

การศึกษาตัวแปรของแม่พิมพ์ที่มีผลต่อขนาดลวดโลหะ
ภายหลังผ่านการดึงลดขนาด

The Effect of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter



นายพงศกรณ์ อาติ่ม
นายอรรณพ สีหาสุข

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

ว.พ.

ท. ๒๕๖

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2544

เลขหมู่..... 2544

เลขทะเบียน..... 46013

วัน, เดือน, ปี..... 27 ก.พ. 2546

.b.....

สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ได้วนการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การศึกษาตัวแปรของแม่พิมพ์ที่มีผลต่อขนาดลวดโลหะ
ภายหลังผ่านการดึงลดขนาด

The Effect of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่ใช้
วันที่ 20/5/16 3

ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2544

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การศึกษาตัวแปรของแม่พิมพ์ที่มีผลต่อขนาดลวดโลหะ

ภายหลังผ่านการดัดขนาด

The Effect of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter

ผู้จัดทำ

1. นาย พงศกรณ์ อาดัม รหัสประจำตัว 42015358

2. นาย อรรถนพ สีหาสุข รหัสประจำตัว 42015380



อาจารย์ที่ปรึกษา

(รศ. สมชัย นรเศรษฐ์โสภณ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

The Effect of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter

Pongsaporn Adam

Unnop Sechasook

Associate Professor Somchai Norrasetsopol Advisor

ABSTRACT

This project will be mentioned about the study of the parameter of die, which effected to the diameter of wire after the process of wire drawing and by using the finite element of the computer program to analyze the value of significant parameter. More over, this project has the experiments on wire drawing in order to take the results from them to compare, so that the most suitable value in wire drawing process could be found.

Furthermore, the project consists of the study of the die half angle (∞), the curve of entry space, bearing length and the material of wire, which all has the effect to the structure and dimension of wire after the process of wire drawing. The finite element of the computer program is taken to use to adjust the values and research the modification of wire after adjusting the values. After comparing with the result of calculation from theory, it's able to imply that the results from both methods are absolutely related.

กิตติกรรมประกาศ

ตลอดช่วงเวลา 1 ปีที่ได้ทำงานวิจัยชิ้นนี้ มีปัญหาและอุปสรรคมากมายแต่ก็สามารถแก้ไขปัญหาและอุปสรรคทั้งหมดได้ ทั้งนี้ก็ด้วยความกรุณาอย่างสูงจากอาจารย์ที่ปรึกษารองศาสตราจารย์สมชัย นรเศรษฐ์โสภณ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ตลอดจนแนวทางการดำเนินงานวิจัย รวมไปถึงแนวทางการแก้ไขปัญหาต่างๆ อันเป็นประโยชน์ต่องานศึกษาวิจัยในครั้งนี้อย่างยิ่ง

ผู้ทำวิจัยกราบขอบพระคุณ Prof.Kazunari Yoshida จากมหาวิทยาลัยโตเกียว ประเทศญี่ปุ่น ที่ได้กรุณาแนะนำเทคนิค เทคโนโลยีและความรู้ใหม่ๆ ในการทำวิจัยครั้งนี้ และที่ขาดเสียมิได้ คุณพงษ์ศักดิ์ นิสภกุล รุ่นพี่นักศึกษาระดับปริญญาโท ที่เอื้อเฟื้ออุปถัมภ์สำหรับการทดสอบงานวิจัย อีกทั้งคอยให้คำแนะนำ ให้ข้อคิดเห็นตลอดระยะเวลาที่ได้ดำเนินงานวิจัยครั้งนี้

เหนือสิ่งอื่นใด กราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยเป็นกำลังใจตลอดเวลาที่ผ่านมา อีกทั้งผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องในงานวิจัยนี้ทุกท่านประโยชน์อันใดที่เกิดจากงานวิจัยนี้ ย่อมเป็นผลมาจากความกรุณาของบุคคลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณอย่างสูง ไว้ ณ โอกาสนี้

พงศกรณ์ อาตุ้ม

อรรณพ สีหาสุข

สารบัญ

หน้าที่

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VI
สารบัญรูปภาพ	VII
สารบัญกราฟ	IX
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและความเป็นมา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัย	1
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 ทฤษฎี	3
2.1 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์	3
2.2 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาของแข็ง	3
2.3 ปัญหาแผ่นระนาบ	11
2.4 การเปลี่ยนรูปของวัสดุหรือโลหะ	17
2.5 กลไกการเปลี่ยนรูปของวัสดุหรือโลหะ	18
2.6 สมการของการคำนวณขบวนการ Wire Drawing Process	25
บทที่ 3 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย และ แนวความคิดในการสร้างแบบจำลอง	28
3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย	28
3.2 ลักษณะของปัญหาในการสร้างแบบจำลอง	29
บทที่ 4 การทดลองการดึงลวดโลหะผ่านดาย (DIE) และ ผลการคำนวณจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์	32
4.1 จุดประสงค์ของการทดลอง	32
4.2 อุปกรณ์การทดลอง	32
4.3 แนวทางการทดลอง	34
4.4 วิธีการทดลอง	34
4.5 ผลการทดลอง	34
4.6 สรุปผลการทดลอง	58

4.7 ผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์	60
บทที่ 5 บทสรุป	67
บรรณานุกรม	69
ภาคผนวก ก.	70
ภาคผนวก ข.	86



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

			หน้าที่
ตารางที่	4.1	แสดงค่าแรงดึงและค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองมูมครึ่งของ DIE เท่ากับ 5 องศาที่ DIE ขนาด 5 มิลลิเมตร	41
ตารางที่	4.2	แสดงค่าความยาวสุดท้ายของลวดทดสอบ	41
ตารางที่	4.3	แสดงค่าแรงดึงและค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองมูมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศาที่ DIE ขนาด 5 มิลลิเมตร	49
ตารางที่	4.4	แสดงค่าความยาวสุดท้ายของลวดทดสอบ	49
ตารางที่	4.5	แสดงค่าแรงดึงและค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองมูมครึ่งของ DIE เท่ากับ 10 องศาที่ DIE ขนาด 5 มิลลิเมตร	57
ตารางที่	4.6	แสดงค่าความยาวสุดท้ายของลวดทดสอบ	57
ตารางที่	4.7	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 1 มิลลิเมตร	63
ตารางที่	4.8	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 2 มิลลิเมตร	64
ตารางที่	4.9	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 3 มิลลิเมตร	64
ตารางที่	4.10	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองเหลือง ที่ Bearing Length 1 มิลลิเมตร	64
ตารางที่	4.11	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองเหลือง ที่ Bearing Length 2 มิลลิเมตร	64
ตารางที่	4.12	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองเหลือง ที่ Bearing Length 3 มิลลิเมตร	65
ตารางที่	4.13	อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 2 มิลลิเมตร และ Fillet 2 มิลลิเมตร	65

สารบัญรูปภาพ

			หน้าที่
รูปที่	2.1	แสดงความสมดุลของ ของแข็งในสามมิติ	4
รูปที่	2.2	พลังงานที่เกิดจากความเครียดในวัตถุ	6
รูปที่	2.3	เอลิเมนต์ทรงหกหน้าในวัตถุสามมิติ	8
รูปที่	2.4	ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเค้นในระนาบบนแผ่นโลหะบาง	12
รูปที่	2.5	ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเครียดในระนาบของเขื่อนที่มีความลึก	12
รูปที่	2.6	ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในแนวแกน X และ Y บนเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	13
รูปที่	2.7	ความดันตลอดขอบ 2 - 3 ของขอบสามเหลี่ยม	15
รูปที่	2.8	แรงรวมที่จุดต่อ 2 และ 3	16
รูปที่	2.9	แสดงโคอะแกรม Elastic Deformation และ Plastic Deformation	17
รูปที่	2.10	แสดงการเกิด การเคลื่อนตัว	18
รูปที่	2.11	แสดงการ Twinning ในแบบต่างๆ	19
รูปที่	2.12	แสดงภาพโครงสร้างที่เกิดจากการ Twinning	19
รูปที่	2.13	แสดงลักษณะการเกิด Edge Dislocation	20
รูปที่	2.14	แสดงขั้นตอนในแบบต่างๆในการเกิด Edge Dislocation	20
รูปที่	2.15	แสดง Line การเกิด Screw Dislocation	21
รูปที่	2.16	แสดงการเลื่อนไหลในผลึกโลหะ	22
รูปที่	2.17	แสดงการเบี่ยงเบนเคลื่อนที่ของ โครงสร้างอะตอมจากความเค้นเฉือน	22
รูปที่	2.18	แสดงรูปแบบการเบี่ยงเบนพื้นฐาน	23
รูปที่	2.19	แสดงแรงกระทำทำให้ โครงสร้างอะตอมเกิดการเบี่ยงเบนมากขึ้น	23
รูปที่	2.20	แสดงแรงกระทำทำให้ โครงสร้างอะตอมเกิดการบิดให้เกิดการเบี่ยงเบนเป็นรูปสกรู	24
รูปที่	2.21	แสดงกรณีที่ระนาบเลื่อนไหลมาตัดกันที่ขอบเม็ดเกรนและมีการเบี่ยงเบนของ โครงสร้างอะตอมตามแนวระนาบเลื่อนไหลจะมีผลให้เกิดความแข็งเพิ่มขึ้น	24
รูปที่	2.22	แสดงโคอะแกรมสมดุลแรงของขบวนการ Wire Drawing	26
รูปที่	3.1	แสดงแบบจำลอง 2 มิติ ที่ได้ทำการสร้างขึ้น	29
รูปที่	3.2	แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน Y	30
รูปที่	3.3	แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน X	30
รูปที่	4.1	แสดงเครื่อง Universal Testing Machine	32
รูปที่	4.2	แสดง DIE ขนาด 10 องศา	33
รูปที่	4.3	แสดง Dimension ของ DIE	33
รูปที่	4.4	แสดงลวดทองแดง , ลวดทองเหลือง	33

รูปที่	ก 1	แสดง เอลิเมนต์ระนาบที่มีความเค้นกระทำ	70
รูปที่	ก 2	แสดงเอลิเมนต์สามมิติภายใต้สภาวะความเค้น	72
รูปที่	ก 3	แสดงการเปลี่ยนรูปของเอลิเมนต์	73
รูปที่	ก 4	แสดงเอลิเมนต์สามมิติที่ความเค้นตั้งฉากกระทำ	76
รูปที่	ก 5	แสดงลักษณะปัญหาความเค้นระนาบ	79
รูปที่	ก 6	แสดงลักษณะความเครียดระนาบ	80
รูปที่	ก 7	แสดง (ก) เอลิเมนต์ภายใต้สภาวะความเค้น (ข) ความเค้นหลัก	81
รูปที่	ก 8	แสดง (ก) ระนาบของเอลิเมนต์แกนสมมาตร (ข) เอลิเมนต์แกนสมมาตร	82
รูปที่	ก 9	แสดงการกระจัดและการหมุน (rotation) ของเอลิเมนต์ในระนาบ $r - z$	83
รูปที่	ก 10	แสดงเอลิเมนต์วงแหวนภายใต้สภาวะความเค้น	85



สารบัญกราฟ

			หน้าที่
กราฟที่	4.1	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	34
กราฟที่	4.2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	35
กราฟที่	4.3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	35
กราฟที่	4.4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	36
กราฟที่	4.5	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	36
กราฟที่	4.6	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	37
กราฟที่	4.7	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	37
กราฟที่	4.8	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	38
กราฟที่	4.9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	38
กราฟที่	4.10	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	39
กราฟที่	4.11	แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	39
กราฟที่	4.12	แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา	40
กราฟที่	4.13	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา	42
กราฟที่	4.14	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา	42
กราฟที่	4.15	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา	43
กราฟที่	4.16	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา	43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟที่	4.34	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา	54
กราฟที่	4.35	แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา	55
กราฟที่	4.36	แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา	55
กราฟที่	4.37	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Drawing Stress Ratio ของลวดทองแดง กับ มุมครึ่งของ DIE	58
กราฟที่	4.38	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Drawing Stress Ratioของลวดทองเหลือง กับ มุมครึ่งของ DIE	58
กราฟที่	4.39	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing 1 mm	60
กราฟที่	4.40	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองเหลือง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 1 mm	60
กราฟที่	4.41	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 2 mm	61
กราฟที่	4.42	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองเหลือง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 2 mm	61
กราฟที่	4.43	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 3 mm	62
กราฟที่	4.44	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองเหลือง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 3 mm	62
กราฟที่	4.45	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 2 mm, Fillet มุมทางเข้า โดยมีรัศมี R = 2 mm	63
กราฟที่	5.1	แสดงเส้นกราฟระหว่างวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์และการทดลองจริง	68

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมา

อุตสาหกรรมการผลิตในปัจจุบันนี้มีอยู่อย่างมากมายหลากหลายสาขา ซึ่งต่างต้องทำการแข่งขันกันในการนำเสนอสินค้าหรือผลิตภัณฑ์เพื่อผลทางเศรษฐศาสตร์ การพัฒนาเทคโนโลยีในสายการผลิตหรืออุตสาหกรรมที่ตนเองทำอยู่นั้นจึงมีความจำเป็นอย่างสูง เพื่อเป็นการเพิ่มความสามารถและศักยภาพในการแข่งขันของผลิตภัณฑ์ที่ตนผลิต อุตสาหกรรมการขึ้นรูปโลหะนั้นก็เป็นที่มาของสาขาหนึ่งที่มีการพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีการผลิตไปอย่างรวดเร็ว โดยในปัจจุบันนั้น การใช้วิธีการสร้างรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) โดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปเข้ามาช่วยในการทำงานนั้น ถือเป็นวิธีการที่ได้รับความนิยมและได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวาง ด้วยเพราะมีความถูกต้องแม่นยำของผลที่ได้ในระดับที่ยอมรับได้ หากแต่จุดเด่นที่สำคัญของวิธีการนี้คือ สามารถช่วยลดเวลาในการทำงานได้มาก ซึ่งส่งผลให้ทำงานได้ปริมาณที่มากขึ้นเป็นการลดต้นทุนในการทำงานได้อย่างมาก อีกทั้งความสามารถที่มีอยู่อย่างมากมายของ โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปเหล่านี้ ยังช่วยให้สามารถจำลองสภาพการณ์หรือรูปแบบของผลิตภัณฑ์ได้อย่างหลากหลาย ทำให้สามารถออกแบบขบวนการและผลิตภัณฑ์อย่างอิสระ เป็นประโยชน์โดยตรงต่ออุตสาหกรรมการขึ้นรูปอย่างสูง

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอผลการศึกษาค้นคว้าที่มีต่อเส้นลวดโลหะขณะทำการดึงลดขนาด ด้วยวิธีการสร้างแบบจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์ และได้ทำการทดลอง (Experiment) เพื่อเป็นการเปรียบเทียบผลที่ได้ในการประกอบภาควิเคราะห์หาผลสรุปและจุดที่เหมาะสมที่สุดของตัวแปรต่างๆในขบวนการดึงขึ้นรูปลวดโลหะ เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการศึกษาถึงผลกระทบของตัวแปรที่มีความสำคัญต่อขบวนการดึงขึ้นรูป รวมทั้งพฤติกรรมของลวดโลหะ และคาย (DIE) ที่เกิดขึ้น ซึ่งจะเป็แนวทางในการพัฒนาและออกแบบต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัย

ในปริญญานิพนธ์นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1. เพื่อศึกษาถึงตัวแปรที่มีผลกระทบต่อลวดโลหะในขบวนการดึงขึ้นรูปลวดโลหะ
2. เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของลวดโลหะที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในช่วง การเปลี่ยนรูปแบบพลาสติก (Plastic Deformation)
3. เพื่อศึกษาถึงวิธีการสร้างแบบจำลองและหลักการทํางานของ โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์
4. เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ถึงหลักการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงไปของ ค่าของตัวแปรที่มีผลต่อลวดโลหะ เช่น อัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Percentage of Reduction Area) และ มุมครึ่งของคาย (DIE Half Angle) เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

ในปฏิญานิพนธ์นี้มีขอบเขตงานวิจัย ดังนี้

1. ทำการศึกษาถึงพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นของเส้นลวดโลหะ ในขณะที่ทำการดึงในขบวนการดึงขึ้นรูป(ลดขนาด) ที่เกิดจากอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด และ มุมด้าย ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไป
 - ความเค้นที่เกิดขึ้นในเส้นลวดโลหะภายหลังผ่านขบวนการดึงลดขนาด
 - ความยาวของเส้นลวด โลหะที่เกิดการยืดภายหลังผ่านขบวนการดึงลดขนาด
 - ลักษณะทางกายภาพของเส้นลวดโลหะภายหลังผ่านขบวนการดึงลดขนาด เช่น ผิวของเส้นลวดโลหะ การแตกหัก
2. ทำการสร้างแบบจำลองของขบวนการดึงลดขนาดของเส้นลวดโลหะโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อวิเคราะห์ถึงค่าที่เกิดขึ้นในขบวนการดึงลดขนาดเส้นลวดโลหะในวัสดุ ทองแดง และ ทองเหลือง
3. ทำการทดลองดึงลดขนาดเส้นลวดโลหะ (ทองแดง , ทองเหลือง) เพื่อให้ทราบถึงข้อจำกัดที่มืออยู่จริงในขบวนการดึงลดขนาดเส้นลวดโลหะ
4. ทำการศึกษาวิเคราะห์ผล เปรียบเทียบผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป และ ผลที่ได้จากการทดลอง เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการศึกษาแก้ปัญหาต่อไป

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในปฏิญานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมที่เกิดขึ้นในเส้นลวดโลหะในขบวนการดึงลดขนาดโดยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งคาดว่าจะได้รับประโยชน์จากการศึกษานี้ ดังนี้

1. เป็นแนวทางที่ดีในการวิเคราะห์ขบวนการขึ้นรูปโลหะ สำหรับงานที่ไม่สามารถสร้างชิ้นทดสอบขึ้นมาได้ หรือ แม้ว่าจะสามารถสร้างได้ก็จำเป็นต้องใช้ค่าใช้จ่ายที่สูง
2. เป็นการลดเวลาและค่าใช้จ่าย ในการสร้างแบบจำลองเพื่อใช้ทำการทดสอบ
3. เป็นแนวทางในการประยุกต์หลักการทำงานของขบวนการดึงขึ้นรูปโลหะ เพื่อนำไปพัฒนาเทคโนโลยีในอุตสาหกรรมการผลิต

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

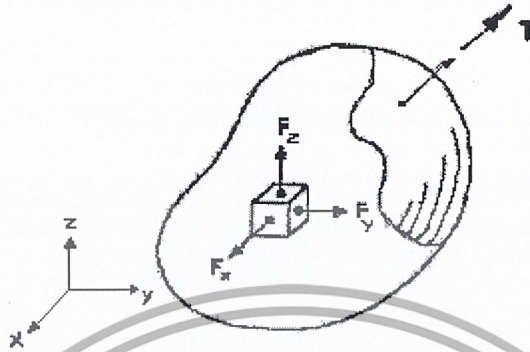
ปัญหาที่เกิดขึ้นในงานวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ ส่วนใหญ่สามารถอธิบายได้ด้วย กฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์ และสามารถทำให้อยู่ในรูปของสมการได้ โดยอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) หรือ สมการอินทิกรัล (Integral Equation) แต่ทว่าการหาผลเฉลยแม่นยำ (Exact Solution) ที่ต้องการนั้นทำได้ยากจึงมีการหาวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ซึ่งมีวิธีการอยู่หลายวิธีเช่น วิธีการผลต่าง (Finite Difference Method), วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เป็นต้น แต่ในที่นี้จะพิจารณาถึงวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์เท่านั้น

วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นการใช้ระเบียบวิธีทางเชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์โดยประมาณของปัญหา โดยแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการคำนวณออกเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ ที่เรียกว่าเอลิเมนต์ (Element) เอลิเมนต์เหล่านี้เชื่อมต่อกันที่จุดต่อ (Node) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่จะคำนวณค่าตัวแปรตาม (Dependent Variables) ที่ต้องการโดยทำการพิจารณาเอลิเมนต์ทีละเอลิเมนต์ ด้วยสมการสำหรับเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้น ซึ่งสมการดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา เมื่อทำการรวมสมการสำหรับเอลิเมนต์ทั้งหมดเข้าด้วยกันจะเกิดระบบสมการชุดใหญ่ ที่รวมกันเป็นรูปร่างลักษณะทั้งหมดของปัญหาที่เกิดขึ้นจริง แล้วทำการปัญหาประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการชุดใหญ่ที่ได้มาแล้วทำการแก้ระบบสมการชุดดังกล่าว จะทำให้ได้ผลเฉลยโดยปัญหาประมาณที่ต้องการ ความแม่นยำนั้น จะขึ้นอยู่กับข้อกำหนดขนาดของเอลิเมนต์ และจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาของแข็ง

วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เริ่มพัฒนาจากการแก้ปัญหาทางด้านของแข็ง โดยวิธีการหาค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวมที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากแรงภายนอกที่มากระทำในการใช้วิธีการดังกล่าวเราได้สมมติลักษณะการกระจายของการเคลื่อนตัว (Displacement) ซึ่งเป็นตัวแปรตัวหนึ่งบนเอลิเมนต์แล้วจึงทำการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์ของการเคลื่อนตัว ณ จุดต่อต่างๆ จากนั้นจึงทำการคำนวณหาความเครียดและความเค้น วิธีการเช่นนี้เรียกว่าวิธีการใช้การเคลื่อนตัว (Displacement Method) ในขณะเดียวกันในช่วงแรกของการพัฒนา วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ก็มีการใช้หลักการอื่นๆ ในการสมมติตัวแปรที่ต่างกันบนเอลิเมนต์เช่นการสมมติการกระจายของความเค้นและการเคลื่อนตัวไปพร้อมๆ กันบนเอลิเมนต์ซึ่งเรียกว่าวิธีการผสม (Mixed Method) เป็นต้น รายละเอียดของปัญหาของแข็งจะเริ่มการใช้สมการพื้นฐานดังนี้

2.2.1 สมการพื้นฐานทั่วไปในสามมิติ สมการเชิงอนุพันธ์
ความสมดุลของของแข็งที่มีการยืดหยุ่นได้ในสามมิติดังรูป



รูปที่ 2.1 แสดงความสมดุลของของแข็งในสามมิติ

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

โดย σ_x , σ_y , σ_z แทนความเค้นในแนวแกน x , y , z ตามลำดับ และ τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} แทนความเค้นเฉือน F_x , F_y , F_z แทนแรงวัตถุ (body force) ในแนวแกน x , y , z ตามลำดับตลอดผิวรอบนอกของของแข็งดังแสดงในรูปอาจประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตหลายชนิดเช่นการกำหนดระยะการเคลื่อนตัวบนผิวบางส่วนในขณะที่ผิวส่วนอื่นๆ มีการกำหนดเงื่อนไขของความเค้นที่ผิว (Surface Traction) ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$\vec{T} = T_x \hat{i} + T_y \hat{j} + T_z \hat{k} \quad (2.2)$$

โดย T_x , T_y , T_z แทนความเค้นที่ผิวในทิศแกน x , y , z ตามลำดับซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของความเค้นย่อยต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง n_x, n_y, n_z เป็นทิศทางโคไซน์ของเวกเตอร์

$$\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k} \quad (2.4)$$

ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิว ณ จุดที่กำลังพิจารณาอยู่นั้น

นอกจากเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวเหล่านี้แล้ว ของแข็งในสามมิติในรูป อาจมีความเครียดขั้นต้น (Prestrain) ที่เกิดขึ้นอยู่ก่อน ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดโดยทั่วไปคือ

$$\{\sigma\} = [c]\{\varepsilon - \varepsilon_0\} \quad (2.5)$$

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}] \quad (2.6)$$

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}] \quad (2.7)$$

$$[c] = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

$\{\varepsilon_0\}$ แทน เวกเตอร์ของความเครียดขั้นต้นซึ่งอาจเกิดมาจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจากอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่าง ๆ กัน $T(x, y, z)$ นั้นมีค่าไม่เท่ากัน ในกรณีเช่นนี้เวกเตอร์นี้คือ

$$\{\varepsilon\}^T = [\alpha \Delta T \ \alpha \Delta T \ \alpha \Delta T \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2.8)$$

โดย α แทนสัมประสิทธิ์การขยายตัวและ ΔT แทนอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปจากอุณหภูมิ T_0 ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่วัสดุนั้นไม่มีความเค้น ดังนี้

$$\Delta T = T(x \ y \ z) - T_0 \quad (2.9)$$

ความเครียดขั้นต้นอาจเกิดมาจากกรณีที่โครงสร้างนั้นมีความเครียดอยู่ก่อนแล้วและอยู่ในภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกกระทำ ความเครียดขั้นต้นที่เกิดขึ้นในสายเคเบิลต่างๆ ที่ใช้ยึดกันในโครงสร้างอวกาศชนิดหนึ่ง ซึ่งเป็นผลให้โครงสร้างนั้นมีเสถียรภาพและอยู่ได้ภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกชนิดอื่นเข้ามากระทำ อันจะทำให้ภาวะสมดุลนั้นเปลี่ยนแปลงไป ความเครียดขั้นต้นมีประโยชน์ต่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โครงสร้างทั่วไป อาทิเช่น การใช้ความเครียดขั้นต้นในสายเคเบิลต่างๆ เพื่อให้สะพานแขวนอยู่ในภาวะสมดุล ความเครียดขั้นต้นในโครงสร้างของร่มหลังจากที่กางออก เป็นต้น

2.2.2 ฟังก์ชันแปรผัน

ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งโดยทั่วไป เราสามารถทำได้โดยเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ดังแสดงในสมการ (2.1) และใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง หรืออาจจะใช้วิธีการแปรผัน หากเราเลือกใช้วิธีการแปรผันเราจำเป็นต้องหาฟังก์ชันที่เมื่อทำการหาค่าต่ำสุดแล้วจะก่อให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์ (2.1) ฟังก์ชันดังกล่าวคือ พลังงานศักย์รวมนั่นคือ

$$J = U + V \quad (2.10)$$

โดย U^* คือพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ ดังแสดงในรูป



รูปที่ 2.2 พลังงานที่เกิดจากความเครียดในวัตถุ

$$U^* = \frac{1}{2} \int [\epsilon - \epsilon_0] \{\sigma\} dV \quad (2.11)$$

แทน $\{\sigma\}$ จากสมการ (2.5) ลงไปจะได้

$$U^* = \int [\epsilon - \epsilon_0] [c] \{\epsilon - \epsilon_0\} dV$$

ซึ่งหลังจากคูณขยายออกมาและจัดพจน์ต่างๆ จะได้

$$U^* = \frac{1}{2} \int [\epsilon] [c] \{\epsilon\} dV - \int [\epsilon] [c] \{\epsilon_0\} dV + \frac{1}{2} \int [\epsilon_0] [c] \{\epsilon_0\} dV \quad (2.12)$$

จากสมการ V คือพลังงานศักย์อันเกิดจากแรงวัตถุ (Body Force) ที่มีปริมาณ V และแรงที่ผิว (Surface Traction) บนผิวที่มีพื้นที่ S ซึ่งเราสามารถเขียนในรูปแบบแบบนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
V^* &= -\int_V (F_x u + F_y v + F_z w) dV - \int_S (T_x u + T_y v + T_z w) dS \\
&= -\int_V [u \ v \ w] \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} dV - \int_S [u \ v \ w] \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} dS \\
&= -\int_V [\bar{\delta}] \{F\} dV - \int_S [\bar{\delta}] \{T\} dS
\end{aligned} \tag{2.13}$$

โดย $[\bar{\delta}]$ แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนตัว U, V, W ในทิศทางแกน X, Y, Z ตามลำดับ $\{F\}$ แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงวัตถุในทิศทางแกน X, Y, Z และ $\{T\}$ แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงที่ผิวในทิศทางแกน X, Y, Z จากนั้นแทนสมการ (2.12) และ (2.13) ลงในสมการ (2.10) จะได้พลังงานศักย์รวมในรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{2} \int_V [e] [c] \{e\} dV - \int_V [e] [c] \{e_0\} dV \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_V [e_0] [c] \{e\} dV - \int_V [\bar{\delta}] \{F\} dV \\
&\quad - \int_S [\bar{\delta}] \{T\} dS
\end{aligned} \tag{2.14}$$

ซึ่งเราสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ชนิดต่างๆ ได้

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งเราจะแสดงวิธีการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ชนิดต่างๆ ในหัวข้อย่อยต่อไป โดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเสถียรค้ำเช่นกันซึ่งเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ (2.1) แต่ละไว้ในที่นี้ เราจะประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์เหล่านี้ในรูปแบบของสมการที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนตัวที่ไม่รู้ค่าที่จุดต่อ นั่นคือ เราจะสมมุติการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์ ซึ่งในวิธีการนี้เราต้องมั่นใจว่าลักษณะการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์ที่เราสมมติขึ้นมานั้นจะก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่ลู่อเข้าหาผลลัพธ์ที่ถูกต้อง (converged solution) หลังจากที่เราทำการแบ่งเอลิเมนต์ให้มีขนาดเล็กย่อยลงไป ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นต่อเมื่อ

1. ในกรณีที่พลังงานศักย์รวมดังเช่นแสดงในสมการ (2.14) ประกอบด้วยพจน์ที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (first-order derivative) ของค่าเคลื่อนตัว ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวนั้นจำเป็นต้องมีความต่อเนื่อง (compatibility) ตลอดรอยต่อของเอลิเมนต์ที่ติดกัน เราเรียกความต่อเนื่องชนิดนี้ว่าความต่อเนื่องแบบ C^0 ซึ่งในสมการ (2.14) เราจะเห็นว่าเราจำเป็นต้องสมมติลักษณะการกระจายค่าเคลื่อนตัวให้มี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นประโยชน์จะเขียนขึ้นการค้นคว้าวิจัยใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความต่อเนื่องระหว่างเอลิเมนต์เนื่องจากค่าความเครียด ϵ ซึ่งปรากฏอยู่ในสมการนี้คืออนุพันธ์อันดับหนึ่งของค่าเคลื่อนตัว

2. ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวที่สมมติบนเอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องมีความบริบูรณ์ (Completeness) ซึ่งหมายถึงว่าการกระจายดังกล่าวสามารถก่อให้เกิดค่าความเครียดที่มีค่าคงที่บนเอลิเมนต์นั้นได้สำหรับกรณีที่น่าเอลิเมนต์เช่นนี้ไปใช้กับปัญหาที่เกิดภาวะจริงเช่นนั้น เช่น เหล็กท่อนถูกดึงที่ปลายทั้งสองด้วยแรงที่คงที่ ซึ่งก่อให้เกิดความเครียดที่คงที่ตลอดความยาวของเหล็กท่อนนั้น

ข้อบังคับสองข้อนี้มีความสำคัญมากโดยเฉพาะในกรณีที่เรากำลังต้องการทำการสมมุติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวแบบใหม่ๆ ขึ้นมาด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะขัดมาใหม่ที่ไม่สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาโดยทั่วไปได้หรือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้เอลิเมนต์ดังกล่าวจะไม่ลู่เข้าสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้องหลังจากเราเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ให้มากขึ้น อนึ่งลักษณะของการกระจายของค่าเคลื่อนตัวของเอลิเมนต์ชนิดต่างๆ ที่จะมีคุณสมบัติใช้ในหัวข้อต่างๆ ไปนี้จะสอดคล้องกับข้อบังคับดังที่อธิบายมาแล้วนี้โดยคร่าวๆ

2.2.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

หลังจากที่เราทราบฟังก์ชันแปรผันดังแสดงในสมการ (2.14) สำหรับวัตถุทั่วไปในสามมิติดังแสดงในรูป แล้วเราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ในสามมิติทั่วไปได้ สมมติว่าเรามีเอลิเมนต์ทรงหกหน้าซึ่งประกอบด้วยแปดจุดดังแสดงในรูป



รูปที่ 2.3 เอลิเมนต์ทรงหกหน้าในวัตถุสามมิติ

ขั้นตอนแรกที่เราจำเป็นต้องทำก็คือสมมุติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในสามทิศทาง โดยค่าเคลื่อนตัวในแต่ละทิศทางสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และค่าการเคลื่อนตัว ณ ตำแหน่งจุดต่อทั้งแปดจุดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= [N(x,y,z)] \{u\} \\ v(x,y,z) &= [N(x,y,z)] \{v\} \\ w(x,y,z) &= [N(x,y,z)] \{w\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือเขียนรวมกันได้ว่า

$$[\bar{\delta}]_{3 \times 1} = [N(x,y,z)]_{3 \times 24} [\delta]_{24 \times 1} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} [\bar{\delta}]^T &= [u \quad v \quad w] \\ [\bar{\delta}]^T &= [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad w_3] \end{aligned} \quad (2.17)$$

