

โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำนายอุณหภูมิภายในของอาหาร  
COMPUTER PROGRAM THERMAL PROCESS CALCULATION OF FOOD



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิศวกรรมอาหาร  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2544

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน... 45814  
วัน, เดือน, ปี 18 ก.พ. 2546

b.....  
i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโทปีการศึกษา 2544

ภาควิชา วิศวกรรมอาหาร

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำนายอุณหภูมิภายในของอาหาร

ผู้จัดทำ

นายคำเกิง โดประเสริฐพงศ์

นางสาวนินทร วิโรจน์วรรณุรักษ์

นางสาวอรนุช พันธุ์ไม้สี

พิมพ์พร-ประสิทธิ์

อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์พิมพ์เพ็ญ พรเฉลิมพงศ์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำนายอุณหภูมิภายในของอาหาร

นาย คำเกิง โตประเสริฐพงศ์  
นางสาว วนินทร วิโรจน์วรานุรักษ์  
นางสาว อรนุช พันธุ์ไม้สี

ดร. พิมพ์เพ็ญ พรเฉลิมพงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษา  
ปีการศึกษา 2544

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ใช้วิธี Finite Differences โดยหลักการสมดุลพลังงานเพื่อทำนายอุณหภูมิภายในของอาหารในวัตถุรูปทรงกลมและทรงกระบอก โดยแบ่งวัตถุออกเป็นปริมาตรย่อยๆ และใช้สมการสมดุลพลังงานในแต่ละปริมาตรย่อยเพื่อคำนวณหาอุณหภูมิ ณ ใจกลางทั้งในกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนมีค่าไม่สูง (Finite h) และกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนมีค่าสูงมาก (Infinite h) และได้ประยุกต์ใช้สมการกรณีที่เป็น Infinite h เพื่อพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สำหรับวัตถุรูปทรงกระบอก เพื่อคำนวณหาค่า  $F_0$  เมื่อรู้อุณหภูมิที่ให้ความร้อนแก่กระป๋องหรือหาเวลาที่เหมาะสมของกระบวนการเมื่อกำหนดค่า  $F_0$  ที่ต้องการ นอกจากนี้ ยังได้ประยุกต์ใช้เพื่อพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์กรณีที่เป็น Finite h สำหรับคำนวณหาอุณหภูมิ ณ ใจกลางของผักและผลไม้ในช่วงลดอุณหภูมิ ได้ทำการทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมโดยแช่แครอทและฝรั่งลงในอ่างน้ำเย็น ทั้งในสถานะที่อุณหภูมิของน้ำคงที่และสถานะที่อุณหภูมิของน้ำเปลี่ยนแปลงระหว่างการให้ความเย็น พบว่าอุณหภูมิที่ได้จากการทำนายด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ใกล้เคียงกับอุณหภูมิที่ได้จากการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Computer Program Thermal Process Calculation of Food

Mr. Damkerng Thoprasertpong

Ms. Wanintorn Wirojwaranuruk

Ms. Oranut Panmaisee

Dr. Pimpen Pornchaloempong Advisor

### Abstract

The finite differences method with energy balance approach was used for developing heat transfer model in a cylindrical and sphere shaped objects. The object were divided into small volume elements and energy balance equations were developed for each volume element and solved for center temperature under infinite and finite heat transfer coefficient condition. The model for cylinder with infinite heat transfer coefficient was applied for develop a computer program for calculate  $F_0$  value when a can temperature history was given or calculate processing time when target  $F_0$  value was given. Another application was a computer program for calculating center temperature of fruit and vegetable during cooling under finite heat transfer coefficient condition. The model was validate using carrot and guava cooled in water bath with constant and variable water temperature. The experimental temperature agreed well with temperatures predicted by the models.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ		หน้า
สารบัญ		ก
สารบัญรูปภาพ		ข
สารบัญสัญลักษณ์		ง
บทที่ 1 บทนำ		1
1.1 คำนำ		1
1.2 วัตถุประสงค์		2
บทที่ 2 ทฤษฎี		3
2.1 วิธี Finite Differences		3
2.2 Node และปริมาตรควบคุม		4
2.3 คุณสมบัติทางความร้อน		6
2.4 สมดุลพลังงาน		7
บทที่ 3 การประยุกต์ใช้ Finite Differences เพื่อคำนวณอุณหภูมิภายในอาหาร		26
3.1 ห่วงเวลาฆ่าเชื้ออาหารกระป๋อง		26
3.2 การหาอุณหภูมิของผัก และผลไม้ในช่วงให้ความเย็น		30
3.3 ผลการทดลอง		31
บทที่ 4 บทสรุป		34
ภาคผนวก		35
กิตติกรรมประกาศ		46
เอกสารอ้างอิง		47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

รูปที่		หน้า
2-1	ภาพ 3 มิติของทรงกระบอกตัดขวาง	3
2-2	ภาพ 3 มิติของทรงกลมตัดขวาง	4
2-3	ภาพหน้าตัดแสดงตำแหน่ง node ในปริมาตรควบคุมบนพื้นที่หน้าตัดขวางของทรงกระบอก	5
2-4	แสดงตำแหน่ง node ในปริมาตรควบคุมบนพื้นที่หน้าตัดขวางของทรงกลม	6
2-5	Node มุมบนด้านขวา	7
2-6	Node ด้านขวา	10
2-7	Node ด้านล่างขวา	12
2-8	Node ด้านบน	14
2-9	Node มุมบนด้านซ้าย	16
2-10	Node ส่วนกลาง	18
2-11	Node ด้านซ้าย	19
2-12	Node ด้านล่าง	20
2-13	Node มุมล่างด้านซ้าย	21
2-14	แสดงการคำนวณอุณหภูมิใจกลางกระป๋องด้วยวิธี Finite Differences	25
3-1	แสดงการหาเวลาในการฆ่าเชื้อเพื่อให้ได้ค่า $F_0$ ที่ต้องการ	28
3-2	แสดงผลการคำนวณทางคอมพิวเตอร์	29
3-3	แสดงผลการคำนวณทางคอมพิวเตอร์เพื่อให้ได้ค่า $F_0$ ที่ต้องการ	29
3-4	แสดงผลการคำนวณในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในหม้อฆ่าเชื้ออย่างกะทันหัน	30
3-5	เปรียบเทียบอุณหภูมิใจกลางของแครอทระหว่างที่ให้ความเย็นกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ	31
3-6	เปรียบเทียบอุณหภูมิใจกลางของแครอทระหว่างที่ให้ความเย็นและให้ความร้อนกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ	32

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
3-7	เปรียบเทียบอุณหภูมิจากกลางของฝักระหว่างให้ความเย็นกับอุณหภูมิจากการคำนวณ	32
3-8	เปรียบเทียบอุณหภูมิจากกลางของฝักระหว่างให้ความเย็นและให้ความร้อนกับอุณหภูมิจากการคำนวณ	33



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## รายการสัญลักษณ์

F <sub>0</sub>	นาที่ที่ 121.1°C ที่ใช้ในการทำลายจุลินทรีย์ ในปริมาณที่กำหนด
Z	ค่าความต้านทานความร้อนของเชื้อ <i>C. Botulinum</i> (Z = 10°C)
$\alpha$	สัมประสิทธิ์การกระจายความร้อน (m <sup>2</sup> /s)
K	สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน (W/m •K)
$\rho$	ความหนาแน่นมวล (kg / m <sup>3</sup> )
C <sub>p</sub>	ความจุความร้อนจำเพาะ (kJ/kg•K)
h	สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (W/m <sup>2</sup> •K)
T <sub>ij</sub>	อุณหภูมิ (°C)
dt	ช่วงเวลาที่ใช้ในการคำนวณอุณหภูมิ (sec.)
R	รัศมีของกระป๋อง (m.)
H	ความสูงของกระป๋อง (m.)
dr	ระยะทางจาก node ถึง node ในแนวรัศมี (m)
dy	ระยะทางจาก node ถึง node ในแนวตั้ง (m)
A <sub>y<sub>ij</sub></sub>	พื้นที่ที่ตั้งฉากกับทิศทางการถ่ายเทความร้อนตาม แนวตั้งจาก node (i, j) ไปยัง node (i, j+1) (m <sup>2</sup> )
A <sub>r<sub>ij</sub></sub>	พื้นที่ที่ตั้งฉากกับทิศทางการถ่ายเทความร้อนตาม แนวตั้งจาก node (i, j) ไปยัง node (i+1, j) (m <sup>2</sup> )
V <sub>i,j</sub>	ปริมาตรควบคุมที่ล้อมรอบ node (i, j) (m <sup>3</sup> )

สัญลักษณ์กำกับล่าง

- <sub>i</sub> ตำแหน่งในแนวรัศมี
- <sub>j</sub> ตำแหน่งในแนวตั้ง

สัญลักษณ์กำกับบน

- <sup>P</sup> เวลาปัจจุบัน
- <sup>P+1</sup> เวลาปัจจุบัน + dt

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 คำนำ

เนื่องจากอาหารสดเกิดการเสื่อมเสียได้จากสาเหตุต่างๆ ดังนั้นเพื่อเป็นการลดการเสื่อมเสียและทำให้อาหารปลอดภัยในการบริโภค จึงต้องมีการแปรรูปอาหารโดยลดกิจกรรมของจุลินทรีย์และเอนไซม์ การทำลายจุลินทรีย์ที่ทำให้เกิดโรค อาหารเน่าเสีย นอกจากนี้การแปรรูปยังเพิ่มคุณค่าทางเศรษฐกิจ ทำให้อาหารเหมาะกับการบริโภค และเกิดผลิตภัณฑ์ใหม่ที่ผู้บริโภคสามารถเลือกได้มากขึ้นด้วย

วิธีการแปรรูปอาหารที่สำคัญ คือ การใช้ความร้อนและความเย็น การใช้ความร้อนเป็นวิธีการที่อาศัยหลักการใช้ความร้อนทำลายจุลินทรีย์และยับยั้งการทำงานของเอนไซม์ ตัวอย่างของการใช้ความร้อน คือ การพาสเจอร์ไรส์และการสเตอริไลส์ ซึ่งกระบวนการบรรจุกระป๋องเป็นวิธีหนึ่งของการสเตอริไลส์ เป็นการเก็บรักษาอาหารในภาชนะปิดผนึกแน่น อาจเป็นแก้วหรือกระป๋อง และได้ผ่านกระบวนการฆ่าเชื้อจุลินทรีย์ด้วยความร้อนอย่างเพียงพอ จนกระทั่งเก็บรักษาไว้ได้นานที่อุณหภูมิห้อง ส่วนการใช้ความเย็นเป็นการแปรรูปด้วยการลดอุณหภูมิให้ต่ำลง เพื่อลดกิจกรรมของเอนไซม์และจุลินทรีย์ ดังอย่างการแปรรูปด้วยวิธีนี้คือ การแช่แข็งและการแช่เย็น เป็นการเก็บรักษาอาหารไว้ระยะหนึ่งก่อนการส่งออกจำหน่ายหรือส่งเข้าโรงงานแปรรูป

กระบวนการแปรรูปทั้งสองประเภท จะต้องกำหนดอุณหภูมิและเวลาที่อาหารจะต้องผ่านการให้ความร้อนและความเย็น เช่น ในกระบวนการแปรรูปอาหารกระป๋อง อุณหภูมิที่ใช้ในการให้ความร้อนระดับสเตอริไลส์นั้นจะต้องมากเพียงพอที่ความร้อนจะถ่ายเทไปยังจุดที่ร้อนช้าที่สุด (Cold Spot Point) ของผลิตภัณฑ์ และทำลายจุลินทรีย์ได้หมด แต่ถ้าให้อุณหภูมิสูงมากเกินไปจะทำให้เนื้อสัมผัสของอาหารไม่เป็นที่ยอมรับของผู้บริโภค คือ จะเกิดการหดตัวและมีผิวที่แห้งแข็งจากการตกตะกอนและสูญเสียความสามารถในการอุ้มน้ำของโปรตีน ส่วนการใช้ความเย็นในการลดอุณหภูมิในผักและผลไม้ ความเย็นมีผลในการชะลออัตราการหายใจและการเติบโตของจุลินทรีย์ ดังนั้นจะต้องควบคุมอุณหภูมิในการเก็บให้ต่ำกว่า  $10^{\circ}\text{C}$  แต่ไม่ต่ำกว่าจุดเยือกแข็งของผักและผลไม้ ซึ่งจะแตกต่างกันตามชนิดของผักและผลไม้ นั้น ถ้าอุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือกแข็ง อาจทำให้เปลือกเปลี่ยนเป็นสีคล้ำหรือดำ หรืออาจทำให้เนื้อสัมผัส

