

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การหาค่า Buildup factor ของรังสีแกมมา



นายวีรวัฒน์ ลีลาธรรม
นายเอกราช สุขสวัสดิ์

เลขหม.....
เลขทะเบียน 47275
วัน, เดือน, ปี 27 ส.ย. 2546

b.....
i.....

โครงการพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2545

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

0/1/10

Determination of Buildup factor for Gamma Rays



A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of
Bachelor of Science
Faculty of Science
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
Academic Year 2002

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โครงการพิเศษเรื่อง การหาค่า Buildup factor ของรังสีแกมมา

นักศึกษา นาย วีรวัฒน์ สีลาธรรม

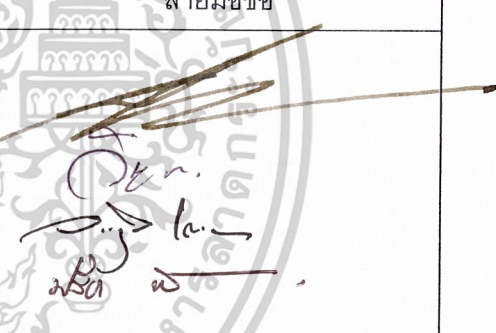
นาย เอกราช สุขสวัสดิ์


ภาควิชา ฟิสิกส์ประยุกต์

สาขาวิชา ฟิสิกส์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.ปรีชา เทียนสมประสงค์

ภาควิชาคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
อนุมัติให้ ปัญหาพิเศษ/โครงการพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตร
บัณฑิต

คณะกรรมการตรวจสอบ	ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ ผศ.วิชิต ศิริโชติ	
กรรมการ ผศ.วิชาญ เตชิตธีระ	
กรรมการ ผศ.ดร.วราวุฒิ เกาต์ดดา	
กรรมการ ผศ.ดร.ปรีชา เทียนสมประสงค์	


.....
(ผศ.วิชาญ เตชิตธีระ)
หัวหน้าภาควิชา

ลิขสิทธิ์ของภาควิชา....ฟิสิกส์ประยุกต์....คณะวิทยาศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ
นักศึกษา

การหาค่า Buildup factor ของรังสีแกมมา
นายวีรรัตน์ ลีลาธรรม
นายเอกราช สุขสวัสดิ์

ภาควิชา
สาขาวิชา

ฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์
โพลิตีคเทคโนโลยีเคโทรนิค

ปีการศึกษา

2545

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร.ปรีชา เทียนสมประสงค์

บทคัดย่อ

โครงการพิเศษเรื่อง การหาค่า Buildup factor ของรังสีแกมมาเป็นกรวัดหาค่า Buildup factor ของรังสีแกมมาที่ฉายผ่านตัวกลางเหล็กโดยแหล่งกำเนิดที่ใช้ในการทดลองคือ ^{137}Cs มีความแรง 10 mCi ซึ่งสลายให้รังสีแกมมาพลังงานเดี่ยวคือ 0.662 MeV รังสีที่ออกมาถูกบีบเป็นลำแคบ ๆ โดย collimator รังสีที่ออกมานี้ผ่านตัวกลางเหล็ก และเกิดการกระเจิงและลดทอนภายในตัวกลางแล้วมาเข้า หัววัด Ge(Li) ที่มี Resolution 1.8 keV(FWHM) ที่ 1.33 MeV สัญญาณที่ได้ถูกป้อนเข้าอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์แล้วแสดงผลข้อมูลออกมาทางคอมพิวเตอร์ ในงานวิจัยนี้ได้ใช้เหล็กที่มีความหนา 10 mm. - 160 mm. จากค่าความเข้มของรังสีที่วัดได้ถูกนำมาวิเคราะห์หาค่า build up factor พบว่าเมื่อความหนาของเหล็กมีค่ามากขึ้นค่า build up factor จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับทฤษฎีแล้วในช่วงความหนาน้อย ๆ ผลที่ได้นั้นมีความคลาดเคลื่อน แต่เมื่อความหนาเพิ่มขึ้นผลที่ได้จะมีค่าที่สอดคล้องกับผลการทดลองของผู้อื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	Buildup Factor
Name	Mr. Weerarat Leelatham Mr. Ekaratch Suksawat
Department	Applied Physics
Program	Solid-state electronic
Academic Year	2545
Special Project Advisor	Assist.Prof.Preecha Teansomprasong

ABSTRACT

The determination of Build up factor for gamma rays in metal was studied. ^{137}Cs of 10 mCi providing gamma rays of energy 0.662 MeV was used as our gamma rays source. Ge(Li) detector of resolution 1.8 keV (FWHM) at 1.33 MeV is used as gamma rays detector in this experiment. Iron piece of size $6.5 \times 7.5 \text{ cm}^2$ and the thickness from 10-160 mm were used as our target medium. Peak area of the obtained spectrum was used for the analysis. The obtained Build up factor increased as the thickness increased. The results were also compared with the other's results, our results at the small thicknesses seemed to have large error but in good agreement with the others at larger thicknesses.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

โครงการพิเศษในครั้งนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีด้วยความกรุณาของผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ปรีชา เทียนสมประสงค์ ซึ่งเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่เอื้ออำนวยความสะดวกในการใช้เครื่องมือ อุปกรณ์และห้องในการทำงาน และให้คำแนะนำปรึกษาทางวิชาการอย่างดีตลอดมาทางผู้จัดทำได้รู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ในภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ ที่ให้คำปรึกษาและให้คำแนะนำในเรื่องวิชาการพร้อมทั้งอุปกรณ์ในการทำรายงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

สุดท้ายขอขอบคุณภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่เอื้อเฟื้ออุปกรณ์ที่ทำการวิจัยแก่ ผู้ทำการวิจัยในครั้งนี้ และผู้ทำการวิจัยขอขอบพระคุณทุกท่าน ณ โอกาสนี้

วีรรัตน์ สีลาธรรม
เอกราช สุขสวัสดิ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูป	VI
สารบัญตาราง	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาของโครงการพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	1
1.4 ขั้นตอนของการวิจัยและวิธีการดำเนินงาน	2
1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	4
2.1 อันตรกิริยาของรังสีแกมมากับสสาร	4
2.2 การลดทอนของรังสีแกมมา	13
2.3 สัมประสิทธิ์การลดทอน	14
2.4 Buildup Factor	17
บทที่ 3 อุปกรณ์และวิธีการทดลอง	20
3.1 ระบบหัววัดรังสีแกมมา	21
3.2 ชิ้นงาน	34
3.3 แหล่งกำเนิดรังสี	34
3.4 การจัดเตรียมอุปกรณ์	37
3.5 การทดลอง	38
3.6 ผลการทดลอง	39
3.7 วิเคราะห์ผลการทดลอง	44
บทที่ 4 สรุปผลการวิจัยและแนวทางการพัฒนา	47
เอกสารอ้างอิง	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก

ประวัติผู้เขียน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 2.1 การเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก	4
รูปที่ 2.2 (ก) ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การดูดกลืนสำหรับปรากฏการณ์ โฟโตอิเล็กตริกและพลังงานของโฟตอนสำหรับอะลูมิเนียม เหล็ก ดีบุก ตะกั่ว	6
รูปที่ 2.2 (ข) ความสัมพันธ์ระหว่างภาคตัดขวางของโฟโตอิเล็กตริก	6
รูปที่ 2.3 การกระเจิงของอิเล็กตรอนและโฟตอนในปรากฏการณ์คอมป์ตัน	7
รูปที่ 2.4 กระบวนการชนต่างๆในไซโตียมไอโอไดด์	9
รูปที่ 2.5 การเกิดการผลิตุ	10
รูปที่ 2.6 ภาคตัดขวางของการผลิตุของอะลูมิเนียม และตะกั่ว	11
รูปที่ 2.7 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมและอันตักิริยาแต่ละชนิดของตะกั่วสำหรับโฟตอน ที่มีค่าพลังงานต่างๆ	12
รูปที่ 2.8 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมของตะกั่ว สังกะสี ทองแดง อะลูมิเนียมสำหรับ โฟตอนที่มีค่าพลังงานต่างๆ	12
รูปที่ 2.9 การลดทอนรังสีแกมมา	13
รูปที่ 2.10 อัตราส่วน i/i_0 กับ ความหนาของตัวกลาง	14
รูปที่ 2.11 (ก) การลดทอนเชิงมวลของธาตุที่พลังงานต่างๆ	16
รูปที่ 2.11 (ข) การลดทอนเชิงมวลของสสารที่พลังงานต่างๆ	16
รูปที่ 2.12 การเกิด buildup factor	18
รูปที่ 2.13 เปรียบเทียบ buildup factor ของเหล็กจากแหล่งกำเนิด Ir และ Co	19
รูปที่ 3.1 การจัดเครื่องมือสำหรับหา Buildup factor	20
รูปที่ 3.2 เครื่องมือสำหรับหา Buildup factor	20
รูปที่ 3.3 ภาคตัดขวางห้วงวัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียมแบบต่างๆ และช่วงพลังงานที่ใช้	21
รูปที่ 3.4 ภาคตัดขวางของ detector แบบ REGe	22
รูปที่ 3.5 ภาคตัดขวางของ Cryostat	23
รูปที่ 3.6 วงจร RC-Feedback Preamplifier	24
รูปที่ 3.7 วงจร Transistor Reset Preamplifier	25
รูปที่ 3.8 Fast spectroscopy model 2024	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 3.9 ADC model 8701	27
รูปที่ 3.10 High Voltage Power Supply Model 3106D	28
รูปที่ 3.11 MCA board	29
รูปที่ 3.12 การจัดอุปกรณ์ในการใช้งานหัววัดรังสี	30
รูปที่ 3.13 หน้าจอแรกก่อนเข้าโปรแกรม	30
รูปที่ 3.14 หน้าจอแรกของโปรแกรม	31
รูปที่ 3.15 หน้าจอขยาย	32
รูปที่ 3.16 การ Calibrate	33
รูปที่ 3.17 ไดอะแกรมการสลายตัวของCs-137	35
รูปที่ 3.18 สเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ได้จากแหล่งกำเนิดรังสีCs-137	35
รูปที่ 3.19 แผนภาพของตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสี	36
รูปที่ 3.20 ไดอะแกรมการจัดวางอุปกรณ์ในการทดลอง	37
รูปที่ 3.21 สเปกตรัมของรังสีแกมมาและการลากเส้นแบบคกราวด์เพื่อหาพื้นที่ใต้พีค	38
รูปที่ 3.22 กราฟแสดงค่า buildup factor และความหนาของชิ้นงาน	46
รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบค่า buildup factor ของเหล็กที่มีความหนาต่างๆกันสำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir Co และ Cs	47
รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบค่า buildup factor ของเหล็กที่มีความหนาต่างๆกันสำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir Co และ Cs โดยประมาณค่า buildup factor ของ Cs ที่ความหนา 10 mm. เท่ากับ 1.3	48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 ความเข้มของรังสีที่ผ่านออกมาจากชั้นงานครั้งที่ 1	40
ตารางที่ 2 ความเข้มของรังสีที่ผ่านออกมาจากชั้นงานครั้งที่ 2	41
ตารางที่ 3 ความเข้มของรังสีที่ผ่านออกมาจากชั้นงานครั้งที่ 3	42
ตารางที่ 4 ความเข้มเฉลี่ยของรังสีที่ผ่านออกมาจากชั้นงานทั้ง 3 ครั้ง	43
ตารางที่ 5 ผลของค่า build up factor จากการคำนวณที่ความหนาต่างๆของเหล็ก	45



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาของโครงการพิเศษ

ในภาวะปัจจุบันการประยุกต์ใช้รังสีในประเทศไทยได้แทรกซึมไปทุกวงการ เช่น วงการแพทย การอุตสาหกรรม และมีแนวโน้มว่าประเทศไทยจะต้องใช้รังสีอย่างแพร่หลายมากขึ้นในทุกวงการ โดยเฉพาะวงการแพทย์ ซึ่งมีการใช้รังสีในการบำบัดรักษาผู้ป่วยโรคมะเร็ง โดยรังสีที่ใช้ก็มีอันตราย แก่ผู้บำบัดรักษาด้วยเหมือนกันหากฉายรังสีเกินขนาด หรือมากเกินไป ซึ่งรังสีที่มีมากเกินไปที่ใช้นี้ อาจเกิดมาจากตัวกลางที่นำมาใช้ระหว่างแหล่งกำเนิดรังสีกับตัวผู้ป่วย เนื่องจากตัวกลางที่มีความหนาอาจทำให้ค่าความเข้มของรังสีมีค่ามากกว่าค่าที่คาดการณ์ไว้ได้ โดยค่าที่เพิ่มขึ้นนี้เราจะเรียกว่าค่า build up factor โดยในการศึกษาค่า build up factor นี้จะทำให้เราสามารถคำนวณค่าความเข้มของรังสีที่เราให้แก่ผู้ป่วยที่ได้รับการบำบัดได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง ดังนั้นจำเป็นต้องศึกษาการควบคุมปริมาณรังสีที่ฉายให้แก่ผู้บำบัดรักษา เพื่อป้องกันอันตรายและผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อผู้บำบัดรักษาตามมา

1.2 วัตถุประสงค์

1. ศึกษาและหาวิธีการในการวัดค่า buildup factor จากรังสีแกมมา ในตัวกลางชนิดต่าง ๆ ที่ความหนาต่าง ๆ กัน
2. ศึกษาเครื่องมือที่ใช้ในการทำการทดลอง และเทคนิคในการวัดค่า buildup factor จากชุดอุปกรณ์ในการวัดได้

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

เพื่อศึกษาอุปกรณ์และเทคนิคในการศึกษาค่า buildup factor ในเหล็กที่มีความหนา 10 mm. – 160 mm. โดยใช้รังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด ^{137}Cs ซึ่งมีความแรง 10 mCi

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ขั้นตอนในการวิจัยและวิธีการดำเนินงาน

แผนการดำเนินงานแบ่งเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1. ศึกษาข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวกับอุปกรณ์ในการทดลองและทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องในการทำการทดลอง และเทคนิคในการทำการวิจัย

ขั้นตอนที่ 2. ออกแบบและสร้างอุปกรณ์ที่วางตัวกลางเหล็ก

ขั้นตอนที่ 3. ศึกษาการทำงานของหัววัดรังสี อุปกรณ์เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ และซอฟต์แวร์ของเครื่องวัดรังสีชนิดหลายช่อง (multichannel analyzer)

ขั้นตอนที่ 4. จัดอุปกรณ์ต่าง ๆ ในการทำการทดลองและหาค่า back ground ในห้องทดลอง ก่อนทำการทดลองจริงเพื่อลดค่าความผิดพลาดในการทำการทดลอง

ขั้นตอนที่ 5. ทดลองหาค่า buildup factor ในเหล็กที่มีความหนาต่าง ๆ กัน

ขั้นตอนที่ 6. ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่พบ

ขั้นตอนที่ 7. สรุปผลการทดลองและเสนอแนะแนวทางในพัฒนาการทดลองต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. รู้ถึงเทคนิคการใช้เครื่องมือศึกษารังสีแกมมาในการหาค่า buildup factor ในเหล็ก
2. สามารถวัดค่า buildup factor ในตัวกลางชนิดอื่น ๆ ได้
3. นำไปประยุกต์ใช้ในการบำบัดรักษาทางการแพทย์ได้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

2.1 อันตรกิริยาของรังสีแกมมากับสสาร

รังสีแกมมาเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อตกกระทบสสารจะเกิดอันตรกิริยาดังกล่าว 3 อย่างคือ ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก (Photoelectric effect) การกระเจิงแบบคอมป์ตัน (Compton scattering) และการผลิตคู่ (Pair production) ในทุกขบวนการที่เกิดขึ้นนี้โฟตอนจะถ่ายเทพลังงานบางส่วนหรือทั้งหมดให้กับอิเล็กตรอน

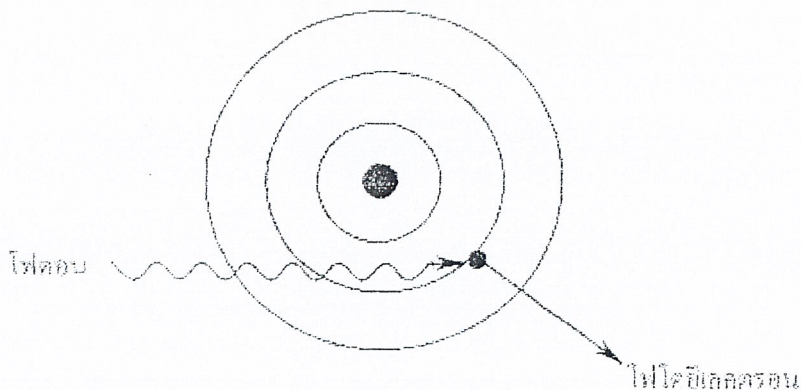
2.1.1) ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก

ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก เป็นปรากฏการณ์ที่โฟตอนซึ่งมีพลังงานมากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยว (E_b ; binding energy) ของอิเล็กตรอนในอะตอมวิ่งเข้าชนอิเล็กตรอนในอะตอม และถ่ายเทพลังงานทั้งหมดให้กับอิเล็กตรอนทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากอะตอมเรียกอิเล็กตรอนที่หลุดจากอะตอมว่า โฟโตอิเล็กตรอน (Photoelectron) ดังแสดงในรูปที่ 2.1 และมีพลังงานเท่ากับ

$$E_e = h\nu - E_b \quad (2.1)$$

เมื่อ

- h เป็น ค่าคงที่พลังค์ มีค่าเท่ากับ 6.6×10^{-34} J.s
- ν เป็น ความถี่ของโฟตอน
- E_e เป็น พลังงานของอิเล็กตรอน