เวกเตอร์ของความเครียดดังแสดงในสมการ (2.7) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าเคลื่อนตัวได้คือ



$$\{\epsilon\}_{6 \times 1} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \end{Bmatrix} = [B(x,y,z)]_{6 \times 24} \{\delta\} \quad (2.18)$$

โดย $[B(x,y,z)]$ แทนเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและการเคลื่อนตัว หากเราแทนสมการ (2.16) และ (2.18) ลงในสมการของพลังงานศักย์รวม (2.15) เราจะได้

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_V [\delta]_{1 \times 24} [B]^T_{24 \times 6} [c]_{6 \times 6} [B]_{6 \times 24} \{\delta\}_{24 \times 1} dV - \int_V [\delta]_{1 \times 4} [B]^T_{24 \times 6} [c]_{6 \times 6} \{\epsilon_0\}_{6 \times 1} dV \\ &+ \frac{1}{2} \int_V [\epsilon_0]_{1 \times 6} [c]_{6 \times 6} \{\epsilon_0\}_{6 \times 1} dV - \int_V [\delta]_{1 \times 24} [N]^T_{24 \times 3} \{F\}_{3 \times 1} dV \\ &- \int_S [\delta]_{1 \times 24} [N]^T_{24 \times 3} \{T\}_{3 \times 1} dS \end{aligned}$$

หรือเขียนย่อได้ว่า

$$J = \frac{1}{2} [\delta] [K] \{\delta\} dV - [\delta] \{F_0\} + \frac{1}{2} \int_V [\epsilon_0] [c] \{\epsilon_0\} dV \quad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย

$$[K]_{24 \times 24} = \int_V [B]_{24 \times 6}^T [c]_{6 \times 6} [B]_{24 \times 6} dV \quad (2.20a)$$

$$[F_0]_{24 \times 1} = \int_V [B]_{24 \times 6}^T [c]_{6 \times 6} \{\epsilon_0\}_{6 \times 1} dV \quad (2.20b)$$

$$[F_B]_{24 \times 1} = \int_V [N]_{24 \times 3}^T \{F\}_{3 \times 1} dV \quad (2.20c)$$

$$[F_I]_{24 \times 1} = \int_S [N]_{24 \times 3}^T \{T\}_{3 \times 1} dS \quad (2.20d)$$

ในที่นี้ $[K]$ คือเอลิเมนต์ของความแข็งแรง $\{F_0\}$, $\{F_B\}$, $\{F_I\}$ คือโหนดเวกเตอร์เนื่องมาจากความเค้น, แรงวัตถุ และแรงที่ผิวตามลำดับ

เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยการหาค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวมดังแสดงในสมการ (2.19) นั่นคือ

$$\frac{\delta J}{\delta \{\delta\}} = 0$$

ซึ่งจะทำให้เกิดสมการไฟไนต์เอลิเมนต์รวมทั้งสิ้น 24 สมการย่อยสำหรับหนึ่งเอลิเมนต์ทรงหกหน้าทีประกอบด้วยแปดจุดต่อ ทั้ง 24 สมการย่อยนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[K]_{24 \times 24} \{\delta\}_{24 \times 1} = \{F_0\}_{24 \times 1} + \{F_B\}_{24 \times 1} + \{F_I\}_{24 \times 1} \quad (2.21)$$

โดยขั้นตอนรายละเอียดจะละไว้ อนึ่งค่าอนุพันธ์ที่เกิดขึ้นจากพจน์ที่สามทางด้านขวาของสมการ (2.19) นั้นมีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากพจน์ดังกล่าวไม่ฟังก์ชันของค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อ

หลังจากประกอบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากทุกๆ เอลิเมนต์ขึ้นเป็นสมการระบบรวมของวัตถุสามมิตินั้น แล้วทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและแก้สมการการระบบรวมเพื่อหาผลลัพธ์ของค่าเคลื่อนตัวที่ทุกๆ จุดต่อไปแล้วค่าความเค้นในทิศทางต่างๆ สามารถคำนวณได้โดยการใช้สมการ (2.5) และ (2.18) ดังนี้

$$\{\sigma\}_{6 \times 1} = [c]_{6 \times 6} [B]_{6 \times 24} \{\delta\}_{24 \times 1} - [c]_{6 \times 6} \{\epsilon_0\}_{6 \times 1} \quad (2.22)$$

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมทริกซ์ต่างๆ เหล่านี้ในสามมิติสามารถดัดแปลงเพื่อนำไปสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมทริกซ์ต่างๆ สำหรับเอลิเมนต์ในหนึ่งสอง หรือสามมิติชนิดอื่นๆ ได้โดยง่ายโดยจะแสดงให้หัวข้อต่างๆ ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 ปัญหาแผ่นระนาบ

- สมการพื้นฐาน

สมการเชิงอนุพันธ์ของความสมดุลในแผ่นระนาบ ซึ่งวางตัวอยู่ในแนวราบ x-y คือ

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y &= 0\end{aligned}\quad (2.23)$$

โดยที่ขอบนอกของแผ่นระนาบอาจประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตของการกำหนดค่าเคลื่อนตัว $U(x,y)$ และ $V(x,y)$ ในทิศทาง x และ y ตามลำดับ หรืออาจกำหนดแรงที่ขอบนอกซึ่งอยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ (2.3) นั่นคือ

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix}\quad (2.24)$$

เช่น ความดัน (pressure) หรือแรงเสียดสีที่ผิว (skin friction) เป็นต้น ความสัมพันธ์ ระหว่างความเค้นและความเครียด ในรูปแบบของสมการ (2.5) คือ

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon - \epsilon_0\}\quad (2.25)$$

ซึ่งในกรณีนี้

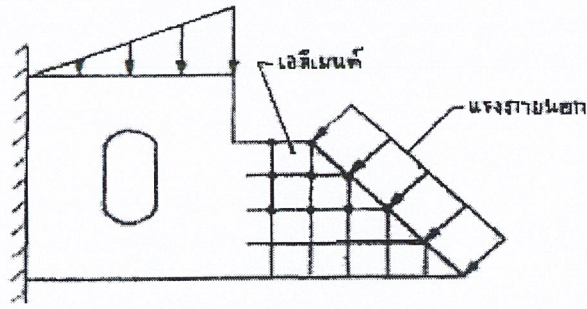
$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}]\quad (2.26)$$

$$\{\epsilon\}^T = [\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \gamma_{xy}]\quad (2.27)$$

และหากความเครียดขั้นต้นนั้นเนื่องมาจากอุณหภูมิ

$$\{\epsilon_0\}^T = \{\alpha\}^T(T(x) - T_0)\quad (2.28)$$

โดยเมตริกซ์ $[C]$ และ $\{\alpha\}$ ขึ้นอยู่กับการสมมุติจำแนกลักษณะของปัญหาว่าเป็นลักษณะของความเค้นในระนาบ (plane stress) หรือความเค้นในระนาบ (plane strain) ความหมายของปัญหาความเค้นในระนาบใช้กับปัญหาแผ่นระนาบบางโดยตั้งอยู่บนสมมุติฐานที่ว่าค่าความเค้นในทิศทางผ่านความหนาของแผ่นนั้นน้อยมากและกำหนดให้เท่ากับศูนย์ ตัวอย่างลักษณะปัญหาความเค้นในระนาบ เช่น การคำนวณ ความยืดหยุ่นของโลหะที่มีแรงกระทำที่ขอบต่าง ๆ ดังแสดงในรูปเป็นต้น

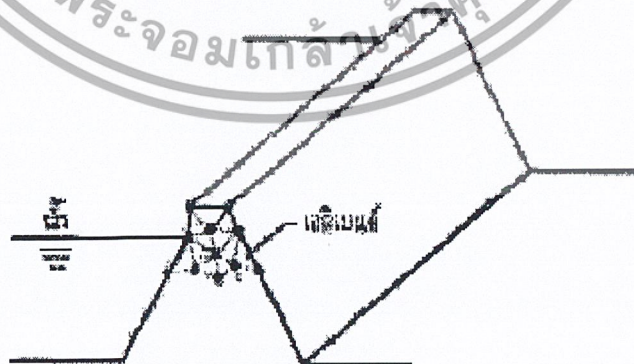


รูปที่ 2.4 ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเค้นในระนาบบนแผ่นโลหะบาง

ในกรณีของความเค้นในระนาบนี้

$$[c] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

ในขณะเดียวกัน ความหมายของปัญหาความเครียดในระนาบใช้กับปัญหาที่มีความลึกมากโดยตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่าค่าความเครียดในทิศทางผ่านความลึกนั้นไม่เกิดขึ้นนั่นคือให้เท่ากับศูนย์ ตัวอย่างลักษณะปัญหาความเครียดในระนาบ เช่น การคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้นในตัวเชื่อมกัมน้ำดังแสดงในรูปเป็นต้น



รูปที่ 2.5 ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเครียดในระนาบของเขื่อนที่มีความลึก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยในกรณีของความเครียดในระนาบนี้

$$[c] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha(1+\nu) \\ \alpha(1+\nu) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

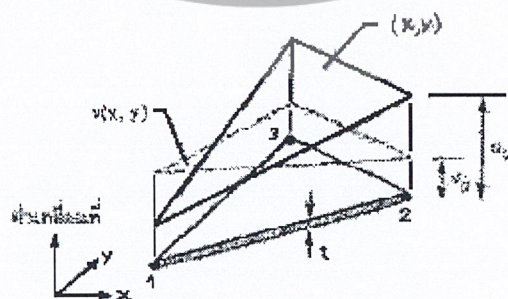
▪ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยตรงโดยการใช้สมการเชิงอนุพันธ์ (2.23) และเงื่อนไขขอบเขต (2.24) ด้วยวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Method of Weight Residuals) ในที่นี้เราจะใช้วิธีการแปรผันโดยทำการตัดแปลงสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่ได้สร้างขึ้นมาแล้ว

เนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาสองมิติ เราอาจเลือกใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมก็ได้ ซึ่งรายละเอียดของเอลิเมนต์ทั้งสองได้เคยกล่าวมาแล้ว ซึ่งมีตัวแปรเพียงตัวเดียวที่ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิบนเอลิเมนต์ แต่ในปัญหาของความเค้นในระนาบหรือความเครียดในระนาบเรามีการกระจายค่าเคลื่อนตัว u และ v นี้บนเอลิเมนต์ เช่น เอลิเมนต์สามเหลี่ยม ได้แสดงไว้ในรูป ซึ่งในกรณีนี้ สมการ (2.16) คือ

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} = [N] \{\delta\} \quad (2.31)$$

2×6 6×1



รูปที่ 2.6 ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในแนวแกน X และ Y บนเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย $N_i, i = 1, 2, 3$ แทนฟังก์ชันการประมาณภายในของสามเหลี่ยม ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและค่าเคลื่อนตัวในรูปแบบที่คล้ายสมการ (2.18) คือ

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \\ &= [B] \{\delta\} \end{aligned} \quad (2.32)$$

แทนเมตริกซ์ $[B]$ ที่ได้ลงในสมการ (2.20a) เราจะได้ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ของความแข็งเกร็ง ดังนี้

$$[K] = [B]^T [c] [B] A \quad (2.33)$$

และ โหลดเวกเตอร์อื่นเนื่องจากอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปดังสมการ (2.20b) คือ

$$\{F_0\} = [B]^T [c] (T - T_0) \alpha A \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

สมการ (2.34) นี้ได้มาจากกรณีที่อุณหภูมิ $T(x,y)$ ถูกสมมติให้คงที่ตลอดเอลิเมนต์ที่พิจารณานั้น แต่หากอุณหภูมิบนเอลิเมนต์นั้นแปรผันในลักษณะแผ่นเรียบ (Flat Plate) โหลดเวกเตอร์ที่ได้จะอยู่ในรูปแบบของสมการ (2.34) เช่นเดิมแต่ค่า T จะเป็นค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิที่จุดต่อทั้งสามของเอลิเมนต์นั้น

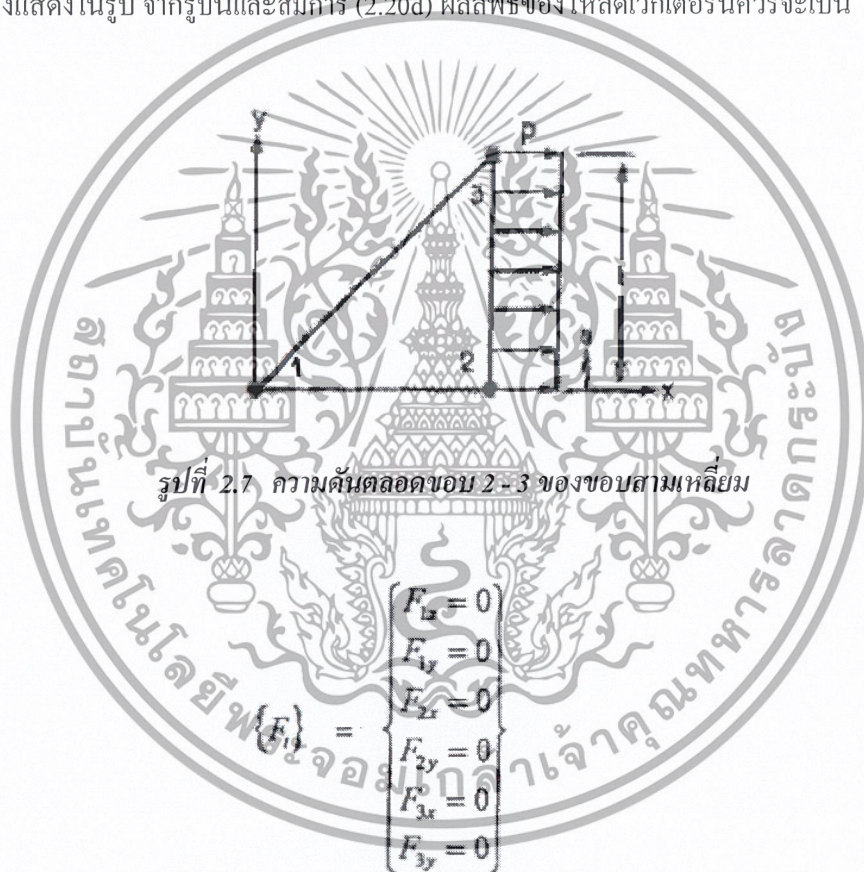
จะเห็นได้ว่าเมตริกซ์ $[B]$ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและค่าเคลื่อนตัวดังแสดงในสมการ (2.32) สำหรับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ประกอบด้วยสามจุดต่อ่นั้นเป็นเมตริกซ์ที่มีค่าความเครียดที่คงตัว (Constant Strain Triangle) โดยไม่ขึ้นกับตัวแปรต้น x, y ซึ่งทำให้การประดิษฐ์เอลิเมนต์เมตริกซ์ต่างๆ ที่ตามมาดังเช่น แสดงในสมการ (2.32) - (2.33) นั้นทำได้โดยสะดวก อีกทั้งการประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็สามารถทำได้โดยง่ายเช่นกัน เอลิเมนต์ชนิดนี้ใช้กันโดยแพร่หลายในการออกแบบโดยทั่วไป เช่นในการคำนวณการขยายตัว และ ความเค้นที่เกิดขึ้นบนส่วนหัวของเครื่องยนต์บนเครื่องบินสมัยใหม่ ซึ่งจะเกิดอุณหภูมิสูงเนื่องจากการเสียดสีกับบรรยากาศในขณะที่ทำการบิน ด้วยความเร็วกว่าเสียงหลายเท่า เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โหลตเวกเตอร์อื่นๆ ซึ่งเกิดจากแรงวัตถุหรือแรงที่ผิวดังแสดงในสมการ (2.20c) และ (2.20d) ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้โดยง่ายเช่นกันสำหรับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมดังกล่าวโหลตเวกเตอร์อันเนื่องมาจากแรงวัตถุคือ

$$\{F_B\}^T = \frac{tA}{3} [F_x \ F_y \ F_x \ F_y \ F_x \ F_y] \quad (2.35)$$

ส่วนโหลตเวกเตอร์ที่เกิดจากแรงภายนอกที่มากระทำที่ขอบนอกดังแสดงในรูป นั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของด้านที่ถูกแรงกระทำ เช่น มีความดันกระทำตลอดขอบที่ต่อระหว่างจุดต่อ 2 และ 3 ในแนวทิศแกน X ดังแสดงในรูป จากรูปนี้และสมการ (2.20d) ผลลัพธ์ของโหลตเวกเตอร์นี้ควรจะเป็น

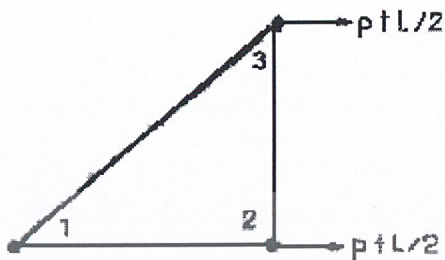


เนื่องจากเมตริกซ์ $[N]$ นั้นอยู่ในรูปเชิงเส้นตรงตลอดขอบระหว่างจุดต่อ 2 และ 3 ดังนั้นค่า F_{2x} และ F_{3x} จึงสามารถคำนวณได้ง่ายๆ ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix} = \int_0^l \begin{Bmatrix} 1 - \frac{s}{l} \\ \frac{s}{l} \end{Bmatrix} p(t ds) = ptl \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{Bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งลำดับขั้นตอนนี้มีความหมายทางการกายภาพคือการแปลงความดันที่สม่ำเสมอไปเป็นแรงรวมที่จุดต่อ นั่นคือเปลี่ยนลักษณะของแรงภายนอก ไปเป็นดังรูป และผลลัพธ์ของโพลเดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากแรงภายนอกที่กระทำบนเอลิเมนต์นี้คือ



รูปที่ 2.8 แรงรวมที่จุดต่อ 2 และ 3

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p l / 2 \\ 0 \\ p l / 2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(2.36)

ในการทำงานเดียวกันหากขอบที่ต่อระหว่างจุดต่อ 2 และ 3 นั้นเอียงไม่อยู่ในแนวแกน x หรือ y เราก็สามารถใช้กระบวนการขั้นตอนในการทำงานเดียวกัน ลำดับขั้นตอนนี้ทั้งหมดนี้อยู่บนรากฐานของความเข้าใจที่สำคัญที่ว่าฟังก์ชันการกระจายภายในที่ใช้ในเมทริกซ์ $[N]$ นั้นจะอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นตรงตลอดขอบใดๆ ของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมนี้

2.4 การเปลี่ยนรูปของวัสดุหรือโลหะ

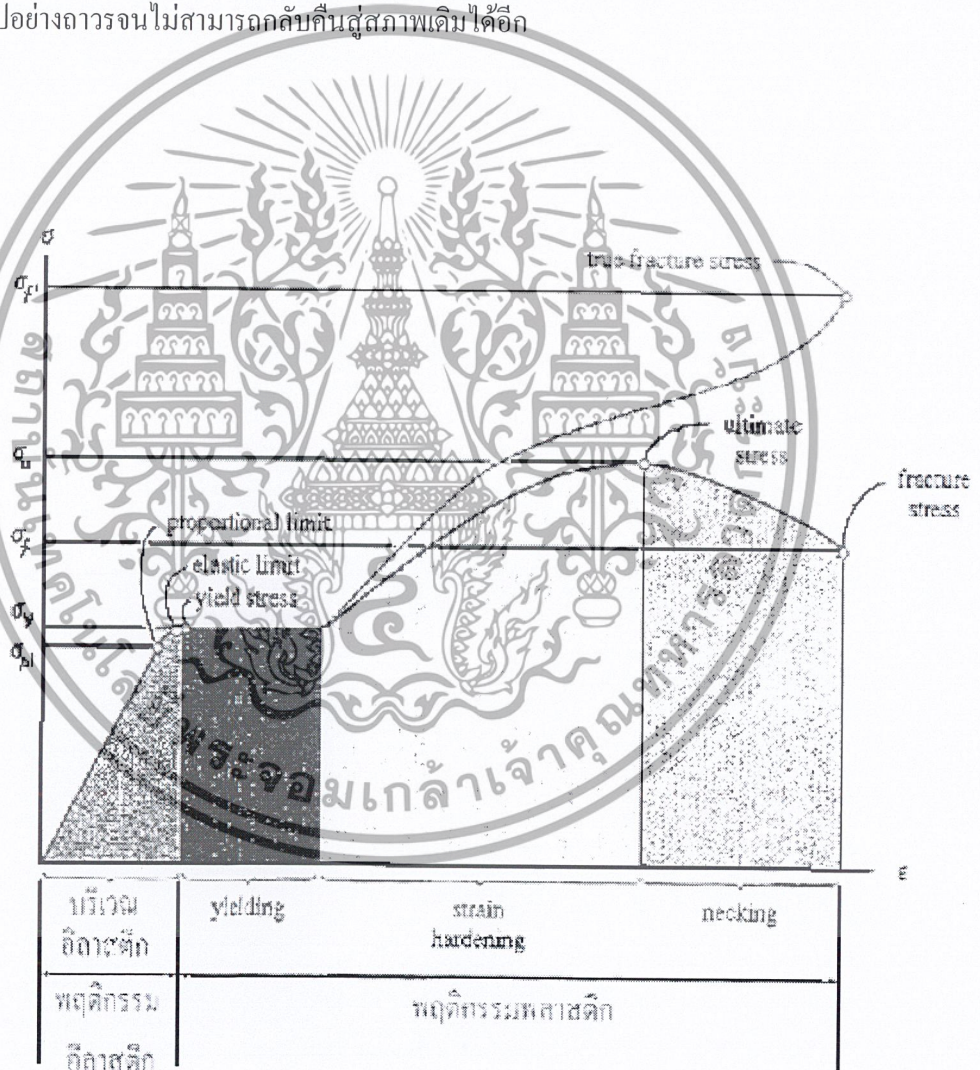
โดยทั่วไปจะแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท

2.4.1 Elastic Deformation

เป็นขบวนการเปลี่ยนรูปหรือแปรรูปแบบยืดหยุ่น กล่าวคือเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัสดุหรือโลหะ ที่มีค่าอยู่ในช่วงๆหนึ่งวัสดุหรือโลหะจะสามารถทนอยู่ได้ โดยเมื่อเราปลดแรงหรือโหลด (Load) ออก วัสดุหรือโลหะนั้นจะสามารถกลับคืนรูปสู่สภาพเดิมได้

2.4.2 Plastic Deformation

เป็นขบวนการเปลี่ยนรูปหรือแปรรูปแบบถาวร กล่าวคือเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัสดุหรือโลหะจนถึงจุดเกินพิกัดที่วัสดุหรือโลหะจะสามารถคงรูปให้อยู่ในสภาพเดิมต่อไปได้ จนถึงขนาดเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดไปอย่างถาวรจนไม่สามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้อีก



รูปที่ 2.9 แสดงไดอะแกรม Elastic Deformation และ Plastic Deformation

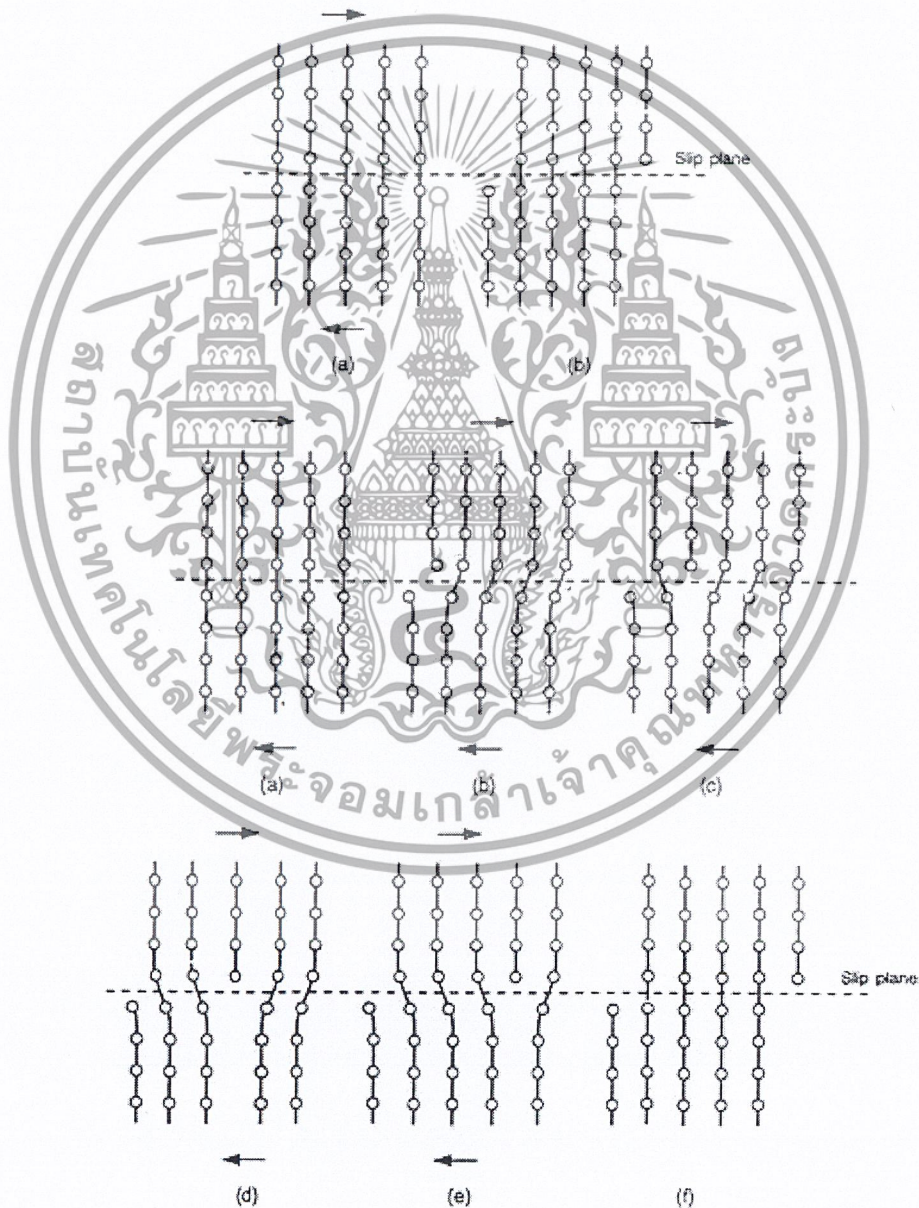
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 กลไกการเปลี่ยนรูปของวัสดุหรือโลหะ

แบ่งออกเป็น 3 แบบหลักๆ คือ

2.5.1 การเลื่อนตัว (Slip)

เป็นการเลื่อนตัวหรือเลื่อนผ่านกัน ระหว่างผลึกในแนวของอะตอมในระนาบของผลึก โดยเป็นการเคลื่อนตัวไปแบบถาวร โดยที่แม้ว่าจะไม่มีความเค้นใดๆ แต่ผลึกนั้นก็ไม่สามารถเคลื่อนที่กลับมาอยู่ในสภาพดั้งเดิมได้

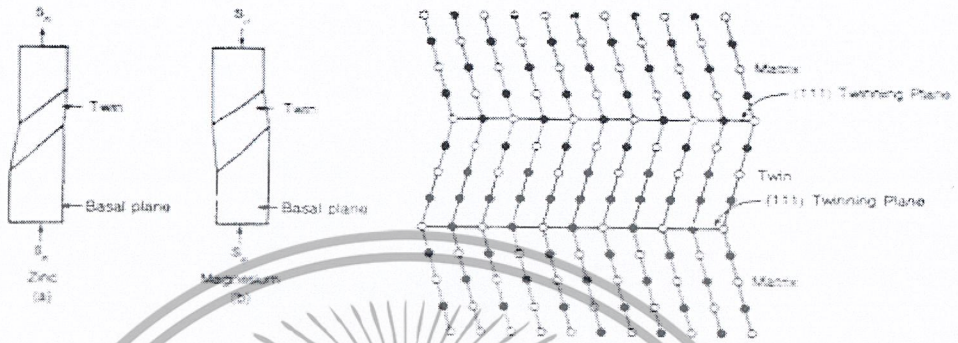


รูปที่ 2.10 แสดงการเกิด การเลื่อนตัว

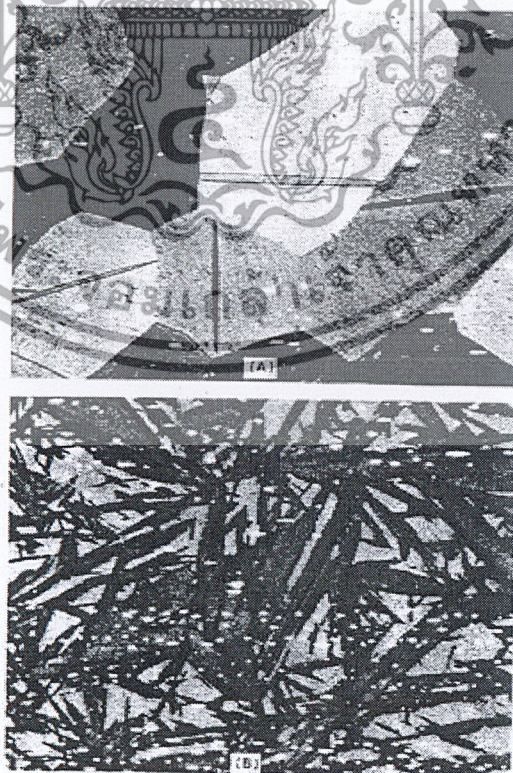
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.2 Twinning

เป็นขบวนการในการเปลี่ยนรูปเนื่องจากกระแหรือแนวของผลึกเกิดการถูกแรงเฉือนให้แยกออกเป็นสองส่วนที่มีลักษณะคล้ายๆกันหรือเหมือนกัน โดยจะเกิดในลักษณะหักเหไปทั้งในระนาบ



