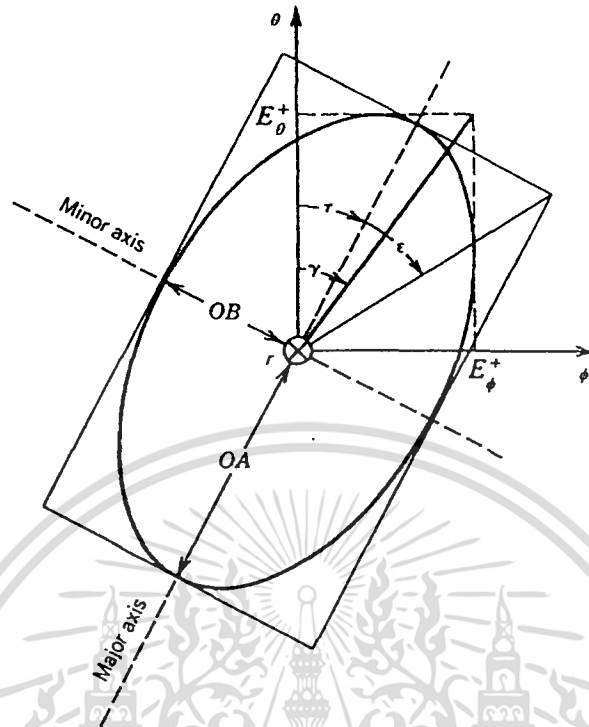
(ข)การ โพลาริซัซเบบวงรีทีเวกเตอร์สนามไฟฟ้าหมุมทงซ้ยมือ (Counter Clockwise)

ค่าอัตราส่วนของแกน(Axial Ratio) คือัตราส่วนของแกนหลักต่อแกนรองซ้ยมแสดงได้ดั่งนี้

$$AR = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{(E_R + E_L)}{(E_R - E_L)} \quad (5.28)$$

เมื่อ E_R, E_L เป็นจำนวนจริงบวก และเมื่อ AR เป็นค่าบวกแสดงว่าการโพลาริซัซเป็นเบบหมุมซ้ยม (Counter Clockwise) หรือถ้าหากว่า AR มีค่าเป็นลบแสดงว่าเป็นการโพลาริซัซของคลืนเบบหมุมซ้ยม (Clockwise)

ในกรณีทีวงรีของการโพลาริซัซไม่ได้ยู่ทีแกนหลักคืมีการเอียงออกมาจากแกนหลักซ้ยมจะเกิดมุ่มๆ หนึ่งซ้ยมเรียกว่ามุ่มเอียง (Tilt Angle) แสดงในรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 การโพลาริซ์แบบวงรีที่ไม่ได้อยู่ที่แกนหลักซึ่งมีมุมเอียง (Tilt Angle) ออกจากแกนอ้างอิง θ

ในกรณีนี้จะสามารถหาค่าอัตราส่วนของแกนหลักต่อแกนรองได้จาก

$$AR = \pm \frac{\text{major axis}}{\text{minor axis}} = \pm \frac{OA}{OB}, \quad 1 \leq |AR| \leq \infty \quad (5.29)$$

โดยที่ $AR = 1$ เป็นการโพลาริซ์แบบวงกลม

$1 < AR < \infty$ จะเป็นการโพลาริซ์แบบวงรี

$AR = \infty$ จะเป็นการโพลาริซ์แบบเชิงเส้น

เมื่อ

$$OA = \left[\frac{1}{2} \left\{ (E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2 + \left[(E_{\theta 0}^+)^4 + (E_{\phi 0}^+)^4 + 2(E_{\theta 0}^+)^2 (E_{\phi 0}^+)^2 \cos(2\Delta\beta) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (5.30)$$

$$OB = \left[\frac{1}{2} \left\{ (E_{\theta 0}^+)^2 + (E_{\phi 0}^+)^2 - \left[(E_{\theta 0}^+)^4 + (E_{\phi 0}^+)^4 + 2(E_{\theta 0}^+)^2 (E_{\phi 0}^+)^2 \cos(2\Delta\beta) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (5.31)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$E_{\theta 0}^+ = E_R + E_L$$

$$E_{\phi 0}^+ = E_R - E_L$$

$$\Delta\beta = \beta_\theta - \beta_\phi$$

โดยที่ความต่างเฟส (Phase Difference) จะพิจารณาอยู่ที่ $-180^\circ < \Delta\beta < 180^\circ$

$\Delta\beta$ คือค่าความต่างเฟส เมื่อ $\Delta\beta$ มีค่าเป็นลบแสดงว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบหมุนซ้าย เมื่อมีค่าเป็นบวกแสดงว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบหมุนขวา และเมื่อ $\Delta\beta = 0$ องศา และ ± 180 องศา จะแสดงว่าเป็นการโพลาไรซ์แบบเชิงเส้น

มุมเอียงของวงรีเมื่อเทียบกับแกนขององค์ประกอบของสนามไฟฟ้าในแนว θ ซึ่งเราใช้เป็นแกนอ้างอิงตั้งนั้น มุมของการเอียง (Tilt Angle) จะกำหนดได้โดย

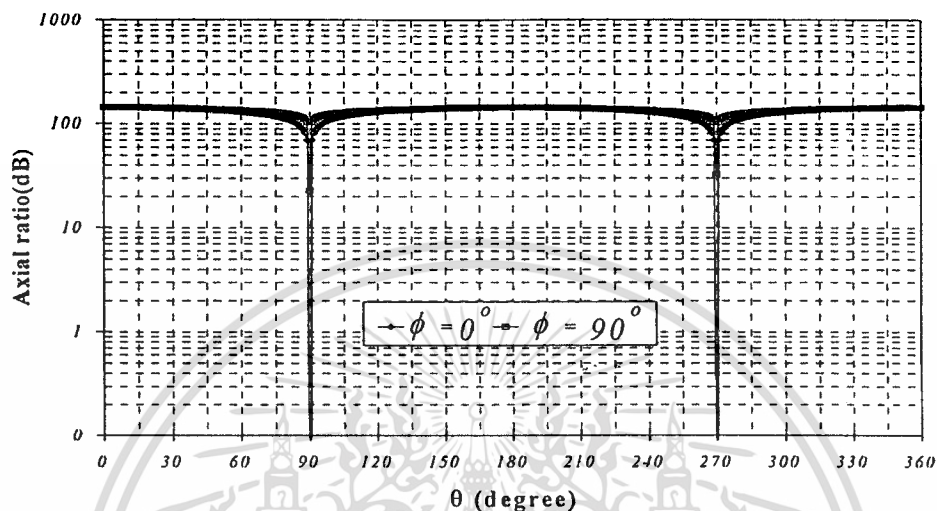
$$\tau = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2E_{\theta 0}^+ E_{\phi 0}^+}{(E_{\theta 0}^+)^2 - (E_{\phi 0}^+)^2} \cos(\beta_\theta - \beta_\phi) \right] \text{ เมื่อ } E_{\theta 0}^+ \geq E_{\phi 0}^+ \quad (5.32)$$

$$\tau = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2E_{\theta 0}^+ E_{\phi 0}^+}{(E_{\theta 0}^+)^2 - (E_{\phi 0}^+)^2} \cos(\beta_\theta - \beta_\phi) \right] \text{ เมื่อ } E_{\theta 0}^+ < E_{\phi 0}^+ \quad (5.33)$$

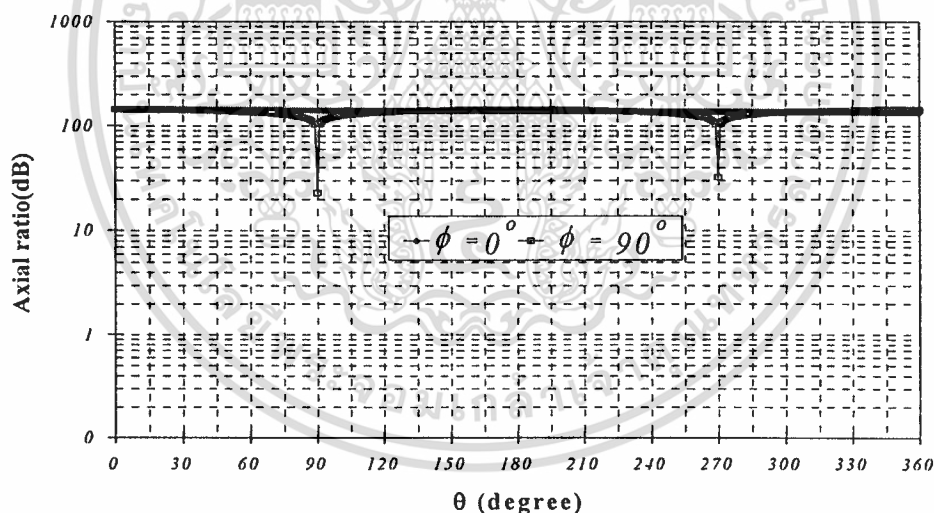
โดยที่ $-90^\circ \leq \tau \leq 90^\circ$

5.2 การโพลาริไรซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรม

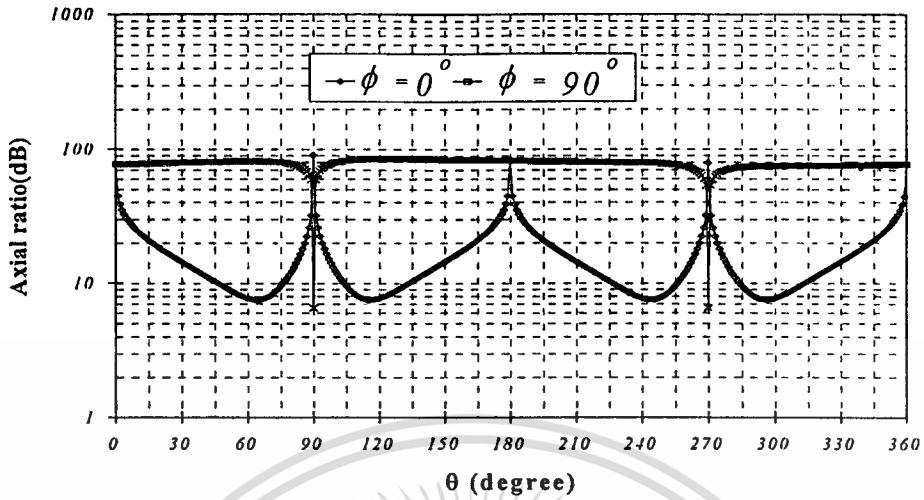
อัตราส่วนแกนและค่ามุมเอียงของสายอากาศที่มีความกว้าง $d = 0.154\lambda$



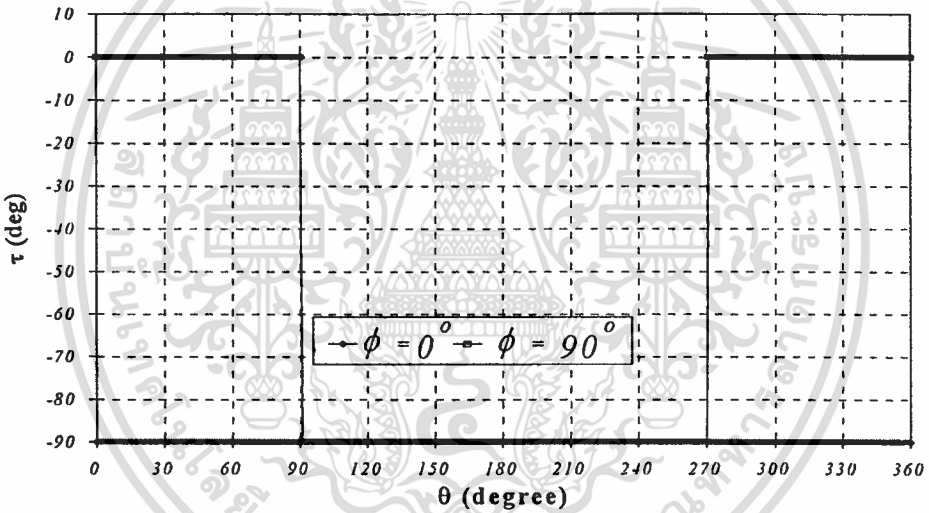
รูปที่ 5.10 อัตราส่วนแกนโดยการคำนวณด้วยวิธีศักร์เวกเตอร์ $d = 0.154\lambda$