รูปที่ 2.1 แสดงการเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

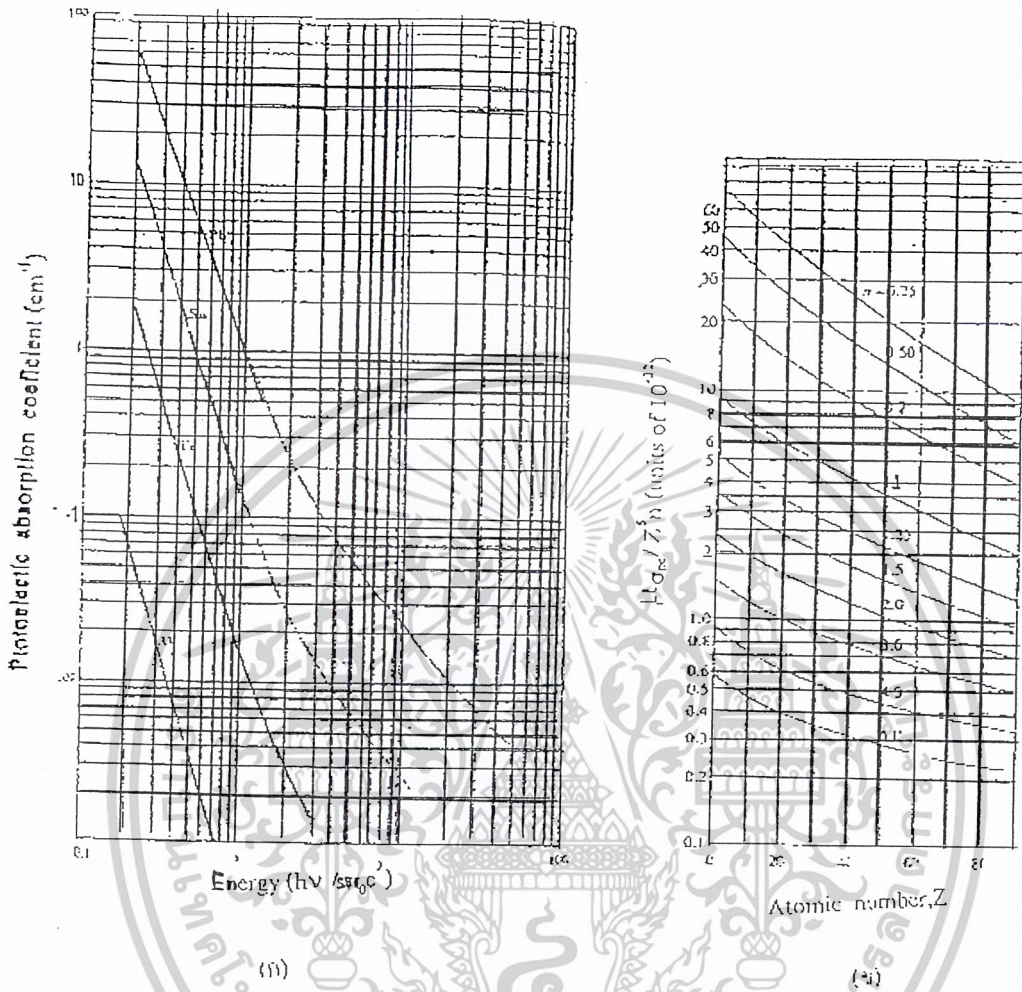
ในปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกนี้พลังงานเนื่องจากการเคลื่อนถอยหลัง (recoil energy) ของนิวเคลียสมีค่าน้อยมาก (เนื่องจากนิวเคลียสมีมวลมาก) จึงไม่นำมาคิด สำหรับโฟตอนที่มีความพลังงานสูงโฟโตอิเล็กตรอนจะถูกทำให้เคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับทิศทางของโฟตอนที่ตกกระทบ แต่สำหรับโฟตอนที่มีความพลังงานต่ำทิศทางของโฟโตอิเล็กตรอนส่วนมากจะอยู่ในแนวตั้งฉากกับทิศทางของโฟตอนที่ตกกระทบ ภาคตัดขวางของการดูดกลืนโฟโตอิเล็กตริก (σ_{pe} ; photoelectric absorption cross section) จะแปรตาม E^{-n} เมื่อ E คือค่าพลังงานของรังสีแกมมาโดย $n \sim 3$ เมื่อพลังงานของรังสีแกมมาน้อยกว่า 150 keV และ n จะเป็น 1 สำหรับรังสีแกมมาที่มีความพลังงานมากกว่า 5 MeV และภาคตัดขวางของการดูดกลืนโฟโตอิเล็กตริกยังขึ้นอยู่กับ Z^m เมื่อ Z คือเลขอะตอม และ m จะมีค่าตั้งแต่ 4 ถึง 4.6 ซึ่งมีค่าเป็น 4 เมื่อพลังงานของรังสีแกมมามีค่าเป็น 100 keV และ m มีค่าเป็น 4.6 เมื่อพลังงานของรังสีแกมมามีค่าประมาณ 3 MeV ภาคตัดขวางของปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกเขียนได้เป็น

$$\sigma_{pe}(E) \propto Z^m/E^n \quad (2.2)$$

จากสมการ 2.2 จะเห็นได้ว่าโอกาสการเกิดปฏิกิริยาโฟโตอิเล็กตริกจะมีค่ามากเมื่อเลขอะตอมของวัสดุมีค่าสูงและพลังงานของโฟตอนที่ชนมีค่าไม่มากนัก ($< 1 \text{ MeV}$) หลังจากอิเล็กตรอนหลุดจากอะตอมแล้วอิเล็กตรอนจากวงโคจรชั้นนอกจะเข้าไปแทนที่ตำแหน่งที่ว่างนั้นพร้อมกับปล่อยพลังงานออกมาในรูปของรังสีเอกซ์ลักษณะจำเพาะ (Characteristic x-ray) ซึ่งมีพลังงานต่ำมากเมื่อเทียบกับรังสีแกมมาส่วนใหญ่ เอ็กซ์เรย์โฟตอนนี้จะทำให้อิเล็กตรอนในวงโคจรวงนอกหลุดออกไปอีกเรียกอิเล็กตรอนนี้ว่าไอเจอร์อิเล็กตรอน (Auger electron) และทำให้อิเล็กซ์เรย์โฟตอนสูญเสียพลังงานไปทั้งหมด

เมื่อรังสีแกมมาวิ่งผ่านเข้าไปในวัสดุบางส่วนของรังสีจะถูกดูดกลืนโดยอันตรกิริยาต่างๆ (ถ้าวัสดุต่างชนิดกันจะมีความสามารถในการดูดกลืนพลังงานโดยอันตรกิริยาต่าง ๆ แตกต่างกัน) ความสามารถของสสารในการดูดกลืนพลังงานด้วยปรากฏการณ์ต่าง ๆ นี้เรียกว่า สัมประสิทธิ์การดูดกลืน (ดูหัวข้อ 2.3) และสัมประสิทธิ์การดูดกลืนเนื่องจากปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกสำหรับวัสดุชนิดต่าง ๆ ที่ค่าพลังงานต่าง ๆ ของโฟตอนและค่าเลขอะตอมของสสาร แสดงอยู่ในรูป 2.2 (ก) และรูป 2.2 (ข) นั้นแสดงความสัมพันธ์ของภาคตัดขวางของปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกกับเลขอะตอมที่ค่าต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 (ก) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การดูดกลืนสำหรับปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกและพลังงานของโฟตอนสำหรับอะลูมิเนียม เหล็ก ดีบุก ตะกั่ว

(ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างภาคตัดขวางของโฟโตอิเล็กตริกในรูปของ

$$\mu_{\text{pe}}/Z^n \text{ กับ } Z \text{ เมื่อ } n = m_0c^2/h\nu$$

2.1.2) การกระเจิงแบบคอมพ์ตัน

ในการกระเจิงแบบคอมพ์ตันโฟตอนที่วิ่งเข้าชนมีพลังงานมากกว่าพลังงานยึด

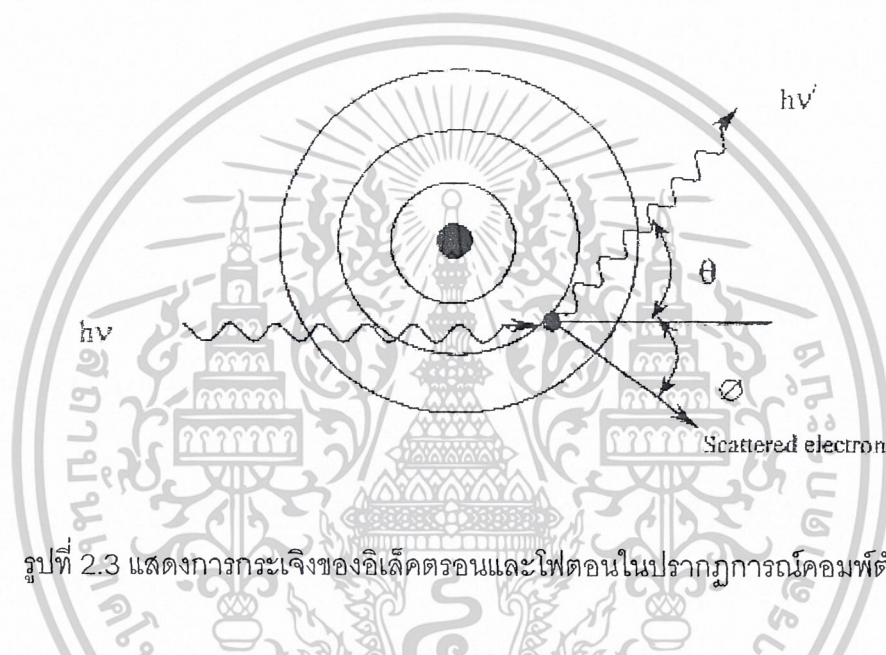
เหนี่ยวอยู่มาก จึงถือได้ว่าเป็นการชนของโฟตอนกับอิเล็กตรอนอิสระ ในกรณีชนแบบนี้โฟตอนไม่

เอนกสารเป็นเอนกสารทสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาดเห็นาไปเซบระยะเอนกสารดำนการค้ำ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2) การกระเจิงแบบคอมป์ตัน

ในการกระเจิงแบบคอมป์ตันโฟตอนที่วิ่งเข้าชนมีพลังงานมากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยวอยู่มาก จึงถือได้ว่าเป็นการชนของโฟตอนกับอิเล็กตรอนอิสระ ในการชนแบบนี้โฟตอนไม่ได้สูญเสียพลังงานไปทั้งหมด โฟตอนจะสูญเสียพลังงานส่วนหนึ่งให้กับอิเล็กตรอน แล้วกระเจิงไปแสดงในรูป 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงการกระเจิงของอิเล็กตรอนและโฟตอนในปรากฏการณ์คอมป์ตัน

เมื่อโฟตอนที่มีพลังงาน $h\nu$ วิ่งเข้าชนอิเล็กตรอน ซึ่งถือว่าหยุดนิ่ง และมีมวลเป็น m_0 ภายหลังการชนโฟตอนกระเจิงออกมาด้วยพลังงาน $h\nu'$ ทำมุม θ กับทิศที่โฟตอนตกกระทบ ส่วนอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ ทำมุม ϕ กับทิศที่โฟตอนตกกระทบ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ความสัมพันธ์ของพลังงานของโฟตอนที่ถ่ายเทให้กับอิเล็กตรอนกับมุมที่เบนไปเป็นดังนี้

$$h\nu' = h\nu / [1 + (h\nu/m_0c^2) (1 - \cos \theta)] \quad (2.3)$$

เมื่อ m_0c^2 คือ พลังงานของอิเล็กตรอนขณะหยุดนิ่ง (มีค่าเป็น 0.511 MeV) จากสมการที่ 2.3 จะเห็นว่าถ้า θ มีค่าน้อย ๆ พลังงานที่โฟตอนถ่ายเทให้กับอิเล็กตรอนก็จะมีค่าน้อย

ค่าความน่าจะเป็นของการกระเจิงแบบคอมป์ตันต่ออะตอมของตัวกลางจะขึ้นอยู่กับจำนวนอิเล็กตรอนที่จะเป็นเป้าสำหรับการชนหรือนั่นก็คือมีค่าเพิ่มขึ้นเชิงเส้นตามค่า Z ดังแสดงในเอกสารรูปที่ 2.4 ซึ่งเป็นกรกระเจิงแบบคอมป์ตันที่เกิดขึ้นในธาตุคู่ใช้เดี่ยวมไอโอไดด์ก็นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคตัดขวางดิฟเฟอเรนเชียลของการกระเจิงแบบคอมป์ตันต่อหน่วยมุมตันสำหรับโฟตอนที่กระเจิงไปเป็นมุม θ มีค่าเป็น

$$d\sigma_c/d\Omega = Zr_0^2 [1/\{1+\alpha(1-\cos\theta)\}]^2 [(1+\cos^2\theta)/2] [1+\alpha^2(1-\cos\theta)^2/(1+\cos^2\theta)[1+\alpha(1-\cos\theta)]] \quad (2.4)$$

เมื่อ $\alpha \equiv h\nu/m_0c^2$ และ r_0 คือ classical electron radius

ข้อแตกต่างที่สังเกตเห็นได้ระหว่างปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก และการกระเจิงแบบคอมป์ตัน คือปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกนั้นโฟตอนจะถูกดูดกลืนโดยสิ้นเชิง แต่การกระเจิงแบบคอมป์ตันนั้นโฟตอนจะสูญเสียพลังงานไปเพียงบางส่วน โดยพลังงานที่ลดลงนี้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับพลังงานก่อนชน และมุมที่กระเจิงไปของโฟตอนสำหรับการกระเจิงแบบคอมป์ตันนั้นโฟตอนที่กระเจิงไปจะมีพลังงานลดลง และเคลื่อนที่ไปในทิศต่าง ๆ โฟตอนเหล่านี้สามารถทำให้เกิดปรากฏการณ์คอมป์ตันไปได้อีก ถ้าวัสดุที่มีความหนาแน่นเพียงพอที่จะเกิด การกระเจิงหลายครั้ง (multiple scattering) และถ้าโฟตอนที่กระเจิงไปนั้นไม่หลุดจากวัสดุ พลังงานของโฟตอนที่หักเหจะหมดไปด้วยปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก และจะมีโอกาสมากขึ้น เมื่อพลังงานของโฟตอนลดน้อยลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3) การผลิตคู่

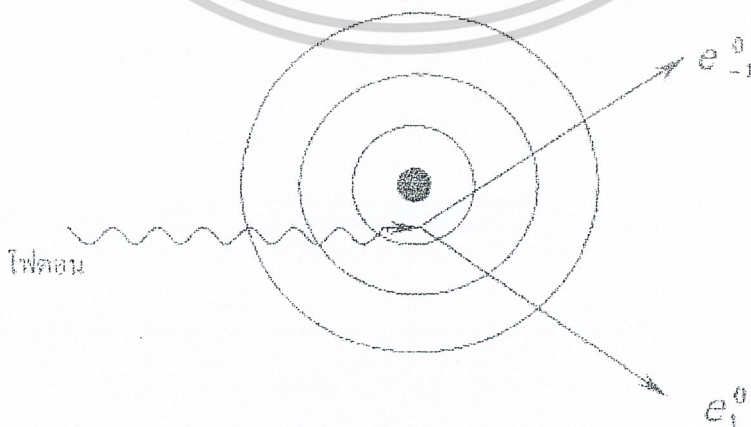
เมื่อโฟตอนของรังสีแกมมาที่มีพลังงานมากกว่าหรือเท่ากับ 1.02 MeV วิ่งเข้าไปใกล้นิวเคลียสของอะตอม โฟตอนจะถูกสนามไฟฟ้าความเข้มสูงของนิวเคลียสทำลายให้หายไปพร้อมกับเกิดอิเล็กตรอนและโพสิตรอนขึ้นคู่หนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 2.5 จากกฎการคงตัวของพลังงาน พลังงานของโฟตรอน ($h\nu$) ต้องมีค่า

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_- + E_N \quad (2.5)$$

เมื่อ E_+ , E_- และ E_N เป็นพลังงานจลน์ของโพสิตรอน อิเล็กตรอน และนิวเคลียส ตามลำดับ เนื่องจากนิวเคลียสมีมวลมาก (จะเคลื่อนที่น้อยมากเมื่อโฟตอนวิ่งเข้าไปใกล้) ค่าพลังงานจลน์ของนิวเคลียส (E_N) จึงมีค่าน้อยมากจนไม่จำเป็นต้องนำมาคิด ฉะนั้นสมการ 2.5 จึงเขียนได้เป็น

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_- \quad (2.6)$$

โพสิตรอนและอิเล็กตรอนที่เกิดขึ้นนี้มีพลังงานจลน์สูงก็จะเกิดการชนกันอิเล็กตรอนที่อยู่ใกล้ๆ และมีพลังงานจลน์ลดลง ในที่สุดก็จะเกิดการรวมตัวกันเองหรือกับคู่อิเล็กตรอนอื่นที่อยู่ใกล้ กลายเป็นโฟตอน 2 ตัว (annihilation radiation) โดยพลังงานของโฟตอนแต่ละตัวมีค่า 0.51 MeV หรือครึ่งหนึ่งของพลังงานหยุดนิ่งของอนุภาคทั้งสองอย่างไรก็ตามโฟตอนเหล่านี้มีพลังงานต่ำและกระจัดกระจายออกไปทุกทิศทุกทาง ทำให้ปริมาณรังสีที่พุ่งต่อไปข้างหน้าลดลง

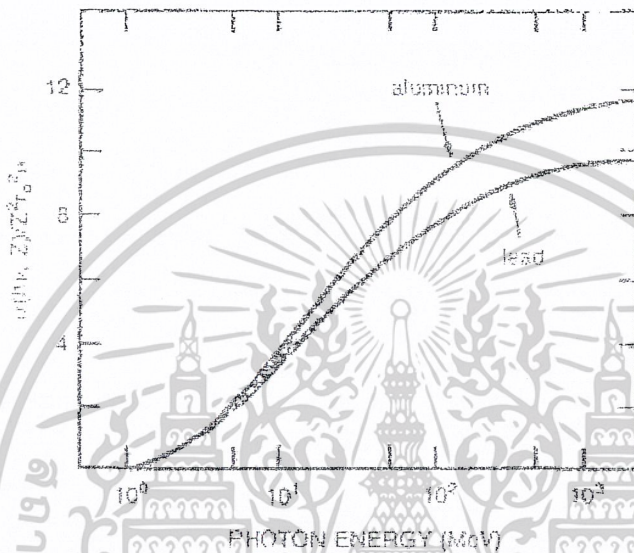


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 2.5 แสดงการเกิดการผลิตรูป
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าภาคตัดขวางของการผลิตคู่ σ_{pp} มีค่าเป็น

$$\sigma_{pp} = z^2 r_0^2 \alpha h$$

ค่า σ_{pp} ของอะลูมิเนียมและตะกั่วแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงภาคตัดขวางของการผลิตคู่ของอะลูมิเนียมและตะกั่ว

เมื่อโฟตอนมีพลังงานน้อยกว่า 1.02 MeV ค่าภาคตัดขวางของการผลิตคู่จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อพลังงานเพิ่มขึ้นค่าภาคตัดขวาง (hV, z) จะเพิ่มอย่างรวดเร็ว คือจะแปรตามค่า z^2 ดังปรากฏในสมการที่ 2.9 นั้นเอง