รูปที่ 2.11 แสดงการ Twinning ในแบบต่างๆ

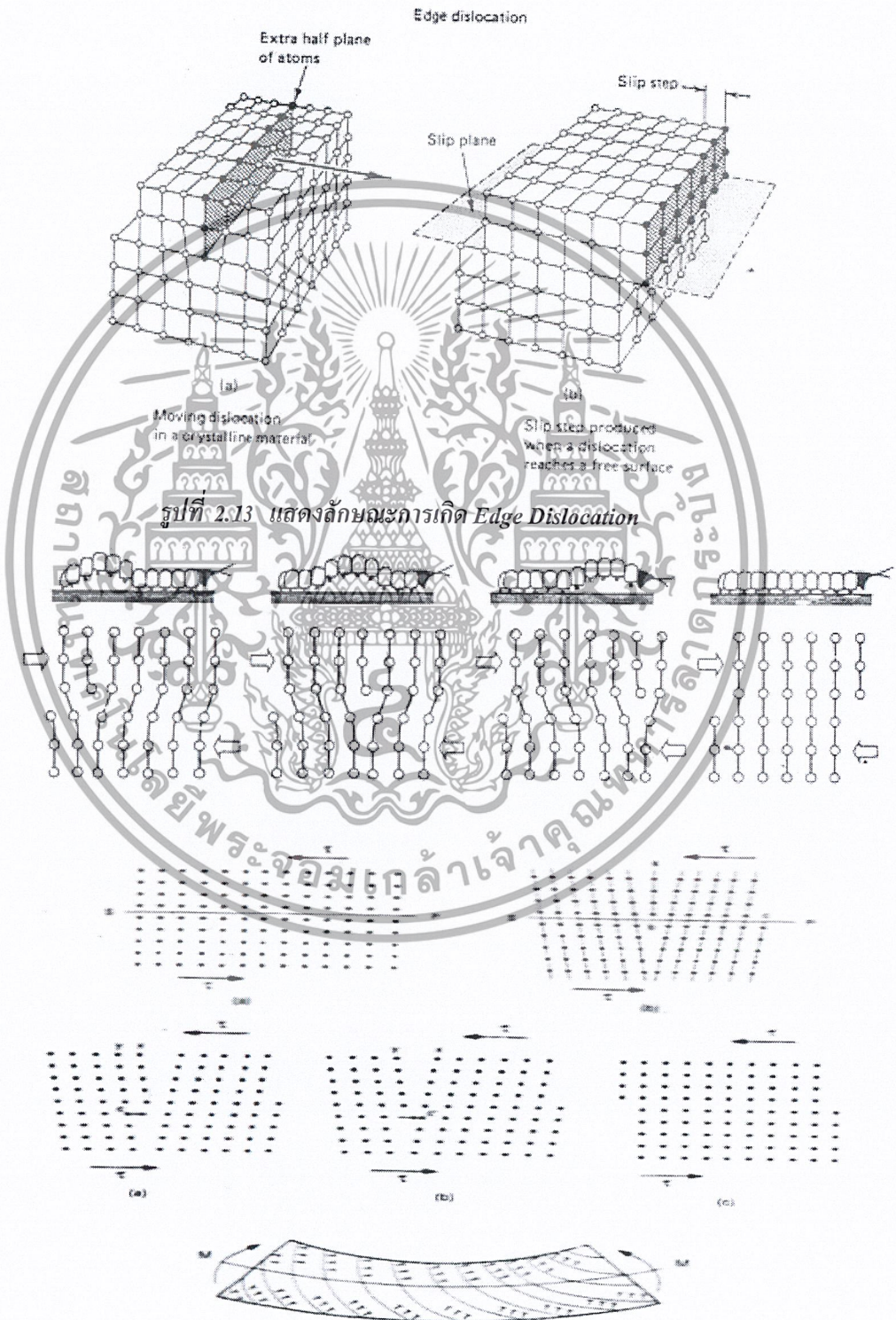


รูปที่ 2.12 แสดงภาพโครงสร้างที่เกิดจากการ Twinning

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.3 Dislocation

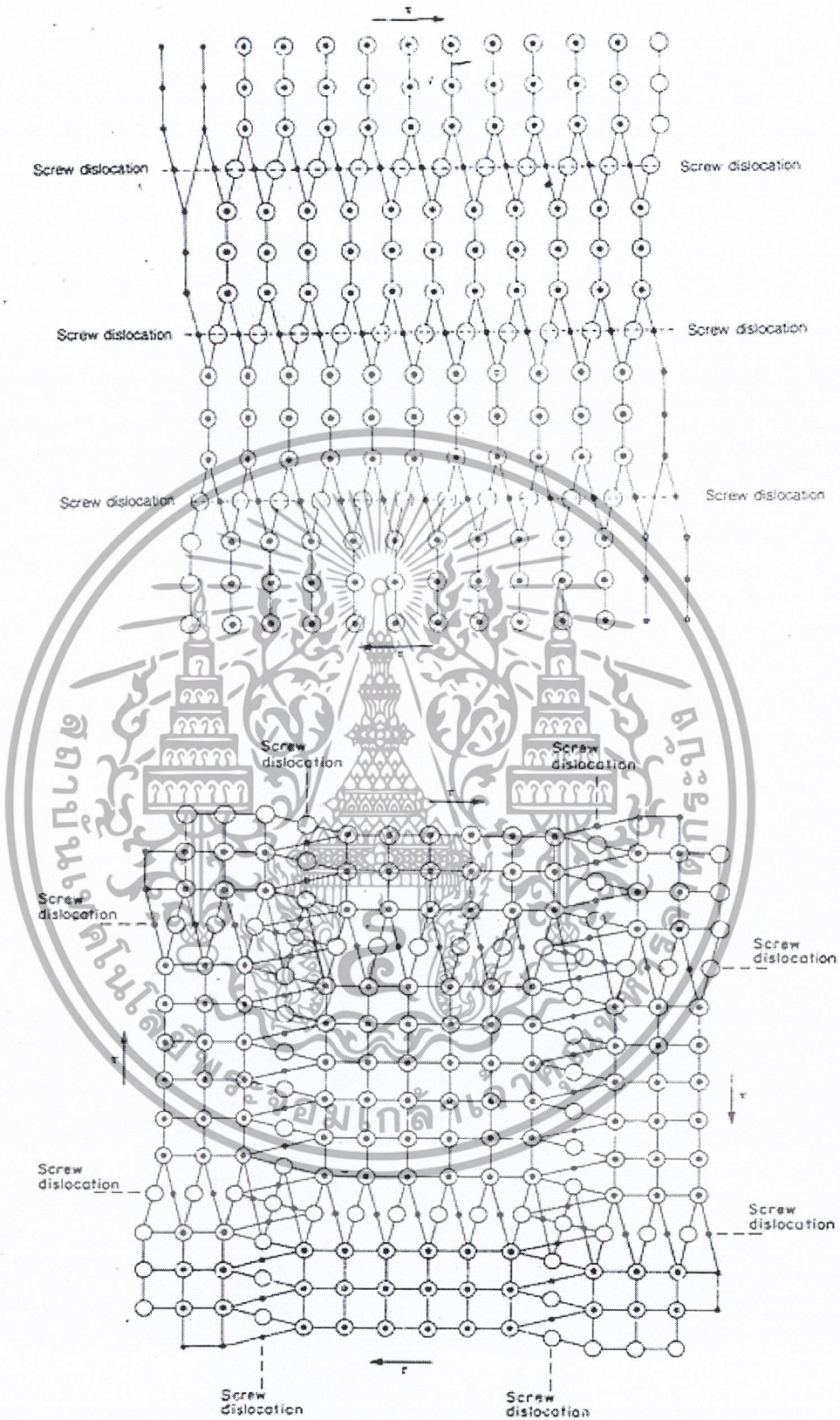
เป็นขบวนการที่เกิดการเคลื่อนตัวของวัสดุหรือโลหะ เมื่อเกิดมีแรงหรือได้รับแรงจากภายนอกมากระทำ จนเป็นผลให้อะตอมเกิดการเคลื่อนตัว



รูปที่ 2.13 แสดงลักษณะการเกิด Edge Dislocation

รูปที่ 2.14 แสดงขั้นตอนในแบบต่างๆในการเกิด Edge Dislocation

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือการเชิงในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.15 แสดง Line การเกิด Screw Dislocation

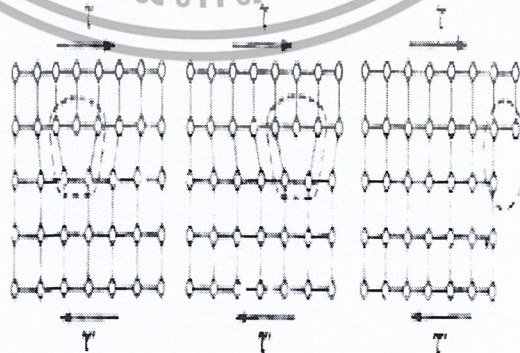
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยลักษณะของการดึงลดขนาดของลวดโลหะผ่าน DIE นั้น จะเป็นกรรมวิธีการขึ้นรูปแบบเย็น ตัวอย่างเช่นการตัดแผ่นทองแดงที่มีผลึกเม็ดเกรนหยาบให้มีมุมเป็น 90 องศา ผิวด้านนอกของแผ่นทองแดงจะมีลักษณะคล้ายเปลือกส้ม เนื่องจากการลื่นไถลของเม็ดเกรน โดยหากว่าจะทำการตัดแผ่นทองแดงให้กลับไปมีสภาพเดิมนั้น จะต้องใช้แรงในการตัดที่มากกว่าเพื่อให้กลับคืนสู่สภาพเดิมหรืออาจจะทำไม่ได้เลยก็เป็นได้ ทั้งนี้เนื่องจากการตัดในครั้งแรกจะทำให้แผ่นทองแดงเกิดความแข็งเพิ่มมากขึ้น สาเหตุมาจากการเลื่อนไถลไปของเม็ดเกรนนั่นเอง ทำให้มีการเบียดตัวกันอย่างหนาแน่น เป็นผลให้ความแข็งแรงเพิ่มมากขึ้น ถ้าการเลื่อนไถลไปของเม็ดเกรนยังมีต่อ วัสดุนั้นก็อาจเกิดการเสียหายแตกหักไปเลยก็เป็นได้ ทั้งนี้เนื่องจากแรงกลที่มากกระทำมีค่ามากกว่าแรงยึดเหนี่ยวของอะตอมที่มี



รูปที่ 2.16 แสดงการเลื่อนไถลในผลึกโลหะ

การเบี่ยงเบนของโครงสร้างอะตอมส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นเองในโครงสร้าง แต่สามารถเบี่ยงเบนจากแรงภายนอกที่มากกระทำทำให้เบี่ยงเบนด้วยการเลื่อนไถลจากอะตอมไปสู่อะตอมได้ โดยใช้แรงกระทำเพียงแต่เล็กน้อยก็จะเกิดการเคลื่อนที่ได้



รูปที่ 2.17 แสดงการเบี่ยงเบนเคลื่อนที่ของโครงสร้างอะตอมจากความเค้นเฉือน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- รูปแบบการเบี่ยงเบน (Dislocation) พื้นฐานจะได้แก่
 1. การเบี่ยงเบนมุม (Edge Dislocation)
 2. การเบี่ยงเบนแบบสกรู (Screw Dislocation)

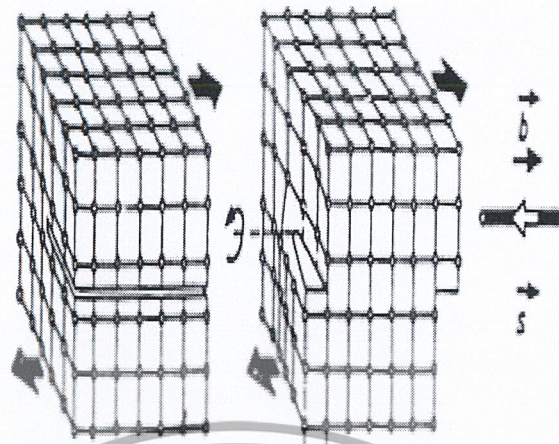


รูปที่ 2.18 แสดงรูปแบบการเบี่ยงเบนพื้นฐาน

(ก) การเบี่ยงเบนมุม (ข) การเบี่ยงเบนรูปสกรู

รูปที่ 2.19 แสดงแรงกระทำทำให้โครงสร้างอะตอมเกิดการเบี่ยงเบนมุมขึ้น

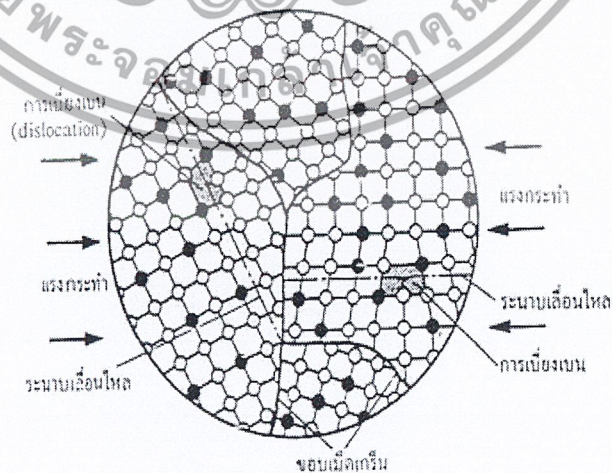
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.20 แสดง แรงกระทำทำให้โครงสร้างอะตอมเกิดการบิดให้เกิดการเบี่ยงเบนเป็นรูปสกรู

การเบี่ยงเบน (Dislocation) ที่เกิดขึ้นภายในเนื้อโลหะพอจะสรุปเป็นความหมายและคุณสมบัติได้ดังนี้

- การเกิดการเบี่ยงเบนจะทำให้เกิดความเค้นขึ้น
- จำนวนของการเบี่ยงเบนเคลื่อนที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปมหภาคของโลหะได้
- การเบี่ยงเบนเคลื่อนที่จะทำให้เกิดการเบี่ยงเบนใหม่เกิดขึ้น (ยังผลให้โลหะเกิดความแข็งแรงขึ้น)
- การเบี่ยงเบนสามารถเลื่อนไหลตามขวางและเบี่ยงเบนได้ได้ (Climb of Dislocations)
- การเบี่ยงเบนจะทำให้ความยืดและความเหนียวลดลง ในขณะที่ความเค้น , ความเค้นครากและความแข็งแรงของโลหะจะเพิ่มขึ้น



รูปที่ 2.21 แสดงกรณีที่ระนาบเลื่อนไหลมาตัดกันที่ขอบเม็ดเกรนและมีการเบี่ยงเบนของโครงสร้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี วัตถุประสงค์ตามแนวระนาบเลื่อนไหลจะมีผลให้เกิดความแข็งแรงเพิ่มขึ้นไปประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6 สมการของการคำนวณขบวนการ Wire Drawing Process

- สมดุลแรงในระนาบ

ผลลัพธ์ของแรงภายในบนเอลิเมนต์คือ

$$(\sigma_x + d\sigma_x) \frac{\pi}{4} (D + dD)^2 - \sigma_x \frac{\pi}{4} D^2$$

แรงภายนอกที่มากระทำคือ

$$\left(p \cdot \pi D \cdot \frac{dx}{\cos \alpha} \right) \sin \alpha + \left(\mu p \cdot \pi D \cdot \frac{dx}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha$$

รวมแรงทั้งสองเข้าด้วยกันแล้วให้มีค่าเท่ากับศูนย์

$$D d\sigma_x + 2[\sigma_x + p(1 + \mu \cot \alpha)] dD = 0 \quad (2.37)$$

- สมดุลแรงในแนวรัศมี

ผลของแรงลัพธ์ภายในตามแนวรัศมีคือ

$$-\sigma_r \pi D dx$$

ผลลัพธ์ของแรงภายนอกคือ

$$-p \pi D \frac{dx}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha + \mu p \frac{dx}{\cos \alpha} \pi D \cdot \sin \alpha$$

รวมแรงทั้งสองเข้าด้วยกันแล้วให้มีค่าเท่ากับศูนย์

$$\sigma_r = -p[1 - \mu \tan \alpha] \quad (2.38)$$

แต่ค่า μ นั้นมีค่าน้อยหรือน้อยมากจึงทำให้ ค่า $\tan \alpha$ มีค่าน้อย สมการที่ (2.38) จึงลดรูปได้เป็น

$$\sigma_r = -p$$

จากสมการ The Von Mises หรือ The Tres Yield Criterion สามารถจัดให้อยู่ในรูปดังนี้

$$\sigma_x + p = Y \quad (2.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ A_1 และ A_2 เป็นพื้นที่บริเวณทางเข้าและทางออกของ DIE จึงจัดรูปใหม่ได้ว่า

$$\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = \frac{1}{1-r}$$

นำกลับไปแทนค่าในสมการ (2.41) เพื่อหา Drawing Stress

$$\sigma_{x2} = \sigma_d = \frac{Y(1+B)}{B} [1 - (1-r)^B] \quad (2.42)$$

จากสมการที่ (2.42) หากเรากำหนดค่า μ ให้มีค่าเท่ากับศูนย์ เราจะพบว่า Reduction Area สูงสุดที่สามารถใช้งานได้คือ $r^* = 63\%$ หากแต่ในงานจริงแล้วผลจาก ความเรียบของผิววัสดุ ลักษณะของช่องของ DIE ลักษณะการลดของพื้นที่หน้าตัด และการต้านทานการเปลี่ยนรูปของวัสดุ จะทำให้ค่า Reduction Area ที่สูงสุดที่สามารถทำได้จะมีค่าอยู่แค่เพียง 50% เท่านั้น



บทที่ 3

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย และ แนวความคิดในการสร้างแบบจำลอง

การศึกษาวิจัยนี้ จะประยุกต์ใช้วิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์เข้ามาแก้ไขปัญหาการดึงขึ้นรูปโลหะ (Wire Drawing Process) โดยปัญหาในงานภาคอุตสาหกรรมในขณะนี้คือลวดโลหะเกิดการขาดขึ้นระหว่างการดึงลดขนาดเนื่องจากค่าตัวแปรต่างๆระหว่างลวดและ DIE ไม่เหมาะสม และปัญหาการไหลของกระแสไฟไม่สะดวกในลวดของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์

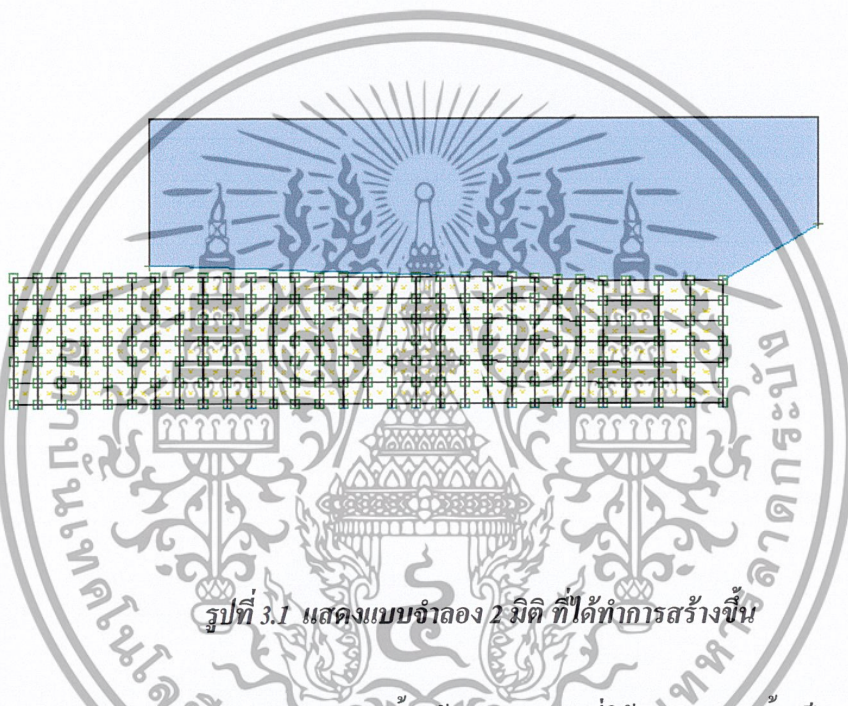
3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

- 3.1.1 ศึกษาระเบียบวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม
- 3.1.2 ศึกษากระบวนการดึงขึ้นรูปโลหะ (Wire Drawing Process)
- 3.1.3 ทำการทดลองการดึงขึ้นรูปลวดโลหะ
- 3.1.4 ทำการตั้งสมมติฐานและกำหนดปัจจัยต่างๆที่มีผลทางกายภาพต่อชิ้นงานภายหลังผ่านการดึง
- 3.1.5 ทำการสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์
 - 1) สร้างแบบจำลอง โดยให้ DIE มีช่วง Bearing Length เท่ากับ 1 มิลลิเมตร และมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดโลหะก่อนเข้า Do เท่ากับ 5.2 , 5.4 , 5.6 , 5.8 , 6.0 มิลลิเมตร โดยที่แต่ละ Do จะให้ผ่าน มุมครึ่งของ DIE ตั้งแต่ 2 ถึง 30 องศา
 - 2) สร้างแบบจำลอง โดยให้ DIE มีช่วง Bearing Length เท่ากับ 2 มิลลิเมตร และมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดโลหะก่อนเข้า Do เท่ากับ 5.2 , 5.4 , 5.6 , 5.8 , 6.0 มิลลิเมตร โดยที่แต่ละ Do จะให้ผ่าน มุมครึ่งของ DIE ตั้งแต่ 2 ถึง 30 องศา
 - 3) สร้างแบบจำลอง โดยให้ DIE มีช่วง Bearing Length เท่ากับ 3 มิลลิเมตร และมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดโลหะก่อนเข้า Do เท่ากับ 5.2 , 5.4 , 5.6 , 5.8 , 6.0 มิลลิเมตร โดยที่แต่ละ Do จะให้ผ่าน มุมครึ่งของ DIE ตั้งแต่ 2 ถึง 30 องศา
 - 4) สร้างแบบจำลอง โดยให้ช่วงระหว่างทางเข้าและช่วงแบเรจ มีรัศมี R เท่ากับ 2 มิลลิเมตรโดยมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดโลหะก่อนเข้า Do เท่ากับ 5.2 , 5.4 , 5.6 , 5.8 , 6.0 มิลลิเมตร และมีช่วง Bearing Length เท่ากับ 2 มิลลิเมตร โดยที่แต่ละ Do จะให้ผ่าน มุมครึ่งของ DIE ตั้งแต่ 8 ถึง 30 องศา
 - หมายเหตุ แบบจำลองที่สร้างทั้งหมดมีจำนวน 285 ชิ้น
- 3.1.6 พิจารณาค่าความเค้นแรงดึง และความเครียด ที่มีผลต่อลวดโลหะภายหลังผ่านการดึงลดขนาด
- 3.1.7 นำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ทางโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริง
- 3.1.8 สรุปผลที่ได้รับจากงานวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ลักษณะของปัญหาในการสร้างแบบจำลอง

ในส่วนการสร้างแบบจำลอง (Model) ในการศึกษาตัวแปรของขบวนการดึงขึ้นรูปโลหะ(ขบวนการดึงลดขนาดลวดโลหะ) บนโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น ได้ทำการศึกษาปัญหาขบวนการนี้ในลักษณะสมมาตร (Axisymmetric) เนื่องด้วยลวดโลหะที่นำมาทำการวิเคราะห์นั้นมีลักษณะเป็น ทรงกระบอก หากทำการสร้างแบบจำลองในแบบ 3 มิติ ก็จะเป็นการสูญเสียเวลาในการคำนวณสูง จึงได้ทำการสร้างแบบจำลองในแบบ 2 มิติ โดยมีลักษณะการสร้างจากภาพตัดขวางตามเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดโลหะ และ DIE มาใช้ในการคำนวณ ซึ่งก็ถือได้ว่าให้ผลในการวิเคราะห์ที่ถูกต้องแม่นยำเพียงพอกับความต้องการ

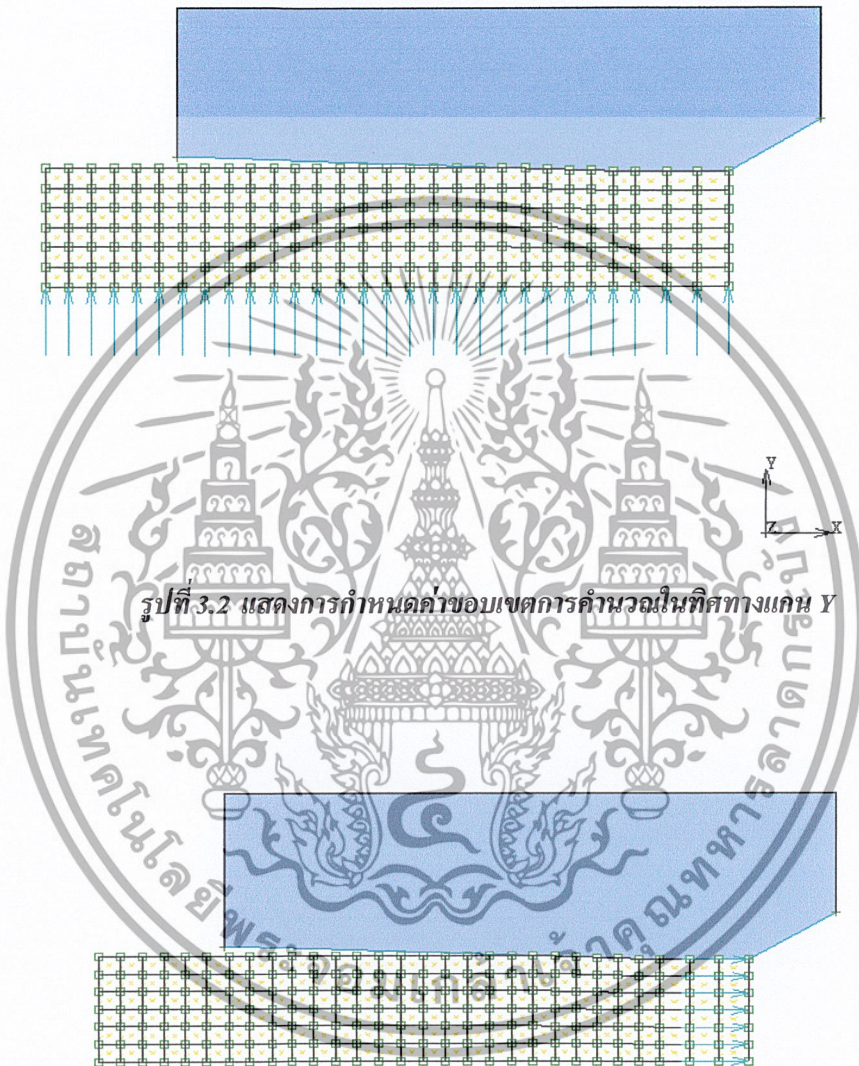


รูปที่ 3.1 แสดงแบบจำลอง 2 มิติ ที่ได้ทำการสร้างขึ้น

การกำหนดคุณสมบัติในส่วนของ DIE นั้น ด้วยเพราะวัสดุที่ใช้ทำตัว DIE นั้นเป็นวัสดุ ทังสเทนคาร์ไบด์ (Tungsten Carbide) ซึ่งมีความแข็งสูงกว่าวัสดุทองแดงและทองเหลืองที่ได้นำมาทำการสร้างแบบจำลองมาก จึงได้มีการกำหนดเป็น วัสดุแข็งเกร็ง (Rigid Body) เพื่อให้มีความง่ายในการคำนวณ อีกทั้งในการศึกษาครั้งนี้มุ่งเน้นไปที่การศึกษาพฤติกรรมและผลกระทบที่เกิดขึ้นกับลวดโลหะเป็นหลัก การกำหนดให้ DIE เป็นวัสดุแข็งเกร็งนั้น เป็นผลทำให้ต้องกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของวัสดุ DIE ให้มีค่าเท่ากับในวัสดุลวดโลหะคือ 0.2 (อ้างอิงจากงานวิจัยของ อาจารย์ Kazunari Yoshida , Tokai University , Japan)

อีกส่วนหนึ่งในการออกแบบการสร้างแบบจำลองนั้นคือ ในส่วนของลวดโลหะ ได้มีการกำหนดให้วัสดุที่นำมาศึกษานั้นเป็นวัสดุทองแดงและทองเหลือง ด้วยเพราะวัสดุทั้งสองนั้นมีค่าความแข็ง ความเหนียวในระดับหนึ่ง ซึ่งมีความเหมาะสมในการนำมาสร้างเป็นแบบจำลองในการศึกษาปัญหาจากงานในลักษณะการขึ้นรูปโลหะในแบบที่มีการเปลี่ยนรูปแบบพลาสติก (Plastic Deformation) อีกทั้งวัสดุทั้งสองนั้นมีความสามารถในการนำไฟฟ้าซึ่งเป็นที่นิยมในงานอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ที่มีความต้องการใช้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

งานลวดโลหะที่มีขนาดเล็ก โดยได้ทำการแบ่งตัวลวดออกเป็น เอลิเมนต์ เล็กๆ ในลักษณะ เอลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยม (Quadrilateral Element) เพื่อใช้ในการคำนวณทาง ไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยเพราะ Quadrilateral Element นั้นให้ผลการวิเคราะห์การกระจัด ความเค้นและความเครียด ได้ถูกต้องแม่นยำกว่า เอลิเมนต์ในแบบอื่นในลักษณะที่มีจำนวนจุดต่อ (Node) และ ระดับความเสรี (Degree of Freedom) เท่ากัน



รูปที่ 3.2 แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน Y



รูปที่ 3.3 แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน X

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในส่วนการกำหนดค่าขอบเขตในการคำนวณ (Boundary Condition) ได้มีการกำหนดให้บริเวณแกนกลางของแบบจำลองลวดโลหะให้มีการเคลื่อนที่ในทิศทางแกน Y (ดังรูปที่ 3.2) และกำหนดให้มีแรงดึงมากระทำบริเวณ จุดต่อ ทางด้านบนของลวดโลหะให้มีลักษณะเป็นแรงดึงกระทำในทิศทาง X (ดังรูปที่ 3.3) เพื่อให้มีความใกล้เคียงกับงานจริงมากที่สุด

ในการหา Element Matrix เราจะใช้วิธีของ Newton – Raphson Method โดยตรวจสอบการลู่เข้า (Convergence) ของผลลัพธ์ในแต่ละรอบการคำนวณ โดยใช้แบบ Relative Force Residual โดยกำหนดค่า $Tol_1 = 0.1$



บทที่ 4

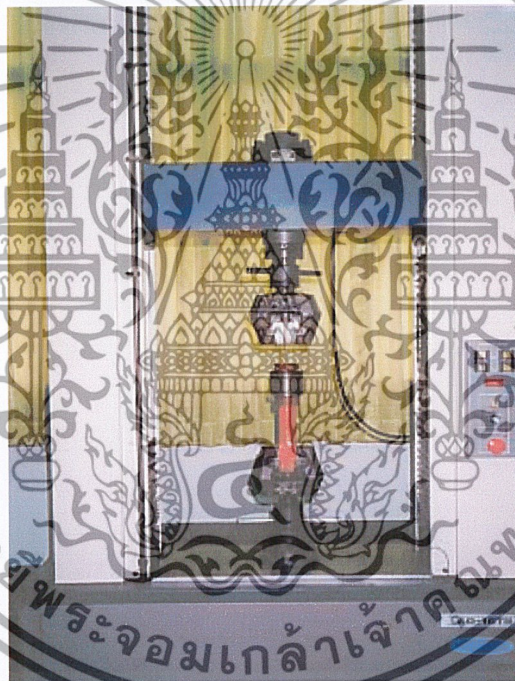
การทดลองการดึงลวดโลหะผ่าน DIE และ ผลการคำนวณจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

4.1 จุดประสงค์ของการทดลอง

- เพื่อศึกษาตัวแปรต่างๆที่มีผลกระทบต่อ การดึงลวดโลหะผ่าน DIE
- เพื่อศึกษาค่า Stress ที่เกิดบนลวดโลหะขณะดึงเมื่อเปลี่ยนมุมครึ่งของ DIE และเปลี่ยนอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Re) ของลวดโลหะ และเปลี่ยนวัสดุที่ใช้ทำลวดโลหะ
- เพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตสำหรับการสร้างแบบจำลอง ทางคอมพิวเตอร์

4.2 อุปกรณ์การทดลอง

4.2.1 เครื่อง Universal Testing Machine (UTM) ควบคุมด้วยระบบคอมพิวเตอร์ ซึ่งประกอบด้วยชุดตัวจับยึด DIE ซึ่งสร้างขึ้นเป็นพิเศษเพื่อจับยึดตัว DIE เข้ากับหัวจับทดสอบตัวล่าง ดังรูป



รูปที่ 4.1 แสดงเครื่อง Universal Testing Machine

4.2.2 DIE ขนาดมุมเอียงเท่ากับ 5 องศา , 8 องศา และ 10 องศา ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ทางออก เท่ากับ 5 มิลลิเมตร

วัสดุที่ใช้ทำ DIE ทำจาก Tungsten Carbide มีคุณสมบัติดังนี้

Transverse Rupture Strength = 3000 N/mm²

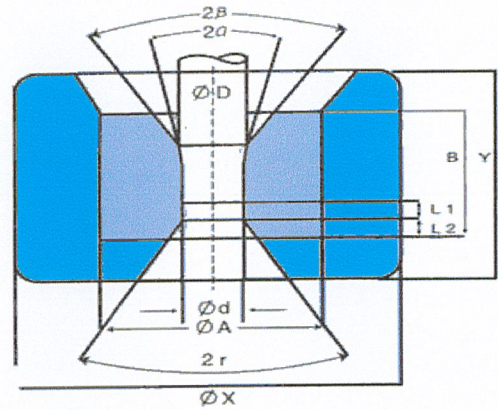
Hardness (RA) = 89.5

Young's Modulus (E) = 700 GPa

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 แสดง DIE ขนาด 10 องศา



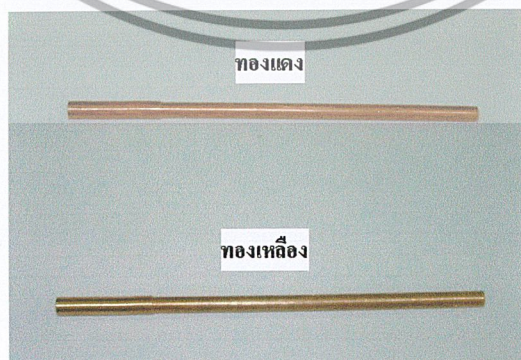
รูปที่ 4.3 แสดง Dimension ของ DIE

4.2.3 ขนาดของลวดที่นำมาทำการทดลอง

ทองแดง		ทองเหลือง	
Re = 7.54 %	จำนวน 3 ชิ้น	Re = 7.54 %	จำนวน 3 ชิ้น
Re = 14.26 %	จำนวน 3 ชิ้น	Re = 14.26 %	จำนวน 3 ชิ้น
Re = 20.28 %	จำนวน 3 ชิ้น	Re = 20.28 %	จำนวน 3 ชิ้น
Re = 25.68 %	จำนวน 3 ชิ้น	Re = 25.68 %	จำนวน 3 ชิ้น
Re = 30.55 %	จำนวน 3 ชิ้น	Re = 30.55 %	จำนวน 3 ชิ้น

4.2.4 คุณสมบัติ

	ลวดทองแดง	ลวดทองเหลือง
Young's Modulus MPa	118000	110000
Poisson's Ratio	0.34	0.32
Coefficient of Friction	0.2	0.2



รูปที่ 4.4 แสดงลวดทองแดง, ลวดทองเหลือง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 แนวทางการทดลอง

