สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (เวอร์ชั่น 2)

T043173

นายกิติศักดิ์ ปรัชญารักษา
นายวรพจน์ ชุมทอง
นายอาวุธ นิยมพลานึก

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 43173
วัน, เดือน, ปี 23 ก.ค. 2545

.b.....
.i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาคสถิติประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา
2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A Software Package for Data Analysis in Nonparametric Statistics

(Version 2)

Mr. Kitisak Prachyaraksa

Mr. Worapot Chumtong

Mr. Awut Niyompranuk

A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the

Requirement for the Degree of Bachelor of Science

Department of Applied Statistics

Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

2001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (เวอร์ชั่น 2)

โดย นายกิติศักดิ์ ปรัชญารักษา
นายวรพจน์ ชุมทอง
นายอาวุธ นิยมพลานึก

ภาควิชา สถิติประยุกต์
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ. ดร.จีรพร ศรีสวัสดิ์

ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

.....
(ผศ.ชูใจ ดูหารัตนไชย) หัวหน้าภาควิชาสถิติประยุกต์

คณะกรรมการปัญหาพิเศษ

.....
(ผศ. ดร.จีรพร ศรีสวัสดิ์) ประธานกรรมการ

.....
(อาจารย์ณหทัย ราตรี) กรรมการ

.....
(อาจารย์สุจิตรา สุคนธมัต) กรรมการ

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติไม่ใช้พารามิเตอร์ (เวอร์ชั่น 2)	
โดย	นายกิติศักดิ์ ปรัชญารักษา	41055002
	นายวรพจน์ ชุมทอง	41055055
	นายอาวุธ นิยมพลานึก	41055078
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จีรพร ศรีสวัสดิ์	
ภาควิชา	สถิติประยุกต์	
ปีการศึกษา	2544	

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการศึกษาปัญหาพิเศษฉบับนี้ เพื่อสร้างโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติไม่ใช้พารามิเตอร์ โปรแกรมสำเร็จรูปนี้นำเสนอ 6 การทดสอบสมมติฐานหลักสำหรับสถิติไม่ใช้พารามิเตอร์ คือ 1) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 2) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน 3) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 4) การทดสอบกรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน 5) การทดสอบกรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่เป็นอิสระกัน และ 6) การทดสอบการแจกแจง

โปรแกรมนี้ถูกพัฒนาขึ้นโดย ใช้โปรแกรมภาษาวิชวลเบสิกรุ่น 6.0 ซึ่งใช้ในการออกแบบการรับข้อมูล และแสดงผลลัพธ์ผ่านทางวินโดว์ และใช้ในการคำนวณค่าสถิติต่างๆ ในการทดสอบสมมติฐานสำหรับสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์แต่ละแบบ สำหรับการทดสอบโปรแกรมที่ใช้พัฒนาขึ้นนี้ ทำโดยเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูลของโปรแกรมที่สร้าง กับตัวอย่างในหนังสือ “สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์” นอกจากนี้คณะผู้จัดทำได้นำเสนอโปรแกรมสำเร็จรูปในรูปแบบที่มีวิธีการใช้ที่ง่าย และเป็นภาษาไทยสำหรับผู้ใช้ทั่วไป ซึ่งสามารถเลือกใช้วิธีการทดสอบแบบต่างๆได้จากแผนภาพต้นไม้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	A Software Package for Data Analysis in Nonparametric Statistics (Version 2)
Name	Mr. Worapot Chumtong
	Mr. Kitisak Prachyaraksa
	Mr. Awut Niyompranuk
Special Project Advisor	Assistant professor Dr. Jeeraporn Srisawat
Department	Applied Statistics
Academic Year	2001

ABSTRACT

The objective of this study is to develop a software package for data analysis in Nonparametric Statistics. This software package includes 6 major topics in testing hypothesis of Nonparametric Statistics namely 1) The single-sample case, 2) The case of two related samples, 3) The case of two independent samples, 4) The case of K related samples, 5) The case of K independent samples, and 6) Tests of goodness of fit.

This program was written by using VB 6 (Visual Basic version 6.0) to design window based input/output and to calculate statistic for each testing hypothesis in Nonparametric Statistics. The program testing was obtained successfully through comparison results of program and examples in "The Nonparametric Statistics" textbook. In addition, developers add a simple access method and present Thai language in this software package by providing both menu option and Tree diagram for all tests.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ โดยได้รับความกรุณาจาก ผศ. ดร.จีรพร ศรีสวัสดิ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ซึ่งกรุณาให้คำแนะนำปรึกษาตลอดจนตรวจสอบและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดีมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ นายนันทิ อัญชลิสังกาศ ,นายกัณฐก ขวัญยืน และ นายกฤษฎา ปรีชานฤตย์ ที่คอยให้คำปรึกษาในเรื่องการเขียนโปรแกรมอย่างดีมาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณ ท่านคณาจารย์ภาควิชาสถิติประยุกต์ทุกท่านเป็นอย่างสูง ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชา พร้อมทั้งให้คำแนะนำต่าง ๆ และขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาสถิติประยุกต์ทุกท่านที่ให้ความสะดวกและช่วยเหลือในเรื่องราวต่าง ๆ ตลอดระยะเวลาในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้

ท้ายสุดนี้ ขอขอบพระคุณ คุณพ่อและคุณแม่ที่เป็นกำลังใจให้ตลอดมาและขอขอบคุณเพื่อน ๆ ที่คอยให้ความช่วยเหลือจนปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

นายกิติศักดิ์ ปรัชญารักษา
นายวรพจน์ ชุมทอง
นายอาวุธ นิยมพลานึก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความสำคัญ และความเป็นมาของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ 1

1.3 ขอบเขตของปัญหา 2

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 2

1.5 อุปกรณ์ที่ใช้ในปัญหาพิเศษ 2

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง 3

2.1 การทดสอบสมมติฐานแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ 3

2.2 กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 3

2.2.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น 4

2.2.1.1 การทดสอบทวินาม 4

2.2.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง 5

2.2.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่างเดียว 6

2.2.2.2 การทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย 7

2.2.3 ปัญหาเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม 8

2.3 การทดสอบกรณี 2 กลุ่มตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน 16

2.3.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น 17

2.3.1.1 การทดสอบของแมคนีมาร์ 17

2.3.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง 20

2.3.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิด 2 ตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน 20

2.3.2.2 การทดสอบวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย 23

2.3.2.3 การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับข้อมูลคู่ 25

2.4 กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 26

2.4.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น 27

2.4.1.1 การทดสอบของฟิสเชอร์ 27

2.4.1.2 การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน 29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง 31
2.4.2.1 การทดสอบมัธยฐาน 32
2.4.2.2 การทดสอบของวิลคอกซัน แมนท์วิทนีย์ 34
2.4.2.3 การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม 38
2.4.3 ปัญหาเกี่ยวกับการกระจาย 39
2.4.3.1 การทดสอบของมูด 40
2.4.3.2 การทดสอบของซีเกล-ทูกี้ 41
2.4.3.3 การทดสอบของโมเสด 44
2.4.4 ปัญหาอื่นๆ 46
2.4.4.1 การทดสอบการวิ่งของวัลด์และโวลโฟวิทซ์ สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม 46
2.4.4.2 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม 49
2.5 กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน 51
2.5.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น 52
2.5.1.1 การทดสอบของคอครานคิว 52
2.5.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง 54
2.5.2.1 การทดสอบของฟรีดแมน 54
2.5.2.2 การทดสอบของฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย 55
2.5.2.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของเพจ 55
2.5.2.4 การทดสอบของเดอร์บิน 56
2.6 กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 57
2.6.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น 58
2.6.1.1 การทดสอบของไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน 58
2.6.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง 59
2.6.2.1 การทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง 59
2.6.2.2 การทดสอบครัสคาลและวอลิส 60
2.6.2.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของ Jonckheere-Terpstra 62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7 การทดสอบการแจกแจง 63
2.7.1 การทดสอบไคสแควร์ 63
2.7.2 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับตัวอย่างชุดเดียว 65
2.7.3 การทดสอบของ LillieFors 66

บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน 67
3.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน 67
3.1.1 ศึกษาปัญหา 67
3.1.2 ศึกษาแนวทางแก้ปัญหา 67

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ 71
กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม
4.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็นกรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 71
4.1.1 การทดสอบแบบทวินาม 71
4.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 72
4.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่างเดียว 72
4.2.2 การทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย 74
4.3 ปัญหาเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 76
4.4 ปัญหาเกี่ยวกับแนวโน้ม กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 77
4.5 ปัญหาเกี่ยวกับความสมมาตรของการแจกแจง กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม 79
4.6 การทดสอบไคสแควร์ 81
4.7 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่มีความสัมพันธ์กัน 83
4.7.1 การทดสอบของแมคนีมาร์ 83
4.8 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน 85
4.8.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิด 2 ตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน 85
4.8.2 การทดสอบเครื่องหมายชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย 87

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.9 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น
กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 89
4.9.1 การทดสอบของฟิสเชอร์ 89
4.9.2 การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน 90
4.10 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 91
4.10.1 การทดสอบมัธยฐาน 91
4.10.2 การทดสอบของวิลคอกซัน แมนวิทนีย์ 93
4.10.3 การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม 95
4.11 ปัญหาเกี่ยวกับการกระจาย กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 97
4.11.1 การทดสอบของมูด 97
4.11.2 การทดสอบของซีเกล-ทูกี้ 99
4.11.3 การทดสอบของโมเสด 102
4.12 ปัญหาอื่นๆ กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 104
4.12.1 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง 104
4.13 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น
กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน 106
4.13.1 การทดสอบของคอครานคิว 106
4.14 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน 108
4.14.1 การทดสอบของฟรีดแมน 108
4.14.2 การทดสอบของฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย 110
4.14.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของเพจ 112
4.14.4 การทดสอบของเดอร์บิน 114
4.15 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น
กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 116
4.15.1 การทดสอบไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน 116

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.16 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระกัน 118
4.16.1 การทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง 118
4.16.2 การทดสอบของครัสคาลและวอลิส 120
4.16.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของ jonkheere-Terpstra 122
4.17 การทดสอบการแจกแจง 123
4.17.1 การทดสอบไคสแควร์ 123
4.17.2 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับตัวอย่างชุดเดียว 125
4.17.3 การทดสอบของ LillieFors 128

บทที่ 5 สรุปผลการศึกษา และ ข้อเสนอแนะ 132
5.1 สรุปผล 132
5.2 ข้อเสนอแนะ 134

ภาคผนวก วิธีการกรอกข้อมูล 135
- การกรอกข้อมูลโดยใช้การทดสอบแบบทวินาม 135
- การกรอกข้อมูลในการทดสอบเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม 137
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน 138
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบเดอร์บิน 139
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบแบบแมคนีมาร์ 141
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ
สำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง 144
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบคอครานคิวกรณี k กลุ่มตัวอย่าง 145
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบฟรีดแมน 147
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย 148
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบฟิสเชอร์ 150
- การกรอกข้อมูลของการทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง 151

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ตาราง 153
ตารางที่ 1 154
ตารางที่ 2 155
ตารางที่ 3 156
ตารางที่ 5 168
ตารางที่ 6 172
ตารางที่ 7 174
ตารางที่ 8 176
ตารางที่ 9 177
ตารางที่ 10 181
ตารางที่ 11 186
ตารางที่ 12 198
ตารางที่ 13 201
ตารางที่ 14 205
ตารางที่ 15 206
ตารางที่ 16 207
ตารางที่ 17 208
ตารางที่ 22 213
ตารางที่ 23 214
ตารางที่ 24 216

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

การวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มีประโยชน์สำหรับนักวิจัย และบุคคลที่สนใจทั่วไปเป็นอย่างมากเพราะมีข้อดีอยู่หลายประการเช่น มีข้อกำหนดเบื้องต้นที่น้อยกว่าสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ คำนวณได้ง่ายและรวดเร็ว ใช้วิเคราะห์ข้อมูลได้ทุกมาตราวัด อีกทั้งสามารถสรุปผลลักษณะของประชากรที่ไม่เกี่ยวกับพารามิเตอร์ได้ เช่นความเป็นสุ่ม นอกจากนั้นสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ไม่จำเป็นต้องทราบลักษณะการแจกแจงของประชากรก็สามารถวิเคราะห์ข้อมูลได้ในขณะที่ สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ไม่สามารถทำได้

ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ในปัจจุบันนั้นมีความสะดวกเพิ่มมากขึ้น เนื่องจากมีโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณ และวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่พัฒนาจนเป็นมาตรฐานและใช้อย่างกว้างขวางอยู่หลายโปรแกรมด้วยกัน เช่น STATXACT (USA), DISFREE (UK), TESTMATE (GERMANY) แต่โปรแกรมเหล่านี้ได้ถูกพัฒนาขึ้นในต่างประเทศและมีราคาแพง ประกอบกับการติดต่อระหว่างตัวโปรแกรมกับผู้ใช้เป็นภาษาอังกฤษทั้งหมด ทำให้ผู้ใช้ที่ไม่คุ้นเคยกับภาษาอังกฤษ ใช้งานโปรแกรมดังกล่าวได้ยากหรือไม่สะดวก และในปัจจุบันยังไม่มีโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่เป็นภาษาไทยที่ใช้กันอย่างกว้างขวางและสืบเนื่องมาจากในปีการศึกษาที่ผ่านมา(พ.ศ.2543)ได้มีการสร้างโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณและวิเคราะห์สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่เป็นภาษาไทยขึ้น (ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์) แต่ยังไม่เสร็จสมบูรณ์ โดยยังมีอีกหลายหัวข้อที่ยังไม่ได้มีการพัฒนาขึ้น นอกจากนี้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ยังเป็นที่นิยมใช้โดยนักวิจัยทั่วไปในการวิจัยในสาขาต่างๆ ซึ่งทางคณะผู้จัดทำได้เล็งเห็นถึงความสำคัญ และประโยชน์ของโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณและวิเคราะห์สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์(ภาษาไทย) จึงได้คิดที่จะพัฒนาและเพิ่มเติมโปรแกรมที่มีอยู่ให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดของการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์เพื่ออำนวยความสะดวกต่อการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1.2.1 เพื่อพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ให้สมบูรณ์ โดยพัฒนาโปรแกรมเดิม (ปี 2543) และเพิ่มการทดสอบที่ไม่ได้เสนอไว้ในโปรแกรมเดิม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2.2 เพื่อให้นักวิจัยและผู้ที่สนใจทั่วไปได้รับความสะดวก ในการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์

1.2.3 เพื่อใช้ในภาควิชาสถิติประยุกต์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังโดยเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณและวิเคราะห์สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่เป็นภาษาไทย

1.3 ขอบเขตของปัญหา

เนื้อหาความรู้จะครอบคลุมเนื้อหาวิชาสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ในระดับปริญญาตรีเท่านั้น ประกอบด้วย

1) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม
2) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน
3) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน
4) การทดสอบกรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน
5) การทดสอบกรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่เป็นอิสระกัน
6) การทดสอบการแจกแจง

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 เพื่อให้นักวิจัยและผู้ที่สนใจที่ต้องการจะวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ สามารถเลือกใช้การทดสอบแบบต่างๆได้มากขึ้น

1.4.2 เพื่อให้คณะผู้จัดทำสามารถนำความรู้จากวิชาทางสถิติ และทางคอมพิวเตอร์มาประยุกต์ใช้

1.5 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ

1.5.1 ซอฟท์แวร์(Software)

- วินโดว์ตั้งแต่รุ่น 98 (window 98 or window 2000)
- โปรแกรมภาษาวิชวลเบสิกรุ่น 6.0(Visual Basic version 6.0)

1.5.2 ฮาร์ดแวร์(Hardware)

- เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์รุ่น Pentium ขึ้นไป
- เครื่องพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 การทดสอบสมมุติฐานแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Test)

ในการวิเคราะห์ข้อมูลสถิติเมื่อไม่ทราบแน่ชัดว่าประชากรมีการแจกแจงแบบใด และต้อง การสรุปผลเกี่ยวกับการทดสอบของประชากรนั้น เราอาจใช้สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์(แทนสถิติที่ใช้พารามิเตอร์) ซึ่งบางครั้งมีข้อกำหนดเบื้องต้นเพียงว่าประชากรต้องมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง และเมื่อไม่ทราบการแจกแจงของประชากรจึงไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ดังนั้นการทดสอบที่เกี่ยวกับพารามิเตอร์โดยตรงจึงไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้ จึงต้องใช้การทดสอบเกี่ยวกับสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งสามารถทำได้ง่ายและไม่ยุ่งยากต่างจากการทดสอบโดยใช้พารามิเตอร์ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้คือ

1. การตั้งสมมุติฐานซึ่งต้องมีทั้ง H_0 และ H_1
2. การกำหนดระดับนัยสำคัญในการทดสอบ(α)
3. การกำหนดตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม(Test Statistic)
4. การหาอาณาเขตวิกฤต หรือคำนวณ P-value
5. การสรุปผล

และตัวอย่างที่ใช้สำหรับสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์มักเป็นขนาดเล็ก นอกจากนี้นักวิจัยอาจใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์กับข้อมูลที่มีค่าไม่เป็นตัวเลข เช่นมีค่าเป็นลำดับที่หรือเป็นความถี่ ดังนั้นการทดสอบแบบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มีลักษณะสำคัญสรุปได้ดังนี้คือ

1. ไม่ต้องทราบถึงลักษณะการแจกแจงของประชากรที่แน่นอน
2. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อาจจะมีลักษณะเป็นข้อมูลจัดกลุ่ม หรือข้อมูลแบบเรียงลำดับหรือข้อมูลเชิงปริมาณ
3. สามารถวิเคราะห์ได้กับตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก

2.2 กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม

จะศึกษาเกี่ยวกับวิธีการของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งสุ่มตัวอย่างมา 1 ชุด เพื่อใช้อ้างอิงเกี่ยวกับประชากรชุดนั้นโดยเริ่มศึกษาจากค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจในประชากร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

ค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจในประชากร หรืออาจเรียกว่าค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจในประชากร เป็นค่าที่นักวิจัยมักให้ความสนใจ

2.2.1.1 การทดสอบแบบทวินาม (The Binomial Test)

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ตัวอย่างขนาด n (หรือจากการทดลองซ้ำๆกัน n ครั้ง) เป็นอิสระจากกัน
2. ในการทดลอง n ครั้งนั้น แต่ละครั้งมีผลลัพธ์เพียง 2 ประการคือ "สำเร็จ" หรือ "ล้มเหลว"
3. แต่ละการทดลองมีความน่าจะเป็น = θ ที่จะได้ผล "สำเร็จ" และมีค่าคงที่ตลอด n การทดลอง ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความล้มเหลว = $1-\theta$

สมมติฐาน จะมีข้อสงสัยเกี่ยวกับค่า θ ว่าจะมีค่าใดค่าหนึ่งเช่น = θ_0 เมื่อ $0 \le \theta_0 \le 1$ หรือไม่ ดังนั้น สมมติฐานอาจมีลักษณะหางเดียวหรือ 2 หาง ดังนี้

$H_0: \theta = \theta_0$; $H_1: \theta \neq \theta_0$

หรือ $H_0: \theta \le \theta_0$; $H_1: \theta > \theta_0$

หรือ $H_0: \theta \ge \theta_0$; $H_1: \theta < \theta_0$

ให้ S_+ แทนจำนวนความสำเร็จจากตัวอย่างสุ่มขนาด n และ S_- แทนจำนวนความล้มเหลว จากตัวอย่างสุ่มขนาด n

สถิติที่ใช้ทดสอบ

คือ S_+ ซึ่งมีการแจกแจงทวินามด้วยค่าเฉลี่ย $n\theta_0$ และความแปรปรวน $n\theta_0(1-\theta_0)$ ถ้า H_0 เป็นจริง

การตัดสินใจ

1. $H_1: \theta \neq \theta_0$ ถ้าตัวสถิติ S_+ มีค่าน้อยหรือมากเกินไปจะแสดงว่า H_0 ไม่จริง ดังนั้นจะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α ถ้า $S_+ \le t_1$ หรือ $S_+ \le t_2$ เมื่อ t_1 แล ะ t_2 เป็นค่าวิกฤตจากตารางทวินาม (ตารางที่ 3) ที่มีพารามิเตอร์ n และ θ_0 และทำให้ $P(y \le t_1) = \alpha_1$ และ $P(y > t_2) = \alpha_2$
2. $H_1: \theta > \theta_0$ ถ้าตัวสถิติ S_+ มีค่ามากเกินไปจะแสดงว่า H_0 ไม่จริง ดังนั้นจะปฏิเสธH_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α ถ้า $S_+ > t$ เมื่อ t เป็นค่าวิกฤตจากตารางทวินามที่มีพารามิเตอร์ n และ θ_0 และทำให้ $P(y \le t) = 1 - \alpha$ (หรือ $P(y > t) = \alpha$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. H_1: $\theta < \theta_0$ ถ้าตัวสถิติ S_+ มีค่าน้อยเกินไปจะแสดงว่า H_0 ไม่จริง นั่นคือ H_1 เป็นจริงที่ระดับนัยสำคัญ α จะปฏิเสธ H_0: $\theta \geq \theta_0$ ถ้า $S_+ \leq t$ เมื่อ t เป็นค่าวิกฤตจากตารางทวินามที่มีพารามิเตอร์n และ θ_0และทำให้ $P(y \leq t) = \alpha$

จากการหาค่าวิกฤตทั้ง 3 กรณีดังกล่าว จึงเป็นการง่ายถ้าใช้ตารางความน่าจะเป็นสะสมแบบน้อยกว่า ของการแจกแจงทวินาม แต่เนื่องจากใช้ได้เฉพาะ $n \leq 20$ ดังนั้นจึงมีกรณีที่ $n > 20$

สำหรับตัวอย่างขนาด $n > 20$ และ θ_0 ไม่น้อยหรือมากเกินไปเราสามารถใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณด้วยการแจกแจงแบบทวินามด้วยการใช้สถิติทดสอบ

$$Z = \frac{S_+ - n\theta_0}{\sqrt{n\theta_0(1-\theta_0)}}$$

ซึ่งจะมีการแจกแจงปกติมาตรฐาน การตัดสินใจหาค่าวิกฤตจากโค้งการแจกแจงปกติมาตรฐาน และเนื่องจาก S_+ เป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ในขณะที่ Z เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง จึงควรปรับค่าต่อเนื่องก่อนใช้ตัวแปร Z ดังนี้

$$Z = \frac{(S_+ \pm 0.5) - n\theta_0}{\sqrt{n\theta_0(1-\theta_0)}}$$

โดยใช้ 0.5 บวกเข้าไปในกรณีที่ S_+ มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ย $n\theta_0$ และใช้ 0.5 ลบออกในกรณีที่ S_+ มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ย $n\theta_0$

2.2.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง (Location Parameter)

โดยทั่วไปในประชากรที่สนใจศึกษากลุ่มหนึ่ง เรามักอยากทราบเกี่ยวกับค่ากลางและลักษณะการกระจายของประชากรกลุ่มนี้ ค่ากลางอาจจะหมายถึง ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน หรือ ค่าฐานนิยม ในสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ค่ากลางที่นิยมใช้คือ ค่ามัธยฐาน(Median) เนื่องจากมาตรวัดของข้อมูลเป็นแบบเรียงลำดับหรือแบบแบ่งกลุ่ม และค่ากลางนี้เองจะเป็นค่าที่แสดงตำแหน่งของประชากร เช่นทราบว่าประชากรนี้มีการแจงแจกแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย = 100 หมายความว่า รูปการกระจายของประชากรนี้จะเป็นแบบระฆังคว่ำชนิดสมมาตรที่จุด = 100 นี้เอง หรือถ้าค่าเฉลี่ยเป็นค่าอื่นเช่น 200 รูปโค้งนี้จะมีการสมมาตรที่จุด = 200

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่างเดียว (The one sample sign test)

การทดสอบนี้นับได้ว่าเป็นกรณีพิเศษของการทดสอบทวินาม เมื่อ $\theta = 0.5$ เนื่องจากต้องการทดสอบสมมติฐานว่าจำนวนเครื่องหมาย + เท่ากับ – หรือไม่

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ตัวอย่างเป็นอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่ไม่ทราบค่ามัธยฐาน
2. ตัวแปรสุ่มมีมาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ
3. ตัวแปรสุ่มมีค่าต่อเนื่อง

สมมติฐาน จะมีข้อสงสัยว่าตัวอย่างที่สุ่มมาได้นั้น มาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่ากับ M_0 หรือไม่ ดังนั้นสมมติฐานอาจเป็นหางเดียวหรือ 2 หาง

$H_0: M = M_0$; $H_1: M \neq M_0$

หรือ $H_0: M \leq M_0$; $H_1: M > M_0$

หรือ $H_0: M \geq M_0$; $H_1: M < M_0$

สถิติที่ใช้ทดสอบ หาเครื่องหมายจากผลต่าง $X_i - M_0$, $i = 1,\ldots, n$ โดยให้เครื่องหมาย + แก่ผลต่างที่ $X_i > M_0$ และให้เครื่องหมาย – แก่ผลต่างที่ $X_i < M_0$

ให้ S_+ = จำนวนเครื่องหมาย + จากผลต่าง $(X_i - M_0)$

S_- = จำนวนเครื่องหมาย – จากผลต่าง $(X_i - M_0)$

ซึ่ง S_+ และ S_- รวมกันเท่ากับ n ในกรณีที่ไม่มี $X_i = M_0$

แต่ S_+ และ S_- รวมกัน < n ในกรณีที่มีค่า $X_i = M_0$ ซึ่งจะเรียกว่าเกิด ties

การตัดสินใจ ขั้นแรกให้ตัดจำนวน ties ทิ้งไปและ n จะหมายถึงจำนวนเครื่องหมาย + และ – รวมกัน (ไม่รวม ties) ที่ระดับนัยสำคัญ α การตัดสินใจแต่ละสมมติฐานเป็นดังนี้

ขนาดตัวอย่างเล็ก

1. $H_1: M \neq M_0$ จากตารางทวินามที่พารามิเตอร์ n และ $p = 0.5$ หาค่าวิกฤต t ซึ่งทำให้ $P(y \leq t) \approx \alpha_1$ เมื่อ $\alpha_1 \approx \frac{\alpha}{2}$ อาณาเขตวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญ $2\alpha_1$ คือ $S_+ \leq t$ หรือ $S_+ \geq n - t$

2. $H_1: M > M_0$ ถ้า S_+ มีจำนวนมากจะสนับสนุน H_1 ดังนั้นอาณาเขตวิกฤตคือ $S_+ \geq n - t$ เมื่อ t หาจากตารางทวินามที่พารามิเตอร์ n, $p = 0.5$ ซึ่งจะทำให้ $P(y \leq t) \approx \alpha_1$ เมื่อ $\alpha_1 \approx \alpha$ ดังนั้นระดับนัยสำคัญที่แท้จริง $= \alpha_1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. H_1: $M < M_0$ ถ้า S_+ มีจำนวนน้อยแสดงว่าจำนวนเครื่องหมาย- มีมากกว่าเครื่องหมาย + จึงสนับสนุน H_1 ดังนั้นอาณาเขตวิกฤตคือ $S_+ \leq t$

ตัวอย่างขนาดใหญ่ ใช้การแจกแจงปกติประมาณการแจกแจงแบบทวินามได้ดังนี้

$$\text{สถิติทดสอบคือ} \quad Z = \frac{(S_+ \pm 0.5) - 0.5n}{0.5\sqrt{n}}$$

โดยปรับค่าต่อเนื่อง S_+ เพื่อให้เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องด้วยค่า 0.5 โดยใช้ 0.5 เพิ่มเข้าเมื่อ S_+ น้อยกว่า 0.5n และใช้ 0.5 ลบออก เมื่อ S_+ มากกว่า 0.5n

2.2.2.2 การทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย (The wilcoxon signed-ranks test)

จะพบว่าการทดสอบเครื่องหมายนั้นเราไม่ได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างค่า $X_i - M_0$ เลย ซึ่งถ้านำไปวิเคราะห์ด้วยจะทำให้ข้อมูลสมบูรณ์ยิ่งขึ้น Wilcoxon ได้แนะนำวิธีใหม่โดยจะเรียงลำดับค่าความแตกต่าง (ที่ไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย) แล้วจึงจะให้เครื่องหมายเดิมของผลต่างนั้น และหาผลรวมของลำดับที่ที่มีเครื่องหมาย + และ – ซึ่งถ้าค่ามัธยฐานของประชากรมีค่า = M_0 จริง ผลรวมของลำดับที่ทั้ง 2 ควรจะมีค่าใกล้เคียงกัน วิธีนี้เรียกชื่อว่า Wilcoxon signed-ranks test ซึ่งจะมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าการทดสอบเครื่องหมายเสมอ

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ตัวอย่างเป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n' จากประชากรที่ไม่ทราบค่ามัธยฐาน
2. ตัวแปรสุ่มเป็นค่าต่อเนื่อง
3. ประชากรมีการแจกแจงที่สมมาตร
4. มาตรวัดข้อมูลอย่างน้อยเป็นแบบอันตรภาคชั้น
5. ค่าสังเกตเป็นอิสระกัน

สมมติฐาน

H_0: $M = M_0$; H_1: $M \neq M_0$

หรือ H_0: $M \leq M_0$; H_1: $M > M_0$

หรือ H_0: $M \geq M_0$; H_1: $M < M_0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สถิติที่ใช้ทดสอบ

หาค่าสถิติทดสอบด้วยวิธีการดังนี้

1. หาค่า $D_i = X_i - M_0$ สำหรับ i = 1,..., n; $D_i = 0$ เรียกว่า ties ให้ตัดทิ้ง ดังนั้น D_i จะมีจำนวน = n เมื่อ $n = n' -$ จำนวน ties

2. เรียงลำดับ $|D_i|$ จากน้อยไปหามาก ถ้ามีค่า $|D_i|$ ที่มีลำดับเดียวกันให้หาค่าเฉลี่ย

3. แต่ละลำดับที่แทนค่าเครื่องหมายเดิม D_i

4. หาผลบวกของลำดับที่ที่มีเครื่องหมาย +,- และให้ T+และ T- ซึ่งในทางปฏิบัติหาเพียงค่าเดียวคือ T+ หรือ T- และใช้ความสัมพันธ์

$$T+ = \frac{n(n+1)}{2} - T-$$

ถ้า H_0 เป็นจริงคาดว่าค่า T+ และ T- ควรมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ถ้าค่า T+ มีค่าที่ใหญ่กว่า T- ก็คาดว่าจะยอมรับ $H_1: M > M_0$ และในทางกลับกันค่า T- มีค่าที่ใหญ่กว่า T+ ก็น่าจะยอมรับ $H_1: M < M_0$

การตัดสินใจ

เพื่อให้สะดวกกับตารางที่มีอยู่ (ตารางที่ 6) ดังนั้นการตัดสินใจจึงจะหาจุดวิกฤตเฉพาะทางด้านซ้ายของโค้งการแจกแจงตัวสถิติทดสอบ จึงเลือกใช้ค่าน้อยระหว่าง T+ หรือ T- ดังนี้

สมมติฐานแย้ง	การหาอาณาเขตวิกฤต โดยเปิดตารางเมื่อ n = (ขนาดตัวอย่าง - จำนวนtie) และกำหนดระดับนัยสำคัญ = α
$H_1: M > M_0$	CR. คือ T- $\leq$ ค่าวิกฤต d ที่ $\alpha' \approx \alpha$
$H_1: M < M_0$	CR. คือ T+ $\leq$ ค่าวิกฤต d ที่ $\alpha' \approx \alpha$
$H_1: M \neq M_0$	ตัวสถิติที่ทดสอบคือ T(เลือกค่าน้อยที่สุดระหว่าง T+ กับ T-) CR. คือ T $\leq$ ค่าวิกฤต d ที่ $\alpha'' \approx \alpha$

2.2.3 ปัญหาเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม (The One-Sample Runs Test For Randomness)

หรืออาจจะเรียกชื่อ การทดสอบความเป็นสุ่ม(Test For Randomness) ใช้ทดสอบเพื่อแสดงว่า ข้อมูลชุดนั้นมีลักษณะความเป็นสุ่มหรือไม่ การทดสอบนี้มีประโยชน์มาก เนื่องจากความเป็นสุ่มนี้เป็นหัวใจสำคัญของหลักการทางสถิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รัน(Run) คือ กลุ่มของตัวอักษรที่เหมือนกันที่จะตามหรือนำด้วยอักษรที่แตกต่างกันออกไป หรืออาจไม่มีตัวอักษรใดนำหรือตามก็ได้ หลักการของการทดสอบนี้ ทำโดยพิจารณาจำนวนของรัน ซึ่งบอกให้ทราบถึงลักษณะความเป็นสุ่มได้

ข้อมูล จะประกอบด้วยชุดของค่าสังเกต ซึ่งเกิดขึ้นตามลำดับก่อนหลัง โดยค่าสังเกตจะมีเพียง 2 ชนิดเท่านั้นคือ ชนิด a และชนิด b และให้ n_1 เป็นจำนวนครั้งที่เกิดค่าสังเกตชนิด a และ n_2 เป็นจำนวนครั้งที่เกิดค่าสังเกตชนิด b ในชุดของค่าสังเกตนั้น

เช่น n_1 = จำนวนหน้าหัวที่เกิดขึ้นจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ

n_2 = จำนวนหน้าก้อยที่เกิดขึ้นจากการโยนเหรียญนั้น

ข้อกำหนดเบื้องต้น โดยค่าสังเกตจะมีเพียง 2 ชนิดเท่านั้นคือ ชนิด a และ b

สมมติฐาน

H_0 : ตัวอย่างที่ได้มานี้เป็นตัวอย่างเชิงสุ่ม

H_1 : ตัวอย่างที่ได้มานี้ไม่เป็นตัวอย่างเชิงสุ่ม

สถิติที่ใช้ทดสอบ ใช้ r = จำนวนรันทั้งหมดในชุดค่าสังเกตนั้น

การตัดสินใจ แยกได้ 2 ชนิดคือ

ตัวอย่างขนาดเล็ก (n_1 และ $n_2 \leq 20$)

ได้มีผู้สร้างตารางสำเร็จรูปตารางที่ 7 เพื่อแสดงค่าที่มีนัยสำคัญของค่า r ภายใต้ H_0 เมื่อใช้ $\alpha = 0.05$ ซึ่งตารางนี้แยกเป็น 2 ตารางคือ ตาราง 7_{I} แสดงค่า r ที่เล็กที่สุดที่ทำให้มีนัยสำคัญที่ความน่าจะเป็น .025 และตาราง 7_{II} แสดงค่า r ที่สูงที่สุดที่ทำให้มีนัยสำคัญที่ความน่าจะเป็น .025 ดังนั้น อาณาเขตวิกฤตคือ $r \leq r$ จากตาราง 7_{I} หรือ $r \geq r$ จากตาราง 7_{II} สำหรับ α = .05

ตัวอย่างขนาดใหญ่ (n_1 หรือ $n_2 > 20$)

จะใช้การประมาณด้วยการแจกแจงปกติ ดังนี้

จะประมาณได้ว่า $r \sim N(\mu, \sigma^2)$

เมื่อ μ_r = ค่าเฉลี่ยของ $r = \dfrac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$

σ_r^2 = ความแปรปรวนของ $r = \dfrac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $Z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r} \sim N(0,1)$

2.2.4 ปัญหาเกี่ยวกับแนวโน้ม (The Cox-Stuart Test For Trend)

บางครั้งเราต้องการทราบว่าค่าสังเกตเมื่อบันทึกตามเวลาจะแสดงลักษณะแนวโน้มหรือไม่ ซึ่งอาจเป็นแนวโน้มที่สูงขึ้น หรือลดลง

Cox และ Stuart ได้เสนอวิธีการทดสอบค่าแนวโน้มโดยการใช้หลักการทดสอบเครื่องหมายมีวิธีการคือ ทำการเปรียบเทียบคู่ของค่าสังเกต ถ้าค่าสังเกตที่ทันสมัยกว่ามีค่ามากกว่าค่าที่เกิดก่อนจะให้เครื่องหมาย + ในทางกลับกัน ถ้าค่าสังเกตที่ทันสมัยกว่ามีค่าน้อยกว่าค่าที่เกิดก่อนจะให้เครื่องหมาย –

ถ้ามีเครื่องหมาย + เป็นจำนวนมาก จะแสดงถึงแนวโน้มที่สูงขึ้น

ถ้ามีเครื่องหมาย - เป็นจำนวนมาก จะแสดงถึงแนวโน้มที่ลดลง

ถ้ามีเครื่องหมาย + และ - พอๆกัน จะแสดงว่าไม่มีแนวโน้ม

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่างสุ่มขนาด n' ที่เป็นอิสระกันและเกิดขึ้นตามลำดับเวลา
2. มาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ

สมมติฐาน

H_0 : ข้อมูลไม่มีลักษณะเกิดเป็นแนวโน้ม

H_1 : ข้อมูลมีลักษณะเกิดเป็นแนวโน้ม

หรือ H_0 : ข้อมูลไม่มีลักษณะเกิดเป็นแนวโน้มที่สูงขึ้น

H_1 : ข้อมูลมีลักษณะเกิดเป็นแนวโน้มที่สูงขึ้น

หรือ H_0 : ข้อมูลไม่มีลักษณะเกิดเป็นแนวโน้มที่ลดลง

H_1 : ข้อมูลมีลักษณะเกิดเป็นแนวโน้มที่ลดลง

สถิติที่ใช้ทดสอบ

ขั้นแรก หาคู่เปรียบเทียบดังนี้ $(X_1, X_{1+c}), (X2, X2_{+c}), \ldots, (X_{n'}, X_{n'+c})$

เมื่อ $C = \frac{n'}{2}$ เมื่อ n' เป็นเลขคู่

$C = \frac{(n'+1)}{2}$ เมื่อ n' เป็นเลขคี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.5 ปัญหาเกี่ยวกับความสมมาตรของการแจกแจง (Test for Distribution Symmetry)

หัวข้อนี้เป็นการศึกษารูปร่างของการแจกแจงในกลุ่มประชากร โดยมีข้อสงสัยว่าข้อมูลตัวอย่างนี้มาจากการแจกแจงที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์แต่มีลักษณะสมมาตรหรือไม่

สมมติฐาน

H_0 : ข้อมูลตัวอย่างชุดนี้มาจากประชากรเดียวกันที่ไม่ทราบค่ามัธยฐานแต่มีลักษณะสมมาตร

H_1 : ข้อมูลตัวอย่างชุดนี้มาจากประชากรเดียวกันที่ไม่ทราบค่ามัธยฐานและมีลักษณะไม่สมมาตร

วิธีการ จากข้อมูลตัวอย่างขนาด n นำมาแบ่งกลุ่มเป็นขนาด 3 ในทุกกรณีที่เป็นไปได้ซึ่งจะมีจำนวน $= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ กลุ่มในแต่ละกลุ่มนำค่า X_i, X_j, X_k มาหาค่าเฉลี่ยและมัธยฐาน

พิจารณาว่าค่าเฉลี่ยจะมีค่ามากหรือน้อยกว่า เมื่อเทียบกับค่ามัธยฐานในกลุ่มนั้นๆ

ถ้าค่าเฉลี่ยมากกว่าค่ามัธยฐาน จะเรียกว่า กลุ่มทางขวา

ถ้าค่าเฉลี่ยน้อยกว่าค่ามัธยฐาน จะเรียกว่า กลุ่มทางซ้าย

ถ้าค่าเฉลี่ยเท่ากับค่ามัธยฐาน จะเรียกว่า กลุ่มเป็นกลาง

ซึ่งอาจแสดงค่าตารางต่อไปนี้

Right triple X.....XXX	$(X_i + X_j + X_k)/3 > \text{med } X_i, X_j, X_k$
Left triple XXX.....X	$(X_i + X_j + X_k)/3 < \text{med } X_i, X_j, X_k$
Neither X.....X.....X	$(X_i + X_j + X_k)/3 = \text{med } X_i, X_j, X_k$

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ T = จำนวนของกลุ่มทางขวา – จำนวนของกลุ่มทางซ้าย ถ้า H_0 เป็นจริง จะได้ว่าค่าเฉลี่ยของ T ; $\mu_T = 0$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ T ; σ_T ซึ่งมีค่า σ_T^2 ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sigma_i^2 = \left[\frac{(n-3)(n-4)}{(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n} B_i^2\right] + \left[\frac{n-3}{n-4}\sum_{i\le j\le k\le n} B_{jk}^2\right] + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$- \left[1 - \frac{(n-3)(n-4)(n-5)}{n(n-1)(n-2)}\right]T^2$$

ซึ่งจะได้ $Z = \frac{T}{\sigma_T} \sim N(0, 1)$ สามารถหาค่าวิกฤตจากโค้ง Z ได้

B_i = จำนวนของกลุ่มทางขวาที่มีค่า X_i – จำนวนของกลุ่ม ทางซ้ายที่มีค่า X_i

B_{jk} = จำนวนของกลุ่มทางขวาที่มีค่า X_j และ X_k – จำนวนของกลุ่มทางซ้ายที่มีค่า X_j และ X_k

2.2.6 ปัญหาอื่นๆ

ในหัวข้อนี้จะเป็นการนำเอาการแจกแจงแบบไคสแควร์มาประยุกต์ใช้กับข้อมูล ซึ่งมีตัวแปรสุ่มที่มีค่าอยู่ในมาตรวัดแบบนามบัญญัติ หรือข้อมูลที่อยู่ในรูปของการแจงนับ

2.2.6.1 การทดสอบแบบไคสแควร์ (The Chi-Square Test)

Kart Pearson(1859 – 1936) ศาสตราจารย์ทางชีววิทยาในมหาวิทยาลัยลอนดอน ได้ศึกษาถึงการพัฒนาของชีววิทยาและสถิติควบคู่กันไป และได้สร้างผลงานที่ถือว่าสำคัญที่สุดในปี 1900 คือ คิดวิธีการทดสอบความแตกต่างระหว่างความถี่ที่สังเกตได้ กับความถี่คาดหวังที่จะเป็นไปตามทฤษฎีจากข้อมูลที่มีจำนวนมากดังนี้

ถ้าให้ $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$

เมื่อ O_i = ความถี่ที่สังเกตได้จากกลุ่มที่ i ; $i = 1,2,\ldots,k$

E_i = ความถี่คาดหวังจากกลุ่มที่ i ; $i = 1,2,\ldots,k$

$= Np_i$

N = จำนวนความถี่ทั้งหมด

$= \sum O_i = \sum E_i$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

p_i = ความน่าจะเป็นที่จะเกิดกลุ่มที่ i

k = จำนวนกลุ่มทั้งหมด

แล้ว χ^2 จะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ชั้นแห่งความเป็นอิสระ γ จากสูตร χ^2 ข้างต้นจะเป็นการเปรียบเทียบดูว่าความถี่ที่สังเกตได้แตกต่างไปจากความถี่คาดหวังมากน้อยเพียงใดถ้าค่า χ^2 มีค่าเป็น "0" แสดงว่าจากข้อมูลที่รวบรวมมาได้เป็นไปตามทฤษฎีหรือข้อกำหนดอย่างสมบูรณ์ แต่ถ้าค่า χ^2 มีค่ามากแสดงว่าไม่ไปตามทฤษฎี หรือเรียกว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จะทำการปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น และเนื่องจากค่า χ^2 จะมีค่าเป็น + เท่านั้นดังนั้นอาณาเขตวิกฤตของการทดสอบด้วยไคสแควร์นี้จึงจะพิจารณาเฉพาะทางขวาของโค้งการแจกแจงไคสแควร์เท่านั้นจะปฏิเสธสมมติฐานถ้า $\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} > \chi^2_{\alpha,\gamma}$

ส่วนการหาชั้นแห่งความเป็นอิสระหรือ γ อาจพิจารณาได้ดังนี้

1. ถ้าในการหาค่าความถี่คาดหวังไม่มีการประมาณค่าพารามิเตอร์ $\gamma = k - 1$
2. ถ้าในการหาค่าความถี่คาดหวัง จำเป็นต้องมีค่าพารามิเตอร์ m ตัว จากข้อมูลตัวอย่าง $\gamma = k - 1 - m$

อนึ่งการทดสอบแบบไคสแควร์จะมีประสิทธิภาพเมื่อมีข้อกำหนดเบื้องต้นของการทดสอบดังนี้

1. ค่าสังเกตแต่ละค่าจะต้องอยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น และเป็นอิสระจากกัน
2. จำนวนความถี่ทั้งหมดควรมีขนาดใหญ่
3. ความถี่คาดหวังในแต่ละกลุ่มไม่ควรมีค่าเล็กเกินไป คือไม่ควรต่ำกว่า 5 แต่ถ้าพบว่ากลุ่มใดมีความถี่คาดหวังต่ำกว่า 5 อาจแก้ไขได้ดังนี้
   - ก. เพิ่มจำนวนตัวอย่าง (N) ให้มากขึ้นหรือเพิ่มค่าสังเกตให้มากขึ้น
   - ข. รวมกลุ่มที่อยู่ติดกันเข้าด้วยกันจนกระทั่งค่าความถี่คาดหวังมากกว่า 5 วิธีนี้ทำได้เมื่อการรวมกลุ่มแล้วไม่ทำให้เสียความหมายของกลุ่ม
4. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ควรเป็นข้อมูลแจงนับ ไม่ควรอยู่ในรูป อัตราส่วนหรือร้อยละ
5. ไคสแควร์ที่ชั้นแห่งความเป็นอิสระเท่ากับ 1 และความถี่คาดหวังของบางกลุ่ม มีค่าไม่ต่ำกว่า 5 แต่น้อยกว่า 10ตัวสถิติไคสแควร์จะไม่มีความต่อเนื่อง จำเป็นต้องปรับให้เป็นค่าต่อเนื่องด้วยวิธีการของ Yate

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\chi^2_{corrected} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(|O_i - E_i| - 0.5)^2}{E_i}$$

2.2.6.2 การทดสอบเกี่ยวกับข้อมูลที่มีลักษณะเดียว

สามารถแยกหัวข้อการทดสอบได้ 2 หัวข้อ คือ

1. ทดสอบเกี่ยวกับหลายอัตราส่วน (Test For Ratio)

เป็นการทดสอบเกี่ยวกับอัตราส่วนของเหตุการณ์ต่างๆ ในประชากรกลุ่มหนึ่งว่าเป็นไปตามอัตราส่วนใดหรือไม่ โดยให้ $A_1, A_2, \ldots, A_k$ เป็นเหตุการณ์ k เหตุการณ์ของการทดลองหนึ่ง อยากจะทราบว่าโดยทั่วไปแล้วการเกิดขึ้นของ $A_1 : A_2 : \ldots : A_k$ จะเท่ากับ $a_1 : a_2 : \ldots : a_k$ หรือไม่ทำการวิเคราะห์โดยการตั้งสมมติฐาน

H_0 : $A_1 : A_2 : \ldots : A_k = a_1 : a_2 : \ldots : a_k$

H_1 : อัตราส่วนของ $A_1 : A_2 : \ldots : A_k$ ไม่เป็นไปตาม H_0

สถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

ซึ่งสามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ชั้นแห่งความเป็นอิสระ $\gamma = k - 1$ การหาค่าความถี่คาดหวังของเหตุการณ์ต่างๆหาได้ดังนี้

2. การทดสอบเกี่ยวกับการแจกแจง (Test For Distribution Or Test FormGoodness Of Fit)

สำหรับการทดสอบเกี่ยวกับการแจกแจง โดยเฉพาะการทดสอบการแจกแจงปกติ ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของสถิติชั้นสูงจะนำเสนอในเรื่องของการทดสอบการแจกแจงโดยเฉพาะ

2.2.6.3 การทดสอบเกี่ยวกับข้อมูลที่มีลักษณะสองทาง

จากข้อมูลที่สนใจศึกษาซึ่งมีลักษณะ 2 ทางนำมาสร้างตารางความถี่ของตัวแปรสุ่มทั้ง 2 เรียกว่าตารางการจรณ์ทำการทดสอบถึงความเป็นอิสระของตัวแปรทั้ง2 และเรียกชื่อการทดสอบสำหรับข้อมูลประเภทนี้ว่า "การทดสอบความเป็นอิสระ"

ตารางการจรณ์จะจัดอยู่ในลักษณะแกนนอน r แถว และแกนตั้ง c แถว หรือเรียกว่าตารางชนิด $r \times c$ เพื่อใช้อธิบายตัวแปรสุ่มทั้ง 2 ตัว ซึ่งเป็นตัวแปรคุณภาพใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลักษณะเหตุการณ์ย่อยหลายๆเหตุการณ์ แล้วสังเกตจำนวนครั้งของการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ย่อยเหล่านั้นและคำนวณจำนวนครั้งที่คาดหวังตามนิยามของเหตุการณ์อิสระ

ในการทดสอบครั้งนี้จะทำการทดสอบถึงความเป็นอิสระของ 2 เหตุการณ์เท่านั้น คือ เหตุการณ์ A และ B และจำแนกเหตุการณ์ A ออกเป็นเหตุการณ์ย่อย $A_1, A_2, \ldots, A_k$ และจำแนกเหตุการณ์ B ออกเป็นเหตุการณ์ย่อย $B_1, B_2, \ldots, B_k$ ทำการทดลองหรือสังเกตจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณ์ A_i, B_i ; i = 1,2,...,r ; j = 1,2,..,c ดังตารางการจรณ์ดังนี้

A \ B	B_1	B_2	...	B_j	...	B_c	รวม
A_1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1j}	...	O_{1c}	R_1
A_2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2j}	...	O_{2c}	R_2
.	.	.	.	.	.	.	.
A_i	O_{i1}	O_{i2}	...	O_{ij}	...	O_{ic}	R_i
.	.	.	.	.	.	.	.
A_r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rj}	...	O_{rc}	R_r
รวม	C_1	C_2	...	C_j	...	C_c	N

เมื่อ O_{ij} = ความถี่ที่ได้จากการทดลองหรือสังเกตของเหตุการณ์ A_i และ B_j

; i = 1,2,...,r j = 1,2,...,c

R_i = ผลรวมของความถี่ที่ได้จากการทดลอง หรือสังเกตของเหตุการณ์ A_i

C_j = ผลรวมของความถี่ที่ได้จากการทดลอง หรือสังเกตของเหตุการณ์ B_j

N = ผลรวมของความถี่ที่ได้จากการทดลองทั้งหมด

สมมติฐาน

H_0 : ตัวแปร A และ B เป็นอิสระต่อกัน

H_1 : ตัวแปร A ไม่ขึ้นกับ B

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$ และ χ^2 จะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงไคสแควร์ด้วยชั้นแห่งความเป็นอิสระ = (c - 1)(r - 1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.5 ปัญหาเกี่ยวกับความสมมาตรของการแจกแจง (Test for Distribution Symmetry)

หัวข้อนี้เป็นการศึกษารูปร่างของการแจกแจงในกลุ่มประชากร โดยมีข้อสงสัยว่าข้อมูลตัวอย่างนี้มาจากการแจกแจงที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์แต่มีลักษณะสมมาตรหรือไม่

สมมติฐาน

H_0 : ข้อมูลตัวอย่างชุดนี้มาจากประชากรเดียวกันที่ไม่ทราบค่ามัธยฐานแต่มีลักษณะสมมาตร

H_1 : ข้อมูลตัวอย่างชุดนี้มาจากประชากรเดียวกันที่ไม่ทราบค่ามัธยฐานและมีลักษณะไม่สมมาตร

วิธีการ จากข้อมูลตัวอย่างขนาด n นำมาแบ่งกลุ่มเป็นขนาด 3 ในทุกกรณีที่เป็นไปได้ซึ่งจะมีจำนวน $= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ กลุ่ม ในแต่ละกลุ่มนำค่า X_i, X_j, X_k มาหาค่าเฉลี่ยและมัธยฐาน

พิจารณาว่าค่าเฉลี่ยจะมีค่ามากหรือน้อยกว่า เมื่อเทียบกับค่ามัธยฐานในกลุ่มนั้นๆ

ถ้าค่าเฉลี่ยมากกว่าค่ามัธยฐาน จะเรียกว่า กลุ่มทางขวา

ถ้าค่าเฉลี่ยน้อยกว่าค่ามัธยฐาน จะเรียกว่า กลุ่มทางซ้าย

ถ้าค่าเฉลี่ยเท่ากับค่ามัธยฐาน จะเรียกว่า กลุ่มเป็นกลาง

ซึ่งอาจแสดงค่าตารางต่อไปนี้

Right triple X.....XXX	$(X_i + X_j + X_k)/3 > \text{med } X_i, X_j, X_k$
Left triple XXX.....X	$(X_i + X_j + X_k)/3 < \text{med } X_i, X_j, X_k$
Neither X.....X.....X	$(X_i + X_j + X_k)/3 = \text{med } X_i, X_j, X_k$

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ T = จำนวนของกลุ่มทางขวา – จำนวนของกลุ่มทางซ้าย ถ้า H_0 เป็นจริง จะได้ว่าค่าเฉลี่ยของ T ; $\mu_T = 0$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ T ; σ_T ซึ่งมีค่า σ_T^2 ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณความถี่คาดหวัง

คือการหาค่า E_{ij} สามารถคำนวณได้ตามนิยามของความเป็นอิสระ ดังนี้

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกันแล้ว

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

นั่นคือ $$P(A_iB_j) = P(A_i).P(B_j)$$

ดังนั้น ความถี่คาดหวังของเหตุการณ์ A_iB_j คือ E_{ij} มีค่าดังนี้

$$Eij = NP(A_iB_j)$$

$$= NP(A_i).P(B_j)$$

$$= N \times \frac{R_i}{N} \times \frac{C_j}{N}$$

2.3 การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

ในกรณีที่ต้องทดสอบเกี่ยวกับ 2 ทรีทเมนต์ ว่าจะแตกต่างกันหรือไม่ การหาผลสรุปอาจทำได้ด้วยวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังนี้

1. เปรียบเทียบสิ่งที่ควบคุมกับทรีทเมนต์ที่สนใจ หมายความว่าอยากทราบว่าทรีทเมนต์นั้นดีกว่าการใช้สภาพปกติหรือไม่

2. เปรียบเทียบทรีทเมนต์ 1 กับ ทรีทเมนต์ 2 ว่าทรีทเมนต์ใดดีกว่ากัน

การทดลองใน 2 ลักษณะนี้ถ้าทำกับหน่วยทดลองที่ต่างกัน 2 กลุ่มจะสรุปผลได้ยาก เพราะจะไม่สามารถตัดสินใจได้ว่าความแตกต่างนั้นมาจากทรีทเมนต์หรือมาจากหน่วยทดลองที่ต่างกัน อาจแก้ปัญหาโดยการเลือกหน่วยทดลองที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน วิธีการนี้เรียกว่า กรณี 2 กลุ่มตัวอย่างที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งอาจทำได้ 2 วิธี คือ

1.ใช้ตัวอย่างชุดเดียวกันแต่ทำซ้ำ 2 ครั้งในเวลาต่างกัน เช่นสุ่มตัวอย่างผู้ที่ต้องการลดน้ำหนักด้วยวิธีนี้มาจำนวนหนึ่ง และชั่งน้ำหนักก่อนและหลังเข้ารับการทดลอง จะเห็นว่าวิธีนี้จะใช้เวลานาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ใช้ตัวอย่าง 2 ชุดที่มีลักษณะใกล้เคียงกันมากที่สุด เช่น ฝาแฝด ในกรณีนี้หน่วยทดลองอาจไม่มีลักษณะเช่นนี้แต่สามารถใช้ตัวอย่างคู่ที่มีลักษณะคล้ายกันมากที่สุดแทนได้ เช่น นักเรียนที่คล้ายคลึงกันในแง่ของ เพศ อายุ ความสามารถ ชั้นปีที่เรียน สภาพแวดล้อม เป็นต้น จะเห็นได้ว่าวิธีนี้ในทางปฏิบัติยากพอสมควร

การวิเคราะห์ทางสถิติอาจใช้สถิติที่ใช้หรือไม่ใช้พารามิเตอร์ก็ได้ และถ้าจะใช้สถิติที่ใช้ พารามิเตอร์จำเป็นต้องมีข้อกำหนดเบื้องต้นดังนี้

1. ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มต้องมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ
2. ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน

และค่าสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

หรือเขียนได้ว่า $t = \frac{\bar{d} - \mu_{\bar{d}}}{\sigma_{\bar{d}}}$ เมื่อหน่วยทดลองเป็นแบบจับคู่ แต่บางครั้งใช้การทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ไม่ได้เนื่องจาก

1. ข้อมูล 2 ชุดนั้นไม่ทราบแน่ว่ามาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติหรือไม่
2. ผู้วิจัยไม่ต้องการใช้ข้อสมมติในการทดสอบ
3. ข้อมูลเป็นมาตรวัดแบบนามบัญญัติหรือแบบลำดับที่ ดังนั้นจึงควรจะวิเคราะห์ด้วยสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ และได้มีผู้คิดค้นวิธีไว้มากมายดังนี้

2.3.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือ ความน่าจะเป็น

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจในประชากร 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กันว่ามีความแตกต่างกันหรือไม่

2.3.1.1 การทดสอบของแมคนีมาร์ (McNemar test for significance of changes)

เป็นการทดสอบเพื่อดูความเปลี่ยนแปลงก่อนและหลัง โดยใช้กับกลุ่มตัวอย่างชุดเดียว แต่ทำการทดลอง 2 ครั้ง ก่อนและหลังการใช้ทรีทเมนต์หนึ่ง เพื่อดูว่ามีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ เช่น การทดสอบความคิดเห็นของคนกลุ่มหนึ่งก่อนและหลังฟังคำอภิปราย การทดสอบอาการเปลี่ยนแปลงของคนกลุ่มหนึ่งก่อนและหลังการใช้ยาชนิดหนึ่ง ดังนั้นสามารถวัดประสิทธิภาพของทรีทเมนต์หนึ่งๆได้ว่ามีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงหรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
43173

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยข้อมูล n คู่ และสามารถจัดลงตาราง 2×2 ได้
2. มาตราวัดของข้อมูลเป็นแบบนามบัญญัติหรือแบบเรียงลำดับที่มีเพียง 2 กลุ่มย่อยเท่านั้น เช่น ใช่กับไม่ใช่ หรือ + กับ -
3. ข้อมูลคู่แต่ละคู่เป็นอิสระกัน แต่ภายในคู่สัมพันธ์กัน

ข้อมูล

เช่นต้องการทดสอบทรีทเมนต์คือการเต้นรำว่าจะมีผลต่อการลดน้ำหนักหรือไม่ สุ่มตัวอย่างมา n คนในขั้นแรกถามความเห็นเกี่ยวกับผลที่คาดว่าจะได้ก่อน และหลังจากนั้นให้ทดลองเต้นรำไประยะหนึ่ง แล้วถามความเห็นเช่นเดิมอีกครั้ง ดังนี้

คนทดลองที่	ความเห็นก่อนเต้นรำ	ความเห็นหลังเต้นรำ
1	+	-
2	+	+
3	-	+
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	-	-

ซึ่งนำมาจัดในตาราง 2×2 ได้ดังนี้

		หลังให้ทรีทเมนต์ -	หลังให้ทรีทเมนต์ +
ก่อนให้ทรีทเมนต์	+	**A**	**B**
	-	**C**	**D**

รวม = n

เมื่อ A,B,C,D = จำนวนความถี่ที่มีลักษณะหนึ่งๆจากจำนวนตัวอย่างขนาด n

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คือ A = จำนวนคนที่มีความคิดเห็นก่อนการให้ทรีทเมนต์ว่าจะได้ผลดี (+) แต่เมื่อได้รับทรีทเมนต์แล้วมีความเห็นว่าไม่ได้ผล (-) หรือ + เปลี่ยนเป็น –

