

การศึกษาการเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนล



นาย ชรินทร์ คุ่มวงษ์ดี  
นาย สาทิต สันธานเดชา

โครงการพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2542

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 38546  
วัน, เดือน, ปี..... 5 ส.ค. 2544

นี้ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# A Study of Fresnel Diffraction

Mr. Chanin Kumwongsedee

Mr. Satit Santhandacha



A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement

For the Degree of Bachelor of Science

Department of Applied Physics

Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

1999

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ การศึกษาการเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนล  
โดย นาย ชรินทร์ คุ้มวงศ์ รหัส 39054413  
นาย สาธิต สันฐานเดชา รหัส 39054454  
หลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต  
ภาควิชา ฟิสิกส์ประยุกต์  
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ. ดร. ศิริศักดิ์ เตชะทวีกุล

ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
อนุมัติให้โครงการพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

หัวหน้าภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์

(รศ. สุรพล รักวิชัย)

คณะกรรมการโครงการพิเศษ

ประธานกรรมการ

(ผศ.ดร. ศิริศักดิ์ เตชะทวีกุล)

กรรมการ

(อ. นิสافر เกียรติไพศาลโสภณ)

กรรมการ

(อ. บดินทร์ ดำรงค์ศักดิ์)

กรรมการ

(อ. สุน จ่างประยูร)

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ	การศึกษาการเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนล	
โดย	นาย ชรินทร์ คุ้มวงศ์	รหัส 39054413
	นาย สาธิต สันฐานเคชา	รหัส 39054454
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร. ศิริศักดิ์ เศรษฐวิกุล	
ภาควิชา	ฟิสิกส์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2542	

### บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของโครงการพิเศษนี้เป็นการศึกษาถึงปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลซึ่งเราได้ใช้สิ่งกีดขวางที่มีรูปร่างต่างกัน ขนาดต่างกัน และในการทดลอง ได้ใช้แหล่งกำเนิดแสงที่มีความยาวคลื่นที่แตกต่างกัน 3 ค่าความยาวคลื่น สำหรับระบบการตรวจวัดเราใช้กล้องซีซีดี ต่อเข้ากับคอมพิวเตอร์เพื่อเก็บภาพของรูปแบบการเลี้ยวเบน ซึ่งจากการศึกษาได้พบว่า สำหรับช่องเปิดรูปวงกลม วงกลม ความกว้างของจำนวนโซนที่  $n$  ใดๆ จะเป็นสัดส่วน โดยตรงกับค่ารากที่สองของความยาวคลื่น แสง และสำหรับช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยม เราทำการสังเกตพบว่า รูปแบบการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล มีลักษณะคล้ายกับรูปแบบการเลี้ยวเบนแบบเฟรอน์โฮเฟอร์ ซึ่งเป็นที่ขนาดของช่องเปิดที่เพิ่มขึ้นภายใต้เงื่อนไขแบบเดียวกัน

<b>Special Project Title</b>	A Study of Fresnel Diffraction
<b>Name</b>	Mr. Chanin Kumwongsedee Mr. Satit Santhandacha
<b>Special Project Adviser</b>	Asst. Prof. Dr. Sirisak Techathawiekul
<b>Department</b>	Applied Physics, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
<b>Academic Year</b>	1999

### Abstract

The aim of this project is to study Fresnel diffraction phenomena. In doing so, apertures with different shapes and sizes were used in the experiment as well as three light sources with different wavelengths. A CCD camera connected to a computer was employed in the detection system for taking photograph of the diffraction patterns. It has been found that the widths of the  $n^{\text{th}}$  zone are proportional to the square roots of the wavelengths for circular apertures. In addition for rectangular apertures, it is observed that the Fraunhofer-like pattern is spread out to a typical Fresnel pattern as the size of the aperture is increased under identical conditions.

## กิตติกรรมประกาศ

การจัดทำโครงการงานพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับการสนับสนุน การช่วยเหลือ และได้รับคำแนะนำดีๆ จากบุคคลหลายฝ่ายดังนี้

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ญาติพี่น้อง และผู้ปกครอง ที่ได้ให้ได้รับการสนับสนุน รวมทั้งดูแลและให้ความห่วงใย คอยเป็นกำลังใจที่ดีเสมอมา

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ศิริศักดิ์ เตชะทวีกุล และ อ.สุนันท์ จ่างประยูร ที่ให้การสั่งสอนถ่ายทอดความรู้ ให้คำปรึกษาและคำแนะนำต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณครูและคณาจารย์ทุกท่าน ที่ถ่ายทอดวิชาความรู้มาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณ เนคเทค (EOL) และพี่ๆที่เนคเทคทุกคน ที่เอื้อเฟื้ออุปกรณ์ และเครื่องมือทั้งหมด ตลอดจนคำปรึกษา และความช่วยเหลือในด้านต่างๆ

ขอขอบพระคุณ รุ่นพี่ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ สำหรับข้อมูลบางส่วนที่สำคัญ

ขอขอบพระคุณ เพื่อนภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์รุ่น 15 อย่างมากที่ให้ความช่วยเหลือในหลายๆ ด้าน จึงทำให้มีโอกาสนี้ในวันนี้ได้

ขอขอบพระคุณ เพื่อนๆ อีกหลายคนที่ไม่ได้คอยเป็นกำลังใจและห่วงใยตลอดมา

ขอขอบพระคุณ ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ ที่ให้สิ่งดีๆ มาโดยตลอด 4 ปี

ที่สำคัญที่สุดต้องขอขอบพระคุณ เพื่อนกลุ่มที่ช่วยทำโครงการงานพิเศษนี้ ทুমเทให้ความช่วยเหลือในทุกๆ ด้านเป็นอย่างดี และร่วมกันทำโครงการงานพิเศษนี้ให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

และขออภัย และขอขอบคุณทุกๆ ท่านที่ให้การสนับสนุนและความช่วยเหลือ หากแต่ไม่ได้กล่าวไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณทุกท่านเป็นอย่างสูง

ผู้ทำโครงการงานพิเศษ

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
บทที่ 1 บทนำ	1
- ความสำคัญและที่มาของ โครงการงานพิเศษ	1
- จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของ โครงการงานพิเศษ	1
- ขอบเขตของการทำโครงการงานพิเศษ	1
- วิธีการดำเนินงาน	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 คลื่น (Wave)	3
2.2 สมบัติของคลื่น	3
2.2.1 การสะท้อนของคลื่น ( Reflection)	3
- การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือกเมื่อจุดสะท้อนเป็นจุดตรึงแน่น และจุดสะท้อนอิสระ	3
- การสะท้อนของคลื่นผิวน้ำ	4
- คุณสมบัติการสะท้อนของคลื่น	4
2.2.2 การหักเหของคลื่น	4
2.2.3 การแทรกสอด (Interference)	5
2.2.4 การเลี้ยวเบน ( Diffraction)	7
2.3 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล (Fresnel diffraction)	9
2.4 เกณฑ์สำหรับการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล	11
2.5 แฟกเตอร์การเอียง (Obliquity factor)	13
2.6 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลจากช่องสลิตวงกลม	14
2.7 การเปลี่ยนเฟสของลำแสงเลี้ยวเบน	18
2.8 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลสำหรับช่องสลิตรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	18
บทที่ 3 ขั้นตอนการทดลอง	21

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการทดลอง	24
4.1 กรณีของช่องเปิดวงกลม	24
4.2 กรณีของช่องเปิดสี่เหลี่ยม	33
บทที่ 5 การวิเคราะห์และสรุปผล	36
บรรณานุกรม	40



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

	หน้า
1. รูปที่ 2.1 แสดงลำดับของการแทรกสอด	6
2. รูปที่ 2.2 แสดงการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล	10
3. รูปที่ 2.3 แสดงการมองด้านข้างของรูปที่ 2.2	12
(a) ความโค้งงอของลำแสงตกกระทบ	12
4. รูปที่ 2.3 (b) ความโค้งงอของลำแสงเลี้ยวเบน	12
5. รูปที่ 2.4 แสดงแฟกเตอร์การเอียง	14
6. รูปที่ 2.5 (a) แสดงโซนวงกลมของเฟรสเนลบนหน้าคลื่นทรงกลม	15
7. รูปที่ 2.5 (b) phasor diagram ของโซนวงกลมใน (a)	15
8. รูปที่ 2.6 แสดง phasor diagram ของโซนครึ่งคาบ	17
(a) เป็นของแต่ละโซน	17
9. รูปที่ 2.6 (b) เป็นผลรวม	17
10. รูปที่ 2.7 แสดงโซนครึ่งคาบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่อยู่บนหน้าคลื่นทรงกระบอก	19
11. รูปที่ 2.8 แสดง phasor diagram สำหรับโซนครึ่งคาบที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า	20
12. รูปที่ 3.1 แสดงเครื่องถ่ายภาพส่วนของ Kodak	21
13. รูปที่ 3.2 แสดงการจัดวางอุปกรณ์ในการล้างฟิล์ม	22
14. รูปที่ 3.3 แสดงการจัดวางอุปกรณ์ในการศึกษาการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล	23
15. รูปที่ 4.1 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร	24
16. รูปที่ 4.2 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 514 นาโนเมตร	27
17. รูปที่ 4.3 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร	30
18. รูปที่ 4.4 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด 600×600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร	33
19. รูปที่ 4.5 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด 600×600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 514 นาโนเมตร	34
20. รูปที่ 4.6 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด 600×600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร	35

## สารบัญกราฟ

	หน้า
1. กราฟที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางและความเข้มสัมพัทธ์ของช่องเปิดวงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร	26
2. กราฟที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางและความเข้มสัมพัทธ์ของช่องเปิดวงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 514 นาโนเมตร	29
3. กราฟที่ 4.3 แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางและความเข้มสัมพัทธ์ของช่องเปิดวงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร	32
4. กราฟที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปร่างกลมที่ มากที่สุดที่เกิดจากการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลและรากที่สองของความยาวคลื่นที่ได้ จากการทดลองกับทฤษฎี	38



## บทที่ 1

### บทนำ

#### ความสำคัญและที่มาของโครงการพิเศษ

การเลี้ยวเบนทางแสงเป็นคุณสมบัติอย่างหนึ่ง que แสดงให้เห็นว่าแสงเป็นคลื่น เมื่อแสงเดินทางผ่านสิ่งกีดขวางจะทำให้เกิดการเบี่ยงเบนไปจากทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต

สำหรับโครงการพิเศษนี้จะเป็นการศึกษาการเลี้ยวเบนทางแสงแบบเฟรสเนลจากแหล่งกำเนิดแสงที่มีความยาวคลื่น 488 , 514 และ 632.8 นาโนเมตร โดยผ่านสิ่งกีดขวางที่มีรูปร่างต่างกันได้แก่ ช่องเปิดรูปร่างกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 , 300 และ 600 ไมโครเมตร และช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมขนาด 100×600 , 300×600 และ 600×600 ไมโครเมตร โดยใช้กล้องซีซีดีตรวจวัดและแสดงภาพถ่ายของการเลี้ยวเบนของแสงผ่านคอมพิวเตอร์ จากนั้นนำข้อมูลที่ได้มาสร้างเป็นกราฟแสดงความเข้มของแสง และทำการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ต่างๆ

#### จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของโครงการพิเศษ

1. เพื่อศึกษาถึงปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนลเมื่อผ่านสิ่งกีดขวางที่มีรูปร่างต่างกัน
2. เพื่อศึกษาถึงปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนลเมื่อผ่านสิ่งกีดขวางที่มีขนาดต่างกัน
3. เพื่อศึกษาถึงปรากฏการณ์การเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนลเมื่อผ่านสิ่งกีดขวางที่มีความยาวคลื่นต่างกัน

#### ขอบเขตของการทำโครงการพิเศษ

เนื่องจากโครงการพิเศษนี้เป็นการศึกษาการเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนลซึ่งแสดงให้เห็นว่าแสงเป็นคลื่น เพราะเมื่อแสงเดินทางผ่านสิ่งกีดขวางที่มีรูปร่างต่างๆกัน ได้แก่ช่องเปิดรูปร่างกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 , 300 และ 600 ไมโครเมตร และช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมขนาด 100×600 , 300×600 และ 600×600 ไมโครเมตร โดยแสงที่ใช้ตกกระทบนั้นมีความยาวคลื่นเป็น 488 นาโนเมตร (แสงสีน้ำเงิน) , 514 นาโนเมตร (แสงสีเขียว) และ 632.8 นาโนเมตร (แสงสีแดง) จากนั้นใช้กล้องซีซีดีตรวจวัดและแสดงภาพถ่ายของการเลี้ยวเบนของแสงทางคอมพิวเตอร์ผลที่ได้จะถูกนำมาวิเคราะห์แล้วสรุปเป็นความสัมพันธ์ต่างๆ

## วิธีการดำเนินงาน

แผนการดำเนินงานสามารถแบ่งเป็นขั้นตอนต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์และขอบเขตการดำเนินงานทั้งหมด
2. ศึกษาทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับการเลี้ยวเบนของแสงแบบเฟรสเนลและการใช้กล้องซีซีดี
3. สร้างช่องเปิดรูวงกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 , 300 และ 600 ไมโครเมตร และช่องเปิดรูสี่เหลี่ยมขนาด 100×600 , 300×600 และ 600×600 ไมโครเมตร
4. จัดเตรียมการทดลอง
5. เปลี่ยนขนาดของสิ่งกีดขวาง
6. เปลี่ยนรูปร่างของสิ่งกีดขวาง
7. เปลี่ยนค่าความยาวคลื่นของแสงที่ใช้
8. นำผลข้อมูลที่ได้จากการตรวจวัดความเข้มด้วยกล้องซีซีดี แล้วนำมาสร้างเป็นกราฟ
9. วิเคราะห์กราฟจากผลข้อมูลที่ได้
10. สรุปผลการทำโครงการพิเศษ