สำหรับตัวแปรที่จะทำการทดสอบว่ามีผลต่อการดึงลวดอย่างไร มี 3 ตัวแปร คือ มุมครึ่งของ DIE และอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Re) ของลวดโลหะ โดยจะทำการปรับเปลี่ยนรัศมีของ DIE และปรับเปลี่ยน (Re) ซึ่งการทดลองนี้ วัสดุลวดที่ใช้ทดสอบจะทำด้วยโลหะ 2 ประเภท คือ

1. ลวดทองแดง
2. ลวดทองเหลือง

4.4 วิธีการทดลอง

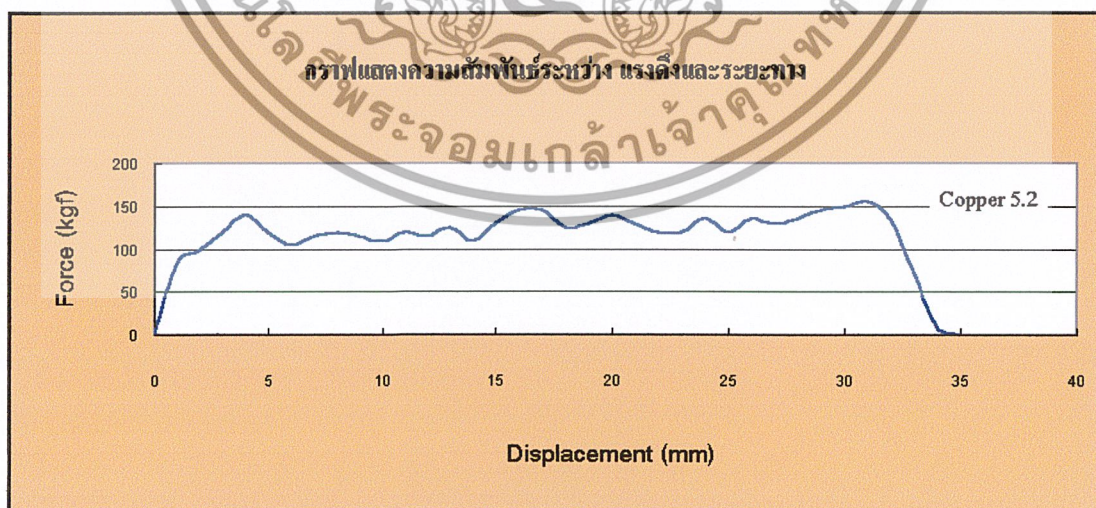
1. ทำการติดตั้งอุปกรณ์จับยึดชิ้นงานขึ้นบนเครื่อง UTM
2. นำ DIE และลวดทองแดงขึ้นจับยึดบนเครื่อง UTM
3. ตั้งค่าต่างๆของเครื่อง UTM ดังนี้

ค่าความเร็วของการดึง	2	มิลลิเมตร/min
Return Position	150	มิลลิเมตร
แรงดึงสูงสุดที่สามารถดึงได้	10000	kgf
ขนาดต่างๆของลวดทองแดง	5.2, 5.4, 5.6, 5.8, 6.0	มิลลิเมตร

4. ทำการดึงจนสิ้นสุดความยาว เก็บค่าผลการทดลอง จากนั้นทำการทดลองเช่นเดิมกับชิ้น ทดสอบ
อื่นๆ

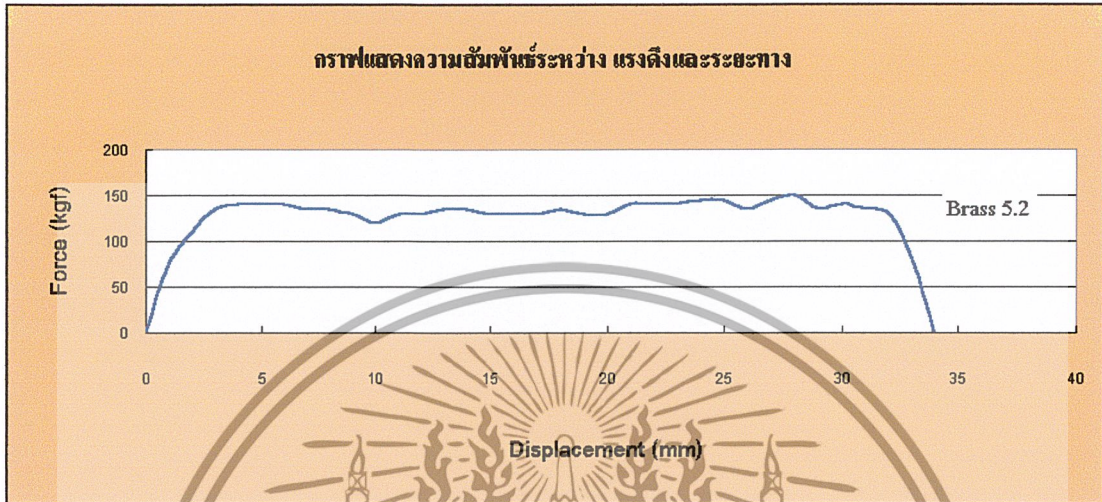
4.5 ผลการทดลอง

4.5.1 มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 5 องศา



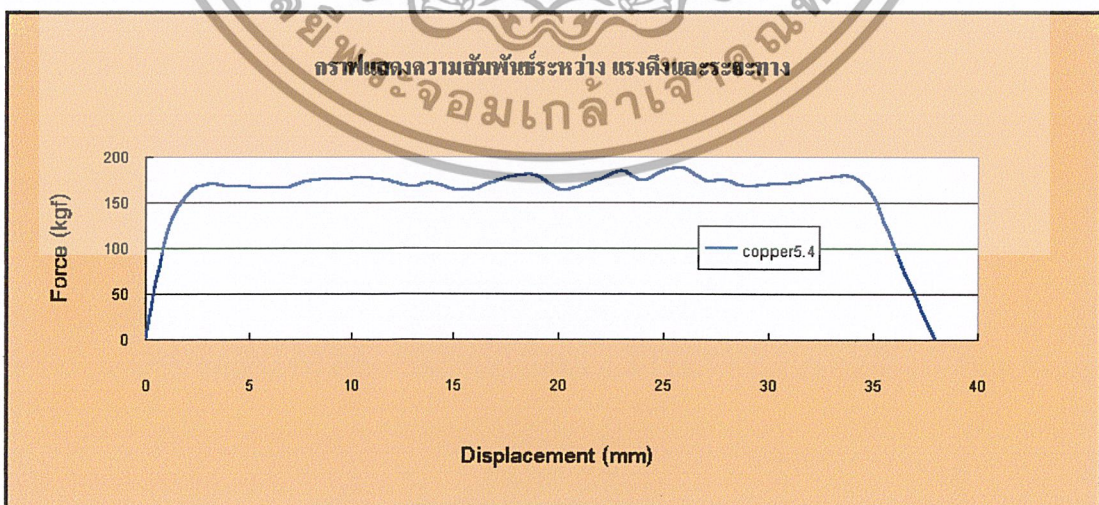
กราฟที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กราฟที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง

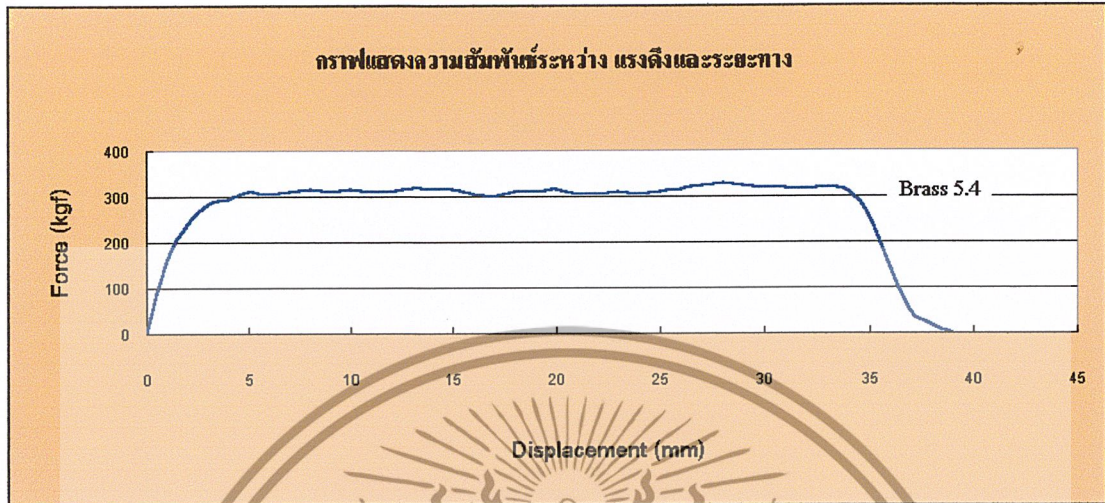
กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา



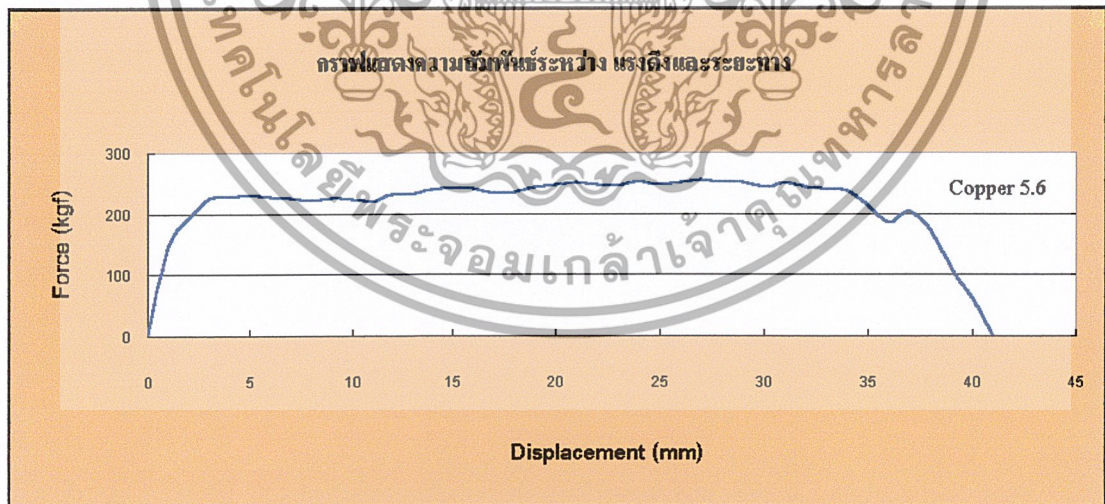
กราฟที่ 4.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง

กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

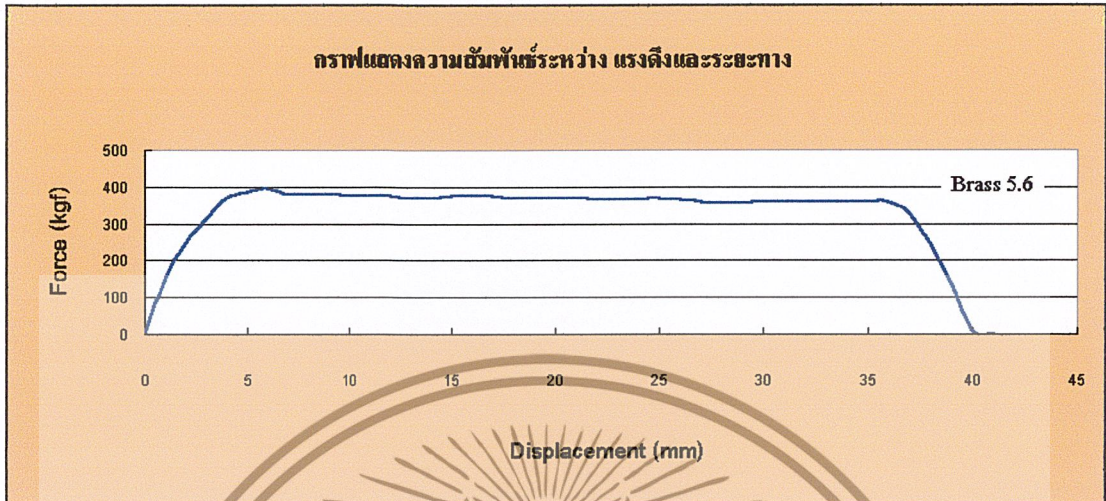


กราฟที่ 4.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

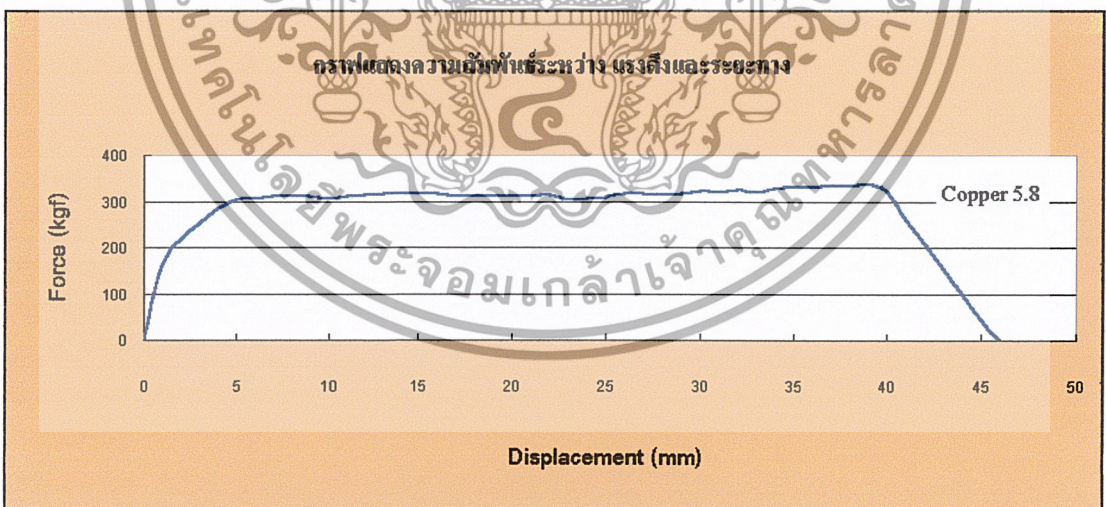


กราฟที่ 4.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

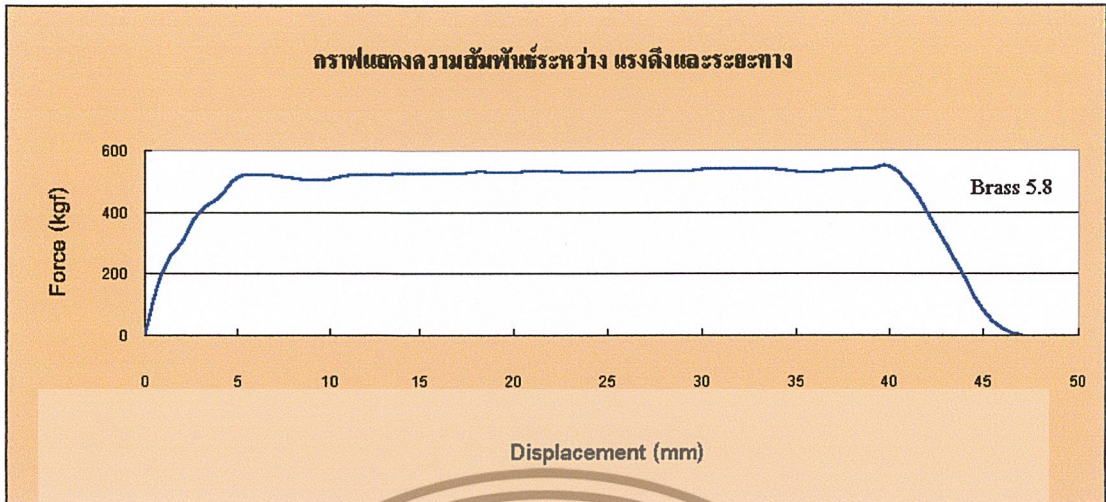


กราฟที่ 4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

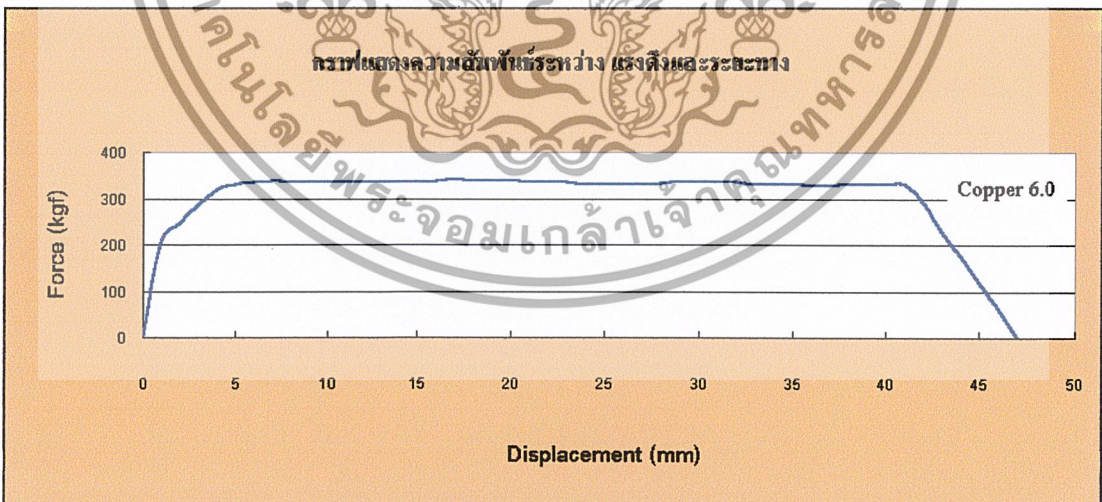


กราฟที่ 4.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

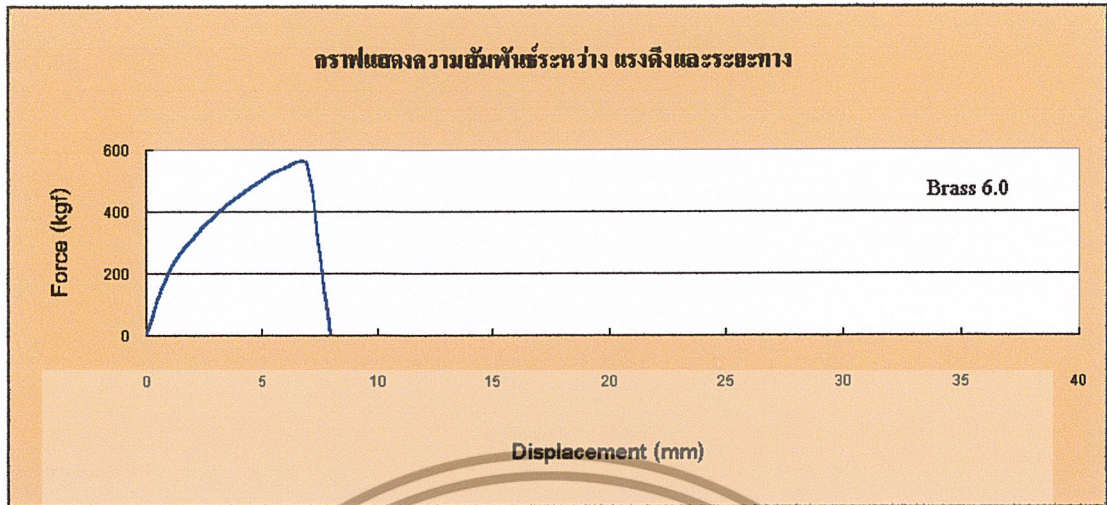


กราฟที่ 4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา



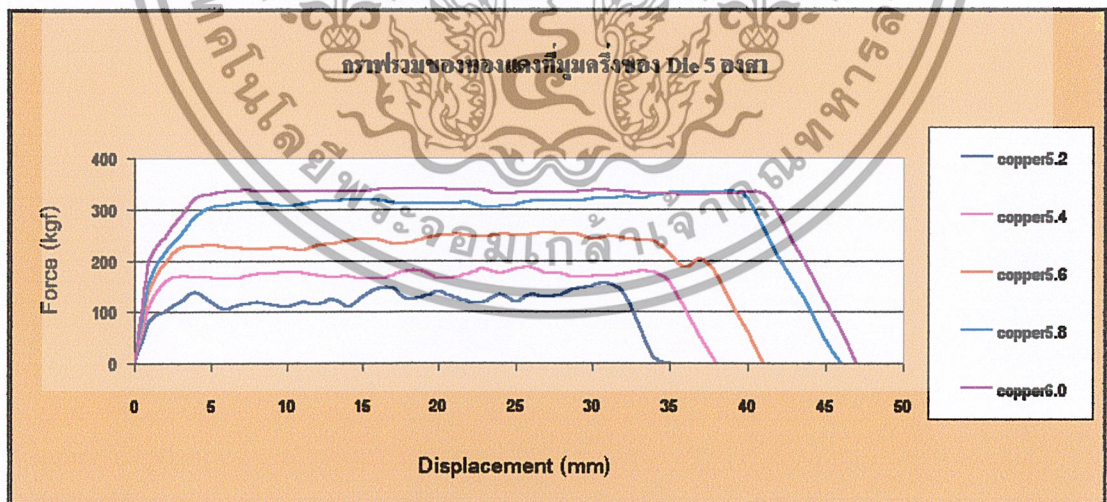
กราฟที่ 4.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



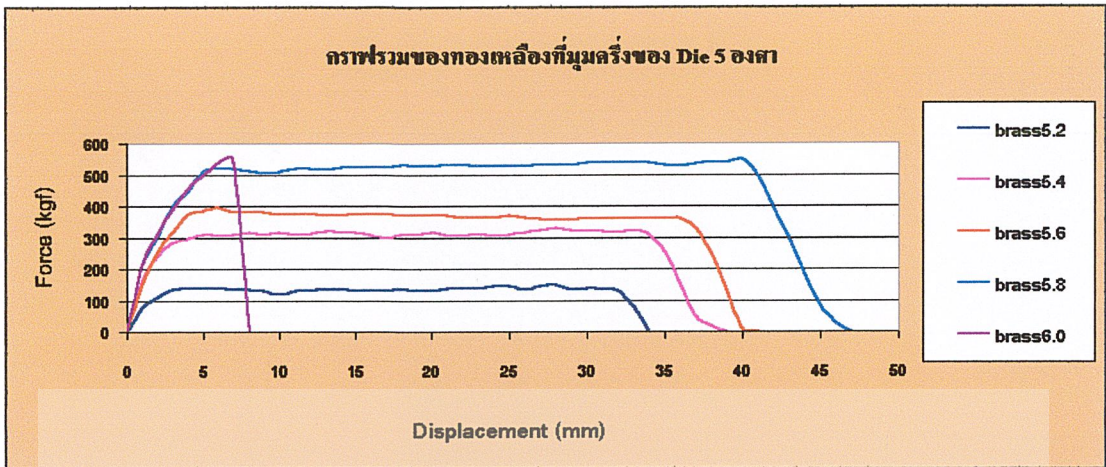
กราฟที่ 4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

วิเคราะห์และวิจารณ์ผลการทดลองดึงลวดทองแดงและทองเหลือง ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 5 องศา จากผลการทดลองที่ได้เราจะนำมาเขียนกราฟร่วมกันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึง กับ ระยะทาง โดยแยกระหว่างทองแดงกับทองเหลือง



กราฟที่ 4.11 แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กราฟที่ 4.12 แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองที่มุมครึ่งของ DIE 5 องศา

จากกราฟที่ 4.11 แสดงเส้นกราฟรวมของโลหะทองแดง จะสังเกตเห็นว่า ช่วง 0 ถึง 5 มิลลิเมตร เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วง Elastic Deformation คือ เมื่อ Load เพิ่มขึ้น Displacement จะเพิ่มขึ้น ส่วนช่วง Plastic Deformation มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง คือ เริ่มจาก ประมาณ 5 มิลลิเมตร ถึง 32 - 43 มิลลิเมตร ขึ้นอยู่กับเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน และเมื่อชิ้นงานเริ่มเคลื่อนที่หลุดผ่าน DIE เส้นกราฟก็จะค่อยๆตกลงจนแรงดึงเท่ากับ 0 kgf

เมื่อมาพิจารณาลวดทองแดงที่ขนาดต่างๆกันพบว่า ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ใช้แรงดึงต่ำสุด เท่ากับ 155 kgf และมีระยะการดึงน้อยสุด เท่ากับ 35 มิลลิเมตร ส่วนทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร จะใช้แรงดึงสูงสุด เท่ากับ 341 kgf และมีระยะการดึงมากที่สุดเท่ากับ 47 มิลลิเมตร

จากกราฟที่ 4.12 แสดงเส้นกราฟรวมของโลหะทองเหลือง จะสังเกตเห็นว่า ช่วง 0 ถึง 8 มิลลิเมตร เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วง Elastic Deformation คือ เมื่อ Load เพิ่มขึ้น Displacement ก็จะเพิ่มขึ้น ส่วนช่วง Plastic Deformation มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง คือเริ่มจาก ประมาณ 3 - 8 มิลลิเมตร จนถึงสุดท้ายที่ประมาณ 32 - 42 มิลลิเมตร และเมื่อชิ้นงานเริ่มเคลื่อนที่หลุดผ่าน DIE เส้นกราฟก็จะค่อยๆตกลงจนแรงดึงเท่ากับ 0 kgf

เมื่อมาพิจารณาลวดทองเหลืองที่ขนาดต่างๆกันพบว่า ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ใช้แรงดึงต่ำสุด เท่ากับ 150.3 kgf และมีระยะการดึงน้อยสุด เท่ากับ 33.5 มิลลิเมตร ส่วนที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร จะใช้แรงดึงสูงสุด เท่ากับ 550 kgf แต่เกิดการขาดเมื่อระยะทางการดึงเท่ากับ 7 มิลลิเมตร

จากรูปทั้งสองจะพิจารณาสรุปดังนี้ จะสังเกตเห็นว่าเมื่ออัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดเพิ่มขึ้น เป็นผลให้แรงที่ใช้ในการดึงลวดโลหะมีค่าสูงขึ้น เป็นเช่นเดียวกันทั้งในลวดทองแดงและลวดทองเหลือง และเมื่อเทียบแรงที่ใช้ในการดึงระหว่างทองแดงและทองเหลืองที่เส้นผ่านศูนย์กลางเดียวกัน จะพบว่าทองเหลืองใช้แรงดึงสูงกว่าเป็นผลมาจากค่า Yield Stress สูงกว่าโดยทองเหลืองที่มีอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Reduction Area) เท่ากับ 30.55 % ที่เส้นผ่านศูนย์กลางด้านโตเท่ากับ 6.0 มิลลิเมตรและเส้นผ่าน

ศูนย์กลางด้านเล็กเท่ากับ 5.0 มิลลิเมตร จะเกิดการขาดเป็นผลอันเนื่องมาจากอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดมีค่าสูงทำให้เกิดความเค้นตามแนวรัศมีมากเป็นผลทำให้เกิดการขาดของลวดทองเหลืองอีกทั้งยังส่งผลให้ระยะที่ทำการดึงมีค่าสูงขึ้นมีผลทำให้ความยาวของลวดโลหะยาวมากขึ้น เนื่องจากการไหลของเนื้อโลหะ และ จากกราฟพบว่าค่าแรงดึงมีแนวโน้มคงที่เมื่อมีค่าผ่านจุด Yield Point

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าแรงดึงและค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองมุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 5 องศาที่ DIE ขนาด 5 มิลลิเมตร

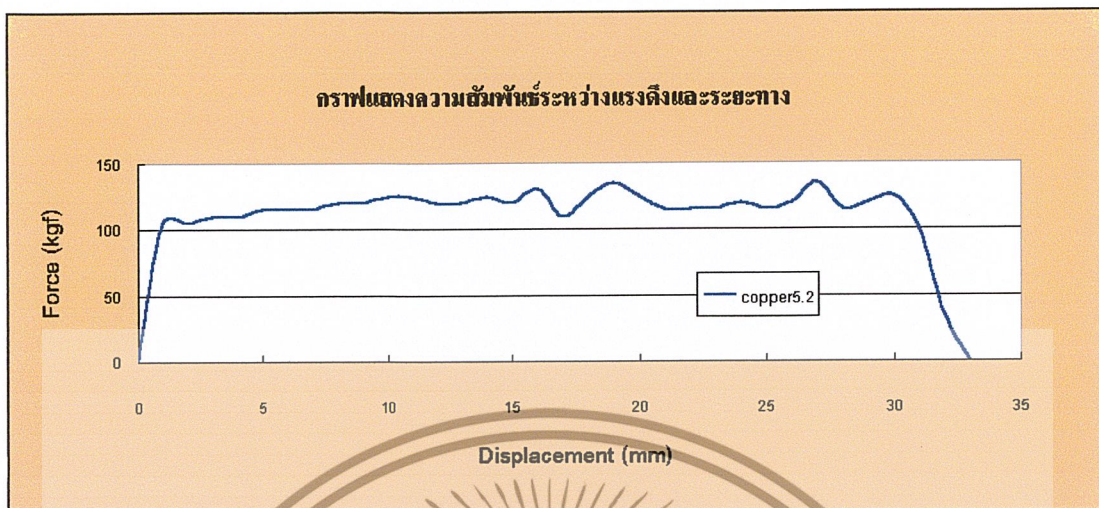
Material	Inlet Diameter (mm)	Inlet Area (mm ²)	Outlet Area (mm ²)	Average Area (mm ²)	Maximum Force (kgf)	Maximum Stress (MPa)
ทองแดง (Copper)	5.2	21.23	19.63	20.43	155	74.4
	5.4	22.9	19.63	21.26	188	86.70
	5.6	24.63	19.63	22.13	255	113.01
	5.8	26.42	19.63	23.02	335.6	142.96
	6.0	28.27	19.63	23.95	341	139.63
ทองเหลือง (Brass)	5.2	21.23	19.63	20.43	156.3	75.02
	5.4	22.9	19.63	21.26	325	149.89
	5.6	24.63	19.63	22.13	395	175.06
	5.8	26.42	19.63	23.02	548	233.44
	6.0	28.27	19.63	23.95	550	225.22

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าความยาวสุดท้ายของลวดทดสอบ

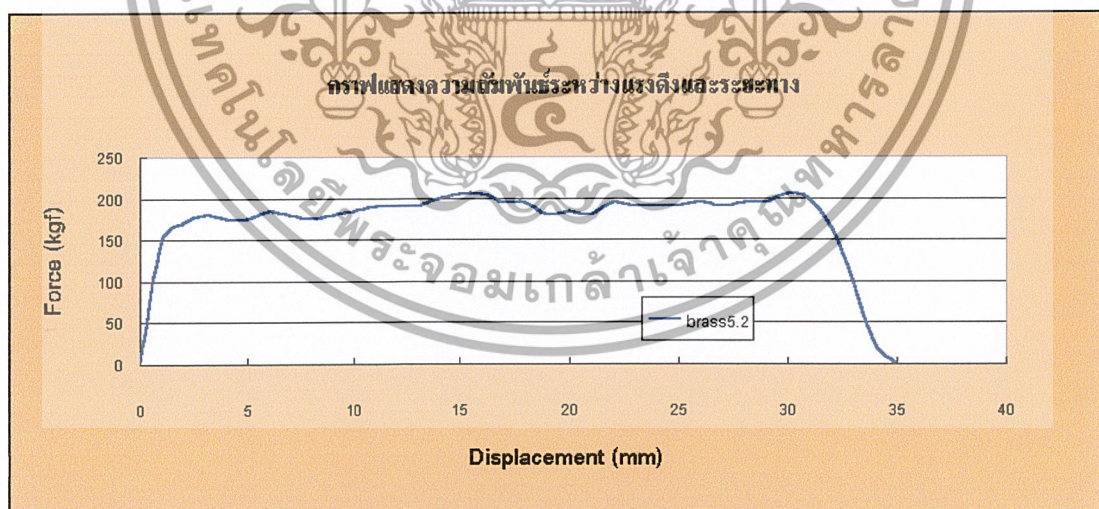
วัสดุ (Material)	Inlet Diameter (mm)	Final Length (mm)
ทองแดง (Copper)	5.2	34.6
	5.4	38.4
	5.6	41.6
	5.8	46.6
	6.0	47
ทองเหลือง (Brass)	5.2	33.6
	5.4	38.6
	5.6	41.2
	5.8	47
	6.0	เกิดการขาดตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5.2 มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