D = จำนวนคนที่มีความคิดเห็นก่อนการให้ทรีทเมนต์ว่าไม่ได้ผลดี (-) แต่เมื่อได้รับทรีทเมนต์แล้วมีความเห็นว่าได้ผล (+) หรือ - เปลี่ยนเป็น +

B,C = คือจำนวนคนที่มีความเห็นเหมือนเดิม คือจาก+ เปลี่ยนเป็น + หรือจาก - เปลี่ยนเป็น -

ดังนั้นจะเห็นว่าจำนวนความถี่ A และ D จะแสดงถึงการเปลี่ยนแปลง

สมมติฐาน สามารถมดสอบได้ทั้งทางเดียวและสองทางดังนี้

H_0 : P(A) = P(D) = .5 หรือมีการเปลี่ยนแปลงก่อนและหลังเท่ากัน

หรือ $P(+ \longrightarrow -) = P(- \longrightarrow +)$

H_1 : $P(A) \neq P(D)$ หรือมีการเปลี่ยนแปลงก่อนและหลังไม่เท่ากัน

หรือ $P(+ \longrightarrow -)$ $P(- \longrightarrow +)$

หรือ $H_0 : P(A) \geq P(D)$ $H_1 : P(A) < P(D)$

นั่นคือ สงสัยว่ามีการเปลี่ยนแปลงจาก + เป็น – น้อยกว่าการเปลี่ยนแปลงจาก – เป็น +

หรือ $H_0 : P(A) \leq P(D)$ $H_1 : P(A) > P(D)$

นั่นคือ สงสัยว่ามีการเปลี่ยนแปลงจาก + เป็น – มากกว่าการเปลี่ยนแปลงจาก – เป็น +

วิธีการ

การหาผลสรุปของสมมติฐานข้างต้น อาจดูได้โดยการเปรียบเทียบความถี่ที่ได้จากการทดลองกับความถี่คาดหวัง (ภายใต้ H_0) ว่าแตกต่างกันหรือไม่โดยความถี่คาดหวังตาม H_0 จะเป็นดังนี้

จำนวนความถี่คาดหวังในช่อง A และ D ควรมีค่าเท่ากัน = $\frac{A+D}{2}$ และใช้การทดสอบของไคสแควร์ได้ดังสูตร

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

และในกรณีนี้สนใจเฉพาะเซล A และ D

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฉะนั้น

$$\chi^2 = \frac{\left[A - (\frac{A+D}{2})\right]^2}{\frac{A+D}{2}} + \frac{\left[D - \frac{(A+D)}{2}\right]^2}{\frac{A+D}{2}}$$

จะได้ $\chi^2 = \frac{(A-D)^2}{(A+D)}$

แต่เนื่องจาก χ^2 เป็นการแจกแจงแบบต่อเนื่อง จึงจำเป็นต้องปรับค่าต่อเนื่อง จะได้ $\chi^2 = \frac{(|A-D|-1)^2}{(A+D)}$

การหาอาณาเขตวิกฤติ หาได้จากตาราง χ^2 ที่ df. = 1

หมายเหตุ ถ้าใช้ตัวสถิติ χ^2 จะใช้ได้เฉพาะการทดสอบ 2 หางเท่านั้น ตัวอย่างขนาดเล็ก

ในกรณีที่ค่า $\frac{A+D}{2}$ มีค่าน้อยกว่า 5 การใช้ไคสแควร์ที่ d.f. = 1 ไม่เหมาะสม แนะนำให้ใช้การทดสอบแบบทวินาม โดย n = A+D และค่า x = ค่าที่น้อยที่สุดจากค่า A และ D และ p = 0.5 และการทดสอบแบบทวินามนี้สามารถใช้ทดสอบหางเดียวเพื่อบ่งบอกทิศทางได้ด้วย

2.3.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง การทดสอบผลต่างของมัธยฐานของประชากร 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน (M1 – M2 เมื่อ M1 = ค่ามัธยฐานของประชากรที่ 1 และ M2 = ค่ามัธยฐานของประชากรที่ 2)

2.3.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิด 2 ตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน (The sign-test for paired-observation)

การทดสอบนี้คล้ายกับการในหัวข้อ 2.2.2 โดยจะดูความแตกต่างระหว่างคู่นั้นๆ และให้เครื่องหมาย + หรือ – ถ้าประชากรคู่ทั้ง 2 มีค่ามัธยฐานไม่แตกต่างกันก็ควรจะมีจำนวนเครื่องหมาย + และ – ไม่แตกต่างกันมาก แต่ถ้าแตกต่างกันมากก็จะแสดงว่าประชากรคู่ทั้ง 2 มีค่ากลางแตกต่างกัน

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยข้อมูลคู่ (X_i, Y_i) n' คู่ที่เป็นอิสระต่อกัน
2. มาตราวัดของข้อมูลเป็นแบบอย่างน้อยเรียงลำดับภายในแต่ละคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ค่าตัวแปร X_i และ Y_i เป็นค่าต่อเนื่อง (รอบๆค่ามัธยฐาน)

ข้อมูล

จากข้อมูล (X_i,Y_i) n' คู่ $(X_1,Y_1),\ldots,(X_{n'},Y_{n'})$ ภายในแต่ละคู่ ให้เปรียบเทียบ X_i และ Y_i

โดยให้เครื่องหมาย + แก่คู่ที่ X_i มีค่ามากกว่า Y_i

และให้เครื่องหมาย - แก่คู่ที่ X_i มีค่าน้อยกว่า Y_i

สำหรับคู่ที่ X_i มีค่าเท่ากับ Y_i ให้เครื่องหมาย 0 เรียกว่า tie

สมมติฐาน

เนื่องจากจะพิจารณาเครื่องหมาย + และ – โดยคาดว่าถ้าประชากรทั้ง 2 มีค่ามัธยฐานไม่แตกต่างกัน ก็ควรจะมีจำนวนเครื่องหมาย + และ – ไม่แตกต่างกัน

$H_0: P(+) = P(-)$ $H_1: P(+) \neq P(-)$

หรือ $H_0: P(+) \leq P(-)$ $H_1: P(+) > P(-)$

หรือ $H_0: P(+) \geq P(-)$ $H_1: P(+) < P(-)$

หรืออาจจะกล่าวถึงค่ามัธยฐานโดยตรงก็ได้ คือ

$H_0: M_1 = M_2$ หรือ $M_1 - M_2 = 0$

$H_1: M_1 \neq M_2$ หรือ $M_1 - M_2 \neq 0$

สถิติที่ใช้ทดสอบ

ให้ T = จำนวนคู่ที่เป็นเครื่องหมาย + คือจำนวนคู่ที่ X_i มากกว่า Y_i

การตัดสินใจ

ขั้นแรกต้องตัด tie ออกก่อน และให้ n = จำนวนคู่ที่ไม่ใช่ tie หรือจำนวนเครื่องหมาย + และ – รวมกัน

ตัวอย่างขนาดเล็ก ($n \leq 20$)

การแจกแจงค่าสถิติ T เมื่อ H_0 เป็นจริงจะเป็นทวินาม $(p+q)^n$ โดยมี $p = q = 0.5$ ดังนั้นการหาอาณาเขตวิกฤติสามารถหาจากตารางทวินามที่ค่า n และ $p = 0.5$

ถ้าสมมติฐานคือ $H_0: M_1 = M_2$ หรือ $M_1 - M_2 = 0$

$H_1: M_1 \neq M_2$ หรือ $M_1 - M_2 \neq 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้อ่านค่า t จากตารางทวินามที่ทำให้ $P(x \leq t) \approx \frac{\alpha}{2}$ (โดยที่ค่า t จะหมายถึง x ใดๆจากตารางทวินาม และหาค่า n-t)

ฉะนั้นอาณาเขตวิกฤติคือ $T \leq t$ หรือ $T \geq n\text{-}t$

ถ้าสมมติฐานคือ $H_0 : P(+) \leq P(-)$ หรือ $M_1 \leq M_2$

$H_1 : P(+) > P(-)$ หรือ $M_1 > M_2$

ให้อ่านค่า t จากตารางทวินามที่ทำให้ $P(x \leq t) \approx \alpha$ อาณาเขตวิกฤติคือ $T \geq n\text{-}t$

ถ้าสมมติฐานคือ $H_0 : P(+) \geq P(-)$ หรือ $M_1 \geq M_2$

$H_1 : P(+) < P(-)$ หรือ $M_1 < M_2$

ให้อ่านค่า t จากตารางทวินามที่ทำให้ $P(x \leq t) \approx \alpha$ อาณาเขตวิกฤติคือ $T \leq t$

ตัวอย่างขนาดใหญ่ (n > 20)

ตัวอย่างขนาดใหญ่จำนวนความสำเร็จจะประมาณได้ด้วยการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย $E(x) = np$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sqrt{V(x)} = \sqrt{npq}$

ดังนั้น ค่าวิกฤติจึงหาได้จากสูตรนี้ ให้ t = ค่าวิกฤติ

$$t = E(x) + Z\sqrt{V(x)} = np + Z\sqrt{npq}$$

(หรือจะใช้ค่า $Z = \frac{t - np}{\sqrt{npq}}$

เมื่อ p = q = ½ ก็ได้ และหาค่าอาณาเขตวิกฤติจากค่า Z ของตารางปกติมาตรฐาน)

ค่า p หมายถึงความน่าจะเป็นที่จะมีเครื่องหมาย + ภายใต้ H_0 ดังนั้น p = 0.5

จะได้ $t = \frac{1}{2}(n + Z\sqrt{n})$ แยกตามการทดสอบได้ดังนี้

การทดสอบ 2 หาง

ค่า $t = \frac{1}{2}(n + Z_{\alpha/2}\sqrt{n})$ (ปรับให้เป็นจำนวนเต็ม)

อาณาเขตวิกฤติคือ $T \leq t$ หรือ $T \geq n\text{-}t$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดสอบหางเดียวข้างขวา

ค่า $t = \frac{1}{2}(n + Z_{\alpha}\sqrt{n})$

หรือ $n - t = \frac{1}{2}(n + Z_{1-\alpha}\sqrt{n})$

อาณาเขตวิกฤติคือ $T \geq n\text{-}t$

การทดสอบหางเดียวข้างซ้าย

ค่า $t = \frac{1}{2}(n + Z_{\alpha}\sqrt{n})$

อาณาเขตวิกฤติคือ $T \leq t$

2.3.2.2 การทดสอบวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย (The Wilcoxon matched-pairs signed-rank test)

เช่นเดียวกับหัวข้อการทดสอบวิลคอกซันในตัวอย่าง 1 กลุ่มในหัวข้อ 2.2.2 ที่ผ่านมา เพียงแต่นำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลคู่ โดยดูความแตกต่างกันทั้ง "ขนาด" ; $D_i = x_i - y_i$ และ "เครื่องหมาย" ในแต่ละคู่ และพิจารณาโดยยึดหลักว่า ถ้าค่ามัธยฐานไม่แตกต่างกันแล้ว ผลรวมของอันดับของความแตกต่างที่มีเครื่องหมาย + และ – น่าจะใกล้เคียงกัน ซึ่งการทดสอบนี้มักจะมีอำนาจการทดสอบมากกว่าการทดสอบเครื่องหมาย เนื่องจากมีการใช้ข้อมูลได้สมบูรณ์กว่า

ข้อสมมติเบื้องต้น

1. ค่า (X_i, Y_i) สำหรับทุกค่า i เป็นตัวแปรสุ่มแบบคู่
2. ค่า D_i เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง และเป็นอิสระต่อกัน
3. ค่า D_i มีการแจกแจงที่สมมาตร
4. ค่า D_i มีมาตราวัดอย่างน้อยแบบอันตรภาค

ข้อมูล

จากข้อมูลคู่ (X_i, Y_i) n' คู่คือ $(X_1, Y_1),(X_2, Y_2),\ldots,(X_{n'}, Y_{n'})$ ในตัวอย่างแต่ละคู่จะเปรียบเทียบค่า X_i และ Y_i โดยการหาค่าผลต่างสมบูรณ์ คือ $|D_i| = |X_i - Y_i|$ เมื่อ $i = 1,2,\ldots,n'$ ในกรณีที่ $D = 0$ จะเรียกว่า tie ให้ n = จำนวนคู่ที่ไม่รวม tie ฉะนั้น $n \leq n'$ แล้วจัดลำดับให้ค่า $|D_i|$ โดยให้ค่าน้อยที่สุดเป็นอันดับที่ 1,..., ค่ามากที่สุดเป็นอันดับที่ n

สมมติฐาน อาจจะใช้ทดสอบหางเดียวหรือสองหางได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

H_0 : มัธยฐานของประชากร 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน หรือ $M_1 = M_2$

H_1 : มัธยฐานของประชากร 2 กลุ่มแตกต่างกัน หรือ $M_1 \neq M_2$

หรือ $H_0 : M_1 \leq M_2$ $H_1 : M_1 > M_2$

หรือ $H_0 : M_1 \geq M_2$ $H_1 : M_1 < M_2$

สถิติที่ใช้ทดสอบ หลังจากหาค่าอันดับของ $|D_i|$ ได้แล้ว ให้ใส่เครื่องหมายหน้าอันดับแต่ละอันกับด้วยเครื่องหมายเดิมของ D_i แล้วหาผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมาย + ผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมาย ให้ T = ผลรวมของอันดับที่มีเครื่องหมาย + = T^+

<u>หมายเหตุ</u> ในกรณีนี้กำหนดค่าสถิติทดสอบให้ต่างไปจากกรณี 1 กลุ่มตัวอย่างในหัวข้อ 2.2.2 ที่ผ่านมาซึ่งการตัดสินใจจะแตกต่างกันไป จากตารางค่าวิกฤตที่แตกต่างกันด้วย ขอให้ผู้ศึกษาได้สังเกตเพื่อความเข้าใจเกี่ยวกับการกำหนดค่าสถิติทดสอบให้เข้าใจ

การตัดสินใจ ให้พิจารณาจากจำนวนคู่ที่ไม่เป็น ties คือ n คู่ ซึ่งแยกได้ 2 กรณี คือ

ตัวอย่างขนาดเล็ก ($n \leq 20$)

จะใช้ตารางแสดงค่าควอนไทล์(Quantile) ของค่าสถิติทดสอบของวิลคอกซัน ;W_α ซึ่งง่ายต่อความเข้าใจ (กล่าวคือ ถ้าเป็นการทดสอบ 2 หางจะมีค่าวิกฤต 2 ค่าทางซ้ายและขวา ถ้าเป็นการทดสอบหางด้านขวา มีค่าวิกฤตค่าเดียวข้างขวา เป็นต้น) แสดงในตารางที่ 8 ในภาคผนวก ถ้ากำหนดระดับนัยสำคัญในการทดสอบ = α

การทดสอบสองหาง อาณาเขตวิกฤต คือ $T^+ > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T^- < W_{\frac{\alpha}{2}}$

การทดสอบหางเดียวด้านขวา อาณาเขตวิกฤต คือ $T^+ > W_{1-\alpha}$

การทดสอบหางเดี่ยวด้านซ้าย อาณาเขตวิกฤต คือ $T^- < W_\alpha$

เมื่อค่า W_α ได้แสดงไว้ในตารางที่ 8 โดยกำหนดค่าที่ n ที่แตกต่างกัน เริ่มจาก $W_{.005}$ ... $W_{.50}$ ส่วนค่า W_α ที่ $\alpha > .5$ ให้ใช้สมบัติ ดังนี้

$$W_\alpha = \frac{n(n+1)}{2} - W_{1-\alpha}$$

เมื่อค่า $\frac{n(n+1)}{2}$

ตัวอย่างขนาดใหญ่ ($n > 20$)

ประมาณด้วยการแจกแจงแบบปกติ คือ $T \sim (\mu_T, \sigma^2_T)$

เมื่อ $\mu_T = \frac{n(n+1)}{4}$, $\sigma^2_T = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} \sim N(0,1)$

การหาอาณาเขตวิกฤตให้หาจากค่า Z

2.3.2.3 การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับข้อมูลคู่ (The Randomization Test For Matched Pair or The Permutation Test For Paired Replicates of The Raw Score Test)

การทดสอบนี้ นอกจากสามารถใช้ทดสอบกับประชากรคู่ (paired observation) โดยมีสมมติฐานว่า ทรีทเมนต์ 2 ทรีทเมนต์ที่กระทำต่อประชากรคู่นี้แตกต่างกันหรือไม่ ยังเป็นการทดสอบที่แสดงให้เห็นถึงวิธีการและแนวคิดของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ เนื่องจากการหาอาณาเขตวิกฤต และค่าระดับนัยสำคัญที่แท้จริงจะหาจากข้อมูลตัวอย่างโดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องมีข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงปกติ หรือต้องมีความแปรปรวนเท่ากันใน 2 ประชากร มักถูกนำเสนอในตอนต้น ๆ ของหนังสือทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ เพื่อแสดงถึงแนวคิดและวิธีการที่ไม่จำเป็นต้องอาศัยรูปร่างของโค้งการแจกแจง การทดสอบนี้ภายใต้เงื่อนไขหนึ่ง จะมีอำนาจการทดสอบสูงที่สุดของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์

ข้อมูล ประกอบด้วยตัวแปรสุ่ม (X_i, Y_i) n คู่ คือ $(X_1,Y_1),(X_2,Y_2),\ldots,(X_{n'},Y_{n'})$ ซึ่งมีมาตราวัดอย่างน้อยแบบอันตรภาคในแต่ละคู่หาผลต่างระหว่างค่าข้อมูล คือ X_i-Y_i

สำหรับค่า X_i-Y_i=0 จะไม่นำมาพิจารณาให้จำนวนคู่ที่เหลือแทนด้วย $n(n \leq n')$ และให้ค่าผลต่างของ X_i-Y_i ที่ไม่เป็น $0 = d_i$; i=1,...n

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. การแจกแจงของแต่ละ d_i มีลักษณะสมมาตรที่ค่า 0
2. ค่า d_i เป็นอิสระจากกัน
3. ค่า d_i มีค่ามัธยฐานเดียวกัน
4. มาตราวัดของค่า d_i อย่างน้อยเป็นแบบอันตรภาค

สมมติฐาน สามารถทดสอบได้ทั้งทางเดียวหรือสองทาง เช่น

$H_0: M_1 = M_2$ $H_1: M_1 \neq M_2$

หรือ $H_0: M_1 \leq M_2$ $H_1: M_1 > M_2$

หรือ $H_0: M_1 \geq M_2$ $H_1: M_1 < M_2$

เมื่อ M_1 และ M_2 คือ ค่ามัธยฐานของประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $\sum_{i=1}^{n} d_i$

วิธีการ เนื่องจากการให้ทรีทเมนต์แก่ตัวอย่างคู่กระทำโดยสุ่ม เช่น ตัวอย่างคู่ คู่ที่ 1 อาจสุ่มทรีทเมนต์ที่ 1 ให้แก่หน่วยตัวอย่างแรก และทรีทเมนต์ที่ 2 ถูกสุ่มให้แก่หน่วยตัวอย่างที่เหลือ หรืออาจจะเป็นไปได้อีกวิธีหนึ่งคือทรีทเมนต์ที่ 1 ถูกสุ่มให้แก่หน่วยตัวอย่างที่ 2 และทรีทเมนต์ที่ 2 ถูกสุ่มให้แก่หน่วยตัวอย่างแรกของคู่เดียวกัน ดังนั้น ค่า d_i ซึ่งเกิดจากการหาผลต่างของค่าข้อมูลระหว่างคู่ จึงอาจจะมีเครื่องหมาย + หรือ – ก็ได้ (เป็น + เมื่อ $X_i > Y_i$ และเป็น – เมื่อ $X_i < Y_i$) และเป็นเช่นนี้ในทุก ๆคู่ ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดของค่า d_i ที่แตกต่างกัน $= 2^n$

การหาอาณาเขตวิกฤตให้ลองพิจารณาสมมติฐานสองหาง ดังนี้

$H_0 : M_1 = M_2$

$H_1 : M_1 \neq M_2$

ถ้า H_0 เป็นจริงแสดงว่าค่า d_i เกือบทุกค่าควรมีค่าเข้าใกล้ 0 นั่นคือ $\sum d_i$ควรมีค่าเข้าใกล้ 0 แต่ถ้า $\sum d_i$ ไม่เข้าใกล้ 0 แสดงว่า H_0 ไม่เป็นจริง แต่ H_1 เป็นจริง และ $\sum d_i$จะมีค่ามาก ซึ่งอาจเป็นทางบวกหรือลบก็ได้ การหาอาณาเขตวิกฤตสำหรับการทดสอบสมมติฐานเมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ $= \alpha$ จะประกอบด้วย $(\alpha)2^n$ วิธีซึ่งมีค่า $\sum d_i$ ที่ใหญ่โดยแยกเป็นทางบวกและทางลบด้วยจำนวนวิธีที่เท่ากัน ถ้าข้อมูลตัวอย่างที่สุ่มมา มี ค่า d_i และ $\sum d_i$ เป็นส่วนหนึ่งของอาณาเขตวิกฤต แล้วเราจะปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1(ดังจะอธิบายด้วยตัวอย่างต่อไป) และเช่นเดียวกันสำหรับการทดสอบหางเดียว อาณาเขตวิกฤตจะประกอบด้วยค่า $\sum d_i$ ที่มีค่ามากหรือน้อยเพียงด้านเดียวตาม H_1

<u>หมายเหตุ</u> การทดสอบนี้ถ้ามีจำนวนคู่มากกว่า 12 จะเสียเวลาคำนวณมาก เช่น $n = 13$ ดังนั้น จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของค่า $d_i = 2^{13} = 8192$ เมื่อใช้ α=.05 ฉะนั้นจะมีอาณาเขตวิกฤตที่ประกอบด้วยวิธี = (.05)(8192) = 410 วิธีที่ให้ค่า $\sum d_i$ มากที่สุด(หรือน้อยที่สุด)ซึ่งไม่สะดวกในทางปฏิบัติแน่นอนดังนั้นการทดสอบนี้<u>จึงเหมาะสมกับตัวอย่างขนาดเล็ก</u>

2.4 กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

ในหัวข้อที่ผ่านมานั้น ได้ศึกษาตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน หรือตัวอย่างคู่ แม้จะพบว่าการใช้ตัวอย่างคู่ จะให้ผลที่สรุปได้ค่อนข้างแม่นยำที่สุด ถึงความแตกต่างระหว่าง 2 ทรีทเมนต์ แต่ในทางปฏิบัติจริงการหาตัวอย่างคู่อาจจะทำได้ยาก ทั้งนี้ เพราะผู้วิจัยไม่สามารถวางแผนการทดลองด้วยการใช้ตัวอย่างคู่ได้ หรือไม่สามารถระบุตัวแปรที่จะเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวกำหนดการหาตัวอย่างคู่ได้(เช่น หาตัวอย่างคู่ของผู้ป่วยโรคชนิดหนึ่ง อาจจะใช้ตัวแปรหลายๆตัวเป็นตัวกำหนดการจับคู่ เช่น เพศ อายุ เป็นต้น ตัวแปรใดจะเป็นตัวแปรที่ดีที่สุดในการกำหนดตัวอย่างคู่) หรือแม้จะหาตัวอย่างคู่ได้แต่ตัวอย่างคู่ที่ดีนั้นค่อนข้างหาได้ยาก

ดังนั้น จึงอาจจะใช้ตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระกันแทนซึ่งในปฏิบัติจะหาได้ง่ายกว่า โดยการสุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม อย่างอิสระกันจากประชากร ที่มีลักษณะใดลักษณะหนึ่งดังนี้

1. ประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน (real 2 population) โดยมีวัตถุประสงค์จะเปรียบเทียบค่ากลางหรือการกระจายจาก 2 ประชากรนี้

2. ประชากรเพียง 1 กลุ่ม แต่สุ่มตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระกัน โดยที่ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มนี้ ถูกสุ่มให้กับทรีทเมนต์ใดทรีทเมนต์หนึ่งในจำนวน 2 ทรีทเมนต์ (หรืออาจจะมีเพียง 1ทรีทเมนต์ และเปรียบเทียบกับ control) ในกรณีนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบ 2 ทรีทเมนต์นั้นอาจเรียกประชากรลักษณะนี้ว่าประชากรเชิงทฤษฎี (Theoretical population)

การศึกษาเกี่ยวกับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันนี้ ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์นิยมใช้การทดสอบแบบที (t-test) หรือใช้การแจกแจงแบบที หาช่วงความเชื่อมั่นเกี่ยวกับค่ากลาง ทั้งนี้จำเป็นต้องมีข้อกำหนดเบื้องต้นคือ ตัวแปรต้องมีการแจกแจงแบบปกติ และมีมาตราวัดของข้อมูลอย่างน้อยแบบอันตรภาค (Interval scale)

เมื่อต้องการหลีกเลี่ยงข้อกำหนดเบื้องต้นดังกล่าว หรือข้อกำหนดเบื้องต้นนั้นไม่เป็นจริงสำหรับข้อมูลที่จะวิเคราะห์ รวมทั้งข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์ไม่เป็นตัวเลข จึงควรหันมาใช้วิธีการของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งในบทนี้จะเสนอวิธีการวิเคราะห์ของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ในปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ค่ากลาง การกระจาย และปัญหาอื่นๆ ตามลำดับ

2.4.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

2.4.1.1 การทดสอบของฟิสเชอร์ (The Fisher exact probability test)

การทดสอบนี้เหมาะที่จะใช้วิเคราะห์ข้อมูลที่มีขนาดเล็กเพื่อทดสอบว่าประชากรทั้ง 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ หรือไม่ในค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจ เมื่อข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์เป็นแบบนามบัญญัติหรือแบบเรียงลำดับ

ข้อมูล จะประกอบด้วยตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระต่อกัน และตัวอย่างทั้งสองนั้นจะประกอบด้วยลักษณะใดลักษณะหนึ่ง ซึ่งแยกจากกันเด็ดขาด สามารถจัดข้อมูลลงในตารางขนาด 2x2 ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	ผลรวม
ลักษณะ +	A	B	$A + B = n_1$
ลักษณะ -	C	D	$C + D = n_2$
ผลรวม	A + C	B + D	n

กลุ่มที่ 1 และ 2 หมายถึง ตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน ซึ่งอาจจะเป็นกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม, เพศชายกับเพศหญิง, กลุ่มคนที่มีงานทำกับกลุ่มคนที่ว่างงาน หรือกลุ่มคนที่นิยมพรรคการเมือง ก กับกลุ่มที่นิยมพรรคการเมือง ข

ส่วนทางแถวนอนที่มีเครื่องหมาย – และ + นั้น หมายถึง การแบ่งกลุ่มออกเป็น 2 ลักษณะใดๆ เช่น การสอบตกและสอบผ่าน, การเห็นด้วยและไม่เห็นด้วย, มีค่าสูงกว่ามัธยฐานและค่าต่ำกว่ามัธยฐาน

วิธีการรวบรวมข้อมูล คือสำรวจจากตัวอย่างขนาด n ซึ่งจะเป็นนกลุ่มที่ 1 ขนาด n_1 (หรือ= A+B) และกลุ่มที่ 2 ขนาด n_2 (หรือ C+D) หาจำนวนที่ตกในแต่ละกลุ่ม เช่นในกลุ่มที่ 2 มีจำนวนตัวอย่าง = D ที่มีลักษณะ + เป็นต้น

การทดสอบด้วยวิธีนี้ สามารถใช้ได้ดีกับตัวอย่างขนาดเล็ก คือ $n < 20$

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่างสุ่มขนาด จากประชากรที่ 1 และตัวอย่างสุ่มขนาด จากประชากรที่ 2 และให้ $N = n_1 + n_2$
2. ตัวอย่างทั้ง2เป็นอิสระต่อกันทั้งภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม
3. แต่ละตัวอย่างจะถูกจัดให้เป็นลักษณะ + หรือ – ลักษณะใด ลักษณะหนึ่งเท่านั้นดังนั้นมาตราวัดที่จะใช้ได้สำหรับการทดสอบนี้ คือ นามบัญญัติหรือเรียงลำดับ

สมมติฐาน อาจจะเป็นการทดสอบสองหางหรือหางเดียวก็ได้ ดังนี้

ถ้าให้ P_1 และ P_2 คือค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ-) ของประชากรที่1 และ 2 ตามลำดับ

H_0 : ค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ -) มีค่าเท่ากันในแระชากรทั้ง 2

H_1 : ค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ -) มีค่าแตกต่างกันในประชากรทั้ง 2

หรือ $H_0 : P_1 = P_2$; $H_1 : P_1 \neq P_2$

H_0 : ค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ -) ในประชากรที่ 1 $\leq$ ค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ -) ในประชากรที่ 2

H_1 : ค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ -) ในประชากรที่ 1 $>$ ค่าสัดส่วนของลักษณะ + (หรือ -) ในประชากรที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ $H_0: P_1 \leq P_2$; $H_1: P_1 > P_2$

วิธีการ สามารถหาค่าความน่าจะเป็น (exact probability) ที่จะเกิดความถี่ที่ได้จากการสังเกต (observed frequency) และมีค่าใดๆตกใน ตาราง 2x2 เมื่อกำหนดให้ผลรวมมาร์จินัลมีค่าคงที่ (fixed marginal totals) ได้ โดยหาจากฟังก์ชันการแจกแจงแบบไฮเปอร์จิออมิตริก (hypergeometric distribution) ดังนี้

$$P = \frac{\binom{A+C}{A}\binom{B+D}{B}}{\binom{N}{A+B}} = \frac{\frac{(A+C)!}{A!C!}\frac{(B+D)!}{B!D!}}{\frac{N!}{(A+B)!(C+D)!}}$$

$$\therefore P = \frac{(A+B)!(C+D)!(A+C)!(B+D)!}{N!A!B!C!D!}$$

จะพบว่าสูตรนี้คือค่าอัตราส่วนของผลคูณแฟคทอเรียลของผลรวมทางแถวนอนและแถวตั้งต่อความถี่ของแต่ละเซลและความถี่ทั้งหมด

2.4.1.2 การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์เกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของสัดส่วน (The χ^2 - test for two Independent Samples หรือ χ^2 - test of homogeneity of Proportions)

จากกรณีของการทดสอบของฟิสเชอร์ จะพบว่าขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมีจำนวนมากและในแต่ละกลุ่มมีลักษณะย่อยมากกว่า 2 ลักษณะ การวิเคราะห์ด้วยวิธีของฟิสเชอร์จะไม่เหมาะสม แนะนำให้ใช้การทดสอบไคสแควร์ ซึ่งสามารถใช้กับข้อมูลมี่มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ เมื่อข้อมูลจากประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน และภายในแต่ละกลุ่มมีลักษณะย่อย เก็บข้อมูลเป็นความถี่จากตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นในแต่ละลักษณะย่อย เช่น สอบถามความคิดเห็นเรื่องกฎหมายการทำแท้งของนักการเมือง 2 พรรค ว่ามีความเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย หรือไม่มีความเห็น การทดสอบด้วยไคสแควร์นี้จะช่วยบอกให้ทราบว่า มีความแตกต่างกันในสัดส่วนของความคิดเห้นต่อเรื่องนี้กรือไม่ระหว่างนักการเมือง 2 กลุ่มนี้ โดยวิธีการทดสอบจะใช้หลักการเปรียบเทียบความถี่สัมพัทธ์(relative frequency) ของแต่ละลักษณะย่อยใน 2 กลุ่มตัวอย่างนั้นฉะนั้นจึงเป็นการเปรียบเทียบความถี่ที่ได้จากการสังเกตกับความถี่ที่คาดหวังไว้

ข้อมูล ประกอบด้วย ความถี่ที่สังเกตได้จากข้อมูลตัวอย่าง 2 ชุดขนาด n_1และ n_2 ตามลำดับ จำนวนทั้งหมด $N = n_1 + n_2$ และจัดความถี่นี้ลงในตารางการจรณ์ (Contingency table) ถ้าในแต่ละประชากรนั้นมีลักษณะย่อยที่สนใจ k ประเภทและให้ค่า O_{ij} แทนความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือจำนวนค่าสังเกตจากลักษณะย่อยที่ j ของตัวอย่างชุดที่ i (i = 1, 2) จะได้ตารางแสดงความถี่ที่สังเกตได้ ดังนี้

ลักษณะ ย่อย	1	2	3	.....	j	.....	k	
ตัวอย่าง 1	O_{11}	O_{12}	O_{13}	.....	O_{1j}	.....	O_{1k}	n_1
ตัวอย่าง 2	O_{21}	O_{22}	O_{23}	.....	O_{2j}	.....	O_{2k}	n_2
								N

สมมติฐาน จะทดสอบว่า มีความแตกต่างของสัดส่วนในลักษณะย่อยต่างๆ ระหว่างประชากร 2 กลุ่มนี้หรือไม่ หรือมีความเป็นเอกภาพของสัดส่วนในแต่ละลักษณะย่อยของสองประชากรนี้หรือไม่

นั่นคือ $H_0 : P_{11} = P_{21}, P_{12} = P_{22}, P_{13} = P_{23}, \ldots, P_{1k} = P_{2k}$

หรือ $H_1 : P_{1j} = P_{2j}$; $j = 1,2,\ldots,k$

สถิติที่ใช้ทดสอบ หลักการของการทดสอบนี้ คือ เปรียบเทียบความถี่จากการสังเกตได้กับความถี่คาดหวังตามทฤษฎี ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความถี่คาดหวังนั้นเป็นไปตาม H_0 สามารถใช้การแจกแจงไคสแควร์ได้ ดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{k}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad \text{ด้วย d.f.} = (2-1)(k-1)$$

เมื่อ O_{ij} = ความถี่ที่สังเกตได้จากแถวที่ i และแถวตั้งที่ j ของตารางการจรณ์

E_{ij} = ความถี่ที่คาดหวังใต้ H_0 จากแถวนอนที่ i และแถวตั้งที่ j ของตารางการจรณ์

$$\sum_i\sum_j O_{ij} = \sum_i\sum_j E_{ij} = N$$

d.f. = (2-1)(k-1) เมื่อจำนวนแถวนอน ในตารางการจรณ์มี 2 แถวนอน และ k แถวตั้ง

สำหรับการหาค่า E_{ij} ให้หลักการเช่นเดียวกับการทดสอบความเป็นอิสระในตัวอย่าง 1 ชุด คือ

$$E_{ij} = \frac{(\text{ผลรวมของแถวนอนที่ i})(\text{ผลรวมของแถวตั้งที่ j})}{\text{จำนวนความถี่ทั้งหมด}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การตัดสินใจ ใช้ค่า χ^2 ที่คำนวณได้จากข้อมูลตัวอย่างเปรียบเทียบกับค่าχ^2 จากการแจกแจงที่ d.f. = (k - 1)

ถ้าค่าχ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า $\chi^2_{\alpha,(k-1)}$ จะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α

หมายเหตุ

1. สำหรับตารางการจรณ์ชนิด 2x2 ถ้าให้ความถี่ที่สังเกตได้จากตาราง 2x2 คือ

A	B
C	D

หาค่า χ^2 ดังนี้คือ

$$\chi^2 = \frac{N(|AD-BC|-\frac{N}{2})^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$ ด้วย d.f. = 1

2. การทดสอบนี้จะคล้ายการทดสอบความเป็นอิสระ (χ^2- test for Independence) ที่ผ่านมา จะเห็นว่าตัวสถิติทดสอบ และการตัดสินใจจะเหมือนกันทุกประการ แต่มีที่ต่างกัน 2 กรณี คือ

ก. การสุ่มตัวอย่าง ในหัวข้อนี้จะสุ่มตัวอย่างขนาด n_1และ n_2 จาก 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นจำนวน n_1 และ n_2 นี้จะมีค่าคงที่ และทราบล่วงหน้า ในขณะที่การทดสอบความเป็นอิสระเราเพียงสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรหนึ่ง แล้วจึงมาจัดความถี่ลงตารางการจรณ์ ผลรวมทางแถวนอนหรือแถวตั้ง จึงไม่ใช่ค่าคงที่และไม่ทราบล่วงหน้า

ข. การคำนวณหาค่าความถี่คาดหวังใช้หลักการที่ว่า $E_{ij} = \frac{n_i.n_j}{N}$ ซึ่งต่างไปจากการทดสอบความเป็นอิสระที่ใช้ P(AB) = P(A).P(B) แต่เมื่อกระจายสูตรแล้ว ได้ผลลัพธ์เหมือนกัน

2.4.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ากลาง (ซึ่งนิยมใช้ค่ามัธยฐาน) ของประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระต่อกัน รวมทั้งการหาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างระหว่างค่ากลางจากประชากรนี้ด้วยซึ่งได้ผู้คิดค้นวิธีไว้มากมายหลายวิธีแต่ละวิธีอาจจะเหมาะสมกับข้อมูลมาตราวัดที่ต่างกันการจะเลือกใช้วิธีการทดสอบใดอาจพิจารณาจากข้อมูลว่าเป็นไปตามข้อกำหนดเบื้องต้นหรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.2.1 การทดสอบมัธยฐาน (The Median test)

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างอิสระ 2 ชุดที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงต่อเนื่อง 2 กลุ่มนั้นมีค่ากลาง (ค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง) เท่ากันหรือไม่ เมื่อข้อมูลที่ใช้มีมาตราวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับค่ากลางที่จะนิยมใช้คือค่ามัธยฐานจึงคำนึงถึงค่ามัธยฐานเป็นสำคัญ ในการทดสอบด้วยวิธีนี้หลักกการคือถ้าประชากรทั้งสองกลุ่มมีค่ามัธยฐานเท่ากัน จำนวนข้อมูลที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่าค่ามัธยฐานของข้อมูลทั้งหมดจะมีจำนวนครึ่งหนึ่งในตัวอย่างแต่ละกลุ่ม

ข้อมูล ประกอบด้วยตัวอย่าง 2 ชุดที่เป็นอิสระกัน และมีมาตราวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ (ordinal scale) ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_{n1}$ เป็นตัวอย่างขนาด n_1 จากประชากรที่ 1 ให้ $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n2}$ เป็นตัวอย่างขนาด n_2 จากประชากรที่ 2 โดย n_1 ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ n_2

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วย 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกันระหว่างกลุ่มและภายในกลุ่ม
2. มาตราวัดของข้อมูลอย่างน้อยต้องเป็นแบบเรียงลำดับ
3. ค่าตัวแปรสุ่มต้องเป็นค่าต่อเนื่อง
4. ถ้าประชากรทั้ง 2 นั้นมีค่ามัธยฐานเท่ากันดังนั้นในแต่ละประชากรความน่าจะเป็นที่ค่าสังเกตจะมีค่าสูงกว่าค่ามัธยฐานรวม (combined median) จะมีค่าเท่ากัน

สมมติฐาน จะทดสอบว่าประชากรอิสระทั้ง 2 ชุดมีค่ากลางเท่ากันหรือไม่ โดยดูจากค่ามัธยฐานฉะนั้น

H_0 : ตัวอย่างทั้ง 2 ชุด มาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่ากัน

H_1 : ตัวอย่างทั้ง 2 ชุด มาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานไม่เท่ากัน

หรือ H_1 อาจตั้งในลักษณะทดสอบหางเดียวก็ได้ เช่น ค่ามัธยฐานของประชากรหนึ่งมากกว่าอีกประชากรหนึ่ง

วิธีทดสอบ ทำตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. นำข้อมูลทั้ง $n_1 + n_2$ มารวมกันและหาค่ามัธยฐานรวม (combined median) จากข้อมูลที่รวมกัน
2. จากข้อมูลตัวอย่างแต่ละกลุ่ม หาจำนวนข้อมูลที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่ามัธยฐานรวมและจัดลงในตารางได้ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2	รวม
จำนวนข้อมูลที่มีค่ามากกว่ามัธยฐานรวม	A	B	A +B
จำนวนข้อมูลที่มีค่าต่ำกว่ามัธยฐานรวม	C	D	C + D

$n_1 = A + C$ $n_2 = B + D$ $N = n_1 + n_2$

ถ้าทั้ง 2 กลุ่มเป็นตัวอย่างมาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานเท่ากัน เราคาดว่าครึ่งหนึ่งของแต่ละกลุ่มจะต้องมีค่าสูงกว่ามัธยฐานรวมและอีกครึ่งนึ่งมีค่าต่ำกว่ามัธยฐานรวม

ดังนั้นจึงคาดว่าจำนวน A และ C เกือบจะมีจำนวนเท่ากัน และจำนวน B และ D ก็น่าจะมีจำนวนใกล้เคียงกัน Mood (1950) ได้พิสูจน์ว่า ถ้า A เป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่ามัธยฐานรวมของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ B เป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่ามัธยฐานรวมของตัวอย่างที่ 2 ภายใต้สมมติฐานเบื้องต้น H_0 จะได้ $A = \frac{1}{2n_1}$ และ $B = \frac{1}{2n_2}$ แล้วการแจกแจงตัวอย่าง (Sampling distribution) ของ A และ B จะเป็นการแจกแจงแบบไฮเปอร์จิออมิตริก (hypergeometric distribution) สามารถหาความน่าจะเป็นที่จะมีจำนวน A และ B ในตาราง 2x2 ดังนี้

$$P(A, B) = \frac{\binom{A+C}{A}\binom{B+D}{B}}{\binom{n_1+n_2}{A+B}}$$

จะเห็นว่าคล้ายการทดสอบของฟิสเชอร์ในหัวข้อที่ผ่านมา ดังนั้นถ้าตัวอย่าง $(n_1 + n_2)$ มีค่าน้อย ๆ (≤ 20) ก็สามารถใช้การทดสอบของฟิสเชอร์สรุปผลได้

แต่ถ้าตัวอย่างมีขนาดใหญ่ สามารถประมาณการแจกแจงแบบไฮเปอร์จิออมิตริกได้ด้วยการแจกแจงแบบทวินาม และยังสามารถประมาณการแจกแจงทวินามได้ด้วยการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้น ตัวสถิติทดสอบจึงคือ

$$Z = \frac{\frac{A}{n_1} - \frac{B}{n_2}}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \text{ เมื่อ } p = \frac{A+B}{n_1+n_2}$$

ซึ่ง Z จะมีการแจกแจงประมาณด้วยการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังนั้นสามารถ

หาอาณาเขตวิกฤต จากการทดสอบสองหางและหางเดียวได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้ ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ แล้วยังอาจใช้การทดสอบด้วยไคสแควร์ได้โดยดูความแตกต่างของความถี่ที่สังเกตได้และความถี่ที่คาดหวังตาม H_0 นั่นคือ ความถี่ในเซล A ควรมีค่า = $\frac{n_1}{2}$ และในเซล B ควรมีค่า = $\frac{n_2}{2}$ จะได้สูตรของ χ^2 - test ดังนี้

เมื่อ $N = n_1 + n_2$

$$\chi^2 = \frac{N\left(|AD - BC| - N/2\right)^2}{(A+B)(C+D)n_1 n_2}$$

ซึ่ง χ^2 นี้จะมีการแจกแจงประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ d.f. = 1 แต่การทดสอบด้วย χ^2 นี้ มีข้อเสียคือ ใช้ทดสอบได้เฉพาะ 2 ทางเท่านั้น

ในกรณีที่มีคะแนนที่มีค่าเท่ากับมัธยฐานรวมพอดี ไม่สามารถจัดคะแนนค่านั้นให้อยู่กลุ่มใดอาจทำได้ 2 วิธี คือ

ก. ถ้า $n_1 + n_2$ มีค่ามากและมีจำนวนคะแนนที่มีค่าเท่ากับมัธยฐานรวมไม่มาก ให้ตัดคะแนนค่านั้นทิ้งไป

ข. การแบ่งกลุ่มของตัวอย่างทั้ง 2 ชุดใหม่ ให้เป็นดังนี้ กลุ่มที่ 1 คือ กลุ่มที่มีค่ามากกว่ามัธยฐานรวม อีกกลุ่มหนึ่งคือ กลุ่มที่มีค่าไม่มากกว่ามัธยฐานรวม (รวมถึงค่าเท่ากับมัธยฐานรวมด้วย)

2.4.2.2 การทดสอบของวิลคอกซัน แมนท์วิทนีย์ (The Wilcoxon – Mann- Whitney Test or The Wilcoxon Rank Sum Test)

บางครั้งเรียกว่า Mann-whitney U Test หรือ Mann-Whitney-Wilcoxon Test โดย Wilcoxon ได้ศึกษากรณีใช้ผลรวมลำดับที่ (rank sum) เป็นตัวสถิติ โดยที่ Mann และ Whitney ได้ชี้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวสถิติทดสอบที่เขาตั้งขึ้นกับของ Wilcoxon การทดสอบนี้นับได้ว่าเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด มักนิยมใช้เพื่อเลี่ยงการใช้การทดสอบแบบที ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ หรือเมื่อข้อมูลมีมาตราวัดต่ำกว่าแบบอันตรภาค

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่างสุ่ม ด้วยค่า $X_1, X_2, \ldots, X_{n1}$ จากประชากรที่1 และตัวอย่างสุ่มอีก 1 ชุดด้วยค่าสังเกต $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n2}$ จากประชากรที่ 2 ซึ่งเป็นอิสระกัน

2. ตัวอย่าง 2 ชุดนี้เป็นอิสระกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ค่าตัวแปรสุ่มที่ค่าต่อเนื่อง (continuous)

4. มาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ (ordinal scale)

5. ฟังก์ชันการแจกแจงของ 2 ประชากร ต่างกันเฉพาะค่ากลาง (ซึ่งนิยมวัดด้วยมัธยฐาน, M_x, M_y) นั่นคือประชากรทั้ง 2 ต้องมีการแจกแจงที่เหมือนกัน ต่างกันเฉพาะค่ากลางเท่านั้น

หมายเหตุ ในทางปฏิบัติไม่จำเป็นต้องทราบว่ามีการแจกแจงแบบใด

สมมติฐาน ถ้าให้ M_x และ M_y แทนค่ามัธยฐานของประชากรที่1 และ 2 ตามลำดับ อาจทำการทดสอบสองหางหรือหางเดียว ได้ดังนี้

$H_0 : M_x = M_y$

$H_1 : M_x \neq M_y$

หรือ $H_0 : M_x \geq M_y$

$H_1 : M_x < M_y$

หรือ $H_0 : M_x \leq M_y$

$H_1 : M_x > M_y$

สถิติที่ใช้ทดสอบ ในที่นี้จะเสนอวิธีการของ Wilcoxon (1945) และ Mann, Whitney (1947) ซึ่งต่างก็เสนอวิธีการทดสอบของตนเอง และในที่สุดสามารถหาความสัมพันธ์ของทั้ง 2 วิธีดังต่อไปนี้

1. วิธีการของ Wilcoxon ได้ใช้แนวคิดคล้ายการทดสอบของ Wilcoxon Signed Rank Test คือ ใช้ผลรวมของลำดับที่ (sum of ranks or rank sum) ของตัวอย่างชุดหนึ่งในข้อมูลรวมทั้งหมดที่ได้เรียงลำดับจากน้อยไปมากโดยคาดว่า H_0 เป็นจริง ในข้อมูลทั้งหมดนั้นค่าลำดับที่ของตัวอย่างชุดหนึ่งควรจะมีคละกันไปทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ซึ่งจะทำให้ได้ผลรวมลำดับที่ค่าหนึ่งที่ไม่มากเกินไปหรือน้อยเกินไป แต่ถ้า H_1 เป็นจริงค่าผลรวมของลำดับที่จากตัวอย่างชุดหนึ่งจะมีค่ามาก หรือน้อยเกินไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มขนาด 4 ด้วยค่าตัวแปรสุ่ม X และอีกชุดหนึ่งด้วยขนาด 5 ด้วยตัวแปรสุ่ม Y ปรากฏว่าเมื่อนำทั้ง 9 จำนวนมารวมกัน และเรียงลำดับ

และให้ S = ผลรวมของลำดับที่ของข้อมูล X ในข้อมูลรวมทั้งหมด

$$= \sum_{i=1}^{n_1} \text{Rank}(X_i)$$

ถ้าข้อมูลรวมทั้งหมด เมื่อนำมาเรียงลำดับแล้วได้ลำดับที่ ดังนี้

ชุดที่ 1 YYYYYXXXX กรณีนี้จะได้ค่า S= 6+7+8+9 = 30

ชุดที่ 2 XXXXYYYYY กรณีนี้จะได้ค่า S = 1+2+3+4 = 10

ชุดที่ 3 XYXYXYXYY กรณีนี้จะได้ค่า S+1+3+5+7= 16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะพบว่าในตัวอย่างรวมชุดที่ 1 ตัวแปร X อยู่ในตอนท้ายได้ค่า S = 30 มีค่าใหญ่มากในตัวอย่างชุดนี้ น่าจะคาดเดาว่าประชากรกลุ่ม X มีแนวโน้มที่จะมีค่ามากกว่ากลุ่ม Y ในตัวอย่างรวมชุดที่ 2 ตัวแปร X อยู่ในตอนต้น ได้ค่า S=10 มีค่าน้อย ดังนั้น น่าจะทำให้ยอมรับ H_1 : ประชากร X มีแนวโน้มที่จะมีค่าน้อยกว่า Y และในตัวอย่างรวมชุดที่ 3 ตัวแปร X อยู่ในลักษณะผสม (mix) กันอย่างดีกับ Y ทำให้มีลำดับที่ทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมากได้ค่า S=16 ซึ่งมีค่าปานกลางจากตัวอย่างนี้ น่าจะทำให้เรายอมรับ H_0 ประชากร X และ Y มีมัธยฐานไม่ต่างกัน

Wilcoxon ได้สร้างตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นของค่า S ที่น้อยหรือมากเกินไปนี้ ซึ่งสามารถใช้ตารางดังกล่าวหาค่า p-value เพื่อตัดสินใจยอมรับ H_0 หรือปฏิเสธ H_0 ได้ แต่เนื่องจากค่า S ที่เล็กที่สุดจะแตกต่างกันไปตามขนาดตัวอย่างที่สุ่มมา จึงทำให้การสร้างตารางยากขึ้น และค่อนข้างใหญ่ ทำให้ไม่สะดวกในการใช้ จึงไม่เสนอวิธีการของ Wilcoxon โดยตรงนี้ แต่จะปรับสูตรสถิติที่ใช้ทดสอบให้สัมพันธ์กับค่า S นี้ และสอดคล้องกับวิธีการ Mann, Whitney ซึ่งจะได้เสนอในลำดับต่อไป

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ สามารถประมาฯการแจกแจงของ S ด้วยการแจกแจงปกติ ดังสูตร

$$Z = \frac{(S \pm 0.5) - n_1(n_1 + n_2 + 1)/2}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

2. วิธีการของ Mann, Whitney มักเรียกชื่อการทดสอบของเขาทั้งสองว่า Mann-Whitney U Test ซึ่งกำหนดให้ตัวสถิติ U คือการนับจำนวนค่าสังเกตในตัวอย่างชุดหนึ่งที่นำหน้า (exceeding) แต่ละค่าสังเกตในตัวอย่างอีกชุดหนึ่งในข้อมูลที่นำมารวมกันและเรียงลำดับการคำนวณหาค่า U สามารถทำได้ง่ายไม่จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ และวิธีการนี้ยังเป็นพื้นฐานในการหาช่วงเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานใน 2 ประชากรด้วย

ให้ $U = \sum_{i=1}^{n_1} U_i$

= ผลรวม (จำนวนค่า Y ที่น้อยกว่า หรือนำ หน้า X_i ในข้อมูลรวมทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว

เช่น มีข้อมูลรวม YYYYYXXXX จะได้ U=5+5+5+5=20

XXXXYYYYY จะได้ U=0

XYXYXYXYY จะได้ U=0+1+2+3=6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่าค่า U ที่ใหญ่เกินไปหรือน้อยเกินไป ทำให้น่าเชื่อว่า H_1 เป็นจริงในขณะที่ U ที่มีค่าปานกลาง จะทำให้เชื่อว่า H_0 เป็นจริงซึ่งจะสอดคล้องกับค่า S ของ Wilcoxon นอกจากการนับจำนวนเพื่อหาค่า U แล้วอาจใช้สูตรหาค่า U ดังนี้

$$U = n_1n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - S_2$$

เมื่อ S_2 = ผลรวมลำดับที่ของตัวแปร Y จากตัวอย่างขนาด n_2

3. วิธีการของ Wilcoxon และ Mann-Whitney Mann-Whitney ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสถิติที่ใช้ทดสอบของเขากับของ Wilcoxon พบว่า

ถ้าให้ $T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$ แล้วค่า T ที่ได้จะมีค่าเท่ากับค่า U นั่นเอง หลักในการหาอาณาเขตวิกฤตยังคงคล้ายการพิจารณาค่า S เนื่องจากค่า T มีความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรงกับค่า S ดังนั้นค่า T ที่มากเกินไปหรือน้อยเกินไปจะทำให้ปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1 แต่การสร้างตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของค่า T จะง่ายขึ้น เนื่องจากค่าเล็กที่สุดของ $T = 0$ เสมอ

ดังนั้น สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ของตัวอย่างขนาด n_1 ในข้อมูลรวมทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว

การตัดสินใจ ใช้ตารางแสดงค่าวิกฤตของสถิติที่ใช้ทดสอบ T ในตารางที่ 10 ในกรณีการทดสอบสองหางจะปฏิเสธ H_0 ถ้าพบว่าค่า T น้อยเกินไป หรือใหญ่เกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

เมื่อ $W_{1-\frac{\alpha}{2}} = n_1n_2 - W_{\frac{\alpha}{2}}$

เมื่อเป็นการทดสอบหางเดียว ด้านน้อยกว่า คือ $H_1 : M_x < M_y$ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อพบว่า T น้อยเกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T < \mu / \alpha$

เมื่อเป็นการทดสอบหางเดียวด้านมากกว่า $H_1 : M_x > M_y$ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อพบว่า T ใหญ่เกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T > W_{1-\alpha}$ เมื่อ $W_{1-\alpha} = n_1n_2 - W_\alpha$

กรณีตัวอย่างใหญ่ กรณี n_1 หรือ $n_2 > 20$ สามารถประมาณการแจกแจงของสถิติ T ได้ด้วยการแจกแจงปกติ ด้วยตัวสถิติทดสอบ Z ดังนี้

$$Z = \frac{T - n_1n_2/2}{\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2+1)/12}} \sim N(0,1)$$

การหาอาณาเขตวิกฤตให้หาจากโค้งการแจกแจงปกติมาตรฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.2.3 การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม (The Randomization Test For Two Independent Samples of The Permutation Test)

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบที่มีประโยชน์และมีอำนาจการทดสอบมากของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ใช้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและขนาดตัวอย่างทั้งสองมีขนาดเล็ก ข้อมูลที่ใช้อย่างน้อยต้องมีมาตราวัดแบบอันตรภาค การทดสอบนี้ยังคงใช้หลักการคล้ายการทดสอบสำหรับตัวอย่างคู่ดังกล่าวแล้วในหัวข้อ 2.3.2

ข้อมูล จะประกอบด้วยตัวอย่างสุ่มขนาด n_1 และ n_2 ของตัวแปร X และ Y คือ $X_1,X_2,\ldots,X_{n1}$ และ $Y_1,Y_2,\ldots,Y_{n2}$ จะเรียกว่ากลุ่ม X และกลุ่ม Y ตามลำดับ

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดถูกสุ่มมาจากประชากรแต่ละชุดที่เป็นอิสระกัน
2. นอกจากจะมีความเป็นอิสระกันภายในแต่ละกลุ่มแล้วยังต้องมีความเป็นอิสระหว่างกลุ่มทั้ง 2 ด้วย
3. มาตราวัดสำหรับข้อมูลอย่างน้อยต้องเป็นมาตราวัดแบบอันตรภาค

สมมติฐาน ถ้าให้ E(x) และ E(Y) แทนค่าเฉลี่ยของประชากรจากกลุ่ม X และกลุ่ม Y ตามลำดับ

$H_0 : E(X) = E(Y)$ $\quad H_1 : E(X) \neq E(Y)$

หรือ $H_0 : E(X) \leq E(Y)$ $\quad H_1 : E(X) > E(Y)$

หรือ $H_0 : E(X) \geq E(Y)$ $\quad H_1 : E(X) < E(Y)$

วิธีการ พิจารณาว่าถ้า H_0 เป็นจริง นั่นคือคะแนนจำนวน $n_1 + n_2$ มาจากประชากรกลุ่มเดียวกันฉะนั้นคะแนนแต่ละค่าอาจจะมาจากกลุ่ม X หรือ Y ก็ได้ เราสามารถกำหนดคะแนนแต่ละค่าให้อยู่ในกลุ่ม X หรือ Y ก็ได้ ซึ่งจะมีวิธีที่จะจัดคะแนนจำนวน n_1 ให้เป็นกลุ่ม X จากจำนวนคะแนนทั้งหมด $n_1 + n_2$ จำนวนได้ $\binom{n_1+n_2}{n_1}$ วิธี โดยแต่ละวิธีจะมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน ให้ ΣX = ผลรวมของคะแนนจากกลุ่ม X และ Y = ผลรวมของคะแนนจากกลุ่ม Y ถ้า H_0 เป็นจริงค่า ΣX และ ΣY ควรมีค่าใกล้เคียงกัน ดังนั้นอาณาเขตวิกฤติจะประกอบด้วย จำนวนวิธีที่มีความแตกต่างระหว่าง ΣX และ ΣY มาก(most extreme) โดยการทดสอบนี้จะกำหนดจำนวนวิธีของ most extreme ของความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่มให้เป็นอาณาเขตวิกฤต ถ้ากำหนดระดับนัยสำคัญในการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทดสอบ = α แล้วอาณาเขตวิกฤตจะประกอบด้วย $\alpha \binom{n_1+n_2}{n_1}$ วิธีที่จะเป็น most extreme ของความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่ม และถ้าข้อมูลตัวอย่างที่สุ่มมาได้ เป็นวิธีหนึ่งซึ่งตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต จะปฏิเสธ H_0

ในกรณีที่เป็นการทดสอบสองหาง อาณาเขตจะประกอบด้วย 2 ทิศทาง ส่วนการทดสอบหางเดียวจะมีอาณาเขตวิกฤตที่แสดงทิศทางเดียวตามสมมติฐานแย้ง ดังจะอธิบายด้วยตัวอย่างต่อไปนี้ และจากการทราบจำนวนวิธีที่เป็นอาณาเขตวิกฤตรวมทั้งจำนวนวิธีทั้งหมด จะสามารถหาระดับนัยสำคัญที่ถูกต้องได้ด้วย

กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่

ถ้า n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่ การใช้การทดสอบแบบแรนดอมไมเซชั่นจะทำได้ยากไม่สะดวกในทางปฏิบัติ แต่สามารถใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ Pitman(1937) ได้พบว่า ถ้า n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่โดยอัตราส่วน $\frac{n_1}{n_2}$ เป็น ดังนี้ $\frac{1}{5} \le \frac{n_1}{n_2} \le 5$ และเมื่อนำคะแนนจาก 2 กลุ่มมารวมกันแล้วพบว่ามีความโด่งน้อย สามารถประมาณการแจกแจงด้วยการแจกแจง t ที่ระดับความเป็นอิสระ = $n_1 + n_2 - 2$ ดังนี้

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sum\left(Y-\bar{Y}\right)^2 + \sum\left(X-\bar{X}\right)^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n1+n2-2}$$