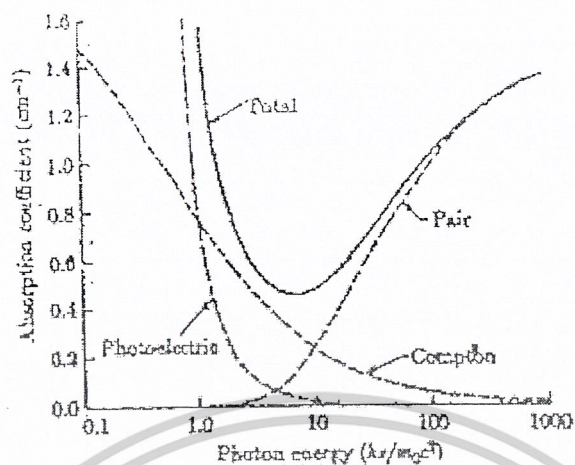
จากอันตรกิริยาทั้งสามที่กล่าวมาแล้วในข้างต้น สามารถเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์การดูดกลืนรังสีแกมมาของทั้ง 3 ปฏิกริยาได้ว่า เมื่อโฟตอนมีพลังงานสูงขึ้นภาคตัดขวางของขบวนการการผลิตคู่จะสูงขึ้น แต่ขบวนการอื่น ๆ คือทั้งโฟโตอิเล็กตริกและการกระเจิงแบบคอมป์ตันจะลดลงดังแสดงตามสมการของภาคตัดขวางทั้ง 3 ปฏิกริยาเป็นดังนี้

$$\sigma_{pe} \propto z^4 / (hV)^3 \quad (2.7)$$

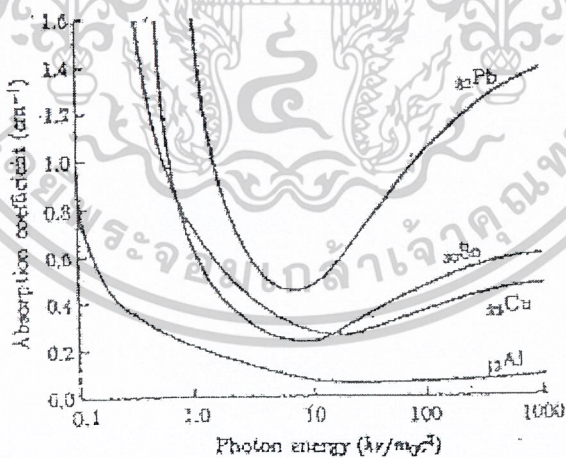
$$\sigma_c \propto Z / (hV) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{pp} \propto z^2 (hV - 1.02) \quad (2.9)$$

ตัวอย่างสัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมและอันตรกิริยาต่าง ๆ สำหรับโฟตอนที่ค่าพลังงานต่าง ๆ ในตะกั่วแสดงในรูป 2.7 และรูป 2.8 เป็นสัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมของธาตุต่าง ๆ ของโฟตอนที่มีค่าพลังงานต่าง ๆ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.7 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวม และอันตรกิริยาแต่ละชนิดสำหรับโฟตอนที่มีค่าพลังงานต่าง ๆ ในตะกั่ว

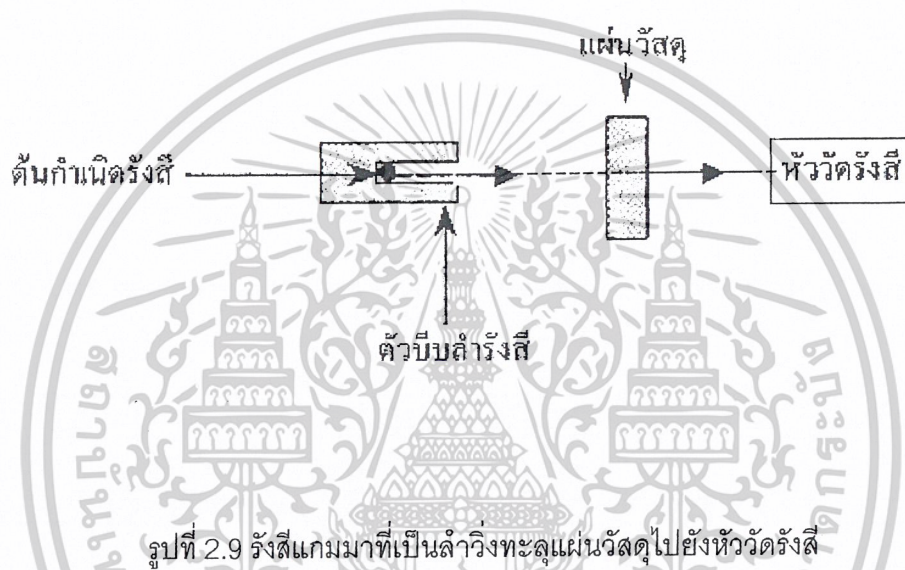


รูปที่ 2.8 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมของตะกั่ว สังกะสี ทองแดง และอะลูมิเนียมสำหรับโฟตอนที่มีค่าพลังงานต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2) การลดทอนของรังสีแกมมา

เมื่อรังสีแกมมาวิ่งผ่านเข้าไปในสสารรังสีส่วนหนึ่งจะเกิดอันตรกิริยาต่าง ๆ กับสสารดังกล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.1 ความเข้มของรังสีแกมมาที่ผ่านสสารออกมาจะลดทอนลงขึ้นกับความหนาและชนิดของสสารที่รังสีแกมมาทะลุผ่าน และขึ้นกับพลังงานหรือความถี่ของรังสีแกมมานั้น



ถ้าพิจารณารังสีแกมมาพลังงานเดี่ยว (monoenergetic gamma-ray) ซึ่งถูกบีบให้เป็นลำแคบ ๆ วิ่งผ่านตัวกลางดังแสดงในรูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ของความเข้มของรังสีแกมมาก่อนผ่านตัวกลาง (I_0) และหลังผ่านตัวกลาง (I) เป็นดังนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.10)$$

สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวล μ_m และสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น μ สัมพันธ์กันโดย

$$\mu_m = \mu/\rho$$

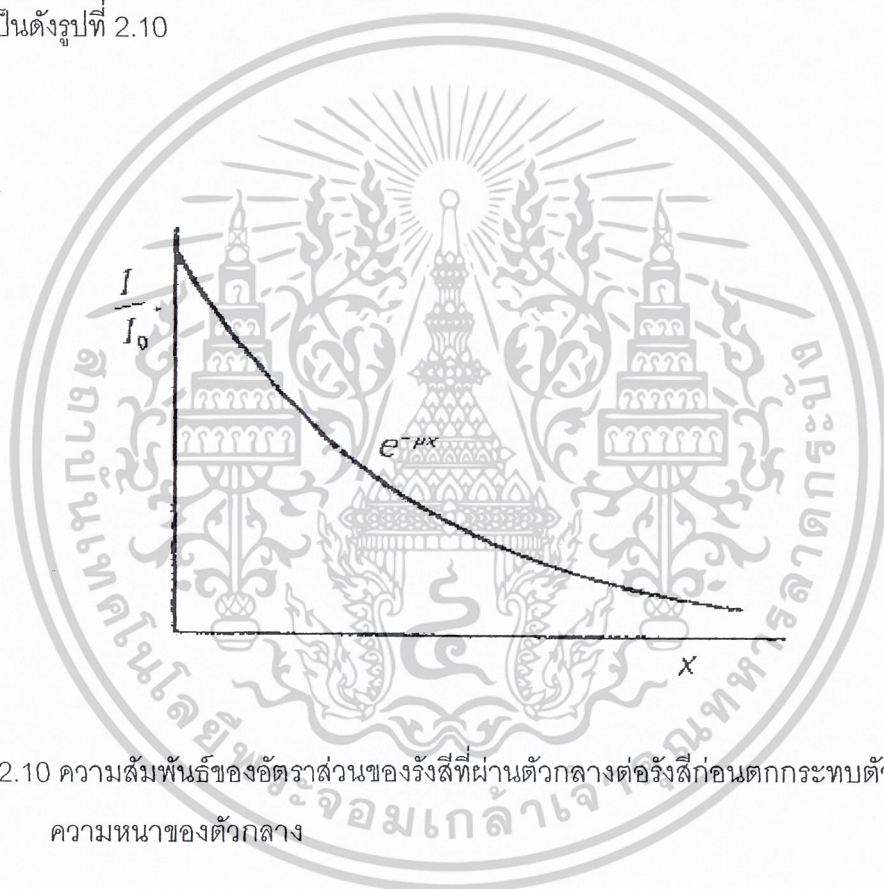
เมื่อ ρ คือ ค่าความหนาแน่นของสสาร มีหน่วยเป็น (g/cm^3)

X คือ ความหนาของแผ่นวัสดุ มีหน่วยเป็น (cm)
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อใช้ความสัมพันธ์นี้แทนลงในสมการ 2.10 จะได้

$$I = I_0 e^{-\mu_m \rho x} \quad (2.11)$$

ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนรังสีที่ผ่านตัวกลางต่อรังสีก่อนตกกระทบตัวกลางกับความหนาของตัวกลางเป็นดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของรังสีที่ผ่านตัวกลางต่อรังสีก่อนตกกระทบตัวกลางกับความหนาของตัวกลาง

2.3) สัมประสิทธิ์การลดทอน

สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวมสัมพันธ์กับภาคตัดขวางรวมของการดูดกลืน

(total atomic absorption cross section) , σ_A ดังนี้

$$\mu = N_A \sigma_A \quad (2.12)$$

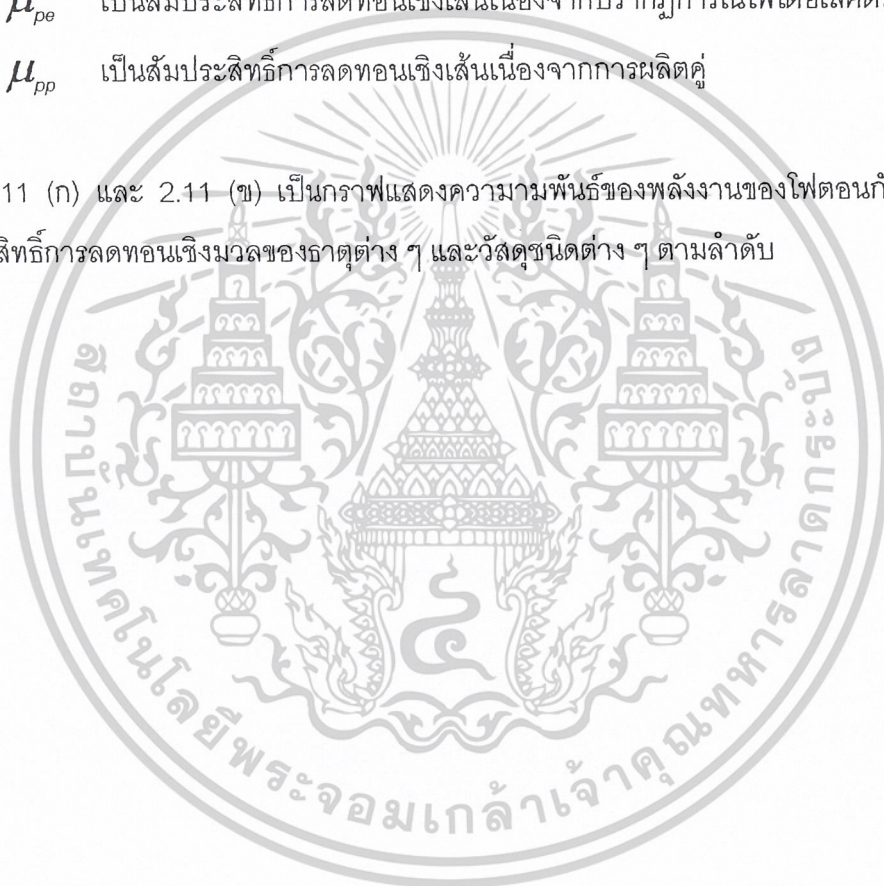
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวม (total attenuation coefficient) ของวัสดุมีค่าเป็น

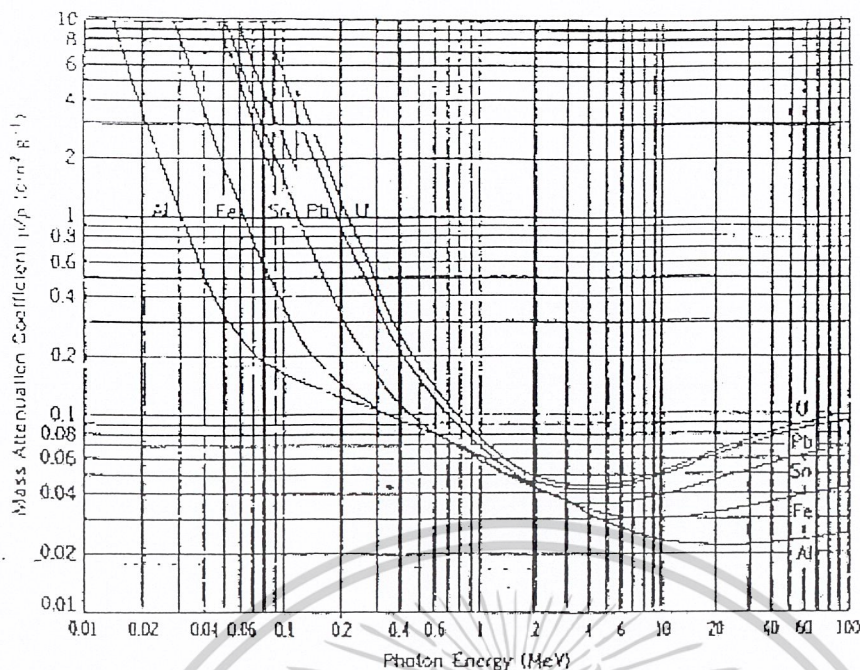
$$\mu = \mu_c + \mu_{pe} + \mu_{pp} \quad (2.13)$$

- เมื่อ μ_c เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเนื่องจากการกระเจิงแบบคอมพ์ตัน
 μ_{pe} เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเนื่องจากรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก
 μ_{pp} เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเนื่องจากการผลิตคู่

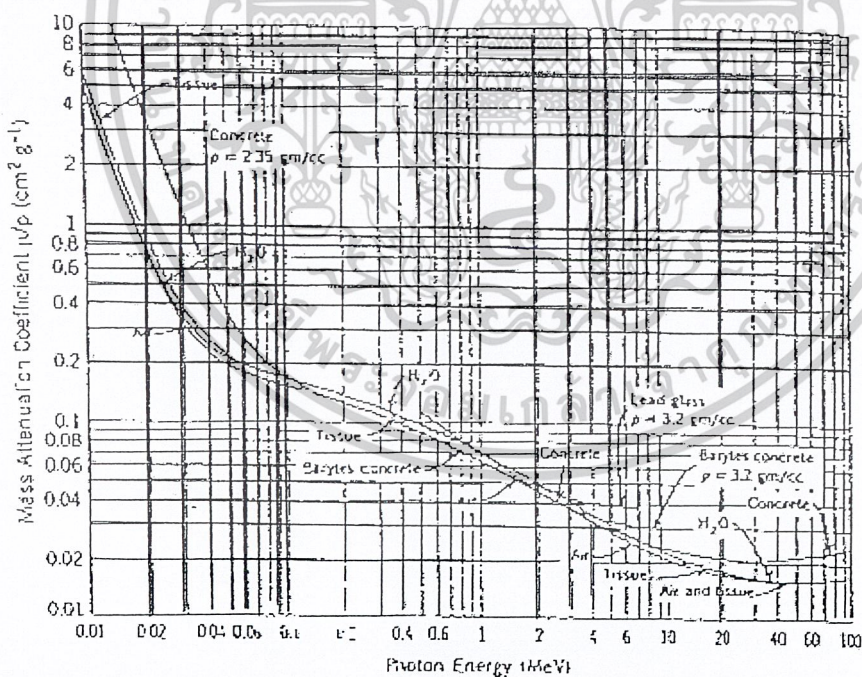
รูปที่ 2.11 (ก) และ 2.11 (ข) เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ของพลังงานของโฟตอนกับสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของธาตุต่าง ๆ และวัสดุชนิดต่าง ๆ ตามลำดับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(i)



(ii)

รูปที่ 2.11 (ก) สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของธาตุที่ค่าพลังงานต่าง ๆ

(ข) สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของสสารที่ค่าพลังงานต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4) Buildup factor

เมื่อรังสีแกมมาผ่านเข้าไปในตัวกลางใดๆจะทำอันตรกิริยากับตัวกลางนั้นทำให้รังสีแกมมาถูกลดทอนให้น้อยลงดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 2.1 ซึ่งรังสีแกมมาจะลดลงมากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับสมบัติและความหนาของวัสดุที่กั้นนั้นตามสมการ

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.15)$$

เมื่อ B เป็น buildup factor

โดยทั่วไปในการวัดปริมาณรังสีของหัววัดนั้นหัววัดจะนับทุกครั้งเมื่อมีรังสีตกกระทบหัววัด (โดยไม่มีการแยกแยะทิศทางของลำรังสีที่ตกกระทบทำให้ผลการวัดที่ได้นั้นคาดเคลื่อนไป) เมื่อพิจารณาถึงเส้นทางการเดินทางของรังสีตั้งแต่ออกจากแหล่งกำเนิดตกกระทบวัตถุจนตกกระทบหัววัดมี 2 แบบ คือ แนวทางเดินตรงและไม่ตรง

1. แนวทางเดินตรง คือ แนวทางเดินของโฟตอนตั้งแต่ออกจากแหล่งกำเนิดผ่านวัสดุจนตกกระทบหัววัดเป็นแนวตรงตลอดแนว นั่นก็หมายความว่าโฟตอนของรังสีแกมมาเมื่อออกจากแหล่งกำเนิดผ่านวัสดุออกมาจนตกกระทบหัววัดไม่มีการกระเจิงไปในทิศทางอื่นเนื่องจากการชนเรียกโฟตอนนี้ว่า โฟตอนอันดับแรก (primary photons) ตามที่แสดงในรูปที่ 2.12

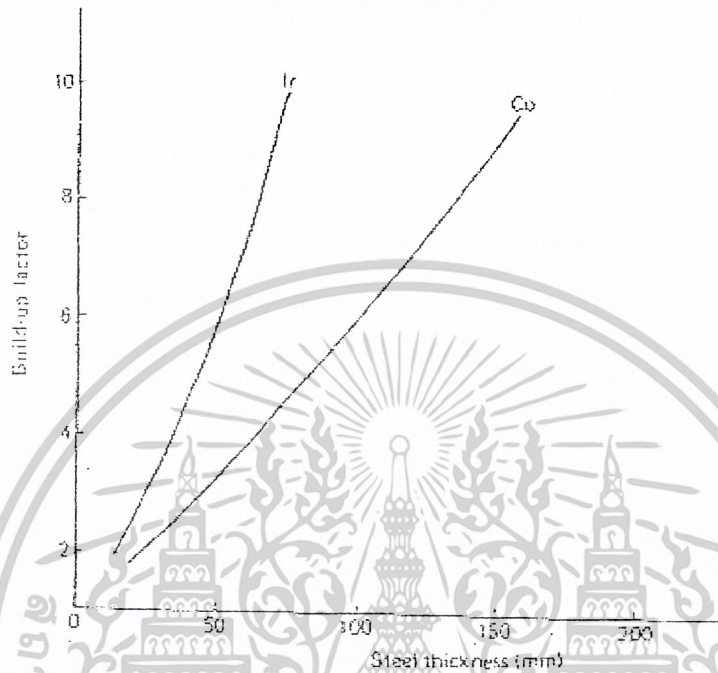
2. แนวทางเดินไม่ตรง คือ แนวทางเดินของโฟตอนตั้งแต่ออกจากแหล่งกำเนิดผ่านวัสดุจนตกกระทบหัววัดนั้นไม่เป็นแนวตรง นั่นก็หมายความว่าโฟตอนของรังสีแกมมาเกิดชนกับอิเล็กตรอนในวัสดุแล้วกระเจิงเปลี่ยนแนวการเคลื่อนที่ไป ซึ่งอาจจะเกิดการชนกันระหว่างโฟตอนกับอิเล็กตรอน มากกว่า 1 ครั้ง และกระเจิงกลับมาตกกระทบกับหัววัดพอดี เรียกโฟตอนที่ตกกระทบในลักษณะนี้ว่าโฟตอนอันดับสอง (secondary photon)