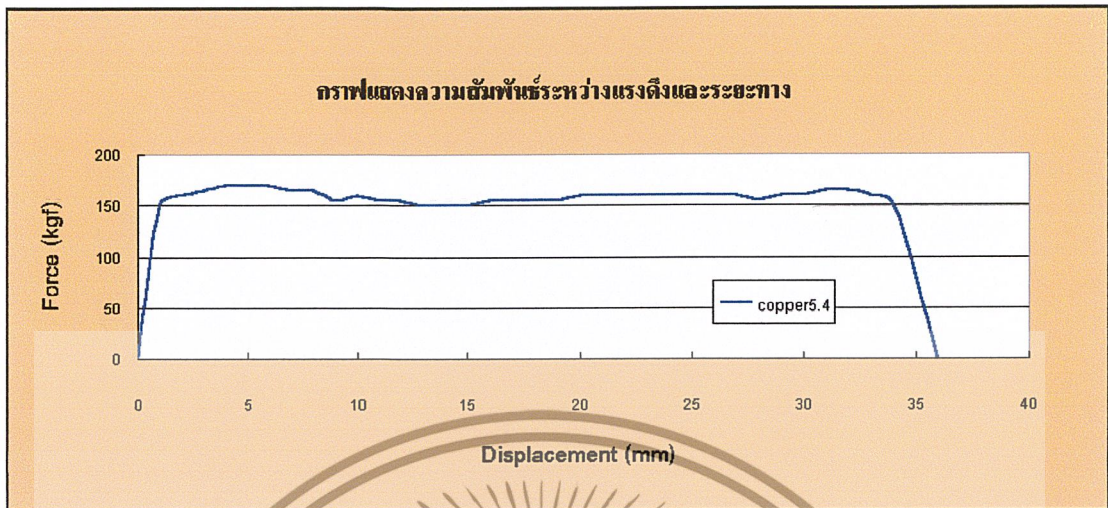


กราฟที่ 4.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

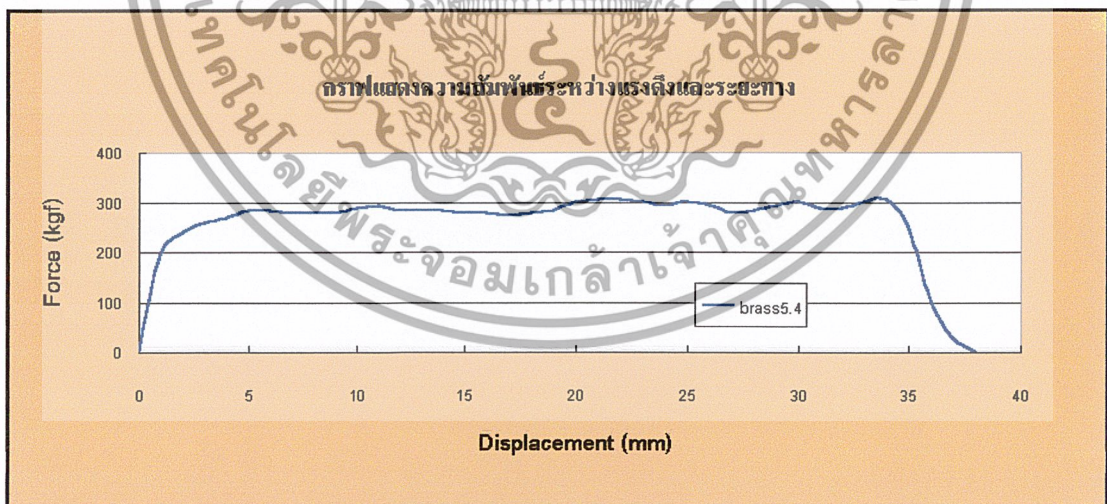


กราฟที่ 4.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

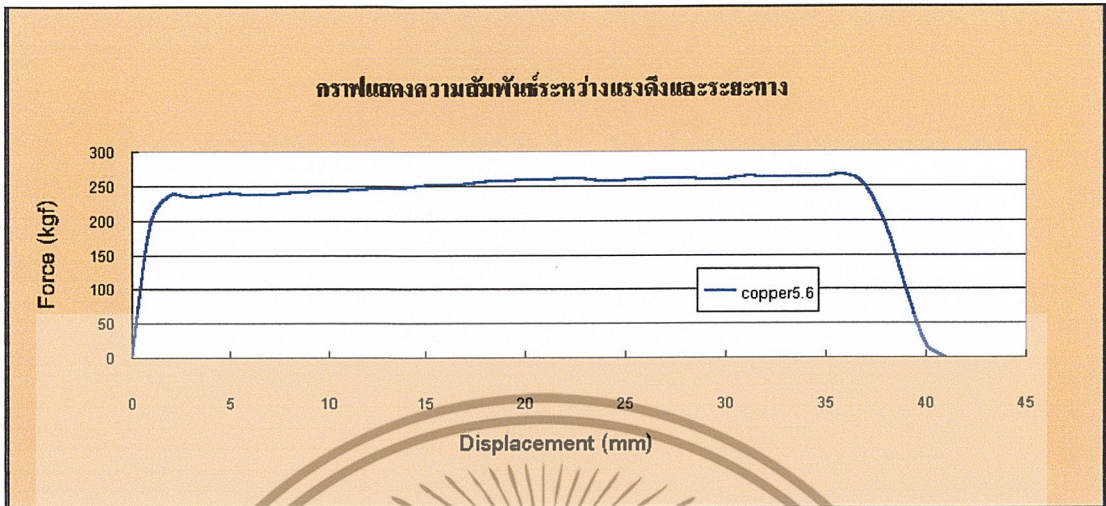
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



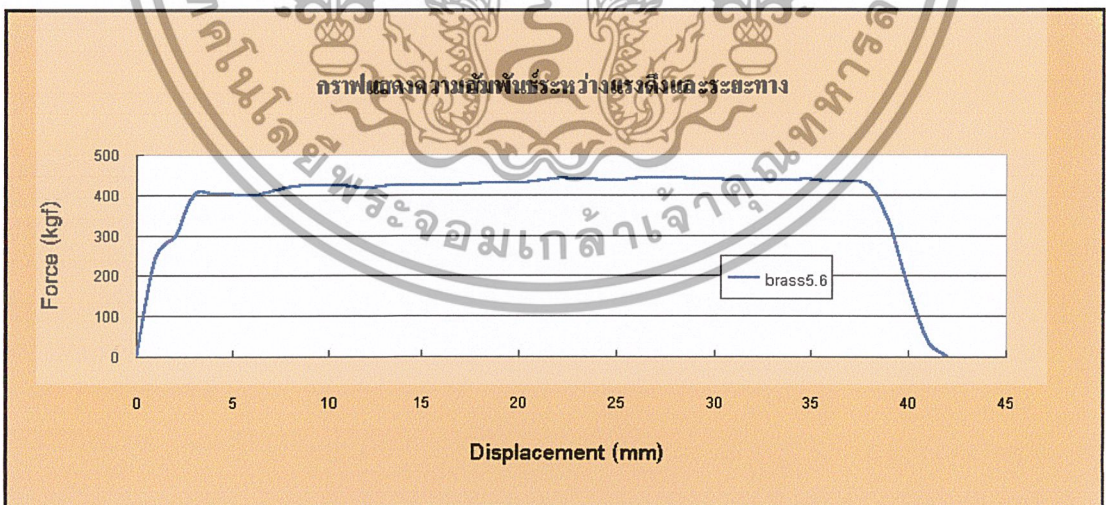
กราฟที่ 4.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา



กราฟที่ 4.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

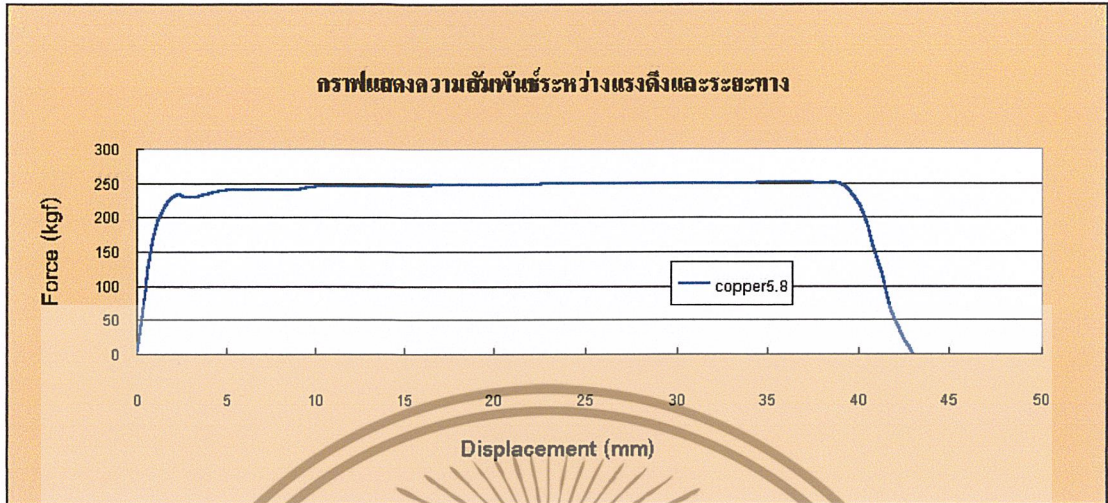


กราฟที่ 4.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

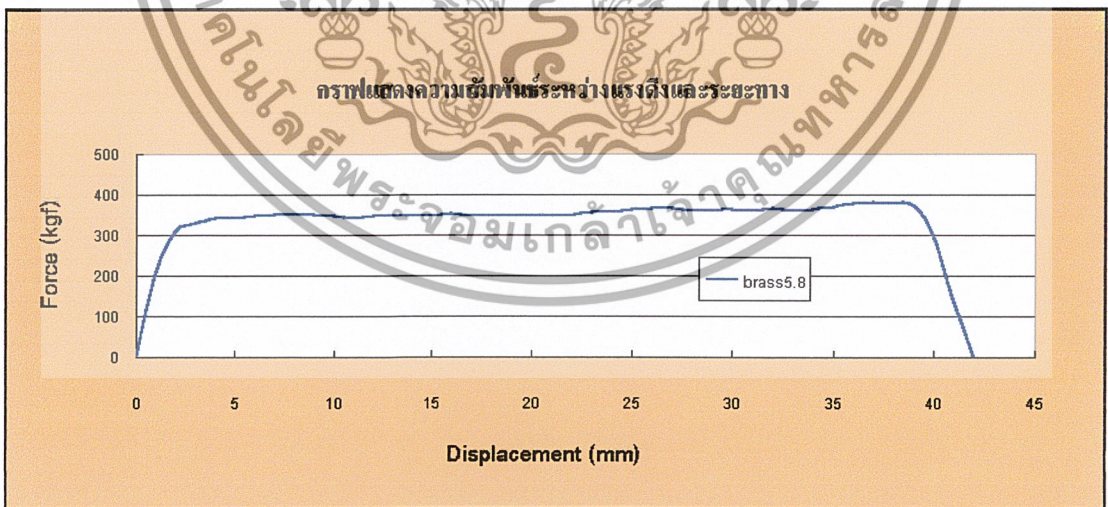


กราฟที่ 4.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

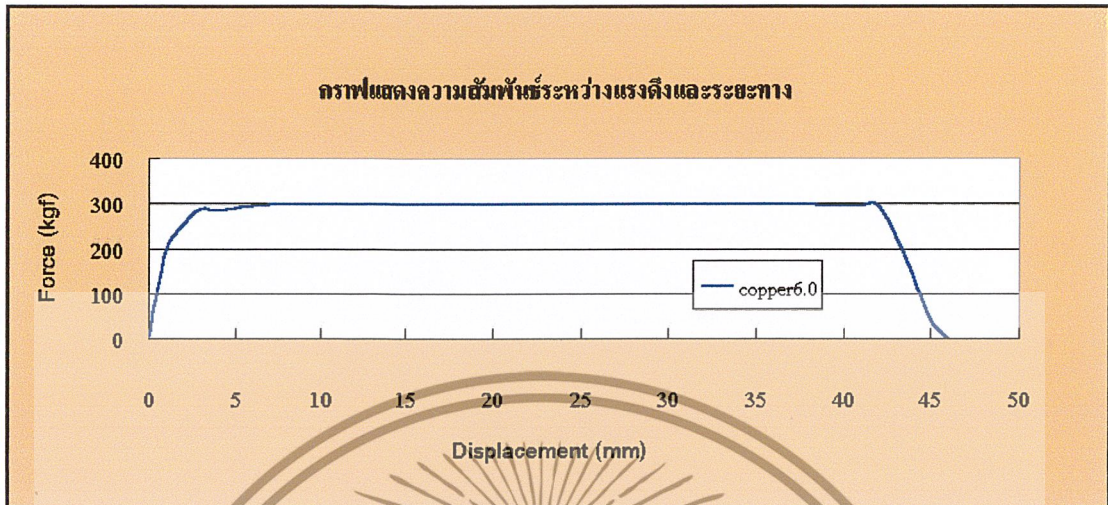


กราฟที่ 4.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา



กราฟที่ 4.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

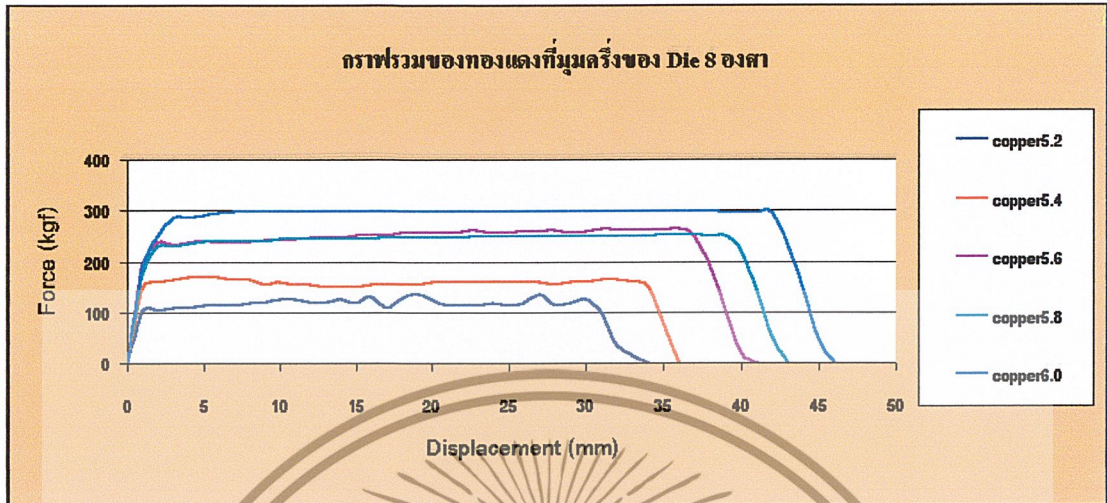


กราฟที่ 4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

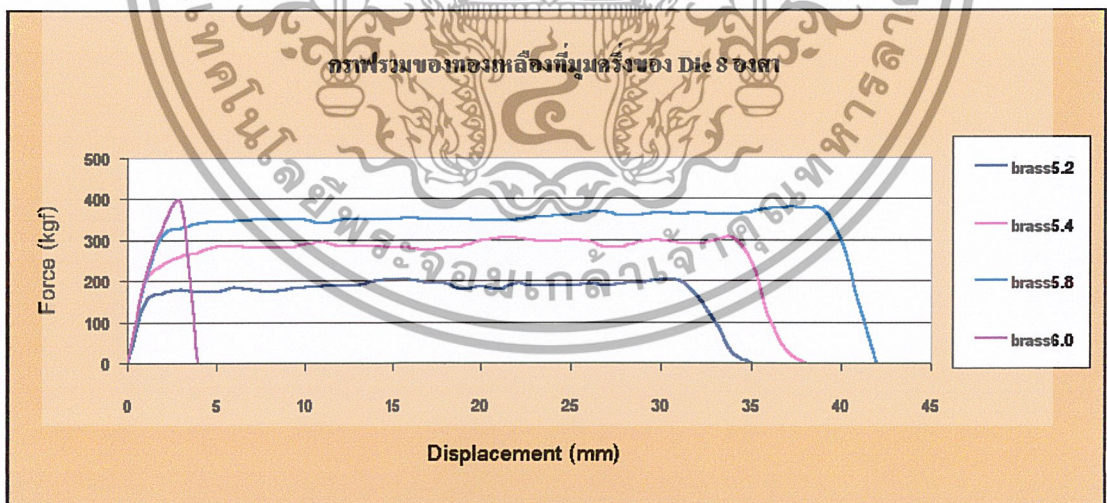


กราฟที่ 4.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กราฟที่ 4.23 แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา



กราฟที่ 4.24 แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองที่มุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิเคราะห์และวิจารณ์ผลการทดลองดึงลวดทองแดงและทองเหลือง ที่มีม้วนของ DIE เท่ากับ 8 องศา

จากกราฟที่ 4.23 แสดงเส้นกราฟรวมของทองแดง จะสังเกตเห็นว่า ช่วง 0 ถึง 3.5 มิลลิเมตร เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วง Elastic Deformation คือ เมื่อ Load เพิ่มขึ้น Displacement ก็จะเพิ่มขึ้น ส่วนช่วง Plastic Deformation มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง คือเริ่มจากประมาณ 2 - 3.5 มิลลิเมตร จนถึงสุดท้ายที่ประมาณ 30 - 43 มิลลิเมตร ขึ้นอยู่กับเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน และเมื่อชิ้นงานเริ่มเคลื่อนที่หลุดผ่าน DIE เส้นกราฟก็จะค่อยๆตกลง จนแรงดึงเท่ากับ 0 kgf

เมื่อมาพิจารณาลวดทองแดงที่ขนาดต่างๆกันพบว่า ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ใช้แรงดึงต่ำสุด เท่ากับ 135 kgf และมีระยะการดึงน้อยสุด เท่ากับ 34 มิลลิเมตร ส่วนทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร จะใช้แรงดึงสูงสุด เท่ากับ 300 kgf และมีระยะการดึงมากที่สุด เท่ากับ 46 มิลลิเมตร

จากกราฟที่ 4.24 แสดงเส้นกราฟรวมของทองเหลือง จะสังเกตเห็นว่า ช่วง 0 ถึง 3.5 มิลลิเมตร เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วง Elastic Deformation คือ เมื่อ Load เพิ่มขึ้น Displacement ก็จะเพิ่มขึ้น ส่วนช่วง Plastic Deformation มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง คือเริ่มจาก ประมาณ 2 - 3.5 มิลลิเมตร จนถึงสุดท้ายที่ประมาณ 32 - 40 มิลลิเมตร และเมื่อชิ้นงานเริ่มเคลื่อนที่หลุดผ่าน DIE เส้นกราฟก็จะค่อยๆตกลงจนแรงดึงเท่ากับ 0 kgf

เมื่อมาพิจารณาลวดทองเหลืองที่ขนาดต่างๆกันพบว่า ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ใช้แรงดึงต่ำสุด เท่ากับ 205 kgf และมีระยะการดึงน้อยสุด เท่ากับ 36 มิลลิเมตร ส่วนที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร จะใช้แรงดึงสูงสุด เท่ากับ 400 kgf แต่เกิดการขาดเมื่อระยะทางการดึงเท่ากับ เท่ากับ 3.5 มิลลิเมตร

จากรูปทั้งสองจะพิจารณาสรุปดังนี้ จะสังเกตเห็นว่าเมื่ออัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดเพิ่มขึ้น เป็นผลให้แรงที่ใช้ในการดึงลวดโลหะมีค่าสูงขึ้น เป็นเช่นเดียวกันทั้งในลวดทองแดงและลวดทองเหลือง และเมื่อเทียบแรงที่ใช้ในการดึงระหว่างทองแดงและทองเหลืองที่เส้นผ่านศูนย์กลางเดียวกันจะพบว่าทองเหลืองใช้แรงดึงสูงกว่าเป็นผลมาจากค่า Yield Stress ของวัสดุสูงกว่าโดยทองเหลืองที่มีอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Reduction Area) เท่ากับ 30.55 % ที่เส้นผ่านศูนย์กลางด้านโตเท่ากับ 6.0 มิลลิเมตรและเส้นผ่านศูนย์กลางด้านเล็กเท่ากับ 5.0 มิลลิเมตร จะเกิดการขาดเป็นผลอันเนื่องมาจากอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดมีค่าสูงทำให้เกิดความเค้นตามแนวรัศมีมากเป็นผลทำให้เกิดการขาดของลวดทองเหลือง และจากกราฟพบว่าค่าแรงดึงมีแนวโน้มคงที่เมื่อมีค่าผ่านจุด Yield Point และที่อัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดมีค่าสูงทำให้ระยะที่ทำการดึงมีค่ามากขึ้น มีผลทำให้ความยาวของลวดโลหะยาวมากขึ้น เนื่องจากการไหลของเนื้อโลหะ

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าแรงดึงและค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองมุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 8 องศาที่ DIE

ขนาด 5 มิลลิเมตร

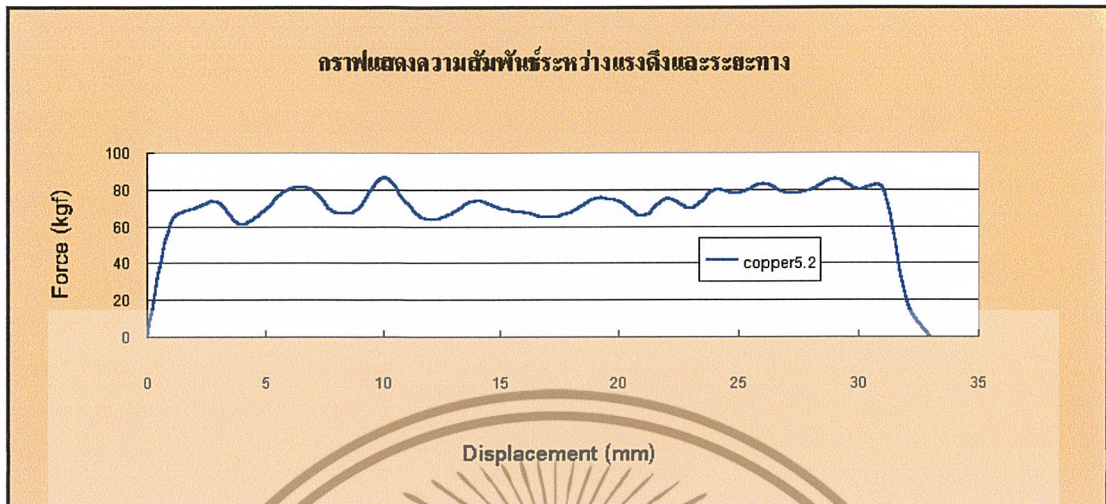
Material	Inlet Diameter (mm)	Inlet Area (mm ²)	Outlet Area (mm ²)	Average Area (mm ²)	Maximum Force (kgf)	Maximum Stress (MPa)
ทองแดง (Copper)	5.2	21.23	19.63	20.43	135	64.8
	5.4	22.9	19.63	21.26	170	78.40
	5.6	24.63	19.63	22.13	265	117.44
	5.8	26.42	19.63	23.02	251	106.92
	6.0	28.27	19.63	23.95	299	122.44
ทองเหลือง (Brass)	5.2	21.23	19.63	20.43	205	98.40
	5.4	22.9	19.63	21.26	305	140.66
	5.6	24.63	19.63	22.13	443	196.33
	5.8	26.42	19.63	23.02	381.6	162.56
	6.0	28.27	19.63	23.95	390	131.04

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าความยาวสุดท้ายของลวดทดสอบ

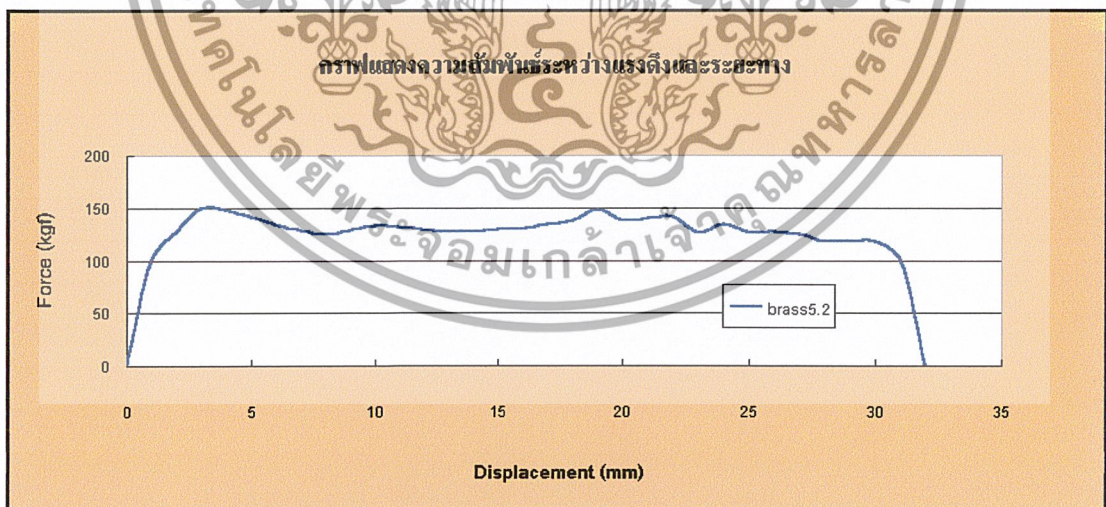
วัสดุ(Material)	Inlet Diameter (mm)	Final Length (mm)
ทองแดง (Copper)	5.2	33.6
	5.4	37.2
	5.6	40.8
	5.8	42.2
	6.0	45.4
ทองเหลือง (Brass)	5.2	34.65
	5.4	38
	5.6	41
	5.8	41.8
	6.0	เกิดการขาดตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5.3 มุมครึ่ง DIE เท่ากับ 10 องศา

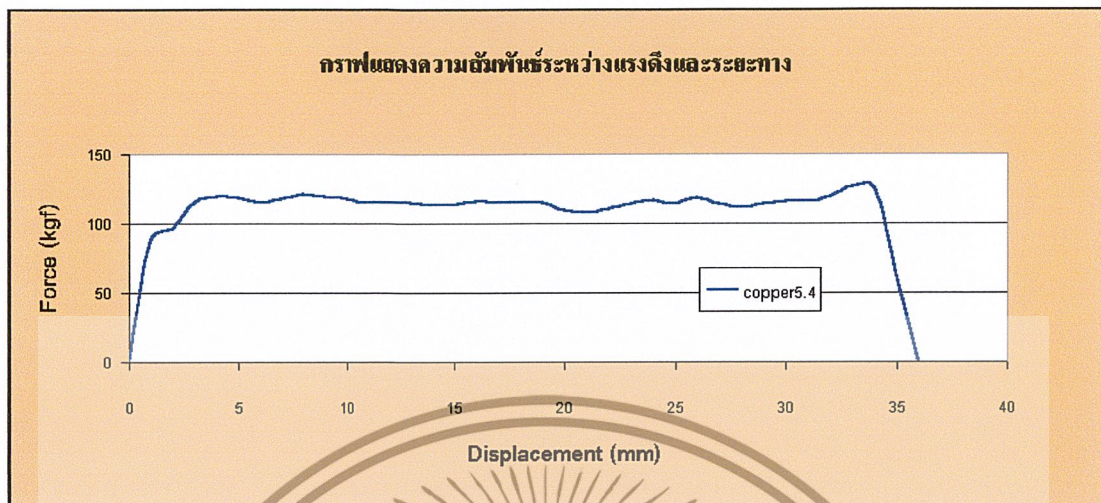


กราฟที่ 4.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

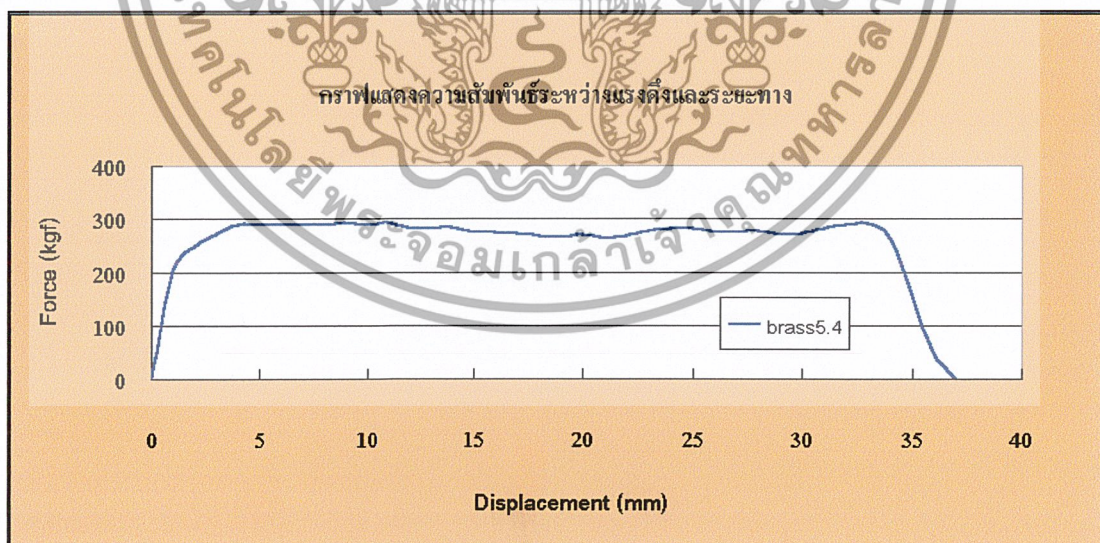


กราฟที่ 4.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

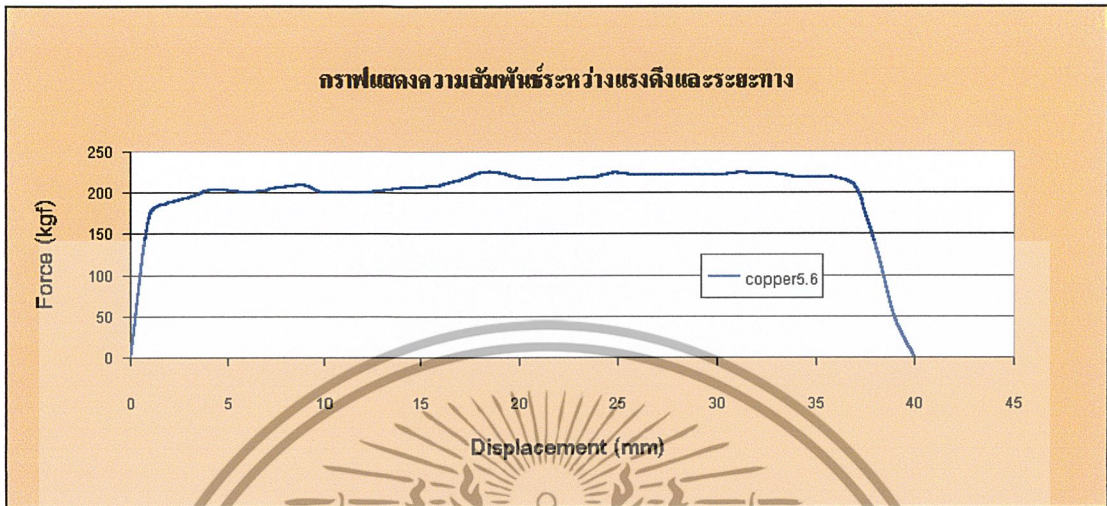


กราฟที่ 4.27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

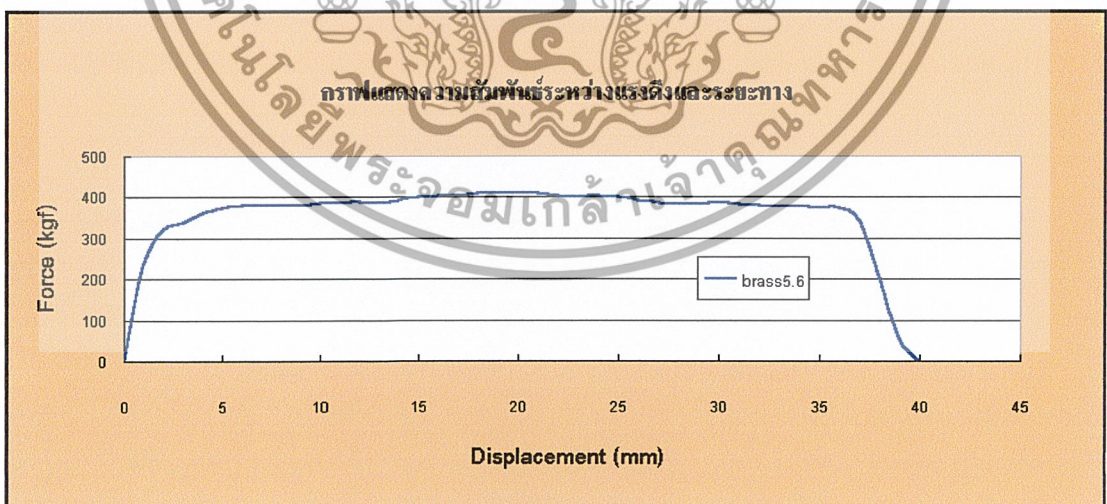


กราฟที่ 4.28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.4 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