## บทที่ 2

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 คลื่น (Wave)

คลื่น คือ ปรากฏการณ์ที่เกิดจากการรบกวนแหล่งกำเนิด หรือตัวกลางเกิดการสั่นสะเทือน ทำให้มีการแผ่หรือถ่ายโอนพลังงานจากการสั่นสะเทือนไปยังจุดอื่นๆที่ตัวกลางนั้นไม่มีการเคลื่อนที่ไปกับคลื่น

การจำแนกคลื่นตามลักษณะการสั่นของแหล่งกำเนิด หรือ ตามลักษณะการแผ่ แบ่งเป็น 2 ประเภท

1. คลื่นตามขวาง (Transverse Wave) เป็นคลื่นที่มีทิศทางการสั่นของตัวกลางตั้งฉากกับทิศทางการแผ่ (ทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่น) เช่น คลื่นในเส้นเชือก คลื่นน้ำ คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
2. คลื่นตามยาว (Longitudinal Wave) เป็นคลื่นที่อนุภาคของตัวกลางที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่านมีการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาในทิศทางเดียวกับทิศทางที่คลื่นเคลื่อนที่ เช่น คลื่นเสียง คลื่นจากการอัด และการขยายของลวดสปริง

#### 2.2 สมบัติของคลื่น

- การสะท้อน (Reflection)
- การหักเห
- การแทรกสอด (Interference)
- การเลี้ยวเบน (Diffraction)

##### 2.2.1 การสะท้อนของคลื่น (Reflection)

เมื่อคลื่นเคลื่อนที่จากแหล่งกำเนิดคลื่นไปถึงปลายสุดของตัวกลางหนึ่ง คลื่นจะเคลื่อนที่กลับมาในตัวกลางเดิม หรือ เคลื่อนที่ไปกระทบสิ่งกีดขวาง (ผิวสะท้อน) จะเกิดการสะท้อนกลับมาในตัวกลางเดิม

การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือกเมื่อจุดสะท้อนเป็นจุดตรึงแน่นและจุดสะท้อนอิสระ

1. จุดตรึงแน่น คลื่นสะท้อนจะมีลักษณะตรงข้ามกับคลื่นตกกระทบ คือ เข้าเป็นสันคลื่น ออกเป็นท้องคลื่น หรือ เข้าเป็นท้องคลื่น ออกเป็นสันคลื่น ดังนั้น เฟสเปลี่ยนไป  $180^\circ$  (เฟสตรงข้าม)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. จุดอิสระ คลื่นสะท้อนจะมีลักษณะเหมือนคลื่นตกกระทบ คือ เข้าเป็นสันคลื่น ออกเป็นสันคลื่น หรือ เข้าเป็นท้องคลื่น ออกเป็นท้องคลื่น ดังนั้น เฟสไม่เปลี่ยน (เฟสตรงกัน)

### การสะท้อนของคลื่นผิวน้ำ

เนื่องจากคลื่นผิวน้ำเคลื่อนที่ไป จะทำให้โมเลกุลของน้ำเกิดสั่นขึ้นลง และเมื่อคลื่นนี้ไปกระทบสิ่งกีดขวาง หรือ ผ่านผิวสะท้อน โมเลกุลน้ำบริเวณผิวดังสะท้อนจะสั่นขึ้นลงได้โดยอิสระ การสะท้อนของคลื่นผิวน้ำจึงเหมือนกับการสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือกที่จุดสะท้อนอิสระ (ดังนั้น เฟสของคลื่นสะท้อนจะไม่เปลี่ยน)

และจากการทดลองการสะท้อนของคลื่นผิวน้ำหน้าตรง พบว่าในการสะท้อนแต่ละครั้ง มุมที่หน้าคลื่นตกกระทบจะเท่ากับมุมที่หน้าคลื่นสะท้อนทำกับผิวสะท้อนเสมอ

### ตามกฎการสะท้อนสรุปได้ว่า

1. มุมตกกระทบเท่ากับมุมสะท้อน
2. ทิศทางที่คลื่นตกกระทบ เส้นแนวฉากและทิศทางที่คลื่นสะท้อนอยู่ในระนาบเดียวกัน

### คุณสมบัติการสะท้อนของคลื่น

1. ความถี่ของคลื่นสะท้อนจะมีค่าเท่ากับความถี่ของคลื่นตกกระทบ
2. ความเร็วและความยาวคลื่นของคลื่นสะท้อนมีค่าเท่ากับความเร็วและความยาวคลื่นของคลื่นตกกระทบ
3. ถ้าการสะท้อนไม่สูญเสียพลังงาน จะได้แอมพลิจูดของคลื่นสะท้อนมีค่าเท่ากับแอมพลิจูดของคลื่นตกกระทบ

#### 2.2.2 การหักเหของคลื่น

เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางต่างชนิดกัน จะทำให้ความเร็วของคลื่น และความยาวคลื่นเปลี่ยนแปลง แต่ความถี่คงเดิม จากการทดลองของคลื่นน้ำพบว่า เมื่อให้คลื่นเคลื่อนที่ในทิศไม่ตั้งฉากกับรอยต่อของตัวกลาง พบว่านอกจากความเร็วของคลื่นและความยาวคลื่นเปลี่ยนแปลงแล้ว ทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นเปลี่ยนแปลงด้วย เราเรียกปรากฏการณ์ที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่านรอยต่อระหว่างตัวกลางที่มีสมบัติต่างกันแล้วทำให้เกิดทิศทางการเคลื่อนที่ของคลื่นเปลี่ยนไปเช่นนี้ว่า **การหักเหของคลื่น**

และเมื่อคลื่นเคลื่อนที่จากบริเวณน้ำลึกไปยังน้ำตื้น พบว่าระยะห่างระหว่างหน้าคลื่นในบริเวณน้ำลึกมีค่ามากกว่าระยะห่างระหว่างหน้าคลื่นในบริเวณน้ำตื้น แต่ความถี่ ( $f$ ) ของคลื่นน้ำใน

บริเวณทั้งสองคงเดิมเนื่องจากความถี่ ( $f$ ) ของคลื่นน้ำขึ้นอยู่กับความถี่ของแหล่งกำเนิด ดังนั้น ความเร็วของคลื่นในบริเวณน้ำลึก ( $v$ ) จะมีค่ามากกว่าความเร็วของคลื่นในบริเวณน้ำตื้น เพราะ  $v = f\lambda$  ดังนั้น  $v, \lambda$  ในน้ำลึกมากกว่า  $v$  และ  $\lambda$  ในน้ำตื้น  
 $f$  ในน้ำลึกเท่ากับ  $f$  ในน้ำตื้น

### กฎของสเนลล์

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad ; \text{ ความถี่ } f \text{ คลื่นจะคงที่}$$

และสรุปเป็นกฎการหักเหได้ว่า

1. ทิศทางที่คลื่นตกกระทบ เส้นแนวฉาก และทิศทางที่คลื่นหักเหอยู่ในระนาบเดียวกัน
2. อัตราส่วนของค่า sine ของมุมตกกระทบต่อค่า sine ของมุมหักเหสำหรับตัวกลางคู่หนึ่งๆ จะมีค่าคงที่เสมอ

อาจสรุปลักษณะของคลื่นหักเหของคลื่นผิวน้ำได้ว่า

1. คลื่นเคลื่อนที่จากน้ำตื้น ( $v$  น้อย  $\theta$  น้อย) สู่น้ำลึก ( $v$  มาก  $\theta$  มาก) ทิศทางที่คลื่นหักเหจะเบนออกจากเส้นแนวฉาก
2. คลื่นเคลื่อนที่จากน้ำลึก ( $v$  มาก  $\theta$  มาก) สู่น้ำตื้น ( $v$  น้อย  $\theta$  น้อย) ทิศทางที่คลื่นหักเหจะเบนเข้าหาเส้นแนวฉาก

### มุมวิกฤติและการสะท้อนกลับหมด

เมื่อคลื่นน้ำเคลื่อนที่จากน้ำตื้นเข้าสู่ น้ำลึกจะเกิดการหักเห โดยทิศทางคลื่นหักเหจะเบนออกจากเส้นแนวฉาก ถ้ามุมหักเหของคลื่นหักเหของคลื่นเท่ากับ  $90^\circ$  เรียกมุมตกกระทบนี้ว่า **มุมวิกฤติ** ( $\theta_c$ ) และถ้ามุมตกกระทบโตกว่ามุมวิกฤติจะเกิดการสะท้อนที่รอยต่อของตัวกลาง เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า การสะท้อนกลับหมด

#### 2.2.3 การแทรกสอด (Interference)

เมื่อมีคลื่นตั้งแต่ 2 คลื่น เคลื่อนที่มาพบกัน จะเกิดการรวมกันแบบเสริม หรือแบบหักล้างกัน เรียกสมบัติการรวมกันของคลื่นว่า การแทรกสอด

แหล่งกำเนิดอาพันธ์ คือแหล่งกำเนิดคลื่นที่ให้คลื่นที่มีความถี่เท่ากัน มีเฟสต่างกันคงที่ หรือเฟสตรงกัน คลื่นผิวน้ำจากแหล่งกำเนิดอาพันธ์ 2 แหล่ง เคลื่อนที่มาพบกัน จะเกิดการแทรกสอดของคลื่น

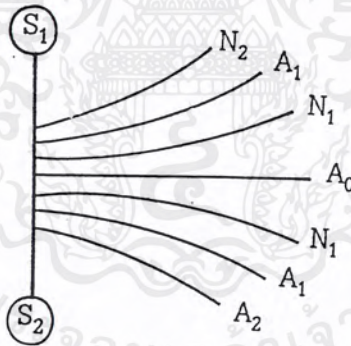
เมื่อคลื่นต่อเนื่อง 2 ขบวนที่มีความถี่เท่ากันเฟสเริ่มต้นตรงกัน มาพบกันจะเกิดการแทรกสอดกันขึ้น โดยจุดที่คลื่นมาแทรกสอดกันจะเป็นแบบเสริม (เรียกว่าจุดปฏิบัพ, Antinode) เมื่อผลต่างของระยะทางจากแหล่งกำเนิดทั้งสองมายังจุดนั้น มีค่าเป็นจำนวนเต็มของความยาวคลื่น หรือเขียนเป็น

$$|S_1P - S_2P| = n\lambda \quad ; \quad \text{โดย } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

และจุดที่คลื่นมาแทรกสอดกันจะเป็นแบบหักล้าง (เรียกว่า จุดบัพ, Node) เมื่อผลต่างของระยะทางจากแหล่งกำเนิดทั้งสองมายังจุดนั้นมีค่าเป็นจำนวนเต็มลบครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น หรือเขียนเป็น

$$|S_1P - S_2P| = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda \quad ; \quad \text{โดย } n = 1, 2, 3, \dots$$

จำนวนเต็ม  $n$  จะเป็นเลขบอกลำดับการแทรกสอด ซึ่งจะมีลำดับเรียงจากแนวกึ่งกลางระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสอง ดังรูป



รูปที่ 2.1 แสดงลำดับของการแทรกสอด

หมายเหตุ ในกรณีเฟสเริ่มต้นของแหล่งกำเนิดมีค่าต่างกัน  $180^\circ$  ความสัมพันธ์ของการแทรกสอดจะสลับกัน คือ

จะเสริม เมื่อ

$$|S_1P - S_2P| = \left(n - \frac{1}{2}\right)\lambda$$

และจะหักล้างเมื่อ

$$|S_1P - S_2P| = n\lambda$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และถ้าคลื่น 2 ขบวนนั้นเคลื่อนที่สวนกันตรงๆ จะเกิด คลื่นนิ่งขึ้นซึ่งจะได้ว่า ตำแหน่ง Node ถึงตำแหน่ง Node ที่ติดกันจะห่างกันเท่ากับครึ่งหนึ่งของค่าความยาวคลื่น

ในกรณีที่จุด P อยู่ไกลๆ การหาผลต่างระยะทางอาจประมาณได้จากสูตร โดย  $d$  คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิด และมุม  $q$  คือมุมที่จุด P เบนไปจากแนวเส้นกึ่งกลางระหว่างแหล่งกำเนิดทั้งสอง ทำให้ความสัมพันธ์กลายเป็น

$$\text{สำหรับจุดเสริม (ปฏิบัพ)} ; \quad d \sin \theta = n\lambda \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{สำหรับจุดหักล้าง (บัพ)} ; \quad d \sin \theta = \left(n - \frac{1}{2}\right) \lambda \quad ; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

#### 2.2.4 การเลี้ยวเบน (Diffraction)

เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านสิ่งกีดขวาง คลื่นส่วนที่สะท้อนสิ่งกีดขวางจะสะท้อนกลับ คลื่นบางส่วนที่ผ่านไปได้จะสามารถแผ่จากขอบของสิ่งกีดขวางเข้าไปทางด้านหลังของสิ่งกีดขวางนั้นคล้ายกับคลื่นที่อ้อมผ่านสิ่งกีดขวางนั้นได้ เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า การเลี้ยวเบนของคลื่น