แข็งขึ้นและเกิดการฉีกขาดเนื่องจากรังสีที่ตกกระทบบนเซลล์ อุณหภูมิให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในอุตสาหกรรมการแปรรูปอาหารจะต้องมีการวิเคราะห์และคำนวณอุณหภูมิและเวลา ที่จำเป็นต้องใช้ในการฆ่าเชื้อและยับยั้งการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ทุกชนิดในอาหารได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยให้มีการทำลายสารอาหารและเนื้อสัมผัสให้น้อยที่สุด

## 1.2 วัตถุประสงค์

1. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อทำนายอุณหภูมิภายในของอาหารรูปทรงกระบอกและทรงกลมเมื่อได้รับความร้อนและความเย็นทั้งในสถานะที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนมีค่าสูงมากๆ (Infinite Heat Transfer Coefficient,  $h$ ) และในสถานะที่ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนไม่สูงมาก (Finite Heat Transfer Coefficient)
2. ประยุกต์ใช้เพื่อหาเวลาที่เหมาะสมในการฆ่าเชื้ออาหารกระป๋อง
3. ประยุกต์ใช้เพื่อหาอุณหภูมิภายในของผัก, ผลไม้ ระหว่างการแช่เย็น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### ทฤษฎี

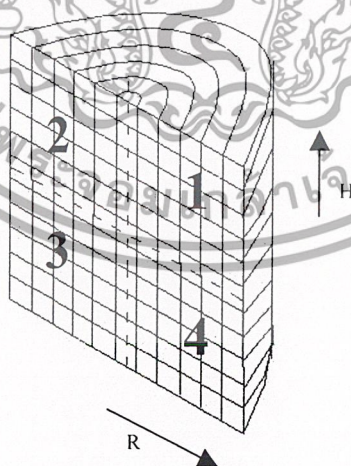
#### 2.1 วิธี Finite Differences

##### 2.1.1 ทรงกระบอก

สมการนำความร้อนในทรงกระบอกโดยพิจารณาใน 2 มิติคือ ความร้อนเคลื่อนที่เข้าสู่ทรงกระบอกตามแนวรัศมีและตามแนวส่วนสูงของทรงกระบอก มีดังนี้

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial H^2} \right) \quad (2.1)$$

ใช้วิธี Finite Differences แก้สมการเพื่อหาคำตอบของสมการที่ 2.1 โดยแบ่งทรงกระบอกเป็นปริมาตรควบคุมเล็กๆ มีลักษณะเป็นจันทวนแหวน มีจุดศูนย์กลางเดียวกัน ซึ่งทำให้มีหน้าตัดขวางเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังแสดงในรูปที่ 1 เนื่องจากทรงกระบอกสมมาตรในแนวรัศมี ดังนั้นจึงพิจารณารูปครึ่งหนึ่งของทรงกระบอกในแนวรัศมีเท่านั้น ( ส่วนที่ 1 ของรูปที่ 1)



รูปที่ 2.1 ภาพ 3 มิติ ของทรงกระบอกตัดขวาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.1.2 ทรงกลม

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right) \quad (2.2)$$

จากสมการการนำความร้อนในทรงกลม ความร้อนเคลื่อนที่เข้าทุกทิศทางตั้งฉากกับรัศมีใช้วิธี Finite Differences แบ่งทรงกลมออกเป็นปริมาตรเล็กๆ โดยมีจุดศูนย์กลางเดียวกัน มีลักษณะเป็นรูปวงกลมในแนวหน้าตัดขวางดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2.2 ภาพ 3 มิติของทรงกลมตัดขวาง

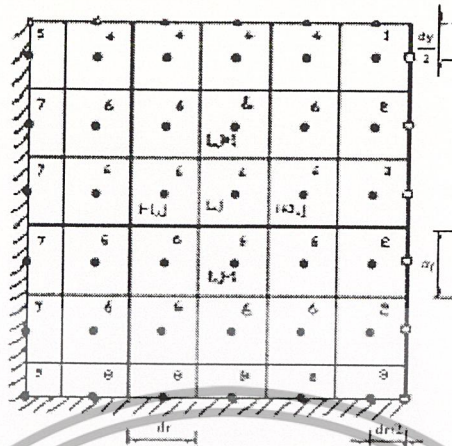
## 2.2 Node และ ปริมาตรควบคุม

### 2.2.1 ทรงกระบอก

รูปที่ 2.3 แสดงภาพหน้าตัดเมื่อแบ่งทรงกระบอกออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อยๆ และตำแหน่งของ Node ซึ่งคือตำแหน่งกึ่งกลางของแต่ละปริมาตรควบคุม ซึ่งอุณหภูมิของจุดนี้ใช้แทนอุณหภูมิเฉลี่ยภายในของปริมาตรนั้น สำหรับ node ที่ผิวไม่มีปริมาตร (Non Capacitance Surface Node) อุณหภูมิของ node ที่ผิว คืออุณหภูมิที่ผิวของอาหาร (Welt et al. ,1997)

กำหนดให้ RNode คือจำนวน node ในแนวรัศมี และ HNode คือจำนวน node ในแนวครึ่งหนึ่งของความสูงของทรงกระบอก ในรูปที่ 2.1 node ในแนวรัศมีที่อยู่ภายในตั้งแต่ node ที่ 1 จนถึง RNode -1 ถูกแบ่งโดยระยะทางที่เท่ากัน คือ dr ส่วนระยะห่างระหว่าง node ภายในสุดท้าย (RNode - 1) และ node ที่ผิว คือ dr / 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



● node ภายใน  
○ node ที่ผิว (ไม่มีปริมาตร)

รูปที่ 2.3 ภาพหน้าตัดแสดงตำแหน่ง node ในปริมาตรควม คมบนพื้นที่หน้าตัดขวางของทรงกระบอก

จากความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีและ RNode สามารถหา  $dr$  ได้จาก

$$dr = 2 * R / (2 * RNode - 3) \quad (2.3)$$

ทำนองเดียวกัน  $dy$  ซึ่งเป็นระยะห่างตามแนวส่วนสูงของทรงกระบอก สามารถหาได้จาก

$$dy = H / (2 * (HNode - 3)) \quad (2.4)$$

เพื่อสะดวกในการหาพื้นที่และปริมาตรของแต่ละ node จึงกำหนดตัวแปร  $r$  to node และ  $r$  to skin เป็นระยะทางจากจุดกึ่งกลางไปยัง node และระยะทางจากจุดกึ่งกลางไปยังผิวของปริมาตรควบคุมตามแนวรัศมีตามลำดับ หาได้จาก

$$r \text{ to node } (i) = (i-1) * dr \quad (2.5)$$

$$r \text{ to skin } (i) = (dr/2) + r \text{ to node } (i) \quad (2.6)$$

ดังนั้น

$$Ay(i, j) = \pi (rtoskin^2(i) - rtoskin^2(i-1)) / 4 \quad (2.7)$$

$$Ar(i, j) = \pi * rtoskin(i) * dy / 2 \quad (2.8)$$

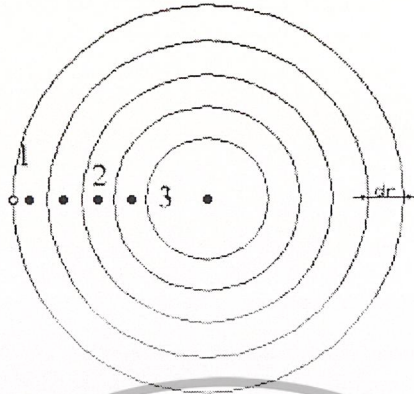
และปริมาตรหาได้โดย

$$Vol(i, j) = Ay(i, j) * dy \quad (2.9)$$

## 2.2.2 ทรงกลม

รูปที่ 2.4 แสดงภาพหน้าตัดเมื่อแบ่งทรงกลมออกเป็นปริมาตรย่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 แสดงตำแหน่ง node ในปริมาตรควบคุมบนพื้นที่หน้าตัดของทรงกลม

ค่า  $dr$ ,  $r$  to node และ  $r$  to skin หาได้จากสมการที่ 2.3, 2.5 และ 2.6 ตามลำดับ ดังนี้

$$Ar(i) = \pi(r \text{ to skin}(i))^2/4 \quad (2.10)$$

และปริมาตรหาได้โดย

$$Vol(i) = 4\pi/6 ((r \text{ to skin}(i))^3 - (r \text{ to skin}(i-1))^3) \quad (2.11)$$

## 2.3 คุณสมบัติทางความร้อน

### 2.3.1 ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ( $h$ , $W/m^2 \cdot K$ )

1. กรณีที่ค่า  $h$  มีค่าสูงมาก เนื่องจากเป็นกระป๋องทำจากโลหะบาง และใช้ไอน้ำควบแน่น (Condensing steam) เป็นตัวกลางในการพาความร้อนซึ่งทำให้ค่า  $h$  มีค่าสูงมาก (Infinite Heat Transfer Coefficient) จึงอนุโลมให้คุณสมบัติของผิวอาหารที่สัมผัสกับกระป๋องเท่ากับคุณสมบัติไอน้ำที่ใช้ในการฆ่าเชื้อ

2. กรณีที่ค่า  $h$  มีค่าไม่สูงมาก คุณสมบัติของผิวอาหารจะไม่เท่ากับคุณสมบัติภายนอก

### 2.3.2 ค่าสัมประสิทธิ์ในการแพร่ความร้อน ( $\alpha$ , $m^2/s$ ) สามารถหาได้ 2 วิธี

1. กรณีที่รู้ค่า  $K$ ,  $\rho$ ,  $C_p$  ของอาหารหาได้จากสมการ

$$\alpha = K / \rho C_p \quad (2.12)$$

2. กรณีที่ไม่รู้ค่า  $K$ ,  $\rho$ ,  $C_p$  หาได้จากสมการ (Stumbo et al., 1965)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\alpha = \frac{0.398}{\left[ \frac{1}{R^2} + \frac{0.427}{H^2} \right] f_h} \quad * \quad (2.14)$$

$f_h$  คือ ค่าส่วนกลับของความชันที่ได้จากกราฟเซมิ-ล็อก ระหว่างเวลากับอุณหภูมิใจกลางทรงกระบอกในช่วงการให้ความร้อน

\* R, H มีหน่วยเป็นนิ้ว

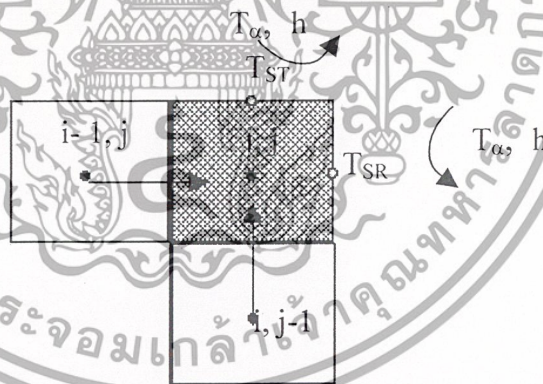
## 2.4 สมดุลพลังงาน

### 2.4.1 ทรงกระบอก

สมดุลพลังงานของ node ประเภทที่ 1-9 ของรูปที่ 3 เขียนได้เป็น

#### Node ประเภทที่ 1

Node มุมบนด้านขวามีการนำความร้อนจาก node ด้านบนและด้านขวา ที่เป็น Non-Capacitance node ซึ่งสัมผัสกับอุณหภูมิภายนอก ส่วนด้านซ้ายและด้านล่างเป็น node ภายใน โดยมีการถ่ายเทแบบการนำความร้อน จากสมดุลพลังงาน ความร้อนจะถูกถ่ายเทจาก node ที่อยู่ล้อมรอบ node มุมบนด้านขวาจากรูปที่ 2.5 สามารถเขียนเป็นสมการ



รูปที่ 2.5

กรณีที่ 1 ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (finite heat transfer coefficient, h) ไม่สูงมากนัก

$$V_{i,j} \rho c p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{K A_{y,j} (T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A_{y,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A_{r,j} (T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + \frac{K A_{r,i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.16)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho c p} \left[ \left( \frac{A_{y,j} (T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dy} \right) + \left( \frac{A_{y,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} \right) + \left( \frac{A_{r,j} (T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right) + \left( \frac{A_{r,i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right) \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาที่จุด  $T_{ST}$  ซึ่งเป็นที่จุดที่ผิวสัมผัสกับอุณหภูมิภายนอก ความร้อนที่แผ่จากภายนอกสู่  $T_{ST}$  = ความร้อนที่นำเข้า  $T_{ST}$  สู่  $T_{i,j}$

$$hAy_{i,j+1}(T_a - T_{ST}) = \frac{KAy_{i,j}(T_{ST} - T_{i,j})}{dy/2} \quad (2.18)$$

$$T_{ST} = \frac{hAy_{i,j+1}dyT_a + 2KAy_{i,j}T_{i,j}}{hAy_{i,j+1}dy + 2KAy_{i,j}} \quad (2.19)$$

