

การสร้างภาพภาคตัดขวางของวัตถุ ด้วยวิธีไมโครเวฟโทโมกราฟี



นายสุรศักดิ์ บุญกล้า  
นางสาวศลิษา วังทอง

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 43942  
วัน, เดือน, ปี..... 18 ต.ค. 2545

.b.....  
.i.....

โครงการพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต  
ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์  
คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# Cross – Section Imaging of Objects Using Microwave Tomography

Mr. Surasak Boonkla

Miss. Salisa Wangtong



A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the

Requirement for the Degree of Bachelor of Science

Department of Applied Physics

Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

2001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ      การสร้างภาพภาคตัดขวางวัตถุ ด้วยวิธีไมโครเวฟโทโมกราฟี  
โดย                                    นายสุรศักดิ์ บุญกล้า  
   นางสาวศลิษา วังทอง  
ภาควิชา                                ฟิสิกส์ประยุกต์  
อาจารย์ที่ปรึกษา                    ผศ.อนุพงษ์ สรงประภา  
   รศ.สุวรรณ คูตำราญ

ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
อนุมัติให้นำโครงการพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

( ผศ.วิชาญ เดชิตธีระ )

หัวหน้าภาควิชา

คณะกรรมการ โครงการพิเศษ

( อาจารย์วิชญ เพชรภา )

ประธานกรรมการ

( ผศ.อนุพงษ์ สรงประภา )

กรรมการ

( รศ.สุวรรณ คูตำราญ )

กรรมการ

( ผศ.ดร.เสน่ห์ เอกะวิภาค )

กรรมการ

( อาจารย์สาทราย คูณิพงษ์ )

กรรมการ

ลิขสิทธิ์ของภาควิชา ฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ	การสร้างภาพภาคตัดขวางของวัตถุ ด้วยวิธีไมโครเวฟโทโมกราฟี
นักศึกษา	นายสุรศักดิ์ บุญกล้า นางสาวศลิษา วังทอง
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.อนุพงษ์ สรงประภา รศ.สุวรรณ คูตำราญ
ภาควิชา	ฟิสิกส์ประยุกต์
ปีการศึกษา	2544

#### บทคัดย่อ

โครงการพิเศษนี้เป็นการออกแบบสร้างระบบไมโครเวฟโทโมกราฟีทำงานที่ความถี่ 60 กิกะเฮิร์ต วิธีการสร้างภาพภาคตัดขวางของวัตถุอาศัยสมมติฐานที่ว่าวัตถุกระทำตัวเสมือนตัวดูดซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเท่านั้นโดยไม่ทำให้เกิดการเลี้ยวเบน ทำการวิเคราะห์ ข้อมูลโปรเจกชันที่วัดจากความเข้มของคลื่นที่ทะลุผ่านที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในแต่ละค่าของมุมคงที่ค่าหนึ่ง ๆ กระบวนการสร้างภาพกลับ จะใช้อัลกอริทึม ฟิลาเตอร์แบกโปรเจกชันเช่นเดียวกับวิธีโทโมกราฟีของรังสีเอ็กซ์ มีการแสดงข้อมูลที่คำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์สำหรับแต่ละวัตถุตัวอย่าง ที่โปรเจกชันต่าง ๆ พร้อมกับผลที่ได้จากการทดลองเพื่อนำมาเปรียบเทียบกับ

Special Project Title	Cross – Section Imaging of Objects Using Microwave Tomography
Name	Mr. Surasak Boonkla Miss Salisa Wangtong
Special Project Adviser	Asst.Prof.Anupong Srongprapa Assoc.Prof.Suwan Kusamran
Department	Applied Physics
Academic Year	2001

### Abstract

This special project describes the design and construction of a microwave tomographic system operating at 60 GHz. The reconstruction algorithm is based on the assumption that the object behaves like electromagnetic wave absorber and there is no diffraction. Projection data obtained from intensity of transmitted wave at various position at constant angle is analyzed. The reconstruction process uses filtered back projection algorithm like x-ray tomography. The results computed by computer for each different object at various projections and those obtained from experiment are presented for comparison.

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการพิเศษนี้ สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีเนื่องจากความสนับสนุนช่วยเหลือ และความอนุเคราะห์จากบุคคลหลายท่าน ซึ่งต้องขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ผศ.อนุพงษ์ สรงประภา

ผู้ซึ่งถ่ายทอดวิชาความรู้ทั้งทางด้านกระบวนการความคิด วิชาการและคำปรึกษาแนะนำต่าง ๆ ในการทำงานเป็นอย่างดีตลอดมาจนโครงการนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

รศ.สุวรรณ คูสำราญ

ผู้ซึ่งถ่ายทอดวิชาความรู้ทั้งทางด้านวิชาการและให้คำปรึกษาแนะนำต่าง ๆ ในการทำงานที่มีประโยชน์ในการดำเนินงานโครงการ

บิดา-มารดา

ผู้ซึ่งให้กำเนิด เลี้ยงดู อบรม และให้โอกาสทางการศึกษาตลอดมา จนสามารถสำเร็จการศึกษาได้

เพื่อนภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ รุ่น 17

ผู้ซึ่งคอยเป็นกำลังใจและช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ

คณะผู้จัดทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อโครงการพิเศษภาษาไทย	ก
บทคัดย่อโครงการพิเศษภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญรูป	ช
<b>บทที่ 1 บทนำ</b>	
1.1 ความเป็นมาของโครงการพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการพิเศษ	2
1.3 ขอบข่ายของโครงการพิเศษ	2
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับ	3
<b>บทที่ 2 พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของโทโมกราฟฟี</b>	
3.1 การอินทิเกรตเชิงเส้น	4
3.2 การแปลงเรดอน	11
3.3 ทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์	16
3.4 ทฤษฎีฟูเรียร์สไลซ์	18
3.5 การสร้างภาพกลับจากตัวอย่างที่มาจากการแปลงเรดอน	23
2.5.1 การแปลงเรดอนกลับ	24
2.5.2 แบนคโปรเจกชัน	26
2.5.3 อัลกอริทึมการสร้างภาพกลับ	27
2.5.3.1 การแบนคโปรเจกชัน	28
2.5.3.2 ฟิลเตอร์แบนคโปรเจกชัน	31

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**บทที่ 3 ระบบของไมโครเวฟโทโมกราฟี**

3.1 ระบบไมโครเวฟ	36
3.2 ระบบขยายและแปลงสัญญาณ	37
3.3 ระบบกลไกเลื่อนตำแหน่ง	37
3.4 ส่วนประมวลผล	40

**บทที่ 4 การวิจัยและการดำเนินงาน**

4.1 การทดสอบ โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพกลับ	44
4.2 การสร้างภาพจากวัตถุจริง	49
1. โฟมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า	50
2. โฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล	52
3. โฟมทรงกรวยบอกรหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน	53
4. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง	55
5. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ไส้กรอก	56
6. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ	58
7. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและไส้กรอก	59

**บทที่ 5 บทสรุปและแนวทางในการพัฒนา**

5.1 บทสรุป	61
5.2 ปัญหาที่พบ	62
5.3 แนวทางในการพัฒนา	62

**ภาคผนวก**

โปรแกรมที่ใช้ในการเก็บข้อมูล

โปรแกรมที่ใช้ในการเรียงข้อมูลให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์

โปรแกรมที่ใช้ในการแบคโปรเจกชัน

**เอกสารอ้างอิง**

**ประวัติผู้จัดทำโครงการพิเศษ**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

2.1 ตารางแสดงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ สำหรับกระบวนการโทโมกราฟฟี

หน้า

10



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป

	หน้า
2.1 วัตถุ $\rho(x, y)$ และ โปรเจกชัน $P_\rho(p_1)$ ที่มุม $\phi$	5
2.2 โปรเจกชันแบบขนาน	6
2.3 โปรเจกชันแบบตัด	7
2.4 ผลการจำลองจากคอมพิวเตอร์	8
2.5 (a) การกำหนด ฟังก์ชันของวัตถุ $\rho(x, y)$ รูปวงรีอย่างง่าย (b) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(x_1, y_1)$ และหมุนไปเป็นมุม $\alpha$	9
2.6 การแปลงเรดอนสองมิติ	12
2.7 การแปลงจุดพิกัด $(x, y)$ เป็นพิกัดการหมุน $(p, q)$	12
2.8 การแปลงเรดอนสามมิติ	14
2.9 การแปลงเรดอนบางส่วนเปรียบเทียบกับแปลงเรดอนแบบเต็ม	16
2.10 ทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์ในสองมิติ	18
2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีฟูเรียร์สไลซ์กับการแปลงฟูเรียร์ของโปรเจกชัน	20
2.12 ลักษณะการเก็บข้อมูลเพื่อหา $F_\rho(k_x, k_y)$	23
2.13 การแบคโปรเจกชัน	27
2.14 (a) ภาพเงาของวัตถุรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (b) การแบคโปรเจกชันรีคอนสตรัคชัน	28
2.15 ฟิเตอร์ชนิดต่างๆ	33
3.1a โครงสร้างระบบไมโครเวฟโทโมกราฟี	35
3.1b รูประบบไมโครเวฟโทโมกราฟี	36
3.2 โครงสร้างการทำงานของระบบไมโครเวฟโทโมกราฟี	36
3.3 โพลวชาร์ทแสดงลำดับการส่งสัญญาณควบคุมการทำงานของมอเตอร์	38
3.4 โพลวชาร์ทแสดงขั้นตอนในการเก็บข้อมูล	39
3.5 โพลวชาร์ทแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม readdata2.m	40
3.6 โพลวชาร์ทแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม readProjectiondata.m	41
3.7 โพลวชาร์ทแสดงลำดับการสร้างภาพ	43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 1 (1 โปรเจกชัน)	45
4.2	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 2 (4 โปรเจกชัน)	45
4.3	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 3 (64 โปรเจกชัน)	46
4.4	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 4 (180 โปรเจกชัน)	46
4.5	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 5 (64 โปรเจกชัน)	47
4.6	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 6 (64 โปรเจกชัน)	47
4.7	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 7 (180 โปรเจกชัน)	48
4.8	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 8 (32 โปรเจกชัน)	48
4.9	แบบจำลองโทโมกราฟฟีรูปแบบที่ 9 (32 โปรเจกชัน)	49
4.10	ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดของสัญญาณกับตำแหน่งที่ทำกราวด์ ขณะไม่มีวัตถุ	49
4.11	ขนาดของสัญญาณใน 1 โปรเจกชัน ขณะที่มีวัตถุ	50
4.12	โฟมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า	50
4.13	โปรเจกชันของโฟมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า (32 โปรเจกชัน)	51
4.14	แบคโปรเจกชันของโฟมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า	51
4.15	โฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล	52
4.16	โปรเจกชันของโฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล (32 โปรเจกชัน)	52
4.17	แบคโปรเจกชันของโฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล	53
4.18	โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 1 แท่ง	53
4.19	โปรเจกชันของโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 1 แท่ง(32 โปรเจกชัน)	54
4.20	แบคโปรเจกชันของโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 1 แท่ง	54
4.21	โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง	55
4.22	โปรเจกชันโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง (32 โปรเจกชัน)	55
4.23	แบคโปรเจกชันโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง	56
4.24	โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ไส้กรอก	56
4.25	โปรเจกชันโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ไส้กรอก (32 โปรเจกชัน)	57
4.26	แบคโปรเจกชันโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ไส้กรอก	57
4.27	โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ	58
4.28	โปรเจกชันโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ (64 โปรเจกชัน)	58
4.29	แบคโปรเจกชันโฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ	59
4.30	โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและไส้กรอก	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- 4.31 โปรเจกชันโคมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและใส่กรอก (64 โปรเจกชัน) 60
- 4.32 แบบโปรเจกชันโคมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและใส่กรอก 60



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ความเป็นมาของโครงการพิเศษ

ในการที่มนุษย์เราจะมองเห็นวัตถุจะต้องอาศัยแสงสว่างไปตกกระทบที่วัตถุนั้น แล้วสะท้อนกลับจากวัตถุเดินทางไปตกกระทบเรตินาของดวงตา ซึ่งภาพที่เรามองเห็นนี้เป็นเพียงลักษณะภายนอกของวัตถุนั้น ถ้าวัตถุนั้นมีลักษณะเป็นวัตถุโปร่งแสงหรือโปร่งใส อีกนัยหนึ่งคือแสงสามารถส่งผ่านวัตถุได้ เราจะสามารถมองเห็นลักษณะภายในของวัตถุได้ แต่แสงไม่สามารถส่งผ่านวัตถุได้ทุกชนิด จึงเป็นการยากที่เราจะดูลักษณะโครงสร้างภายในของวัตถุที่ทึบแสง ดังนั้นจึงมีการเปลี่ยนจากแสงซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความยาวคลื่นในช่วงที่ตามองเห็น เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความถี่สูง เช่น รังสีเอ็กซ์ ซึ่งสามารถส่งผ่านวัตถุได้หลายชนิด การส่งผ่านของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะขึ้นกับค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนของวัตถุ นำไปสู่การสร้างภาพตัดขวางหรือที่เรียกว่า “ กระจบวนกรโทโมกราฟี ” โดยวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนที่แตกต่างกันจะมีการดูดซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แตกต่างกัน ดังนั้นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ผ่านออกมาจึงแตกต่างกัน ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาเทคนิคกระจบวนกรโทโมกราฟีสำหรับใช้ในทางการแพทย์ ทั้งแบบรังสีเอ็กซ์ คลื่นอัลตราโซนิค อย่างรวดเร็ว ตลอดจนก็ได้มีการพัฒนาการสร้างภาพตัดขวาง ด้วยเทคนิคที่ต่างออกไป ได้แก่ นิวเคลียร์แมกเนติกเรโซแนนซ์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่มีความซับซ้อน และราคาแพง

ปัจจุบันในต่างประเทศการใช้งานคลื่นไมโครเวฟในงานโทโมกราฟี ยังถือว่าเป็นการพัฒนาในระดับงานวิจัย โดยแรกเริ่มมีอุปสรรคที่สำคัญ คือ ไมโครเวฟมีการสะท้อนมากและความสามารถทะลุผ่านเนื้อเยื่อต่ำ มีสัมประสิทธิ์ในการลดทอนสูง และความละเอียดในการแยกแยะต่ำ ต่อมาอุปสรรคนี้ได้มีหนทางแก้ไข ทำให้การสร้างภาพด้วยไมโครเวฟ มีศักยภาพที่ดีขึ้น และได้ภาพซึ่งเป็นผลมาจากลักษณะเฉพาะตัวของกลไกอันตรกิริยาระหว่างไมโครเวฟกับเนื้อเยื่อสิ่งมีชีวิต ซึ่งแตกต่างจากสิ่งที่พบในการใช้รังสีเอ็กซ์ หรือคลื่นอัลตราโซนิค

ปัญหาการสะท้อนและการลดทอนของคลื่นที่ทะลุผ่านของเนื้อเยื่อที่มีองค์ประกอบของน้ำสูง สามารถแก้ไขได้โดยใช้คลื่นช่วงความถี่ต่ำและการใช้ตัวกลางระหว่างวัตถุกับตัวส่งคลื่นที่มี

การแมตซิงกัน เนื่องจากค่าเพอมีทิวิตี (permittivity) ที่สูงของเนื้อเยื่อที่มีน้ำอยู่มาก การใช้คลื่นที่มีความถี่ต่ำก็มิได้ทำให้รายละเอียดการแยกแยะต่ำลง เพราะความยาวคลื่นในเนื้อเยื่อสั้นกว่าในอากาศ ยกตัวอย่างเช่น ความยาวคลื่นที่มีความถี่ 3 กิกะเฮิรตซ์ ในอากาศและในเนื้อเยื่อดังกล่าวประมาณ 10 เซนติเมตร และ 1 เซนติเมตร ตามลำดับ ดังนั้นความละเอียดที่คาดไว้บนพื้นฐานของ Rayleigh อยู่ในอันดับ 6 มิลลิเมตร หรือประมาณครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นที่ความถี่ 3 กิกะเฮิรตซ์ ในน้ำ ซึ่งภาพที่ได้ก็มิมีรายละเอียดสูงชันกว่าก เรททดลองในตัวอย่างที่เป็นอากาศมาก ยืนยันได้ทั้งการจำลองและการทดลอง.

## 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการพิเศษ

- เพื่อศึกษาหลักการการทำงานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องของระบบการสร้างภาพด้วยคลื่นไมโครเวฟ แบบส่งผ่าน.
- วิเคราะห์ข้อมูลของภาพที่เก็บได้จากระบบการสร้างภาพด้วยคลื่นไมโครเวฟ แบบส่งผ่าน เพื่อหาแนวทางในการพัฒนาระบบเพื่อให้สามารถสร้างภาพ 3 มิติของวัตถุได้.
- เพื่อสร้างภาพเบื้องต้นของวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนที่แตกต่างกัน

## 1.3 ขอบข่ายของโครงการพิเศษ

โครงการพิเศษนี้ทำขึ้นเพื่อสร้างระบบการสร้างภาพวัตถุด้วยคลื่นไมโครเวฟแบบส่งผ่านและพัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพ ตามความเหมาะสมของระยะเวลาของโครงการพิเศษนี้ ซึ่งประกอบด้วย

การสร้างระบบเก็บข้อมูลของการสร้างภาพวัตถุ

- สร้างตัวตรวจจับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ส่งผ่านวัตถุ ให้มีขนาดและความละเอียดที่เหมาะสม
- ปรับปรุงความละเอียดของมอเตอร์ ให้สามารถเก็บข้อมูลได้มากพอและมีความแม่นยำ
- สังเกตลักษณะของข้อมูลที่ได้ว่ามีความถูกต้องมากน้อยเพียงใด

การพัฒนาโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพ

- ปรับปรุงโปรแกรมที่ใช้ในการควบคุมส่วนเก็บข้อมูล
- พัฒนาโปรแกรมในการสร้างภาพของวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากโครงการพิเศษ

เพื่อเป็นการส่งเสริมและพัฒนาเทคโนโลยีทางด้านไมโครเวฟสำหรับการใช้งานในด้านการสร้างภาพวัตถุที่มีการดูดซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่แตกต่างกัน อีกทั้งยังเป็นแนวทางในการวิจัยและพัฒนาการสร้างภาพด้วยคลื่นไมโครเวฟระดับสูงอีกต่อไป.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของโทโมกราฟฟี

ในบทนี้เป็นกรกล่าวถึงพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของโทโมกราฟฟี โดยแสดงวิธีการสร้างภาพภาคตัดขวางของวัตถุจากข้อมูล ที่วัดได้โดยการ โปรเจกชัน(projection) วัตถุ ข้อมูลที่ได้จะเป็นฟังก์ชัน  $(P_\phi(p))$  ซึ่งมาจากการอินทิเกรตพารามิเตอร์บางตัวของวัตถุ การอินทิเกรตนี้กระทำไปตามเส้นทางผ่านวัตถุ ซึ่งเรียกว่า “ การอินทิเกรตเชิงเส้น ” และสิ่งที่สำคัญในการสร้างภาพแบบโทโมกราฟฟี คือ ทฤษฎีฟูเรียร์สไลซ์ และความสัมพันธ์ของข้อมูลโปรเจกชันที่วัดได้กับการแปลงฟูเรียร์สองมิติของภาพหน้าตัดวัตถุ

#### 2.1 การอินทิเกรตเชิงเส้น

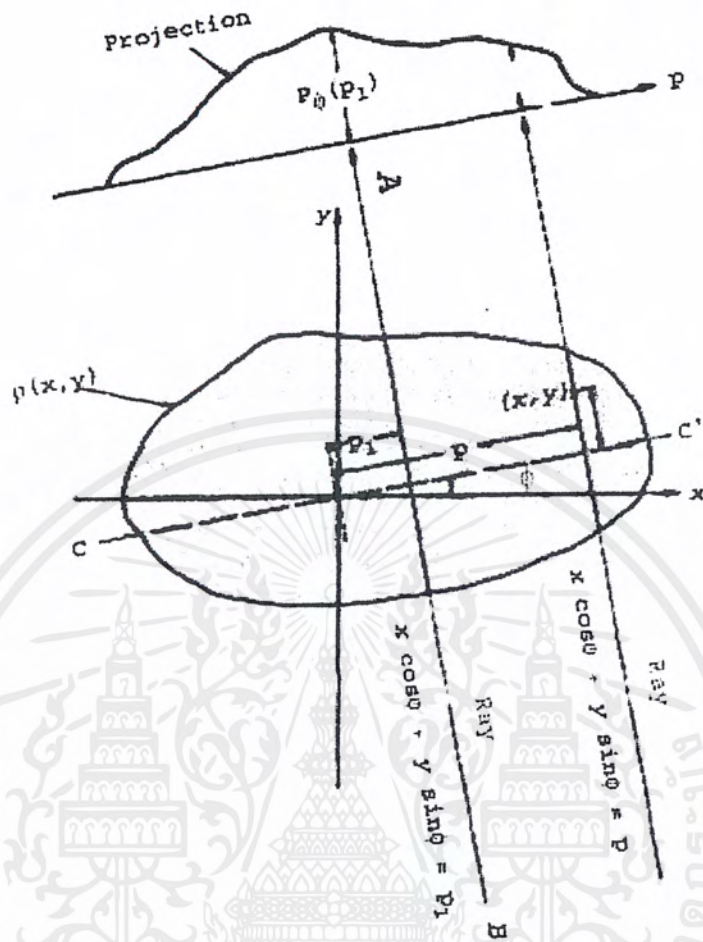
การอินทิเกรตเชิงเส้น หมายถึง การอินทิเกรตของพารามิเตอร์บางตัวของวัตถุไปตามเส้นทางใด ๆ เส้นหนึ่ง โดยในที่นี้ยังไม่คำนึงถึงปรากฏการณ์ทางด้านฟิสิกส์ ที่นำมาซึ่งการอินทิเกรตมากนัก ตัวอย่างที่พบโดยทั่วไปเช่น การลดทอนรังสีเอกซ์ เมื่อรังสีเดินทางผ่านเนื้อเยื่อทางชีวภาพของสิ่งมีชีวิต ในกรณีนี้วัตถุจะถูกแทนด้วย  $\rho$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันการแจกแจงของค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนคลื่นในสองมิติ หรือสามมิติ และการอินทิเกรตเชิงเส้นแสดงการลดทอนสุทธิของคลื่นที่เดินทางผ่านวัตถุเป็นเส้นตรงใด ๆ โดยมีระบบโคออร์ดิเนต ดังรูปที่ 2.1 เพื่ออธิบายการอินทิเกรตเชิงเส้นและการ โปรเจกชัน ในตัวอย่างนี้วัตถุถูกแทนด้วยฟังก์ชัน  $\rho(x, y)$  และแต่ละเส้นของการอินทิเกรตแทนโดยพารามิเตอร์  $(\phi, p)$  ดังนั้นสมการของเส้นตรง  $AB$  คือ

$$x \cos \phi + y \sin \phi = p \quad (2.1)$$

และเราจะใช้ความสัมพันธ์นี้เพื่อนิยามการอินทิเกรตเชิงเส้น  $P_\phi(p)$  เป็น

$$P_\phi(p) = \int_{\phi, p \text{ line}} \rho(x, y) dq \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



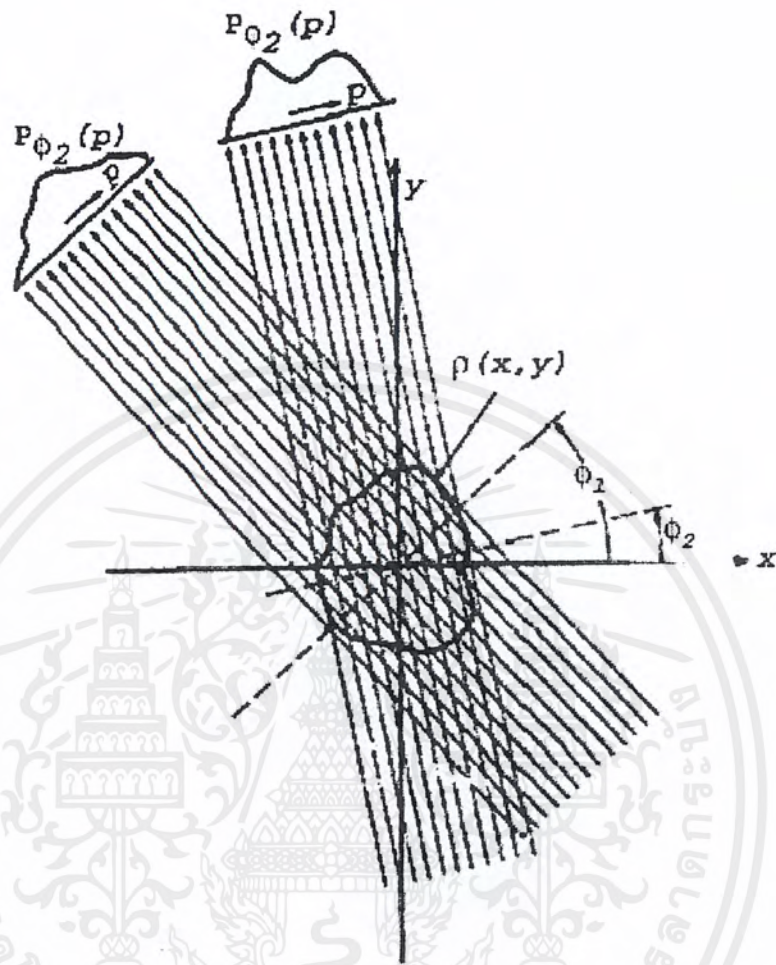
รูปที่ 2.1 แสดงวัตถุ  $\rho(x, y)$  และ โปรเจกชัน  $P_\phi(p_1)$  ที่มุม  $\phi$

