สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การคำนวณสมการสถานะโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

STATE SPACE COMPUTATIONS

T045721

โดย

นาย เปรมปรีดิ์ ลี้ตระกูล

นาย วุฒินันท์ ธูปหอม

เลขหมู่........................
เลขทะเบียน 45721
วัน, เดือน, ปี 13 ก.พ. 2546

.b...............................
.i...............................

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

b11298432

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2544

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การคำนวณสมการสถานะโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

(State Space Computations)

ผู้จัดทำ

1. นาย เปรมปรีดิ์ ลี้ตระกูล รหัส 42015274

2. นาย วุฒินันท์ ธูปหอม รหัส 42015280

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รศ.วิพันธ์ ปรีชาพานิช)

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณสมการสถานะโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

นาย เปรมปรีดิ์ ลี้ตระกูล
นาย วุฒินันท์ ธูปหอม

รศ. วิพันธ์ ปรีชาพานิช อาจารย์ที่ปรึกษา
ปีการศึกษา 2544

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการประยุกต์ใช้โปรแกรม MATLAB โปรแกรม MAPLE และโปรแกรม MATHCAD สำหรับศึกษาการคำนวณสมการสถานะเพื่อทำการเปรียบเทียบข้อดี-ข้อด้อยของแต่ละโปรแกรม

ได้ทำการศึกษาการคำนวณสมการสถานะที่ใช้ในระบบควบคุมโดยแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรก ทำการศึกษาผลงานวิจัยของ Ayowale B. Ogunye และ Alexander Penlidis (เอกสารอิงลำดับที่1) โดยทำการศึกษาเกี่ยวกับเรื่อง State Transition Matrix and Solution of Linear Time-Invariant Continuous-Time State Equation, Discretization of Continuous-Time State Space Equations, Solution of Discrete-Time State Space Equation, State Space Representations of Discrete-Time Systems แล้วทำการเปลี่ยนจากโปรแกรม MAPLE มาเป็นโปรแกรม MATLAB และโปรแกรม MATHCAD และทำการเปรียบเทียบการใช้งานของทั้ง 3 โปรแกรม

ส่วนที่สองเป็นการใช้โปรแกรมทั้ง 3 นี้มาวิเคราะห์สมการสถานะว่าสามารถควบคุมและตรวจตราได้หรือไม่ (Controllability and Observability) รวมไปถึงการออกแบบเร็คกูเลเตอร์ (Regulator) และออปเซอร์เวอร์ (Observer)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

STATE SPACE COMPUTATIONS

Prempree Leetakol

Wuttinun Thoophom

Associate Professor Wipun Preechapanich Advisor

2001

Abstract

This project presents a study of state space computations using MATLAB, MAPLE and MATHCAD programs. The advantage and disadvantage of each program are compared.

The computations are studied in two parts. The first part follows the research paper of Ayowale B. Ogunye and Alexander Penlidis (Reference No 1.) daily about State Transition Matrix, Solution of Linear Time-Invariant Continuous-Time State Equation, Discretization of Continuous-Time State Space Equations, Solution of Discrete-Time State Space Equation, State Space Representations of Discrete-Time Systems.

The second part, the three programs are applied to study further aspects of control theory. These are controllability, observability, design of regulator and observer.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย i

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ii

สารบัญ iii

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 MATLAB PROGRAM 2

1.2 MATHCAD PROGRAM 3

1.3 MAPLE PROGRAM 3

บทที่ 2 State Transition Matrix and Solution of State Space Equations 4

2.1 ทฤษฎี 4

2.2 การทดลองที่ 1 State Transition Matrix 7

2.3 การทดลองที่ 2 Solution of the Linear Time-Invariant State Equation 10

2.4 การทดลองที่ 3 Discretization of Continuous-Time State Space Equations 15

2.5 การทดลองที่ 4 Solution of the Discrete-Time State Space Equation 18

บทที่ 3 State Space Representations of Discrete-Time Systems 24

3.1 ทฤษฎี 24

3.2 การทดลองที่ 5 Controllable Canonical Method 28

3.3 การทดลองที่ 6 Observable Canonical Form 35

3.4 การทดลองที่ 7 Jordan or Diagonal Canonical Method 43

3.5 การทดลองที่ 8 Controllability 47

3.6 การทดลองที่ 9 Observability 51

บทที่ 4 Regulator and Observer design 55

4.1 ทฤษฎี 55

4.2 การทดลองที่ 10 Regulator design 57

4.3 การทดลองที่ 11 Observer design 62

บทที่ 5 บทสรุปและวิจารณ์ 66

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก 68
ภาคผนวก ก. ตัวอย่างการใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB 68
ภาคผนวก ข. ตัวอย่างการใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MAPLE 73
ภาคผนวก ค. ตัวอย่างการใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MATHCAD 74

กิตติกรรมประกาศ 76

บรรณานุกรม 77

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

เนื่องด้วยสมการสถานะเป็นสมการที่มีการใช้อย่างแพร่หลายและสามารถประยุกต์ใช้งานได้หลายอย่างทั้งทางด้านไฟฟ้า, เครื่องกลและระบบควบคุม ซึ่งในการวิเคราะห์ปกติอาจจะยุ่งยากและเกิดการผิดพลาดได้ง่าย ดังนั้นในปัจจุบันจึงมีโปรแกรมต่าง ๆ ออกมาใช้คำนวณทางคณิตศาสตร์มากมาย เราจึงเลือกบางโปรแกรมที่นิยมใช้ทั่วไปมาทำการคำนวณเปรียบเทียบกันเพื่อให้เห็น ข้อดี-ข้อด้อย ของโปรแกรมต่าง ๆ ที่มาใช้ในการวิเคราะห์สมการสถานะโดยทำการศึกษาผลงานวิจัยของ Ayowale B. Ogunye และ Alexander Penlidis (เอกสารอิงลำดับที่1) โดยทำการศึกษาเกี่ยวกับเรื่อง State Transition Matrix, Solution of Linear Time-Invariant Continuous-Time State Equation, Discretization of Continuous-Time State Space Equations, Solution of Discrete-Time State Space Equation, State Space Representations of Discrete-Time Systems โดยใช้โปรแกรม MATLAB และโปรแกรม MATHCAD แทนการใช้โปรแกรม MAPLE แล้วทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากทั้ง 2 โปรแกรม จากนั้นจึงทำการวิเคราะห์ในเรื่องความสามารถควบคุมได้และตรวจตราได้ (Controllability and Observability) และการออกแบบ Regulator และ Observer

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.1 MATLAB PROGRAM

โปรแกรม MATLAB เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์และวิศวกรรม โปรแกรม MATLAB ประกอบด้วย โปรแกรมคำนวณพื้นฐาน (base program) สำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ทั่วไป และเครื่องมือเฉพาะด้าน (toolbox) สำหรับการคำนวณเฉพาะสาขาทาง วิทยาศาสตร์ และ วิศวกรรม สาขาใดสาขาหนึ่งโดยเฉพาะ เช่น เครื่องมือเฉพาะสาขาระบบควบคุม (Control System Toolbox) เป็นโปรแกรมคำนวณโดยเฉพาะสำหรับวิศวกรรมระบบควบคุม

โปรแกรม MATLAB ได้จัดเตรียมเครื่องมือสำหรับแก้ปัญหาเกี่ยวกับการคำนวณด้านวิทยาศาสตร์ และ วิศวกรรม โดยผู้ใช้ไม่ต้องเขียนโปรแกรมเช่นเดียวกับภาษาคอมพิวเตอร์ทั่วไป เครื่องมือช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโปรแกรม MATLAB ประกอบไปด้วย การคำนวณเชิงเลข การคำนวณด้านเมตริก และภาพกราฟิก

โปรแกรม MATLAB เป็นโปรแกรมที่ออกแบบมาเพื่ออำนวยความสะดวกในการคำนวนทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งการคำนวณเกี่ยวกับเวคเตอร์และเมตริกซ์ทั้งในระบบจำนวนจริงและระบบจำนวนเชิงซ้อน ดังนั้นโปรแกรม MATLAB จึงได้นำไปใช้งานกันอย่างแพร่หลายในการคำนวณและวิเคราะห์โปรแกรม MATLAB จะมีการกำหนดฟังก์ชันคณิตศาสตร์ ค่าตัวแปร และคำสั่งที่ใช้ในการจัดการไฟล์ และ ไดเร็คทอรี(Directory) ทั้งนี้ก็เพื่ออำนวยความสะดวกต่อผู้ใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 MATHCAD PROGRAM

โปรแกรม MATHCAD นี้เป็นโปรแกรมที่ถูกสร้างให้สามารถใช้งานได้ง่ายและมีประสิทธิภาพสูงเหมาะกับการใช้แก้สมการทางคณิตศาสตร์ที่มีความยุ่งยากได้ดี เนื่องจากตัวโปรแกรมมีความยืดหยุ่นต่อการใช้งาน สามารถพิมพ์สมการ, ข้อความ, กราฟลงไปตรงส่วนใดก็ได้ภายใน Worksheet ในด้านการขอความช่วยเหลือ (Help) จะเป็นแบบ On – line สามารถช่วยแก้ปัญหาที่เกิดจากการใช้คำสั่งที่ผิดรูปแบบได้

คุณลักษณะโดยทั่วไปของโปรแกรมคือ มีตัวอย่างของ Worksheet ซึ่งสามารถดูได้จาก Resource Center, รองรับการทำงานกับระบบปฏิบัติการ Windows 98,me,2000 ได้, มีค่าความถูกต้องด้วยทศนิยม 15 ตำแหน่ง, การประมวลผลแบบ Symbolic จะทำให้ได้ค่าคำตอบที่แท้จริง

1.3 MAPLE PROGRAM

โปรแกรม MAPLE เป็นโปรแกรมที่มีความสามารถสูงมากโปรแกรมหนึ่ง ใช้ในการคำนวณชั้นสูงทางคณิตศาสตร์จำพวกพีชคณิต แคลคูลัส คณิตศาสตร์ดีสครีต กราฟฟิคและการคำนวณเชิงเลข เนื่องจากมันเป็นโปรแกรมที่ใช้งานได้ง่ายเพราะมีแพ็คเกจ (package) เป็นตัวเก็บฟังก์ชั่นการคำนวณทางไว้ภายในแล้วจึงสามารถเรียกใช้ได้ทันที แต่ถ้าไม่มีก็สามารถสร้างฟังก์ชั่นการคำนวณขึ้นมาใช้เองก็ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

State Transition Matrix and Solution of Equation

ทฤษฎี

State Transition Matrix เราสามารถเขียนสมการ State Space ของ Linear Time-Invariant ของระบบดังนี้

$$dX/dt = AX + BU \quad (1)$$

$$Y = CX + DU \quad (2)$$

$$X(to) = Xo \quad (3)$$

เมื่อ

A เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น n X n

B เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น n X r

C เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น m X n

D เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น m X r

X เป็น state ที่มีขนาดเป็น n X 1

U เป็น input vectors ที่มีขนาดเป็น r X 1

ดังนั้นผลเฉลยของสมการที่ (1) คือ

$$X(t) = e^{A(t-to)}X(to) + \int_{o}^{t} e^{A(t-\tau)}BU(\tau)d\tau \quad (4)$$

กำหนดให้ $\Phi(t) = e^{At}$ เป็น State Transition Matrix

ดังนั้น State Transition Matrix สามารถหาได้โดย

$$\Phi(t) = e^{At} = L^{-1}[(sI-A)^{-1}] \quad (5)$$

เมื่อ L เป็น laplace transform operator และ $\Phi(t)$ สามารถหาค่าได้โดยทำการแปลง Matrix A เป็น Matrix เส้นทะแยงมุมและมีค่า eigenvalues ต่างกัน หรือหาได้โดยการแปลง Matrix A ให้อยู่ในรูป Jordan canonical form ถ้าค่า eigenvalues ซ้ำกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Phi(t) = e^{At} = P \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} P^{-1} \quad (6)$$

เมื่อ P เป็น Matrix ทะแยงมุม และ $\lambda 1 \ldots \lambda n$ เป็นค่าของ eigenvalues ที่ต่างกันของ Matrix A ถ้า eigenvalues ของ Matrix A ซ้ำกัน ดังนั้น

$$\Phi(t) = e^{At} = S e^{Jt} S^{-1} \quad (7)$$

เมื่อ J เป็น Jordan canonical form และ S เป็น Transformation Matrix

Solution of the Linear Time-Invariant State Equation

เราสามารถหาผลเฉลยของสมการที่ (1) ได้ดังนี้

$$X(t) = e^{A(t-t_0)} X(t_0) + \int_{t_0} e^{A(t-\tau)} BU(\tau) d\tau \quad (8)$$

Discretization Continuous-Time State Equations

ถ้าสมการที่ (1) อยู่ในรูป Discretization Continuous-Time State Equations ที่เกิดจาก simple and hold device (zero-order hold sampling) เราสามารถหาสมการ ได้จาก

$$X[(k+1)T] = e^{AT} X(kT) + \int_0 e^{A\lambda} BU(kT) d\lambda \quad (9)$$

เมื่อ $\lambda = T - t$, $t = kT$, และ T เป็น sampling time ถ้าเรากำหนดให้

$$G(T) = e^{AT} \quad (10a)$$

$$H(T) = \left(\int_0 e^{A\lambda} d\lambda\right) B \quad (10b)$$

ดังนั้น สมการที่ (9) จะกลายเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{X}[(k+1)T] = G(T)\mathbf{X}(kT) + H(T)\mathbf{U}(kT) \tag{11}$$

Output ของสมการจะกลายเป็น

$$Y(kT) = C\mathbf{X}(kT) + D\mathbf{U}(kT) \tag{12}$$

Solution of the Discrete -Time State Space Equation

พิจารณา Discrete -Time State Space system ในสมการที่ (11) ดังนั้นผลเฉลยของสมการนี้จะได้เป็น

$$\mathbf{X}(k) = Z^{-1}[(zI-G)^{-1}z]\mathbf{X}(0) + Z^{-1}[(zI-G)^{-1}H\mathbf{U}(z)] \tag{13}$$

ดังนั้น State Transition Matrix คือ

$$Gk = Z^{-1}[(zI-G)^{-1}z] \tag{14}$$

เมื่อ Z เป็น z transform operator ดังนั้นสมการที่ (13) สามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{X}(k) = Z^{-1}\{[zI-G)^{-1}][z\mathbf{X}(0) + H\mathbf{U}(z)]\} \tag{15}$$

ดังนั้น pulse transfer function Matrix(Matrix ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง input และ output ของกระบวนการ) คือ

$$F(k) = Z^{-1}[C(zI-G)^{-1}H + D] \tag{16}$$

Output สามารถเขียนในรูปของ pulse transfer function Matrix ดังนี้

$$Y(k) = \sum_{j=0}^{k} F(k-j)U(j) \tag{17}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 1 State Transition Matrix

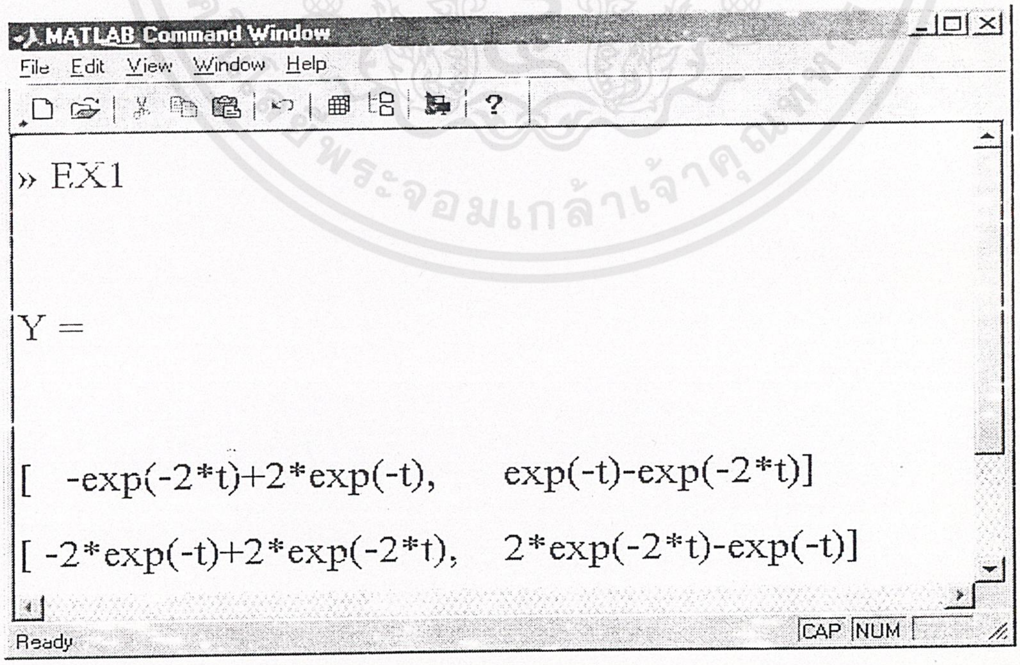
จากสมการที่ (5) เมื่อกำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad U = 1$$

<u>ส่วนของโปรแกรม MATLAB</u>

```
function[Y]=Ex1

syms s
A=[0 1;-2 -3]
I=iden(A);
Y=ilaplace(inv(s.*I-A))


function[I]=Iden(A)

B=inv(A);
I=A*B;
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>

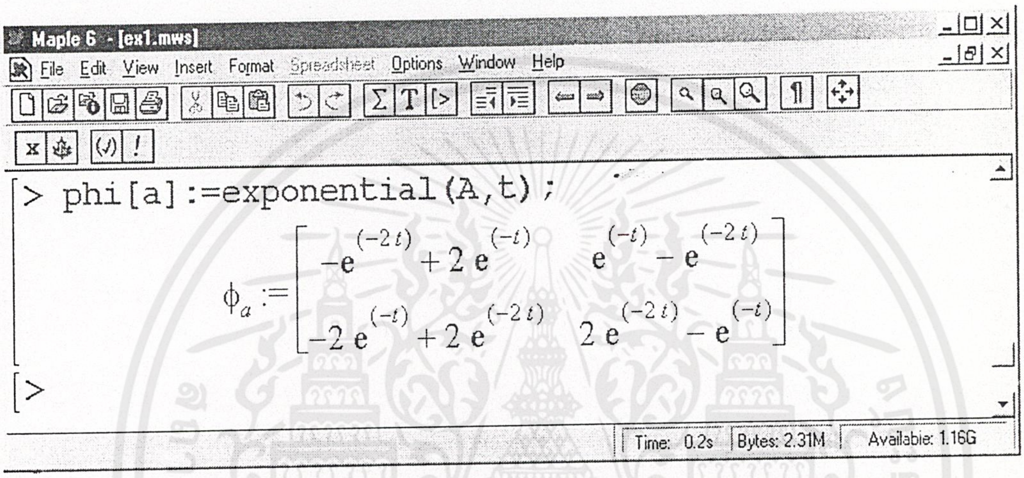


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนของโปรแกรม MAPLE

