สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง

DISPLAY MODELS AND VOLUME OF TWO SURFACES OF QUADRIC SURFACES EQUATION PROGRAM

กานต์ ณ นคร
ฐิติกร ศรีรู้ญา
ณัฐพงศ์ ศุภรัตน์กำธร

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 47360
วัน, เดือน, ปี 30 มิ.ย. 2546

.b.....
.i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2545

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

DISPLAY MODELS AND VOLUME OF TWO SURFACES OF QUADRIC SURFACES EQUATION PROGRAM

KARN NA NAKORN

THITTIGORN SRIRUYA

NUTTAPONG SUPARUTKAMTORN

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF

THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADAMIC YEAR 2002

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง

DISPLAY MODELS AND VOLUME OF TWO SURFACES OF QUADRIC SURFACES EQUATION PROGRAM

ชื่อนักศึกษา นายกานต์ ณ นคร รหัสนักศึกษา 42050006

นายฐิติกร ศรีรู้ญา รหัสนักศึกษา 42050013

นายณัฐพงศ์ ศุภรัตน์กำธร รหัสนักศึกษา 42050014

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.กฤษฎา ไตรสุรัตน์

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ปีการศึกษา 2545

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ ผศ.พัชรินทร์ เหมโชติ	
กรรมการ อ.พรชัย ชัยสนิท	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.กฤษฎา ไตรสุรัตน์	

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง

ชื่อนักศึกษา นายกานต์ ณ นคร 42050006
นายฐิติกร ศรีรู้ญา 42050013
นายณัฐพงศ์ ศุภรัตน์กำธร 42050014

ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

ปีการศึกษา 2545

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.กฤษฎา ไตรสุรัตน์

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ จัดทำขึ้นโดยการนำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ประยุกต์ เนื่องด้วยทุกวันนี้ วิชา Calculus เป็นวิชาที่มีผู้คนให้ความสนใจอย่างแพร่หลาย เนื่องจากสมการบางสมการเป็นสมการที่ยุ่งยากและซับซ้อน ทำให้นักศึกษาหลายคนมองภาพและปริมาตรที่เกิดจากสมการไม่ออก และหาคำตอบไม่ได้ ดังนั้นโปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง จึงได้ถูกพัฒนาขึ้นด้วยภาษา Visual Basic และ Mathematica มีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักศึกษาและผู้สนใจได้เห็นภาพและปริมาตรในส่วนที่ตัดกันของ 2 สมการ ที่ทำให้เข้าใจเนื้อหาในส่วนนี้ได้ดียิ่งขึ้นได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	DISPLAY MODELS AND VOLUME OF TWO SURFACES OF QUADRIC SURFACES EQUATION PROGRAM
Students	Mr.Karn Na Nakorn 42050006
	Mr.Thitigorn Sriruya 42050013
	Mr.Nuttapong Suparutkamtorn 42050014
Degree	Bachelor of Science
Department	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science
Programme	Applied Mathematics
Academic Year	2002
Special Project Advisor	Asst.Prof. Krissada Trisurut

ABSTRACT

For this special project, it is established by taking Applied Mathematic knowledge. Because Calculus, recently, is the subject which people are widely interested. But some equations are complex and complicated, therefore, many students can not imagine pictures and volumes from these equations that due to unsolved solution. For that reason, Display models and volume of two surfaces of quadric surfaces equation program is developed by Visual Basic and Mathematica languages. The purpose is for students and everyone else who is interested in this subject can see pictures and volumes in the section of two equations which will be helpful for better understanding within this subject.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง สามารถลุล่วงไปได้ด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ กฤษฎา ไตรสุรัตน์ อาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษฉบับนี้ ที่ให้คำปรึกษาอันก่อให้เกิดแนวความคิดที่สามารถแก้ไขปัญหาต่างๆ ในการทำปัญหาพิเศษนี้ นอกจากนั้นยังช่วยแนะแนวทางในการดำเนินงานด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี

นอกจากนี้ คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ ที่ให้ความสะดวกในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ และให้ความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการจัดทำปัญหาพิเศษ และต้องขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่คอยเป็นกำลังใจ อีกทั้งยังสนับสนุนทางด้านทุนทรัพย์ในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้ รวมทั้งเพื่อนๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ เป็นอย่างดีเกี่ยวกับการทำปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2546

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

ใบอนุมัติ.....I

บทคัดย่อภาษาไทย.....II

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....III

กิตติกรรมประกาศ.....IV

สารบัญ.....V

สารบัญรูป.....VII

บทที่ 1 บทนำ.....1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....1

1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....1

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา.....1

1.5 ขอบเขตการศึกษา.....1

1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....2

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....3

2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์.....3

2.1.1 สมการพื้นผิวกำลังสอง.....3

2.1.2 การอินทิเกรต 3 ชั้น.....13

2.1.3 Mathematica 4.0.....18

2.2 Visual Basic 6.0.....21

2.2.1 คุณสมบัติและข้อดีของ Visual Basic for Windows.....21

2.2.2 Dynamic Link Libraries ของ Windows.....21

บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....23

3.1 ระบบงาน.....23

3.1.1 ส่วนนำเข้าข้อมูล.....23

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

3.1.2 ส่วนวิเคราะห์และการประมวลผล.....23
3.1.3 ส่วนแสดงผล.....23
3.2 ขั้นตอนการทำงาน.....23
3.3 วิธีการใช้งาน.....25

บทที่ 4 การวิจารณ์และอภิปรายผล.....35
4.1 ประสิทธิภาพของโปรแกรม.....35
4.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม.....35
4.3 แนวทางในการพัฒนาต่อไป.....35

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....36
5.1 สรุปผลการวิจัย.....36
5.2 ปัญหาและอุปสรรค.....36
5.3 ข้อเสนอแนะ.....36

บรรณานุกรม.....38
ภาคผนวก ก.....39

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 Ellipsoid : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 4

2.2 Ellipsoid : $x^2+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=1$ 4

2.3 Ellipsoid Cone : $z^2=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$ 5

2.4 Circular Cone : $z^2=3x^2+3y^2$ 5

2.5 Elliptic Paraboloid : $z=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$ 6

2.6 Paraboloid of revolution : $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ 6

2.7 Hyperbolic Paraboloid : $z=\frac{y^2}{b}-\frac{x^2}{a^2}$ 7

2.8 Hyperbolic Paraboloid : $z=y^2-x^2$ 7

2.9 Hyperbolic of one sheet : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ 8

2.10 Hyperbolic of revolution : $x^2+y^2-(\frac{z^2}{3})=1$ 8

2.11 Hyperbolic of two sheet : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$ 9

2.12 Hyperbolic of two sheet : $x^2+y^2-(\frac{z^2}{3})=1$ 9

2.13 Paraboloid Cylinder : $x^2=4ay$ 10

2.14 Paraboloid Cylinder : $x^2=4y$ 10

2.15 Elliptic Cylinder : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+=1$ 11

2.16 Elliptic Cylinder : $(\frac{x^2}{4})+(\frac{y^2}{9})=1$ 11

2.17 Hyperbolic Cylinder : $(\frac{x^2}{a^2})-(\frac{y^2}{9})=1$ 12

2.18 Hyperbolic Cylinder : $(\frac{x^2}{9})-(\frac{y^2}{4})=1$ 12

3.1 Flow Chart แสดงการทำงานโปรแกรม 20

3.2 แสดงหน้าแรกของโปรแกรม 21

3.3 หน้าจอแสดงการติดต่อ โปรแกรม Mathematica 22

3.4 แสดงการใส่สมการที่ 1 23

3.5 แสดงการใส่สมการที่ 2 24

3.6 แสดงสมการทั้งหมด 25

3.7 แสดงหน้าจอที่พร้อมทำขั้นตอนต่อไป 26

3.8 แสดงส่วนของการคำนวณหารูป 27

3.9 แสดงรูปภาพที่ได้จากสมการ 28

3.10 หน้าจอแสดงภาพการตัดกัน 29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

3.11 หน้าจอแสดงค่าปริมาตรที่ได้จากการคำนวณ.....30
ผ.1 แสดงวิธีการติดตั้งโปรแกรม.....35
ผ.2 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม.....36
ผ.3 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม.....37
ผ.4 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม.....38
ผ.5 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม.....39
ผ.6 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม.....40
ผ.7 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม.....41

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัญหาของการแสดงภาพและปริมาตรของรูปทรงที่เกิดจากการตัดกันของพื้นผิวกำลังสองของ 2 สมการ ทำให้มองเห็นภาพได้ยากซึ่งมีผลต่อการคำนวณหาค่าปริมาตร และการหาช่วงของแกนที่เกิดจากการตัดกันของ 2 สมการพื้นผิวกำลังสอง

ดังนั้นเพื่อให้การแก้ปัญหาเป็นไปด้วยความสะดวกและถูกต้อง โปรแกรมนี้สร้างขึ้นเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวทำให้มองเห็นภาพรูปทรงที่ตัดกันนั้นได้ชัดขึ้น โดยดูจากภาพตัดขวางในระนาบ XY

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.2.1 เพื่อให้เข้าใจในเนื้อหาเกี่ยวกับการอินทิเกรตหาปริมาตร แก่นักศึกษา

1.2.2 เพื่อให้สามารถเห็นภาพการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง

1.2.3 เพื่อให้ใช้งานได้ง่าย และสร้างความสนใจแก่ผู้ใช้งาน

1.2.4 เพื่อให้สามารถเป็นเครื่องมือช่วยสอนในบทเรียนต่างๆได้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

โปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง ที่ถูกสร้างขึ้นอย่างสมบูรณ์ ทำให้ผู้ใช้เข้าใจลักษณะและผลที่ได้จากการคำนวณของสมการได้ดียิ่งขึ้น อีกทั้งยังเป็นแนวทางให้กับผู้ที่สนใจนำไปพัฒนาโปรแกรมในรูปนี้ต่อไป

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา

รูปแบบของโปรแกรมจะเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปซึ่งจะรับค่าอินพุตท์เข้าไป และจะได้เอาพุตท์ออกมาซึ่งจะเป็นคำตอบของสมการที่ใส่เข้าไป

1.5 ขอบเขตการศึกษา

ปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นโปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรของที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง โดยจะควบคุมเนื้อหาในส่วนของปริมาตรและรูปทรง โดยจะเน้นที่พื้นผิวกำลังสอง ทั้ง 9 รูปแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

1.6.1 ศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับการอินทิเกรตหาปริมาตร และรูปแบบทั้ง 9 ของพื้นที่ผิวกำลังสอง

1.6.2 หาศึกษาภาษาทางคอมพิวเตอร์ในการเขียนโปรแกรม

1.6.3 เขียนโปรแกรม

1.6.4 ทดสอบและแก้ไขโปรแกรมที่เขียนให้มีความถูกต้องและสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.6.5 ปรับแต่งการใช้งานให้สะดวกและรูปแบบหน้าจอของโปรแกรม

1.6.6 รวบรวมข้อมูลและนำมาจัดทำเอกสารประกอบการทำปัญหาพิเศษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

2.1.1 สมการพื้นผิวกำลังสอง

กราฟของสมการกำลังสองของ 2 ตัวแปร

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

รูปทรงต่างๆที่ได้มาจากรูปทรงกรวย คือ Parabola , Ellipse , Circle หรือ Hyperbola

กราฟของสมการกำลังสองของ 3 ตัวแปร

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0$$

เรียกว่า **พื้นผิวกำลังสอง** มีรูปแบบชัดเจน 9 รูปแบบโดยกรณีของลักษณะที่เป็นรูปทรงกรวยจะมีสมการที่ใช้ลักษณะที่คล้ายกับสมการพื้นผิวกำลังสอง ทั้ง 9 รูปแบบ เรียกว่า สมการทั่วไป จะมีจุดศูนย์กลาง ที่จุด Origin (0, 0, 0) เป็นสมมาตร, เส้นผ่านศูนย์กลางของสมการจะเกิดจากการรวมกันของแกน

ในสมการที่จะกล่าวถึงนั้นจะกล่าวถึงการหาพื้นที่ผิวกำลังสอง ซึ่งจะใช้การตัดกัน (ใช้จุดที่ระยะพิกัดตัดกัน) ใช้การลากเส้นแบ่ง (แบ่งพื้นผิวซึ่งอยู่ที่แกนเดียวกัน) ใช้การแบ่งพื้นที่หน้าตัด (แบ่งพื้นที่ผิวซึ่งอยู่ที่แกนอื่นๆ โดยทั่วไปจะใช้พื้นที่ที่ขนานกับแกนร่วม) ในสมการให้ a,b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.1 คำจำกัดความของสมการ Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

จุดตัดแกน X คือ (±a, 0, 0) , แกน Y คือ (0, ± b, 0) และ แกน Z คือ(0, 0, ± c)

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY ให้ $z=0$ ในสมการ คือ Ellipse $(\frac{x^2}{a^2})+(\frac{y^2}{b^2})=1$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ ให้ $x=0$ ในสมการ คือ Ellipse $(\frac{y^2}{b^2})+(\frac{z^2}{c^2})=1$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XZ ให้ $y=0$ ในสมการ คือ Ellipse $(\frac{x^2}{a^2})+(\frac{z^2}{c^2})=1$

ส่วนที่ขนานกับระนาบทั้ง 3 ระนาบ คือ Ellipse

การคำนวณกราฟของ Ellipsoid $x^2+(\frac{y^2}{9})+(\frac{z^2}{4})=1$ แสดงได้ในรูป 2.2

2.1 Ellipsoid : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

2.2 Ellipsoid : $x^2+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{4}=1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.2 คำจำกัดความของ สมการ Elliptic Cone

$$z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

พื้นผิวผ่านจุดกำเนิด คือ จุด Origin (0, 0, 0)

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY คือ จุด Origin

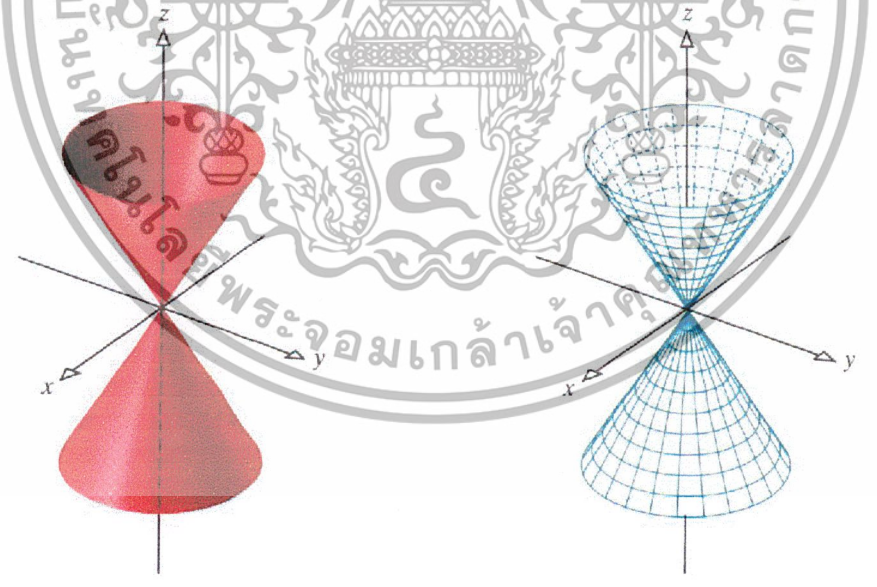
เส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ ประกอบด้วย 2 เส้นที่ตัดกัน $z = \pm\frac{y}{b}$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY ประกอบด้วย 2 เส้นที่ตัดกัน $z = \pm\frac{x}{a}$