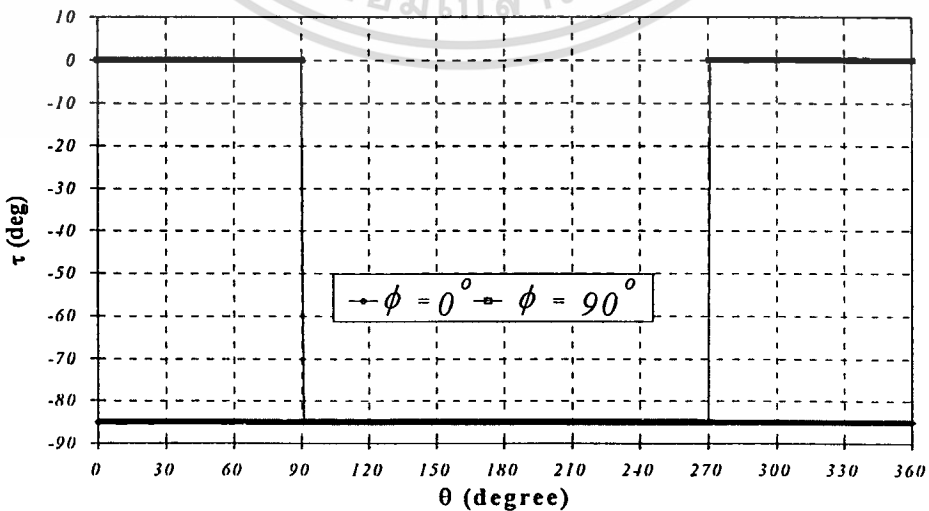
รูปที่ 5.11 อัตราส่วนแกนโดยการคำนวณด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก $d = 0.154\lambda$



รูปที่ 5.12 อัตราส่วนแกน โดยการคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้า(NEC2) $d = 0.154\lambda$



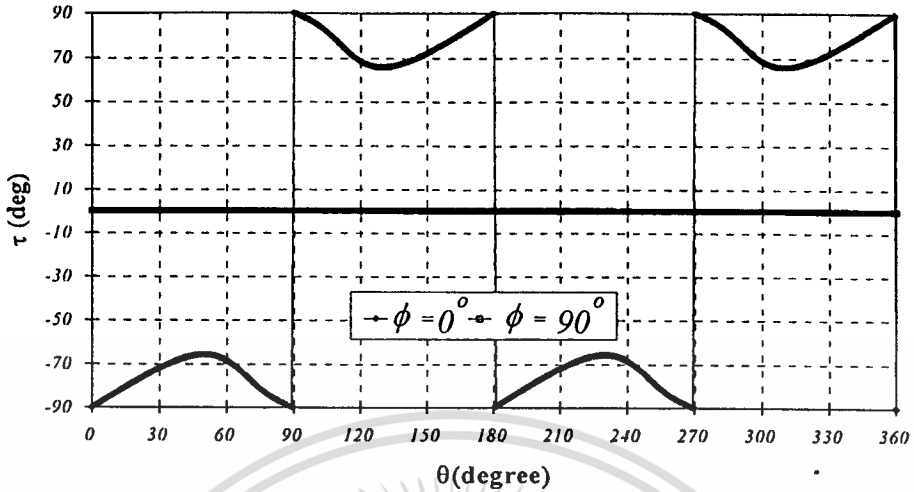
รูปที่ 5.13 ค่ามุมเอียง โดยการคำนวณด้วยวิธีสัณยศาสตร์เวกเตอร์ $d = 0.154\lambda$



รูปที่ 5.14 ค่ามุมเอียง โดยการคำนวณด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดโอดิก $d = 0.154\lambda$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.15 ค่ามุมเอียงโดยการคำนวณด้วยวิธีโปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้า (NEC2) $d = 0.154\lambda$

5.4 สรุป

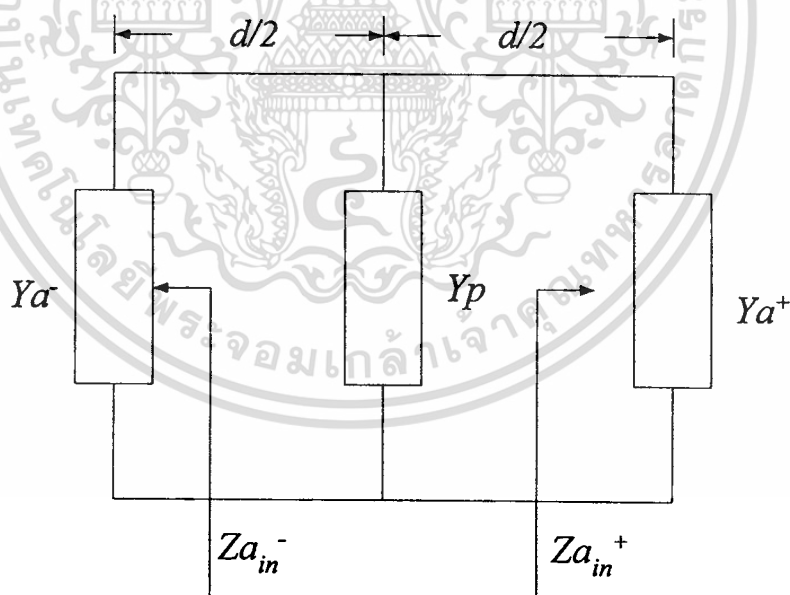
การหาโพลาริซชันของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรมเมื่อทำการคำนวณทั้งวิธีศักระเบกเตอร์ ฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิกและโปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้า (NEC2) ให้ผลที่สอดคล้องกันของอัตราส่วนแกนคือมีค่าอัตราส่วนแกนหลักมีค่ามากกว่าแกนรองมากๆ ซึ่งสามารถพิจารณาได้ว่าการโพลาไรซ์เป็นแบบเชิงเส้นและเมื่อพิจารณาประกอบกับค่ามุมเอียงจะพบว่าการโพลาไรซ์ของวงแหวนวงกลมนี้เป็นเชิงเส้นในแนวตั้งเมื่อใช้การคำนวณด้วยวิธีศักระเบกเตอร์และสอดคล้องกันเมื่อคิดด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก

บทที่ 6

คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ

6.1 การพิจารณาคุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์

การเข้ากันได้ระหว่างสายอากาศกับสายนำสัญญาณ จะเป็นตัวบอกว่า คลื่นที่ออกมาจากแหล่งจ่าย (Source) นั้น สามารถจะถูกส่งผ่านสายอากาศออกไปได้หมดหรือไม่ โดยพิจารณาถึงองค์ประกอบที่สำคัญ 2 อย่าง คือ ค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้า (Input Impedance) ของสายอากาศ และค่าอิมพีแดนซ์คุณลักษณะ (Characteristic Impedance) ของสายนำสัญญาณ (Transmission Line) ในการพิจารณาคุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศนั้นถือว่ามีค่าสำคัญมาก เนื่องจากเป็นตัวบ่งชี้ว่าสายอากาศชนิดนั้นๆ เมื่อนำไปต่อกับสายนำสัญญาณจะมีการส่งผ่านได้มากน้อยเพียงใด โดยการพิจารณาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศ [21] จะพิจารณาในนิพจน์ของแอดมิตแดนซ์ที่ต่อขนานกัน โดยแสดงวงจรสมมูลดังรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 วงจรสมมูลของสายอากาศ

ในการหาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบเชิงเส้นที่ป้อนสัญญาณ (Z_p) ให้วงแหวนวงกลมเมื่อกำหนดให้มีกระแสสูงสุด (I_m) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (6.1)

$$Z_p = -\frac{1}{I_m^2} \int_{a-l}^a \int_0^{\frac{3\pi}{2}} E_p(\rho = \rho', \phi = \phi') J_p(\rho = \rho', \phi = \phi') d\rho' d\phi' \quad (6.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{จากสมการ } E_\rho = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(c_x n^2 \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} (\cos(n\phi - n\phi')) - (\sin(n\phi + n\phi')) \right) e^{-jk_z(z-l)} \\ & \times \left(\int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(\frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 \left(\zeta J_{n-1}(\zeta\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\zeta\rho) \right) (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) e^{-jk_z(z-l)} \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a-l}^{\rho'=a} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (6.2)$$

$$\text{และ สมการ } J_\rho = \frac{I_m}{w} \sin k(\rho' - a + l) \quad (6.3)$$

เราแทนค่าสมการที่ (6.2) และ (6.3) ลงในสมการที่ (6.1) ก็จะสามารถหาค่า (Z_p) ได้เนื่องจากค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้าของสายอากาศทั้งหมดนั้นเกิดจากผลรวมของอิมพีแดนซ์และช่องเปิดทั้งสองของสายอากาศ ซึ่งช่องเปิดนั้นเราสามารถหาค่าแอดมิตแตนซ์ได้ดังนี้

$$Y_a = \frac{1}{V^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a (\vec{E}_t^a \times \vec{H}_t^a) \rho d\rho d\phi \cdot \hat{a}_z \quad (6.4)$$

เมื่อ E_t^a คือสนามไฟฟ้าที่ผิวสัมผัสของช่องเปิดและ H_t^a คือสนามแม่เหล็กที่ผิวของช่องเปิดซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

$$\text{จากสมการ } E_\phi = -j\omega\mu_0 \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(-c_x n \left(\chi J_{n-1}(\chi\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\chi\rho) \right) (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) e^{-jk_z(z-l)} \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(\frac{c_\zeta}{\kappa_\zeta^2} k_\zeta^2 n \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) e^{-jk_z(z-l)} \right) \end{aligned} \right. \quad (6.5)$$

$$\text{จากสมการ } H_\rho = j\omega\varepsilon \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(-kk_x n \frac{c_x}{\kappa_x} \left(\chi J_{n-1}(\chi\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\chi\rho) \right) (\cos(n\phi + n\phi') + \sin(n\phi - n\phi')) (2 \sin k_x(z - z')) \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & \left(kk_z n \frac{c_z}{\kappa_z} \frac{J_n(\zeta\rho)}{\rho} (\cos(n\phi + n\phi') - (\sin(n\phi - n\phi'))) (2 \sin k_z(z - z')) \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (6.6)$$

$$\text{จากสมการ } H_\phi = j\omega\varepsilon \frac{I_m}{w \sin(kl)} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(-kk_x n^2 \frac{c_x}{\kappa_x} \frac{J_n(\chi\rho)}{\rho} (\cos(n\phi - n\phi') - (\sin(n\phi + n\phi'))) (2 \sin k_x(z - z')) \right) \\ & \times \left(\int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\chi\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \\ & + \left(-kk_z \frac{c_z}{\kappa_z} \left(\zeta J_{n-1}(\lambda\rho) - \frac{n}{\rho} J_n(\zeta\rho) \right) (\cos(n\phi - n\phi') + \sin(n\phi + n\phi')) (2 \sin k_z(z - z')) \right) \\ & \times \left(\zeta \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} J_{n-1}(\zeta\rho') \sin k(\rho' - a + l) d\rho' - n \int_{\rho'=a}^{\rho'=a-l} \frac{J_n(\zeta\rho')}{\rho'} \sin k(\rho' - a + l) d\rho' \right) \end{aligned} \right. \quad (6.7)$$

$$E_t^a = E_\rho \hat{a}_\rho + E_\phi \hat{a}_\phi$$

$$H_t^a = H_\rho \hat{a}_\rho + H_\phi \hat{a}_\phi$$

ดังนั้นเราสามารถหาค่าของ Y_a ได้โดยแทนสมการ(6.2),(6.5),และ(6.6),(6.7)ลงในสมการ(6.8)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ $Y_a = \frac{1}{V^2} \int_0^a \int_0^a (E_\rho H_\phi - E_\phi H_\rho) \rho d\rho d\phi$ ไปใช้ประโยชน์ด้าน(6.8) คำ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ V คือการเชื่อมต่อของศักย์ไฟฟ้าในโหมดคลื่นหลักที่ช่องเปิดในการพิจารณาวิธานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ TE_{11} จากนั้นจะสามารถพิจารณาอิมพีแดนซ์ที่สังเกตจากโพรบไปยังช่องเปิดทั้งสองด้าน $Z_{a_{in}}$ ได้จาก

$$Z_{a_{in}} = Z_0 \frac{Za + jZ_0 \tan \beta(d/2)}{Z_0 + jZa \tan \beta(d/2)} \quad (6.9)$$