```
>A:=Matrix([[0,1],[-2,-3]]);
>B:=Matrix([[0],[1]]);
>Xo:=Matrix([[1],[1]]);
>U:=1;
>with(linalg,exponential);
```

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE



ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad I := \mathrm{identity}(\mathrm{rows}(A)) \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$C(s) := (s \cdot I - A)^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{(s+3)}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} & \dfrac{1}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} \\ \dfrac{-2}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} & \dfrac{s}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} \end{bmatrix}$$

$$D1(t) := \frac{(s+3)}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow -\exp(-2 \cdot t) + 2 \cdot \exp(-t)$$

$$D2(t) := \frac{1}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow -\exp(-2 \cdot t) + \exp(-t)$$

$$D3(t) := \frac{-2}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - 2 \cdot \exp(-t)$$

$$D4(t) := \frac{s}{(s^2 + 3 \cdot s + 2)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - \exp(-t)$$

$$\Phi(t) := \begin{pmatrix} D1(t) & D2(t) \\ D3(t) & D4(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\exp(-2 \cdot t) + 2 \cdot \exp(-t) & -\exp(-2 \cdot t) + \exp(-t) \\ 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - 2 \cdot \exp(-t) & 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - \exp(-t) \end{pmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุปผลการทดลองที่ 1

จากการทดลองจะพบว่า เมื่อเราใช้โปรแกรม MAPLE ในการคำนวณจะพบว่าทำได้สะดวกที่สุดเนื่องจากโปรแกรม MAPLE มีแพ็คเกจในการคำนวณเอาไว้แล้วจึงสามารถเรียกใช้ได้ทันทีทำให้ลดเวลาการทำงานของโปรแกรมลง แต่โปรแกรม MATLAB, MATHCAD ก็สามารถทำได้เช่นกันแต่ต้องทำการแก้สมการต่าง ๆ ตามลำดับการคำนวณซึ่งผลที่ได้ก็มีค่าไม่แตกต่างกันโดยโปรแกรม MATHCAD จะมีการใช้งานที่ยุ่งยากที่สุดเนื่องจากไม่สามารถทำการซิมโบลิคในโหมดของโปรแกรมมิ่ง(programming) ดังนั้นเราจึงต้องทำการหาค่าอินเวอร์สลาปลาส(inverse laplace) ทีละตัวแล้วจึงนำค่าที่ได้เข้าไปใส่ในเมทริกซ์ทำให้เสียเวลามาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

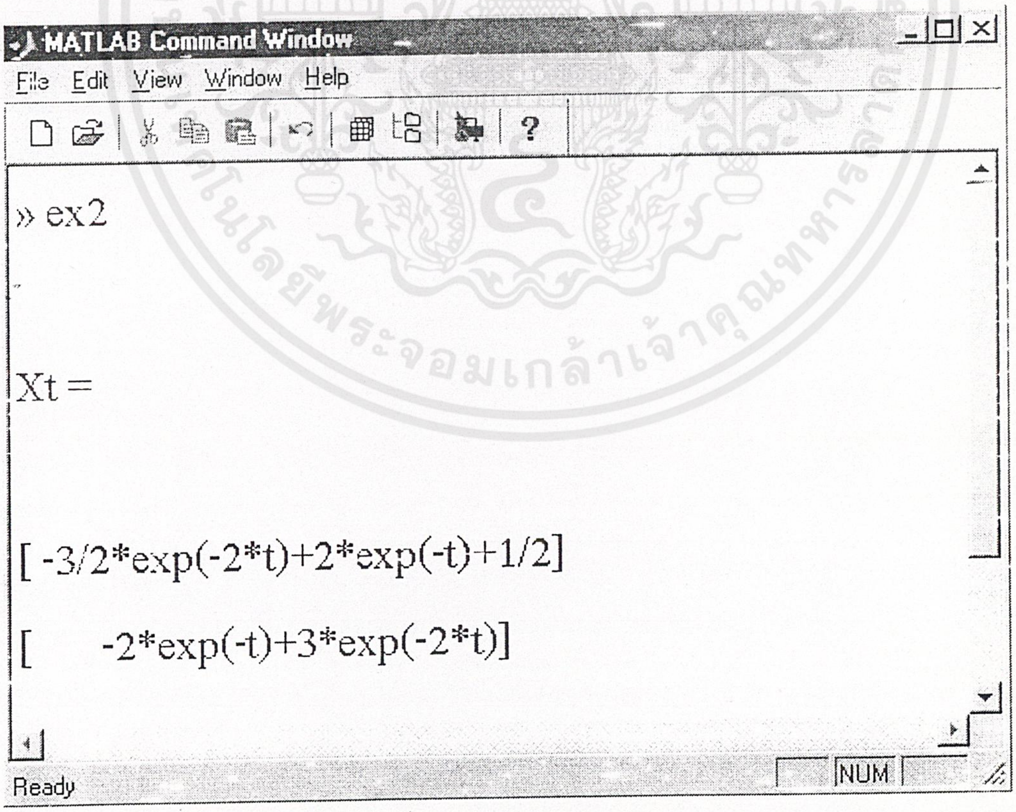
การทดลองที่ 2 Solution of Linear Time-Invariant State Equation

จากสมการที่ (8) เมื่ออินพุทเมทริกซ์เป็นดังการทดลองที่ 1

<u>ส่วนของโปรแกรม MATLAB</u>

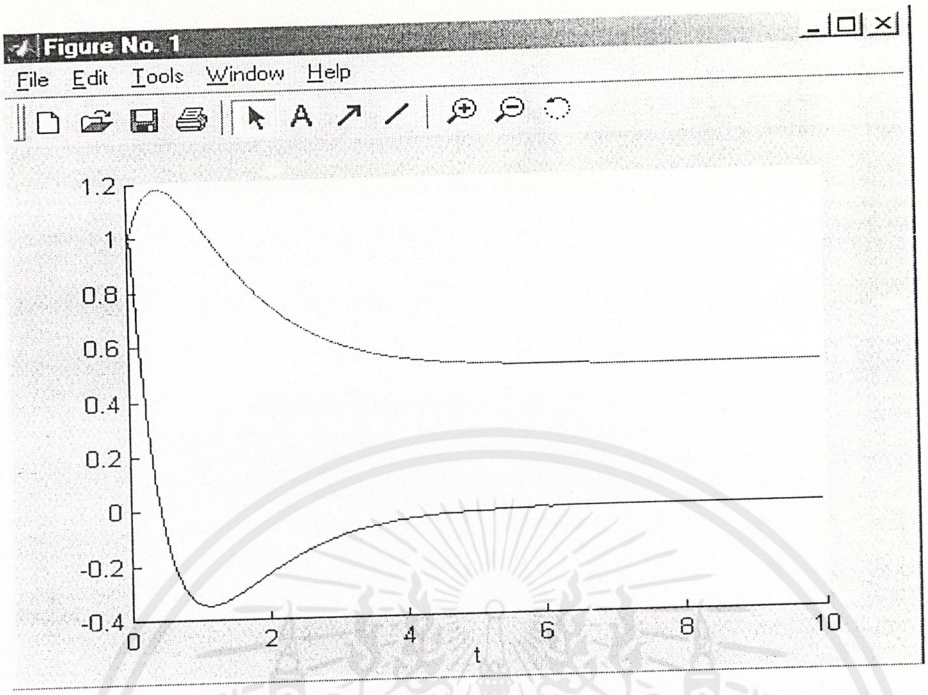
```
function[mA]=Ex2

syms s t tt t0
A=[0 1;-2 -3];
B=[0;1];
X0=[1;1];
U=1;
I=iden(A);
mA=ilaplace(inv(s.*I-A));
mB=subs(mA,(t-tt));
mC=(mB*B*U);
mD=(int(mC,t0,t))
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้กราฟดังนี้

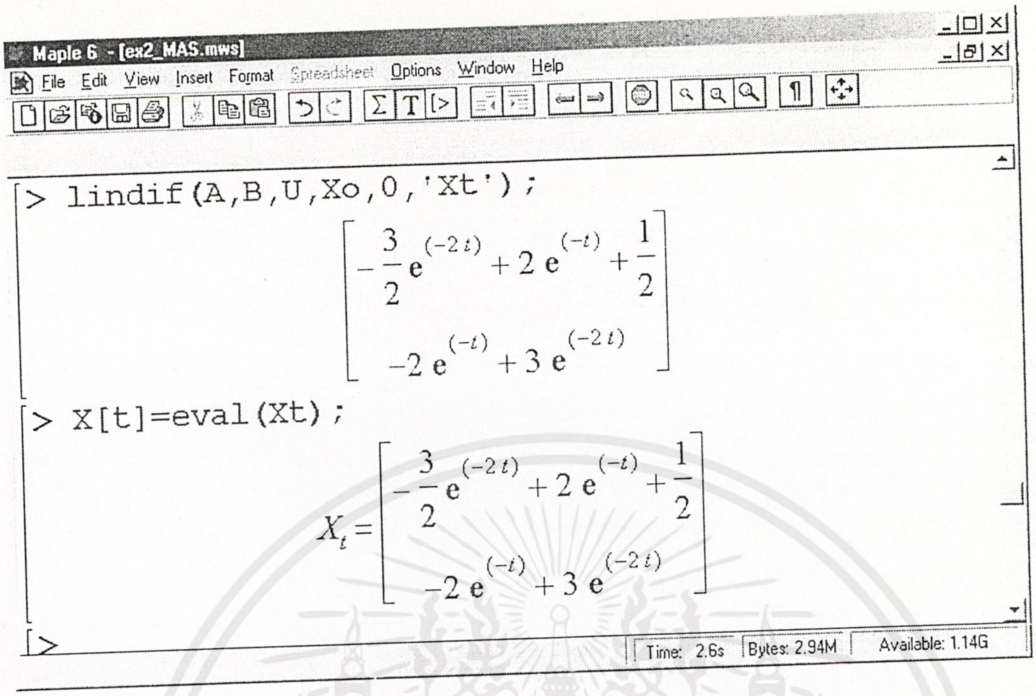


<u>ส่วนของโปรแกรม MAPLE</u>

```
> A:=Matrix([[0,1],[-2,-3]]);
> B:=Matrix([[0],[1]]);
> Xo:=Matrix([[1],[1]]);
> U:=1;
> lindif:=proc(A,B,U,xto,tto,solution)
> local mA,mB,mC,mD,mE;
> with(linalg,exponential);
> mA:=exponential(A,t);
> mB:=subs(t=tt,eval(mA));
> mC:=evalm(mB&*B*U);
> mD:=map(int,mC,tt=tto..t);
> mE:=evalm(subs(t=t-tto,eval(mA))&*xto);
> solution:=(evalm(mE+mD));
> end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

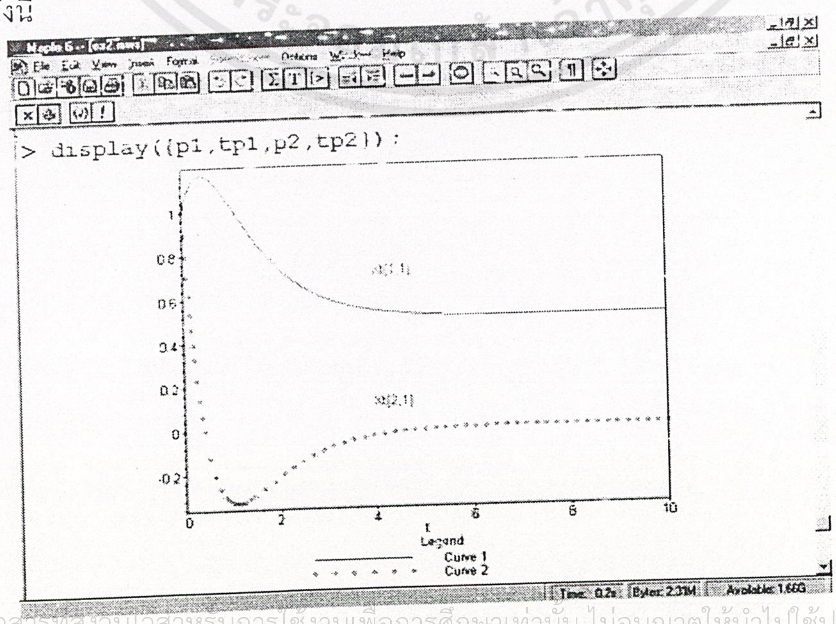
<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE</u>



เมื่อนำการทดลองที่ 2 มา plot กราฟด้วยคำสั่ง

```
>p1 := plot
(Xt[1,1],t=0..10,axes=boxed,style=line,thickness=0):
>p2 := plot
(Xt[2,1],t=0..10,axes=boxed,style=point,thickness=3):
>with(plots):
>tp1:=textplot([4,.7,'Xt[1,1]'],align={ABOVE,RIGHT}):
>tp2:=textplot([4,.1,'Xt[2,1]'],align={ABOVE,RIGHT}):
display({p1,tp1,p2,tp2});
```

จะได้กราฟดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad Xo := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad U := 1$$

$$I := \text{identity}(\text{rows}(A)) \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C(s) := (s \cdot I - A)^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{(s+3)}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} & \dfrac{1}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} \\ \dfrac{-2}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} & \dfrac{s}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} \end{bmatrix}$$

$$D1(t) := \frac{(s+3)}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow -\exp(-2 \cdot t) + 2 \cdot \exp(-t)$$

$$D2(t) := \frac{1}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow -\exp(-2 \cdot t) + \exp(-t)$$

$$D3(t) := \frac{-2}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - 2 \cdot \exp(-t)$$

$$D4(t) := \frac{s}{\left(s^2 + 3 \cdot s + 2\right)} \text{ invlaplace}, s \rightarrow 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - \exp(-t)$$

$$\Phi(t) := \begin{pmatrix} D1(t) & D2(t) \\ D3(t) & D4(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\exp(-2 \cdot t) + 2 \cdot \exp(-t) & -\exp(-2 \cdot t) + \exp(-t) \\ 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - 2 \cdot \exp(-t) & 2 \cdot \exp(-2 \cdot t) - \exp(-t) \end{pmatrix}$$

$$X1(t) := \Phi(t) \cdot Xo \rightarrow \begin{pmatrix} -2 \cdot \exp(-2 \cdot t) + 3 \cdot \exp(-t) \\ 4 \cdot \exp(-2 \cdot t) - 3 \cdot \exp(-t) \end{pmatrix}$$

$$\Phi(t) \text{ substitute}, t = t - \tau \rightarrow \begin{pmatrix} -\exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) + 2 \cdot \exp(-t + \tau) & -\exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) + \exp(-t + \tau) \\ 2 \cdot \exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) - 2 \cdot \exp(-t + \tau) & 2 \cdot \exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) - \exp(-t + \tau) \end{pmatrix}$$

$$E1(t) := \int_0^t -\exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) + 2 \cdot \exp(-t + \tau)\, d\tau \rightarrow \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2} - 2 \cdot \exp(t)\right) \cdot \exp(-2 \cdot t)$$

$$E2(t) := \int_0^t -\exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) + \exp(-t + \tau)\, d\tau \rightarrow \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \exp(t)\right) \cdot \exp(-2 \cdot t)$$

$$E3(t) := \int_0^t 2 \cdot \exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) - 2 \cdot \exp(-t + \tau)\, d\tau \rightarrow -1 + (-1 + 2 \cdot \exp(t)) \cdot \exp(-2 \cdot t)$$

$$E4(t) := \int_0^t 2 \cdot \exp(-2 \cdot t + 2 \cdot \tau) - \exp(-t + \tau)\, d\tau \rightarrow (-1 + \exp(t)) \cdot \exp(-2 \cdot t)$$

$$E(t) := \begin{pmatrix} E1(t) & E2(t) \\ E3(t) & E4(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2} - 2 \cdot \exp(t)\right) \cdot \exp(-2 \cdot t) & \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \exp(t)\right) \cdot \exp(-2 \cdot t) \\ -1 + (-1 + 2 \cdot \exp(t)) \cdot \exp(-2 \cdot t) & (-1 + \exp(t)) \cdot \exp(-2 \cdot t) \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

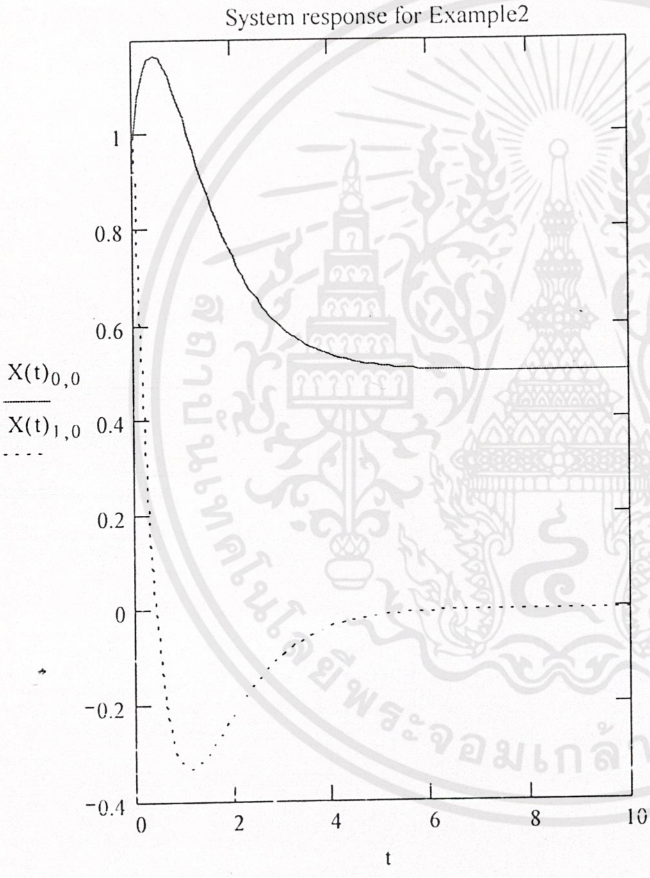
$$A1(t) := X(t)_{0,0} \text{ simplify } \rightarrow \frac{-3}{2} \cdot \exp(-2 \cdot t) + 2 \cdot \exp(-t) + \frac{1}{2}$$

$$A2(t) := X(t)_{1,0} \text{ simplify } \rightarrow \exp(-t) \cdot (3 \cdot \exp(-t) - 2)$$

$$X(t) := \begin{pmatrix} A1(t) \\ A2(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-3}{2} \cdot \exp(-2 \cdot t) + 2 \cdot \exp(-t) + \frac{1}{2} \\ \exp(-t) \cdot (3 \cdot \exp(-t) - 2) \end{bmatrix}$$

จะได้กราฟดังนี้

$t := 0, 0.1 .. 10$



$X(t)_{0,0} =$

	0
0	1
1	1.082
2	1.132
3	1.158
4	1.167
5	1.161
6	1.146
7	1.123
8	1.096
9	1.065
10	1.033
11	1
12	0.966
13	0.934
14	0.902
15	0.872

$X(t)_{1,0} =$

	0
0	1
1	0.647
2	0.373
3	0.165
4	$7.347 \cdot 10^{-3}$
5	-0.109
6	-0.194
7	-0.253
8	-0.293
9	-0.317
10	-0.33
11	-0.333
12	-0.33
13	-0.322
14	-0.311
15	-0.297

สรุปผลการทดลองที่ 2

จากการทดลองจะพบว่า โปรแกรม MAPLE และ MATLAB ใช้งานได้ง่ายพอ ๆ กัน จะมีเพียงโปรแกรม MATHCAD เท่านั้นที่ใช้งานยุ่งยากกว่าเนื่องจากมันไม่สามารถทำการซิมโบลิค (Symbolic) เพื่อหาค่าการแปลงลาปลาสกลับ (inverse laplace) ในรูปแบบของเมทริกซ์ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 3 Discretization Continuous-Time State Equations

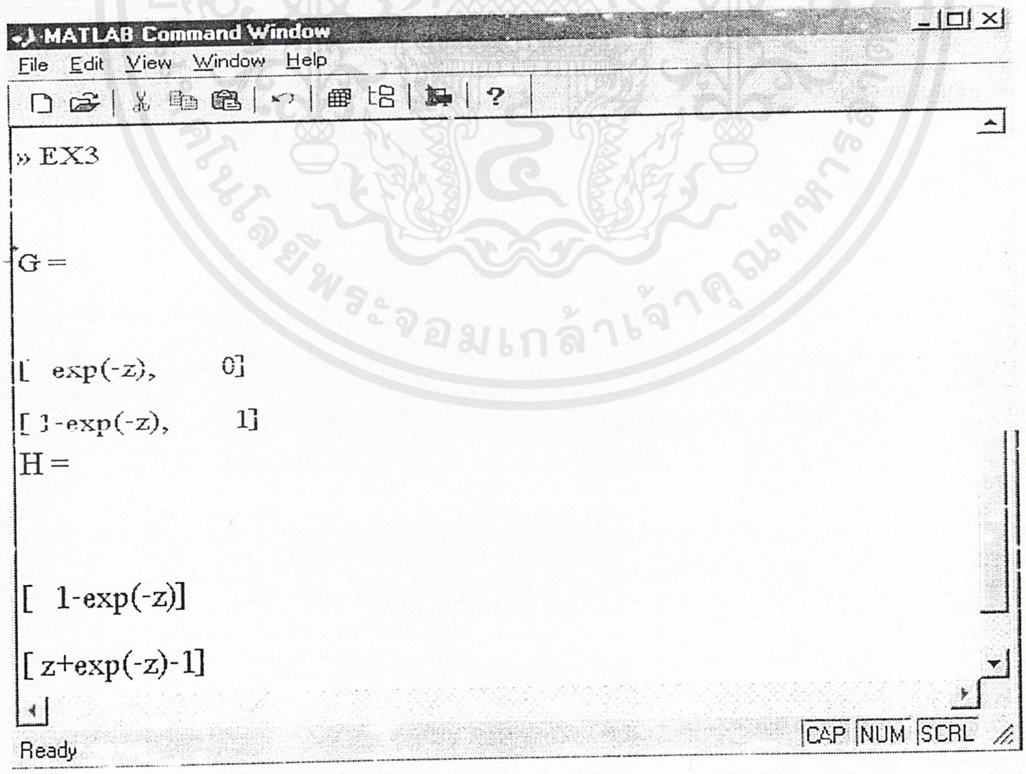
จากสมการที่ (10a) ,(10b) เมื่อกำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

<u>ส่วนของโปรแกรม MATLAB</u>