ดังนั้นการหาอาณาเขตวิกฤต จะหาได้จากพื้นที่ภายใต้โค้งการแจกแจงของ t

หมายเหตุ การทดสอบนี้แม้ว่าจะสามารถประมาณด้วยการแจกแจงแบบ t แต่ก็ไม่ได้หมายความว่าเป็นการทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ทั้งนี้เพราะข้อกำหนด2 ข้อสำหรับการแจกแจงแบบ t คือประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ และมีความแปรปรวนเท่ากันในประชากร 2 กลุ่มไม่จำเป็นสำหรับการทดสอบนี้ นอกจากวิธีการของ Pitman ดังกล่าวแล้วยังมีวิธีหนึ่งสำหรับกรณี n_1 และ n_2 มีขนาดใหญ่ คือ การทดสอบของ Mann-Whitney U ซึ่งพบว่าการใช้การทดสอบของ Mann-Whitney U จะมีอำนาจการทดสอบ (power of the test) สูงกว่าการทดสอบแบบที

2.4.3 ปัญหาเกี่ยวกับการกระจาย

แม้ว่าลักษณะที่สำคัญของกลุ่มประชากร (หรือตัวอย่าง) คือ ค่ากลางแต่บางครั้งจำเป็นต้องทราบลักษณะการกระจายของกลุ่มประชากรด้วย เพื่อเข้าใจถึงกลุ่มประชากรนั้นดียิ่งขึ้น ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์สามารถใช้การทดสอบ F (F-test) เพื่อสรุปผลถึงความ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แตกต่างของค่าความแปรปรวนใน 2 ประชากรที่เป็นอิสระต่อกัน โดยที่จำเป็นต้องมีข้อกำหนดเบื้องต้นคือ ตัวแปรสุ่มจาก 2 ประชากรนั้นต้องมีการแจกแจงแบบปกติ

เมื่อต้องการหลีกเลี่ยงข้อกำหนดดังกล่าวควรจะเลือกใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์แทน ซึ่งมีผู้คิดค้นไว้มากมายหลายวิธี ดังจะกล่าวถึงโดยแยกหัวข้อตามข้อกำหนดถึงค่ามัธยฐานของประชากรทั้ง 2 ว่าจำเป็นต้องทราบค่าและเท่ากันหรือไม่ ดังนี้

กรณี ทราบค่ามัธยฐาน หรือทราบว่ามัธยฐานใน 2 ประชากรมีค่าเท่ากัน

หมายความว่า การทดสอบต่อไปนี้จำเป็นต้องมีข้อกำหนดว่าประชากรทั้ง 2 (ซึ่งต้องการทดสอบถึงความแตกต่างในแง่การกระจาย) ต้องทราบค่ามัธยฐานในแต่ละกลุ่มหรือจำเป็นต้องมีค่ามัธยฐานเท่ากันในกลุ่มประชากรทั้ง 2

2.4.3.1 การทดสอบของมูด (The Mood test)

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่าง 2 ชุด $X_1,\ldots,X_{n1}$ และ $Y_1,\ldots,Y_{n2}$ จากประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน และ $n_1 \le n_2$
2. การแจกแจงของประชากรเป็นแบบต่อเนื่อง (continuous)
3. ตัวอย่าง 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน
4. มาตราวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ
5. ประชากรทั้ง 2 เหมือนกัน (including equal medians) ยกเว้นแตกต่างกันในการกระจาย

สมมติฐาน

ให้ค่าพารามิเตอร์เกี่ยวกับการกระจายของประชากรที่ 1 และ 2 แทนด้วย σ_1 และ σ_2 ตามลำดับโดยที่ σ ไม่จำเป็นต้องหมายถึงส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรเท่านั้น แต่หมายถึง การวัดการกระจาย

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$ $\quad$ $H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$

หรือ $\quad H_0 : \sigma_1 \le \sigma_2$ $\quad$ $H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$

หรือ $\quad H_0 : \sigma_1 \ge \sigma_2$ $\quad$ $H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$

สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$M = \sum_{i=1}^{n_1}\left(r_i - \frac{N+1}{2}\right)^2$$

เมื่อ $N = n_1 + n_2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

r_i = ลำดับที่ของค่าสังเกต X ค่าที่ i ในกลุ่ม X และ Y ที่นำมารวมกันแล้ว เรียงลำดับจากน้อยไปมาก

ค่า $\frac{N+1}{2}$ เป็นค่าเฉลี่ยของลำดับที่ของข้อมูลทั้งหมด (X และ Y)

ดังนั้น สูตรดังกล่าวจะแสดงถึงส่วนเบี่ยงเบนที่ลำดับที่ของค่า X_i แตกต่างไปจากค่าเฉลี่ยของลำดับที่

ถ้า Y มีการกระจายมากกว่า X ($\sigma_1 < \sigma_2$) M จะมีค่าเล็ก

ถ้า X มีการกระจายมากกว่า Y ($\sigma_1 > \sigma_2$) Mจะมีค่าใหญ่

การตัดสินใจ ใช้ตารางที่ 11 ซึ่งแสดงค่าวิกฤตที่ $\alpha = .005, .01, .025, 0.05, 0.10$ สำหรับสมมติฐานแบบสองหางจะปฏิเสธ H_0 เมื่อระดับนัยสำคัญ $\approx \alpha$ เมื่อ

1. ค่า $M_{คำนวณ} \leq M'$ (ที่คอลัมน์ $\alpha = \frac{\alpha}{2}$ ทางซ้ายมือ)

หรือ 2. ค่า $M_{คำนวณ} \geq M''$ (ที่คอลัมน์ $1 - \alpha = 1 - \frac{\alpha}{2}$ ทางขวามือ)

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $M_{คำนวณ} \geq M''$ (ที่คอลัมน์ $1 - \alpha$ ทางขวามือ)

และยอมรับ $H_1 : H_1 : \sigma_1 > \sigma_2$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $M_{คำนวณ} \leq M'$ (ที่คอลัมน์ α ทางซ้ายมือ)

และยอมรับ $H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$

ตัวอย่างขนาดใหญ่ ประมาณด้วยการแจกแจงแบบปกติ ด้วย

ค่าเฉลี่ย ; $E(M) = \frac{n_1}{12}(N-1)(N+1)$

ความแปรปรวน ; $V(M) = \frac{n_1 n_2}{180}(N+1)(N-2)(N+2)$

เมื่อ $N > 30$ ใช้ $Z = \frac{M - E(M)}{\sqrt{V(M)}}$

ถ้า $N < 30$ แต่ไม่สามารถใช้ตารางที่ 11 ได้

ให้ใช้ $Z' = \frac{M - E(M)}{\sqrt{V(M)}} + \frac{1}{2\sqrt{V(M)}}$

Tie ถ้า n_1 เล็ก จะมีผลต่อค่า M แต่ถ้า n_1 และ N ใหญ่พอสมควรและมีเพียงค่าสังเกตบางค่าที่เกิด tie จะตัดทิ้งจากการคำนวณได้

2.4.3.2 การทดสอบของซีเกล- ทูกี้ (The Siegel-Turkey Test For Scale Difference)

การทดสอบนี้จะใช้หลักของการทดสอบ Wilcoxon Mann-Whitney แต่เป็นการทดสอบเกี่ยวกับการกระจาย และเหมาะสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะค่าผิดปกติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(extreme value) เช่น การทดสอบที่คาดหวังว่า ผลการทดลองจะทำให้ผู้ถูกทดลองแสดงผลทางด้านขวาสุดหรือซ้ายสุด ในขณะที่กลุ่มที่ควบคุมแสดงผลในลักษณะปกติ อาทิเช่น การออกความเห็น เรื่องการเมืองอาจมีผลทางด้านเห็นด้วยอย่างมาก(ทางขวาสุด)หรือต่อต้านอย่างรุนแรง(ทางซ้ายสุด) เมื่อกลุ่มควบคุมแสดงความเห็นเป็นกลางๆ หรือการทดสอบเกี่ยวกับผู้ป่วยทางจิต อาจจะได้ผลลัพธ์ทางขวาสุดและซ้ายสุด ในขณะที่กลุ่มควบคุมแสดงผล อย่างเป็นกลาง ดังนั้นการทดสอบนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะผิดปกติมาก(ทางขวาหรือซ้าย)

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ตัวอย่างสุ่ม 2 ชุดถูกสุ่มจากประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน และมีการแจกแจงต่อเนื่อง
2. ตัวอย่างสุ่มทั้ง 2 ชุดเป็นอิสระต่อกัน ทั้งระหว่างกลุ่มและภายในกลุ่ม
3. มาตราวัดอย่างน้อยต้องเป็นแบบเรียงลำดับ
4. คาดหวังว่าประชากรกลุ่มหนึ่ง (กลุ่ม X) จะมีการกระจายมากกว่าอีกกลุ่มหนึ่ง (กลุ่ม Y)แต่ค่ามัธยฐานของ 2 ประชากรนั้นต้องเท่ากัน (หรือทราบค่า) เช่น ข้อมูลรวมกลุ่มมีลักษณะ ดังนี้

XX...XYY...YYX...XX (X กระจายมากกว่า Y)

หรือ YY...YXX...XXY...YY (Y กระจายมากกว่า X)

สมมติฐาน

$H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2$

$H_1 : \sigma_x^2 > \sigma_y^2$

เมื่อ X = กลุ่มทดลอง

Y = กลุ่มควบคุม

หรือสามารถใช้ทดสอบกรณี 2 หางหรือหางเดียวด้านซ้ายก็ได้เช่นกัน

วิธีการ

จะพิจารณาถึงการกระจายของกลุ่มหนึ่ง เพื่อเทียบกับอีกกลุ่มหนึ่ง โดยคาดหวังว่าถ้า H_0 เป็นจริงค่าตัวแปรจากกลุ่ม X และ Y ควรจะมีผลรวมลำดับที่ที่ใกล้เคียงกันในชุดของข้อมูล X+Y (combined series) เมื่อเรียงลำดับโดยพิจารณาว่าค่ามากที่สุดควรจะเป็นข้อมูลจากชุด X และ Y ค่าต่ำที่สุดก็ควรจะเป็นของทั้ง X และ Y และค่ากลางๆ ก็ควรจะเป็นของทั้ง X และ Y เช่นกัน เช่น ข้อมูลรวมกลุ่ม XY...XY...XY

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น จึงให้ลำดับที่ในชุดของข้อมูล X + Y เพื่อแสดงถึงการเกิดค่าข้อมูลแบบสูงสุดหรือต่ำสุดแยกออกจากค่าปกติ และ 2 กลุ่มนี้มีค่ากลางเท่ากัน ดังนี้

ให้ อันดับที่ 1 แก่ ค่าน้อยที่สุด

อันดับที่ 2 แก่ ค่ามากที่สุด

อันดับที่ 3 แก่ ค่ามากที่รองลงมา

อันดับที่ 4 แก่ ค่าน้อยอันดับที่สอง

อันดับที่ 5 แก่ ค่าน้อยอันดับที่สาม

อันดับที่ 6 แก่ ค่ามากอันดับที่สาม

และต่อ ๆ ไป

ซึ่งจะได้ลำดับที่ ดังนี้ 1,4,5,8,9,...N = $(n_1 + n_2)$,...7,6,3,2

หมายเหตุ อาจกำหนดลำดับที่ให้แตกต่างจากวิธีนี้ แต่ยังคงใช้ผลรวมของลำดับที่ (rank sums) เป็นตัวสถิติทดสอบ เช่นเดียวกับ Wilcoxon Mann_Whitney test สนใจอาจศึกษาจาก "Nonparametric Method for Quantitative Analysis" Gibbons

การจัดลำดับที่ดังกล่าวจะคงแสดงค่าผิดปกติทางขวาสุดและซ้ายสุดได้ เพื่อแยกออกจากค่าปกติ ตัวอย่างเช่น ข้อมูลจากกลุ่ม X ขนาด $n_1 = 7$ เป็นกลุ่มทดลองที่มีค่าผิดปกติ และจากกลุ่ม Y ขนาด $n_2 = 6$ เรียงลำดับตามวิธีของ Siegel Turkey ได้ลำดับที่ ดังนี้

ค่าน้อยไปหามาก →

กลุ่ม	X	X	Y	X	Y	X	Y	Y	Y	X	Y	X	X
ลำดับที่	1	4	5	8	9	12	13	11	10	7	6	3	2

หาผลรวมลำดับที่ของกลุ่ม X ; $\sum R(X_i) = 1+4+8+12+7+3+2 = 37$

หาผลรวมลำดับที่ของกลุ่ม Y ; $\sum R(Y_i) = 5+9+13+11+10+6 = 54$

ถ้า H_0 เป็นจริงค่า $\sum R(X_i)$ และ $\sum R(Y_i)$ ควรมีค่าใกล้เคียงกันแต่ถ้า $H_1 : \sigma_x^2 > \sigma_y^2$ เป็นจริงคาดหวังว่า $\sum R(X_i)$ จะมีค่าน้อย แต่ $\sum R(Y_i)$ จะมีค่ามาก (เนื่องจากลำดับที่ต่ำ ๆ ถูกกำหนดให้ทางปลายหางของข้อมูลรวมกลุ่ม) ดังนั้นการตัดสินใจจะสามารถใช้หลักของผลรวมลำดับที่ (rank sum) ของการทดสอบ Wilcoxon Mann-Whitney ในหัวข้อที่ผ่านมา คือ หาค่าความน่าจะเป็นที่จะพบว่าค่า $\sum R(X_i)$ เกิดขึ้นเท่าใด และนำไปเปรียบเทียบกับค่า α ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า แต่เพื่อให้คล้ายกับหัวข้อการทดสอบของ Wilcoxon Mann-Whitney ในหัวข้อที่ผ่านมาจะกำหนดสถิติทดสอบ ดังนี้

$$T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ของค่าสังเกตจากกลุ่ม X

หรือ $S = \sum R(X_i)$

การตัดสินใจ สามารถใช้ตารางที่ 10 โดย

ปฏิเสธ $H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2$ ยอมรับ $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ เมื่อ T มีค่ามากเกินไปหรือน้อยเกินไปคือ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$ และ ปฏิเสธ $H_0 : \sigma_x^2 \leq \sigma_y^2$ ยอมรับ $H_1 : \sigma_x^2 > \sigma_y^2$ เมื่อ T มีค่าน้อยเกินไป คือ $T < W_\alpha$ และ ปฏิเสธ $H_0 : \sigma_x^2 \geq \sigma_y^2$ ยอมรับ $H_1 : \sigma_x^2 < \sigma_y^2$ เมื่อ T มีค่ามากเกินไป คือ $T > W_{1-\alpha}$

กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ เมื่อ n_1 และ $n_2 > 20$ สามารถใช้การแจกแจงปกติประมาณได้ด้วยสถิติทดสอบ คือ

$$Z = \frac{T - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} \sim N(0, 1)$$

ซึ่งคล้ายในหัวข้อ 2.4.2.2 เรื่องการทดสอบของ Wilcoxon Mann-Whitney นั่นเอง

กรณีที่ทราบค่ามัธยฐาน

ในกรณีที่ทราบค่ามัธยฐานของประชากรทั้ง 2 ว่าแตกต่างกันด้วยค่าคงที่เท่าใด อาจใช้วิธีการทดสอบนี้ ด้วยการนำคะแนนแต่ละค่าลบออกจากค่าคงที่ก่อนแล้วจึงดำเนินการตามวิธีของซีเกล-ทูกี้

แต่ถ้าไม่ทราบว่าประชากรทั้ง 2 มีค่ามัธยฐานแตกต่างกันด้วยค่าคงที่เท่าใด อาจใช้ค่ามัธยฐานของตัวอย่างแทนได้ คือค่าคงที่ = ผลต่างของค่ามัธยฐานในตัวอย่าง 2 กลุ่มนี้แล้วจึงทดสอบด้วยวิธีซีเกล-ทูกี้ อย่างไรก็ตาม จะไม่มีผลต่อการแจกแจงตัวสถิติทดสอบ ควรจะใช้เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่

กรณีไม่ทราบค่ามัธยฐาน หรือ ค่ามัธยฐานของสองประชากรไม่เท่ากัน

สามารถใช้ได้กว้างขวางกว่ากรณีแรก เนื่องจากไม่จำเป็นต้องทราบว่าประชากรสองกลุ่มนี้มีค่ามัธยฐานเท่าใดและเท่ากันหรือไม่ ในที่นี้จะขอกล่าวถึงเพียงการทดสอบเดียว คือ การทดสอบของโมเสด

2.4.3.3 การทดสอบโมเสด (The Moses test)

การทดสอบนี้ไม่จำเป็นต้องสมมติว่า ค่ามัธยฐานของ 2 ประชากรต้องเท่ากัน เหมือนการทดสอบของมูด ฉะนั้นจะใช้ได้กว้างขวางกว่าและยังคงใช้หลักการทดสอบของวิลคอกซัน แมนท์ วิทนีย์ คล้ายการทดสอบของซีเกล-ทูกี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่าง 2 ชุด $X_1,\ldots,X_{n1}$ และ $Y_1,\ldots,Y_{n2}$ จากประชากร 2 กลุ่มตามลำดับ และมีมาตราวัดแบบอันตรภาค
2. ประชากรทั้ง 2 มีการแจกแจงที่ต่อเนื่องและมีรูปร่างเหมือนกัน
3. 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นอิสระ

สมมติฐาน

$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$; $H_1: \sigma_1 \neq \sigma_2$

หรือ $H_0: \sigma_1 \geq \sigma_2$; $H_1: \sigma_1 < \sigma_2$

หรือ $H_0: \sigma_1 \leq \sigma_2$; $H_1: \sigma_1 > \sigma_2$

สถิติที่ใช้ทดสอบ ทำตามลำดับ ดังนี้

1. แบ่งข้อมูลตัวอย่าง X อย่างสุ่มออกเป็น m_1 กลุ่มย่อยด้วยขนาด = k ส่วนค่าที่เหลือตัดทิ้งไป

2. แบ่งข้อมูลตัวอย่าง Y อย่างสุ่มออกเป็น m_2 กลุ่มย่อยด้วยขนาด = k ส่วนค่าที่เหลือตัดทิ้งไป โดย Shorack แนะนำไว้ว่า k อาจมีค่าใหญ่ได้แต่ไม่มากกว่า 10 และ m_1, m_2 ใหญ่พอ

3. ในแต่ละกลุ่มย่อย หาค่าผลบวกกำลังสองของผลต่างของค่าสังเกตจากค่าเฉลี่ย คือ $\sum\left(X_i - \bar{X}\right)^2$, $\sum\left(Y_i - \bar{Y}\right)^2$ โดยให้ค่าผลบวกกำลังสองเหล่านี้จากกลุ่ม X ด้วยค่า $C_1,C_2,\ldots,C_{m1}$ และจากกลุ่ม Y ให้คือ $D_1,\ldots D_{m2}$

4. ใช้ Mann-Whitney test C และ D แทนค่า X ,Y ตามลำดับ และแทนค่า m_1,m_2 ด้วย n_1 และ n_2

สถิติทดสอบ คือ $T = S - \frac{m_1(m_1+1)}{2}$

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ที่ให้แก่ผลรวมกำลังสอง (sum of square) จากกลุ่มย่อยของ X เมื่อรวมข้อมูลกลุ่มย่อย X และ Y เข้าด้วยกัน

การตัดสินใจ ใช้ตารางที่ 10

จะปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ $H_1: \sigma_1 \neq \sigma_2$ ถ้า $T_{คำนวณ} < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

จะปฏิเสธ $H_0: \sigma_1 \geq \sigma_2$ เมื่อ $T_{คำนวณ} < W_\alpha$ (จากตารางที่ 10 ที่ m_1, m_2 และα)

จะปฏิเสธ $H_0: \sigma_1 \leq \sigma_2$เมื่อ $T_{คำนวณ} > W_{1-\alpha}$

Tie tie ระหว่างค่า C และ D อธิบายได้เช่นเดียวกับการทดสอบของวิลคอกซันแมนท์วิทนีย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างขนาดใหญ่ ถ้าจำนวนของค่า C และ D มากกว่า 20 ใช้การประมาณด้วยการแจกแจงปกติให้ดูรายละเอียดจากการทดสอบของวิลคอกซัน แมนท์วิทนีย์

2.4.4 ปัญหาอื่น ๆ

นอกจากปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน ค่ากลาง และการกระจาย ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีการทดสอบของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์บางการทดสอบที่น่าสนใจ คือ การทดสอบการวิ่งของ 2 ตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน และการทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ สำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง สามารถใช้ทดสอบเพื่อสรุปผลเกี่ยวกับความแตกต่างของประชากร 2 กลุ่ม โดยพิจารณาในแง่ค่ากลาง การกระจาย หรือความเบ้ หรืออื่น ๆ ก็ได้ซึ่งนับว่ามีประโยชน์มาก ดังจะกล่าวรายละเอียดของการทดสอบทั้ง 2 ดังนี้

2.4.4.1 การทดสอบการวิ่งของวัลด์และโวลโฟวิทซ์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม (The wald-wolfowitz runs test for two Samples)

จะใช้การทดสอบนี้ เมื่อต้องการทราบว่ากลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกันมาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ เปรียบเทียบกับสมมติแย้งที่ว่าทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกัน ซึ่งอาจจะเทียบกับอะไรก็ได้ทั้งความแตกต่างทางการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (central tendency) ทางการกระจายหรือทางความเบ้ หรืออย่างอื่นๆ ดังนั้น การทดสอบนี้สามารถใช้ได้กว้างขวางกว่าการทดสอบอย่างอื่นที่ใช้ได้เฉพาะกรณี เช่น การทดสอบมัธยฐาน จะใช้ทดสอบได้เฉพาะว่าตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีมัธยฐานเท่ากันหรือไม่เท่ากัน

การทดสอบนี้ มักใช้ในการทดสอบขั้นต้น เมื่อยังไม่ทราบข้อมูลเกี่ยวกับประชากรทั้ง 2 นั้นดีพอว่าจะต่างกันอย่างไร ต่างกันที่ค่าใด สามารถใช้การทดสอบนี้ทดสอบในลำดับแรกก่อน หลังจากปฏิเสธ H_0 แล้วจึงใช้การทดสอบเฉพาะค่าที่สนใจต่อไป เช่น สนใจค่ามัธยฐาน หรือการกระจาย (Gibbon)

วิธีการของการทดสอบนี้คือ นำข้อมูลจากทั้งสองชุดมารวมกันแล้วเรียงลำดับจากน้อยไปหามากนับจำนวนรัน ซึ่งหมายถึง คะแนนที่เรียงติดต่อกันตามลำดับและมาจากตัวอย่างกลุ่มเดียวกัน ถ้าสมมติฐาน H_0 เป็นจริง ค่า X และ Y จะต้องมีค่าใกล้เคียงกัน นั่นหมายความว่าเมื่อเรียงลำดับแล้ว X และ Y จะอยู่ปนกัน ย่อมทำให้มีจำนวนรันมาก แต่ถ้าจำนวนรันน้อยเกินไป สมมติฐาน H_0 ย่อมไม่เป็นจริง เช่น ตัวอย่าง 2 กลุ่ม ถ้ากลุ่มแรกมีค่ามากกว่ามัธยฐานรวม กลุ่มที่สองมีค่าน้อยกว่ามัธยฐานรวม เมื่อเรียงลำดับแล้ว คะแนน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากกลุ่มที่สองจะอยู่ตอนต้นของลำดับ (sequence) และคะแนนจาก กลุ่มที่หนึ่งจะอยู่ตอนท้ายของลำดับ ดังนั้น จำนวนรันจึงมีน้อย

ข้อมูล ประกอบด้วยกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน โดยตัวอย่างชุดแรกมีขนาด n_1 คือ $X_1, X_2, \ldots, X_{n1}$ และตัวอย่างชุดที่สองมีขนาด n_2 คือ $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{n2}$ เราจะรวมตัวอย่างทั้ง 2 ชุดนี้ เข้าด้วยกันและทำให้อยู่ในรูปกลุ่มตัวอย่างเดียวที่เรียงคะแนนแล้ว (one combined ordered sample) เช่น $X_3 < X_1 < Y_5 < X_4 \ldots < Y_1 < X_2$ ทั้งหมด $n_1 + n_2$ จำนวน โดยที่เมื่อเรียงลำดับแล้วให้กำกับ ไว้ด้วยว่าคะแนนนั้น ๆ มาจากตัวแปร X หรือ Y ทั้งนี้เพื่อหาจำนวนรัน ดังนั้น มาตราวัดของข้อมูลอย่างน้อยต้องเป็นแบบเรียงลำดับ

แต่ถ้าในกรณีที่มีคะแนนหลาย ๆ ค่ามีค่าเท่ากัน การหาจำนวนรันจะยุ่งยากอาจใช้วิธีการต่อไปนี้คือ

1. จัดลำดับครั้งแรกให้มีจำนวนรันน้อยที่สุด
2. จัดลำดับครั้งที่สองให้มีจำนวนรันมากที่สุด แล้วใช้ค่าเฉลี่ยของ 2 จำนวนนี้เป็นค่าสถิติในการทดสอบ

ข้อกำหนดเบื้องต้น (Assumptions)

1. ตัวอย่างทั้ง 2 ชุด เป็นตัวอย่างสุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน
2. X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง
3. มาตราวัดของข้อมูลอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ

สมมติฐาน

H_0 : ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดมาจากประชากรที่มีลักษณะเหมือนกัน(อาจจะพิจารณาในแง่ใด ๆ ก็ได้ เช่น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง หรือการกระจายหรือความเบ้)

H_1 : ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดมาจากประชากรที่มีลักษณะแตกต่างกัน

สถิติที่ใช้ทดสอบ

ให้ r = จำนวนทั้งหมดของรัน (runs) ที่ได้จากการรวมข้อมูลตัวอย่าง 2 ชุดเข้าด้วยกัน

การตัดสินใจจะพิจารณาจากจำนวน r นี้ ถ้า r มีค่าน้อยเกินไป จะปฏิเสธ H_0 แต่ถ้า r มีค่ามาก ซึ่งหมายถึงข้อมูล X และ Y ผสมกันเป็นอย่างดีในข้อมูลรวมกลุ่ม ดังนั้นถ้าพิจารณาในแง่ค่ามัธยฐาน ก็น่าจะมาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานไม่ต่างกัน หรือถ้าพิจารณาในแง่การกระจาย ก็น่าจะยอมรับว่ามาจากประชากรที่มีการกระจายไม่ต่างกัน

การตัดสินใจ จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่เกิดจำนวนรันน้อยเกินไป ซึ่งหมายความว่า ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดมาจากประชากรที่มีลักษณะแตกต่างกัน สามารถแยกได้ตามขนาดตัวอย่าง ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก เมื่อ n_1 และ $n_2 \leq 20$

ได้มีผู้สร้างตารางสำเร็จรูปแสดงค่าวิกฤต r ที่ระดับนัยสำคัญ 0.025 ไว้ดังตาราง 7_1 การสร้าง ตารางนี้ ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่า r ต่าง ๆ ดังนี้ จากจำนวนวิธีที่จะจัดข้อมูล $n_1 + n_2$ ให้อยู่ในลักษณะต่อเนื่องกันตามลำดับค่า

$$= \binom{n_1+n_2}{n_1} \text{ หรือ } \binom{n_1+n_2}{n_2}$$

ฉะนั้น ความน่าจะเป็นที่เกิดจำนวน runs เป็นจำนวนเท่ากับหรือน้อยกว่า คือ

$$p(r \leq r') = \frac{1}{\binom{n_1+n_2}{n_1}} \sum_{r=2}^{r'} (2) \binom{n_1-1}{\frac{r}{2}-1}\binom{n_2-1}{\frac{r}{2}-1} \quad \text{เมื่อ r เป็นเลขคู่}$$

และเมื่อ r เป็นเลขคี่

จะได้ $$p(r \leq r') = \frac{1}{\binom{n_1+n_2}{n_1}} \sum_{r=2}^{r'} \left[\binom{n_1-1}{k-1}\binom{n_2-1}{k-2} + \binom{n_1-1}{k-2}\binom{n_2-1}{k-1}\right]$$

เมื่อ $r = 2k - 1$

การตัดสินใจ ถ้าพบว่าค่า r จากข้อมูลตัวอย่างมีค่าน้อยกว่าหรือเทากับ r จากตาราง 7_1 จะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.025

กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ เมื่อ n_1 หรือ $n_2 \leq 20$

พบว่าการแจกแจงของ r ภายใต้ H_0 เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่เข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ ดังนั้น จะใช้การแจกแจงแบบปกติช่วยประมาณการแจกแจงของ r ซึ่งมี

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$$

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = \sigma_r = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}}$$

จะได้ $$Z = \frac{r-\mu_r}{\sigma_r} \sim N(0,1)$$

ดังนั้น การหาอาณาเขตวิกฤตจะหาจากค่า Z และเนื่องจากค่า r เป็นค่าแบบไม่ต่อเนื่องในขณะที่ค่า Z เป็นตัวแปรต่อเนื่อง การใช้ Z ประมาณการแจกแจงของ r ควรปรับค่าต่อเนื่องเพื่อให้เป็นตัวแปรสุ่มชนิดเดียวกัน จะใช้สูตร $Z = \frac{|r-\mu_r| - 0.5}{\sigma_r}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.4.2 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง

(The Kolmogorov-Smirnov Two-Sample Test)

ใช้ทดสอบว่า 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน ถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ โดยวัดความแตกต่างของ 2 กลุ่มตัวอย่างในแง่ของการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางหรือการกระจายหรือความเบ้ก็ได้ ส่วนมากการทดสอบในแง่นี้มักใช้การทดสอบสองหาง ส่วนการทดสอบหางเดียว มักจะมาจากข้อสงสัยที่ว่าค่าคะแนนจาก ประชากรกลุ่มหนึ่งมีแนวโน้มที่มีค่ามากกว่าค่าจากประชากรอีกกลุ่มหนึ่งหรือไม่ ถ้า 2 กลุ่มตัวอย่างนี้ถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันแล้ว การแจกแจงความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มตัวอย่าง คาดว่าควรมีค่าใกล้กัน ดังนั้น ถ้าทำการเปรียบเทียบการแจกแจงความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มตัวอย่าง ณ ช่วงใด ๆ แล้ว พบว่ามีลักษณะห่างไกลกันย่อมหมายความว่า 2 กลุ่มตัวอย่างนี้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงต่างกัน ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ พบว่ามีความแตกต่างมากพอสมควรระหว่างการแจกแจงความถี่สะสมของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนี้

ข้อมูล จะประกอบด้วย 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกันโดยที่ชุดที่ 1 มีขนาด m คือ $X_1,X_2,\ldots,X_m$ และตัวอย่างชุดที่ 2 มีขนาด n คือ $Y_1,Y_2,\ldots,Y_n$ ให้ F(x) และ G(x) แทนฟังก์ชันการแจกแจงของ X และ Y ตามลำดับ

ข้อกำหนดเบื้องต้น (assumption)

1. ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดต้องเป็นตัวอย่างสุ่ม
2. ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดต้องเป็นอิสระต่อกัน
3. มาตราวัดของข้อมูลที่ใช้อย่างน้อยต้องเป็นมาตราวัดแบบเรียงลำดับ
4. การทดสอบด้วยวิธีนี้จะให้ผลถูกต้องแน่นอน เมื่อกำหนดว่าตัวแปรสุ่ม X และ Y ต้องเป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

สมมติฐาน

การทดสอบสองหาง

$H_0 : F(x) = G(x)$ สำหรับทุก ๆ ค่า ของ x จาก $-\alpha$ ถึง $+\alpha$

$H_1 : F(x) \neq G(x)$ สำหรับค่า x อย่างน้อย 1 ค่า

การทดสอบหางเดียว

$H_0 : F(x) \leq G(x)$ สำหรับทุก ๆ ค่า ของ x จาก $-\alpha$ ถึง $+\alpha$

$H_1 : F(x) > G(x)$ สำหรับอย่างน้อย 1 ค่า ของ x

หรือ H_1 นี้อาจกล่าวได้ว่า "ตัวแปร X มีแนวโน้มที่จะมีค่าน้อยกว่า Y" ถ้า X และ Y แตกต่างกันเฉพาะค่าเฉลี่ยเลขคณิตหรือมัธยฐาน

$H_0 : F(x) \geq G(x)$ สำหรับทุก ๆ ค่า ของ x จาก $-\alpha$ ถึง $+\alpha$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$H_1 : F(x) < G(x)$ สำหรับอย่างน้อย 1 ค่า ของ x

หรือ จะใช้สมมติฐานนี้ เมื่อสงสัยว่าตัวแปร X มีแนวโน้มที่จะมีค่ามากกว่า Y

วิธีการ ก่อนอื่นหาการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบสะสม (cumulative frequency distribution) ของ 2 กลุ่มตัวอย่างก่อน โดยจัดคะแนนให้เป็นช่วง (Interval) ช่วงละเท่า ๆ กัน และพยายามจัดให้มีจำนวนช่วงมากพอสมควร

ให้ $S_m(x)$ = cumulative step function จากตัวอย่างชุดที่ 1

= K/m เมื่อ K = จำนวนคะแนนซึ่งมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ X

และ $S_n(x)$ = cumulative step function จากตัวอย่างชุดที่ 2

= K/n เมื่อ K = จำนวนคะแนนซึ่งมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ Y

ในการทดสอบด้วยวิธีนี้ จะสนใจค่าความแตกต่างของ $S_m(x)$ และ $S_n(x)$ ที่ช่วงใด ๆ ดังนั้นสถิติที่ใช้ทดสอบจะกำหนดได้ ดังนี้คือ

$D = \text{maximum}[S_m(x) - S_n(x)]$ เมื่อ $H_1 : E(X) < E(Y)$ หรือ $F(X) > G(X)$

หรือ $D = \text{maximum}[S_n(x) - S_m(x)]$ เมื่อ $H_1 : E(X) > E(Y)$ หรือ $F(X) < G(X)$

และสำหรับการทดสอบสองหาง

$D = \text{maximum} |S_m(x) - S_n(x)|$

การแจกแจงของค่า D สามารถหาได้ (โดย Smirnov 1948 และ Massey 1951) รวมทั้งความน่าจะเป็นซึ่งจะเกิดค่า D ภายใต้สมมติฐานเบื้องต้น ได้ถูกสร้างขึ้น จากสูตรของ D จะเห็นว่า เมื่อเป็นการทดสอบหางเดียว ค่า D คือความแตกต่างของ $S_m(X)$ และ $S_n(X)$ โดยดูทิศทางด้วย แต่ถ้าเป็นการทดสอบสองหาง ค่า D จะถือความแตกต่างของ $S_m(X)$ และ $S_n(X)$ โดยไม่คำนึงถึงทิศทาง

การปฏิเสธ H_0 จะกระทำเมื่อพบว่าค่า D มีค่าใหญ่ นั่นคือมีความแตกต่างระหว่าง cumulative frequency dist^n ของ 2 กลุ่มตัวอย่างมาก และการตัดสินใจจะแยกตามขนาด ตัวอย่างดังนี้

กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก เมื่อ m_1 และ n_2 ซึ่งมีค่า ≤ 25 สามารถใช้ตารางที่ 12 ซึ่งแยกเป็น

ตาราง 12_I สำหรับการทดสอบหางเดียวและตาราง 12_{II} สำหรับการทดสอบสองหาง ค่าในตารางทั้งสองคือค่าวิกฤต $mnD_{m,n}$ ที่ α ต่าง ๆ กันคือ .10,.05 และ .01 การใช้ตารางเพียงแต่ทราบค่า m,n,α ก็สามารถหาค่าวิกฤต $mnD_{m,n}$ ได้ และนำมาเทียบกับค่า $mnD_{m,n}$ที่ได้จากข้อมูลตัวอย่าง ถ้าค่า $mnD_{m,n}$ จากตัวอย่างมีค่ามากกว่า ค่าวิกฤต $mnD_{m,n}$

จะปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1 เช่น เมื่อ m = 6, n=8 ที่ α = .01 และเป็นการทดสอบหางเดียวจะได้ค่าวิกฤต $mnD_{m,n}$ จากตาราง 12_I = 38 อาณาเขตวิกฤตคือ ≥ 38

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ใช้เมื่อ n_1 และ $n_2 > 25$ การหาอาณาเขตวิกฤตจะแยกได้ตามลักษณะ การทดสอบ คือ

1. <u>การทดสอบสองหาง</u>

สถิติที่ใช้ทดสอบคือ $D = \max|S_m(X) - S_n(X)|$ ได้มีผู้สร้างตารางสำเร็จรูปเพื่อแสดงค่าวิกฤต D ที่ระดับนัยสำคัญต่าง ๆ ไว้ในตาราง 12_{III} ฉะนั้นอาณาเขตวิกฤต คือ $D_{\text{จากข้อมูล}} \geq D_{\text{จากตาราง}}$ การใช้ตาราง 12_{III} ก็ง่ายเพียงแต่กำหนดระดับนัยสำคัญในการทดสอบและทราบค่า m, n ก็สามารถแทนสูตรหาค่าวิกฤตD ได้ เช่น เมื่อ m = 55 , n = 60 และการทดสอบนี้เป็นการทดสอบสองหาง ที่ระดับนัยสำคัญ = 0.05 จากตาราง 12_{III} ที่ α =.05

ค่าวิกฤต D คือ 2.54

อาณาเขตวิกฤต คือ $D \geq .254$

2. <u>การทดสอบหางเดียว</u>

ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $D = \max[S_m(X) - S_n(X)]$ หรือ $\max[S_n(X) - S_m(X)]$ และพบว่า $\chi^2 = 4D^2 \frac{mn}{m+n}$ มีการแจกแจงประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ d.f. = 2 เมื่อ m, n มีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้น อาณาเขตวิกฤตให้พิจารณาจากความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่า χ^2 นี้ และเปรียบเทียบกับค่า α ที่กำหนดไว้ ถ้าค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิด χ^2 นี้น้อยกว่าค่า α จะ ปฏิเสธ H_0

2.5 กรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

ในบทนี้จะศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของ K ทรีทเมนต์ว่ามีประสิทธิภาพต่างกันหรือไม่โดยที่จะพยายามขจัดความแปรผันระหว่างหน่วยตัวอย่างที่นำมาทดลองด้วยการจัดเป็นกลุ่มๆ ภายใน 1 กลุ่มนั้น ให้หน่วยตัวอย่างเหมือนกันมากที่สุดเป็นจำนวน K หน่วยขึ้นไป ซึ่งจะเรียกว่า "บล็อค" แล้วทำการเปรียบเทียบทรีทเมนต์ต่างๆภายในบล็อคเดียวกัน วิธีการดังกล่าวรู้จักกันดีว่า เป็นแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ ในกระบวนวิชาการทดลองซึ่งในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ การวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์นี้ คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวน 2 ทาง หรือการใช้การทดสอบแบบ F-test ซึ่งจำเป็นต้องมีข้อกำหนดดังนี้

1. ตัวอย่างเหล่านั้นต่างเป็นอิสระต่อกันและถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
2. ประชากรทั้ง K กลุ่มต่างมีความแปรปรวนเท่ากัน
3. มาตรวัดของข้อมูล ต้องมีมาตรวัดอย่างน้อยแบบอันตรภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ประชากรทั้ง K กลุ่มต่างมีความแปรปรวนเท่ากัน

3. มาตรวัดของข้อมูล ต้องมีมาตรวัดอย่างน้อยแบบอันตรภาค

เมื่อข้อกำหนดเบื้องต้นไม่เป็นจริง หรือไม่ต้องการสมมติ อาจเลี่ยงมาใช้วิธีการของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งอาจวิเคราะห์ข้อมูลแบบมาตรวัดแบบนามบัญญัติ หรือเรียงลำดับได้

2.5.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

2.5.1.1 การทดสอบของคอครานคิว (The Cochran Q. Test)

บางครั้งในแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ ผลลัพธีที่ได้จากการให้ทรีทเมนต์แก่หน่วยทดลองจะมีค่าเป็นค่าใดค่าหนึ่งจาก 2 ค่าเท่านั้น เช่น 1 หรือ “ความสำเร็จ” และ 0 หรือ “ความล้มเหลว”

คอครานได้เสนอวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการเท่ากันของประสิทธิภาพของทรีทเมนต์ทั้ง K ทรีทเมนต์ ในกรณีนี้จะเป็นเรื่องเกี่ยวกับการเท่ากันของค่าสัดส่วน

ข้อมูล ข้อมูลที่จะใช้วิเคราะห์วิธีการทดสอบนี้จะต้องมีมาตรวัดแบบนามบัญญัติหรือเรียงลำดับ ซึ่งมีคำตอบให้เลือก 2 ทางเท่านั้น เช่น ได้กับตก หรือ สำเร็จกับล้มเหลว จัดลงตารางชนิด $N \times k$

k = จำนวนแถวตั้ง

N = จำนวนแถวนอน

หน่วยทดลอง	ทรีทเมนต์ที่ 1	ทรีทเมนต์ที่ 2	ทรีทเมนต์ที่ j	ทรีทเมนต์ที่ k	
1	1	0		0	
2	0	0		1	
3	1				
.					
.			X_{ij}		
i					
N	1	0		1	
ผลรวม	G_1	G_2		G_k	$\overline{G}$

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ประกอบด้วย N บล็อคและ k ทรีทเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ประกอบด้วย N บล็อคและ k ทรีทเมนต์
2. ผลลัพธ์จากการทดลองมีค่าเป็น 1 หรือ 0 อย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น และสามารถจัดลงตารางการแจกแจง 2 ทาง ซึ่งค่า X_{ij} จะมีค่าเป็น 0 หรือ 1 เท่านั้น
3. บล็อคเป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรของบล็อคที่เป็นไปได้ทั้งหมด

สมมติฐาน

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่าง K ทรีทเมนต์นี้

H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ ที่แตกต่างกัน

ซึ่งถ้า H_0 นี้เป็นจริงผลรวมของคะแนนในแต่ละทรีทเมนต์น่าจะมีค่าใกล้เคียงกัน นั่นคือ ค่า $G_j : j = 1, \ldots, k$ ควรมีค่าไม่ต่างกัน

ดังนั้นค่าสถิติที่ใช้ทดสอบจึงควรจะใช้ค่าที่วัดความแตกต่างของ G_j ดังนี้

ให้ $$Q = \frac{k(k-1)\sum_{j=1}^{k}\left(G_j - \overline{G}\right)^2}{k\sum_{i=1}^{N} L_i - \sum_{i=1}^{N} L_i^2}$$

เมื่อ G_j = จำนวนความสำเร็จทั้งหมดในแถวตั้งที่ j

$\overline{G}$ = ค่าเฉลี่ยของ G_j

L_i = จำนวนความสำเร็จทั้งหมดในแถวนอนที่ i

โดยคอครานพบว่า ถ้าจำนวนแถวนอนมีค่าไม่น้อยจนเกินไป นั่นคือ มีจำนวนบล็อคไม่น้อยเกินไป หรือมีตัวอย่างขนาดใหญ่พอสมควร จะสามารถประมาณการแจกแจงของ Q ได้ด้วยการแจกแจงของ χ^2 ที่ d.f. = k – 1

สามารถกระจายสูตรของ Q เพื่อให้การคำนวณง่ายขึ้นได้ดังนี้

$$Q = \frac{(k-1)\left[k\sum_{i=1}^{k} G_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{k} G_j\right)^2\right]}{k\sum_{i=1}^{N} L_i - \sum_{i=1}^{N} L_i^2}$$

การตัดสินใจ ค่า Q นี้เป็นค่าวิกฤตที่ยอมให้เกิดขึ้นภายใต้ H_0 ดังนั้นถ้าค่า Q ที่คำนวณได้จากกลุ่มตัวอย่างมีค่ามากกว่าค่า χ^2_{k-1} จากตารางที่ระดับนัยสำคัญหนึ่ง จะปฏิเสธ H_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

ในหัวข้อนี้จะทดสอบสมมติฐานของการเท่ากันของทรีทเมนต์ K ทรีทเมนต์ ว่าแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งจะใช้หลักของผลรวมของลำดับที่เป็นสถิติทดสอบโดยที่ยังคงมีลักษณะแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ และยังจะพิจารณาในกรณีที่สมมติฐานแย้งมีลักษณะลำดับที่ ตลอดจนกรณีบล็อคไม่สมบูรณ์ด้วย

2.5.2.1 การทดสอบของฟรีดแมน (The Friedman Two-Way Analysis Of Variance By Ranks Test)

การทดสอบนี้จะใช้ผลรวมลำดับที่เป็นสถิติทดสอบ โดยมักเป็นอีกทางเลือกที่นักวิจัยใช้สำหรับแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ เมื่อการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ไม่เหมาะสมนั่นคือ ข้อสมมุติเบื้องต้นของการทดสอบแบบเอฟ (F-Test) ไม่เป็นจริง รวมทั้งข้อมูลที่ได้มาอาจอยู่ในรูปลำดับที่ด้วย

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยบล็อคที่เป็นอิสระกัน b บล็อคด้วยขนาด = k และจะแทนคะแนนด้วย X_{ij} เมื่อมาจากบล็อคที่ i และทรีทเมนต์ที่ j และสามารถจัดข้อมูลลงตารางแจกแจง 2 ทางโดยมี b แถวนอน และ k แถวตั้ง
2. ค่าตัวแปรสุ่มมีลักษณะต่อเนื่อง
3. ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างบล็อคและทรีทเมนต์
4. ค่าสังเกตภายใน 1 บล็อคสามารถเรียงลำดับได้

สมมติฐาน

H_0 : ค่ามัธยฐานของทรีทเมนต์ทั้ง k ทรีทเมนต์ไม่ต่างกัน

H_1 : มีอย่างน้อย 1 ค่าที่แตกต่างจากค่าอื่นๆ

สถิติที่ใช้ทดสอบ

ในขั้นแรกให้เปลี่ยนข้อมูลดิบให้เป็นข้อมูลลำดับที่ภายในแต่ละบล็อค โดยให้เรียงจากค่าน้อยสุดไปหาค่ามากสุด ดังนั้นภายใน 1 บล็อคจะมีค่าลำดับที่จาก 1 ถึง k และขั้นที่ 2 ให้หาผลรวมของลำดับที่ของแต่ละทรีทเมนต์ ฟรีดแมนได้สร้างสถิติทดสอบคือ

$$\chi_r^2 = \left(\frac{12}{bk(k+1)} \sum_{j=1}^{k} (R_j)^2 \right) - 3b(k+1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ b = จำนวนบล็อค (หรือแถวนอน)

k = จำนวนของทรีทเมนต์หรือแถวตั้ง

R_j = ผลรวมลำดับที่ในทรีทเมนต์ที่ j

และพบว่าถ้าจำนวนทรีทเมนต์และบล็อคมีจำนวนไม่น้อยจนเกินไป สามารถประมาณการแจกแจงของ χ^2_r ได้ด้วยการแจกแจงแบบ χ^2 ที่ d.f. = k–1 ดังนั้นการหาอาณาเขตวิกฤตจะหาจากตาราง χ^2 ที่ d.f. = k-1

แต่ถ้าจำนวนทรีทเมนต์และบล็อคมีจำนวนน้อยเกินไป การหาอาณาเขตวิกฤตให้พิจารณาตารางที่ 13 ที่แสดงค่าวิกฤต W เมื่อ $W = \frac{\chi_r^2}{b(k-1)}$ โดยปฏิเสธ H_0 เมื่อพบว่าค่า W จากข้อมูลตัวอย่าง ≥ ค่าวิกฤต W จากตารางที่ 13 ที่ค่า b , k และ $\alpha = p$ หนึ่งๆ โดยจะใช้ตารางนี้เมื่อ k = 3 , b = 2 ถึง k = 4 , b = 2 ถึง 8 และ k = 5 , b = 3

2.5.2.2 การทดสอบของฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย (Several Observation Per Unit or Replicated Designs)

จากการทดสอบของฟรีดแมนที่ผ่านมาจะพบว่าเป็นกรณีที่วัดค่าสังเกตเพียง 1 ครั้ง จากหน่วยทดลองหนึ่งๆ แต่ถ้าสามารถวัดค่าสังเกตได้มากกว่า 1 ค่า ก็จะทำให้เพิ่มประสิทธิภาพได้มากขึ้น แม้ว่าค่าใช้จ่ายจะสูงขึ้นได้มีการปรับปรุงแบบทดสอบของฟรีดแมนเพื่อใช้วิเคราะห์สรุปผล

สมมติฐาน

H_0 : ทรีทเมนต์ทั้ง k ทรีทเมนต์ไม่ต่างกัน

H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่แตกต่างจากค่าอื่นๆ

สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$S_m = \left[\frac{12}{bkm^2(mk+1)}\sum R_j^2\right] - 3b(mk+1)$$

ซึ่งจะมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ ด้วยระดับความเป็นอิสระ = k – 1

2.5.2.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของเพจ (Page's Test For Ordered Alternative)

ในบางสถานการณ์สมมติฐานแย้งที่แสดงถึงความสำคัญลดหลั่นกันไป จะมีความหมายกว่าไม่คำนึงความสำคัญที่ต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยบล็อคที่เป็นอิสระและไม่ซ้ำซ้อนกัน ด้วยขนาดในแต่ละบล็อค = k
2. ตัวแปรสุ่มมีค่าต่อเนื่อง
3. ไม่มีอิทธิพลร่วมระหว่างบล็อคกับทรีทเมนต์
4. ในแต่ละบล็อค สามารถเรียงลำดับข้อมูลภายในบล็อคได้

สมมติฐาน ถ้าให้ T_j แทนอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ j

H_0 : ประชากรภายในบล็อคเหมือนกัน หรือค่ามัธยฐานของทรีทเมนต์ต่างๆ เท่ากัน $M_1 = M_2 = \ldots = M_k$

H_1 : treatment effects $T_1, T_2, \ldots, T_k$ เรียงลำดับดังนี้

$T_1 \leq T_2 \leq, \ldots, \leq T_k$ หรือ $M_1 \leq M_2 \leq \ldots \leq M_k$

สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$L = \sum_{j=1}^{k} jR_j = R_1 + 2R_2 + \ldots + kR_k$$

เมื่อ $R_1, \ldots, R_k$ เป็นผลรวมของลำดับที่ของทรีทเมนต์ $1, \ldots, k$ ตามลำดับ

ถ้า H_1 เป็นจริง และ $k = 3$ จะได้ค่า $R_1 < R_2 < R_3$ และ L จะมีค่าใหญ่

การตัดสินใจ

อาณาเขตวิกฤตคือ $L_{\text{คำนวณ}} > L_{\text{วิกฤต}}$ ที่เปิดจากตารางที่15 ที่ α , b , k

2.5.2.4 การทดสอบของเดอร์บิน (The Durbin Test For Balanced Incomplete Block Designs)

บางครั้งจะพบว่าการสร้างการทดลองขึ้นมาไม่สามารถจะสร้างแผนแบบบล็อคสมบูรณ์ได้ ดังนั้น การทดสอบนี้เหมาะสำหรับการทดลองที่มีจำนวนทรีทเมนต์มาก แต่ขนาดของบล็อคมีจำกัด

ในที่นี้จะศึกษาการทดลองแบบบล็อคไม่สมบูรณ์แบบสมดุลซึ่งมีข้อจำกัดดังนี้

1. ทุกๆบล็อค(มีจำนวนทั้งหมด = b) ประกอบด้วยหน่วยทดลองที่มีจำนวนเท่ากัน = t ; (t < k)
2. ทุกๆทรีทเมนต์(มีจำนวนทั้งหมด = k) จะถูกทดลองด้วยจำนวนครั้งที่เท่ากัน = r ; (r < b) หรือทุกๆทรีทเมนต์จะปรากฏในแต่ละบล็อคด้วยจำนวนที่เท่ากัน = r ; (r < b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ทุกๆทรีทเมนต์จะถูกทดลองพร้อมทรีทเมนต์อื่นๆ เป็นจำนวนครั้งที่เท่ากัน = λ

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. บล็อคเป็นอิสระไม่ซ้ำซ้อนกัน
2. ค่าสังเกตภายในแต่ละบล็อคสามารถเรียงลำดับได้ตามขนาด

สมมติฐาน

H_0 : ทุกทรีทเมนต์มีอิทธิพลเท่ากัน

H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ของทรีทเมนต์ที่แตกต่างกัน

สถิติที่ใช้ทดสอบ

ในลำดับแรก ให้เรียงลำดับค่าสังเกตจากน้อยไปมากภายในบล็อคแต่ละบล็อคก่อน ให้สถิติทดสอบคือ T

$$T = \left[\frac{12(k-1)}{rk(t-1)(t+1)}\sum_{j=1}^{k} R_j^2\right] - \frac{3r(k-1)(t+1)}{t-1}$$

k = จำนวนทรีทเมนต์ทั้งหมด

t = จำนวนหน่วยทดลองในแต่ละบล็อค

r = จำนวนครั้งที่แต่ละทรีทเมนต์จะเกิดขึ้น

Rj = ผลรวมลำดับที่ของทรีทเมนต์ที่ j

ถ้า H_0 เป็นจริง R_j ควรมีค่าใกล้เคียงกัน แต่ถ้า H_1 เป็นจริง R_j จะแตกต่างกันมาก มีผลทำให้ได้ค่า T ที่ใหญ่

การตัดสินใจ จะตัดสินใจปฏิเสธ H_0 เพื่อยอมรับ H_1 ที่ระดับนัยสำคัญ α

ถ้าค่า $T_{คำนวณ} > \chi^2_{\alpha, k-1}$

โดยที่ค่า χ^2 จะเป็นค่าประมาณที่ดี เมื่อ r มีขนาดใหญ่

2.6 กรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่มีเป็นอิสระกัน

การทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ที่ใช้ทดสอบเกี่ยวกับประชากร k กลุ่มซึ่ง $k > 2$ ที่เป็นอิสระต่อกันก็คือ การวิเคราะห์ความแปรปรวนจำแนกทางเดียว หรือการทดสอบของ F ซึ่งมีข้อกำหนดเบื้องต้นที่สำคัญ 2 ข้อคือ

1. ตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน k กลุ่มถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ
2. ประชากร k กลุ่มนั้นมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน และข้อมูลต้องมีอย่างน้อยแบบอันตรภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีที่พบว่าข้อกำหนดเบื้องต้นไม่เป็นจริงหรือต้องการหลีกเลี่ยงข้อกำหนด รวมทั้งมาตรวัดของข้อมูลไม่เป็นแบบอันตรภาค จะแนะนำให้ใช้การทดสอบด้วยสถิติไม่ใช้พารามิเตอร์ดังนี้

2.6.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

2.6.1.1 การทดสอบของไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน หรือการทดสอบของ χ^2 เกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของสัดส่วน (The χ^2 test for k Independent Samples หรือ The χ^2-Test For Homogeneity of Proportion)

ข้อมูล ใช้เมื่อข้อมูลคือความถี่ที่ได้จากมาตรวัดแบบนามบัญญัติหรือเรียงลำดับ การทดสอบยังคงคล้ายกับการทดสอบของ χ^2 สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน โดยข้อมูลจะจัดลงในตารางแจกแจง 2 ทาง ชนิด $r \times k$ เมื่อมี k แถวตั้ง r แถวนอน

โดยที่แบบทดสอบนี้จะสุ่มตัวอย่างจาก k ประชากรด้วยขนาดตัวอย่าง $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ตามลำดับ ข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างจะสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ลักษณะย่อย	ตัวอย่างที่					
	1	2	3	...	j	k
1	O_{11}	O_{12}	O_{13}	...		O_{1k}
2						
3						
.						
i					O_{ij}	
r	O_{r1}	O_{r2}	O_{r3}	...		O_{rk}
รวม	n_1	n_2	n_3	...	...	n_k

สมมติฐาน

H_0 : ตัวอย่าง k กลุ่มนี้มาจากประชากรเดียวกัน หรือสัดส่วนของลักษณะ ย่อยในประชากร k กลุ่ม ไม่ต่างกัน

H_1 : ตัวอย่าง k กลุ่มมาจากประชากรที่ต่างกัน

สถิติที่ใช้ทดสอบ $\chi^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{k}\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ O_{ij} = ความถี่จากการสังเกตที่ได้จากตารางการแจกแจง 2 ทาง ที่แถวนอน i และแถวตั้ง j

E_{ij} = ความถี่คาดหวังที่ได้จากตารางแจกแจง 2 ทางที่แถวนอน i และแถวตั้ง j

ซึ่งการหาค่า E_{ij} ภายใต้ H_0 ยังคงคล้ายกับการทดสอบ χ^2 ในตัวอย่าง 2 กลุ่ม คือ $E_{ij} = \frac{(\text{ผลรวมของแถวนอนที่ i})(\text{ผลรวมของแถวตั้งที่ j})}{\text{จำนวนความถี่ทั้งหมด}}$

ค่า E_{ij} ไม่ควรมีค่า < 5 เป็นจำนวนมากกว่า 20% ของจำนวนเซลทั้งหมด ถ้าเกิดเหตุการณ์เช่นนี้ อาจแก้ไขโดยรวมกลุ่มที่ใกล้กันเข้าด้วยกัน ซึ่งจะทำให้ d.f. ลดลง ค่าสถิตินี้สามารถประมาณการแจกแจงได้ด้วย χ^2 ที่ d.f. = (k-1)(r-1)

2.6.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

2.6.2.1 การทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง (The Extension of Median Test)

ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ต้องมีมาตรวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ตัวอย่าง k ชุดเป็นตัวอย่างสุ่มด้วยขนาด n_i ซึ่งสุ่มมาจาก k ประชากรที่เป็นอิสระกัน i = 1,...,k
2. ค่าสังเกตเป็นอิสระกันทั้งภายในและภายนอกกลุ่มตัวอย่าง
3. ข้อมูลมีมาตรวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ
4. ถ้าทุกประชากรมีค่ามัธยฐานเท่ากัน ดังนั้นทุกประชากรจะมีค่าความน่าจะเป็นที่ค่าสังเกตจะมีค่ามากกว่าค่ามัธยฐานรวมเท่ากัน = p

สมมติฐาน

H_0 : กลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มมาจากประชากรเดียวกัน

H_1 : ตัวอย่าง k กลุ่มมาจากประชากรที่ต่างกัน

สถิติที่ใช้ทดสอบ จะใช้ χ^2 เพราะสามารถทำการเปรียบเทียบความถี่ที่ได้กับการสังเกตกับความถี่ที่ควรจะเป็นตาม H_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{ดังนั้น } \chi^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{k}\frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

เมื่อ O_{ij} = ความถี่จากการสังเกตที่ได้จากตารางการแจกแจง 2 ทาง ที่แถวนอนที่ i และแถวตั้งที่ j

E_{ij} = ความถี่คาดว่าควรจะเป็นตาม H_0 จากตารางการแจกแจง 2 ทาง ที่แถวนอนที่ i และแถวตั้งที่ j

พบว่าการแจกแจงของค่า χ^2 นี้ภายใต้ H_0 สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบ χ^2 ที่ d.f. = (k - 1) ดังนั้นอาณาเขตวิกฤตหาได้จากโค้งการแจกแจงของ χ^2

ส่วนการคำนวณหาค่า E_{ij} ถ้าการจัดชั้นเป็นแบบมากกว่าและน้อยกว่ามัธยฐานรวมค่าความถี่คาดหวังใน 2 ชั้นของแต่ละกลุ่มตัวอย่างควรมีค่าเท่ากัน นั่นคือ เท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่มตัวอย่าง

2.6.2.2 การทดสอบครัสคาลและวอลลิส (The Kruskal-Wallis One-Way Analysis of Variance By Ranks Test)

ใช้ทดสอบว่าประชากร k กลุ่มมีค่ามัธยฐานเท่ากันหรือไม่โดยมีวิธีการที่สำคัญ คือ ค่าคาดหมายของลำดับที่ของข้อมูลตัวอย่างแต่ละกลุ่ม ควรมีค่าพอๆกัน ข้อมูลที่นำมาทดสอบประกอบด้วยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม k ชุด แต่ละชุดอาจมีขนาดตัวอย่างแตกต่างกัน ข้อมูลที่จะใช้ต้องมีมาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ และมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง การทดสอบนี้เมื่อเทียบกับการทดสอบแบบมัธยฐานสำหรับประชากร k กลุ่ม จะพบว่ามีอำนาจของการทดสอบ (power of the test) มากกว่า เพราะใช้สาระของข้อมูลมากกว่าวิธีมัธยฐานซึ่งได้จัดข้อมูลใหม่เป็นจำนวนความถี่