สามารถเขียนใหม่โดยใช้นิยามของฟังก์ชันเดลตา (delta function) ได้เป็น

$$P_\phi(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - p) dx dy \quad (2.3)$$

ฟังก์ชัน  $P_\phi(p)$  รู้จักกันในชื่อของ การแปลงเรดอน (Radon Transform) ของฟังก์ชัน  $\rho(x, y)$  ที่เรียกว่า “โปรเจกชันหรือภาพฉายของวัตถุ” ซึ่งได้มาจากการรวมเซตของค่าการอินทิเกรตเชิงเส้นที่ค่า  $p$  ต่างๆ เข้าด้วยกัน โปรเจกชันที่ง่ายที่สุดคือ กลุ่มของรังสีขนานที่อินทิเกรตไปตามเส้น ที่ให้  $P_\phi(p)$  สำหรับค่าคงที่  $\phi$  หนึ่งๆ ซึ่งเรียกว่า “การโปรเจกชันแบบขนาน” ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 2.2

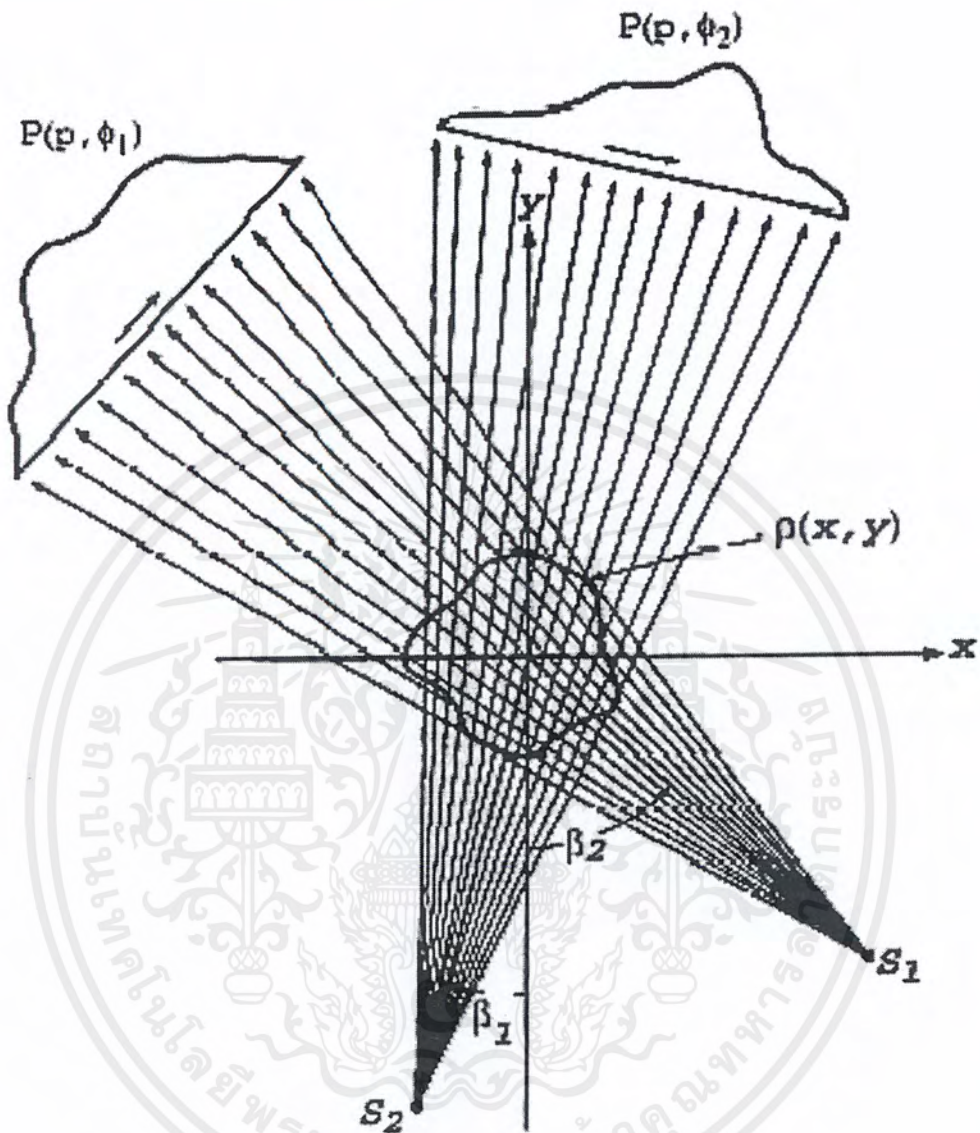
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 โปรเจกชันแบบขนาน

โปรเจกชันในลักษณะอื่นๆ ก็สามารถทำได้ เช่น ถ้ามีการวางแหล่งกำเนิดเดี่ยว (single source) ไว้คงที่สัมพันธ์กับแนวเส้นของตัวตรวจจับซึ่งแสดงไว้ดังรูปที่ 2.3 เราเรียกโปรเจกชันแบบแบบนี้ว่า “การโปรเจกชันแบบพัด (fan beam projection)” เพราะว่าการอินทิเกรตเชิงเส้นถูกวัดไปตามแกนพัด ในกรณีรูปที่ 2.4 เป็นผลการคำนวณจากคอมพิวเตอร์สำหรับแบบจำลองที่มีลักษณะ ซึ่งรู้จักกันในชื่อ “Head phantom” ใช้ในการทดสอบความถูกต้องของอัลกอริทึมของการสร้างภาพกลับ เพื่อที่จะนำไปสร้างภาพหัวคน ด้วยโทโมกราฟฟีรังสีเอ็กซ์ รูปที่ 2.4(a) ประกอบด้วยวงรี 10 วง ดังแสดงได้ในรูปที่ 2.4(b) พารามิเตอร์ของวงรีเหล่านี้เป็นดังตารางที่ 2.1

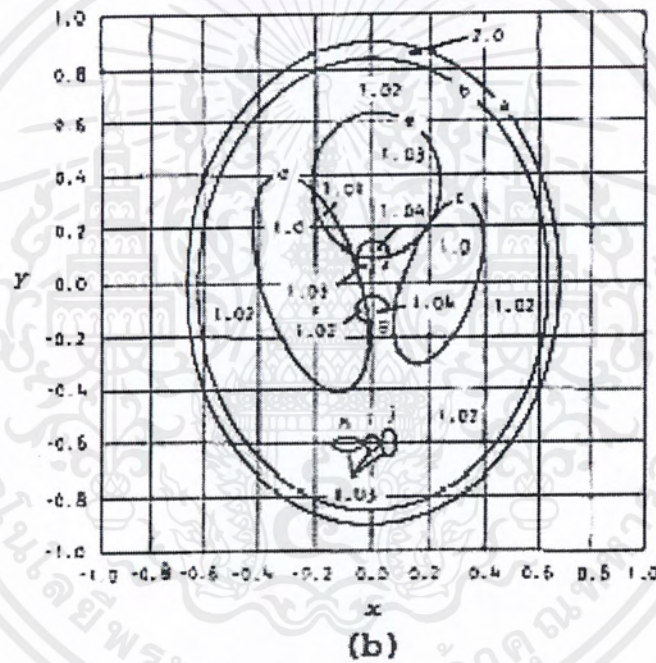
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 โปรเจกชันแบบพัด

ข้อได้เปรียบที่สำคัญของการใช้ภาพในลักษณะนี้ สำหรับการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ คือ สามารถเขียนสมการในการวิเคราะห์โปรเจกชันได้ ซึ่งโปรเจกชันของภาพประกอบไปด้วย จำนวนของวงรี โดยเป็นผลรวมของโปรเจกชันของวงรีแต่ละวง เนื่องจากความเป็นเชิงเส้นของการแปลงเรดอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 แสดงผลการจำลองจากคอมพิวเตอร์

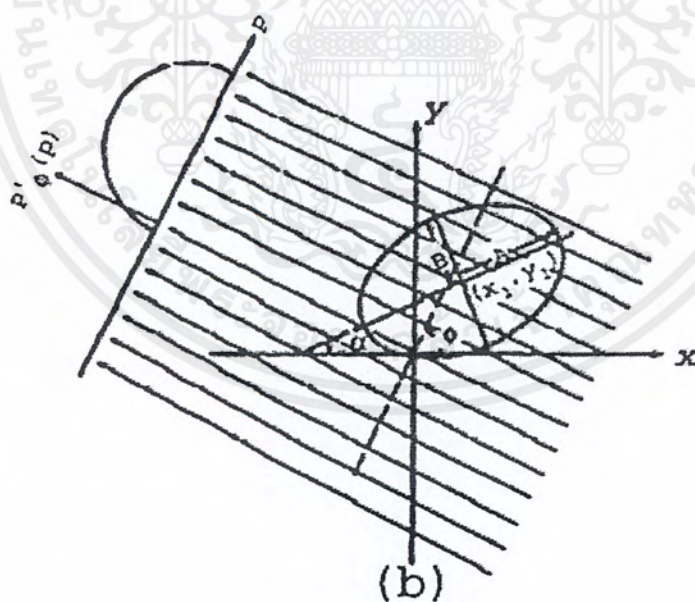
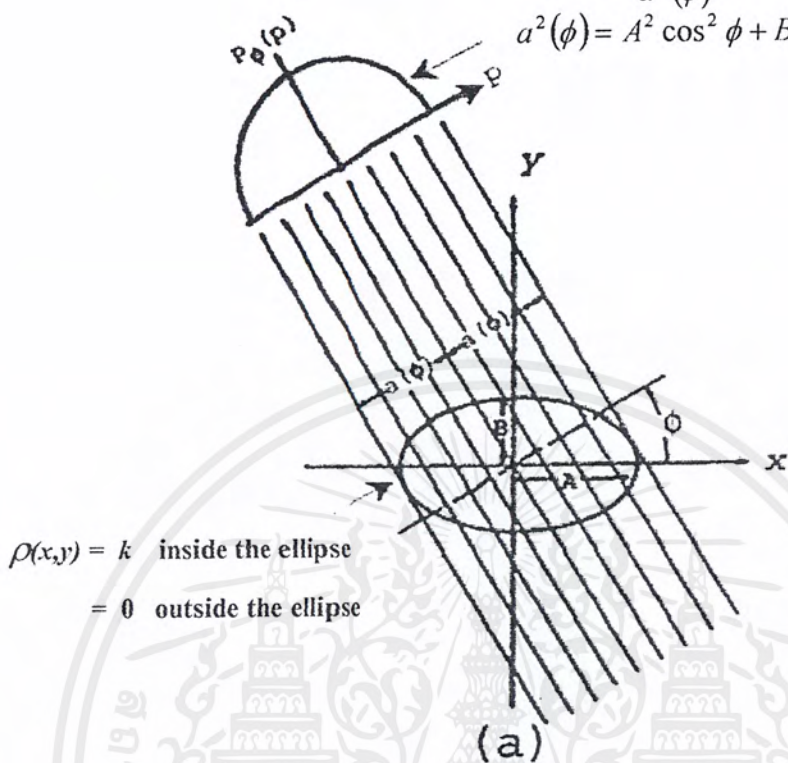
ถ้ากำหนดให้  $\rho(x,y)$  เป็นดังรูปที่ 2.5(a) แล้ว

$$\rho(x,y) = \begin{cases} k & \text{for } \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} \leq 1 & \text{(inside the ellipse)} \\ 0 & \text{otherwise} & \text{(outside the ellipse)} \end{cases} \quad (2.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_\phi(p) = \frac{2kAB}{a^2(\phi)} \sqrt{a^2(\phi) - p^2}$$

$$a^2(\phi) = A^2 \cos^2 \phi + B^2 \sin^2 \phi$$



รูปที่ 2.5 (a) แสดงการกำหนด ฟังก์ชันของวัตถุ  $\rho(x,y)$  รูปวงรีอย่างง่าย  
 (b) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(x_1, y_1)$  และหมุนไปเป็นมุม  $\alpha$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ สำหรับกระบวนการโทโมกราฟฟี

Center Coordinate	Major Axis	Minor Axis	Rotation Angle	Refractive Index
(0, 0)	0.92	0.69	90	2.00
(0, -0.0184)	0.874	0.6624	90	-0.98
(0.22, 0)	0.31	0.11	72	-0.02
(-0.22, 0)	0.41	0.16	108	-0.02
(0, 0.35)	0.25	0.21	90	0.01
(0, 0.1)	0.046	0.046	0	0.01
(0, -0.1)	0.046	0.046	0	0.01
(-0.08, -0.605)	0.046	0.023	0	0.01
(0, -0.605)	0.023	0.023	0	0.01
(0.06, -0.605)	0.046	0.023	90	0.01

และจะได้ว่าโปรเจกชันของฟังก์ชันดังกล่าว เป็น

$$P_\phi(p) = \begin{cases} \frac{2kAB}{a^2(\phi)} \sqrt{a^2(\phi) - p^2} & \text{for } |p| \leq a(\phi) \\ 0 & \text{for } |p| > a(\phi) \end{cases} \quad (2.5)$$

โดยที่  $a^2(\phi) = A^2 \cos^2 \phi + B^2 \sin^2 \phi$ ;  $a(\phi)$  เท่ากับครึ่งหนึ่งของความกว้างในโปรเจกชัน ในรูปที่ 2.5(a)

พิจารณาวงรีที่อธิบายข้างบน ทั้งที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่  $(x_1, y_1)$  และหมุนไปเป็นมุม  $\alpha$  ดังแสดงในรูปที่ 2.5(b) ให้  $P'(\phi, p)$  เป็นผลของโปรเจกชัน โดยสัมพันธ์กับ  $P_\phi(p)$  ในสมการ (2.5) เป็น

$$P'_\phi(p) = P_{\phi-\alpha}(p - q \cos(\gamma - \phi)) \quad (2.6)$$

เมื่อ  $q = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$  และ  $\gamma \approx \tan^{-1}(y_1/x_1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.2 การแปลงเรดอน (The Radon Transform)

ตอนที่แล้วเราได้กล่าวถึงการ โปรเจกชันซึ่งเป็นพื้นฐานของการได้มาของข้อมูลภาพเงา ในส่วนนี้เราจะกล่าวถึงการแปลงเรดอน ซึ่งเป็นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ สำหรับการสร้างภาพโทโมกราฟฟีจากข้อมูลที่ได้จากการโปรเจกชัน (line, plane, or hyper plane) ในความเป็นจริงแล้วพื้นฐานของการแปลงเรดอน ถูกคิดขึ้นมาเป็นเวลากว่าครึ่งศตวรรษ ตั้งแต่การคิดค้นในปี ค.ศ.1917 จนกระทั่งในปี ค.ศ.1972 ประสบผลสำเร็จครั้งแรกในการใช้สร้างภาพโทโมกราฟฟีด้วยรังสีเอ็กซ์ เพราะเหตุผลนี้การแปลงเรดอนจึงได้ถูกนำกลับมาใช้หลายต่อหลายครั้ง ในรูปแบบและสาขาที่แตกต่างกันไป ในส่วนนี้จะแสดงตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และอธิบายคุณสมบัติพื้นฐานบางประการ โดยจะเริ่มจากการแปลงเรดอนสองมิติ, นิยามการแปลงเรดอนในมิติที่สูงกว่า และการแปลงเรดอนบางส่วน (Partial Radon Transform) สุดท้ายจะเป็นการอธิบายทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์ และคุณสมบัติอื่น ๆ ของการแปลงเรดอน

### 2.2.1 การแปลงเรดอนสองมิติ (Two-Dimensional Radon Transforms)

การแปลงเรดอนสองมิติ คือการอินทิเกรตเชิงเส้น ดังแสดงในรูป 2.6 สำหรับฟังก์ชันใด ๆ  $\rho(x, y)$  เมื่อแปลงเรดอนแล้วจะได้  $P_\phi(p)$  ไปตามเส้นทาง  $AB$

$$P_\phi(p) = \mathfrak{R}\{\rho(x, y)\} = \int_{(\phi, p) \text{ line}} \rho(x, y) dq \quad (2.2)$$

โดยที่  $\mathfrak{R}$  แทน โอเปอเรเตอร์การแปลงเรดอน และเส้นทางการอินทิเกรต  $AB$  ถูกนิยามตามสมการ (2.1)

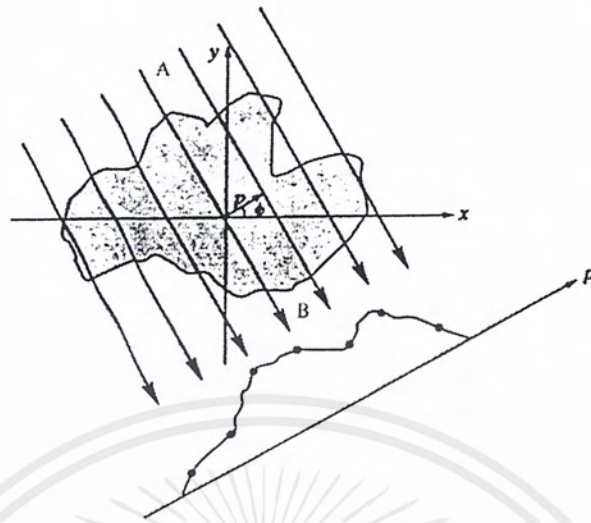
$$x \cos \phi + y \sin \phi = p \quad (2.1)$$

สำหรับมุม  $\phi$  คงที่  $\{\mathfrak{R}\rho\}(p, \phi)$  เป็นฟังก์ชันของ  $p$  ซึ่งเป็นโปรเจกชันของ  $\rho(x, y)$  ตามเส้น  $AB$  และเรียก  $\phi$  ว่า มุมโปรเจกชัน มุมนี้จะทำมุมกับแกน  $x$  และเส้นที่ตั้งฉากกับ  $AB$

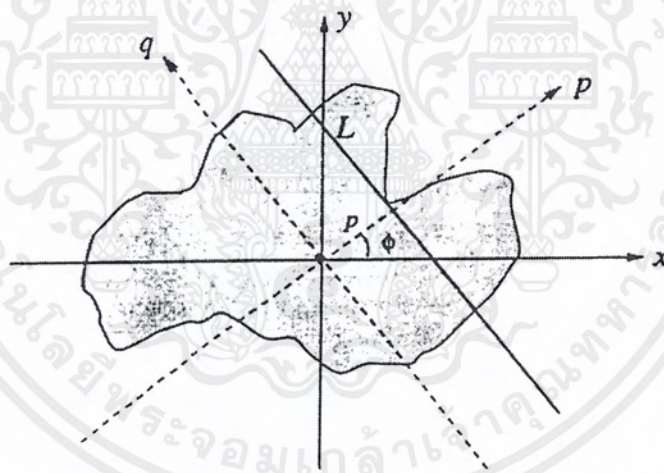
ในทางคณิตศาสตร์  $\mathfrak{R}\{\rho(x, y)\}$  สามารถเขียนได้หลายรูป ยกตัวอย่างเช่น การอินทิเกรตเชิงเส้นในสมการ (2.2) สามารถแปลงให้เป็นการอินทิเกรต 1 มิติได้

$$P_\phi(p) = \{\mathfrak{R}\rho\}(p, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(p \cos \phi - q \sin \phi, p \sin \phi + q \cos \phi) dq \quad (2.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6 การแปลงเรดอน สองมิติ



รูปที่ 2.7 การแปลงจุดพิกัด  $(x, y)$  ไปเป็นพิกัดการหมุน  $(p, q)$

สมการ(2.7) ได้มาจากการแปลงจุดพิกัด  $(x, y)$  ไปเป็นพิกัดการหมุน  $(p, q)$  ดังแสดงในรูปที่ 2.7

$$\begin{cases} p = x \cos \phi + y \sin \phi \\ q = -x \sin \phi + y \cos \phi \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} x = p \cos \phi - q \sin \phi \\ y = p \sin \phi + q \cos \phi \end{cases} \quad (2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรืออีกรูปแบบหนึ่งคล้ายกับสมการ (2.3)

$$P_\phi(p) = \{\mathfrak{R}_\rho\}(p, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - p) dx dy \quad (2.3)$$

### 2.2.2 การแปลงเรดอนมิติสูง (Higher-Dimensional Radon Transforms)

การแปลงเรดอนของฟังก์ชันที่มีมิติสูงกว่า สามารถนิยามได้โดยการขยายสมการ(2.3) ไปเป็นมิติที่สูงกว่า ขั้นแรกเราจัดรูปสมการ (2.3) ในรูปเวกเตอร์ ได้เป็น

$$\{\mathfrak{R}_2 \rho\}(p, \mu_2) = \int_{\mathbb{R}^2} \rho(r_2) \delta(p - \mu_2 \cdot r_2) dr_2 \quad (2.9)$$

โดยที่  $\mu_2 = (\cos \phi, \sin \phi)$ ,  $r_2 = (x, y)$  และ  $dr_2 = dx dy$  เมื่อขยายสมการไปเป็น  $n$  มิติ จะได้

$$\{\mathfrak{R}_n \rho\}(p, \mu_n) = \int_{\mathbb{R}^n} \rho(r_n) \delta(p - \mu_n \cdot r_n) dr_n \quad (2.10)$$

ซึ่งถูกเรียกว่าการแปลงเรดอน มิติที่  $n$  ของ  $\rho(r_n)$

เพื่อที่จะทำให้เข้าใจสมการ (2.10) มากขึ้น ให้พิจารณากรณีสามมิติในระบบพิกัดพิเศษ

$$\mu_3 = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta) \quad (2.11)$$

และ

$$\mu_3 \cdot r_3 = x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta \quad (2.12)$$

โดยที่  $\theta$  และ  $\phi$  เป็นมุมโพลาร์ กับอะซิมูตตามลำดับ แทนสมการ(2.12) ในสมการ (2.10) จะได้

$$\{\mathfrak{R}_3 \rho\}(p, \mu_{3n}) = \iiint \rho(x, y, z) \delta(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta - p) dx dy dz \quad (2.13)$$

โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta = p \quad (2.14)$$

นิยามระนาบดังแสดงในรูปที่ 2.8 นั่นคือ สมการ (2.13) เป็นการอินทิเกรตเชิงระนาบ ซึ่งต่างจากการอินทิเกรตเชิงเส้นในสมการ (2.3) สำหรับกรณี สองมิติ

สำหรับ  $n > 3$  เราจะใช้พิกัดไฮเปอร์สเฟียร์  $(r, \theta_1, \dots, \theta_{n-2}, \phi)$  โดย

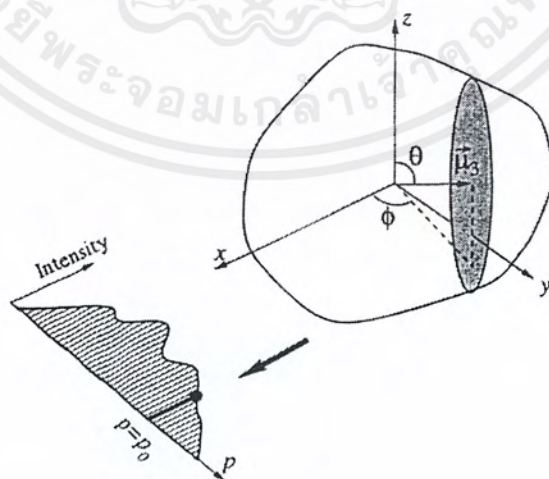
$$\begin{cases} r_1 = r \cos \theta_1 \\ r_2 = r \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \vdots \\ r_{n-2} = r \sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{n-3} \cos \theta_{n-2} \\ r_{n-1} = r \sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{n-2} \cos \phi \\ r_n = r \sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{n-2} \sin \theta_{n-2} \end{cases} \quad (2.15)$$