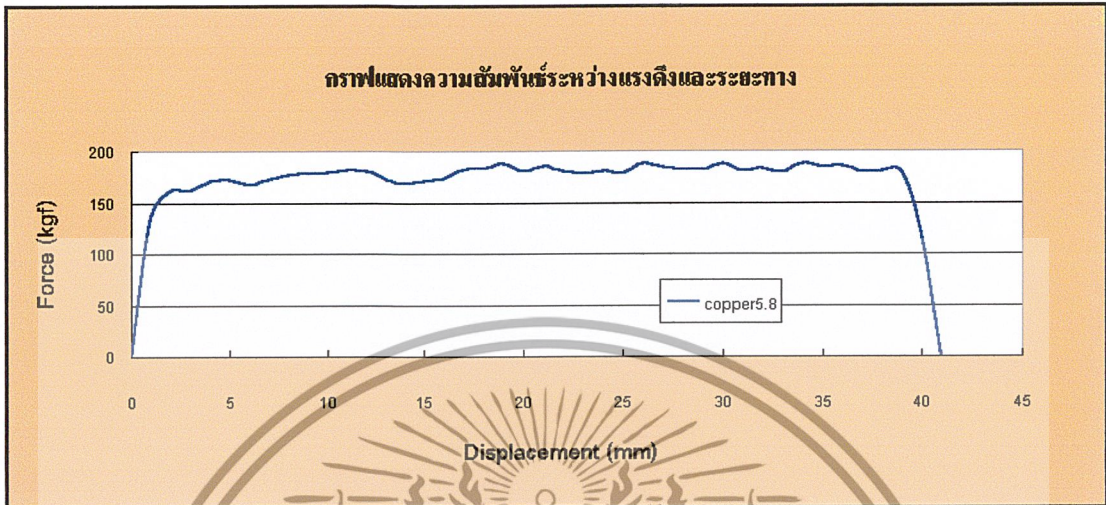


กราฟที่ 4.29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา



กราฟที่ 4.30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.6 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

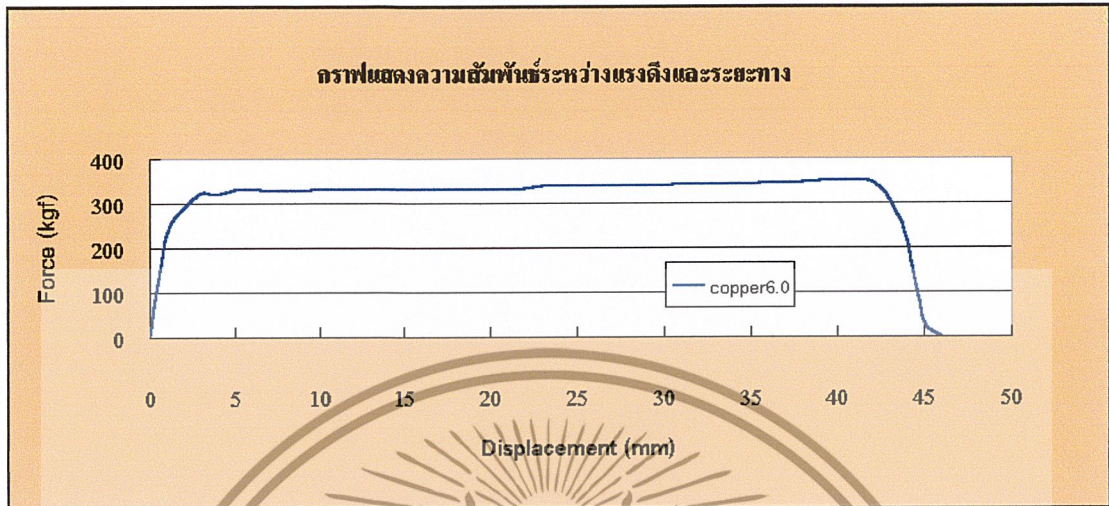


กราฟที่ 4.31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

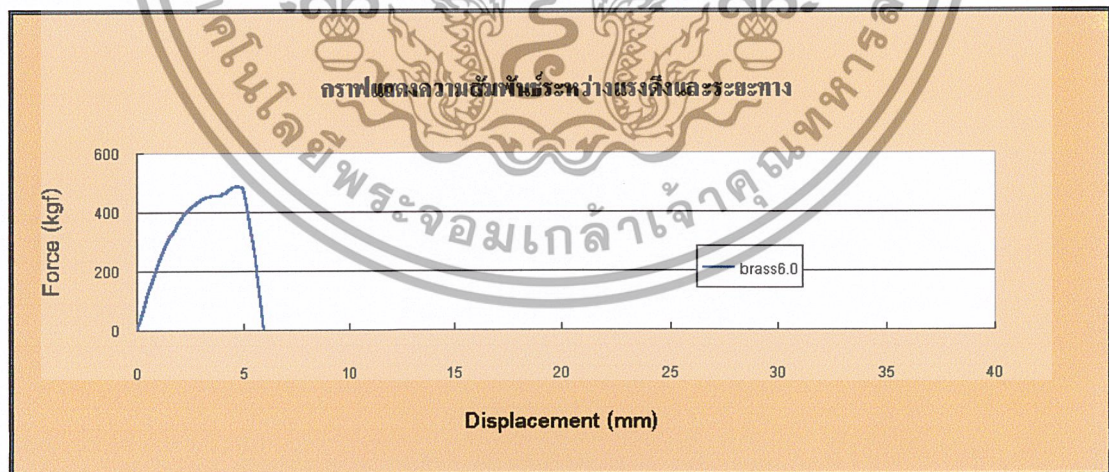


กราฟที่ 4.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

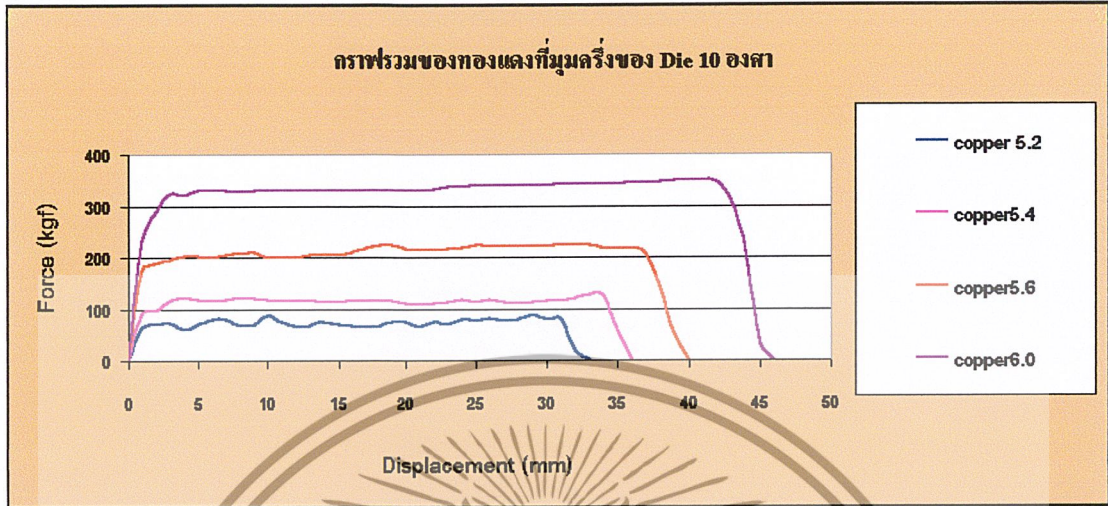


กราฟที่ 4.33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

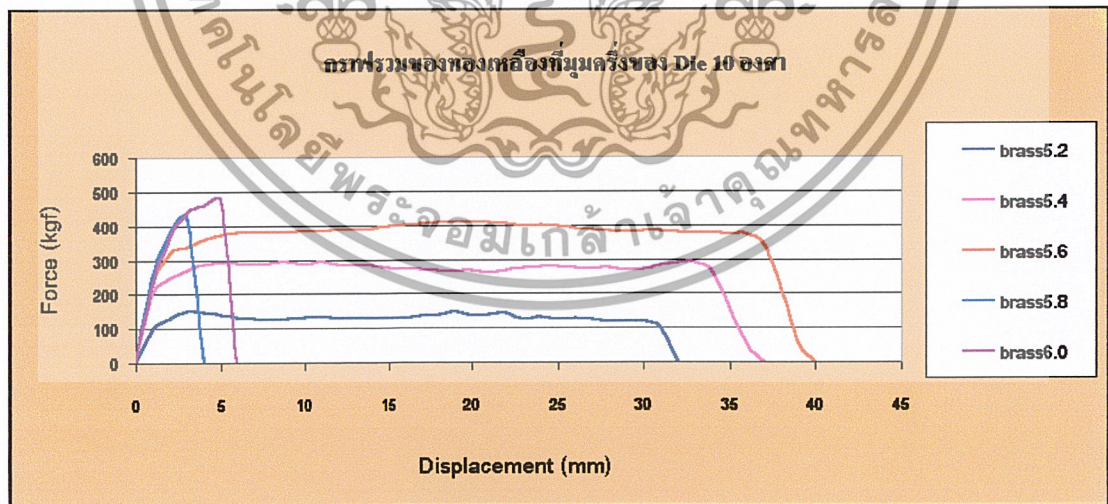


กราฟที่ 4.34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร ที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กราฟที่ 4.35 แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองแดงที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา



กราฟที่ 4.36 แสดงเส้นกราฟรวม ความสัมพันธ์ระหว่าง แรงดึงและระยะทาง ของลวดทองเหลืองที่มุมครึ่งของ DIE 10 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิเคราะห์และวิจารณ์ผลการทดลองดึงลวดทองแดงและทองเหลือง ที่มีม้วนของ DIE เท่ากับ 10 องศา

จากกราฟที่ 4.35 แสดงเส้นกราฟรวมของทองแดง จะสังเกตเห็นว่า ช่วง 0 ถึง 3.5 มิลลิเมตร เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วง Elastic Deformation คือ เมื่อ Load เพิ่มขึ้น Displacement ก็จะเพิ่มขึ้น ส่วนช่วง Plastic Deformation มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง คือเริ่มจาก ประมาณ 1 - 3.5 มิลลิเมตร จนถึงสุดท้าย ประมาณ 31 - 41 มิลลิเมตร ขึ้นอยู่กับเส้นผ่านศูนย์กลางของชิ้นงาน และเมื่อชิ้นงานเริ่มเคลื่อนที่หลุดผ่าน DIE เส้นกราฟก็จะค่อยๆตกลง จนแรงดึงเท่ากับ 0 kgf

เมื่อมาพิจารณาขนาดทองแดงที่ขนาดต่างๆกันพบว่า ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ใช้แรงดึงต่ำสุด เท่ากับ 86.4 kgf และมีระยะการดึงน้อยสุด เท่ากับ 34 มิลลิเมตร ส่วนทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร จะใช้แรงดึงสูงสุด เท่ากับ 349.8 kgf และมีระยะการดึงมากที่สุด เท่ากับ 46 มิลลิเมตร

จากกราฟที่ 4.36 แสดงเส้นกราฟรวมของทองเหลือง จะสังเกตเห็นว่า ช่วง 0 ถึง 5 มิลลิเมตร เป็นการเปลี่ยนแปลงในช่วง Elastic Deformation คือ เมื่อ Load เพิ่มขึ้น Displacement ก็จะเพิ่มขึ้น ส่วนช่วง Plastic Deformation มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง คือเริ่มจาก ประมาณ 2 - 5 มิลลิเมตร จนถึงสุดท้ายที่ ประมาณ 30 - 36 มิลลิเมตร และเมื่อชิ้นงานเริ่มเคลื่อนที่หลุดผ่าน DIE เส้นกราฟก็จะค่อยๆตกลงจนแรงดึงเท่ากับ 0 kgf

เมื่อมาพิจารณาขนาดทองเหลืองที่ขนาดต่างๆกันพบว่า ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.2 มิลลิเมตร ใช้แรงดึงต่ำสุด เท่ากับ 149.2 kgf และมีระยะการดึงน้อยสุด เท่ากับ 32 มิลลิเมตร ส่วนขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 5.8 ใช้แรงดึง เท่ากับ 425 kgf แต่เกิดการขาดเมื่อระยะการดึง เท่ากับ 3 มิลลิเมตร และ ที่ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6.0 มิลลิเมตร จะใช้แรงดึงสูงสุด เท่ากับ 475 kgf แต่เกิดการขาดเมื่อระยะทางการดึงเท่ากับ 6 มิลลิเมตร

จากรูปทั้งสองจะพิจารณาสรุปดังนี้ จะสังเกตเห็นว่าเมื่ออัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดเพิ่มขึ้น เป็นผลให้แรงที่ใช้ในการดึงลวดโลหะมีค่าสูงขึ้น เป็นเช่นเดียวกันทั้งในลวดทองแดงและลวดทองเหลือง และเมื่อเทียบแรงที่ใช้ในการดึงระหว่างทองแดงและทองเหลืองที่เส้นผ่านศูนย์กลางเดียวกันจะพบว่าทองเหลืองใช้แรงดึงสูงกว่าเป็นผลมาจากค่า Yield Stress ของวัสดุสูงกว่า โดยทองเหลืองที่มีอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Reduction Area) เท่ากับ 25.68 %, 30.55 % ที่เส้นผ่านศูนย์กลางด้านโตเท่ากับ 5.8, 6.0 มิลลิเมตรตามลำดับและเส้นผ่านศูนย์กลางด้านเล็กเท่ากับ 5.0 มิลลิเมตร จะเกิดการขาดเป็นผลอันเนื่องมาจากอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดมีค่าสูงทำให้เกิดความเค้นตามแนวรัศมีมากเป็นผลทำให้เกิดการขาดของลวดทองเหลือง และจากกราฟพบว่าค่าแรงดึงมีแนวโน้มคงที่เมื่อมีค่าผ่านจุด Yield Point และที่อัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดมีค่าสูงทำให้ระยะที่ทำการดึงมีค่ามากขึ้น มีผลทำให้ความยาวของลวดโลหะยาวมากขึ้น เนื่องจากการไหลของเนื้อโลหะ

ตารางที่ 4.5 แสดงค่าแรงดึงและค่าความเค้นที่ได้จากการทดลองมุมครึ่งของ DIE เท่ากับ 10 องศาที่ DIE ขนาด 5 มิลลิเมตร

Material	Inlet Diameter (mm)	Inlet Area (mm ²)	Outlet Area (mm ²)	Average Area (mm ²)	Maximum Force (kgf)	Maximum Stress (MPa)
ทองแดง (Copper)	5.2	21.23	19.63	20.43	86.4	41.47
	5.4	22.9	19.63	21.26	127	58.57
	5.6	24.63	19.63	22.13	225	99.72
	5.8	26.42	19.63	23.02	188	80.08
	6.0	28.27	19.63	23.95	349.8	143.24
ทองเหลือง (Brass)	5.2	21.23	19.63	20.43	149.2	71.61
	5.4	22.9	19.63	21.26	292.4	134.85
	5.6	24.63	19.63	22.13	411.2	182.24
	5.8	26.42	19.63	23.02	425	181.05
	6.0	28.27	19.63	23.95	475	194.51

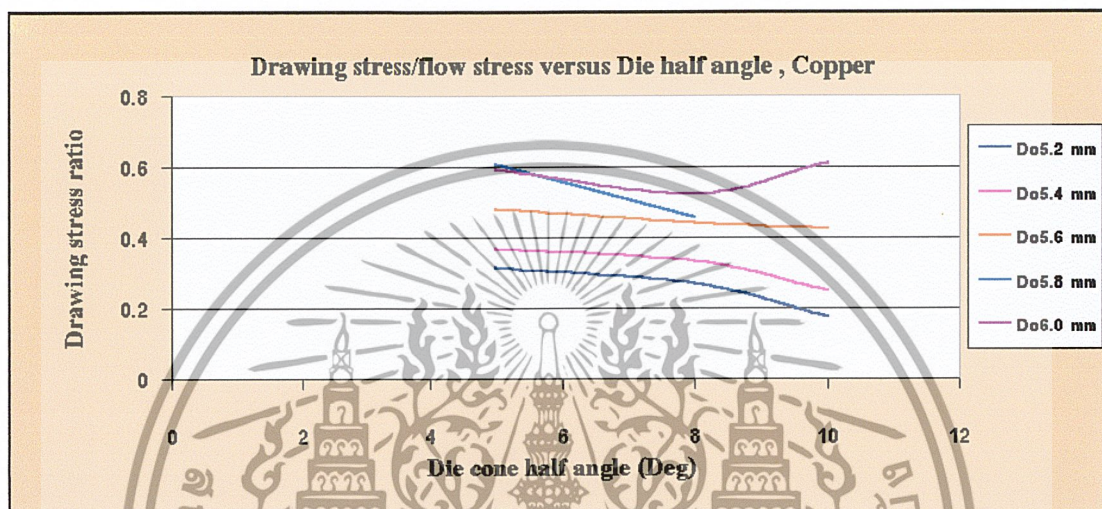
ตารางที่ 4.6 แสดงค่าความยาวสุดท้ายของลวดทดสอบ

วัสดุ(Material)	Inlet Diameter (mm)	Final Length (mm)
ทองแดง (Copper)	5.2	32.2
	5.4	35.6
	5.6	39.6
	5.8	41.2
	6.0	46.2
ทองเหลือง (Brass)	5.2	32
	5.4	37
	5.6	40
	5.8	เกิดการขาดตัว
	6.0	เกิดการขาดตัว

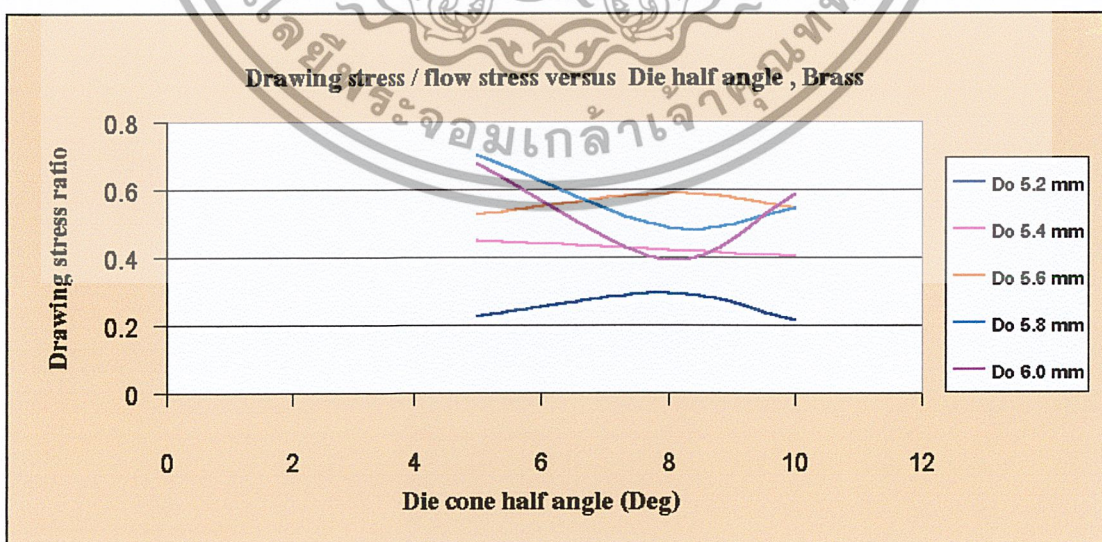
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.6 สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองที่ได้ จะนำมา Plot กราฟ ในลักษณะ Dimensionless คือ นำค่าความเค้นแรงดึงหารด้วยค่า Yield Stress ของวัสดุ



กราฟที่ 4.37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Drawing Stress Ratio ของลวดทองแดง กับ มุมครึ่งของ DIE



กราฟที่ 4.38 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Drawing Stress Ratio ของลวดทองเหลือง กับ

มุมครึ่งของ DIE

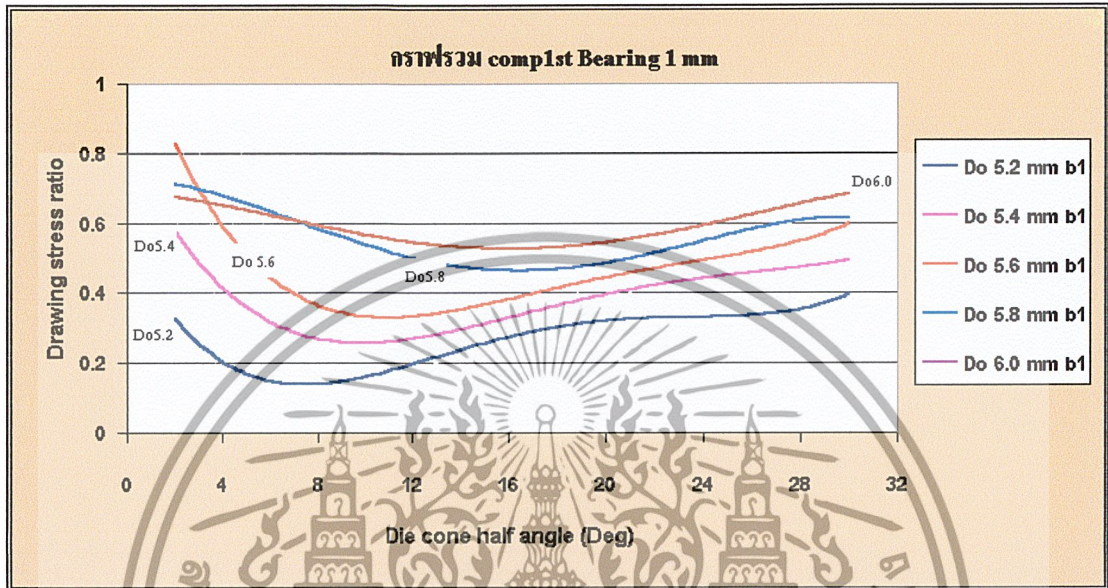
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการทดลองที่มุมครึ่งของ DIE 5 , 8 และ 10 องศา จะสรุปเป็นหัวข้อ ดังนี้

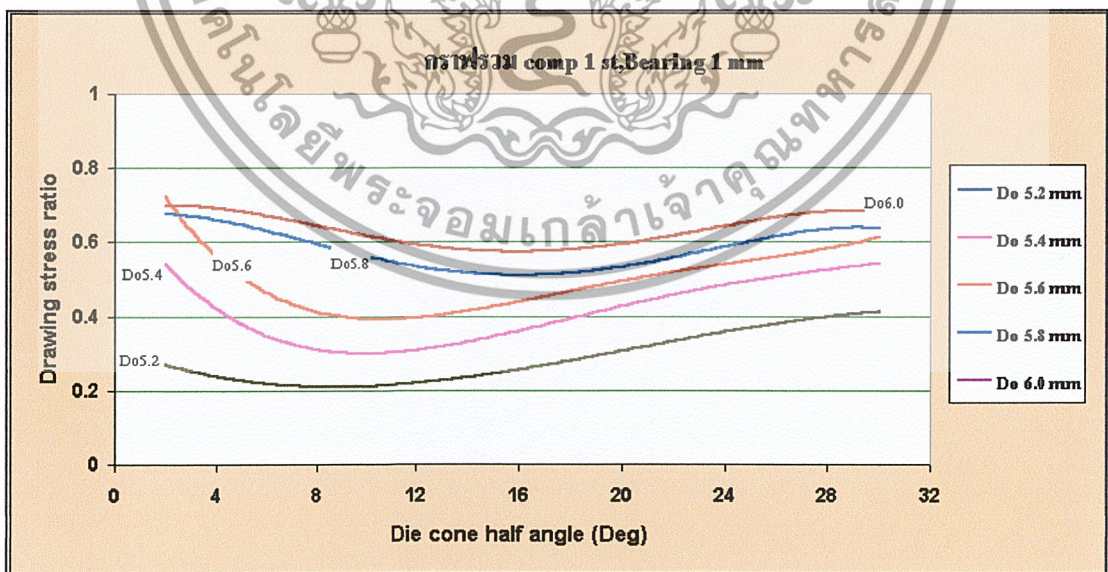
1. มุมครึ่งของ DIE ที่มีค่าอยู่ในช่วง 2 –10 องศา เป็นปัจจัยแรกที่มีผลต่อค่า อัตราส่วนค่าความเค้นแรงดึง (Drawing Stress Ratio) โดยเมื่อมุมครึ่งของ DIE มีค่าสูงขึ้นจะเป็นผลให้ Drawing Stress Ratio มีค่าลดลง อันเนื่องมาจากพื้นที่บริเวณผิวสัมผัสระหว่าง DIE และลวดโลหะ ในระหว่างที่ทำการดึงมีค่าลดลง แรงเสียดทานระหว่างผิวทั้งสองจึงมีค่าลดลงส่งผลให้แรงที่ใช้ในการทำการดึงมีค่าลดลงไปด้วย
2. อัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Reduction Area) เป็นอีกหนึ่งปัจจัยที่ส่งผลให้ค่า Drawing Stress Ratio มีการเปลี่ยนแปลง กล่าวคือเมื่อ Reduction Area มีค่าสูง ปริมาณเนื้อโลหะที่จะดึงผ่านออกไปมีปริมาณที่สูงจึงทำให้การไหลของเนื้อโลหะที่ไม่สะดวก อีกทั้งพื้นที่ผิวสัมผัสมากขึ้น ด้วยเหตุทั้งสองจึงเป็นผลให้เกิดแรงต้านทานที่ใช้ในการทำการดึงมีค่าสูงขึ้น
3. Initial Yield Stress ก็เป็นอีกหนึ่งปัจจัยที่มีผลต่อ Drawing Stress Ratio โดยหากวัสดุนั้นมีค่า Initial Yield Stress สูงจะเป็นผลให้ ต้องใช้แรงในการทำการดึงที่สูงขึ้น กล่าวคือ วัสดุที่มีค่า Initial Yield Stress สูงจะมีความสามารถในการต้านทานการเปลี่ยนรูปที่สูง
4. ค่าความยาวสุดท้ายของชิ้นทดสอบที่มีการเปลี่ยนแปลงไป โดยมีสองตัวแปรที่สัมพันธ์กัน คือ มุมครึ่งของ DIE และ อัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด ในกรณีที่มุมครึ่งของ DIE มีค่าน้อยจะเป็นผลให้ค่าความยาวสุดท้ายของชิ้นทดสอบมีค่ายาวกว่าในกรณีที่ค่าของมุมครึ่งของ DIE มีค่าสูง ส่วนค่าอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดนั้นในกรณีที่ค่ามีค่ามาก ค่าความยาวสุดท้ายของชิ้นทดสอบจะมีค่ายาวเนื่องจากปริมาณเนื้อโลหะมีปริมาณที่มาก

4.7 ผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ผลจากการวิเคราะห์จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ได้นำมา Plot ในลักษณะ Dimensionless คือค่าความเค้นแรงดึง ทหารด้วยค่า Yield stress เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด Optimum

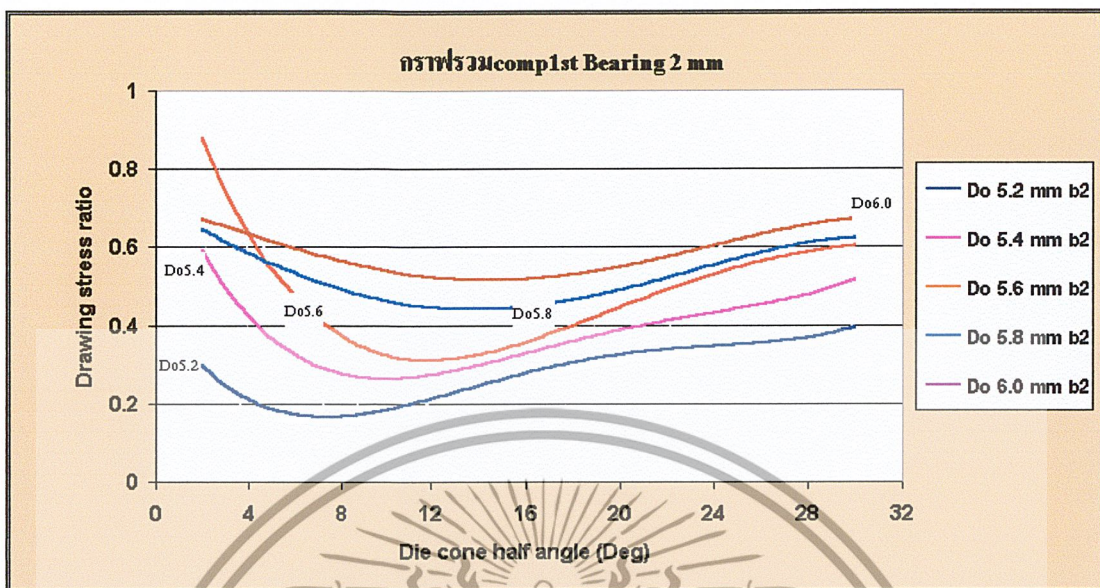


กราฟที่ 4.39 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำ การลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing 1 mm

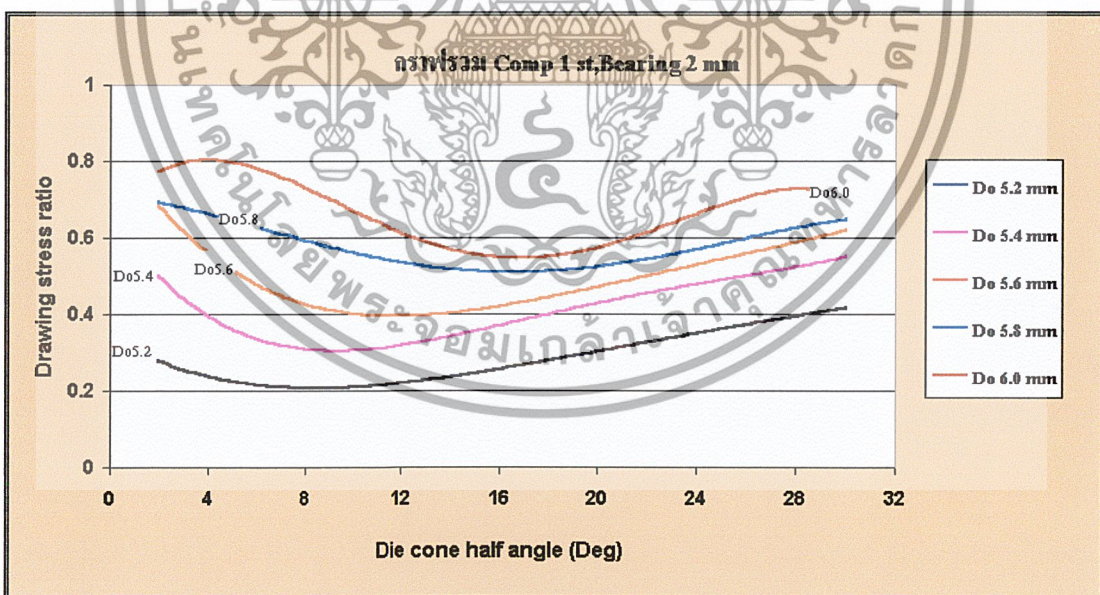


กราฟที่ 4.40 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำ การลดขนาดคือ ทองเหลือง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 1 mm

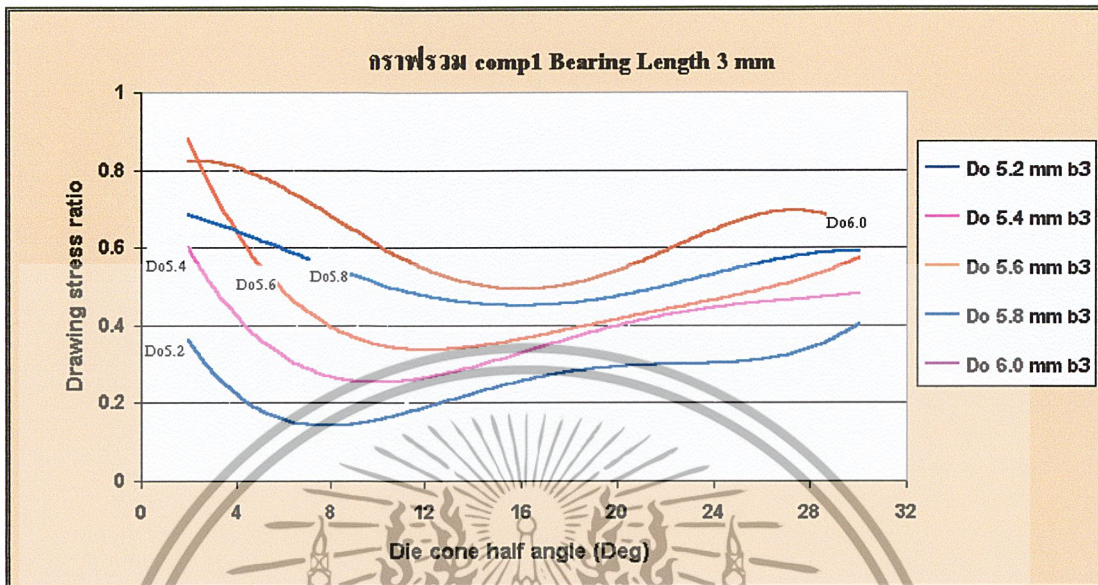
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