การทดสอบนี้นิยมใช้การทดสอบแบบเอฟ (F-test) ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นของการทดสอบเอฟไม่เป็นจริง

สมมติฐาน

H_0 : ค่ามัธยฐานของประชากร k กลุ่มไม่ต่างกัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของประชากรอย่างน้อย 1 คู่แตกต่างกัน

วิธีการ อาจสรุปขั้นตอนการทดสอบได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. จัดลำดับของข้อมูลทั้งหมดร่วมกัน จากน้อยไปหามากโดยให้คะแนนต่ำสุดมีลำดับที่ 1 และคะแนนสูงสุดเป็นลำดับที่ n เมื่อ n เป็นจำนวนข้อมูลทั้งหมด
2. หาผลรวมของลำดับที่ในข้อมูลแต่ละชุด คือ R_i
   เมื่อ $i = 1,\ldots,k$
3. คำนวณค่าสถิติ $H = \left[\frac{12}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i}\right] - 3(n+1)$
   เมื่อ k = จำนวนประชากรที่เป็นอิสระต่อกัน
   R_i = ผลรวมลำดับที่ในตัวอย่างที่ i
   $i = 1,\ldots, k$
   n_i = ขนาดตัวอย่างชุดที่ i, $i = 1,\ldots,k$
   $n = \sum_{i=1}^{k} n_j$

   ตามทฤษฎีจะพบว่า ถ้า H_0 เป็นจริง H จะมีการแจกแจงประมาณด้วย χ^2 ที่ d.f. = k – 1 ถ้า n_i มีค่าใหญ่พอสมควร
4. การหาอาณาเขตวิกฤตและการสรุปผล สามารถแยกได้ตามขนาดตัวอย่างคือ

   4.1 เมื่อ n_i มากกว่า 5 การแจกแจงของค่าสถิติ H ประมาณได้ด้วย χ^2 ที่ d.f. = k – 1 เมื่อ กำหนดระดับนัยสำคัญ = α หาอาณาเขตวิกฤตจากตาราง χ^2 ที่ d.f. = k-1 จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าของ H มากกว่าหรือเท่ากับ χ^2 จากตาราง

   4.2 เมื่อ k = 3 และ $n_i \leq 5$ ในแต่ละ k ใช้ตารางที่ kruskal สร้างไว้โดยแสดงค่าวิกฤตของ H พร้อมทั้งความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่า H นั้นๆ ตารางของ kruskal สามารถทำการเปรียบเทียบค่า H หรือ p-value ก็ได้ คือจะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่า H จากตัวอย่างมากกว่าหรือเท่ากับค่า H จากตารางที่ระดับนัยสำคัญ = α

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6.2.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของ jonckheere-Terpstra

(The jonckheere-Terpstra test for order alternatives)

บางครั้งต้องการทดสอบสมมติฐานดังนี้

$H_0 : M_1 = M_2 = \ldots = M_k$

$H_1 : M_1 \leq M_2 \leq \ldots \leq M_k$

สมมติฐานแย้งเช่นนี้จะเรียกว่าสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับ การทดสอบทั้ง 2 ดังกล่าวข้างต้นไม่สามารถตอบปัญหาข้างต้นได้ Terpstra และ jonckheere ได้เสนอวิธีการดังต่อไปนี้

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วย k ตัวอย่างด้วยขนาด $n_1, n_2, \ldots, n_k$
2. ค่าสังเกตเป็นอิสระกันทั้งภายในกลุ่มและระหว่างกลุ่ม
3. ตัวแปรสุ่มเป็นค่าต่อเนื่อง
4. มาตรวัดอย่างน้อยต้องเป็นแบบเรียงลำดับ
5. ประชากรทั้ง k กลุ่มมีลักษณะเหมือนกัน ยกเว้นต่างกันที่ค่ากลาง

สมมติฐาน

H_0 : ตัวอย่าง k กลุ่มมาจากประชากรเดียวกัน

H_1 : ตัวอย่าง k กลุ่มมาจากประชากรที่มีมัธยฐานดังนี้

$M_1 \leq M_2 \leq \ldots \leq M_k$

สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$J = \sum_{i<j} U_{ij}$$

เมื่อ U_{ij} เป็นจำนวนคู่ของค่าสังเกต (a, b) ซึ่ง $X_{ia} < X_{jb}$ หมายความว่าเราจะเปรียบเทียบทุกคู่ของค่าสังเกตตัวอย่าง

การตัดสินใจ เราจะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α ถ้า $J_{\text{คำนวณ}} >$ ค่าวิกฤต j ที่ α, k และ $n_i, \ldots, n_k$

ตัวอย่างขนาดใหญ่ ใช้การแจกแจงปกติประมาณ โดยให้ค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Z = \frac{J - \frac{\left(n^2 - \sum_{i}^{k} n_i^2\right)}{4}}{\sqrt{\frac{n^2(2n+3) - \sum_{i=1}^{k} n_i^2(2n_i+3)}{72}}} \sim N(0,1)$$

2.7 การทดสอบการแจกแจง

ปัญหาที่สำคัญทางสถิติประการหนึ่ง คือ รูปแบบของการประชากรที่สุ่มตัวอย่างมาเป็นอย่างไรการทราบถึงรูปแบบของการประชากรจะเป็นแนวทางในการศึกษารายละเอียดต่อไปของประชากรนั้นโดยทั่วไปการทดสอบการแจกแจงจะสนใจเฉพาะรูปแบบของประชากร

ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการทดสอบ 2 วิธีคือ การทดสอบไคสแควร์ และการทดสอบของ Kolmogorov-Smirmov

2.7.1 การทดสอบไคสแควร์

ตัวอย่าง 1 ชุด ด้วยขนาด N ถูกสุ่มจากประชากรที่ไม่ทราบฟังก์ชั่นการแจกแจงแบบสะสม ต้องการทดสอบสมมติฐานเบื้องต้น คือ

สมมติฐาน

$H_0 : F_x(X) = F_0(X)$ for all X

$H_1 : F_x(X) \neq F_0(X)$ for some X

การที่จะใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ จำเป็นต้องจัดข้อมูลตัวอย่างขนาด N ออกเป็นกลุ่มย่อยๆ และ บันทึกความถี่ ที่เกิดขึ้นในแต่ละกลุ่ม ในกรณีที่ข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพการจัดกลุ่มอาจจัดได้ตามลักษณะข้อมูล ซึ่งอาจเป็นตัวเลขหรือไม่เป็นก็ได้ เช่น การโยนเหรียญจัดกลุ่มได้คือ หน้าหัวที่ได้ และหน้าก้อยที่ได้ หรือการโยนลูกเต๋าก็จัดกลุ่มได้ตามแต้มที่ได้จากการโยน ดังนั้นการทดสอบไคสแควร์จึงเหมาะสมกับข้อมูลที่บันทึกความถี่ในกลุ่มต่างๆ นั่นคือการแจกแจงที่น่าจะเหมาะสมสำหรับข้อมูลประเภทนี้ คือ การแจกแจงแบบต่อเนื่อง เช่น การแจกแจงแบบทวินาม การแจกแจงแบบพัวซอง

ในสมมติฐานเบื้องต้นระบุการแจกแจงของประชากรที่แน่ชัดจากข้อมูลตัวอย่างก็สามารถคำนวณหาความน่าจะเป็นที่ค่าข้อมูลจะมีค่าตกในกลุ่มต่างๆได้ เมื่อคูณด้วยจำนวนข้อมูลตัวอย่างทั้งหมด N แล้วก็จะได้จำนวนความถี่คาดหวัง เมื่อสมมติฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เบื้องต้นเป็นจริงและจากข้อมูลตัวอย่าง ซึ่งได้บันทึกความถี่ที่สังเกตได้ ความถี่ทั้ง 2 ดังกล่าว ในแต่ละกลุ่มควรมีจำนวนใกล้เคียงกัน เมื่อยอมรับ H_0 ตามสูตรการทดสอบดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

เมื่อ k = จำนวนกลุ่มต่างๆที่ข้อมูลตัวอย่างจัดเป็นกลุ่มๆ

O_i = ความถี่ที่สังเกตได้จากข้อมูลตัวอย่างกลุ่มที่ i ,

i = 1,...,k

E_i = ความถี่คาดหวังเมื่อ H_0 เป็นจริงจากกลุ่มที่ i ,

i = 1,...,k

$$\sum_{i=1}^{k} O_i = \sum_{i=1}^{k} E_i = N$$

จากสูตรข้างต้นจะปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้นเมื่อค่า χ^2 มีค่าใหญ่ โดยอาณาเขตวิกฤตสามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ d.f. = k − 1 − m เมื่อ N มีขนาดใหญ่

และ m = จำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณค่าสำหรับการทดสอบ การแจกแจงตามสมมติฐาน H_0

ซึ่งค่า m จะแตกต่างกันไปตามการแจกแจงแบบต่างๆ เช่น การแจกแจงทวินามถ้าจำเป็นต้องประมาณพารามิเตอร์ค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจ p ด้วยค่าสถิติ $\hat{P}$

เมื่อ $\hat{P} = \frac{\overline{X}}{n}$ ดังนั้น m = 1 เมื่อ n = จำนวนครั้งที่ทำการทดลองในหนึ่งการทดลองการแจกแจงพัวซอง ถ้าจำเป็นต้องประมาณพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ย, ด้วยค่าสถิติ $\hat{\lambda}$ เมื่อ $\hat{\lambda} = \overline{X}$ ดังนั้น m = 1

เมื่อคำนวณค่าของตัวสถิติ χ^2 แล้วจึงพิจารณาว่า χ^2 นี้ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤตที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบหรือไม่ เมื่ออาณาเขตวิกฤตคือบริเวณที่ค่า χ^2 มีพื้นที่ทางขวาของโค้งการแจกแจงของ $\chi^2 = \alpha$ เสมอ

การใช้การแจกแจงไคสแควร์ประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบ χ^2 ดังกล่าวจะดีเมื่อ N มีขนาดใหญ่ และE_i ; i = 1,..., kควรมีค่าอย่างน้อย 5 ขึ้นไป ในกรณีที่ค่า E_i มีค่าน้อยกว่า 5 จำเป็นต้องปรับให้มีค่าตั้งแต่ 5 ขึ้นไป โดยรวมกลุ่มเข้าด้วยกัน ค่า E_i ที่มีค่าน้อยกว่า 5 ไม่ควรเกิน 20% ของจำนวนเซลทั้งหมดและไม่มีเซลใดที่มีค่า E_i น้อยกว่า 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีที่ไม่สามารถรวมกลุ่มเข้าด้วยกันได้ เนื่องจากความหมายจะเปลี่ยนไป จำเป็นต้องเพิ่มขนาดตัวอย่างให้ใหญ่ขึ้น

2.7.2 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ สำหรับตัวอย่างชุดเดียว (The Kolmogorov-Smirmov One Sample Test)

เป็นการทดสอบซึ่งแนะนำขึ้นโดย Kolmogorov ใช้ได้กับข้อมูลที่มีมาตรวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ การทดสอบนี้จะช่วยให้ทราบว่าการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาเหมือนการแจกแจงของประชากรที่เราสนใจหรือไม่ หรืออธิบายได้ว่าคะแนนจากตัวอย่างสามารถพูดได้อย่างมีเหตุผลหรือไม่ว่ามาจากประชากรที่มีการแจกแจงทางทฤษฎีอันหนึ่งหรือคือ การทดสอบการแจกแจงนั่นเอง จะใช้เมื่อการแจกแจงที่สนใจมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง และการทดสอบนี้จะมีอำนาจการแจกแจงมากกว่ากรทดสอบไคสแควร์ เพราะการทดสอบไคสแควร์จำเป็นต้องรวมกลุ่มด้วยกันเมื่อ $E_i < 5$ ทำให้สูญเสียข้อมูลไป และการทดสอบนี้ใช้ได้ดีเมื่อ N เล็ก เช่น $N < 40$ ถ้า N มากกว่านี้ควรใช้การทดสอบไคสแควร์

สถิติที่ใช้ในการทดสอบ

$$D = \max|F_0(x) - S(x)|$$

เมื่อ $F_0(x)$ = ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นสะสมตามทฤษฎีหนึ่งๆ

และ $S(x)$ = ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นสะสมของตัวอย่างสุ่มขนาด N

สมมติฐาน

$H_0 : F(x) = F_0(x)$ for all x

$H_1 : F(x) \neq F_0(x)$ for some x

เมื่อ $F(x)$ = ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นสะสม

$= P(X \leq x)$

เนื่องจากใช้ค่าสถิติทดสอบ $D = \max |F_0(x) - S(x)|$ ดังนั้นสามารถหาค่าของความแตกต่างของ $F_0(x)$ และ $S(x)$ โดยระบุให้มีทิศทางได้ การทดสอบนี้สามารถนำไปทดสอบสมมติฐานแบบหางเดียวได้ดังนี้

$H_0 : F(x) \geq F_0(x)$ for all x

$H_1 : F(x) < F_0(x)$ for some x

สถิติทดสอบคือ $D^+ = \max (F_0(x) - S(x))$

และ $H_0 : F(x) \leq F_0(x)$ for all x

$H_1 : F(x) > F_0(x)$ for some x

สถิติทดสอบคือ $D^- = \max (S(x) - F_0(x))$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.3 การทดสอบของ LillieFors (The Lilliefors test)

LillieFors ได้ปรับปรุงการทดสอบของ Kolmogorov-Smirmov ในกรณีที่ต้องการทดสอบเกี่ยวกับการแจกแจงปกติที่ไม่ได้ระบุค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อาจเรียกได้ว่าเป็น "การทดสอบสำหรับการแจกแจงปกติ"

การทดสอบของ Lilliefors จะเหมือนกับการทดสอบของ Kolmogorov-Smirmov เกือบทุกประการ ยกเว้นการใช้คะแนนมาตรฐานแทนคะแนนดิบ กล่าวคือจากข้อมูลตัวอย่างคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\overline{X}$,S) ด้วย

สูตร $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$

และ $S = \sqrt{\frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})^2}$

และแปลงค่า X_i เป็น Z_i ด้วยสูตร $Z_i = \frac{X_i - \overline{X}}{S}$ การคำนวณหาสถิติทดสอบจะคำนวณจากค่า Z_i แทน X_i ซึ่งเป็นข้อมูลดิบ

สถิติที่ใช้ทดสอบ

$$D = \text{Max}\{|S(z_i) - F_0(z_i)| , |S(z_{i-1}) - F_0(z_i)|\}$$

การตัดสินใจ

นำค่า D นี้ไปเปรียบเทียบกับค่า D ในตาราง

ใช้ ตารางที่ 23_I ในกรณีที่ไม่ทราบค่าเฉลี่ยแต่ทราบความแปรปรวน

ตารางที่ 23_{II} ในกรณีที่ทราบค่าเฉลี่ยแต่ไม่ทราบความแปรปรวน

ตารางที่ 23_{III} ในกรณีที่ไม่ทราบค่าเฉลี่ยและทราบความแปรปรวน

ถ้าค่า D ที่ได้จากข้อมูลตัวอย่างมีค่าน้อยกว่าค่าวิกฤต ก็ยอมรับ H_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
วิธีการดำเนินงาน

3.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน

ประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน คือ

1. ศึกษาปัญหา
2. ศึกษาแนวทางแก้ปัญหา
3. กำหนดขอบเขตของโปรแกรม
4. พัฒนาและตรวจสอบโปรแกรม
5. สรุปผล
6. จัดทำรายงาน

3.1.1 ศึกษาปัญหา

ปัญหาที่พบในเรื่องการแจกแจงแบบปกติโดยใช้โปรแกรม SPSS คือ ผลการวิเคราะห์ที่ได้บางครั้งไม่ตรงกับการวิเคราะห์ที่ไม่ใช้โปรแกรม SPSS ทั้งนี้เนื่องจากโปรแกรม SPSS ใช้การทดสอบการแจกแจงแบบปกติด้วยการทดสอบของโคลโมโกลอฟ-สเมอร์นอฟ (The Kolmokorov-Smirnov One Sample Test) ที่ไม่ต้องระบุค่าเฉลี่ย (μ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) แต่โดยปกติแล้วทดสอบของโคลโมโกลอฟ-สเมอร์นอฟนั้นต้องระบุค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้นเพื่อไม่ให้เกิดความสับสนโปรแกรมจึงควรมีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติทุกแบบ เพื่อให้ผู้ใช้สามารถเลือกได้อย่างเหมาะสม นอกจากนั้นปัญหาเรื่องที่โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ไม่มีภาษาไทยทำให้ไม่สะดวกแก่ผู้ใช้ จึงควรมีโปรแกรมที่เป็นภาษาไทยที่พัฒนาขึ้นสำหรับวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าวไว้ด้วย

3.1.2 ศึกษาแนวทางแก้ปัญหา

แนวทางแก้ปัญหาคือ ในโปรแกรมควรมีวิธีการทดสอบการแจกแจงแบบปกติทุกแบบเพื่อให้ผู้ใช้เลือกใช้ได้ และควรสร้างโปรแกรมเป็นภาษาไทยและมีวิธีการใช้ที่ง่ายและสะดวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยมีการทดสอบดังนี้

1. กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม

Nonparametric	Minitab	SPSS	SAS	ปีที่แล้ว (เวอร์ชั่น1)	ปัจจุบัน (เวอร์ชั่น2)
การทดสอบแบบทวินาม		√			√
การทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่างเดียว	√				√
การทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย	√				√
การทดสอบเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม	√	√			√
การทดสอบเกี่ยวกับแนวโน้ม					√
การทดสอบเกี่ยวกับความสมมาตรของการแจกแจง					√
การทดสอบแบบไคสแควร์ เกี่ยวกับหลายอัตราส่วน					√
การทดสอบแบบไคสแควร์ เกี่ยวกับข้อมูลที่มีลักษณะสองทาง					√

2. กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

Nonparametric	Minitab	SPSS	SAS	ปีที่แล้ว (เวอร์ชั่น1)	ปัจจุบัน (เวอร์ชั่น2)
การทดสอบของแมคนีมาร์		√			√
การทดสอบเครื่องหมายชนิด2ตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน		√			√
การทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย		√			√
การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับข้อมูลคู่					

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

Nonparametric	Minitab	SPSS	SAS	ปีที่แล้ว (เวอร์ชั่น1)	ปัจจุบัน (เวอร์ชั่น2)
การทดสอบของฟิสเชอร์					√
การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน				√	√
การทดสอบมัธยฐาน				√	√
การทดสอบของวิลคอกซัน แมนวิทนีย์	√	√		√	√
การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับข้อมูล 2 กลุ่ม				√	√
การทดสอบของมูด					√
การทดสอบของซีเกล-ทุกี้				√	√
การทดสอบของโมเสด			√		√
การทดสอบการวิ่งของวัลด์และโวลโฟวิทซ์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม			√		
การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม			√		√

4. กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

Nonparametric	Minitab	SPSS	SAS	ปีที่แล้ว (เวอร์ชั่น1)	ปัจจุบัน (เวอร์ชั่น2)
การทดสอบของคอครานคิว		√			√
การทดสอบของฟรีดแมน	√	√			√
การทดสอบของฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย	√				√
การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของเพจ					√
การทดสอบของเดอร์บิน					√

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

Nonparametric	Minitab	SPSS	SAS	ปีที่แล้ว (เวอร์ชั่น1)	ปัจจุบัน (เวอร์ชั่น2)
การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระกัน					√
การทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง	√	√			√
การทดสอบของครัสคาลและวอลิส	√	√			√
การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของ Jonckheere-Terpstra		√			√

5. การทดสอบแจกแจง

Nonparametric	Minitab	SPSS	SAS	ปีที่แล้ว (เวอร์ชั่น1)	ปัจจุบัน (เวอร์ชั่น2)
การทดสอบไคสแควร์				√	√
การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับตัวอย่างชุดเดียว		√		√	√
การทดสอบของลิลลี่ฟอร์				√	√

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์

ทางผู้จัดทำได้นำผลจากการวิเคราะห์และการคำนวณค่าต่างๆ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปมาแสดง โดยแยกเป็นหัวข้อต่างๆดังนี้

4.2.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

4.2.1.1 การทดสอบแบบทวินาม (The Binomial Test)

การทดสอบทวินามนั้นจะใช้กับตัวอย่างที่มีขนาด n และเป็นอิสระกัน โดยการทดลอง n ครั้ง นั้นจะมีผลลัพธ์เพียง 2 อย่างเท่านั้น คือ “สำเร็จ” และ “ล้มเหลว”

ตัวอย่าง

ห้างๆหนึ่งปกติจะปิดทำการวันอาทิตย์ ผู้จัดการสังเกตพบว่าในวันอาทิตย์มีลูกค้าต้องการซื้อสินค้าเป็นจำนวนมากพอสมควร เพื่อตัดสินใจจะทำการเปิดในวันอาทิตย์ จึงหาข้อมูลโดยการสอบถามแม่บ้านจำนวน 18 คน พบว่ามี 7 คนต้องการให้เปิด ผู้จัดการได้ตั้งเกณฑ์ไว้ว่าจะเปิดก็ต่อเมื่อมีลูกค้ามากกว่า 25 % ของลูกค้าประจำที่มาสม่ำเสมอ จากข้อมูลนี้ควรจะเปิดห้างหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

$H_0 : \theta = 0.25$

$H_1 : \theta > 0.25$

สถิติทดสอบ $S_+ = 7$

การตัดสินใจ จากตารางแจกแจงทวินาม (ตารางที่ 3) ที่ n = 18 และค่าพารามิเตอร์ = 0.25

หาค่าวิกฤติ t ซึ่ง $P(y \leq t) \approx 0.95$ หรือ $P(y > t) \approx 0.05$

ได้ $P(y \leq 7) = 0.9431$,$P(y > 7) = 0.0569$

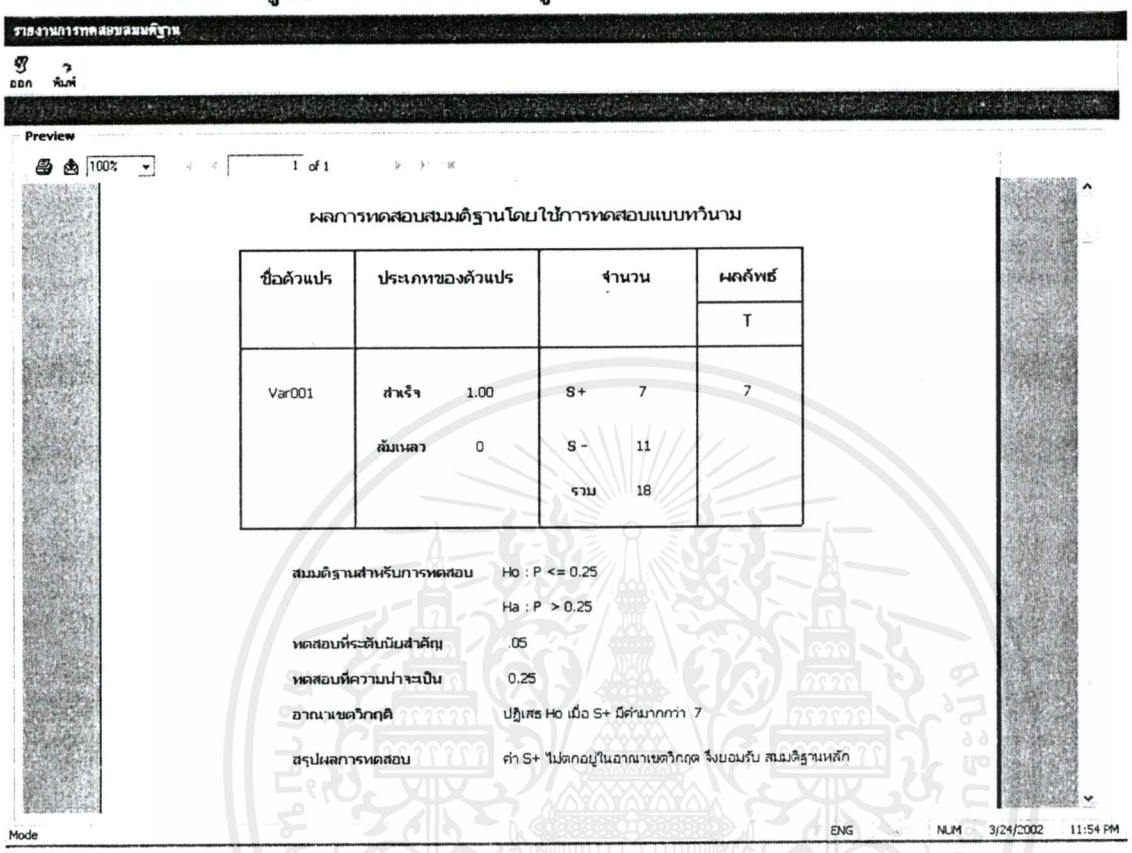
ดังนั้น $t = 7$

และอาณาเขตวิกฤติคือ $S_+ > t$ คือ $S_+ > 7$ หรือ $S_+ \geq 8$

$S_+ = 7$ จึงไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้ นั่นคือไม่สนับสนุนให้เปิดวันอาทิตย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



รายงานการทดสอบสมมติฐาน

ออก พิมพ์

Preview

100% 1 of 1

ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบแบบทวินาม

ชื่อตัวแปร	ประเภทของตัวแปร		จำนวน		ผลลัพธ์
					T
Var001	สำเร็จ	1.00	S+	7	7
	ล้มเหลว	0	S -	11	
			รวม	18	

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ	Ho : P <= 0.25
	Ha : P > 0.25
ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ	.05
ทดสอบที่ความน่าจะเป็น	0.25
อาณาเขตวิกฤติ	ปฏิเสธ Ho เมื่อ S+ มีค่ามากกว่า 7
สรุปผลการทดสอบ	ค่า S+ ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤต จึงยอมรับ สมมติฐานหลัก

Mode ENG NUM 3/24/2002 11:54 PM

4.2.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง (Location Parameter)

4.2.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่างเดียว (The One Sample Sign Test)

ตัวอย่างต้องเป็นตัวอย่างสุ่มขนาด n จากประชากรที่ไม่ทราบค่ามัธยฐาน (M) ตัวแปรสุ่มมีมาตรวัดอย่างน้อยเรียงลำดับและมีค่าต่อเนื่อง การทดสอบนี้นับว่าเป็นกรณีพิเศษของการทดสอบทวินาม เนื่องจากต้องการทดสอบสมมติฐานว่ามีจำนวนเครื่องหมาย + และ – เท่ากันหรือไม่

ตัวอย่าง

จากตัวอย่างสุ่มขนาด 11 ได้ค่าตัวแปรสุ่ม ดังนี้

1.8 3.3 5.65 2.25 2.5 3.5 2.75 3.25 3.10 2.7 3.0

จงทดสอบว่าตัวอย่างสุ่มเหล่านี้มาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐาน = 3.5 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

H_0: M = 3.5

H_1: M $\neq$ 3.5

หาเครื่องหมายของผลต่าง $X_i - 3.5$ จาก i = 1,...,11

พบว่า $S_+ = 1$ $S_- = 9$ tie = 1 จำนวน

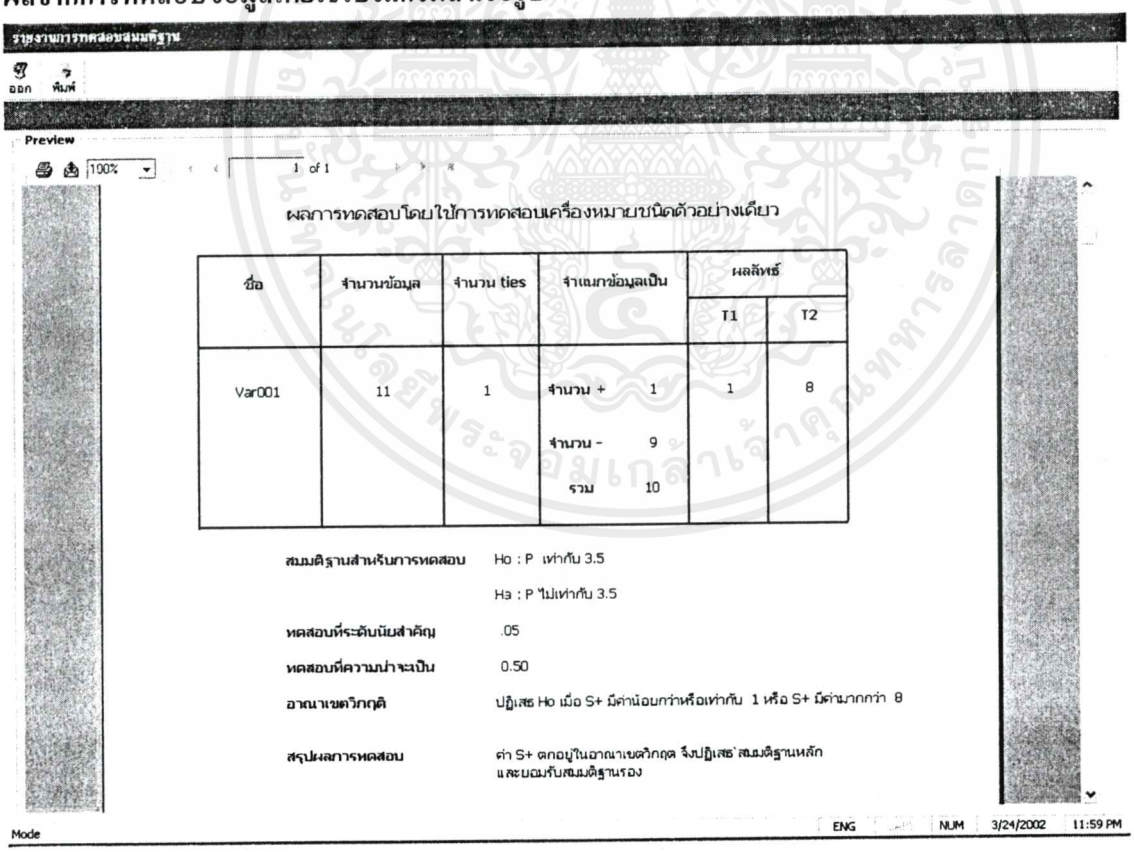
ดังนั้น n จึงกลายเป็น 1+ 9 = 10

สถิติทดสอบ คือ $S_+ = 1$ หาค่าวิกฤติ t ซึ่ง $P(y \leq t) = \alpha_1$ โดยให้

$\alpha_1 \approx 0.025$ จากตารางทวินาม (ตารางที่ 3) ที่ n = 10, p = 0.5 ได้ว่า $P(y \leq 1) = 0.0107$ ดังนั้นอาณาเขตวิกฤติคือ

$S_+ \leq 1$ หรือ $S_+ \geq 10 - 1 = 9$ ค่า S_+ จึงตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงปฏิเสธ H_0 ดังนั้นตัวอย่างสุ่มเหล่านี้ไม่ได้มาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐาน = 3.5

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2.2 การทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย (The Wilcoxon signed-rank Test)

จะมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าการทดสอบเครื่องหมายเสมอ ค่าตัวแปรสุ่มต้องเป็นค่าต่อเนื่องและประชากรมีการแจกแจงที่สมมาตรมีมาตรวัดอย่างน้อยแบบอันตรภาค

ตัวอย่าง

ในการศึกษาคดีผู้ต้องหาคดีใช้ยาเสพติดอายุ 16 ปี หรือมากกว่าพบว่าผู้ต้องหามัธยฐานค่า IQ = 107ถ้าต้องการสรุปในท้องที่อื่นว่าผู้ต้องหาคดีนี้มีมัธยฐานค่า IQ = 107 หรือไม่ จึงสุ่มผู้ต้องหามา 15 คนวัดค่า IQ ได้ดังนี้ 99 100 90 94 135 108 107 111 119 104 127 109 117 105 125

จงหาผลสรุปที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

H_0: M = 107

H_1: M ≠ 107

IQ	**$D_i = X_i - 107$**	**rank of $\|D_i\|$**	**sign rank of $\|D_i\|$**
99	-8	7	-7
100	-7	6	-6
90	-17	11	-11
94	-13	10	-10
135	+28	14	+14
108	+1	1	+1
107	0	-	-
111	+4	5	+5
119	+12	9	+9
104	-3	4	-4
127	+20	13	+13
109	+2	2.5	+2.5
117	+10	8	+8
105	-2	2.5	-2.5
125	+18	12	+12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

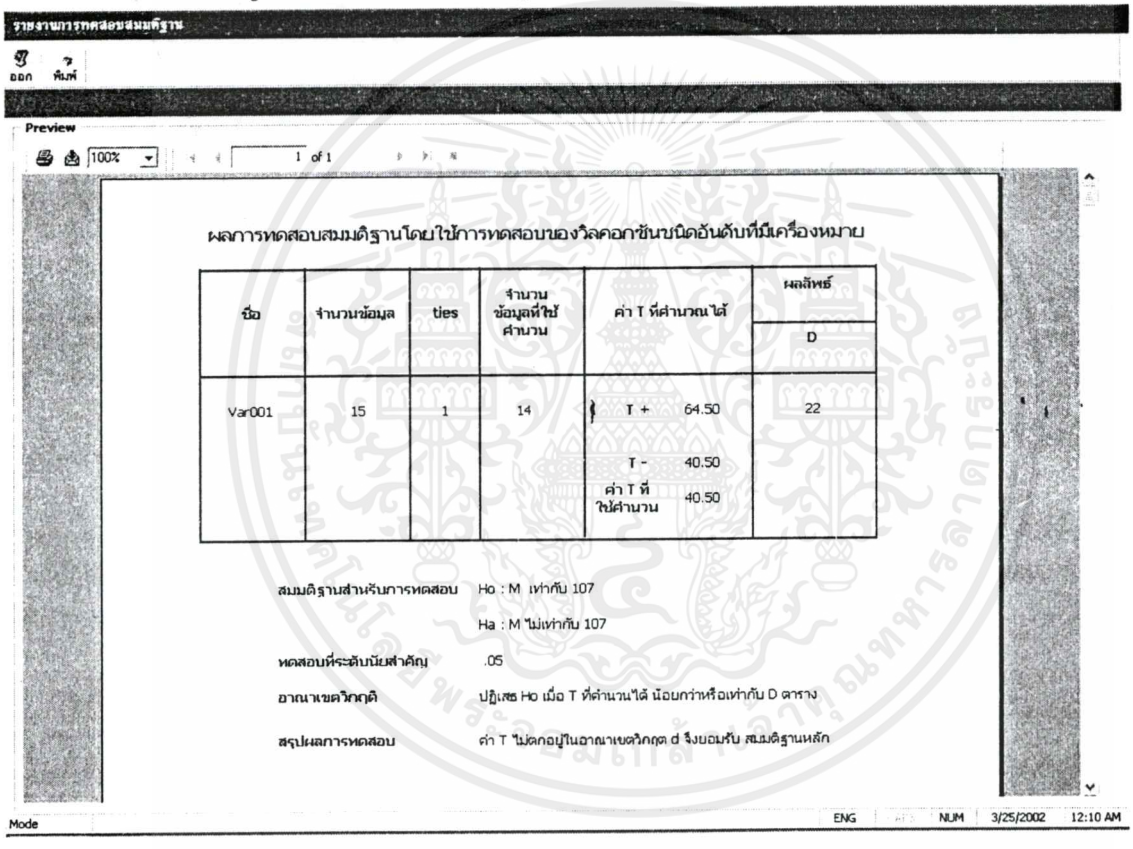
$T_+ = 64.5$, $T_- = 40.5$

เป็นการทดสอบ 2 หางเลือกใช้ T_+ หรือ T_- ที่มีค่าน้อยสุด

ดังนั้น $T = 40.5$ เปิดตารางที่ 6 ที่ $n = 14$ $\alpha'' = 0.049$ (ใกล้เคียง 0.05 มากที่สุด)

ได้ค่าวิกฤติ $= 22$ ดังนั้นอาณาเขตวิกฤติคือ $T \leq 22$ จากข้อมูลตัวอย่าง $T = 40.5$ ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.3 ปัญหาเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม (The one sample runs test for randomness)

ใช้ทดสอบเพื่อแสดงว่าข้อมูลชุดนั้นมีลักษณะความเป็นสุ่มหรือไม่ โดยจะบันทึกข้อมูลที่เกิดขึ้นจริงตามลำดับก่อนหลัง

ตัวอย่าง ทุกๆครึ่งชั่วโมงเจ้าหน้าที่จะทำการตรวจสินค้าถ้าได้มาตรฐานจะให้เครื่องหมาย + ถ้าต่ำกว่ามาตรฐานจะให้ – ได้ข้อมูลดังนี้ +-----+-++-----+++-- อยากทราบว่าลำดับของเครื่องหมายนี้มีความเป็นสุ่มหรือไม่

H_0: เครื่องหมาย + และ – เกิดขึ้นอย่างสุ่ม

H_1: เครื่องหมาย + และ – เกิดขึ้นโดยไม่มีความเป็นสุ่ม

ใช้ทดสอบการวิ่งเนื่องจากเป็นตัวอย่าง 1 กลุ่ม และเกี่ยวกับลำดับการเกิด กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

เนื่องจาก n_1 = จำนวนเครื่องหมาย + = 7

n_2 = จำนวนเครื่องหมาย – = 13

มีค่าน้อยกว่า 20

ดังนั้นหาอาณาเขตวิกฤติจากตาราง 7_I และ 7_{II} ที่ $n_1 = 7$ และ $n_2 = 13$

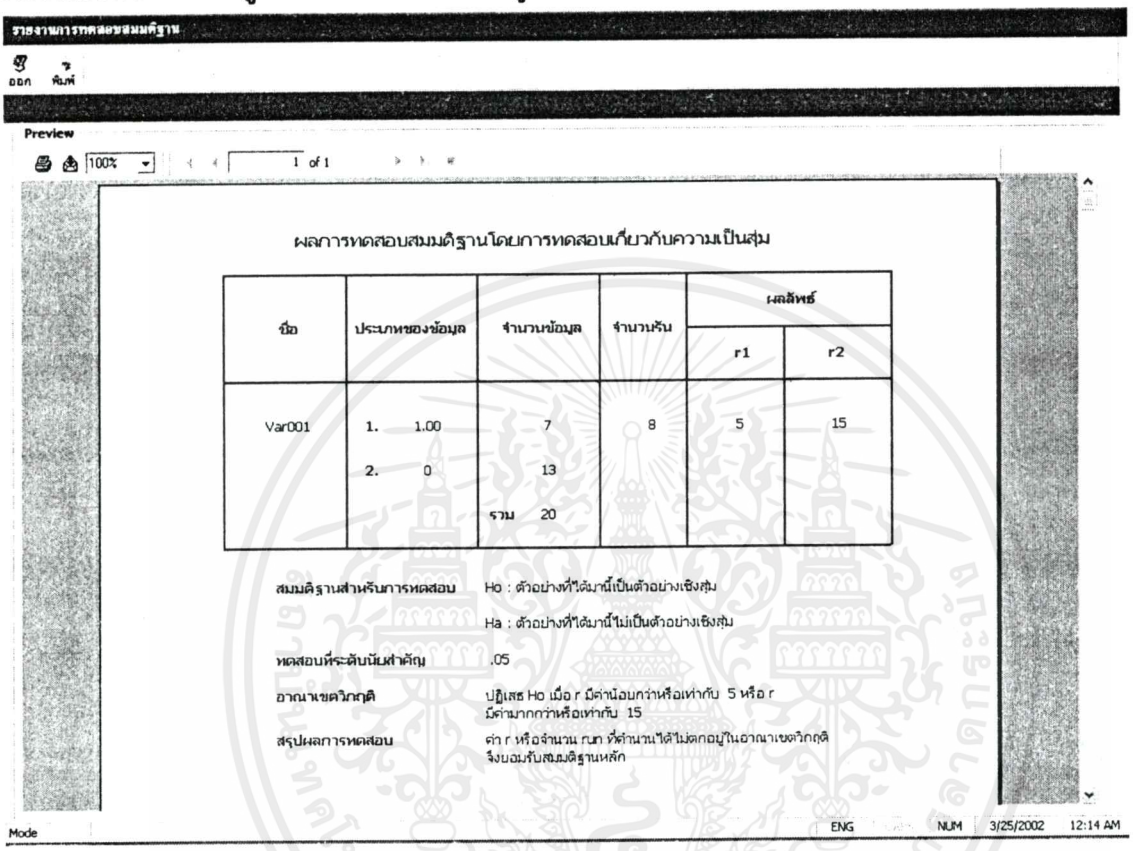
ได้อาณาเขตวิกฤติคือ $r \leq 5$ หรือ $r \geq 15$

จากข้อมูลตัวอย่าง นับจำนวนรันได้ r = 8

ไม่ตกอาณาเขตวิกฤติ ดังนั้นยอมรับ H_0 นั่นคือสินค้าที่ได้และไม่ได้มาตรฐานเป็นไปอย่างสุ่ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.2.4 ปัญหาเกี่ยวกับแนวโน้ม (The Cox-Stuart test for trend)

บางครั้งค่าสังเกตเมื่อบันทึกตามเวลาจะแสดงแนวโน้ม Cox และ Stuart ได้เสนอการทดสอบโดยการเปรียบเทียบคู่ของค่าสังเกต ถ้าค่าสังเกตที่ใหม่กว่าให้ค่ามากกว่าจะได้ค่า + ในทางกลับกันถ้าค่าสังเกตที่ใหม่กว่าให้ค่าน้อยกว่าก็จะได้ค่า – ถ้า + มากว่าจะแสดงถึงแนวโน้มที่สูงขึ้น ถ้า – มากว่าจะแสดงถึงแนวโน้มที่ลดลง ถ้ามีพอๆกันก็แสดงว่าไม่มีแนวโน้ม ข้อมูลเป็นตัวอย่างสุ่มที่เกิดขึ้นตามลำดับเวลา มีมาตรวัดอย่างน้อยเรียงลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง ข้อมูลต่อไปนี้แสดงถึงระยะเวลาการเพาะปลูก จงหาผลสรุปว่าข้อมูลนี้มีแนวโน้มหรือไม่

ปี	ระยะเวลาการเพาะปลูก	ปี	ระยะเวลาการเพาะปลูก
1899	207	1919	227
1900	223	1920	213
1901	235	1921	213
1902	254	1922	261
1903	237	1923	222
1904	217	1924	237
1905	188	1925	239
1906	204	1926	216
1907	182	1927	260
1908	230	1928	246
1909	223	1929	256
1910	227	1930	242
1911	242	1931	266
1912	238	1932	242
1913	207	1933	249
1914	201	1934	228
1915	226	1935	255
1916	243	1936	226
1917	215	1937	209
1918	259	1938	247

H_0: ข้อมูลไม่มีลักษณะแนวโน้ม

H_1: ข้อมูลมีลักษณะเกิดแนวโน้ม

หาเครื่องหมาย + หรือ – จากการเปรียบเทียบคู่ดังนี้

$n' = 40 \quad C = \frac{40}{2} = 20$

คู่เปรียบเทียบมีดังนี้ (207,227),(223,213),….,(259,247)

ทั้งหมด 20 คู่ = $(n'-c) = 40-20 = 20$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้ – 6 ค่า + 14 ค่า

สถิติทดสอบ T = 6 n = 14+6 = 20

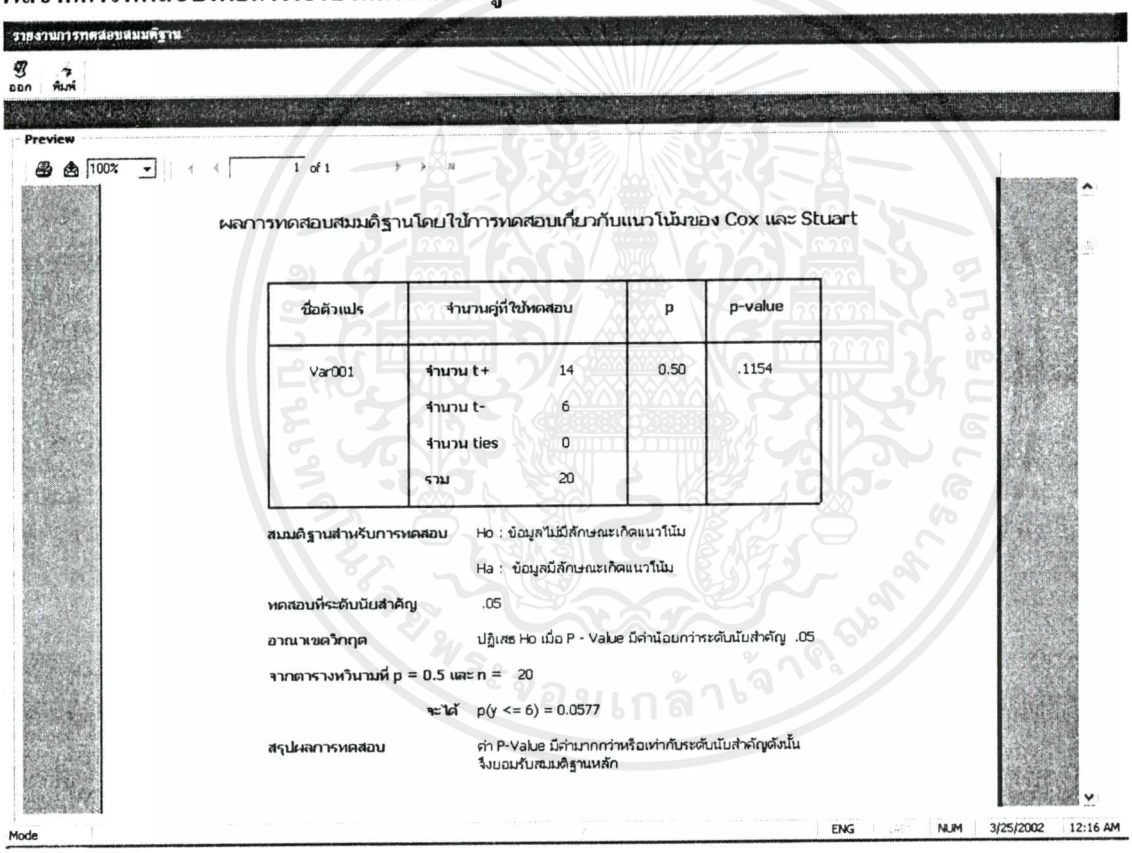
จากตารางทวินาม (ตารางที่ 3) ที่ n = 20 p = 0.5

หา $P(y \leq 6) = 0.0577$

p-value = 2(0.0577) = 0.1154

p-value มากกว่า $\alpha = 0.05$ นั่นคือไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้ นั่นคือข้อมูลชุดนี้ไม่มีแนวโน้ม

ผลจากการทดสอบโดยการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป


รายงานการทดสอบสมมติฐาน

ออก พิมพ์

Preview

100% 1 of 1

ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบเกี่ยวกับแนวโน้มของ Cox และ Stuart

ชื่อตัวแปร	จำนวนคู่ที่ใช้ทดสอบ		p	p-value
Var001	จำนวน t+	14	0.50	.1154
	จำนวน t-	6		
	จำนวน ties	0		
	รวม	20		

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ho : ข้อมูลไม่มีลักษณะเกิดแนวโน้ม

Ha : ข้อมูลมีลักษณะเกิดแนวโน้ม

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .05

อาณาเขตวิกฤต ปฏิเสธ Ho เมื่อ P - Value มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ .05

จากตารางทวินามที่ p = 0.5 และ n = 20

จะได้ p(y <= 6) = 0.0577

สรุปผลการทดสอบ ค่า P-Value มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับระดับนัยสำคัญดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐานหลัก

Mode ENG NUM 3/25/2002 12:16 AM

4.2.5 ปัญหาเกี่ยวกับความสมมาตรของการแจกแจง (The test for distribution symmetry)

จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับรูปร่างการแจกแจงในกลุ่มประชากร โดยมีข้อสงสัยว่าข้อมูลตัวอย่างนี้มาจากการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตรหรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

จากตัวอย่างสุ่มขนาด 9 จากประชากรหนึ่งได้ค่าดังนี้

13.58 28.42 48.11 48.64 51.40 59.91 67.98 79.13 103.05

จงทดสอบว่าประชากรนี้มีการแจกแจงที่สมมาตรหรือไม่ที่ $\alpha = 0.05$

H_0: ตัวแปรสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงที่สมมาตร

H_1: ตัวแปรสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงที่ไม่สมมาตร

$n = 9$

จะมีจำนวนกลุ่มขนาด 3 = $\frac{9(8)(7)}{6} = 84$ กลุ่ม

เช่นกลุ่มแรกคือ (13.53 , 28.42 , 48.11)

คำนวณค่าเฉลี่ยได้ = 30.03

ค่ามัธยฐาน = 28.42

ดังนั้นค่าเฉลี่ย > ค่ามัธยฐาน

กลุ่มที่ 1 นี้จึงเป็นกลุ่มทางขวา

และทำนองเดียวกันอีก 84 กลุ่ม

สรุปได้กลุ่มทางขวา = 44

กลุ่มทางซ้าย = 40

ดังนั้นค่า T = 44 – 40 = 4

ได้ค่า $B^2_i = 320$ และ $B^2_{jk} = 364$

ดังนั้นค่า $\sigma^2_T = 680.04$

ค่าสถิติทดสอบ $Z = \frac{T}{\sigma_T} = .154$

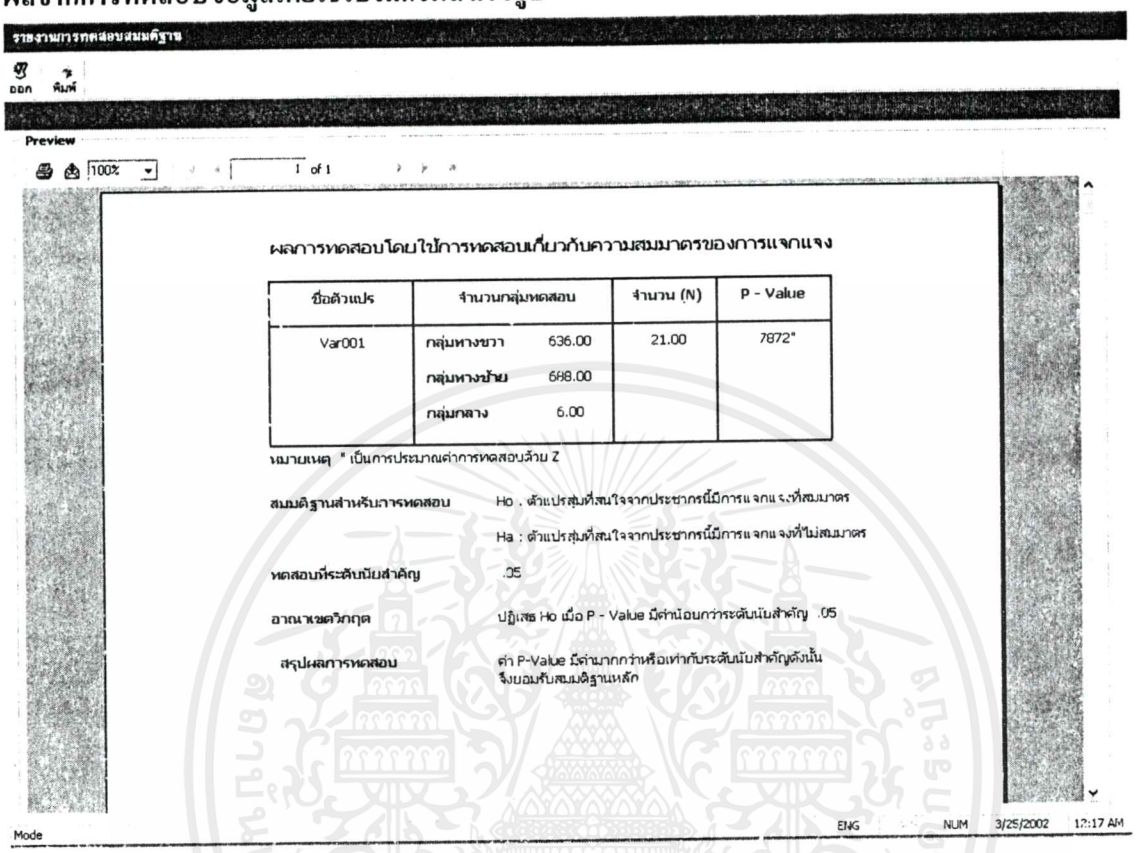
ที่ $\alpha = 0.05$ จากตารางที่ 1 ได้ค่าวิกฤติคือ $Z = \pm 1.96$

ฉะนั้นไม่ตกในอาณาเขตวิกฤติ

นั่นคือประชากรนี้มีการแจกแจงที่สมมาตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.2.6 การทดสอบไคสแควร์ (The Chi-square test)

จะเป็นการทดสอบเกี่ยวกับอัตราส่วนของเหตุการณ์ต่างๆ ในประชากรกลุ่มหนึ่ง ว่าเป็นไปตามอัตราส่วนใดหรือไม่

ตัวอย่าง

ในการสำรวจนิสัยการอ่านหนังสือพิมพ์ของนักศึกษามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง

กลุ่ม ก : นิยมอ่านหนังสือพิมพ์เศรษฐกิจ

กลุ่ม ข : นิยมอ่านหนังสือพิมพ์ไทยรัฐ . เดลินิวส์

กลุ่ม ค : นิยมอ่านหนังสือพิมพ์มติชน . สยามรัฐ

กลุ่ม ง : นิยมอ่านหนังสือพิมพ์ Nation , Bangkok post

กลุ่ม จ : ไม่นิยมอ่านหนังสือพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สุ่มมา 1000 คนปรากฏว่าได้ กลุ่ม ก 200 คน กลุ่ม ข 250 คน กลุ่ม ค 150 คน กลุ่ม ง 50 คน กลุ่ม จ 350 คน จากผลสำรวจข้างต้นจะสรุปที่ระดับนัยสำคัญ 10 % ได้หรือไม่ว่า กลุ่มต่างๆนี้มีจำนวนไม่แตกต่างกัน

H_0: p1 : p2 : p3 : p4 : p5 = 1 : 1 : 1 : 1 : 1

H_1: p1 : p2 : p3 : p4 : p5 $\neq$ 1 : 1 : 1 : 1 : 1

$\chi^2 cal = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$

ดังนั้น $\chi^2 cal = 250$

ที่ระดับนัยสำคัญ = 0.10

อาณาเขตวิกฤติคือ $\chi^2 > \chi^2_{.10,4} = 7.78$ (จากตารางที่ 2)

$\chi^2 cal$ ตกในอาณาเขตวิกฤติ ดังนั้นปฏิเสธ H_0

สรุปได้ว่ากลุ่มต่างๆข้างต้นมีจำนวนแตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ 34 คนลงให้ Regan แต่หลังจากชมการอภิปรายปรากฏว่ามี 13 คนที่เดิมลงให้ Carter เปลี่ยนใจมาลงให้ Regan และมี 7 คนที่เดิมลงให้ Regan เปลี่ยนใจมาลงให้ Carter สรุปได้ดังนี้

		หลังการอภิปราย	
		Regan	Carter
ก่อนการอภิปราย	Regan	13	28
	Carter	27	7

รวม = 75

ผู้วิจัยต้องการทราบว่าการอภิปรายมีผลต่อการเปลี่ยนความชอบของผู้ลงคะแนนหรือไม่

H_0: P(Regan $\rightarrow$Carter) = P(Carter$\rightarrow$Regan)

H_1: P(Regan $\rightarrow$Carter) $\neq$ P(Carter$\rightarrow$Regan)

$$\chi^2 = \frac{(|A-D|-1)^2}{A+D} = \frac{(|13-7|-1)^2}{20} = 1.25$$

จากตาราง χ^2 (ตารางที่ 2) อาณาเขตวิกฤติคือ $\chi^2 > \chi^2_{\text{ตาราง}}$

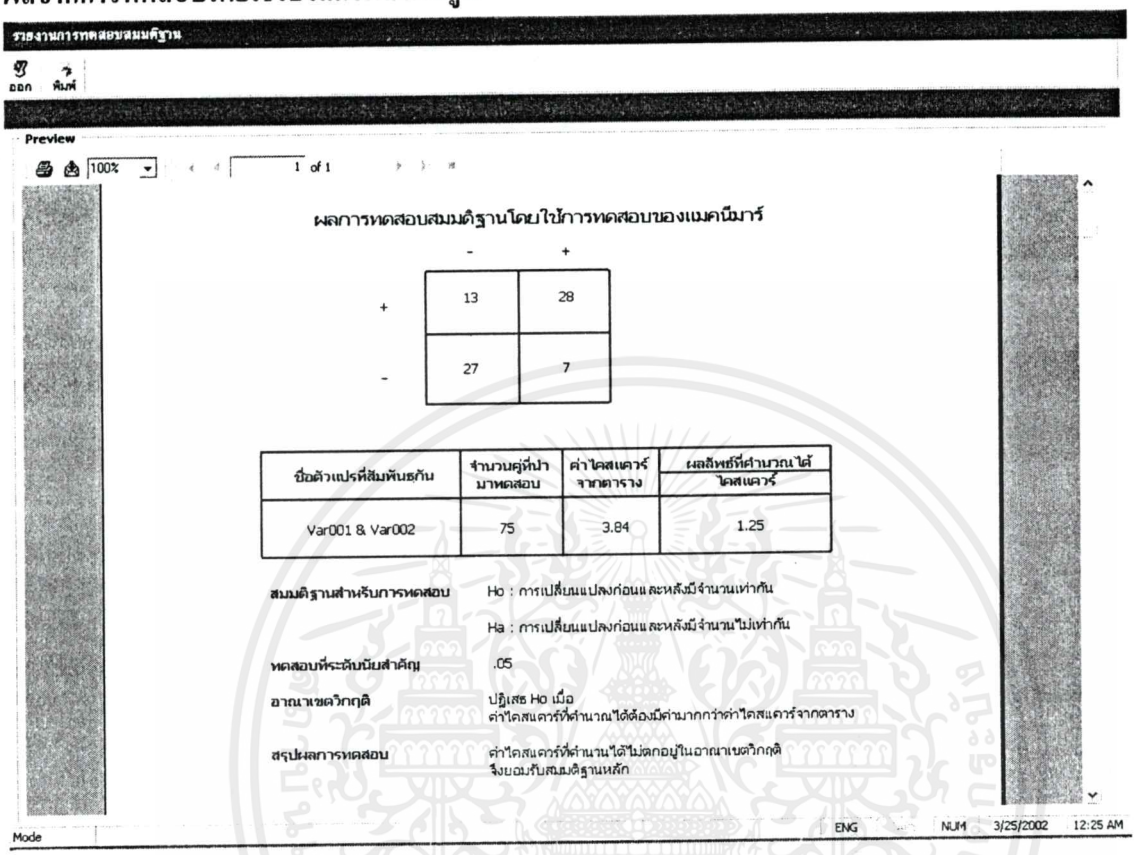
$\alpha = 0.05$ $\chi^2_{0.05,1} = 3.84$

$1.25 < 3.84$ ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ ดังนั้นยอมรับ H_0

สรุปได้ว่ามีการเปลี่ยนแปลงความชอบหลังจากได้ฟังการอภิปรายในสัดส่วนเท่าๆกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.3.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

4.3.2.1 การทดสอบเครื่องหมายชนิด 2 ตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน (The sign-test for paired observation)

การทดสอบนี้คล้ายกับการทดสอบในหัวข้อ 4.2.2 ที่ผ่านมา แต่นำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลชนิดคู่ โดยจะดูความแตกต่างระหว่างคู่นั้นๆและให้เครื่องหมาย + และ – ถ้าประชากรคู่มีค่ามัธยฐานไม่แตกต่างกันมากก็จะมีจำนวนเครื่องหมาย + และ – ไม่ต่างกันมาก ย่อมหมายถึงประชากรคู่มีค่ากลางไม่แตกต่างกัน