การเลี้ยวเบนของแสงเป็นการเบี่ยงเบนไปจากทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต อันเนื่องมาจากการกีดขวางต่อคลื่นแสงนั้น เช่นถ้าเจาะรูวงกลมเล็กๆบนกระดาษทึบเพื่อใช้เป็นสิ่งกีดขวางคลื่น เมื่อมองภาพบนฉากที่อยู่หลังรูกลม จะเห็นภาพวงกลมสว่างที่มีขอบไม่คมชัดเหมือนในกรณีของการเกิดเงาในทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต หากแต่ที่ขอบของวงกลมนั้นจะมีแถบของวงกลมมืด-สว่างที่ไม่คมชัดนักแผ่ออกไปด้านข้างอีกด้วย การเลี้ยวเบนทางแสงนี้เป็นผลสืบเนื่องมาจากความเป็นคลื่นของแสงนอกจากจะเกิดได้กับสิ่งกีดขวางที่ทึบแล้ว ยังอาจเกิดได้ในกรณีที่สิ่งกีดขวางทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูดหรือเฟสของแสงที่ผ่านไป เช่นฟองอากาศเล็กๆ หรือสิ่งเจือปนในเลนส์ก็ทำให้เกิดภาพจากการเลี้ยวเบนได้เมื่อมีแสงเลเซอร์ผ่านไป การเกิดการเลี้ยวเบนในอุปกรณ์ทางแสงนี้จะเป็นอุปสรรคในการทำงานอุปกรณ์เหล่านั้น ทั้งนี้เนื่องจากขอบของภาพจากการเลี้ยวเบนมีลักษณะไม่คมชัด ทำให้มีข้อจำกัดในการใช้แยกความแตกต่าง

ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการเลี้ยวเบน

1. คลื่นที่ความยาวคลื่นมาก ความถี่น้อย จะเลี้ยวเบนได้ดีกว่าคลื่นที่มีความยาว คลื่นน้อย ความถี่มาก

2. การเลี้ยวเบนของคลื่นเป็นไปตามหลักของฮอยเกนส์ " ทุกๆจุดบนหน้าคลื่นสามารถเป็นแหล่งกำเนิดคลื่นใหม่ได้ และแต่ละจุดบนหน้าคลื่นจะให้คลื่นแผ่กระจายออกไปทุกทิศทางเท่ากับอัตราเร็วของคลื่นเดิมนั้น

3. การเลี้ยวเบนของคลื่นผ่านช่องเปิดที่มีความกว้างเท่ากับหรือน้อยกว่าความยาวคลื่น คลื่นที่แผ่กระจายออกมาทางด้านหลังของสิ่งกีดขวางจะมีลักษณะเป็นแนวโค้งวงกลม โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1 การที่คลื่นแผ่กระจายเป็นแนวโค้งวงกลม แสดงว่าคลื่นเลี้ยวเบนได้ดี

3.2 เมื่อมีคลื่นเลี้ยวเบน จะมีการซ้อนทับหรือแทรกสอดของคลื่นทางด้านหลังสิ่งกีดขวางด้วย เพียงแต่กรณีนี้จะมองไม่เห็นแนวบัพเท่านั้น

3.3 เมื่อมีการเลี้ยวเบน ย่อมมีการแทรกสอดเกิดขึ้นตามมาด้วยเสมอ (การเลี้ยวเบนหรือการแทรกสอดไม่จำเป็นต้องเกิดแนวบัพ)

4. การเลี้ยวเบนของคลื่นผ่านช่องเปิดที่มีความกว้างมากกว่าความยาวคลื่น คลื่นที่แผ่กระจายออกมาทางด้านหลังสิ่งกีดขวางจะมีแนวบัพเกิดขึ้นด้วย โดย

4.1 กรณีนี้ คลื่นจะเลี้ยวเบนไม่ก่อยดี

4.2 เมื่อมีการเลี้ยวเบน ย่อมมีการแทรกสอดเกิดขึ้นเสมอ (เมื่อมีการซ้อนทับของคลื่นทางด้านกลางของสิ่งกีดขวาง โดยสามารถมองเห็นแนวบัพได้)

4.3 จำนวนแนวบัพที่เกิดขึ้น คำนวณได้จากสูตร  $d \sin \theta = n\lambda$

5. การเลี้ยวเบนของคลื่นผ่านช่องเปิดสองช่อง

5.1 เมื่อคลื่นน้ำเลี้ยวเบนผ่านช่องเปิด 2 ช่อง ลักษณะคลื่นที่แผ่กระจายออกไปทางด้านหลังของสิ่งกีดขวางจะเหมือนกับการแทรกสอดของแหล่งกำเนิดอาพันธ์ทุกประการ กล่าวคือ ตรงกลางจะเป็นแนวปฏิบัติ และมีแนวบัพ สลับกันไป

5.2 การคำนวณหาแนวบัพและแนวปฏิบัติใช้สูตรเหมือนกับการแทรกสอดของแหล่งกำเนิดอาพันธ์

เมื่อมีการแทรกสอดไม่จำเป็นต้องมีการเลี้ยวเบน แต่เมื่อมีการเลี้ยวเบนจำเป็นต้องมีการแทรกสอดเกิดขึ้นมาด้วยเสมอ (อาจมองเห็นแนวบัพ หรือมองไม่เห็นแนวบัพก็ได้)

6. การเลี้ยวเบนของคลื่นผ่านช่องเดี่ยว

เมื่อคลื่นน้ำหน้าตรงเคลื่อนที่ผ่านช่องเดี่ยวที่มีความกว้าง  $d$  โดยหน้าคลื่นขนานกับความกว้างของช่อง จะทำให้เกิดการเลี้ยวเบนขึ้น ลักษณะการเลี้ยวเบนของคลื่นขึ้นอยู่กับความกว้างของช่องเดี่ยว

6.1 เมื่อช่องเดี่ยวมีความกว้างมาก ( $d \gg \lambda$ ) คลื่นหลังจากผ่านช่องเดี่ยวส่วนใหญ่เกือบเป็นเส้นตรง มีการเลี้ยวเบนน้อยมาก

6.2 กรณีช่องเดี่ยวมีความกว้างใกล้เคียงกับความยาวคลื่น ( $d > \lambda$ ) คลื่นหลังจากผ่านช่องเดี่ยวจะเกิดการเลี้ยวเบนขึ้น ทำให้เกิดแนวบัพ ลวดลายการเลี้ยวเบนจะเห็นได้ชัด

6.3 กรณีช่องเดี่ยวมีความกว้างน้อยกว่าความยาวคลื่น ( $d < \lambda$ ) คลื่นหลังจากผ่านช่องเดี่ยว จะเกิดการเลี้ยวเบนโดยไม่มีแนวบัพเกิดขึ้น ถือว่าเป็นการเลี้ยวเบนที่ดี แต่ลวดลายการเลี้ยวเบนจะเห็นไม่ชัด เพราะไม่มีแนวบัพเกิดขึ้น

6.4 กรณีช่องเดี่ยวมีความกว้างน้อยมากๆ ( $d \ll \lambda$ ) คลื่นหลังจากผ่านช่องเดี่ยว จะมีหน้าคลื่นเป็นส่วนโค้งของวงกลม โดยมีช่องเดี่ยวเป็นจุดกำเนิดคลื่น ให้คลื่นวงกลมแผ่ออกมา กรณีนี้ถือว่าเลี้ยวเบนดีที่สุด แต่จะไม่มีลวดลายการเลี้ยวเบน

ความยาวคลื่นของสีต่างๆ คือ

ม่วง	380 - 450 nm	น้ำเงิน	450 - 500 nm
เขียว	500 - 570 nm	เหลือง	570 - 590 nm
แสด	590 - 610 nm	แดง	610 - 700 nm

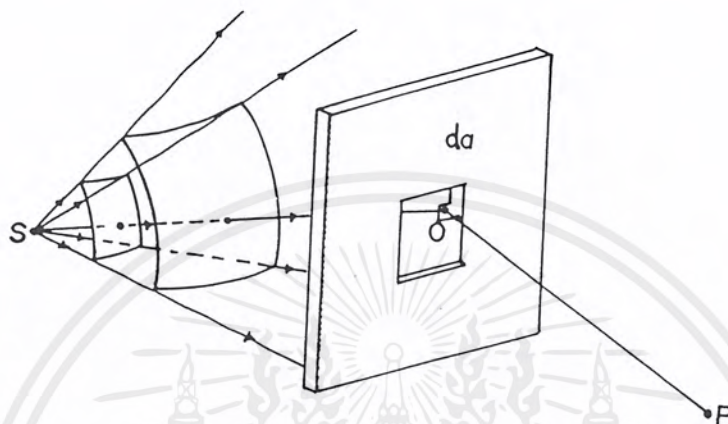
การแบ่งชนิดของการเลี้ยวเบนเป็นผลมาจากการประมาณค่าทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในการคำนวณหาค่าสนามรวม ถ้าทั้งแหล่งกำเนิดแสงและฉากอยู่ห่างจากสิ่งกีดขวางมากพอที่จะทำให้ถือว่าหน้าคลื่นที่มาถึงสิ่งกีดขวางและหน้าคลื่นที่มาจากเป็นหน้าคลื่นระนาบ เราเรียกการเลี้ยวเบนแบบนี้ว่าเป็นการเลี้ยวเบนแบบเฟรน์โฮเฟอร์ (Fraunhofer) หรือแบบ far-field แต่ถ้าหน้าคลื่นนั้นเป็นหน้าคลื่นทรงกลม เราเรียกการเลี้ยวเบนแบบนี้ว่าการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล (Fresnel) หรือ near-field ถ้าเลื่อนฉากให้เข้าใกล้หรือออกห่างจากสิ่งกีดขวางมากขึ้นเรื่อยๆ ภาพของสิ่งกีดขวางจะเปลี่ยนแปลงจากภาพในทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต ไปเป็นภาพของการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลและเป็นภาพการเลี้ยวเบนแบบเฟรน์โฮเฟอร์ในที่สุด

สำหรับโครงการพิเศษนี้จะพิจารณา การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล

### 2.3 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล (Fresnel diffraction)

การเลี้ยวเบนแบบเฟรน์โฮเฟอร์ ซึ่งต้องมีการประมาณว่าหน้าคลื่นที่ตกกระทบสลิตเป็นหน้าคลื่นระนาบ และใช้เลนส์ช่วยในการจัดลำแสงจากแหล่งกำเนิดมายังสลิตให้เป็นคลื่นระนาบ รวมทั้งช่วยในการรวมแสงเลี้ยวเบนให้ไปตกบนฉากเพื่อช่วยลดระยะทางระหว่างสลิตกับแหล่งกำเนิดและฉาก ต่อไปจะได้พิจารณากรณีที่ต่างออกไปคือ ระยะระหว่างสลิตกับแหล่งกำเนิดและฉากมีค่าน้อย ซึ่งเป็นการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล ดังในรูปที่ 2.2 ในกรณีนี้หน้าคลื่นของแสงที่มาถึงช่องสลิตจะเป็นทรงกลม  $r'$  เป็นระยะทางจากแหล่งกำเนิด S ไปยังจุด O บนหน้าคลื่นที่อยู่บนช่องสลิต และ  $r$  เป็นระยะทางจากจุด O ไปยังจุด P บนฉาก ในการศึกษาการเลี้ยวเบนแบบเฟรน์โฮเฟอร์ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นั่น ค่า  $r'$  ไม่ปรากฏในการคำนวณต่างๆเลย แต่ในการศึกษาการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลนี้ เราจำเป็นต้องนำค่า  $r'$  มาคิดด้วย นอกจากนี้ค่า  $r$  กับ  $r'$  เมื่อเทียบกับขนาดของช่องสลิตแล้วอาจมีค่าใกล้เคียงกันได้ สำหรับกรณีของเฟรสเนล ดังนั้นค่า  $r'$  และ  $r$  ที่ตำแหน่ง  $O$  ที่ต่างกันบนช่องสลิต ก็จะมีค่าต่างกัน รวมทั้งทิศทางต่างๆจากจุด  $O$  บนช่องไปยังจุด  $P$  ก็จะไม่คงที่ ดังเช่นในกรณีของเฟรอน์โฮเฟอร์ด้วย



รูปที่ 2.2 แสดงการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล

อาศัยหลักการของฮอยเกนส์-เฟรสเนล ดังที่เคยใช้มาแล้วในกรณีของการเลี้ยวเบนแบบเฟรอน์โฮเฟอร์ เราสามารถหาค่าแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าที่จุด  $P$  อันเนื่องมาจากการรวมกันของคลื่นฮอยเกนส์ ที่ออกมาจากหน้าคลื่นบนช่องสลิตได้ ถ้าแบ่งพื้นที่ของช่องสลิตให้เป็นขนาดของช่องเล็กๆ  $da$  คลื่นที่ออกจาก  $da$  นี้จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่จุด  $P$  มีค่าเป็น

$$dE_P = \left( \frac{dE_O}{r} \right) e^{ikr} \quad (2.1)$$

โดยที่  $dE_O$  เป็นแอมพลิจูดของคลื่นของช่องสลิตมีค่าเป็น

$$dE_O \propto E_L da \quad (2.2)$$

$E_L$  เป็นแอมพลิจูดของคลื่นที่จุด  $O$  (บน  $da$ ) ซึ่งคลื่นนี้เป็นคลื่นทรงกลมที่ออกมาจากแหล่งกำเนิดหรือได้ว่า

$$E_L = \left( \frac{E_S}{r'} \right) e^{ikr} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $E_S$  เป็นแอมพลิจูดของสนาม ณ ตำแหน่งที่ห่างจากแหล่งกำเนิด 1 หน่วย ถ้าเราไม่คำนึงถึงค่าคงที่จากการแปรผันในสมการ (2.2) เราจะได้ว่า

$$dE_P = \left( \frac{E_S}{rr'} \right) e^{ik(r+r')} da \quad (2.4)$$

เมื่อคิดถึงค่าสนามที่จุด P อันเนื่องมาจากทุกจุดของคลื่นบนช่วงสลิตจะได้

$$E_P = E_S \iint_{A_p} \left( \frac{1}{rr'} \right) e^{ik(r+r')} da \quad (2.5)$$