ส่วนที่ขนานกับระนาบ XY คือ Ellipse

ถ้า $a = b$ แล้ว Elliptic Cone จะเปลี่ยนเป็น Circular Cone

การคำนวณกราฟของ Circular Cone $z^2 = 3x^2 + 3y^2$ แสดงไว้ในรูป 2.4



2.3 Elliptic Cone : $z^2 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$

2.4 Circular Cone : $z^2 = 3x^2 + 3y^2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.3 คำจำกัดความของสมการ Elliptic Paraboloid

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

พื้นผิวผ่านจุดกำเนิด คือ จุด Origin (0, 0, 0)

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY ได้ จุด Origin

เส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ คือ Parabola $z = \frac{y^2}{b^2}$

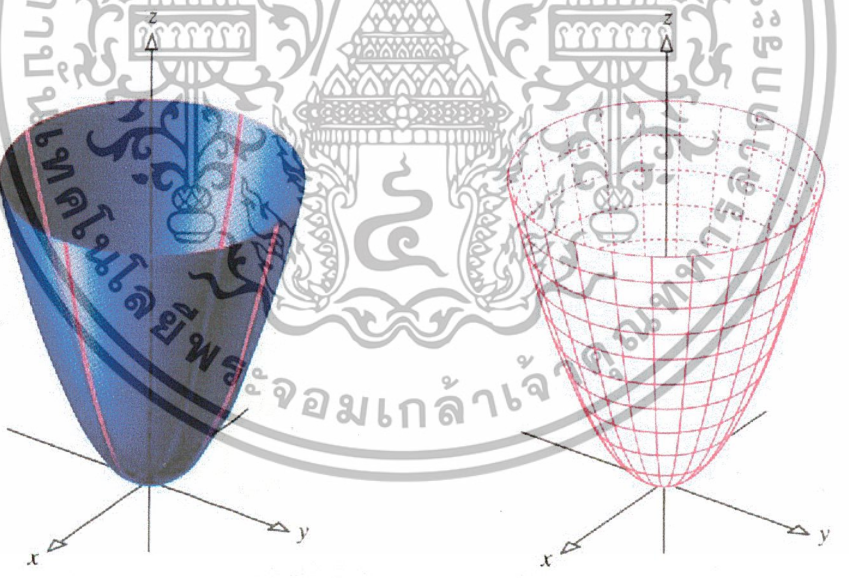
เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY คือ Parabola $z = \frac{x^2}{a^2}$

ส่วนที่ขนานกับระนาบ XY คือ Ellipse , ส่วนที่ขนานกับระนาบอื่นๆ คือ Parabola

สังเกต $z \geq 0$ ได้ว่า ดังนั้นพื้นผิวนี้ (ยกเว้นที่จุด Origin) วางอยู่เหนือระนาบ XY

ถ้า $a = b$ แล้วพื้นผิวจะเรียกว่า Paraboloid of revolution

การคำนวณกราฟของ Paraboloid of revolution $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ แสดงไว้ในรูป 2.6



2.5 Elliptic Paraboloid :

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

2.6 Paraboloid of revolution :

$$z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.4 คำจำกัดความของสมการ Hyperbolic Paraboloid

$$z = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$$

พื้นผิวผ่านจุดกำเนิด คือ จุด Origin (0, 0, 0)

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY มี 2 เส้น คือ $\frac{y}{b} = \pm\frac{x}{a}$ ตัดกันที่จุด Origin

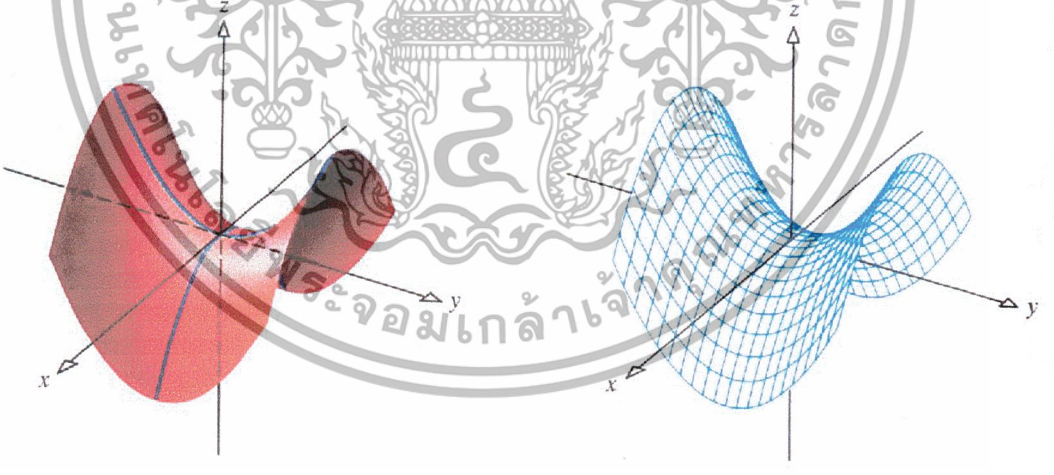
เส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ คือ Parabola $z = \frac{y^2}{b^2}$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XZ คือ Parabola $z = -\frac{x^2}{a^2}$

ส่วนที่ขนานกับระนาบ XY คือ Hyperbola , ส่วนที่ขนานกับระนาบอื่น ๆ คือ Parabola

สังเกตได้ว่าที่จุด Origin เป็นจุดต่ำสุดของเส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ และ เป็นจุดสูงสุดในระนาบ XY ดังนั้น เรียก จุดอานม้าของผิวพื้น

การคำนวณกราฟของ Hyperbolic Paraboloid $z = y^2 - x^2$ แสดงไว้ในรูป 2.8



2.7 Hyperbolic Paraboloid :

$$z = \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2}$$

2.8 Hyperbolic Paraboloid :

$$z = y^2 - x^2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.5 คำจำกัดความของสมการ Hyperboloid of one sheet

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

จุดตัดแกน X คือ (±a, 0, 0) , แกน Y คือ (0, ±b, 0) และ พื้นผิวไม่ตัดแกน Z

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XY คือ Ellipse $(\frac{x^2}{a^2})+(\frac{y^2}{b^2})=1$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ คือ Hyperbola $(\frac{y^2}{b^2})-(\frac{z^2}{c^2})=1$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XZ คือ Hyperbola $(\frac{x^2}{a^2})-(\frac{z^2}{c^2})=1$

ส่วนที่ขนานกับระนาบ XY คือ Ellipse , ส่วนที่ขนานกับระนาบอื่น ๆ คือ Hyperbola ,

ในที่นี้ Z เป็นแกนกลางของพื้นผิวของ Hyperboloid of one sheet ซึ่งจะได้ว่า พื้นผิวไม่ตัดแกน Z

ถ้า $a=b$ แล้วพื้นผิวจะเรียกว่า Hyperboloid of revolution

การคำนวณกราฟของ Hyperboloid of revolution $x^2+y^2-(\frac{z^2}{3})=1$ แสดงไว้ในรูป 2.10

2.9 Hyperboloid of one sheet : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

2.10 Hyperboloid of revolution : $x^2+y^2-(\frac{z^2}{3})=1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.6 คำจำกัดความของสมการ Hyperboloid of two sheets

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$$

จุดตัดแกน Z คือ (0, 0, ±c) , พื้นผิวไม่ตัดแกน X , แกน Y

เส้นที่ลากตัดในระนาบ YZ คือ Hyperbola $(\frac{z^2}{c^2})-(\frac{y^2}{b^2})=1$

เส้นที่ลากตัดในระนาบ XZ คือ Hyperbola $(\frac{z^2}{c^2})-(\frac{x^2}{a^2})=1$

ส่วนที่ขนานระนาบ XY คือ Ellipse , ส่วนที่ขนานกับระนาบอื่นๆ คือ Hyperbola

ในที่นี้ Z เป็นแกนกลางของพื้นผิวของ Hyperboloid of two sheets

สังเกตได้ว่า พื้นที่ผิวจะประกอบด้วย 2 ส่วน ส่วนแรก คือ $z \geq c$ และอีกส่วน คือ $z \leq -c$

การคำนวณกราฟของ Hyperboloid of two sheets $x^2+y^2-(\frac{z^2}{3})=1$ แสดงไว้ในรูป 2.12

2.11 Hyperboloid of two sheets :

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

2.12 Hyperboloid of two sheets :

$$x^2+y^2-(\frac{z^2}{3})=1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

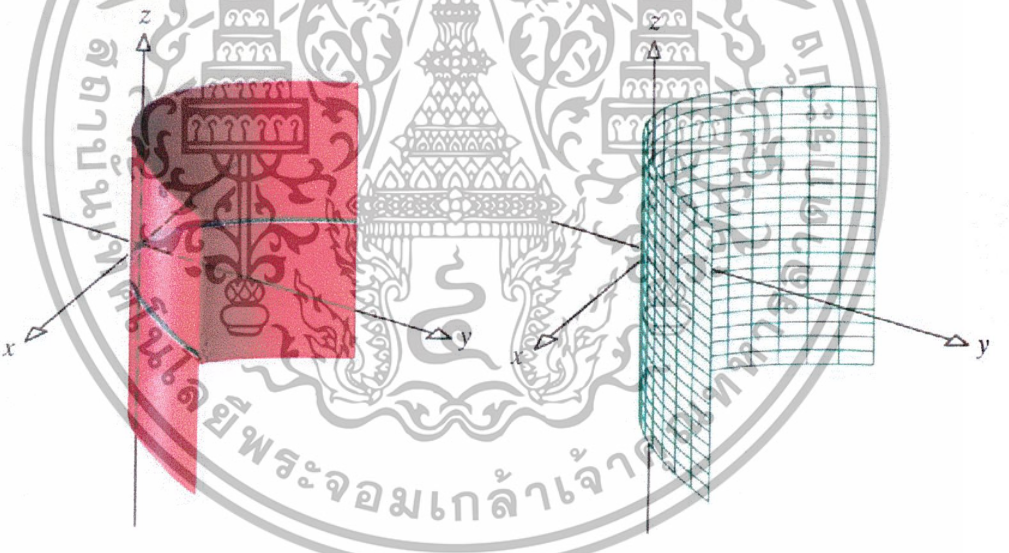
3 พื้นผิวกำลังสองที่เหลือ เรียกว่า Cylinder โดยลักษณะทั่วไปจะมีตัวแปรเดียว สรุปว่า Z มีค่าไม่จำกัด และ Cylinder จะไม่มีขอบเขตในทิศทางของ Z

2.1.1.7 คำจำกัดความของสมการ Parabolic Cylinder

$$x^2 = 4ay$$

พื้นผิวนี้จะเกิดตามเส้นที่ขนานกับแกน Z คลื่อนตาม Palabola $x^2 = 4ay$ พื้นผิวนี้จะมองคล้ายกับการพับกระดาษโดยที่ขอบทั้ง 2 ด้านไม่ชนกัน ดังนั้น 2 ด้านที่ตรงข้ามกันจะแบ่งเป็นส่วนๆ ของ Parabola

การคำนวณกราฟของ Parabolic Cylinder $x^2 = 4y$ แสดงไว้ในรูป 2.14



2.13 Parabolic Cylinder : $x^2 = 4ay$

2.14 Parabolic Cylinder : $x^2 = 4y$

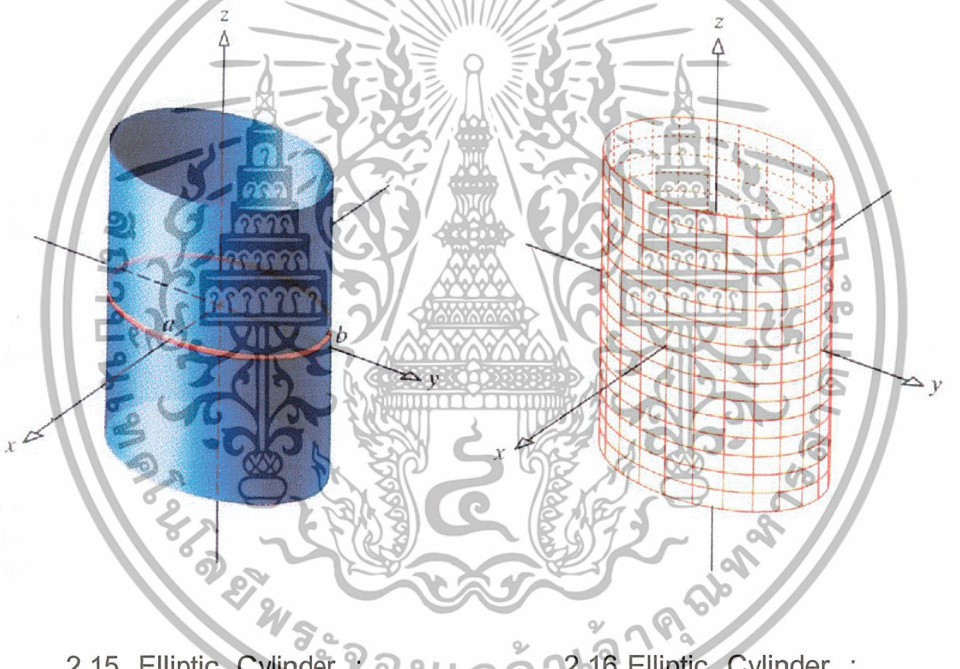
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.8 คำจำกัดความของสมการ Elliptic Cylinder

$$(\frac{x^2}{a^2})+(\frac{y^2}{b^2})=1$$

พื้นผิวนี้จะเกิดตามเส้นที่ขนานกับแกน Z เคลื่อนตาม Ellipse $(\frac{x^2}{a^2})+(\frac{y^2}{b^2})=1$ พื้นผิวนี้สามารถมองได้คล้ายกับการพับกระดาษม้วนเข้าหากัน และการติดกันของ 2 ด้านตรงกันข้ามในรูปทรงของ Ellipse

การคำนวณกราฟของ Elliptic Cylinder $(\frac{x^2}{4})+(\frac{y^2}{9})=1$ แสดงไว้ในรูป 2.16



2.15 Elliptic Cylinder : $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

2.16 Elliptic Cylinder : $(\frac{x^2}{4})+(\frac{y^2}{9})=1$

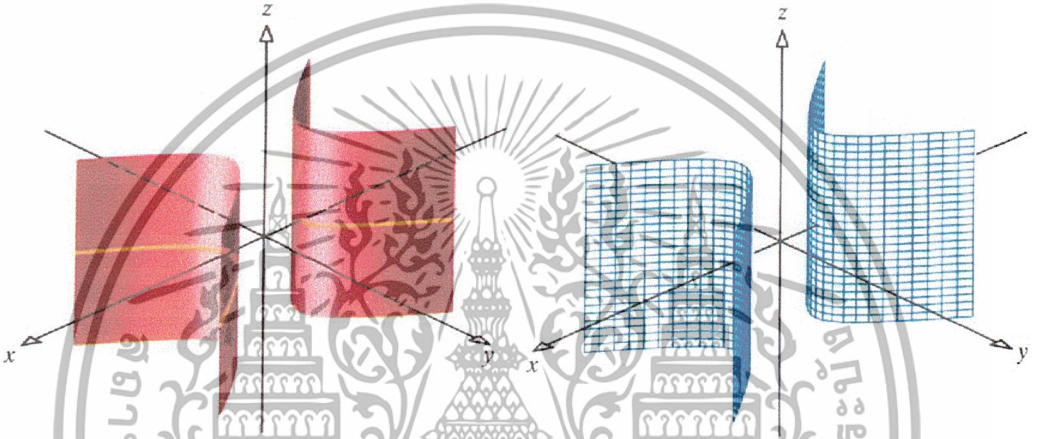
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.9 คำจำกัดความของสมการ Hyperbolic Cylinder