หัววัดรังสีจะทำการนับเมื่อมีโฟตอนตกกระทบหัววัดโดยไม่มีการจำแนกว่าเป็นโฟตอนอันดับแรกหรือโฟตอนอันดับสอง จากการที่โฟตอนผ่านวัสดุไปตกกระทบหัววัดเมื่อนำปริมาณรังสีที่ได้ไปคำนวณหาความหนาของวัสดุนั้นจะได้ค่าความหนาที่คำนวณได้นั้นไม่ถูกต้อง เรียกปริมาณรังสีในส่วนที่เกินไปนี้ว่า buildup factor และในความเป็นจริงพบว่าปริมาณรังสีส่วนที่เกินมานี้เป็นผลเนื่องจากการตกกระทบหัววัดของโฟตอนอันดับ 2 นั้นเอง ดังแสดงในรูปที่ 2.12 โดยค่า buildup factor จะขึ้นอยู่กับความหนาของวัสดุ คือถ้าวัสดุมีความหนาเปลี่ยนไปจะส่งผลต่อการ

กระเจิงของโฟตอน คือมีโฟตอนอันดับสองตกกระทบหัววัดเปลี่ยนแปลงไป จึงทำให้ค่า buildup factor เปลี่ยนแปลงไปด้วย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



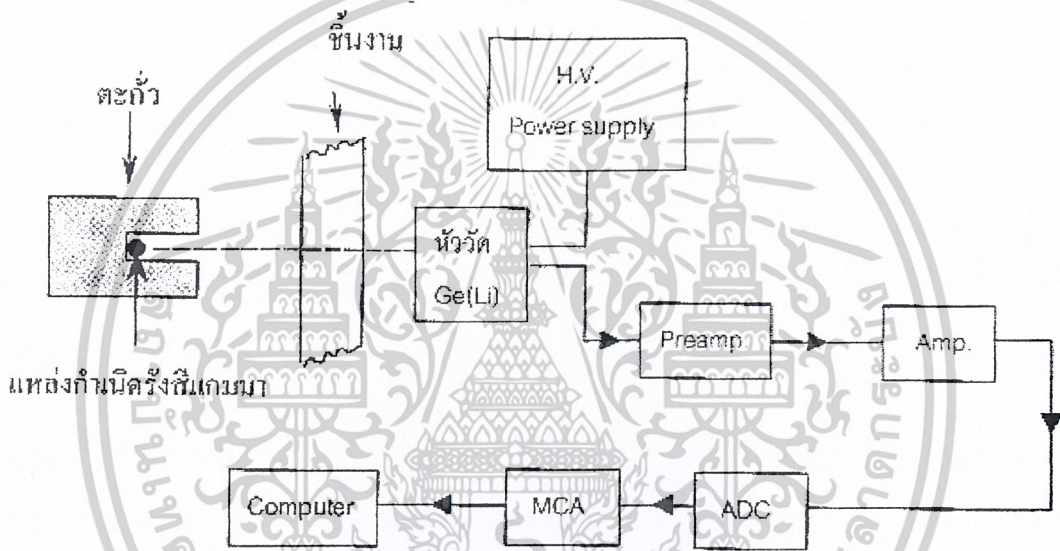
รูปที่ 2.13 เปรียบเทียบ buildup factor ของเหล็กที่มีความหนาต่าง ๆ กันสำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir และ Co

รูปที่ 2.13 แสดงค่า buildup factor ของเหล็กที่ค่าความหนาต่าง ๆ กัน สำหรับรังสีแกมมาที่ออกมาจากธาตุ Ir-182 (มีพลังงานเป็น 0.13 MeV) และ Co-60 (มีพลังงานเป็น 1.33 และ 1.17 MeV) จะเห็นว่ารังสีแกมมาที่มีพลังงานต่ำกว่าจะมีค่า buildup factor สูงกว่าสำหรับค่าความหนาที่เท่ากัน ของเหล็ก

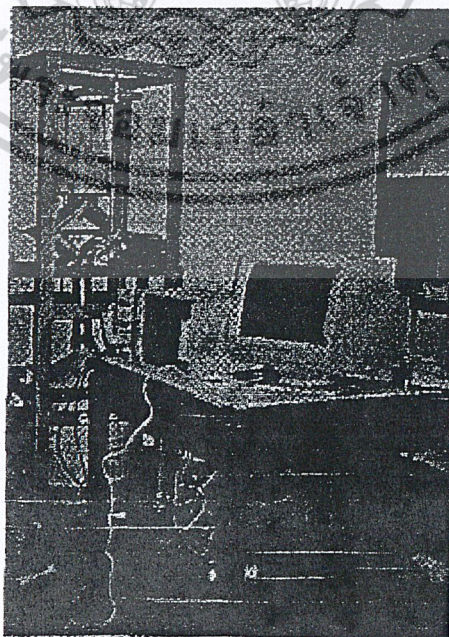
บทที่ 3

อุปกรณ์และวิธีการทดลอง

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย แหล่งกำเนิดรังสีแกมมา ซึ่่งงานที่เป็นตัวกลาง หัววัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียม [Ge(Li) Detector] และ conventional electronic equipments ซึ่งเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์อีกทอดหนึ่งเพื่อรวบรวมข้อมูล แสดงผลทางจอภาพและใช้ในการวิเคราะห์ต่อไป ดังแสดงในรูป 3.1 และ 3.2



รูปที่ 3.1 แผนผังแสดงการจัดเครื่องมือสำหรับหา Buildup factor



รูปที่ 3.2 เครื่องมือการหา buildup factor

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เฉพาะในห้องปฏิบัติการเท่านั้นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1 ระบบหัววัดรังสีแกมมา

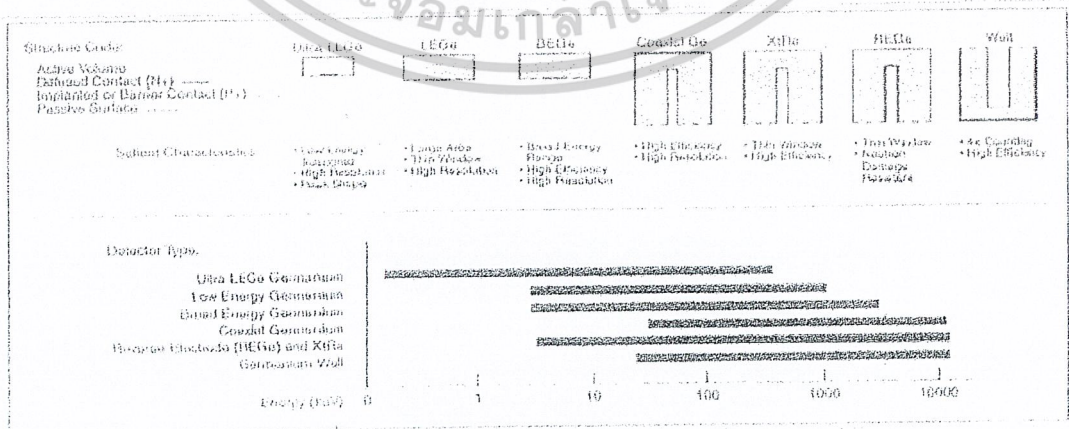
หัววัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียม (Germanium Gamma-Rays Detector)

หัววัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียม เป็นไดโอดสารกึ่งตัวนำที่มีโครงสร้างแบบ p-i-n ที่มีส่วนของสารกึ่งตัวนำบริสุทธิ์เป็นส่วนที่ถูกทำให้แตกตัวเป็นไอออนเมื่อได้รับพลังงานจากรังสีแกมมา และรังสีเอกซ์ ภายใต้การไบอัสย้อนกลับ สนามไฟฟ้าจะตกคร่อมส่วนที่เป็นสารกึ่งตัวนำ เมื่อโฟตอนกระทบกับปริมาตรส่วนปลอดพาหะจะทำให้เกิดประจุพาหะอิเล็กตรอนและโฮล แล้วจะถูกกวาดสะสมด้วยสนามไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดด้านพีและด้านเอ็น จำนวนประจุพาหะเหล่านี้จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับพลังงานที่ตกกระทบและประจุก้จะถูกแปลงเป็นแรงดันที่มีลักษณะเป็นพัลส์โดยวงจรปรีแอมป์ปลิไฟเออร์

เนื่องจากเจอร์มาเนียมมีช่องว่างของแถบพลังงานที่ต่ำเมื่อเทียบกับซิลิกอน ดังนั้นหัววัดจำเป็นต้องทำให้เย็นเพื่อลดการเกิดกระแสรั่วไหลที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ซึ่งกระแสรั่วไหลนี้จะเป็นตัวทำลายความละเอียดของหัววัด จึงใช้ในโตรเจนเหลวที่มีอุณหภูมิ 77 เคลวินเป็นตัวให้ความเย็นแก่หัววัดและหัววัดจะถูกบรรจุอยู่ในภาชนะสุญญากาศซึ่งยึดติดและแทรกตัวเข้าไปในถังบรรจุไนโตรเจนเหลว ผิวหน้าเป็นส่วนที่ไวต่อการตอบสนอง จำเป็นต้องถูกป้องกันจากความชื้นและความสกปรกอื่น ๆ

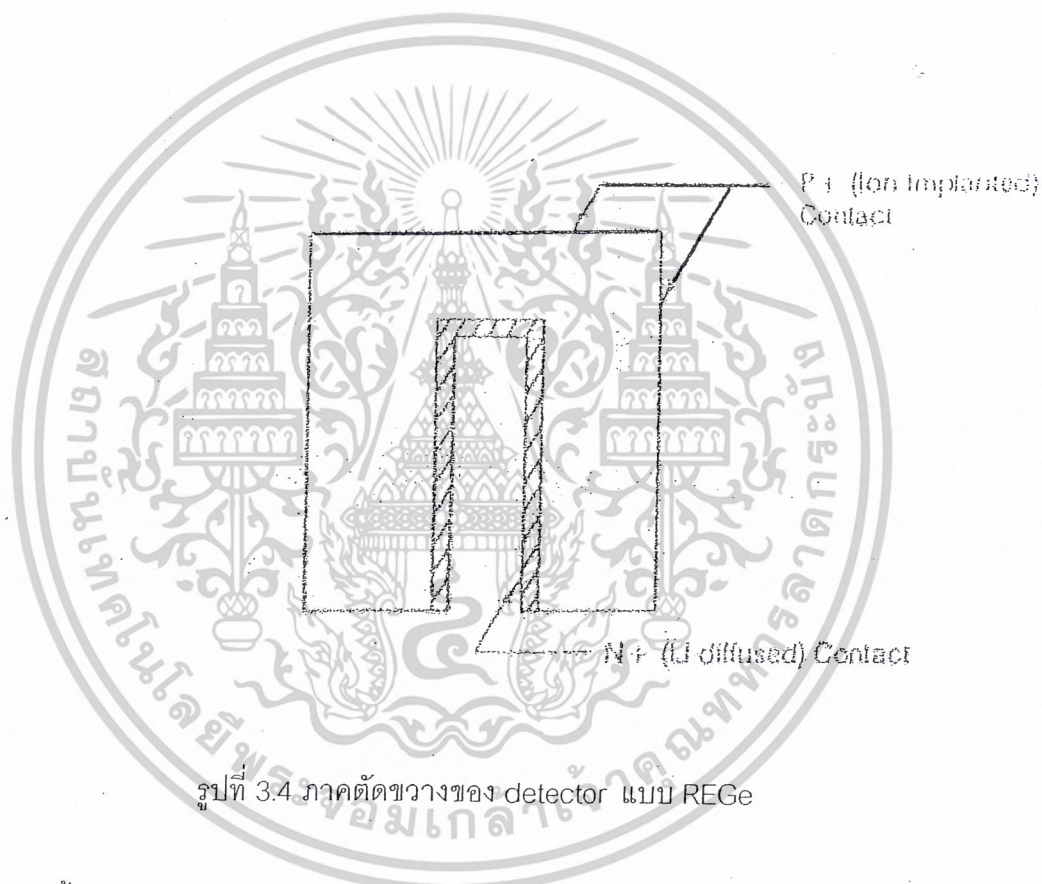
หัววัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียมแบบต่างๆ

หัววัดรังสีแกมมามีหลายแบบซึ่งแต่ละแบบมีคุณสมบัติพิเศษและสามารถใช้งานกับรังสีแกมมาช่วงพลังงานต่างๆ ซึ่งแสดงไว้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ภาควัตถวของของหัววัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียมแบบต่างๆ และช่วงพลังงานที่ใช้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัววัดรังสีแกมมาชนิดเจอร์มาเนียมแบบ REGe มีลักษณะหน้าตัดขวางดังรูปที่ 3.4 เป็นหัววัดชนิดที่ใช้ในการทดลองนี้

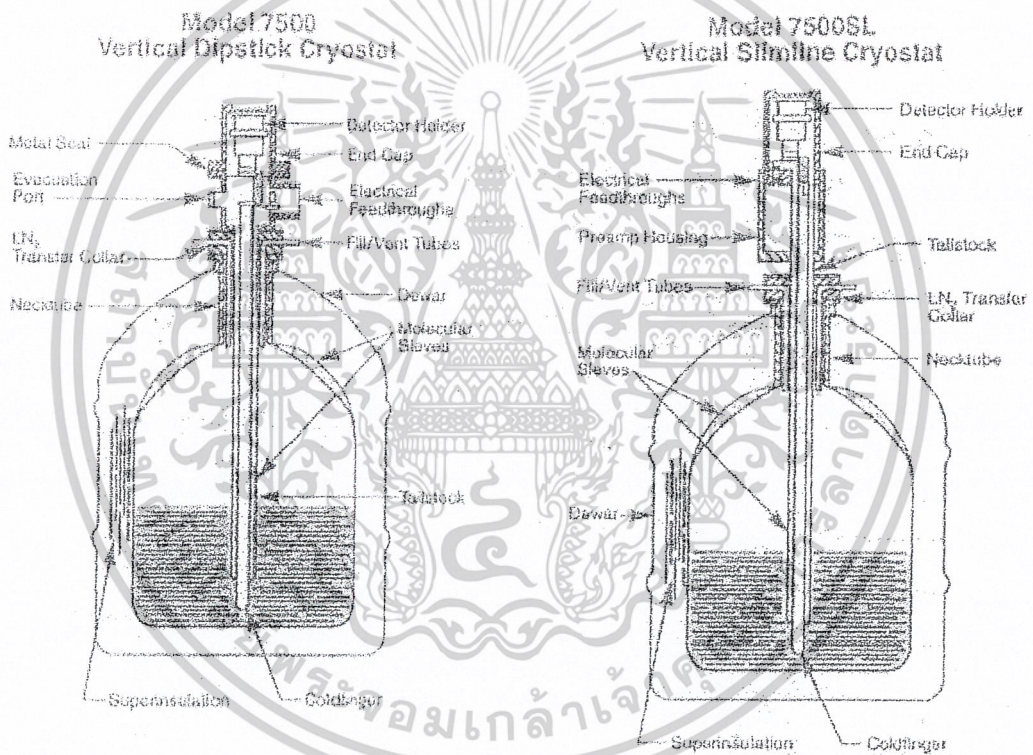


รูปที่ 3.4 ภาคตัดขวางของ detector แบบ REGe

หัววัดเล็กโทรดด้านพี(ด้านนอก)เจือด้วยโบรอนด้วยวิธีไอออนอิมแพลนเทชั่น(Ion Implantation)ส่วนหัววัดด้านเอ็น(ด้านใน)ซึ่งเจือด้วยลิเทียมด้วยวิธีแพร่ข้อดีของการจัดวางหัววัดเล็กโทรดลักษณะนี้คือ ความหนาของส่วนที่เรียกว่าหน้าต่าง(ด้านพี) จะบางและสามารถป้องกันความเสียหายเนื่องจากอนุภาคความเร็วสูงได้

เนื่องจากรอยต่อด้านนอกเจือด้วยวิธี Ion Implantation ทำให้ความหนารอยต่อประมาณ 2 ไมโครเมตร และจากการที่รอยต่อบางจึงสามารถวัดรังสีที่มีพลังงานต่ำถึง 5 KeV และการที่รอยต่อด้านพีอยู่ด้านนอก ขณะใช้งานจะถูกต่อไบอัสกลับด้วยแรงดันสูง โพลจะถูกสะสมที่ด้านพี ซึ่งสามารถดักจับอนุภาคที่มีประจุหรือ นิวตรอนที่จะทำลายหัววัดได้ และการที่ด้านพีอยู่ด้านนอกจะมีพื้นที่สัมผัสกับปริมาตรของเซตปลอดพาหะได้มากเสมือนว่าโพลถูกสะสมได้เร็วจึงไม่ถูกรบกวน นั่นสิน อีกทั้งห้ามปีให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โคริอสแตท(Cryostat) เป็นภาชนะสุญญากาศที่บรรจุหัววัดและดีวีอาร์ (Dewar) ซึ่งเป็นถึง 2 ชั้น ที่มีฉนวนสุญญากาศภายในบรรจุไนโตรเจนเหลว ส่วนที่เป็นหัววัดจะอยู่ในภาชนะที่เป็นฉนวนทางไฟฟ้าแต่ไม่เป็นฉนวนความร้อนและสัมผัสกับส่วนที่เรียกว่า cold-finger ที่จุ่มลงในไนโตรเจนเหลวเพื่อระบายความร้อนให้กับหัววัด และส่วนที่เรียกว่า เอ็นด์แคป(end-cap) มีลักษณะที่บางสามารถหลีกเลี่ยงการลดลงของพลังงานโฟตอน จึงสามารถวัดโฟตอนพลังงานต่ำได้ดี