ที่  $0 \leq \theta_1 \leq \pi, 0 \leq \phi \leq 2\pi$  และ  $r \geq 0$  เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในสมการ (2.10) จะได้จาก

$$\mu_n = (\cos \theta_1, \sin \theta_1 \cos \theta_2, \dots, \sin \theta_1 \cdots \sin \theta_{n-2} \sin \phi) \quad (2.16)$$

และปริมาตรย่อย

$$dr = r^{n-1} (\sin \theta_1)^{n-2} (\sin \theta_2)^{n-3} (\sin \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \cdots d\theta_{n-2} d\phi \quad (2.17)$$



รูปที่ 2.8 การแปลงเรดอนสามมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.3 การแปลงเรดอนบางส่วน (Partial Radon Transforms)

สำหรับฟังก์ชันที่มีค่ามากกว่าสองมิติ บางครั้งจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง ก่อนที่จะทำการนิยาม โดยทั่วไปให้พิจารณาจาก การแปลงเรดอน สามมิติ เป็นอันดับ จากสมการ (2.13) เรามี

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{R}_3 \rho &= \iiint \rho(x, y, z) \delta(x \cos \phi \sin \theta + y \sin \phi \sin \theta + z \cos \theta - p) dx dy dz \\
 &= \iiint \rho(x, y, z) \delta[(x \cos \phi + y \sin \phi) \sin \theta + z \cos \theta - p] dx dy dz \\
 &= \int \iiint \rho(x, y, z) \delta(q \sin \theta + z \cos \theta - p) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - q) dq dx dy dz \\
 &= \iiint \rho(x, y, z) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - q) dx dy \int \delta(q \sin \theta + z \cos \theta - p) dq dz
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

อินทิเกรตสองชั้นภายในวงเล็บสี่เหลี่ยม เป็นการอินทิเกรตเชิงเส้นในระนาบ  $x, y$  และจัดให้  $\rho(x, y, z)$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  และ  $y$  โดยให้  $z$  เป็นพารามิเตอร์อิสระ อินทิเกรตสองชั้นสามารถมองว่าอยู่ในรูปของการแปลงเรดอนสองมิติ เขียนเป็น

$$\{\mathfrak{R}_2 \rho\}(q, \phi; z) = \iint \rho(x, y, z) \delta(x \cos \phi + y \sin \phi - q) dx dy \tag{2.19}$$

โดยที่  $\mu_2 = \cos \phi \sin \theta$  แทนในสมการ (2.19) ลงในสมการ (2.18) จะได้

$$\{\mathfrak{R}_3 \rho\}(p, \phi, \theta) = \iint \{\mathfrak{R}_2 \rho\}(q, \phi; z) \delta(q \sin \theta + z \cos \theta - p) dq dz \tag{2.20}$$

เราอ้างถึง  $\{\mathfrak{R}_2 \rho\}(q, \phi; z)$  เป็นการแปลงเรดอนบางส่วนของ  $\rho(x, y, z)$  เพราะฟังก์ชันถูกแปลงเพียงบางส่วน ตามทิศทางของ  $x$  และทิศทางของ  $y$  ดังในสมการ (2.19) และเรายังคงได้ การแปลงส่วนอื่น ๆ ตามทิศทางที่แตกต่างกัน เช่น  $\{\mathfrak{R}_2 \rho\}(q, \phi; x)$  และ  $\{\mathfrak{R}_2 \rho\}(q, \phi; y)$  โดยทั่วไปเรานิยามการแปลงเรดอนบางส่วนว่า เป็นการแปลงมิติต่ำของฟังก์ชันมิติสูง

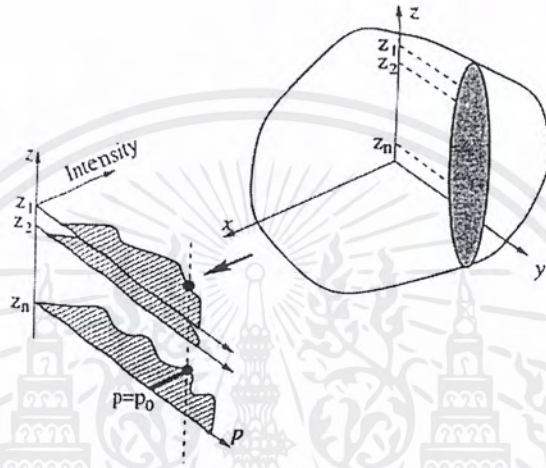
สำหรับฟังก์ชัน  $\rho(r)$  ที่  $n$  มิติ การแปลงเรดอนบางส่วน ไปตามทิศทาง  $r_1, r_2, \dots, r_m$  โดย  $m \leq n$  ถูกนิยามเป็น

$$\mathfrak{R}_m \rho(p, \mu_m; r_{m+1}, \dots, r_n) = \int_{r_m} \rho(r_m; r_{m+1}, \dots, r_n) \delta(p - \mu_m \cdot r_m) dr_m \tag{2.21}$$

โดยที่  $r_m = (r_1, r_2, \dots, r_m)$  และ  $\mu_m$  เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยใน  $\mathbf{R}^m$  ซึ่งนิยามทิศทางโปรเจกชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนิยามและรูปที่ 2.9 ความแตกต่างระหว่างการแปลงเรดอนแบบเต็มและแบบบางส่วน สำหรับแต่ละมุมโปรเจกชันการแปลงเรดอน ลดฟังก์ชัน  $\rho(r)$  ไปเป็นภาพเงาของโปรเจกชันหนึ่งมิติ ในขณะที่การแปลงเรดอนบางส่วนเป็นระนาบ หรือระนาบไฮเปอร์โปรเจกชันของ  $\rho(r)$  โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับฟังก์ชัน  $n$  มิติ การแปลงเรดอนย่อย  $m$  มิติ มี  $n - m$  มิติที่ไม่ได้แปลง



รูปที่ 2.9 การแปลงเรดอนบางส่วนเทียบกับการแปลงเรดอนแบบเต็ม

### 2.3 ทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์ (The Projection Slice Theorem)

การแปลงเรดอนมีความสัมพันธ์กับการแปลงฟูเรียร์ดังแสดงอยู่ในรูปทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์ ซึ่งเป็นทฤษฎีพื้นฐานสำหรับอัลกอริทึมของการสร้างภาพกลับหลาย ๆ อัลกอริทึม ในความเป็นจริงแล้วทฤษฎีนี้จะอยู่ใน สองรูปแบบ ในรูปแบบแรกสำหรับการแปลงเรดอนแบบเต็ม โดยสร้างความสัมพันธ์ของการโปรเจกชันหนึ่งมิติ กับเส้นของข้อมูลใน  $k$  สเปซส่วนรูปแบบที่สองสำหรับการแปลงเรดอนบางส่วน ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างโปรเจกชันของระนาบหรือระนาบไฮเปอร์กับข้อมูลใน  $k$  สเปซเช่นเดียวกัน

ทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์สำหรับฟังก์ชัน  $n$  มิติ ใด ๆ  $\rho(r)$  เป็นการแปลงฟูเรียร์ในหนึ่งมิติของ  $\{\mathcal{R}\rho\}(p, \mu)$  ไปตามแกน  $p$  สำหรับมุมโปรเจกชันที่คงที่  $\mu$  ซึ่งสมมูลกับการแปลงฟูเรียร์ใน  $n$  มิติของ  $\rho(r)$  โดยหาค่าไปตามเส้นตรงผ่านจุดกำเนิด ซึ่งมีทิศทางของมุมเดียวกันในฟูเรียร์สเปซ ในทางคณิตศาสตร์สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$F_p \{ \{\mathcal{R}\rho\}(p, \mu) \} = \{F\rho\}(k\mu) \quad (2.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $F_p$  แทนฟูเรียร์ทรานซ์ฟอร์ม หนึ่ง มิติไปตามแกน  $p$

ทฤษฎีนี้สามารถพิสูจน์จากนิยาม ดังนี้

$$\begin{aligned} F_p \{ \rho \} (p, \mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} \rho(p, \mu) e^{-i2\pi kp} dp \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{r \in R^n} \rho(r) \delta(p - \mu \cdot r) dr \right] e^{-i2\pi kp} dp \\ &= \int_{r \in R^n} \rho(r) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(p - \mu \cdot r) e^{-i2\pi kp} dp \right] dr \\ &= \int_{r \in R^n} \rho(r) e^{-i2\pi k \mu \cdot r} dr \\ &= \{ F \rho \} (k \mu) \end{aligned}$$

เพื่อความเข้าใจ พิจารณาในสองมิติและสามมิติ ซึ่งในสองมิติ  $\mu = (\cos \phi, \sin \phi)$  สิ่งที่ได้ตามมาคือ

$$F_p \{ \rho \} (p, \phi) = \{ F \rho \} (k \cos \phi, k \sin \phi) \tag{2.23}$$

ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.10 ตัวอย่างนี้เห็นได้อย่างชัดเจนว่า ภาพเงาของ  $\rho(x, y)$  สอดคล้องกับ สไลซ์ของฟูเรียร์ทรานซ์ฟอร์ม  $\{ F \rho \} (k_x, k_y)$

ในกรณี สามมิติ  $\mu = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$  ตามทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์ แสดงได้เป็น

$$F_1 \{ \rho \} (p, \phi, \theta) = \{ F \rho \} (k \sin \theta \cos \phi, k \sin \theta \sin \phi, k \cos \theta) \tag{2.24}$$

โดย

$$\begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \\ k_z = k \cos \theta \end{cases} \tag{2.25}$$

หรือ

$$\frac{k_x}{\sin \theta \cos \phi} = \frac{k_y}{\sin \theta \sin \phi} = \frac{k_z}{\cos \theta} \quad (2.26)$$

ซึ่งเป็นนิยามของเส้นที่มีทิศทางไปตาม  $\mu$  ใน  $k$ -สเปซ สามมิติ



รูปที่ 2.10 ทฤษฎีโปรเจกชันสไลซ์ ในสองมิติ

#### 2.4 ทฤษฎีฟูเรียร์สไลซ์ (The Fourier Slice Theorem)

เราจะหาทฤษฎีฟูเรียร์สไลซ์ โดยการแปลงฟูเรียร์ของข้อมูลภาพเงาแบบขนานในหนึ่งมิติ จะมีค่าเท่ากับภาคตัดหนึ่งของฟังก์ชันการแปลงฟูเรียร์ของวัตถุ  $\rho(x, y)$  ในสองมิติ ถ้ามีข้อมูลภาพเงามาให้แล้ว เราก็สามารถประมาณรูปร่างต่างๆ ของวัตถุได้ โดยใช้การแปลงฟูเรียร์กลับสองมิติ

เริ่มจากการแปลงฟูเรียร์ในสองมิติ ของฟังก์ชันวัตถุ เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_\rho(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{-j2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.27)$$

ในทำนองเดียวกันนิยามของ โปรเจกชันที่มุม  $\phi$ ,  $P_\phi(p)$  และ การแปลงฟูเรียร์ของ โปรเจกชันนี้เป็น

$$S_\phi(k) = \int_{-\infty}^{\infty} P_\phi(p) e^{-j2\pi k p} dp \quad (2.28)$$

ตัวอย่างที่ง่ายที่สุดของทฤษฎีฟูเรียร์สไลซ์ คือ ที่มุม  $\phi = 0$  เริ่มจากการพิจารณา การแปลงฟูเรียร์ของวัตถุ ไปตามเส้นในโดเมนความถี่ที่  $k_y = 0$  จะได้

$$F_\rho(k_x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{-j2\pi k_x x} dx dy \quad (2.29)$$

แต่เพราะว่าองค์ประกอบเฟสไม่ได้ขึ้นอยู่กับตัวแปร  $y$  อีกต่อไป เราจึงสามารถแยกอินทิกรัลเป็นสองส่วน

$$F_\rho(k_x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) dy \right] e^{-j2\pi k_x x} dx \quad (2.30)$$

จากนิยามของ โปรเจกชันขนาน ในเทอมของวงเล็บใหญ่ เป็นสมการสำหรับ โปรเจกชันไปตามเส้นของ  $x$  คงที่ หรือ

$$P_{\phi=0}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) dy \quad (2.31)$$

แทนลงในสมการ (2.30) เราพบว่า

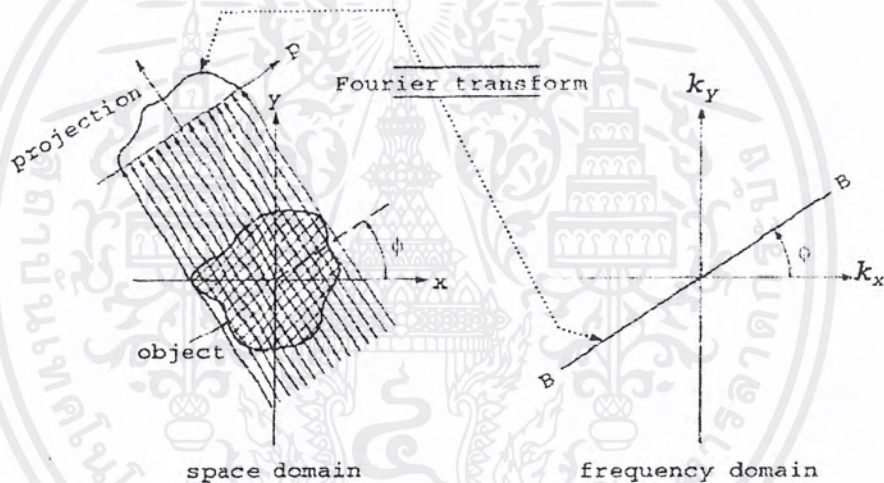
$$F(k_x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\phi=0}(x) e^{-j2\pi k_x x} dx \quad (2.32)$$

ทางขวามือของสมการ (2.32) แสดงการแปลงฟูเรียร์หนึ่งมิติของโปรเจกชัน  $P_{\phi=0}$  ดังนั้น เราได้ความสัมพันธ์ระหว่าง โปรเจกชันแนวตั้ง และการแปลงฟูเรียร์สองมิติของฟังก์ชันวัตถุ  $\rho(x, y)$  เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_p(k_x, 0) = S_{\phi=0}(k_x) \quad (2.33)$$

สมการ(2.33) นี้เป็นรูปแบบอย่างง่ายของทฤษฎีฟูรีเยร์สไลซ์ ผลที่ได้นี้ไม่ขึ้นกับทิศทางระหว่างวัตถุและระบบโคออร์ดิเนต ยกตัวอย่างเช่น ถ้าระบบโคออร์ดิเนต  $(p, q)$  ดังแสดงในรูปที่ 2.11 หมุนไปเป็นมุม  $\phi$  การแปลงฟูรีเยร์ของโปรเจกชันจากนิยามในสมการ (2.31) เท่ากับการแปลงฟูรีเยร์ในสองมิติของวัตถุ ไปตามเส้นที่หมุนไปเป็นมุม  $\phi$  ซึ่งนำไปสู่ทฤษฎีฟูรีเยร์สไลซ์ ที่ว่า การแปลงฟูรีเยร์ของโปรเจกชันแบบขนานของภาพ  $\rho(x, y)$  ที่มุม  $\phi$  ให้แผ่นสไลซ์ของการแปลงฟูรีเยร์สองมิติของ  $\rho(x, y)$  เป็น  $F_p(k_x, k_y)$  ทำมุม  $\phi$  กันแกน  $k_x$  หรือการแปลงฟูรีเยร์ของ  $P_\phi(p)$  ให้ค่าของ  $F_p(k_x, k_y)$  เป็นไปตามเส้น  $BB$  ในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีฟูรีเยร์สไลซ์กับการแปลงฟูรีเยร์ทรานซ์ฟอร์มของโปรเจกชัน

หรืออีกนัยหนึ่ง พิจารณาระบบ โคออร์ดิเนต  $(p, q)$  ซึ่งเป็นรูปแบบของ โคออร์ดิเนตที่ไปจากโคออร์ดิเนตเดิม  $(x, y)$  รอบจุดกำเนิด โดยความมีสัมพันธ์

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

ในระบบ โคออร์ดิเนต  $(p, q)$  โปรเจกชันไปตามเส้นของค่าคงที่  $p$  เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_\phi(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(p, q) dq \quad (2.35)$$

จากสมการ (2.28) การแปลงฟูรีเยร์เป็น

$$S_\phi(k) = \int_{-\infty}^{\infty} P_\phi(p) e^{-j2\pi kp} dp \quad (2.28)$$

แทนนิยามของโปรเจกชันลงในสมการ (2.28) จะได้

$$S_\phi(k) = \int_{-\infty}^{\infty} [\rho(p, q) dq] e^{-j2\pi kp} dp \quad (2.36)$$

ผลที่ได้นี้สามารถแปลงไปเป็นระบบโคออร์ดิเนต  $(x, y)$  โดยใช้ความสัมพันธ์ตามสมการ (2.34) จะได้

$$S_\phi(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, y) e^{-j2\pi k(x \cos \phi + y \sin \phi)} dx dy \quad (2.37)$$

ทางขวามือของสมการนี้ แทนการแปลงฟูรีเยร์สองมิติ ที่ความถี่ของ  $k_x = k \cos \phi, k_y = k \sin \phi$  หรือ

$$S_\phi(k) = F(k, \phi) = F(k \cos \phi, k \sin \phi) \quad (2.38)$$

สมการ (2.38) นี้ เป็นหลักสำคัญของโทโมกราฟีล้ำขนาน และเป็นการพิสูจน์ทฤษฎีฟูรีเยร์สไลซ์

แสดงให้เห็นว่า การใช้โปรเจกชันของฟังก์ชันวัตถุที่มุม  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$  และการแปลงฟูรีเยร์แต่ละอัน เราสามารถหาค่าของ  $F_\rho(k_x, k_y)$  เป็นเส้นรังสี ดังแสดงในรูปที่ 2.11 ถ้าภาพเงามีมากแบบไม่จำกัด เราจะรู้  $F_\rho(k_x, k_y)$  ทุก ๆ จุดบนระนาบของ  $k_x, k_y$  ถ้ารู้  $F(k_x, k_y)$  ฟังก์ชันของวัตถุ  $\rho(x, y)$  ก็สามารถหาได้โดยการแปลงฟูรีเยร์กลับ

$$\rho(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_\rho(k_x, k_y) e^{j2\pi(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (2.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าฟังก์ชัน  $\rho(x, y)$  ถูกจำกัดโดย  $-A/2 < x < A/2$  และ  $-A/2 < y < A/2$  สมการ (2.39) สามารถเขียนได้ในรูป

$$\rho(x, y) = \frac{1}{A^2} \sum_m \sum_n F_\rho \left( \frac{m}{A}, \frac{n}{A} \right) e^{j2\pi((m/A)x + (n/A)y)} \quad (2.40)$$

เมื่อ

$$-\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2} \quad \text{และ} \quad -\frac{A}{2} < y < \frac{A}{2} \quad (2.41)$$

เพราะว่า ในทางปฏิบัติ เรารู้อันดับประกอบของฟูเรียร์ที่จำกัดเท่านั้น ดังนั้นเราจึงเขียนเป็น

$$\rho(x, y) = \frac{1}{A^2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} F_\rho \left( \frac{m}{A}, \frac{n}{A} \right) e^{j2\pi((m/A)x + (n/A)y)} \quad (2.42)$$

เมื่อ

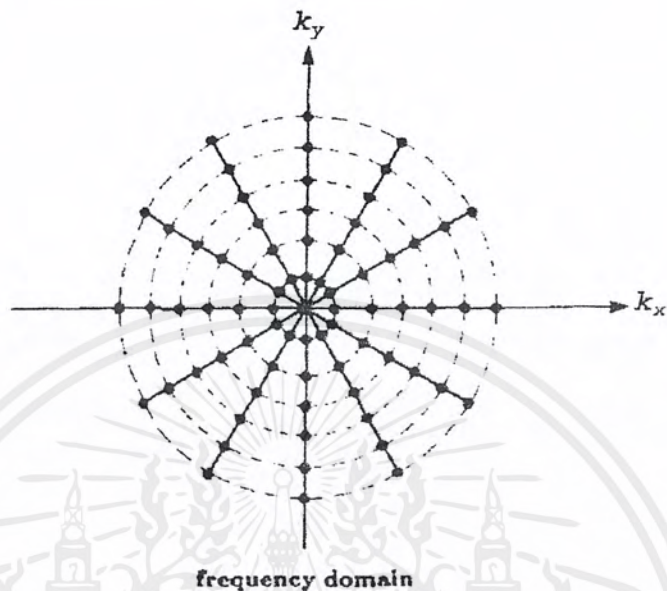
$$-\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2} \quad \text{และ} \quad -\frac{A}{2} < y < \frac{A}{2} \quad (2.43)$$

โดยที่ สมมติว่า  $N$  เป็นจำนวนคู่ ความละเอียด (Spatial resolution) ในรูปที่ได้จากการสร้างภาพกลับ หาได้จากการใช้ค่า  $N$  จากสมการ (2.42) สามารถนำไปคำนวณ โดยใช้ FFT (Fast Fourier Transform) ซึ่งต้องทราบสัมประสิทธิ์  $F_\rho(m/A, n/A)$  จำนวน  $N^2$  ค่า

ในทางปฏิบัติ เราจะได้จำนวนของข้อมูลฉายที่จำกัด ฟังก์ชัน  $F(k_x, k_y)$  มีจำนวนจำกัดไปตามรัศมี ดังรูปที่ 2.12 การที่จะใช้สมการ (2.42) เราจะต้องทำการอินเตอร์พอลเลท จากจุดรัศมีบนสี่เหลี่ยมจัตุรัสกริด โดยทฤษฎีแล้ว เราสามารถหาสัมประสิทธิ์จำนวน  $N^2$  ค่า ได้โดยที่ค่าของฟังก์ชัน  $F_\rho(k_x, k_y)$  บนเส้นรัศมีหนึ่ง ๆ ต้องมีค่ามาก การคำนวณนี้สัมพันธ์กับการเข้าสู่ชุดสมการพร้อม ๆ กัน และบ่อยครั้งที่ทำให้ผลที่ได้ไม่เสถียร โดยทั่วไปจะหาค่าบนกริดสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยวิธีการของ nearest neighbor หรืออินเตอร์พอลเลชันเชิงเส้นจากจุดบนรัศมี เพราะว่าความหนาแน่นของจุดรัศมีจะมีค่าน้อยลง เมื่อความถี่มีค่ามากขึ้นจากจุดศูนย์กลาง ค่าผิดพลาดก็

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะมากตาม ซึ่งทำให้การคำนวณองค์ประกอบที่มีความถี่สูงมีค่าผิดพลาดมากกว่า ที่ความถี่ต่ำ เป็นผลให้คุณภาพลดลง



รูปที่ 2.12 แสดงลักษณะการเก็บข้อมูลฉาย เพื่อหา  $F_p(k_x, k_y)$

## 2.5 Reconstruction from Radon Transform Samples

การสร้างภาพกลับจากตัวอย่างที่มาจาก การแปลงเรดอน เป็นที่รู้จักกันดีในชื่อ การสร้างภาพกลับจากโปรเจกชัน ให้  $P(p, \mu)$  แทนภาพเงาโปรเจกชันที่วัดได้ ปัญหานี้สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

ให้

$$P(p, \mu) = \mathfrak{R}(I) = \int_{\mathbb{R}^m} I(r) \delta(p - \mu \cdot r) dr \quad (2.44)$$

ทำการหาค่า  $I(r)$  โดยที่  $(p, \mu) \in D$  ซึ่ง  $D$  ประกอบไปด้วยเซตของระยะเรดอน ที่ทำการเก็บข้อมูลที่วัด

เทคนิคเหล่านี้เป็นประโยชน์สำหรับการสร้างภาพกลับจากข้อมูลที่สุ่มมาจากโดเมนความถี่เชิงรัศมี ในส่วนถัดไปเราสมมติว่าข้อมูลที่วัดได้มาจากเรดอนสเปซโดยตรง ดังในกรณีของการแปลงฟูเรียร์ ถ้าเรดอนสเปซถูกสุ่มทุก ๆ ความถี่  $I(r)$  สามารถหาได้จากการแปลงเรดอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลับ แต่ในทางปฏิบัติเรดอนสเฟลชถูกสุ่มเพียงบางส่วนทำให้เกิดปัญหามากมาย การสร้างภาพกลับมีด้วยกันหลายวิธี ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการสร้างภาพกลับหลายๆ อย่าง ตามความเหมาะสม