โดยที่ $Z_{a_{in}}$ ที่ปลายเปิดทั้งสองด้านของช่องเปิด $Z_{a_{in}} = \frac{1}{Y_a}$ ส่วน Z_0 คืออิมพีแดนซ์คุณลักษณะของท่อนำคลื่นทรงกระบอก (Characteristic impedance of Circular wave Guide) [22] ซึ่งจะพิจารณาโหมดคลื่นหลักแสดงได้ดังนี้

$$\lambda_{c_{nm}} = \frac{2\pi a}{\rho'_{nm}} \quad (6.10)$$

$$f_c = \frac{\rho'_{nm} \times c}{2\pi a} \quad (6.11)$$

$$\beta = (k^2 - (\frac{\rho'_{nm}}{a})^2)^{1/2} \quad (6.12)$$

$$\lambda_{g_{nm}} = \frac{2\pi}{\beta_{nm}} \quad (6.13)$$

เมื่อ $Z_0 = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (f_{c_{nm}} / f)^2}} \quad f \gg f_c \quad (6.14)$

$$Z_0 = \frac{j\omega\mu}{k\sqrt{1 - (f_{c_{nm}} / f)^2}} \quad f \gg f_c \quad (6.15)$$

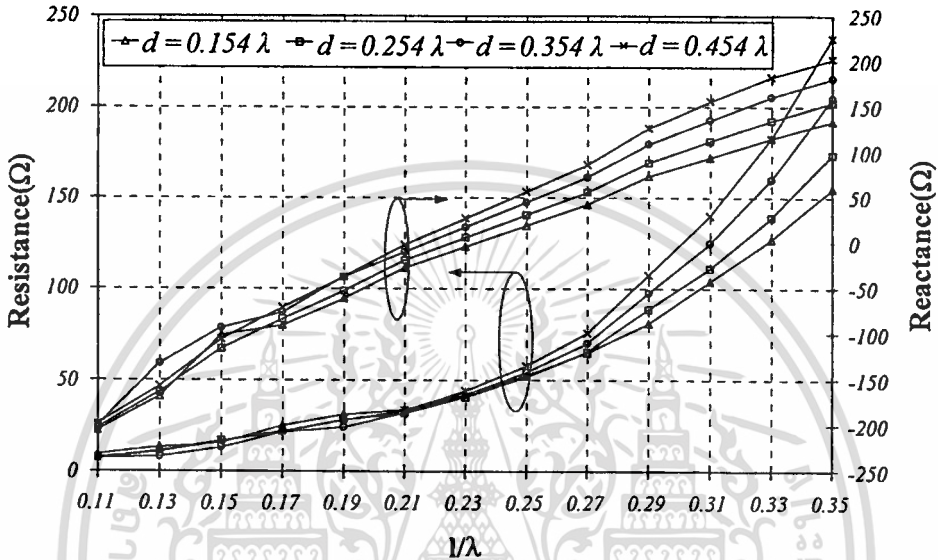
และพิจารณาแอดมิตแดนซ์ที่ด้านเข้าทั้งหมดดังนี้

$$Y_{total} = Y_{a^-} + Y_p + Y_{a^+} \quad (6.16)$$

ตามลำดับจากสมการที่ (6.16) สามารถหาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าได้โดยหาจากส่วนกลับของสมการ (6.16) นั่นเอง

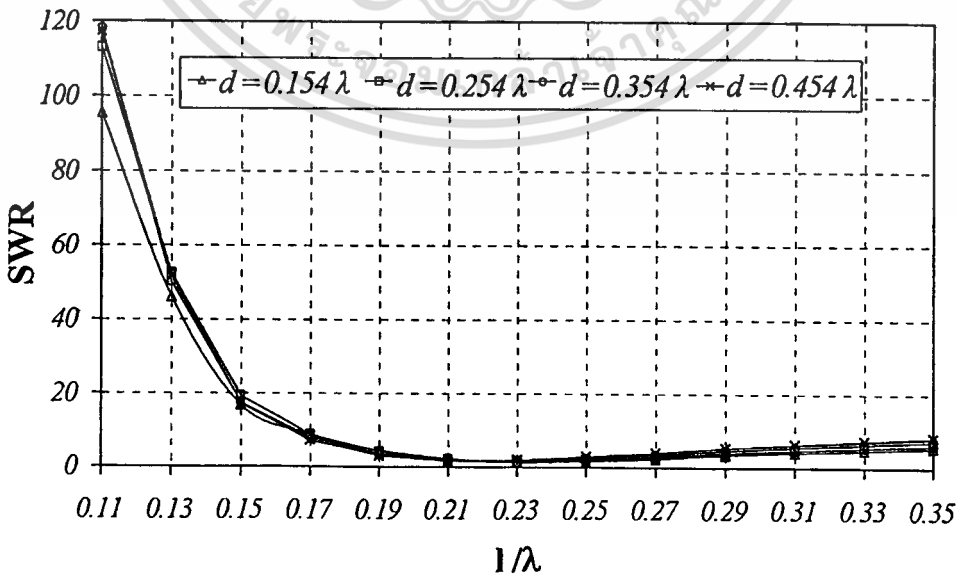
6.2 คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อน สัญญาณด้วยโพรบ

ผลการวิเคราะห์คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อน
สัญญาณด้วยโพรบ โดยการใช้โปรแกรม (NEC2)



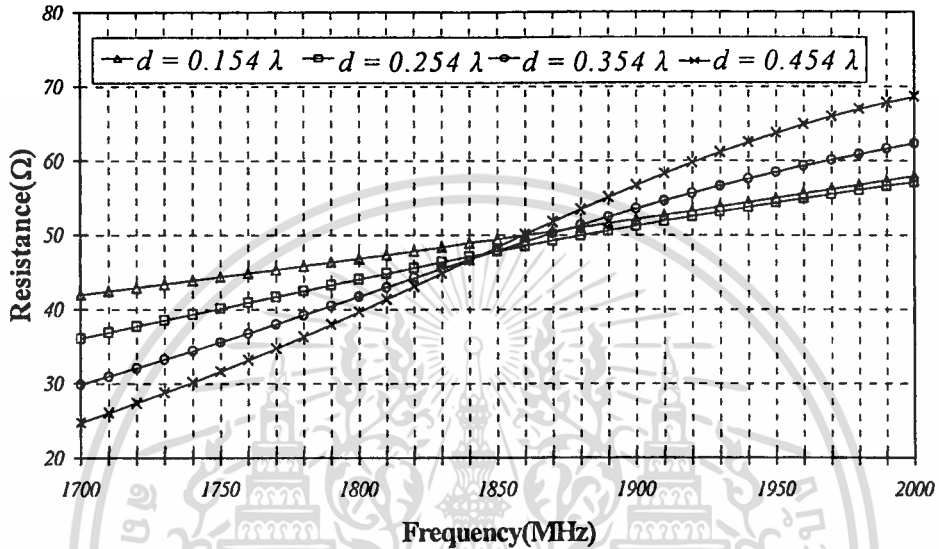
รูปที่ 6.2 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าและรีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$, $l = 0.11\lambda - 0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz)

ในรูปที่ 6.1 นี้ค่าความต้านทานทางด้านเข้าที่เข้าใกล้ 50 โอห์มที่สุดอยู่ที่ 0.25λ ค่าประมาณ 52 โอห์ม

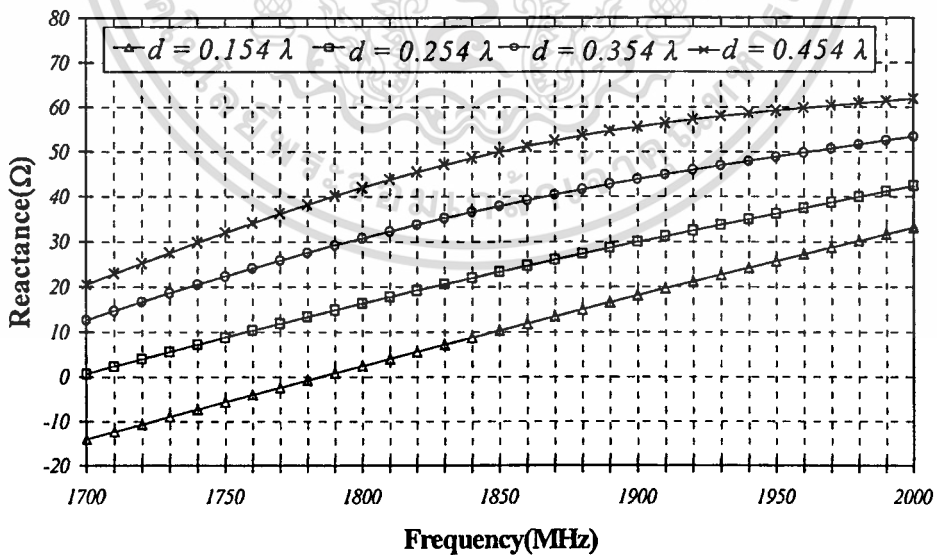


รูปที่ 6.3 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$, $l = 0.11\lambda - 0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz)

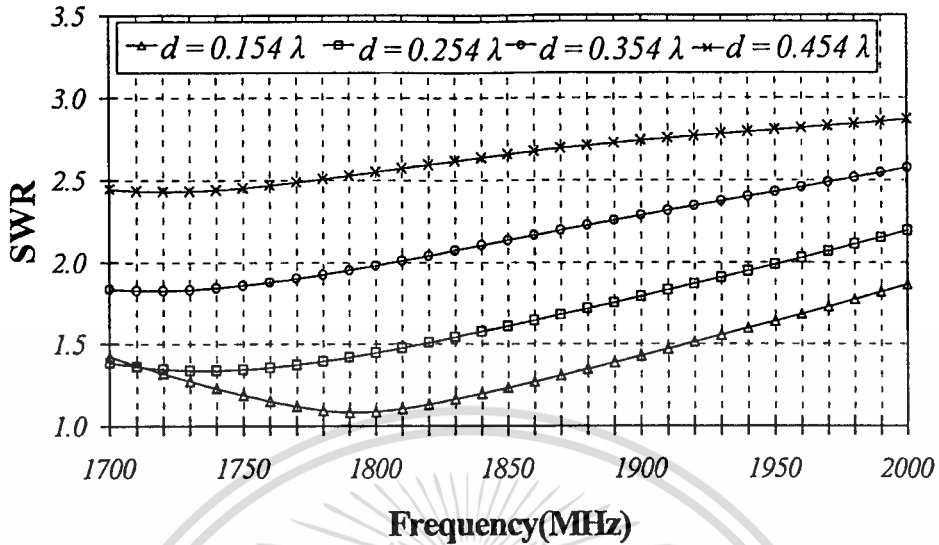
ที่ ($d = 0.154\lambda$, $l=0.23\lambda$ จะได้ค่า SWR = 1.209), ที่ ($d = 0.254\lambda$, $l=0.23\lambda$ จะได้ค่า SWR = 1.276), ($d = 0.154\lambda$, $l=0.23\lambda$ จะได้ค่า SWR = 1.5) และ ($d = 0.154\lambda$, $l=0.21\lambda$ จะได้ค่า SWR = 1.5) โดยการคำนวณที่ความถี่ 1.9065 GHz



รูปที่ 6.4 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าเมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz)