รูปที่ 3.5 ภาพตัดขวางของ Cryostat

หัววัดรังสีแกมมาในงานวิจัยนี้ใช้หัวเจอร์มาเนียมลิเทียม [Ge(Li) detector] active volume ของหัววัดมีลักษณะเป็นรูปทรงกระบอกยาว 4.6 cm มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.15 cm และมีปริมาตร 56.5 cm³ หัววัดนี้มี resolution 1.8 KeV ที่พลังงาน 1.33 MeV (เมื่อหัววัดได้รับการปรับเทียบมาตรฐานแล้ว) หัววัดนี้ทำงานที่ความต่างศักย์ขนาด 4500 โวลต์ จากแหล่งจ่ายไฟที่มีความเสถียรภาพสูง และหัววัดนี้ต้องหล่อเย็นในไนโตรเจนเหลว (liquid nitrogen) ฉนวนที่ออกจากหัววัดถูกป้อนเข้าสู่ preamplifier amplifier ADC (Analog to Digital Converter) และ MCA

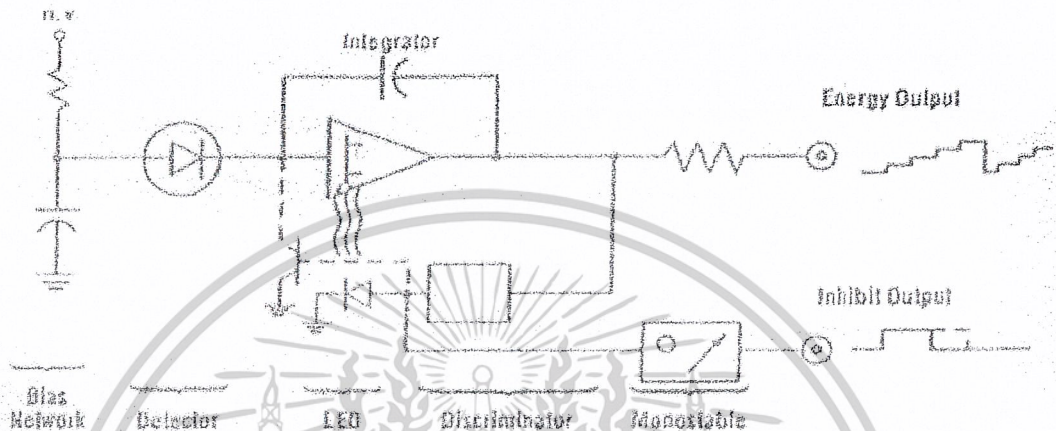
(Multichannel Analyzer) มีจำนวนช่องเท่ากับ 8192 ช่อง ซึ่งเป็น data handle unit ตามลำดับเพื่อส่งข้อมูลและทำการวิเคราะห์ต่อไป

ปรีแอมป์ลิไฟเออร์ (Preamplifier)

เป็นส่วนที่เปลี่ยนประจุที่ได้รับมาให้เป็นแรงดันแบบพัลส์ เพื่อกำหนดแรงดันเอาต์พุตสูงสุดก่อนที่จะส่งไปยังวงจรขยายและเพื่อเป็นการกำหนดอัตราพลังงานสูงสุด วงจรปรีแอมป์ลิไฟเออร์จะมี 2 แบบที่ใช้ในการรีเซ็ต คือใช้วงจรการป้อนกลับของตัวต้านทานขนานกับตัวเก็บประจุ (RC-feedback Preamplifier) และแบบใช้ทรานซิสเตอร์เป็นตัวรีเซ็ต (Transistor Reset Preamplifier) ซึ่งวงจรทั้ง 2 แบบแสดงไว้ดังรูปที่ 3.6 และ 3.7 ตามลำดับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

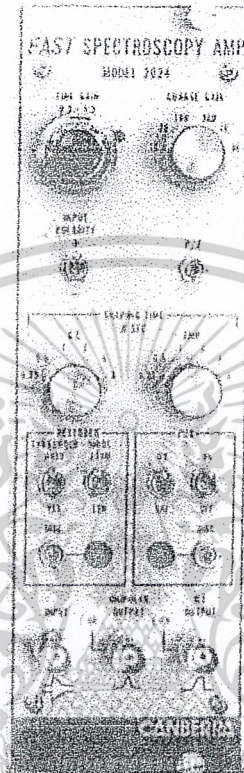


รูปที่ 3.7 วงจร Transistor Reset Preamplifier

ในการทดลองจะใช้ Cryostat Model 7500SL ซึ่งมีวงจรปริแอมป์ลิไฟเออร์รวมอยู่ด้วยเพื่อเป็นการลดสัญญาณรบกวน สัญญาณเอาต์พุตของปริแอมป์จะส่งไปยังอินพุตของแอมป์ลิไฟเออร์ต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Fast spectroscopy Amplifier เป็นแอมพลิไฟเออร์ ที่ใช้ในการทดลองมีลักษณะดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 รูปด้านหน้า Fast spectroscopy model 2024

การควบคุมและการใช้งาน Fast spectroscopy model 2024

- Coarse Gain เป็นปุ่มหมุน มีทั้งหมด 6 ระดับ สำหรับขยายสัญญาณที่รับเข้ามา เพื่อส่งไปยัง ADC ต่อไป
- Fine Gain เป็นปุ่มหมุน สำหรับ เลื่อนหาตำแหน่งของ Peak เพื่อให้อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสม
- Shaping Time เป็นปุ่มหมุน มีทั้งหมด 6 ระดับ สำหรับปรับค่าคงที่ของ เซปป์ิง ์โทม์
- Polarity เป็นสวิตช์ 2 ทางเพื่อปรับขั้วสัญญาณที่ถูกส่งมาจาก ปรีแอมป์ปริไฟเออร์
- Unipolar Output/Bipolar Output เป็นช่องสัญญาณแบบ Unipolar และBipolar

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้นฉบับของเอกสารที่ได้อ่านไปใช้

Input เป็นช่องสัญญาณในการรับสัญญาณเข้าจาก ปรีแอมป์ปริไฟเออร์

ส่วนแปลงสัญญาณอนาลอกเป็นดิจิตอล (Analog to Digital Converter)
Model 8701 มีลักษณะดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 รูปด้านหน้า ADC Model 8701

การควบคุมและการใช้งาน ADC Model 8701

- Busy มีลักษณะเป็นหลอด LED 20 ตัว สำหรับเป็นตัวบอกค่าเฉลี่ยของ Dead time ซึ่งค่านี้ หมายถึง ช่วงเวลาที่เครื่องมือไม่สามารถตรวจจับรังสีได้
- Gain มีลักษณะเป็นปุ่มหมุน มีทั้งหมด 6 ระดับ สำหรับปรับความละเอียดของสัญญาณที่รับเข้ามาซึ่งมีระดับดังนี้ 256,512,1k,2k,4k,8k
- LLd หรือ Lower Level Discriminator สำหรับกำจัดสัญญาณหรือรังสีที่มีพลังงานต่ำกว่าค่าที่ไม่ต้องการ
- ULD หรือ Upper Lower Discriminator สำหรับกำจัดสัญญาณหรือรังสีที่มีพลังงานสูงกว่าค่าที่ไม่ต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และใช้เฉพาะเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องแจ้งลิขสิทธิ์เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
Zero สำหรับปรับสัญญาณ อนาลอก ที่รับเข้ามาให้มีค่าเริ่มต้น

- Peak Detect ควรปรับไว้ที่ Auto เพื่อให้เครื่องตรวจจับสัญญาณได้โดยอัตโนมัติ
- ADC IN เป็นช่องสัญญาณสำหรับรับสัญญาณขาเข้าที่เข้ามาจากเครื่องขยายสัญญาณ
- PHA/SVA มีลักษณะเป็นสวิทช์ 2 ทาง สำหรับเลือกว่า จะวิเคราะห์สัญญาณแบบ Pulse Height Analysis หรือ Sample Voltage Analysis

แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าสูง (High Voltage Power Supply) Model 3106D มีลักษณะดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 รูปด้านหน้า High Voltage Power Supply Model 3106D

การควบคุมและการใช้งาน High Voltage Power Supply Model 3106D

- KILOVOLTS มีลักษณะเป็นตัวเลขดิจิทัล ซึ่งแสดงค่า แรงดัน ที่ออกมาหน่วยเป็น กิโลโวลต์
- POLARITY เป็นตัวบอกสถานะ การจ่ายไฟของแหล่งจ่ายแรงดันว่าเป็นแบบไฟบวกหรือไฟลบ
- STATUS เป็นตัวบอกสถานะของแรงดันขาออก ว่าอยู่ในภาวะปกติหรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในหน่วยงานนั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังขอสงวนสิทธิ์ในกรณีที่เอกสารต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

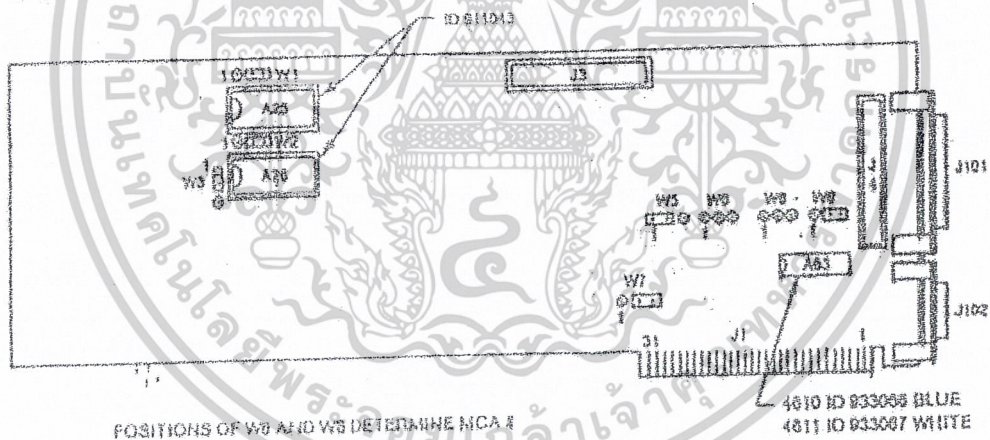
RESET เป็นปุ่มที่ใช้ตั้งต้นการทำงานใหม่

HV ON/OFF เป็นปุ่มที่เปิดปิดเครื่อง

ข้อควรระวัง

- ก่อนที่จะเปิดเครื่องต้องลด แรงดันให้เป็นศูนย์ก่อน
- ก่อนที่จะเคลื่อนย้ายอุปกรณ์ ต้องลด แรงดันให้เป็นศูนย์และปิดเครื่องก่อน

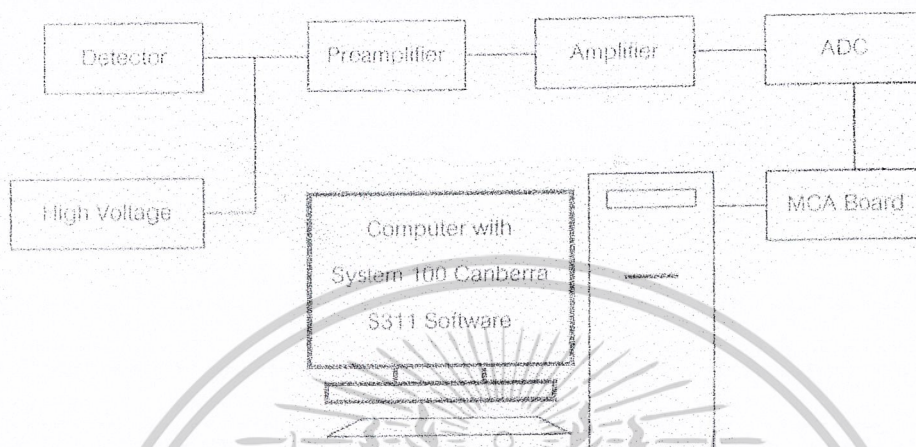
ส่วนวิเคราะห์หลายช่อง (Multichannel Analyzer) หรือที่เรียกว่า MCA Board เป็นส่วนที่รับสัญญาณดิจิตอลจาก ADC ที่แปลงมาจากแอมพลิจูดของแรงดัน โดยจะถือว่าพลังงานโฟตอนค่าหนึ่งที่ทำให้เกิดประจุจะทำให้เกิดจำนวนประจุจำนวนหนึ่งซึ่งจะให้ค่าแรงดันออกมาค่าหนึ่งจากวงจรขยายและให้เลขดิจิตอลมาค่าหนึ่งซึ่งหมายความว่าพลังงานโฟตอนค่าหนึ่งจะเปรียบเสมือนเลขดิจิตอลค่าหนึ่ง MCA จะทำการนับจำนวนโฟตอนที่มีพลังงานหนึ่งเก็บไว้หน่วยความจำช่องหนึ่งแล้วทำการแสดงผลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่เรียกว่า System100 Canberra 's S311 การแสดงผลจะอยู่ในรูปของกราฟระหว่างแกนนอนคือพลังงานหรือช่อง ส่วนแกนตั้งคือจำนวนโฟตอนที่มีพลังงานเท่ากับพลังงานของช่องนั้น MCA Board มีลักษณะเป็นแผ่นวงจรซึ่งต้องติดตั้งเข้ากับวงจรแม่ (Mainboard) ของคอมพิวเตอร์ ซึ่งมีลักษณะดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ลักษณะของ MCA Board

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุปการจัดอุปกรณ์ทั้งหมดในการใช้งานหัววัดรังสีแสดงไว้ดังรูปที่ 3.12



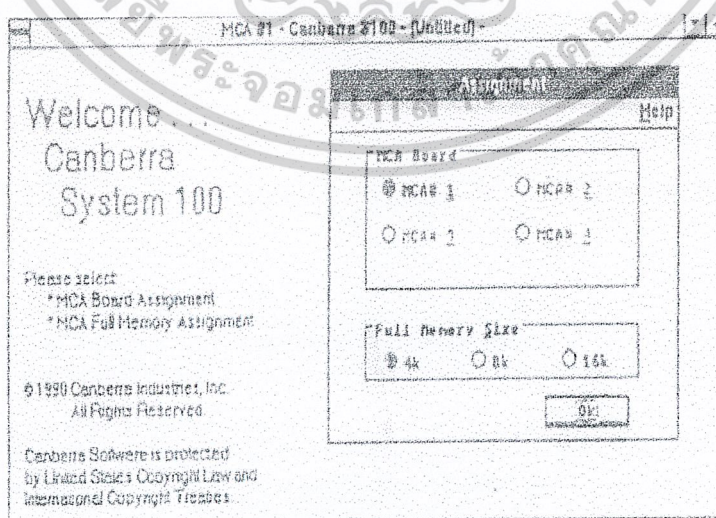
รูปที่ 3.12 การจัดอุปกรณ์ทั้งหมดในการใช้งานหัววัดรังสี

โปรแกรม System 100 Canberra 's S311

เพื่อที่จะใช้งาน MCA Board จึงจำเป็นต้องใช้โปรแกรมเพื่อสั่งให้ MCA Board ทำงาน ซึ่งโปรแกรมหาดังกล่าวนี้จะต้องถูกติดตั้งในระบบปฏิบัติการ Window 3.0

การใช้งานโปรแกรม

เมื่อเข้าโปรแกรมไปจะมีหน้าจอแสดงดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 หน้าจอแรกก่อนเข้าโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราตั้งหมายเลขของ Broad ที่ใช้งานในที่นี้ จะใช้ MCA#1 และเลือกขนาดของหน่วยความจำที่จะใช้งาน ซึ่งก็คือจำนวนช่องที่จะใช้บันทึกความเข้มของรังสีที่วัดได้ที่พลังงานนั้น ๆ ถ้าเลือก 16K ก็จะมีจำนวนช่องทั้งหมด 16384 ช่อง ถ้าเลือก 8K ก็จะมีจำนวนช่อง 8192 ช่อง และถ้าเลือก 4K ก็จะมีจำนวนช่อง 4096 ช่อง ซึ่งในการทดลองนี้จะใช้ 8K หรือ 8192 ช่อง เมื่อเลือกเสร็จแล้วก็กด ok หน้าจอก็แสดงดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 หน้าจอแรกของโปรแกรม

โดยที่ Menu bar จะมีฟังก์ชันการทำงานดังต่อไปนี้

File

เมื่อเข้าไปใน File จะมีฟังก์ชันที่ใช้งานดังต่อไปนี้

- open สำหรับเปิดไฟล์ที่บันทึกไว้ออกมาดู
- Save as สำหรับบันทึกไฟล์
- Report สำหรับส่งข้อมูลไปยังเครื่องพิมพ์ และส่ง spectrum ออกมาดู

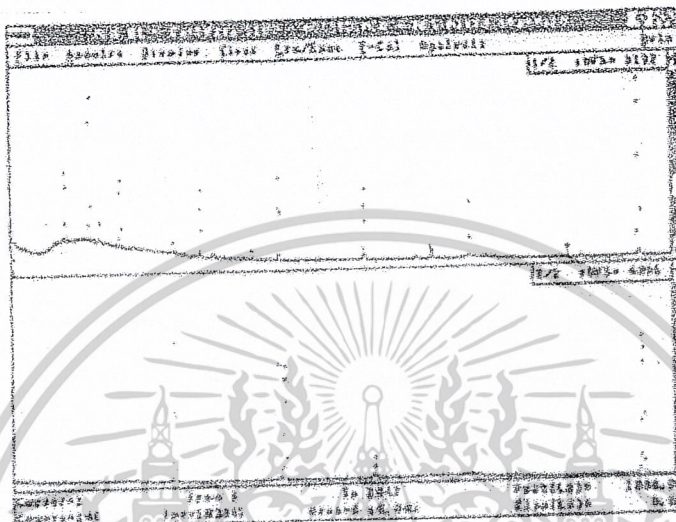
Acquire

เมื่อเข้าไปใน Acquire จะมีฟังก์ชันที่ใช้งานดังต่อไปนี้

- Start/Stop สำหรับเริ่มและหยุดการนับรังสี
- Setup สำหรับกำหนดค่าต่าง ๆ ในการนับเช่น ระยะเวลาในการนับเป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสาร Display สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น เมื่อเข้าไปใน Display จะมีฟังก์ชันที่ใช้งานดังต่อไปนี้ เอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Expand สำหรับขยายบริเวณของสเปกตรัมในส่วนที่เราสนใจให้ใหญ่และดูง่ายขึ้นดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 หน้าจอขยาย

- Auto scale สำหรับปรับ Peak ในกรณี Peak สูงเกินหน้าจอ Auto Scale จะปรับสเกลโดยอัตโนมัติ
- Manual สำหรับในกรณีที่ไม่ใช่ Auto scale เมื่อ Peak สูงเกินหน้าจอเราต้องปรับสเกลเอง
- Colors สำหรับเปลี่ยนสีหน้าจอเพื่อความสะดวกในการสังเกตหรือแยกแยะจุดที่เราสนใจกับจุดอื่นๆ