### 2.5.1 The Inverse Radon Transform

ก่อนที่จะอธิบายถึงอัลกอริทึมในการสร้างภาพกลับในทางปฏิบัติ เราอธิบายการแปลงเรดอนกลับ เพื่อจะเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีมากยิ่งขึ้น เราเริ่มจากการแปลงฟูเรียร์กลับในหลายมิติ

$$I(r) = \int_{\mathbb{R}^m} S(k) e^{i2\pi k \cdot r} dk \quad (2.45)$$

ในพิกัดทรงกลม (spherical) สมการ (2.45) จะกลายเป็น

$$I(r) = \int_{\mu=1}^{\infty} \int_0^{\infty} S_p(k\mu) e^{i2\pi k \cdot r} k^{n-1} dk d\mu \quad (2.46)$$

เราขยายขอบเขตล่างของอินทิกรัลภายใน จาก 0 ไป  $-\infty$  โดยการคูณอินทิแกรนด์ด้วยยูนิต สเต็ปฟังก์ชัน  $u(k)$  จะได้

$$I(r) = \int_{\mu=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(k\mu) k^{n-1} u(k) e^{i2\pi k \cdot r} dk d\mu \quad (2.47)$$

แล้วอินทิกรัลภายในเป็นการแปลงฟูเรียร์กลับไปตามแกน  $k$  ดังนั้น สมการ (2.47) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$I(r) = \int_{\mu=1}^{\infty} F_k^{-1} \{ S_p(k\mu) k^{n-1} u(k) \} (\mu \cdot r) d\mu \quad (2.48)$$

โดยที่  $F_k^{-1}$  แทนการแปลงฟูเรียร์กลับตามแกน  $k$

โดยพื้นฐานของทฤษฎีโปรเจกชัน - สไลซ์ คุณสมบัติอนุพันธ์ของการแปลงฟูเรียร์ เราได้

$$\begin{aligned}
F_k^{-1}\{S_p(k\mu)k^{n-1}u(k)\} &= \frac{1}{(i2\pi)^{n-1}} F_k^{-1}\{S_p(k\mu)(i2\pi k)^{n-1}\} * F_k^{-1}\{u(k)\} \\
&= \frac{1}{(i2\pi)^{n-1}} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)}{\partial p^{n-1}} * \left[ \frac{1}{2}\delta(p) - \frac{1}{i2\pi p} \right] \\
&= \frac{1}{(i2\pi)^{n-1}} \left[ \frac{1}{2} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)}{\partial p^{n-1}} - \frac{1}{i2\pi} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)}{\partial p^{n-1}} * \frac{1}{p} \right]
\end{aligned} \tag{2.49}$$

แทนผลที่ได้ลงในสมการ (2.48) เราจะได้สูตรการแปลงกลับทันที

$$\begin{aligned}
I(r) &= \frac{1}{2(i2\pi)^{n-1}} \int_{|\mu|=1} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)}{\partial p^{n-1}} \Big|_{p=\mu \cdot r} d\mu \\
&\quad - \frac{1}{(i2\pi)^n} \int_{|\mu|=1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)/\partial p^{n-1}}{\mu \cdot r - p} dp d\mu
\end{aligned} \tag{2.50}$$

ทั้งสองเทอมในสมการ (2.50) มีคุณสมบัติที่น่าสนใจดังนี้

$$\text{(a)} \quad \frac{1}{2(i2\pi)^{n-1}} \int_{|\mu|=1} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)}{\partial p^{n-1}} \Big|_{p=\mu \cdot r} d\mu = 0 \quad n \text{ even} \tag{2.51}$$

$$\text{(b)} \quad -\frac{1}{(i2\pi)^n} \int_{|\mu|=1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)/\partial p^{n-1}}{\mu \cdot r - p} dp d\mu = 0 \quad n \text{ odd} \tag{2.52}$$

สำหรับฟังก์ชันที่มีมิติเป็นคี่

$$I(r) = \frac{1}{2(i2\pi)^{n-1}} \int_{|\mu|=1} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)}{\partial p^{n-1}} \Big|_{p=\mu \cdot r} d\mu \tag{2.53}$$

สำหรับฟังก์ชันที่มีมิติเป็นคู่

$$I(r) = -\frac{1}{(i2\pi)^n} \int_{|\mu|=1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^{n-1}P(p,\mu)/\partial p^{n-1}}{\mu \cdot r - p} dp d\mu \tag{2.54}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีที่สำคัญ คือ สองมิติและสามมิติ โดยใน สองมิติจะได้

$$I(x, y) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty \frac{\partial P(p, \phi) / \partial p}{x \cos \phi + y \sin \phi - p} dp d\phi \quad (2.55)$$

และ สามมิติ จะได้

$$I(x, y, z) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\partial^2 P(p, \mu_3)}{\partial p^2} \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.56)$$

โดยที่  $\mu_3 = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$  สมการ (2.56) สามารถเขียนอยู่ในรูปที่สมมูลกันได้เป็น

$$I(x, y, z) = \frac{1}{8\pi^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\mu_3 \cdot r, \mu_3) \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.57)$$

สำหรับ  $n > 2$  การแปลงเรดอนกลับสามารถกระทำได้หลายสเตท คือ

$$\mathcal{R}_n^{-1} = \mathcal{R}_m^{-1} \mathcal{R}_{n-m+1}^{-1} \quad (2.58)$$

ดังนั้น  $\mathcal{R}_3^{-1} = \mathcal{R}_2^{-1} \mathcal{R}_2^{-1}$  ซึ่งหมายความว่า การแปลงเรดอนกลับสามมิติ สามารถทำให้เป็นการแปลงเรดอนกลับ สองมิติ สอง สเตท

### 2.5.2 Backprojection

ในส่วนนี้ นิยาม โอเปอร์เตอร์แบคโปรเจกชัน ที่ใช้ในอัลกอริทึมการสร้างภาพกลับหลาย ๆ อย่าง ให้  $P(p, \mu)$  เป็นภาพเงาโปรเจกชันจากการแปลงเรดอนของฟังก์ชันใด ๆ โอเปอร์เตอร์แบคโปรเจกชัน  $B$  ถูกนิยามเป็น

$$B\{P(p, \mu)\} = P(\mu \cdot r, \mu) \quad (2.59)$$

เทอมของโปรเจกชันมาจากการจับคู่  $P(p, \mu)$  ไป  $P(\mu \cdot r, \mu)$  ซึ่งก็คือการแบค-โปรเจกชันค่าของ  $P(p_0, \mu)$  ไปตามเส้นทางการอินทิเกรตของการแปลงเรดอน ดังแสดงในรูปที่ 2.13 โดยนิยามของสมการ (2.59) ในสองมิติ แบคโปรเจกชันเป็น

$$B\{P(p, \phi)\} = P(x \cos \phi + y \sin \phi, \phi) \quad (2.60)$$

สำหรับ สามมิติ

$$B\{P(p, \theta, \phi)\} = P(x \sin \theta \cos \phi + y \sin \theta \sin \phi + z \cos \theta, \theta, \phi) \quad (2.61)$$

โอเปอเรเตอร์แบคโปรเจกชันกับภาพเงาโปรเจกชันในหนึ่งมิติ ไปเป็นฟังก์ชันในหลายมิติ ด้วยค่าคงที่ไปตามเส้น ที่นิยามโดย  $\mu \cdot r = p$



รูปที่ 2.13 แสดงการแบคโปรเจกชัน

### 2.5.3 Practical Reconstruction Algorithms

อัลกอริทึมที่ใช้สำหรับการสร้างภาพกลับ จากตัวอย่างที่ได้จากการแปลงเรดอน โดยเริ่มจากวิธีแบคโปรเจกชันรีคอนสตรัคชัน และฟิลเตอร์ คอนโวลูชัน แบคโปรเจกชันซึ่งมาจากการแปลงเรดอนกลับโดยตรง ต่อจากนั้น ก็เป็นการสร้างภาพกลับโดยตรงแบบฟูเรียร์ และการสร้างภาพกลับแบบพีชคณิต ซึ่งไม่ได้ขึ้นกับการแปลงเรดอนกลับ

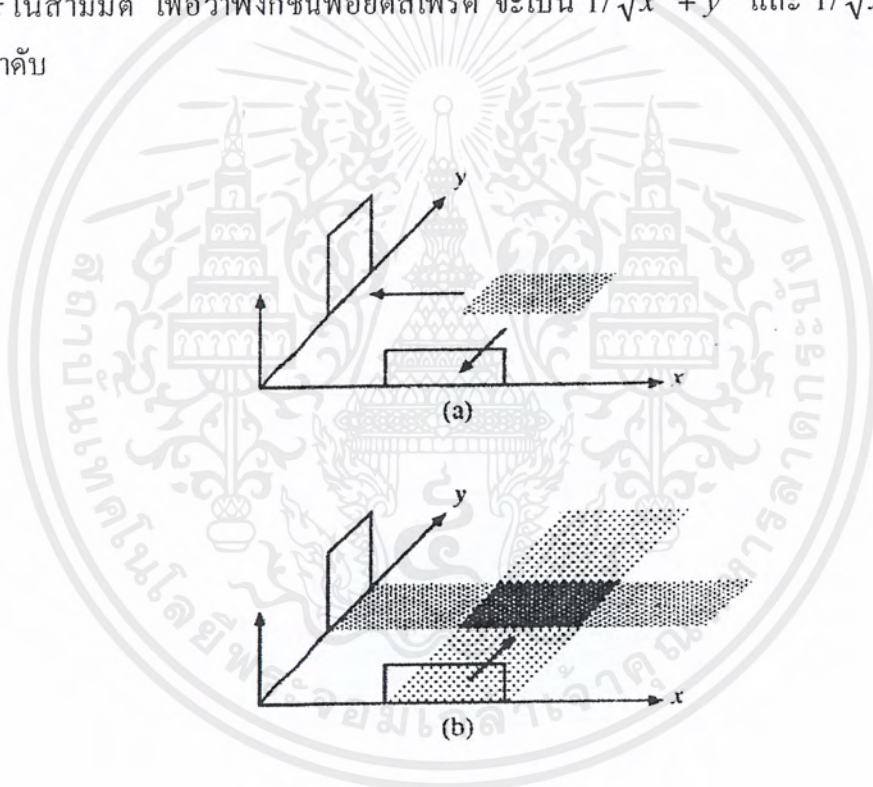
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.5.3.1 Direct Back projection Method

วิธีที่สะดวกของการใช้การแปลงเรดอนกลับ คือ การแบคโปรเจกชันภาพฉายไปโดยตรง ดังแสดงดังรูปใน 2.14 สมการทั่วไป คือ

$$I(r) = c \int_{|\mu|=1} B\{P(p, \mu)\} d\mu \quad (2.62)$$

โดยที่ภาพเงาของโปรเจกชันในตอนแรกถูกแบคโปรเจก แล้วทำการอินทิเกรตบนทรงกลมหนึ่งหน่วย ค่าคงที่  $c$  ในสมการ (2.62) ในทางปฏิบัติ ค่า  $c$  เป็น  $1/2$  ในสองมิติ และ  $1/2\pi$  ในสามมิติ เพื่อว่าฟังก์ชันพอยต์สเปรค จะเป็น  $1/\sqrt{x^2 + y^2}$  และ  $1/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  ตามลำดับ



รูปที่ 2.14 (a) ภาพเงาของวัตถุรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (b) การแบคโปรเจกชันรีคอนสตรัคชัน

โดยอาศัยพื้นฐานของ โอเปอเรเตอร์แบคโปรเจกชันในสมการ (2.60) การสร้างภาพกลับแบบแบคโปรเจกชันในสองมิติ สามารถเขียนได้เป็น

$$I(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} P(x \cos \phi + y \sin \phi, \phi) d\phi \quad (2.63)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ

$$I(x, y) = \int_0^\pi P(x \cos \phi + y \sin \phi, \phi) d\phi \quad (2.64)$$

โดยที่  $P(p, \phi) = P(-p, \phi + \pi)$  และใน สามมิติ เป็น

$$I(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(x \sin \theta \cos \phi + y \cos \theta \cos \phi + z \cos \theta, \theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.65)$$

ในทางปฏิบัติโปรเจกชัน ที่วัดได้ไม่ต่อเนื่องแบบเชิงมุมและแบบรัศมี ดังนั้นเมื่อพิจารณา การสร้างภาพกลับในแบบไม่ต่อเนื่อง ในสองมิติ เราจะสมมติว่า  $P(p, \phi)$  จะมีค่าอยู่ตามจุดต่อไปนี้

$$p = n_p \Delta p \quad n_p = -N_p / 2, \dots, N_p / 2 - 1 \quad (2.66a)$$

$$\phi = n_\phi \Delta \phi \quad n_\phi = 0, 1, \dots, N_\phi - 1 \quad (2.66b)$$

แล้ว

$$I(x, y) = \Delta \phi \sum_{n_\phi=0}^{N_\phi-1} P(p_n, n_\phi \Delta \phi) \quad (2.67)$$

โดยเป็นที่เข้าใจว่าก่อนการรวมเราแทน  $p_n$  เป็น

$$p_n = x \cos n_\phi \Delta \phi + y \sin n_\phi \Delta \phi \quad (2.68)$$

ในสามมิติ เราสมมติว่า  $P(p, \phi, \theta)$  มีค่าเมื่อ

$$p = n_p \Delta p \quad n_p = -N_p / 2, \dots, N_p / 2 - 1 \quad (2.69a)$$

$$\theta = n_\theta \Delta \theta \quad n_\theta = -N_\theta / 2, \dots, N_\theta / 2 - 1 \quad (2.69b)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi = n_\phi \Delta\phi \quad n_\phi = -N_\phi/2, \dots, N_\phi/2 - 1 \quad (2.69c)$$

แล้ว

$$I(x, y, z) = \frac{\Delta\phi\Delta\theta}{2\pi} \sum_{n_\phi=0}^{N_\phi-1} \sum_{n_\theta=0}^{N_\theta-1} P(p_n, n_\theta\Delta\theta, n_\phi\Delta\phi) \sin n_\theta \quad (2.70)$$

โดยที่

$$p_n = x \sin n_\theta \Delta\theta \cos n_\phi \Delta\phi + y \sin n_\theta \Delta\theta \sin n_\phi \Delta\phi + z \cos n_\theta \Delta\theta \quad (2.71)$$

เมื่อ  $I(x, y)$  หรือ  $I(x, y, z)$  บนกริดสี่เหลี่ยม,  $(x, y) = (n_x \Delta x, n_y \Delta y)$  หรือ  $(x, y, z) = (n_x \Delta x, n_y \Delta y, n_z \Delta z)$  จะต้องมีการอินเตอร์พอลในหนึ่งมิติ กับสัญญาณไปตามแกน  $p$  บนภาพเงาที่วัดได้ เพื่อแก้ปัญหาค่า  $p_n$  ตามสมการ (2.68) และ (2.71) ไม่ได้อยู่ตรงตามจุดที่สุ่มตัวอย่างจริงๆ นั่นคือ  $p_n \neq n_p \Delta p$  สำหรับ  $-N_p/2 \leq n_p < N_p/2$

วิธีการอินเตอร์พอลนั้นมีหลากหลายซึ่งถ้าจะหาค่าของ  $P(p_n, \mu)$  ยกตัวอย่างเช่นในการอินเตอร์พอลแบบ nearest-neighbor

$$P(p_n, \mu) = P(m\Delta p, \mu) \quad (2.72)$$

โดยที่

$$m = \arg \min |p_n - m\Delta p| \quad (2.73)$$

สำหรับการอินเตอร์พอลอันดับสูงกว่า บางครั้งจะให้ค่าที่แม่นยำ แต่มีประสิทธิภาพน้อยกว่า ยกตัวอย่างเช่น ในการอินเตอร์พอลเชิงเส้น เราเลือก  $m$  เพื่อให้ได้  $m\Delta p \leq p_n < (m+1)\Delta p$  และประมาณ  $P(p_n, \mu)$  โดย

$$\frac{(m+1)\Delta p - p_n}{\Delta p} P(m\Delta p, \mu) + \frac{p_n - m\Delta p}{\Delta p} P[(m+1)\Delta p, \mu] \quad (2.74)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อจำกัดของวิธีการแบคโปรเจกชัน คือ จะให้ภาพที่เบลอ ข้อจำกัดนี้สามารถกำจัดออกไปได้ โดยการกรองก่อนที่จะทำการแบคโปรเจกชัน

### 2.5.3.2 Filterer Back projection Reconstruction

การสร้างภาพกลับแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน ก็ยังคงใช้การแปลงเรดอนกลับเหมือนเดิม สิ่งที่แตกต่างกันกับวิธีการที่แล้ว คือ จะมีการทำการกรองก่อนที่จะทำการแบคโปรเจกชัน

ให้  $P(p, \mu)$  เป็นข้อมูลโปรเจกชันที่วัดได้ของ  $I(r)$  และให้  $S(k\mu)$  เป็นฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของ  $I(r)$  ที่อยู่ในรูปของโพลาาร์ การสร้างภาพกลับแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจกชันสามารถแสดงให้อยู่ในรูปทั่วไป เป็น

$$I(r) = \int_{|\mu|=1} B\{\bar{P}(p, \mu)\} d\mu \quad (2.75)$$

โดยที่ โปรเจกชันที่ผ่านการกรอง  $\bar{P}(p, \mu)$  มาจาก

$$\bar{P}(p, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} S_p(k\mu) k^{n-1} u(k) e^{i2\pi k p} dk \quad (2.76)$$

มีอยู่หลายทางด้วยกันที่จะใช้วิธีการสร้างภาพกลับฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน ซึ่งขึ้นกับสถานการณ์ ในสมการ(2.76) ยกตัวอย่างเช่น ในสองมิติ ได้เป็น

$$I(x, y) = \int_0^\pi B_2\{\bar{P}(p, \phi)\} d\phi \quad (2.77)$$

โดยที่

$$\bar{P}(p, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} S_p(k, \phi) |k| e^{i2\pi k p} dk \quad (2.78)$$

หรือ

$$\bar{P}(p, \theta) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\partial P(p, \phi)}{\partial p} * \frac{1}{p} \quad (2.79)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และใน สามมิติ เราได้

$$I(x, y, z) = \int_0^\pi \int_0^\pi B_3 \{ \bar{P}(p, \theta, \phi) \} \sin \theta d\theta d\phi \quad (2.80)$$

โดยที่

$$\bar{P}(p, \theta, \phi) = \int_{-\infty}^{\infty} S_p(k, \theta, \phi) k^2 e^{i2\pi k p} dk \quad (2.81)$$

หรือ อาศัยสมการ (2.55)

$$\bar{P}(p, \theta) = -\frac{1}{4\pi^2} \frac{\partial^2 P(p, \theta, \phi)}{\partial p^2} \quad (2.82)$$

สมการ(2.78) และ(2.81) คือการใช้การกรองใน โดเมนความถี่ ส่วนสมการ (2.79) และ (2.84) คือ การใช้การกรองใน โดเมนของเวลา ถ้าข้อมูลถูกวัดใน โดเมนความถี่ โดยตรงก็จะใช้สมการ (2.78) และ(2.81) โดยอาศัยพื้นฐานจากตอนที่แล้ว ฟิเตอร์โปรเจกชัน แสดงได้เป็น

$$\bar{P}(p, \mu) = F_k^{-1} \{ S_p(k, \mu) H(k) \} \quad (2.83)$$

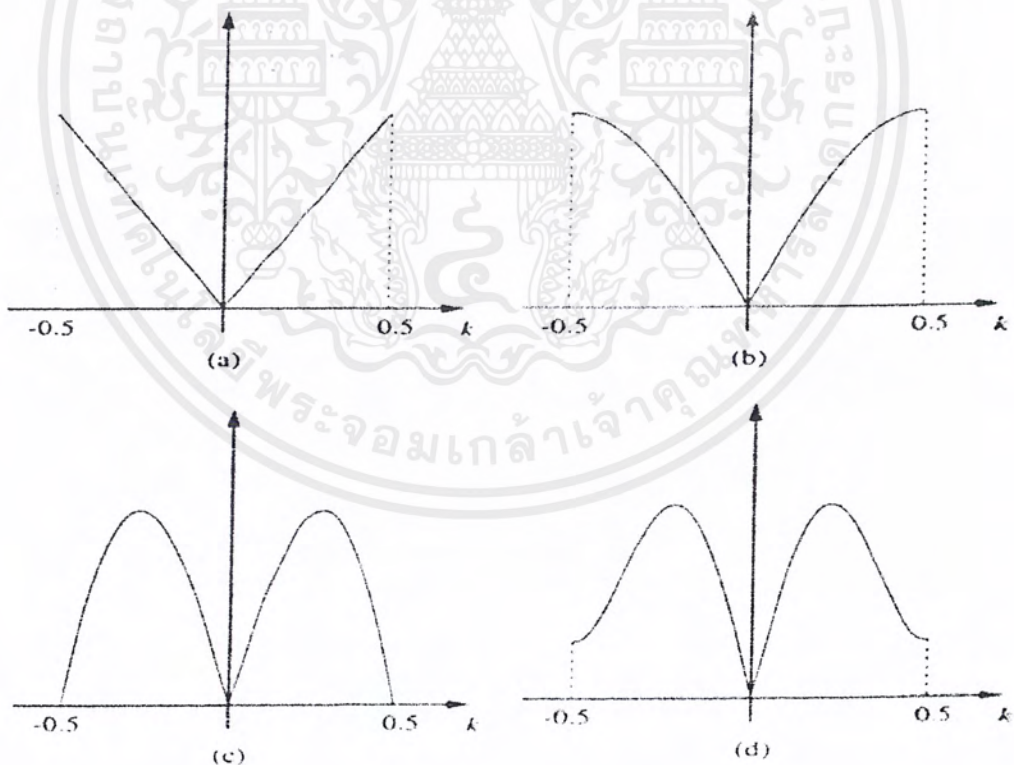
โดยที่  $H(k)$  คือ ฟังก์ชันฟิเตอร์ใน หนึ่งมิติ ในกรณีฟิเตอร์อุดมคติ เมื่อพิจารณาจากการแปลงเรดอนกลับ คือ

$$H(k) = |k| \quad (2.84)$$

ฟิเตอร์นี้จะขยายสัญญาณรวมความถี่สูง จึงต้องมีการใช้ฟังก์ชันฟิเตอร์ตัวอื่นในการประมาณ เราจะใช้ฟังก์ชันวินโดว์ในการกำจัดองค์ประกอบความถี่สูง  $|k|$  โดยที่  $W_k$  คือความถี่ที่ต้องการ ทำให้ได้ฟังก์ชัน “ $\Pi(k/W_k)$ ” หรือเรียกอีกอย่างว่า “ฟิเตอร์  $M$ ” และฟิเตอร์อื่นๆ อีกดังต่อไปนี้

- Ram-Lak filter :  $H(k) = |k| \Pi\left(\frac{k}{W_k}\right)$
- Shepp-Logan filter :  $H(k) = |k| \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi k}{W_k}\right) \Pi\left(\frac{k}{W_k}\right)$
- Low-pass cosine filter :  $H(k) = |k| \cos\left(\frac{\pi k}{W_k}\right) \Pi\left(\frac{k}{W_k}\right)$
- Generalized Hamming filter :  $H(k) = |k| \left[ 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi k}{W_k}\right) \right] \Pi\left(\frac{k}{W_k}\right)$