ทำนองเดียวกันปรับอุณหภูมิที่ผิวด้านขวา ( $T_{SR}$ ) ที่สัมผัสกับอุณหภูมิภายนอก

$$T_{SR} = \frac{hAr_{i+1,j}drT_a + 2KAr_{i,j}T_{i,j}}{hAr_{i+1,j}dr + 2KAr_{i,j}} \quad (2.20)$$

แทนค่า  $T_{ST}$  และ  $T_{SR}$  จะได้สมการ

$$T_{i,j}^{n+1} = \left[ \frac{\Delta t K}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{1}{\left( \frac{dy}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}} \right)} T_a^n + \frac{1}{\left( \frac{\Delta y}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}} \right)} T_{i,j}^n + \left( \frac{Ay_{i,j-1}}{dy} \right) T_{i,j-1}^n + \left( \frac{Ay_{i,j+1}}{dy} \right) T_{i,j+1}^n \right] \right. \\ \left. + \left[ \frac{1}{\left( \frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{K}{hAr_{i+1,j}} \right)} T_a^n + \frac{1}{\left( \frac{2Ar_{i,j}}{dr} + hAr_{i+1,j} \right)} T_{i,j}^n + \left( \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right) T_{i-1,j}^n + \left( \frac{Ar_{i+1,j}}{dr} \right) T_{i+1,j}^n + T_{i,j}^n \right] \right] \quad (2.21)$$

แทน  $\alpha = K/\rho C_p$  และจัดรูปใหม่

$$T_{i,j}^{n+1} = \left[ \frac{d\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{1}{\left( \frac{dy}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}} \right)} + \frac{1}{\left( \frac{\Delta y}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}} \right)} \right) T_a^n + \left[ \frac{d\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^n + \left[ \frac{d\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^n \right. \\ \left. + \left[ 1 - \frac{d\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{dy}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}} \right) - \frac{d\alpha Ay_{i,j+1}}{V_{i,j} dy} - \frac{d\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{K}{hAr_{i+1,j}} \right) - \frac{d\alpha Ar_{i+1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^n \right] \quad (2.22)$$

เพื่อให้สมการสอดคล้องกับกฎข้อที่ 2 ของ thermo dynamics สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T(i,j)$  ต้องมากกว่า หรือเท่ากับ 0 เมื่อแก้สมการหาค่าช่วงเวลา (time step, dt) ที่มากที่สุด จะได้สมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dy}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}} \right)} - \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{K}{hAr_{i+1,j}} \right)} - \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \geq 0 \quad (2.23)$$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{dy}{2Ay_{i,j}} + \frac{K}{hAy_{i,j+1}}} + \frac{1}{\frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{K}{hAr_{i+1,j}}} + \frac{Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.24)$$

กรณีที่ 2  $h$  มีค่าสูงมาก ๆ (Infinite heat transfer coefficient)

อุณหภูมิที่ผิวสัมผัสจะเท่ากับอุณหภูมิภายนอก ( $T_{ST} = T_{SR} = T_\alpha$ )

$$T_{i,t}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{Ay_{i,j}(T_\alpha'' - T_{i,t}^p)}{dy} + \frac{Ay_{i,j-1}(T_{i,t}^p - T_{i,t}^p)}{dy} + \frac{Ar_{i,j}(T_\alpha'' - T_{i,t}^p)}{dr} + \frac{Ar_{i-1,j}(T_{i,t}^p - T_{i,t}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,t}^p \quad (2.25)$$

แทน  $\alpha = K/\rho C_p$  และจัดรูปใหม่

$$T_{i,t}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{2Ay_{i,j}}{\Delta y} + \frac{2Ar_{i,j}}{dr} \right) \right] T_\alpha'' + \left[ \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,t}^p + \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,t}^p + \left[ 1 - \frac{2dt\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{2dt\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,t}^p \quad (2.26)$$

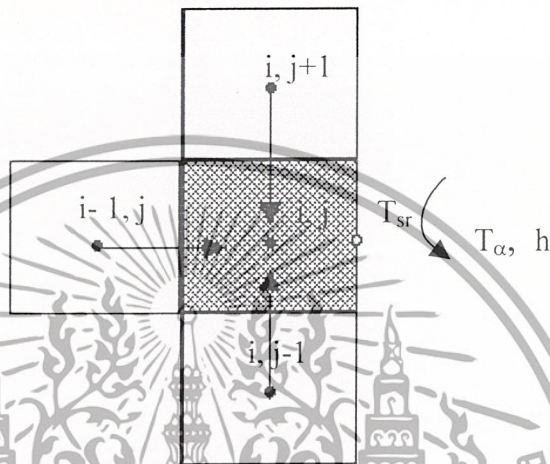
เหมือนกับกรณีที่ 1 เมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $T_{(i,j)}^p \geq 0$ ,  $dt$  มากที่สุดที่เป็นไปได้ จะเป็นดังสมการ

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2Ay_{i,j} + Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{2Ar_{i,j} + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node ประเภทที่ 2

Node ด้านขวา ด้านขวาของ node เป็น Non-Capacitance node สัมผัสกับอุณหภูมิภายนอกส่วนด้านบน ด้านซ้ายและด้านล่างเป็น node ภายในโดยมีการถ่ายเทแบบการนำความร้อนแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6

กรณีที่ 1 กรณีที่ 5 มีค่าไม่สูงมาก

$$\frac{V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p)}{dt} = \frac{KAy_{i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{KAy_{i,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{KAr_{i,j} (T_{sr}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + \frac{KAr_{i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.28)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{Ay_{i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{Ay_{i,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{Ar_{i,j} (T_{sr}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + \frac{Ar_{i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.29)$$

แทนค่า  $T_{sr}$  เหมือนกรณี Node ที่ 1 และ  $\alpha = k/\rho C_p$  และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{1}{\frac{dy}{2Ay_{i,j}} + \frac{hAy_{i,j+1}}{K}} + \frac{1}{\frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{hAr_{i+1,j}}{K}} \right) \right] T_{\alpha}^p + \left[ \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{hAr_{i+1,j}}{K} \right)} + \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j}^p \quad (2.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j} \geq 0$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(2.31)

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{K}{hAr_{i+1,j}}} + \frac{Ay_{i,j} - Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$$

กรณีนี้ที่ 2 h มีค่าสูงมากๆ

แทนค่า  $\alpha = k/\rho c_p$  และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j+1}^p + \left[ \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{Ar_{i,j}}{2} \right) \right] T_{i,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{2dt\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \tag{2.32}$$

สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j}^p \geq 0$

(2.33)

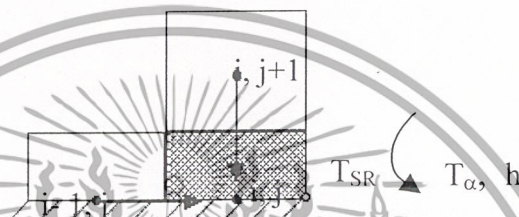
$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ay_{i,j} + Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{2Ar_{i,j} + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### Node ประเภทที่ 3

Node ด้านล่างขวา ด้านขวาของ node เป็น Non-Capacitance node สัมผัสกับอุณหภูมิภายนอก ด้านล่างของ node เป็นฉนวน เนื่องจากทรงกระบอกมีลักษณะสมมาตร การถ่ายเทความร้อนจึงพิจารณาเป็นครึ่งหนึ่งตามแนวส่วนสูงของทรงกระบอก ด้านบนและด้านซ้ายมีการถ่ายเทแบบการนำความร้อน แสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7

กรณีที่ 1  $h$  มีค่าไม่สูงมาก

$$V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{K A_{y,i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A_{r,i,j} (T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + \frac{K A_{r-1,i,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.34)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \left( \frac{A_{y,i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} \right) + \left( \frac{A_{r,i,j} (T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right) + \left( \frac{A_{r-1,i,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right) \right] \right] + T_{i,j}^p \quad (2.35)$$

แทนค่า  $T_{SR}$  และ  $\alpha = K/\rho C_p$  ลงในสมการ และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{1}{\left( \frac{dr}{2A_{r,j}} + \frac{K}{hA_{r,j}} \right)} T_{i,j+1}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{A_{y,i,j}}{dy} + \frac{1}{\frac{dr}{2A_{r,j}} + \frac{K}{hA_{r,j}}} + \frac{A_{r-1,i,j}}{dr} \right) \right] T_{i,j}^p \quad (2.36)$$

สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j}^p \geq 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(2.37)

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ay_{i,j}}{dy} + \frac{1}{\left( \frac{dr}{2Ar_{i,j}} + \frac{K}{hAr_{i,j}} \right)} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$$

กรณีที่ 2  $h$  มีค่าสูงมาก ดังนั้น  $sr = T_\alpha$  และ  $\alpha = K/\rho C_p$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i,j}}{v_{i,j} dr_2} \right] T_\alpha^p + \left[ \frac{dt\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j}^{p+1} + \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left( 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{Ay_{i,j}}{dy} + \frac{Ar_{i,j}}{dr_2} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right) \right) T_{i,j}^p \quad (2.38)$$

สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{i,j}^p \geq 0$

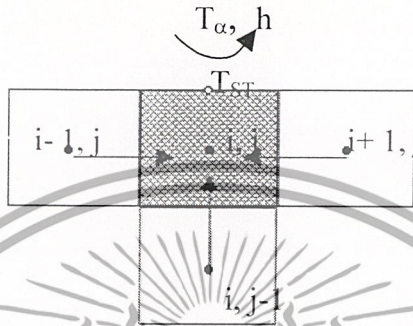
(2.39)

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ay_{i,j}}{dy} + \frac{Ar_{i,j}}{dr/2} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node ประเภทที่ 4

Node ด้านบน ด้านบนของ node เป็น Non-Capacitance node ซึ่งสัมผัสกับอุณหภูมิภายนอก ด้านซ้ายและด้านล่างเป็น node ภายในมีการถ่ายเทแบบการนำความร้อน แสดงในรูปแบบที่ 2.8



รูปที่ 2.8

กรณีนี้ที่ 1 ค่า h มีค่าไม่สูงมาก

$$V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{K A_{y,i,j} (T_{ST}^p - T_{i,j}^p)}{2 \Delta y} + \frac{K A_{y,i,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{\Delta y} + \frac{K A_{r,j} (T_{i,j}^p - T_{i,j}^p)}{\Delta r} + \frac{K A_{r,i,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{\Delta r} \quad (2.40)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left( \frac{A_{y,i,j} (T_{ST}^p - T_{i,j}^p)}{2 \Delta y} + \frac{A_{y,i,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{\Delta y} + \frac{A_{r,j} (T_{i,j}^p - T_{i,j}^p)}{\Delta r} + \frac{A_{r,i,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{\Delta r} \right) \right] + T_{i,j}^p \quad (2.41)$$

แทนค่า  $T_{ST}$  และ  $\alpha = K/\rho C_p$  ลงในสมการและจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{1}{\left( \frac{\Delta y}{2A_{y,i,j}} + \frac{hA_{y,i,j+1}}{K} \right)} T_{ST}^p + \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{A_{y,i,j-1}}{\Delta y} T_{i,j-1}^p + \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{A_{r,i-1,j}}{\Delta r} T_{i-1,j}^p + \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{A_{r,j}}{\Delta r} T_{i,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{A_{y,i,j-1}}{\Delta y} + \frac{1}{2A_{y,i,j}} + \frac{hA_{y,i,j+1}}{K} + \frac{A_{r,j}}{\Delta r} + \frac{A_{r,i-1,j}}{\Delta r} \right) \right] T_{i,j}^p \quad (2.42)$$

สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$(2.43)$$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{\Delta y}{2A_{y,i,j}} + \frac{hA_{y,i,j+1}}{K}} + \frac{A_{y,i,j-1}}{\Delta y} + \frac{A_{r,i,j}}{\Delta r} + \frac{A_{r,i-1,j}}{\Delta r} \right)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ 2  $h$  มีค่าสูงมาก ดังนั้น  $s_r = T_\alpha$  และ  $\alpha = K/\rho C_p$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{v_{i,j}} \frac{Ay_{i,j}}{dy} \right] T_\alpha^p + \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{Ay_{i,j-1}}{dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{Ar_{i,j}}{dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left( 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{Ay_{i,j}}{dy} + \frac{Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{Ar_{i,j}}{dr} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right) \right) T_{i,j}^p \quad (2.44)$$

สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{i,j}^p \geq 0$

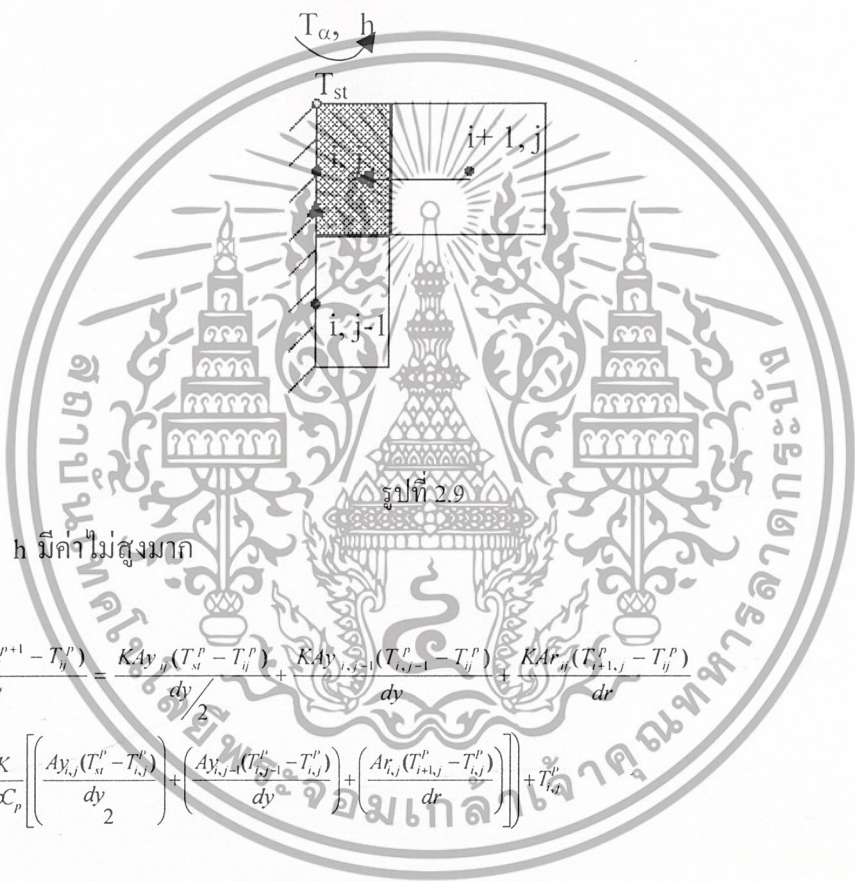
$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ay_{i,j}}{dy} + \frac{Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{Ar_{i,j}}{dr} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.45)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node ประเภทที่ 5

Node มุมบนด้านซ้าย ด้านบนของ node เป็น Non-Capacitance node ซึ่งสัมผัสกับ อุณหภูมิภายนอก ด้านซ้ายของ node เป็นฉนวน เนื่องจากทรงกระบอกมีลักษณะสมมาตร การ ถ่ายเทความร้อนจึงพิจารณาเป็นครึ่งหนึ่งตามแนวรัศมีของทรงกระบอก ด้านขวาและด้านล่าง เป็น node ภายในมีการถ่ายเทแบบการนำความร้อน แสดงในรูปที่ 2.9



กรณีที่ 1 h มีค่าไม่สูงมาก

$$V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{K A_{y,j} (T_{i,j}^p - T_{i,j}^p)}{dy/2} + \frac{K A_{y,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A r_{i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \tag{2.46}$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{A_{y,j} (T_{i,j}^p - T_{i,j}^p)}{dy/2} + \frac{A_{y,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{A r_{i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \tag{2.47}$$

แทนค่า T<sub>ST</sub> และ α = K/ρC<sub>p</sub> จัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{1}{2Ay_{i,j} + hAy_{i,j+1}} \right) \right] T_{i,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A r_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p \tag{2.48}$$

$$+ \left[ 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dy}{2Ay_{i,j}} + hAy_{i,j+1} \right)} + \frac{dt\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy} + \frac{dt\alpha A r_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p$$

**สัมประสิทธิ์ของเทอม T<sup>p</sup> >= 0**  
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j+1}}} + \frac{A_{y,i,j-1}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)} \quad (2.49)$$

กรณีที่ 2 h มีค่าสูงมากๆ

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j}\rho Cp} \left[ \frac{A_{y,i,j}(T_{i,j}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{A_{y,i,j-1}(T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{A_{r,i,j}(T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.50)$$

แทนค่า  $\alpha = K/\rho Cp$  และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{2A_{y,i,j}}{dy} \right) \right] T_{i,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{y,i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ 1 - \frac{2dt\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha A_{y,i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \quad (2.51)$$

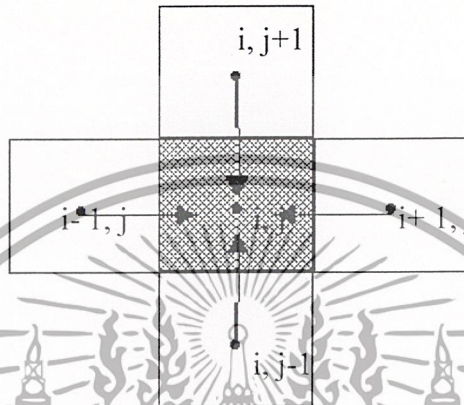
สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2A_{y,i,j}}{dy} + \frac{A_{y,i,j-1}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)} \quad (2.52)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node ประเภทที่ 6

Node ส่วนกลางได้รับการถ่ายเทแบบนำความร้อนจาก node ด้านบน, ด้านล่าง, ด้านขวา และด้านซ้าย แสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10

$$V_{i,j} \rho C_p (T_{ij}^{p+1} - T_{ij}^p) = \frac{K A y_{ij} (T_{i,j+1}^p - T_{ij}^p)}{dy} + \frac{K A y_{i,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{ij}^p)}{dy} \quad (2.53)$$

$$+ \frac{K A r_{ij} (T_{i+1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} + \frac{K A r_{i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr}$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \left( \frac{A y_{i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{ij}^p)}{dy} \right) + \left( \frac{A y_{i,j-1} (T_{i,j-1}^p - T_{ij}^p)}{dy} \right) \right] \right) \quad (2.54)$$

$$+ \left( \frac{A r_{i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} \right) + \left( \frac{A r_{i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} \right) + T_{i,j}^p$$

แทนค่า  $\alpha = K/\rho C_p$  และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{A y_{i,j}}{dy} \right) \right] T_{i,j+1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A y_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A r_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha A r_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p \quad (2.55)$$

$$+ \left[ 1 - \frac{dt\alpha A r_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha A r_{i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha A y_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha A y_{i,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j}^p$$

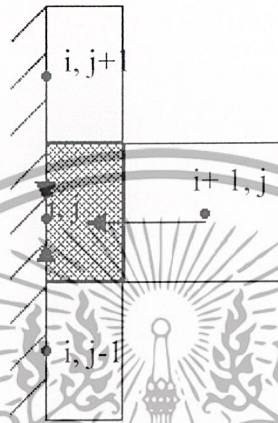
สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A y_{i,j} + A y_{i,j-1}}{dy} + \frac{A r_{i,j} + A r_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.56)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node ประเภทที่ 7

Node ด้านซ้าย ได้รับการถ่ายเทแบบนำความร้อนจาก node ด้านบน, ด้านล่าง และด้านขวา ส่วน node ด้านซ้ายเป็นฉนวน แสดงในรูปที่ 2.11



$$V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{K A_{i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A_{i,j} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A_{i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^p - T_{\infty}^p) \quad (2.57)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{A_{y,i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{A_{y,i,j} (T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{A_{r,i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] + T_{i,j}^p \right) \quad (2.58)$$

แทนค่า  $T_{St}$  และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{A_{y,i,j}}{dy} \right) \right] T_{i,j+1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{y,i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha A_{y,i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j}^p \quad (2.59)$$

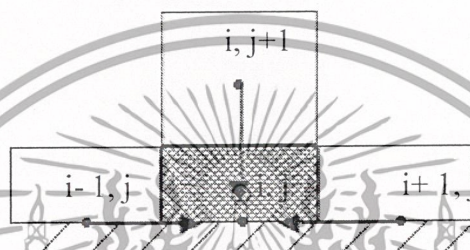
สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,i,j} + A_{y,i,j-1}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)} \quad (2.60)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### Node ประเภทที่ 8

Node ด้านล่าง ได้รับการถ่ายเทแบบนำความร้อนจาก node ด้านบน, ด้านขวา และ ด้านซ้าย ส่วน node ด้านล่างเป็นฉนวน แสดงในรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12

$$\frac{V_{i,j} \rho C_p (T_{ij}^{p+1} - T_{ij}^p)}{dt} = \frac{K A_{y,j} (T_{i,j+1}^p - T_{ij}^p)}{dy} + \frac{K A_{r,j} (T_{i+1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} + \frac{K A_{r,i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} \quad (2.61)$$

$$T_{ij}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{A_{y,j} (T_{i,j+1}^p - T_{ij}^p)}{dy} + \frac{A_{r,i} (T_{i+1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} + \frac{A_{r,i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{ij}^p)}{dr} \right] \right) + T_{ij}^p \quad (2.62)$$

แทนค่า  $\alpha = K/\rho C_p$  และจัดรูป

$$T_{ij}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{A_{y,j}}{dy} \right) \right] T_{i,j+1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{r,i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha A_{r,i-1,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{ij}^p \quad (2.63)$$

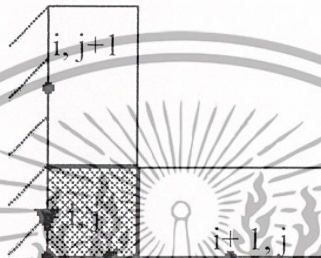
สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{ij}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,j}}{dy} + \frac{A_{r,i,j} + A_{r,i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.64)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### Node ประเภทที่ 9

Node มุมล่างด้านซ้าย ได้รับการถ่ายเทแบบนำความร้อนจาก node ด้านบน, ด้านขวา ส่วน node ด้านล่างและด้านซ้าย เป็นฉนวน แสดงในรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13

$$V_{i,j} \rho C_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p) = \frac{K A_{y,i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{K A_{r,i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.65)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \left( \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{A_{y,i,j} (T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{A_{r,i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.66)$$

แทนค่า  $T_{st}$  และจัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j}} \left( \frac{A_{y,i,j}}{dy} \right) \right] T_{i,j+1}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy} - \frac{dt\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \quad (2.67)$$

สัมประสิทธิ์ของเทอม  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,i,j}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)} \quad (2.68)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.2 ทรงกลม

สมมูลพลังงานของ node (node ที่ 1-3 ของรูปที่ 2.4) เขียนได้เป็น

Node ประเภทที่ 1

node ที่ผิว เป็น Non-Capacitance node ซึ่งสัมผัสกับอุณหภูมิภายนอกและรับการถ่ายเทแบบการนำความร้อนจาก node ภายใน

กรณีที่ 1 ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ไม่สูงมากนัก

$$\frac{V_{i,j} \rho c_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p)}{dt} = \frac{2KA_{i,j}(T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + \frac{KA_{i-1,j}(T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.69)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \frac{dtK}{V_{i,j} \rho c_p} \left( \left[ \frac{2A_{i,j}(T_{SR}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] + \left[ \frac{A_{i-1,j}(T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.70)$$

แทนค่า  $T_{SR}$  และ  $\alpha = K/\rho c_p$  จัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2A_{i,j}} + \frac{K}{hA_{i-1,j}} \right)} \right] T_{SR}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2A_{i,j}} + \frac{K}{hA_{i-1,j}} \right)} \right] T_{i,j}^p \quad (2.71)$$

สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{dr}{2A_{i,j}} + \frac{K}{hA_{i-1,j}}} + \frac{A_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.72)$$

กรณีที่ 2  $h$  มีค่าสูงมาก ๆ

$$T_{i,j}^{p+1} = \frac{dtK}{V_{i,j} \rho c_p} \left( \left[ \frac{2A_{i,j}(T_{\alpha}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] + \left[ \frac{A_{i-1,j}(T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.73)$$

แทน  $\alpha = K/\rho c_p$  จัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{2dt\alpha A_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{\alpha}^p + \left[ \frac{dt\alpha A_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left[ 1 - \frac{2dt\alpha A_{i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha A_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \quad (2.74)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2 Ar_{i,j}}{dr} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.75)$$

Node ประเภทที่ 2

node ภายใน ได้รับการถ่ายเทแบบการนำความร้อนจาก node ภายในและภายนอก

$$\frac{V_{i,j} \rho C_p (T_{ij}^{p+1} - T_{ij}^p)}{dt} = \frac{KA r_{ij} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} + \frac{KA r_{i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.76)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left( \left[ \frac{Ar_{i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] + \left[ \frac{Ar_{i-1,j} (T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] \right) + T_{i,j}^p \quad (2.77)$$