$A_p$  เป็นพื้นที่ของช่องสลิต ค่า  $E_P$  นี้ยังนับว่ายังไม่ถูกต้องสมบูรณ์นัก เนื่องจากสนามจาก  $da$  ทั้งหลายบนช่องสลิตที่มาถึง P มีทิศทางต่างกัน เราอาจแก้ไขปัญหานี้โดยใช้ฟังก์ชัน  $F(\theta)$  มาเป็นแฟกเตอร์ที่ช่วยทำให้ถูกต้องขึ้น โดย  $\theta$  เป็นมุมระหว่างเส้นตรง OP กับเส้นตั้งฉากจาก P ไปยังระนาบของช่องสลิต นอกจากนี้ยังมีอีกปัญหาหนึ่งคือ การเปลี่ยนเฟสของลำแสงเลี้ยวเบนไป  $90^\circ$  เทียบกับลำแสงตกกระทบ อย่างไรก็ตามถ้าเราทำการแก้ไขปัญหานี้ได้ ก็จะทำให้ได้ค่า  $E_P$  ที่ถูกต้องเป็น

$$E_P = - \frac{iE_S}{\lambda} \iint_{A_p} F(\theta) \frac{e^{ik(r+r')}}{rr'} da \quad (2.6)$$

โดยที่  $-i = e^{-i\pi/2}$  เป็นค่าที่แก้ไขเรื่องการที่ลำแสงเลี้ยวเบนเปลี่ยนเฟสไป  $90$  องศา สมการ (2.6) เรียกว่าสมการการเลี้ยวเบนของเฟรสเนล-เคิร์ชฮอฟฟ์ (Fresnel-Kirchhoff) โดยในครั้งแรกเฟรสเนลเป็นผู้เขียนขึ้นก่อนแล้ว เคิร์ชฮอฟฟ์ (Gustav robert Kirchhoff นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน ค.ศ. 1824-1887) มาเพิ่มเติม อย่างไรก็ตาม สมการ(2.6) นี้ไม่สามารถนำไปหาผลลัพท์ได้ง่ายนัก เฟรสเนลจึงได้เสนอวิธีในการพิจารณาปัญหาได้ง่ายลง ดังต่อไปนี้

#### 2.4 เกณฑ์สำหรับการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล

เมื่อพิจารณากรณีง่าย ๆ ที่ทั้งแหล่งกำเนิด S และฉาก P ต่างก็อยู่ในแนวตั้งกลางของสลิต ดังรูปที่ 2.3 จะเห็นได้ว่า  $\Delta$  ในรูปจะมีค่าเป็นศูนย์ถ้าเป็นคลื่นระนาบ (ในกรณีของการเลี้ยวเบนแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เฟราน์โฮเฟอร์นั้นถือว่า  $\Delta$  มีค่าน้อยมาก) จากรูปที่ 2.3 (a) จะได้

$$\Delta = p - \sqrt{r^2 - h^2} \quad (2.7)$$

จากการใช้การกระจายไบนอมิอัล (binomial expansion)

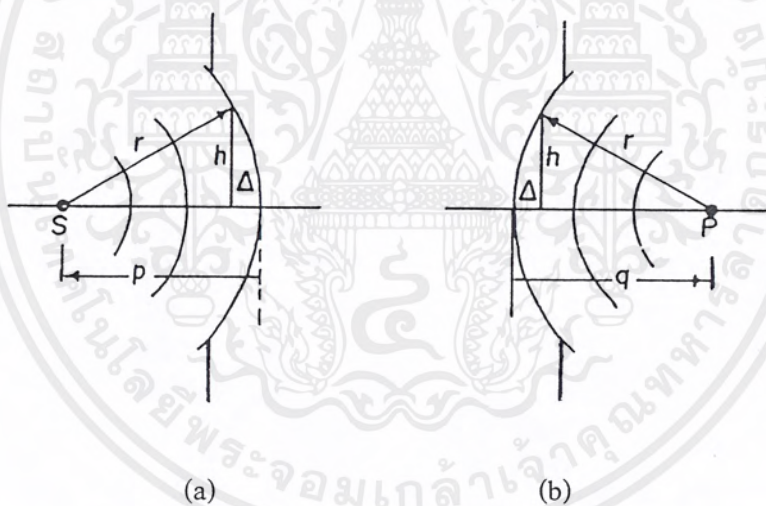
$$(1 - x)^{1/2} = 1 - x/2 + \dots$$

จะได้

$$\Delta = p - r \left(1 - \frac{h^2}{r^2}\right)^{1/2} \cong p - r \left(1 - \frac{h^2}{2r^2}\right) \quad (2.8)$$

แต่เนื่องจาก  $p$  และ  $r$  มีค่าใกล้เคียงกันมากจนถือว่าเท่ากันได้ ดังนั้น

$$\Delta = \frac{h^2}{2p}$$



รูปที่ 2.3 แสดงการมองด้านข้างของรูปที่ 2.2 (a) ความโค้งของลำแสงตกกระทบ  
(b) ความโค้งของลำแสงเลี้ยวเบน

เงื่อนไขที่จะบอกว่าหน้าคลื่นเป็นทรงกระบอกหรือมิใช่ระนาบ คือ

$$\Delta = \frac{h^2}{2p} \gg \lambda \quad (2.9)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าคิดความโค้งของหน้าคลื่นเลี้ยวเบน ดังแสดงในรูป 2.3 (b) จะได้เช่นกันว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta = \frac{h^2}{2q} \lambda \quad (2.10)$$

ถ้ารวมสมการที่ (2.9) และ (2.10) เข้าด้วยกัน จะได้เงื่อนไขสำหรับการเกิดการเลี้ยวเบนแบบ near field หรือ แบบเฟรสเนล เป็น

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) h^2 \lambda \quad (2.11)$$

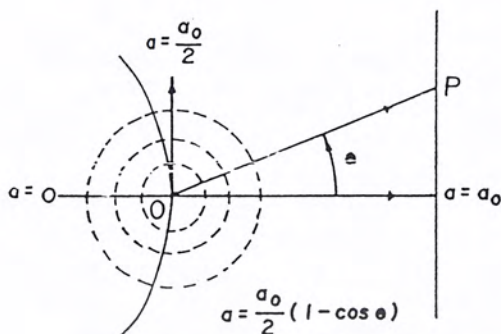
ถ้า  $h$  มีค่าสูงสุดคือสูงถึงขอบของช่องพอดี หรือคือรัศมีของช่องในกรณีของช่องวงกลม สมการ (2.9) และ (2.10) อาจเขียนได้โดยประมาณเป็น

$$d < \frac{A}{\lambda} \quad (2.12)$$

เมื่อ  $d$  แทน  $p$  หรือ  $q$  และ  $A$  คือพื้นที่ของช่องสลิต สมการที่ได้ก็อาจถือว่าเป็นเงื่อนไขของการเกิดการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล

## 2.5 แฟกเตอร์การเอียง (Obliquity factor)

แฟกเตอร์นี้เป็นตัวที่ทำการแก้ไขค่าสนาม  $E_p$  ให้ถูกต้องยิ่งขึ้น โดยคำนึงถึงการที่สนามจากจุดต่างๆ บนช่องสลิตที่มาถึง  $P$  มีทิศทางต่างกัน เฟรสเนลเป็นผู้เสนอแฟกเตอร์นี้จากหลักการของฮอยเกนส์ โดยการกำหนดให้แหล่งกำเนิดบนหน้าคลื่นของคลื่นใหม่ออกมาเท่ากันในทุกทิศทาง ทำให้มีหน้าคลื่นทั้งด้านหน้าและด้านหลังของหน้าคลื่นเดิม ดังแสดงในรูปที่ 2.4  $O$  เป็นจุดบนหน้าคลื่นเดิมเส้นประคือหน้าคลื่นใหม่ที่แผ่ออกมาจนไปถึงจุด  $P$  บนฉาก ค่าแอมพลิจูดของคลื่นที่ไปถึงจุด  $P$  ที่เฟรสเนลเสนอให้ใช้คือ



รูปที่ 2.4 แสดงแพกเตอร์การเอียง

$$a = \left( \frac{a_0}{2} \right) (1 + \cos \theta) \quad (2.13)$$

เมื่อ  $a_0$  เป็นแอมพลิจูดในทิศที่ตรง  $O$  ไปในแนวตั้งฉากกับฉาก หรือ  $\theta = 0$  ซึ่งจากเงื่อนไขนี้ เราจะ  
ได้  $a = 0$  ในทิศที่สวนกลับไปทางหลัง ดังรูปสมการนี้ได้รับการพิสูจน์โดยเคิร์ชฮอฟฟ์ในเวลาต่อมา

## 2.6 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลจากช่องสลิตวงกลม

ถ้าช่องสลิตในรูปที่ 2.2 เป็นวงกลม เฟรสเนลได้เสนอวิธีการแบ่งช่องวงกลมเป็นโซนที่มี  
สมมาตรรอบแกน SOP เพื่อใช้ในการพิจารณาค่าของสนาม  $E_p$  รูปที่ 2.5 (a) แสดงให้เห็นส่วนหนึ่ง  
ของโซนดังกล่าว เส้นโค้งในรูปแสดงหน้าคลื่นทรงกลมที่ออกมาจากแหล่งกำเนิด  $S$  โซนที่กำหนด  
ขึ้นจะเป็นวงกลมบนหน้าคลื่นทรงกลมนี้ โดยโซนที่ติดกันจะมีระยะจากจุด  $P$  ต่างกันเป็น  $\lambda/2$  หรือ  
ถ้าพิจารณาจากรูปจะได้

$$r_1 = r_0 + \lambda/2$$

$$r_2 = r_0 + \lambda$$

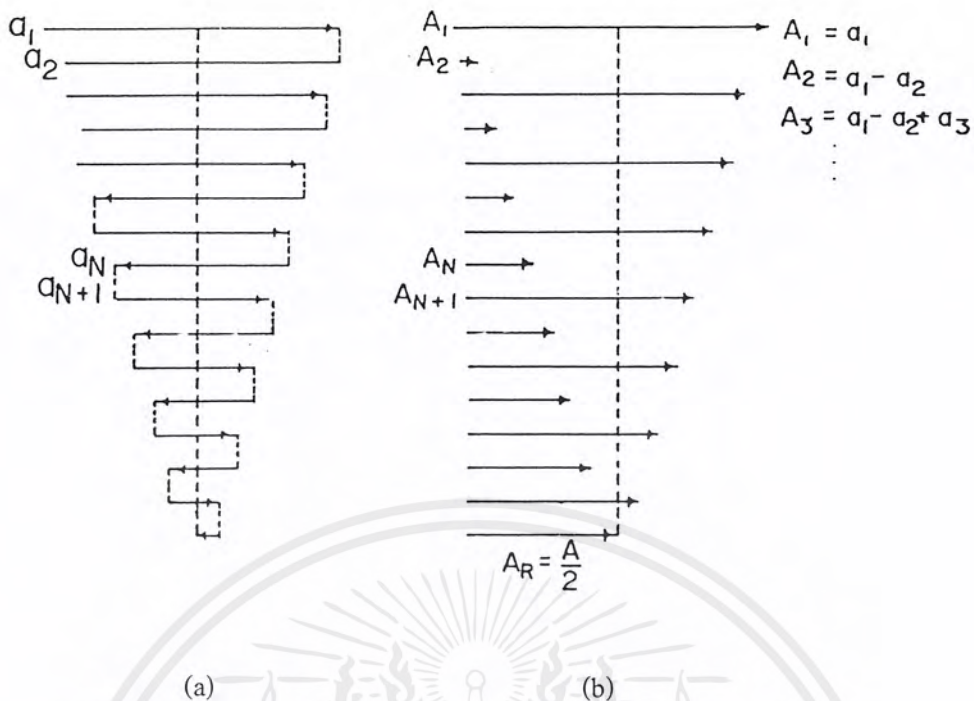
.....

.....