```
function[H]=Ex3

syms s t z
A=[-1 0;1 0];
B=[1;0];
I=eye(2);
G=ilaplace(inv(s.*I-A),z)
L=int(G,0,t);
O=subs(L,z);
H=O*B;
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>

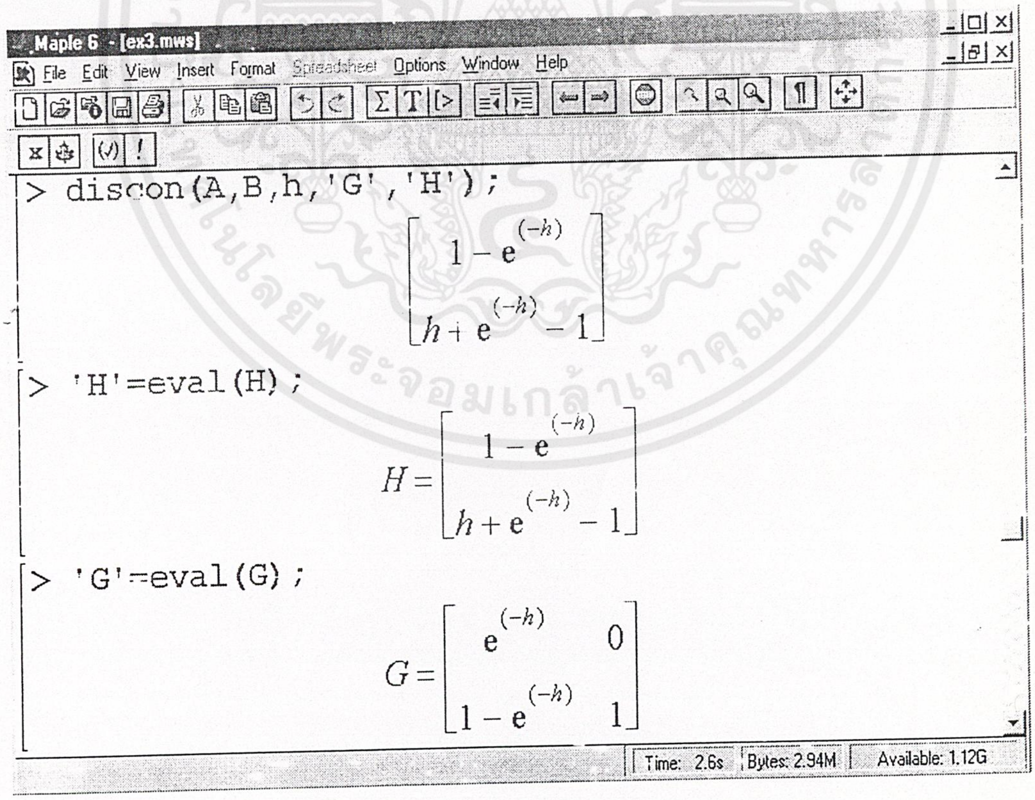


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ส่วนของโปรแกรม MAPLE</u>

```
> A:=Matrix([[-1,0],[1,0]]);

> B:=Matrix([[1],[0]]);

> discon:=proc(A,B,T,mG,mH)

> local mA,mC;

> with(linalg,exponential);

> mA:=exponential(A,t);

> mG:=subs(t=T,eval(mA));

> mC:=map(int,mA,t=0..T);

> mH:=evalm(mC&*B);

> end;
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$A := \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad I := \text{identity}(\text{rows}(A))$ $\quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$C(s) := (s \cdot I - A)^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{1}{(s+1)} & 0 \\ \dfrac{1}{(s+1) \cdot s} & \dfrac{1}{s} \end{bmatrix}$$

$$D1(t) := C(s)_{0,0} \text{ invlaplace}, s \rightarrow \exp(-t)$$

$$D2(t) := C(s)_{0,1} \text{ invlaplace}, s \rightarrow 0$$

$$D3(t) := C(s)_{1,0} \text{ invlaplace}, s \rightarrow -\exp(-t) + 1$$

$$D4(t) := C(s)_{1,1} \text{ invlaplace}, s \rightarrow 1$$

$$D(t) := \begin{pmatrix} D1(t) & D2(t) \\ D3(t) & D4(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \exp(-t) & 0 \\ -\exp(-t) + 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$G(h) := D(t) \text{ substitute }, t = h \rightarrow \begin{pmatrix} \exp(-h) & 0 \\ -\exp(-h) + 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D(t) \text{ substitute }, t = t - \tau \rightarrow \begin{pmatrix} \exp(-t + \tau) & 0 \\ -\exp(-t + \tau) + 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E1(t) := \int_0^t \exp(-t + \tau)\, d\tau \rightarrow -\exp(-t) + 1$$

$$E2(t) := \int_0^t 0\, d\tau \rightarrow 0$$

$$E3(t) := \int_0^t -\exp(-t + \tau) + 1\, d\tau \rightarrow 1 + t + \exp(-t)$$

$$E4(t) := \int_0^t 1\, d\tau \rightarrow t$$

$$E(t) := \begin{pmatrix} E1(t) & E2(t) \\ E3(t) & E4(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -\exp(-t) + 1 & 0 \\ -1 + t + \exp(-t) & t \end{pmatrix}$$

$$F(h) := E(t) \text{ substitute }, t = h \rightarrow \begin{pmatrix} -\exp(-h) + 1 & 0 \\ -1 + h + \exp(-h) & h \end{pmatrix}$$

$$H(h) := F(h) \cdot B \rightarrow \begin{pmatrix} -\exp(-h) + 1 \\ -1 + h + \exp(-h) \end{pmatrix}$$

สรุปผลการทดลองที่ 3

จากการทดลองจะพบว่า โปรแกรม MATHCAD เท่านั้นที่ใช้งานได้ยุ่งยากเนื่องจากมันไม่สามารถทำการซิมโบลิคเพื่อหาค่าอินทิเกรตในรูปแบบเมทริกซ์ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

45721

การทดลองที่ 4 Discrete -Time State Space system

จากสมการที่ (14) , (15) , (16) , (17)

เมื่อกำหนดให้

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.16 & -1 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$DD = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad XXO = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad Uz = z / (z-1)$$

ส่วนของโปรแกรม MATLAB

```
function[Gk]=Ex4

syms x z k

A=[0 1;-0.16 -1];
H=[0;1];
C=[1 1;0 1];
D=[0;0];
X0=[1;-1];
Uz=z/(z-1);

I = eye(2);
G = inv(z.*I-A);
G1= iztrans(G*z);
Gk= subs(G1,k);
X = G*(z*X0+H*Uz);
X1= iztrans(X);
Xk= subs(X1,k)
Yk= (C*Xk)+(D*Uz)
F = ((C*G*H)+D);
Fk= subs(F,k)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>

```
MATLAB Command Window
File  Edit  View  Window  Help

» EX4

Gk =

[   4/3*(-1/5)^k-1/3*(-4/5)^k,   5/3*(-1/5)^k-5/3*(-4/5)^k]
[ -4/15*(-1/5)^k+4/15*(-4/5)^k,  -1/3*(-1/5)^k+4/3*(-4/5)^k]
Xk =

[ -31/18*(-1/5)^k+61/27*(-4/5)^k+25/54]
[ 31/90*(-1/5)^k-244/135*(-4/5)^k+25/54]

Yk =

[ -62/45*(-1/5)^k+61/135*(-4/5)^k+25/27]
[ 31/90*(-1/5)^k-244/135*(-4/5)^k+25/54]
Fk =

[ 25/(25*k^2+25*k+4)+25*k/(25*k^2+25*k+4)]
[              25*k/(25*k^2+25*k+4)]

Ready                                          CAP NUM SCRL
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ส่วนของโปรแกรม MAPLE</u>

```
> G:=Matrix([[0,1],[-.16,-1]]);
> H:=Matrix([[0],[1]]);
> C:=Matrix([[1,1],[0,1]]);
> DD:=Matrix([[0],[0]]);
> XX0:=Matrix([[1],[-1]]);
> Uz:=z/(z-1);
> dlindif:=proc(GG,HH,CC,DD,X00,UZ,Gk,Xk,Yk,Fk)
> local G,H,C,D,X0,n1,ii,Gkz,Fkz,Xkz;
> with(linalg,inverse,coldim);
> readlib(ztrans);
> G:=map(convert,GG,rational);
> H:=map(convert,HH,rational);
> C:=map(convert,CC,rational);
> D:=map(convert,DD,rational);
> X0:=map(convert,X00,rational);
> n1:=coldim(G);
> ii:=array(identity,1..n1,1..n1);
> Gkz:=evalm((z*ii-G)^(-1));
> Gkz:=map(simplify,Gkz);
> Gk:=map(invztrans,evalm(z*Gkz),z,k);
> Xkz:=evalm(Gkz&*(z*X0+H*UZ));
> Xkz:=map(simplify,Xkz);
> Xk:=map(invztrans,Xkz,z,k);
> Yk:=evalm((C&*Xk)+(D*UZ));
> Fkz:=map(simplify,evalm((C&*Gkz&*H)+D));
>Fk:=map(invztrans,Fkz,z,k); end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE

Maple 6 - [ex4.mws]

File Edit View Insert Format Spreadsheet Options Window Help

dlindif

```
> dlindif(G,H,C,DD,XX0,Uz,'Gk','Xk','Yk','Fk'):
> 'G[k]'=eval(Gk);
```

$$G_k = \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{1}{3}\left(\frac{-4}{5}\right)^k & \frac{5}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{5}{3}\left(\frac{-4}{5}\right)^k \\ -\frac{4}{15}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{4}{15}\left(\frac{-4}{5}\right)^k & -\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{4}{3}\left(\frac{-4}{5}\right)^k \end{bmatrix}$$

```
> 'F[k]'=eval(Fk);
```

$$F_k = \begin{bmatrix} \frac{25}{4}\,charfcn_0(k) - \frac{20}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{5}{12}\left(\frac{-4}{5}\right)^k \\ \frac{5}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{5}{3}\left(\frac{-4}{5}\right)^k \end{bmatrix}$$

```
> 'Y[k]'=eval(Yk);
```

$$Y_k = \begin{bmatrix} -\frac{62}{45}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{61}{135}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{27} \\ \frac{31}{90}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{244}{135}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} \end{bmatrix}$$

```
> 'X[k]'=eval(Xk);
```

$$X_k = \begin{bmatrix} -\frac{31}{18}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{61}{27}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} \\ \frac{31}{90}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{244}{135}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} \end{bmatrix}$$

Time: 2.6s Bytes: 2.94M Available: 1.12G

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$$G := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -.16 & -1 \end{pmatrix} \quad H := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad U(z) := \frac{z}{(z-1)}$$

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad X0 := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad I := \text{identity}(\text{rows}(G)) \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B(z) := (zI - G)^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{(z+1.)}{\left(z^2 + z + .16000000000000000000\right)} & \frac{1}{\left(z^2 + z + .16\right)} \\ \frac{-.16}{\left(z^2 + z + .16\right)} & \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} \end{bmatrix}$$

$$j(z) := (C\,B(z)\,H) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{\left(z^2 + z + .16\right)} + \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} \\ \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} \end{bmatrix}$$

$$F(z) := j(z) + D \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{\left(z^2 + z + .16\right)} + \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} \\ \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} \end{bmatrix}$$

$$M(z) := z(zI - G)^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{(z+1.)}{\left(z^2 + z + .16000000000000000000\right)} z & \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} \\ -.16 \frac{z}{\left(z^2 + z + .16\right)} & \frac{z^2}{\left(z^2 + z + .16\right)} \end{bmatrix}$$

$$N1(n) := M(z)_{0,0} \text{ invztrans}, z \rightarrow 1.333(-.200)^n - .334(-.800)^n$$

$$N2(n) := M(z)_{0,1} \text{ invztrans}, z \rightarrow 1.666(-.200)^n - 1.666(-.800)^n$$

$$N3(n) := M(z)_{1,0} \text{ invztrans}, z \rightarrow -.266(-.200)^n + .266(-.800)^n$$

$$N4(n) := M(z)_{1,1} \text{ invztrans}, z \rightarrow -.334(-.200)^n + 1.334(-.800)^n$$

$$G(k) := \begin{pmatrix} D1(k) & D2(k) \\ D3(k) & D4(k) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{4}{3}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k & \frac{5}{3}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{5}{3}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k \\ \frac{-4}{15}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{4}{15}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k & \frac{-1}{3}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{4}{3}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k \end{bmatrix}$$

$$P1(n) := F(z)_{0,0} \text{ invztrans}, z \rightarrow 6.250\text{Dirac}(n) - 6.668(-.200)^n + .4168(-.800)^n$$

$$P2(n) := F(z)_{1,0} \text{ invztrans}, z \rightarrow 1.66(-.2000)^n - 1.666(-.800)^n$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F(k) := \begin{pmatrix} K1(n) \\ K2(n) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{25}{4}\Delta(n) - \frac{20}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^n + \frac{26041666666666666\beta}{62499999999999999}\left(\frac{-4}{5}\right)^n \\ \frac{5}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^n - \frac{5}{3}\left(\frac{-4}{5}\right)^n \end{bmatrix}$$

$$E(z) := B(z)(z\,X0 + H\,U(z)) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{(z+1.)}{(z^2+z+.16000)}z + \frac{1}{(z^2+z+.16)}\left[-z+\frac{z}{(z-1)}\right] \\ -.16\frac{z}{(z^2+z+.16)} + \frac{z}{(z^2+z+.16)}\left[-z+\frac{z}{(z-1)}\right] \end{bmatrix}$$

$$X1(n) := E(z)_{0,0}\ \text{invztrans}, z \rightarrow -1.723(-.200)^n + 2.2593(-.800)^n + .46298\times 1.000^n$$

$$X2(n) := E(z)_{0,1}\ \text{invztrans}, z \rightarrow -1.723(-.200)^n + 2.25925925925925925(-.800)^n + .46298\times 1.000^n$$

$$X3(n) := E(z)_{1,0}\ \text{invztrans}, z \rightarrow .3444(-.2000)^n - 1.8074(-.800)^n + .4629\times 1.000^n$$

$$X4(n) := E(z)_{1,1}\ \text{invztrans}, z \rightarrow .344(-.200)^n - 1.8074(-.800)^n + .46298\times 1.000^n$$

$$X(k) := \begin{pmatrix} X1(k) & X2(k) \\ X3(k) & X4(k) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-31}{18}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{61}{27}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} & \frac{-31}{18}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{61}{27}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} \\ \frac{31}{90}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{244}{135}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} & \frac{31}{90}\cdot\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{244}{135}\cdot\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} \end{bmatrix}$$

$$Y(k) := C\,X(k) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-62}{45}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{69515669515669465}{15384615384615373\text{4}}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{27} & \frac{-62}{45}\left(\frac{-1}{5}\right)^k + \frac{69515669515669465}{15384615384615373\text{4}}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{27} \\ \frac{31}{90}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{244}{135}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} & \frac{31}{90}\left(\frac{-1}{5}\right)^k - \frac{244}{135}\left(\frac{-4}{5}\right)^k + \frac{25}{54} \end{bmatrix}$$

สรุปผลการทดลองที่ 4

จากการทดลอง จะพบว่าโปรแกรม MAPLE และโปรแกรม MATHCAD ผลการทดลองที่ได้มีผลเช่นเดียวกับเอกสารอิงลำดับที่ 1 ส่วนโปรแกรม MATLAB ก็จะได้ผลเช่นเดียวกับทั้ง 2 โปรแกรมเว้นแต่ค่าของ F(k) จะไม่ติดตัวแปร $\Delta(k)$ แต่การใช้งานก็ง่ายกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

State Space Representations of Discrete-Time System

ทฤษฎี

State Space Representations of Discrete-Time Systems

พิจารณาระบบ Discrete-Time ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \ldots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \ldots + b_n u(k-n) \quad (18)$$

เมื่อ u(k) เป็น input และ y(t) เป็น output ของระบบที่ลำดับที่ k ของการ sampling ค่าสัมประสิทธิ์ของ $a_i(i = 1,2,..,n)$ และ $b_i(i=1,2,\ldots,n)$ อาจจะเป็น 0 ก็ได้ สมการที่ (18) สามารถเขียนใหม่ในรูปของ pulse transfer function ได้เป็น

$$G(z) = Y(z) / U(z) = (b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \ldots + b_n) / (z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n) \quad (19)$$

เมื่อ Y(z) เป็น Z transform ของ y(k) และ U(z) เป็น Z transform ของ u(k) ในส่วนนี้เรามีวิธีการในการแก้สมการที่ (18) และ (19) อยู่ 3 วิธี คือ

1. the controllable canonical method
2. the observable canonical method
3. the jordan or diagonal canonical method

Controllable canonical method

พิจารณา pulse transfer function ที่ได้จากสมการที่ (19) ดังนั้น controllable canonical state space สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ . \\ . \\ . \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \ldots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ . \\ . \\ . \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \quad (20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{X}[(k+1)] = G\mathbf{X}(k) + H\mathbf{U}(k) \tag{21}$$

$$y(k) = [b_n - a_n b_0 \mid b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \mid \ldots \mid b_1 - a_1 b_0] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(k) \\ \mathbf{x}_2(k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n-1}(k) \\ \mathbf{x}_n(k) \end{bmatrix} + b_0 \mathbf{u}(k) \tag{22}$$

$$y(k) = C\mathbf{X}(k) + D\mathbf{u}(k) \tag{23}$$

Observable Canonical Form

พิจารณา pulse transfer function ที่ได้จากสมการที่ (19) ดังนั้น observable canonical form สามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ . \\ . \\ . \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & -a_{n-1} \\ . & . & . & 0 & 0 & . \\ . & . & . & 0 & 0 & . \\ . & . & . & 0 & 0 & . \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ . \\ . \\ . \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ . \\ . \\ . \\ b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} u(k) \tag{24}$$

$$y(k) = [0 \mid 0 \mid \ldots \mid 1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix} + b_0 u(k) \tag{25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Jordan or Diagonal Canonical Method

Jordan หรือ Diagonal Canonical state space สามารถหาได้จากผลของการเปลี่ยนแปลงของ observable หรือ controllable Canonical state space ที่หามาได้พิจารณาระบบ Discrete-Time State Space ในสมการที่ (11) และ (12)