แทนค่า  $\alpha = K/\rho C_p$  จัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{dt\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \quad (2.78)$$

สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ar_{i,j}}{dr} + \frac{Ar_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.79)$$

Node ประเภทที่ 3

node ที่จุดศูนย์กลาง ได้รับการถ่ายเทแบบการนำความร้อนจาก node ภายนอก

$$\frac{V_{i,j} \rho C_p (T_{ij}^{p+1} - T_{ij}^p)}{dt} = \frac{KA r_{ij} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \quad (2.80)$$

$$T_{i,j}^{p+1} = \frac{dtK}{V_{i,j} \rho C_p} \left[ \frac{Ar_{i,j} (T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \right] + T_{i,j}^p \quad (2.81)$$

แทนค่า  $\alpha = K/\rho C_p$  จัดรูป

$$T_{i,j}^{p+1} = \left[ \frac{dt\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ 1 - \frac{dt\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \quad (2.82)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัมประสิทธิ์ของ  $T_{i,j}^p \geq 0$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ar_{i,j}}{dr} \right)} \quad (2.83)$$

ตัวอย่างสมการสมดุลพลังงานของ node ภายใน (node ที่ 6 ของรูปที่ 2.2) เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{V_{i,j} \rho c_p (T_{i,j}^{p+1} - T_{i,j}^p)}{dt} &= \frac{KAy_{i,j}(T_{i,j+1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{KAy_{i,j-1}(T_{i,j-1}^p - T_{i,j}^p)}{dy} + \frac{KAr_{i,j}(T_{i+1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \\ &+ \frac{KAr_{i-1,j}(T_{i-1,j}^p - T_{i,j}^p)}{dr} \end{aligned} \quad (2.84)$$

จากสมการที่ (11) แก้สมการเพื่อหาอุณหภูมิเมื่อเวลาผ่านไป  $dt$  ( $T_{i,j}^{p+1}$ ) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{p+1} &= \left[ \frac{d\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j+1}^p + \left[ \frac{d\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} \right] T_{i,j-1}^p + \left[ \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i+1,j}^p + \left[ \frac{d\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i-1,j}^p \\ &+ \left[ 1 - \frac{d\alpha Ay_{i,j}}{V_{i,j} dy} - \frac{d\alpha Ay_{i,j-1}}{V_{i,j} dy} - \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr} - \frac{d\alpha Ar_{i-1,j}}{V_{i,j} dr} \right] T_{i,j}^p \end{aligned} \quad (2.85)$$

เพื่อให้สมการสมดุลพลังงานสอดคล้องกับกฎข้อที่ 2 ของเทอร์โมไดนามิก จึงต้องคำนวณค่า  $dt$  ของแต่ละ node โดยให้สัมประสิทธิ์ของเทอมสุดท้าย ( $T_{i,j}^p$ ) มากกว่าหรือเท่ากับ 0 แล้วแก้สมการหาค่า  $dt$  จากนั้นเปรียบเทียบค่า  $dt$  กับทุก node เพื่อหา  $dt$  ที่ต่ำสุด ( $dt_{\min}$ ) สำหรับใช้ในการคำนวณ จากสมการที่ 2.85 ค่า  $dt$  ของ node ดังกล่าว คือ

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{Ay_{i,j} + Ay_{i,j-1}}{dy} + \frac{Ar_{i,j} + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)} \quad (2.86)$$

จากรูปที่ 2.14 โปรแกรมจะทำการคำนวณโดยเริ่มจากการรับข้อมูลได้แก่ ขนาดของภาชนะ, อุณหภูมิของ Retort และจำนวน node ที่ต้องการ เพื่อนำไปคำนวณหา ค่า Ar, Ay และ Volume ในแต่ละ node จากนั้นนำค่าที่ได้ไปคำนวณหา  $dt$  ของทุกๆ node และเลือก  $dt$  ของ node ที่น้อยที่สุดมาคำนวณหาอุณหภูมิของแต่ละ node และหาค่าอุณหภูมิใจกลางของอาหารที่เวลาต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.14 แสดงการคำนวณอุณหภูมิใจกลางกระป๋อง ด้วยวิธี Finite Differences



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### บทที่ 3

#### การประยุกต์ใช้ Finite Differences เพื่อคำนวณอุณหภูมิภายในอาหาร

##### 3.1 หาเวลาฆ่าเชื้ออาหารกระป๋อง

การแปรรูปอาหารด้วยการบรรจุกระป๋อง เป็นกรรมวิธีการแปรรูปที่ได้รับความนิยมอย่างแพร่หลาย เนื่องจากสามารถเก็บถนอมอาหาร ไว้ได้นานที่อุณหภูมิห้อง และมีความหลากหลายของผลิตภัณฑ์ให้เลือกบริโภค ขั้นตอนสำคัญในการผลิตอาหารกระป๋องคือ การใช้ความร้อนในปริมาณที่เหมาะสมเพื่อทำลายเชื้อจุลินทรีย์และเอนไซม์ที่เป็นสาเหตุให้อาหารเน่าเสีย และกำจัดจุลินทรีย์ที่ทำให้เกิดโรค การกำหนดเวลาและอุณหภูมิที่ใช้ในการฆ่าเชื้ออาหารแต่ละชนิด จึงเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง เพื่อผู้ผลิตจะได้ใช้เป็นแนวทางในการผลิตอาหารกระป๋องที่มีคุณภาพปลอดภัยต่อผู้บริโภค ข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ คืออุณหภูมิ ณ จุดที่ร้อนช้าที่สุดของกระป๋อง (Cold Spot Temperature) ตลอดช่วงระยะเวลาที่อาหารอยู่ในหม้อฆ่าเชื้อเพื่อนำมาเชื่อมโยงสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลความต้านทานความร้อนของจุลินทรีย์เพื่อใช้กำหนดเวลาในการฆ่าเชื้ออาหารแต่ละชนิด

วิธี Formula Method (Ball, 1923) ที่นิยมใช้สำหรับคำนวณเพื่อกำหนดเวลาในการฆ่าเชื้อของอาหารกระป๋องในปัจจุบัน ใช้ได้เฉพาะกรณีที่มีหม้อฆ่าเชื้อมีอุณหภูมิคงที่เท่านั้น Teixeira et. al. (1969) ได้ประยุกต์ใช้วิธี Finite Differences เพื่อทำนายอุณหภูมิใจกลางของกระป๋องทั้งในสภาวะอุณหภูมิหม้อฆ่าเชื้อคงที่ และในสภาวะที่อุณหภูมิหม้อฆ่าเชื้อเปลี่ยนแปลงระหว่างกระบวนการฆ่าเชื้อ เช่น ในกรณีของเครื่องฆ่าเชื้อแบบต่อเนื่อง ข้อดีที่สำคัญอีกประการของวิธีนี้คือ ในภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในหม้อฆ่าเชื้ออย่างกะทันหัน เช่นหม้อกำเนิดไอน้ำขัดข้องอุณหภูมิหม้อฆ่าเชื้อเปลี่ยนแปลงซึ่งมีผลให้กรรมวิธีการฆ่าเชื้อเบี่ยงเบนไปจากที่กำหนด (Unscheduled process deviation) จะสามารถคำนวณค่าความสามารถในการฆ่าเชื้อ ( $F_0$ ) ของกระบวนการที่เปลี่ยนแปลงเปรียบเทียบกับค่า  $F_0$  ที่ต้องการ เพื่อประเมินความปลอดภัยของผลิตภัณฑ์ในภาวะดังกล่าวได้ (Teixeira, 1989)

##### 3.1.1 การคำนวณค่า $F_0$ ใช้วิธี General Method (Bigelow, 1920)

$$F_0 = \sum_{i=1}^n \Delta F_i = \sum_{i=1}^n \log^{-1} \frac{T_{CT} - T_{ref}}{Z} dt \quad (2.87)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Z = ค่าความต้านทานความร้อนของเชื้อ *C. Botulinum* ( $= 10^{\circ}\text{C}$ )

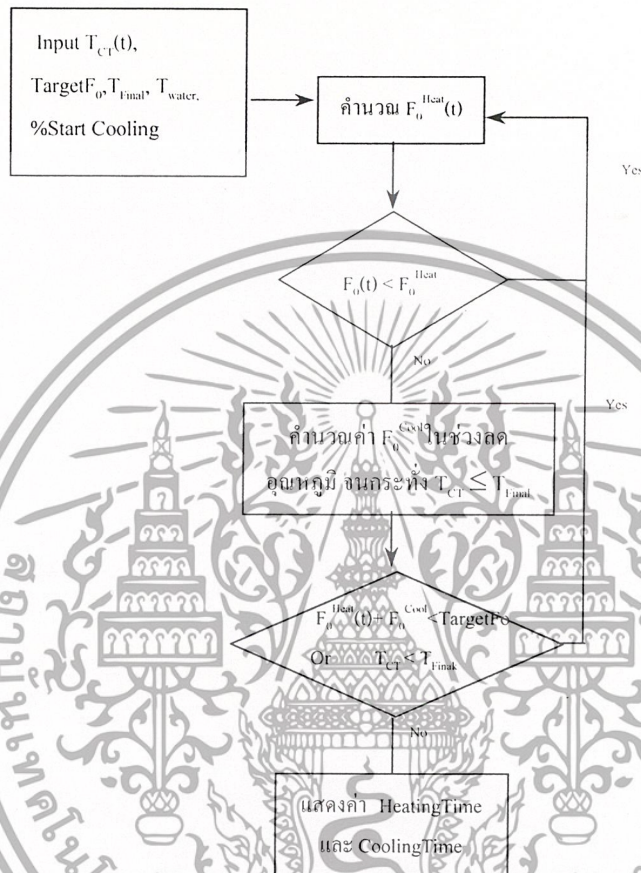
### 3.1.2 การหาเวลาเพื่อให้ได้ Fo ที่ต้องการ (Target Fo)

ดัดแปลงจากวิธีของ Datta et al. (1986) ค่า Fo ที่ต้องการได้จากผลรวมค่า Fo ในช่วงให้ความร้อน กับ Fo ในช่วงลดอุณหภูมิ

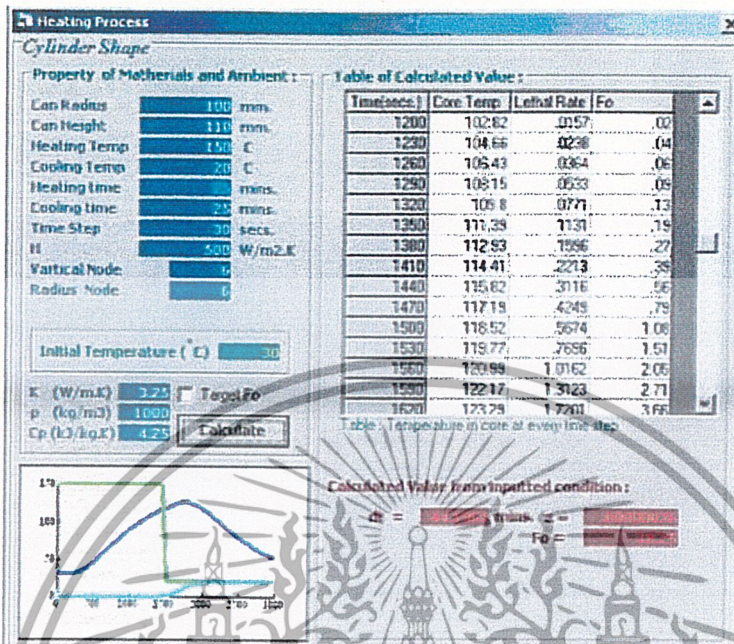
$$\text{Target Fo} = \text{Fo}^{\text{Heat}}(t) + \text{Fo}^{\text{Cool}}(t) \quad (2.88)$$

เป้าหมายของโปรแกรมคือ หาเวลาในช่วงให้ความร้อน (ตั้งแต่เปิดไอน้ำจนปิดไอน้ำ) และเวลาช่วงลดอุณหภูมิ (ตั้งแต่เปิดน้ำเย็นเพื่อลดอุณหภูมิกระป๋องจนกระทั่งอุณหภูมิใจกลางกระป๋องเย็นลงเท่าที่ต้องการ ซึ่งกำหนดที่  $50^{\circ}\text{C}$ ) โปรแกรมจะทำงานโดยคำนวณค่า Fo(t) ซึ่งเป็นค่า Fo ใหม่ที่เพิ่มขึ้นทุกเวลา dt ที่เพิ่มขึ้น ซึ่งปรับตามอุณหภูมิใจกลางกระป๋อง เมื่อคำนวณได้ระยะหนึ่งจะหยุดให้ความร้อน โดยสมมติว่าจุดนี้เป็นจุดที่ปิดไอน้ำและเปิดน้ำเย็นทันที แล้วจะคำนวณอุณหภูมิใจกลางกระป๋องที่ตอบสนองกับอุณหภูมิของน้ำเย็นพร้อมทั้งหาค่า Fo รวม ทั้งในช่วงให้ความร้อนและความเย็น ถ้า Fo ที่ได้ เท่ากับ Target Fo ก็หยุดการคำนวณ ถ้าไม่ได้ก็ย้ระยะเวลาปิดไอน้ำออกไปและค้นหาเวลาที่เหมาะสมในการปิดไอน้ำแล้วหา Target Fo โดยวิธี Bisection Method แผนผังแสดงขั้นตอนการคำนวณแสดงไว้ในรูปที่ 3.1