ดังแสดงในรูปที่ 2.15



รูปที่ 2.15 แสดงฟิลเตอร์ชนิดต่างๆ (a) Ram-Lak filter (b) Shepp-Logan filter

(c) Low-pass cosine filter (d) Generalized Hamming filter

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในมิติที่สูงกว่านี้ ฟังก์ชันฟิลเตอร์ ในอุดมคติที่ต้องการจะแตกต่างจาก ฟิลเตอร์  $|k|$  ยกตัวอย่างเช่น ในสามมิติจะได้

$$H(k) = k^2 \quad (2.85)$$

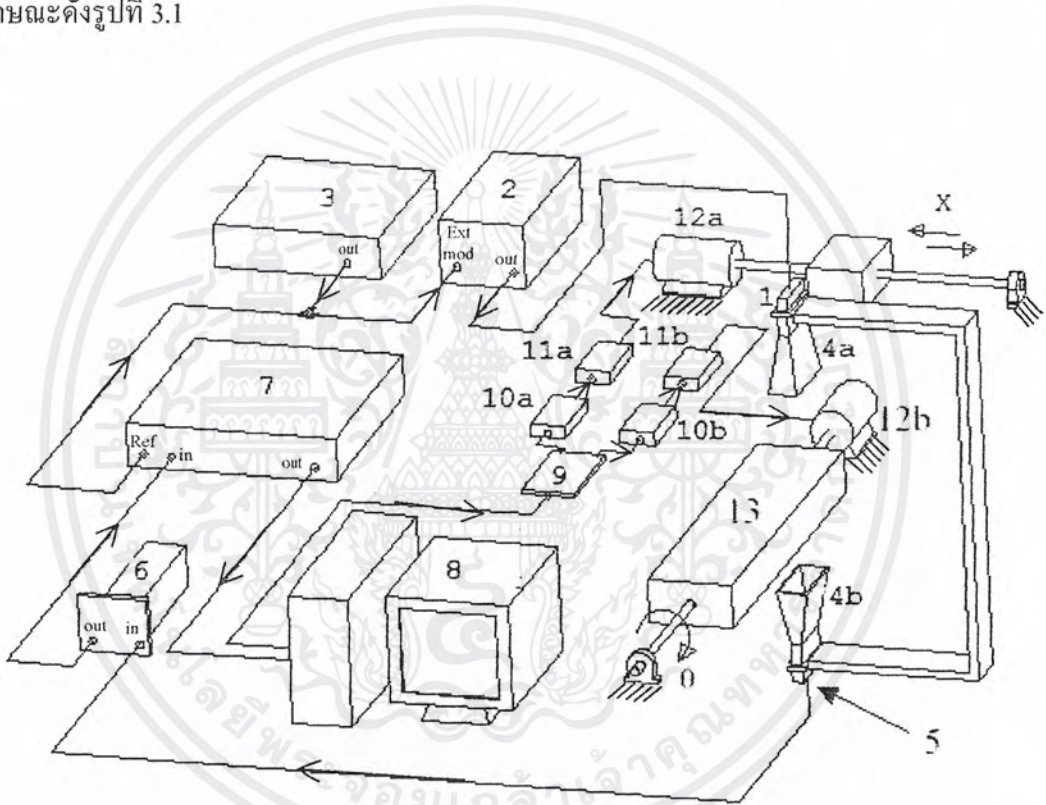
ฟิลเตอร์นี้สามารถปรับแต่งเพื่อลดความไวต่อสัญญาณรบกวนในทางเดียวกับในสองมิติของฟิลเตอร์  $|k|$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

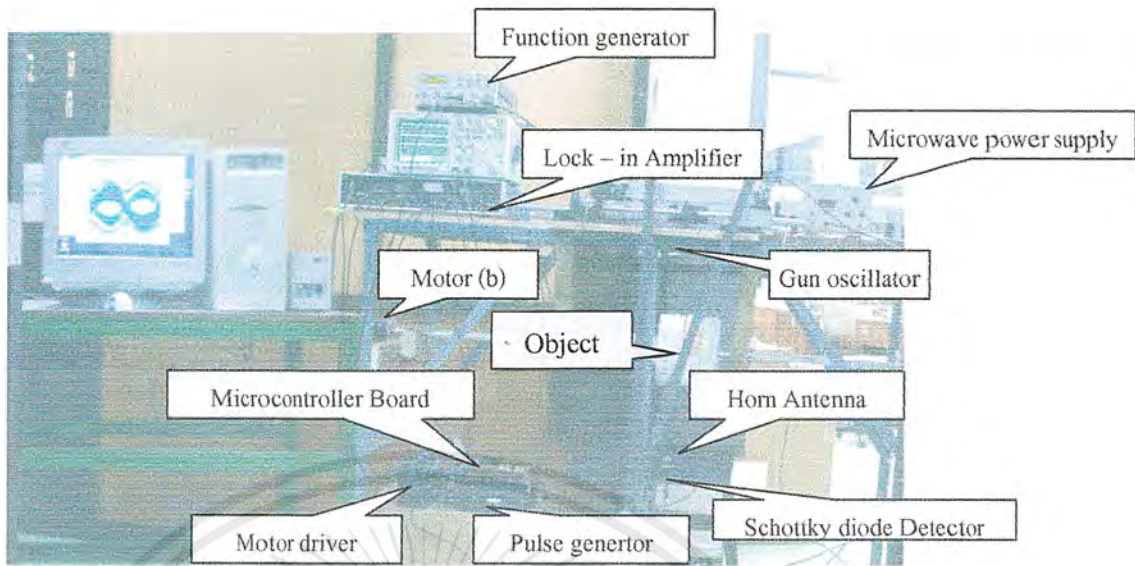
### บทที่ 3 ระบบของไมโครเวฟโทโมกราฟี

ระบบไมโครเวฟโทโมกราฟี ที่สร้างขึ้น เพื่อใช้ในการสร้างภาพ มิโครสร้าง และ  
ลักษณะดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1a โครงสร้างระบบไมโครเวฟโทโมกราฟี 1,Gunn Diode Oscillator (940v043/380 ai TRG Products); 2,Microwave power Supply (14T002 SPC Electronics Corp); 3,Function Generator (6MHz-Wobbelfunktionsgenerator 1006); 4,Horn Antenna; 5,Schottky Diode Detector(M2060 FXR); 6,EG&G 5002 Current Preamplifier; 7, EG&G 5210 Lock-in Amplifier; 8,Computer; 9,Microcontroller Board; 10,Pulse Generator SGG100S Vexta); 11,Motor Driver 5 Phase (UDK5114N Vexta); 12, PK566-NBC 5 Phase Vexta Stepping Motor ; 13, Object.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1b รูประบบไมโครเวฟโทโมกราฟี

ในการทำงานแบ่งออกได้เป็น 4 ส่วนหลัก ได้แก่ ส่วนไมโครเวฟ ส่วนขยายและแปลงสัญญาณ ส่วนกลไกเลื่อนตำแหน่ง และส่วนการประมวลผล



รูปที่ 3.2 โครงสร้างการทำงานของระบบไมโครเวฟโทโมกราฟี

### 3.1 ระบบไมโครเวฟ

สัญญาณไมโครเวฟที่จะนำมาใช้ในการสร้างภาพ จะเป็นสัญญาณจากแหล่งกำเนิดคลื่นแบบกัมมันต์ไดโอด(1) (ai TRG PRODUCTS, 940V/385) ที่ความถี่ 60 กิโลเฮิร์ตซ์ ทำงานด้วยการไบอัสแรงดันที่ 3.8 โวลต์ และทำการมอดูเลตสัญญาณความถี่ต่ำ 1.5 กิโลเฮิร์ตซ์ จากเครื่องกำเนิดความถี่(3) ที่แหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าของกัมมันต์ไดโอด(2) (SPC ELECTRONICS, 14T002) สัญญาณที่ถูกมอดูเลตจะส่งผ่านตัวส่งคลื่นแบบสายอากาศฮอร์น(4a) ทะลุผ่านวัตถุไปยังตัวรับคลื่นซึ่งเป็นแบบสายอากาศฮอร์น(4b) ที่อยู่ด้านตรงกันข้าม แหล่งกำเนิดคลื่นแบบกัมมันต์ไดโอดที่ใช้นี้มีกำลังส่ง 18.3 dbm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2 ระบบขยายและแปลงสัญญาณ

ตัวรับคลื่นจะต่อกับตัวตรวจวัดคลื่นแบบซ็อคกี้ไค โอค(5) (FXR, M2060) ซึ่งจะทำการแปลงขนาดสัญญาณคลื่นที่ได้เป็นไฟกระแสตรง ทำการขยายสัญญาณที่ได้จากตัวตรวจวัดคลื่นด้วยเครื่องขยายสัญญาณขั้นต้น(6) (5002 Current Preamplifier EG&G BROOKDEAL) แล้วทำการเลือกขยายสัญญาณตามความถี่ที่มอดูเลต โดยเครื่องขยายสัญญาณแบบบล็อกอิน(7) (EG&G Princeton Applied Research., 5210) จากนั้นอ่านค่าโดยใช้การ์ด GPIB (Hewlett Packard., E2078A/82350A) สัญญาณจากเครื่องขยายสัญญาณแบบบล็อกอินประกอบด้วย 2 สัญญาณ ได้แก่ ค่าของสัญญาณที่มีเฟสตรงกับสัญญาณอ้างอิง และสัญญาณที่มีเฟสต่างสัญญาณอ้างอิงไป 90 องศา ดังนั้นขนาดของสัญญาณที่จะนำไปใช้ จะต้องเป็นค่าที่ได้จากรากที่สองของผลรวมของค่าสัญญาณแต่ละค่ายกกำลังสอง

### 3.3 ระบบกลไกเลื่อนตำแหน่ง

ระบบกลไกเลื่อนตำแหน่ง ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1. ชุดเลื่อนตำแหน่งตัวส่งและตัวรับคลื่น ประกอบไปด้วยตัวรับ(4a) และส่งคลื่น(4b), บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์(9), พัลส์เจนเนอเรเตอร์(10a, 10b), มอเตอร์ไครเวอร์ (11a, 11b), สเต็ปมอเตอร์ 5 เฟส (12a, 12b) และแท่นสแกน

รายละเอียดของมอเตอร์

ความละเอียดของมอเตอร์	0.72 องศาต่อสเต็ป
กระแสที่ใช้	1.4 แอมแปร์

รายละเอียดของแท่นสแกน

ความละเอียดของแท่นสแกน	5 มิลลิเมตร
ช่วงระยะในการสแกนสูงสุด	0 – 25.5 เซนติเมตร

2. ชุดหมุนวัตถุ ประกอบไปด้วย ตัวยึควัตถุ, แกนหมุนและที่ยึด, บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์, พัลส์เจนเนอเรเตอร์ มอเตอร์ไครเวอร์ และสเต็ปมอเตอร์ 5 เฟส

รายละเอียดของมอเตอร์

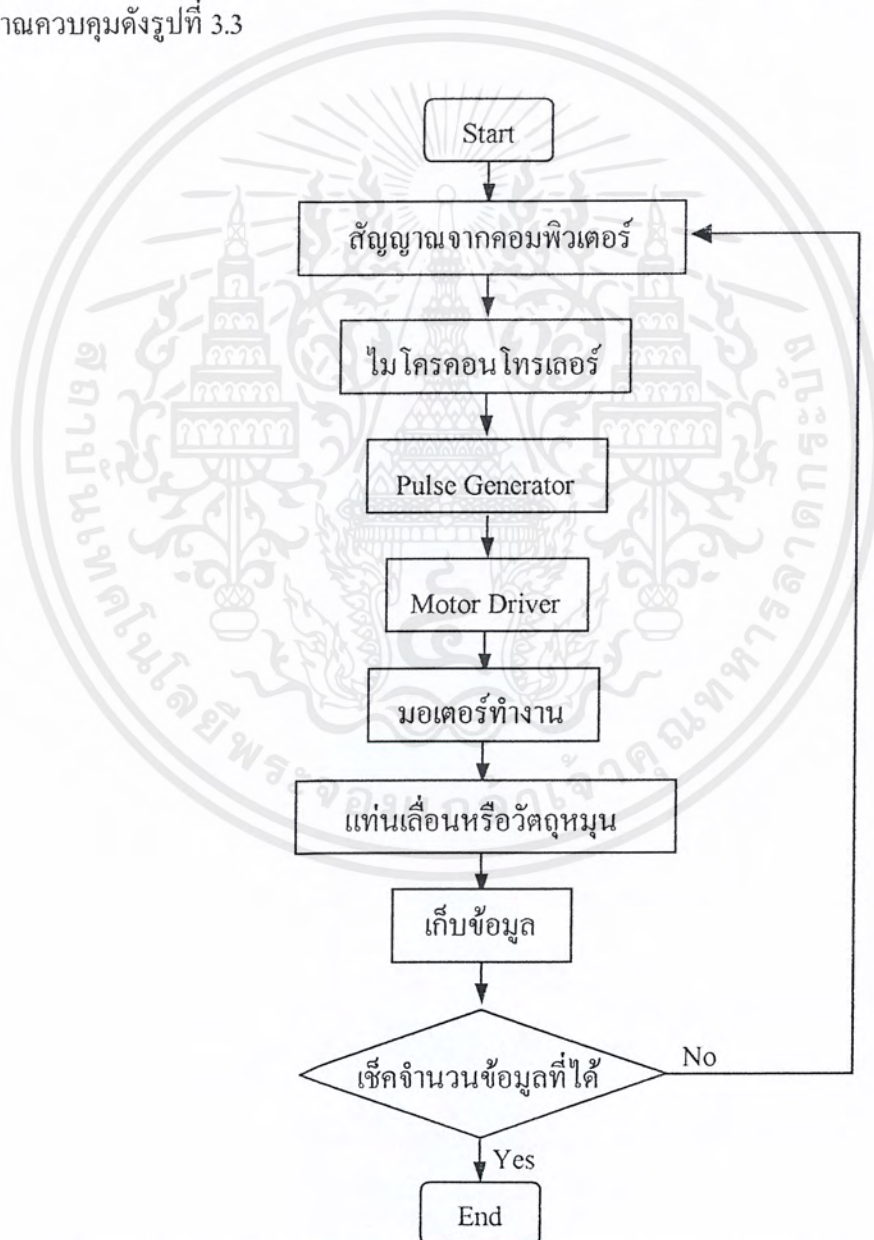
ความละเอียดของมอเตอร์	0.72 องศาต่อสเต็ป
กระแสที่ใช้	1.4 แอมแปร์

รายละเอียดของแกนหมุน

ความละเอียดของการหมุน	11.25 องศา
ช่วงระยะในการสแกนสูงสุด	0 – 360 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

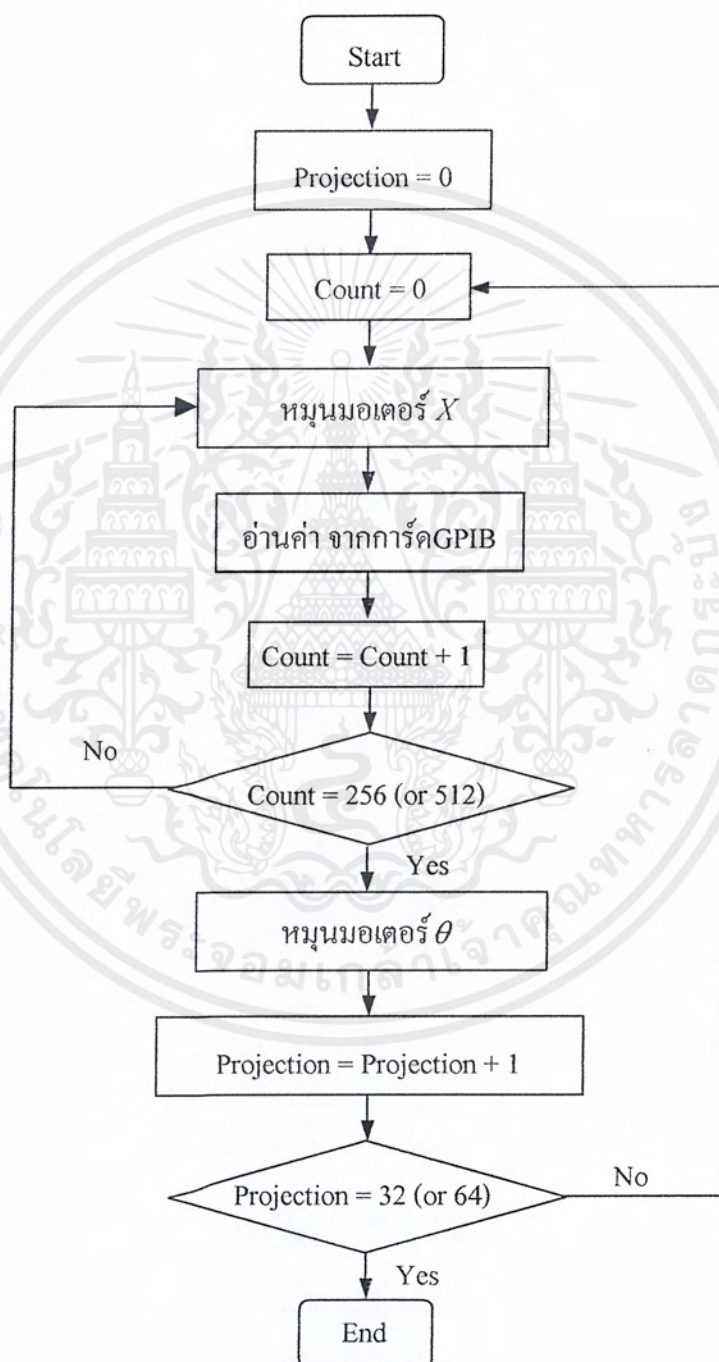
ในการควบคุมส่วนกลไกเลื่อนตำแหน่งนี้ เราทำการควบคุมสเต็ปมอเตอร์ทั้ง 2 ชุด โดยใช้บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ AT89C52 (9) ซึ่งรับสัญญาณจากคอมพิวเตอร์ผ่านพอร์ตอนุกรมที่ใช้ RS-232 ไมโครคอนโทรลเลอร์ส่งสัญญาณควบคุมไปยัง พัลส์เจเนอเรเตอร์ (10a, 10b) ให้ส่งพัลส์ไปยังมอเตอร์ไดรเวอร์ (11a, 11b) (Motor Driver) ของมอเตอร์แต่ละตัว ให้ส่งกระแสเพื่อให้อมอเตอร์ทำงาน ทำให้เกิดการเลื่อนของแท่นสแกนและการหมุนของวัตถุ โดยจะมีโปรแกรมในการควบคุมการส่งสัญญาณจากคอมพิวเตอร์และการอ่านค่าเก็บสัญญาณ ซึ่งมีลำดับการส่งสัญญาณควบคุมดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 โฟลวชาร์ตแสดงลำดับการส่งสัญญาณควบคุมการทำงานของมอเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเก็บข้อมูลจะทำการเก็บข้อมูลตามตำแหน่งในแนว  $X$  จำนวน 256 หรือ 512 ตำแหน่ง ในระยะ 25.5 เซนติเมตร ระยะห่างระหว่างตำแหน่งเป็น 0.05 เซนติเมตรและทำการเก็บข้อมูลทั้งหมด 32 หรือ 64 โปรเจกชัน ตามแนวแกน  $\theta$  ใน 360 องศา โดยมีลำดับในการเก็บข้อมูลเป็นดังรูปที่ 3.4

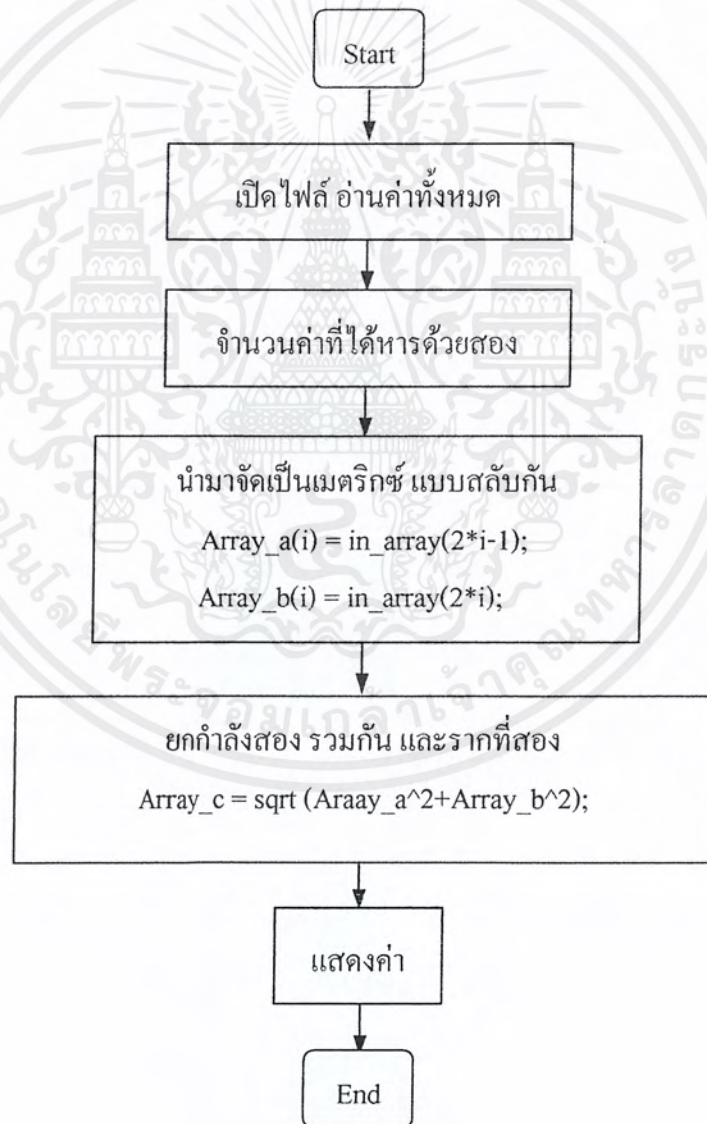


รูปที่ 3.4 โฟลวชาร์ตแสดงขั้นตอนในการเก็บข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4 ส่วนประมวลผล

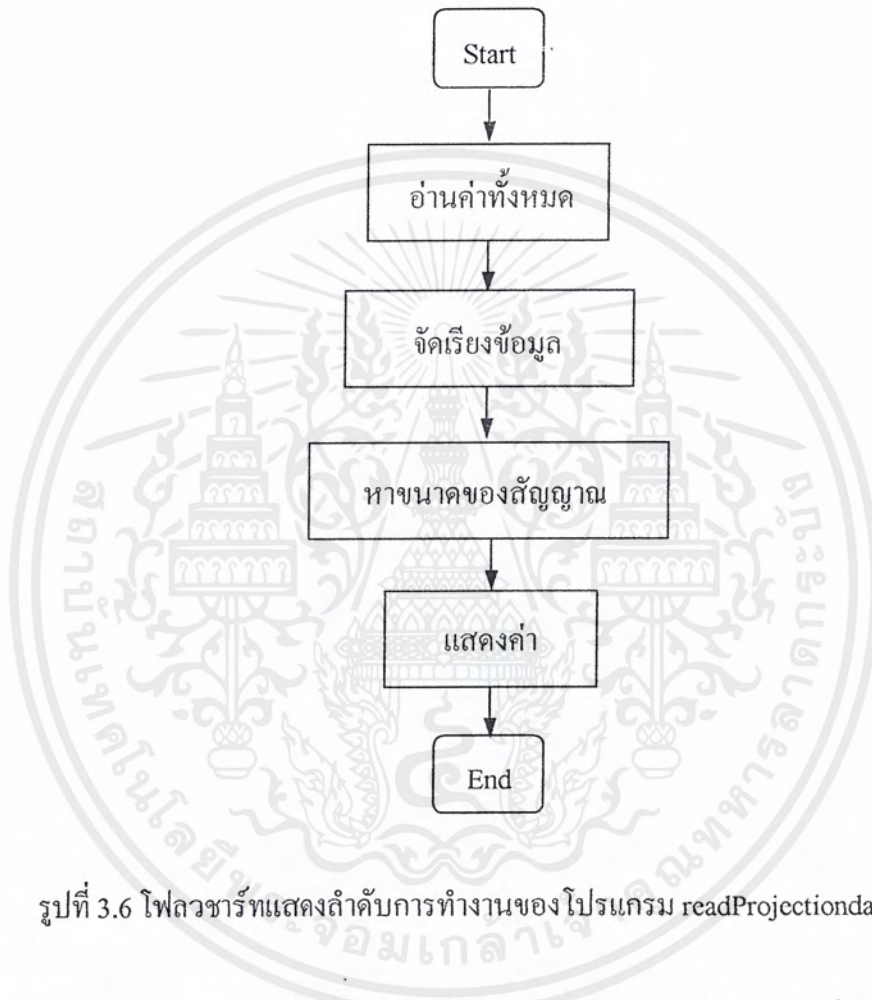
สัญญาณที่ได้จากส่วนสแกนจะส่งมายังส่วนประมวลผลโดยผ่านทางการ์ด GPIB ของคอมพิวเตอร์ ลักษณะข้อมูลที่ี้จะจัดเก็บเป็นเทกซ์ไฟล์ ที่มีการเรียงข้อมูลเป็นคอลัมน์ ข้อมูลที่ได้ประกอบด้วยข้อมูลที่ี้ได้จากทั้งสองช่องสัญญาณขาออกของเครื่องขยายสัญญาณแบบล็อก-อิน โดยข้อมูลจากช่องสัญญาณแรกจะอยู่ก่อน ตามด้วยข้อมูลจากช่องสัญญาณที่สองสลับกันไป ดังนั้นในการอ่านข้อมูลจะแยกอ่าน โดยเก็บในรูปของเมตริกซ์สองชุด และนำข้อมูลที่ี้มาทำการขนาดของสัญญาณ โดยยกกำลังสอง และรวมกัน แล้วหารากที่สอง ผลที่ได้จะอยู่ในรูปของเมตริกซ์เช่นกัน ซึ่งโปรแกรมที่เป็นตัวดำเนินการนี้คือ readdata2.m สามารถแสดงขั้นตอนได้เป็นดังนี้