กำหนดให้ state vector ตัวใหม่ X(k) คือ

$$X(k) = P^{-1}\hat{X}(k) \qquad (26)$$

เมื่อ P เป็น transformation Matrix ที่อยู่ในรูปของ Jordan form(Matrix J) ซึ่ง $J = P\,G\,P^{-1}$ หลังจากนั้นแทนค่าสมการที่ (26) เข้าไปในสมการที่ (11) และ (12) เราจะได้

$$\hat{X}(k+1) = \hat{G}\hat{X}(k) + \hat{H}U(k) \qquad (27)$$

$$\hat{Y}(kT) = \hat{C}\hat{X}(k) + \hat{D}U(k) \qquad (28)$$

เมื่อ $G = (PGP^{-1})$, $H = (PH)$, $C = (CP^{-1})$, และ $D = D$

สมการที่ (27) และ (28) จะอยู่ในรูปของ Diagonal Canonical form ก็ต่อเมื่อค่า eigenvalue ของ G มีค่าไม่ซ้ำกัน หรือจะอยู่ในรูปของ Jordan Canonical form ก็ต่อเมื่อค่า eigenvalue ของ G บางตัวมีค่าซ้ำกัน โดยค่า eigenvalue จะเป็นค่าในแนวเส้นทะแยงมุมหลักของ Matrix G

Controllability and Observability

กำหนดให้

$dX/dt = AX + BU$ A : m X n   , B : n X r

$Y = CX + DU$ C : m X n

<u>นิยาม 1</u> Controllability

สำหรับสถานะแรกเริ่ม X(0) และสถานะสุดท้าย Xf ใด ๆ ในเวลาที่จำกัด ถ้าสามารถหาอินพุท u(t) มาให้ Xo เปลี่ยนเป็น Xf ได้ แล้ว System is Controllable

โดยที่ $c = [B \;\; AB \;\; A^2B \;\; \dots \;\; A^{n-1}B]$

rank(c) = n ; System is Controllable

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>นิยาม 2</u> Observability

จากข้อมูลเอาท์พุท ถ้าเราสามารถนำมากำหนดสถานะแรกเริ่ม X(0) ใด ๆ ได้ในเวลาที่กำหนดให้ได้แล้ว System is Observable

โดยที่ $o = [C^T \ A^T C^T \ \ldots \ A^{T(n-1)} C^T]$

rank(o) = n ; System is Observable

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 5 Controllable Canonical Method

จากสมการที่(20),(21),(22),(23) เมื่อกำหนดทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น คือ

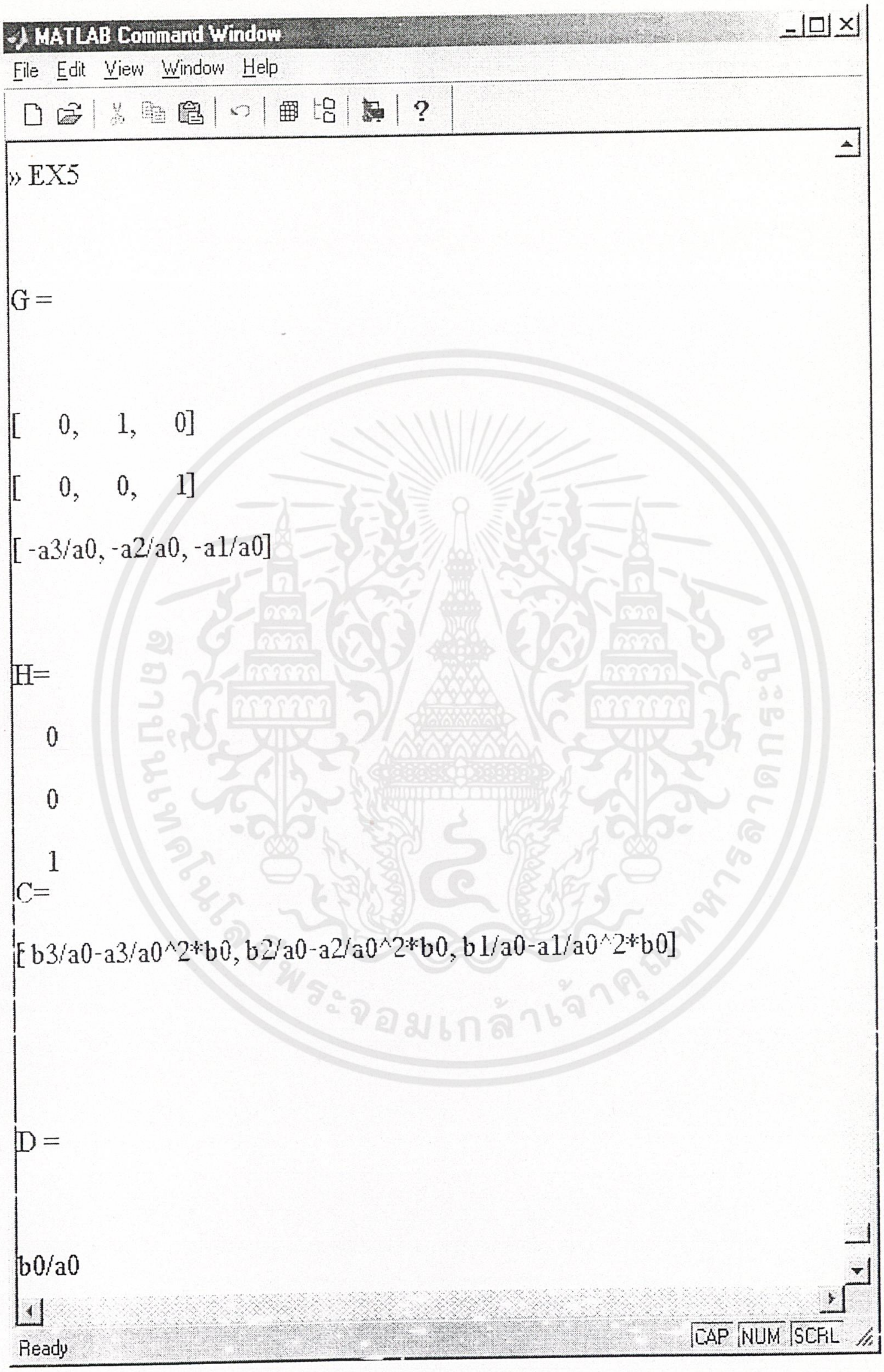
$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b0 \cdot z^{\langle n \rangle} + b1 \cdot z^{\langle n-1 \rangle} + ... + bn}{a0 \cdot z^{\langle n \rangle} + a1 \cdot z^{\langle n-1 \rangle} + ... + an}$$

ส่วนของโปรแกรม MATLAB

```
function[n]=Ex5

syms a0 a1 a2 a3 b0 b1 b2 b3

ng=[b0 b1 b2 b3]
dg=[a0 a1 a2 a3]
sng=size(ng);
x=sng(1,2);
sdg=size(dg);
y=sdg(1,2);
if x > y
  disp('Error')
  break
else
  n=sdg(1,2)-1;
  d=dg(1,1);
  ldg1=dg/d;
  lldg1=fliplr(ldg1);
  lng1=ng/d ;
  llng1=fliplr(lng1);
  Iden=eye(n-1);
  for i =1:n-1
    zeroid(i,1)=0;
  end
  for i =1:n
    ggd(1,i)=-1*lldg1(i);
  end
  G1=[zeroid,Iden];
  G=[G1;ggd]
  for i =1:n-1
    H(i,1)=0;
  end
  H(n,1)=1;
  disp('H=');disp(H)
  for i=1:n
    C(1,i)=llng1(i)-lldg1(i)*lng1(1);
  end
  disp('C=');disp(C)
  D(1,1)=lng1(1)
end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

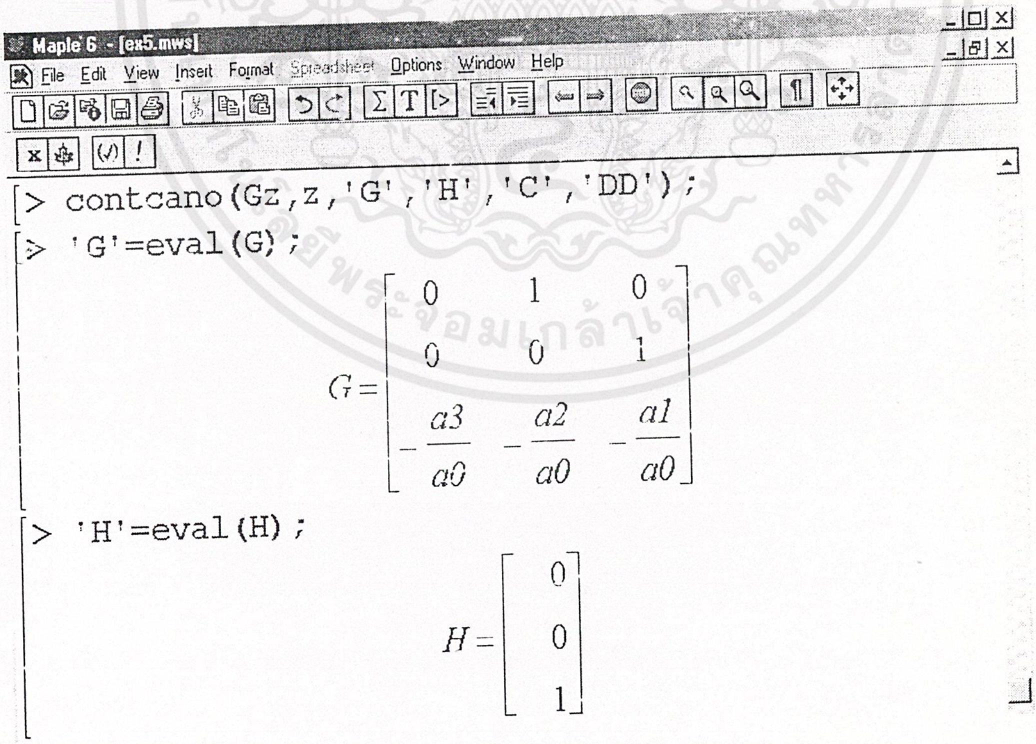
ส่วนของโปรแกรม MAPLE

```
> Gz:=(b0*z^3+b1*z^2+b2*z+b3)/(a0*z^3+a1*z^2+a2*z+a3);
> contcano:=proc(gzz,z,G,H,C,D)
>local gz,ng1,dg1,dng1,ddg1,n,ldg1,lldg1,lng1,llng1,
Iden1,zeroid,ggd1,G1,i;
> with(linalg,augment,matrix,stackmatrix);
>    gz:=convert(gzz,rational);
>    ng1:=numer(gz);    dng1:=degree(ng1,z);
>    dg1:=denom(gz);    ddg1:=degree(dg1,z);
>    n:=max(ddg1,dng1);
>        if lcoeff(dg1,z) <> 1 then
>           ng1:=expand(ng1/lcoeff(dg1,z));
>           dg1:=expand(dg1/lcoeff(dg1,z));
>        fi:
>    ldg1:=[coeff(dg1,z,'n-i') $ 'i'=0..n]; # a0...an
>    lldg1:=[coeff(dg1,z,'i') $ 'i'=0..n];  # an...a0
>    lng1:=[coeff(ng1,z,'n-i') $ 'i'=0..n]; # b0...bn
>    llng1:=[coeff(ng1,z,'i') $ 'i'=0..n];  # bn...b0
>    Iden1:=array(1..(n-1),1..(n-1),identity);
>    zeroid:=array(1..(n-1),1..1);
>       for i to (n-1) do
>          zeroid[i,1]:=0;
>       od;
>    ggd1:=array(1..1,1..n);
>       for i to n do
>          ggd1[1,i]:=-1*lldg1[i];
>       od;
>    G1:=augment(zeroid,Iden1);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>    G:=stackmatrix(G1,ggd1);
>    H:=array(1..n,1..1);
>        for i to (n-1) do
>           H[i,1]:=0;
>        od;
>    H[n,1]:=1;
>    C:=array(1..1,1..n);
>        for i to n do
>           C[1,i]:=llngl[i]-lldgl[i]*lngl[1];
>        od;
>    D:=array(1..1,1..1);
>    D[1,1]:=lngl[1];
> end;
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
> 'C'=eval(C);
```

$$C = \left[\frac{b3}{a0} - \frac{a3\,b0}{a0^2} \quad \frac{b2}{a0} - \frac{a2\,b0}{a0^2} \quad \frac{b1}{a0} - \frac{a1\,b0}{a0^2} \right]$$

```
> 'DD'=eval(DD);
```

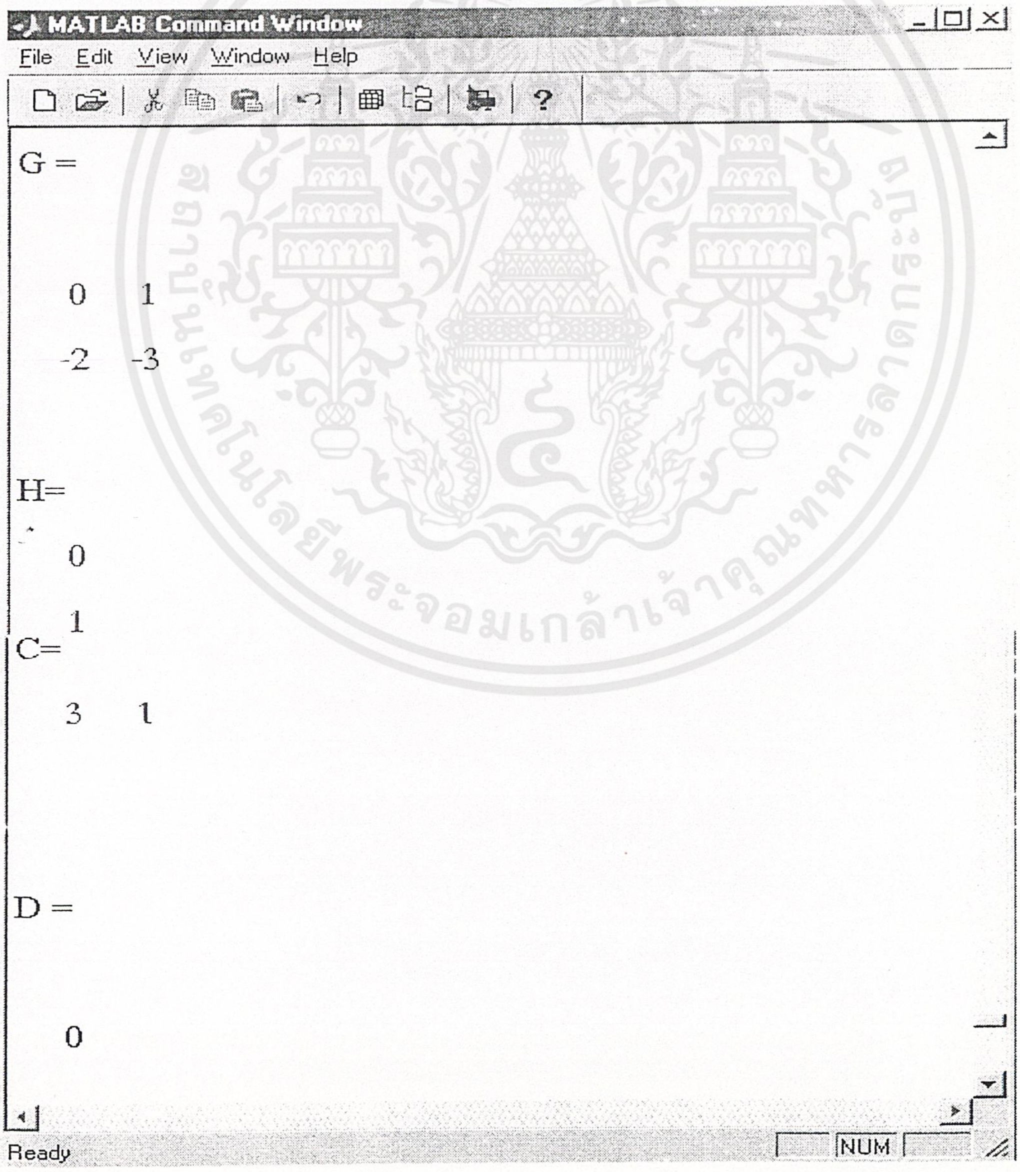
$$DD = \left[\frac{b0}{a0} \right]$$

Time: 2.6s Bytes: 2.94M Available: 1.10G

และเมื่อกำหนดให้

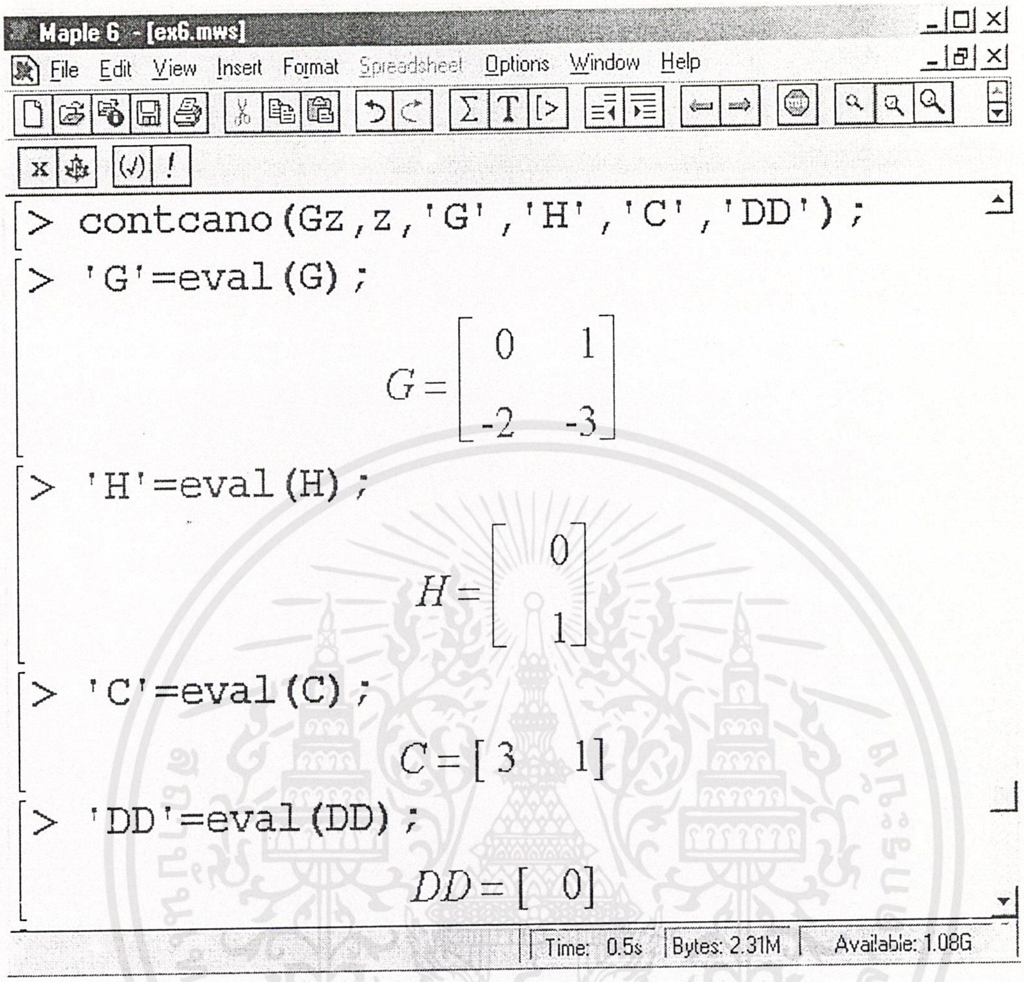
$$G(z) := \frac{z + 3}{z^2 + 3z + 2}$$

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมMATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE



ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$$G(z) := \frac{z+3}{z^2+3\cdot z+2}$$

$I1(z) := z+3 \qquad I2(z) := z^2+3\cdot z+2$

$A1 := I1(z)\ \text{coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix} \qquad A1 := \begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix} \qquad A2 := I2(z)\ \text{coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix}$

$k := \text{rows}(A1) \qquad l := \text{rows}(A2) \qquad p := A2_{\text{rows}(A2)-1,0}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$X(k,l,p) := \begin{vmatrix} 0 \ \text{if} \ k > l \\ \frac{A1}{p} \ \text{otherwise} \end{vmatrix} \qquad Y(k,l,p) := \begin{vmatrix} 0 \ \text{if} \ k > l \\ \frac{A2}{p} \ \text{otherwise} \end{vmatrix}$$

```
Mat(B) := | r ← 0
          | c ← 0
          | for  j ∈ 0.. rows(B) − 2
          |     | M_{0,j} ← −B_{r,c}
          |     | r ← r + 1
          | M
```

$A := X(k,l,p)$

$B := Y(k,l,p)$