ตัวอย่าง

ผลิตภัณฑ์ A และ B เป็นผลิตภัณฑ์ในลักษณะเดียวกัน (เช่น สบู่เหมือนกัน) แต่ผลิตภัณฑ์ B ถูกผลิตด้วยวิธีแบบใหม่ เจ้าของอยากทราบว่าผลิตภัณฑ์ B จะถูกรสนิยมลูกค้ากว่าผลิตภัณฑ์ A หรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างลูกค้ามา 10 รายให้ผลิตภัณฑ์ A และ B ไปทดลองใช้ระยะเวลาหนึ่ง แล้วจึงสอบถาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความชอบ พบว่ามี 8 คน ชอบ B มากกว่า A และ 1 คนชอบ A มากกว่า B และอีก 1 คน ไม่ชอบทั้งคู่ ให้ทดสอบข้อสงสัยของเจ้าของโรงงานนี้

H_0 : ผลิตภัณฑ์ B และ A อยู่ในความนิยมของลูกค้าพอๆกัน

H_1 : ผลิตภัณฑ์ B เป็นที่ถูกรสนิยมมากว่า A

จากตัวอย่างนี้ จะมีเครื่องหมาย + = 8 เครื่องหมาย – = 1 และ tie = 1

$n = 8 + 1 = 9$

T = จำนวนเครื่องหมายบวก = 8

กำหนด $\alpha = 0.05$ และ $n = 9$ เปิดตารางทวินาม (ตารางที่ 3)ที่ $p = 0.5$

ได้ค่า $P(x \leq 1) = 0.0195$

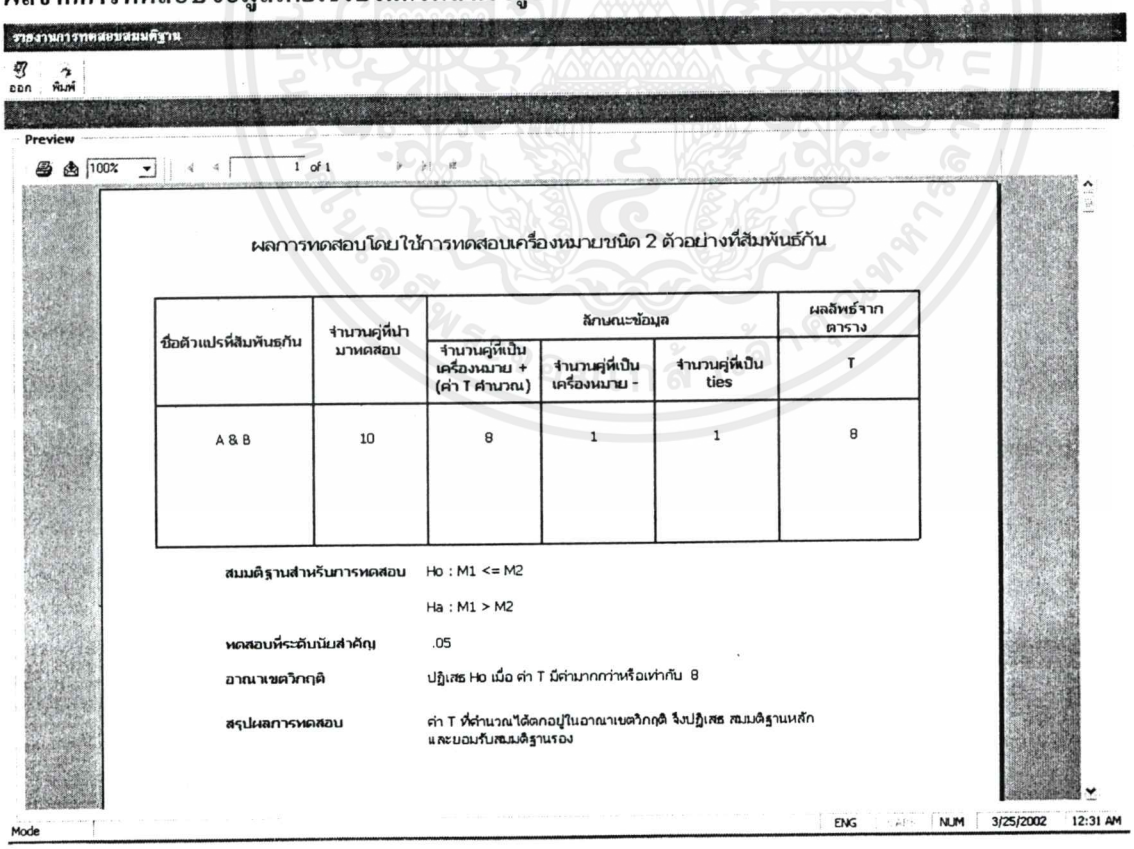
$t = 1$

$n - t = 8$ อาณาเขตวิกฤติคือ $T \geq 8$

ฉะนั้นตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จะปฏิเสธ H_0

สรุปได้ว่าลูกค้าจะชอบผลิตภัณฑ์ B มากกว่า A

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2.2 การทดสอบวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย (The Wilcoxon matched-pairs signed-rank test)

เช่นเดียวกับในหัวข้อ 4.2.2 ที่ผ่านมา เพียงแต่นำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลคู่ โดยดูความแตกต่างกันทั้ง 'ขนาด" ; $D_i = x_i - y_i$ และเครื่องหมายในแต่ละคู่

ตัวอย่าง

ผู้จัดการบริษัทแห่งหนึ่งพิจารณาว่าจะซื้อน้ำมันชนิดใหม่แทนชนิดเก่าดีหรือไม่ โดยจะเปลี่ยนเมื่อใช้ของใหม่แล้วได้ระยะทางมากกว่าของเก่า จึงทดลองกับรถ 20 คัน ได้ผลดังนี้

รถยนต์คันที่	S1	S2	$D_i = S_1 - S_2$	อันดับของ $\|D_i\|$	ลบ	บวก
1	15	18	-3	3.5	-3.5	
2	13	12	1	1		1
3	14	16	-2	2	-2	
4	18	22	-4	5	-5	
5	19	24	-5	6.5	-6.5	
6	12	18	-6	8	-8	
7	20	13	7	9		9
8	16	13	3	3.5		3.5
9	15	23	-8	10	-10	
10	21	21	0	-		
11	18	27	-9	11	-11	
12	25	15	10	12		12
13	23	11	12	14		14
14	11	24	-13	15	-15	
15	12	27	-15	17	-17	
16	12	26	-14	16	-16	
17	20	20	0	-		
18	16	11	5	6.5		6.5
19	28	12	16	18		18
20	13	24	-11	13	-13	
				total	107	64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ S1 = ระยะทางเฉลี่ยเมื่อใช้น้ำมันชนิดใหม่

S2 = ระยะทางเฉลี่ยเมื่อใช้น้ำมันชนิดเก่า

H_0 : $M_{ใหม่} = M_{เก่า}$

H_1 : $M_{ใหม่} > M_{เก่า}$

ได้ค่าวิกฤติคือ $W_{0.95}$

จากตารางที่ 8 ที่ n = 18 $W_{0.05} = 48$

ได้ $W_{0.95} = 123$

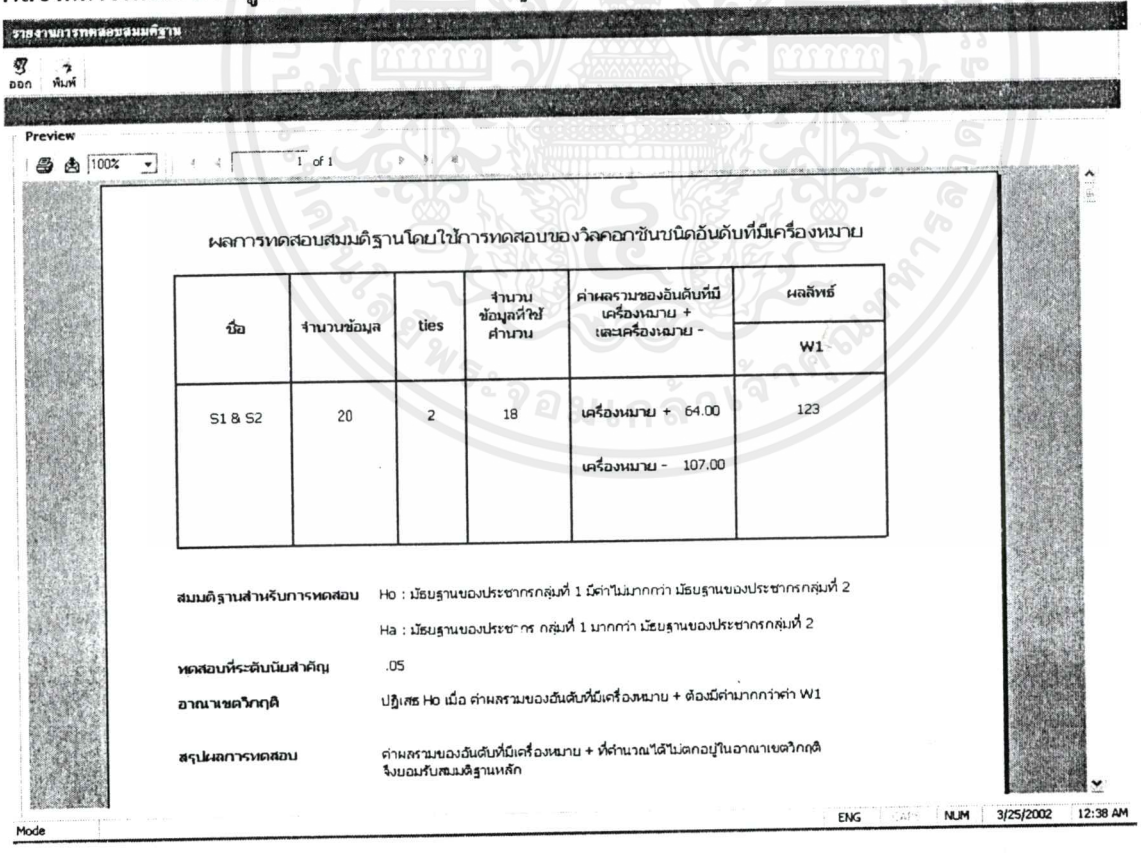
อาณาเขตวิกฤติคือ $T^+ > 123$

ดังนั้น $T^+ = 64$ ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤติ

ยอมรับ H_0 แสดงว่าน้ำมันทั้ง 2 ชนิดมีประสิทธิภาพพอๆกัน

นั่นคือไม่เปลี่ยนน้ำมัน

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

การทดสอบของฟิสเชอร์ (The Fisher exact proability test)

การทดสอบนี้เหมาะกับข้อมูลขนาดเล็ก เพื่อทดสอบว่าประชากรทั้ง 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ในค่าสัดส่วนเหตุการณ์ที่สนใจ เมื่อข้อมูลเป็นแบบนามบัญญัติหรือเรียงลำดับ

ตัวอย่าง

ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด 7 และ 8 จากประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ โดยที่ประชากรทั้ง 2 เป็นอิสระต่อกัน เมื่อทำการจำแนกได้ดังนี้

		ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2
คุณลักษณะ	+	5	1
	-	2	7

จงทดสอบสมมติฐาน สัดส่วนของคุณลักษณะ + ในประชากรที่ 1 จะสูงกว่าในกลุ่มประชากรที่ 2 หรือไม่

$H_0 : P_1^+ = P_2^+$

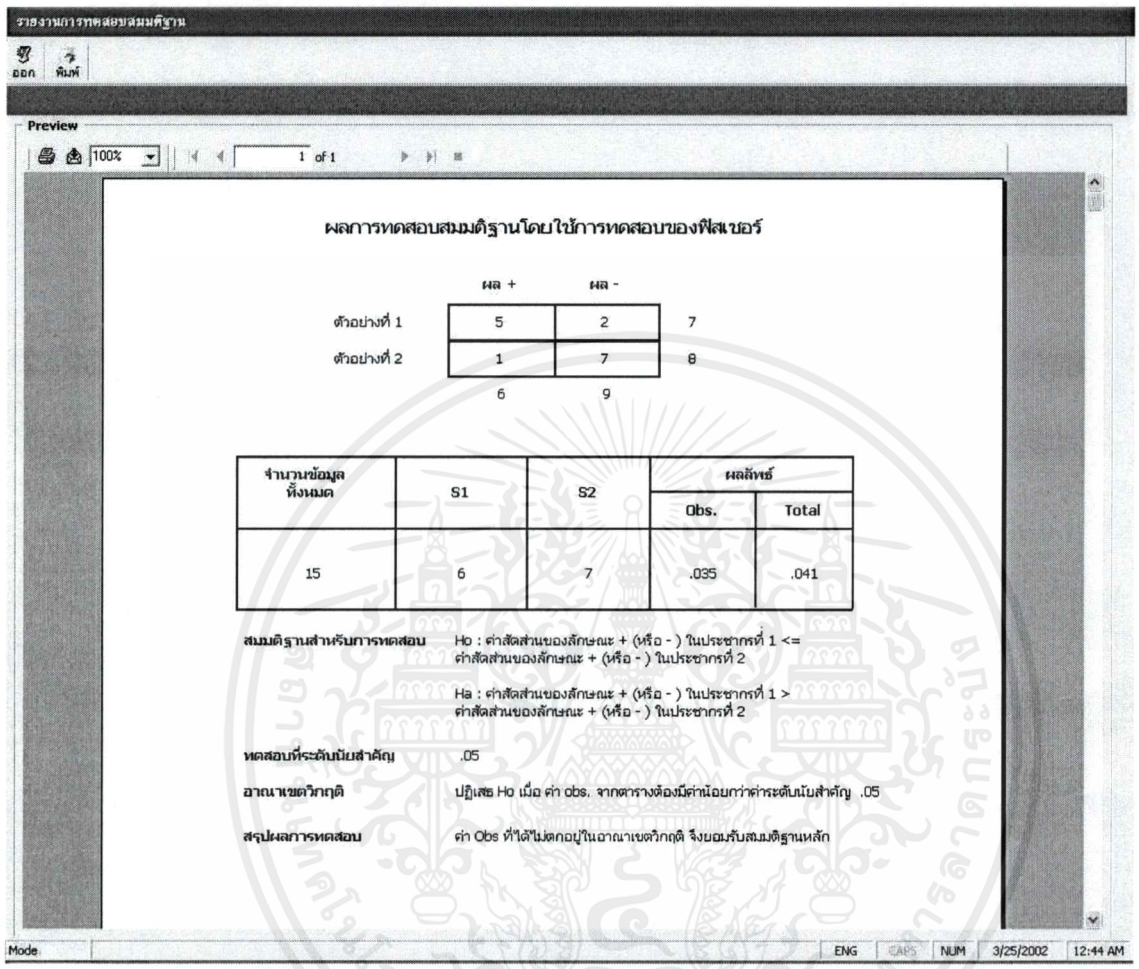
$H_1 : P_1^+ > P_2^+$

จากการเปิดตารางที่ 3 จะได้ค่า p-value = 0.035 นำไปเทียบค่า $\alpha = 0.05$

ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 คือ สัดส่วนของคุณลักษณะ + ในประชากรที่ 1 สูงกว่ากลุ่มประชากรที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.4.1.2 การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน หรือการทดสอบไคสแควร์เกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของสัดส่วน (The χ^2 - test for two Independent Samples หรือ χ^2 - test of homogeneity of Proportions)

จากกรณีของการทดสอบของฟิสเชอร์ จะพบว่าขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มมีจำนวนมากและในแต่ละกลุ่มมีลักษณะย่อยมากกว่า 2 ลักษณะ การวิเคราะห์ด้วยวิธีของฟิสเชอร์จะไม่เหมาะสม แนะนำให้ใช้การทดสอบไคสแควร์ ซึ่งสามารถใช้กับข้อมูลมี่มีมาตราวัดแบบนามบัญญัติ เมื่อข้อมูลจากประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน และภายในแต่ละกลุ่มมีลักษณะย่อย เก็บข้อมูลเป็นความถี่จากตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นในแต่ละลักษณะย่อย เช่น สอบถามความคิดเห็นเรื่องกฎหมายการทำแท้งของนักการเมือง 2 พรรค ว่ามีความเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย หรือไม่มีความเห็น การทดสอบด้วยไคสแควร์นี้จะช่วยบอกให้ทราบว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีความแตกต่างกันในสัดส่วนของความคิดเห็นต่อเรื่องนี้หรือไม่ระหว่างนักการเมือง 2 กลุ่มนี้ โดยวิธีการทดสอบจะใช้หลักการเปรียบเทียบความถี่สัมพัทธ์(relative frequency) ของแต่ละลักษณะย่อยใน 2 กลุ่มตัวอย่างนั้นฉะนั้นจึงเป็นการเปรียบเทียบความถี่ที่ได้จากการสังเกตกับความถี่ที่คาดหวังไว้

ตัวอย่าง

ถ้าต้องการจะทดสอบว่าลักษณะความสูงของคน ซึ่งแยกเป็นสูงและเตี้ยจะมีผลแตกต่างกันหรือไม่ในเรื่องลักษณะเป็นผู้นำ จึงได้ทำการสำรวจโดยสุ่มตัวอย่างคนสูงมา 52 คน และคนเตี้ย 43 คน จากนั้นในแต่ละกลุ่มนำมาจำแนกว่า มีลักษณะเป็นผู้นำ เป็นผู้ตาม และไม่แสดงออก กลุ่มละกี่คนปรากฏว่าได้ข้อมูลดังตารางนี้

	เป็นผู้นำ	เป็นผู้ตาม	ไม่แสดงออก
คนสูง	32	14	6
คนเตี้ย	12	22	9

จงทดสอบสมมติฐานเพื่อสรุปผลปัญหานี้ ที่ระดับนัยสำคัญ = 0.01

H_0 : คนทั้ง 2 กลุ่ม คือ คนสูงและคนเตี้ย ไม่มีความแตกต่างกันในลักษณะผู้นำ

H_1 : คนทั้ง 2 กลุ่ม คือ คนสูงและคนเตี้ย มีความแตกต่างกันในลักษณะผู้นำ

คำนวณค่า $\chi^2 = 10.67$

จากการเปิดตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 2) ที่ d.f. = 2 และ $\alpha = 0.01$ จะได้ $\chi^2 = 9.21$

ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 จึงสรุปได้ว่า คนสูงและคนเตี้ยมีความแตกต่างกันในลักษณะผู้นำ

4.4.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

4.4.2.1 การทดสอบมัธยฐาน

การทดสอบนี้ใช้ทดสอบว่าตัวอย่างอิสระ 2 ชุดที่มาจากประชากรที่มีการแจกแจงต่อเนื่อง 2 กลุ่มนั้นมีค่ากลาง (ค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง) เท่ากันหรือไม่ เมื่อข้อมูลที่ใช้มีมาตราวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับค่ากลางที่จะนิยมใช้คือค่ามัธยฐานจึงคำนึงถึงค่ามัธยฐานเป็นสำคัญ ในการทดสอบด้วยวิธีนี้หลักกการคือถ้าประชากรทั้งสองกลุ่มมีค่ามัธยฐานเท่ากัน จำนวนข้อมูลที่มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่าค่ามัธยฐานของข้อมูลทั้งหมดจะมีจำนวนครึ่งหนึ่งในตัวอย่างแต่ละกลุ่ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

เพื่อทดสอบคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากโรงเรียน 2 แห่งว่ามีค่ากลางแตกต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างนักเรียนทั้ง 2 และบันทึกคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

โรงเรียนที่ 1 : 43 80 99 86 68 70 85 93 98 96 75 81 32 92 96 64 79 97 76 80

โรงเรียนที่ 2 : 76 65 73 95 77 97 55 35 72 83 70 65 86 60 62 90 71 65 89 71 80 76 93 94

จงหาผลสรุปจากข้อสงสัยดังกล่าวข้างต้น

จะใช้การทดสอบแบบมัธยฐานเนื่องจากเป็นกรณี 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน และต้องการทดสอบค่ากลาง นำคะแนนทั้ง 2 กลุ่มมารวมกัน แล้วหาค่ามัธยฐานรวมได้ค่า = 78 จัดคะแนนออกเป็น 2 กลุ่มใหม่ดังนี้

	โรงเรียนที่ 1	โรงเรียนที่ 2
จำนวนที่มีค่ามากกว่ามัธยฐาน	13	9
จำนวนที่มีค่าน้อยกว่ามัธยฐาน	7	15

เนื่องจาก N = 20+24 = 44 มีค่าใหญ่ และเป็นการทดสอบ 2 หาง

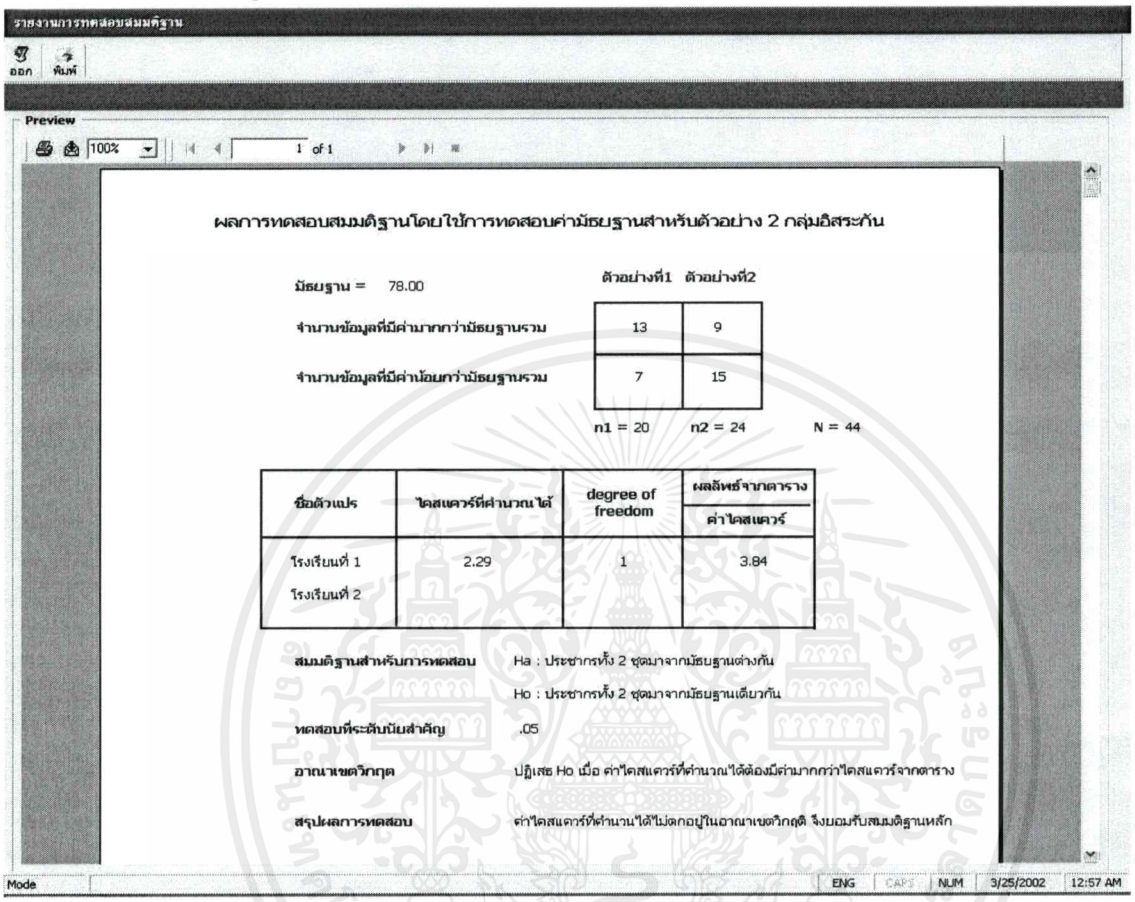
ดังนั้น จะคำนวณค่า $\chi^2 = 2.29$

จากการเปิดตารางไคสแควร์ (ตารางที่ 2) ที่ระดับนัยสำคัญ = 0.05 d.f. = 1 จะได้ค่า $\chi^2 = 3.84$

สรุปได้ว่า ยอมรับ H_0 นั่นคือ นักเรียนจาก 2 โรงเรียนนี้มีค่ามัธยฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ = 0.05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



รายงานการทดสอบสมมติฐาน

ออก พิมพ์

Preview

100% 1 of 1

ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบค่ามัธยฐานสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มอิสระกัน

มัธยฐาน = 78.00

	ตัวอย่างที่1	ตัวอย่างที่2
จำนวนข้อมูลที่มีค่ามากกว่ามัธยฐานรวม	13	9
จำนวนข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่ามัธยฐานรวม	7	15

n1 = 20 n2 = 24 N = 44

ชื่อตัวแปร	ไคสแควร์ที่คำนวณได้	degree of freedom	ผลลัพธ์จากตาราง ค่าไคสแควร์
โรงเรียนที่ 1 โรงเรียนที่ 2	2.29	1	3.84

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ha : ประชากรทั้ง 2 ชุดมาจากมัธยฐานต่างกัน

Ho : ประชากรทั้ง 2 ชุดมาจากมัธยฐานเดียวกัน

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .05

อาณาเขตวิกฤต ปฏิเสธ Ho เมื่อ ค่าไคสแควร์ที่คำนวณได้ต้องมีค่ามากกว่าไคสแควร์จากตาราง

สรุปผลการทดสอบ ค่าไคสแควร์ที่คำนวนได้ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงยอมรับสมมติฐานหลัก

Mode ENG CAPS NUM 3/25/2002 12:57 AM

4.4.2.2 การทดสอบของวิลคอกซัน แมนท์วิทนีย์ (The Wilcoxon – Mann- Whitney Test or The Wilcoxon Rank Sum Test)

บางครั้งเรียกว่า Mann-Whitney U Test หรือ Mann-Whitney-Wilcoxon Test โดย Wilcoxon ได้ศึกษากรณีใช้ผลรวมลำดับที่ (rank sum) เป็นตัวสถิติ โดยที่ Mann และ Whitney ได้ชี้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวสถิติทดสอบที่เขาตั้งขึ้นกับของ Wilcoxon การทดสอบนี้นับได้ว่าเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด มักนิยมใช้เพื่อเลี่ยงการใช้การทดสอบแบบที ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ หรือเมื่อข้อมูลมีมาตราวัดต่ำกว่าแบบอันตรภาค

ตัวอย่าง

เพื่อทดสอบความแข็งของเหล็กที่ได้จากทั้ง 2 แหล่ง คือ A และ B ได้สุ่มตัวอย่างเหล็กจากแหล่ง A มา 4 ชิ้น และจากแหล่ง B มา 5 ชิ้น แล้วนำ 2 ชิ้นมาขัดถูกัน พิจารณาดูว่าชิ้นใดมีร่องรอยเสีย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หายมากกว่า ให้เป็นชิ้นที่มีความแข็งน้อยกว่า ทำเช่นนี้กับตัวอย่างทั้ง 9 ชิ้น แล้วให้ลำดับที่ 1 แก่ชิ้นที่แข็งน้อยที่สุด จนถึงอันดับที่ 9 คือชิ้นที่แข็งที่สุด

ได้ข้อมูลผลการทดลองดังนี้ A A A B A B B B B

ลำดับที่ 1 2 3 4 5 6 7 8 9

จงทดสอบว่าสมมติฐานว่า เหล็กจากแหล่งทั้ง 2 มีความแข็งไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

H_0 : ค่ามัธยฐานของความแข็งของเหล็กจาก 2 แหล่งไม่ต่างกัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของความแข็งของเหล็กจาก 2 แหล่งต่างกัน

$$S = 1+2+3+5 = 11$$

$$T = 11 - \frac{4(5)}{2} = 1$$

จากการเปิดตารางที่ 10 เมื่อเป็นการทดสอบสองหางที่ $\alpha = 0.05$ ดังนั้นหาค่าวิกฤตที่ค่า P = .025

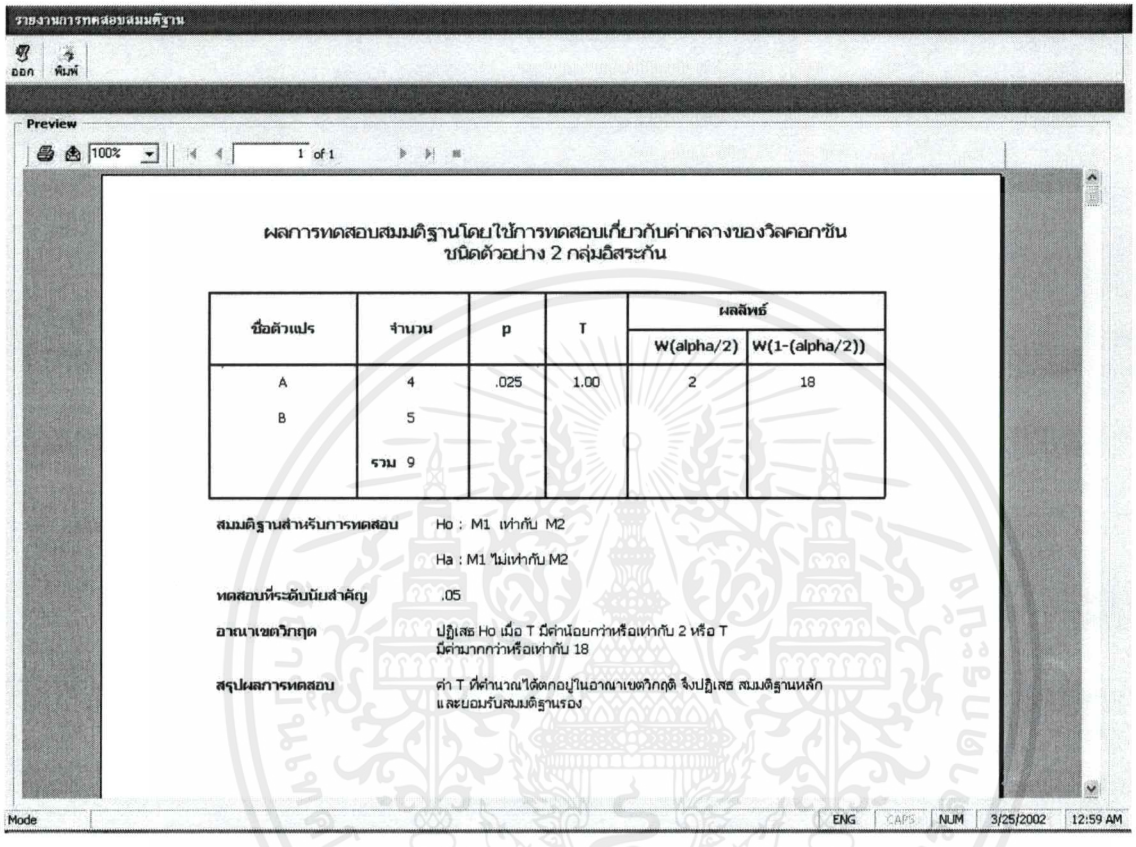
$n_1 = 4$ และ $n_2 = 5$ ได้ค่าวิกฤต = 2 ดังนั้น $W_{\frac{\alpha}{2}} = 2$ และ $W_{1-\frac{\alpha}{2}} = 4(5) - 2 = 18$

ดังนั้น อาณาเขตวิกฤต คือ $T < 2$ หรือ $T > 18$ จึงปฏิเสธ H_0

สรุปว่า เหล็กจาก 2 แหล่งมีความแข็งไม่เท่ากัน หรือ แตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.4.2.3 การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม (The Randomization Test For Two Independent Samples or The Permutation Test)

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบที่มีประโยชน์และมีอำนาจการทดสอบมากของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ใช้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและขนาดตัวอย่างทั้งสองมีขนาดเล็ก ข้อมูลที่ใช้อย่างน้อยต้องมีมาตราวัดแบบอันตรภาค

ตัวอย่าง

ถ้าสุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มจากประชากร 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน ด้วยขนกด 4 และ 5 ตามลำดับ ได้คะแนน ดังนี้

กลุ่ม X 0 11 12 20

กลุ่ม Y 16 19 22 24 29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ทดสอบสมมติฐานว่า คะแนนเฉลี่ยของประชากรกลุ่ม Y มีค่ามากกว่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรกลุ่ม X หรือไม่

H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม

H_1 : ประชากรกลุ่ม Y มีคะแนนเฉลี่ยมากกว่าประชากรกลุ่ม X

เมื่ออาณาเขตวิกฤติประกอบไปด้วย 6 วิธี ดังนี้

คะแนน 5 คะแนน ที่เป็นไปได้ของกลุ่ม Y	คะแนน 5 คะแนน ที่เป็นไปได้ของกลุ่ม X	$\sum Y - \sum X$
19 20 22 24 29	0 11 12 16	75
16 20 22 24 29	0 11 12 19	69
16 19 22 24 29	0 11 12 20	67
16 19 20 24 29	0 11 12 22	63
12 20 22 24 29	0 11 16 19	61
12 19 20 22 29	0 11 12 24	59

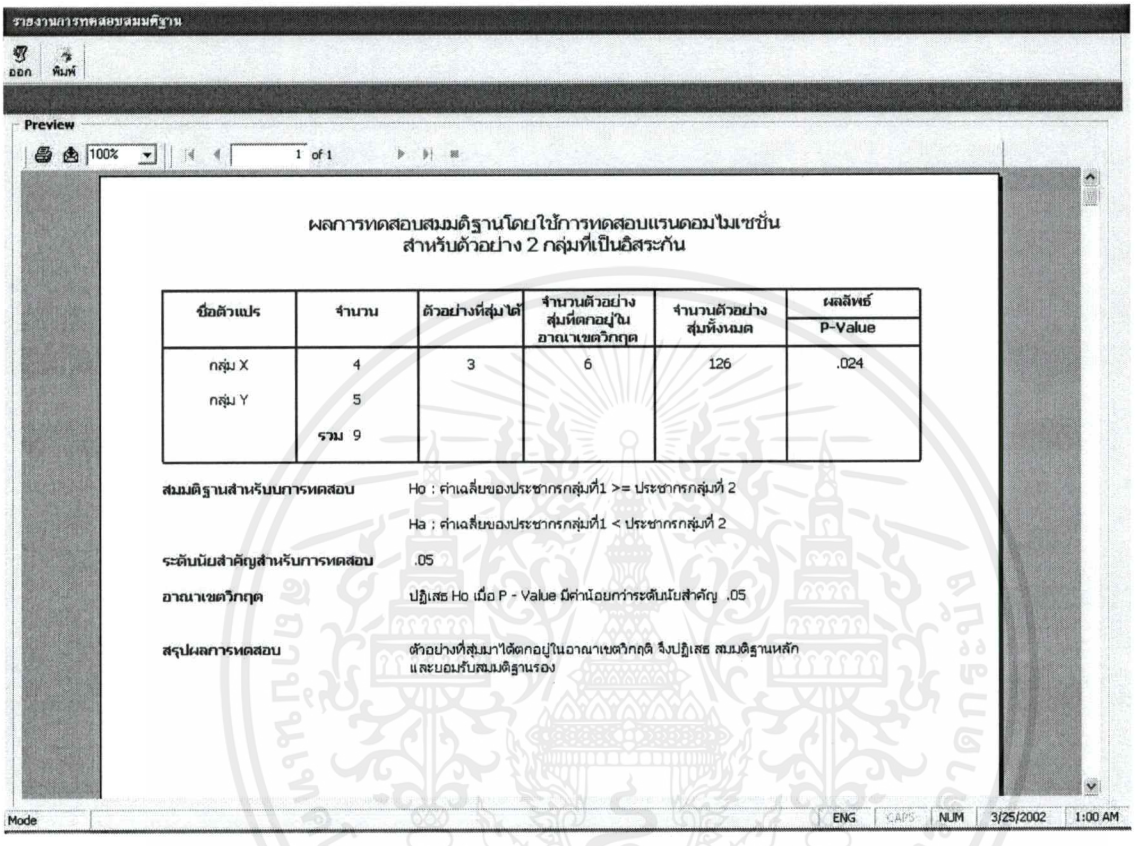
วิธีที่ 3 เป็นตัวอย่างที่สุ่มมาได้ ดังนั้นตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ

นั่นคือ ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = 0.05$

สรุปว่า ประชากรกลุ่ม Y มีคะแนนเฉลี่ยมากกว่าประชากรกลุ่ม X

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.4.3 ปัญหาเกี่ยวกับการกระจาย

4.4.3.1 การทดสอบของมูด (The Mood's test)

ตัวอย่าง

ต้องการทราบว่าผู้ป่วยกลุ่มที่ 1 และ 2 มีการกระจายของตัวแปรที่สนใจเท่ากันหรือไม่ ที่ $\alpha = 0.05$

กลุ่ม	X	3.84	2.6	1.19	2.00
กลุ่ม	Y	3.97	2.50	2.7	3.36	2.30

เมื่อทราบว่าค่ากลางของประชากร 2 กลุ่มนี้มีค่าเท่ากัน

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$

$H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาค่าเฉลี่ยของอันดับ = $\frac{(N+1)}{2} = 5$

ข้อมูลกลุ่ม	1.19	2.00	2.30	2.50	2.6	2.7	3.36	3.84	3.97
กลุ่ม	X	X	Y	Y	X	Y	Y	X	Y

ดังนั้น $M = (1-5)^2 + (2-5)^2 + (5-5)^2 + (8-5)^2 = 34$

จากการเปิดตารางที่ 11 ที่ $n_1 = 4$, $n_2 = 5$

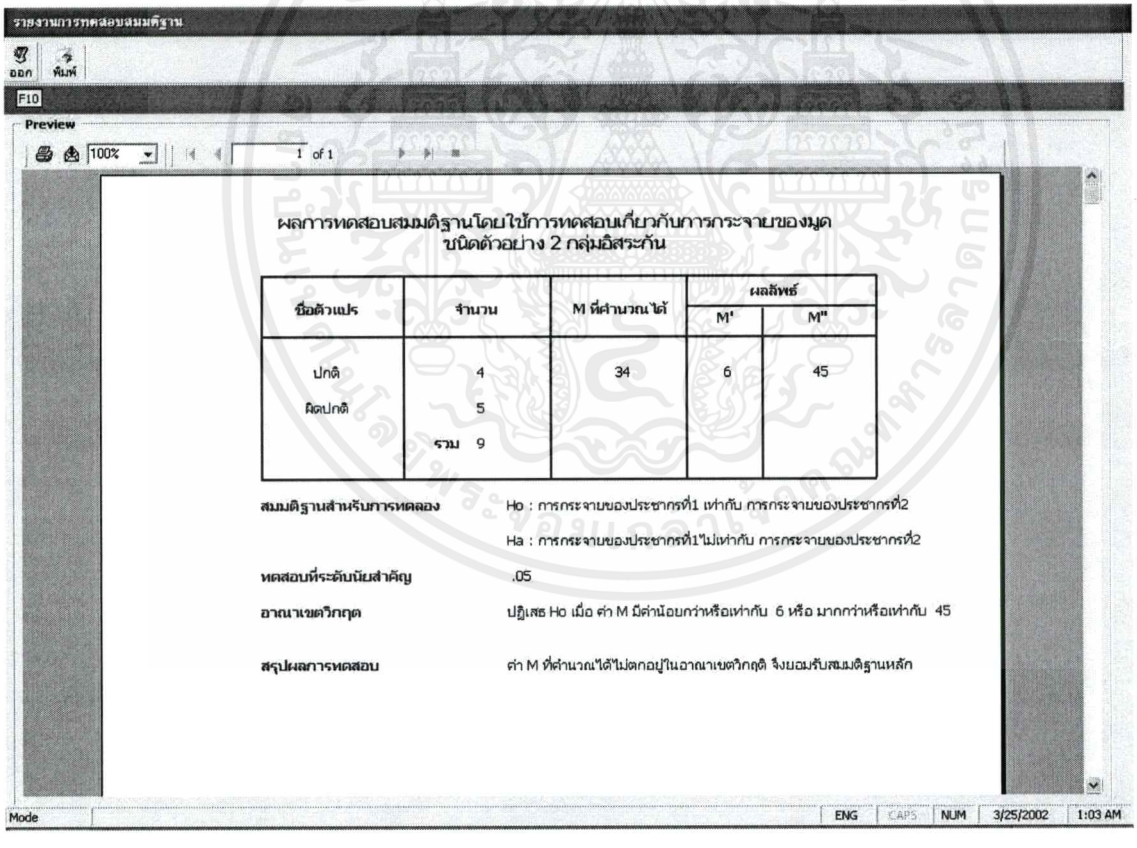
จะได้ $M' = 6$, $M'' = 45$

$M_{คำนวณ}$ อยู่ระหว่าง $M_{ตาราง}$

ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้

แสดงว่าผู้ป่วย 2 กลุ่มมีค่าการกระจายไม่แตกต่างกัน

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.3.2 การทดสอบของซีเกล- ทูกี้ (The Siegel-Turkey Test For Scale Difference)

การทดสอบนี้จะใช้หลักของการทดสอบ Wilcoxon Mann-Whitney แต่เป็นการทดสอบเกี่ยวกับการกระจาย และเหมาะสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะค่าผิดปกติ (extreme value) เช่น การทดสอบที่คาดหวังว่า ผลการทดลองจะทำให้ผู้ถูกทดลองแสดงผลทางด้านขวาสุดหรือซ้ายสุด ในขณะที่กลุ่มที่ควบคุมแสดงผลในลักษณะปกติ อาทิเช่น การออกความเห็น เรื่องการเมืองอาจมีผลทางด้านเห็นด้วยอย่างมาก (ทางขวาสุด)หรือต่อต้านอย่างรุนแรง(ทางซ้ายสุด) เมื่อกลุ่มควบคุมแสดงความเห็นเป็นกลางๆ หรือการทดสอบเกี่ยวกับผู้ป่วยทางจิต อาจจะได้ผลลัพธ์ทางขวาสุดและซ้ายสุด ในขณะที่กลุ่มควบคุมแสดงผลอย่างเป็นกลาง ดังนั้นการทดสอบนี้เหมาะสำหรับข้อมูลที่มีลักษณะผิดปกติมาก(ทางขวาหรือซ้าย)

ตัวอย่าง

ในการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบความผันแปรของคะแนนความสมบูรณ์ของร่างกายของเด็กชนบท (X) และเด็กในเมือง (Y) และสมมติทราบว่าค่ามัธยฐานของเด็ก 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน ได้คะแนนเรียงจากน้อยไปมากและลำดับแบบซีเกล- ทูกี้ เป็นดังนี้

X	Y	ลำดับที่
	1	1
	1.8	4
	2.1	5
	2.4	8
	2.6	9
2.7		12
	3.2	13
	3.6	16
	4	17
4.2		20
	5	21
	5.6	25.67
	5.6	25.67
5.6		25.67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	5.9	29

X	Y	ลำดับที่
	6.1	32
	6.2	33
6.3		36
	6.4	37
	6.7	40.5
	6.7	40.5
7.3		44
	7.6	45
	7.9	48
	8.3	47
9		46
	9.1	43
	9.9	42
	10.6	36.5
	10.6	36.5
10.6		36.5
	10.6	36.5
	11.3	31
11.4		30
	11.8	27
12.5		26
	12.6	23
	12.7	22
12.9		19
	14.2	18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	14.8	14.5
14.8		14.5

X	Y	ลำดับที่
	15.3	11
	16	10
16.1		7
	16.9	6
	17.7	3
	18.6	2

$H_0 : \sigma^2_X = \sigma^2_Y$

$H_1 : \sigma^2_X > \sigma^2_Y$

คำนวณค่า S = 316.67

ดังนั้น $T = 316.67 - \frac{12(12+1)}{2}$

$= 238.67$

$n_1 = 12$, $n_2 = 36$

เป็นตัวอย่างขนาดใหญ่จึงใช้ตารางที่ 10 ไม่ได้ ดังนั้นใช้ $Z = 0.53$

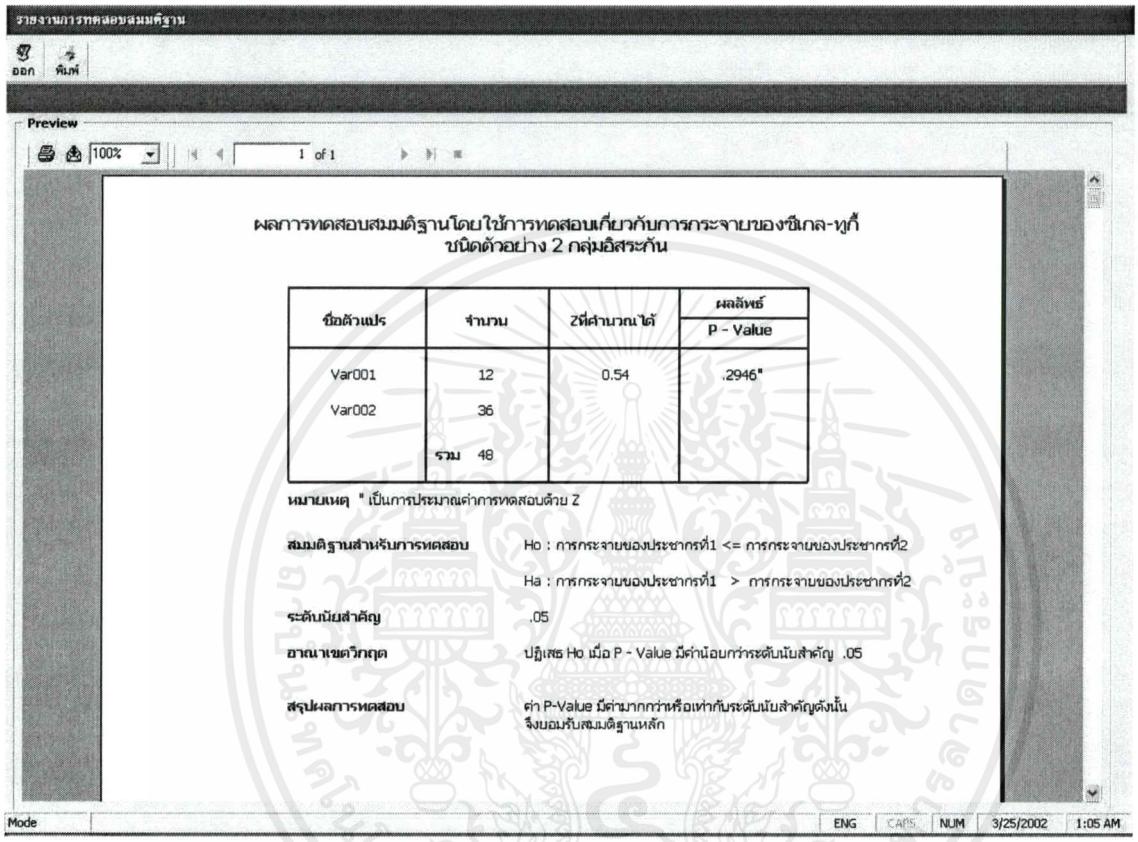
อาณาเขตวิกฤติคือ $Z > 1.645$ (จากตารางที่ 1)

ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤติ

จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 นั่นคือความสมบูรณ์ของเด็กชนบทไม่มีการกระจายมากกว่าเด็กในเมือง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.4.3.3 การทดสอบของโมเสด (The Moses test)

ใช้ในกรณีไม่ทราบค่ามัธยฐาน หรือ ค่ามัธยฐานของสองประชากรไม่เท่ากัน การทดสอบนี้ไม่จำเป็นต้องสมมติว่า ค่ามัธยฐานของ 2 ประชากรต้องเท่ากัน เหมือนการทกสอบของมูด ฉะนั้นจะใช้ได้กว้างกว่าและยังคงใช้หลักการทดสอบของวิลคอกซัน แมนท์ วิทนีย์ คล้ายการทดสอบของซีเกล-ทูกี้

ตัวอย่าง ข้อมูลตัวอย่างต่อไปนี้ ถูกสุ่มมาจากประชากร 2 กลุ่ม อยากทราบว่าประชากรทั้ง 2 นี้มีการกระจายที่แตกต่างกันหรือไม่

ผู้ป่วย ITP : X : 26 30 32 17 21 27 26 44 35 14 18 18 17 23 29 16 13 36 28 23 24 34 52 35

ผู้ที่มีสุขภาพปกติ : Y : 47 66 51 44 80 65 58 65 61 64 51 56 76 58 61 48 55 68 59 60 58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$

$H_1 : \sigma_1 \neq \sigma_2$

แบ่ง X เป็น 6 กลุ่มย่อย จะได้ $m_1 = 6$, $k = 4$

ได้ผลรวมกำลัง 2 ของแต่ละกลุ่มดังนี้

$C_1 = 78.75$

$C_2 = 172.75$

$C_3 = 166.75$

$C_4 = 38.75$

$C_5 = 978$

$C_6 = 341$

แบ่ง Y เป็น 6 กลุ่มย่อย จะได้ $m_2 = 5$, $k = 4$

ได้ผลรวมกำลัง 2 ของแต่ละกลุ่มดังนี้

$D_1 = 106.75$

$D_2 = 336.75$

$D_3 = 133$

$D_4 = 317$

$D_5 = 465$

หาค่า T โดยหาจากรวมผลรวมลำดับของผลรวมกำลัง 2 ของ X เมื่อรวม X และ Y เข้าด้วยกัน

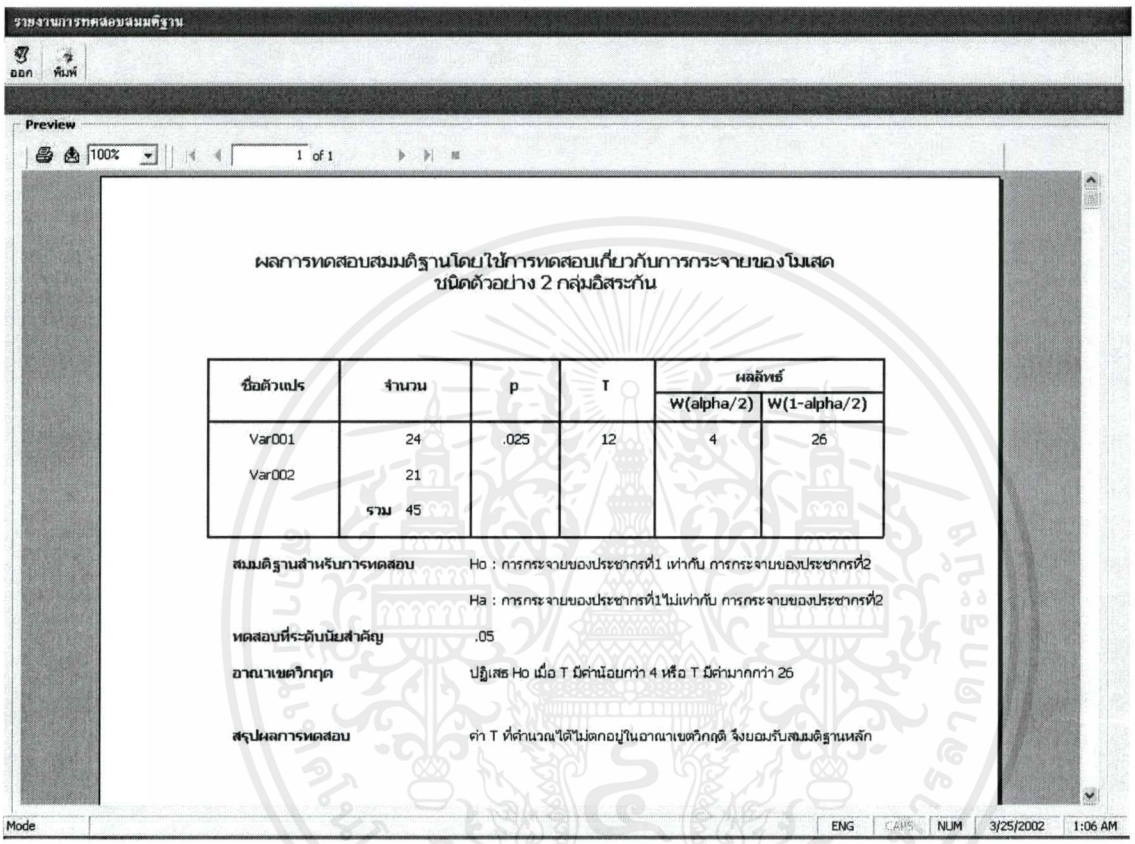
จะได้ $T = 13$

จากตารางที่ 10 หาค่าวิกฤติได้ 4 และ 26

$T_{\text{คำนวณ}}$ อยู่ระหว่าง 4 และ 26 จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.4.4 ปัญหาอื่นๆ

4.4.4.1 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับ 2 กลุ่มตัอย่าง (The Kolmogorov-Smirnov Two-Sample Test)

ใช้ทดสอบว่า 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน ถูกสุ่มมาจากประชากรเดียวกันหรือจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันหรือไม่ โดยวัดความแตกต่างของ 2 กลุ่มตัวอย่างในแง่ของการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางหรือการกระจายหรือความเบ้ก็ได้ ส่วนมากการทดสอบในแง่นี้มักใช้การทดสอบสองหาง ส่วนการทดสอบหางเดียว มักจะมาจากข้อสงสัยที่ว่าค่าคะแนนจาก ประชากรกลุ่มหนึ่งมีแนวโน้มที่มีค่ามากกว่าค่าจากประชากรอีกกลุ่มหนึ่งหรือไม่ ถ้า 2 กลุ่มตัวอย่างนี้ถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเหมือนกันแล้ว การแจกแจงความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มตัวอย่าง คาดว่าควรมีค่าใกล้กัน ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าทำการเปรียบเทียบการแจกแจงความถี่สะสมของทั้ง 2 กลุ่มตัวอย่าง ณ ช่วงใด ๆ แล้ว พบว่า มีลักษณะห่างไกลกัน ย่อมหมายความว่า 2 กลุ่มตัวอย่างนี้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงต่างกัน ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ พบว่ามีความแตกต่างมากพอสมควรระหว่างการแจกแจงความถี่สะสมของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มนี้

ตัวอย่าง

ในการศึกษาเพื่อทดสอบความจำของนักเรียนประถมและมัธยมว่าจะมีความแตกต่างกันหรือไม่ ได้ข้อมูลดังนี้

X ; เด็กมัธยม	Y ; เด็กประถม
35.2	39.1
39.2	41.2
40.9	45.2
38.1	46.2
34.4	48.4
29.1	48.7
41.8	55
24.3	40.6
32.4	51.2
	47.2

H_0 : ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างความจำของนักเรียนประถมและมัธยม

H_1 : นักเรียนมัธยมมีค่าเฉลี่ยความจำผิดน้อยกว่านักเรียนประถม

เป็นการทดสอบหางเดียวและ $\alpha = 0.01$ จากตารางที่ 12_1 ที่ $m = 9$, $n = 10$ ได้ค่า $mnD_{m,n} = 61$

หาค่า D ได้ = 0.7

ดังนั้น $mnD_{m,n} = (9)(10)(.7) = 63$

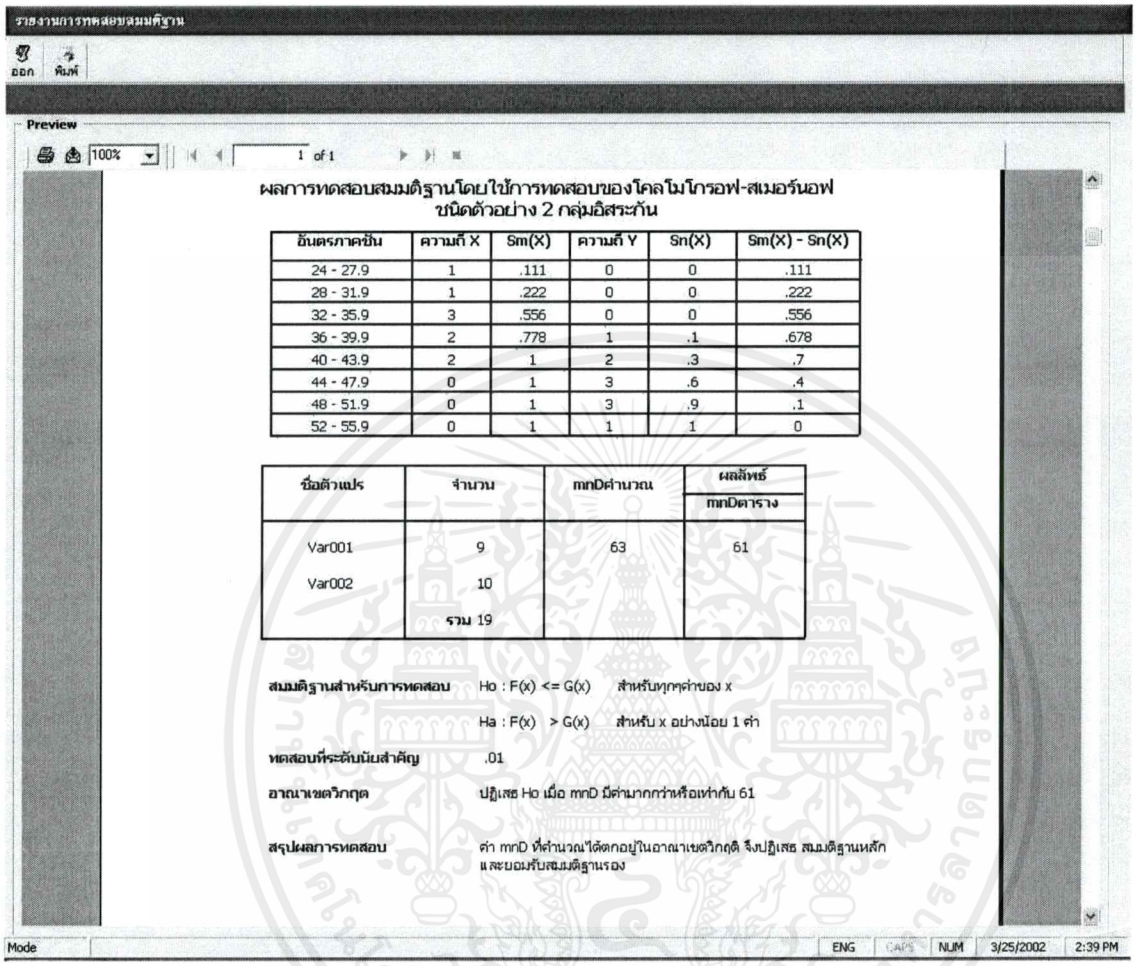
อาณาเขตวิกฤติคือ $mnD_{m,n} \geq 61$

จึงตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ ดังนั้นจึงปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือนักเรียนมัธยมมีค่าเฉลี่ยความจำผิดน้อยกว่านักเรียนประถม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



รายงานการทดสอบสมมติฐาน

ออก พิมพ์

Preview

100% 1 of 1

ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบของโคลโมกอรอฟ-สเมอร์นอฟ
ชนิดตัวอย่าง 2 กลุ่มอิสระกัน

อันตรภาคชั้น	ความถี่ X	Sm(X)	ความถี่ Y	Sn(X)	Sm(X) - Sn(X)
24 - 27.9	1	.111	0	0	.111
28 - 31.9	1	.222	0	0	.222
32 - 35.9	3	.556	0	0	.556
36 - 39.9	2	.778	1	.1	.678
40 - 43.9	2	1	2	.3	.7
44 - 47.9	0	1	3	.6	.4
48 - 51.9	0	1	3	.9	.1
52 - 55.9	0	1	1	1	0

ชื่อตัวแปร	จำนวน	mnDคำนวณ	ผลลัพธ์ mnDตาราง
Var001	9	63	61
Var002	10		
	รวม 19		

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ho : F(x) <= G(x) สำหรับทุกๆค่าของ x

Ha : F(x) > G(x) สำหรับ x อย่างน้อย 1 ค่า

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .01

อาณาเขตวิกฤต ปฏิเสธ Ho เมื่อ mnD มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 61