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

พื้นผิวนี้จะเกิดตามเส้นที่ขนานกับแกน Z เคลื่อนตาม Hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ พื้นผิวนี้จะประกอบด้วย 2 ส่วน แต่ละส่วนมองเห็นได้ว่าเกิดจากการพับกระดาษ ดังนั้นด้าน 2 ด้านที่ตรงข้ามกันแบ่งเป็นส่วนๆของ Hyperbola

การคำนวณกราฟของ Hyperbolic Cylinder $(\frac{x^2}{9}) - (\frac{y^2}{4}) = 1$ แสดงไว้ในรูป 2.18



2.17 Hyperbolic Cylinder : $(\frac{x^2}{a^2}) - (\frac{y^2}{b^2}) = 1$

2.18 Hyperbolic Cylinder : $(\frac{x^2}{9}) - (\frac{y^2}{4}) = 1$

โดยทั่วไปรูปแบบของพื้นที่ผิวกำลังสองจะมีศูนย์กลาง (หรือจุดยอด) อยู่ที่จุด Origin และสมมาตรกับจุดตัดของระยะพิกัด เมื่อศูนย์กลาง (หรือจุดยอด) ของพื้นที่ผิวกำลังสองไม่ได้อยู่ที่จุด Origin แต่สมมาตรกับเส้นที่ขนานกับจุดตัดระยะพิกัด การย้ายแกนของการตัดกันอาจจะนำไปสู่ตำแหน่งสมการในรูปแบบทั่วไป การย้ายแกนที่ถูกต้องจะนำไปสู่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สมบูรณ์ ถ้าพื้นที่ผิวกำลังสองมีความสมมาตรกับเส้นตรงที่ไม่ขนานกับจุดตัดของระยะพิกัด และมีการหมุนของจุดตัด อาจจะหาได้จากการย้ายแกนของจุดตัดซึ่งจะทำให้ได้ตำแหน่งของสมการในรูปแบบทั่วไป

การใช้การหมุนและการย้ายแกนสามารถแสดงรูปแบบได้ 9 สมการ โดยกำหนดเงื่อนไขการจัดรูปแบบกำลังสอง การหมุนในพื้นที่ว่างค่อนข้างจะยุ่งยากและจะไม่นำมาพิจารณาในที่นี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 การอินทิเกรต 3 ชั้น

การอินทิเกรต 3 ชั้น จะใช้หลักการเดียวกันกับการอินทิเกรตชั้นเดียวและการอินทิเกรต 2 ชั้น นั่นคือ การหาผลบวกของผลคูณของค่าของฟังก์ชั่นกับส่วนย่อยของโดเมนของฟังก์ชั่น แล้วหาลิมิตของผลบวกนี้เมื่อส่วนย่อยของโดเมนเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งในการอินทิเกรตชั้นเดียวจะเป็น $\sum f(x_i)\Delta x_i$ ในการอินทิเกรต 2 ชั้นจะเป็น $\sum f(x_i,y_j)\Delta A_{ij}$ และการอินทิเกรต 3 ชั้น จะเป็น $\sum f(x_i,y_j,z_k)\Delta V_{ijk}$

สมมติให้ เป็น $f(x_i,y_j,z_k)$ ฟังก์ชั่นที่มีค่าที่แน่นอนบนโดเมน D ที่เซตย่อยของ R^3 และให้ Δ เป็นการแบ่งโดเมน D ออกเป็นกล่องสี่เหลี่ยมมุมฉากเล็กๆ แทนด้วย x หมายถึง เส้นทะแยงมุมที่ยาวที่สุดของทุกเซลล์ แทนขนาดของ x ด้วย $\|x\|$ ที่จุด (x_i,y_j,z_k) โดยแต่ละกล่องใช้สัญลักษณ์เป็น ΔV_{ijk} กำหนดให้จุด (x_i^*,y_j^*,z_k^*) เป็นจุดในกล่องเล็กๆ ΔV_{ijk} และนำค่าของฟังก์ชั่น f คูณกับปริมาตรของกล่องนี้ แล้วรวมทั้งหมดเข้าด้วยกันจะได้

$$\sum_{i,j,k} f(x_i^*,y_j^*,z_k^*)\Delta V_{ijk}$$

โดยหลักการเดียวกับการอินทิเกรตชั้นเดียว และการอินทิเกรต 2 ชั้น จะได้

$$\iiint_D f(p)dv = \lim_{\|x\|\to 0}\sum_{i,j,k} f(x_i^*,y_j^*,z_k^*)\Delta v_{ijk}$$

และ ทฤษฎีบทต่างๆของการอินทิเกรต 3 ชั้น จะเป็นไปในทำนองเดียวกันกับการอินทิเกรต 2 ชั้น อันได้แก่

$$\begin{aligned}\iiint_D f(p)dv &= \iiint_D f(x,y,z)dxdydz\\ &= \iiint_D f(x,y,z)dxdzdy\\ &= \iiint_D f(x,y,z)dydxdz\\ &= \iiint_D f(x,y,z)dydzdx\\ &= \iiint_D f(x,y,z)dzdydx\\ &= \iiint_D f(x,y,z)dzdxdy\end{aligned}$$

นั่นคือ การอินทิเกรตนั้นจะอินทิเกรตทางตัวแปรใดก่อนหรือหลังก็ได้ ระหว่างตัวแปร x, y และ z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\iiint_D (f(p) \pm g(p))dv = \iiint_D f(p)dv \pm \iiint_D g(p)dv$$

$$\iiint_D f(p)dv = \iiint_{D_1} f(p) + \iiint_{D_2} f(p)$$

เมื่อ $D = D_1 \cup D_2$ และ $D_1 \cap D_2 = \phi$

$$\iiint_D f(p)g(p)dv = \mu \iiint_D g(p)dv$$

ซึ่งเป็นทฤษฎีบทของการอินทิเกรต 3 ชั้น โดยที่ $\mu = f(x_0, y_0, z_0)$ เมื่อ $(x_0, y_0, z_0) \in D$

การอินทิเกรต 3 ชั้น อาจจะกระทำได้ในระบบพิกัดฉาก ระบบพิกัดทรงกระบอก ระบบพิกัดทรงกลม และระบบพิกัดที่เกิดจากการเปลี่ยนตัวแปร โดยจะได้

$$\iiint_D f(x,y,z)dxdydz = \iiint_{D^*} f(r,\theta,z)rdrd\theta dz$$

$$\iiint_D f(x,y,z)dxdydz = \iiint_{D^*} f(r,\theta,\phi)r^2 \sin\phi drd\theta d\phi$$

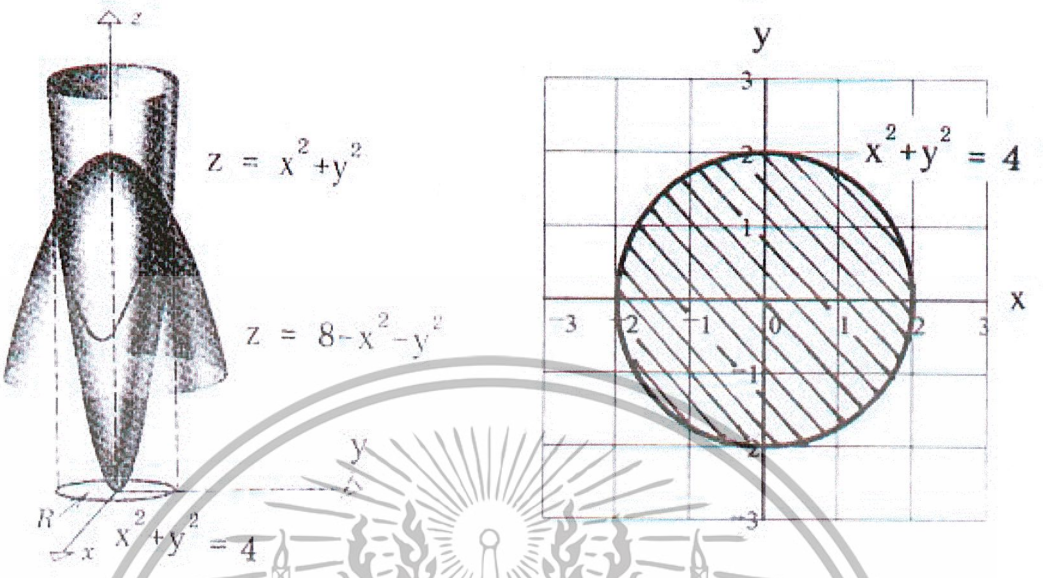
และ

$$\iiint_D f(x,y,z)dxdydz = \iiint_{D^*} f(u,v,w)\|J\|dudvdw$$

เมื่อ $\|J\|$ เป็นจาโคเบียนของการเปลี่ยนตัวแปร จากตัวแปร x, y และ z ไปเป็นตัวแปร u, v และ w

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง หาปริมาตรที่ล้อมด้วย Paraboliod $z = 8 - x^2 - y^2$ และ $z = x^2 + y^2$



แบบที่ 1 จากสมการจะได้

$$8 - x^2 - y^2 = x^2 + y^2$$

$$2x^2 + 2y^2 = 8$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$y = \pm\sqrt{4 - x^2}$$

บริเวณ D ลงบนระนาบ XY จะได้เป็นรูปวงกลมรัศมี 2 มีรูปแบบสมการเป็น $y = \pm\sqrt{4 - x^2}$

ดังนั้น

$$V = \int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{8-x^2-y^2} dzdydx$$

$$= 4\int_{0}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{8-x^2-y^2} dzdydx$$

$$= 4\int_{0}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}[8 - 2(x^2 + y^2)]dydx$$

$$= 8\int_{0}^{2}\int_{0}^{\sqrt{4-x^2}}(4 - x^2 - y^2)dydx$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^2 (4 - x^2) r dr d\theta$$

$$= 8\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2r^2 - \frac{r^2}{4}]_0^2 d\theta$$

$$= 32\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = 32(\frac{\pi}{2}) = 16\pi$$

แบบที่ 2 ใช้วิธีเดียวกับแบบที่ 1 แต่สลับขอบเขต X และ Y

$$v = \int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{8-x^2-y^2} dz dx dy$$

แบบที่ 3 บริเวณ D ลงบนระนาบ YZ จะได้เป็นรูป Palabola 2 รูปตัดกัน

การหาลิมิต X ต้องแยกอินทิเกรตออกเป็น 2 ส่วน เนื่องจากเมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน X บนระนาบ YZ ส่วนบนและส่วนล่างจะมีตำแหน่งของ X ต่างกัน

บนระนาบ YZ ถ้า X=0 บน Palaboliod $z = 8 - x^2 - y^2$ จะได้ $z = 8 - y^2$

$z = x^2 + y^2$ จะได้ $z = y^2$

$$z = 8 - x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{8 - z}$$

$$z = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{z}$$

ส่วนล่าง $0 \le y \le 4$

ส่วนบน $4 \le y \le 8$

ดังนั้น จะได้

$$v = \int_{-2}^{2}\int_{y^2}^{4}\int_{-\sqrt{z-y^2}}^{\sqrt{z-y^2}} dx dz dy + \int_{2}^{2}\int_{4}^{8-y^2}\int_{-\sqrt{8-z-y^2}}^{\sqrt{8-z-y^2}} dx\, dz dy$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

แบบที่ 4 ใช้วิธีเดียวกับแบบที่ 3 แต่สลับขอบเขต YZ

$$v = \int_{-2}^{2}\int_{y^2}^{4}\int_{-\sqrt{z-y^2}}^{\sqrt{z-y^2}} dxdydz + \int_{2}^{2}\int_{4}^{8-y^2}\int_{-\sqrt{8-z-y^2}}^{\sqrt{8-z-y^2}} dx\,dydz$$

แบบที่ 5 บริเวณ D ลงบนระนาบ XZ จะได้เป็นรูป Palabola 2 รูปตัดกัน

การหาลิมิต Y ต้องแยกอินทิเกรตออกเป็น 2 ส่วน เนื่องจากเมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน Y บนระนาบ XZ ส่วนบนและส่วนล่างจะมีตำแหน่งของ X ต่างกัน

บนระนาบ XZ ถ้า y=0 บน Palaboliod $z = 8 - x^2 - y^2$ จะได้ $z = 8 - x^2$

$z = x^2 + y^2$ จะได้ $z = x^2$

$$z = 8 - x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{8 - z}$$

$$z = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{z}$$

ดังนั้น จะได้

$$v = \int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{4}\int_{-\sqrt{z-x^2}}^{\sqrt{z-x^2}} dydzdx + \int_{2}^{2}\int_{4}^{8-x^2}\int_{-\sqrt{8-z-x^2}}^{\sqrt{8-z-x^2}} dy\,dzdx$$

แบบที่ 6 ใช้วิธีเดียวกับแบบที่ 5 แต่สลับขอบเขต XZ

$$v = \int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{4}\int_{-\sqrt{z-x^2}}^{\sqrt{z-x^2}} dydxdz + \int_{2}^{2}\int_{4}^{8-x^2}\int_{-\sqrt{8-z-x^2}}^{\sqrt{8-z-x^2}} dy\,dxdz$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

47360

2.1.3 Mathematica 4.0

2.1.3.1 Running Mathematica

1. Notebook Interface

การรัน MATHEMATICA ด้วย notebook interface

ดับเบิ้ลคลิก ที่ไอคอน Mathematica	การแสดงในรูปแบบกราฟฟิกสำหรับการเริ่มต้นMathematica
Mathematica	คำสั่งระบบปฏิบัติการเพื่อสั่งเริ่มต้น Mathematica
การจบข้อความด้วย SHIFE-RETURN	การป้อน input สำหรับ Mathematica
เลือก Quit เมนู	การออกจาก Mathematica

ถ้าใช้คอมพิวเตอร์โดยผ่านทาง graphical interface ต้องดับเบิ้ลคลิกที่ไอคอน Mathematica เพื่อการเริ่มต้นของ Mathematica แต่ถ้าใช้คอมพิวเตอร์โดยผ่านทางระบบปฏิบัติการโดยพื้นฐานเป็นข้อความ (textually baed O.S.) ต้องพิมพ์คำสั่ง Mathematica เพื่อการเริ่มต้นของ Mathematica

เมื่อ Mathematica เริ่มทำงาน จะแสดงหน้าจอว่างเพื่อให้ทำการป้อน input ลงไปแล้วกดปุ่ม shift และ return (หมายถึง ปุ่ม enter) โดยจะกดปุ่ม shift ค้างเอาไว้แล้วกดปุ่ม return จากนั้น Mathematica จะทำการประมวลผล input และแสดงผลลัพธ์มาให้

เพียงพิมพ์ 4+5 แล้วกดปุ่ม shift-return จากนั้น Mathematica ทำการประมวลผล input แล้วผลลัพธ์ที่ได้จะแสดงหลังข้อความ Out[1]= และจะเพิ่มข้อความ In[1]:= ขึ้นมา

```
In[1]  : = 4+5
Out[1] : = 9
```