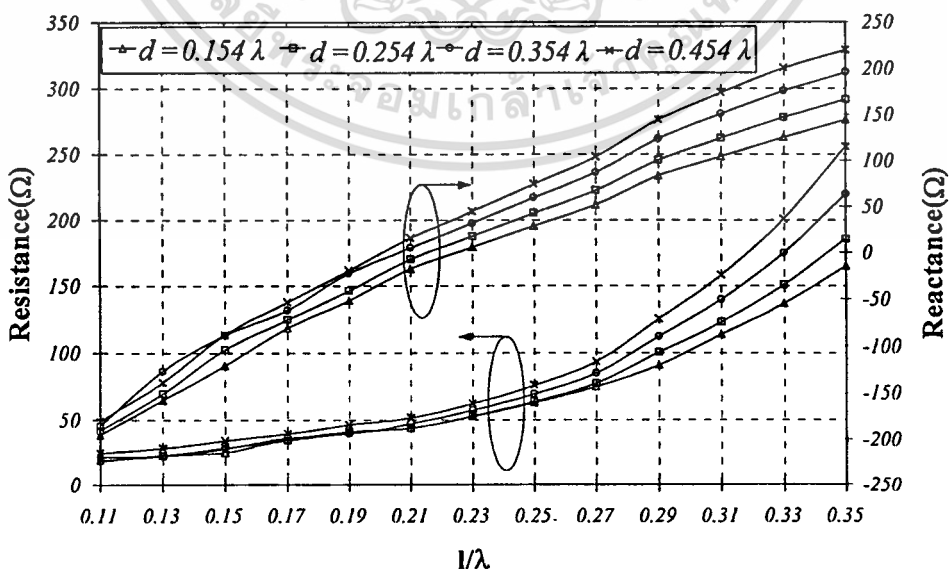
รูปที่ 6.5 ค่ารีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda-0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz)



รูปที่ 6.6 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700 \text{ MHz} - 2000 \text{ MHz}$)

โดยในการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม NEC2 นี้เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความความหนาของวงแหวนวงกลมและค่าความถี่ที่ได้คือค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ยอมรับได้คือ ($d = 0.154\lambda$, $f = 1700 \text{ MHz} - 1910 \text{ MHz}$) ($d = 0.154\lambda$, $f = 1700 \text{ MHz} - 1810 \text{ MHz}$) ส่วนที่ $d = 0.354\lambda$ และที่ $d = 0.454\lambda$ นั้น ไม่มีค่าใดที่น้อยกว่า 1.5:1

ผลการวิเคราะห์คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศองค์ประกอบของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ โดยการใช้วิธีฟังก์ชันกรีนชนิดโคแอดิก

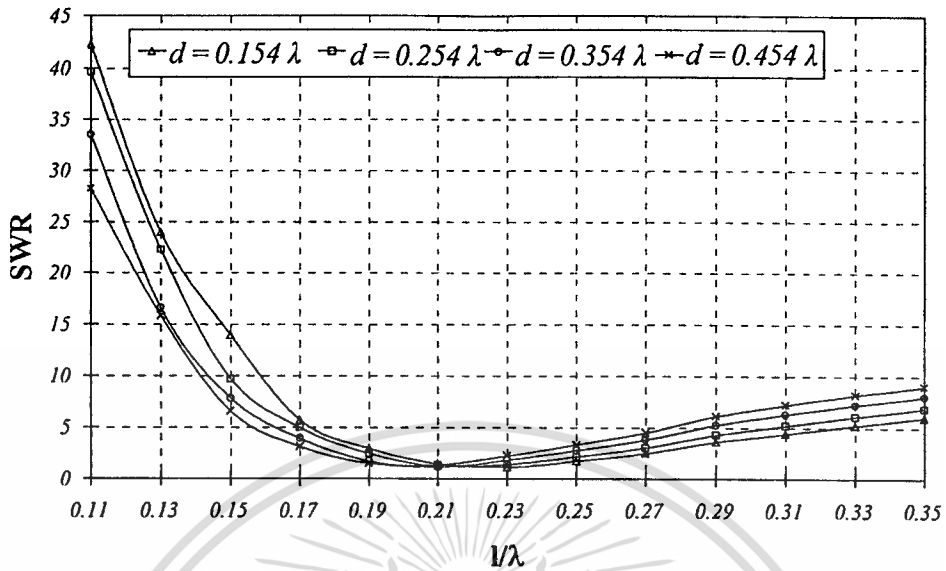


รูปที่ 6.7 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าและรีแอกแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$,

$l = 0.11\lambda - 0.35\lambda$, $f = 1.9065 \text{ GHz}$)

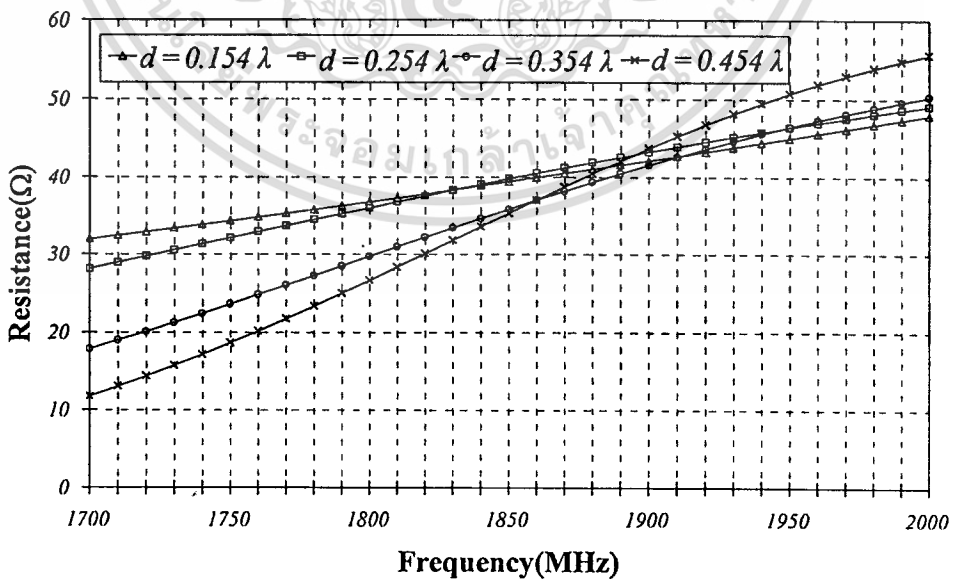
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้เองเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



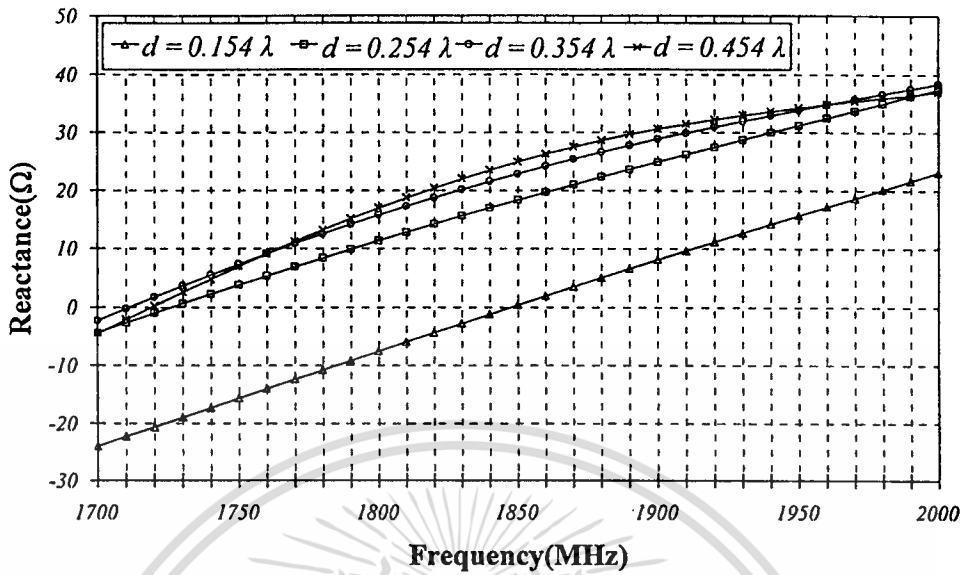
รูปที่ 6.8 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.354\lambda$, $l = 0.11\lambda - 0.35\lambda$, $f = 1.9065$ GHz)

โดยในการวิเคราะห์ด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดไดโอดิก นี้เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าความหนาของวงแหวนวงกลมและความยาวของโพรบผลที่ได้คือค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่มีค่าที่ยอมรับได้จะเป็นดังนี้ ที่ ($d = 0.154\lambda$, $l = 0.23\lambda$ จะ ได้ค่า $SWR = 1.209$), ที่ ($d = 0.254\lambda$, $l = 0.23\lambda$ จะ ได้ค่า $SWR = 1.276$), ($d = 0.154\lambda$, $l = 0.23\lambda$ จะ ได้ค่า $SWR = 1.5$) และ ($d = 0.154\lambda$, $l = 0.21\lambda$ จะ ได้ค่า $SWR = 1.5$) โดยการคำนวณที่ความถี่ 1.9065 GHz

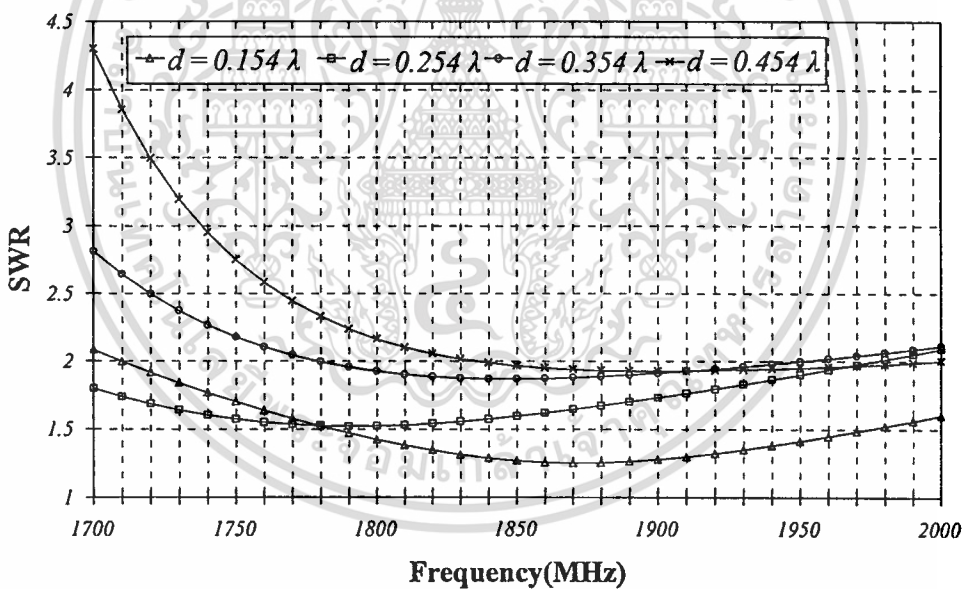


รูปที่ 6.9 คุณลักษณะความต้านทานทางด้านเข้าเมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700$ MHz-2000 MHz)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.10 ค่ารีแอคแตนซ์เมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700 \text{ MHz} - 2000 \text{ MHz}$)



รูปที่ 6.11 อัตราส่วนคลื่นนิ่งเมื่อ ($d = 0.154\lambda - 0.454\lambda$, $l = 0.25\lambda$, $f = 1700 \text{ MHz} - 2000 \text{ MHz}$)

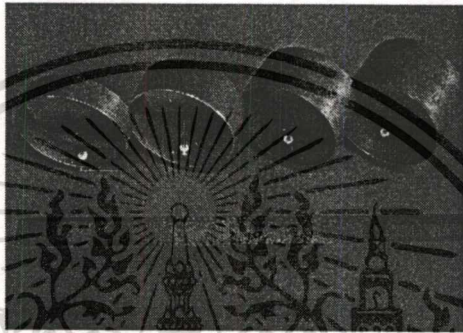
6.3 สรุป

โดยขั้นแรกได้อธิบายการหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าซึ่งเป็นค่าที่จะสามารถนำไปคำนวณหาค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งของสายอากาศซึ่งเป็นพารามิเตอร์สำคัญในการบ่งชี้ว่าสายอากาศนั้นสามารถส่งผ่านกำลังงานออกไปได้มากน้อยแค่ไหนดังนั้นในบทนี้ได้อธิบายเกี่ยวกับหลักการของการหาอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้าของสายอากาศวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ ซึ่งใช้วิธีการต่างๆ เช่น NEC2 และ วิธีกรีนชนิตไดแอดิกผลที่ได้ออกมาจากการคำนวณทั้งสองวิธีสอดคล้องกันว่าเมื่อเปลี่ยนความยาวโพรบเป็น $0.11\lambda - 0.35\lambda$ ค่าความยาวของโพรบที่ทำให้อัตราส่วนคลื่นนิ่งของสายอากาศนั้นน้อยกว่า 1.5:1 ซึ่งเป็นค่าที่ยอมรับได้อยู่ที่ประมาณ 0.21 λ ของความหนาของวงแหวนวงกลม $0.154\lambda - 0.454\lambda$ จากนั้นเมื่อเปลี่ยนความถี่ตั้งแต่ 1700MHz-2000MHz ของความหนาของวงแหวนวงกลม $0.154\lambda - 0.454\lambda$ ได้ผลออกมาว่าที่ความหนาของวงแหวนวงกลมที่มีค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ยอมรับได้คือที่ความหนา 0.154λ มีค่าอยู่ในช่วงความถี่ 1780MHz-1980MHz