```
Mat1(B) := | r ← 0
           | for  j ∈ 0.. rows(B) − 3
           |     | M_{0,j} ← 0
           |     | r ← r + 1
           | M
```

$A3 := Mat(B)$

$Mat1(B)^T = (0)$ $\quad A4 := Mat1(B)^T$ $\quad A5 := identity(rows(B) - 2)$ $\quad A6 := augment(A4, A5)$

$G := stack(A6, A3)$ $\quad H := stack(A4, identity(1))$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

```
Mat2(A) := | for  j ∈ 0.. rows(A) − 2
           |   [ M_{0,j} ← [ (A_{j,0}) − (B_{j,0} · A_{rows(A)−1,0}) ] ]
           | M
```

$C := Mat2(A)$

$C = (3 \ \ 1)$

$D := A_{rows(A)-1,0}$

$D = 0$

สรุปผลการทดลองที่ 5

จากการทดลองจะพบว่า ในส่วนโปรแกรม MATHCAD จะไม่ทำการคำนวณค่าที่เป็นตัวแปรเพื่อหารูปแบบมาตรฐาน ของ Controllable Canonical Method แต่ถ้าเป็นการคำนวณในเชิงตัวเลขได้โปรแกรม MATHCAD จะสามารถทำได้ เหมือนดังโปรแกรม MATLAB และ MAPLE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 6 Observable canonical form

จากสมการที่ (24) , (25) เมื่อกำหนดทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น คือ

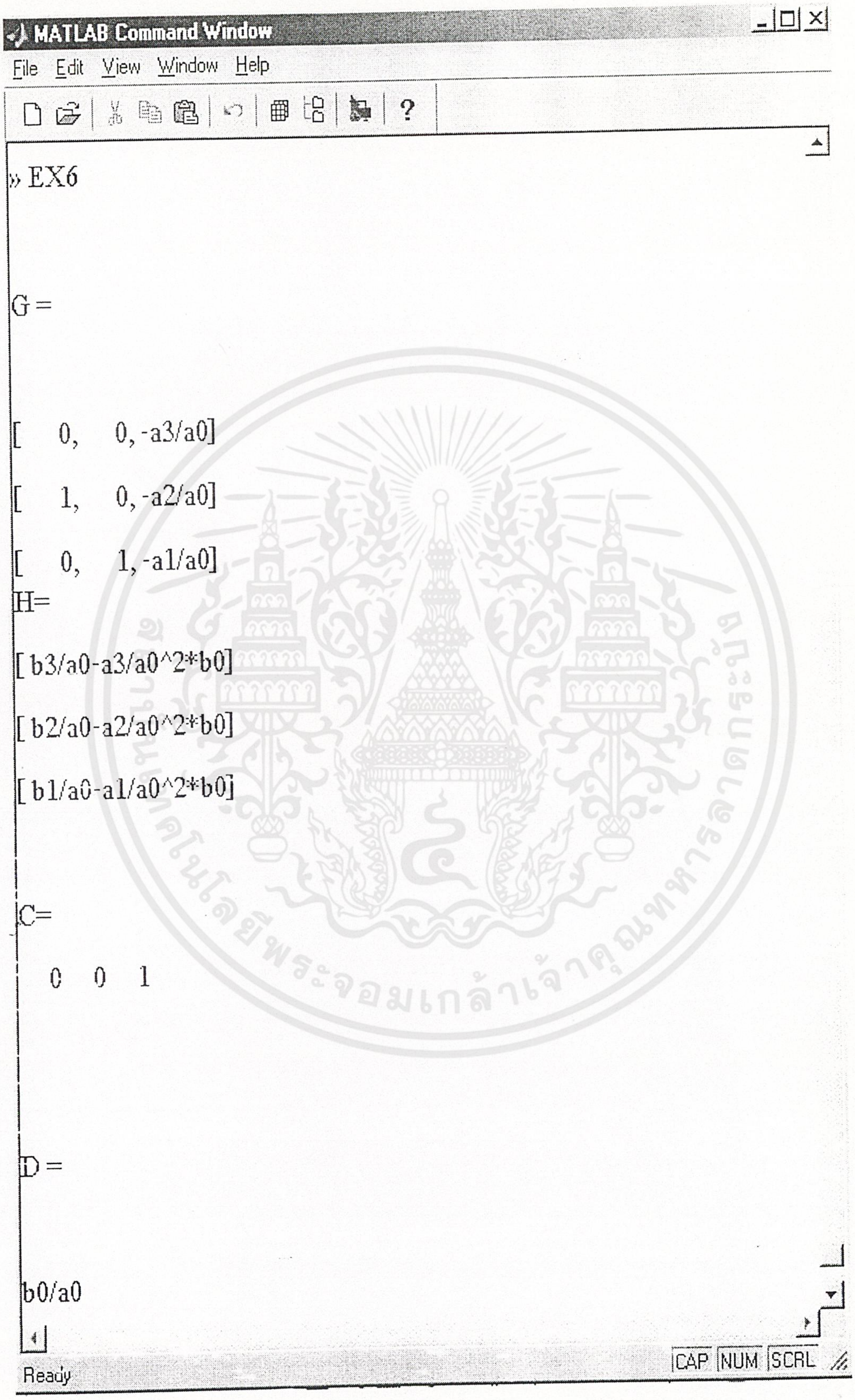
$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b0 \cdot z^{\langle n \rangle} + b1 \cdot z^{\langle n-1 \rangle} + ... + bn}{a0 \cdot z^{\langle n \rangle} + a1 \cdot z^{\langle n-1 \rangle} + ... + an}$$

ส่วนของโปรแกรม MATLAB

```
function[n]=Ex6

syms a0 a1 a2 a3 b0 b1 b2 b3 z
ng=[b0 b1 b2 b3];
dg=[a0 a1 a2 a3];
sng=size(ng);
x=sng(1,2);
sdg=size(dg);
y=sdg(1,2);
if x > y
   disp('Error')
   break
else
   n=sdg(1,2)-1;
   d=dg(1,1);
   ldg1=dg/d;
   lldg1=fliplr(ldg1);
   lng1=ng/d ;
   llng1=fliplr(lng1);
   Iden=eye(n-1);
   for i =1:n-1
      zeroid(1,i)=0;
   end
   for i =1:n
      ggd(i,1)=-1*lldg1(i);
   end
   G1=[zeroid;Iden];
   G=[G1,ggd]
   for i=1:n
      H(i,1)=llng1(i)-lldg1(i)*lng1(1);
   end
   disp('H=');disp(H)
   for i =1:n-1
      C(1,i)=0;
   end
   C(1,n)=1;
   disp('C=');disp(C)
   D(1,1)=lng1(1)
end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมMATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

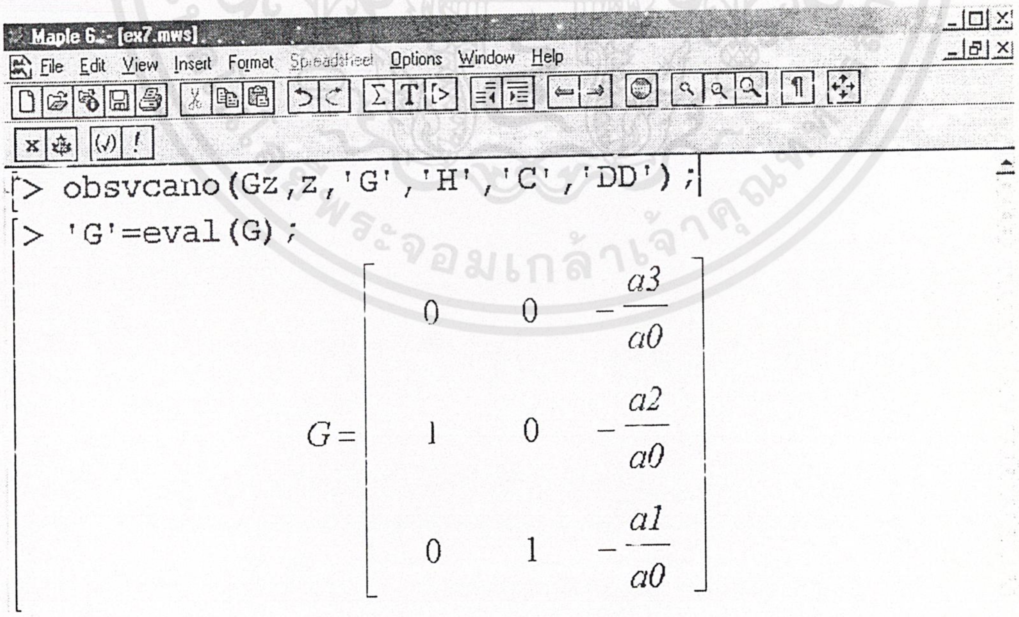
ส่วนของโปรแกรม MAPLE

```
> Gz:=(b0*z^3+b1*z^2+b2*z+b3)/(a0*z^3+a1*z^2+a2*z+a3);
> obsvcano:=proc(gzz,z,G,H,C,D)
>local gz,ng1,dg1,dng1,ddg1,n,ldg1,lldg1,lng1,llng1,
Iden1,zeroid,ggd1,G1,i;
> with(linalg,augment,matrix,stackmatrix);
> gz:=convert(gzz,rational);
> ng1:=numer(gz);   dng1:=degree(ng1,z);
> dg1:=denom(gz);   ddg1:=degree(dg1,z);
> n:=max(ddg1,dng1);
>       if lcoeff(dg1,z) <> 1 then
>          ng1:=expand(ng1/lcoeff(dg1,z));
>          dg1:=expand(dg1/lcoeff(dg1,z));
>       fi:
>    ldg1:=[coeff(dg1,z,'n-i') $ 'i'=0..n]; # a0...an
>    lldg1:=[coeff(dg1,z,'i') $ 'i'=0..n];  # an...a0
>    lng1:=[coeff(ng1,z,'n-i') $ 'i'=0..n]; # b0...bn
>    llng1:=[coeff(ng1,z,'i') $ 'i'=0..n];  # bn...b0
>    Iden1:=array(1..(n-1),1..(n-1),identity);
>    zeroid:=array(1..1,1..(n-1));
>       for i to (n-1) do
>          zeroid[1,i]:=0;
>       od;
>    ggd1:=array(1..n,1..1);
>       for i to n do
>          ggd1[i,1]:=-1*lldg1[i];
>       od;
>    G1:=stackmatrix(zeroid,Iden1);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>    G:=augment(G1,ggd1);
>    H:=array(1..n,1..1);
>        for i to n do
>            H[i,1]:=llng1[i]-lldg1[i]*lng1[1];
>        od;
>    C:=array(1..1,1..n);
>        for i to (n-1) do
>            C[1,i]:=0;
>        od;
>    C[1,n]:=1;
>    D:=array(1..1,1..1);
>    D[1,1]:=lng1[1];
> end;
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
> 'H'=eval(H);
```

$$H = \begin{bmatrix} \frac{b3}{a0} - \frac{a3\,b0}{a0^2} \\ \frac{b2}{a0} - \frac{a2\,b0}{a0^2} \\ \frac{b1}{a0} - \frac{a1\,b0}{a0^2} \end{bmatrix}$$

```
> 'C'=eval(C);
```

$$C = [0 \quad 0 \quad 1]$$

```
> 'DD'=eval(DD);
```

$$DD = \left[\frac{b0}{a0} \right]$$

Time: 2.6s | Bytes: 2.94M | Available: 1.10G

เมื่อกำหนดให้

$$G(z) := \frac{z + 3}{z^2 + 3z + 2}$$

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>

MATLAB Command Window

File Edit View Window Help

G =

0	-2
1	-3

H=

3

1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
C=

   0    1



D =


    0
```

Ready   NUM

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE

Maple 6 - [ex8.mws]

File Edit View Insert Format Spreadsheet Options Window Help

```
> obsvcano(Gz,z,'G','H','C','DD');
> 'G'=eval(G);
```

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

```
> 'H'=eval(H);
```

$$H = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
> 'C'=eval(C);
```

$$C = [0 \quad 1]$$

```
> 'DD'=eval(DD);
```

$$DD = [\ 0]$$

Time: 0.5s   Bytes: 2.31M   Available: 1.05G

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้</u>

$$G(z) := \frac{z+3}{z^2 + 3\cdot z + 2}$$

$I1(z) := z + 3$ $\qquad$ $I2(z) := z^2 + 3\cdot z + 2$

$A1 := I1(z)\ \text{coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $A1 := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $A2 := I2(z)\ \text{coeffs}, z \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$k := \text{rows}(A1)$ $\qquad$ $l := \text{rows}(A2)$

$q := \text{rows}(A1)$ $\qquad$ $p := A2_{\text{rows}(A2)-1,0}$

$$X(k,l,p) := \left| \begin{array}{l} 0 \ \text{ if } \ k > l \\ \dfrac{A1}{p} \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \qquad Y(k,l,p) := \left| \begin{array}{l} 0 \ \text{ if } \ k > l \\ \dfrac{A2}{p} \quad \text{otherwise} \end{array} \right.$$

$A := X(k,l,p)$ $\qquad$ $B := Y(k,l,p)$

$$\text{Mat}(B) := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow 0 \\ c \leftarrow 0 \\ \text{for } \ j \in 0..\text{rows}(B) - 2 \\ \quad \left| \begin{array}{l} M_{0,j} \leftarrow -B_{r,c} \\ r \leftarrow r + 1 \end{array} \right. \\ M \end{array} \right. \qquad \text{Mat1}(B) := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow 0 \\ \text{for } \ j \in 0..\text{rows}(B) - 3 \\ \quad \left| \begin{array}{l} M_{0,j} \leftarrow 0 \\ r \leftarrow r + 1 \end{array} \right. \\ M \end{array} \right.$$

$A3 := \text{Mat}(B)^T$

$A4 := \text{Mat1}(B)$

$A5 := \text{identity}(\text{rows}(B) - 2)$

$A6 := \text{stack}(A4, A5)$

$G := \text{augment}(A6, A3)$ $\qquad$ $G = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

$$\text{Mat2}(A) := \left| \begin{array}{l} \text{for } \ j \in 0..\text{rows}(A) - 2 \\ \quad \left[M_{0,j} \leftarrow \left[\left(A_{j,0} \right) - \left(B_{j,0} \cdot A_{\text{rows}(A)-1,0} \right) \right] \right] \\ M \end{array} \right.$$

$H := \text{Mat2}(A)^T$ $\qquad$ $H = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$A7 := \text{stack}(A4, \text{identity}(1))$

$C := A7^T$ $\qquad$ $C = (0 \ \ 1)$

$D := A_{\text{rows}(A)-1,0}$ $\qquad$ $D = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุปผลการทดลองที่ 6

จากการทดลองจะพบว่า ในส่วนของโปรแกรม MATHCAD จะไม่ทำการคำนวณค่าที่เป็นตัวแปรเพื่อหารูปแบบมาตรฐานของสมการ Controllable Canonical Method แต่ถ้าเป็นการคำนวณในเชิงตัวเลขโปรแกรม MATHCAD จะสามารถทำได้เหมือนดังโปรแกรม MATLAB และ MAPLE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 7 Jordan or Diagonal Canonical Form

จากสมการที่ (26) , (27) , (28)

โดยที่ $G = (PGP^{-1})$, $H = (PH)$, $C = (CP^{-1})$, และ $D = D$

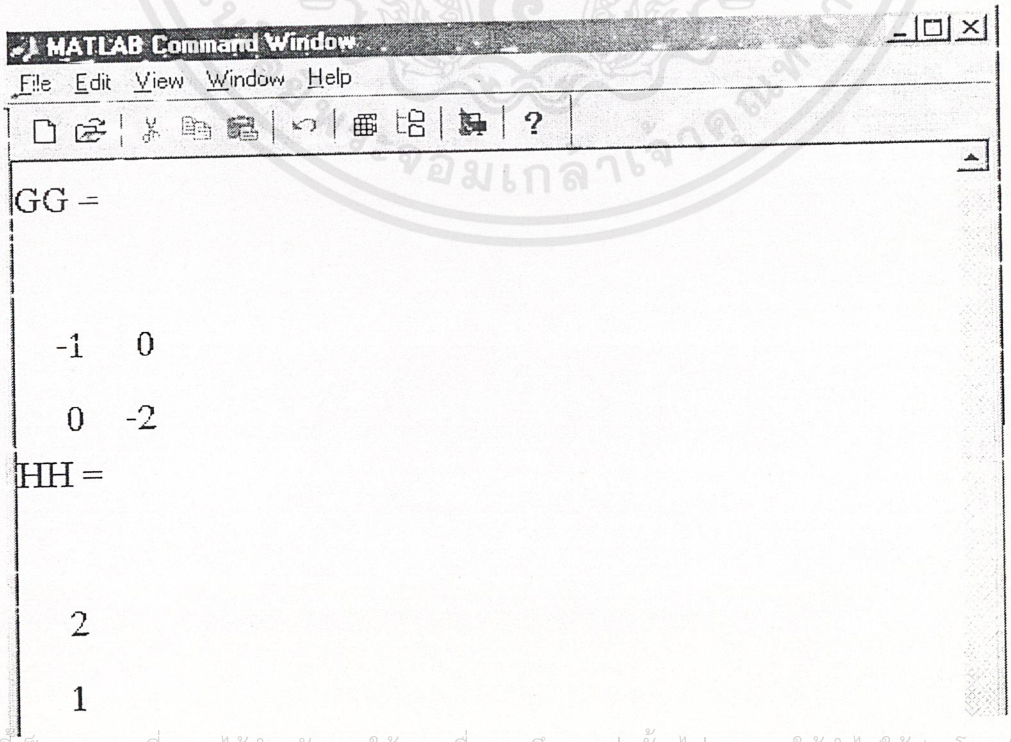
เมื่อกำหนดให้

$$G = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad DD = 0$$

ส่วนของโปรแกรม MATLAB

```
function[DD]=Ex7

G=[0 -2;1 -3];
H=[3;1];
C=[0 1];
D=[0];
[P,J]=jordan(G);
Pinv=inv(P);
GG=J
HH=Pinv*H
CC=C*P
DD=D
```

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมMATLAB



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
CC =

   1   -1

DD =

   0
```

Ready NUM

ส่วนของโปรแกรม MAPLE

```
> G:=matrix(2,2,[0,-2,1,-3]);
> H:=matrix(2,1,[3,1]);
> C:=Matrix([0,1]);
> DD:=[0];
> jordcano:=proc(G,H,C,D,Gh,Hh,Ch,Dh)
> local P,Pinv;
> with(linalg,inverse,jordan);
>     Gh:=jordan(G,'P');
>     Pinv:=inverse(P);
>     Hh:=evalm(Pinv&*H);
>     Ch:=evalm(C&*Pinv);
>     Dh:=evalm(D);
> end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE

Maple 6 - [ex9.mws]

File Edit View Insert Format Spreadsheet Options Window Help

```
> jordcano(G,H,C,DD,'GG','HH','CC','DD');
>
> 'GG'=eval(GG);
```

$$GG = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

```
> 'HH'=eval(HH);
```

$$HH = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
> 'CC'=eval(CC);
```

$$CC = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