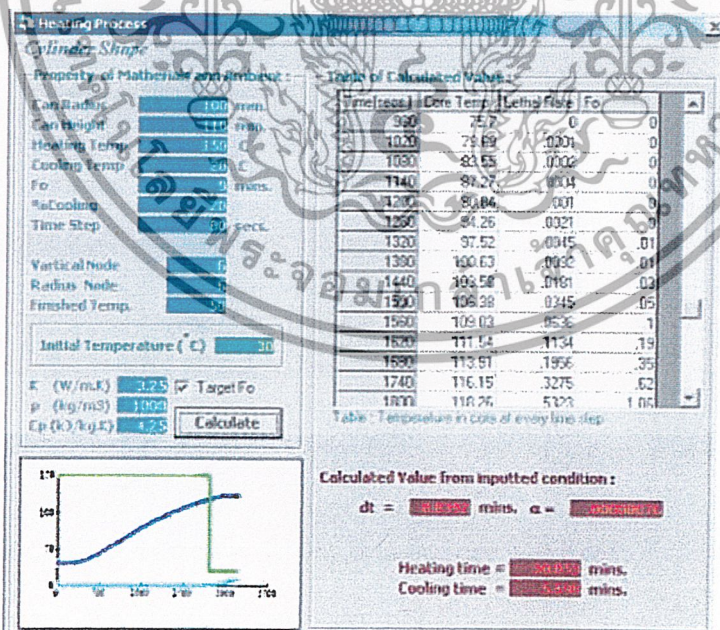
รูปที่ 3.1 แสดงการหาเวลาในการฆ่าเชื้อเพื่อให้ได้ค่า  $F_0$  ที่ต้องการ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

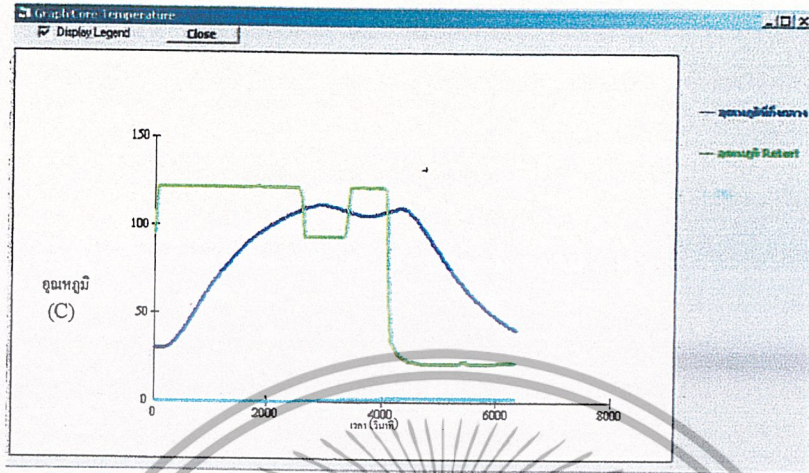


รูปที่ 3.2 ภาพแสดงผลการคำนวณทางโปรแกรมคอมพิวเตอร์



รูปที่ 3.3 แสดงผลการคำนวณ โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อให้ได้ค่า Fo ตามต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 แสดงผลการคำนวณในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในหม้อต้มอย่างต่อเนื่อง

### 3.2 การหาอุณหภูมิของผักและผลไม้ในช่วงให้ความเย็น

การถนอมผักและผลไม้ด้วยความเย็นจะสามารถชะลอการทำลายอาหารโดยจุลินทรีย์และการเปลี่ยนแปลงของอาหารทั้งทางเคมี ทางกายภาพ และการเปลี่ยนแปลงโดยเอนไซม์ ดังนั้นอุณหภูมิภายในของผักและผลไม้จึงเป็นสิ่งสำคัญ เพื่อการเก็บรักษาวัตถุดิบให้มีคุณภาพดีและเก็บได้นานขึ้น เหมาะสำหรับการแปรรูปในระดับอุตสาหกรรม เช่นเดียวกับการแปรรูปอาหารกระป๋อง วิธี Finite Differences สามารถหาอุณหภูมิใจกลางของผักและผลไม้ได้

#### วิธีการทดลอง

##### ตอนที่ 1

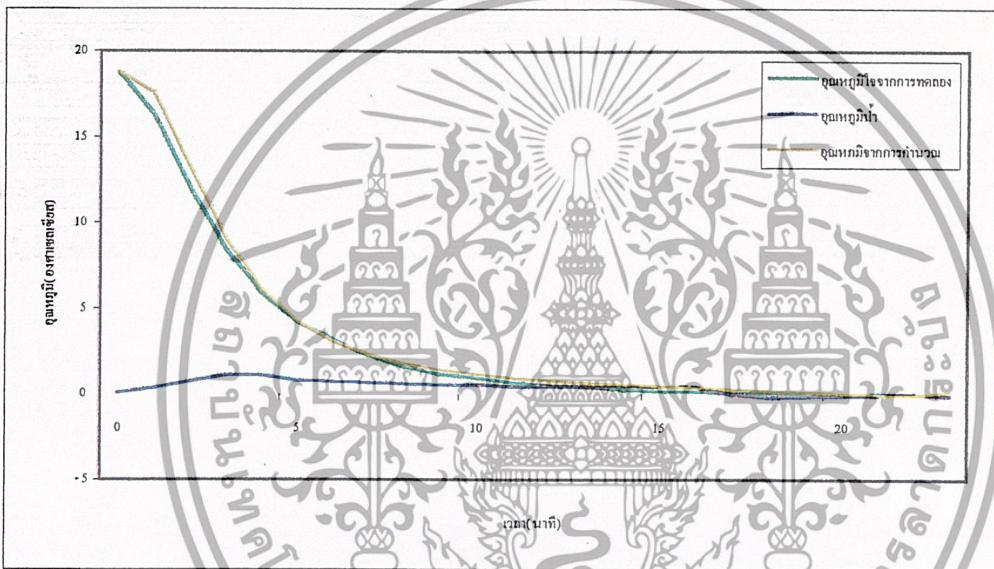
1. นำแครอทที่ทำการทดลองมาล้างทำความสะอาด
2. หั่นแครอทให้มีลักษณะรูปทรงกระบอก รัศมี 1 ซม. สูง 3 ซม. จำนวน 4 ตัวอย่าง
3. ใช้ thermo couple type J ต่อกับ data acquisition วัดอุณหภูมิใจกลางของแครอท
4. นำแครอทไปแช่ในน้ำเย็น บันทึกอุณหภูมิแครอทและอุณหภูมิน้ำตลอดช่วงทำให้เย็นจนอุณหภูมิแครอทเริ่มคงที่
5. ทำซ้ำในข้อ 2 และ 3 นำแครอทไปแช่ในน้ำเย็นเมื่อเวลาผ่านไปช่วงหนึ่งให้ได้น้ำร้อนทันที บันทึกอุณหภูมิแครอทและอุณหภูมิน้ำตลอดช่วงทำให้เย็นและช่วงให้ความร้อนจนอุณหภูมิแครอทเริ่มคงที่
6. จากข้อ 1 เปลี่ยนตัวอย่างการทดลองเป็นฝรั่งจำนวน 4 ตัวอย่าง วัดเส้นผ่าศูนย์กลางทรงกลมและบันทึก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 7. ทำซ้ำในข้อ 2-5

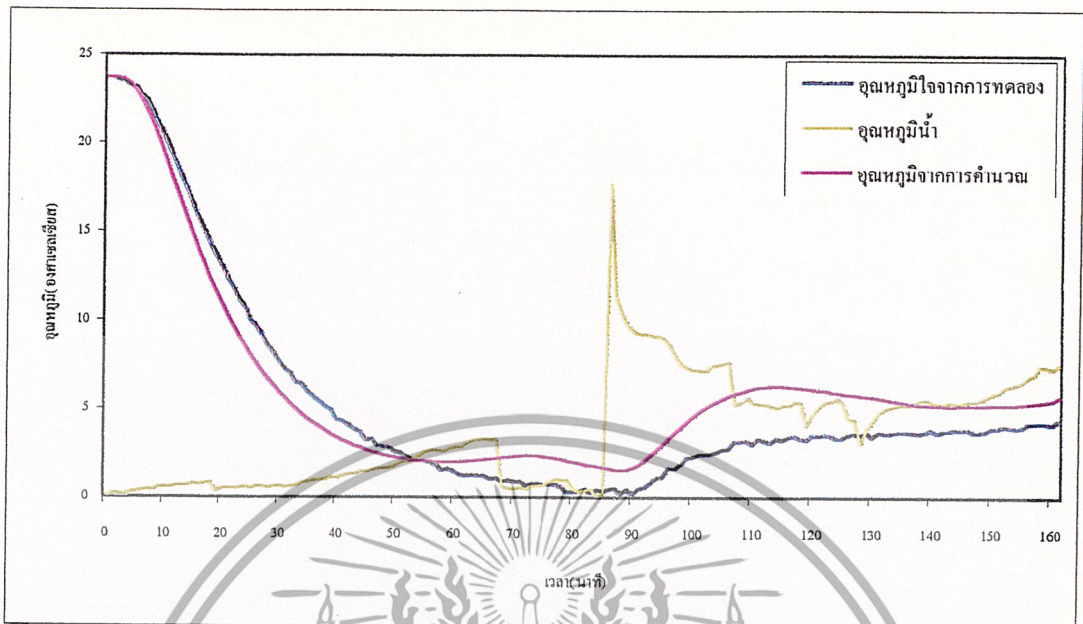
## 3.3 ผลการทดลอง

การเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของฝัก, ผลไม้ระหว่างการทดลอง และการทำนายจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์แสดงดังรูป 3.5 – 3.8

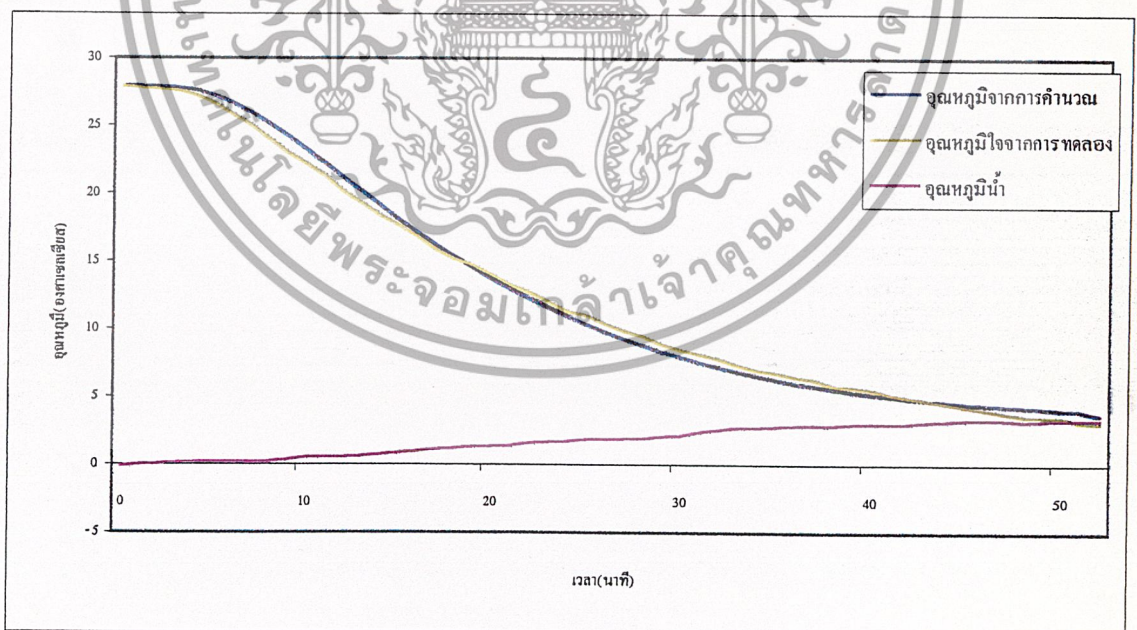


รูปที่ 3.5 เปรียบเทียบอุณหภูมิใจกลางของแครอทระหว่างไฟให้ความเย็นกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ (ใช้ค่า  $h = 700 \text{ W/m}^2\text{°C}$ ,  $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