.....

$$r_N = r_0 + \frac{N\lambda}{2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 (a) แสดงโซนวงกลมของเฟรสเนล บนหน้าคลื่นทรงกลม  
(b) phasor diagram ของโซนวงกลมใน (a)

การกำหนดดังกล่าวจะทำให้คลื่นจากโซนที่อยู่ติดกันมีเฟสตรงกันข้าม ดังนั้นจึงมักเรียกโซนเหล่านี้ว่าโซนครึ่งคาบ (half-period zones) หรือโซนของเฟรสเนล (Fresnel zones) เราอาจแบ่งโซนของเฟรสเนล 2 โซนที่ติดกันให้ย่อยลงไปได้อีก ซึ่งแต่ละโซนย่อยนี้จะมีเฟสต่างกันย่อยลงไปตามลำดับด้วย เช่นถ้าแบ่งเป็น 15 โซนย่อย แต่ละโซนย่อยที่ติดกันก็จะมีเฟสต่างกันเป็น  $\pi/15$  โซนที่อยู่ต้นและปลายก็จะมีเฟสต่างกัน  $\pi$  เช่นเดิม ในรูปที่ 2.5 (b) แสดง phasor diagram ของโซนต่างๆ ลูกศรเล็กๆ แทนโซนย่อย เมื่อครบ 15 โซนย่อย จะเห็นทิศของลูกศรหรือ phasor กลับกับ phasor แรกแอมพลิจูด  $a_1$  คือผลรวมของโซนย่อยทั้ง 15 โซน จะเห็นว่า  $a_1$  นี้ทำมุม 90 องศากับแนวอ้างอิงคือเส้นในแนวนอน นั่นคือ phasor ของโซนแรกในโซนครึ่งคาบ มีเฟส  $\pi/2$  เรเดียน หรือ 90 องศา ในกรณีที่เรแบ่งโซนย่อยให้มากขึ้นไปอีก จะทำให้ phasor diagram มีลักษณะเป็นวงกลมและ  $a_1$  จะเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ในรูปที่ 2.5 (b) นี้ได้คำนึงถึงเฟกเตอร์การเอียงด้วย โดยทำให้ phasor ค่อยๆลดขนาดให้สั้นลงกว่า phasor แรกๆ คราวละ 5% ดังนั้นวงกลมของ phasor จึงไม่ครบ หากจะหดเข้าด้านใน ดังรูป

ถ้าคิดผลรวมของคลื่นที่จุด P จากโซนครึ่งคาบทั้งหลายจะได้เป็น

$$\begin{aligned}
 A &= a_1 + a_2 e^{i\pi} + a_3 e^{i2\pi} + a_4 e^{i3\pi} + \dots \\
 &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แอมพลิจูดของโซนที่อยู่ติดกัน มีค่าเปรียบเทียบกันได้ 3 ลักษณะ คือ

- ก. แอมพลิจูดมีค่าค่อยๆเพิ่มขึ้นตาม  $N$  เนื่องจากการเพิ่มพื้นที่ของโซน
- ข. แอมพลิจูดมีค่าค่อยๆลดลงตาม  $N$  เนื่องจากระยะทางจาก  $P$  เพิ่มขึ้น
- ค. แอมพลิจูดมีค่าค่อยๆลดลงตาม  $N$  เนื่องจากแฟกเตอร์การเอียง

จากข้อ ก. เราสามารถหาพื้นที่ผิว  $S_N$  ของโซนอันดับที่  $N$  ได้เป็น

$$S_N = \frac{\pi r' r_0^2}{r_0 + r'} \left[ \frac{\lambda}{r_0} + (2N - 1) \left( \frac{\lambda}{2r_0} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

เนื่องจาก  $\lambda/r_0$  มีค่าน้อย เทอมที่สองในวงเล็บจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับเทอมแรก จึงได้

$$S_N \cong \left[ \frac{\pi r'}{r_0 + r'} \right] r_0 \lambda \quad (2.16)$$

ซึ่งไม่ขึ้นกับอันดับของโซน หรือกล่าวได้ว่าทุกโซนมีพื้นที่ผิวใกล้เคียงกันมาก ความแตกต่างของพื้นที่จึงมาจากเทอมที่สองเป็นสำคัญ ค่าการเพิ่มของแอมพลิจูดในพื้นที่ในเทอมที่สองนี้จะหักล้างกับผลของการที่ระยะจากโซนถึงจุด  $P$  มีค่ามากขึ้น ทำให้แอมพลิจูดจากทุกโซนมีค่าใกล้เคียงกัน ตามสมการ (2.16) ดังนั้นผลจากแฟกเตอร์การเอียงจึงเป็นส่วนที่มีบทบาทสำคัญที่สุดในการลดลงของแอมพลิจูดของคลื่นจากโซนเมื่อ  $N$  มีค่าเพิ่มขึ้น

ในรูปที่ 2.5 (a) แสดง phasor diagram สำหรับแอมพลิจูดของแต่ละ half – period zones ตามสมการ (2.14) และผลรวมของ phasor diagram แสดงไว้ในรูปที่ 2.6 (b) การเขียนแอมพลิจูดในรูป(a) แยกจากกันเพื่อความสะดวกในการพิจารณาผลรวมดังในรูป (b)

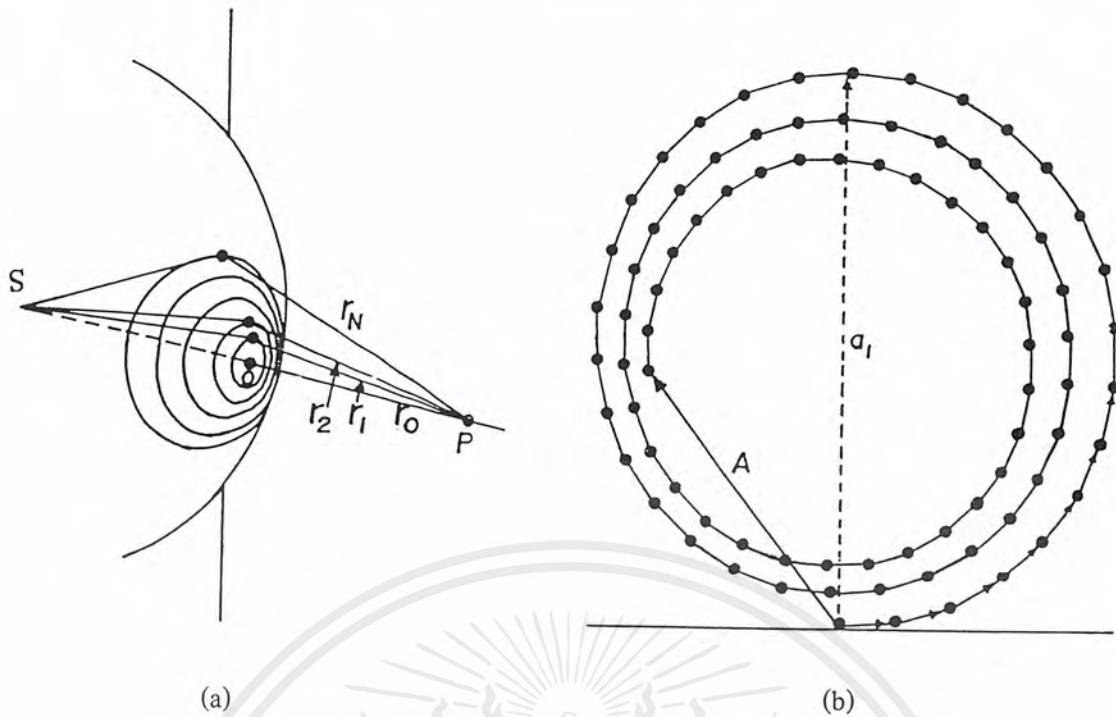
phasor ของโซนที่มีค่า  $N$  สูงขึ้นจะมีเฟสต่างจากโซนก่อนหน้านั้น  $180$  องศาและมีแอมพลิจูดลดลงตามแฟกเตอร์การเอียง เมื่อพิจารณาในรูป (b) จะเห็นว่าค่า  $A_N$  เมื่อมีค่าน้อยจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก เมื่อ  $N$  มีค่ามากขึ้น ค่าผลรวมของแอมพลิจูด  $A_N$  จะมีค่าใกล้เคียงกับค่า  $A_N = a_1 / 2$  หรือครึ่งหนึ่งของแอมพลิจูดของโซนแรก ค่า  $A_N$  นี้จะ เพิ่มขึ้นหรือลดลง ขึ้นกับว่า  $N$  เป็นเลขคู่หรือเลขคี่ จากรูปจะได้ว่า

$$A_N \cong \frac{a_1}{2} - \frac{a_2}{2} \quad \text{ถ้า } N \text{ เป็นเลขคู่} \quad (2.17)$$

และ

$$A_N \cong \frac{a_1}{2} + \frac{a_N}{2} \quad \text{ถ้า } N \text{ เป็นเลขคี่} \quad (2.18)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) (b)  
รูปที่ 2.6 แสดง phasor diagram ของโซนครึ่งคาบ โดยในรูป (a) เป็นของแต่ละโซน ส่วนในรูป (b) เป็นผลรวม

จากรูปที่ 2.6 หรือจากสมการ (2.17) และ(2.18) ทำให้สรุปได้ว่า

1. ถ้า  $N$  มีค่าน้อยจน  $a_1 \cong a_N$  สำหรับ  $N$  ที่เป็นเลขคี่ ผลรวมของแอมพลิจูด  $A_N$  จะมีค่า  $a_1$  และถ้า  $N$  เป็นเลขคู่ ผลรวมของแอมพลิจูด  $A_N$  จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์
2. ถ้า  $N$  มีค่ามาก เช่น ในกรณีที่ช่องสลิดกว้างมาก  $a_N$  จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ไม่ว่า  $N$  จะเป็นเลขคี่หรือเลขคู่ ผลรวมของแอมพลิจูด  $A_N$  จะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของแอมพลิจูดจากโซนแรก คือ  $a_1/2$

จากข้อสรุปข้างต้นนี้ ถ้าเราใช้ช่องสลิดวงกลมที่ปรับขนาดได้ โดยเริ่มต้นให้ช่องสลิดมีขนาดเท่ากับโซนแรกพอดี จะได้แอมพลิจูดของคลื่นที่จุด  $P$  เป็น  $a_1$  เมื่อเพิ่มช่องสลิดให้มากขึ้นจนเท่ากับโซนที่สองพอดี จะทำให้แอมพลิจูดที่จุด  $P$  จะเป็น  $a_1/2$  หรือเท่ากับครึ่งหนึ่งของตอนที่ช่องสลิดเท่ากับโซนแรก เนื่องจาก irradiance มีค่าแปรผันกับกำลังสองของแอมพลิจูด ดังนั้นในกรณีที่ไม่มีการขวางกั้นลำแสงเลยจะมี irradiance ที่  $P$  เป็น  $1/4$  ของขณะที่ช่องสลิดเท่ากับขนาดของโซนแรก ผลที่ได้นี้อาจดูว่าค่อนข้างแปลก เพราะเราจะไม่เคยพบในปรากฏการณ์ต่างๆ ไป แต่ถ้าเราพิจารณาจากรูปที่ 2.6 ก็จะพบว่า เป็นสิ่งที่เป็นไปได้

อีกกรณีหนึ่งที่น่าสนใจในประวัติศาสตร์ของการศึกษาทางทัศนศาสตร์กายภาพก็คือ ถ้าเราใช้วัตถุเล็กกลมทึบที่มีขนาดเท่ากับขนาดของโซนแรกแทนช่องเปิดวงกลม ในกรณีนี้แสงที่ไปถึง  $P$  เป็น  $a_2/2$  และ irradiance ที่จุดศูนย์กลางเงาของวัตถุ จะเกือบเท่ากับกรณีที่ไม่มีวัตถุขวางเลย (เนื่องจาก  $a_1$  กับ  $a_2$  มีค่าใกล้เคียงกัน) เมื่อเฟรสเนลเสนอบทความที่เป็นผลงานของเรื่องดังกล่าวใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประชุม Poisson ได้ตั้งว่าเป็นการคาดการณ์ที่เหลวไหล และไม่สามารถตัดสินได้ในทางทฤษฎี อย่างไรก็ตาม ต่อมาเฟรสเนล และอราโก (Dominique Francois Jean Arago นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส ค.ศ. 1786-1853) ได้แสดงผลการทดลองให้เห็นจุดหรือ spot ที่จุดศูนย์กลางของเงาได้และจุดนี้ปัจจุบันมีชื่อว่า Poisson spot

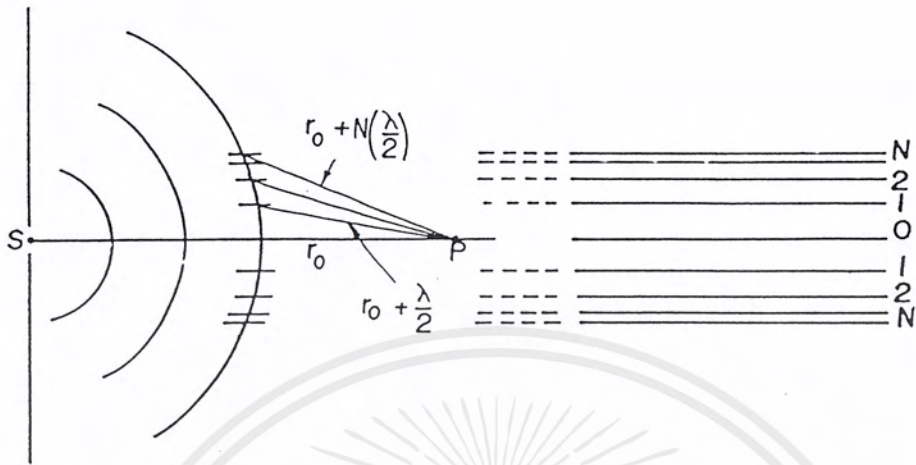
## 2.7 การเปลี่ยนเฟสของลำแสงเลี้ยวเบน

phasor อันแรกในรูปที่ 2.6 นั้นเขียนในแนวราบ ซึ่งเป็นการเขียนโดยไม่มีกฎเกณฑ์แต่อย่างใด จากนั้น phasor อื่นอื่นๆ ก็เขียนตาม phasor อันแรก ในรูปที่ 2.6 นี้ เราได้เห็นแล้วว่า phasor ในโซนแรกสำหรับโซนครึ่งคาบมีเฟสตามหลังแสงที่ไปถึงจุด P ตามแนวแกน OP อยู่  $\pi/2$  เรเดียน และผลรวมของ phasor ทั้งจำนวน N อันก็อยู่ในแนวของ  $a_1$  ด้วย เราจึงสรุปได้ว่า เฟสของแสงที่จุด P ที่ได้มาจากแต่ละโซนของเฟรสเนลมีค่าต่างจากเฟสของแสงที่ตรงมาตามแนว OP อยู่  $\pi/2$  เรเดียน เพื่อให้เฟสที่ได้จากโซนของเฟรสเนลตรงกันกับเฟสของคลื่นที่ไม่มีการเลี้ยวเบนเฟรสเนลจึงต้องกำหนดเพิ่มเติมว่า ลำแสงเลี้ยวเบนที่เกิดจากคลื่นลูกใหม่นั้นมีเฟสเพิ่มขึ้น  $\pi/2$  เรเดียน จากคลื่นที่มาตกกระทบช่องสลิต และเพิ่มเทอม  $-i$  เข้าไปในสมการ (2.6) สมการนี้ก็เป็นเช่นเดียวกับที่เคิร์ชฮอฟฟ์สามารถพิสูจน์ได้ในทางทฤษฎีด้วย