```
> 'DD'=eval(DD);
```

$$DD = [0]$$

Time: 2.6s Bytes: 2.94M Available: 1.09G

ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$A := \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ $H := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $C := \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ $D := 0$

$B := \text{eigenvals}(A)$ $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\text{rows}(B) = 2$

$P := \text{eigenvecs}(A)$ $P = \begin{pmatrix} 0.894 & 0.707 \\ 0.447 & 0.707 \end{pmatrix}$ $P := \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$G := P \cdot A \cdot P^{-1}$ $G = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$H := P \cdot H$ $H = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$C := C \cdot P^{-1}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$

$D := D$ $D = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างเพิ่มเติมของโปรแกรม MATHCAD ในกรณีของจอร์แดนที่มีค่าคำตอบเป็นรากซ้ำ (Jardan in Case of Mutiple Roots) พร้อมผลที่ได้โดยการใช้โปรแกรม MATHCAD

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$B := \text{eigenvals}(A)$ $\qquad$ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$r := \text{rank}(A)$ $\qquad$ $r = 3$

$n := \text{rows}(B)$ $\qquad$ $n = 4$

$G := \text{diag}(B)$ $\qquad$ $G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$I(G) := \left| \begin{array}{l} G_{1,2} \leftarrow 1 \text{ if } n - r = 1 \\ G_{1,2} \leftarrow 1 \text{ if } n - r = 2 \\ G_{2,3} \leftarrow 1 \text{ if } n - r = 2 \\ G \end{array} \right.$$

$$I(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

สรุปผลการทดลองที่ 7

จากการทดลองจะพบว่าในส่วนโปรแกรม MATLAB และ MAPLE มีความสะดวกเพราะมีแพ็คเกจ ในการคำนวณเอาไว้แล้วจึงสามารถเรียกใช้ได้ทันทีจึงลดเวลาการทำงานของโปรแกรมลงซึ่งทั้ง 2 โปรแกรมสามารถทำได้แม้จะอยู่ในกรณีรากซ้ำ(multiple roots) แต่โปรแกรม MATHCAD ก็สามารถทำได้แต่มีความยุ่งยากในการคำนวณมากกว่า เพราะต้องเขียนโปรแกรมขึ้นมาใช้งานเอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 8 Controllability

จากสมการสถานะ ทำการตรวจสอบว่าระบบสามารถควบคุมได้หรือไม่ (System Is Controllable)

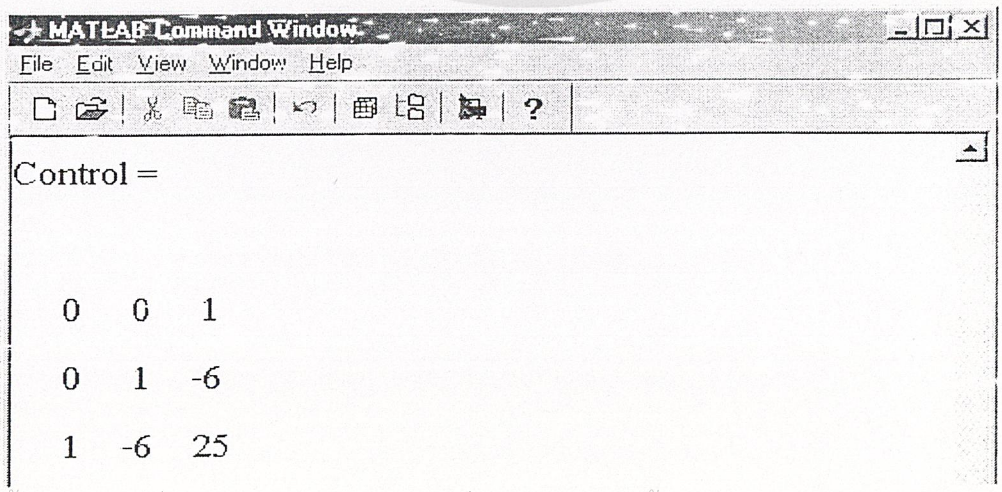
เมื่อกำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C = (4\ 5\ 1)$$

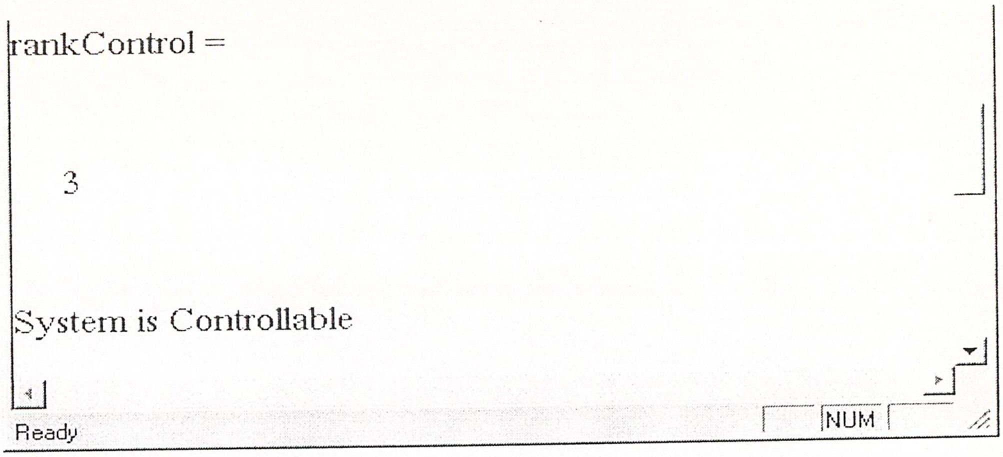
<u>ส่วนของโปรแกรม MATLAB</u>

```
function[Control]=Ex8
A=[0 1 0;0 0 1;-6 -11 -6];
B=[0;0; 1];
C=[4 5 1];
n=rank(A);
J=zeros(length(A),1);
for  i =0:n-1
  D=[A^i*B];
  E=D;
  H=[J E];
  J=H;
end
Control=J(:,2:end)
m=rank(Control);
rankControl = m
if  m == n
    disp('System is Controllable');
 else
    disp('System is Uncontrollable');
end
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมMATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



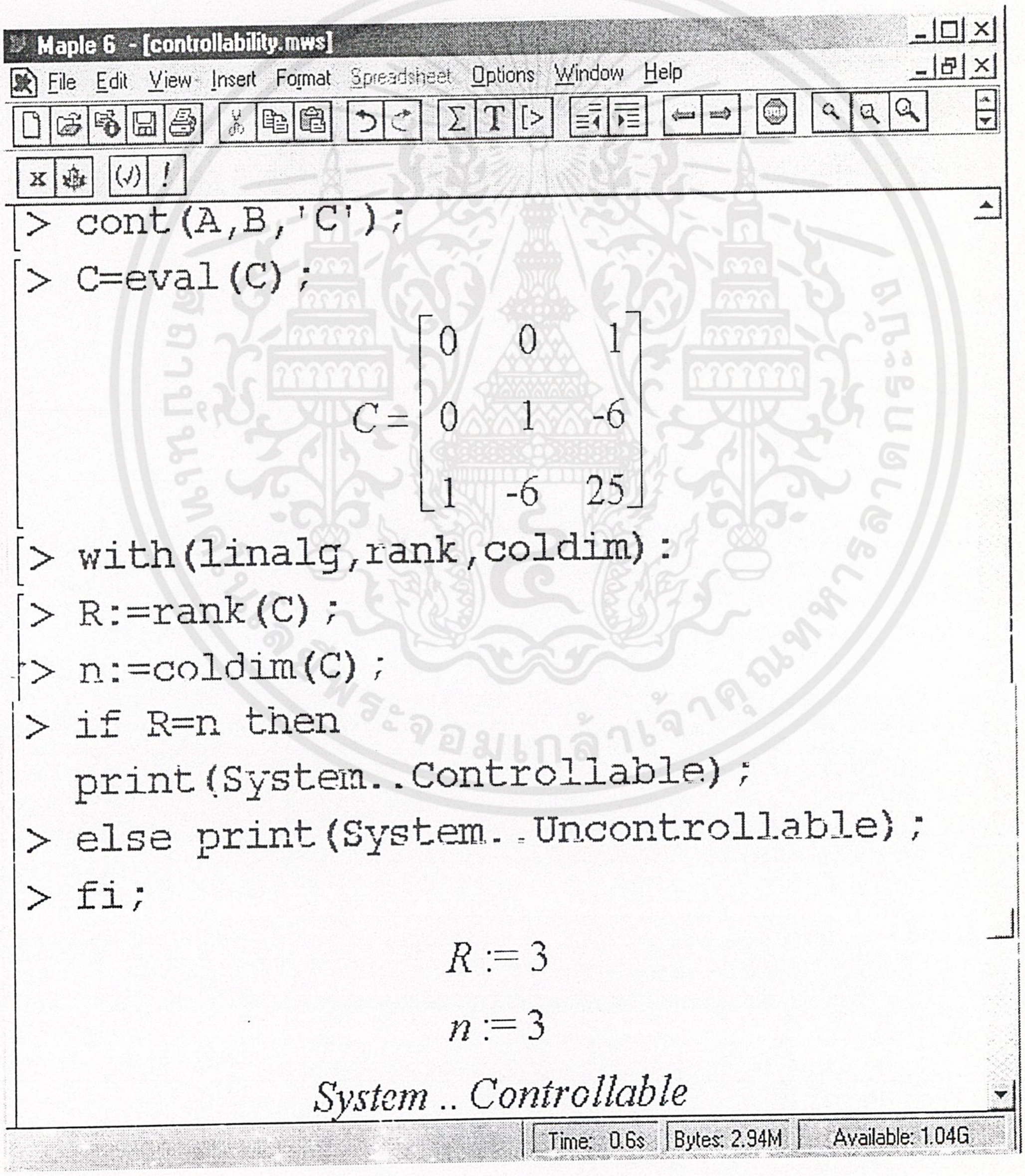
<u>ส่วนของโปรแกรม MAPLE</u>

```
>A := array(1..3,1..3):
A[1,1] :=0:A[1,2]:=1:A[1,3]:=0:A[2,1]
:=0:A[2,2]:=0:A[2,3]:=1:A[3,1] :=-6:A[3,2]:=-11:A[3,3]:=-
6:
>B := array(1..3,1..1):
B[1,1] :=0:B[2,1]:=0:B[3,1]:=1:
>cont:=proc(A,B,C)
>local con,con1,con2,com,com1,C1,i,n;
>with(linalg,augment,rowdim);
>n:=rowdim(A);con:=array(1..n,1..1);
>      for i to n do
>            con[i,1]:=B[i,1];
>      od;
>com:=evalm((A^(1))&*B);
>con1:=array(1..n,1..1);
>      for i to n do
>            con1[i,1]:=com[i,1];
>      od;
>com1:=evalm((A^(2))&*B);
>con2:=array(1..n,1..1);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>       for i to n do
>            con2[i,1]:=com1[i,1];
>       od;
> C1:=augment(con,con1);
> C:=augment(C1,con2);
> end;
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้</u>

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C := \text{augment}\left(B, A \cdot B, A^2 \cdot B\right) \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 1 & -6 & 25 \end{pmatrix}$$

$$r := \text{rank}(C) \qquad r = 3$$

$$n := \text{rows}(C) \qquad n = 3$$

$$\text{check}(r, n) := \begin{vmatrix} C & \text{if } r = n \\ 0 & \text{otherwise} \end{vmatrix}$$

$$\text{check}(r, n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -6 \\ 1 & -6 & 25 \end{pmatrix}$$

If check(r,n) = C , so system is Controllable

If check(r,n) = 0 , so system is Uncontrollable

สรุปผลการทดลองที่ 8

จากการทดลองจะพบว่า ในส่วนโปรแกรม MATHCAD จะไม่สามารถทำการคำนวณค่าแล้วแสดงในรูปของข้อความได้ แต่ในส่วนของโปรแกรม MATLAB และ MAPLE จะสามารถทำได้ ทำให้เราทราบผลโดยทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 9 Observability

จากสมการ State Space ทำการตรวจสอบว่าสามารถที่ตรวจสอบได้ (System is Observalable)

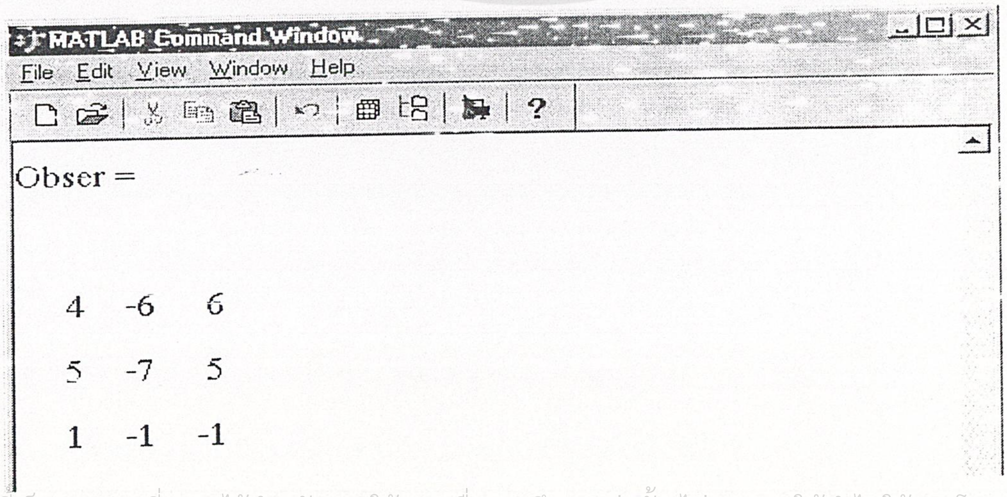
เมื่อกำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C = (4\ \ 5\ \ 1)$$

<u>ส่วนของโปรแกรม MATLAB</u>

```
function[Obser]=Ex9

A=[0 1 0;0 0 1;-6 -11 -6];
B=[0;0; 1];
C=[4 5 1];
n=rank(A);
J=zeros(length(A),1)
for i =0:n-1
   D=[(A^i)'*C']
   E=D
   H=[J E]
   J=H
end
Obser=J(:,2:end)
m=rank(Obser);
rankObser = m
if  m == n
    disp('System is Observable');
 else
    disp('System is Unobservable');
end
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมMATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
rankObser =

    2

System is Unobservable
```

Ready NUM

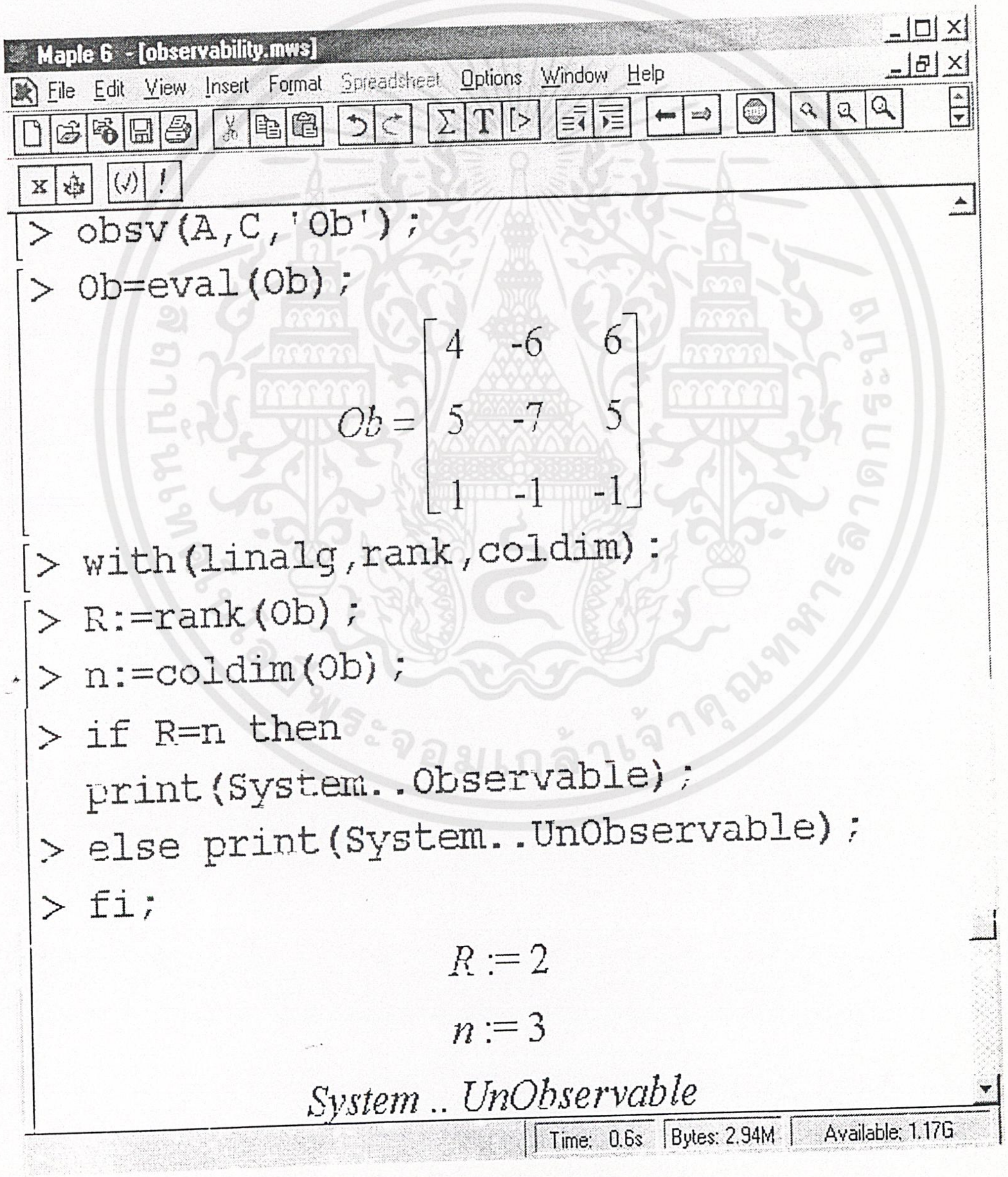
ส่วนของโปรแกรม MAPLE