Clear

เมื่อเข้าไปใน Clear จะมีฟังก์ชันที่ใช้งานดังต่อไปนี้

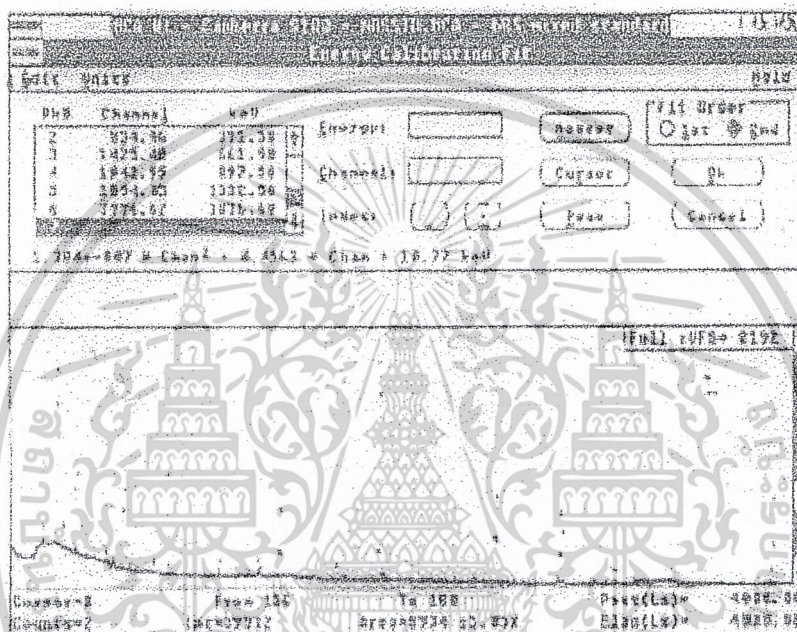
- Date & time สำหรับเคลียร์ทั้งข้อมูลและเวลา
- Time Only สำหรับเคลียร์เฉพาะเวลานั้นแต่ข้อมูลยังคงเดิม
- ROIs สำหรับเคลียร์บริเวณที่เราสนใจซึ่งมีสีแตกต่างจากบริเวณอื่น ๆ เมื่อทำการเคลียร์แล้วก็มีสีเหมือนเดิม

Energy Calibrate

เมื่อเข้าไปใน Energy Calibrate จะมีฟังก์ชันที่ใช้งานดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- On/Off สำหรับเปิดและปิดการ Calibrate เมื่อทำการ Calibrate แถบแสดงข้อมูล จะเปลี่ยนจากค่าหน่วยช่องเป็นหน่วยพลังงานทำให้เราทราบว่า Peak ดังกล่าวมีพลังงานเท่าใด
- Fit สำหรับการ Calibrate โดยจะแสดงหน้าจอดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 การ Calibrate

จากรูปจะแบ่งเป็น First - order กับ Second - order ในกรณี First - order จะต้องมีจุด Calibrate อย่างน้อย 2 จุด ส่วนในกรณี Second - order จะต้องมีจุด Calibrate อย่างน้อย 3 จุด โดยที่ทำการ Calibrate จะเป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างช่องกับพลังงาน

- Unit สำหรับเลือกหน่วยที่ใช้ในการ Calibrate ได้แก่ keV. , MeV. , eV. , และอื่น ๆ

Analysis

สำหรับวิเคราะห์ Peak เช่น การหาค่า FWHM (Full Width Half Maximum) ซึ่งค่า FWHM นี้ เป็นตัวบอกว่า detector มีประสิทธิภาพการแยก ระหว่าง 2Peak ดีแค่ไหน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัววัดรังสีแกมมาในงานวิจัยนี้ใช้หัวเจอร์มาเนียมลิเทียม [Ge(Li) detector] active volume ของหัววัดมีลักษณะเป็นรูปทรงกระบอกยาว 4.6 cm มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.15 cm และมีปริมาตร 56.5 cm³ หัววัดนี้มี resolution 1.8 KeV ที่พลังงาน 1.33 MeV (เมื่อหัววัดได้รับการปรับเทียบมาตรฐานแล้ว) หัววัดนี้ทำงานที่ความต่างศักย์ขนาด 4500 โวลต์ จากแหล่งจ่ายไฟที่มีความเสถียรภาพสูง และหัววัดนี้ต้องหล่อเย็นในไนโตรเจนเหลว (liquid nitrogen) สัญญาณที่ออกจากหัววัดถูกป้อนเข้าสู่ preamplifier amplifier ADC (Analog to Digital Converter) และ MCA (Multichannel Analyzer) มีจำนวนช่องเท่ากับ 8192 ช่อง ซึ่งเป็น data handle unit ตามลำดับเพื่อส่งข้อมูลและทำการวิเคราะห์ต่อไป

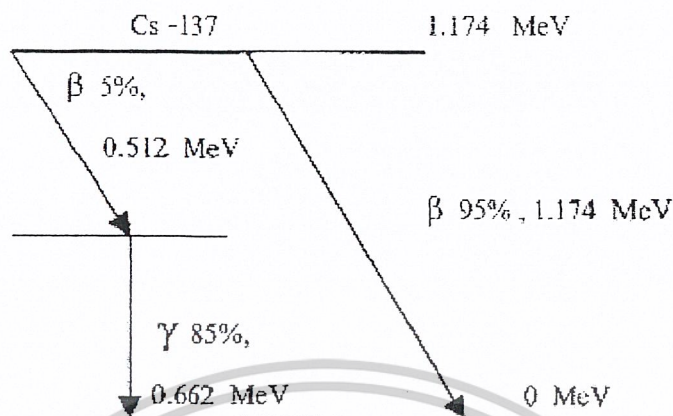
3.2 ซึ้นงาน

ซึ้นงานที่ใช้สำหรับการวิจัยการหาค่า Build up factor นี้ใช้เหล็กรูปทรงสี่เหลี่ยมซึ่งมีขนาดกว้าง x ยาว เท่ากับ 7 cm x 8 cm ที่มีความหนาต่างๆกันจาก 10 mm ไปจนถึง 160 mm โดยเพิ่มความหนาขึ้นทีละ 10 mm คือใช้ความหนา 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150 และ 160 mm

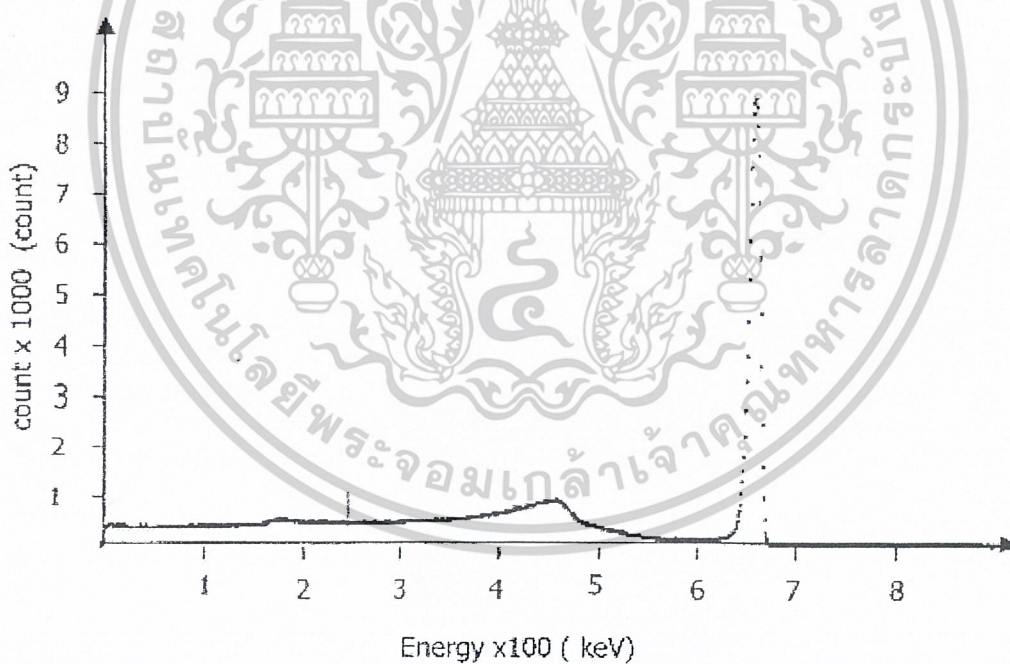
3.3 แหล่งกำเนิดรังสี

ในการวิจัยนี้เราเลือกใช้ ซีเซียม - 137 (¹³⁷Cs) ซึ่งสลายตัวให้รังสีแกมมาที่พลังงาน 0.662 Mev และมีครึ่งชีวิตเท่ากับ 30 ปี เป็นแหล่งกำเนิดรังสีโดยมีความแรงเริ่มต้นเท่ากับ 10 mCi การสลายตัวของรังสีซีเซียม - 137 แสดงอยู่ในรูป 3.17 และ สเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ออกจากแหล่งกำเนิด ซีเซียม - 137 แสดงดังรูป 3.18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.17 ไดอะแกรมการสลายตัวของซีเซียม-137



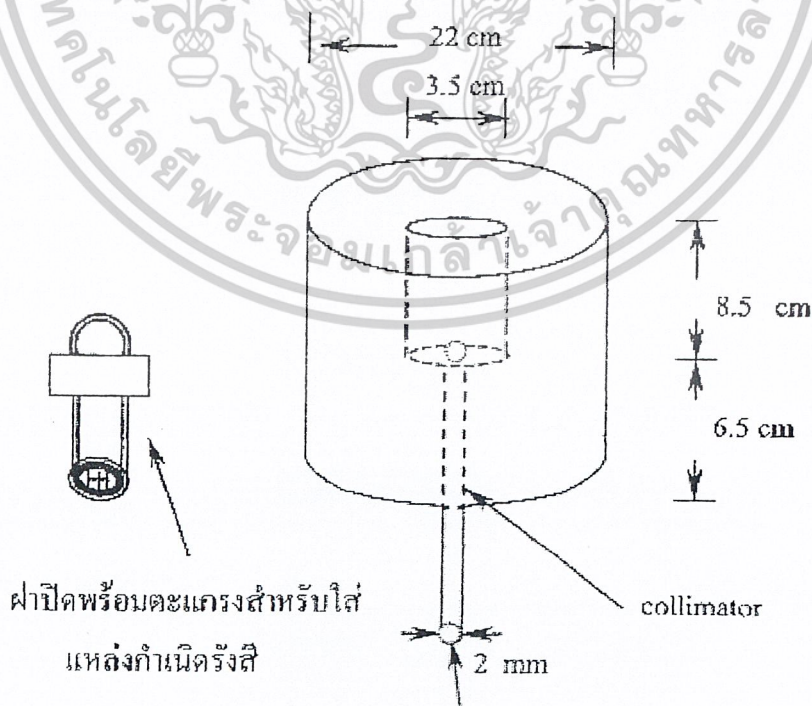
รูปที่ 3.18 สเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ได้จากแหล่งกำเนิดรังสี Cs-137

เหตุผลที่นำซีเซียม - 137 มาใช้ในงานวิจัยคือ เป็นแหล่งกำเนิดรังสีที่สลายให้รังสีแกมมา

พลังงานเดียว ซึ่งสะดวกสำหรับการวิเคราะห์ผลการทดลอง เพราะแหล่งกำเนิดรังสีที่สลายให้รังสีเอกซาร์เป็นเอกซาร์ที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าแกมมาหลายๆ พลังงาน Compton tail จากรังสีแกมมาพลังงานสูง จะไปปรากฏในพีคของรังสีไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีคนนำไปใช้แกมมาที่มีค่าพลังงานต่ำกว่าซึ่งจะทำให้ผลการวิเคราะห์ยุ่งยากและมีค่าความผิดพลาดสูงขึ้น

ในงานวิจัยนี้ยังต้องคำนึงถึงครึ่งชีวิตของแหล่งกำเนิดที่นำมาใช้ คือ แหล่งกำเนิดที่นำมาใช้จะต้องมีครึ่งชีวิตมีค่ามากกว่าช่วงเวลาที่รวบรวมข้อมูลมาก เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาของค่าความแรงของแหล่งกำเนิดรังสีที่ลดลงในช่วงระยะเวลาทำการทดลอง ซีเซียม - 137 มีครึ่งชีวิต 30 ปี จึงเหมาะสำหรับนำมาใช้ในงานวิจัยนี้

ตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสีที่ใช้ในการทดลองนี้ทำด้วยตะกั่วมีลักษณะเป็นรูปทรงกระบอก ยาว 15 cm เส้นผ่านศูนย์กลาง 22 cm มีช่องว่างรูปทรงกระบอกร่วมจุดศูนย์กลางเดียวกัน ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3.5 cm ยาว 8.5 cm (ดูรูป 3.19) เจาะจากปลายด้านหนึ่งของทรงกระบอกและมีฝาปิดพร้อมที่ใส่สารกัมมันตรังสีไว้เมื่อปิดฝาแหล่งกำเนิดรังสีจะอยู่ที่ใจกลางของตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา ตำแหน่งต่อจากทรงกระบอกกลวงนี้มีช่องแคบรูปทรงกระบอก (collimator) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 mm ยาว 6.5 mm (ร่วมจุดศูนย์กลางเดียวกัน) เพื่อให้รังสีทะลุผ่าน collimator ออกมาเป็นลำแคบๆ ลำรังสีที่ผ่านออกมามีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1 cm ที่ระยะห่าง 10 cm จากปลาย collimator



รูปที่ 3.19 แผนภาพของตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 การจัดเตรียมอุปกรณ์

การจัดเตรียมอุปกรณ์ในการทดลองนี้สิ่งสำคัญก็คือ การจัดแนวของลำรังสี (beam alignment) ในส่วนการจัดแนวของรังสีจะต้องจัดแนวของรังสีให้ฉายมาที่ตรงกลางเป้าหมาย โดยอาจใช้ลวดเทียบเพื่อเป็นแนวในการกระระยะให้ตรงเป็นแนวเดียวกัน ดังรูปที่ 3.20 วัสดุที่นำมาตรวจสอบชุดเลเซอร์ และหัววัด จะต้องถูกจัดวางให้ได้อยู่ในแนวระดับ สิ่งที่ต้องคำนึงถึงในการจัดวางเครื่องมืออีกอย่างคือ ตำแหน่ง และระยะทางในการวางชุดอุปกรณ์ในแต่ละชุด ซึ่งต้องจัดวางให้ระยะห่างของ collimator ชั้นงาน และหัววัดให้คงที่ตลอด และสิ่งสำคัญอีกอย่างที่ต้องคำนึงถึงคือ ขนาดของลำรังสี ซึ่งจะต้องมีค่าเท่าเดิมตลอดการทดลอง จึงได้กำหนดระยะห่าง และตำแหน่งที่วางชุดอุปกรณ์ ในแต่ละจุดดังนี้ คือ กำหนดระยะห่างระหว่างปลาย collimator ถึงหัววัดเป็น 24 cm และกำหนดระยะห่างระหว่างปลาย collimator ถึงชั้นงานที่ทำการวัดเป็น 10 cm ซึ่งกำหนดเป็นระยะคงที่ตลอดการทดลอง



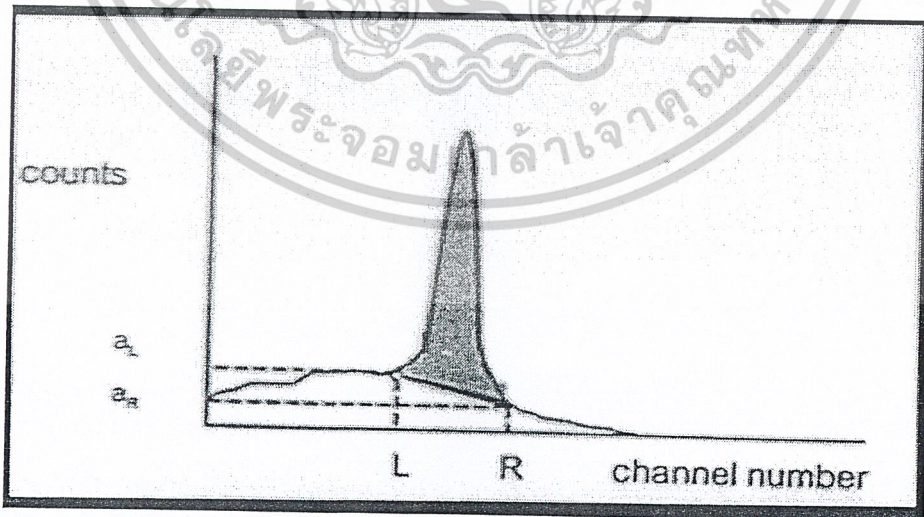
รูปที่ 3.20 โดอะแกรมการจัดวางอุปกรณ์ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการหาค่า build up factor ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษานำชิ้นงานที่เราเตรียมไว้ซึ่งเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมาวางระหว่างตัวกำเนิดรังสี และหัววัด detector ดังแสดงในรูป 3.20 โดยเริ่มต้นด้วยการใส่ซีซีเอ็ม - 137 ลงในตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสีจากนั้นก็เปิดหัววัด detector เราจะสามารถวัดความเข้มรังสีที่ผ่านชิ้นงานออกมาได้ทางหน้าจอกอมพิวเตอร์ ซึ่งโปรแกรมของเราสามารถหาความเข้มของรังสีที่ผ่านชิ้นงานออกมาได้ จากนั้นนำค่าความเข้มที่วัดได้มาเขียนเป็นตาราง โดยเราจะเปลี่ยนค่าความหนาของชิ้นงานขึ้นเรื่อยๆ ทีละ 10 mm โดยเริ่มต้นจาก 10 mm ไปจนถึง 160 mm โดยเราจะทำการทดลอง 3 ครั้ง และนำค่าที่ได้มาทำการวิเคราะห์หาค่าข้อมูลเพื่อหาค่าความสัมพันธ์ระหว่าง build up factor กับ ความหนาของชิ้นงานตามสมการที่ 2.15

$$I = B I_0 e^{-\mu x}$$

ในการค่า build up factor ในเหล็กนี้ ได้ทำการวัดความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อผ่านวัสดุออกมา (พื้นที่ใต้พีคของรังสีแกมมา) ซึ่งจะแสดงผลทางคอมพิวเตอร์ ซึ่งผลที่ได้นี้จะอยู่ในรูปสเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ทะลุผ่านชิ้นงานออกมามีแสดงในรูปที่ 3.21 ซึ่งจะมีลักษณะเช่นเดียวกับสเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ออกมาจากแหล่งกำเนิดโดยตรงในรูปที่ 3.18 แต่ความเข้มของรังสีมีค่าลดลง