## 2.8 การเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลสำหรับช่องสลิตรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

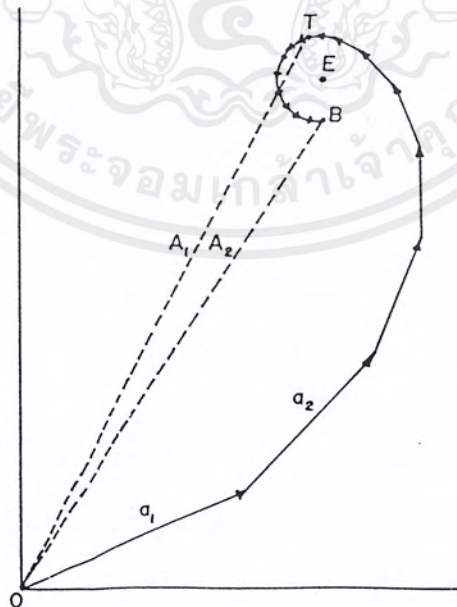
เราสามารถศึกษาการเลี้ยวเบนจากขอบตรง ช่องสลิตรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือเส้นลวดเล็กๆ ได้ โดยใช้สมการของเฟรสเนล-เคิร์ชฮอฟฟ์หรือสมการ (2.6) ดังที่กล่าวมาแล้ว ถ้าเปลี่ยนแหล่งกำเนิด S ในรูปที่ 2.2 และ 2.3 เป็นช่องสลิต จะได้น้ำคลื่นที่ออกจากสลิตเป็นรูปทรงกระบอก ในทางคณิตศาสตร์หน้าคลื่นทรงกระบอกจะเหมือนหน้าคลื่นทรงกลมทุกประการ นอกจากแอมพลิจูดจะลดลง  $1/\sqrt{r}$  ทำให้ irradiance ลดลงเป็น  $1/r$  ในกรณีหน้าคลื่นทรงกลมค่าของแอมพลิจูดจะลดลง  $1/r$  และ irradiance ลดลง  $1/r^2$

ก่อนที่จะทำการวิเคราะห์ตามสมการดังกล่าว เราอาจจะพิจารณาคำว่าถึงผลที่จะเกิดขึ้น โดยการพิจารณาจากโซนครึ่งคาบหรือโซนของเฟรสเนล ในรูปที่ 2.2 โซนนี้อยู่ในรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวตามแนวหน้าคลื่นดังแสดงในรูปที่ 2.7 เราต้องการจะแสดงว่าผลรวมของ phasors ทั้งหมดของกรณีนี้จะให้จุดปลายของเส้นโค้งที่เรียกว่าเกลียวคอร์นู (Cornu spiral) ในหัวข้อก่อนๆ เราทราบมาแล้วว่าที่จุด P เฟสของแสงจากแต่ละโซนที่ติดกันจะต่างกัน  $\pi$  เรเดียนหรือครึ่งคาบ รูปที่ 2.7 (b) แสดงโซนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวทั้งที่อยู่บนและอยู่ล่างของเส้น SP โซนในรูปนี้ต่างจากโซนวงกลมของเฟรสเนลตรงที่พื้นที่จะลดลงเมื่อ N มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้แอมพลิจูดที่ออกจากโซนเหล่านั้นลดลงเมื่อ N มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย



รูปที่ 2.7 แสดง โชนครึ่งคาบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่อยู่บนหน้าคลื่นทรงกระบอก

การแบ่งโชนเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะทำให้เราเขียน phasor diagram ของแอมพลิจูดของคลื่นจากโชนต่างๆ ได้ดังรูปที่ 2.8 ถ้าในโชนแรกมีการแบ่งออกเป็นโชนย่อยโดยแต่ละโชนย่อยมีความต่างเฟสเท่ากัน โชนย่อยเหล่านี้แทนด้วย phasor  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ที่ปลายของโชนแรกคือจุด T เป็นจุดที่มีเฟสต่างจากโชนย่อยแรกเป็นค่า  $\pi$



รูปที่ 2.8 แสดง phasor diagram สำหรับ โชนครึ่งคาบที่มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลรวมของแอมพลิจูดทั้งหมดคือ phasor  $A_1$  ถ้าเปรียบเทียบกับกรณีของโซนวงกลมซึ่ง phasor อยู่ในแนวตั้ง ส่วนในกรณีของโซนสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ เนื่องจากแอมพลิจูดของ phasors ลดลงอย่างมากตามการเพิ่มค่า  $N$  มุมเฟสของ phasors ของแอมพลิจูดรวมหรือ  $A_1$  จึงมีค่าน้อยกว่า  $\pi/2$  เรเดียน และเมื่อพิจารณาต่อไปในโซนที่สองซึ่งมีเฟสต่างจากโซนแรก  $\pi$  เรเดียน จะได้จุดปลายของโซนที่สองอยู่ที่จุด B ในรูปที่ 2.8 ผลรวมของ phasors ของโซนที่หนึ่งและโซนที่สองจะมีค่าเป็น  $A_2$  ถ้าพิจารณาต่อไปในโซนที่สาม สี่ ห้า..... จะพบว่า phasors จะเรียงต่อกันเป็นเส้นโค้งเรียบและเป็นเกลียวหมุนเข้าสู่จุด E หรือที่เรียกว่าเป็นตา (eye) ของเกลียว phasor  $A_R$  ที่ลากจากจุด O ไปยังจุด E ก็คือ phasor ของแอมพลิจูดรวมของโซนทั้งหมดในช่วงเหนือ SP ขึ้นไป และเราจะได้ผลในทำนองเดียวกันสำหรับโซนทั้งหมดที่อยู่ต่ำกว่า SP ลงมา คือได้เป็นเกลียวที่เหมือนกันแต่อยู่ใน quadrant ที่สาม เส้นโค้งหรือเกลียวที่ได้ทั้งหมดนี้รวมกันเรียกว่าเกลียวคออร์นู เส้นโค้งนี้มีประโยชน์มากในการหาค่าแอมพลิจูดจากโซนต่างๆและทำให้สามารถเปรียบเทียบ irradiance ได้



### บทที่ 3

#### ขั้นตอนการทดลอง

การทดลองสามารถแบ่งเป็นขั้นตอนต่างๆ ได้ดังนี้

ทำการสร้างช่องเปิดรูปร่างกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 150, 300 และ 600 ไมโครเมตร และช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมขนาด 100×600 , 300×600 และ 600×600 ไมโครเมตร โดยกระบวนการสร้างมาสก์แบบอ่อน โดยมีขั้นตอนดังนี้

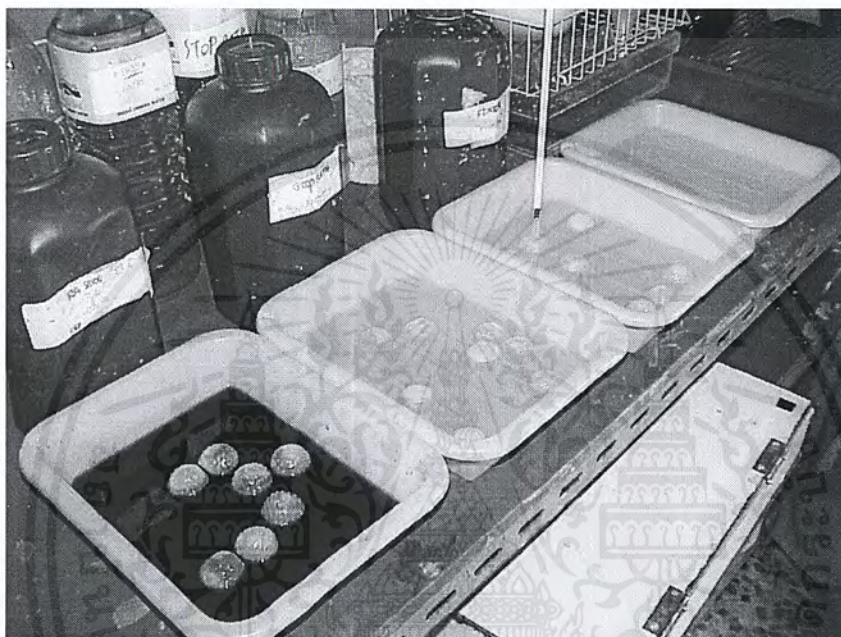
- สร้างรูปแบบทางคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม Corel-Draw สร้างให้มีขนาดเป็น 16 เท่าของขนาดจริง
- เตรียมฟิล์มที่ใช้สำหรับการฉายแสง โดยที่ระยะเวลาที่ใช้ในการฉายแสงจะสัมพันธ์กับชนิดของฟิล์ม และระยะเวลาที่แช่ในน้ำยา developer
- นำแบบที่สร้างจากคอมพิวเตอร์มาเป็นต้นแบบในการถ่ายย่อ โดยที่ทำการถ่ายย่อ 2 ครั้ง โดยครั้งแรกและครั้งที่สองมีการถ่ายย่อ 25% เพื่อให้ได้ขนาดที่ต้องการ



รูปที่ 3.1 แสดงเครื่องถ่ายย่อส่วนของ Kodak

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

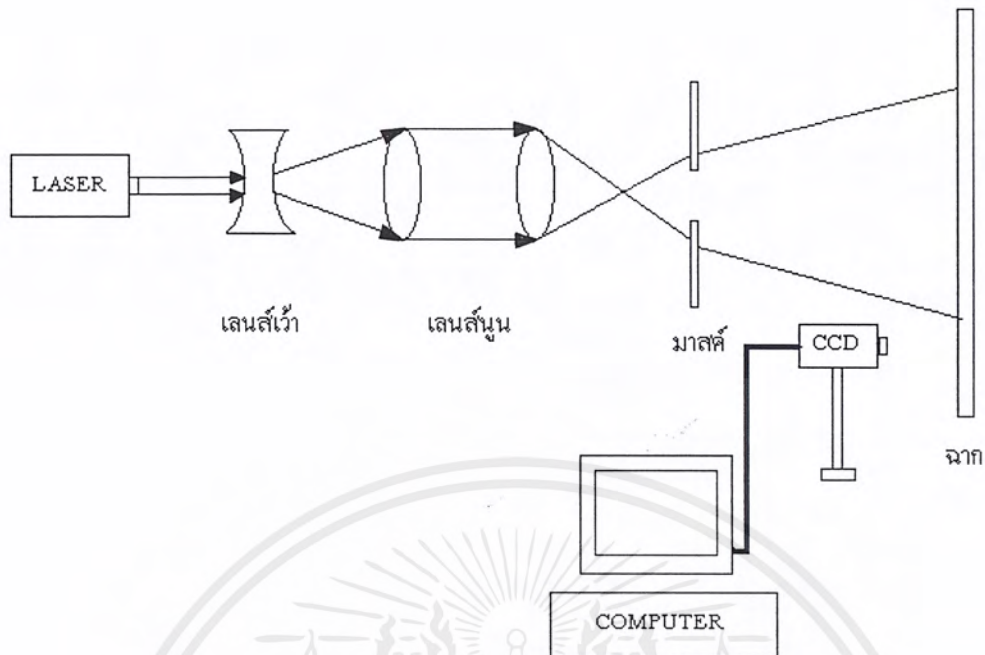
- เมื่อทำการฉายแสงเรียบร้อยแล้ว โดยใช้เวลาในการฉายแสง 12 วินาที จากนั้นนำไปแช่ในน้ำยา developer ของ Kodak RA2000 CGP 1:2 นาน 90 วินาที แล้วนำไปแช่ในน้ำยา stopbath CGP 1:4 นาน 30 วินาที จากนั้นนำไปแช่ในน้ำยา fixer CGP 1:3 นาน 90 วินาที แล้วนำไปล้างใน DI water
- นำฟิล์มที่ผ่านขั้นตอนดังกล่าวแล้วไปอบให้แห้ง



รูปที่ 3.2 แสดงการจัดวางอุปกรณ์ในการล้างฟิล์ม

2. ทำการจัดตั้งอุปกรณ์ดังรูป โดยใช้แหล่งกำเนิดแสงที่เป็นเลเซอร์ที่มีความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร ใช้เลนส์เว้าเพื่อทำการกระจายลำแสงเลเซอร์ ใช้เลนส์นูนตัวที่ 1 เพื่อให้ลำแสงเลเซอร์ขนาน ใช้เลนส์นูนตัวที่ 2 เพื่อทำการรวมลำแสงเลเซอร์ ใช้ช่องเปิดรูปร่างกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 150 ไมโครเมตรใช้กล้องซีซีดีเป็นตัวตรวจวัดความเข้มแสงและใช้คอมพิวเตอร์สำหรับแสดงผล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 แสดงการจัดวางอุปกรณ์ในการศึกษาการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนล

3. เปลี่ยนขนาดของช่องเปิดรูปร่างกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 150 ไมโครเมตรเป็น 300 ไมโครเมตร และ 600 ไมโครเมตร ตามลำดับ
4. เปลี่ยนรูปร่างของสิ่งกีดขวางจากช่องเปิดรูปร่างกลมเป็นช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมขนาด 100×600 ไมโครเมตร
5. เปลี่ยนขนาดของช่องเปิดรูปสี่เหลี่ยมจากขนาด 100×600 ไมโครเมตร เป็น 300×600 ไมโครเมตร และ 600×600 ไมโครเมตร ตามลำดับ
6. เปลี่ยนเลเซอร์จากความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร เป็น 514 นาโนเมตร
7. ทำซ้ำจากข้อ 3. ถึงข้อ 7.
8. เปลี่ยนเลเซอร์จากความยาวคลื่น 514 นาโนเมตรเป็น 632.8 นาโนเมตร
9. ทำซ้ำจากข้อ 3. ถึงข้อ 7.
10. นำผลที่ได้มาวัดความเข้มแต่ละจุด จากนั้นนำข้อมูลที่ได้มาสร้างเป็นกราฟ
11. ทำการวิเคราะห์ลักษณะของกราฟจากข้อมูลที่ได้
12. สรุปผลการทำโครงการพิเศษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