```
> A := array(1..3,1..3):
A[1,1] :=0:A[1,2]:=1:A[1,3]:=0:A[2,1]
:=0:A[2,2]:=0:A[2,3]:=1:A[3,1] :=-6:A[3,2]:=-11:A[3,3]:=-
6:
> C:= array(1..1,1..3):
C[1,1] := 4:C[1,2]:=5:C[1,3]:=1:
> obsv:=proc(A,C,Ob)
> local con,con1,con2,com,com1,C1,i,n;
> with(linalg,augment,transpose,rowdim);
> n:=rowdim(A);con:=array(1..n,1..1);
>      for i to 3 do
>           con[i,1]:=C[1,i];
>      od;
> com:=evalm((transpose(A^(1)))&*(transpose(C)));
> con1:=array(1..n,1..1);
>      for i to 3 do
>           con1[i,1]:=com[i,1];
>      od;
> com1:=evalm((transpose(A^(2)))&*(transpose(C)));
> con2:=array(1..n,1..1);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>       for i to 3 do
>           con2[i,1]:=com1[i,1];
>       od;
>C1:=augment(con,con1);
>Ob:=augment(C1,con2);
>end;
```

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้</u>

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{pmatrix} \qquad C := (4 \;\; 5 \;\; 1)$$

$$O := \text{augment}\left[C^T, A^T \cdot C^T, \left(A^T\right)^2 \cdot C^T\right] \qquad O = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 6 \\ 5 & -7 & 5 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$r := \text{rank}(O) \qquad r = 2$$

$$n := \text{rows}(O) \qquad n = 3$$

$$\text{check}(r,n) := \begin{cases} O & \text{if } r = n \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{check}(r,n) = 0$$

If check(r,n) = O , so system is Observable

If check(r,n) = 0 , so system is Unobservable

สรุปผลการทดลองที่ 9

จากการทดลองจะพบว่า ในส่วนโปรแกรม MATHCAD จะไม่สามารถทำการคำนวณค่าแล้วจะแสดงในรูปของข้อความได้ แต่ในส่วนของโปรแกรม MATLAB และ MAPLE จะสามารถทำได้ ทำให้เราทราบผลโดยทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

Regulator and Observer Design

ทฤษฎี

Regulator ทำหน้าที่ปรับสถานะที่เบี่ยงเบนไปให้กลับมาจุดสมดุลย์

$dX/dt = AX + Bu$

$u = -KX$

เมื่อ

A เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น n X n

B เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น n X 1

u เป็น Input scalar

K เป็น Matrix ที่มีขนาดเป็น 1 X n เรียกว่า state feedback gain matrix โดยจะสามารถปรับค่าได้โดยมีเงื่อนไขดังนี้

1. (A,B) เป็น Controllable
2. สถานะ Xi(ที่ Xi ใด ๆ) สามารถตรวจจับได้ (Detectable)

โดยที่ μ1 , μ2 , …μn เป็นค่า eigenvalue ได้ตามที่เราต้องการ

ดังนั้นวิธีหาค่า K หาได้จาก

1. $\Delta(S) = S^n + anS^{n-1} + \ldots + a1 = \det(SI-A)$

หา T = c*W โดยที่ $W = \begin{pmatrix} a2 & \ldots\ldots & an & 1 \\ . & . & 1 & 0 \\ an & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$c = [B \;\; A*B \;\; A^2*B \;\ldots\ldots\; A^{n-1}*B]$

2. กำหนดเลือก pole (μ1 , μ2 , …μn)

$(S - \mu 1)(S - \mu 2)\ldots(S - \mu n) = S^n + dnS^{n-1} + \ldots + d1$

หาค่า d1-dn โดยการเทียบสัมประสิทธ์

3. $K = (d1\text{-}a1 \quad d2\text{-}a2 \quad \ldots \quad dn\text{-}an)T^{-1}$

Observer คือการประมาณค่าตัวแปรสถานะที่เปลี่ยนไป (State Variable)ในบาง State ที่ไม่สามารถตรวจสอบได้ แต่ถ้า State observer สามารถตรวจตรา State Variable ได้ทุกๆ State ภายในระบบแล้วจะเรียกว่าFull Order State Observer

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นวิธีหาค่า Ke หาได้จาก

1. $\Delta(S) = S^n + anS^{n-1} + \ldots + a1 = \det(SI-A)$

หา $T = W*O$ โดยที่ $O = [C^T\ A^TC^T \ldots ((A^T)^\wedge(n-1))*C^T]$

$$W = \begin{pmatrix} a2 & \ldots\ldots & an & 1 \\ . & . & 1 & 0 \\ an & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. กำหนดเลือก pole ($\mu1$, $\mu2$, …μn)

$(S - \mu1)\ (S - \mu2)\ldots(S - \mu n) = S^n + \alpha nS^{n-1} + \ldots + \alpha 1$

หาค่า $\alpha1$-αn โดยการเทียบสัมประสิทธิ์

3. $Ke = (W*O)^{-1} \begin{pmatrix} \alpha1 - a1 \\ \alpha2 - a2 \end{pmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 10 Regulator design

กำหนดให้

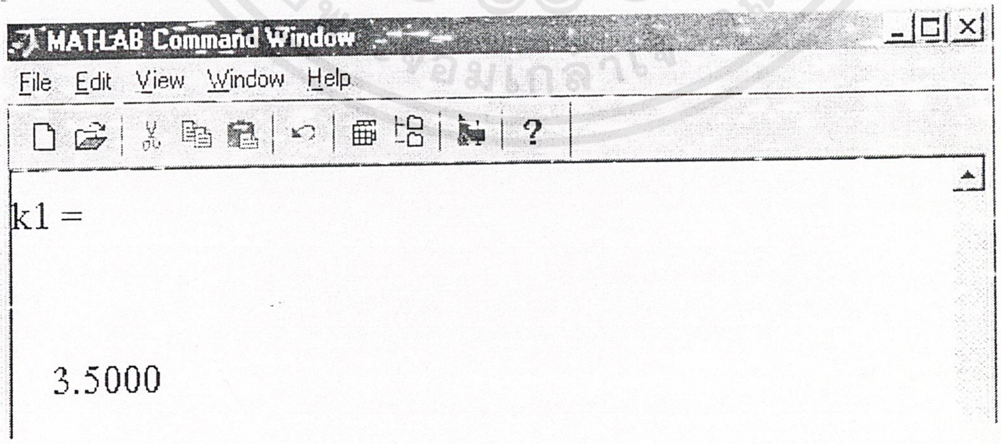
$$A := \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

และกำหนดโพลใหม่ไปที่ตำแหน่ง $\mu 1 = -5 + j2$, $\mu 2 = -5 - j2$, $\mu 3 = -6$

ส่วนของโปรแกรม MATLAB

```
A=[-4 2 0;1 -3 1;0 1 -2];
B=[2;0;0];
M=[B A*B A^2*B];
rank(M);
JA=poly(A);
a1=JA(2);a2=JA(3);a3=JA(4);
W=[a2 a1 1;a1 1 0;1 0 0];
T=M*W;
J=[-5+2i 0 0;0 -5-2i 0;0 0 -6];
JJ=poly(J);
aa1=JJ(2);aa2=JJ(3);aa3=JJ(4);
K=[aa3-a3 aa2-a2 aa1-a1]*(inv(T));
k1=K(1),k2=K(2),k3=K(3)
```

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

k2 =

15.5000

k3 =

30.5000

Ready NUM

<u>ส่วนของโปรแกรม MAPLE</u>

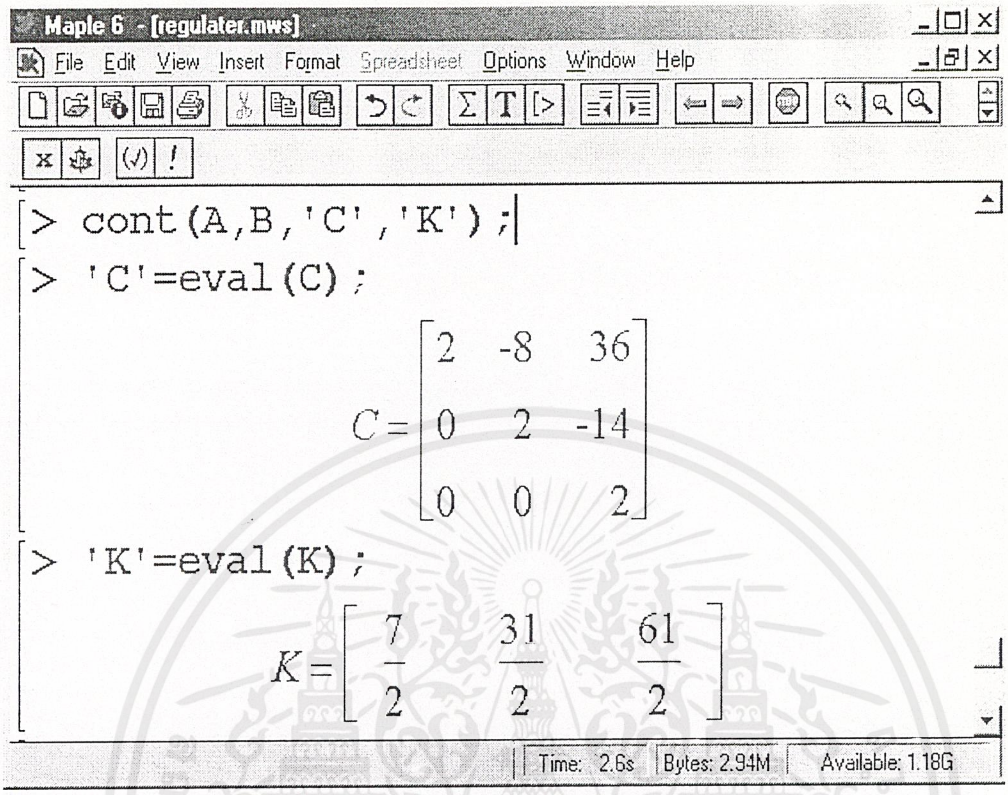
```
> #regulator(method1)
> A:=Matrix([[-4,2,0],[1,-3,1],[0,1,-2]]);
> B:=Matrix([[2],[0],[0]]);
> mu1:=complex(-5,2);mu2:=complex(-5,-2);mu3:=-6;
> W:=Matrix([[ddg[2],ddg[3],1],[ddg[3],1,0],[1,0,0]]);
> cont:=proc(A,B,C,K)
> local
con,con1,con2,com,com1,C1,i,ii,ss,ee,ddg,ddg1,ggd1,ggd2,T
T,T,K1,n;
> with(linalg,augment):
> n:=rowdim(A);con:=array(1..n,1..1);
>      for i to n do
>           con[i,1]:=B[i,1];
>      od;
> com:=evalm((A^(1))&*B);
> con1:=array(1..n,1..1);
>      for i to n do
>           con1[i,1]:=com[i,1];
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>       od;
>com1:=evalm((A^(2))&*B);
>con2:=array(1..n,1..1);
>       for i to n do
>             con2[i,1]:=com1[i,1];
>       od;
>C1:=augment(con,con1);
>C:=augment(C1,con2);
>ii:=array(identity,1..n,1..n);
>ss:=det((s*ii)-A);
>ddg:=[coeff(ss,s,'i-1') $ 'i'=1..n]; # a1...an
>ggd1:=array(1..1,1..n);
>      for i to n do
>           ggd1[1,i]:=ddg[i];
>      od;
>ee:=expand((s+Complex(5, 2))*(s+Complex(5,-2))*(s+6));
>ddg1:=[coeff(ee,s,'i-1') $ 'i'=1..n]; # a1...an
>ggd2:=array(1..1,1..n);
>for i to n do
>           ggd2[1,i]:=ddg1[i];
>     od;
>TT:=evalm(C&*W);
>T:=inverse(TT);
>K1:=array(1..1,1..n);
>      for i to n do
>           K1[1,i]:=ddg1[i]-ddg[i];
>      od;
>K:=evalm(K1&*T);
>end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE



ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้

$$A := \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad I := \text{identity}(\text{rows}(A))$$

$$C(s) := (s \cdot I - A) \rightarrow \begin{pmatrix} s+4 & -2 & 0 \\ -1 & s+3 & -1 \\ 0 & -1 & s+2 \end{pmatrix}$$

$$|C(s)| \rightarrow s^3 + 9 \cdot s^2 + 23 \cdot s + 16$$

$$D := |C(s)| \text{ coeffs}, s \rightarrow \begin{pmatrix} 16 \\ 23 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

%Define

$a1 := D_0 \qquad a1 = 16$

$a2 := D_1 \qquad a2 = 23$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$a3 := D_2 \qquad a3 = 9$

$$C := \mathrm{augment}\left(B, A\cdot B, A^2\cdot B\right) \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 36 \\ 0 & 2 & -14 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$W := \begin{pmatrix} a2 & a3 & 1 \\ a3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad W = \begin{pmatrix} 23 & 9 & 1 \\ 9 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T := C\cdot W \qquad T = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & -1 \\ 0.5 & -2.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

$$E := (s+6)\cdot(s+5+2i)\cdot(s+5-2i) \;\Big|\; \begin{matrix} \mathrm{expand}, s \\ \mathrm{coeffs}, s \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 174 \\ 89 \\ 16 \\ 1 \end{pmatrix}$$

%Define

$d1 := E_0 \qquad d1 = 174$

$d2 := E_1 \qquad d2 = 89$

$d3 := E_2 \qquad d3 = 16$

$$f := (d1 - a1 \quad d2 - a2 \quad d3 - a3)\cdot T^{-1}$$

$$f = (3.5 \quad 15.5 \quad 30.5)$$

สรุปผลการทดลองที่ 10

จากการทดลองจะพบว่าในการคำนวณหา Regulator design นั้นพบว่าทั้งสามโปรแกรมจะใช้หลักการคำนวณที่เหมือนกัน ดังนั้นค่าที่ได้ก็จะมีค่าเท่ากัน

แต่โปรแกรม MATHCAD มีการคำนวณหาค่าคำตอบของสมการได้สะดวกและการใช้งานได้ง่าย และสามารถทำความเข้าใจในตัวโปรแกรมได้และรวดเร็ว กว่าโปรแกรม MAPLE และโปรแกรม MATLAB

โดยเราจะทำการเขียนโปรแกรมเลียนแบบการคำนวณตามทฤษฎี Regulator design โดยทำการคำนวณหาตัวป้อนกลับ(State feedback gain) ที่ทำให้ได้ค่าโพลที่ต้อง การ และยังช่วยเพื่อความเข้าใจในการคำนวณค่าต่างๆ ให้ดียิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 11 Observer design

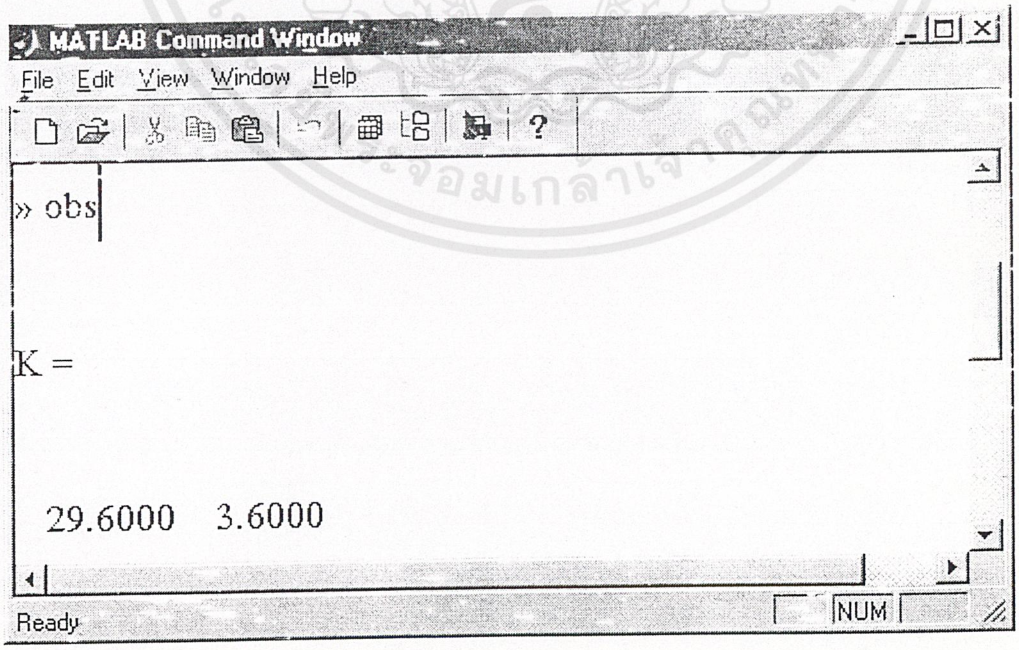
เมื่อกำหนดให้

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 20.6 & 0 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C := (1 \;\; 0) \qquad D := (0)$$

<u>ส่วนของโปรแกรม MATLAB</u>

```
A=[0 1;20.6 0];
B=[0;1];
C=[1 0];
D=[0];
M=[B A*B];
rank(M);
J=[-1.8+2.4i 0;0 -1.8-2.4i];
JJ=poly(J);
Phi=polyvalm(poly(J),A);
K=[0 1]*M'*Phi
N=[C' A'*C'];
rank(N);
J0=[-8 0;0 -8];
poly(J0);
Ph=polyvalm(poly(J0),A);
Ke=Ph*N'*[0;1]
```

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB</u>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนของโปรแกรม MAPLE

```
> #observer(Method2)
> A:=Matrix([[0,20.6],[1,0]]);
> B:=Matrix([[0],[1]]);
> C:=Matrix([0,1]);
> mu1:=complex(-1.8,2.4);mu2:=complex(-1.8,-2.4);
> K:=Matrix([[k1],[k2]]);
> observer2:=proc(A,C,Ke)
> local n,cc,ddg,ddg1,ee,i,ii;
> with(linalg):
> n:=rowdim(A);
> ii:=array(identity,1..n,1..n);
> cc:=det(((s*ii)-A)+(K&*C));
> ddg:=[coeff(cc,s,'i-1') $ 'i'=1..n]; # a1...an
> ee:=expand((s-Complex(-1.8,2.4))*(s-Complex(-1.8,-
2.4)));
> ddg1:=[coeff(ee,s,'i-1') $ 'i'=1..n]; # a1...an
> Ke:=array(1..n,1..1);
>    for i to n do
>        if i=1 then
>           Ke[i,1]:=-(subs(k1=-ddg1[i],ddg[i]));
>        elif i=2 then
>           Ke[i,1]:=-(subs(k2=-ddg1[i],ddg[i]));
>        else     Ke[i,1]:=-(subs(k3=-ddg1[i],ddg[i]));
>        fi;
>    od;
> end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>ผลที่ได้จากการใช้โปรแกรม MAPLE</u>

observer(method2).mws

```
> observer2(A,C,'Ke');
```

$$3.6$$

```
> 'Ke'=eval(Ke);
```

$$Ke = \begin{bmatrix} 29.60000000 + 0.\ I \\ 3.6 \end{bmatrix}$$

```
> |
```

<u>ส่วนของโปรแกรม MATHCAD พร้อมผลที่ได้</u>

$A := \begin{pmatrix} 0 & 20.6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad C := (0 \ \ 1)$

$mu1 := -1.8 + 2.4i \quad mu2 := -1.8 - 2.4i$

$O := augment\left(C^T, A^T \cdot C^T\right) \qquad O = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$I := identity(rows(A)) \qquad D(s) := (s \cdot I - A) \rightarrow \begin{pmatrix} s & -20.6 \\ -1 & s \end{pmatrix}$

$|D(s)| \rightarrow s^2 - 20.6 \qquad E := |D(s)| \ coeffs, s \ \rightarrow \begin{pmatrix} -20.6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

%Define

$a1 := E_0 \qquad a1 = -20.6$

$a2 := E_1 \qquad a2 = 0$

$W := \begin{pmatrix} a2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad W = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$F := [(s - mu1) \cdot (s - mu2)] \ \Big| \begin{matrix} expand, s \\ coeffs, s \end{matrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 9.00 \\ 3.6 \\ 1 \end{pmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

%Define

$$\alpha 1 := F_0 \qquad \alpha 1 = 9$$

$$\alpha 2 := F_1 \qquad \alpha 2 = 3.6$$

$$Ke := (W \cdot O)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \alpha 1 - a1 \\ \alpha 2 - a2 \end{pmatrix}$$

$$Ke = \begin{pmatrix} 29.6 \\ 3.6 \end{pmatrix}$$

สรุปผลการทดลองที่ 11

จากการทดลองจะพบว่าในการคำนวณหา Observer design นั้นพบว่าทั้งสามโปรแกรมจะใช้หลักการคำนวณที่เหมือนกัน ดังนั้นค่าที่ได้ก็จะมีค่าเท่ากัน

แต่โปรแกรม MATHCAD มีการคำนวณหาค่าคำตอบของสมการได้สะดวกและการใช้งานได้ง่าย และสามารถทำความเข้าใจในตัวโปรแกรมได้และรวดเร็ว กว่าโปรแกรม MAPLE และโปรแกรม MATLAB

โดยเราจะทำการเขียนโปรแกรมเลียนแบบการคำนวณตามทฤษฎี Observer design และยังช่วยเพื่อความเข้าใจในการคำนวณค่าต่างๆ ให้ดียิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปและวิจารณ์ผลการทดลอง

จากการทดลองใช้ทั้ง 3 โปรแกรมในการวิเคราะห์เกี่ยวกับสมการสถานะจะได้ข้อดีและข้อเสียของทั้ง 3 โปรแกรมดังนี้

ข้อดีของโปรแกรม MATLAB

1. สามารถคำนวณเชิงตัวเลขและกราฟได้ง่ายและรวดเร็ว
2. การเขียนโปรแกรมไม่ยุ่งยากและไม่ซับซ้อน สามารถเห็นผลได้รวดเร็ว
3. สามารถแสดงค่าของผลลัพท์หรือไม่แสดงค่าก็ได้
4. มีฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้ในการคำนวณมาให้แล้วหรือสร้างเองก็ได้
5. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาเวอร์ชั่นใหม่ ๆ ออกมาเสมอ
6. ถ้าผู้ใช้งานมีความรู้เกี่ยวกับ Pascal หรือภาษา C จะสามารถทำความเข้าใจได้รวดเร็ว
7. สามารถพิมพ์และจัดเก็บในรูป m-file และสามารถนำแก้ไขได้ในภายหลัง

ข้อด้อยของโปรแกรม MATLAB

1. ไม่มีสัญลักษณ์พิเศษมาให้ในการคำนวณทำให้ยากต่อการเข้าใจ
2. ไม่มีแถบเครื่องมือ(Tool bar)มาให้ จึงทำให้การใช้งานยุ่งยากขึ้น

ข้อดีของโปรแกรม MAPLE

1. สามารถสร้าง procedure ที่ใช้ในการคำนวณสมการต่าง ๆ เพื่อทำให้การแก้สมการง่ายขึ้น
2. มีฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้ในการคำนวณมาให้แล้วทำให้ใช้งานได้สะดวกมากขึ้น
3. มีตัวอย่างการใช้งานของคำสั่งต่าง ๆ ทำให้เข้าใจการใช้งานได้ง่ายขึ้น
4. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาเวอร์ชั่นใหม่ ๆ ออกมาเสมอ รวมถึงการมีตัวอย่างการใช้โปรแกรมใหม่ ๆ ให้ดาวน์โหลดอยู่เสมอ

ข้อด้อยของโปรแกรม MAPLE

1. การพิมพ์โปรแกรมไปแล้วถ้าจะกลับมาแก้ไขที่ข้างต้นโปรแกรมทำได้ยุ่งยาก
2. ไม่มีการประมวลผลอัตโนมัติ (Automatic Excute) เมื่อแก้ไขโปรแกรมต้องทำการประมวลผลใหม่ จึงจะได้ผลคำตอบ

ข้อดีของโปรแกรม MATHCAD

1. สามารถพิมพ์โปรแกรมที่ส่วนใดของแผ่นงาน (Work Sheet)
2. เรียกดูค่า คำตอบของสมการที่ส่วนใดก็ได้
3. เหมาะกับการคำนวณฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่ยุ่งยากได้ดี
4. มีแถบเครื่องมือต่าง ๆ หรือตัวอักษรพิเศษมาให้เลือกใช้งานได้ง่าย
5. เมื่อพิมพ์สมการทางคณิตศาสตร์แล้วสามารถหาคำตอบได้ทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. สามารถแสดงค่า ผลลัพธ์ที่จุดต่าง ของกราฟได้

ข้อด้อยของโปรแกรม MATHCAD

1. ไม่สามารถทำการคำนวณในรูปแบบตัวแปรต่อตัวแปรได้
2. ไม่สามารถทำการใช้คำสั่งเงื่อนไขในหมวด Symbolic
3. ไม่มีฟังก์ชั่นคณิตศาสตร์ให้เลือกใช้ในการคำนวณ

จากการทดลองชี้ชัดว่า การนำเอาซอฟต์แวร์มาช่วยในการออกแบบและวิเคราะห์ระบบควบคุมมีประโยชน์มาก ซอฟต์แวร์ที่นำมาใช้ทั้ง 3 ชนิดนี้มีจุดเด่นที่แตกต่างกัน ซึ่งจุดเด่นที่มีอยู่สามารถนำมาเสริมการออกแบบและวิเคราะห์ระบบควบคุมได้อย่างเหมาะสม ตั้งแต่การออกแบบด้วยโมเดลทางคณิตศาสตร์หรือทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรมทั้ง 3 ที่มีฟังก์ชัน ช่วยเหลือในการออกแบบและวิเคราะห์ระบบควบคุมมากมาย ช่วยลดเวลาในการทำงานลงได้มาก แต่ผู้ใช้จำเป็นต้องเข้าใจทฤษฎีของระบบควบคุมเป็นอย่างดีจึงจะใช้ซอฟต์แวร์นี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ตัวอย่างการเรียกใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB

residue	แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนามเป็นเศษส่วนย่อย
tf2ss	แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนามเป็นโพลซีโร่
zp2tf	แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นโพลซีโร่เป็นเศษส่วนพหุนาม
conv	คำนวณผลคูณของพหุนาม
deconv	คำนวณผลหารของเศษส่วนพหุนาม
poly	คำนวณฟังก์ชั่นพหุนามของราก
roots	คำนวณรากของฟังก์ชั่นพหุนาม

ฟังก์ชั่น Residue

ฟังก์ชั่น residue แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนาม B (s) และ A (s) เป็นเศษส่วนย่อยของ เรสิดิว R โพล P และเศษเหลือ K (s)