สรุปผลการทดสอบ ค่า mnD ที่คำนวณได้ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงปฏิเสธ สมมติฐานหลัก และยอมรับสมมติฐานรอง

Mode ENG CAPS NUM 3/25/2002 2:39 PM

4.5.1 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

4.5.1.1 การทดสอบของคอครานคิว (The Cochran Q. Test)

บางครั้งในแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ ผลลัพธ์ที่ได้จากการให้ทรีทเมนต์แก่หน่วยทดลองจะมีค่าเป็นค่าใดค่าหนึ่งจาก 2 ค่าเท่านั้น เช่น 1 หรือ “ความสำเร็จ”และ 0 หรือ “ความล้มเหลว”

คอครานได้เสนอวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการเท่ากันของประสิทธิภาพของทรีทเมนต์ทั้ง K ทรีทเมนต์ ในกรณีนี้จะเป็นเรื่องเกี่ยวกับการเท่ากันของค่าสัดส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

ศึกษาวิธีการขายสินค้า 3 วิธีต่อแม่บ้าน โดยทดลองกับแม่บ้านอาสาสมัครขนาด 3 ที่มีลักษณะคล้ายๆกัน จำนวน 18 กลุ่ม ผลที่ได้คือ ให้ 1 แทนการซื้อ และ 0 แทนการไม่ซื้อ ได้ผลดังนี้

กลุ่มที่	ผลจากวิธีที่ 1	ผลจากวิธีที่ 2	ผลจากวิธีที่ 3	L_i
1	0	0	0	0
2	1	1	0	2
3	0	1	0	1
4	0	0	0	0
5	1	0	0	1
6	1	1	0	2
7	1	1	0	2
8	0	1	0	1
9	1	0	0	1
10	0	0	0	0
11	1	1	1	3
12	1	1	1	3
13	1	1	0	2
14	1	1	0	2
15	1	1	0	2
16	1	1	1	3
17	1	1	0	2
18	1	1	0	2

H_0 : ความน่าจะเป็นในการตัดสินใจซื้อเท่ากันทุกวิธี

H_1 : ความน่าจะเป็นในการตัดสินใจซื้อแตกต่างกันไปตามลักษณะวิธี

คำนวณค่าสถิติทดสอบ Q ได้เท่ากับ 16.7

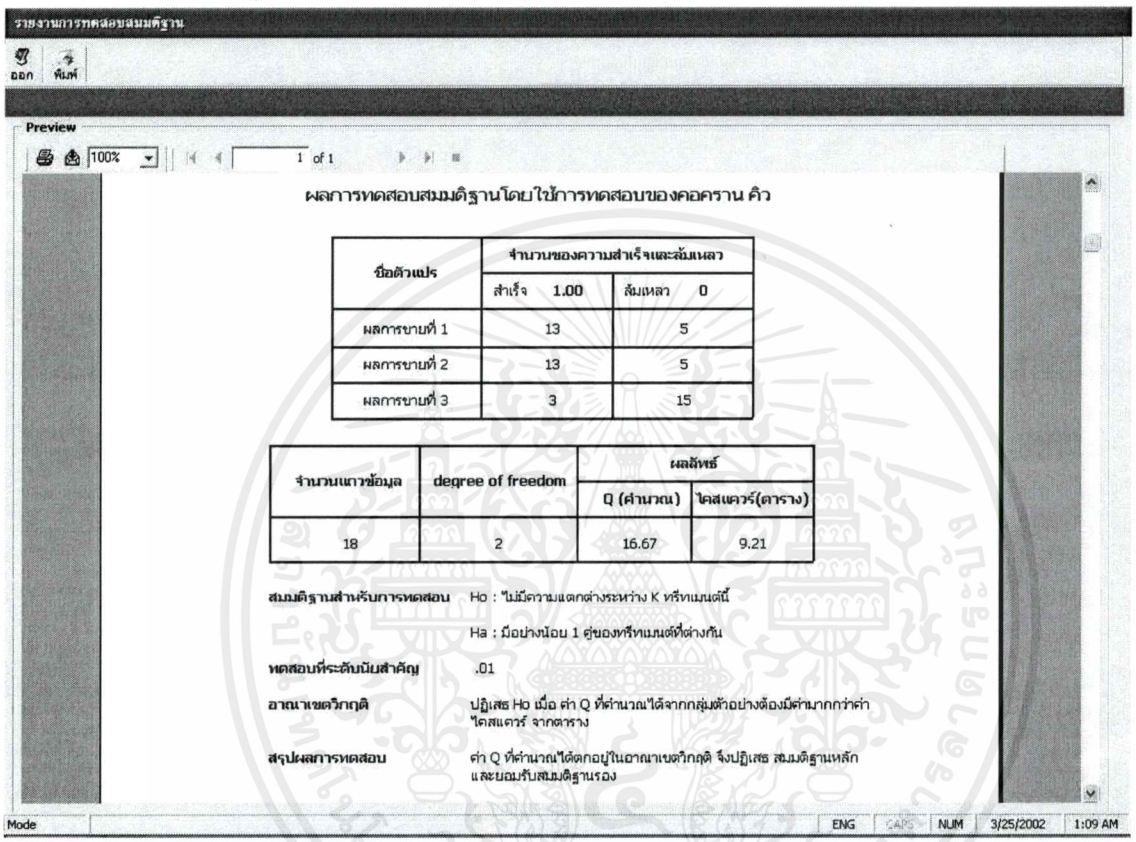
หาอาณาเขตวิกฤติจากตาราง χ^2 (ตารางที่ 2) ที่ d.f. = k – 1 = 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พบว่า χ^2 ที่ 16.7 d.f. = 2 เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น $p < 0.001$

$p < \alpha = 0.01$ จึงปฏิเสธ H_0

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.5.2 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

4.5.2.1 การทดสอบของฟรีดแมน (The Friedman two-way analysis of variance by ranks test)

การทดสอบนี้จะใช้ผลรวมลำดับที่เป็นสถิติทดสอบ โดยมักเป็นอีกทางเลือกที่นักวิจัยใช้สำหรับแผนการทดลองแบบบล็อคสมบูรณ์ เมื่อการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ไม่เหมาะสมนั่นคือ ข้อสมมติเบื้องต้นของการทดสอบแบบเอฟ (F-Test) ไม่เป็นจริง รวมทั้งข้อมูลที่ได้มาอาจอยู่ในรูปลำดับที่ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

นักวิจัยต้องการทดสอบความยากง่ายของข้อสอบชุดหนึ่ง จึงสุ่มนักเรียนมา 10 คน ให้ทำข้อสอบ 3 ชุด แต่ละชุดเต็ม 100 คะแนน ได้ผลดังนี้

นักเรียนคนที่	ข้อสอบชุดที่ 1	ข้อสอบชุดที่ 2	ข้อสอบชุดที่ 3
1	79	90	80
2	20	60	50
3	70	30	50
4	80	50	60
5	90	20	70
6	30	60	20
7	60	40	10
8	90	10	60
9	80	50	40
10	70	60	50

ให้สรุปผลงานวิจัยนี้

H_0 : ข้อสอบทั้ง 3 ชุดมีความยากพอๆกัน

H_1 : มีข้อสอบอย่างน้อย 1 ชุดที่ยากหรือง่ายกว่าชุดอื่น

คำนวณค่า $\chi^2_r = 4.2$

กำหนด $\alpha = 0.05$

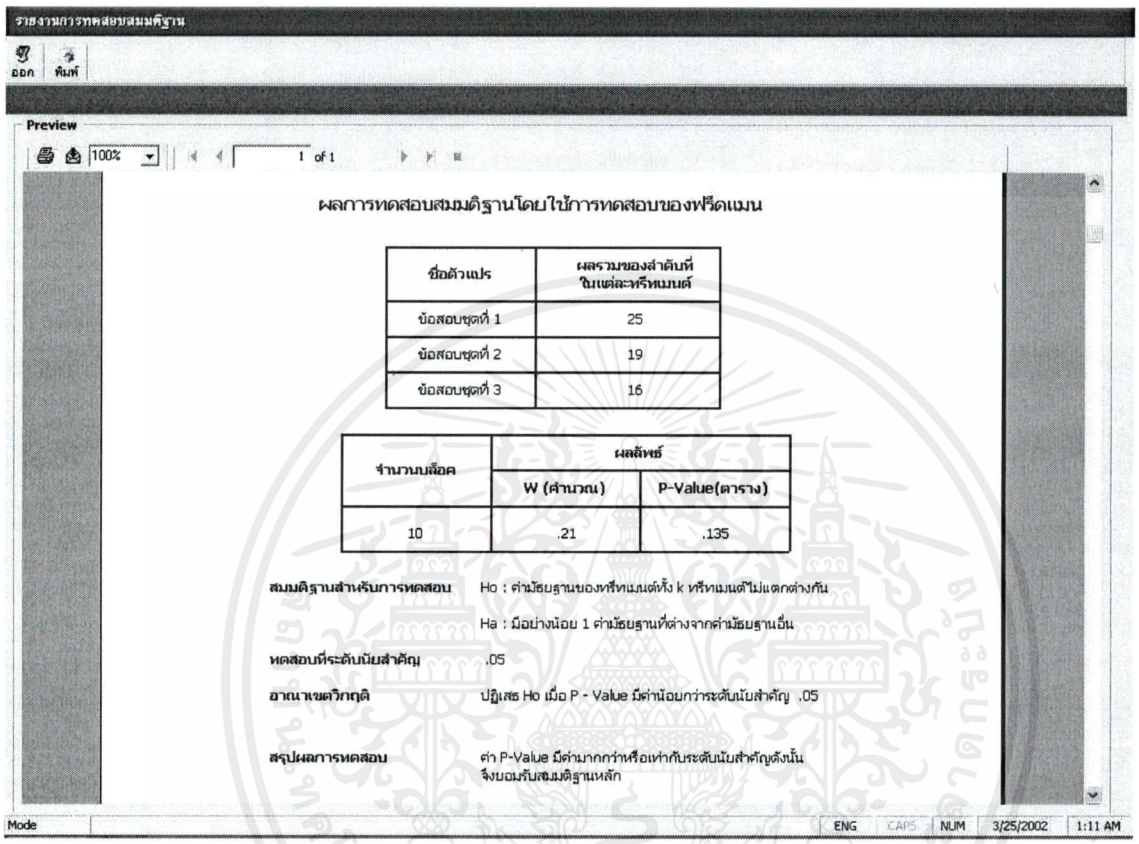
หาอาณาเขตวิกฤติจากตาราง χ^2 (ตารางที่ 2) ที่ d.f. = k – 1 = 2

ได้ค่า $\chi^2 = 5.999$

$\chi^2_r < \chi^2_{2,0.05}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.5.2.2การทดสอบของฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย (Several Observation Per Unit or Replicated Designs)

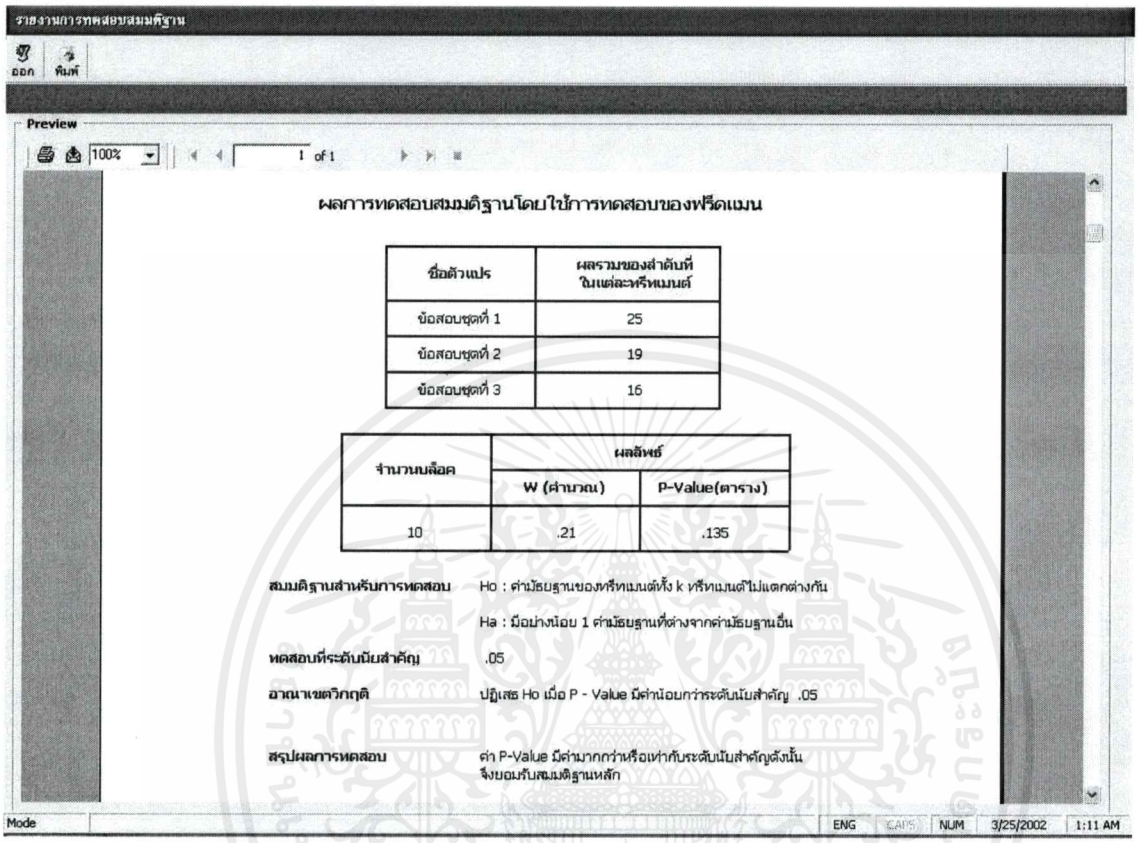
จากการทดสอบของฟรีดแมนที่ผ่านมาจะพบว่าเป็นกรณีที่วัดค่าสังเกตเพียง 1 ครั้ง จากหน่วยทดลองหนึ่งๆ แต่ถ้าสามารถวัดค่าสังเกตได้มากกว่า 1 ค่า ก็จะทำให้เพิ่มประสิทธิภาพได้มากขึ้น แม้ว่าค่าใช้จ่ายจะสูงขึ้นได้มีการปรับปรุงแบบทดสอบของฟรีดแมนเพื่อใช้วิเคราะห์สรุปผล

ตัวอย่าง

แพทย์ได้วางแผนทดลองเปรียบเทียบยากระตุ้นหัวใจ 4 ชนิด โดยทดลองกับผู้ป่วย 3 คน ได้ผลดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.5.2.2การทดสอบของฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย (Several Observation Per Unit or Replicated Designs)

จากการทดสอบของฟรีดแมนที่ผ่านมาจะพบว่าเป็นกรณีที่วัดค่าสังเกตเพียง 1 ครั้ง จากหน่วยทดลองหนึ่งๆ แต่ถ้าสามารถวัดค่าสังเกตได้มากกว่า 1 ค่า ก็จะทำให้เพิ่มประสิทธิภาพได้มากขึ้น แม้ว่าค่าใช้จ่ายจะสูงขึ้นได้มีการปรับปรุงแบบทดสอบของฟรีดแมนเพื่อใช้วิเคราะห์สรุปผล

ตัวอย่าง

แพทย์ได้วางแผนทดลองเปรียบเทียบยากระตุ้นหัวใจ 4 ชนิด โดยทดลองกับผู้ป่วย 3 คน ได้ผลดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเต้นของหัวใจ (ครั้ง / วินาที)จากการใช้ยาชนิดที่

ผู้ป่วยคนที่	1	2	3	4
1	12.1	10.2	10.4	12.3
	11.8	11.1	9.6	10
2	11.8	11.9	10.4	10.9
	15.4	12.6	12	9.2
3	12.7	12	12.5	7.2
	12.3	13.6	11.4	7.5

จงสรุปผลที่ $\alpha = 0.05$

H_0 : ยาทั้ง 4 ชนิดมีประสิทธิภาพไม่ต่างกัน

H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ของยาที่ต่างกัน

คำนวณค่า $S_m = 6.94$

หาอาณาเขตวิกฤติจากตาราง χ^2 (ตารางที่ 2) ที่ d.f. = k – 1 = 4 – 1 = 3

ได้ค่า $\chi^2 = 7.81$

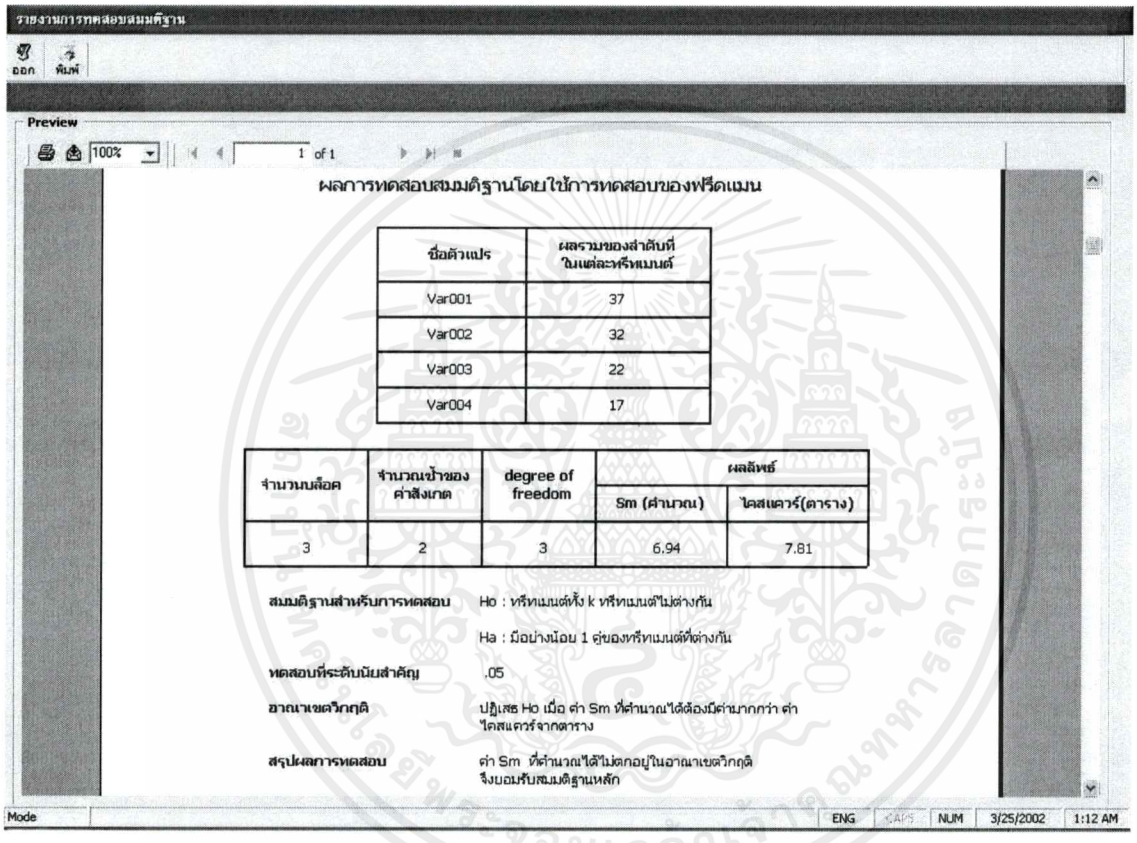
อาณาเขตวิกฤติคือ $\chi^2 > 7.81$

ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤติ จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้

สรุปว่ายาทั้ง 4 ชนิดมีประสิทธิภาพไม่ต่างกันที่ $\alpha = 0.05$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.5.2.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของเพจ (Page's Test For Ordered Alternative)

ในบางสถานการณ์สมมติฐานแย้งที่แสดงถึงความสำคัญลดหลั่นกันไป จะมีความหมายกว่าไม่คำนึงความสำคัญที่ต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

นักวิจัยได้รายงานค่า serum indirect billrubin จากเด็กแรกเกิดจำนวน 10 คน ในช่วงอายุ 4 – 10 วัน ดังนี้

	อายุ (วัน)						
เด็กคนที่	4	5	6	7	8	9	10
1	10.8	6.15	4.1	5	5	3.4	2.6
2	12.5	11.8	13.2	11	8.2	6.8	6
3	13.7	16.8	16.8	15.6	11.7	12.5	10.55
4	11.5	6.8	4	3.5	1.66	1.6	1.6
5	10.2	6.4	3.1	3	2.6	2.2	1.98
6	8	7.85	7.45	7	3.6	4	3
7	10.8	11.1	6.15	7	3.8	4.3	5.6
8	14.9	10.8	9.9	9.4	10.5	7.7	7.6
9	16.2	16.4	15.4	10.2	8.3	10.7	7.4
10	10.8	10	6.8	4.6	4.2	3.8	3.5

จากข้อมูลนี้ จะสรุปได้หรือไม่ว่าค่า serum indirect billrubin มีค่าลดลง ที่ $\alpha = 0.05$

H_0 : ค่ามัธยฐานของ serum indirect billrubin มีค่าไม่ต่างกันเมื่ออายุ 4 – 10 วัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของ serum indirect billrubin มีค่าลดลงในช่วงอายุ 4 – 10 วัน

หาค่า R_j ก่อน โดยเปลี่ยนข้อมูลดิบให้เป็นลำดับที่ภายในบล็อค เพื่อนำมาหาค่า L

จะได้ $L = 1371.5$

จากตารางที่ 15 เมื่อ $k = 7$, $b = 10$ ที่ $\alpha = 0.05$

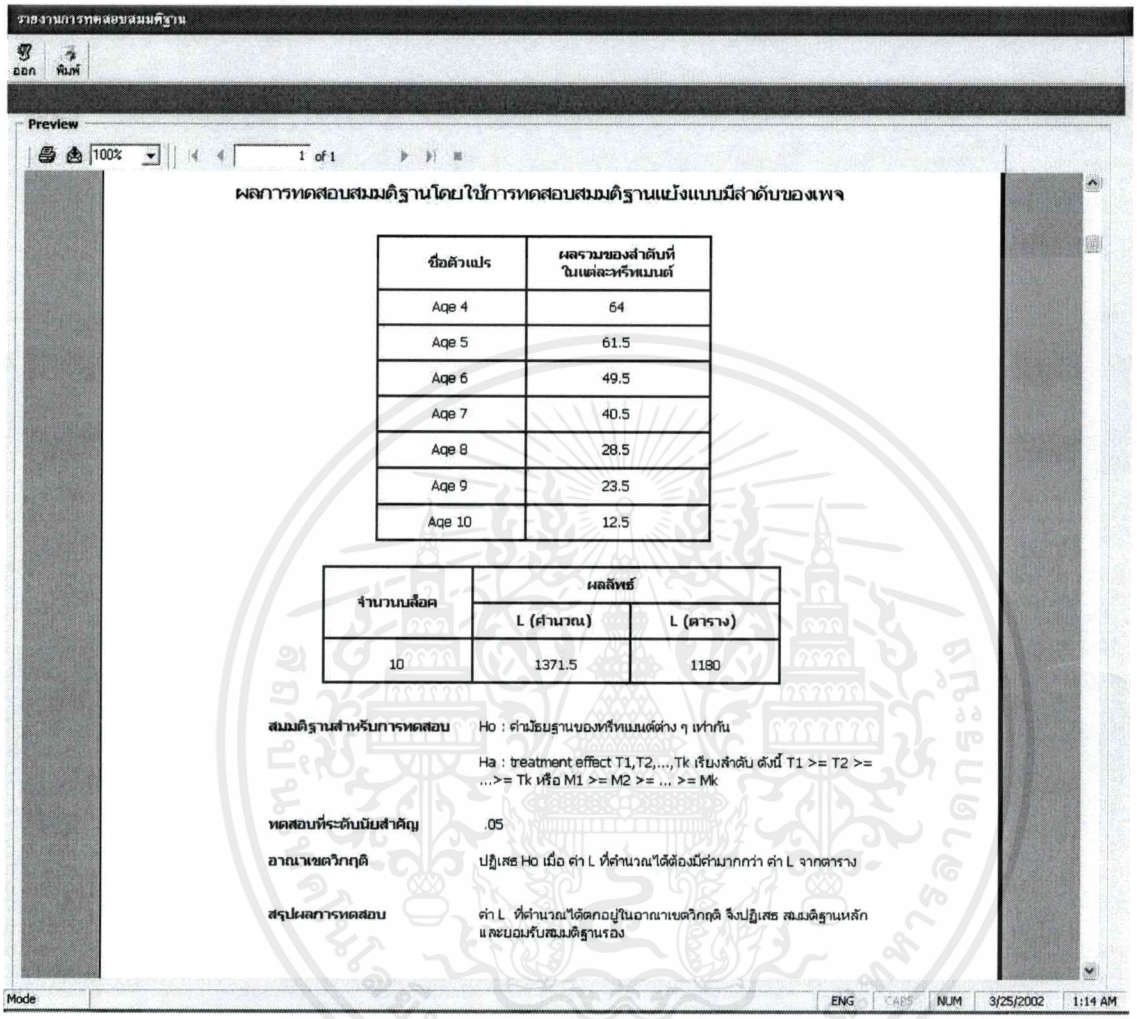
ได้ค่าวิกฤติ $L = 1180$

อาณาเขตวิกฤติคือ $L > 1180$

จากตัวอย่าง L ตกในอาณาเขตวิกฤติ ดังนั้นปฏิเสธ H_0 ดังนั้นค่า serum indirect billrubin มีค่าลดลงในเด็กทารกในช่วงอายุ 4 – 10 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.14.4 การทดสอบของเดอร์บิน (The Durbin Test For Balanced Incomplete Block Designs)

บางครั้งจะพบว่าการสร้างการทดลองขึ้นมาไม่สามารถจะสร้างแผนแบบบล็อคสมบูรณ์ได้ ดังนั้น การทดสอบนี้เหมาะสำหรับการทดลองที่มีจำนวนทรีทเมนต์มาก แต่ขนาดของบล็อคมีจำกัด

ตัวอย่าง

ผู้ผลิตไอศกรีมต้องการทดสอบความชอบของลูกค้าต่อไอศกรีม 7 รสชาติ เขาวางแผนการทดลองให้ผู้ทดลองแต่ละคนชิมไอศกรีม 3 รสชาติ โดยให้อันดับ 1 แก่รสชาติที่ชอบมากที่สุดจนถึง 3 เนื่องจากไม่สามารถวางแผนการทดลองเป็นแบบบล็อคสมบูรณ์ได้ (เนื่องจากคนหนึ่งชิมเพียง 3 รส) จึงใช้แผนการทดลองแบบบล็อคไม่สมบูรณ์แบบสมดุลย์ ได้ผลดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	รสชาติไอศกรีม						
ผู้ชิมคนที่	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3		1			
2		3	1		2		
3			2	1		3	
4				1	2		3
5	3				1	2	
6		3				1	2
7	3		1				2

จงทดสอบว่ารสชาติทั้ง 7 เป็นที่พอใจต่อลูกค้าแตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

H_0 : รสชาติทั้ง 7 เป็นที่พอใจของลูกค้าไม่ต่างกัน

H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่ต่างกัน

หาค่า R_j ได้ดังนี้ $R_1 = 8$, $R_2 = 9$, $R_3 = 4$, $R_4 = 3$, $R_5 = 5$, $R_6 = 6$, $R_7 = 7$

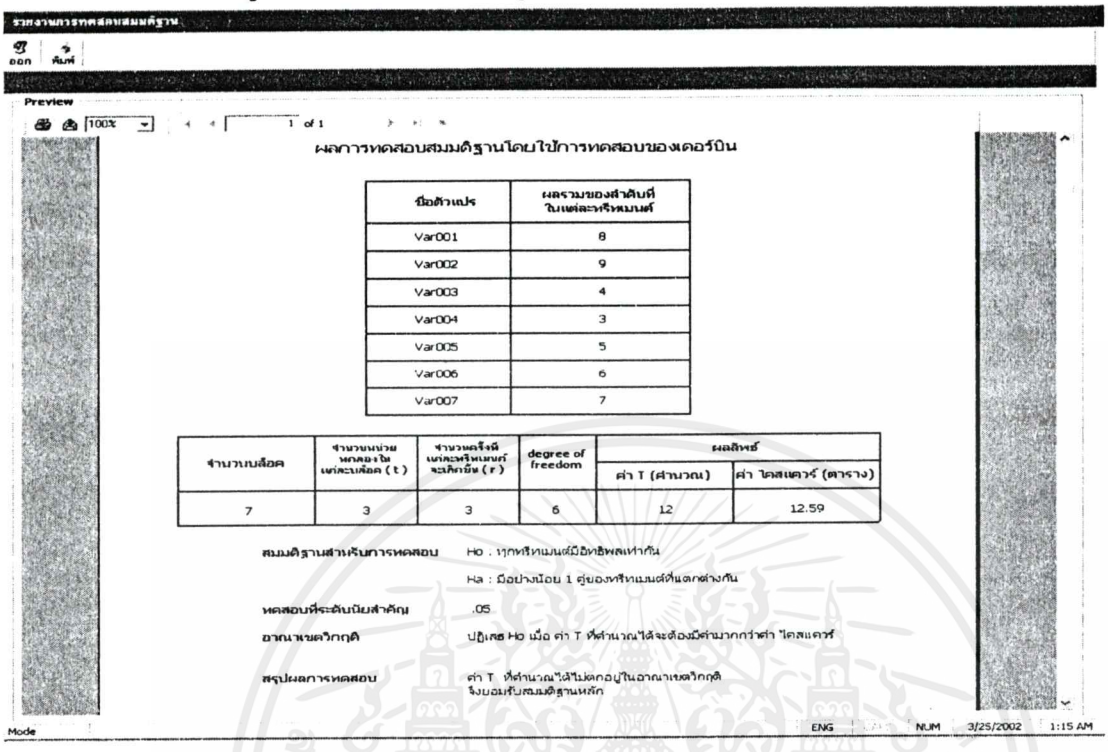
หาค่า $T = 12$

อาณาเขตวิกฤติคือ $T > \chi^2_{.05,6}$ คือ $T > 12.59$

จึงไม่สามารถปฏิเสธ H_0 ได้ สรุปว่ารสชาติทั้ง 7 ไม่ต่างกันตามความเห็นลูกค้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบของเคอร์บิน

ชื่อตัวแปร	ผลรวมของลำดับที่ในแต่ละทรีทเมนต์
Var001	8
Var002	9
Var003	4
Var004	3
Var005	5
Var006	6
Var007	7

จำนวนบล็อค	จำนวนหน่วยทดลองในแต่ละบล็อค (t)	จำนวนครั้งที่แต่ละทรีทเมนต์จะถูกสุ่ม (r)	degree of freedom	ผลลัพธ์	
				ค่า T (คำนวณ)	ค่า ไคสแควร์ (ตาราง)
7	3	3	6	12	12.59

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ho : ทุกทรีทเมนต์มีอิทธิพลเท่ากัน

Ha : มีอย่างน้อย 1 คู่ของทรีทเมนต์ที่แตกต่างกัน

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .05

อาณาเขตวิกฤติ ปฏิเสธ Ho เมื่อ ค่า T ที่คำนวณได้จะต้องมีค่ามากกว่าค่า ไคสแควร์

สรุปผลการทดสอบ ค่า T ที่คำนวณได้ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงยอมรับสมมติฐานหลัก

Mode ENG NUM 3/25/2002 1:15 AM

4.6 ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

4.6.1 การทดสอบของไคสแควร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน หรือการทดสอบของ χ^2 เกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของสัดส่วน (The χ^2 test for k Independent Samples หรือ The χ^2-Test For Homogeneity of Proportion)

การทดสอบนี้ขยายมาจากการทดสอบของ χ^2 สำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นควรใช้เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่

ตัวอย่าง

ในการศึกษาถึงความชอบของแม่บ้านต่อวิธีการบรรจุมันฝรั่งทอดกรอบแบบต่างๆ จากแม่บ้านที่มีรายได้ต่างๆกัน 3 กลุ่มด้วยขนาด 80 , 100 และ 120 คน ได้ข้อมูลดังนี้

	จำนวนแม่บ้านที่มี			
ชนิดการบรรจุ	รายได้สูง	รายได้ปานกลาง	รายได้ต่ำ	รวม
Metallic	15	27	55	97
Waxed paper	25	33	40	98
Cellophane	40	40	25	105
รวม	80	100	120	300

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จงสรุปว่า กลุ่มแม่บ้านทั้ง 3 กลุ่มมีความชอบต่อวิธีการบรรจุมันฝรั่งทอดกรอบแบบต่างๆ แตกต่างกันหรือไม่ที่ $\alpha = 0.01$

H_0 : กลุ่มแม่บ้านทั้ง 3 กลุ่มมีความชอบต่อวิธีการบรรจุมันฝรั่งทอดกรอบแบบต่างๆ ไม่แตกต่างกัน

H_1 : กลุ่มแม่บ้านทั้ง 3 กลุ่มมีความชอบต่อวิธีการบรรจุมันฝรั่งทอดกรอบแบบต่างๆ แตกต่างกัน

คำนวณหาค่า χ^2 จาก $\sum_i \sum_j \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

ได้ = 25.7

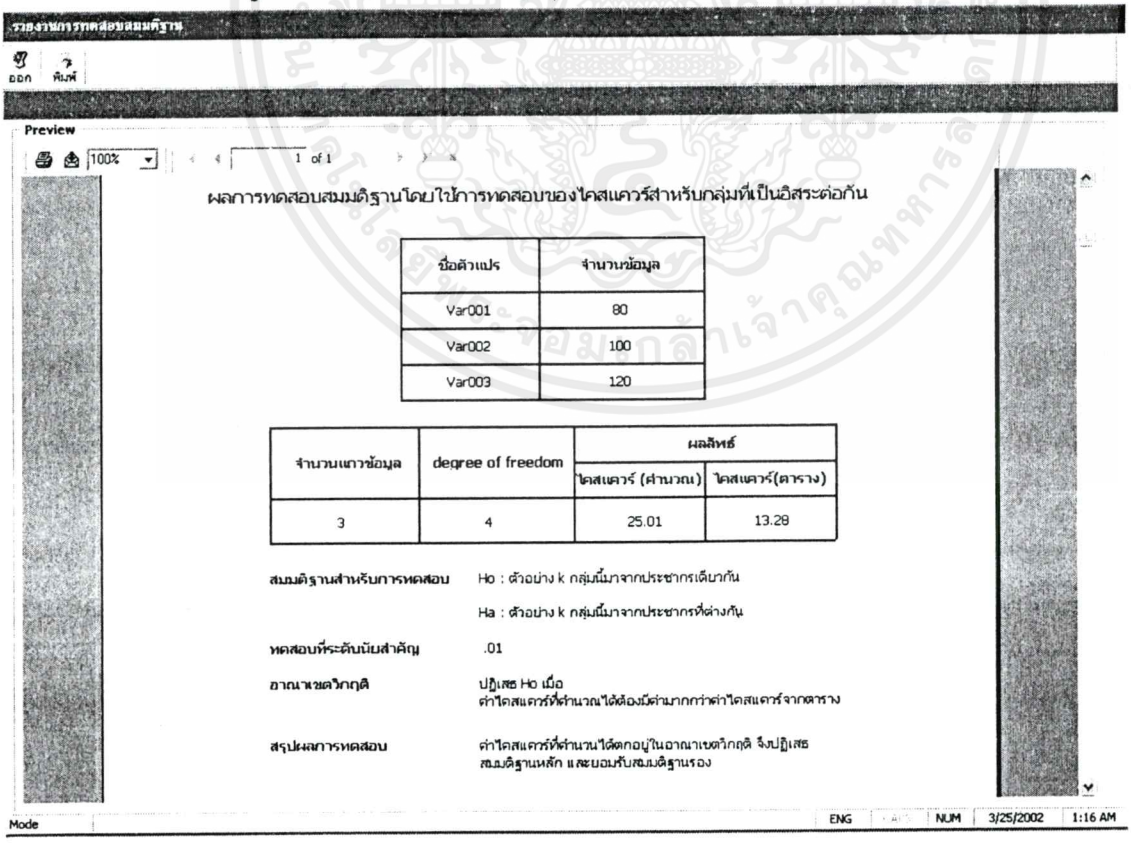
ที่ระดับสำคัญ 0.01 d.f. = (3-1)(3-1) = 4

ค่า χ^2 วิกฤติ =13.277

ค่า χ^2 คำนวณตกในอาณาเขตวิกฤติ จึงปฏิเสธ H_0

นั่นคือ กลุ่มแม่บ้านทั้ง 3 กลุ่มมีความชอบต่อวิธีการบรรจุมันฝรั่งทอดกรอบแบบต่างๆ แตกต่างกัน

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



รายงานการทดสอบสมมติฐาน

ออก พิมพ์

Preview

100% 1 of 1

ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบของไคสแควร์สำหรับกลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน

ชื่อตัวแปร	จำนวนข้อมูล
Var001	80
Var002	100
Var003	120

จำนวนแถวข้อมูล	degree of freedom	ผลลัพธ์	
		ไคสแควร์ (คำนวณ)	ไคสแควร์(ตาราง)
3	4	25.01	13.28

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ho : ตัวอย่าง k กลุ่มนี้มาจากประชากรเดียวกัน

Ha : ตัวอย่าง k กลุ่มนี้มาจากประชากรที่ต่างกัน

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .01

อาณาเขตวิกฤติ ปฏิเสธ Ho เมื่อ
ค่าไคสแควร์ที่คำนวณได้ต้องมีค่ามากกว่าค่าไคสแควร์จากตาราง

สรุปผลการทดสอบ ค่าไคสแควร์ที่คำนวนได้ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงปฏิเสธ สมมติฐานหลัก และยอมรับสมมติฐานรอง

Mode ENG NUM 3/25/2002 1:16 AM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.16 ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง กรณีตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

4.16.1 การทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง (The Extension of Median Test)

ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ต้องมีมาตรวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ

ตัวอย่าง

นักวิจัยต้องการศึกษาเกี่ยวกับอิทธิพลของระดับความรู้ของมารดาว่ามีความสนใจต่อการเรียนของบุตรแตกต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มตัวอย่างมารดามา 6 กลุ่ม เป็นจำนวน 10 , 11, 13 , 4 , 4 และ 2 คน ตามลำดับ หลังจากนั้นสำรวจจำนวนครั้งที่มารดามาร่วมกิจกรรมของโรงเรียน ได้ข้อมูลดังนี้

ระดับการศึกษาของมารดา

ประถมปีที่ 6	มัธยมปีที่ 6	อาชีวะ	ปริญญาตรี	ปริญญาโท	สูงกว่าปริญญาโท
4	2	2	9	2	2
3	4	0	4	4	6
0	1	4	2	5	
7	6	3	3	2	
1	3	8			
2	0	0			
0	2	5			
3	5	2			
5	1	1			
1	2	7			
	1	6			
		5			
		1			

ผู้วิจัยมีสมมติฐานว่าค่ามัธยฐานของจำนวนครั้งที่มารดาเข้าร่วมกิจกรรมจะแตกต่างกันไปตามระดับความรู้ของมารดา จงสรุปผลการวิจัยนี้

H_0 : ไม่มีความแตกต่างของค่ามัธยฐานของจำนวนครั้งที่มารดาเข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มมารดาที่มีระดับความรู้แตกต่างกัน

H_1 : มีความแตกต่างของค่ามัธยฐานของจำนวนครั้งที่มารดาเข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มมารดาที่มีระดับความรู้แตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณค่า χ^2 จาก $\sum_i \sum_j \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = 1.295$

หาอาณาเขตวิกฤติจากที่ d.f. = (2-1)(4-1) = 3

ที่ระดับสำคัญ 0.05 จะพบว่า $\chi^2 \geq 1.295$

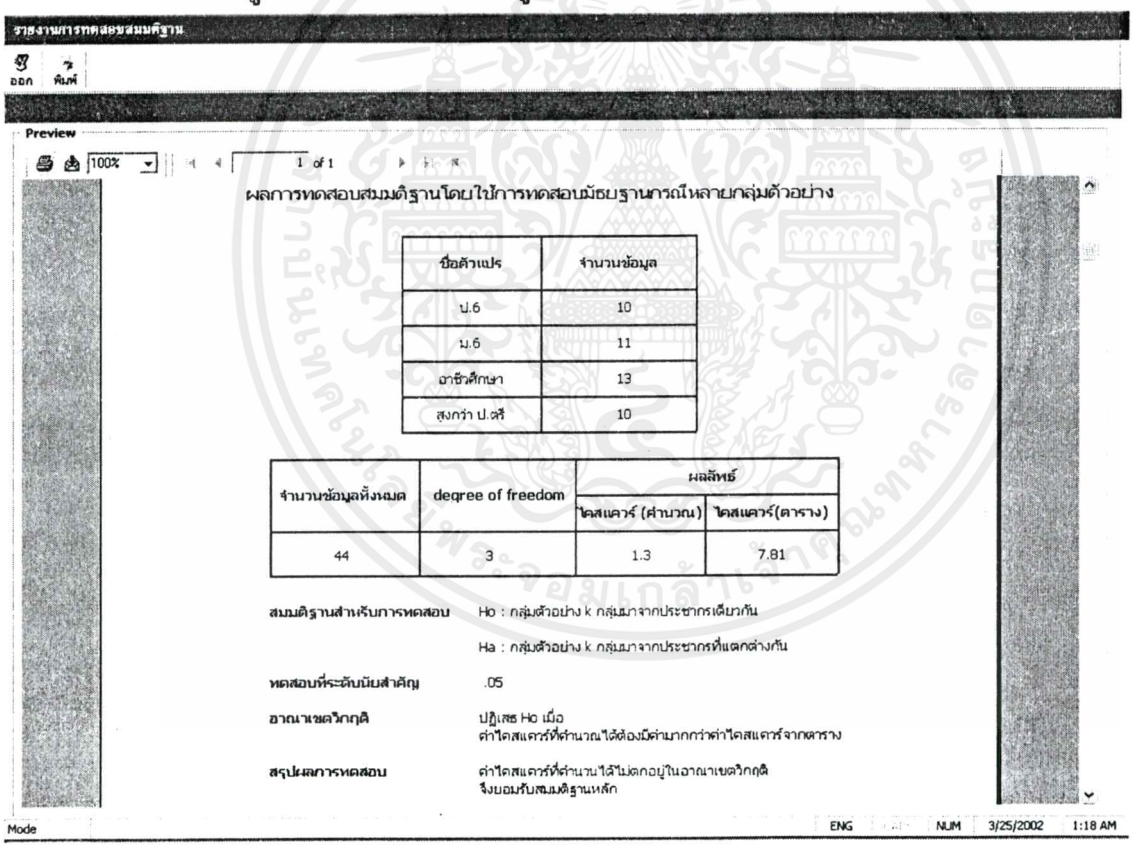
เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น 0.8 ถึง 0.7

ดังนั้นค่า p มากกว่าค่า α

ไม่สามารถปฏิเสธ H_0

ดังนั้นไม่สามารถสรุปได้ว่า มีความแตกต่างของค่ามัธยฐานของจำนวนครั้งที่มารดาเข้าร่วมกิจกรรมในกลุ่มมารดาที่มีระดับความรู้แตกต่างกัน

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.6.2.2 การทดสอบครัสคาลและวอลลิส (The Kruskal-Wallis One-Way Analysis of Variance By Ranks Test)

ใช้ทดสอบว่าประชากร k กลุ่มมีค่ามัธยฐานเท่ากันหรือไม่โดยมีวิธีการที่สำคัญคือ ค่าคาดหมายของลำดับที่ของข้อมูลตัวอย่างแต่ละกลุ่ม ควรมีค่าพอๆกัน ข้อมูลที่นำมาทดสอบประกอบด้วยข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม k ชุด แต่ละชุดอาจมีขนาดตัวอย่างแตกต่างกัน ข้อมูลที่จะใช้ต้องมีมาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ และมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง การทดสอบนี้เมื่อเทียบกับการทดสอบแบบมัธยฐานสำหรับประชากร k กลุ่ม จะพบว่ามีอำนาจของการทดสอบ(power of the test)มากกว่า เพราะใช้สาระของข้อมูลมากกว่าวิธีมัธยฐานซึ่งได้จัดข้อมูลใหม่เป็นจำนวนความถี่

การทดสอบนี้นิยมใช้การทดสอบแบบเอฟ (F-test) ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นของการทดสอบเอฟไม่เป็นจริง

ตัวอย่าง

กำหนดให้มีวิธีการสอน 3 วิธี คือ ก ข และ ค นำไปใช้สอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักศึกษาจากตัวอย่าง นักศึกษาที่มีพื้นฐานความรู้ใกล้เคียงกัน 13 คน ถูกสุ่มให้เรียนวิชาทั้ง 3 ด้วยจำนวน 4,4 และ 5 คนตามลำดับ หลังจากเวลาผ่านไปพอสมควร ทำการทดสอบได้ผลดังนี้

คะแนนจากวิธี ก	คะแนนจากวิธี ข	คะแนนจากวิธี ค
82	71	91
80	79	93
81	78	84
83	74	90
		88

ต้องการเปรียบเทียบวิธีการสอนทั้ง 3 วิธี ว่าจะให้ผลแตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

H_0 : ค่ามัธยฐานของประชากร k กลุ่มไม่แตกต่างกัน

H_1 : ค่ามัธยฐานของประชากร k กลุ่มแตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาผลรวมลำดับที่ของข้อมูล เป็นดังนี้

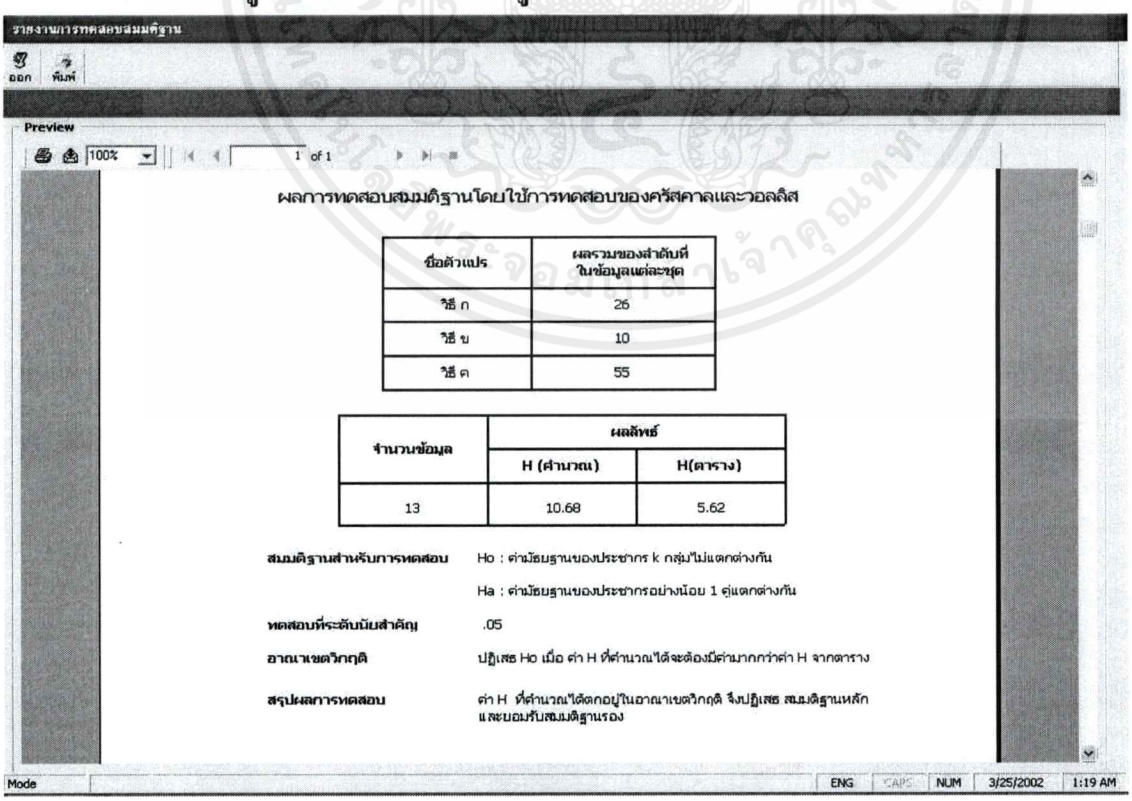
วิธี ก	วิธี ข	วิธี ค
7	1	12
5	4	13
6	3	9
8	2	11
		10
$R_1 = 26$	$R_2 = 10$	$R_3 = 55$

คำนวณค่า H = 10.68 เนื่องจาก $n_i < 5$ ฉะนั้นจะหาค่าวิกฤต H จากตารางที่ 16 ของครัสคาล ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะได้ H = 5.6176

อาณาเขตวิกฤตคือ $H_{คำนวณ} > H_{ตาราง}$

ดังนั้นจะปฏิเสธ H_0

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.6.2.3 การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีลำดับของ jonckheere-Terpstra

(The jonckheere-Terpstra test for order alternatives)

ตัวอย่าง

ในการทดลองเปรียบเทียบปุ๋ย 3 ชนิด คือ 10 , 20 และ 30 กก. ต่อไร่ในการปลูกข้าว จึงสุ่มเลือกพื้นที่มา 22 ไร่ ให้มีสภาพการปลูกคล้ายกัน ยกเว้นการให้ปุ๋ยทลองด้วยขนาด 8 , 7 และ 7 ไร่ สำหรับการใช้ปุ๋ย 10 , 20 และ 30 กก. ต่อไร่ตามลำดับ แล้วบันทึกน้ำหนักของข้าวได้ดังนี้

ผลผลิตจากไร่ที่ใช้ปุ๋ย 10 กก.	ผลผลิตจากไร่ที่ใช้ปุ๋ย 20 กก.	ผลผลิตจากไร่ที่ใช้ปุ๋ย 30 กก.
54	79.8	98.6
67	82	99.5
47.2	88.8	95.8
71.1	79.6	93.3
62.7	85.7	98.9
44.8	81.7	91.1
67.4	88.5	94.5
80.2		

H_0 : ตัวอย่างทั้ง 3 มาจากประชากรที่มีค่ามัธยฐานไม่ต่างกัน

H_1 : ค่าของประชากรทั้งสามมีแนวโน้มที่ลดลงจากการใช้ปุ๋ย 30 กก. ต่อไร่ ไปจนถึง 10 กก.ต่อไร่

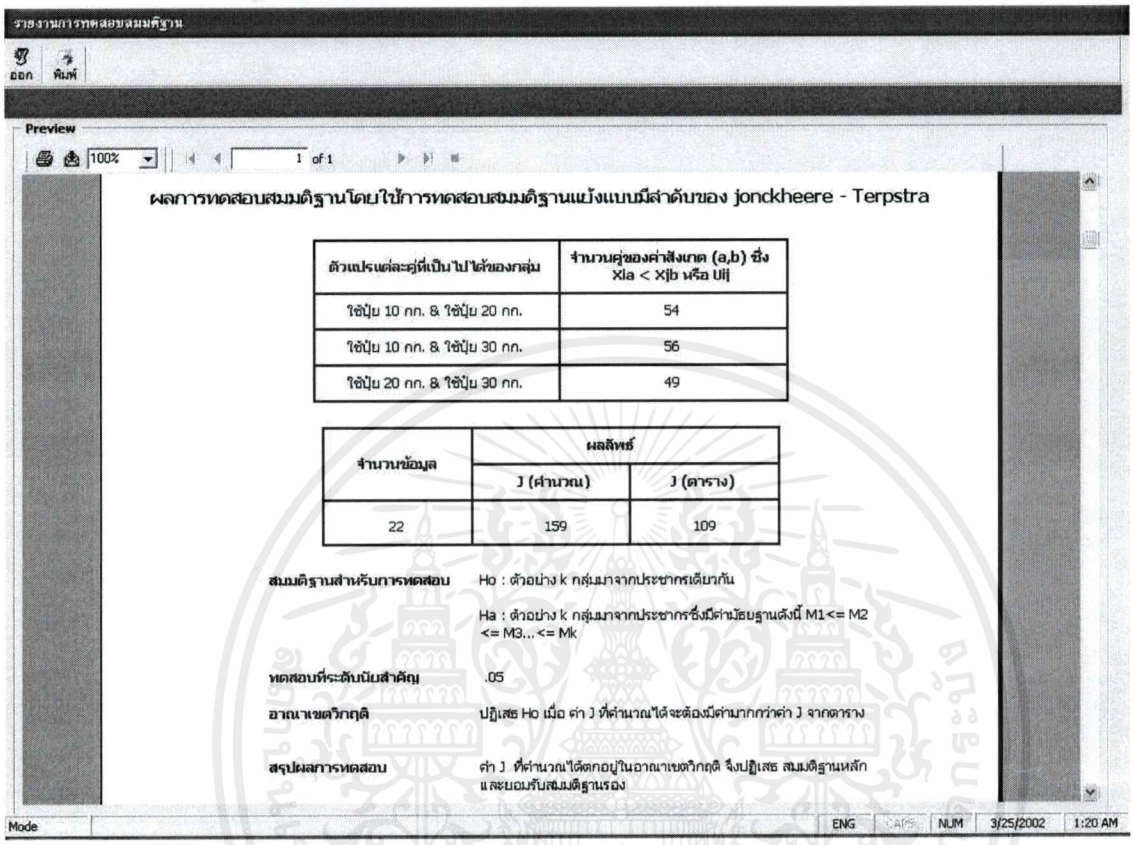
คำนวณหาค่า $J = 159$

จากการเปิดตารางที่ 17(a) ที่ $k = 3$ ขนาดตัวอย่าง 7, 7, 8 จะได้ค่าวิกฤต $J = 109$

ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 สรุปว่า ค่าของประชากรทั้งสามมีแนวโน้มที่ลดลงจากการใช้ปุ๋ย 30 กก. ต่อไร่ ไปจนถึง 10 กก.ต่อไร่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



4.17 การทดสอบการแจกแจง

ปัญหาที่สำคัญทางสถิติประการหนึ่ง คือ รูปแบบของการประชากรที่สุ่มตัวอย่างมาเป็นอย่างไร การทราบถึงรูปแบบของประชากรจะเป็นแนวทางในการศึกษารายละเอียดต่อไปของประชากรนั้น โดยทั่วไปการทดสอบการแจกแจงจะสนใจเฉพาะรูปแบบของประชากร

ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการทดสอบ 2 วิธีคือ การทดสอบไคสแควร์ และการทดสอบของ Kolmogorov-Smirmov

4.17.1 การทดสอบไคสแควร์

การที่จะใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ จำเป็นต้องจัดข้อมูลตัวอย่างขนาด N ออกเป็นกลุ่มย่อยๆ และ บันทึกความถี่ ที่เกิดขึ้นในแต่ละกลุ่ม ในกรณีที่ข้อมูลเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพการจัดกลุ่มอาจจัดได้ตามลักษณะข้อมูล ซึ่งอาจเป็นตัวเลขหรือไม่เป็นก็ได้ เช่น การโยนเหรียญจัดกลุ่มได้คือ หน้าหัวที่ได้ และหน้าก้อยที่ได้ หรือการโยนลูกเต๋าก็จัดกลุ่มได้ตามแต้มที่ได้จากการโยน ดังนั้นการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไคสแควร์จึงเหมาะสมกับข้อมูลที่บันทึกความถี่ในกลุ่มต่างๆ นั่นคือการแจกแจงที่น่าจะเหมาะสมสำหรับข้อมูลประเภทนี้ คือ การแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง เช่น การแจกแจงแบบทวินาม การแจกแจงแบบพัวซอง

ตัวอย่าง

จากการสังเกตลูกกระต่าย 80 ครอกแต่ละครอกมีลูกกระต่าย 3 ตัว ได้การแจกแจงความถี่ของจำนวนลูกกระต่ายตัวผู้ในแต่ละครอก ดังนี้

จำนวนลุกกระต่ายตัวผู้ในแต่ละครอก ; X	0	1	2	3	รวม
จำนวนครอก	20	31	22	7	80

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ให้ทดสอบดูว่าการแจกแจงของลูกกระต่ายตัวผู้ในแต่ละครอกมีการแจกแจงแบบใด

จากความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงแบบต่าง ๆ ที่ศึกษาผ่านมาคาดว่าข้อมูลชุดนี้น่าจะมีการแจกแจงแบบทวินาม ดังนั้น H_0 : การแจกแจงของจำนวนลูกกระต่ายตัวผู้ในแต่ละครอกเป็นแบบทวินาม

H_1 : การแจกแจงของจำนวนลูกกระต่ายตัวผู้ในแต่ละครอกไม่เป็นแบบทวินาม

ไม่ทราบพารามิเตอร์ p ของการแจกแจง จำเป็นต้องประมาณเพื่อใช้หาค่า $E_i = NP_i$ ดังนี้

ค่าเฉลี่ยของ $X = \dfrac{(0(20)+1(13)+2(22)+3(7))}{80} = 1.2$

ดังนั้นประมาณค่า p ได้ $\dfrac{1.2}{3} = 0.4$

จากการเปิดตารางการแจกแจงทวินาม n = 3 และ p = 0.4 ได้ค่าความน่าจะเป็นของค่า X ต่าง ๆ ดังนี้

X	$P(X_i)$	$E_i = NP(X_i)$ เมื่อ N = 80	O_i	$\dfrac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
0	.2160	$17.28 \cong 17$	20	.529
1	.4320	$34.65 \cong 35$	31	.457
2	.2880	$23.04 \cong 23$	22	.043
3	.0640	5	7	.8
		80	80	1.829

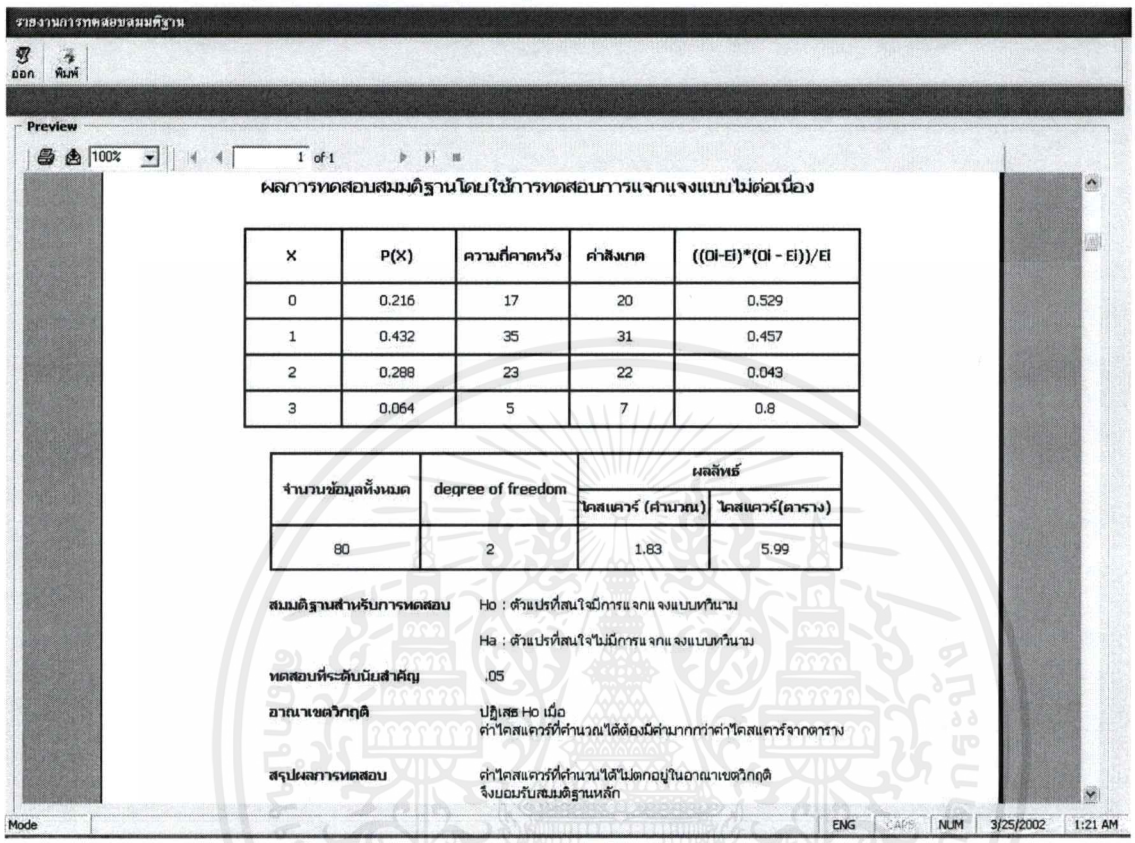
คำนวณค่า $\chi^2 = 1.829$

จากการเปิดตารางไคสแควร์ที่ d.f. = 4-1-1 = 2 และระดับนัยสำคัญ 0.05 จะได้ค่า $\chi^2 = 5.99$