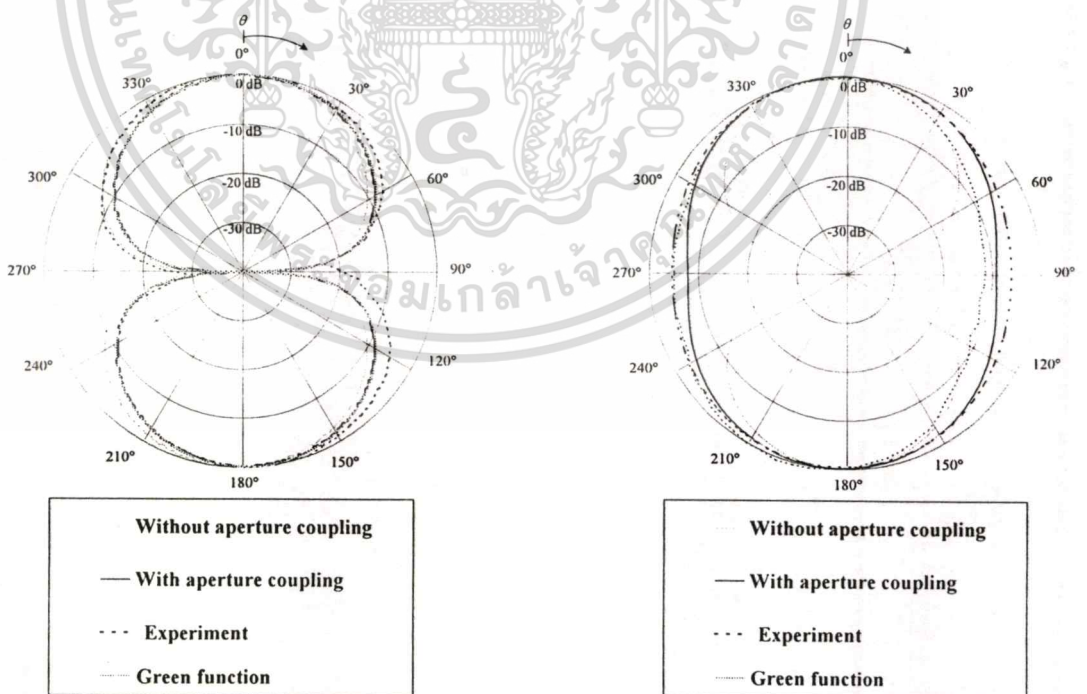
บทที่ 7

การทดสอบ

ในบทนี้จะแสดงผลการทดลองหรือการวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศได้แก่การแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศที่ทำการวิจัยและอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้า เพื่อให้เกิดความเข้าใจในสายอากาศของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบทั้งองค์ประกอบและแถวลำดับอีกทั้งยังได้แสดงโครงสร้างของสายอากาศที่ทำการสร้างจริง



รูปที่ 7.1 การเปรียบเทียบความหนาของวงกลมที่ขนาดต่างๆ



รูปที่ 7.2 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า

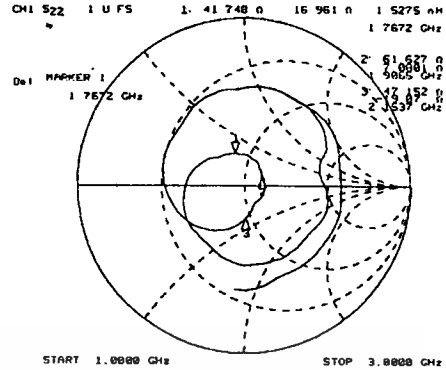
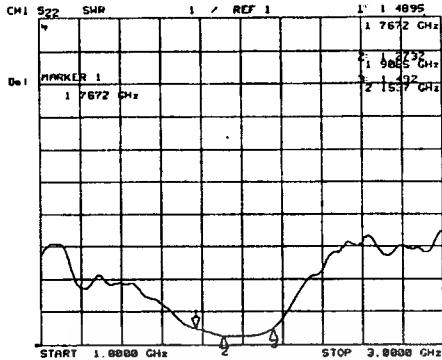
รูปที่ 7.2 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก

$d = 0.154\lambda$

$d = 0.154\lambda$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



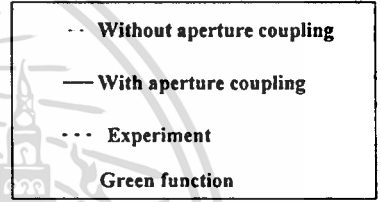
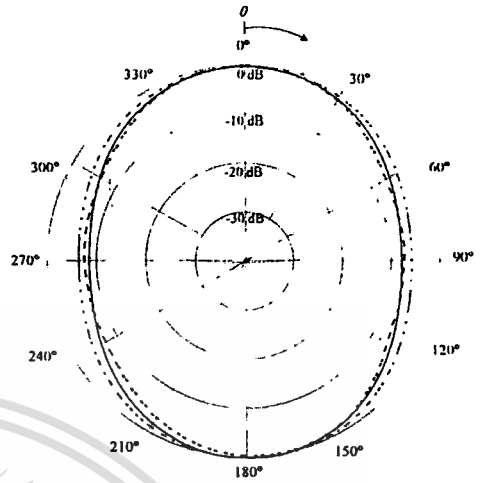
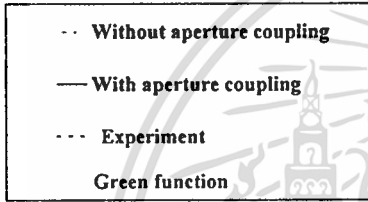
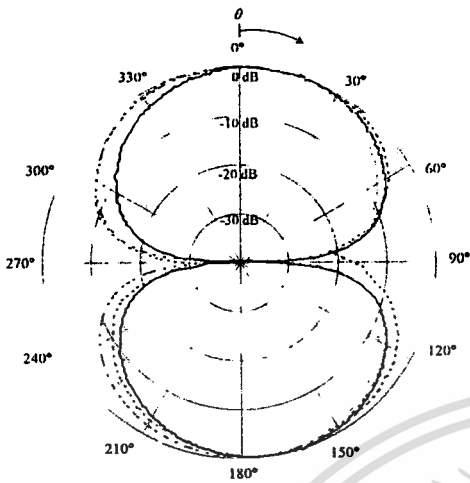
รูปที่ 7.2 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.154\lambda$

รูปที่ 7.2 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.154\lambda$

รูปที่ 7.2 (ก) และ (ข) แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน ($d = 0.154\lambda$) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีศัณยศาสตร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนซนิกโคแอดคิกเปรียบเทียบกับกริดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.2 (ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.7672GHz-2.1537GHz และที่ความถี่ 1.9065GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.2732 ส่วน รูปที่ 7.2 (ง) ค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้านั้นในค่าที่ออกมาเป็น $61.627 + j7.0801 \Omega$

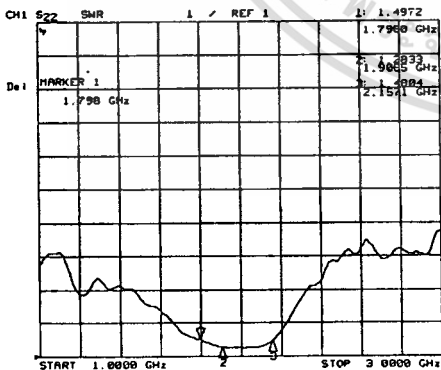
ตารางที่ 7.1 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.154\lambda$

	VEC	Green	NEC2	Measurement
$d = 0.154\lambda$	6.816dBi	5.4dBi	4.41dBi	6.7dBi

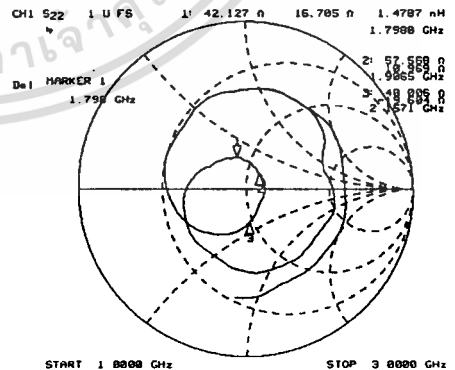


รูปที่ 7.3 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า $d = 0.254\lambda$

รูปที่ 7.3 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.254\lambda$



รูปที่ 7.3 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.254\lambda$

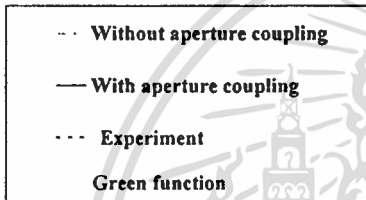
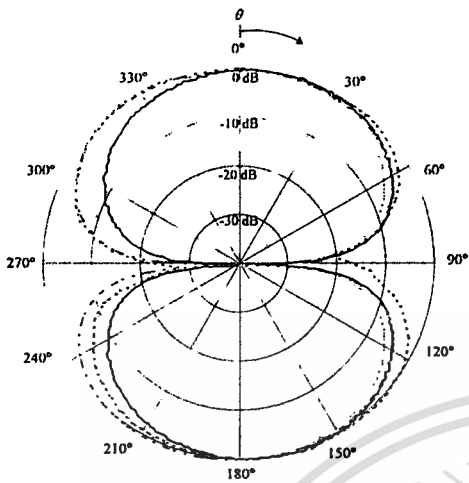


รูปที่ 7.3 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.254\lambda$

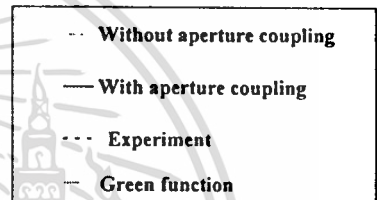
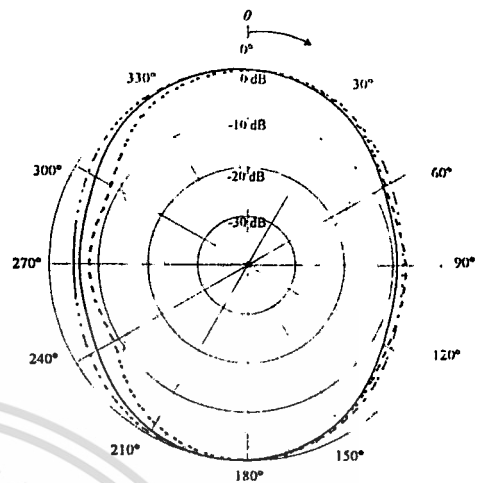
รูปที่ 7.3 (ก)และ(ข)แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน ($d = 0.254\lambda$) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีศัพทศาสตร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนซันิตไดแอคติกเปรียบเทียบกับการวัดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.3 (ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.7960GHz-2.1571GHz และที่ความถี่ 1.9065GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.2833 ส่วน รูปที่ 7.3 (ง)ค่าอิมพีแดนซ์ทางเข้าในในความถี่ที่ออกแบบมีค่าเป็น $57.568 + j10.969\Omega$

ตารางที่ 7.2 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.254\lambda$

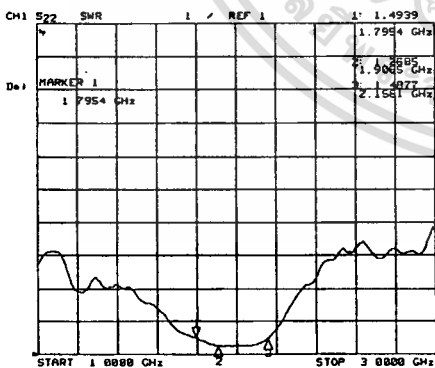
	VEC	Green	NEC2	Measurement
$d = 0.254\lambda$	6.6dBi	5.3dBi	4.6dBi	6.4dBi