รูปที่ 3.5 โฟลวชาร์ทแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม readdata2.m

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรม `readProjectiondata.m` เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อจัดเรียงข้อมูล ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ข้อมูล โปรเจกชันต่างๆ โดยที่แถวของเมตริกซ์แทนข้อมูล โปรเจกชันที่ตำแหน่งต่างๆ และคอลัมน์แทนมุม โปรเจกชันต่างๆ



รูปที่ 3.6 โฟลวชาร์ตแสดงลำดับการทำงานของโปรแกรม `readProjectiondata.m`

ในการสร้างภาพเราจะนำข้อมูลขนาดของสัญญาณ ในแต่ละคอลัมน์ของเมตริกซ์ของข้อมูล โปรเจกชัน มาทำการแปลงฟูเรียร์ โดยใช้ฟังก์ชัน `fft()` ในโปรแกรมเมทเดียบ

$$\text{fft}(\text{Pt}(:, i));$$

`fft` คือ อัลกอริทึมฟูเรียร์ทรานซ์ฟอร์ม ในที่นี้เมตริกของ `Pt` คือ โปรเจกชัน และ `i` คือ ข้อมูลอาร์เรย์ที่มุม `i` โดยข้อมูลที่ได้จะอยู่ในโดเมนความถี่ ซึ่งสามารถนำมาคูณฟังก์ชัน

ฟิลเตอร์ต่าง ๆ ได้ เพื่อกำจัดองค์ประกอบความถี่สูงออกไป รูปแบบของฟังก์ชันฟิลเตอร์ต่าง ๆ ดังที่อธิบายไว้ในบทที่ 2 โดยใช้คำสั่ง

```
filt IMG = IMG.* filt' ;
```

ในกระบวนการอินเทอร์พอลที่อยู่ในโพลาร์ ให้อยู่ในรูปแบบเรกเทกูลาร์ นั้น เราใช้ฟังก์ชัน `round()` ในการประมาณค่าที่ใกล้ที่สุด

```
round (midindex + xpr * sin (theta (i)) - ypr * cos (theta(i))) ;
```

จากนั้นก็ทำการแบคโปรเจกชัน

```
BackIa = Sw (newFiltIndex (:),i);
```

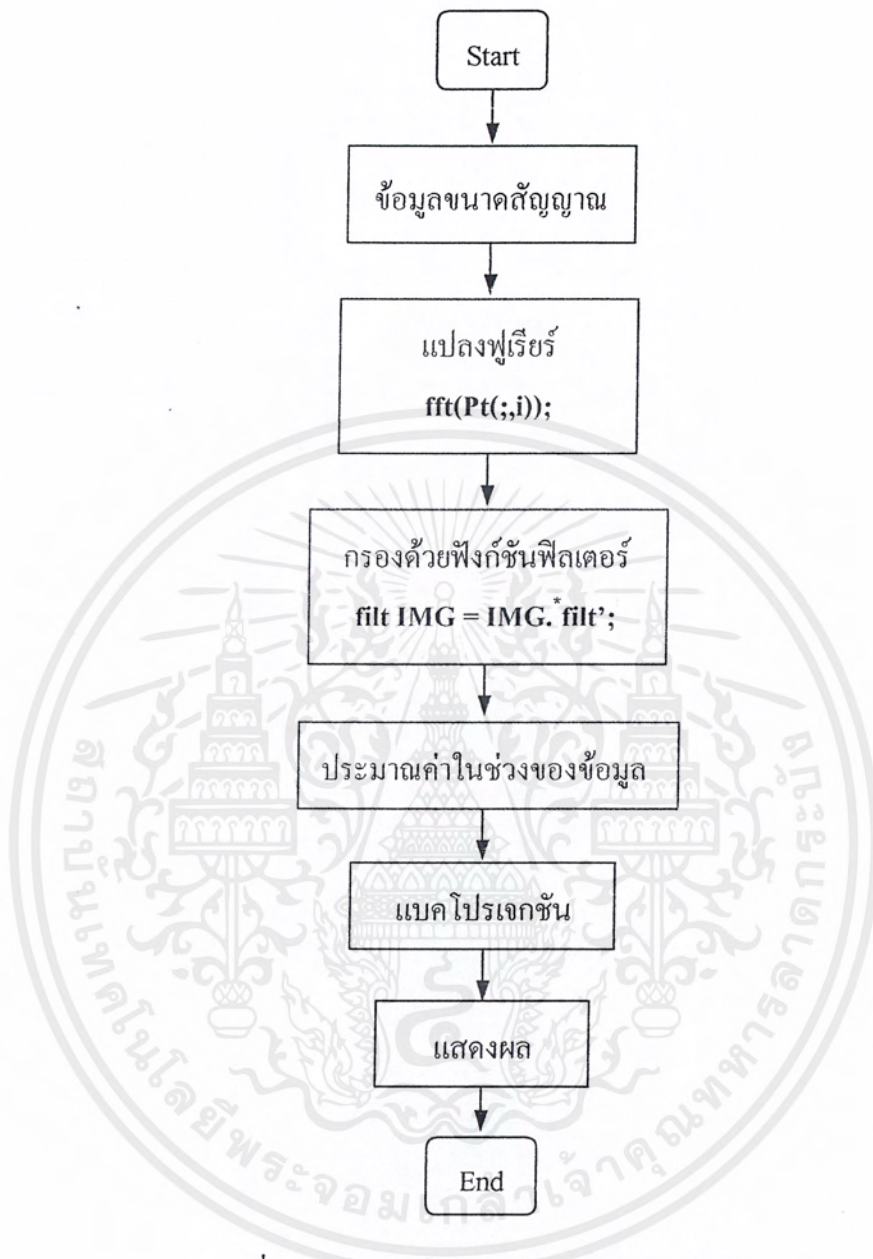
```
BackI = BackI + BackIa ;
```

`BackI` จะเป็นเมตริกของรูปภาพที่ทำการแบคโปรเจกชัน ซึ่งจะนำมาสเกลค่ามุม ตามสมการ (2.67)

```
BackI = BackI./nangle ;
```

ที่ `nangle` คือจำนวนมุมที่ทำการโปรเจกชัน

โดยโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการสร้างภาพในที่นี้ คือ `tomography.m` ซึ่งสามารถลำดับการดำเนินการได้ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 โฟลวชาร์ตแสดงลำดับการสร้างภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### การทดลองและผลการทดลอง

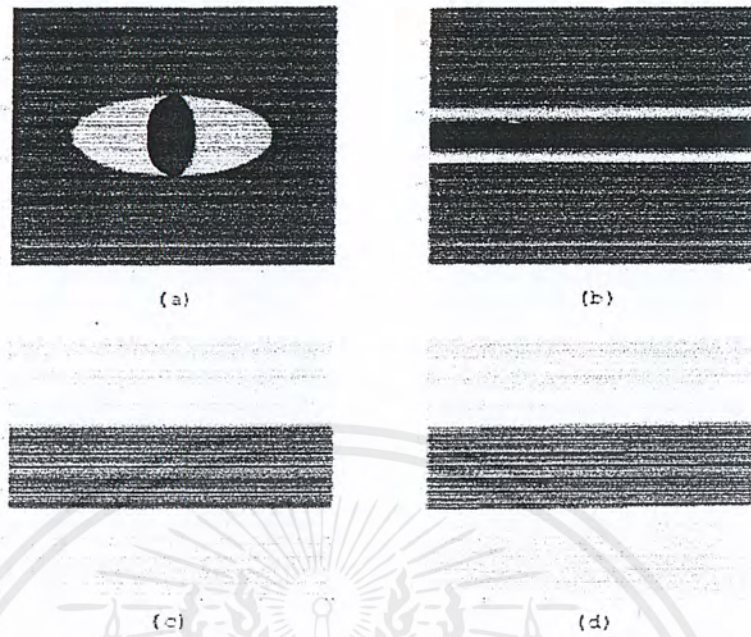
ในโครงการพิเศษนี้ ได้มีการออกแบบ และสร้างระบบการทำงานของไมโครเวฟ โทโมกราฟี เพื่อทำการเก็บและวิเคราะห์ข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการประมวลผลสร้างภาพ โดยระบบการเก็บข้อมูลที่ทำขึ้น ประกอบด้วยแหล่งกำเนิดคลื่นไมโครเวฟแบบกัมมันต์ไดโอดที่มีความถี่ 60 กิกะเฮิร์ตซ์ สายอากาศแบบฮอร์น ตัวตรวจวัดสัญญาณ ชุดเลื่อนตัวตรวจวัด และชุดหมุนวัตถุที่ใช้สแตมป์มอเตอร์ ซึ่งควบคุมการทำงานโดยไมโครคอนโทรลเลอร์ ที่รับสัญญาณจากคอมพิวเตอร์ ผ่านพอร์ตอนุกรม แล้วทำการเก็บข้อมูลและประมวลผลด้วยโปรแกรมแมทแล็บ

การทดลองแบ่งออกเป็น 2 ส่วนด้วย คือ การทดสอบโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพ และการสร้างภาพจากวัตถุจริง

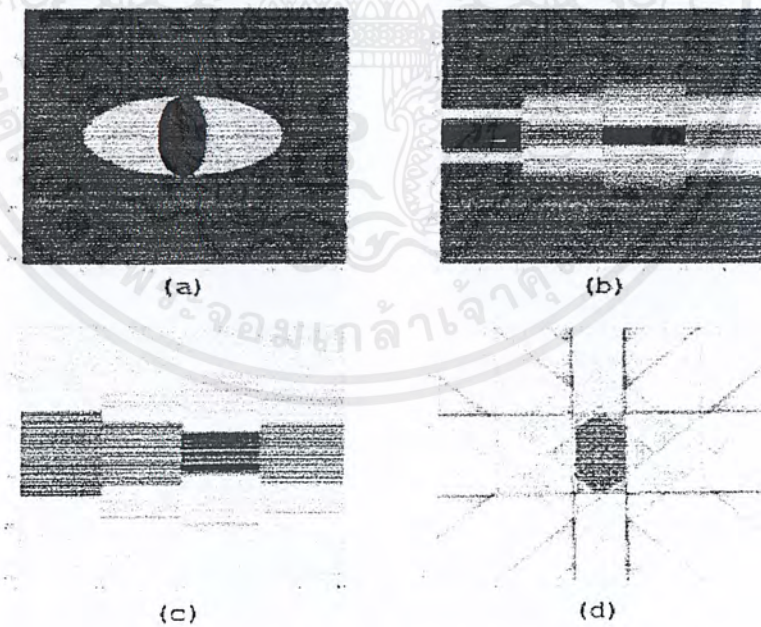
#### 4.1 การทดสอบโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพ

ในส่วนนี้จะดำเนินการโดยการสร้างแบบจำลองของวัตถุขึ้นมา ในรูปของเมตริกซ์จตุรัสมิติ  $N \times N$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันแทนสัมประสิทธิ์การดูดกลืนคลื่นของวัตถุ การอินทิเกรตหาข้อมูลโปรเจกชัน สามารถทำได้โดย การรวมสัมประสิทธิ์เหล่านี้เข้าด้วยกันตลอดคอดัมน์หรือตลอดแถว แล้วแต่ทิศทางการโปรเจกชัน ในการหมุนวัตถุเราใช้ฟังก์ชันอิมโรเทต (imrotate) ที่อยู่ในโปรแกรมแมทแล็บ เพื่อหมุนภาพให้อยู่ในมุมต่างๆ ข้อมูลในการอินทิเกรตแต่ละมุมที่ได้ เมื่อรวมกันจะเป็นเมตริกซ์ขนาด  $N \times nangle$  โดยที่  $nangle$  คือ จำนวนมุมของการโปรเจกชัน เมตริกซ์นี้คือข้อมูลโปรเจกชัน หลังจากที่ได้ข้อมูลโปรเจกชันแล้ว จะทำการแบคโปรเจกชัน เพื่อเป็นการสร้างภาพขึ้นมา

โดยทำการเปรียบเทียบภาพที่ได้จากการเก็บข้อมูลในจำนวนโปรเจกชันที่ต่างกัน ไป เพื่อดูความชัดเจนของภาพที่ต่างกัน และเพื่อใช้ในการดูแนวโน้มความน่าจะเป็นและรูปแบบของข้อมูลที่ได้จากการสร้างภาพจากวัตถุจริง ตัวอย่างผลการทดสอบ โปรแกรมแสดงดังรูปที่ 4.1 – 4.9

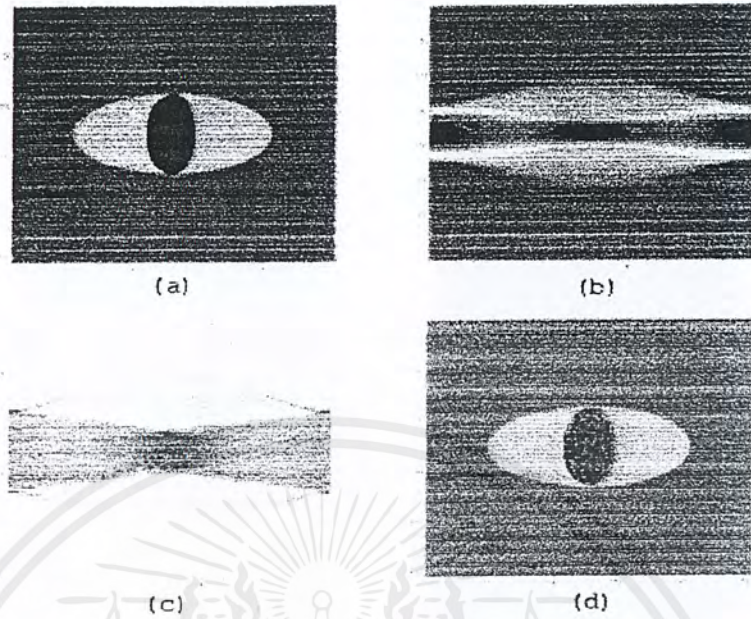


รูปที่ 4.1 แบบจำลองแบบที่ 1 (1 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) ฟิวเตอร์โปรเจกชัน (d) แแบคโปรเจกชัน

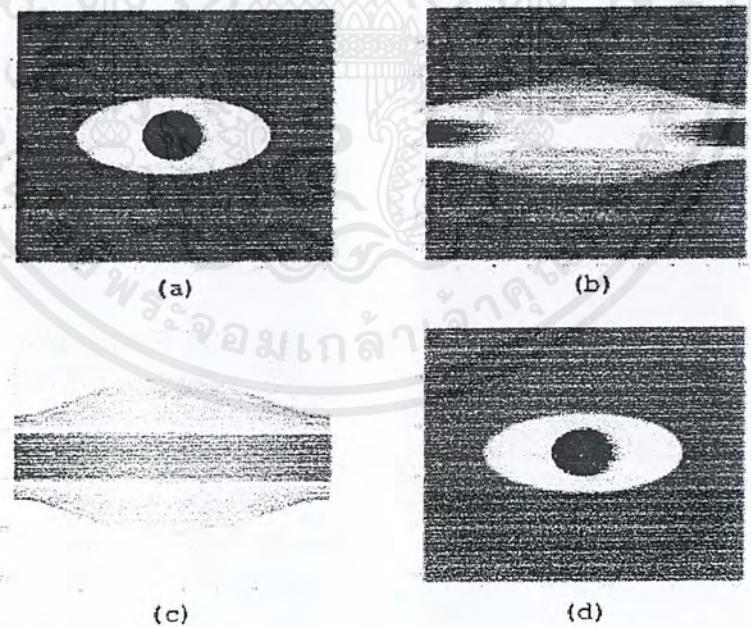


รูปที่ 4.2 แบบจำลองแบบที่ 2 (4 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) ฟิวเตอร์โปรเจกชัน (d) แแบคโปรเจกชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

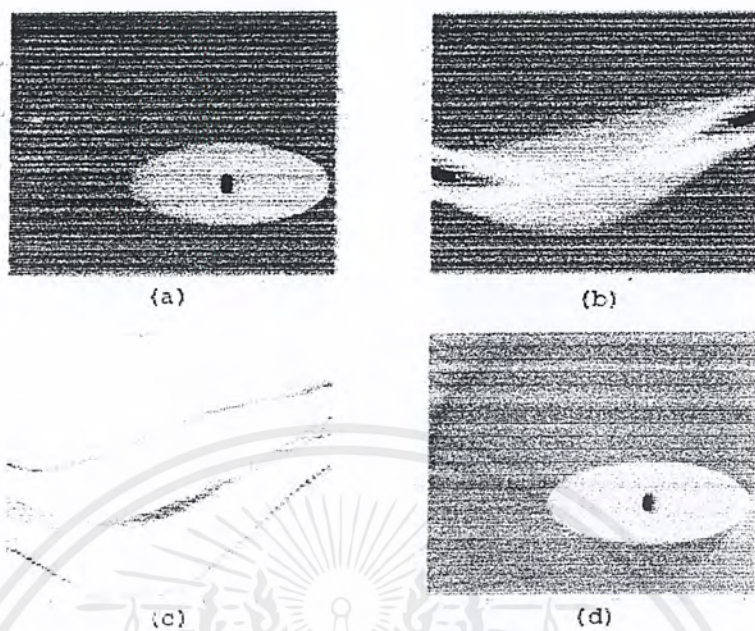


รูปที่ 4.3 แบบจำลองแบบที่ 3 (64 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) ฟิเตอร์โปรเจกชัน (d) แแบคโปรเจกชัน

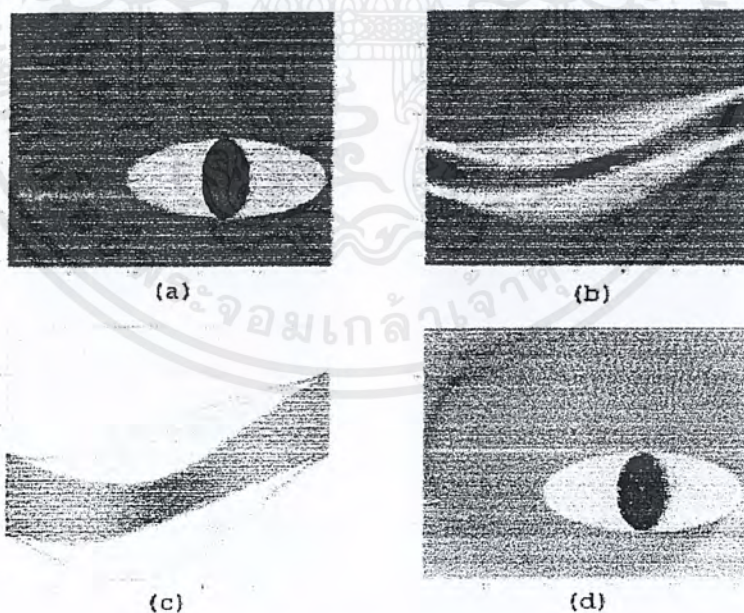


รูปที่ 4.4 แบบจำลองแบบที่ 4 (180 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) ฟิเตอร์โปรเจกชัน (d) แแบคโปรเจกชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

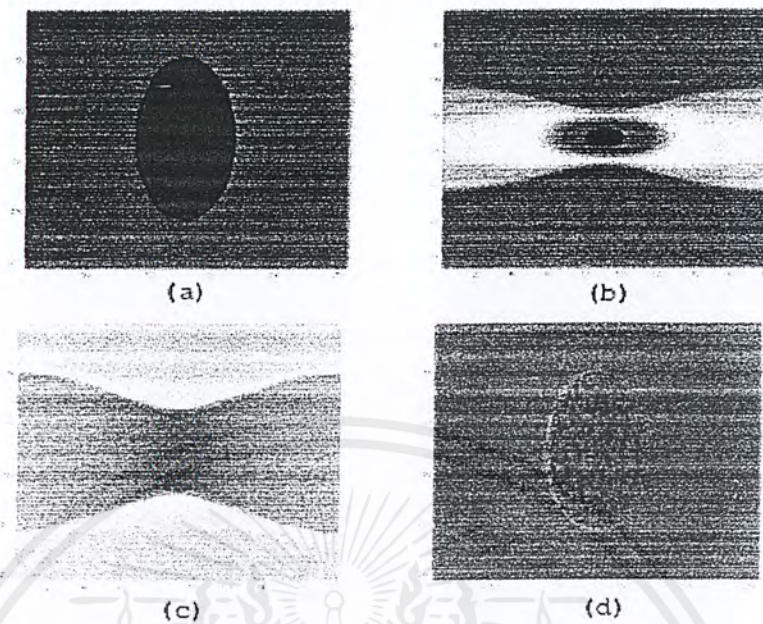


รูปที่ 4.5 แบบจำลองแบบที่ 5 (64 โพรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โพรเจกชัน (c) ฟิวเตอร์โพรเจกชัน (d) แมคโพรเจกชัน

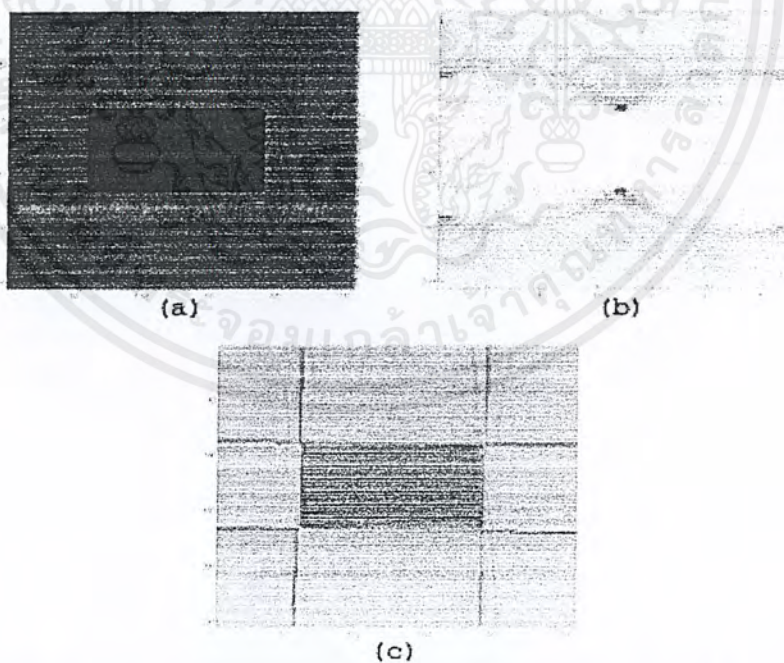


รูปที่ 4.6 แบบจำลองแบบที่ 6 (64 โพรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โพรเจกชัน (c) ฟิวเตอร์โพรเจกชัน (d) แมคโพรเจกชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

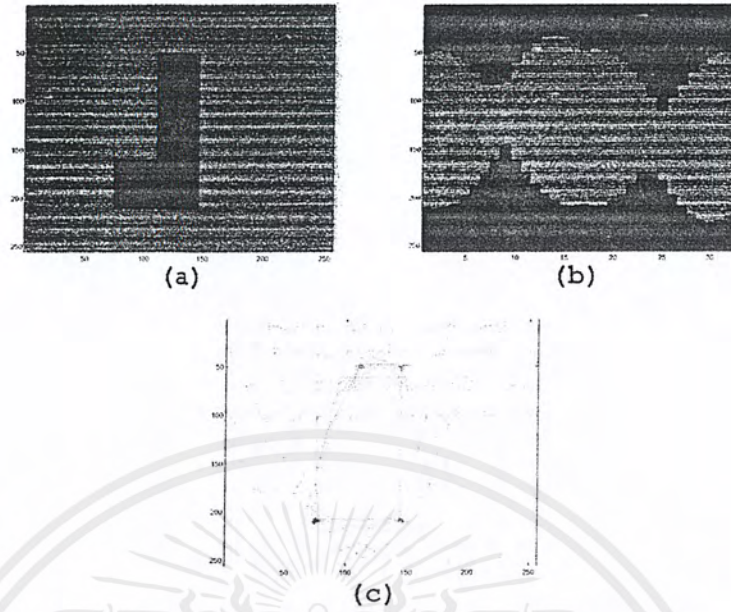


รูปที่ 4.7 แบบจำลองแบบที่ 7 (180 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) ฟิวเจอร์โปรเจกชัน (d) แคมโปรเจกชัน