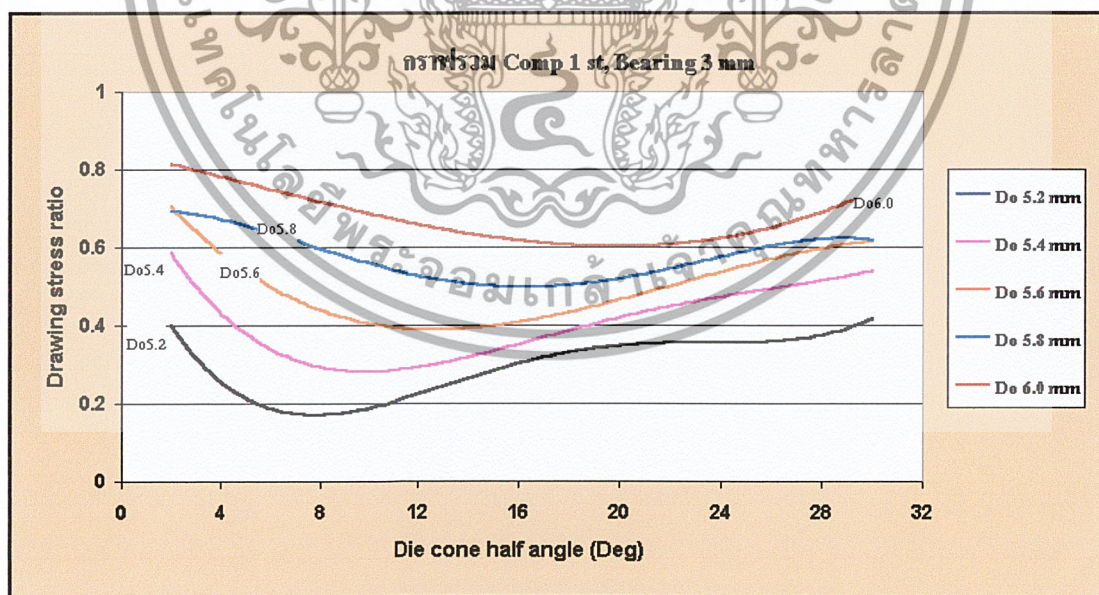
กราฟที่ 4.41 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 2 mm



กราฟที่ 4.42 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำการลดขนาดคือ ทองเหลือง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 2 mm

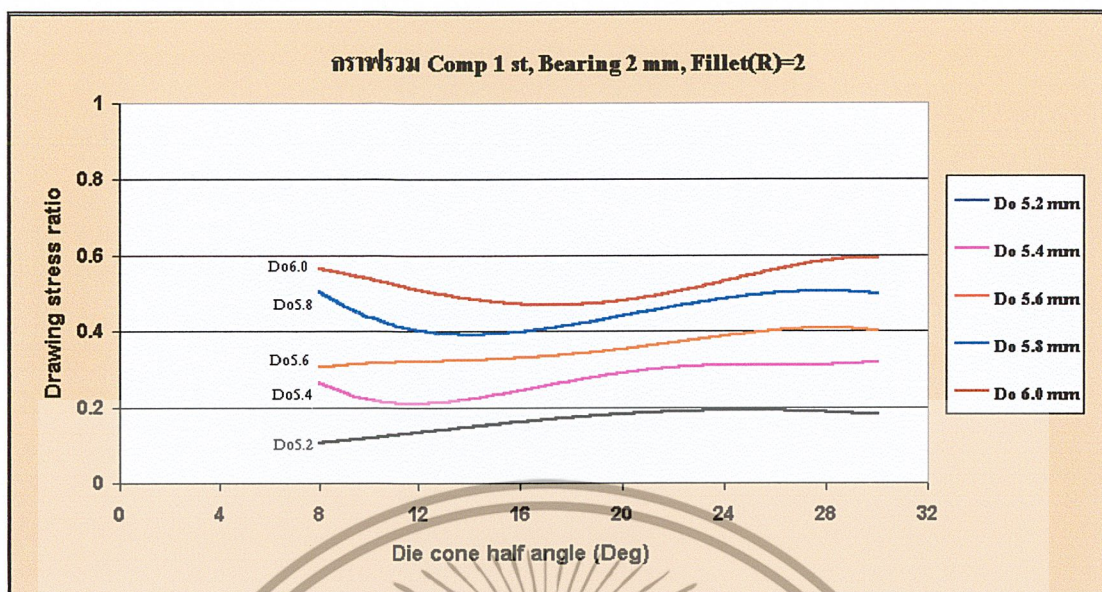


กราฟที่ 4.43 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำ การลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 3 mm



กราฟที่ 4.44 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำ การลดขนาดคือ ทองเหลือง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 3 mm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กราฟที่ 4.45 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นแรงดึง กับ มุมครึ่งของ DIE ซึ่งวัสดุที่ทำ การลดขนาดคือ ทองแดง โดย DIE มีขนาดช่วง Bearing = 2 mm, Fillet มุมทางเข้าโดยมีรัศมี R = 2 mm

ในการออกแบบ DIE ที่ดีที่จะทำให้วัสดุที่ผ่านการดึงนั้นออกมามีคุณภาพคือ ได้ขนาดเส้นผ่าน ศูนย์กลางตามที่ต้องการ และไม่เกิดการขาดระหว่างการดึงนั้นเราจำเป็นต้องหาว่าต้องหลีกเลี่ยงความ เค้นแรงดึงเนื่องจาก ถ้าในระหว่างกระบวนการดึงสวดโลหะเกิดความเค้นแรงดึงที่สูงเกินไป จะทำให้เกิด การแยกตัวที่แกนกลางของลวดโลหะ นั่นเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้เกิดการขาดของลวดโลหะในระหว่าง การดึง ดังนั้นเราจึงพล็อตกราฟในลักษณะ Drawing stress ratio (ความเค้นแรงดึง / ความเค้นเริ่มต้น ของ จุด Yield ของวัสดุนั้น) เพื่อหาว่าที่มุมครึ่งของ DIE มุมใดที่ให้ค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึงต่ำที่สุด นั่นก็ คือจุดที่เหมาะสมที่สุด (Optimum Point) นั่นเอง ซึ่งจากการวิเคราะห์บนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ได้แบ่ง วัสดุออกเป็น 2 ชนิด คือ ทองแดง และ ทองเหลือง และแต่ละชนิด เราจะให้ผ่าน DIE ช่วงความยาวของ Bearing = 1, 2 และ 3 มิลลิเมตร และสุดท้ายเราได้ทำการ ทำมุมโค้งระหว่างช่วงปากทางเข้าและช่วง Bearing ของ DIE โดยใช้ รัศมี 2 มิลลิเมตร

ตารางที่ 4.7 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 1 มิลลิเมตร

ทองแดง	ความยาวช่วง Bearing = 1 mm	
	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.1361	8
Do 5.4	0.2522	10
Do 5.6	0.3181	12
Do 5.8	0.4887	14
Do 6.0	0.4877	16

ตารางที่ 4.8 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 2 มิลลิเมตร

ทองแดง	ความยาวช่วง Bearing = 2 mm	
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางก่อนเข้า	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.1684	6
Do 5.4	0.2564	10
Do 5.6	0.3046	12
Do 5.8	0.4369	14
Do 6.0	0.4823	16

ตารางที่ 4.9 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 3 มิลลิเมตร

ทองแดง	ความยาวช่วง Bearing = 3 mm	
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางก่อนเข้า	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.1387	8
Do 5.4	0.2448	10
Do 5.6	0.3212	12
Do 5.8	0.4515	16
Do 6.0	0.5032	16

ตารางที่ 4.10 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองเหลือง ที่ Bearing Length 1 มิลลิเมตร

ทองเหลือง	ความยาวช่วง Bearing = 1 mm	
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางก่อนเข้า	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.212	8
Do 5.4	0.301	10
Do 5.6	0.3959	10
Do 5.8	0.5	16
Do 6.0	0.589	16

ตารางที่ 4.11 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองเหลือง ที่ Bearing Length 2 มิลลิเมตร

ทองเหลือง	ความยาวช่วง Bearing = 2 mm	
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางก่อนเข้า	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.2277	8
Do 5.4	0.3065	10
Do 5.6	0.4032	12
Do 5.8	0.5159	16
Do 6.0	0.554	16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.12 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุของเหล็อง ที่ Bearing Length 3 มิลลิเมตร

ทองเหล็อง	ความยาวช่วง Bearing = 3 mm	
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางก่อนเข้า	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.182	8
Do 5.4	0.2774	10
Do 5.6	0.396	12
Do 5.8	0.5	16
Do 6.0	0.6069	20

ตารางที่ 4.13 อัตราส่วนความเค้นแรงดึงในวัสดุทองแดง ที่ Bearing Length 2 มิลลิเมตรและ

Fillet 2 มิลลิเมตร

ทองแดง	ความยาวช่วง Bearing = 2 mm, Fillet มุมทางเข้าของ DIE มีรัศมี R = 2 mm	
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางก่อนเข้า	อัตราส่วนความเค้นแรงดึง	มุมครึ่งของ DIE
Do 5.2	0.1018	8
Do 5.4	0.197	10-12
Do 5.6	0.3	8
Do 5.8	0.3882	14
Do 6.0	0.4691	16

สรุปผลจากการวิเคราะห์ทางคอมพิวเตอร์

1. จากการวิเคราะห์กราฟที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยวิเคราะห์จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนความเค้นการดึง (Drawing Stress Ratio) กับ องศาครึ่งของมุม DIE ที่ได้ทำการเปลี่ยนแปลงไปให้ค่าที่มีความสอดคล้องกับค่าที่ได้จากทางทฤษฎี (Theoretical) โดยในแต่ละค่าของอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Percentage of Reduction Area) เส้นกราฟจะแสดงจุดที่เกิดความเค้นต่ำสุด หรืออีกนัยหนึ่งก็คือจุดที่มีความเหมาะสมที่สุดในการเลือกนำไปใช้งาน ซึ่งเมื่อทำการเปรียบเทียบเส้นกราฟที่ได้กับงานวิจัยของ Mr. Wistreich ที่ได้ทำการทดลองดึงลวด โลหะผ่าน DIE เส้นกราฟมีลักษณะแนวโน้มสอดคล้องกันเป็นอย่างดี อาจกล่าวได้ว่าเหตุผลหลักในการพิจารณาเลือกองศาของมุม DIE เพื่อนำไปใช้งานนั้น เราต้องพิจารณาจากจุดที่ให้ค่าความเค้นภายในต่ำสุด เพื่อเป็นการหลีกเลี่ยงปัญหาที่เกิดจากค่าความเค้นที่สูง ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้ลวดที่ใช้ในการทำการดึงเกิดความเสียหาย (ขาด) และอีกสาเหตุหนึ่งที่ใช้ประกอบในการพิจารณาคือหากต้องใช้แรงในการทำการดึงที่สูงก็จะเป็นการสิ้นเปลืองกำลังงานที่ใช้ในการดึงของเครื่องจักร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. จากการวิเคราะห์กราฟระหว่างวัสดุทองแดง และวัสดุทองเหลือง จะสังเกตเห็นว่าค่าอัตราส่วนความเค้นการดึง (Drawing Stress Ratio) โดยพิจารณาที่องศาครีงมุมของ DIE และ อัตราการลดพื้นที่หน้าตัด (Percentage of Reduction Area) เดียวกัน วัสดุทองเหลืองจะให้ค่า Drawing Stress ที่สูงกว่าวัสดุทองแดง ซึ่งเป็นผลมาจากในวัสดุทองเหลืองนั้นมีค่า Initial Yield Stress ที่สูงกว่าในวัสดุทองแดง กล่าวคือในวัสดุที่มีค่า Initial Yield Stress ที่สูงค่าแรงที่ใช้ในการทำการดึงนั้นต้องใช้แรงที่มากกว่า เนื่องจากวัสดุจะมีค่าความต้านทานการเปลี่ยนรูปที่สูง

3. จากการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวของ Bearing Length ที่ได้ทำการเปลี่ยนแปลงไป โดยมีค่าอยู่ระหว่าง 1 - 3 มิลลิเมตรตามลำดับ โดยจะสังเกตเห็นได้ว่าค่า Bearing Length แทบจะไม่มีผลต่อค่า Drawing Stress ที่ได้ออกมาเลย จุดประสงค์หลักของการสร้างตัวแปร Bearing Length ก็เพื่อเป็นตัวช่วยประกอบและบังคับขนาดของลวดโลหะ ซึ่งเมื่อเครื่องของลวดโลหะที่ผ่านออกมาจาก DIE อาจมีการขยายตัวเนื่องจากความพยายามเคลื่อนที่ ที่เป็นผลมาจากค่าความเค้นภายในที่มีสูง

4. จากการสร้างแบบจำลองบนโปรแกรมให้ทางเข้า (Entrance Length) มีลักษณะเป็นรัศมีโค้งมน ในการทดลองนี้ได้กำหนด รัศมี R เท่ากับ 2 มิลลิเมตร ซึ่งเป็นผลทำให้ค่า Drawing Stress มีค่าลดลงอย่างชัดเจนเมื่อเปรียบเทียบกับค่า Drawing Stress ของแบบจำลองเดิม ซึ่งกล่าวได้ว่ารัศมีโค้งมนนี้ทำให้ลักษณะทิศทางการไหลของเนื้อโลหะมีความราบรื่นมากขึ้น ยังผลให้ใช้แรงในการดึงต่ำลง

5. เมื่อวิเคราะห์ค่าความยาวสุดท้ายหลังการดึงโลหะผ่าน DIE พบว่ามุมครีงของ DIE มีผลต่อความยาวสุดท้าย จากการสังเกตเมื่อทำการเพิ่มค่ามุมครีงของ DIE ไปเรื่อยๆ ความยาวสุดท้ายจะเพิ่มขึ้นตามลำดับและเมื่อเข้าไปวิเคราะห์ถึงรูปทรงของลวดโลหะพบว่า เอลิเมนต์จะมีลักษณะยืดยาวขึ้นตามแนวแกนของลวดโลหะ ดังนั้นเป็นผลทำให้ ความยาวสุดท้ายเพิ่มขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริง แต่ถ้ามุมครีงของ DIE มีค่ามากเกินไป จะทำให้ผิวของลวดโลหะเกิดการยุบตัวเป็นผิวขรุขระ ซึ่งในการออกแบบที่ดีนั้นไม่ต้องการ

บทที่ 5

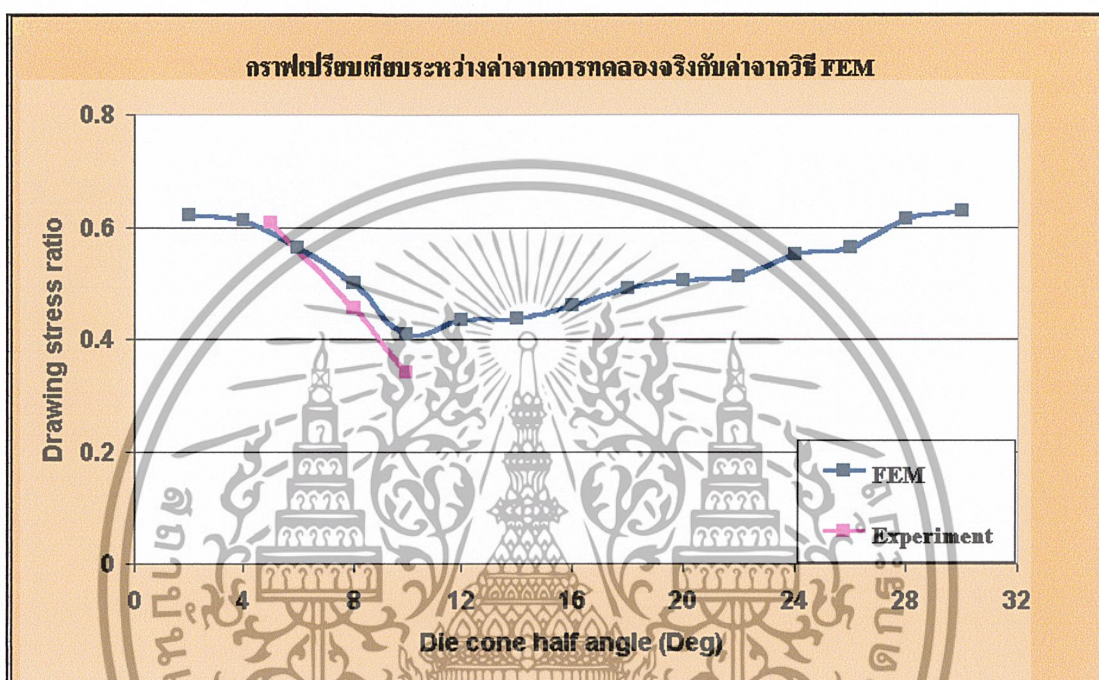
บทสรุป

ผลจากการศึกษาวิจัยตัวแปรที่มีผลกระทบต่อกระบวนการดึงลวดโลหะพบว่า มีตัวแปรที่มีความสำคัญต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในลวดโลหะ โดยตัวแปรแรกที่มีความสำคัญอย่างยิ่งคือ ค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึง ที่เกิดขึ้นในขบวนการดึงลดขนาดลวดโลหะใน คาย (Die) แบบ เวนทูรี (Ventury) ที่ได้มีการทำการวิเคราะห์จากแบบจำลองที่ได้สร้างขึ้นบนโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์ นั้น จะมีจุดที่เกิดค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึงต่ำสุดอยู่จุดหนึ่งต่อหนึ่งขนาดของอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด (Percentage of Reduction Area) ค่าหนึ่ง ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึงนั้นมีความสัมพันธ์กับ ค่าครีงมุมของคายน และ พื้นที่ผิวสัมผัสที่มีการสัมผัสกันระหว่างลวดโลหะกับตัวคายน (ดังแสดงในกราฟที่ 5.1) โดยมีความสอดคล้องกับค่าที่ได้จากการทำการทดลองดึงลดขนาดลวดโลหะ ซึ่งอาจอธิบายอย่างละเอียดได้ว่า ค่าความเค้นแรงดึงที่มีค่าสูงในช่วงครีงมุมของคายน ที่มีค่าต่ำนั้นเกิดจาก แรงต้านจากผิวสัมผัสบริเวณทางเข้าของ คายน ที่มีพื้นที่สัมผัสสูง หากแต่ค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึงจะมีค่าลดลงเมื่อ ค่าครีงมุมของคายนมีค่าเพิ่มขึ้น จนถึงช่วงหนึ่งจะมีค่ากลับสูงขึ้นอีกครั้ง การที่ค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึงกลับมีค่าสูงขึ้นอีก เนื่องด้วยที่ครีงมุมคายนมีค่าสูงจะทำให้เกิดแรงเฉือนของเนื้อโลหะที่เกิดมาก เป็นผลทำให้เกิดแรงต้านที่สูงขึ้น ซึ่งเป็นไปตามหลักทางทฤษฎีของการดึงลดขนาด

คุณสมบัติของลวดโลหะที่นำมาทำการดึงก็เป็นอีกตัวแปรที่มีความสำคัญต่อกระบวนการดึงลดขนาดลวดโลหะ โดยพบว่า ลวดโลหะที่มีค่า Initial Yield Stress ที่สูงจะเป็นผลทำให้ค่าอัตราส่วนความเค้นแรงดึงมีค่าสูงเนื่องจากในวัสดุมีแรงต้านการเปลี่ยนแปลงรูปร่างที่สูงเป็นผลให้ใช้แรงในการทำการดึงที่สูงตามไปด้วย ดังในการทดลองดึงลวดทองเหลืองที่ ครีงมุมคายนเท่ากับ 5 - 10 องศา และ ที่ค่าอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 30.55 % ลวดทองเหลืองเกิดการขาดตัวเนื่องด้วยครีงมุมของคายน ที่ใช้ทำการทดลองนั้นมีค่าต่ำเกินไป แรงต้านจากผิวสัมผัสและแรงต้านจากการแปรเปลี่ยนรูปร่าง (Homogeneous Deformation) มีค่าสูงกว่า จุด Ultimate Stress จึงเกิดการขาดตัว

จากการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวของ Bearing Length ที่ได้ทำการเปลี่ยนแปลงไป โดยมีค่าอยู่ระหว่าง 1 - 3 มิลลิเมตรตามลำดับ โดยจะสังเกตเห็นได้ว่าค่า Bearing Length แทบจะไม่มีผลต่อค่า Drawing Stress ที่ได้ออกมาเลย จุดประสงค์หลักของการสร้างตัวแปร Bearing Length ก็เพื่อเป็นตัวช่วยประกอบและบังคับขนาดของลวดโลหะ ซึ่งเมื่อก่อนของลวดโลหะที่ผ่านออกมาจาก DIE อาจมีการขยายตัวเนื่องจากความพยายามเคลื่อนที่ ที่เป็นผลมาจากค่าความเค้นภายในที่มีสูงเท่านั้นและจากการสร้างแบบจำลองบนโปรแกรมให้ทางเข้า (Entrance Length) มีลักษณะเป็นรัศมีโค้งมน ในการทดลองนี้ได้กำหนดรัศมี R เท่ากับ 2 มิลลิเมตร ซึ่งเป็นผลทำให้ค่า Drawing Stress มีค่าลดลงอย่างชัดเจนเมื่อเปรียบเทียบกับค่า Drawing Stress ของแบบจำลองเดิม ซึ่งกล่าวได้ว่ารัศมีโค้งมนนี้ทำให้ลักษณะทิศทางการไหลของเนื้อโลหะมีความราบรื่นมากขึ้น ยังผลให้ใช้แรงในการดึงต่ำลง ซึ่งเมื่อวิเคราะห์ค่าความยาวสุดท้ายหลังการ

ดึงโลหะผ่าน DIE พบว่ามุมครึ่งของ DIE และอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด มีผลต่อความยาวสุดท้าย จากการสังเกตเมื่อทำการเพิ่มค่ามุมครึ่งของ DIE ไปเรื่อยๆ ความยาวสุดท้ายจะเพิ่มขึ้นตามลำดับและเมื่อเข้าไปวิเคราะห์ถึงรูปทรงของลวดโลหะพบว่า เอลิเมนต์จะมีลักษณะยืดยาวขึ้นตามแนวแกนของลวดโลหะ ดังนั้นเป็นผลทำให้ ความยาวสุดท้ายเพิ่มขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับก่อนดึง ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริง แต่ถ้ามุมครึ่งของ DIE มีค่ามากเกินไป จะทำให้ผิวของลวดโลหะเกิดการขูดเป็นผิวขรุขระ ซึ่งในการออกแบบที่คืนนี้ไม่ต้องการ



กราฟที่ 5.1 แสดงเส้นกราฟระหว่างวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์และการทดลองจริง

ข้อเสนอแนะในการทำการศึกษาต่อไป

การพัฒนาในขั้นต่อไปเพื่อให้มีความหลากหลายในการวิเคราะห์หัวแปรงที่สำคัญในกระบวนการดึงลดขนาดลวดโลหะ ซึ่งข้อควรที่จะพัฒนาสำหรับแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์มีดังนี้

1. ทำการปรับเปลี่ยนความเร็วต่างๆ ในการดึงลดขนาดลวด
2. ทำการปรับเปลี่ยนค่ารัศมีความโค้งระหว่างทางเข้าและช่วง Bearing ให้มีรัศมีต่างๆ และหาค่าที่เหมาะสมที่สุด
3. ทำการปรับเปลี่ยนสัมประสิทธิ์ความเสียด (Friction Coefficient) โดยให้มีสารหล่อลื่นชนิดต่างๆ ระหว่างกระบวนการดึง
4. ประยุกต์การถ่ายเทความร้อน (Heat transfer) ในกระบวนการดึงลดขนาดลวดโลหะ

บรรณานุกรม

- [1] ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เคะชะอำไพ : “ ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม (*Finite Element Method in Engineering*) “; สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, ISBN 974-632-736-4, 1995.
- [2] รองศาสตราจารย์ ดร.เดช พุทธเจริญทอง : “ การวิเคราะห์ด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ “, ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, กรุงเทพฯ, 1998.
- [3] Shiro Kobayashi, Soo-Ik Oh and Taylan Altan: “ *Metal Forming and Finite-Element Method* “, Oxford University Press, New York, 1989.
- [4] Clough , R.W., : “*The Finite Element Method in Plane Stress Analysis* “ , Proceedings , American Society of Civil Engineering , 2nd Conference on Electronic Computation , Pittsburgh , 1960
- [5] Clough, R.W., and Rashid, Y., : “*Finite Element Analysis of Axisymmetric solids* “ , Journal of the Engineering Mechanics Division , Proceedings of the American Society of Civil Engineering , 1965.
- [6] Grafton, P.E., and Strömé, D.R., : “*Analysis of Axisymmetric Shells by the Direct Stiffness Method*” , Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics , 1963 .
- [7] Wilson, E.L. : “*Structural Analysis of Axisymmetric solids* “ , Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics , 1965.
- [8] Oden, J.T., : “*Finite Element of Nonlinear Continua*” , McGraw-Hill , New York , 1972.
- [9] Timoshenko, S., and Goodier, J., : “*Theory of Elasticity*” , McGraw-Hill , New York , 1970.
- [10] Bathe, K.J., : “ *Finite Element Procedures* “ , Prentice-Hall , NJ , 1996.
- [11] Cook, R.D., : “ *Finite Element Modeling for Stress Analysis* “ , John Wiley & Sons, Inc., 1995.

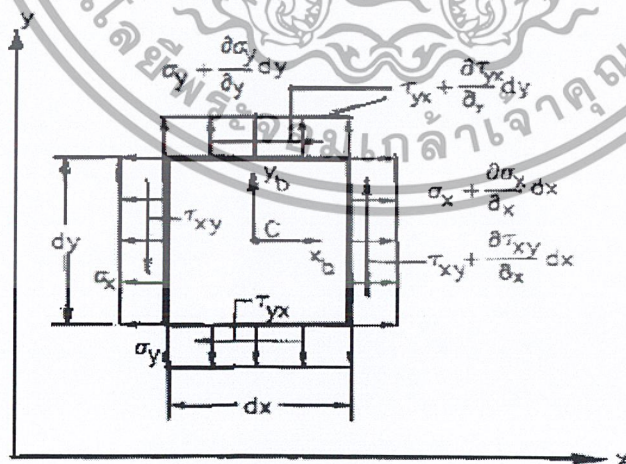
ภาคผนวก ก

ทฤษฎียืดหยุ่น

สมการพื้นฐานของทฤษฎียืดหยุ่นของวัสดุ เช่นสมการสมดุลเชิงอนุพันธ์ในเทอมของความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุ ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัด และสมการเชิงอนุพันธ์ของการต่อเนื่อง (compatibility differential equation) รวมทั้งความสัมพันธ์ระหว่าง ความเค้น ความเครียด จะรวบรวมไว้ในภาคผนวกนี้ เพื่อความสะดวกในการอ้างอิงและการประยุกต์ใช้

สมการสมดุลเชิงอนุพันธ์

เพื่อความสะดวกในการหาสมการสมดุลเชิงอนุพันธ์จะพิจารณาเอลิเมนต์ระนาบที่มีความเค้นตั้งฉาก σ_x, σ_y และความเค้นเฉือน τ_{xy} ซึ่งมีหน่วยเป็นแรงต่อพื้นที่และมีแรงเนื่องจากมวล X_0 และ Y_0 ซึ่งมีหน่วยเป็นแรงต่อปริมาตรเช่นในรูป 1 โดยทั่วไปจะสมมติให้ความเค้นมีค่าคงที่ตลอดพื้นที่หน้าตัดที่สัมผัส แต่ความเค้นจะแปรเปลี่ยนไปจากหน้าตัดหนึ่งไปยังอีกหน้าตัดหนึ่ง อาทิเช่น σ_x กระทำที่หน้าตัดซ้ายมือ ส่วนหน้าตัดขวามือจะมีความเค้น $\sigma_x + (\partial\sigma_x / \partial x)dx$ ถ้าให้เอลิเมนต์ มีความหนาเท่ากับ 1 หน่วย เราสามารถหาแรงรวมในทิศทาง x ได้ดังนี้



รูปที่ 1 แสดง เอลิเมนต์ระนาบที่มีความเค้นกระทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 = (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) dy (1) - \sigma_x dy (1) + X_b dx dy (1) \\ + (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy) dx (1) - \tau_{yx} dx (1) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

หรือ

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X_b = 0 \quad (2)$$

ในทำนองเดียวกันผลรวมของแรงในทิศทาง Y ย่อมเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y_b = 0 \quad (3)$$

เนื่องจากเอลิเมนต์อยู่ในระนาบสมการสมดุลของโมเมนต์ในแกนที่ตั้งฉากกับระนาบ x-y จะเท่ากับ ศูนย์ เช่น โมเมนต์ M_z รอบจุด C ตามรูป 1

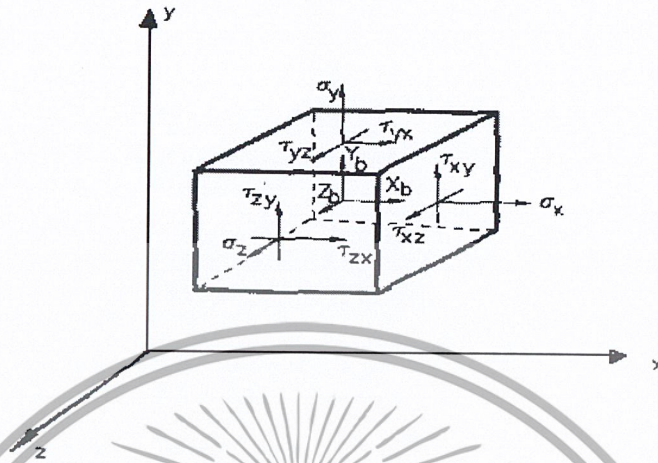
$$\begin{aligned} \sum M_z = 0 = \tau_{xy} dy (1) \frac{dx}{2} + (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx) \frac{dx}{2} dy \\ - \tau_{yx} dx (1) \frac{dy}{2} - (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy) \frac{dy}{2} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

จากสมการ (4) ถ้าตัดเทอมที่มีค่าน้อยๆ ออก และเนื่องจากวัสดุเป็นชนิดมีเนื้อเดียวกันตลอดและสม่ำเสมอ
ดังนั้น

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (5)$$

ซึ่งหมายความว่าความเค้นเฉือนในระนาบที่ตั้งฉากกับทิศทาง x ซึ่งไปทิศทาง y จะมีขนาดเท่ากับความเค้นเฉือนในระนาบที่ตั้งฉากกับทิศทาง y ซึ่งไปทาง x (ดูรูป 1 ประกอบ)

สำหรับในกรณีของปัญหา 3 มิติ ภายใต้สภาวะของความเค้น เช่น ในรูป 2 ซึ่งจะมี σ_z, τ_{xz} และ τ_{yz} เพิ่มขึ้นมาจากเอลิเมนต์ที่อยู่ในระนาบหรือปัญหา 2 มิติ โดยอาศัยหลักของสมดุล เช่นเดียวกับปัญหา 2 มิติ ในสมการ (2), (3) และ (5) สมการสมดุลเชิงอนุพันธ์ของเอลิเมนต์ 3 มิติ คือ



รูปที่ 2 แสดงเอลิเมนต์สามมิติภายใต้สภาวะความเค้น



$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X_b = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y_b = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z_b = 0$$

(6)

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

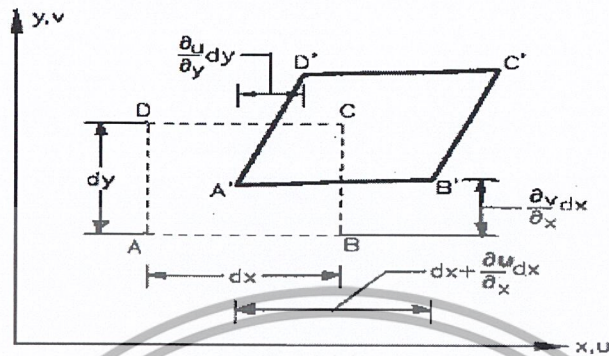
(7)

ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด-การกระจัดและสมการต่อเนื่อง