ดังนั้น ยอมรับ H_0 สรุปว่า การแจกแจงของลูกกระต่ายตัวผู้ในแต่ละครอกซึ่งมีขนาด 3 มีการแจกแจงแบบทวินามที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



รายงานการทดสอบสมมติฐาน

ออก พิมพ์

Preview

100% 1 of 1

ผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง

X	P(X)	ความถี่คาดหวัง	ค่าสังเกต	((Oi-Ei)*(Oi - Ei))/Ei
0	0.216	17	20	0.529
1	0.432	35	31	0.457
2	0.288	23	22	0.043
3	0.064	5	7	0.8

จำนวนข้อมูลทั้งหมด	degree of freedom	ผลลัพธ์	
		ไคสแควร์ (คำนวณ)	ไคสแควร์(ตาราง)
80	2	1.83	5.99

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ho : ตัวแปรที่สนใจมีการแจกแจงแบบทวินาม

Ha : ตัวแปรที่สนใจไม่มีการแจกแจงแบบทวินาม

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .05

อาณาเขตวิกฤติ ปฏิเสธ Ho เมื่อ
ค่าไคสแควร์ที่คำนวณได้ต้องมีค่ามากกว่าค่าไคสแควร์จากตาราง

สรุปผลการทดสอบ ค่าไคสแควร์ที่คำนวนได้ไม่ตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ
จึงยอมรับสมมติฐานหลัก

Mode ENG CAPS NUM 3/25/2002 1:21 AM

4.17.2 การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ สำหรับตัวอย่างชุดเดียว (The Kolmogorov-Smirmov One Sample Test)

เป็นการทดสอบซึ่งแนะนำขึ้นโดย Kolmogorov ใช้ได้กับข้อมูลที่มีมาตรวัดอย่างน้อยแบบเรียงลำดับ การทดสอบนี้จะช่วยให้ทราบว่าการแจกแจงของกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มมาเหมือนการแจกแจงของประชากรที่เราสนใจหรือไม่ หรืออธิบายได้ว่าคะแนนจากตัวอย่างสามารถพูดได้อย่างมีเหตุผลหรือไม่ว่ามาจากประชากรที่มีการแจกแจงทางทฤษฎีอันหนึ่งหรือคือ การทดสอบการแจกแจงนั่นเอง จะใช้เมื่อการแจกแจงที่สนใจมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง และการทดสอบนี้จะมีอำนาจการทดลองมากกว่าการทดสอบไคสแควร์เพราะการทดสอบไคสแควร์จำเป็นต้องรวมกลุ่มด้วยกันเมื่อ $E_i < 5$ ทำให้สูญเสียข้อมูลไป และการทดสอบนี้ใช้ได้ดีเมื่อ N เล็ก เช่น $N < 40$ ถ้า N มากกว่านี้ควรใช้การทดสอบ ไคสแควร์

ตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง

ถ้าข้อมูลตัวอย่างชุดหนึ่งเป็น ดังนี้

-5	-3	0	1	2	4	7	8	-1	-1
1	1	2	1	4	2	4	2	1	2

จะสรุปได้หรือไม่ว่า ข้อมูลชุดนี้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย = 1.6 และความแปรปรวน = 8.99

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย = 1.6 และความแปรปรวน = 8.99

H_1 : ประชากรไม่มีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย = 1.6 และความแปรปรวน = 8.99

X	ความถี่	S(x)
-5	1	.05
-3	1	.10
-1	2	.20
0	1	.25
1	5	.50
2	5	.75
4	3	.90
7	1	.95
8	1	1.00
รวม	20	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมตามทฤษฎี $F_0(x)$ ได้

X	Z	P	$F_0(x)$	$F_0(x)$-S(x)	$\|F_0(x)$-S(x)$\|$
-5	-2.2	.0139	.0139	-.036	.036
-3	-1.53	.0491	.0630	-.037	.037
-1	-.87	.1292	.1922	-.008	.008
0	-.53	.1059	.2981	.048	.048
1	-.20	.1226	.4207	-.079	.079
2	.13	.1310	.5517	-.198	.198
4	.80	.2364	.7881	-.112	.112
7	1.80	.1760	.9641	.014	.014
8	2.13	.0193	.9834	-.017	.017

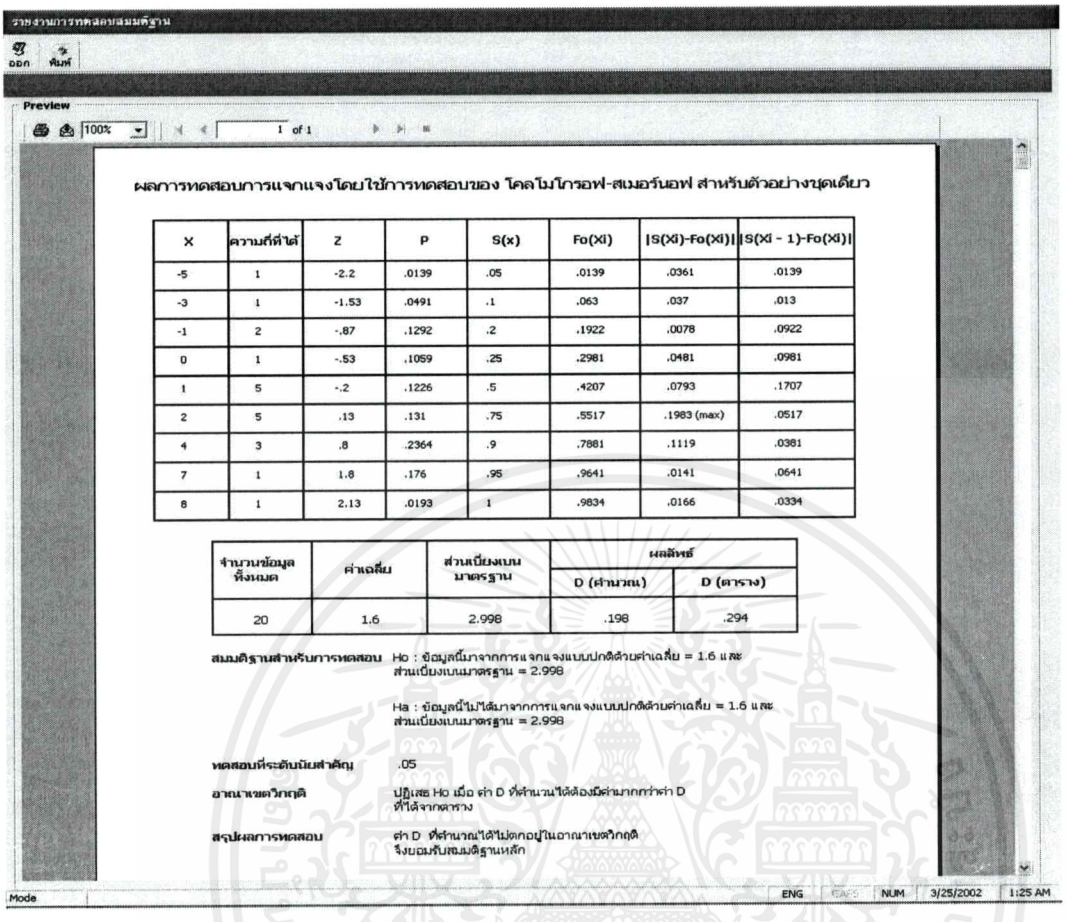
หาค่า $D = \max|F_0(x) - S(x)| = .198$

จากการเปิดตารางที่ 22 ที่ระดับนัยสำคัญ0.05 N = 20 จะได้ D = .294

ดังนั้น ยอมรับ H_0 สรุปว่า ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ ด้วยค่าเฉลี่ย = 1.6 และ

ความแปรปรวน = 8.99

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รายงานการทดสอบสมมติฐาน

Preview

ผลการทดสอบการแจกแจงโดยใช้การทดสอบของ โคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ สำหรับตัวอย่างชุดเดียว

X	ความถี่ที่ได้	Z	P	S(x)	Fo(Xi)	|S(Xi)-Fo(Xi)|	|S(Xi - 1)-Fo(Xi)|
-5	1	-2.2	.0139	.05	.0139	.0361	.0139
-3	1	-1.53	.0491	.1	.063	.037	.013
-1	2	-.87	.1292	.2	.1922	.0078	.0922
0	1	-.53	.1059	.25	.2981	.0481	.0981
1	5	-.2	.1226	.5	.4207	.0793	.1707
2	5	.13	.131	.75	.5517	.1983 (max)	.0517
4	3	.8	.2364	.9	.7881	.1119	.0381
7	1	1.8	.176	.95	.9641	.0141	.0641
8	1	2.13	.0193	1	.9834	.0166	.0334

จำนวนข้อมูลทั้งหมด	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ผลลัพธ์	
			D (คำนวณ)	D (ตาราง)
20	1.6	2.998	.198	.294

สมมติฐานสำหรับการทดสอบ Ho : ข้อมูลนี้มาจากการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย = 1.6 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 2.998

Ha : ข้อมูลนี้ไม่ได้มาจากการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย = 1.6 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 2.998

ทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .05

อาณาเขตวิกฤติ ปฏิเสธ Ho เมื่อ ค่า D ที่คำนวณได้ต้องมีค่ามากกว่าค่า D ที่ได้จากตาราง

สรุปผลการทดสอบ ค่า D ที่คำนวณได้ไปตกอยู่ในอาณาเขตวิกฤติ จึงยอมรับสมมติฐานหลัก

Mode ENG NUM 3/25/2002 1:25 AM

4.17.3 การทดสอบของ LillieFors (The Lilliefors test)

LillieForsได้ปรับปรุงการทดสอบของ Kolmogorov-Smirmov ในกรณีที่ต้องการทดสอบเกี่ยวกับการแจกแจงปกติที่ไม่ได้ระบุค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน อาจเรียกได้ว่าเป็น “การทดสอบสำหรับการแจกแจงปกติ”

การทดสอบของ Lilliefors จะเหมือนกับการทดสอบของ Kolmogorov-Smirmov เกือบทุกประการ ยกเว้นการใช้คะแนนมาตรฐานแทนคะแนนดิบ กล่าวคือจากข้อมูลตัวอย่างคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\overline{X}$,S) ด้วย

ตัวอย่าง

ข้อมูลอายุของผู้เสียชีวิตเพศชายในสุสานแห่งหนึ่งใน WaterRoss, Scotland จำนวน 117 คน ได้ถูกบันทึกไว้ และสุ่มมา 30 คน ได้ค่าอายุ (เรียงลำดับ) ดังนี้

11 13 14 22 29 30 41 41 52 55 56 59 65 65 66 74 74 75 77 81 82 82 82 82 83 85 85 87 87 88

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ ที่จะกล่าวว่าอายุของผู้เสียชีวิตมีการแจกแจงแบบปกติ

H_0 : อายุผู้เสียชีวิตมีการแจกแจงแบบปกติ

H_1 : อายุผู้เสียชีวิตไม่มีการแจกแจงแบบปกติ

จากข้อมูลตัวอย่างขนาด 30 คำนวณหาค่าเฉลี่ยได้ 61.43 และค่าความแปรปรวนได้ 25.04

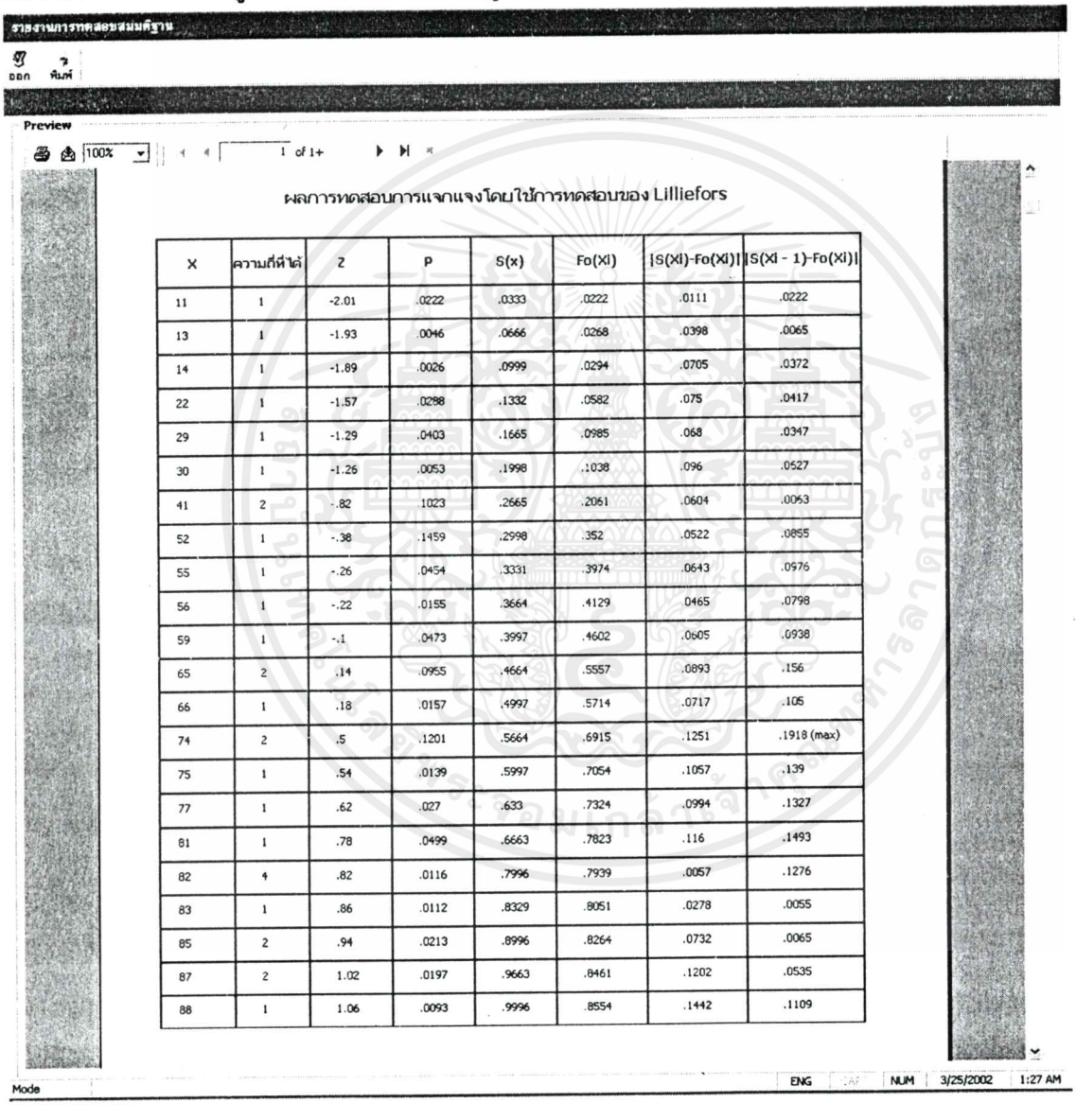
X_i	Z_i	$F_0(Z_i)$	$S(Z_i)$	$F_0(Z_i)- S(Z_i)$	$\|F_0(Z_i)- S(Z_{i-1})\|$
11	-2.014	.022	.033	.011	.022
13	-1.934	.026	.067	.044	.007
14	-1.894	.029	.1	.071	.038
22	-1.575	.058	.133	.075	.042
29	-1.295	.098	.167	.069	.035
30	-1.255	.105	.2	.095	.062
41	-0.816	.207	.267	.06	.007
52	-0.377	.353	.3	.053	.086
55	-0.257	.399	.333	.066	.099
56	-0.217	.414	.367	.047	.081
59	-0.097	.461	.4	.061	.094
65	0.142	.556	.467	.089	.156
66	0.183	.572	.5	.072	.105
74	.0502	.692	.567	.125	.192*
75	0.542	.706	.6	.106	.139
77	0.622	.733	.633	.1	.133
81	0.781	.782	.667	.115	.149
82	0.821	.794	.8	.006	.127
83	0.861	.805	.833	.028	.005
85	0.942	.827	.9	.073	.006
87	1.021	.846	.967	.121	.054
88	1.061	.856	1	.144	.111

* หมายถึงข้อมูลซ้ำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

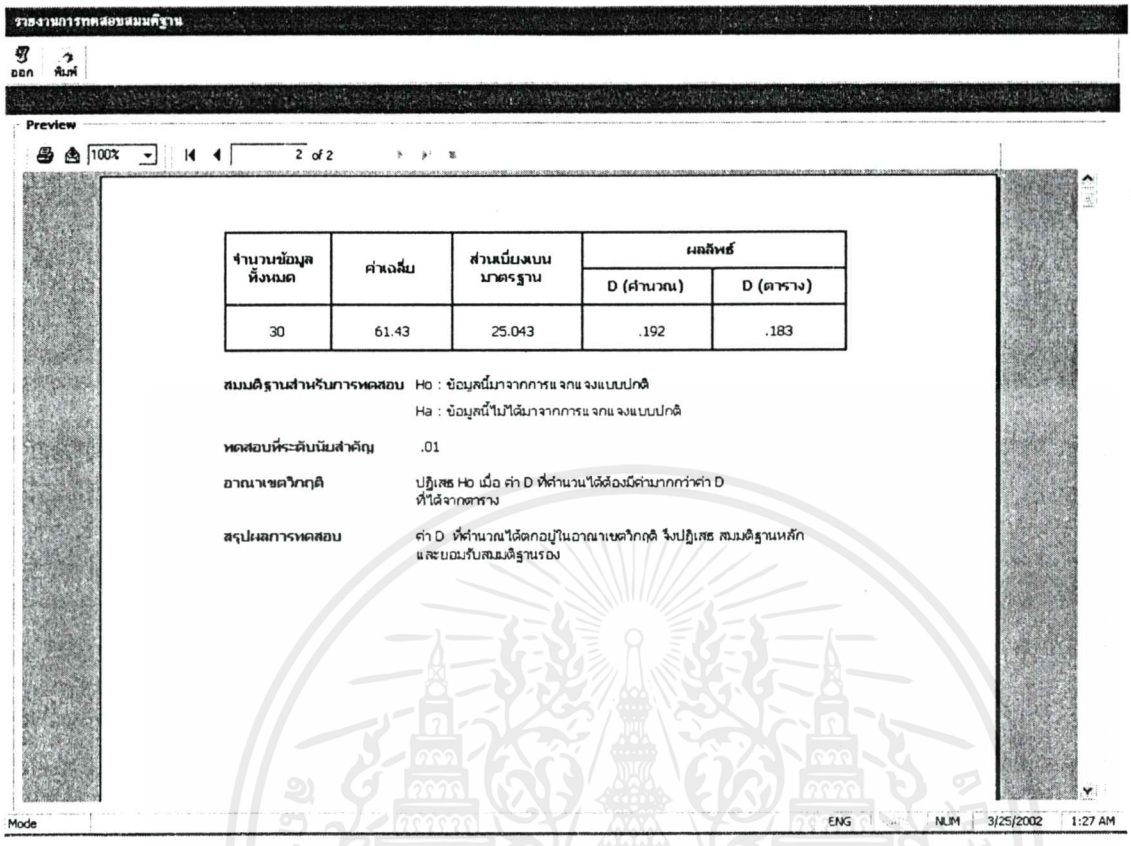
ได้ค่า D = .192 หาค่าวิกฤตจากตารางที่ 23_{III} (เนื่องจากไม่ทราบค่า μ และ σ) เมื่อกำหนด $\alpha = 0.01$ที่ N= 30 จะได้ D = .183 ดังนั้น ปฏิเสธ H_0 สรุปว่าอายุคนเสียชีวิตเพศชายของสุสานนี้ไม่มีการแจกแจงแบบปกติ

ผลจากการทดสอบข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



X	ความถี่ที่ได้	Z	P	S(x)	Fo(Xi)	|S(Xi)-Fo(Xi)|	|S(Xi - 1)-Fo(Xi)|
11	1	-2.01	.0222	.0333	.0222	.0111	.0222
13	1	-1.93	.0046	.0666	.0268	.0398	.0065
14	1	-1.89	.0026	.0999	.0294	.0705	.0372
22	1	-1.57	.0288	.1332	.0582	.075	.0417
29	1	-1.29	.0403	.1665	.0985	.068	.0347
30	1	-1.26	.0053	.1998	.1038	.096	.0527
41	2	-.82	.1023	.2665	.2061	.0604	.0053
52	1	-.38	.1459	.2998	.352	.0522	.0855
55	1	-.26	.0454	.3331	.3974	.0643	.0976
56	1	-.22	.0155	.3664	.4129	.0465	.0798
59	1	-.1	.0473	.3997	.4602	.0605	.0938
65	2	.14	.0955	.4664	.5557	.0893	.156
66	1	.18	.0157	.4997	.5714	.0717	.105
74	2	.5	.1201	.5664	.6915	.1251	.1918 (max)
75	1	.54	.0139	.5997	.7054	.1057	.139
77	1	.62	.027	.633	.7324	.0994	.1327
81	1	.78	.0499	.6663	.7823	.116	.1493
82	4	.82	.0116	.7996	.7939	.0057	.1276
83	1	.86	.0112	.8329	.8051	.0278	.0055
85	2	.94	.0213	.8996	.8264	.0732	.0065
87	2	1.02	.0197	.9663	.8461	.1202	.0535
88	1	1.06	.0093	.9996	.8554	.1442	.1109

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการศึกษา และ ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษนี้ เพื่อสร้างโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีรูปแบบการใช้ที่ง่ายสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ และสามารถแสดงผลเป็นภาษาไทยได้ โดยคณะผู้จัดทำได้ศึกษาตัวอย่างโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น SPSS , MINITAB เป็นแนวทางในการพัฒนาโปรแกรม ซึ่งจะเน้นการพัฒนาโปรแกรมให้มีรูปแบบการใช้ที่ง่ายกว่า ทั้งในเรื่องของการรับข้อมูล และการแสดงผลที่ได้จากการคำนวณ โดยครอบคลุมเนื้อหาวิชาสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ในระดับปริญญาตรีซึ่งประกอบด้วย การทดสอบกรณีตัวอย่าง 1,2 และ k กลุ่มและการทดสอบการแจกแจง

โปรแกรมสำเร็จรูปที่สร้างขึ้นสามารถทดสอบสมมติฐานทางสถิติในหัวข้อต่อไปนี้

1) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม

ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

- การทดสอบทวินาม

ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

- การทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่างเดียว
- การทดสอบวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย

ปัญหาเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม

- การทดสอบความเป็นสุ่ม

ปัญหาเกี่ยวกับแนวโน้ม

- การทดสอบของ Cox และ Stuart

ปัญหาเกี่ยวกับความสมมาตรของการแจกแจง

- การทดสอบความสมมาตรของการแจกแจง

2) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

- การทดสอบของแมคนีมาร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

- การทดสอบเครื่องหมายชนิด 2 ตัวอย่างที่สัมพันธ์กัน
- การทดสอบวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมาย

3) การทดสอบกรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

- การทดสอบของฟิสเชอร์
- การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน

ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

- การทดสอบมัธยฐาน
- การทดสอบของวิลคอกซัน แมนวิทนีย์
- การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับตัวอย่าง2 กลุ่ม

ปัญหาเกี่ยวกับการกระจาย

- การทดสอบของมูด
- การทดสอบของซีเกล-ทูกี้
- การทดสอบของโมเสด

ปัญหาอื่นๆ

- การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม

4) การทดสอบกรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

- การทดสอบของคอครานคิว

ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

- การทดสอบของฟรีดแมน
- การทดสอบของฟรีดแมน กรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย
- การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีอันดับของเพจ
- การทดสอบของเดอร์บิน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5) การทดสอบกรณีตัวอย่าง K กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัดส่วน เปอร์เซ็นต์ หรือความน่าจะเป็น

- การทดสอบของไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง k กลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน

ปัญหาเกี่ยวกับค่ากลาง

- การทดสอบมัธยฐาน กรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง
- การทดสอบของครัสคาล และวอลิส
- การทดสอบสมมติฐานแย้งแบบมีอันดับของJonkheer-Terpstra

6) การทดสอบการแจกแจง

- การทดสอบไคสแควร์
- การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับตัวอย่างเดียว
- การทดสอบของ Lilliefors

การทดสอบสมมติฐานในเวอร์ชั่น 2 นี้มีการทดสอบเพิ่มอีก 24 การทดสอบจากของเดิม (เวอร์ชั่น 1) ที่เสนอไว้ในปีการศึกษา 2543 ซึ่งมี 8 การทดสอบ สำหรับวิธีการตรวจสอบโปรแกรมที่สร้างขึ้นนี้ได้เปรียบเทียบผลการทดสอบจากโปรแกรมที่วิเคราะห์ได้กับผลการทดสอบจากหนังสือ "สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์" ของ อาจารย์ อุมาพร จันทศร ได้ผลตรงกัน

หมายเหตุ แต่มีเพียง 1 การทดสอบที่ผลลัพธ์อาจมีการสรุปผลการทดสอบไม่ตรงกับในหนังสือสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ คือ "การทดสอบของโมเสด" เพราะค่าที่นำมาคำนวณมาจากการสุ่มค่าสังเกต ค่าที่คำนวณจึงสามารถเปลี่ยนแปลงในทุกครั้งที่ทำการทดสอบ

5.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากระยะเวลาในการทำปัญหาพิเศษมีจำกัด ทางคณะผู้จัดทำจึงไม่สามารถพัฒนาโปรแกรมให้เสร็จสมบูรณ์ได้ตามข้อเสนอโดยมีการทดสอบอีก 2 การทดสอบที่ยังไม่ได้ถูกพัฒนาขึ้น คือ การทดสอบแรนดอมไมเซชั่นสำหรับข้อมูลคู่ และการทดสอบการวิ่งของวัลด์โวลโฟวิทซ์สำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งอาจเป็นประเด็นให้ผู้ที่สนใจสามารถพัฒนาโปรแกรมเพิ่มเติมให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

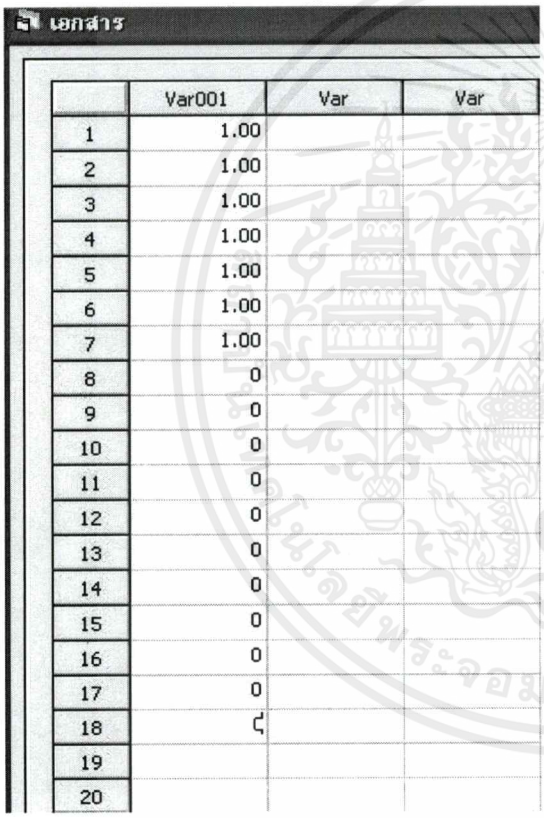
วิธีกรอกข้อมูล

การกรอกข้อมูลโดยใช้การทดสอบแบบทวินาม

ข้อมูลที่กรอกจะมีลักษณะเป็น 2 กลุ่มเท่านั้นคือ สำเร็จ และ ล้มเหลว เช่นเราให้ 1 แทนความสำเร็จ และ 0 แทนความล้มเหลว

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

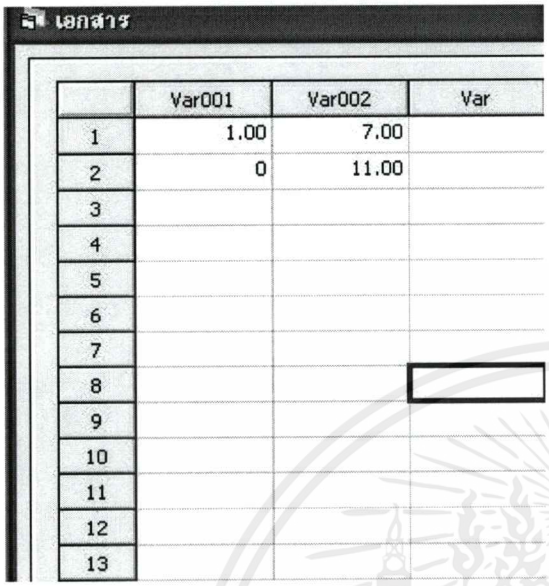
1. การกรอกแบบทราบข้อมูลดิบ



	Var001	Var	Var
1	1.00		
2	1.00		
3	1.00		
4	1.00		
5	1.00		
6	1.00		
7	1.00		
8	0		
9	0		
10	0		
11	0		
12	0		
13	0		
14	0		
15	0		
16	0		
17	0		
18	ๆ		
19			
20			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การกรอกแบบทราบข้อมูลที่เป็นความถี่



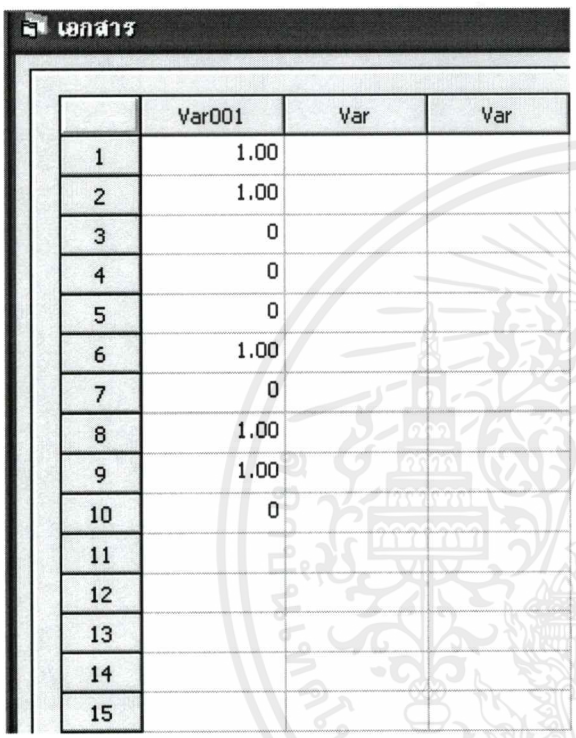
	Var001	Var002	Var
1	1.00	7.00	
2	0	11.00	
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			

จะเห็นว่าการกรอกข้อมูลทั้ง 2 แบบเป็นการกรอกข้อมูลที่มีความสำเร็จเป็น 7 และมีความล้มเหลวเป็น 11 โดยในการกรอกข้อมูลที่เป็นความถี่ ในสดมภ์ที่ 2 จะบอกถึงความถี่ของข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลในการทดสอบเกี่ยวกับความเป็นสุ่ม

ค่าสังเกตมีเพียง 2 ชนิดเท่านั้นคือชนิด a กับ b เช่นการโยนเหรียญ 10ครั้ง โอกาสที่จะเกิดหน้าต่างๆเป็นดังนี้ HHTTTHTHHT หรือใช้สัญลักษณ์ +,- เช่น ++---+-++- ดังนั้นการกรอกข้อมูลจะใช้ตัวเลขแทนค่าสังเกต เช่น ให้ 1 แทนหน้าหัว และ 0 แทนหน้าก้อย ดังนั้นจะต้องกรอกข้อมูลดังนี้



	Var001	Var	Var
1	1.00		
2	1.00		
3	0		
4	0		
5	0		
6	1.00		
7	0		
8	1.00		
9	1.00		
10	0		
11			
12			
13			
14			
15			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบเครื่องหมายชนิดตัวอย่าง 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน

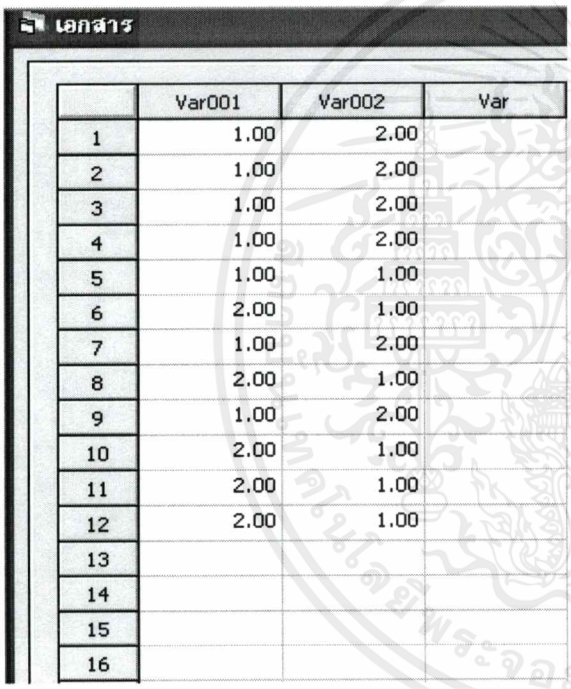
การทดสอบนี้จะเป็นการทดสอบโดยดูความแตกต่างระหว่างคู่นั้นๆเช่น มีสินค้า 2 ชนิด a และ b ให้ลูกค้าทดลองสินค้าทั้ง 2 ชนิดถ้าลูกค้าชอบสินค้าชนิดไหนมากกว่าให้ใส่ตัวเลข 1 และสินค้าที่ชอบน้อยกว่าให้ใส่เลข 2 ในกรณีที่ชอบเท่าๆกันให้ใส่ 1 ทั้งคู่

ตัวอย่าง สินค้า a 1 1 1 1 1 2 1 2 1 2 2 2

สินค้า b 2 2 2 2 1 1 2 1 2 1 1 1

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

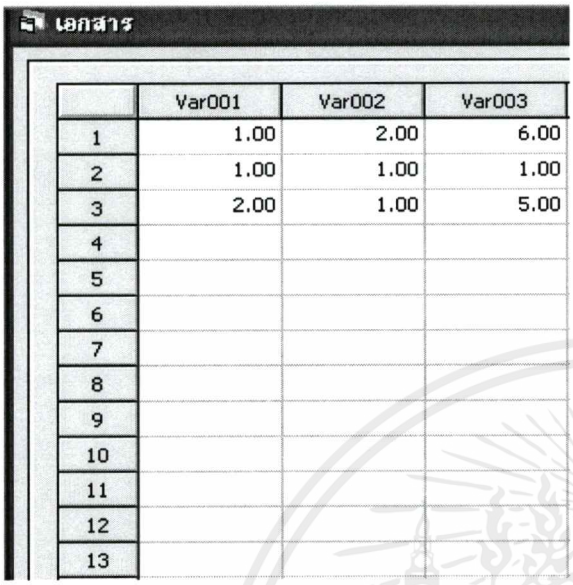
1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ



	Var001	Var002	Var
1	1.00	2.00	
2	1.00	2.00	
3	1.00	2.00	
4	1.00	2.00	
5	1.00	1.00	
6	2.00	1.00	
7	1.00	2.00	
8	2.00	1.00	
9	1.00	2.00	
10	2.00	1.00	
11	2.00	1.00	
12	2.00	1.00	
13			
14			
15			
16			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลความถี่



	Var001	Var002	Var003
1	1.00	2.00	6.00
2	1.00	1.00	1.00
3	2.00	1.00	5.00
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			

การกรอกข้อมูลของการทดสอบเดอร์บิน

ตัวอย่าง

ผู้ผลิตไอศกรีมต้องการทดสอบความชอบของลูกค้าต่อไอศกรีม 7 รสชาติ เขาจึงวางแผนการทดลองให้ผู้ทดลองแต่ละคนชิมไอศกรีม 3 รสชาติโดยให้ผู้ชิมให้ลำดับที่ 1 แก่รสชาติที่ชอบมากที่สุดจนถึงลำดับ 3

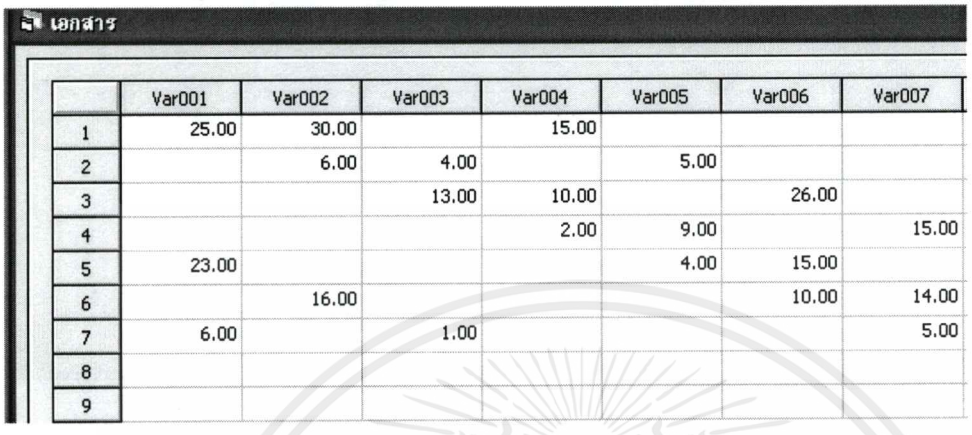
รสชาติไอศกรีม

ผู้ชิมคนที่	1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	-	1	-	-	-
2	-	3	1	-	2	-	-
3	-	-	2	1	-	3	-
4	-	-	-	1	2	-	3
5	3	-	-	-	1	2	-
6	-	3	-	-	-	1	2
7	3	-	1	-	-	-	2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

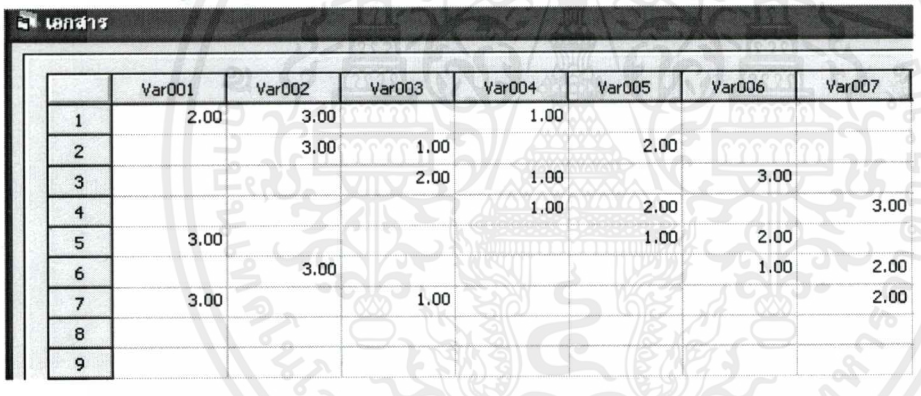
การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ



	Var001	Var002	Var003	Var004	Var005	Var006	Var007
1	25.00	30.00		15.00			
2		6.00	4.00		5.00		
3			13.00	10.00		26.00	
4				2.00	9.00		15.00
5	23.00				4.00	15.00	
6		16.00				10.00	14.00
7	6.00		1.00				5.00
8							
9							

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบลำดับที่ของข้อมูล



	Var001	Var002	Var003	Var004	Var005	Var006	Var007
1	2.00	3.00		1.00			
2		3.00	1.00		2.00		
3			2.00	1.00		3.00	
4				1.00	2.00		3.00
5	3.00				1.00	2.00	
6		3.00				1.00	2.00
7	3.00		1.00				2.00
8							
9							

จากรูปที่ 2 จะเห็นว่าจะมีการเรียงลำดับข้อมูลจากรูปแรกของการกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบภายในแถวและ 1 แถวจะมีได้เพียง 3 ค่าสังเกตเท่านั้นตามโจทย์กำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบแบบแมคนีมาร์

เป็นการทดสอบที่ดูการเปลี่ยนแปลงก่อนหลัง เช่น ก่อนจะมีการถ่ายทอดโทรทัศน์ถึงการอภิปรายการตอบโต้กันของผู้สมัครชิงตำแหน่งประธานาธิบดี 2 คน คือ Regan กับ Carter จาก 2 พรรค สุ่มตัวอย่างผู้มีสิทธิ์ เลือกตั้งมา 75 คนเพื่อสอบถามว่าจะเลือกผู้สมัครคนใด พบว่ามี 41 คนลงเสียงให้ Carter และ 34 คน ลงเสียงให้ Regan แต่หลังจากการฟังอภิปรายของผู้สมัครทั้ง 2 ปรากฏว่ามีผู้เปลี่ยนจากการลงเสียงให้ Carter เป็น Regan มี 13 คน และเปลี่ยนจาก Regan มาเป็น Carter 7 คน ให้ 1 เป็นการลงคะแนนเลือก Carter และ 0 เป็นการลงคะแนนเลือก Regan

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ

เอกสาร

	Var001	Var002	Var
1	1.00	0	
2	1.00	0	
3	1.00	0	
4	1.00	0	
5	1.00	0	
6	1.00	0	
7	1.00	0	
8	1.00	0	
9	1.00	0	
10	1.00	0	
11	1.00	0	
12	1.00	0	
13	1.00	0	
14	1.00	1.00	
15	1.00	1.00	
16	1.00	1.00	
17	1.00	1.00	
18	1.00	1.00	
19	1.00	1.00	
20	1.00	1.00	
21	1.00	1.00	
22	1.00	1.00	
23	1.00	1.00	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสาร

	Var001	Var002	Var
24	1.00	1.00	
25	1.00	1.00	
26	1.00	1.00	
27	1.00	1.00	
28	1.00	1.00	
29	1.00	1.00	
30	1.00	1.00	
31	1.00	1.00	
32	1.00	1.00	
33	1.00	1.00	
34	1.00	1.00	
35	1.00	1.00	
36	1.00	1.00	
37	1.00	1.00	
38	1.00	1.00	
39	1.00	1.00	
40	1.00	1.00	
41	1.00	1.00	
42	0	0	
43	0	0	
44	0	0	
45	0	0	
46	0	0	

เอกสาร

	Var001	Var002	Var
46	0	0	
47	0	0	
48	0	0	
49	0	0	
50	0	0	
51	0	0	
52	0	0	
53	0	0	
54	0	0	
55	0	0	
56	0	0	
57	0	0	
58	0	0	
59	0	0	
60	0	0	
61	0	0	
62	0	0	
63	0	0	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสาร

	Var001	Var002	Var
64	0	0	
65	0	0	
66	0	0	
67	0	0	
68	0	0	
69	0	1.00	
70	0	1.00	
71	0	1.00	
72	0	1.00	
73	0	1.00	
74	0	1.00	
75	0	1.00	
76			
77			

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบความถี่

เอกสาร

	Var001	Var002	Var003
1	1.00	0	13.00
2	1.00	1.00	28.00
3	0	0	27.00
4	0	1.00	7.00
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

จะเป็นว่าข้อมูลในสดมภ์ที่ 1 ของทั้ง 2 วิธีเป็นความคิดเป็นก่อนเริ่มเต้นรำ และในสดมภ์ที่ 2 เป็นความคิดเห็นหลังจากการเต้นรำ ส่วนการกรอกข้อมูลแบบทราบความถี่ในสดมภ์ที่ 3 จะเป็นจำนวนความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟสำหรับ 2 กลุ่มตัวอย่าง

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ

ในการกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบนี้เราสามารถเลือกได้ว่าจะทดสอบโดยกำหนดค่าอันตรภาคชั้นหรือไม่ก็ได้

เอกสาร

	Var001	Var002	Var
1	35.20	39.10	
2	39.20	41.20	
3	40.90	45.20	
4	38.10	46.50	
5	34.40	48.40	
6	29.10	48.70	
7	41.80	55.00	
8	24.30	40.60	
9	32.40	51.20	
10		47.20	
11			
12			
13			
14			

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลความถี่

เอกสาร

	Var001	Var002	Var
1	11.00	1.00	
2	7.00	3.00	
3	8.00	6.00	
4	3.00	12.00	
5	5.00	12.00	
6	5.00	14.00	
7	5.00	6.00	
8			
9			
10			
11			
12			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการกรอกข้อมูลที่เป็นความถี่ข้อมูลที่กรอกจะไม่ใช่ข้อมูลดิบเพราะฉะนั้นจะต้องกำหนดค่าอันตรภาคชั้น

การกรอกข้อมูลของการทดสอบคอครานคิวกรณี k กลุ่มตัวอย่าง

การทดสอบนี้ค่าสังเกตจะมีเพียง 2 ลักษณะเท่านั้น เช่น เห็นด้วยกับไม่เห็นด้วย หรือ สำเร็จกับล้มเหลว ตัวอย่าง เช่น ถ้าสนใจวิธีการขายสินค้า 3 วิธีต่อแม่บ้าน โดยชักชวนให้แม่บ้านซื้อสินค้าชนิดหนึ่ง ถ้าการขายมี 3 วิธีคือ 1 ใช้ความเป็นมิตรและสนใจต่อแม่บ้าน 2 ผู้ขายไม่เป็นมิตรและค่อนข้างถือตัว และ 3 ลักษณะไม่ราบรื่นระหว่างการขาย ผลที่ได้คือแม่บ้านจะตกลงซื้อหรือไม่ซื้อ ถ้าซื้อให้กรอกข้อมูลเป็น 1 ถ้าไม่ซื้อให้กรอกเป็น 0 การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

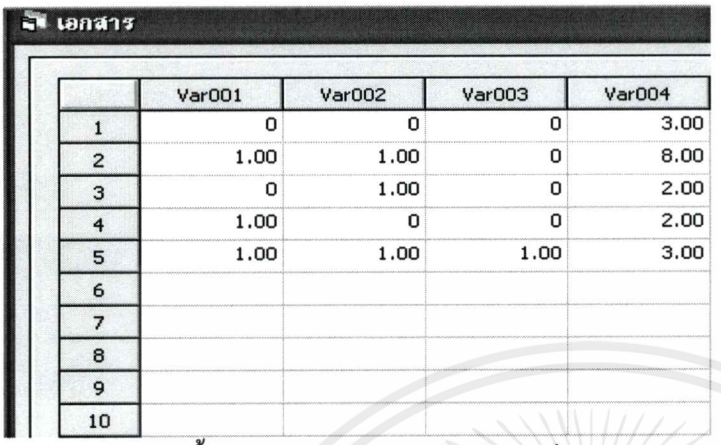
1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ

เอกสาร

	Var001	Var002	Var003
1	0	0	0
2	1.00	1.00	0
3	0	1.00	0
4	0	0	0
5	1.00	0	0
6	1.00	1.00	0
7	1.00	1.00	0
8	0	1.00	0
9	1.00	0	0
10	0	0	0
11	1.00	1.00	1.00
12	1.00	1.00	1.00
13	1.00	1.00	0
14	1.00	1.00	0
15	1.00	1.00	0
16	1.00	1.00	1.00
17	1.00	1.00	0
18	1.00	1.00	0
19			
20			
21			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบความถี่



	Var001	Var002	Var003	Var004
1	0	0	0	3.00
2	1.00	1.00	0	8.00
3	0	1.00	0	2.00
4	1.00	0	0	2.00
5	1.00	1.00	1.00	3.00
6				
7				
8				
9				
10				

จากการกรอกข้อมูลทั้ง 2 แบบตามตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าในแบบทราบข้อมูลดิบนั้นมีการกรอกข้อมูลซ้ำๆกัน แต่การกรอกข้อมูลแบบทราบความถี่นั้น จะนำข้อมูลที่ซ้ำๆกันมารวมกันแล้วใส่จำนวนความถี่ในสดมภ์สุดท้ายซึ่งเป็นสดมภ์ความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบฟรีดแมน

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

ตัวอย่างเช่น ต้องการเปรียบเทียบวิธีการสอน 4 แบบ กับนักเรียน 3 กลุ่มสมมติหลังการสอบมีการสอบเพื่อวัดคะแนน และได้คะแนนดังนี้

กลุ่มที่	1	2	3	4
1	9	4	1	7
2	6	5	2	8
3	9	1	2	6

1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ

เอกสาร

	Var001	Var002	Var003	Var004
1	9.00	4.00	1.00	7.00
2	6.00	5.00	2.00	8.00
3	9.00	1.00	2.00	6.00
4				
5				
6				
7				
8				
9				

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบลำดับที่ของข้อมูล

เอกสาร

	Var001	Var002	Var003	Var004
1	4.00	2.00	1.00	3.00
2	3.00	2.00	1.00	4.00
3	4.00	1.00	2.00	3.00
4				
5				
6				
7				
8				

จากตารางจะเห็นว่าจะกรอกแบบข้อมูลดิบหรือลำดับที่ก็ได้ โดยให้ค่าที่น้อยที่สุดในแต่ละกลุ่มเป็นลำดับที่ที่ 1 แล้วเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบฟรีดแมนกรณีหลายค่าสังเกตต่อหน่วย

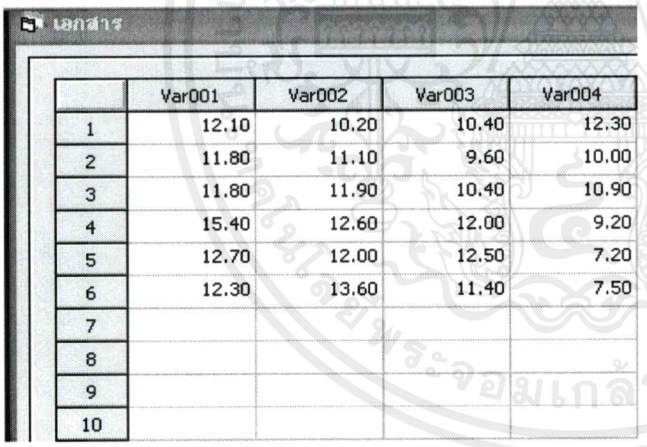
ตัวอย่าง เช่น นักวิจัยทางการแพทย์ ได้วางแผนการทดลองเพื่อเปรียบเทียบยากระตุ้นการเต้นของหัวใจ 4 ชนิด โดยนำมาทดลองใช้กับผู้ป่วยโรคหัวใจ 3 คน ทดลองในช่วง 1 เดือน โดยแต่ละสัปดาห์จะให้ยาชนิดหนึ่งกับผู้ป่วยแล้วบันทึกอัตราการเต้นของหัวใจเป็นจำนวน 2 ครั้ง ได้ผลการทดลองดังนี้

อัตราการเต้นของหัวใจ(ครั้ง/วินาที)จากการใช้ยากระตุ้นของหัวใจชนิดที่

ผู้ป่วยคนที่	1	2	3	4
1	12.1	10.2	10.4	12.3
	11.8	11.1	9.6	10.0
2	11.8	11.9	10.4	10.9
	15.4	12.6	12.0	9.2
3	12.7	12.0	12.5	7.2
	12.3	13.6	11.4	7.5

ในการกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้มี 2 วิธีคือ

1. กรอกแบบทราบข้อมูลดิบ



	Var001	Var002	Var003	Var004
1	12.10	10.20	10.40	12.30
2	11.80	11.10	9.60	10.00
3	11.80	11.90	10.40	10.90
4	15.40	12.60	12.00	9.20
5	12.70	12.00	12.50	7.20
6	12.30	13.60	11.40	7.50
7				
8				
9				
10				

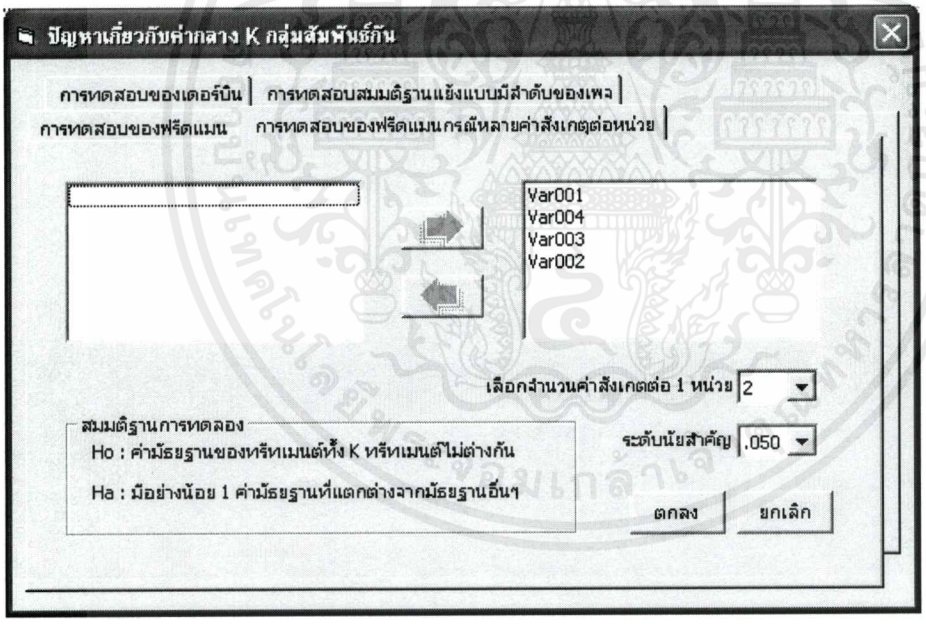
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. กรอกแบบทราบลำดับที่ของข้อมูล

เอกสาร

	Var001	Var002	Var003	Var004
1	7.00	3.00	4.00	8.00
2	6.00	5.00	1.00	2.00
3	4.00	5.00	2.00	3.00
4	8.00	7.00	6.00	1.00
5	7.00	4.00	6.00	1.00
6	5.00	8.00	3.00	2.00
7				
8				
9				
10				

จากโจทย์ได้กำหนดว่าบันทึกอัตราการเต้นของหัวใจเป็นจำนวน 2 ครั้ง ดังนั้นการกรอกข้อมูลจะเหมือนกับว่าในแถวที่ 1,3,5 จะเป็นการตรวจครั้งแรกและแถวที่ 2,4,6 จะเป็นการตรวจครั้งที่2



จะเห็นว่าจะมีการเลือกว่าจะให้จำนวนค่าสังเกตต่อ 1 หน่วยเป็นเท่าไร จากโจทย์กำหนดให้เป็น 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบฟิสเชอร์

ข้อมูลของการทดสอบนี้จะมีเพียง 2 ลักษณะเท่านั้น คือ + กับ -

ตัวอย่างเช่น

สุ่มตัวอย่างขนาด 7 และ 8 จากประชากรที่1 และ 2 ตามลำดับโดยที่ประชากรทั้ง 2 เป็นอิสระต่อกัน เมื่อทำการจำแนกว่าแต่ละตัวอย่างมีคุณลักษณะ + หรือ — อย่างไร ได้ข้อมูลดังนี้

		ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2
คุณลักษณะ	+	5	1
	-	2	7

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

1. การกรอกข้อมูลเมื่อทราบข้อมูลดิบ

เอกสาร

	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2	Var
1	1.00	1.00	
2	1.00	0	
3	1.00	0	
4	1.00	0	
5	1.00	0	
6	0	0	
7	0	0	
8		0	
9			
10			
11			

2. การกรอกข้อมูลเมื่อทราบความถี่

เอกสาร

	ตัวอย่างที่ 1	ตัวอย่างที่ 2	Var
1	5.00	1.00	
2	2.00	7.00	
3			
4			
5			
6			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบมัธยฐานกรณีหลายกลุ่มตัวอย่าง

ตัวอย่าง

ถ้านักวิจัยต้องการศึกษาถึงอิทธิพลระดับความรู้ของมารดาว่ามีความสนใจต่อการเรียนรู้ของบุตรหรือไม่จึงสุ่มข้อมูลดังตาราง

จำนวนครั้งที่มารดาของนักเรียนมาร่วมกิจกรรมของโรงเรียน

ประถมปีที่ 6	มัธยมปีที่ 6	อาชีวะศึกษา	ปริญญาตรี	ปริญญาโท	สูงกว่าปริญญาโท
4	2	2	9	2	2
3	4	0	4	4	6
0	1	4	2	5	
7	6	3	3	2	
1	3	8			
2	0	0			
0	2	5			
3	5	2			
5	1	1			
1	2	7			
	1	6			
		5			
		1			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกรอกข้อมูลของการทดสอบนี้ มี 2 วิธี คือ

1. การกรอกข้อมูลแบบทราบข้อมูลดิบ

เอกสาร

	ป.6	ม.6	อาชีวศึกษา	ปริญญาตรี	ปริญญาโท	สูงกว่า โท
1	4.00	2.00	2.00	9.00	2.00	2.00
2	3.00	4.00	0	4.00	4.00	6.00
3	0	1.00	4.00	2.00	5.00	
4	7.00	6.00	3.00	3.00	2.00	
5	1.00	3.00	8.00			
6	2.00	0	0			
7	0	2.00	5.00			
8	3.00	5.00	2.00			
9	5.00	1.00	1.00			
10	1.00	2.00	7.00			
11		1.00	6.00			
12			5.00			
13			1.00			
14						

2. การกรอกข้อมูลแบบทราบความถี่

เอกสาร

	ป.6	ม.6	อาชีวศึกษา	ปริญญาตรี	ปริญญาโท	สูงกว่า โท
1	5.00	4.00	7.00	3.00	2.00	1.00
2	5.00	7.00	6.00	1.00	2.00	1.00
3						
4						
5						
6						
7						

ในการกรอกข้อมูลแบบทราบความถี่ในแถวแรกจะเป็นจำนวนของมารดาที่มาร่วมกิจกรรมของโรงเรียนด้วยจำนวนครั้งที่มากกว่าค่ามัธยฐานรวม และในแถวที่ 2จะเป็นจำนวนของมารดาที่มาร่วมกิจกรรมของโรงเรียนด้วยจำนวนครั้งที่น้อยกว่าค่ามัธยฐานรวม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

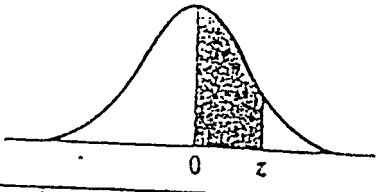
ภาคผนวก
ตาราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวกที่ 1

ตารางสถิติและโปรแกรมสำเร็จรูปของบางการทดสอบ

Table 1 Normal curve areas

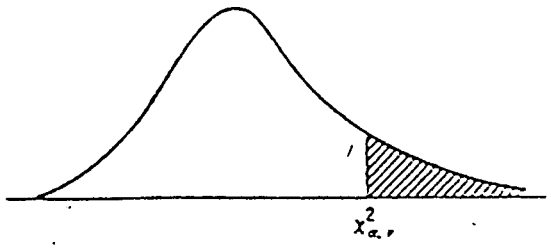


z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

This table is abridged from Table I of *Statistical Tables and Formulas*, by A. Hald (New York: John Wiley & Sons, Inc., 1952). Reproduced by permission of A. Hald and the publishers, John Wiley & Sons, Inc.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 2
Percentage points of the χ^2 distribution[a]



	α								
ν	0.995	0.990	0.975	0.950	0.500	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00+	0.00+	0.00+	0.00+	0.45	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	1.39	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	2.37	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	3.36	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	4.35	11.07	12.38	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	5.35	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	6.35	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	7.34	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	8.34	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	9.34	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	10.34	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	11.34	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	12.34	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	13.34	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	14.34	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	15.34	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	16.34	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	17.34	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	18.34	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	19.34	31.41	34.17	37.57	40.00
25	10.52	11.52	13.12	14.61	24.34	37.65	40.65	44.31	46.93
30	13.79	14.95	16.79	18.49	29.34	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	39.34	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	49.33	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	59.33	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	69.33	90.53	95.02	100.42	104.22
80	51.17	53.54	57.15	60.39	79.33	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	89.33	113.14	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	99.33	124.34	129.56	135.81	140.17

ν = degrees of freedom.