```
[R,P,K] = residue(B,A)
```

กระจายเศษส่วนย่อยของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$G(s) := \frac{3s + 4}{s^2 + 3s + 2}$$

```
>> A = [1 3 2]
>> B = [3 4]
>> [R,P,K] = residue(B,A)
R =
  2
  1
P =
 -2
 -1
K = []
```

เศษส่วนย่อยของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น คือ

$$G(s) := \frac{2}{s + 2} + \frac{1}{s + 1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ตัวอย่างการเรียกใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MATLAB

residue	แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนามเป็นเศษส่วนย่อย
tf2ss	แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนามเป็นโพลซีโร่
zp2tf	แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นโพลซีโร่เป็นเศษส่วนพหุนาม
conv	คำนวณผลคูณของพหุนาม
deconv	คำนวณผลหารของเศษส่วนพหุนาม
poly	คำนวณฟังก์ชั่นพหุนามของราก
roots	คำนวณรากของฟังก์ชั่นพหุนาม

ฟังก์ชั่น Residue

ฟังก์ชั่น residue แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนาม B (s) และ A (s) เป็นเศษส่วนย่อยของ เรสิดิว R โพล P และเศษเหลือ K (s)

```
[R,P,K] = residue(B,A)
```

กระจายเศษส่วนย่อยของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$G(s) := \frac{3s + 4}{s^2 + 3s + 2}$$

```
>> A = [1 3 2]
>> B = [3 4]
>> [R,P,K] = residue(B,A)
R =
  2
  1
P =
 -2
 -1
K = []
```

เศษส่วนย่อยของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น คือ

$$G(s) := \frac{2}{s + 2} + \frac{1}{s + 1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระจายเศษส่วนย่อยของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$G(s) := \frac{s^2 + 6s + 6}{s^2 + 3s + 2}$$

```
>> A = [1 3 2]

>> B = [1 6 6]

>>  [R,P,K] = residue(B,A)

R =

  2

  1

P =

  -2

  -1

K =

  1
```

เศษส่วนคละของทรานส์เฟอร์ฟังกชั่น คือ

$$G(s) := \frac{2}{s + 2} + \frac{1}{s + 1} + 1$$

ฟังก์ชั่น tf2ZP

ฟังก์ชั่น tf2ZP แปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นเศษส่วนพหุนาม B (s) และ A (s) เป็น โพล P ซีโร่ Z และ อัตราขยาย K ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น

```
[Z,P,k] = tf2zp(B,A)
```

คำนวณ โพลซีโร่ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$G(s) := \frac{3s + 3}{s^2 + 5s + 6}$$

```
>> A = [1 6 6]

>> B = [3 3]

>> [Z,P,k] = tf2zp(B,A)

Z =

  -1

P =

  -3
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

-2

k =

3

โพลและซีโร่ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น คือ

$$G(s) := \frac{3(s+1)}{(s+3)(s+2)}$$

ฟังก์ชั่น zp2tf

ฟังก์ชั่น zp2tf แปลง โพล P ซีโร่ Z และอัตราขยาย K ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น เป็นเศษส่วนพหุนาม B (s) และ A (s)

[B,A] = zp2tf(Z,P,k)

โพล ซีโร่ และอัตราขยาย ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$G(s) := \frac{3(s+1)}{(s+3)(s+2)}$$

```
>> P = [-3;-2]
>> Z = -1
>> k = 3
>> [B,A] = zp2tf(Z,P,k)
B =
0   3   3
A =
1   5   6
```

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น คือ

$$G(s) := \frac{3s+3}{s^2+5s+6}$$

ฟังก์ชั่น Conv

ฟังก์ชั่น Conv คำนวณพหุนามของผลคูณ C (s) ระหว่าง พหุนาม A (s) กับพหุนาม B(s)

C = conv(A,B)

พหุนาม A (s) และ B(s)

A(s) = s+1 และ B(s) = s+2

```
>> A =[1 1]
>> B = [1 2]
>> C = conv(A,B)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

C =

1 3 2

ผลคูณของ พหุนาม A (s) และ B(s) คือ

$C(s) := s^2 + 3s + 2$

ฟังก์ชั่น deconv

ฟังก์ชั่น deconv คำนวณผลหารของ พหุนาม B(s) กับพหุนามส่วน A (s) เป็นพหุนาม Q(s) และเศษหาร R(s)

[Q,A] = deconv(B,A)

เศษส่วนพหุนามนาม

$$\frac{B(s)}{A(s)} := \frac{s^2 + 3s + 2}{s + 1}$$

>> B = [1 3 2]

>> A = [1 1]

>> [Q,A] = deconv(B,A)

Q =

1 2

R =

0 0 0

ผลหารของพหุนาม B(s) และ A(s) คือ

$Q(s) := s + 2$

ฟังก์ชั่น Poly

ฟังก์ชั่น Poly คำนวณพหุนาม A(s) จากรากของพหุนาม R

A = poly(R)

ตัวประกอบรากของพหุนาม A(s)

$A(s) := (s + 2)(s + 1)$

>> R = [-2 ; -1]

>> A = poly(R)

A =

1 3 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พหุนาม A(s) คือ

$$A(s) := s^2 + 3s + 2$$

ฟังก์ชั่น roots

ฟังก์ชั่น roots คำนวณราก R ของพหุนาม A(s)

R = roots(A)

พหุนาม A(s) คือ

$$A(s) := s^2 + 3s + 2$$

```
>> A = [1 3 2]

>> R = roots(A)

R =

 -2

 -1
```

ตัวประกอบรากของพหุนาม A(s)

$$A(s) := (s + 2)(s + 1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

ตัวอย่างการเรียกใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MAPLE

การกำหนดค่าเมทริกซ์

```
>Matrix([[1,2,3],[4,5,6]]);
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

การเรียกใช้แพ็คเกจ(package)

```
>with(linalg,exponential);
```

$$[exponential]$$

```
>phi[a]:=exponential(A,t);
```

$$\phi_a := \begin{bmatrix} -e^{(-2t)} + 2e^{(-t)} & e^{(-t)} - e^{(-2t)} \\ -2e^{(-t)} + 2e^{(-2t)} & 2e^{(-2t)} - e^{(-t)} \end{bmatrix}$$

การเรียกใช้ procedure และการประกาศตัวแปร

```
>discon:=proc(A,B,T,mG,mH)
>local mA,mC;
```

การคำนวณหาผลลัพท์ของโปรแกรม

```
>discon(A,B,h,'G','H');
```

$$\begin{bmatrix} 1 - e^{(-h)} \\ h + e^{(-h)} - 1 \end{bmatrix}$$

```
>'H'=eval(H);
```

$$H = \begin{bmatrix} 1 - e^{(-h)} \\ h + e^{(-h)} - 1 \end{bmatrix}$$

```
>'G'=eval(G);
```

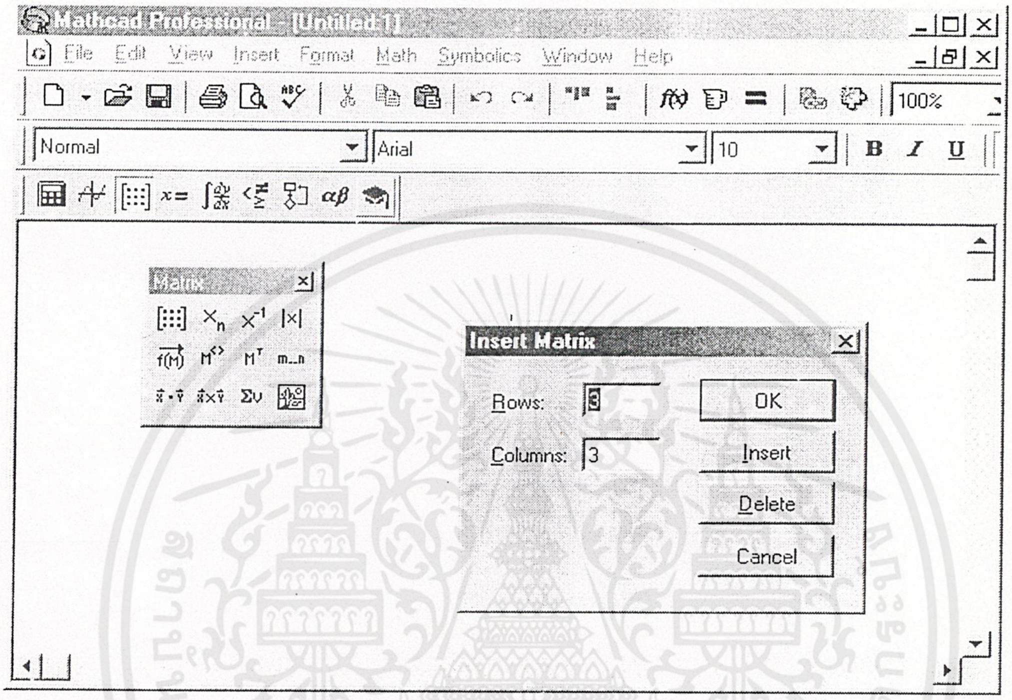
$$G = \begin{bmatrix} e^{(-h)} & 0 \\ 1 - e^{(-h)} & 1 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

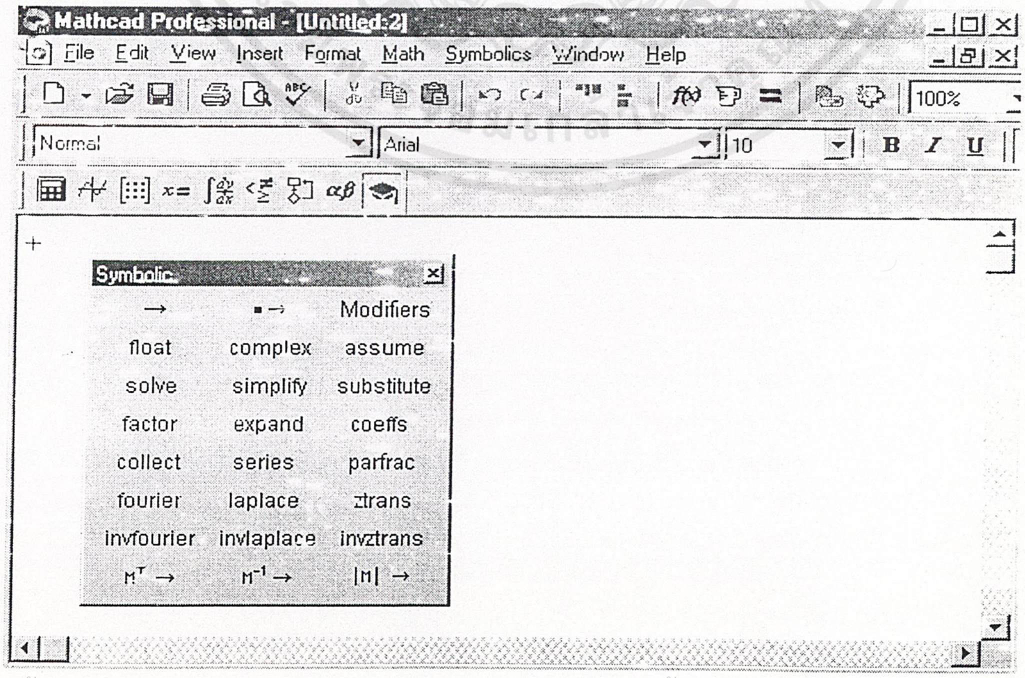
ภาคผนวก ค.

ตัวอย่างการเรียกใช้คำสั่งต่าง ๆ ในโปรแกรม MATHCAD

การกำหนดค่าเมทริกซ์

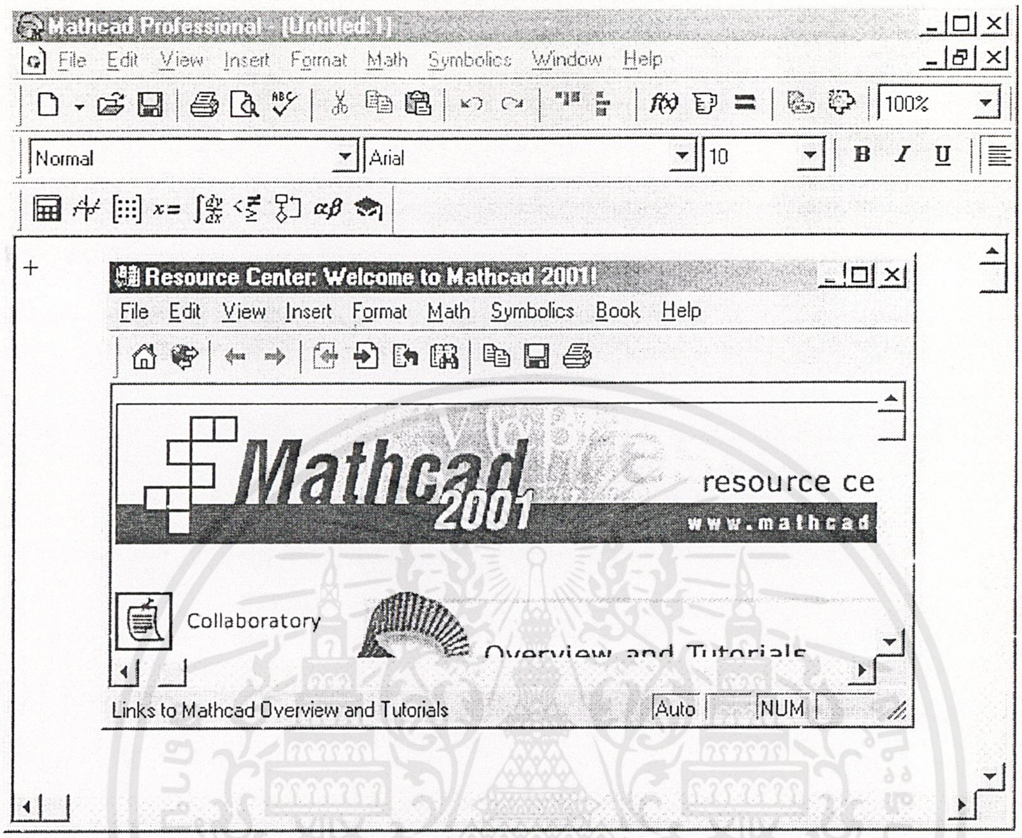


การกระทำการคำนวณในโหมดซิมโบลิค



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเรียกใช้ Resource Center



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ วิพันธ์ ปรีชาพานิช อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์เป็นอย่างยิ่ง ที่คอยให้คำปรึกษาและแนะนำช่วยเหลือจนปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ภายในภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมทุกท่านที่ช่วยอบรมสั่งสอน ตลอดระยะเวลาที่ศึกษาอยู่ที่ลาดกระบัง

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ โอปอ กอล์ฟ รวมถึงเพื่อนภายในภาคที่คอยเป็นแรงกระตุ้น ให้เราขยันเสมอและเป็นกำลังใจ

ขอขอบพระคุณ คุณอา ที่ให้ยืมหมึกสำหรับพิมพ์รายงาน

ขอขอบพระคุณ พี่ ๆ ที่ธุรการภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมที่คอยช่วยเหลือมาโดยตลอด

เปรมปรีดิ์ ลี้ตระกูล

วุฒินันท์ ธูปหอม

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

1. Ayowale B. ogunye and Alexander Penlidis, " State Space Computations Using MapleV " , IEEE Control Systems, February 1996, pp.70-77

2. รศ.ดร. มนัส สังวรศิลป์ และ วรรัตน์ ภัทรอมรกุล, " คู่มือการใช้งานMATLAB ฉบับสมบูรณ์ ", สำนักพิมพ์อินโฟเพรส, 508 หน้า, 2543

3. วิทยา สงวนวรรณ , " การใช้งาน Mathcad เวอร์ชัน 4.0 สำหรับวินโดวส์ ", บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด(มหาชน), 350 หน้า, 2537

4. B. W. Char, K.O.Geddes, G.H. Gonnet,B.L.Leong , M.B.Monagan, and S.M.Watt, MapleV Library Reference Manual, Springer-Verlag,1991.

5. Joe King, " Mathcad 6.0 for Engineers ", Addison-Wesley Publishing Company , Inc.

6. Katsuhiko Ogata, " Discrete-Time Control System", Prentice-Hill Inc., Englewood Cliffs, NJ, 994 p., (1987).

7. Katsuhiko Ogata, " Modern Control Engineering ", Prentice-Hill Inc., Englewood Cliffs, NJ, 997 997 p., (1987).

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้