ถ้าต้องการออกจาก Mathematica ทำได้โดยการเลือก Quit จากเมนูใน notebook interface

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. Text-Based Interface

การรัน Mathematica ด้วย text-based interface

Math	คำสั่งระบบปฏิบัติการเพื่อเริ่มต้น Mathematica
การจบข้อความด้วย SHIFT-RETURN	การป้อน input สำหรับ Mathematica ที่ใช้ในทุกระบบ
การจบข้อความด้วย RETURN	รูปแบบอย่างง่ายของการป้อน input ที่ใช้ได้ในทุกระบบ
เลือก Quit เมนู	การออกจาก Mathematica

เพื่อการเริ่มต้น Mathematica เราจะต้องพิมพ์คำสั่ง math ที่ O.S. prompt ในบางระบบอาจจะเริ่มต้น Mathematica ด้วยการดับเบิ้ลคลิกที่ไอคอน Mathematica kernel

เมื่อ Mathematica เริ่มต้นการทำงานมันจะพิมพ์ in[1]:= ขึ้นมาเพื่อเป็นการบอกว่าพร้อมสำหรับการป้อน input แล้ว และเมื่อทำการป้อน input เสร็จในบางระบบจะกดปุ่ม shift-return บางระบบจะกดปุ่ม return (หรือ enter) เพียงปุ่มเดียว หลังจากนั้น Mathematica จะทำการประมวลผล input และแสดงผลลัพธ์หลังข้อความ Out[1]:=

สำหรับการออกจาก Mathematica นั้นทำได้โดยการกด Control-D หรือพิมพ์ Quit[ ] ที่ input prompt

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปแบบคำสั่งที่ใช้ในโปรแกรม

Integrate	คำสั่งที่ใช้ในการอินทิเกรตโดยจะต้องใส่ขอบเขตและสมการเข้าไปด้วย
// InputForm	คำสั่งเพื่อต้องการให้เอาพุตท์ออกมาเป็นรูปแบบ InputForm
ListContourPlot3D	คำสั่งในการแสดงรูปสามมิติ
ImplicitPlot	คำสั่งแสดงรูปในระนาบ 2 มิติ

รูปแบบในการใช้คำสั่งอินทิเกรต ตัวอย่างเช่น

```
In[1]: data = Integrate[1,{z, -(1/-4)(-4/1x^2+-4/1y^2),-(1/-1)(-3/1x^2+-3/1y^2+4)}];
       data = Integrate[data,{y, -Sqrt[2 - x^2], Sqrt[2 - x^2]}];
       Integrate[data,{x, -Sqrt[2], Sqrt[2]}]//InputForm
```

ก็จะได้คำตอบออกมาในรูปแบบ InputForm เช่น คำตอบที่ออกมาเป็น 4*Pi

รูปแบบในการใช้คำสั่งแสดงรูปสามมิติ ตัวอย่างเช่น

```
In[2]: <<Graphics`ContourPlot3D`
In[3]: Display["graph1.gif", p1=ListContourPlot3D[-3/1x^2+ -3/1y^2+ -1/1z^2+ 4,
{z, -1, 1, .2}, {x, -1, 1, .2}, {y, -1, 1, .2}, MeshRange -> {{-15, 15}, {-15, 15}, {-15, 15}},
Contours -> {.1}, Lighting -> False, Axes -> True, ContourStyle -> {RGBColor[1, 0, 0]}]
, "GIF" ];"
```