รูปที่ 4.8 แบบจำลองแบบที่ 8 (32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) แคมโปรเจกชัน

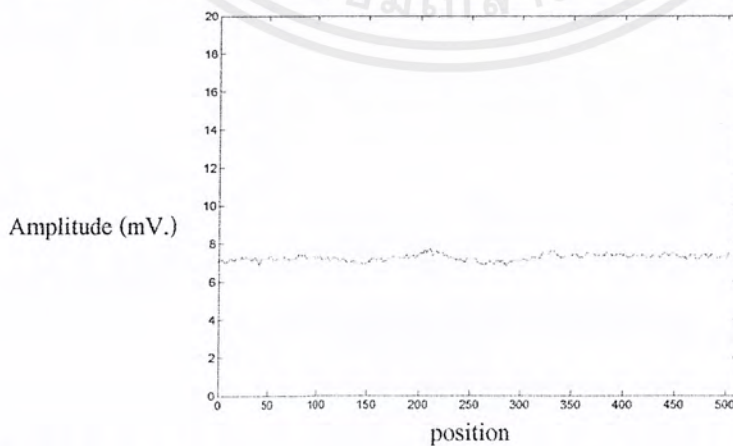
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 แบบจำลองแบบที่ 9 (32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง) (a) รูปต้นแบบ  
(b) โปรเจกชัน (c) แบคโปรเจกชัน

#### 4.2 การสร้างภาพจากวัตถุจริง

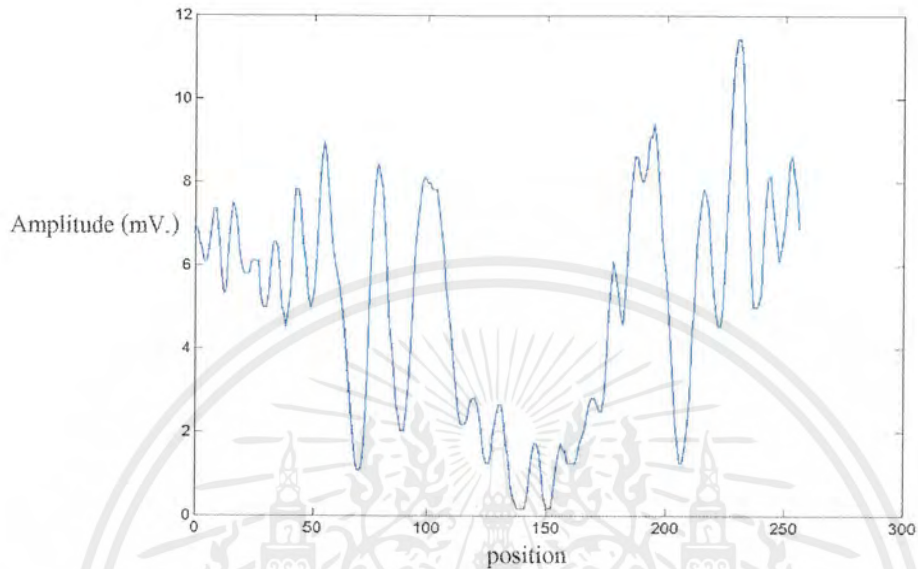
เราทำการสร้างภาพโดยใช้วัตถุต่าง ๆ เพื่อทดสอบระบบไมโครเวฟโทโมกราฟีที่สร้างขึ้นที่ความถี่ 60 กิกะเฮิรตซ์ และเปรียบเทียบภาพที่สร้างขึ้นจากวัตถุที่มีรูปแบบต่าง ๆ เพื่อแยกชนิดของวัตถุ โดยเมื่อทำการวัดขนาดของสัญญาณ ในขณะที่ไม่มีวัตถุ เราพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดที่วัดได้กับตำแหน่งที่ทำการวัด (256 หรือ 512 ตำแหน่ง ในระยะ 25.5 เซนติเมตร) เป็นดังรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดของสัญญาณกับตำแหน่งที่ทำการวัด ขณะไม่มีวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

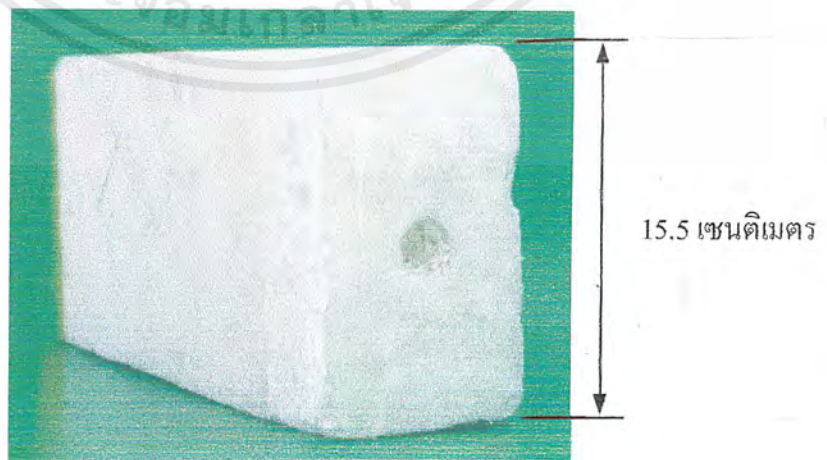
ขนาดของสัญญาณเมื่อเทียบกับตำแหน่ง เมื่อทำการเก็บข้อมูลใน 1 โปรเจกชัน ขณะที่มีวัตถุ มีลักษณะเป็นดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 ขนาดของสัญญาณใน 1 โปรเจกชัน ขณะที่มีวัตถุ

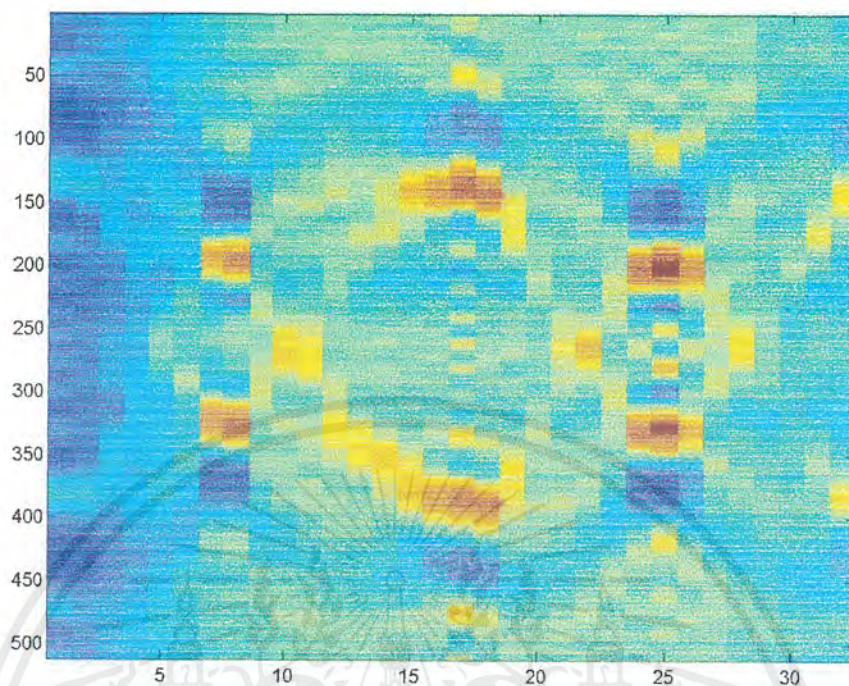
ตัวอย่างการสร้างภาพจากวัตถุจริง โดยใช้วัตถุต่างๆ แสดงดังรูปที่ 4.12 – 4.32

#### 1. โฟมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า

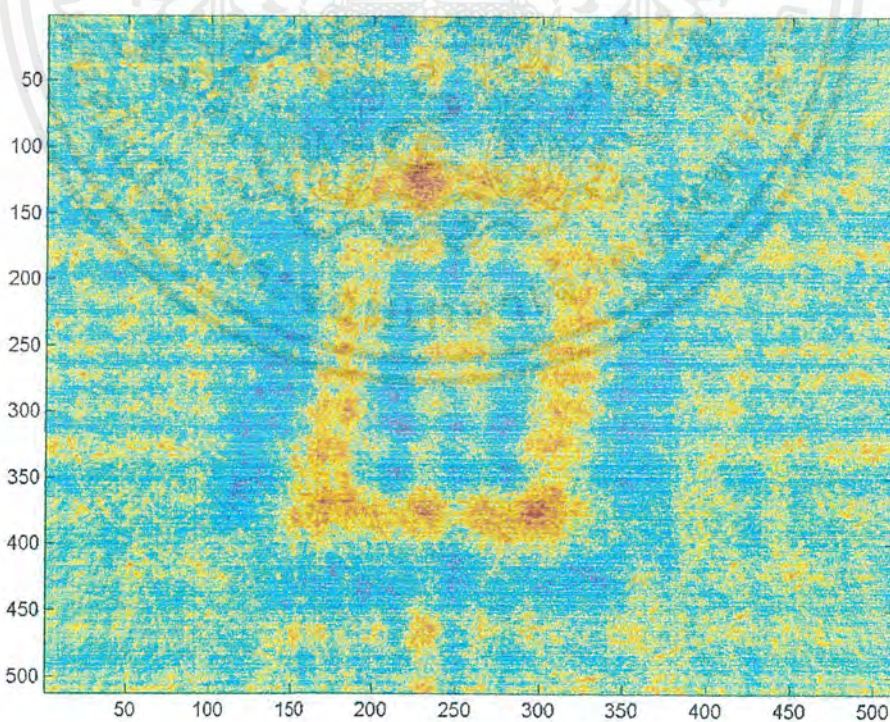


รูปที่ 4.12 โฟมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



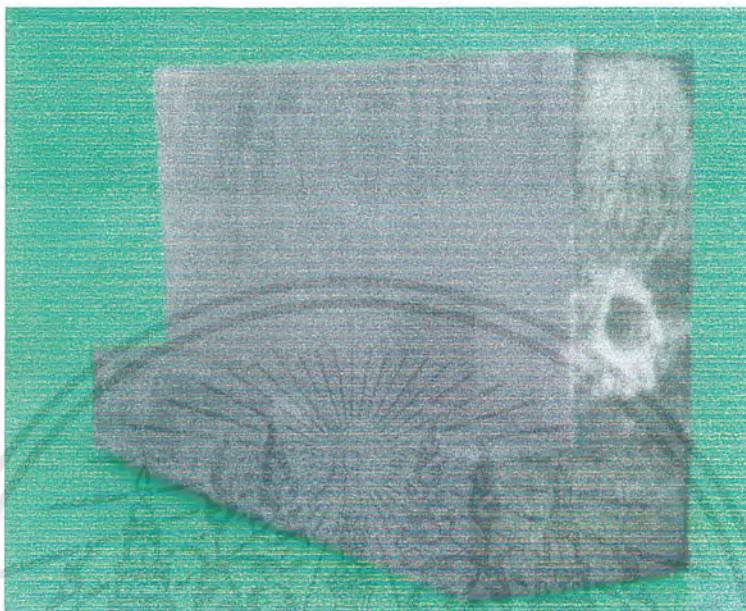
รูปที่ 4.13 โปรเจกชันของโคมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า (32 โปรเจกชัน, 512 ตำแหน่ง)



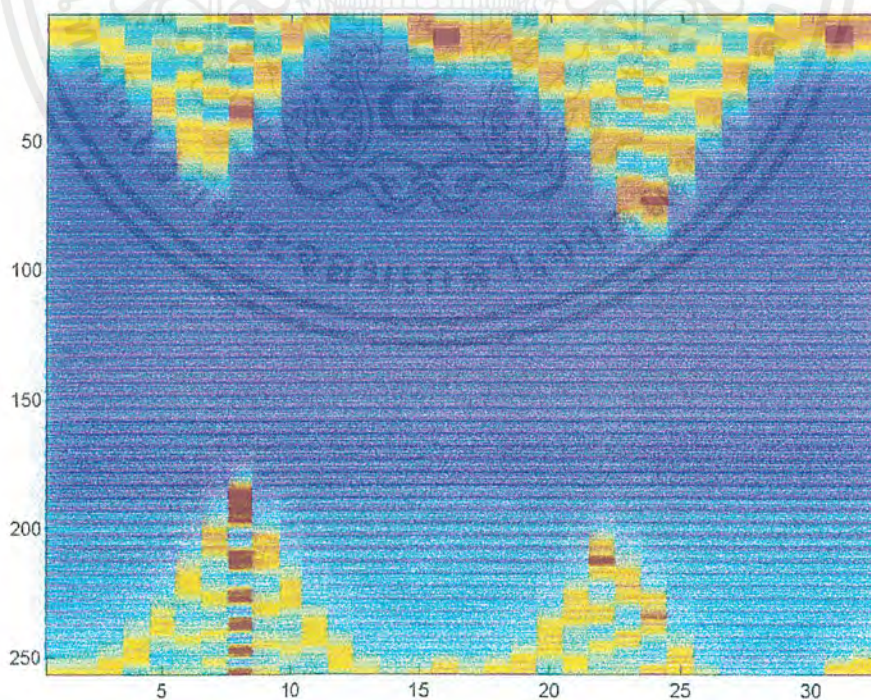
รูปที่ 4.14 แบนโปรเจกชันของโคมทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า (32 โปรเจกชัน, 512 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2. โฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล

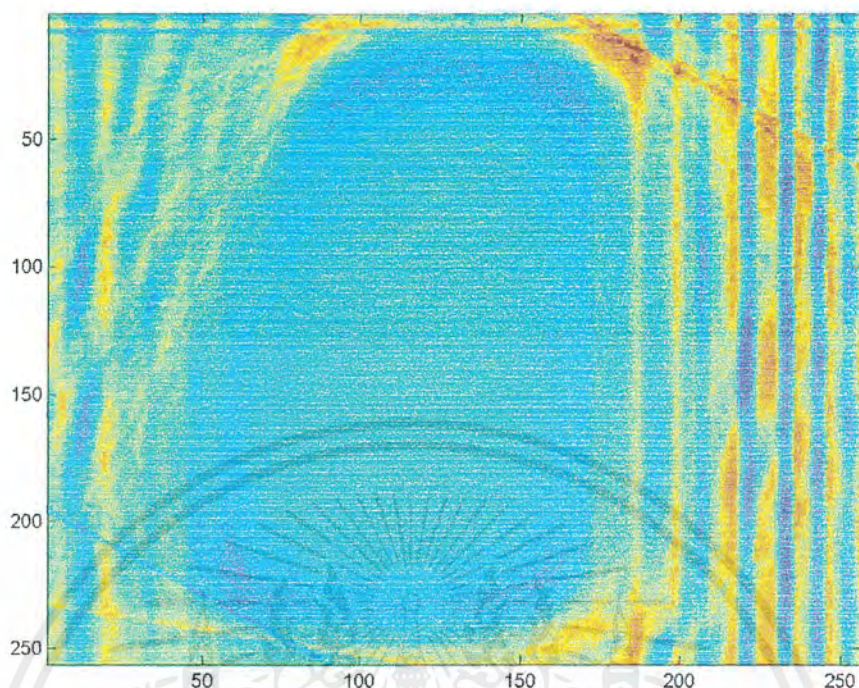


รูปที่ 4.15 โฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล



รูปที่ 4.16 โปรเจกชันของโฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล (32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



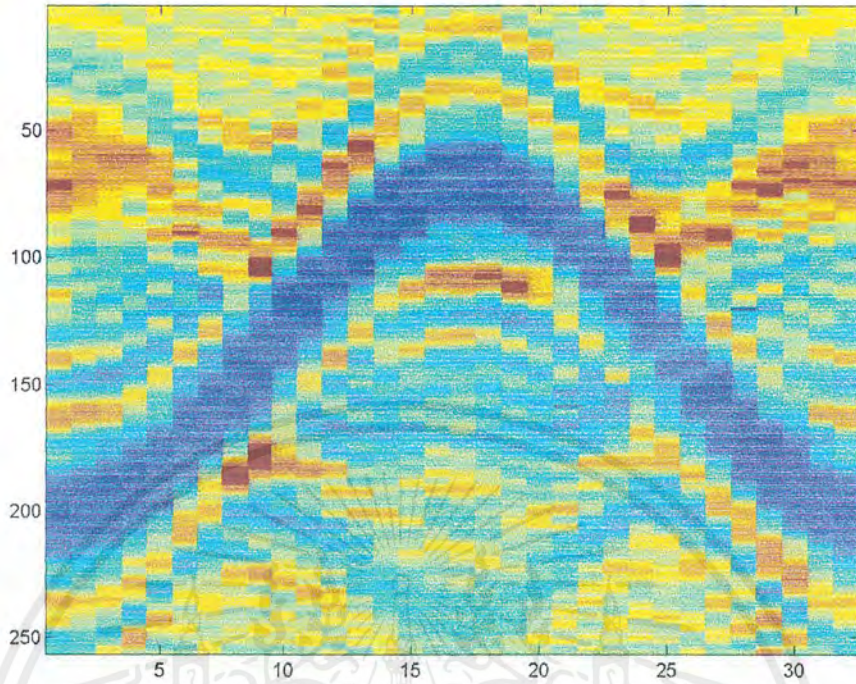
รูปที่ 4.17 แบบคโปรเจกชันของ โฟมเคลือบคาร์บอนรูปทรงตัวแอล (32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

### 3. โฟมทรงกรงบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน

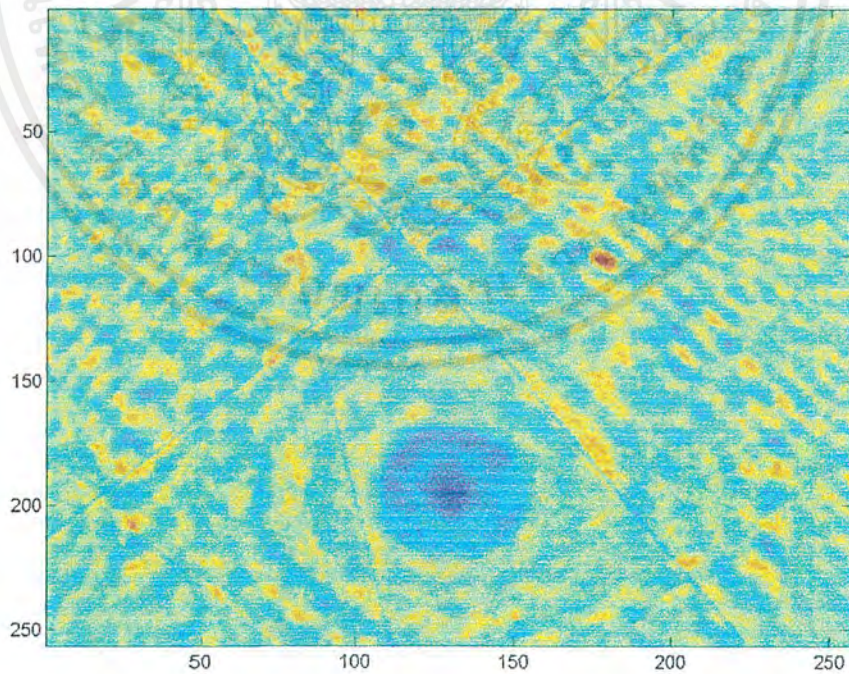


รูปที่ 4.18 โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 1 แท่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.19 โพรเจกชันของไฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แก๊สคาร์บอน 1 แก๊ส  
(32 โพรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)



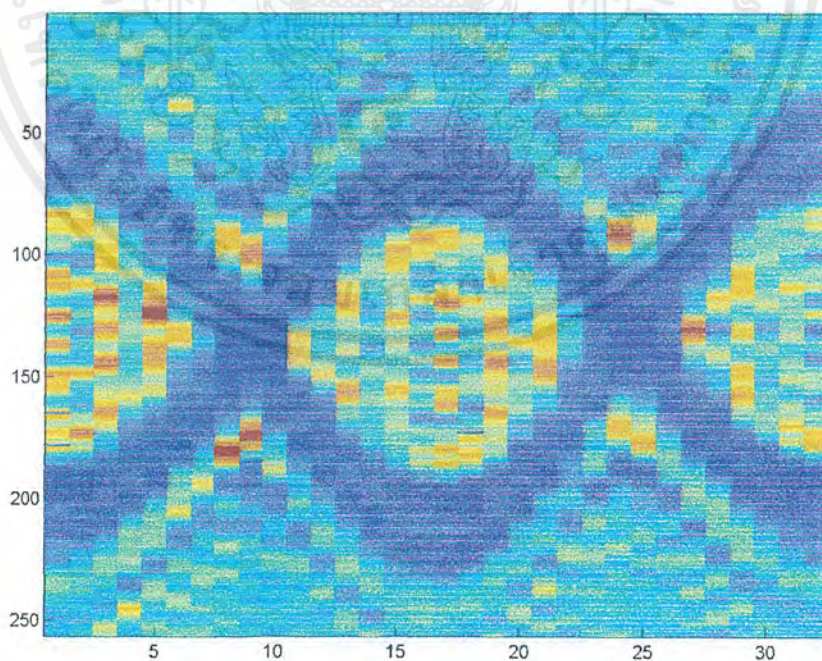
รูปที่ 4.20 แบคโพรเจกชันไฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แก๊สคาร์บอน 1 แก๊ส  
(32 โพรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง



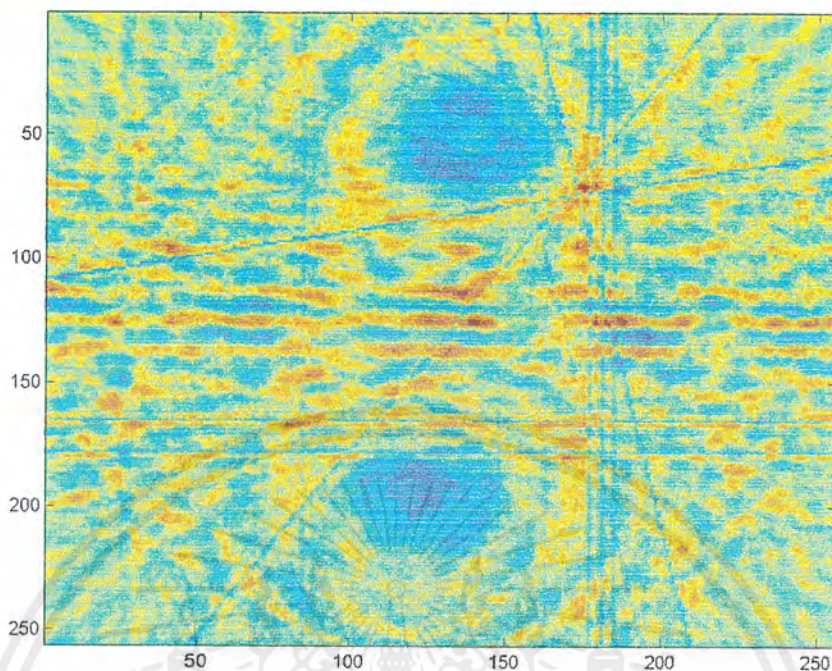
รูปที่ 4.21 โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง



รูปที่ 4.22 โปรเจกชัน โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง

(32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



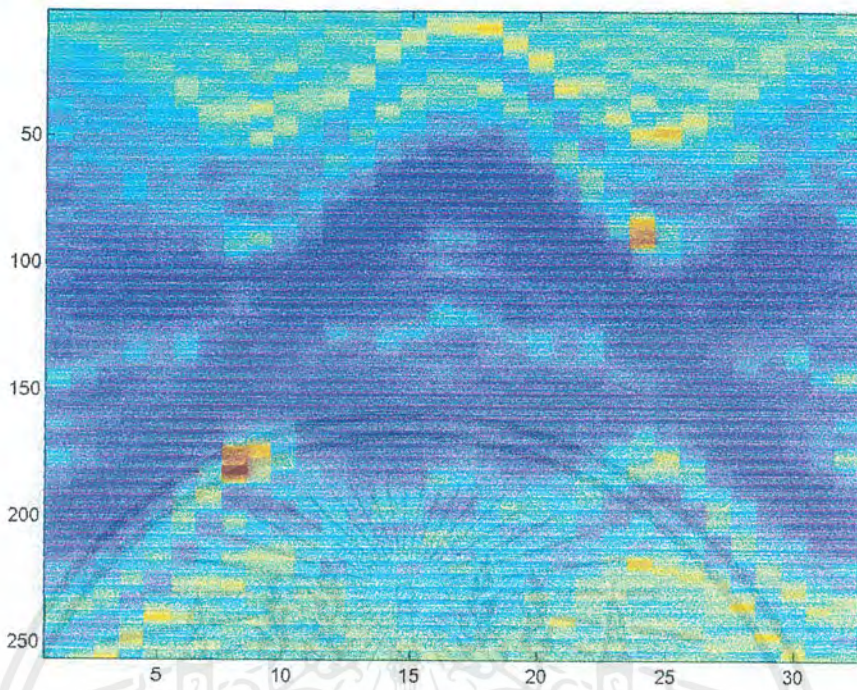
รูปที่ 4.23 แบบ โปรเจกชัน โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่แท่งคาร์บอน 2 แท่ง  
(32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