รูปที่ 3.21 สเปกตรัมของรังสีแกมมา และการลากเส้นแบบคกราวด์เพื่อหาพื้นที่ใต้พีค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พื้นที่ใต้พีคของสเปกตรัมนี้ประกอบด้วยรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิดที่ทะลุผ่านตัวกลางมาและแบคกราวด์ สำหรับช่วงแคบ ๆ แบคกราวด์สามารถประมาณได้ว่ามีลักษณะเป็นเส้นตรงและหาได้จาก

$$Background = (a_L + a_R) \left[\frac{R-L}{2} \right]$$

$$Totalcount = \sum_{i=L}^R a_i$$

พื้นที่ใต้พีคเมื่อหักแบคกราวด์ = Total Counts – Background

$$= \sum_{i=L}^R a_i - (a_L + a_R) \left[\frac{R-L}{2} \right] \dots\dots\dots(3.1)$$

a_i = จำนวนนับในช่อง i

L = หมายเลขช่องซ้ายสุดของแบคกราวด์ทางด้านซ้ายของพีค

R = หมายเลขช่องขวาสุดของแบคกราวด์ทางด้านซ้ายของพีค

การหาพื้นที่ใต้กราฟทำได้โดยหารบ่อนข้อมูลจากตำแหน่งเริ่มต้นถึงตำแหน่งสุดท้ายของสเปกตรัมโดยเลือกบริเวณแบคกราวด์ที่เปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด ข้อมูลเหล่านี้จะถูกใช้หาค่าแบคกราวด์โดยหลักการของ least square fitting เมื่อได้ค่าแบคกราวด์แล้วพื้นที่ใต้พีคก็ถูกคำนวณโดยใช้สมการ 3.1

3.6 ผลการทดลอง

ผลการวัดพื้นที่ใต้พีค (Count/min) ของเหล็กที่มีความหนาต่าง ๆ ซึ่งทำการวัดเป็นจำนวน 3 ครั้งสำหรับความหนาแต่ละค่าแสดงอยู่ในตารางที่ 1,2 และ3 ตารางที่ 4 แสดงผลเฉลี่ยของการทดลองในตารางที่ 1,2,3 ซึ่งจะทำให้วิเคราะห์หาค่า I_0 และค่า Build up factor ของเหล็กที่มีความหนาต่าง ๆ ได้

ตารางที่ 1,2 และ 3 เป็นผลการวัดค่าพื้นที่ใต้พีคของเหล็กเริ่มจาก 10 mm.จนถึง160 mm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ภายใต้การใช้นโยบายการคุ้มครองข้อมูลส่วนบุคคล
 โดยเพิ่มความหนาขึ้นทีละ 10 mm. ตารางที่ 4 เป็นผลการวัดพื้นที่ใต้พีคเฉลี่ยไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 1 ความเข้มของรังสีที่ผ่านออกมาจากชิ้นงานครั้งที่ 1

ความหนา (mm)	ผลการวัดครั้งที่ 1	
	Dead time (%)	พื้นที่ได้ฟิค (Counts/min)
160	0.92	2214
150	1.04	3880
140	1.21	6703
130	1.42	11481
120	2.68	14734
110	2.13	17662
100	2.81	18256
90	4.29	35937
80	6.14	62069
70	8.93	67250
60	12.91	106020
50	19.51	175116
40	28.07	272287
30	38.63	397784
20	47.3	829634
10	60.18	928442

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2 ความเข้มของรังสีที่ผ่านออกมาจากชิ้นงานครั้งที่ 2

ความหนา (mm)	ผลการวัดครั้งที่ 2	
	Dead time (%)	พื้นที่ได้ฟีด (Counts/min)
160	0.93	2238
150	1.04	3962
140	1.2	6488
130	1.41	11365
120	1.69	14362
110	2.13	17686
100	2.93	18357
90	4.29	35799
80	6.13	61964
70	8.92	67545
60	12.74	107446
50	19.49	174554
40	28.08	273978
30	38.66	400390
20	47.48	847328
10	60.19	977714

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3 ความเข้มของรังสีที่ผ่านออกมาจากชิ้นงานครั้งที่ 3

ความหนา (mm)	ผลการวัดครั้งที่ 3	
	Dead time (%)	พื้นที่ได้ฟัด (Counts/min)
160	0.92	2226
150	1.04	3921
140	1.2	6595
130	1.42	11423
120	1.69	14546
110	2.13	17673
100	2.87	18306
90	4.29	35868
80	6.14	62016
70	8.93	67397
60	12.73	106733
50	19.5	174635
40	28.08	273132
30	38.65	399045
20	47.36	838381
10	60.19	953078

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4 ความเข้มเฉลี่ยของรังสีที่ผ่านออกมาจากชิ้นงานทั้ง 3 ครั้ง

ความหนา (mm)	ผลการวัดเฉลี่ย	
	Dead time (%)	พื้นที่ได้ฟีด (Counts/min)
160	0.92	2226
150	1.04	3921
140	1.2	6595.33
130	1.42	11423
120	2.02	14547.33
110	2.13	17673.67
100	2.87	18306.33
90	4.29	35868
80	6.14	62016.33
70	8.93	67397.33
60	12.79	106733
50	19.5	174768.33
40	28.08	273132.33
30	38.65	399073
20	47.38	838447.67
10	60.19	953078

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.7 วิเคราะห์ผลการทดลอง

เราสามารถคำนวณหาค่า Build up factor ได้โดยนำเอาค่าพื้นที่ใต้พีคหรือค่าความเข้มของรังสี (I) มาคิดโดยใช้สมการ

$$I = BI_0 e^{-\mu x}$$

โดยจะหาค่า μ ได้จาก

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$$

โดยที่ ρ ของเหล็กมีค่าเท่ากับ 7.874 g/cm^3
 μ_m มีค่าเท่ากับ $0.078 \text{ cm}^2/\text{g}$
 ซึ่งจะได้ค่า

$$\mu = 0.61$$

การหาค่า I_0

เนื่องจากค่า I_0 เราไม่สามารถวัดจากหัววัดได้โดยตรงซึ่งในการทดลองนี้ได้ทำการหาค่า I_0 จากการคำนวณตามสมการ

$$I_0 = \frac{I}{Be^{-\mu x}}$$

โดยประมาณว่าที่ความหนาแน่นน้อยที่สุดในการทดลองหรือที่ 10 mm. ค่า Build up factor มีค่าเท่ากับ 1 เราจึงสามารถหาค่า I_0 จากการคำนวณที่ความหนา 10 mm. ได้

เมื่อ พื้นที่ใต้พีค (I) ที่ 10 mm. จากตารางที่ 4 เท่ากับ 953078
 จะได้

$$I_0 = 1754074.68$$

การหาค่า Build up factor

สามารถหาค่า Build up factor ของเหล็กที่ความหนาต่าง ๆ ได้จากสมการ

$$I = BI_0 e^{-\mu x}$$

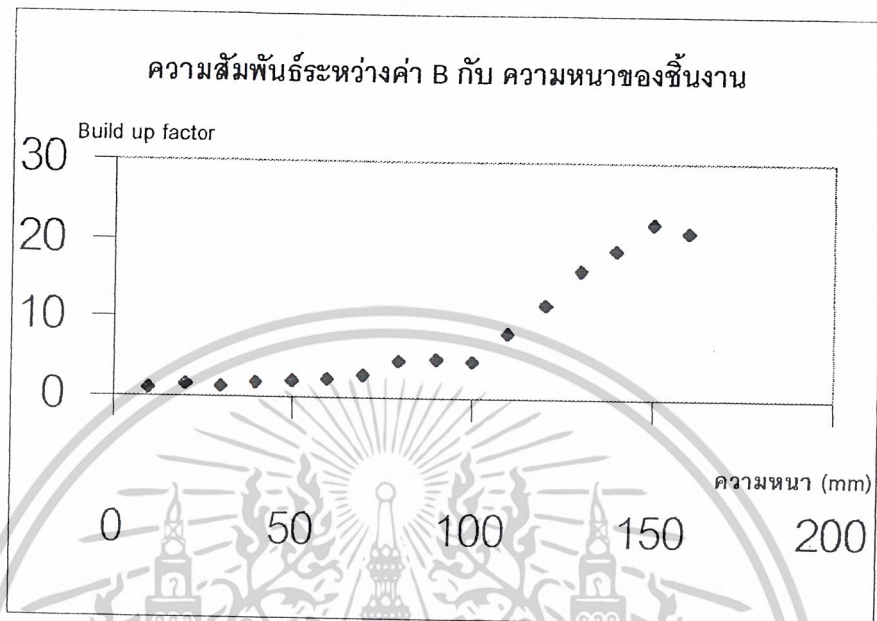
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ดึงนามเมื่อนาคำ | จากตารางที่ 4 มาคำนวณจะได้ค่า Build up factor ดังตารางที่ 5
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5 แสดงผลของค่า build up factor จากการคำนวณที่ความหนาต่างๆของเหล็ก

X (mm)	$e^{-\mu x}$	I	B
10	0.61	953078	1
20	0.2952	838447.67	1.62
30	0.1604	399073	1.42
40	0.0872	273132.33	1.79
50	0.0474	174768.33	2.1
60	0.0257	106733	2.37
70	0.0139	67397.33	2.76
80	0.0076	62016.33	4.65
90	0.0041	35868	4.99
100	0.0022	18306	4.74
110	0.0012	17673.67	8.4
120	0.0007	14547	11.85
130	0.0004	11423	16.28
140	0.0002	6595.33	18.8
150	0.0001	3921	22.35
160	0.00006	2226	21.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำข้อมูลจากตารางที่ 4 มา เขียนกราฟจะได้ผลดังรูป



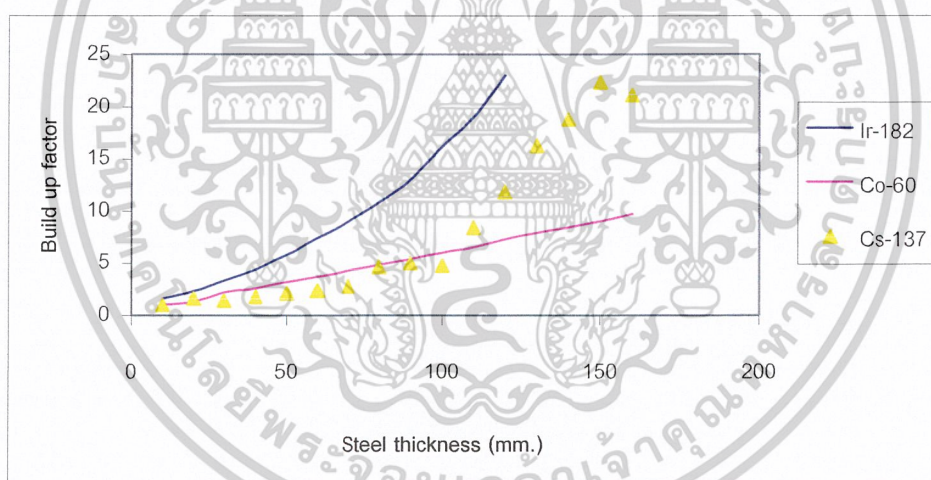
รูปที่ 3.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง build up factor และความหนาของชิ้นงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

สรุปผลการวิจัย และแนวทางการพัฒนา

จากการทดลองหาค่า Build up factor โดยใช้ซีเซียม - 137 สามารถสรุปได้ว่าค่า build up factor จะเพิ่มขึ้นตามความหนาซึ่งจะเป็นไปตามสมการ $I = BI_0 e^{-\mu x}$ เมื่อความหนาของชั้นงาน (x) เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า Build up factor เพิ่มขึ้นตามสมการ โดยพิจารณาจากรูปที่ 3.22 จะเห็นว่าเมื่อความหนาของเหล็กเพิ่มขึ้นค่า build up factor จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตาม โดยที่ความหนา 10 mm. เราได้ประมาณให้ค่า build up factor เท่ากับ 1 และเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ถึง 21.15 ที่ความหนา 160 mm. ค่า Build up factor ที่ได้นำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของผู้อื่นที่ใช้แหล่งกำเนิดรังสี Ir - 182 (มีพลังงานเท่ากับ 0.13 MeV) และ Co - 60 (มีพลังงานเท่ากับ 1.33 และ 1.17 MeV) แสดงดังรูป 4.1

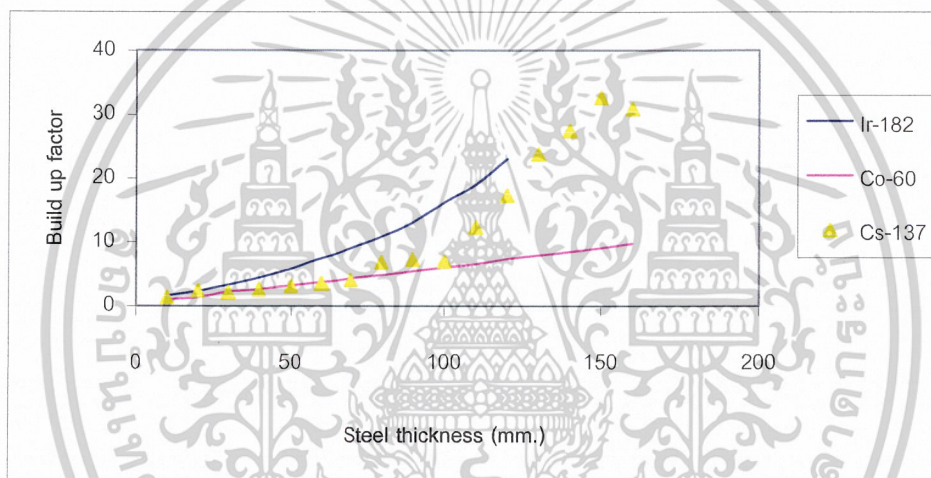


รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบค่า build up factor ของเหล็กที่มีความหนาต่างๆกันสำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir Co และ Cs

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากพลังงานของ Cs - 137 น้อยกว่า Co - 60 แต่มากกว่า Ir - 182 เส้นกราฟค่า Build up factor ของ Cs - 137 จึง ควรมีค่าอยู่ระหว่างเส้นกราฟของ Ir - 182 และ Co - 60 แต่ที่ความหนาในช่วง 10 mm. - 100 mm. ค่า Build up factor จากผลการทดลองมีค่าต่ำกว่า Co - 60 ซึ่งไม่สอดคล้องกับผลการทดลองของผู้อื่น ที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องมาจากการหาค่า I_0 ได้ใช้ค่า Build up factor ที่ความหนาของตัวกลางน้อยสุด เท่ากับ 1 จึงทำให้เกิด Systematic Error เป็นผลให้เส้นกราฟค่า Build up factor ที่ได้มีค่าน้อยกว่าที่ควรเป็น

โดยถ้าเราประมาณค่า Build up factor ที่ความหนาน้อยที่สุดให้มีค่ามากขึ้นเป็น 1.3 เส้นกราฟ Build up factor ของ Cs - 137 ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยวางตัวอยู่ระหว่างเส้นกราฟของ Ir - 182 และ Co - 60 มากขึ้น ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบค่า build up factor ของเหล็กที่มีความหนาต่างๆกันสำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir Co และ Cs โดยประมาณค่า build up factor ของ Cs ที่ความหนา 10 mm. เท่ากับ 1.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อเสนอแนะ และแนวทางการพัฒนา

การทดลองนี้เป็นการหาค่า build up factor ของรังสีแกมมาพลังงาน 0.66 MeV ในตัวกลางเหล็กที่มีความหนาต่าง ๆ กันตั้งแต่ 10 mm. – 160 mm. ซึ่งสามารถใช้เป็นแนวทางในการศึกษาวัสดุตัวกลางชนิดอื่น ๆ ได้ เช่น ทองแดง หรือตะกั่ว เป็นต้น

การทดลองหาค่า build up factor ของรังสีแกมมานี้ยังมีส่วนที่ทำให้ผลการทดลองนั้นเกิด Error ซึ่งส่วนหนึ่งมาจากการหาค่า I_0 ซึ่งในการทดลองต่อไปนั้นควรจะทำให้การวัดค่า I_0 ให้มีค่าถูกต้องมากขึ้น โดยใช้วัสดุบาง ๆ มากั้นระหว่างแหล่งกำเนิดรังสี และหัววัด แต่ก็ควรระวังไม่ให้วัสดุที่นำมาใช้นั้นบางมากเกินไป เพราะอาจทำให้ค่า Dead time ของหัววัด $> 40\%$ ซึ่งจะทำให้หัววัดได้รับความเสียหายได้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

1. Halmshaw , R. Nondestructive Testing. Landon : Edward Arnold. 1991
2. Kaplan, I. Nucluear Physics. Massachusetts : Addition-Wesley. 1962
3. แก้วใจ มีเทียน .2545.การตรวจหาโพรงหรือรอยร้าวในเหล็กโดยใช้รังสีแกมมา. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
4. Canberra Industry. Manual of Multichanel Analyzer. 1984.
5. ASTM standard : E 1000 (1982), Standard Guide for Radiologic Real-time Imaging



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 10.1

i	x_i	y_i
1	1.9	0.7
2	0.8	-1.0
3	1.1	-0.2
4	0.1	-1.2
5	-0.1	-0.1
6	4.4	3.4
7	4.6	0.0
8	1.6	0.8
9	5.5	3.7
10	3.4	2.0



Figure 10.1 A plot of the observed values in Table 10.1.

to be able to predict the response y of a future patient to the new drug B on the basis of his response x to the standard drug A . One procedure for making such a prediction would be to fit a straight line to the points in Fig. 10.1, and to use it as a line for predicting the value of y corresponding to any given value of x .

It can be seen from Fig. 10.1 that if we did not have to consider the point (4.6, 0.0), which is obtained from the patient for whom $i = 7$ in Table 10.1, then the other nine points lie roughly along a straight line. One arbitrary line which fits reasonably well to these nine points is sketched in Fig. 10.2. However, if we wish

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้.

THE METHOD OF LEAST SQUARES

Fitting a Straight Line

Suppose that each of ten patients is treated first with a certain amount of a standard drug A and then with an equal amount of a new drug B , and that the change in blood pressure induced by each drug is observed for each patient. This change in blood pressure will be called the *response* of the patient. For $i = 1, \dots, 10$, we shall let x_i denote the response, measured in appropriate units, of the i th patient when he receives drug A , and we shall let y_i denote his response when he receives drug B . We shall suppose also that the observed values of the responses are as given in Table 10.1. The ten points (x_i, y_i) for $i = 1, \dots, 10$ are plotted in Fig. 10.1.