รูปแบบในการใช้คำสั่งแสดงภาพสองมิติ ตัวอย่างเช่น

```
In[4]: << Graphics`ImplicitPlot`
In[5]: Display["Graph3.gif",ImplicitPlot[-(1/-4)(-4/1x^2+-4/1y^2)-(-(1/-1)(-3/1x^2+-
       3/1y^2+4))==0, {x,-Sqrt[2],Sqrt[2]},{y,I*Sqrt[2],Sqrt[2]}],"GIF"];
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 VISUAL BASIC 6.0

ในปัจจุบันเราสามารถเขียนโปรแกรมขึ้นมาใช้งานได้ง่ายขึ้นเนื่องจากได้มีเครื่องมือช่วยในการเขียนมากมายและโปรแกรม Visual Basic 6.0 ก็เป็นอีกโปรแกรมหนึ่งที่มีความสะดวกในการใช้งาน เนื่องจากภาษาที่ใช้ในการเขียนสามารถเข้าใจได้ง่ายและเป็นมาตรฐานเดียวกันซึ่งบุคคลอื่นที่ต้องการจะพัฒนาโปรแกรมต่อไปสามารถเข้าใจการทำงานได้ง่ายขึ้น นั่นก็คือเหตุผลหนึ่งที่เราใช้โปรแกรม Visual Basic 6.0 ในการเขียนโปรแกรม โปรแกรม Visual Basic 6.0 มีการทำงานอย่างคร่าวๆเป็นดังนี้ คือ จะมีส่วนของหน้าจอโปรแกรม และส่วนของโค้ดโปรแกรม ซึ่งโดยปกติแล้วจะต้องวางรูปแบบของหน้าจอก่อนแล้วจึงไปเขียนโค้ดโปรแกรมโดยส่วนใหญ่โปรแกรม Visual Basic จะมีการทำงานแบบ event นั่นก็คือ เมื่อเกิดเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้นแล้วจึงทำตามเงื่อนไข (ตามที่เขียนโปรแกรมไว้) เช่น เมื่อเรานำ Mouseไป คลิ๊กที่ปุ่ม Command Button จากนั้นโปรแกรมจะทำตามคำสั่งที่ได้เขียนไว้ แล้วโปรแกรมก็จะรอคำสั่งต่อไปโดยรูปแบบการทำงานจะคล้ายๆกันคือต้องรอให้เกิดเหตุการณ์ขึ้นก่อนจึงจะทำงาน เป็นต้น และที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งโปรแกรม Visual Basic นั้นสามารถติดต่อกับโปรแกรมอื่นได้จึงโดยจะอาศัยการทำงานของ DLL จึงทำให้ประหยัดเวลาในการทำงานและสามารถใช้งานได้หลายหลากรูปแบบ ตัวอย่างเช่น ในโปรแกรมนี้เราได้ใช้โปรแกรม Mathematica เพื่อช่วยคำนวณสมการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เป็นต้น

2.2.1 คุณสมบัติและข้อดีของ Visual Basic for Windows

ข้อดีของโปรแกรม Visual Basic นั้นมีหลายอย่าง ตัวอย่างเช่น การกำหนดตัวแปร โปรแกรม Visual Basic จะแบ่งการกำหนดตัวแปรโดยแยกตัวแปรของแต่ละ form โดยที่ form แต่ละอันนั้นจะแยกตัวแปรออกจากกัน หากต้องการให้ตัวแปรนั้นสามารถเรียกใช้ได้ทุก form ก็สามารถทำได้โดยที่ไปกำหนดว่าต้องการให้ทุก form สามารถใช้งานได้ เป็นต้น

2.2.2 Dynamic Link Libraries ของ Windows

เนื่องจากโปรแกรมนี้ ได้ใช้ DLL ที่มีอยู่ใน Windows ในส่วนของการติดต่อกับโปรแกรม Mathematica ซึ่ง DLL นี้ได้ช่วยให้การเขียนโปรแกรมสะดวกขึ้นมาก และยังช่วยให้สามารถใช้งานในส่วนของโปรแกรม Mathematica ได้ง่ายและรวดเร็ว ประโยชน์ของ DLL นั้นมีมากมาย โดยเราสามารถนำมาใช้ได้หลายรูปแบบตามที่ต้องการ ตัวอย่างเช่น หากเขียนโปรแกรมเพื่อที่จะติดต่อกับโปรแกรม Mathematica ดังนั้นต้องเข้าใจในการทำงานของโปรแกรมต้องรู้เกี่ยวกับโปรแกรมทั้งหมดซึ่งจะทำให้ต้องใช้ระยะเวลานานเพื่อที่จะเข้าใจการทำงานนั้น หากเราใช้ DLL ที่มีอยู่แล้วจะสะดวกและ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รวดเร็วกว่า ซึ่งเพียงแค่ศึกษาว่าต้องป้อน Input อย่างไรและคำตอบที่ออกมาเป็นอย่างไร แค่นี้เราก็สามารถประหยัดเวลาในการทำงานได้ เพราะในบางครั้งก็ไม่ต้องการกระบวนการทำงานแพียงแค่ต้องการคำตอบที่ออกมาเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

3.1 ระบบงาน

3.1.1 ส่วนนำเข้าข้อมูล

ข้อมูลที่นำเข้ามา จะเป็นสมการพื้นผิวกำลังโดยจะต้องจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปที่เท่ากับ 0 และที่สำคัญจุดศูนย์กลางต้องอยู่ที่จุด (0, 0, 0) เท่านั้น ซึ่งจำเป็นต้องใส่ 2 สมการ เพราะเนื่องจากต้องนำสมการทั้งสองมาหาการตัดกัน

3.1.2 ส่วนวิเคราะห์และการประมวลผล

จากส่วนนำเข้าข้อมูล ก็จะนำข้อมูลมาหาปริมาตรที่เกิดจากการตัดกัน โดยต้องหาสมการที่ได้จากการตัดกันก่อน แล้วจึงไปหาขอบเขตเพื่อนำไปคำนวณหาปริมาตรที่เกิดจากการตัดกัน จากนั้นก็จะเป็นส่วนของการแสดงรูป โดยจะนำสมการไปคำนวณหารูปออกมาโดยจะแสดงเป็นทั้ง 3 มิติ และภาพที่ตัดกันในระนาบ 2 มิติ