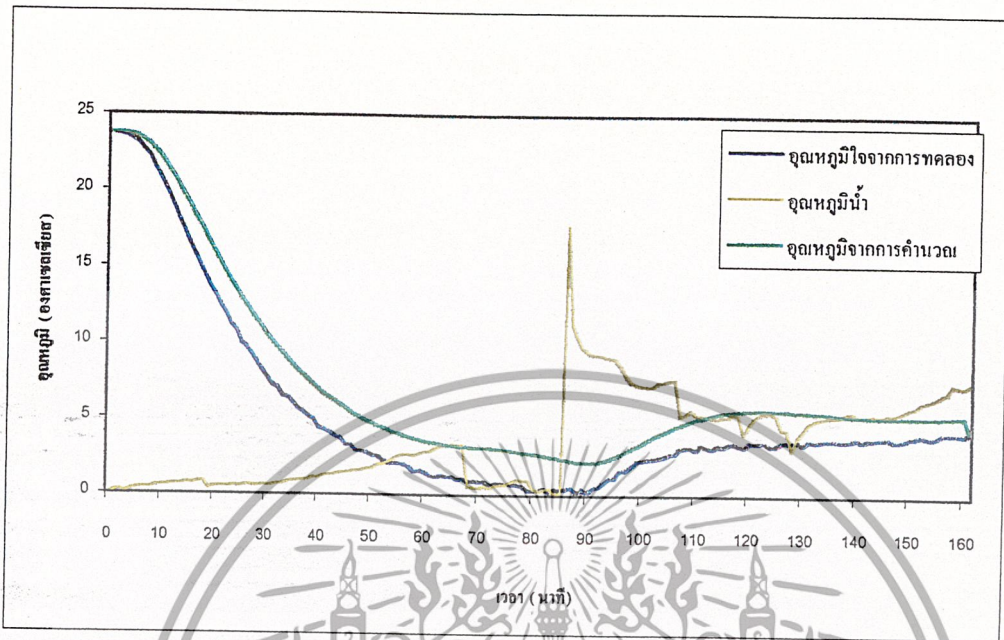


รูปที่ 3.6 เปรียบเทียบอุณหภูมิใจกลางของแควอระหว่างให้ความเย็นและให้ความร้อนกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ (ใช้ค่า  $h = 700 \text{ W/m}^2\text{C}$ ,  $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ )



รูปที่ 3.7 เปรียบเทียบอุณหภูมิใจกลางของฝรั่งระหว่างให้ความเย็นกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ (ใช้ค่า  $h = 400 \text{ W/m}^2\text{C}$ ,  $\alpha = 2.3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 เปรียบเทียบอุณหภูมิใจกลางของฟุ้งระหว่างให้ความเย็นและให้ความร้อนกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณ (ใช้ค่า  $h = 400 \text{ W/m}^2\text{C}$ ,  $\alpha = 2.3 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### บทสรุป

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สร้างได้จากงานวิจัย สามารถทำนายอุณหภูมิภายในอาหาร รูปทรงกระบอกและทรงกลมได้ ในช่วงการพิจารณา 2 สภาวะ คือ

1. สภาวะสัมประสิทธิ์การพาความร้อนสูงมาก (Infinite  $h$ )
2. สภาวะสัมประสิทธิ์การพาความร้อนไม่สูงมาก (Finite  $h$ )

โดยในกรณีที่พิจารณาสภาวะ Infinite  $h$  ในกระบวนการฆ่าเชื้ออาหารกระป๋อง โปรแกรมสามารถคำนวณค่าอุณหภูมิใจกลางของอาหารได้ตลอดเวลาที่อาหารอยู่ในหม้อฆ่าเชื้อ และสามารถหาเวลาที่เหมาะสมในการให้ความร้อนและให้ความเย็นแก่อาหาร เพื่อให้ได้ค่า  $F_0$  ที่ต้องการ ในกรณีที่พิจารณาสภาวะ Finite  $h$  ในกระบวนการให้ความเย็นแก่ผักหรือผลไม้ ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบผลการคำนวณของโปรแกรมในสภาวะ Finite  $h$  กับผลการทดลองที่เกิดขึ้นจริงโดยใช้แครอทและฝรั่ง พบว่าอุณหภูมิที่วัดได้ใน ใจกลางแครอทและฝรั่งจะเปลี่ยนแปลงตามเวลา โดยมีแนวโน้มและค่าใกล้เคียงกับผลการคำนวณจากโปรแกรม จากผลการเปรียบเทียบกับการทดลองทำให้ทราบว่าโปรแกรมที่สร้างขึ้นโดยใช้หลักการ Finite differences สามารถทำนายค่าอุณหภูมิภายในของอาหาร ได้มีค่าใกล้เคียงและน่าเชื่อถือ

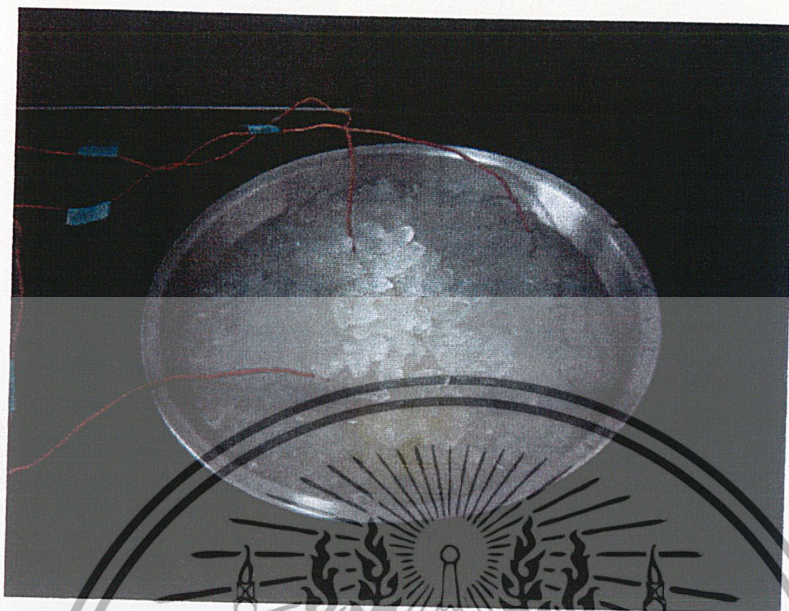
ภาคผนวก ก.  
รูปแสดงการทดลอง



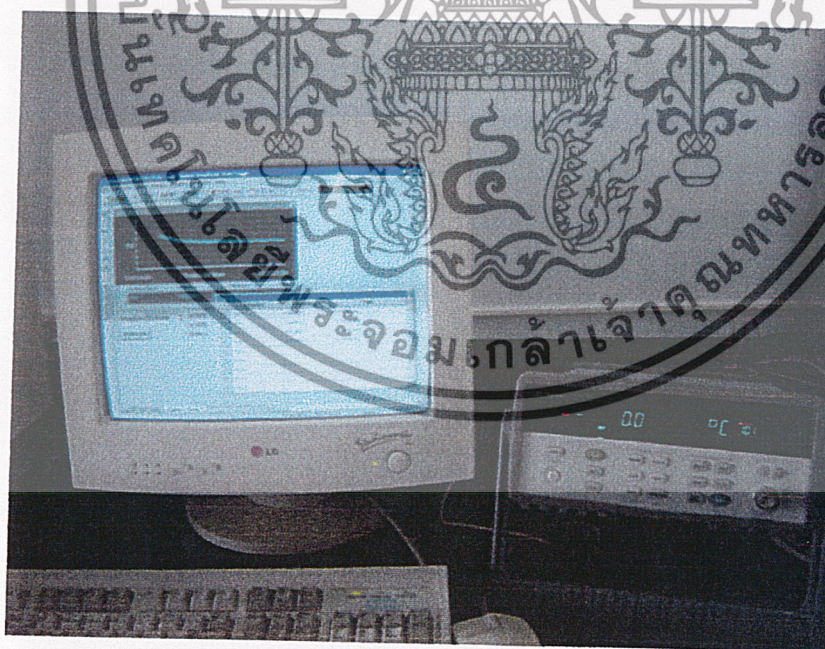
รูปที่ ก.1 วัดอุณหภูมิใจกลางเครื่องด้วยเทอร์โมคัปเปิล

รูปที่ ก.2 วัดอุณหภูมิใจกลางฝรังด้วยเทอร์โมคัปเปิล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.3 แสดงขั้นตอนการนำแคโรทและฟริงเจอร์ในน้ำเย็นเพื่อลดอุณหภูมิ



รูปที่ ก.4 เครื่อง Data Acquisition

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

ตารางบันทึกผลการทดลอง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.1 แสดงผลการทดลองเพื่อหาอุณหภูมิใจกลางเครื่องในช่วงทำความเย็น

เวลา(นาที)	อุณหภูมิใจกลางเครื่อง (°C)		อุณหภูมิจากการคำนวณ (°C)	อุณหภูมิน้ำ (°C)
	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2		
0	21.2	18.8	18.8	0.07
1	14.7	16.3	17.62	0.361
2	10.5	12	13.3	0.707
3	7.11	8.43	9.15	1.1
4	4.81	5.93	6.21	1.11
5	3.15	4.25	4.3	0.789
6	2.24	3.16	3.1	0.735
7	1.42	2.24	2.31	0.643
8	0.714	1.56	1.78	0.602
9	0.535	1.15	1.42	0.546
10	0.3	0.949	1.15	0.583
11	0.256	0.647	0.95	0.431
12	0.156	0.521	0.8	0.473
13	0.146	0.416	0.67	0.451
14	0.028	0.264	0.56	0.408
15	-0.201	0.153	0.47	0.472
16	0	0.17	0.38	0.417
17	-0.198	0.049	0.29	-0.035
18	-0.111	0.02	0.21	-0.213
19	-0.108	0.065	0.13	-0.139
20	-0.136	-0.03	0.06	-0.072
21	-0.143	0.033	-0.01	-0.066
22	-0.105	-0.033	-0.05	0.002
23	-0.186	-0.025	0.1	-0.092

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.2 แสดงผลการทดลองเพื่อหาอุณหภูมิใจกลางแคโรทในช่วงให้ความร้อนและทำความเย็น

เวลา(นาที)	อุณหภูมิใจกลางแคโรท ( °C )		อุณหภูมิจากการคำนวณ ( °C )	อุณหภูมิน้ำ ( °C )
	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2		
0	23.7	23.7	23.7	0.01
5	23.1	23.2	22.97	0.318
10	20.3	20.8	19.25	0.602
15	16.4	17.5	14.7	0.781
20	13.1	14.4	10.9	0.512
25	10	11.6	8.04	0.488
30	7.7	9.3	5.94	0.635
35	6.01	7.52	4.43	0.909
40	4.41	5.86	3.37	1.11
45	3.25	4.65	2.67	1.45
50	2.6	3.72	2.25	1.8
55	2.07	3.11	2.04	2.55
60	1.44	2.4	2.01	2.85
65	1.23	1.97	2.13	3.33
70	0.876	1.51	2.33	0.467
75	0.732	1.33	2.31	0.734
80	0.307	0.888	1.99	0.431
85	0.362	0.801	1.68	0.198
90	0.21	0.575	1.68	9.4
95	1.15	1.14	3.03	9.01
100	2.31	1.8	4.58	7.2
105	2.72	2.21	5.61	7.61
110	2.98	2.38	6.18	5.36
115	3.23	2.54	6.3	5.24
120	3.51	2.89	6.13	4.76
125	3.35	3.01	5.88	5.36
130	3.43	3.2	5.68	4.31
135	3.7	3.53	5.39	5.27
140	3.8	3.77	5.22	5.36
145	3.8	3.93	5.2	5.34
150	3.91	4.2	5.23	5.85
155	3.97	4.44	5.3	6.58
160	4.1	4.87	5.5	7.28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.3 แสดงผลการทดลองเพื่อหาอุณหภูมิใจกลางฝรั่งในช่วงทำความเย็น