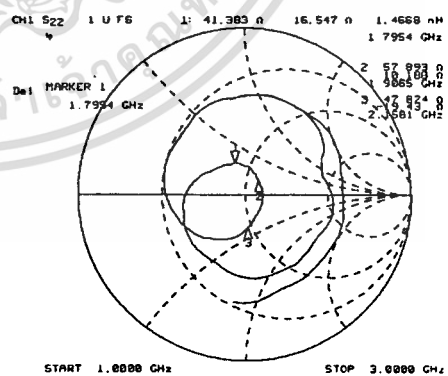
รูปที่ 7.4 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า $d = 0.354\lambda$



รูปที่ 7.4 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.354\lambda$



รูปที่ 7.4 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.354\lambda$

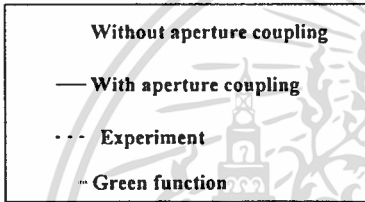
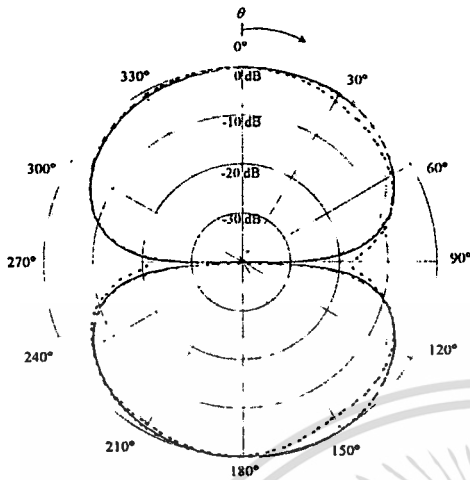


รูปที่ 7.4 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.354\lambda$

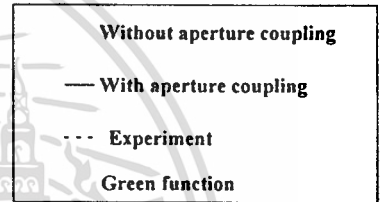
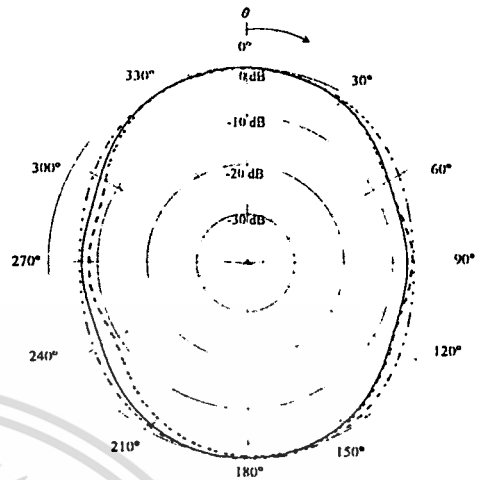
รูปที่ 7.4 (ก)และ(ข)แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน($d = 0.354\lambda$) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีตัดขั้วเวกเตอร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนซันด์ไดแอดิกเปรียบเทียบกับการวัดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.4 (ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.7954GHz-2.1581GHz และที่ความถี่1.9065GHzซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.2685 ส่วน รูปที่ 7.4 (ง)ค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้านั้นในความถี่ที่ออกแบบมีค่าเป็น $57.893 + j10.188\Omega$

ตารางที่ 7.3 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างกรคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.354\lambda$

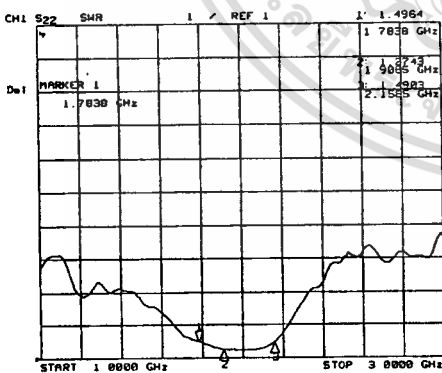
	VEC	Green	NEC2	Measurement
$d = 0.354\lambda$	6.3dBi	5.0dBi	4.3dBi	6.0dBi



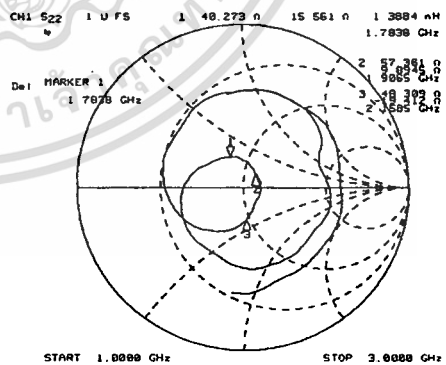
รูปที่ 7.5 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า $d = 0.454\lambda$



รูปที่ 7.5 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก $d = 0.454\lambda$



รูปที่ 7.5 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.454\lambda$

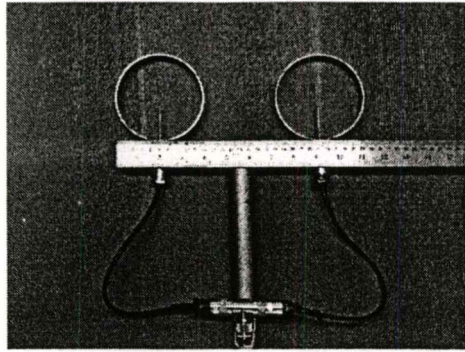


รูปที่ 7.5 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่ $d = 0.454\lambda$

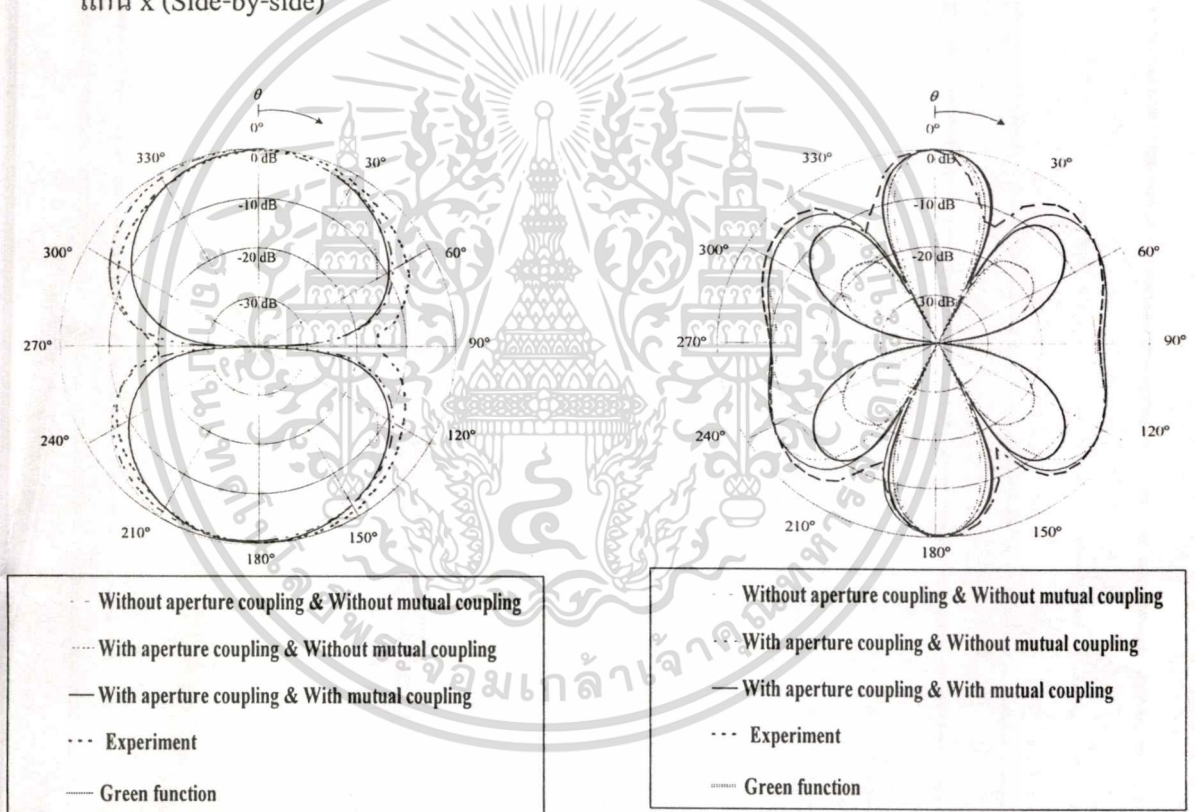
รูปที่ 7.5 (ก)และ(ข)แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน($d = 0.454\lambda$) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีศัพทศาสตร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนซันดิโคแอคติกเปรียบเทียบกับกรวัดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.5 (ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.7383GHz-2.1585GHz และที่ความถี่ 1.9065GHzซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.2743 ส่วน รูปที่ 7.5 (ง)ค่าอิมพีแดนซ์ทางเข้าในในความถี่ที่ออกแบบมีค่าเป็น $57.361 + j9.8945\Omega$

ตารางที่ 7.4 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างกรคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ $d = 0.454\lambda$

	VEC	Green	NEC2	Measurement
$d = 0.454\lambda$	5.846dBi	4dBi	3.69dBi	5.7dBi

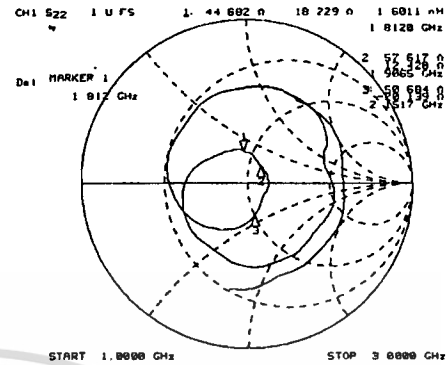
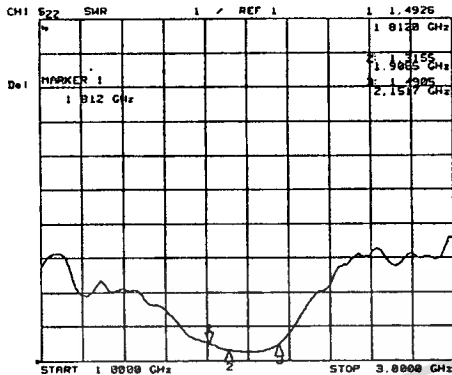


รูปที่ 7.6 การจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบในแนวแกน x (Side-by-side)



รูปที่ 7.7 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าแถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side)

รูปที่ 7.7 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็กแถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side)



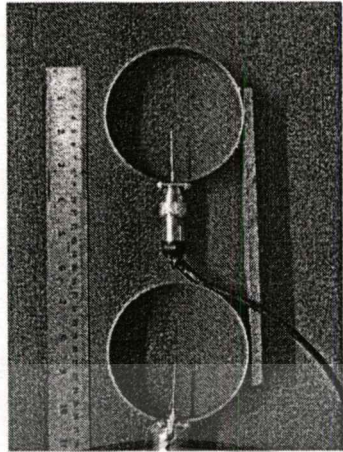
รูปที่ 7.7 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน x