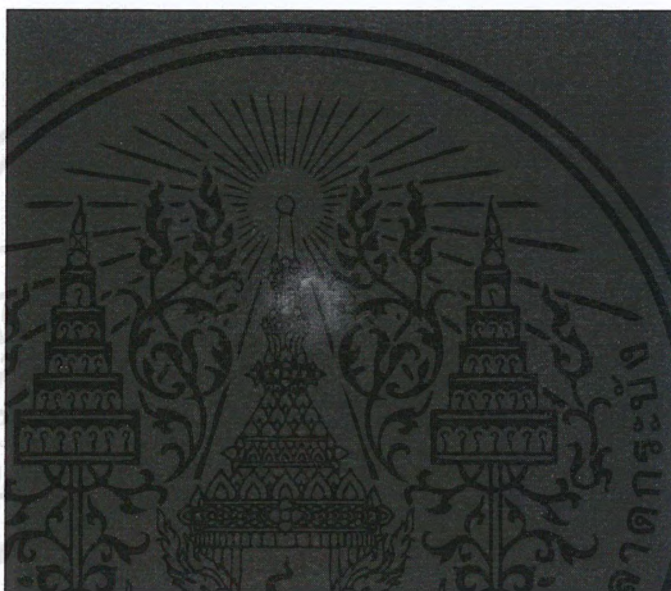
## บทที่ 4

### ผลการทดลอง

#### 4.1 กรณีช่องเปิดรูปวงกลม

##### 4.1.1 กรณีความยาวคลื่น 488 ไมโครเมตร

กรณีช่องเปิดรูปวงกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร

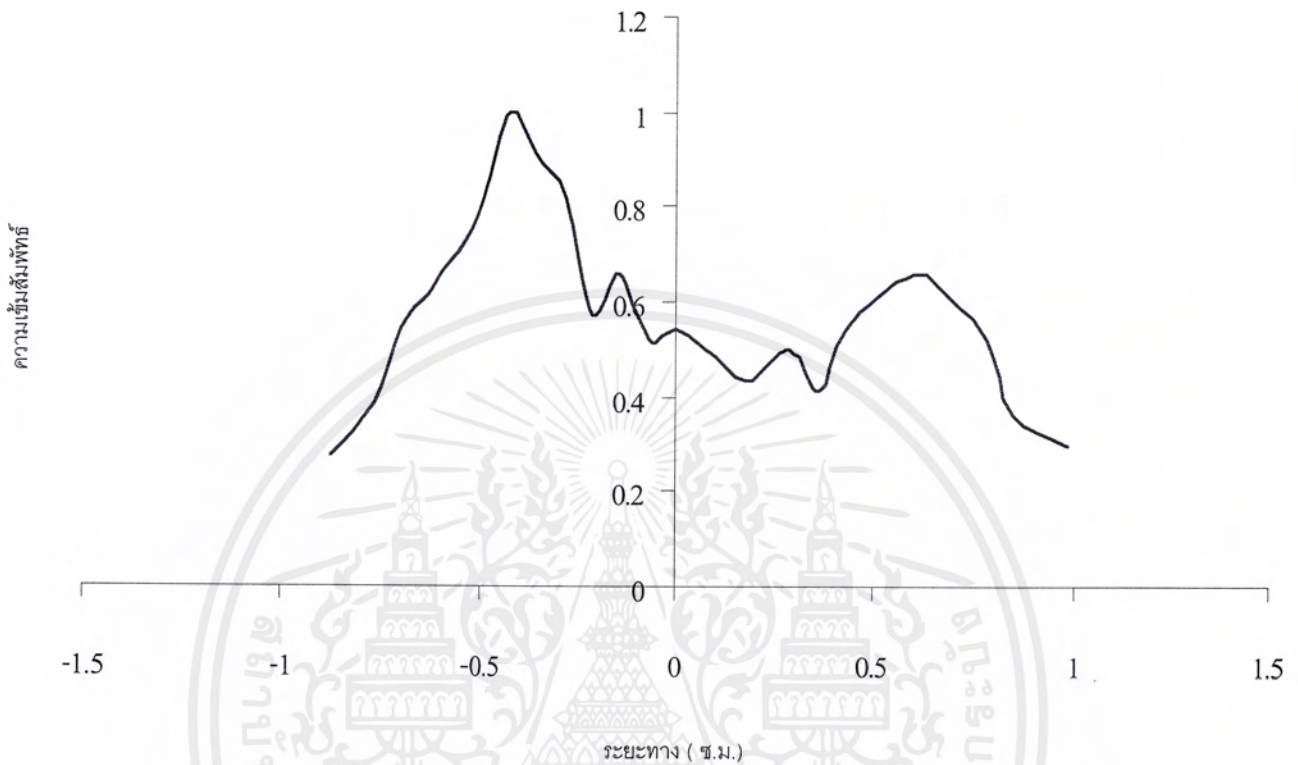


รูปที่ 4.1 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร

ตารางที่ 1 แสดงข้อมูลที่ได้จากภาพถ่ายของการเลี้ยวเบนของแสงที่มีความยาวคลื่นเป็น 488 นาโนเมตร ผ่านช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร

ความเข้มสัมพัทธ์ (แกน Y)	ระยะทาง (แกน X) ซม.
0.272727	-0.88
0.386364	-0.77
0.545455	-0.70
0.613636	-0.63
0.704545	-0.56
0.818182	-0.49
1.000000	-0.42
0.909091	-0.35
0.818182	-0.28
0.568182	-0.21
0.659091	-0.14
0.522727	-0.07
0.545455	0.00
0.500000	0.08
0.431818	0.18
0.500000	0.29
0.409091	0.36
0.545455	0.43
0.659091	0.60
0.590909	0.71
0.522727	0.78
0.363636	0.85
0.295455	0.99

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

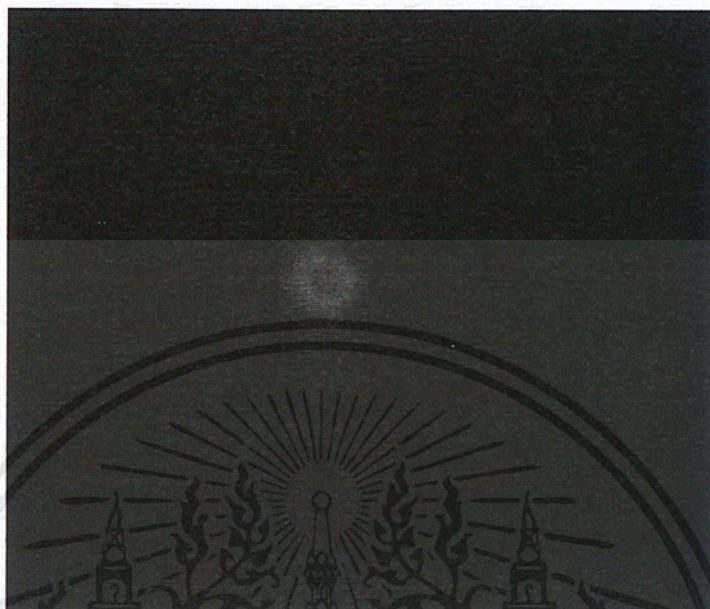


กราฟที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางและความเข้มสัมพัทธ์ของช่องเปิดวงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.1.2 กรณีความยาวคลื่น 514 ไมโครเมตร

กรณีช่องเปิดรูปวงกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร

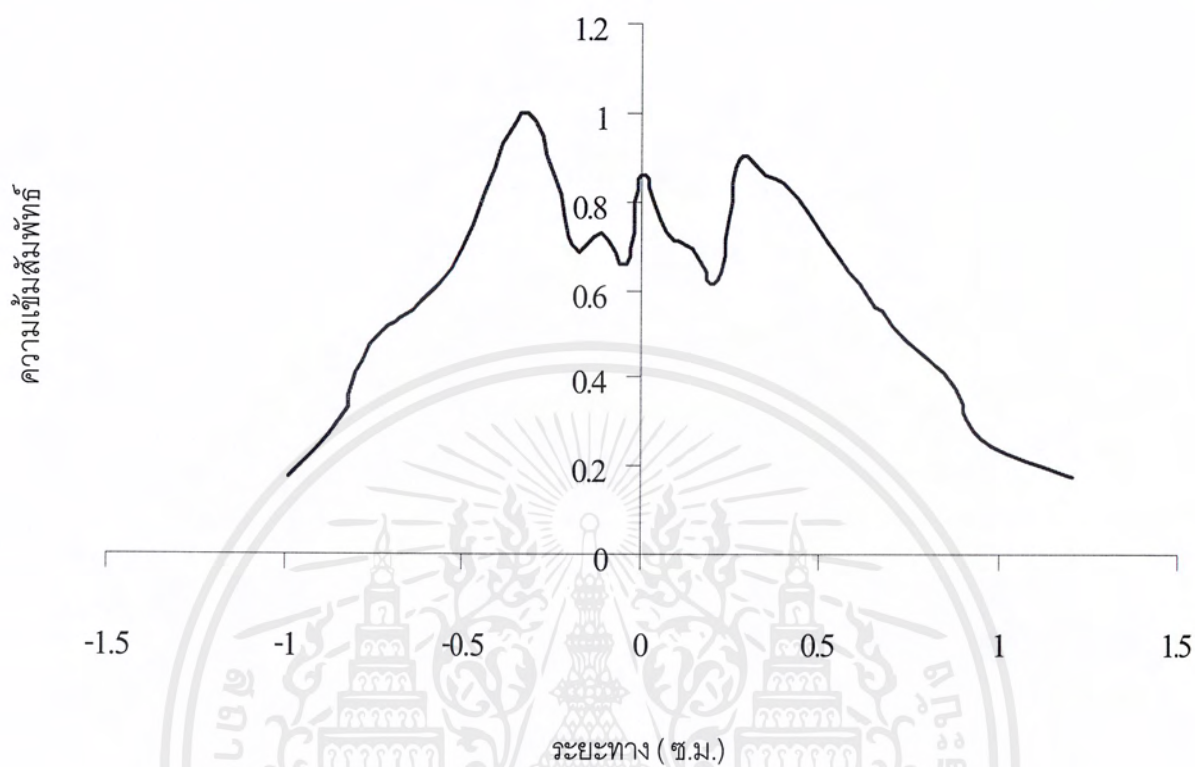


รูปที่ 4.2 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 514 นาโนเมตร

ตารางที่ 2 แสดงข้อมูลที่ได้จากภาพถ่ายของการเลี้ยวเบนของแสงที่มีความยาวคลื่นเป็น 514 นาโนเมตร ผ่านช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร

ความเข้มสัมพัทธ์ (แกน Y)	ระยะทาง (แกน X) ซม.
0.172414	-0.99
0.310345	-0.85
0.413793	-0.81
0.517241	-0.71
0.551724	-0.64
0.689655	-0.50
0.931034	-0.39
1.000000	-0.32
0.862069	-0.25
0.689655	-0.18
0.724138	-0.11
0.655172	-0.04
0.862069	0.00
0.724138	0.07
0.689655	0.14
0.620690	0.21
0.896552	0.28
0.862069	0.35
0.827586	0.42
0.586207	0.63
0.517241	0.70
0.379310	0.88
0.310345	0.91
0.241379	0.98
0.172414	1.20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

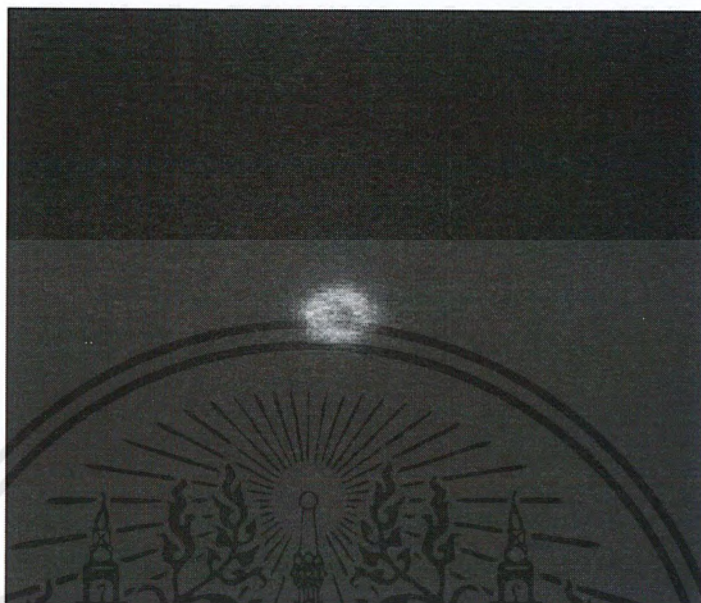


กราฟที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางและความเข้มสัมพันธ์ของช่องเปิดวงกลม ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 514 นาโนเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.1.3 กรณีความยาวคลื่น 632.8 ไมโครเมตร

กรณีช่องเปิดรูปวงกลมที่มีความยาวเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 ไมโครเมตร