เวลา(นาที)	อุณหภูมิใจกลางฝรั่ง (°C)		อุณหภูมิจากการคำนวณ (°C)	อุณหภูมิน้ำ (°C)
	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2		
0	27.9	28.8	27.9	-0.081
1	27.8	28.8	27.9	0.05
2	27.7	28.7	27.88	0.102
3	27.6	28.6	27.78	0.154
4	27.2	28.4	27.56	0.213
5	26.6	28.1	27.18	0.176
6	25.8	27.8	26.64	0.197
7	25	27.3	25.95	0.2
8	24	26.7	25.14	0.237
9	23	25.9	24.23	0.355
10	22.2	25.3	23.26	0.556
11	21.3	24.4	22.25	0.545
12	20.2	23.7	21.21	0.587
13	19.3	22.8	20.13	0.639
14	18.4	22	19.15	0.738
15	17.7	21.2	18.16	0.869
16	16.9	20.4	17.19	0.998
17	15.9	19.5	16.26	1.16
18	15.2	18.7	15.36	1.26
19	14.7	18.1	14.52	1.34
20	14	17.3	13.71	1.39
21	13.2	16.5	12.95	1.44
22	12.7	15.8	12.24	1.6
23	12	15.2	11.57	1.68
24	11.3	14.4	10.94	1.76
25	11	13.9	10.35	1.92
26	10.4	13.2	9.8	1.88
27	9.9	12.7	9.29	1.95
28	9.48	12.1	8.81	1.95
29	8.88	11.5	8.37	2.07
30	8.48	11	7.96	2.16
31	8.13	10.5	7.57	2.44
32	7.87	10.1	7.22	2.6
33	7.35	9.61	6.89	2.76
34	7.03	9.25	6.58	2.77
35	6.82	8.83	6.3	2.84

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.3 แสดงผลการทดลองเพื่อหาอุณหภูมิใจกลางฝรั่งในช่วงทำความเย็น (ต่อ)

เวลา(นาที)	อุณหภูมิใจกลางฝรั่ง (°C)		อุณหภูมิจากการคำนวณ (°C)	อุณหภูมิหน้า (°C)
	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2		
36	6.53	8.51	6.05	2.93
37	6.32	8.19	5.81	2.98
38	5.83	7.74	5.6	2.91
39	5.73	7.5	5.4	3.03
40	5.55	7.21	5.22	3.07
41	5.21	6.85	5.06	3.02
42	4.97	6.51	4.92	3.05
43	4.75	6.28	4.78	3.2
44	4.57	6.01	4.66	3.28
45	4.33	5.76	4.55	3.38
46	4.08	5.47	4.45	3.34
47	3.87	5.22	4.36	3.34
48	3.62	4.9	4.28	3.26
49	3.58	4.81	4.2	3.3
50	3.51	4.6	4.13	3.39
51	3.26	4.39	4.07	3.33
52	3.12	4.25	3.71	3.34

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.4 แสดงผลการทดลองเพื่อหาอุณหภูมิใจกลางฝรั่งในช่วงให้ความร้อนและทำความเย็น

เวลา(นาที)	อุณหภูมิใจกลางฝรั่ง (°C)		อุณหภูมิจากการคำนวณ (°C)	อุณหภูมิน้ำ (°C)
	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2		
0	23.7	23.7	23.7	0.01
5	23.1	23.2	23.49	0.318
10	20.3	20.8	21.85	0.602
15	16.4	17.5	18.96	0.781
20	13.1	14.4	15.81	0.512
25	10	11.6	12.95	0.488
30	7.7	9.3	10.52	0.635
35	6.01	7.52	8.52	0.909
40	4.41	5.86	6.92	1.11
45	3.25	4.65	5.67	1.45
50	2.6	3.72	4.72	1.8
55	2.07	3.11	4.02	2.55
60	1.44	2.4	3.54	2.85
65	1.23	1.97	3.25	3.33
70	0.876	1.51	3.11	0.467
75	0.732	1.33	2.98	0.734
80	0.307	0.888	2.72	0.431
85	0.362	0.801	2.41	0.198
90	0.21	0.575	2.17	9.4
95	1.15	1.14	2.57	9.01
100	2.31	1.8	3.46	7.2
105	2.72	2.21	4.36	7.61
110	2.98	2.38	5.05	5.36
115	3.23	2.54	5.48	5.24
120	3.51	2.89	5.64	4.76
125	3.35	3.01	5.64	5.36
130	3.43	3.2	5.57	4.31
135	3.7	3.53	5.45	5.27
140	3.8	3.77	5.31	5.36
145	3.8	3.93	5.25	5.34
150	3.91	4.2	5.24	5.85
155	3.97	4.44	5.26	6.58
160	4.1	4.87	5.35	7.28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.5 สมการสมดุลพลังงานเพื่อใช้คำนวณอุณหภูมิภายในของ Node ต่างๆ ภายใน ครอบง้อมทรงกระบอก

Type	Diagram	Node	Coefficient	Type	Diagram	Node	Coefficient
1		i = RadiusNode - 1 j = HiNode - 1	$UT = \frac{d\alpha 2A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha 2Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$				
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (BT)T_{i,j-1}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2A_{y,j} + A_{y,j-1}}{dy} + \frac{2Ar_j + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$				
2		i = RadiusNode - 1 j = 2..HiNode - 1	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha 2Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$			i = 2..RadialNode-2 j = 2..HiNode-2	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (BT)T_{i,j-1}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (LT)T_{i-1,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,j} + A_{y,j-1}}{dy} + \frac{Ar_j + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$				
3		i = RadiusNode - 1 j = 1	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha 2Ar_j}{V_{i,j} dy}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$			i = 2..RadialNode-2 j = 1	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (RT)T_{i,j}^p + (LT)T_{i-1,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,j}}{dy} + \frac{2Ar_j + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$				
4		i = 2..RadiusNode-2 j = HiNode-1	$UT = \frac{d\alpha 2A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i+1,j}}{V_{i,j} dr}$				
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (BT)T_{i,j-1}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (LT)T_{i,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2A_{y,j} + A_{y,j-1}}{dy} + \frac{Ar_j + Ar_{i+1,j}}{dr} \right)}$				
5		i = 1 j = HiNode-1	$UT = \frac{d\alpha 2A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$				
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (BT)T_{i,j-1}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2A_{y,j} + A_{y,j-1}}{dy} + \frac{Ar_j + Ar_{i+1,j}}{dr} \right)}$				
6		i = 2..RadialNode-2 j = 2..HiNode-2	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$				
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (BT)T_{i,j-1}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (LT)T_{i-1,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,j} + A_{y,j-1}}{dy} + \frac{Ar_j + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$				
7		i = 2..RadialNode-2 j = 1	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha 2Ar_j}{V_{i,j} dy}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$			i = 2..RadialNode-2 j = 1	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (RT)T_{i,j}^p + (LT)T_{i-1,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,j}}{dy} + \frac{2Ar_j + Ar_{i-1,j}}{dr} \right)}$				
8		i = 1 j = 1	$UT = \frac{d\alpha 2A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,j-1}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha Ar_{i+1,j}}{V_{i,j} dr}$				
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (BT)T_{i,j-1}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (LT)T_{i,j}^p + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{2A_{y,j} + A_{y,j-1}}{dy} + \frac{Ar_j + Ar_{i+1,j}}{dr} \right)}$				
9		i = 1 j = 1	$UT = \frac{d\alpha A_{y,j}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha Ar_j}{V_{i,j} dr}$				
			$T_{i,j}^{p+1} = (UT)T_{i,j}^p + (RT)T_{i+1,j}^p + (1-UT-RT)T_{i,j}^p$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,j}}{dy} + \frac{Ar_j}{dr} \right)}$				


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข.6 แสดงการถ่ายเทความร้อนกรณีที่มีประสิทธิภาพการพาความร้อนไม่สูงมากของอาหารรูปทรงกระบอก

Type	Diagram	Node	Coefficient
1		i = RadiusNode - 1 j = HiNode - 1	$UT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{r,i,j}} \right)}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2A_{r,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j}} \right)}$ $LT = \frac{d\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{t+\Delta t} = (UT)T_{i,j}^t + (BT)T_{i,j}^t + (RT)T_{i,j}^t + (LT)T_{i,j}^t + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^t$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{r,i,j}}} + \frac{1}{\frac{dr}{2A_{r,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j}}} + \frac{A_{y,i,j}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)}$
2		i = RadiusNode - 1 j = 2..HiNode - 1	$UT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{r,i,j}} \right)}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2A_{r,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j}} \right)}$ $LT = \frac{d\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{t+\Delta t} = (UT)T_{i,j}^t + (BT)T_{i,j}^t + (RT)T_{i,j}^t + (LT)T_{i,j}^t + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^t$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{1}{\frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{r,i,j}}} + \frac{1}{\frac{dr}{2A_{r,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j}}} + \frac{A_{y,i,j}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)}$
3		i = RadiusNode - 1 j = 1	$UT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{r,i,j}} \right)}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dr}{2A_{r,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j}} \right)}$ $LT = \frac{d\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{t+\Delta t} = (UT)T_{i,j}^t + (BT)T_{i,j}^t + (RT)T_{i,j}^t + (LT)T_{i,j}^t + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^t$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,i,j} - A_{y,i,j-1}}{dy} + \frac{1}{\frac{dr}{2A_{r,i,j}} + \frac{K}{hA_{y,i,j}}} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} \right)}$
4		i = 2..RadiusNode - 2 j = HiNode - 1	$UT = \frac{d\alpha}{V_{i,j} \left( \frac{dy}{2A_{y,i,j}} + \frac{K}{hA_{r,i,j}} \right)}$ $BT = \frac{d\alpha A_{y,i,j}}{V_{i,j} dy}$ $RT = \frac{d\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr}$ $LT = \frac{d\alpha A_{r,i,j}}{V_{i,j} dr}$
			$T_{i,j}^{t+\Delta t} = (UT)T_{i,j}^t + (BT)T_{i,j}^t + (RT)T_{i,j}^t + (1-UT-BT-RT-LT)T_{i,j}^t$ $dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( \frac{A_{y,i,j}}{dy} + \frac{A_{r,i,j}}{dr} + \frac{A_{y,i,j-1}}{dy} \right)}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8



$$UT = \frac{d\alpha A_{y_{i,j}}}{V_{i,j} dy}$$


$$RT = \frac{d\alpha A_{r_{i,j}}}{V_{i,j} dr}$$

$$IT = \frac{d\alpha \epsilon r_{i,j}}{V_{i,j} dr}$$

$$T_{i,j}^{n+1} = (UT)T_{i,j}^n + (RT)T_{i,j}^n + (IT)T_{i,j}^n + (1 - UT - RT - IT)T_{i,j}^n$$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( A_{y_{i,j}} \frac{dy}{dr} + A_{r_{i,j}} + A_{r_{i,j}} \right)}$$

9



$$UT = \frac{d\alpha A_{y_{i,j}}}{V_{i,j} dy}$$

$$RT = \frac{d\alpha A_{r_{i,j}}}{V_{i,j} dr}$$

$$T_{i,j}^{n+1} = (UT)T_{i,j}^n + (RT)T_{i,j}^n + (1 - UT - RT)T_{i,j}^n$$

$$dt \leq \frac{V_{i,j}}{\alpha \left( A_{y_{i,j}} \frac{dy}{dr} + A_{r_{i,j}} \right)}$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### กิตติกรรมประกาศ

การทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์จากอาจารย์หลาย ๆ ท่าน ที่ได้ให้คำปรึกษา และชี้แนะแนวทางพร้อมทั้งช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ ดังนี้

อาจารย์ พิมพ์เพ็ญ พรเฉลิมพงศ์ ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร อาจารย์ที่ปรึกษา  
 อาจารย์ สาทิป รัตนภาสกร ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร  
 อาจารย์ เกียรติศักดิ์ รุ่งพระแสง ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร  
 อาจารย์ กันต์กนิษฐ์ ขวัญพุกษ์ ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร

เจ้าหน้าที่ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร พี่บุญนำ พี่แมน พี่เอื้อเพื่อห้องปฏิบัติการ  
 รุ่นพี่ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร ที่ให้คำแนะนำ  
 เพื่อน ๆ ภาควิชาวิศวกรรมอาหารทุกท่านที่ช่วยเหลือและเป็นกำลังใจ

คณะผู้จัดทำขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ผู้จัดทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

1. A.K. DATTA, A.A. TEIXEIRA and J.E. MANSON, "Computer-Base Retort Control Logic for On-Line Correction of Process Diviations", Journal of Food Science, 51(2) , 1986, pp. 480 – 483
2. A.A. TEIXEIRA, "Computer Simulation of Thermal Processing for Canned Food Sterilization", Food Properties and Computer-Aided Engineering of Food Processing Systems, 1989, pp. 543 – 552
3. A.A. TEIXEIRA, B.A. WELT, K.V. CHAU, D.E. HINTENLANG and M.O. BALABAN, "Explicit Finite Difference Methods for Heat Transfer Simulation and Thermal Process Design", Journal of Food Science, 62(2), 1997, pp. 230 – 236
4. K.V. CHAU and J.J. GAFFNEY, "A Finite-Difference Model for Heat and Mass Transfer in Products with Internal Heat Generation and Transpiration", Journal of Food Science, 55(2), 1990, pp. 484 – 487

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้