3.1.3 ส่วนแสดงผล

นำค่าที่ได้จากการคำนวณมาแสดงออกทางจอภาพ โดยจะแสดงปริมาตรที่เกิดจากการตัดกัน ขอบเขต และรูปภาพที่เกิดจากการตัดกันของสมการ

3.2 ขั้นตอนการทำงาน

3.2.1 นำข้อมูล โดยที่ข้อมูลจะเป็นสมการในรูปที่กำหนด ซึ่งสามารถดูได้จากภาคผนวกเกี่ยวกับการใช้งานโปรแกรม

3.2.2 ทำการหาสมการที่ได้จากการตัดกัน และคำนวณหาขอบเขตที่จะนำมาใช้ในการหาปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของสมการ

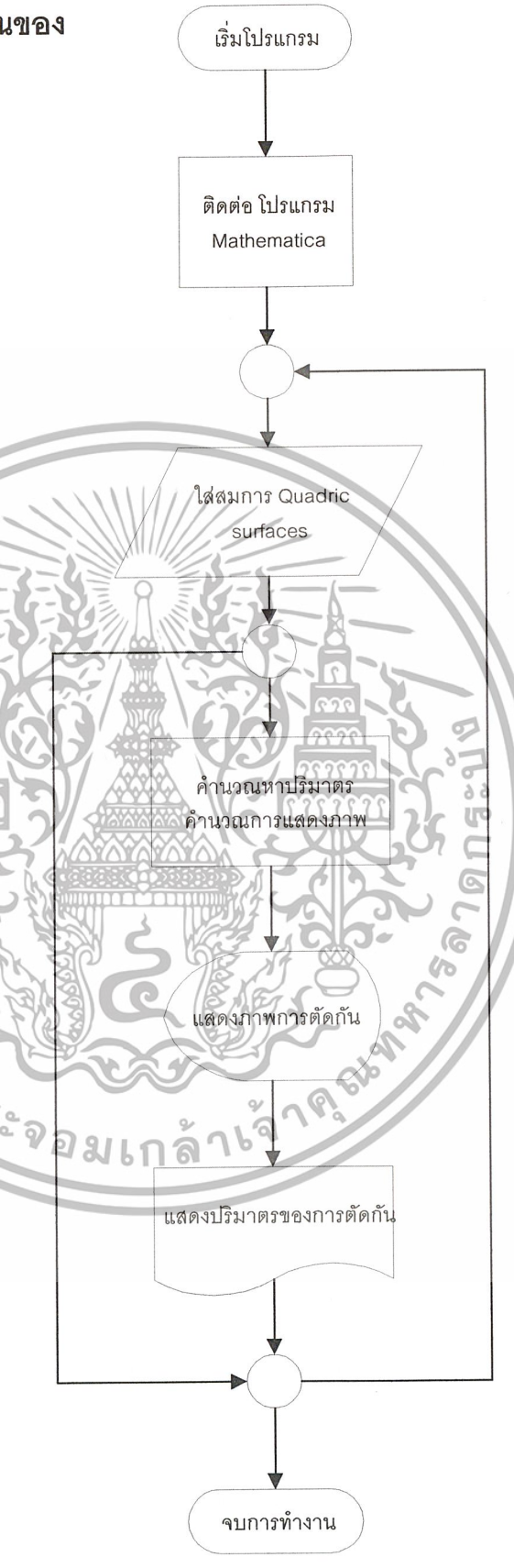
3.2.3 นำผลที่ได้ มาแสดงออกทางจอภาพ

3.2.4 นำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหารูปภาพ

3.2.5 แสดงรูปออกทางจอภาพ โดยจะแสดงในส่วนของสมการทั้งสอง และสมการที่ตัดกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Flow Chart แสดงการทำงานของ

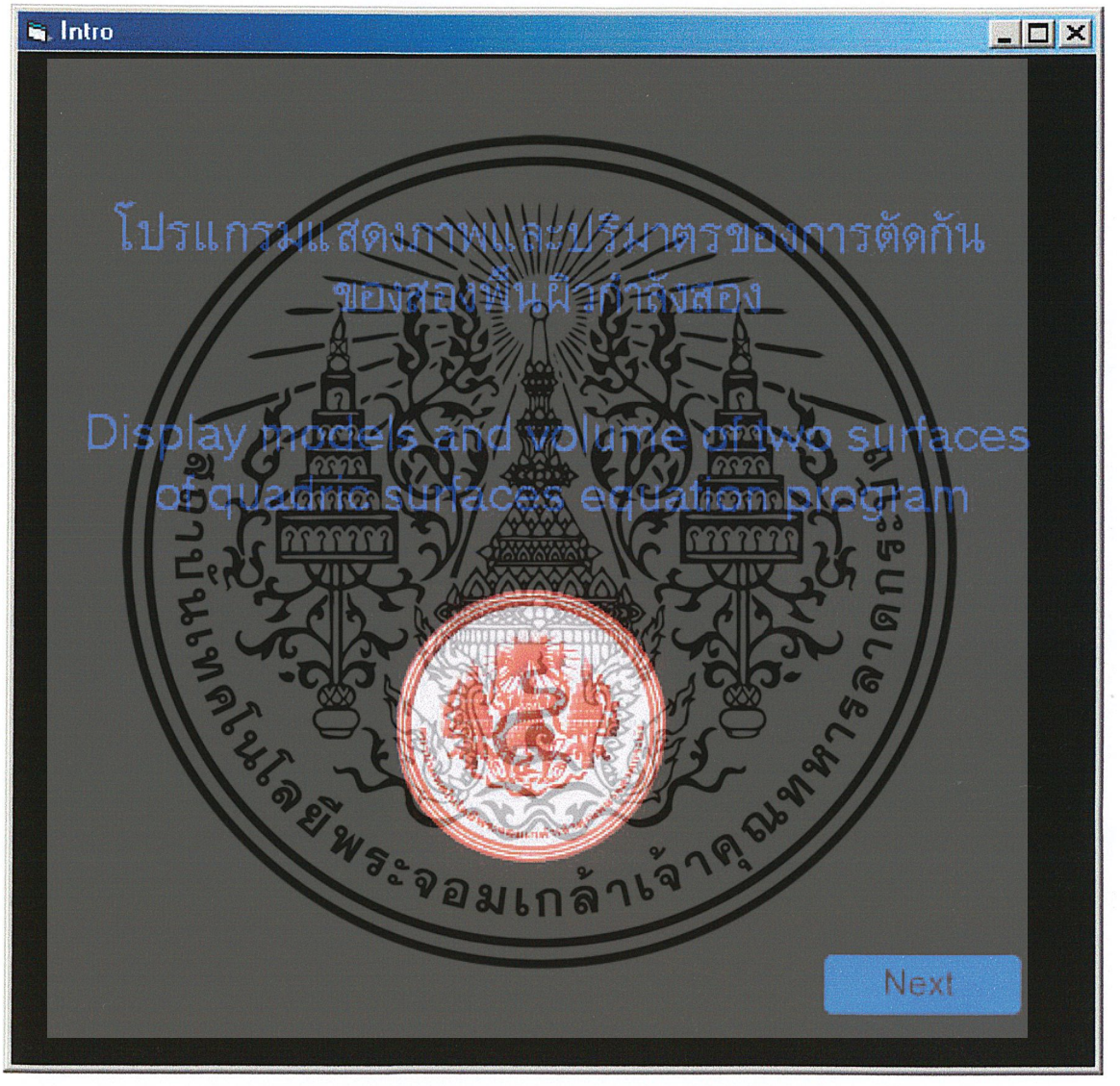


รูปที่ 3.1 Flow Chart แสดงการทำงานโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 วิธีการใช้โปรแกรม

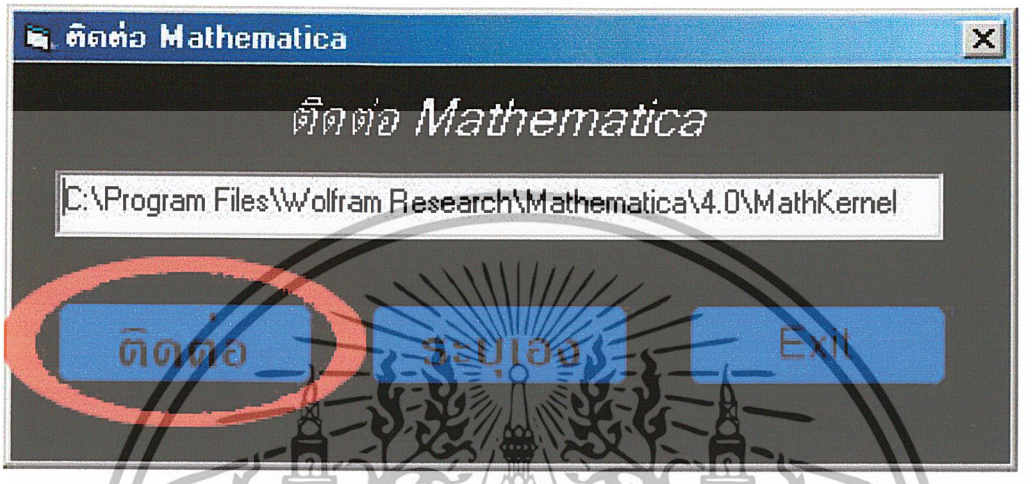
1. เมื่อเรียกใช้โปรแกรมจะปรากฏหน้าจอดังรูป
2. กดปุ่ม Next เพื่อเข้าสู่การใช้งานโปรแกรม



รูปที่ 3.2 แสดงหน้าแรกของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ติดต่อโปรแกรม Mathematica โดยสามารถเลือกได้ว่าจะระบุที่อยู่ของโปรแกรมเอง หรือจะใช้ตามที่ระบุมาให้ ในส่วนนี้จะขึ้นอยู่กับว่าเราได้ติดตั้งโปรแกรมไว้ในส่วนที่ใด (หากเป็นการติดตั้งโปรแกรม Mathematica ในแบบปกติสามารถใช้ในส่วนของ ปุ่มติดต่อได้เลย)

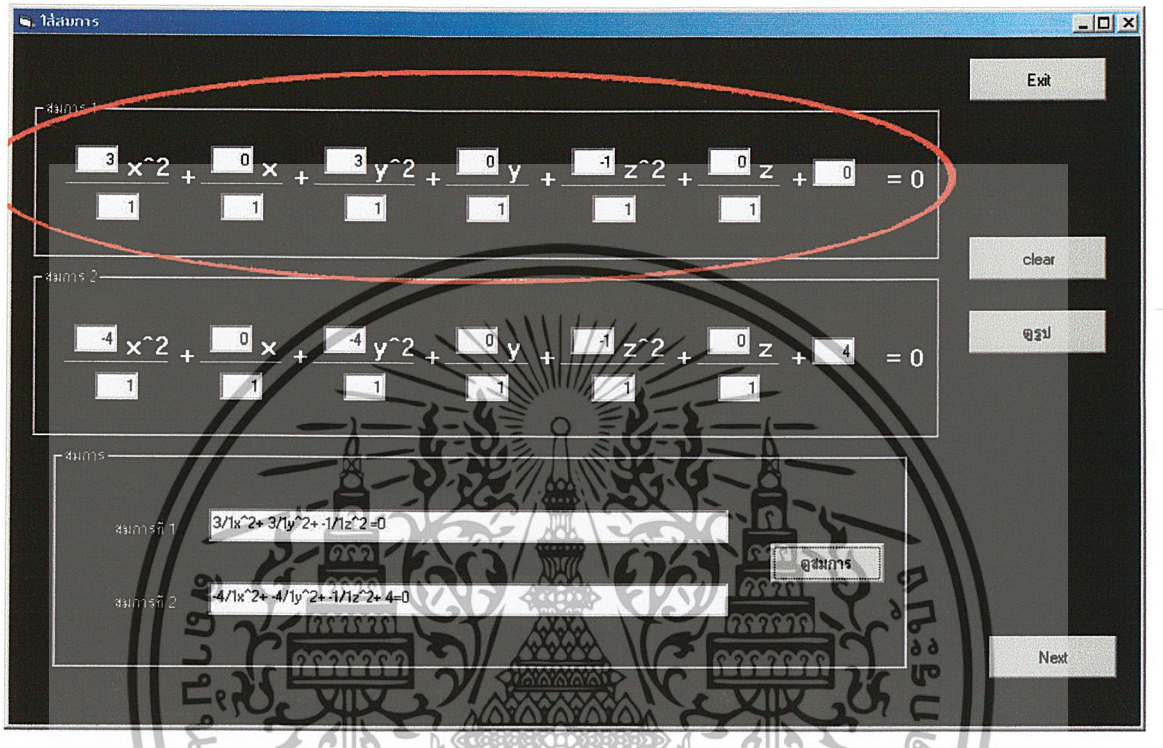


รูปที่ 3.3 **หน้าจอแสดงการติดต่อ โปรแกรม** Mathematica

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. หน้าจอสำหรับใส่สมการ

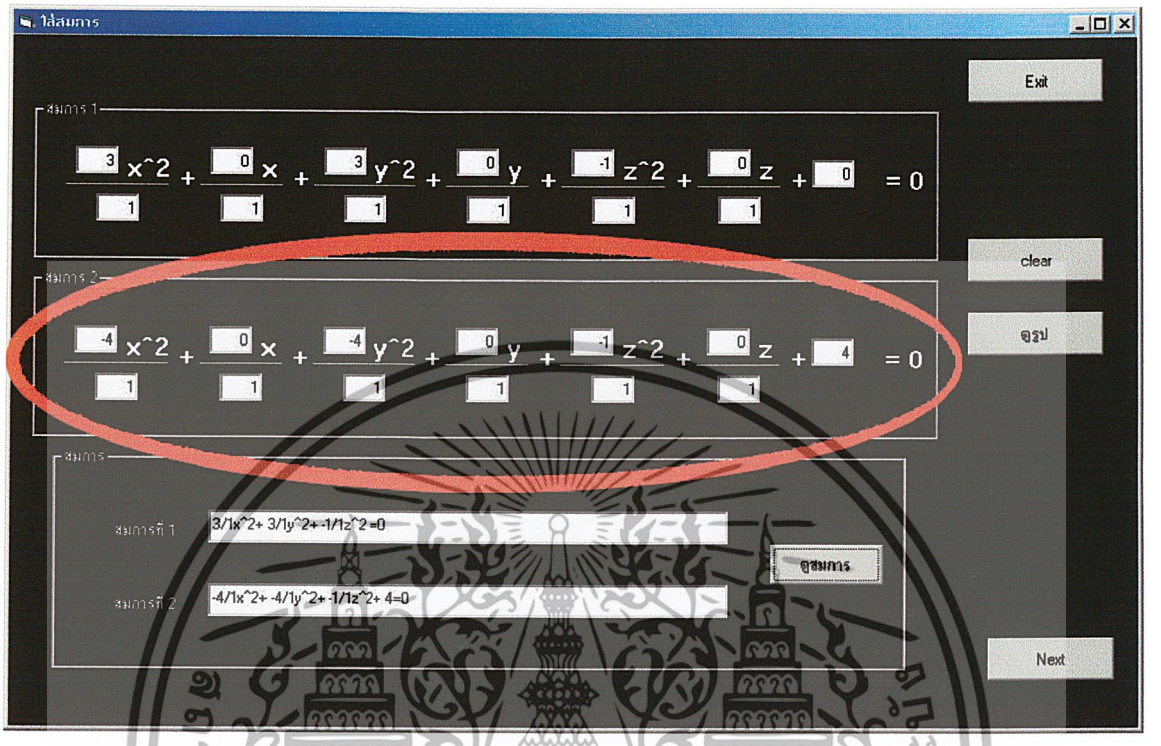
ใส่สมการที่ 1 ตามช่องที่ให้ไว้โดยต้องจัดสมการให้อยู่ในรูป เท่ากับ 0



รูปที่ 3.4 แสดงการใส่สมการที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

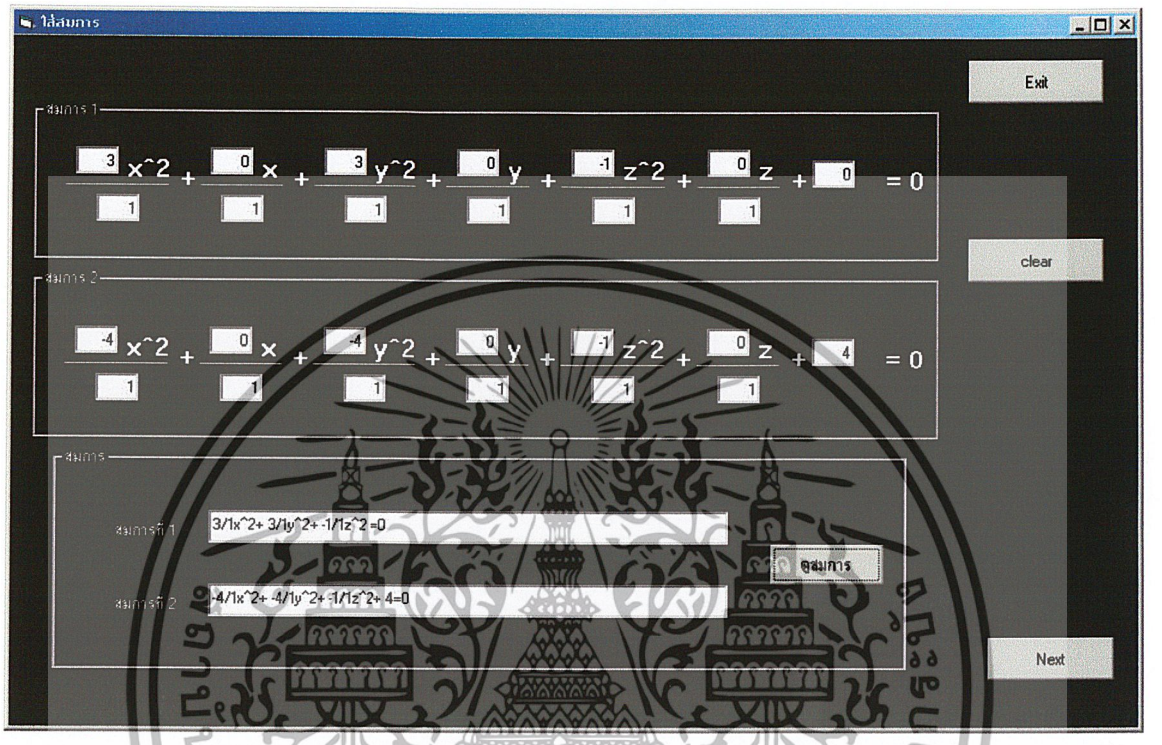
5. ใส่สมการที่ 2 ตามช่องที่ให้ไว้โดยต้องจัดสมการให้อยู่ในรูป เท่ากับ 0



รูปที่ 3.5 แสดงการใส่สมการที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

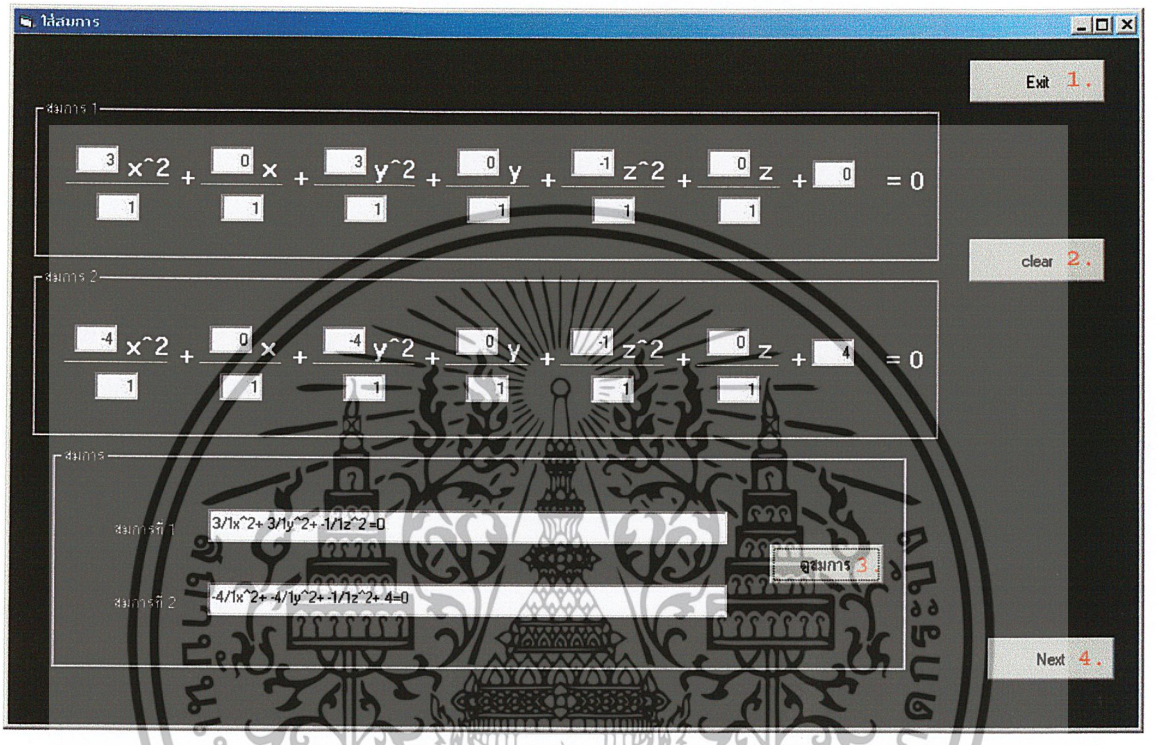
6. กดปุ่ม ดูสมการ เพื่อให้โปรแกรมรับค่าสมการที่สองไว้ เพื่อไปคำนวณต่อไป



รูปที่ 3.6 แสดงสมการทั้งหมด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

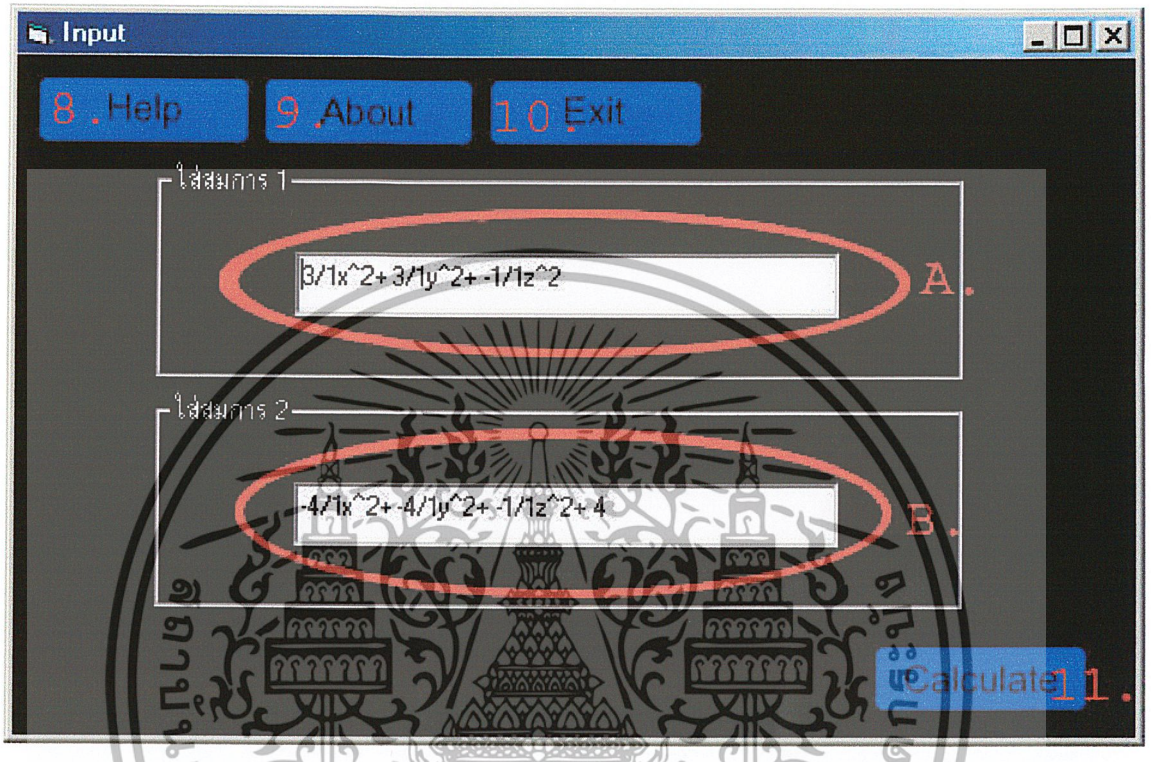
7. จากนั้นให้กดปุ่ม Next เพื่อไปในขั้นตอนต่อไป และ หากกรอกผิด ให้กดปุ่ม Clear เพื่อลบข้อมูลทั้งหมด



รูปที่ 3.7 **แสดงหน้าจอที่พร้อมทำขั้นตอนต่อไป**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

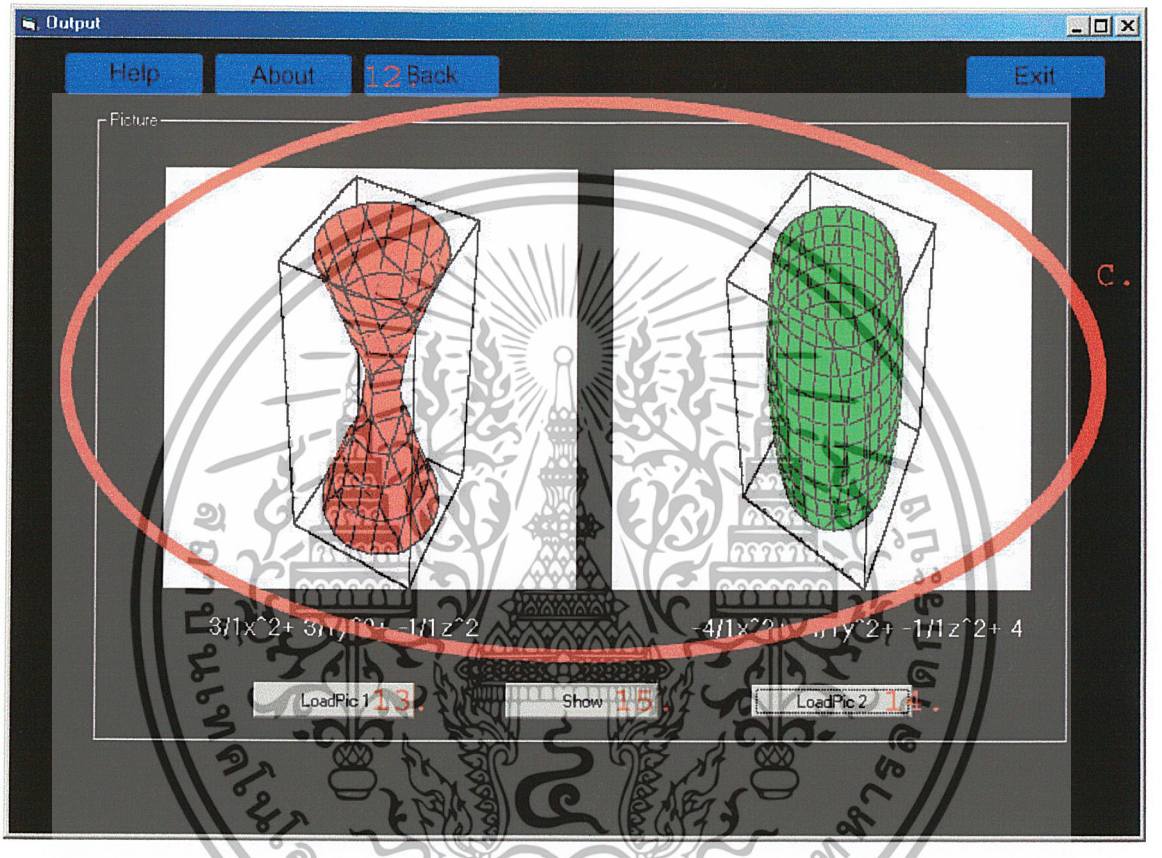
8. ให้กดปุ่ม Calculate เพื่อจะได้คำนวณหารูป โดยสมการนั้นจะอยู่ในช่องเรียบร้อยแล้ว



รูปที่ 3.8 **แสดงส่วนของการคำนวณหารูป**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

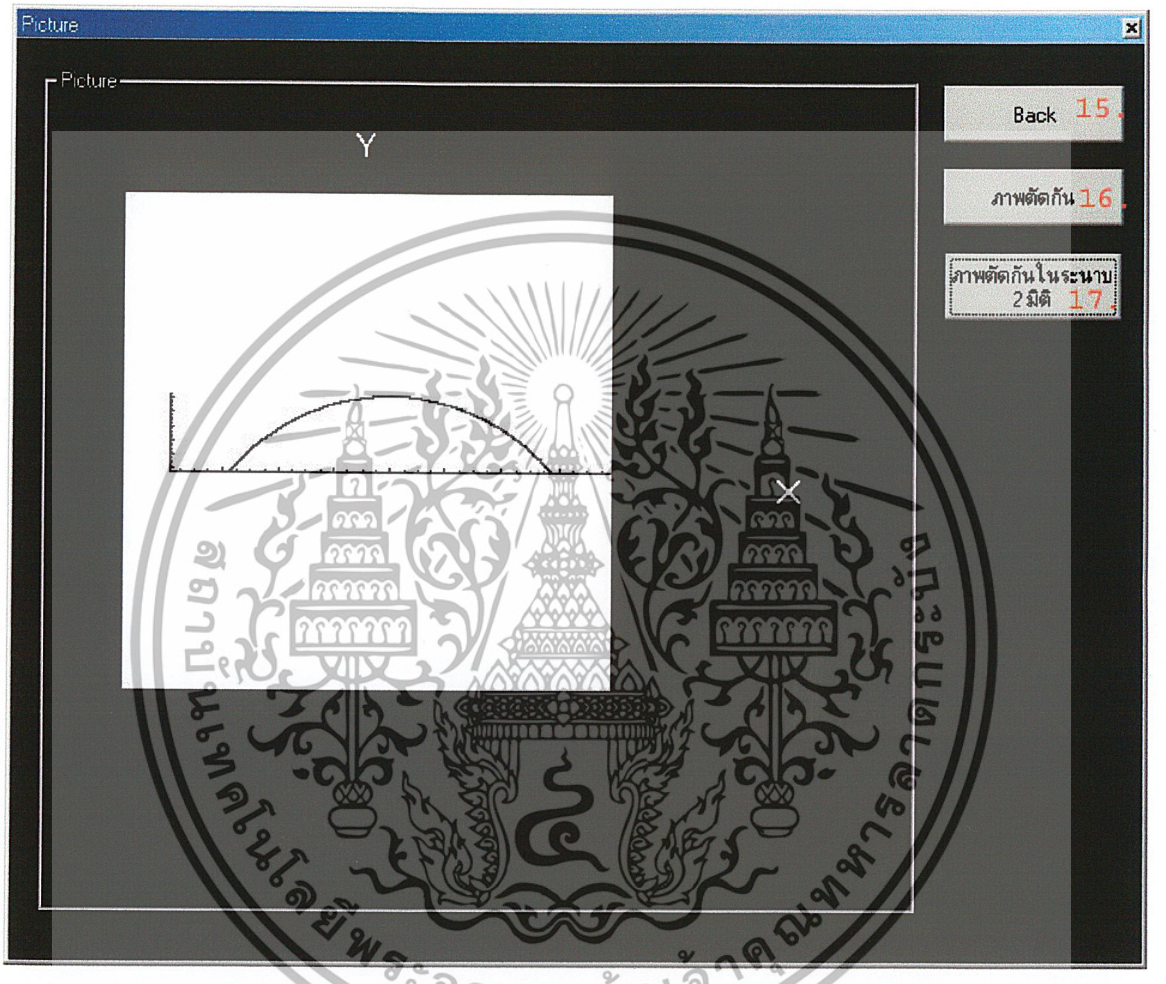
9. กดปุ่ม LoadPic1 และ LoadPic2 เพื่อดูรูปที่ได้จากสมการ และกดปุ่ม Show เพื่อดูรูปตัดกันตามแนวระนาบ



รูปที่ 3.9 แสดงรูปภาพที่ได้จากสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

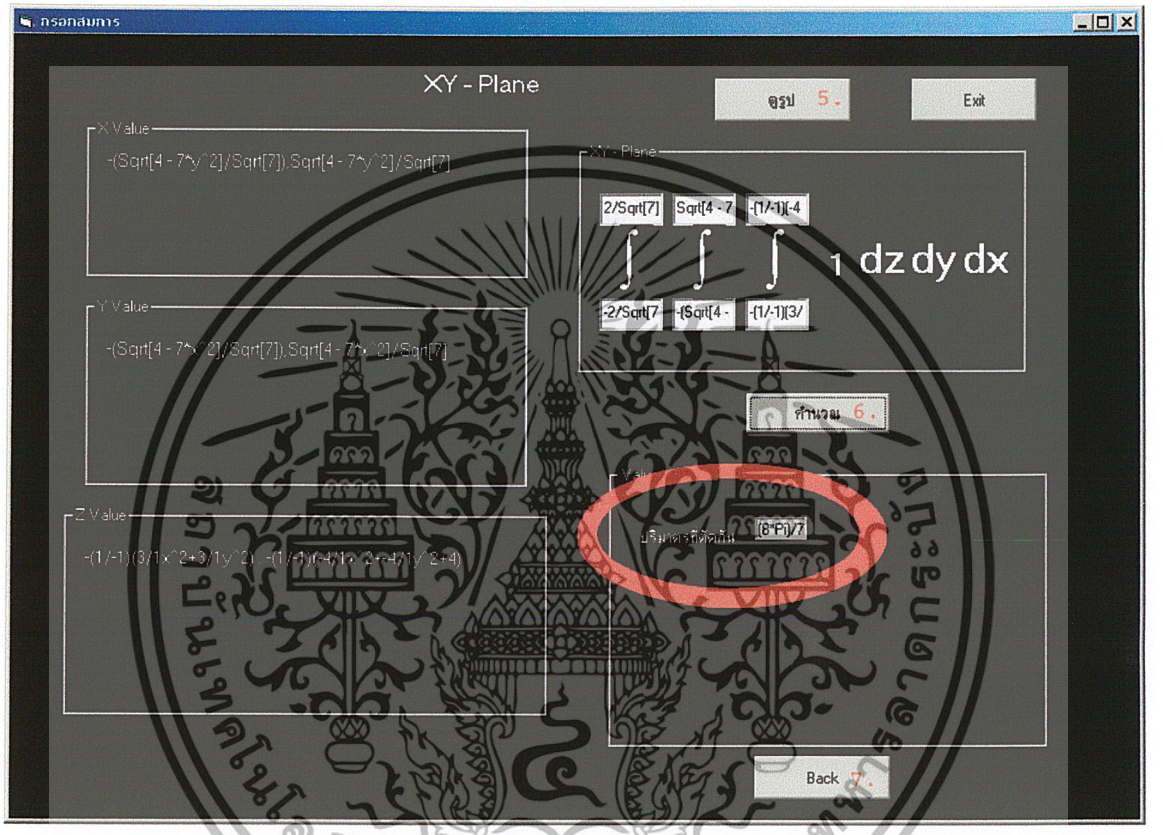
10. กดปุ่ม ภาพตัดกัน เพื่อดูรูปที่ได้จากการตัดกัน และ กดปุ่ม ภาพตัดกันในระนาบ 2 มิติ เพื่อดูรูปที่เกิดจากการตัดกันตามแนวระนาบ



รูปที่ 3.10 **หน้าจอแสดงภาพการตัดกัน**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

11. กดปุ่มคำนวณเพื่อคำนวณหาค่าปริมาตรที่ตัดกัน โดยค่าคำตอบจะอยู่ด้านล่างของปุ่ม จากนั้น หากเราต้องการดูรูปประกอบให้กดที่ปุ่ม ดูรูป หรือ หมายเลข 5 ในภาพ