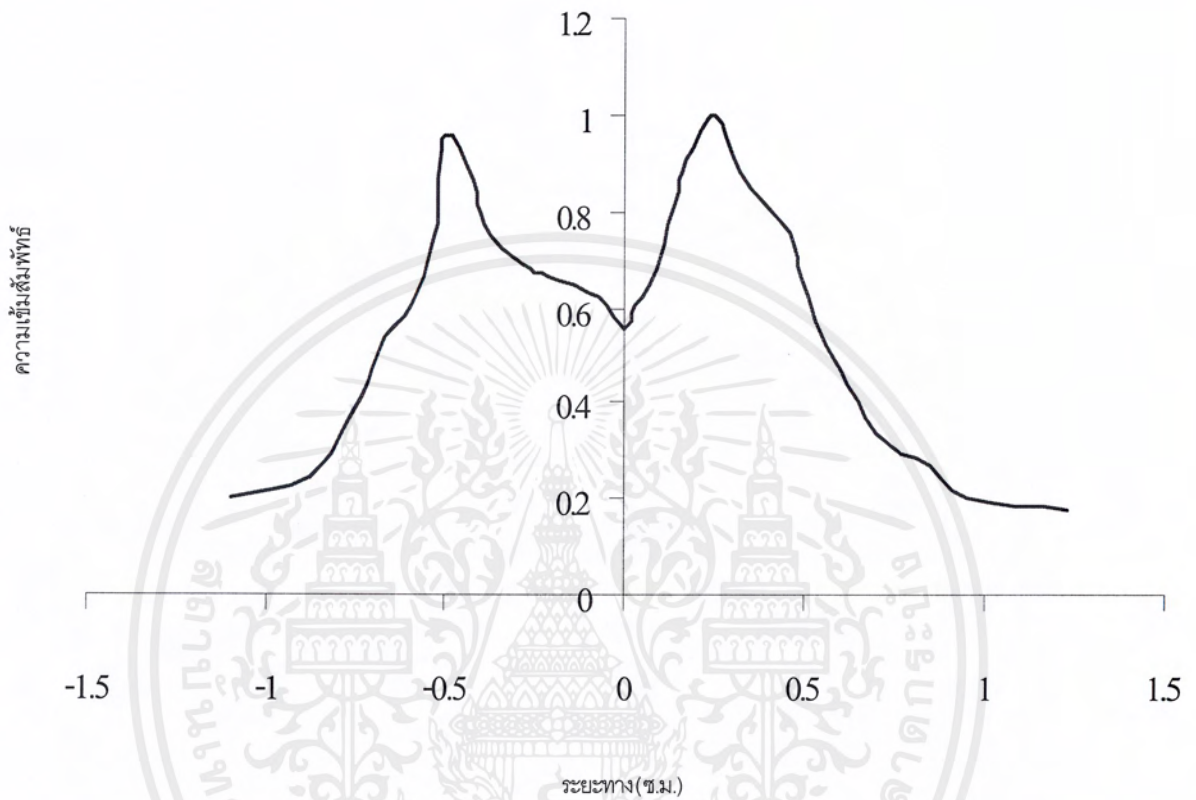


รูปที่ 4.3 แสดงภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร

ตาราง 3 แสดงข้อมูลที่ได้จากภาพถ่ายของการเลี้ยวเบนของแสงที่มีความยาวคลื่นเป็น  
632.8 นาโนเมตร ผ่านช่องเปิดวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร

ความเข้มสัมพัทธ์ (แกน Y)	ระยะทาง (แกน X) ซม.
0.202703	-1.10
0.243243	-0.88
0.351351	-0.78
0.472973	-0.71
0.540541	-0.67
0.608108	-0.60
0.743243	-0.53
0.959459	-0.50
0.864865	-0.42
0.770270	-0.39
0.689189	-0.28
0.662162	-0.21
0.621622	-0.07
0.554054	0.00
0.608108	0.03
0.648649	0.07
0.810811	0.14
0.905405	0.17
1.000000	0.25
0.878378	0.32
0.756757	0.46
0.662162	0.49
0.567568	0.53
0.472973	0.60
0.337838	0.70
0.270270	0.85
0.202703	0.95
0.175676	1.23

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



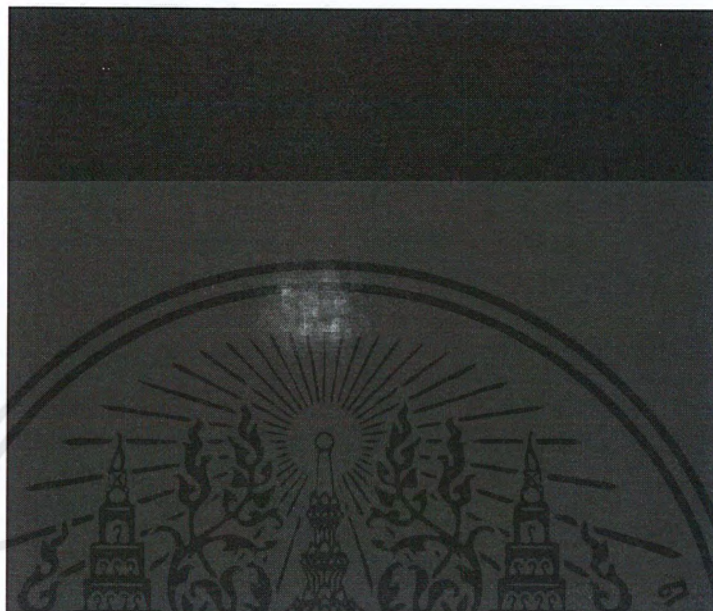
กราฟที่ 4.3 แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางและความเข้มสัมพัทธ์ของช่องเปิดวงกลม  
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 600 ไมโครเมตร ที่ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.2 กระจกของช่องเปิดสี่เหลี่ยม

### 4.2.1 กระจกความยาวคลื่น 488 ไมโครเมตร

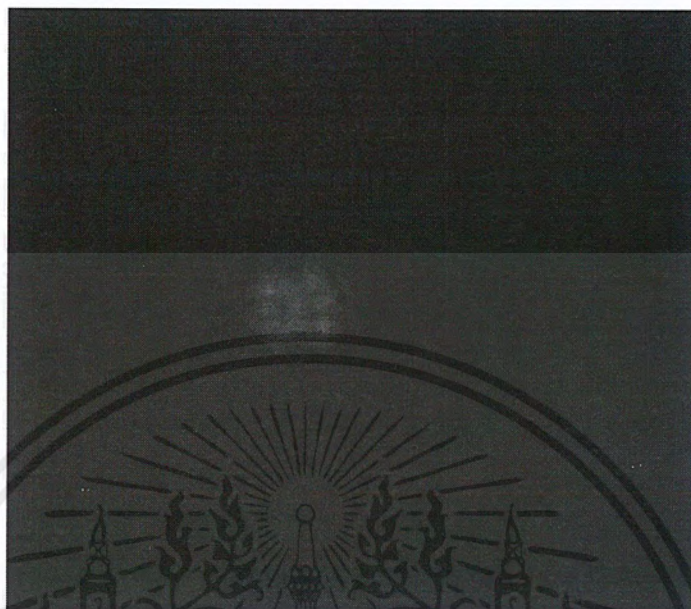
กระจกของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด  $600 \times 600$  ไมโครเมตร



รูปที่ 4.4 ภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด  $600 \times 600$  ไมโครเมตร  
ที่มีความยาวคลื่น 488 นาโนเมตร

#### 4.2.2 กรณีความยาวคลื่น 514 ไมโครเมตร

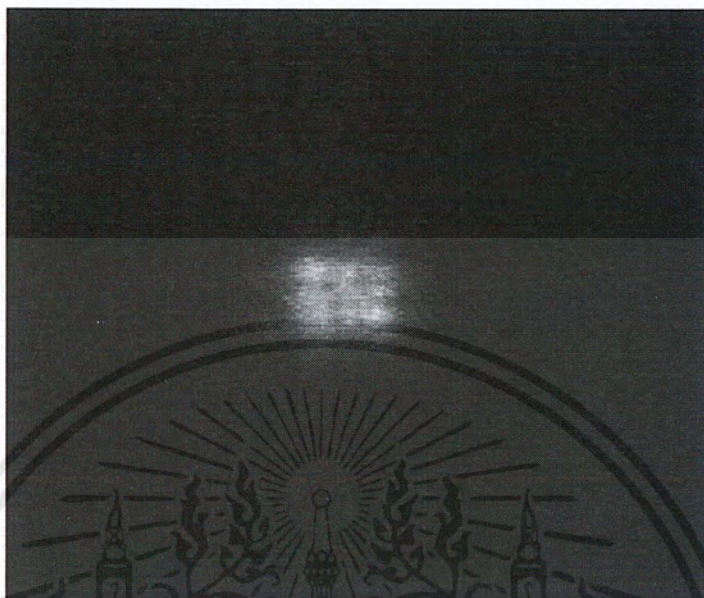
กรณีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด  $600 \times 600$  ไมโครเมตร



รูปที่ 4.5 ภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด  $600 \times 600$  ไมโครเมตร  
ที่ความยาวคลื่น 514 นาโนเมตร

#### 4.2.3 ทัศนียภาพความยาวคลื่น 632.8 ไมโครเมตร

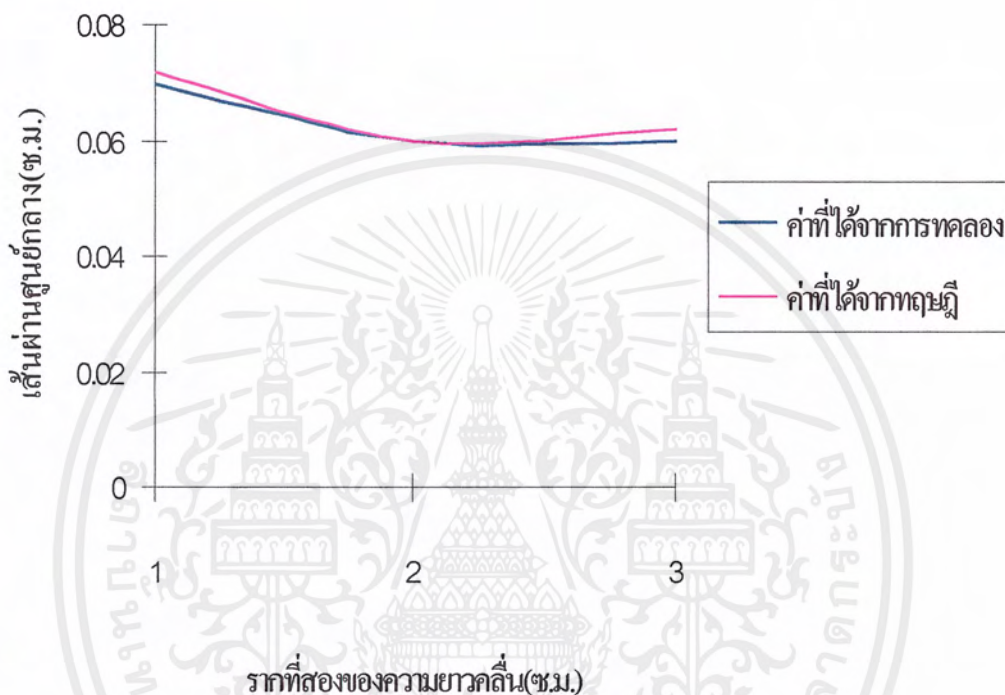
ทัศนียภาพของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด  $600 \times 600$  ไมโครเมตร



รูปที่ 4.6 ภาพจากกล้องซีซีดีของช่องเปิดสี่เหลี่ยมขนาด  $600 \times 600$  ไมโครเมตร  
ที่ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน เราจะทำการเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้กับทฤษฎีจากการนำข้อมูลดังกล่าวมาพลอตกราฟระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมที่มากที่สุดที่เกิดจากการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลและรากที่สองของความยาวคลื่น



กราฟที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ของเส้นผ่านศูนย์กลางของรูปวงกลมที่มากที่สุดที่เกิดจากการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลและรากที่สองของความยาวคลื่นที่ได้จากการทดลองกับทฤษฎี

### วิเคราะห์ผลการทดลอง

1. ภาพการเลี้ยวเบนที่ถ่ายได้เป็นภาพของการเลี้ยวเบนแบบเฟรสเนลจริง แต่ภาพที่ได้ไม่ค่อยชัดเจนนัก เนื่องจากปัญหาของฉากที่ใช้ในการทดลอง ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อาจเกิดความผิดพลาดได้ แต่อย่างไรก็ตามเราก็นำมาพิจารณาถึงรูปแบบของการเลี้ยวเบนเป็นสำคัญ
2. เราควรมีการเพิ่มขนาดของช่องเปิดให้มีขนาดมากขึ้น เพราะถ้ามีขนาดเล็กเหมือนกับการทดลองจะทำให้ยากต่อการพิจารณาและวิเคราะห์ผล
3. ข้อมูลที่ได้ อาจจะเกิดความผิดพลาด แต่มีแนวโน้มที่จะได้ดังรูปกราฟดังกล่าว
4. ความสมบูรณ์และประสิทธิภาพของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองอาจมีไม่เพียงพอ

จากการศึกษาโครงการพิเศษนี้ ทำให้เราพบปัญหาในหลายๆด้าน ทั้งเรื่องฉากที่ไม่ดีพอ หรือขนาดของช่องเปิดที่เล็กเกินไป ดังนั้นแผนงานในอนาคตจึงต้องมีการพิจารณา ปรับปรุงและเพิ่มเติมแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นให้ลดน้อยลงต่อไป

## บรรณานุกรม

1. Francis A. Jenkins, Harvey E. White, *Fundamental of Optics*, McGraw-Hill 4<sup>th</sup> edition, page 378-401.
2. Frank L. Pedrotti, Leno S. Pendrotti, *Introduction to Optics*, Prentice-Hall International, New Jersey 07632, 2<sup>nd</sup> edition, 1993, page 430-453.
3. Eugene Hecht, *Optics*, Addison-Wesley publishing company, the United States of America, 2<sup>nd</sup> edition, 1987, page 434-459.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้