รูปที่ 7.7 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน x

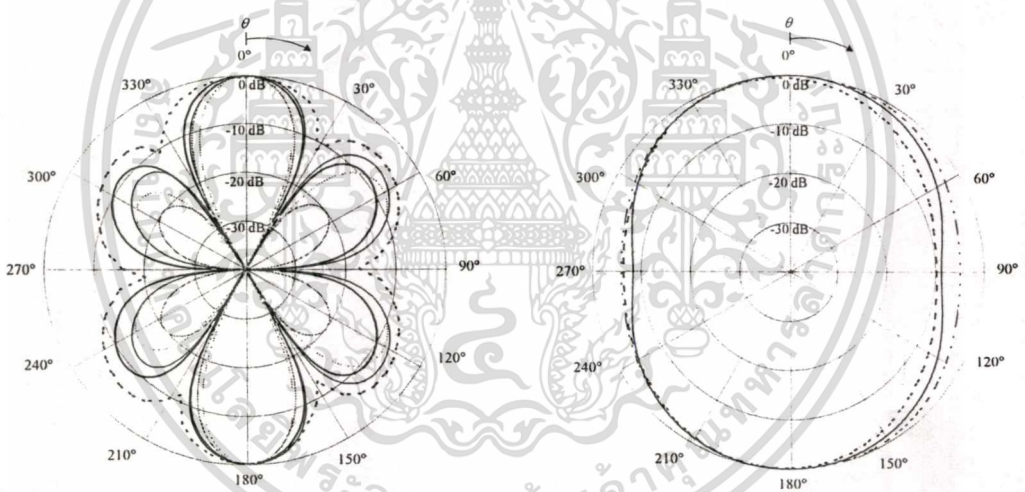
รูปที่ 7.7 (ค) และ (ข) แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน ($d = 0.154\lambda$) แถวลำดับในแนวแกน x (Side-by-side) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีศัพทศาสตร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนชเนิดไอแอดิกเปรียบเทียบกับกรวัดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.7(ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.8120GHz-2.1517GHz และที่ความถี่ 1.9065GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.3155 ส่วน รูปที่ 7.7(ง) ค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้านั้นในความถี่ที่ออกแบบมีค่าเป็น $57.617 + j12.428\Omega$

ตารางที่ 7.5 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ(แสดงที่สององค์ประกอบในแนวแกน x)

	VEC	Green	NEC2	Measurement
Side-by-side	9.952dBi	7.9dBi	6.8dBi	9.2dBi



รูปที่ 7.8 การจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบในแนวแกน y (Collinear)



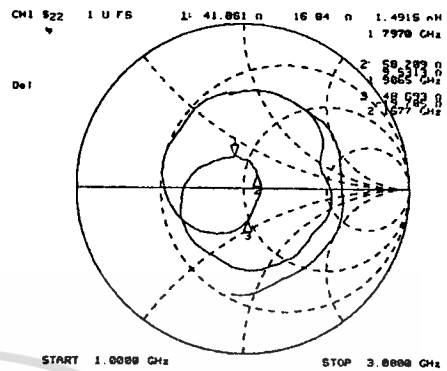
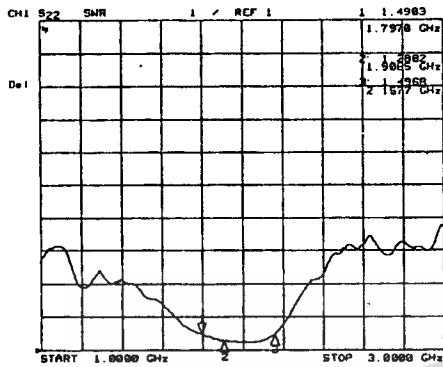
- - Without aperture coupling & Without mutual coupling
- .. With aperture coupling & Without mutual coupling
- With aperture coupling & With mutual coupling
- ... Experiment
- Green function

- Without aperture coupling & Without mutual coupling
- With aperture coupling & Without mutual coupling
- With aperture coupling & With mutual coupling
- ... Experiment
- Green function

รูปที่ 7.9 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า

รูปที่ 7.9 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



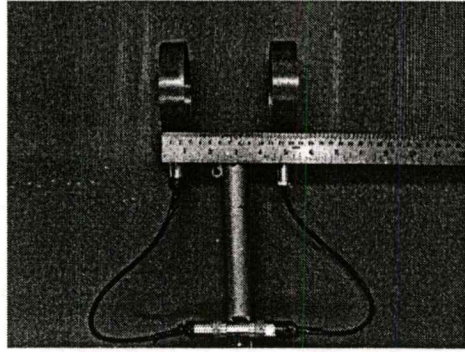
รูปที่ 7.9 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน y

รูปที่ 7.9 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน y

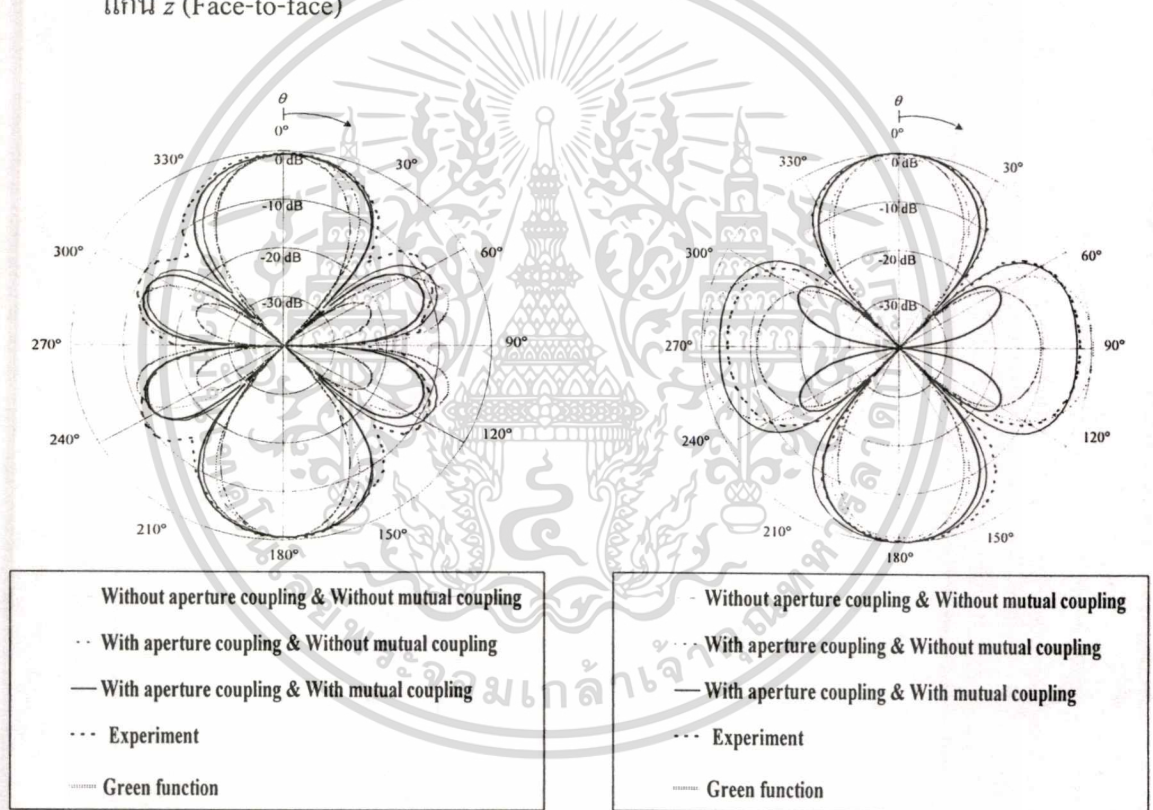
รูปที่ 7.9 (ก) และ (ข) แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน ($d = 0.154\lambda$) แถวลำดับในแนวแกน y (Collinear) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีศัขย์เวกเตอร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนชนิคโคแอดิกเปรียบเทียบกับกรวัดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริง ผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.9(ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.7970GHz-2.1583GHz และที่ความถี่ 1.9065GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.2882 ส่วน รูปที่ 7.9(ง) ค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้านั้นในความถี่ที่ออกแบบมีค่าเป็น $58.209 + j9.5313\Omega$

ตารางที่ 7.6 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ(แสดงที่สององค์ประกอบในแนวแกน y)

	VEC	Green	NEC2	Measurement
Collinear	10.1dBi	8.4dBi	7.8dBi	9.0dBi

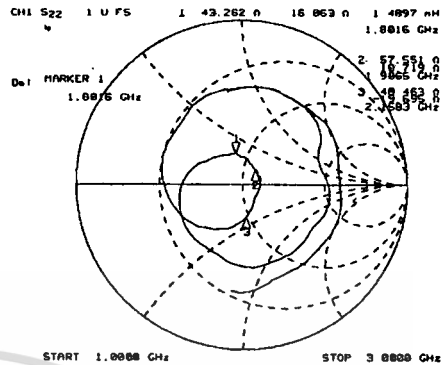
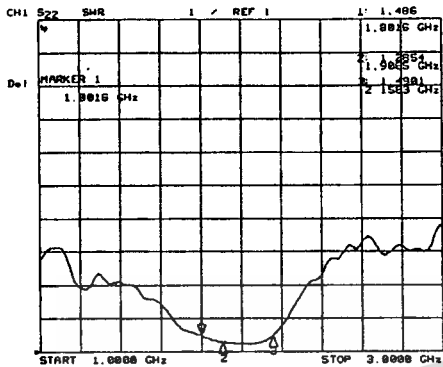


รูปที่ 7.10 การจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบในแนวแกน z (Face-to-face)



รูปที่ 7.11 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า

รูปที่ 7.11 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก



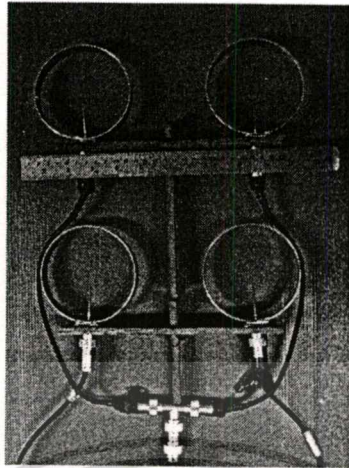
รูปที่ 7.11 (ค) อัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน z

รูปที่ 7.11 (ง) อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับในแนวแกน z

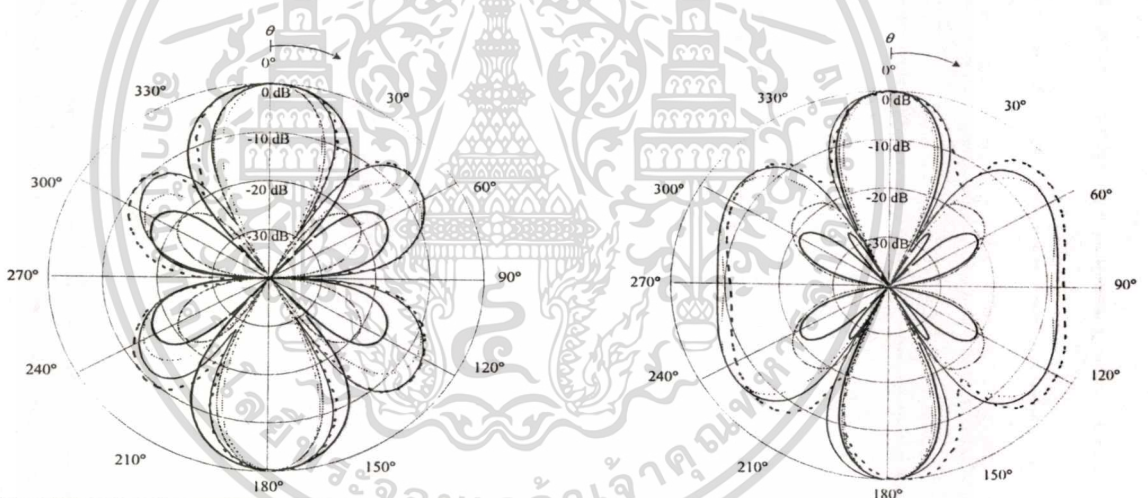
รูปที่ 7.11 (ค) และ (ข) แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน ($d = 0.154\lambda$) แถวลำดับในแนวแกน z (Face-to-face) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีศัพทศาสตร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนชนิดโคแอดิกเปรียบเทียบกับกริดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.11(ค) แสดงอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.8016GHz-2.1583GHz และที่ความถี่ 1.9065GHz ซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตราส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.2854 ส่วน รูปที่ 7.11(ง) ค่าอิมพีแดนซ์ทางเข้าในในความถี่ที่ออกแบบมีค่าเป็น $57.551 + j10.719\Omega$

ตารางที่ 7.7 การเปรียบเทียบค่าอัตราขยายระหว่างการคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ(แสดงที่สององค์ประกอบในแนวแกน z)

	VEC	Green	NEC2	Measurement
Face-to-face	10.2dBi	8.8dBi	7.9dBi	9.3dBi



รูปที่ 7.12 การจัดเรียงสายอากาศแถวลำดับของวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบแบบเชิงระนาบ



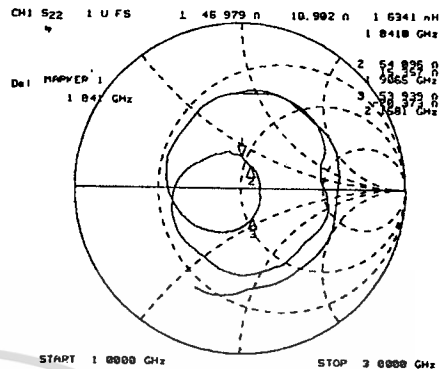
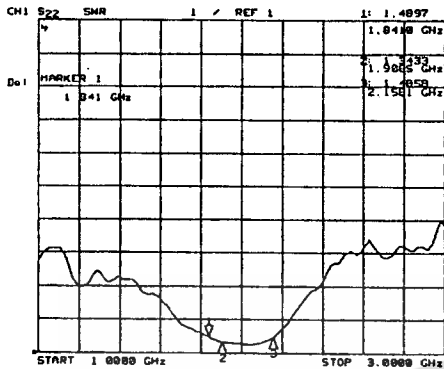
- - - Without aperture coupling & Without mutual coupling
 With aperture coupling & Without mutual coupling
 — With aperture coupling & With mutual coupling
 ... Experiment
 - Green function

- - - Without aperture coupling & Without mutual coupling
 With aperture coupling & Without mutual coupling
 — With aperture coupling & With mutual coupling
 ... Experiment
 - Green function

รูปที่ 7.13 (ก) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้า

รูปที่ 7.13 (ข) การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามแม่เหล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.13 (ก)อัตรส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับเชิงระนาบ

รูปที่ 7.13 (ง)อิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ทำการทดสอบที่แถวลำดับเชิงระนาบ

รูปที่ 7.13 (ก)และ(ข)แสดงการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่มีค่าความหนาของวงแหวน($d = 0.154\lambda$) แถวลำดับเชิงระนาบ (Planar) โดยทำการเปรียบเทียบทั้งการวิเคราะห์ด้วยวิธีคัตซ์เวกเตอร์, โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า NEC2 และการใช้กรีนซันดิคไคแอคติกเปรียบเทียบกับกรวดและทดสอบสายอากาศที่สร้างจริงผลของการแพร่กระจายคลื่นมีค่าใกล้เคียงกับการใช้โปรแกรมแม่เหล็กไฟฟ้าเนื่องจากวิธีดังกล่าวคิดผลรวมของการเชื่อมต่องระหว่างช่องเปิดของสายอากาศจึงทำให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดสอบจริง รูป 7.13(ค) แสดงอัตรส่วนคลื่นนิ่งที่ทำการทดสอบมีอัตรส่วนคลื่นนิ่งน้อยกว่า 1.5:1 ตั้งแต่ความถี่ 1.8410GHz-2.1581GHz และที่ความถี่1.9065GHzซึ่งเป็นความถี่ที่ใช้ทำการออกแบบมีอัตรส่วนคลื่นนิ่งเป็น 1.3433 ส่วน รูปที่ 7.13(ง)ค่าอิมพีแดนซ์ทางด้านเข้านั้นในค่าที่ได้ออกแบบมีค่าเป็น $54.096 + j15.357\Omega$

ตารางที่ 7.8 การเปรียบเทียบค่าอัตรขยายระหว่างกรคำนวณวิธีต่างๆกับการทดสอบ(แสดงที่สององค์ประกอบแบบเชิงระนาบ)

	VEC	Green	NEC2	Measurement
Planar	13.8dBi	10.8dBi	9.9dBi	12.3dBi

บทที่ 8

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

8.1 การสรุปเนื้อหาโดยรวม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการสรุปของวิทยานิพนธ์จากบทที่ 1 นั้นเราจะกล่าวถึง การวิเคราะห์ สร้าง และ ทดสอบสายอากาศวงแหวนวงกลมที่ป้อนสัญญาณด้วยโพรบ เป็นสายอากาศที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนและวัสดุที่นำมาทำเป็นสายอากาศสามารถหาได้ไม่ยากในประเทศไทย สายอากาศดังกล่าวมีรูปแบบการแพร่กระจายคลื่นแบบสองทิศทาง ดังนั้นการประยุกต์ใช้งานของสายอากาศชนิดนี้จึงเหมาะสมกับการใช้งานในบริเวณพื้นที่ที่แคบและมีลักษณะเป็นแนวยาว เช่น บนทางด่วน ทางเดินระหว่างตัวตึก อุโมงค์ บทที่ 2 กล่าวถึงวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์สายอากาศที่นำเสนอมีสามวิธีได้แก่ คณิตศาสตร์ ฟังก์ชันกรีนชนิดโคแอดิก และ โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า โดยในแต่ละวิธีจะมีข้อดี เช่น การใช้คณิตศาสตร์จะสามารถคำนวณได้ผลออกมาในขั้นต้นโดยไม่ยุ่งยากและซับซ้อนมากนัก ส่วนวิธีฟังก์ชันกรีนชนิดโคแอดิกสามารถนำมาหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศได้ วิธีโปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถทำได้โดยการคำนวณสามารถคิดรูปแบบการแพร่กระจายคลื่นและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของสายอากาศได้และ โปรแกรมดังกล่าวเป็นที่ยอมรับว่ามีความแม่นยำ โดยในบทนี้ได้อธิบายที่มาของผลเฉลยของสมการสนามที่แพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ โดยการประยุกต์หลักการสนามสมมูล เงื่อนไขของโครงสร้างของสายอากาศ เพื่อสร้างสมการเชิงอินทิกรัลที่มีตัวแปรไม่ทราบค่าแสดงในสมการดังนี้ กระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กที่ช่องเปิดและที่โพรบตามลำดับ บทที่ 3 กล่าวถึงสายอากาศแถวลำดับของสายอากาศวงแหวนวงกลมแสดงการหาสมการแถวลำดับของสายอากาศ ทั้งในแนวแกน นอกแนวแกนและแบบเชิงระนาบอย่างละเอียด บทที่ 4 กล่าวถึง คุณลักษณะของสายอากาศ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่น ค่าความกว้างลำคลื่นครึ่งกำลัง ค่าสภาพเจาะจงทิศทางที่เป็นค่าตัวแปรสำคัญของสายอากาศทั้งองค์ประกอบและแถวลำดับ บทที่ 5 กล่าวถึงการโพลาริซชันของสายอากาศ หลักการเบื้องต้นในการพิจารณาโพลาริซชันการหาโพลาริซชันของสายอากาศวงแหวนวงกลม โดยใช้การคำนวณทั้งสามวิธีที่ได้กล่าวในเบื้องต้นบทที่ 6 คุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศจะทำการคำนวณสองวิธีได้แก่ ฟังก์ชันกรีนชนิดโคแอดิก โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า นำมาเปรียบเทียบกัน

8.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

จากผลการวิเคราะห์ที่แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์พบว่า การคำนวณ ขาดการพิจารณาการหากระแสที่โพรบดังนั้น ควรใช้วิธีโมเมนต์ร่วมในการอธิบายคุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศได้แม่นยำ และ ยังต้องคิดผลของการเชื่อมต่อร่วมระหว่างช่องเปิดของสายอากาศด้วยเพื่อผลการคำนวณที่ได้ค่าเหมือนการใช้งานจริงยิ่งขึ้น และในการแบ่งกำลังงานของสายอากาศที่เป็นการไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการแก้ไข

เชื่อมต่อแบบที่โดยผ่านสายนำสัญญาณแบบแกนร่วมที่มีความยาว $\lambda/4$ เท่าๆกันทุกสายนั้น พบว่า หากมีจำนวนองค์ประกอบแถวลำดับเพิ่มขึ้น จำนวนสายนำสัญญาณก็เพิ่มขึ้นด้วยและ ตัวเชื่อมต่อก็เพิ่มขึ้นด้วยเป็นผลให้เกิดการสูญเสีย ในการพัฒนาต่อนั้นควรหาระบบการป้อนสัญญาณให้มีการสูญเสียน้อยลงทำให้การทำงานของสายอากาศมีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] L.C. Godara, "Applications of antenna array to mobile communications part I performance improvement, feasibility, and system considerations," *Proc. IEEE*, vol.85, no.7, pp.1031-1060, July 1997.
- [2] R.C. Johnson and H. Jasik, "Antenna Engineering Handbook," McGraw-Hill Inc., 1984.
- [3] K. Cho and T. Hori, "Bidirectional rod antenna composed of narrow patches," *Proc. IEEE Antennas Propagat. Soc. Int. Symp.*, pp.174-177, June 1994.
- [4] T. Hori, K. Cho, and K. Kagoshima, "Bidirectional base station antenna illuminating a street microcell for personal communication system," *Proc. 9th Int. Elect. Eng. Conf. Antennas Propagat.*, pp.419-422, Apr.1995.
- [5] H. Arai and K. Kohzu, "A bidirectional notch antenna," *Proc. IEEE Antennas Propagat. Soc. Int. Symp.*, pp.42-45, July 1996.
- [6] K. Kohzu and H. Arai, "Dual band bidirectional antenna," *Proc. 1996 Asia-Pacific Microwave Conf.*, pp.856-859, Dec. 1996.
- [7] T. Mukaiyama, H. Arai, and Y. Ebine, "Bi-directional notch and crank-shaped antenna," *Proc. 1997 Asia-Pacific Microwave Conf.*, pp.417-420, Dec. 1997.
- [8] S.Kosulvit, "A Bidirectional Antenna using a Probe Excited Ring," Doctor Thesis, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, 2001
- [9] S. Kosulvit, C. Phongcharoenpanich, M. Krairiksh, and T. Wakabayashi, "Evaluation of input impedance a bidirectional antenna using a linear probe in rectangular ring," *Proc. of the 5th Int. Sym. on Antenna, Propagation and Electromagnetic Theory*, Beijing pp.650-653, Aug. 2000
- [10] S. Kosulvit, C. Phongcharoenpanich, M. Krairiksh, and T. Wakabayashi, "Design of a bidirectional antenna using a probe excited circular ring," *Proc. 1999 Thailand-Japan Joint Symp. on Microwaves*, pp.55-59, Sep. 1999.
- [11] C.A. Balanis, "Antenna Theory Analysis and Design," 2nd ed. John Wiley & Sons, Inc., 1997
- [12] C.A. Balanis, "Advance Engineering Electromagnetics," ed. John Wiley & Sons, Inc., 1989
- [13] R.E. Collin, "Antennas and Radiowave Propagation," McGraw-Hill International Editions,

- [14] Tai C.T. *Generalized Vector and Dyadic Analysis : Applied Mathematics in field Theory.* Newyork :IEEE Press. 1992
- [15] C.T. Tai, "Dyadic Green Function in Electromagnetic Theory," 2nd, New York, IEEE Press, 1993
- [16] G. J. Burk and A. J. Poggio. *Numerical Electromagnetics Code (NEC) Method of Moment, Parts I-III.* Lawrence Livermore Nat. Lab., Livermore, CA, 1981
- [17] Burke G. J. "Recent Improment to the Model for Wire Antenna in the code NEC," *Antenna and Propagation Society International Symposium Digest*, vol. 1, 1989, pp.240-243
- [18] Miller E. K. "PCs for AP and other EM reflection: Wire-grid approximation to solid surface," *IEEE Antenna propagat. Mag.*, vol.39, no. 1, Feb. 1997 .pp.94-97
- [19] C. Phongcharoenpanich, T. Sroysuwan, P. Wounchum, S. Kosulvit and M. Krairiksh, "An Array of a Probe Excited Circular Ring Radiating Bidirectional Pattern," *IEEE Antenna and Propagation*, vol. 2, pp. 292-295, June 2002
- [20] C. Phongcharoenpanich, T. Sroysuwan, P. Wounchum, S. Kosulvit and M. Krairiksh, "Planar Array of a Probe Excited Circular Ring Radiational Pattern," *The 2002 International Technical Conference*, vol. 2, pp. 719-722, July 2002
- [21] K.F. Sander and G. A. L. Reed, "Transmission and Propagation of Electromagnetic Waves," Cambridge University Press, 1986
- [22] N. Marcuvitz, "Waveguide Handbook," Dover, 1951

ประวัติผู้เขียน

นายธนรัชต์ ศรีอยสุวรรณ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ปีการศึกษา 2541 และในปีการศึกษา 2544 เข้าศึกษาในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม ที่สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