หากต้องการกลับไปกรอกสมการใหม่ให้กดที่ปุ่ม Back



รูปที่ 3.11 **หน้าจอแสดงค่าปริมาตรที่ได้จากการคำนวณ**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
การวิจารณ์และอภิปรายผล

4.1 ประสิทธิภาพของโปรแกรม

- สามารถหาขอบเขตของแกน X , Y และ Z ที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสองได้
- สามารถนำสมการที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสองมาคำนวณหาปริมาตรได้
- สามารถนำสมการพื้นผิวกำลังสองมาแสดงในรูป 3 มิติได้
- สามารถแสดงภาพที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสองในระนาบ 2 มิติ XY ได้ ส่วนมากรูปเมื่อสมการตัดกันแล้วจะอยู่ในรูปวงกลม หรือ วงรี เท่านั้น

4.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม

โปรแกรมนี้มีข้อจำกัดในการแสดงผลของรูป โดยที่สมการพื้นผิวกำสองทั้งหมดจะต้องเริ่มที่จุด Origin (0,0,0) เท่านั้น และสมการพื้นผิวกำสองที่มีขอบเขตสมการที่กว้างมากอาจไม่สามารถแสดงในรูป 3 มิติให้อยู่ในกรอบที่กำหนดได้ทั้งหมด โดยจะแสดงรูปที่ได้เป็นกล่องเปล่า การใส่เครื่องหมาย + และ – ในการกรอกสมการลงในโปรแกรมควรใส่สมการให้ถูกต้อง ไม่เช่นนั้นภาพที่แสดงออกมาอาจไม่ตรงกับสมการที่ต้องการ ผู้ที่ใช้โปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรของ 2 พื้นผิวกำสอง ควรมีความรู้ทางด้านวิชาแคลคูลัส โดยเฉพาะเรื่องสมการพื้นผิวกำลังสอง เพื่อสะดวกการทำความเข้าใจและการใช้โปรแกรมได้อย่างมีประสิทธิภาพ ภาพที่เกิดจาก 2 พื้นผิวกำลังสองสามารถแสดงในรูปภาพ 2 มิติ ได้เพียงระนาบเดียวเท่านั้น คือ ระนาบ XY

4.3 แนวทางในการพัฒนาต่อไป

เนื่องจากโปรแกรมนี้เป็นโปรแกรมที่มีการแสดงภาพ 3 มิติ ทำให้ปัญหาในการเขียน Code เป็นอย่างมาก ควรศึกษาทั้งภาษา Visual Basic และ Mathematica ให้เป็นอย่างดี เพื่อความสะดวกและเป็นประโยชน์ในการพัฒนาโปรแกรมให้ดียิ่งขึ้น และในการกำหนดค่า Domain และ Range ใน Code ต้องใส่ค่าให้ถูกต้องเพราะมีผลต่อรูปที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสองในระนาบ 2 มิติ จะได้รูปผิดจากความเป็นจริงได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ จุดมุ่งหมายเพื่อสร้างโปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรของการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง โดยใช้ภาษา Visual Basic 6.0 และโปรแกรม Mathematica 3.0 , Macromedia Dreamweaver 4.0 , Adobe Photoshop 5.0 เป็นเครื่องมือในการพัฒนาโปรแกรม

เนื้อหาและรูปแบบโปรแกรมจะเป็นการรับค่าจากสมการ 2 สมการที่อยู่ในรูปแบบของสมการพื้นผิวกำลังสอง ซึ่งจะนำไปคำนวณหารูปทรงและปริมาตรที่เกิดจากการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสองโดยมีรูปแบบสมการพื้นผิวกำลังสองอยู่ด้วยกันทั้งหมด 9 รูปแบบที่แน่นอน

5.2 ปัญหาและอุปสรรค

สำหรับโปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรของการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง ได้เกิดปัญหาขึ้นมาหลายประการ ดังต่อไปนี้

5.2.1 เนื่องจากโปรแกรมต้องรับค่าจากสมการได้หลายรูปแบบ ดังนั้น Code แต่ละสมการมีความแตกต่างกัน จึงทำให้ใช้เวลามากพอสมควรในการเขียนโปรแกรมกว่าจะครบทุกรูปแบบ

5.2.2 เนื้อหาประกอบด้วยตัวยก , ตัวห้อย , สัญญาลักษณ์ต่างๆ และเศษส่วน ซึ่งต้องใช้เวลาในการหาโปรแกรมที่จะมาสร้างส่วนเหล่านี้ขึ้นมา

5.2.3 อย่างที่กล่าวข้างต้นรูปแบบสมการพื้นผิวกำลังสองมีหลายรูปแบบ ดังนั้นรูปภาพที่ออกมาอาจจะไม่ค่อยมีความสมบูรณ์มากนัก

5.2.4 การที่สมการหลายรูปแบบจึงมีบางสมการที่ยังไม่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณได้ทั้งหมด

5.2.5 เนื้อหาส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับทางด้านคณิตศาสตร์ จึงทำให้มีข้อจำกัดในการเขียนโปรแกรมค่อนข้างมาก ดังนั้นโปรแกรมที่ได้ออกมาส่วนใหญ่จึงอาจไม่ครอบคลุมเนื้อหาได้ทั้งหมดตามที่ต้องการ