Suppose now that we are interested in describing the relationship between the response y of a patient to drug B and his response x to drug A . In order to obtain a simple expression for this relationship, we might wish to fit a straight line to the ten points plotted in Fig. 10.1. Although these ten points obviously do not lie exactly on a straight line, we might believe that the deviations from such a line are caused by the fact that the observed change in the blood pressure of each patient is affected not only by the two drugs but also by various other factors. In other words, we might believe that if it were possible to control all these other factors, the observed points would actually lie on a straight line. We might believe further that if we measured the responses to the two drugs for a very large number of patients, instead of for just ten patients, we would then find that the observed points tend to cluster along a straight line. Perhaps we might also wish

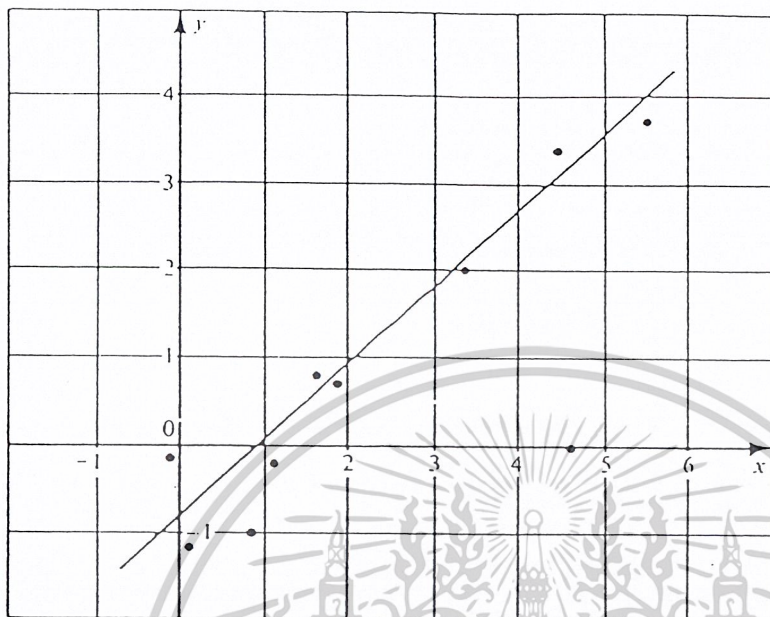


Figure 10.2 A straight line fitted to nine of the points in Table 10.1.

to fit a straight line to all ten points, it is not clear just how much the line in Fig. 10.2 should be adjusted in order to accommodate the anomalous point. We shall now describe a method for fitting such a line.

The Least-Squares Line

We shall assume here that we are interested in fitting a straight line to the points plotted in Fig. 10.1 in order to obtain a simple mathematical relationship for expressing the response y of a patient to the new drug B as a function of his response x to the standard drug A . In other words, our main objective is to be able to predict closely a patient's response y to drug B from his response x to drug A . We are interested, therefore, in constructing a straight line such that, for each observed response x_i , the corresponding value of y on the straight line will be as close as possible to the actual observed response y_i . The vertical deviations of the ten plotted points from the line drawn in Fig. 10.2 are sketched in Fig. 10.3.

One method of constructing a straight line to fit the observed values is called *the method of least squares*. According to this method, the line should be drawn so that the sum of the squares of the vertical deviations of all the points from the line is a minimum. We shall now study this method in more detail.

Consider an arbitrary straight line $y = \beta_1 + \beta_2 x$, in which the values of the constants β_1 and β_2 are to be determined. When $x = x_i$, the height of this line is

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

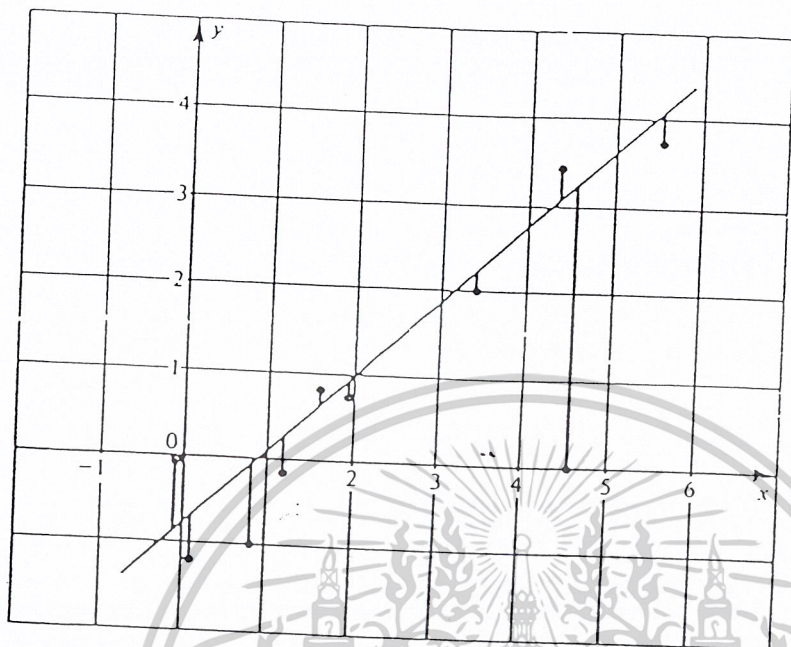


Figure 10.3 Vertical deviations of the plotted points from a straight line.

$\beta_1 + \beta_2 x_i$. Therefore, the vertical distance between the point (x_i, y_i) and the line is $|y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_i)|$. Suppose that the line is to be fitted to n points, and let Q denote the sum of the squares of the vertical distances at the n points. Then

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_i)]^2. \quad (1)$$

The method of least squares specifies that the values of β_1 and β_2 must be chosen so that the value of Q is minimized.

It is not difficult to minimize the value of Q with respect to β_1 and β_2 . We have

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_1 - \beta_2 x_i) \quad (2)$$

and

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_2} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_1 - \beta_2 x_i) x_i. \quad (3)$$

By setting each of these two partial derivatives equal to 0, we obtain the following pair of equations:

$$\beta_1 n + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \quad (4)$$

$\beta_1 \sum_{i=1}^n x_i + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The equations (4) are called the *normal equations* for β_1 and β_2 . By considering the second-order derivatives of Q , we can show that the values of β_1 and β_2 which satisfy the normal equations will be the values for which the sum of squares Q in Eq. (1) is minimized. If we denote these values by $\hat{\beta}_1$ and $\hat{\beta}_2$, then the equation of the straight line obtained by the method of least squares will be $y = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x$. This line is called the *least-squares line*.

As usual, we shall let $\bar{x}_n = (1/n)\sum_{i=1}^n x_i$ and $\bar{y}_n = (1/n)\sum_{i=1}^n y_i$. By solving the normal equations (4) for β_1 and β_2 , we obtain the following results:

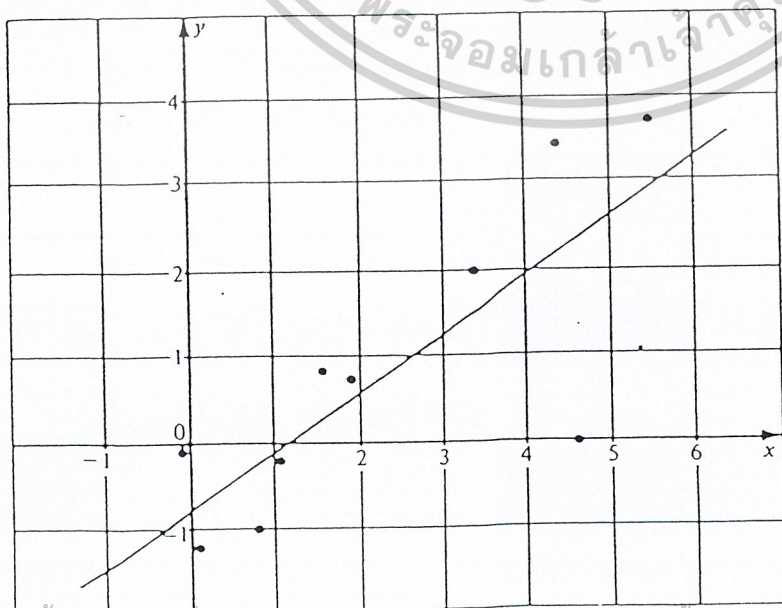
$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}_n \bar{y}_n}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}_n^2}, \quad (5)$$

$$\hat{\beta}_1 = \bar{y}_n - \hat{\beta}_2 \bar{x}_n.$$

For the values given in Table 10.1, $n = 10$ and it is found from Eq. (5) that $\hat{\beta}_1 = -0.786$ and $\hat{\beta}_2 = 0.685$. Hence, the equation of the least-squares line is $y = -0.786 + 0.685x$. This line is sketched in Fig. 10.4.

Fitting a Polynomial by the Method of Least Squares

Suppose now that instead of simply fitting a straight line to n plotted points, we wish to fit a polynomial of degree k ($k \geq 2$). Such a polynomial will have the



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
Figure 10.4 The least-squares straight line.
 ไม่ว่ากรรมใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

following form:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2 + \cdots + \beta_{k+1} x^k. \quad (6)$$

The method of least squares specifies that the constants $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$ should be chosen so that the sum Q of the squares of the vertical deviations of the points from the curve is a minimum. In other words, these constants should be chosen so as to minimize the following expression for Q :

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_i + \cdots + \beta_{k+1} x_i^k)]^2. \quad (7)$$

If we calculate the $k + 1$ partial derivatives $\partial Q / \partial \beta_1, \dots, \partial Q / \partial \beta_{k+1}$ and we set each of these derivatives equal to 0, we obtain the following $k + 1$ linear equations involving the $k + 1$ unknown values $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$:

$$\begin{aligned} \beta_1 n + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_i + \cdots + \beta_{k+1} \sum_{i=1}^n x_i^k &= \sum_{i=1}^n y_i, \\ \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \cdots + \beta_{k+1} \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} &= \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ &\vdots \\ \beta_1 \sum_{i=1}^n x_i^k + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} + \cdots + \beta_{k+1} \sum_{i=1}^n x_i^{2k} &= \sum_{i=1}^n x_i^k y_i. \end{aligned} \quad (8)$$

As before, these equations are called the *normal equations*. There will be a unique set of values of $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$ which satisfy the normal equations if and only if the determinant of the $(k + 1) \times (k + 1)$ matrix formed from the coefficients of $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$ is not zero. If there are at least $k + 1$ different values among the n observed values x_1, \dots, x_n , then this determinant will not be zero and there will be a unique solution to the normal equations. We shall assume that this condition is satisfied. It can be shown by the methods of advanced calculus that the unique values of $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$ which satisfy the normal equations will then be the values which minimize the value of Q in Eq. (7). If we denote these values by $\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_{k+1}$, then the least-squares polynomial will have the form $y = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x + \cdots + \hat{\beta}_{k+1} x^k$.

Example 1: Fitting a Parabola. Suppose that we wish to fit a polynomial of the form $y = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$ (which represents a parabola) to the ten points given in Table 10.1. In this example, it is found that the normal equations (8) are as

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

follows:

$$\begin{aligned}
 10\beta_1 + 23.3\beta_2 + 90.37\beta_3 &= 8.1, \\
 23.3\beta_1 + 90.37\beta_2 + 401.0\beta_3 &= 43.59, \\
 90.37\beta_1 + 401.0\beta_2 + 1892.7\beta_3 &= 204.55.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

The unique values of β_1 , β_2 , and β_3 that satisfy these three equations are $\hat{\beta}_1 = -0.744$, $\hat{\beta}_2 = 0.616$, and $\hat{\beta}_3 = 0.013$. Hence, the least-squares parabola is

$$y = -0.744 + 0.616x + 0.013x^2. \tag{10}$$

This curve is sketched in Fig. 10.5 together with the least-squares straight line. Because the coefficient of x^2 in Eq. (10) is so small, the least-squares parabola and the least-squares straight line are very close together over the range of values included in Fig. 10.5. \square

Fitting a Linear Function of Several Variables

We shall now consider an extension of the example discussed at the beginning of this section, in which we were interested in representing a patient's response to a new drug B as a linear function of his response to drug A . Suppose that we wish

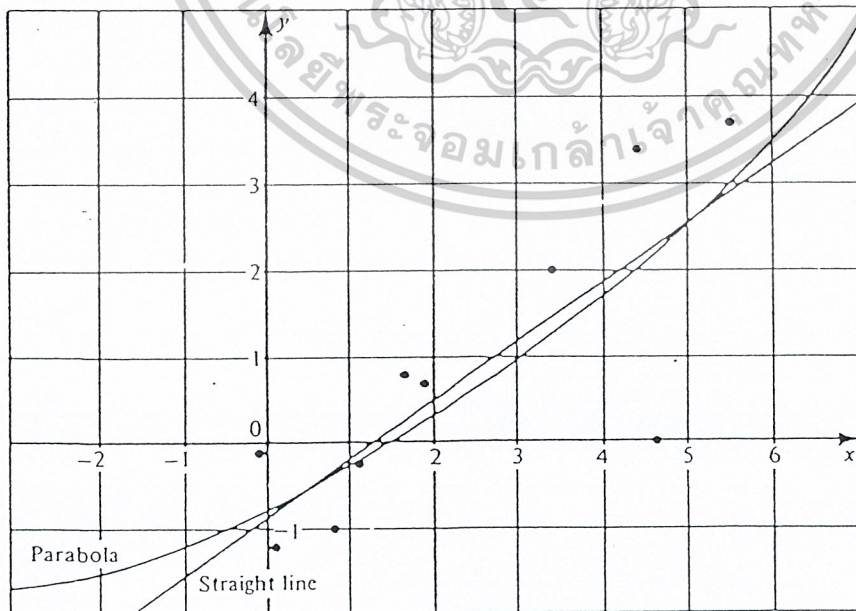


Figure 10.5 The least-squares parabola.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

to represent a patient's response to drug B as a linear function involving not only his response to drug A but also some other relevant variables. For example, we may wish to represent the patient's response y to drug B as a linear function involving his response x_1 to drug A , his heart rate x_2 , his blood pressure x_3 before he receives any drugs, and other relevant variables x_4, \dots, x_k .

Suppose that for each patient i ($i = 1, \dots, n$) we measure his response y_i to drug B , his response x_{i1} to drug A , and also his values x_{i2}, \dots, x_{ik} for the other variables. Suppose also that in order to fit these observed values for the n patients, we wish to consider a linear function having the form

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_1 + \dots + \beta_{k+1} x_k. \quad (11)$$

In this case, also, the values of $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$ can be determined by the method of least squares. For each given set of observed values x_{i1}, \dots, x_{ik} , we again consider the difference between the observed response y_i and the value $\beta_1 + \beta_2 x_{i1} + \dots + \beta_{k+1} x_{ik}$ of the linear function given in Eq. (11). As before, it is required to minimize the sum Q of the squares of these differences. Here,

$$Q = \sum_{i=1}^n [y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_{i1} + \dots + \beta_{k+1} x_{ik})]^2. \quad (12)$$

A set of $k + 1$ normal equations can again be obtained by setting each of the partial derivatives $\partial Q / \partial \beta_j$ equal to 0 for $j = 1, \dots, k + 1$. These equations will have the following form:

$$\begin{aligned} \beta_1 n + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{i1} + \dots + \beta_{k+1} \sum_{i=1}^n x_{ik} &= \sum_{i=1}^n y_i, \\ \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 + \dots + \beta_{k+1} \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{ik} &= \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i, \\ &\vdots \\ \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{ik} + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{ik} x_{i1} + \dots + \beta_{k+1} \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 &= \sum_{i=1}^n x_{ik} y_i. \end{aligned} \quad (13)$$

If the determinant of the $(k + 1) \times (k + 1)$ matrix formed from the coefficients of $\beta_1, \dots, \beta_{k+1}$ in these equations is not zero, then there will be a unique solution $\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_{k+1}$ of the equations. The least-squares linear function will then be $y = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 x_1 + \dots + \hat{\beta}_{k+1} x_k$.

Example 2: Fitting a Linear Function of Two Variables. Suppose that we expand Table 10.1 to include the values given in the third column in Table 10.2. Hence, for

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 10.2

i	x_{i1}	x_{i2}	y_i
1	1.9	66	0.7
2	0.8	62	-1.0
3	1.1	64	-0.2
4	0.1	61	-1.2
5	-0.1	63	-0.1
6	4.4	70	3.4
7	4.6	68	0.0
8	1.6	62	-0.8
9	5.5	68	3.7
10	3.4	66	2.0

each patient i ($i = 1, \dots, 10$), x_{i1} denotes his response to the standard drug A ; x_{i2} denotes his heart rate; and y_i denotes his response to the new drug B . Suppose also that to these values we wish to fit a linear function having the form $y = \beta_1 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_2$.

In this example, it is found that the normal equations (13) are as follows:

$$\begin{aligned} 10\beta_1 + 23.3\beta_2 + 650\beta_3 &= 8.1, \\ 23.3\beta_1 + 90.37\beta_2 + 1563.6\beta_3 &= 43.59, \\ 650\beta_1 + 1563.6\beta_2 + 42,334\beta_3 &= 563.1. \end{aligned} \tag{14}$$

The unique values of β_1 , β_2 , and β_3 which satisfy these three equations are $\hat{\beta}_1 = -11.4527$, $\hat{\beta}_2 = 0.4503$, and $\hat{\beta}_3 = 0.1725$. Hence, the least-squares linear function is

$$y = -11.4527 + 0.4503x_1 + 0.1725x_2. \quad \square \tag{15}$$

It should be noted that the problem of fitting a polynomial of degree k involving only one variable, as specified by Eq. (6), can be regarded as a special case of the problem of fitting a linear function involving several variables, as specified by Eq. (11). To make Eq. (11) applicable to the problem of fitting a polynomial having the form given in Eq. (6), we define the k variables x_1, \dots, x_k simply as $x_1 = x$, $x_2 = x^2, \dots, x_k = x^k$.

A polynomial involving more than one variable can also be represented in the form of Eq. (11). For example, suppose that the values of four variables r , s , t , and y are observed for several different patients, and that we wish to fit to these observed values a function having the following form:

$$y = \beta_1 + \beta_2 r + \beta_3 r^2 + \beta_4 rs + \beta_5 s^2 + \beta_6 t^3 + \beta_7 rst. \tag{16}$$

ไม่ทราบค่าใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

We can regard the function in Eq. (16) as a linear function having the form given in Eq. (11) with $k = 6$ if we define the six variables x_1, \dots, x_6 as follows: $x_1 = r$, $x_2 = r^2$, $x_3 = rs$, $x_4 = s^2$, $x_5 = t^3$, and $x_6 = rst$.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายวีรรัตน์ ลีลาธรรม เกิดเมื่อวันที่ 14 ตุลาคม 2524 เป็นคนจังหวัดสมุทรปราการโดยกำเนิด สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา ณ โรงเรียนสมุทรปราการ และได้รับการศึกษาในระดับอุดมศึกษา ณ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังในคณะวิทยาศาสตร์สาขาฟิสิกส์ประยุกต์ในปีการศึกษา 2542

นายเอกราช สุขสวัสดิ์ เกิดเมื่อวันที่ 23 ตุลาคม 2524 เป็นคนกรุงเทพมหานครโดยกำเนิด สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา ณ โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี) 2 และได้รับการศึกษาในระดับอุดมศึกษา ณ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังในคณะวิทยาศาสตร์สาขาฟิสิกส์ประยุกต์ในปีการศึกษา 2542



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้