#### 5. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ไส้กรอก

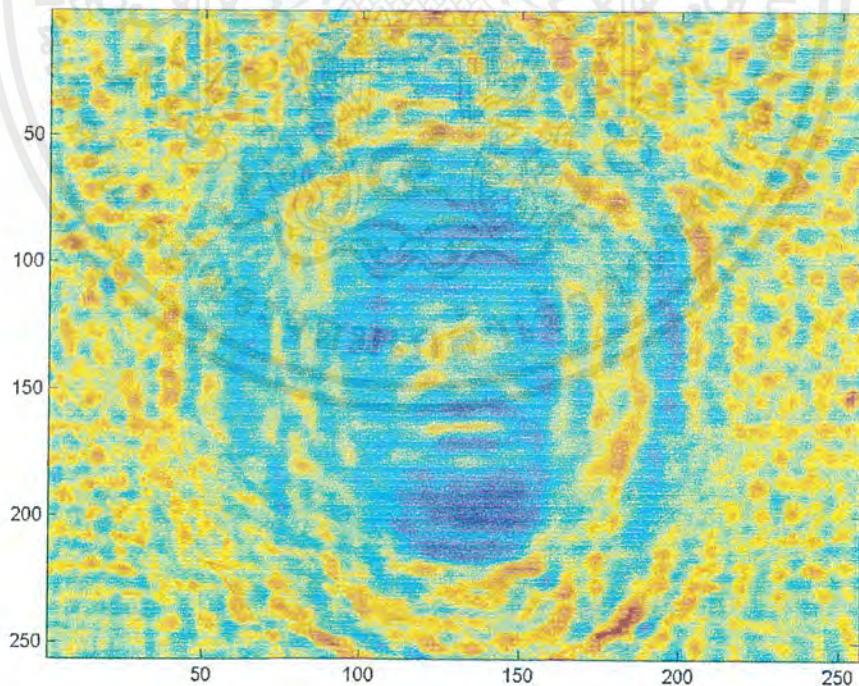


รูปที่ 4.24 โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ไส้กรอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.25 โปรเจกชันไฟมทรงกระบอกหน้าตครูปวงรีใส่ใส่กรอก (32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)



รูปที่ 4.26 แมค โปรเจกชันไฟมทรงกระบอกหน้าตครูปวงรีใส่ใส่กรอก

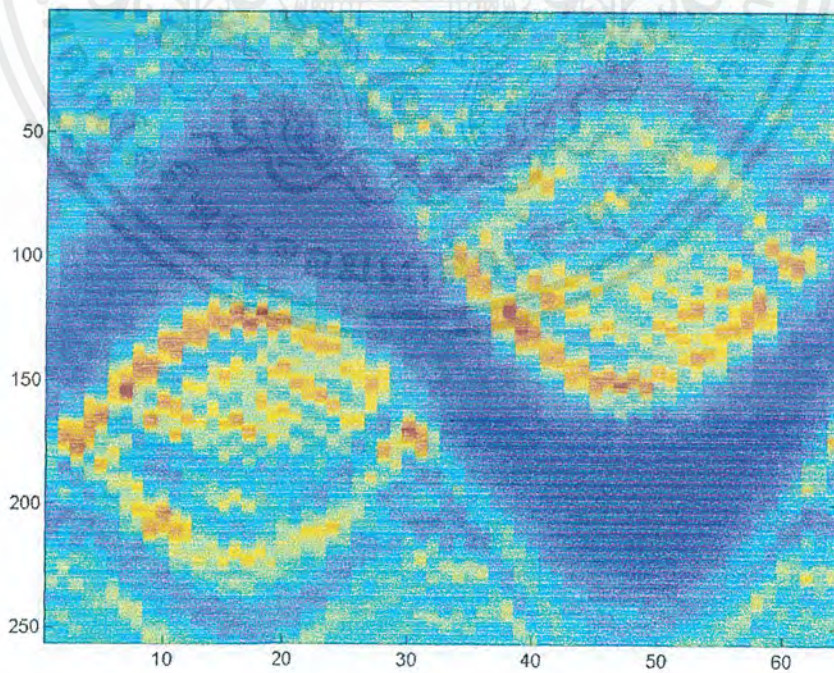
(32 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 6. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ

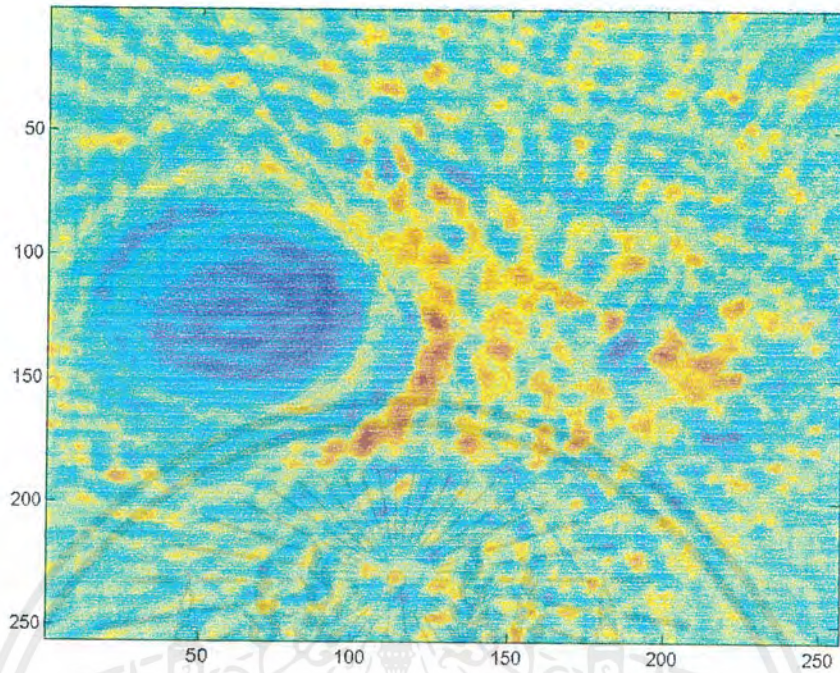


รูปที่ 4.27 โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ



รูปที่ 4.28 โปรเจกชัน โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ (64 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



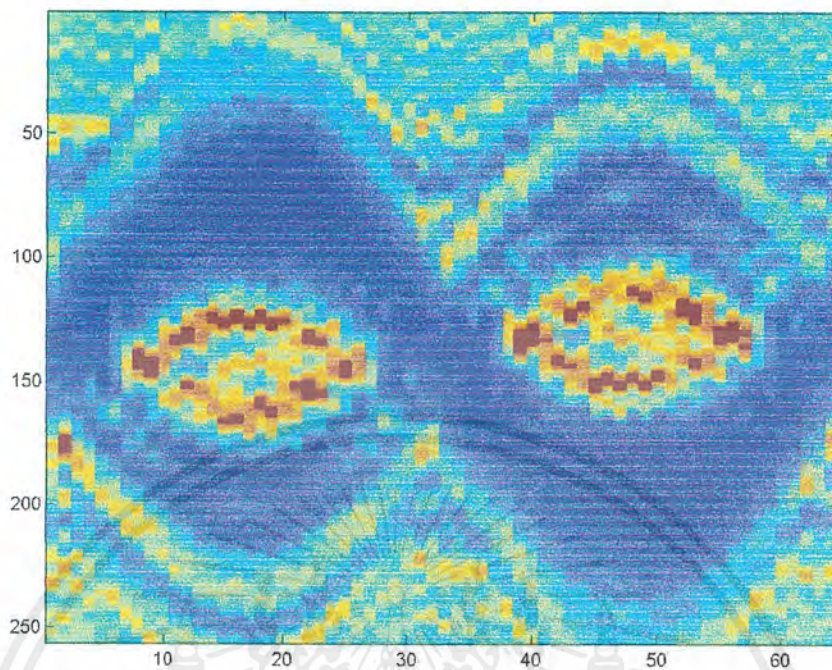
รูปที่ 4.29 แบนด์โปรเจกชัน โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำ  
(64 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

#### 7. โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและใส่กรอก

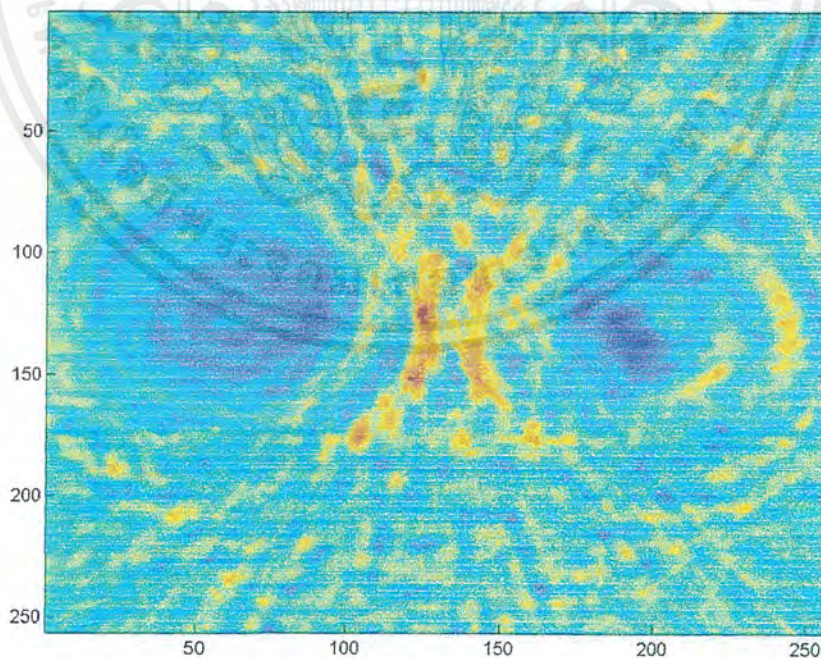


รูปที่ 4.30 โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและใส่กรอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.31 โปรเจกชัน โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและใส่กรอก  
(64 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)



รูปที่ 4.32 แบนคโปรเจกชัน โฟมทรงกระบอกหน้าตัดรูปวงรีใส่ขวดน้ำและใส่กรอก  
(64 โปรเจกชัน, 256 ตำแหน่ง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลการทดลองและแนวทางในการพัฒนา

#### 5.1 บทสรุป

การทดสอบโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างภาพ โดยใช้แบบจำลองของวัตถุ เราพบว่า หากมีการเก็บข้อมูลในจำนวนโปรเจกชันที่แตกต่างกับผลของภาพที่ได้ย่อมแตกต่างกัน โดยเมื่อจำนวนโปรเจกชันมากขึ้นจะทำให้ได้ภาพที่มีความชัดเจนมากขึ้น และภาพที่ได้มีลักษณะใกล้เคียงกับแบบจำลองของวัตถุมากขึ้นด้วย แต่ในทางปฏิบัติจริงในการเก็บข้อมูลนั้นหากจำนวนโปรเจกชันมากระยะเวลาที่ใช้ในการเก็บข้อมูลก็ย่อมมากตามไปด้วย ดังนั้นในการเก็บข้อมูลเพื่อการสร้างภาพจากวัตถุจริง เราจึงทำการเก็บข้อมูล โดยใช้จำนวนโปรเจกชัน คือ 32 และ 64

ผลที่ได้จากการทดสอบโปรแกรม เราใช้เป็นรูปแบบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูลที่ทำการเก็บจากวัตถุจริง ทำให้เราทราบแนวโน้มความน่าจะเป็นของข้อมูลที่ทำการเก็บในการสร้างภาพจากวัตถุจริง

ภาพที่ได้จากการสร้างภาพจากวัตถุจริงมีความคมชัดน้อยกว่าภาพที่ได้จากการสร้างแบบจำลอง ทั้งนี้เนื่องจากข้อมูลที่ทำการวัดจริงจากระบบไมโครเวฟโทโมกราฟีที่สร้างขึ้นนั้นจะมีสัญญาณรบกวน และมีขนาดสัญญาณที่เล็ก ส่วนภาพที่ได้จากแบบจำลองนั้นเราอาจจะเรียกได้ว่าเป็นภาพในอุดมคติ กล่าวคือ ไม่มีสัญญาณรบกวนทำให้ได้ภาพที่มีความคมชัดมากกว่า และเนื่องจากวัตถุมีสัมประสิทธิ์การดูดกลืนคลื่นที่ไม่แตกต่างจากอากาศมากนักจึงเป็นสาเหตุที่ก่อให้เกิดภาพไม่คมชัด ดังนั้นได้จากวัตถุที่เป็นโฟมที่ใช้ในการสร้างภาพ จะได้ภาพของภาพตัดของวัตถุที่ไม่ชัดเจนนัก

เมื่อใส่วัตถุแปลกปลอมที่มีสัมประสิทธิ์การดูดกลืนคลื่นต่างจากโฟมมาก ภาพที่ได้จะมีความคมชัดบริเวณวัตถุที่ใส่เข้าไป แต่ไม่สามารถแบ่งแยกชนิดของวัตถุได้เช่นกัน ดังนั้นการที่จะแบ่งแยกชนิดของวัตถุได้นั้น สัมประสิทธิ์การดูดกลืนคลื่นของวัตถุจะต้องมีความแตกต่างกันมาก จึงจะสามารถแบ่งได้ ทั้งนี้เนื่องมาจากความไม่สม่ำเสมอของสัญญาณ และสัญญาณจากแหล่งกำเนิดมีกำลังค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.2 ปัญหาที่พบ

สัญญาณที่ได้ในความเป็นจริงเป็นผลของการกระเจิงและทำให้มีการเลี้ยวเบนของคลื่นเนื่อง จากวัตถุ แต่อัลกอริทึมที่ใช้ในการสร้างภาพนั้นอยู่ภายใต้สมมติฐานว่า “คลื่นไม่มีการเลี้ยวเบน และมีเพียงการลดทอนของแอมพลิจูดเท่านั้น” ภาพที่ได้จึงไม่ชัดเจนนัก

ขนาดของสัญญาณจากแหล่งกำเนิดกำลังต่ำมีขนาดเล็ก จึงทำให้สัญญาณที่ได้ มีขนาดเล็กด้วย และเนื่องจากความร้อนที่เกิดขึ้นที่ตัวของกัมมันตออสซิลเลเตอร์ต้องทำงานต่อเนื่อง เป็นระยะเวลานาน อาจทำให้กำลังของสัญญาณต่ำลงอีก จึงต้องทำการระบายความร้อนให้กับกัมมันตออสซิลเลเตอร์ โดยใช้ พัดลมเป็นตัวช่วยระบายความร้อน

## 5.3 แนวทางในการพัฒนา

ระบบที่สร้างขึ้นเพื่อทำการเก็บข้อมูลที่ได้ยังไม่ดีนัก ดังนั้นขั้นตอนในการทำงานต่อไป จึงพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการเก็บข้อมูลนั้น ทำโดยการเลื่อนตำแหน่งของตัวตรวจวัดและหมุนวัตถุ ซึ่งใช้ระยะเวลา ในการเก็บข้อมูลแต่ละครั้ง และในการใช้งานจริงการหมุนวัตถุอาจทำได้ไม่ สะดวกนัก ดังนั้นจึงควรพัฒนาระบบการเก็บข้อมูล โดย ทำตัวตรวจวัดในลักษณะเป็น อาร์เรย์ เพื่อความรวดเร็วในการเก็บข้อมูลแต่ละตำแหน่งที่โปรเจกชันต่าง ๆ และสร้าง ระบบที่สามารถทำการหมุน เพื่อเก็บข้อมูลที่แต่ละโปรเจกชัน ทำให้ลดปัญหาการยึดจับ วัตถุ ซึ่งจะช่วยให้วัตถุเกิดความเสียหายได้ อีกทั้งช่วยลดระยะเวลาในการเก็บข้อมูลอีกด้วย
2. เนื่องจากข้อมูลที่ได้เป็นสัญญาณที่เกิดการแทรกสอดเนื่องจากการเลี้ยวเบน จึงต้องทำ การเปลี่ยนอัลกอริทึมในการประมวลผลสร้างภาพ ให้สอดคล้องกับสัญญาณนั้น โดยจาก เดิมเราแทนวัตถุด้วยสัมประสิทธิ์การดูดกลืน เปลี่ยนเป็นศูนย์กลางการกระเจิง (scattering center) คลื่นแทน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



โปรแกรมที่ใช้ในการเก็บข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

global count;

s = serial('COM1');

g = gpib0;

Projection = 0;

while(Projection < 64)

% Loop for projection

count = 0;

fopen(s);

fopen(g);

while(count < 256)

    fprintf(s,'x+1i');

    fprintf(g,':MEASURE:SOURCE CHANNEL1');

    fprintf(g,':MEASURE:VMAX? CHANNEL1');

    V1 = fscanf(g);

    fprintf(g,':MEASURE:SOURCE CHANNEL2');

    fprintf(g,':MEASURE:VMAX? CHANNEL2');

    V2 = fscanf(g);

    fid = fopen('GpibData.txt','at');

    fprintf(fid,'%s',V1,V2);

    fclose(fid);

    tic;

    time = 0;

    while(time < 0.009)

        time = toc/10;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end

count = count + 1

end

%-----Delay-----

tic;

time = 0;

while(time < 0.05)

time = toc/10;

end

%-----

fprintf(s,'y-1i');

Projection = Projection + 1;

fclose(s);

fclose(g);

%-----Delay-----

tic;

time = 0;

while(time < 0.05)

time = toc/10;

end

%-----

fopen(s);

fopen(g);

count = 0;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

while(count < 256)

    fprintf(s,'x-1i');

    fprintf(g,':MEASURE:SOURCE CHANNEL1');

    fprintf(g,':MEASURE:VMAX? CHANNEL1');

    V1 = fscanf(g);

    fprintf(g,':MEASURE:SOURCE CHANNEL2');

    fprintf(g,':MEASURE:VMAX? CHANNEL2');

    V2 = fscanf(g);

    fid = fopen('GpibData.txt','at');
    fprintf(fid,'%s',V1,V2);
    fclose(fid);

    tic;
    time = 0;
    while(time < 0.009)

        time = toc/10;

    end

    count = count + 1

end

Projection = Projection + 1

%-----Delay-----

tic;

time = 0;

while(time < 0.05)

    time = toc/10;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end

%-----

fprintf(s,'y-1i');

fclose(s);

fclose(g);

%-----Delay-----

tic;

time = 0;

while(time < 0.05)

    time = toc/10;

end

%-----

% End loop for projection

end

fclose(s);

fclose(g);

delete(s);

delete(g);

clear s;

clear g;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



โปรแกรมที่ใช้ในการเรียงข้อมูลให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

% Scrip file: readdata.m

% To read data from any file with ascii format

[fid, msg] = fopen('64projectionsWaterCheese.txt','rt');           % Input data is row metrix

if fid > 0

    [in_array, count] = fscanf(fid, '%f', Inf);

    disp([int2str(count) ' values read...']);

    status = fclose(fid);

else

    disp(msg);

end

in_array = in_array';           % Convert to column metrix

nangle = 64;                   % Projection angle

block = 512;                   % amount of Data

temp = zeros(1,512);

for i = 1:nangle/2

    for j = 1:512

        temp(1,513-j) = in_array(1,block+j);

    end

    for j = 1:512

        in_array(1,block+j) = temp(1,j);

    end

end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



```

    block = block+1024;

end

N = count/2;          % Metrix N x N

Array_A = zeros(1,N);
Array_B = zeros(1,N);

for i = 1:N
    Array_A(i) = in_array(2*i-1);
    Array_B(i) = in_array(2*i);
end

Array_C = sqrt(Array_A.^2+Array_B.^2);

for i = 1:8192*2
    if Array_C(i) > 15
        Array_C(i) = 15;          % Saturate at 6
    end
end

end

[L,C] = size(Array_C);

nprojection = floor(C/256);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

colblock = 1; % Column block of data, N

ProjData = zeros(nprojection,256);

for row = 1:nprojection

    a = Array_C(1,colblock:colblock+256-1);

    ProjData(row,1:256) = a;

    colblock = colblock + 256;

end

ProjData = ProjData';

figure(1);
plot(Array_A);
figure(2);
plot(Array_B);
figure(3);
plot(Array_C);
figure(4);
imagesc(ProjData);

%axis([512 1024 0 20]);

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

[L,C] = size(ProjData);

theta = 0:360/C:360-360/C;

nangle = length(theta);

Sw = zeros(L,nangle);

w = [-pi : (2*pi)/L : pi-(2*pi)/L];

%Filt = abs(w).*sinc(w);

%Filt = abs(w);

Filt = abs(sin(w));

%Filt = Filt(1:L);

%Filt = abs(w).*cos(w);

%Filt = abs(w).*(0.54+0.46*cos(w));

for i = 1:nangle
    IMG = fft(ProjData(:,i));
    FiltIMG = IMG.*Filt;
    Sw(:,i) = ifft(FiltIMG);
end

%Sw = sqrt(Sw.*conj(Sw));

Sw = real(Sw);

sideSize = L;

% Convert to radian

theta = (pi-pi*theta/180);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

BackI = zeros(sideSize,sideSize);

midindex = (sideSize+1)/2;

x = 1:sideSize;

y = 1:sideSize;

[X,Y] = meshgrid(x,y);

xpr = X - (sideSize+1)/2;

ypr = Y - (sideSize+1)/2;

for i = 1:nangle

    % Use the backprojection algorithm to determine which areas on the projected
    % images add up
    filtIndex = round(midindex + xpr*sin(theta(i)) - ypr*cos(theta(i)));

    % While "in bounds" then add the point
    BackIa = zeros(sideSize,sideSize);
    spota = find((filtIndex > 0) & (filtIndex <= sideSize));
    newfiltIndex = filtIndex(spota);

    BackIa(spota) = Sw(newfiltIndex(:,i));

    BackI = BackI + BackIa;

end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

BackI = BackI./nangle;

figure(5)

imagesc(BackI);



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- Avinach C. Kak, School of Electrical Engineering Purdue University, Malcolm Slaney, Schlumberger Palo Alto Research., **Principles of Computerized Tomography Imaging.** IEEE, Inc., New York.
- Christian Pichot, Luis Jofre, Guillaume Peronet, and Jean-Charles Bolomey. "Active Microwave Imaging of Inhomogeneous Bodies." IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.Ap-33. No.4.
- Wayne Roberge, Hopewell; Brain Flannery, Clinton, both of N.J. " Method for Producing Tomographic Images using Direct Fourier Inversion." United States Patent, No.4,991,093, Feb. 5,1991
- Zhi-Pei Liang, Paul C.Lauterbur., **Principles of Magnetic Resonance Imaging.** IEEE, Inc., New York.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้จัดทำโครงการพิเศษ

นายสุรศักดิ์ บุญกล้า เกิดเมื่อวันที่ 27 พฤษภาคม พ.ศ.2523 สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษา จากโรงเรียนชุมชนวัดหัวลำโรง อำเภอแปลงยาว จังหวัดฉะเชิงเทรา และสำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจาก โรงเรียนชุมชนวัดหัวลำโรง เป็นรุ่นแรก และระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจาก โรงเรียนเบญจมราชรังสฤษฎิ์ อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา เมื่อปีการศึกษา 2540 และจากนั้นในปีการศึกษา 2541 ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรี ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และสำเร็จการศึกษาในปีการศึกษา 2544

นางสาวศลิษา วังทอง เกิดเมื่อวันที่ 26 มกราคม พ.ศ.2523 สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษา จากโรงเรียนวัดไผ่ล้อม (พุลประชาอุปถัมภ์) อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม และสำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลายจาก โรงเรียนสาริต มหาวิทยาลัยศิลปากร อำเภอเมือง จังหวัดนครปฐม เมื่อปีการศึกษา 2540 และจากนั้นในปีการศึกษา 2541 ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรี ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และสำเร็จการศึกษาในปีการศึกษา 2544