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในการทำโปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรของการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง เนื่องด้วยคณะผู้จัดทำได้เล็งเห็นปัญหาหลายประการ จึงได้นำมาเสนอแนะเพื่อก่อให้เกิดประโยชน์แก่ผู้ที่สนใจนำโปรแกรมนี้ไปพัฒนาต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3.1 ในการใช้โปรแกรมนี้ควรมีความรู้พื้นฐานวิชาแคลคูลัส เพื่อจะได้ใส่สมการในโปรแกรมได้ถูกต้อง

5.3.2 ควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับสมการพื้นผิวกำลังสองและภาษา Visual Basic ให้เป็นอย่างดี เพื่อพัฒนาโปรแกรมนี้ให้ดียิ่งขึ้น

5.3.3 ใช้เวลาการศึกษาและพัฒนาโปรแกรมอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ได้โปรแกรมแสดงภาพและปริมาตรของการตัดกันของ 2 พื้นผิวกำลังสอง ที่สมบูรณ์และมีประสิทธิภาพสูงสุด

5.3.4 ในการพัฒนาโปรแกรมควรมีความรู้ด้านกราฟิก 3 มิติมาเป็นอย่างดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

กิตติ ภัคดีวัฒนะกุล และ จำลอง ครูอุตสาหะ. 2542. Visual Basic 6 **ฉบับโปรแกรมเมอร์**. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : หจก.ไทยเจริญ การพิมพ์.

สัจจะ จรัสรุ่งรวีวร. 2544. **คู่มือการเขียนโปรแกรมและใช้งาน**Visual Basic 6.0. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : บริษัท ด่านสุทธาการพิมพ์ จำกัด.

กรภัทร์ สุทธิดารา และ อรรณพ ขันธิกุล. 2543. Photoshop 5 Visual Guide & Step by Step พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : บริษัท ด่านสุทธาการพิมพ์ จำกัด.

กฤษณะ สถิตย์. 2544. **มือใหม่สร้างเว็บไซต์อย่างมืออาชีพด้วย** Dreamweaver 4 **ฉบับสมบูรณ์**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ. บริษัท เอช เอ็น กรุ๊ป จำกัด

Abe Mizrahi and Michel Sullivan. 1990. Calculus of Analytic Geometry,3rd ed. Wadsworth Publishing Company

Stephen Wolfram. The Mathematica Book. 3 ed. Addision-Wesley Publishing Company

Visual Basic graphics Programming

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

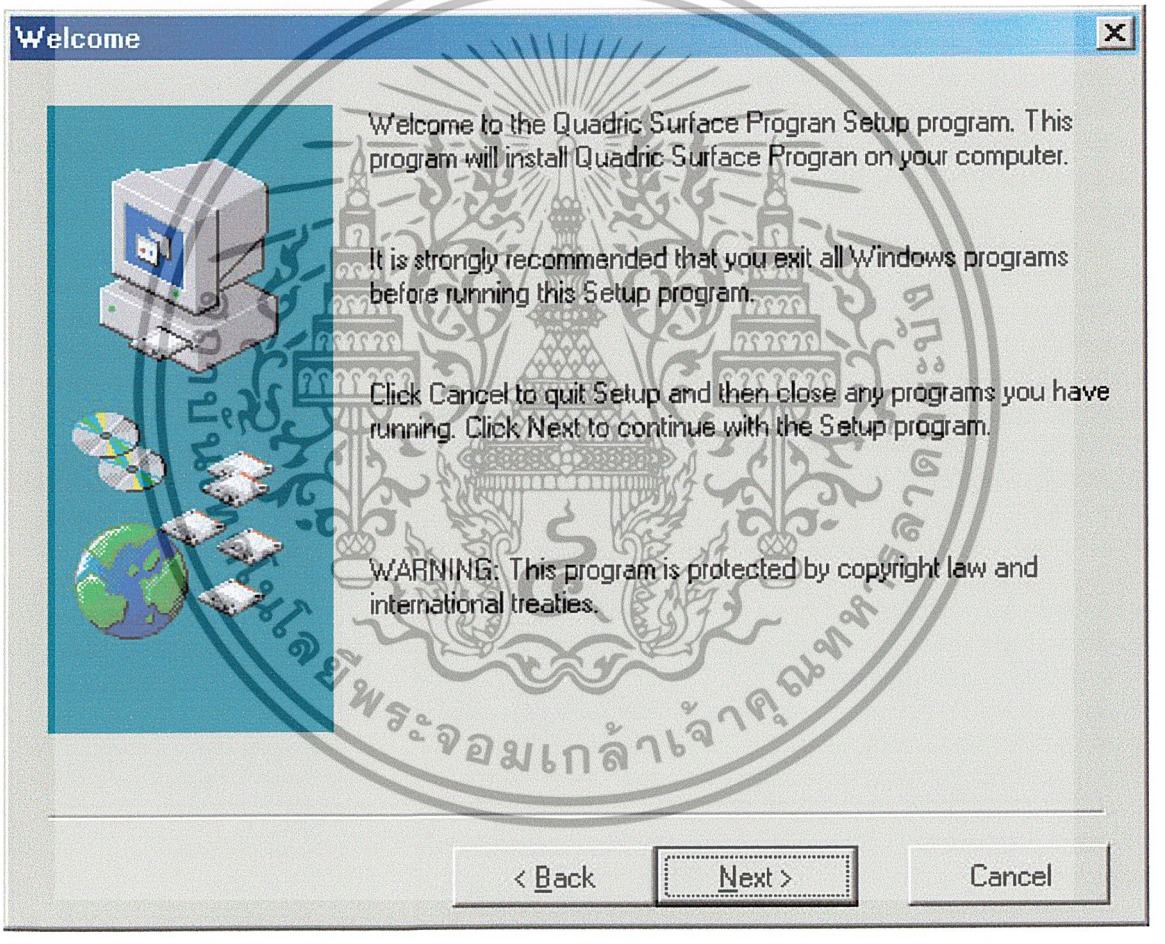
ภาคผนวก ก

ขั้นตอนการติดตั้งและวิธีใช้โปรแกรม

ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

1. Double Click ไฟล์ Setup.exe เพื่อติดตั้งโปรแกรม

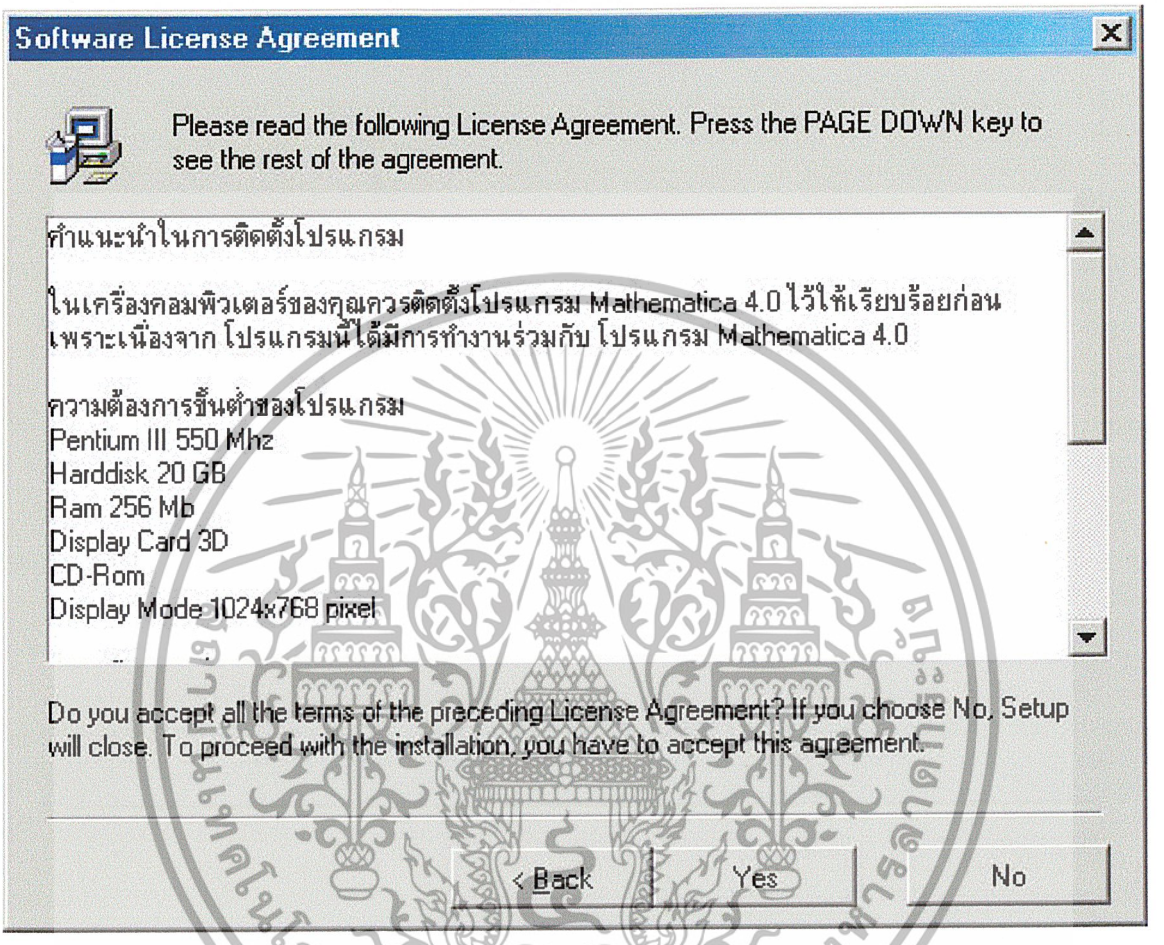
2. Click ที่ ปุ่ม Next



รูปที่ ผ.1 แสดงวิธีการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

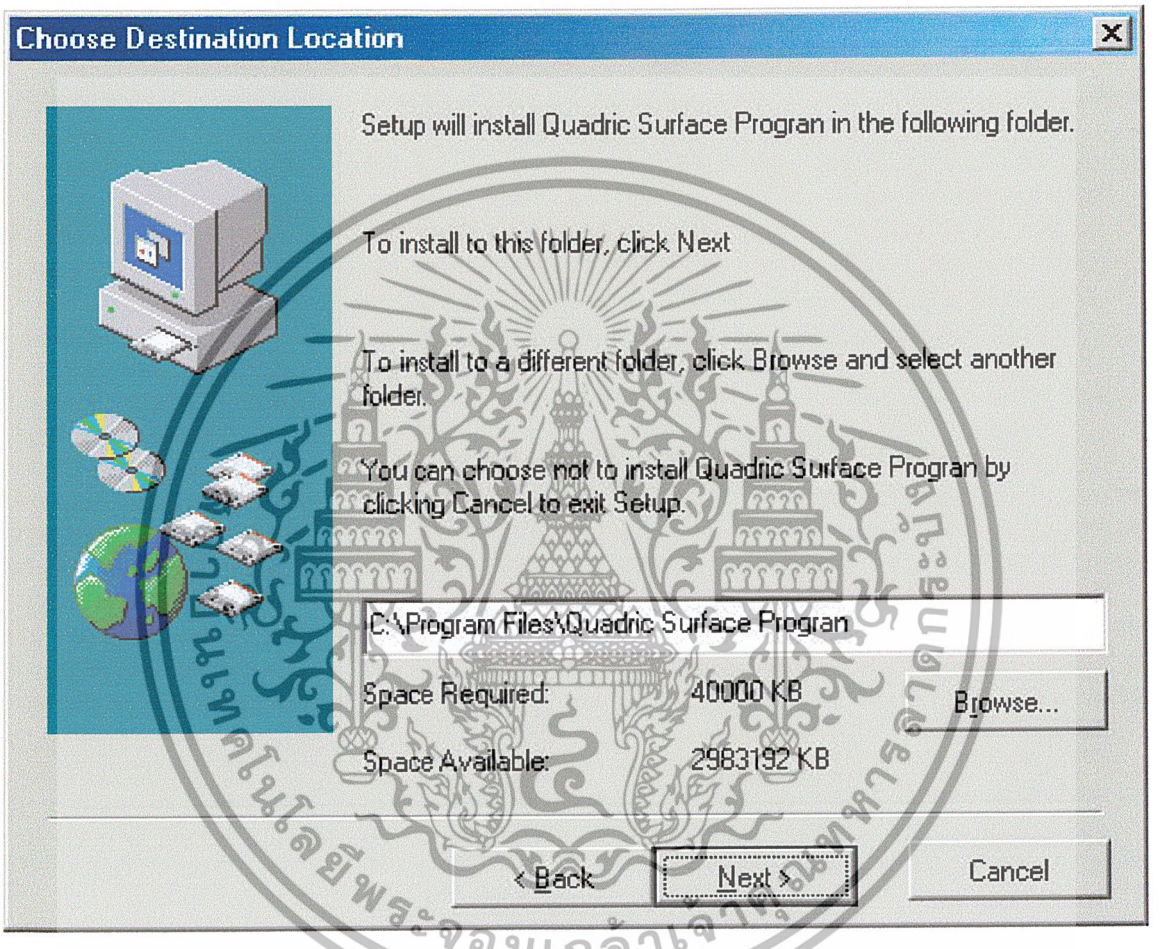
3. Click ที่ปุ่ม Yes (ในคำแนะนำการติดตั้งจะระบุ Spec เครื่องที่สามารถใช้โปรแกรมนี้ได้)



รูปที่ ผ.2 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

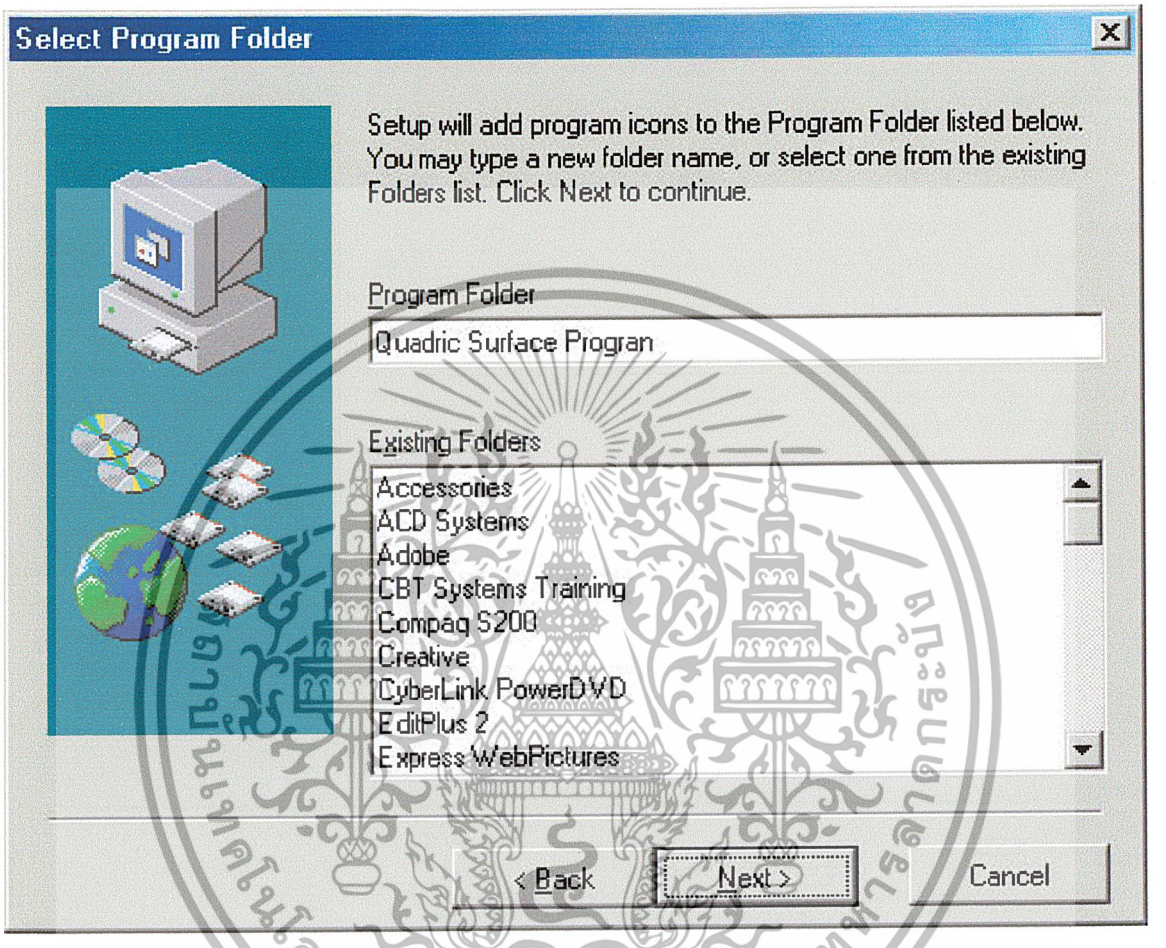
4. เลือก Directory ที่คุณต้องการติดตั้ง โดยสามารถเลือกได้เองว่าต้องการติดตั้งโปรแกรมนี้ไว้ที่ใด หรือติดตั้งลงในส่วนที่โปรแกรมได้ระบุไว้ให้แล้ว โปรแกรมนี้ต้องการพื้นที่ใน Harddisk ประมาณ 40 MB จากนั้น Click ที่ปุ่ม Next



รูปที่ ผ.3 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

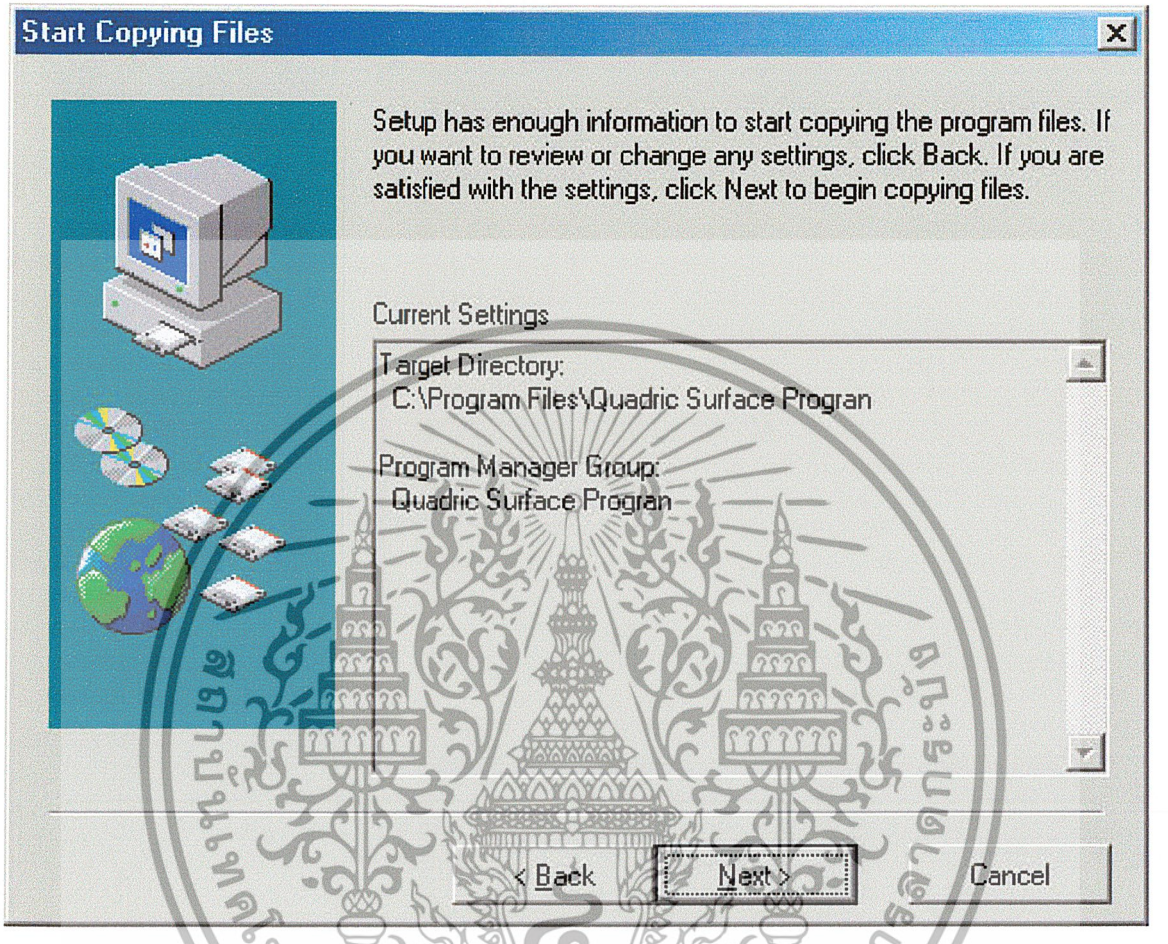
5. ตั้งชื่อFolder ที่โปรแกรมจะอยู่ในส่วนของ Icon จากนั้น Click ที่ปุ่ม Next



รูปที่ ผ.4 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

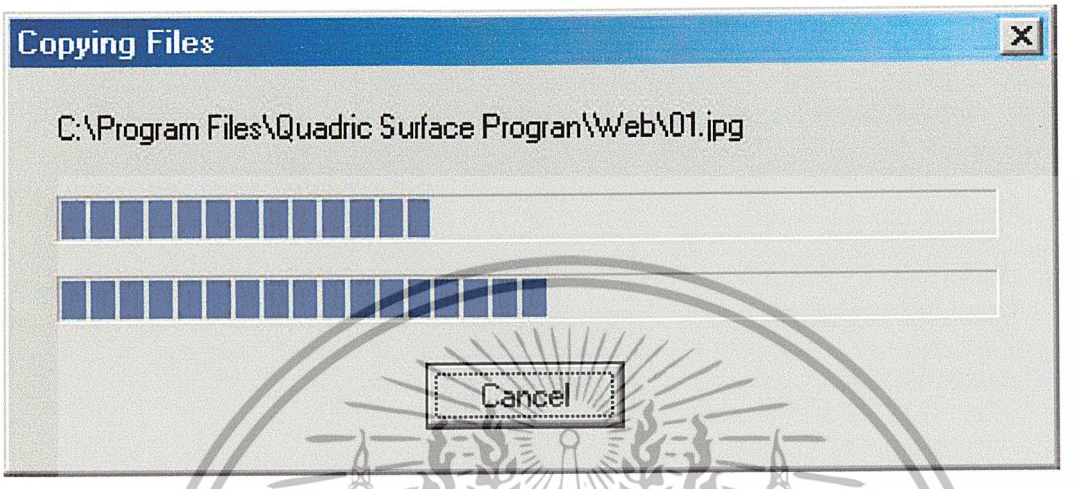
6. ตรวจสอบความถูกต้องของที่อยู่ของโปรแกรม แล้ว Click ที่ปุ่ม Next



รูปที่ ผ.5 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

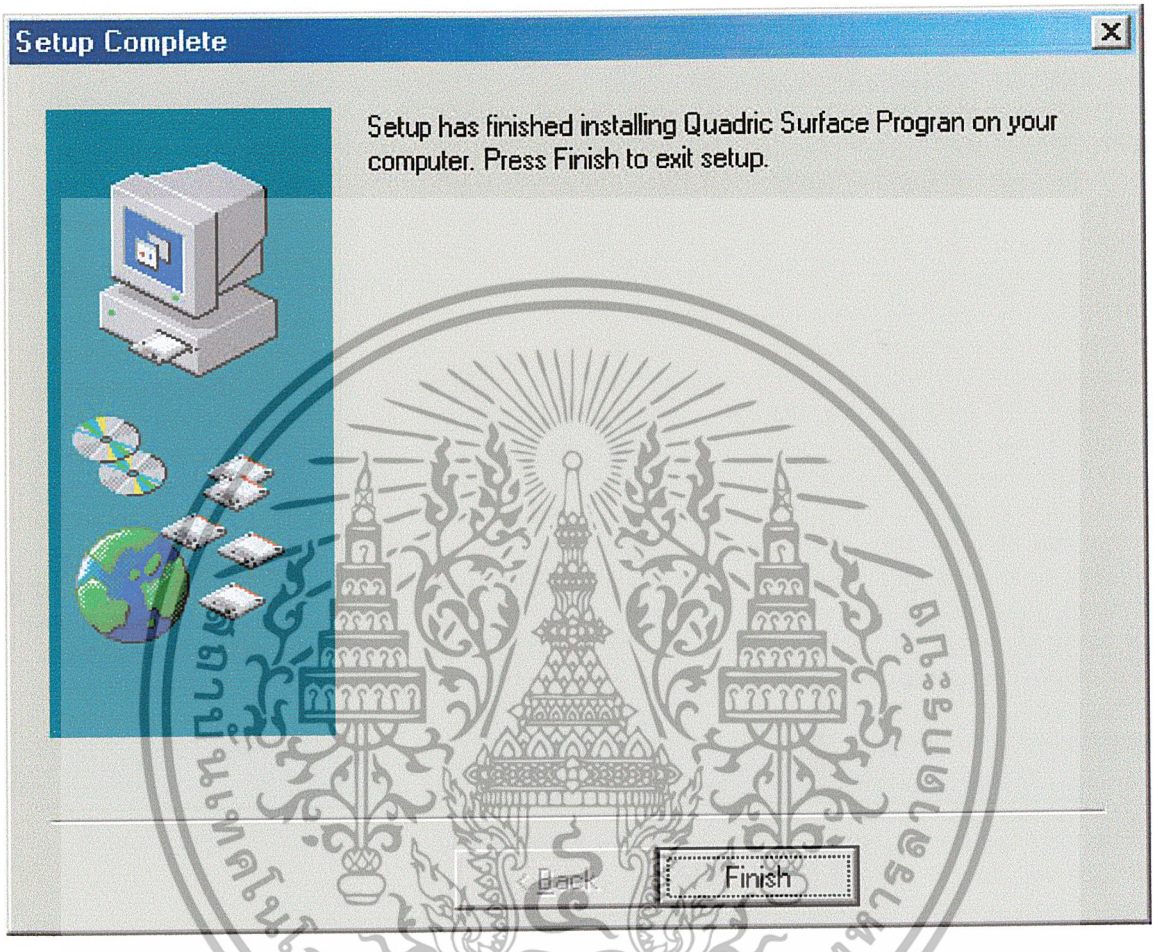
7. โปรแกรมกำลังดำเนินการติดตั้ง หากต้องการยกเลิกให้กดปุ่ม Cancel



รูปที่ ผ.6 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8. จบการติดตั้งโปรแกรม



รูปที่ ผ.7 ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้