ในกรณีของเอลิเมนต์ 2 มิติตามรูป 3 ถ้าให้เอลิเมนต์ A' B' C' D' เปลี่ยนรูปจากเอลิเมนต์เดิม ABCD หลังจากมีความเครียดเกิดขึ้นในเอลิเมนต์ ความยาวเดิมของเอลิเมนต์ในทิศทาง x เท่ากับ AB เปลี่ยนเป็นความยาว A' B' ถ้าให้ u และ v เป็นการกระจัดเกิดขึ้นในทิศทาง x และ y ตามลำดับ ดังนั้นความเครียดในทิศทาง x

$$\epsilon_x = \frac{A'B' - AB}{AB} \tag{8}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3 แสดงการเปลี่ยนรูปของเอลิเมนต์

เนื่องจาก

$$AB = dx$$

และ

$$(A'B')^2 = \left(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx\right)^2 \quad (10)$$

จากทฤษฎีไบโนเมียล ถ้าตัดเทอมที่มีอันดับสูง เช่น $(\partial u / \partial x)^2$ และ $(\partial v / \partial x)^2$ ออก (เนื่องจากความเครียด $\partial u / \partial x$ และ $\partial v / \partial x$ มีค่าน้อย) ดังนั้น

$$A'B' = dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (11)$$

แทนค่า AB จากสมการ (9) และ A'B' จากสมการ (11) ลงในสมการ (8) ผลที่ได้รับคือ

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (12)$$

ในทำนองเดียวกันความยาวเดิมของเอลิเมนต์ในทิศทาง y เท่ากับ AC เราสามารถจะแสดงให้เห็น

ว่าเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (13)$$

สำหรับความเครียดเฉือน γ_{xy} นั่นก็คือการเปลี่ยนแปลงของมุมระหว่างด้าน เช่น AB และ AD จากเดิม 90 องศา จากรูป 3 จะเห็นว่า γ_{xy} ก็คือผลรวมของมุม 2 มุมคือ

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (14)$$

สมการ (12), (13) และ (14) คือสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัดของเอลิเมนต์ระนาบหรือเอลิเมนต์สองมิติ

ในกรณีของเอลิเมนต์สามมิติ เราจะกำหนดให้การกระจัดในทิศทาง z เท่ากับ w ดังนั้นในกรณีนี้ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัดที่เพิ่มขึ้นมาคือ

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (15)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (16)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (17)$$

จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียด-การกระจัดดังกล่าว เพื่อให้มั่นใจที่จุดใดจุดหนึ่ง ส่วนประกอบของการกระจัด u, v และ w จะมีค่าเพียงค่าเดียว และเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องไม่ขาดตอนหรือทับซ้อนกัน จึงจำเป็นต้องมีสมการต่อเนื่อง (compatibility) เป็นตัวกำกับ

ในกรณีของปัญหาสองมิติ, สมการต่อเนื่องอาจหาได้โดยอนุพันธ์ค่า γ_{xy} ต่อ x และ y และแทนค่า $\frac{\partial u}{\partial x}$ ด้วย ε_x และ $\frac{\partial v}{\partial y}$ ด้วย ε_y นั่นคือ

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (18)$$

เราเรียกสมการ (18) ว่าสมการเงื่อนไขของการต่อเนื่อง (condition of compability) ที่จะทำให้ ส่วนประกอบของความเครียดในเทอมของ u และ v ในสมการ (12), (13), (14) และ (18) จะให้ค่าเดียวของการกระจัดที่ต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีของเอลิเมนต์สามมิติ เราสามารถจะหาสมการต่อเนื่องได้โดยอนุพันธ์ γ_{xz} และ γ_{yz} เช่นเดียวกับ γ_{xy} สมการต่อเนื่องดังกล่าวคือ

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}\end{aligned}\quad (19)$$

และสามารถหาความเครียดเชิงตั้งฉากได้จากความเครียดเฉือนดังนี้

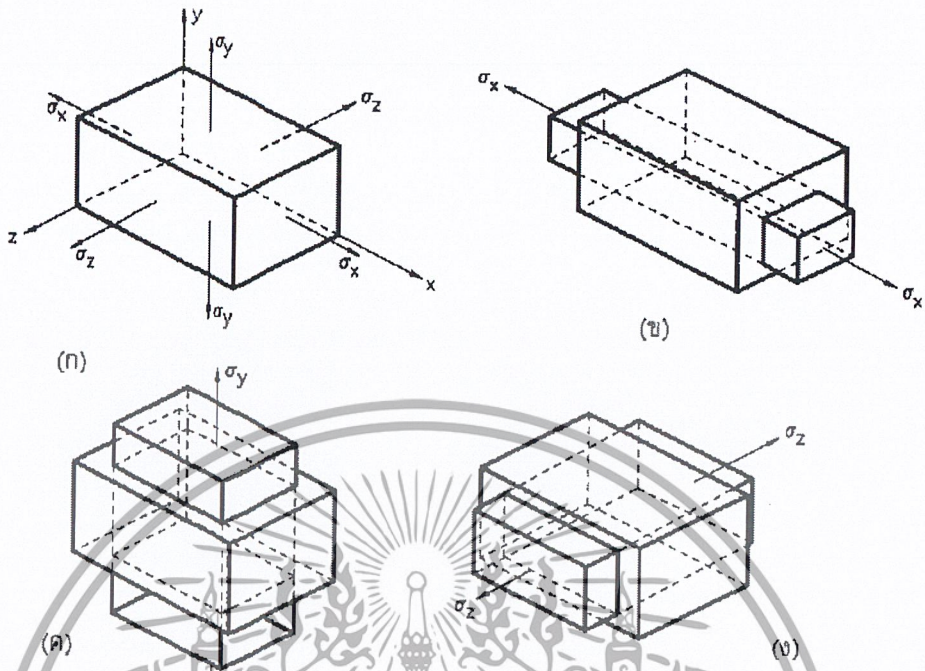
$$\begin{aligned}2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)\end{aligned}\quad (19)$$

สมการ (19) ทั้งสองเรียกว่า สมการต่อเนื่อง (compatibility equation) สำหรับความเครียด ซึ่งเป็นสมการที่จะทำให้ค่า u , v และ w เป็นค่าเดียว และเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

ในกรณีของเอลิเมนต์สามมิติ ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของวัสดุที่มีเนื้อเดียวกันสม่ำเสมอ สามารถจะหาได้โดยอาศัยรูป 4 ซึ่งมีความเค้นที่เป็นอิสระต่อกัน σ_x , σ_y และ σ_z กระทำ

ขั้นแรกจะพิจารณาการเปลี่ยนความยาวของเอลิเมนต์ในทิศทาง x โดยสมมติให้ σ_y และ σ_z เท่ากับศูนย์ เช่นในรูป (๗) ดังนั้นความเครียดในทิศทาง x คือ



รูปที่ 4 แสดงเอลิเมนต์สามมิติที่ความเค้นตั้งฉากกระทำ

$$\epsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E} \tag{20}$$

ซึ่ง E คือมอดูลัสยืดหยุ่น จากรูป (ค) ซึ่งมีเฉพาะ σ_y กระทำในทิศทาง $y (+\sigma_y)$ จะทำให้เกิดความเครียด มีค่าเป็นลบในทิศทาง x ดังนั้นความเครียดที่เกิดขึ้นในทิศทาง x คือ

$$\epsilon_x = -\frac{\nu \sigma_y}{E} \tag{21}$$

ซึ่ง ν คือ Poisson ratio

ในทำนองเดียวกันถ้ามีเฉพาะ σ_z กระทำในทิศทาง z เช่นในรูป (ด) ความเครียดในทิศทาง x ก็คือ

$$\epsilon'''_x = -\frac{\nu \sigma_z}{E} \tag{22}$$

ดังนั้นในกรณีที่เอลิเมนต์สามมิติภายใต้ σ_x, σ_y และ σ_z เราสามารถหาความเครียดในทิศทางเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

x ได้ โดยรวมสมการ (20), (21) และ (22) เข้าด้วยกัน ฉะนั้น

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x + \varepsilon'''_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z) \quad (23)$$

ส่วนความเครียดในทิศทาง y และ z ภายใต้ความเค้นเดียวกันกับที่กล่าวมาแล้วคือ

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_z - \nu\sigma_x)$$

และ

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (24)$$

จากสมการ (23) และ (24), ถ้าทราบค่าความเครียด $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ และ ε_z ก็สามารหาคความเค้นได้คือ

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\varepsilon_x(1-\nu) + \nu\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z] \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + (1-\nu)\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z] \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y + (1-\nu)\varepsilon_z] \end{aligned} \quad (25)$$

จากกฎของฮุก $\sigma = E\varepsilon$ ซึ่ง σ คือความเค้นตั้งฉาก ในทำนองเดียวกันความสัมพันธ์ของความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือนก็คือ

$$\tau = G\gamma \quad (26)$$

ซึ่ง G คือมอดูลัสเฉือน ดังนั้นความเครียดเฉือนที่ด้านทั้งสามของเอลิเมนต์คือ

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนความเครียดเฉือนอีกสามด้านตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงกันข้าม (ดูรูป 2 ประกอบ) ถ้าทราบค่าความเครียดเฉือนทั้งสามก็สามารถหาค่าความเค้นเฉือนได้คือ

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}, \tau_{yz} = G \gamma_{yz}, \tau_{zx} = G \gamma_{zx} \quad (28)$$

เนื่องจาก $G = E/2(1 + \nu)$ ดังนั้นความเค้นในสมการ (25) และ (28) สามารถจะเขียนในรูปของสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (29)$$

หรือเขียนในรูปย่อคือ

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (30)$$

เมทริกซ์ $[D]$ จะเป็นเมทริกซ์กำลังสอง ซึ่งเรียกว่าเมทริกซ์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น - ความเครียด

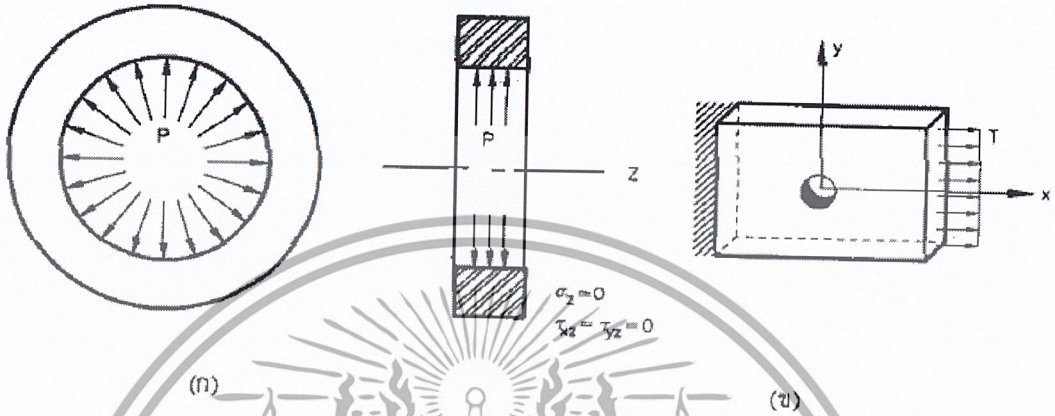
$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (31)$$

ในกรณีของเอลิเมนต์ 2 มิติ ที่อยู่ในสภาวะของความเค้นและความเครียดระนาบ เราสามารถจะหาความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดดังกล่าวได้ โดยจะแยกเป็นสองกรณีคือ กรณีของความเค้นระนาบและความเครียดระนาบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีความเค้นระนาบ

ในกรณีนี้ความเค้นในทิศทางใดทิศทางหนึ่งจะเท่ากับศูนย์ เช่น ในรูป 5 (ก) ซึ่งเป็นวงแหวนบางอัดติดกับเพลาละและ p คือความดันหรือความเค้นเชิงรัศมีในบริเวณที่วงแหวนสัมผัสกับเพลลา ส่วนรูป 5(ข) เป็นแผ่นโลหะที่มีแรง T กระทำ ในกรณีเช่นนี้



รูปที่ 5 แสดงลักษณะปัญหาความเค้นระนาบ

$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ ดังนั้นความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดจากสมการ(23),(24) และ (28) คือ

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \\ \epsilon_y &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} \\ \epsilon_z &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \tag{32}$$

ถ้าทราบความเครียดก็จะสามารถหาความเค้น σ_x, σ_y และ σ_z ได้ ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

หรือ

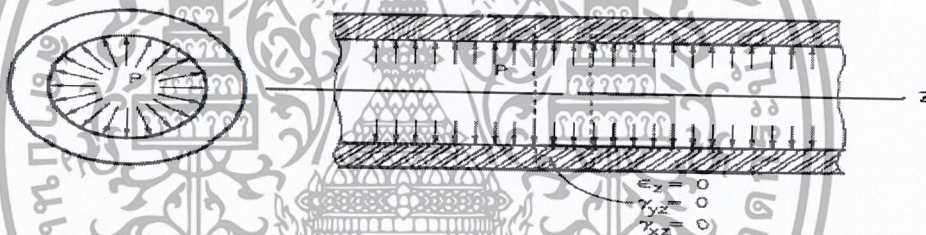
$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (34)$$

ซึ่ง

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (35)$$

ในกรณีของความเครียดระนาบ

ในกรณีนี้ความเครียดในทิศทางใดทิศทางหนึ่งจะเท่ากับศูนย์ เช่นรูป 6(ก) ซึ่งเป็นท่อหรือถังความดันที่มีความยาวมาก ๆ สำหรับบริเวณใดบริเวณหนึ่งของความยาว



รูปที่ 6 แสดงลักษณะความเครียดระนาบ

ที่พิจารณาความเครียด $\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ จากรูป 6(ข) เป็นท่อที่รับโหลดในแนวตั้ง ซึ่ง $\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$ เช่นเดียวกัน ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในรูปของสมการเมทริกซ์คือ

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (36)$$

หรือ

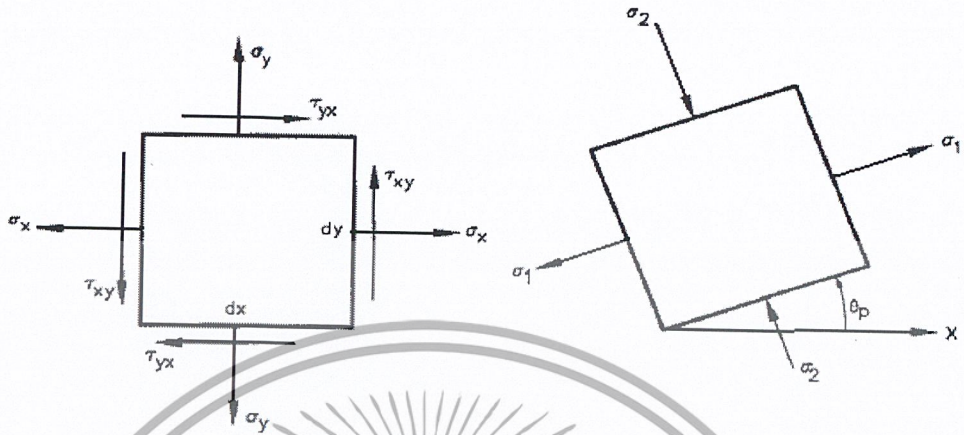
$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (37)$$

ซึ่ง

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับความเค้นหลัก (principal stresses) ของปัญหา 2 มิติ ในขณะที่เอลิเมนต์ของปัญหาอยู่ภายใต้สภาวะความเค้น เช่นในรูป 7(ก) เราสามารถจะหาความเค้น



รูปที่ 7 แสดง (ก) เอลิเมนต์ภายใต้สภาวะความเค้น (ข) ความเค้นหลัก

สูงสุด ต่ำสุด หรือที่เรียกว่า ความเค้นหลัก (ความเค้นเฉือนเท่ากับศูนย์) σ_1, σ_2 รูป 7(ข) ได้ดังนี้

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma_{\max}$$

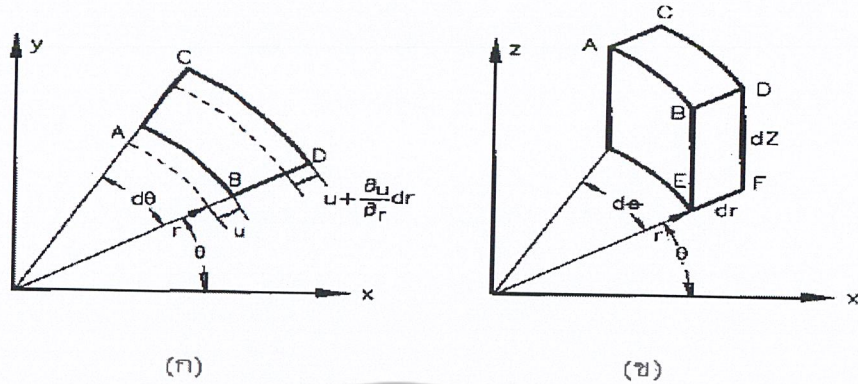
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma_{\min} \quad (39)$$

และมุมหลัก (principal angle) θ_p หาได้จาก

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (40)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในพิกัดทรงกระบอก



รูปที่ 8 แสดง (ก) ระบายของเอลิเมนต์แกนสมมาตร (ข) เอลิเมนต์แกนสมมาตร

การวิเคราะห์ความเค้น ความเครียดของปัญหาเชิงวงกลมที่มีแกนสมมาตรทั้งหลาย การวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวจะทำให้สะดวกถ้าใช้พิกัดเชิงขั้ว เช่นในรูป 8, ABCD เป็นเอลิเมนต์ของวงแหวนที่หนาเท่ากับ dr โดยให้ u และ w เป็นการกระจัดในทิศทางรัศมีและตามแนวความยาวของวงแหวนตามลำดับ ถ้าให้ด้าน AB เคลื่อนที่ทางรัศมีเท่ากับ u และด้าน CD เคลื่อนที่เท่ากับ $u + (\partial u / \partial r) dr$ ดังนั้นความเครียดในทิศทางตั้งฉากกับรัศมีคือ

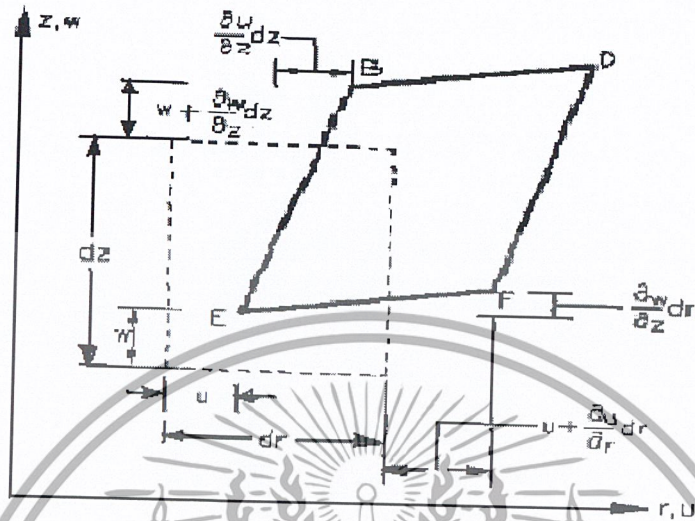
$$\epsilon_r = \frac{u + (\partial u / \partial r) dr - u}{dr} = \partial u / \partial r \quad (41)$$

โดยทั่วไปความเครียดเชิงเส้นรอบวงที่ตั้งฉากกับรัศมีจะขึ้นอยู่กับกระจัดเชิงรัศมี u และการกระจัดเชิงเส้นรอบวง V แต่เนื่องจากเป็นวงแหวนสมมาตร ดังนั้น V จะเท่ากับศูนย์ ความเค้นเชิงเส้นรอบวงจึงหาได้จากรูป 8 (ข) คือส่วนโค้งเชิงเส้นรอบวงที่รัศมี r รวมกับการกระจัด u ก็คือ $(r + u)d\theta$ ดังนั้นความเครียดเชิงเส้นรอบวง

$$\epsilon_\theta = \frac{(r + u)d\theta - rd\theta}{rd\theta} = \frac{u}{r} \quad (42)$$

ถ้าพิจารณาความเครียดและความเครียดเนื่องตามแนวแกนทางยาว (ทิศทาง Z) ของเอลิเมนต์ด้าน BDEF ในรูป 8 (ข) ซึ่งนำมาเขียนขยายในรูป 9 ถ้าการกระจัดในเชิงรัศมีและเชิงตามแนวแกน ที่จุด E เท่ากับ u และ w และการกระจัดที่เพิ่มขึ้นในแนว BE เท่ากับ $(\partial w / \partial z) dz$ และการกระจัดที่เพิ่มขึ้นในเชิงรัศมีตามแนว EF คือ $(\partial u / \partial r) dr$ ถ้าเปรียบเทียบระหว่างจุด E และ F จะเห็นว่า จุด F

เคลื่อนที่ในทิศทาง z เท่ากับ $(\partial w / \partial r)dr$ เมื่อเทียบกับจุด E และในทำนองเดียวกัน จุด B จะเคลื่อนที่ไปทางขวา เท่ากับ $(\partial u / \partial z)dz$ เมื่อเทียบกับจุด E



รูปที่ 9 แสดงการกระจัดและการหมุน (rotation) ของเอลิเมนต์ในระนาบ $r-z$

จากค่าจำกัดความของความเครียดและความเครียดเฉือน เราสามารถจะหาความเครียดในทิศทาง z ได้คือ

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \tag{43}$$

และความเครียดเฉือนในระนาบ $r-z$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \tag{44}$$

ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัด ทั้งหมดจากสมการ (41) ถึง (44) คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_z = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad (45)$$

เนื่องจากเป็นวงแหวนสมมาตร ดังนั้นความเครียดเฉือนในทิศทาง θ จะมีค่าเท่ากับศูนย์นั่นคือ

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0 \quad (46)$$

ดังนั้นส่วนประกอบของความเค้นและความเครียด จะลดรูปเหลือ

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (47)$$

ความสัมพันธ์ของความเค้น - ความเครียดสำหรับปัญหาที่มีแกนสมมาตร จะคล้ายกับในกรณีของปัญหา 3 มิติ คือ

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)] \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_z + \sigma_r)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \\ \gamma_{rz} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{rz} \end{aligned} \quad (48)$$

ถ้าทราบความเครียดก็สามารถหาความเค้นของปัญหาแกนสมมาตร ซึ่งเขียนในรูปสมการเมทริกซ์ คือ

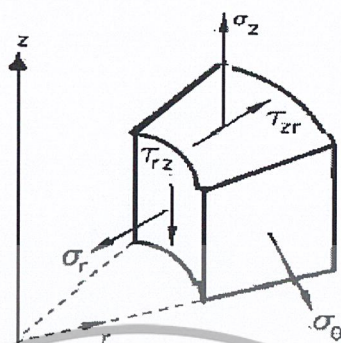
$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (49)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (50)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทิศทางของความเค้นในสมการ(49) ที่เกิดขึ้นในเอลิเมนต์วงแหวนสมมาตรดูได้จากรูปที่ 10



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

Command > *grid_u_domain

Enter rectangular model grid minimum x : *grid_u_spacing

Enter rectangular model grid x spacing : *grid_v_domain

Enter rectangular model grid minimum y : *grid_v_spacing

Enter rectangular model grid y spacing : *set_grid on

Command > *fill_view

Command > *add_points

Point added.

Point added.

Point added.

Point added.

Enter point coordinates (X) : *add_curves

Line added.

Line added.

Line added.

Enter line points : *set_move_rotations

Command > *move_points

Enter move point list : 1

Enter move point list : #|End of List

Enter move point list : *move_reset

Enter move point list : *set_move_translations

Command > *move_points

Enter move point list : all_existing

Enter move point list : *add_nodes

Node added.

Node added.

Node added.

Node added.

Node added.

Node added.

Node added.

Node added.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node added.

Enter node coordinates (X) : *add_elements

Enter element node (1) : 6

Enter element node (2) : 7

Enter element node (3) : 8

Enter element node (4) : 5

Element added.

Enter element node (1) : 5

Enter element node (2) : 8

Enter element node (3) : 1

Enter element node (4) : 4

Element added.

Enter element node (1) : 4

Enter element node (2) : 1

Enter element node (3) : 2

Enter element node (4) : 3

Element added.

Enter element node (1) : *sub_divisions

Command > *subdivide_elements

Enter subdivide element list : 3

Enter subdivide element list : # | End of List

Enter subdivide element list : *sub_divisions

Command > *subdivide_elements

Enter subdivide element list : 2

Enter subdivide element list : # | End of List

Enter subdivide element list : *sub_divisions

Command > *subdivide_elements

Enter subdivide element list : 1

Enter subdivide element list : # | End of List

Enter subdivide element list : *sweep_all

Deleting 22 duplicate nodes !

Deleting 0 collapsed elements !

Deleting 0 duplicate elements!

Deleting 0 duplicate points !

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Deleting 0 collapsed curves !

Deleting 0 collapsed surfaces !

Deleting 0 duplicate points !

Deleting 0 collapsed curves !

Deleting 0 collapsed surfaces !

Deleting 0 duplicate curves!

Command > *renumber_all

Command > *set_grid off

Command > *fill_view

Command > *apply_type fixed_displacement

Command > *apply_dof y

Command > *add_apply_nodes

Enter add apply node list : 1 2 7 8 31 32 68 69 70 71 72 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202
203 204 205 206 207 208 209 210

Enter add apply node list : # | End of List

Enter add apply node list : *set_table_type

Enter table type : time

Enter table type : *table_add

Tabular data point added.

Tabular data point added.

Enter tabular data point (X) : *table_fit

Enter tabular data point (X) : *new_apply

Enter tabular data point (X) : *apply_type fixed_displacement

Command > *apply_dof x

Command > *apply_table x0

Enter boundary condition table name : table1

Command > *add_apply_nodes

Enter add apply node list : 2 3 14 18 22 26 30

Enter add apply node list : # | End of List

Enter add apply node list : *material_type mechanical:isotropic

Command > *material_value isotropic:youngs_modulus

Enter value for 'mass_density' : *material_option isotropic:plasticity:elastic_plastic *material_type
plasticity

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Command > *material_value plasticity:yield_stress
Command > *add_material_elements
Enter add material element list : all_existing
Enter add material element list : *geometry_type mech_axisym_solid
Command > *geometry_option cdilatation:on
Command > *add_geometry_elements
Enter geometry add element list : all_existing
Enter geometry add element list : *contact_deformable
Enter geometry add element list : *contact_value friction
Enter value for 'film' : *add_contact_body_elements
Enter contact body add element list : all_existing
Enter contact body add element list : *new_contact_body
Enter contact body add element list : *contact_rigid
Enter contact body add element list : *contact_value friction
Enter value for 'film' : *add_contact_body_curves
Enter contact body add curve list : all_existing
Enter contact body add curve list : *loadcase_type static
Command > *loadcase_option nonpos:on
Command > *loadcase_value time
Command > *loadcase_option stepping:fixed
Command > *loadcase_value nsteps
Command > *job_class mechanical
Command > *add_job_loadcases lcase1
Enter add job loadcase : *job_option frictype:coulomb
Command > *job_option large:on
Command > *job_option cdilatation:on
Command > *job_option update:on
Command > *job_option plasticity:s_strn_rr
Command > *job_option plasticity:l_strn_mn_add
Command > *job_param post
Command > *add_post_tensor stress
Enter add job post tensor : *add_post_tensor strain
Enter add job post tensor : *add_post_var von_mises
Enter add job post variable : *add_post_var mean_normal

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Enter add job post variable : *add_post_var tep1_strain
Enter add job post variable : *add_post_var stress_1
Enter add job post variable : *add_post_var stress_2
Enter add job post variable : *add_post_var strain_1
Enter add job post variable : *add_post_var strain_2
Enter add job post variable : *job_option dimen:axisym
Command > *save_model
Model file modell.mud opened for writing.
Model saved to modell.
Command > *update_job
Command > *submit_job 1
Job check complete.
Job job1 submitted!
Command > *monitor_job
Command > *post_open_default
Number of increments detected : 41
Command > *set_deformed on *find_solid_outline
Command > *post_contour_bands
Command > *post_value 1st Comp of Stress
Enter post variable : *post_monitor
Post increment 5:0
Post increment 10:0
Post increment 15:0
Post increment 20:0
Post increment 25:0
Post increment 30:0
Post increment 35:0
Post increment 40:0
Post increment 45:0
Post increment 50:0
Post increment 55:0
Post increment 60:0
Post increment 65:0
Post increment 70:0

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Post increment 75:0
 Post increment 80:0
 Post increment 85:0
 Post increment 90:0
 Post increment 95:0
 Post increment 100:0
 Post increment 105:0
 Post increment 110:0
 Post increment 115:0
 Post increment 120:0
 Post increment 125:0
 Post increment 130:0
 Post increment 135:0
 Post increment 140:0
 Post increment 145:0
 Post increment 150:0
 Post increment 155:0
 Post increment 160:0
 Post increment 165:0
 Post increment 170:0
 Post increment 175:0
 Post increment 180:0
 Post increment 185:0
 Post increment 190:0
 Post increment 195:0
 Post increment 200:0

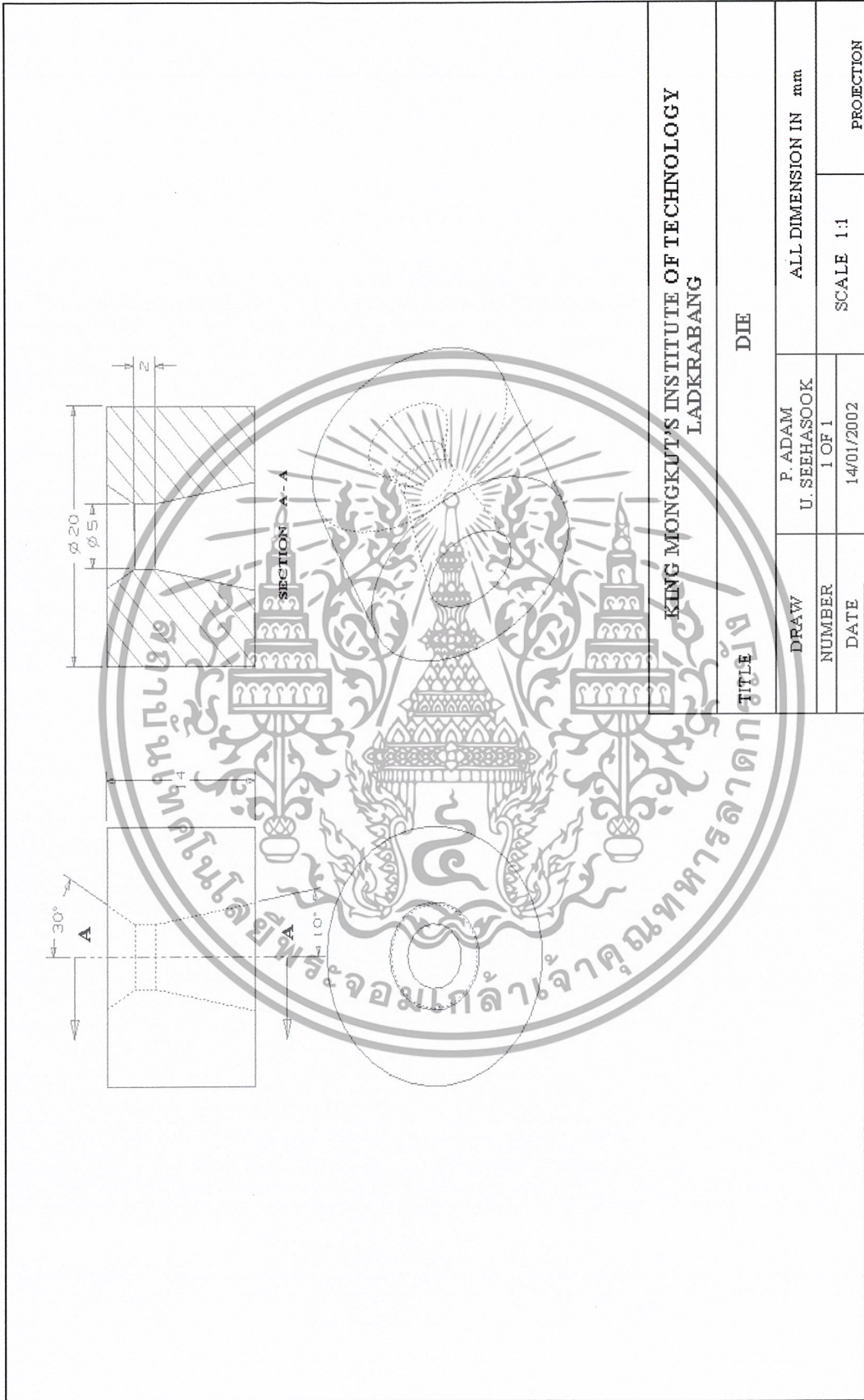
End of analysis!

Command > *post_rewind

Command > *post_close

Command > *quit yes





KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY
LADKRABANG

TITLE		DIE	
DRAW	P. ADAM U. SEEHASOOK	ALL DIMENSION IN mm	
NUMBER	1 OF 1	SCALE 1:1	
DATE	14/01/2002	PROJECTION	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้