[a] Adapted with permission from *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. I, 3rd ed., by E. S. Pearson and H. O. Hartley, Cambridge University Press, Cambridge, 1966.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

Table 3 Binomial Distribution[a]

n	y	$p = .05$	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
1	0	.9500	.9000	.8500	.8000	.7500	.7000	.6500	.6000	.5500
	1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	0	.9025	.8100	.7225	.6400	.5625	.4900	.4225	.3600	.3025
	1	.9975	.9900	.9775	.9600	.9375	.9100	.8775	.8400	.7975
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	0	.8574	.7290	.6141	.5120	.4219	.3430	.2746	.2160	.1664
	1	.9928	.9720	.9392	.8960	.8438	.7840	.7182	.6480	.5748
	2	.9999	.9990	.9966	.9920	.9844	.9730	.9571	.9360	.9089
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	0	.8145	.6561	.5220	.4096	.3164	.2401	.1785	.1296	.0915
	1	.9860	.9477	.8905	.8192	.7383	.6517	.5630	.4752	.3910
	2	.9995	.9963	.9880	.9728	.9492	.9163	.8735	.8208	.7585
	3	1.0000	.9999	.9995	.9984	.9961	.9919	.9850	.9743	.9590
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	0	.7738	.5905	.4437	.3277	.2373	.1681	.1160	.0778	.0503
	1	.9774	.9185	.8352	.7373	.6328	.5282	.4284	.3370	.2562
	2	.9988	.9914	.9734	.9421	.8965	.8369	.7648	.6826	.5931
	3	1.0000	.9995	.9978	.9933	.9844	.9692	.9460	.9130	.8688
	4	1.0000	1.0000	.9999	.9997	.9990	.9976	.9947	.9898	.9815
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
6	0	.7351	.5314	.3771	.2621	.1780	.1176	.0754	.0467	.0277
	1	.9672	.8857	.7765	.6554	.5339	.4202	.3191	.2333	.1636
	2	.9978	.9842	.9527	.9011	.8306	.7443	.6471	.5443	.4415
	3	.9999	.9987	.9941	.9830	.9624	.9295	.8826	.9208	.7447
	4	1.0000	.9999	.9996	.9984	.9954	.9891	.9777	.9590	.9308
	5	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9998	.9993	.9982	.9959	.9917
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
7	0	.6983	.4783	.3206	.2097	.1335	.0824	.0490	.0280	.0152
	1	.9556	.8503	.7166	.5767	.4449	.3294	.2338	.1586	.1024
	2	.9962	.9743	.9262	.8520	.7564	.6471	.5323	.4199	.3164
	3	.9998	.9973	.9879	.9667	.9294	.8740	.8002	.7102	.6083
	4	1.0000	.9998	.9988	.9953	.9871	.9812	.9444	.9037	.8471
	5	1.0000	1.0000	.9999	.9996	.9987	.9962	.9910	.9812	.9643
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9998	.9994	.9984	.9963
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

[a] Y has the binomial distribution with parameters n and p. The entries are the values of $P(Y \le y) = \sum_{i=0}^{y} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$, for p ranging from .05 to .95.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .50$	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
1	0	.5000	.4500	.4000	.3500	.3000	.2500	.2000	.1500	.1000	.0500
	1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	0	.2500	.2025	.1600	.1225	.0900	.0625	.0400	.0225	.0100	.0025
	1	.7500	.6975	.6400	.5775	.5100	.4375	.3600	.2775	.1900	.0975
	2	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3	0	.1250	.0911	.0640	.0429	.0270	.0156	.0080	.0034	.0010	.0001
	1	.5000	.4252	.3520	.2818	.2160	.1562	.1040	.0608	.0280	.0072
	2	.8750	.8336	.7840	.7254	.6570	.5781	.4880	.3859	.2710	.1426
	3	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4	0	.0625	.0410	.0256	.0150	.0081	.0039	.0016	.0005	.0001	.0000
	1	.3125	.2415	.1792	.1265	.0837	.0508	.0272	.0120	.0037	.0005
	2	.6875	.6090	.5248	.4370	.3483	.2617	.1808	.1095	.0523	.0140
	3	.9375	.9085	.8704	.8215	.7599	.6836	.5904	.4780	.3439	.1855
	4	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
5	0	.0312	.0185	.0102	.0053	.0024	.0010	.0003	.0001	.0000	.0000
	1	.1875	.1312	.0870	.0540	.0308	.0156	.0067	.0022	.0005	.0000
	2	.5000	.4069	.3174	.2352	.1631	.1035	.0579	.0266	.0086	.0012
	3	.8125	.7438	.6630	.5716	.4718	.3672	.2627	.1648	.0815	.0226
	4	.9688	.9497	.9222	.8840	.8319	.7627	.6723	.5563	.4095	.2262
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
6	0	.0156	.0083	.0041	.0018	.0007	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000
	1	.1094	.0692	.0410	.0223	.0109	.0046	.0016	.0004	.0001	.0000
	2	.3438	.2553	.1792	.1174	.0705	.0376	.0170	.0059	.0013	.0001
	3	.6562	.5585	.4557	.3529	.2557	.1694	.0989	.0473	.0158	.0022
	4	.8906	.8364	.7667	.6809	.5798	.4661	.3446	.2235	.1143	.0328
	5	.9844	.9723	.9533	.9246	.8824	.8220	.7379	.6229	.4686	.2649
	6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
7	0	.0078	.0037	.0016	.0006	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0625	.0357	.0188	.0090	.0038	.0013	.0004	.0001	.0000	.0000
	2	.2266	.1529	.0963	.0556	.0288	.0129	.0047	.0012	.0002	.0000
	3	.5000	.3917	.2898	.1998	.1260	.0706	.0333	.0121	.0027	.0002
	4	.7734	.6836	.5801	.4677	.3529	.2436	.1480	.0738	.0257	.0038
	5	.9375	.8976	.8414	.7662	.6706	.5551	.4233	.2834	.1497	.0444
	6	.9922	.9848	.9720	.9510	.9176	.8665	.7903	.6794	.5217	.3017
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .05$	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
8	0	.6634	.4305	.2725	.1678	.1001	.0576	.0319	.0168	.0084
	1	.9428	.8131	.6572	.5033	.3671	.2553	.1691	.1064	.0632
	2	.9942	.9619	.8948	.7969	.6785	.5518	.4278	.3154	.2201
	3	.9996	.9950	.9786	.9437	.8862	.8059	.7064	.5941	.4770
	4	1.0000	.9996	.9971	.9896	.9727	.9420	.8939	.8263	.7396
	5	1.0000	1.0000	.9998	.9988	.9958	.9887	.9747	.9502	.9115
	6	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9996	.9987	.9964	.9915	.9819
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9988	.9993	.9983
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
9	0	.6302	.3874	.2316	.1342	.0751	.0404	.0207	.0101	.0046
	1	.9288	.7748	.5995	.4362	.3003	.1960	.1211	.0705	.0385
	2	.9916	.9470	.8591	.7382	.6007	.4628	.3373	.2318	.1495
	3	.9994	.9917	.9661	.9144	.8343	.7297	.6089	.4826	.3614
	4	1.0000	.9991	.9944	.9804	.9511	.9012	.8283	.7334	.6214
	5	1.0000	.9999	.9994	.9969	.9900	.9747	.9464	.9006	.8342
	6	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9987	.9957	.9888	.9750	.9502
	7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9996	.9986	.9962	.9909
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997	.9992
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	0	.5987	.3487	.1969	.1074	.0563	.0282	.0135	.0060	.0025
	1	.9139	.7361	.5443	.3758	.2440	.1493	.0860	.0464	.0233
	2	.9885	.9298	.8202	.6778	.5256	.3828	.2616	.1673	.0996
	3	.9990	.9872	.9500	.8791	.7759	.6496	.5138	.3823	.2660
	4	.9999	.9984	.9901	.9672	.9219	.8497	.7515	.6331	.5044
	5	1.0000	.9999	.9986	.9936	.9803	.9527	.9051	.8338	.7384
	6	1.0000	1.0000	.9999	.9991	.9965	.9894	.9740	.9452	.8980
	7	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9996	.9984	.9952	.9877	.9726
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9995	.9983	.9955
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
11	0	.5688	.3138	.1673	.0859	.0422	.0198	.0088	.0036	.0014
	1	.8981	.6974	.4922	.3221	.1971	.1130	.0606	.0302	.0139
	2	.9848	.9104	.7788	.6174	.4552	.3127	.2001	.1189	.0652
	3	.9984	.9815	.9306	.8389	.7133	.5696	.4256	.2963	.1911
	4	.9999	.9972	.9841	.9496	.8854	.7897	.6683	.5328	.3971
	5	1.0000	.9997	.9973	.9883	.9657	.9218	.8513	.7535	.6331
	6	1.0000	1.0000	.9997	.9980	.9924	.9784	.9499	.9006	.8262
	7	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9988	.9957	.9878	.9707	.9390
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9980	.9941	.9852
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9993	.9978
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .50$	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
8	0	.0039	.0017	.0007	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0352	.0181	.0085	.0036	.0013	.0004	.0001	.0000	.0000	.0000
	2	.1445	.0885	.0498	.0253	.0113	.0042	.0012	.0002	.0000	.0000
	3	.3633	.2604	.1737	.1061	.0580	.0273	.0104	.0029	.0004	.0000
	4	.6367	.5230	.4059	.2936	.1941	.1138	.0563	.0214	.0050	.0004
	5	.8555	.7799	.6846	.5722	.4482	.3215	.2031	.1052	.0381	.0058
	6	.9648	.9368	.8936	.8309	.7447	.6329	.4967	.3428	.1869	.0572
	7	.9961	.9916	.9832	.9681	.9424	.8999	.8322	.7275	.5695	.3366
	8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
9	0	.0020	.0008	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0195	.0091	.0038	.0014	.0004	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0898	.0498	.0250	.0112	.0043	.0013	.0003	.0000	.0000	.0000
	3	.2539	.1658	.0994	.0536	.0253	.0100	.0031	.0006	.0001	.0000
	4	.5000	.3786	.2666	.1717	.0988	.0489	.0196	.0056	.0009	.0000
	5	.7461	.6386	.5174	.3911	.2703	.1657	.0856	.0339	.0083	.0006
	6	.9102	.8505	.7682	.6627	.5372	.3993	.2618	.1409	.0530	.0084
	7	.9805	.9615	.9295	.8789	.8040	.6997	.5638	.4005	.2252	.0712
	8	.9980	.9954	.9899	.9793	.9596	.9249	.8658	.7684	.6126	.3698
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	0	.0010	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0107	.0045	.0017	.0005	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0547	.0274	.0123	.0048	.0016	.0004	.0001	.0000	.0000	.0000
	3	.1719	.1020	.0548	.0260	.0106	.0035	.0009	.0001	.0000	.0000
	4	.3770	.2616	.1662	.0949	.0473	.0197	.0064	.0014	.0001	.0000
	5	.6230	.4956	.3669	.2485	.1503	.0781	.0328	.0099	.0016	.0001
	6	.8281	.7340	.6177	.4862	.3504	.2241	.1209	.0500	.0128	.0010
	7	.9453	.9004	.8327	.7384	.6172	.4744	.3222	.1798	.0702	.0115
	8	.9893	.9767	.9536	.9140	.8507	.7560	.6242	.4557	.2639	.0861
	9	.9990	.9975	.9940	.9865	.9718	.9437	.8926	.8031	.6513	.4013
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
11	0	.0005	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0059	.0022	.0007	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0327	.0148	.0059	.0020	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.1133	.0610	.0293	.0122	.0043	.0012	.0002	.0000	.0000	.0000
	4	.2744	.1738	.0994	.0501	.0216	.0076	.0020	.0003	.0000	.0000
	5	.5000	.3669	.2465	.1487	.0782	.0343	.0117	.0027	.0003	.0000
	6	.7256	.6029	.4672	.3317	.2103	.1146	.0504	.0159	.0028	.0001
	7	.8867	.8089	.7037	.5744	.4304	.2867	.1611	.0694	.0185	.0016
	8	.9673	.9348	.8811	.7999	.6873	.5448	.3826	.2212	.0896	.0152
	9	.9941	.9861	.9698	.9394	.8870	.8029	.6779	.5078	.3026	.1019
	10	.9995	.9986	.9964	.9912	.9802	.9578	.9141	.8327	.6862	.4312
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .05$	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
12	0	.5404	.2824	.1422	.0687	.0317	.0138	.0057	.0022	.0008
	1	.8816	.6590	.4435	.2749	.1584	.0850	.0424	.0424	.0083
	2	.9804	.8891	.7358	.5583	.3907	.2528	.1513	.0834	.0421
	3	.9978	.9744	.9078	.7946	.6488	.4925	.3467	.2253	.1345
	4	.9998	.9957	.9761	.9274	.8424	.7237	.5833	.4382	.3044
	5	1.0000	.9995	.9954	.9806	.9456	.8822	.7873	.6652	.5269
	6	1.0000	.9999	.9993	.9961	.9857	.9614	.9154	.8418	.7393
	7	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9972	.9905	.9745	.9427	.8883
	8	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9996	.9983	.9944	.9847	.9644
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9992	.9972	.9921
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997	.9989
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
13	0	.5133	.2542	.1209	.0550	.0238	.0097	.0037	.0013	.0004
	1	.8646	.6213	.3983	.2336	.1267	.0637	.0296	.0126	.0049
	2	.9755	.8661	.7296	.5017	.3326	.2025	.1132	.0579	.0269
	3	.9969	.9658	.9033	.7473	.5843	.4206	.2783	.1686	.0929
	4	.9997	.9935	.9740	.9009	.7940	.6543	.5005	.3530	.2279
	5	1.0000	.9991	.9947	.9700	.9198	.8346	.7159	.5744	.4268
	6	1.0000	.9999	.9987	.9930	.9757	.9376	.8705	.7712	.6437
	7	1.0000	1.0000	.9998	.9988	.9944	.9818	.9538	.9023	.8212
	8	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9990	.9960	.9874	.9679	.9302
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9993	.9975	.9922	.9797
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997	.9987	.9959
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9995
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
14	0	.4877	.2288	.1028	.0440	.0178	.0068	.0024	.0008	.0002
	1	.8470	.5846	.3567	.1979	.1010	.0475	.0205	.0081	.0029
	2	.9699	.8416	.6479	.4481	.2811	.1608	.0839	.0398	.0170
	3	.9958	.9559	.8535	.6982	.5213	.3552	.2205	.1243	.0632
	4	.9996	.9908	.9533	.8702	.7415	.5842	.4227	.2793	.1672
	5	1.0000	.9985	.9885	.9561	.8883	.7805	.6405	.4859	.3373
	6	1.0000	.9998	.9978	.9884	.9617	.9067	.8164	.6925	.5461
	7	1.0000	1.0000	.9997	.9976	.9897	.9685	.9247	.8499	.7414
	8	1.0000	1.0000	1.0000	.9996	.9978	.9917	.9757	.9417	.8811
	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9983	.9940	.9825	.9574
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9989	.9961	.9886
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9978
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .50$	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
12	0	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0032	.0011	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0193	.0079	.0028	.0008	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0730	.0356	.0153	.0056	.0017	.0004	.0001	.0000	.0000	.0000
	4	.1938	.1117	.0573	.0255	.0095	.0028	.0006	.0001	.0000	.0000
	5	.3872	.2607	.1582	.0846	.0386	.0143	.0039	.0007	.0001	.0000
	6	.6128	.4731	.3348	.2127	.1178	.0544	.0194	.0046	.0005	.0000
	7	.8062	.6956	.5618	.4167	.2763	.1576	.0726	.0239	.0043	.0002
	8	.9270	.8655	.7747	.6533	.5075	.3512	.2054	.0922	.0256	.0022
	9	.9807	.9579	.9166	.8487	.7472	.6093	.4417	.2642	.1109	.0196
	10	.9968	.9917	.9804	.9576	.9150	.8416	.7251	.5565	.3410	.1184
	11	.9998	.9992	.9978	.9943	.9862	.9683	.9313	.8578	.7176	.4596
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
13	0	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0017	.0005	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0112	.0041	.0013	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0461	.0203	.0078	.0025	.0007	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.1334	.0698	.0321	.0126	.0040	.0010	.0002	.0000	.0000	.0000
	5	.2905	.1788	.0977	.0462	.0182	.0056	.0012	.0002	.0000	.0000
	6	.5000	.3563	.2288	.1295	.0624	.0243	.0070	.0013	.0001	.0000
	7	.7095	.5732	.4256	.2841	.1654	.0802	.0300	.0053	.0009	.0000
	8	.8666	.7721	.6470	.4995	.3457	.2060	.0991	.0260	.0065	.0003
	9	.9539	.9071	.8314	.7217	.5794	.4157	.2527	.0967	.0342	.0031
	10	.9888	.9731	.9421	.8868	.7975	.6674	.4983	.2704	.1339	.0245
	11	.9983	.9951	.9874	.9704	.9363	.8733	.7664	.6017	.3787	.1354
	12	.9999	.9996	.9987	.9963	.9903	.9762	.9450	.8791	.7458	.4867
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
14	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0009	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0065	.0022	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0287	.0114	.0039	.0011	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0898	.0462	.0175	.0060	.0017	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.2120	.1189	.0583	.0243	.0083	.0022	.0004	.0000	.0000	.0000
	6	.3953	.2586	.1501	.0753	.0315	.0103	.0024	.0003	.0000	.0000
	7	.6047	.4539	.3075	.1836	.0933	.0383	.0116	.0022	.0002	.0000
	8	.7880	.6627	.5141	.3595	.2195	.1117	.0439	.0115	.0015	.0000
	9	.9102	.8328	.7207	.5773	.4158	.2585	.1298	.0467	.0092	.0004
	10	.9713	.9368	.8757	.7795	.6448	.4787	.3018	.1465	.0441	.0042
	11	.9935	.9830	.9602	.9161	.8392	.7189	.5519	.3521	.1584	.0301
	12	.9991	.9971	.9919	.9795	.9525	.8990	.8021	.6433	.4154	.1530
	13	.9999	.9998	.9992	.9976	.9932	.9822	.9560	.8972	.7712	.5123
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .05$	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
15	0	.4633	.2059	.0874	.0352	.0134	.0047	.0016	.0005	.0001
	1	.8290	.5490	.3186	.1671	.0802	.0353	.0142	.0052	.0017
	2	.9638	.8159	.6042	.3980	.2361	.1268	.0617	.0271	.0107
	3	.9945	.9444	.8227	.6482	.4613	.2969	.1727	.0905	.0424
	4	.9994	.9873	.9383	.8358	.6865	.5155	.3519	.2173	.1204
	5	.9999	.9978	.9832	.9389	.8516	.7216	.5643	.4032	.2608
	6	1.0000	.9997	.9964	.9819	.9434	.8689	.7548	.6098	.4522
	7	1.0000	1.0000	.9994	.9958	.9827	.9500	.8868	.7869	.6535
	8	1.0000	1.0000	.9999	.9992	.9958	.9848	.9578	.9050	.8182
	9	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9992	.9963	.9876	.9662	.9231
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9993	.9972	.9907	.9745
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9995	.9981	.9937
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997	.9989
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	0	.4401	.1853	.0743	.0281	.0100	.0033	.0010	.0003	.0001
	1	.8108	.5147	.2839	.1407	.0635	.0261	.0098	.0033	.0010
	2	.9571	.7892	.5614	.3518	.1971	.0994	.0451	.0183	.0066
	3	.9930	.9316	.7899	.5981	.4050	.2459	.1339	.0651	.0281
	4	.9991	.9830	.9209	.7982	.6302	.4499	.2892	.1666	.0853
	5	.9999	.9967	.9765	.9183	.8103	.6598	.4900	.3288	.1976
	6	1.0000	.9995	.9944	.9733	.9204	.8247	.6881	.5272	.3660
	7	1.0000	.9999	.9989	.9930	.9729	.9256	.8406	.7161	.5629
	8	1.0000	1.0000	.9998	.9985	.9925	.9743	.9329	.8577	.7441
	9	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9984	.9929	.9771	.9417	.8759
	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9984	.9938	.9809	.9514
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9987	.9951	.9851
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9991	.9965
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .50$	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
15	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0005	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0037	.0011	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0176	.0063	.0019	.0005	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0592	.0255	.0093	.0028	.0007	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.1509	.0769	.0338	.0124	.0037	.0008	.0001	.0000	.0000	.0000
	6	.3036	.1818	.0950	.0422	.0152	.0042	.0008	.0001	.0000	.0000
	7	.5000	.3465	.2131	.1132	.0500	.0173	.0042	.0006	.0000	.0000
	8	.6964	.5478	.3902	.2452	.1311	.0566	.0181	.0036	.0003	.0000
	9	.8491	.7392	.5968	.4357	.2784	.1484	.0611	.0168	.0022	.0001
	10	.9408	.8796	.7827	.6481	.4845	.3135	.1642	.0617	.0127	.0006
	11	.9824	.9576	.9095	.8273	.7031	.5387	.3518	.1773	.0556	.0055
	12	.9963	.9893	.9729	.9383	.8732	.7639	.6020	.3958	.1841	.0362
	13	.9995	.9983	.9948	.9858	.9647	.9198	.8329	.6814	.4510	.1710
	14	1.0000	.9999	.9995	.9984	.9953	.9866	.9648	.9126	.7941	.5367
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
16	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0021	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0106	.0035	.0009	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0384	.0149	.0049	.0013	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.1051	.0486	.0191	.0062	.0016	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.2272	.1241	.0583	.0229	.0071	.0016	.0002	.0000	.0000	.0000
	7	.4018	.2559	.1423	.0671	.0257	.0075	.0015	.0002	.0000	.0000
	8	.5982	.4371	.2839	.1594	.0744	.0271	.0070	.0011	.0001	.0000
	9	.7228	.6340	.4728	.3119	.1753	.0796	.0267	.0056	.0005	.0000
	10	.8949	.8024	.6712	.5100	.3402	.1897	.0817	.0235	.0033	.0001
	11	.9616	.9147	.8334	.7108	.5501	.3698	.2018	.0791	.0170	.0009
	12	.9894	.9719	.9349	.8661	.7541	.5950	.4019	.2101	.0684	.0070
	13	.9979	.9934	.9817	.9549	.9006	.8729	.6482	.4386	.2108	.0429
	14	.9997	.9990	.9967	.9902	.9739	.9365	.8593	.7161	.4853	.1892
	15	1.0000	.9999	.9997	.9990	.9967	.9900	.9719	.9257	.8147	.5599
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .05$	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
17	0	.4181	.1668	.0631	.0225	.0075	.0023	.0007	.0002	.0000
	1	.7922	.4818	.2525	.1182	.0501	.0193	.0067	.0021	.0006
	2	.9497	.7618	.5198	.3096	.1637	.0774	.0327	.0123	.0041
	3	.9912	.9174	.7556	.5489	.3530	.2019	.1028	.0464	.0184
	4	.9988	.9779	.9013	.7582	.5739	.3887	.2348	.1260	.0596
	5	.9999	.9953	.9681	.8943	.7653	.5968	.4197	.2639	.1471
	6	1.0000	.9992	.9917	.9623	.8929	.7752	.6188	.4478	.2902
	7	1.0000	.9999	.9983	.9891	.9598	.8954	.7872	.6405	.4743
	8	1.0000	1.0000	.9997	.9974	.9876	.9597	.9006	.8011	.6626
	9	1.0000	1.0000	1.0000	.9995	.9969	.9873	.9617	.9081	.8166
	10	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9968	.9880	.9652	.9174
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9993	.9970	.9894	.9699
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9975	.9914
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9995	.9981
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9997
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
18	0	.3972	.1501	.0536	.0180	.0056	.0016	.0004	.0001	.0000
	1	.7735	.4503	.2241	.0991	.0395	.0142	.0046	.0013	.0003
	2	.9419	.7338	.4797	.2713	.1353	.0600	.0236	.0082	.0025
	3	.9891	.9018	.7202	.5010	.3057	.1646	.0783	.0328	.0120
	4	.9985	.9718	.8794	.7164	.5187	.3327	.1886	.0942	.0411
	5	.9998	.9936	.9581	.8671	.7175	.5344	.3550	.2088	.1077
	6	1.0000	.9988	.9882	.9487	.8610	.7217	.5491	.3743	.2258
	7	1.0000	.9998	.9973	.9837	.9431	.8593	.7283	.5634	.3915
	8	1.0000	1.0000	.9995	.9957	.9807	.9404	.8609	.7368	.5778
	9	1.0000	1.0000	.9999	.9991	.9946	.9790	.9403	.8653	.7473
	10	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9988	.9939	.9788	.9424	.8720
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9986	.9938	.9797	.9463
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9986	.9942	.9817
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9987	.9951
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9990
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	p = .50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
17	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0012	.0003	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0064	.0019	.0005	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0245	.0086	.0025	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.0717	.0301	.0106	.0030	.0007	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.1662	.0826	.0348	.0120	.0032	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000
	7	.3145	.1834	.0919	.0383	.0127	.0031	.0005	.0000	.0000	.0000
	8	.5000	.3374	.1989	.0994	.0403	.0124	.0026	.0003	.0000	.0000
	9	.6855	.5257	.3595	.2128	.1046	.0402	.0109	.0017	.0001	.0000
	10	.8338	.7098	.5522	.3812	.2248	.1071	.0377	.0083	.0008	.0000
	11	.9283	.8529	.7361	.5803	.4032	.2347	.1057	.0319	.0047	.0001
	12	.9755	.9404	.8740	.7652	.6113	.4261	.2418	.0987	.0221	.0012
	13	.9936	.9816	.9536	.8972	.7981	.6470	.4511	.2444	.0826	.0088
	14	.9988	.9959	.9877	.9673	.9226	.8363	.6904	.4802	.2382	.0503
	15	.9999	.9994	.9979	.9933	.9807	.9499	.8818	.7475	.5182	.2078
	16	1.0000	1.0000	.9998	.9993	.9977	.9925	.9775	.9369	.8332	.5819
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
18	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0007	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0038	.0010	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0154	.0049	.0013	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.0481	.0183	.0058	.0014	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.1189	.0537	.0203	.0062	.0014	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.2403	.1280	.0576	.0212	.0061	.0012	.0002	.0000	.0000	.0000
	8	.4073	.2527	.1347	.0597	.0210	.0054	.0009	.0001	.0000	.0000
	9	.5927	.4222	.2632	.1391	.0596	.0193	.0043	.0005	.0000	.0000
	10	.7597	.6085	.4366	.2717	.1407	.0569	.0163	.0027	.0002	.0000
	11	.8811	.7742	.6257	.4509	.2783	.1390	.0513	.0118	.0012	.0000
	12	.9519	.8923	.7912	.6450	.4656	.2825	.1329	.0419	.0064	.0002
	13	.9846	.9589	.9058	.8114	.6673	.4813	.2836	.1206	.0282	.0015
	14	.9962	.9880	.9672	.9217	.8354	.6943	.4990	.2798	.0982	.0109
	15	.9993	.9975	.9918	.9764	.9400	.8647	.7287	.5203	.2662	.0581
	16	.9999	.9997	.9987	.9954	.9858	.9605	.9009	.7759	.5497	.2265
	17	1.0000	1.0000	.9999	.9996	.9984	.9944	.9820	.9464	.8499	.6028
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .05$	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45
19	0	.3774	.1351	.0456	.0144	.0042	.0011	.0003	.0001	.0000
	1	.7547	.4203	.1985	.0829	.0310	.0104	.0031	.0008	.0002
	2	.9335	.7054	.4413	.2369	.1113	.0462	.0170	.0055	.0015
	3	.9869	.8850	.6841	.4551	.2631	.1332	.0591	.0230	.0077
	4	.9980	.9648	.8556	.6733	.4654	.2822	.1500	.0696	.0280
	5	.9998	.9914	.9463	.8369	.6678	.4739	.2968	.1629	.0777
	6	1.0000	.9983	.9837	.9324	.8251	.6655	.4812	.3081	.1727
	7	1.0000	.9997	.9959	.9767	.9225	.8180	.6656	.4878	.3169
	8	1.0000	1.0000	.9992	.9933	.9713	.9161	.8145	.6675	.4940
	9	1.0000	1.0000	.9999	.9984	.9911	.9674	.9125	.8139	.6710
	10	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9977	.9895	.9653	.9115	.8159
	11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9995	.9972	.9886	.9648	.9129
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9969	.9884	.9658
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9993	.9969	.9891
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9994	.9972
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9995
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	0	.3585	.1216	.0388	.0115	.0032	.0008	.0002	.0000	.0000
	1	.7358	.3917	.1756	.0692	.0243	.0076	.0021	.0005	.0001
	2	.9245	.6769	.4049	.2061	.0913	.0355	.0121	.0036	.0009
	3	.9841	.8670	.6477	.4114	.2252	.1071	.0444	.0160	.0049
	4	.9974	.9568	.8298	.6296	.4148	.2375	.1182	.0510	.0189
	5	.9997	.9887	.9327	.8042	.6172	.4164	.2454	.1256	.0553
	6	1.0000	.9976	.9781	.9133	.7858	.6080	.4166	.2500	.1299
	7	1.0000	.9996	.9941	.9679	.8982	.7723	.6010	.4159	.2520
	8	1.0000	.9999	.9987	.9900	.9591	.8867	.7624	.5956	.4143
	9	1.0000	1.0000	.9998	.9974	.9861	.9520	.8782	.7553	.5914
	10	1.0000	1.0000	1.0000	.9994	.9961	.9829	.9468	.8725	.7507
	11	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9991	.9949	.9804	.9435	.8692
	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9987	.9940	.9790	.9420
	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9985	.9935	.9786
	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9984	.9936
	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997	.9985
	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9997
	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 3 (CONTINUED)

n	y	$p = .50$	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
19	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0004	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0022	.0005	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0096	.0028	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.0318	.0109	.0031	.0007	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.0835	.0342	.0116	.0031	.0006	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.1796	.0871	.0352	.0114	.0028	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.3238	.1841	.0885	.0347	.0105	.0023	.0003	.0000	.0000	.0000
	9	.5000	.3290	.1861	.0875	.0326	.0089	.0016	.0001	.0000	.0000
	10	.6762	.5060	.3325	.1855	.0839	.0287	.0067	.0008	.0000	.0000
	11	.8204	.6831	.5122	.3344	.1820	.0775	.0233	.0041	.0003	.0000
	12	.9165	.8273	.6919	.5188	.3345	.1749	.0676	.0163	.0017	.0000
	13	.9682	.9223	.8371	.7032	.5261	.3322	.1631	.0537	.0086	.0002
	14	.9904	.9720	.9304	.8500	.7178	.5346	.3267	.1444	.0352	.0020
	15	.9978	.9923	.9770	.9409	.8668	.7369	.5449	.3159	.1150	.0132
	16	.9996	.9985	.9945	.9830	.9538	.8887	.7631	.5587	.2946	.0665
	17	1.0000	.9998	.9992	.9969	.9896	.9690	.9171	.8015	.5797	.2453
	18	1.0000	1.0000	.9999	.9997	.9989	.9958	.9856	.9544	.8649	.6226
	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0013	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0059	.0015	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.0207	.0064	.0016	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.0577	.0214	.0065	.0015	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.1316	.0580	.0210	.0060	.0013	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.2517	.1308	.0565	.0196	.0051	.0009	.0001	.0000	.0000	.0000
	9	.4119	.2493	.1275	.0532	.0171	.0039	.0006	.0000	.0000	.0000
	10	.5881	.4086	.2447	.1218	.0480	.0139	.0026	.0002	.0000	.0000
	11	.7483	.5857	.4044	.2376	.1133	.0409	.0100	.0013	.0001	.0000
	12	.8684	.7480	.5841	.3990	.2277	.1018	.0321	.0059	.0004	.0000
	13	.9423	.8701	.7500	.5834	.3920	.2142	.0867	.0219	.0024	.0000
	14	.9793	.9447	.8744	.7546	.5836	.3828	.1958	.0673	.0113	.0003
	15	.9941	.9811	.9490	.8818	.7625	.5852	.3704	.1702	.0432	.0026
	16	.9987	.9951	.9840	.9556	.8929	.7748	.5886	.3523	.1330	.0159
	17	.9998	.9991	.9964	.9879	.9645	.9087	.7939	.5951	.3231	.0755
	18	1.0000	.9999	.9995	.9979	.9924	.9757	.9308	.8244	.6083	.2642
	19	1.0000	1.0000	1.0000	.9998	.9992	.9968	.9885	.9612	.8784	.6415
	20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

For n larger than 20, the rth quantile y_r of a binomial random variable may be approximated using $y_r = np + w_r \sqrt{np(1-p)}$, where w_r is the rth quantile of a standard normal random variable, obtained from Table 1.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 5 Table of confidence limits for a proportion*

n	r	Confidence coefficient, %		
		90	95	99
1	0	0.000	0.000	0.000
	1	.100	.050	.010
2	0	0.000	0.000	0.000
	1	.051	.025	.005
	2	.316	.224	.100
3	0	0.000	0.000	0.000
	1	.035	.017	.003
	2	.196	.135	.059
	3	.464	.368	.215
4	0	0.000	0.000	0.000
	1	.026	.013	.003
	2	.143	.098	.042
	3	.320	.249	.141
	4	.500	.473	.316
5	0	0.000	0.000	0.000
	1	.021	.010	.002
	2	.112	.076	.033
	3	.247	.189	.106
	4	.379	.343	.222
	5	.521	.500	.398
6	0	0.000	0.000	0.000
	1	.017	.009	.002
	2	.093	.063	.027
	3	.201	.153	.085
	4	.333	.271	.173
	5	.453	.402	.294
	6	.655	.598	.454
7	0	0.000	0.000	0.000
	1	.015	.007	.001
	2	.079	.053	.023
	3	.170	.129	.071
	4	.279	.225	.142
	5	.316	.341	.236
	6	.500	.446	.357
	7	.684	.623	.500
8	0	0.000	0.000	0.000
	1	.013	.006	.001
	2	.069	.046	.020
	3	.147	.111	.061
	4	.240	.193	.121
	5	.255	.289	.198
	6	.418	.315	.293
	7	.582	.500	.410
	8	.745	.685	.549
9	0	0.000	0.000	0.000
	1	.012	.006	.001
	2	.061	.041	.017
9	3	0.129	0.098	0.053
	4	.210	.169	.105
	5	.232	.251	.171
	6	.390	.289	.250
	7	.485	.442	.344
	8	.609	.557	.402
	9	.768	.711	.598
10	0	0.000	0.000	0.000
	1	.010	.005	.001
	2	.055	.037	.016
	3	.116	.087	.048
	4	.188	.150	.093
	5	.222	.222	.150
	6	.341	.267	.218
	7	.352	.331	.297
	8	.500	.397	.376
	9	.648	.603	.488
	10	.778	.733	.524
11	0	0.000	0.000	0.000
	1	.010	.005	.001
	2	.049	.033	.014
	3	.105	.079	.043
	4	.169	.135	.084
	5	.197	.200	.134
	6	.302	.250	.194
	7	.315	.333	.262
	8	.423	.369	.340
	9	.577	.500	.407
	10	.685	.631	.500
	11	.803	.750	.641
12	0	0.000	0.000	0.000
	1	.009	.004	.001
	2	.045	.030	.013
	3	.096	.072	.039
	4	.154	.123	.076
	5	.184	.181	.121
	6	.271	.236	.175
	7	.294	.294	.235
	8	.398	.346	.302
	9	.500	.450	.321
	10	.602	.550	.445
	11	.706	.654	.555
	12	.816	.764	.679
13	0	0.000	0.000	0.000
	1	.008	.004	.001
	2	.042	.028	.012
	3	.088	.066	.036
	4	.142	.113	.069
	5	.173	.166	.111
13	6	0.246	0.224	0.159
	7	.276	.260	.213
	8	.379	.327	.273
	9	.455	.413	.302
	10	.530	.480	.406
	11	.621	.566	.477
	12	.724	.673	.571
	13	.827	.775	.698
14	0	0.000	0.000	0.000
	1	.007	.004	.001
	2	.039	.026	.011
	3	.081	.061	.033
	4	.131	.104	.064
	5	.163	.153	.102
	6	.224	.206	.146
	7	.261	.206	.195
	8	.355	.312	.249
	9	.406	.371	.286
	10	.422	.389	.364
	11	.578	.500	.392
	12	.535	.511	.500
	13	.739	.688	.608
	14	.837	.794	.714
15	0	0.000	0.000	0.000
	1	.007	.003	.001
	2	.036	.024	.010
	3	.076	.057	.031
	4	.122	.097	.059
	5	.154	.142	.094
	6	.205	.191	.135
	7	.247	.191	.179
	8	.325	.294	.229
	9	.325	.332	.273
	10	.400	.369	.328
	11	.500	.448	.373
	12	.600	.552	.461
	13	.675	.631	.539
	14	.753	.698	.627
	15	.846	.809	.727
16	0	0.000	0.000	0.000
	1	.007	.003	.001
	2	.034	.023	.010
	3	.071	.053	.029
	4	.114	.090	.055
	5	.147	.132	.088
	6	.189	.178	.125
	7	.235	.178	.166
	8	.299	.272	.212
	9	.305	.272	.261
	10	.381	.352	.295

* Calculated by Edwin L. Crow, Eleanor G. Crow, and Robert S. Gardner according to a modification of a proposal of Theodore E. Sterne.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 5. (continued)

n	r	Confidence coefficient, % 90	95	99
16	11	0.450	0.429	0.357
	12	.550	.500	.421
	13	.619	.571	.475⁻
	14	.695⁻	.648	.549
	15	.765⁻	.728	.643
	16	.853	.822	.736
17	0	0.000	0.000	0.000
	1	.006	.003	.001
	2	.032	.021	.009
	3	.067	.050	.027
	4	.107	.085⁻	.052
	5	.140	.124	.082
	6	.175⁻	.166	.117
	7	.225⁻	.166	.155⁻
	8	.277	.253	.197
	9	.290	.254	.242
	10	.364	.337	.242
	11	.432	.406	.338
	12	.500	.456	.380
	13	.568	.511	.413
	14	.636	.583	.500
	15	.710	.663	.587
	16	.775⁻	.746	.654
	17	.860	.834	.758
18	0	0.000	0.000	0.000
	1	.006	.003	.001
	2	.030	.020	.008
	3	.063	.047	.025⁻
	4	.101	.080	.049
	5	.135⁻	.116	.077
	6	.163	.156	.110
	7	.216	.157	.145⁻
	8	.257	.236	.184
	9	.277	.242	.226
	10	.349	.325⁻	.228
	11	.416	.375⁻	.314
	12	.464	.381	.318
	13	.518	.444	.397
	14	.581	.556	.466
	15	.651	.619	.534
	16	.723	.675⁻	.603
	17	.784	.758	.682
	18	.865⁻	.843	.772
19	0	0.000	0.000	0.000
	1	.006	.003	.001
	2	.028	.019	.008
	3	.059	.044	.024
	4	.095⁻	.075⁻	.046
	5	.130	.110	.073
19	6	0.151	0.147	0.103
	7	.209	.150	.137
	8	.238	.222	.173
	9	.265⁻	.232	.212
	10	.337	.312	.218
	11	.386	.345⁻	.293
	12	.386	.365⁻	.305⁻
	13	.440	.426	.383
	14	.560	.500	.436
	15	.614	.574	.485⁻
	16	.663	.635⁻	.545⁻
	17	.735⁻	.684	.617
	18	.791	.768	.695⁻
	19	.870	.850	.782
20	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005⁻	.003	.001
	2	.027	.018	.008
	3	.056	.042	.023
	4	.090	.071	.044
	5	.126	.104	.069
	6	.141	.140	.098
	7	.201	.143	.129
	8	.221	.209	.163
	9	.255⁻	.222	.200
	10	.325⁻	.293	.209
	11	.358	.293	.274
	12	.367	.351	.293
	13	.422	.411	.363
	14	.500	.467	.399
	15	.578	.533	.424
	16	.633	.589	.500
	17	.672	.649	.576
	18	.745⁻	.707	.625⁻
	19	.797	.778	.707
	20	.874	.857	.791
21	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005⁻	.002	.000
	2	.026	.017	.007
	3	.054	.040	.022
	4	.086	.068	.041
	5	.121	.099	.065⁻
	6	.130	.132	.092
	7	.191	.137	.122
	8	.191	.197	.155⁻
	9	.245⁻	.213	.189
	10	.306	.276	.201
	11	.306	.276	.257
	12	.353	.338	.283
	13	.407	.398	.339
	14	.458	.449	.347
21	15	0.542	0.494	0.409
	16	.593	.545⁻	.466
	17	.647	.602	.534
	18	.694	.662	.591
	19	.755⁻	.724	.658
	20	.809	.787	.717
	21	.877	.863	.799
22	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005⁻	.002	.000
	2	.024	.016	.007
	3	.051	.038	.021
	4	.082	.065⁻	.039
	5	.115⁻	.094	.062
	6	.115⁻	.126	.088
	7	.181	.132	.116
	8	.181	.187	.147
	9	.236	.205⁻	.179
	10	.289	.260	.194
	11	.289	.264	.242
	12	.340	.325	.273
	13	.393	.383	.318
	14	.444	.418	.334
	15	.500	.424	.396
	16	.556	.500	.450
	17	.607	.576	.495
	18	.660	.611	.546
	19	.711	.674	.604
	20	.764	.736	.666
	21	.819	.795⁻	.727
	22	.885⁻	.863	.806
23	0	0.000	0.000	0.000
	1	.005⁻	.002	.000
	2	.023	.016	.007
	3	.049	.037	.020
	4	.078	.062	.038
	5	.110	.090	.059
	6	.110	.120	.084
	7	.173	.127	.111
	8	.173	.178	.140
	9	.228	.198	.171
	10	.273	.247	.187
	11	.274	.255⁻	.229
	12	.328	.317	.265
	13	.381	.360	.298
	14	.431	.360	.323
	15	.478	.409	.384
	16	.521	.457	.420
	17	.569	.543	.429
	18	.619	.591	.500
	19	.672	.640	.571

The observed proportion in a random sample of size n is r/n. The table gives the lower confidence limit for the population proportion π, as a function of n and r. The upper confidence limit = 1 − (lower confidence limit, entered with $n - r$ instead of r).

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 5 (continued)

n	r	Confidence coefficient, %		
		90	95	99
23	20	0.726	0.683	0.614
	21	.772	.745*	.677
	22	.827	.802	.735*
	23	.890	.873	.813
24	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.022	.015*	.006
	3	.047	.035*	.019
	4	.075*	.059	.036
	5	.105*	.086	.057
	6	.105*	.115*	.080
	7	.165*	.122	.106
	8	.165*	.169	.133
	9	.221	.191	.163
	10	.259	.234	.181
	11	.264	.246	.215
	12	.317	.308	.257
	13	.370	.339	.280
	14	.413	.347	.313
	15	.447	.396	.362
	16	.447	.443	.364
	17	.553	.500	.416
	18	.577	.557	.464
	19	.630	.604	.536
	20	.683	.653	.584
	21	.736	.692	.636
	22	.779	.754	.687
	23	.835*	.809	.741
	24	.895*	.878	.819
25	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.021	.014	.006
	3	.045*	.034	.018*
	4	.072	.057	.034
	5	.101	.082	.054
	6	.101	.110	.077
	7	.158	.118	.101
	8	.158	.161	.127
	9	.214	.185*	.155
	10	.246	.222	.175*
	11	.255*	.238	.205*
	12	.307	.296	.245*
	13	.360	.317	.245*
	14	.389	.336	.305*
	15	.389	.384	.342
	16	.432	.431	.352
	17	.500	.475*	.403
	18	.568	.525*	.451
	19	.611	.569	.500
	20	.638	.616	.549
25	21	0.693	0.564	0.597
	22	.745*	.697	.648
	23	.786	.762	.695*
	24	.842	.815*	.755*
	25	.899	.882	.825*
26	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.021	.014	.006
	3	.043	.032	.017
	4	.069	.054	.033
	5	.097	.079	.052
	6	.097	.106	.073
	7	.151	.114	.097
	8	.151	.154	.122
	9	.209	.180	.149
	10	.233	.212	.170
	11	.247	.230	.195*
	12	.299	.282	.234
	13	.342	.282	.234
	14	.342	.325*	.298
	15	.377	.374	.322
	16	.419	.421	.342
	17	.460	.458	.393
	18	.540	.494	.438
	19	.581	.535*	.474
	20	.623	.579	.513
	21	.658	.626	.558
	22	.701	.675*	.607
	23	.753	.718	.658
	24	.791	.770	.702
	25	.849	.820	.766
	26	.903	.886	.830
27	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.020	.013	.006
	3	.042	.031	.017
	4	.066	.052	.032
	5	.093	.076	.050
	6	.093	.101	.070
	7	.145*	.110	.093
	8	.145*	.148	.117
	9	.204	.175*	.143
	10	.221	.202	.166
	11	.239	.223	.185*
	12	.291	.269	.224
	13	.326	.269	.225*
	14	.325	.316	.284
	15	.365*	.364	.298
	16	.407	.402	.332
27	17	0.447	0.430	0.383
	18	.500	.437	.413
	19	.553	.500	.419
	20	.593	.563	.461
	21	.635*	.585*	.539
	22	.674	.636	.581
	23	.709	.684	.616
	24	.761	.731	.668
	25	.796	.777	.703
	26	.855*	.825*	.775*
	27	.907	.890	.834
28	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.019	.013	.005*
	3	.040	.030	.016
	4	.064	.050	.031
	5	.089	.073	.048
	6	.089	.098	.068
	7	.139	.106	.089
	8	.139	.142	.112
	9	.197	.170	.137
	10	.208	.192	.162
	11	.232	.217	.175*
	12	.284	.258	.214
	13	.310	.259	.218
	14	.312	.307	.272
	15	.355*	.355*	.272
	16	.396	.381	.323
	17	.435*	.384	.364
	18	.473	.424	.364
	19	.527	.463	.408
	20	.565*	.537	.449
	21	.604	.576	.500
	22	.645*	.616	.551
	23	.688	.643	.592
	24	.716	.693	.636
	25	.768	.741	.677
	26	.799	.783	.728
	27	.851	.830	.782
	28	.911	.894	.838
29	0	0.000	0.000	0.000
	1	.004	.002	.000
	2	.018	.012	.005*
	3	.039	.029	.015*
	4	.062	.049	.030
	5	.086	.070	.046
	6	.086	.094	.065*
	7	.134	.103	.086
	8	.134	.136	.108
	9	.189	.166	.132

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 5 (*continued*)

		Confidence coefficient, %					Confidence coefficient, %					Confidence coefficient, %		
n	*r*	90	95	99	*n*	*r*	90	95	99	*n*	*r*	90	95	99
29	10	0.189	0.184	0.157	29	23	0.866	0.834	0.789	30	15	0.336	0.324	0.256
	11	.225⁻	.211	.165⁻		29	.914	.897	.840		16	.376	.324	.308
	12	.276	.247	.206							17	.416	.364	.329
	13	.294	.251	.211	30	0	0.000	0.000	0.000		18	.446	.403	.345⁻
	14	.303	.299	.260		1	.004	.002	.000		19	.476	.440	.388
	15	.345⁻	.339	.263		2	.018	.012	.005⁻		20	.508	.476	.430
	16	.385⁻	.339	.316		3	.037	.028	.015⁻		21	.545⁻	.524	.462
	17	.425⁻	.374	.346		4	.059	.047	.028		22	.584	.560	.495⁻
	18	.463	.413	.354		5	.083	.068	.045⁻		23	.624	.597	.531
	19	.500	.451	.397		6	.083	.091	.063		24	.664	.636	.570
	20	.537	.500	.438		7	.129	.100	.083		25	.705⁻	.676	.612
	21	.575⁻	.549	.477		8	.129	.131	.104		26	.735⁻	.708	.655⁻
	22	.615⁻	.587	.523		9	.182	.163	.127		27	.781	.756	.690
	23	.655⁻	.626	.562		10	.182	.175⁻	.151		28	.818	.795⁻	.744
	24	.697	.661	.603		11	.219	.205⁻	.151		29	.871	.837	.794
	25	.721	.701	.646		12	.255⁻	.236	.198		30	.917	.900	.849
	26	.775⁻	.749	.684		13	.255⁻	.244	.206					
	27	.811	.789	.737		14	.295⁻	.292	.249					

Source: E. L. Crow, "Confidence Intervals for a Proportion," *Biometrika*, 43 (1956), 423–435; reprinted by permission of the Biometrika Trustees.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 5 d-factors for Wilcoxon signed-rank test and confidence intervals for the median (α' = one-sided significance level, α'' = two-sided significance level)

n	d	Confidence coefficient	α''	α'
3	1	.750	.250	.125
4	1	.875	.125	.063
5	1	.938	.062	.031
	2	.875	.125	.063
6	1	.969	.031	.016
	2	.937	.063	.031
	3	.906	.094	.047
	4	.844	.156	.078
7	1	.984	.016	.008
	2	.969	.031	.016
	4	.922	.078	.039
	5	.891	.109	.055
8	1	.992	.008	.004
	2	.984	.016	.008
	4	.961	.039	.020
	5	.945	.055	.027
	6	.922	.078	.039
	7	.891	.109	.055
9	2	.992	.008	.004
	3	.988	.012	.006
	6	.961	.039	.020
	7	.945	.055	.027
	9	.902	.098	.049
	10	.871	.129	.065
10	4	.990	.010	.005
	5	.986	.014	.007
	9	.951	.049	.024
	10	.936	.064	.032
	11	.916	.084	.042
	12	.895	.105	.053
11	6	.990	.010	.005
	7	.986	.014	.007
	11	.958	.042	.021
	12	.946	.054	.027
	14	.917	.083	.042
	15	.898	.102	.051
12	8	.991	.009	.005
	9	.988	.012	.006
	14	.958	.042	.021
	15	.948	.052	.026
	18	.908	.092	.046
	19	.890	.110	.055
13	10	.992	.008	.004
	11	.990	.010	.005
	18	.952	.048	.021
	19	.943	.057	.029
	22	.906	.094	.047
	23	.890	.110	.055
14	13	.991	.009	.004
	14	.989	.011	.005
	22	.951	.049	.025
	23	.942	.058	.029
	26	.909	.091	.045
	27	.896	.104	.052
15	16	.992	.008	.004
	17	.990	.010	.005
	26	.952	.048	.024
	27	.945	.055	.028
	31	.905	.095	.047
	32	.893	.107	.054
16	20	.991	.009	.005
	21	.989	.011	.006
	30	.956	.044	.022
	31	.949	.051	.025
	36	.907	.093	.047
	37	.895	.105	.052
17	24	.991	.009	.005
	25	.989	.011	.006
	35	.955	.045	.022
	36	.949	.051	.025
	42	.902	.098	.049
	43	.891	.109	.054
18	28	.991	.009	.005
	29	.990	.010	.005
	41	.952	.048	.024
	42	.946	.054	.027
	48	.901	.099	.049
	49	.892	.108	.054
19	33	.991	.009	.005
	34	.989	.011	.005
	47	.951	.049	.025
	48	.945	.055	.027
	54	.904	.096	.048
	55	.896	.104	.052
20	38	.991	.009	.005
	39	.989	.011	.005
	53	.952	.048	.024
	54	.947	.053	.027
	61	.903	.097	.049
	62	.895	.105	.053
21	43	.991	.009	.004
	44	.990	.010	.005
	59	.951	.049	.025
	60	.950	.050	.025
	68	.904	.096	.048
	69	.897	.103	.052

Source. F. Wilcoxon, S. Katti, and R. A. Wilcox, *Critical Values and Probability Levels for the Wilcoxon Rank Sum Test and the Wilcoxon Signed Rank Test*, Pearl River, N.Y.: American Cyanamid Co., 1949; used by permission of American Cyanamid Company

Note. For $n > 25$ use $d = \frac{1}{2}[\frac{1}{2}n(n+1) + 1 - z\sqrt{n(n+1)(2n+1)/6}]$, where z is read from Table A.2.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

n	d	Confidence coefficient	α''	α'
22	49	.991	.009	.005
	50	.990	.010	.005
	66	.954	.046	.023
	67	.950	.050	.025
	76	.902	.098	.049
	77	.895	.105	.053
23	55	.991	.009	.005
	56	.990	.010	.005
	74	.952	.048	.024
	75	.948	.052	.026
	84	.902	.098	.049
	85	.895	.105	.052

n	d	Confidence coefficient	α''	α'
24	62	.990	.010	.005
	63	.989	.011	.005
	82	.951	.049	.025
	83	.947	.053	.026
	92	.905	.095	.048
	93	.899	.101	.051
25	69	.990	.010	.005
	70	.989	.011	.005
	90	.952	.048	.024
	91	.948	.052	.026
	101	.904	.096	.048
	102	.899	.101	.051

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 7 TABLE OF CRITICAL VALUES OF r IN THE RUNS TEST*

Given in the bodies of Table F_I and Table F_{II} are various critical values for various values of n_1 and n_2. For the one-sample runs test, any value of r equal to or smaller than that shown in Table F_I or equal to or larger than that shown in Table F_{II} is significant at the .05 level. For the Wald-Wolfowitz two-sample test, any value of r which is equal to or smaller than that shown in Table is significant at the .05 level.

Table 7_I

n_1 \ n_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2	2	2	2	2	2	2	2	2
3					2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
4				2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
5			2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
6		2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
7		2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
8		2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
9		2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
10		2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
11		2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	9	10	10	10
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	10	11	11	12
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

* Adapted from Swed, Frieda S., and Eisenhart, C. 1943. Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives. *Ann. Math. Statist.*, **14**, 83–86, with the kind permission of the authors and publisher.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table7. Table of Critical Values of r in the Runs Test* (*Continued*)

Table 7_{II}

n_1 \ n_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2																			
3																			
4				9	9														
5			9	10	10	11	11												
6			9	10	11	12	12	13	13	13	13								
7				11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15					
8				11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
9					13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18
10					13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20
11					13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21
12					13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22
13						15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
14						15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24
15						15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25
16							17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	25
17							17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26
18							17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27
19							17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27
20							17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

* Adapted from Swed, Frieda S., and Eisephart, C. 1943. Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives. *Ann. Math. Statist.*, 14, 83–86, with the kind permission of the authors and publisher.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 8 QUANTILES OF THE WILCOXON SIGNED RANKS TEST STATISTIC[a]

	$w_{.005}$	$w_{.01}$	$w_{.025}$	$w_{.05}$	$w_{.10}$	$w_{.20}$	$w_{.30}$	$w_{.40}$	$w_{.50}$	$\frac{n(n+1)}{2}$
$n = 4$	0	0	0	0	1	3	3	4	5	10
5	0	0	0	1	3	4	5	6	7.5	15
6	0	0	1	3	4	6	8	9	10.5	21
7	0	1	3	4	6	9	11	12	14	28
8	1	2	4	6	9	12	14	16	18	36
9	2	4	6	9	11	15	18	20	22.5	45
10	4	6	9	11	15	19	22	25	27.5	55
11	6	8	11	14	18	23	27	30	33	66
12	8	10	14	18	22	28	32	36	39	78
13	10	13	18	22	27	33	38	42	45.5	91
14	13	16	22	26	32	39	44	48	52.5	105
15	16	20	26	31	37	45	51	55	60	120
16	20	24	30	36	43	51	58	63	68	136
17	24	28	35	42	49	58	65	71	76.5	153
18	28	33	41	48	56	66	73	80	85.5	171
19	33	38	47	54	63	74	82	89	95	190
20	38	44	53	61	70	82	91	98	105	210

For n larger than 20, the pth quantile w_p of the Wilcoxon signed ranks test statistic may be approximated by $w_p = [n(n+1)/4] + x_p\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}$, where x_p is the pth quantile of a standard normal random variable, obtained from Table 1.

SOURCE. Adapted from Table 1, McCornack (1965).

[a] The entries in this table are quantiles w_p of the Wilcoxon signed ranks test statistic T, given by Equation (5.1.4), for selected values of $p \leq .50$. Quantiles w_p for $p > .50$ may be computed from the equation

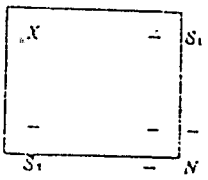
$$w_p = n(n+1)/2 - w_{1-p}$$

where $n(n+1)/2$ is given in the right hand column in the table. Note that $P(T < w_p) \leq p$ and $P(T > w_p) \leq 1 - p$ if H_0 is true. Critical regions correspond to values of T less than (or greater than) but not including the appropriate quantile.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 9

Probabilities for Fourfold tables, Fisher exact test, $N \leq 15$*



N is the total sample size. S_1 is the smallest marginal total. S_2 is the next smallest, and X is the frequency in the cell corresponding to the two smallest totals. For a given set of N, S_1 and S_2 possible values of X are $0,1,2, \ldots, S_1$. Underlined for each set is a value of X so that for this or smaller values $X/S_1 \leq (S_2 - X)/(N - S_1)$, while for larger values $X/S_1 > (S_2 - X)/(N - S_1)$. These cut points define the *same* and *opposite* directions from equality of the proportions in the two samples. The cumulative probability of a deviation as large or larger in the *same* direction from equality of proportions is in the column labeled "Obs," while the probability of a deviation as large or larger in the opposite direction from equality of proportions is in the column labeled "Other." The size of deviation here is measured by the absolute value of $X_1 S_1 - (S_2 - X)/(N - S_1)$.

These tables are extracted from more extensive tables prepared by Donald Goyette and M. Ray Mickey, Health Science Computing Facility, UCLA.

				PROBABILITY						PROBABILITY						PROBABILITY		
N	S_1	S_2	X	*Obs.*	*Other*	*Totals*	N	S_1	S_2	X	*Obs.*	*Other*	*Totals*	N	S_1	S_2	X	*Obs.*	*Other*	*Totals*
2	1	1	0	0.500	0.500	1.000	7	2	2	0	0.476	0.048	0.524	9	1	1	0	0.889	0.111	1.000
			1	0.500	0.500	1.000				1	0.524	0.476	1.000				1	0.111	0.000	0.111
3	1	1	0	0.667	0.333	1.000				2	0.048	0.000	0.048	9	1	2	0	0.778	0.222	1.000
			1	0.333	0.000	0.333	7	2	3	0	0.286	0.143	0.429				1	0.222	0.000	0.222
4	1	1	0	0.750	0.250	1.000				1	0.714	0.286	1.000	9	1	3	0	0.667	0.333	1.000
			1	0.250	0.000	0.250				2	0.143	0.000	0.143				1	0.333	0.000	0.333
4	1	2	0	0.500	0.500	1.000	7	3	3	0	0.114	0.029	0.143	9	1	4	0	0.556	0.444	1.000
			1	0.500	0.500	1.000				1	0.629	0.371	1.000				1	0.444	0.000	0.444
4	2	2	0	0.167	0.167	0.333				2	0.371	0.114	0.486	9	2	2	0	0.583	0.417	1.000
			1	0.833	0.833	1.000				3	0.029	0.000	0.029				1	0.417	0.000	0.417
			2	0.167	0.167	0.333	8	1	1	0	0.875	0.125	1.000				2	0.028	0.000	0.028
5	1	1	0	0.800	0.200	1.000				1	0.125	0.000	0.125	9	2	3	0	0.417	0.083	0.500
			1	0.200	0.000	0.200	8	1	2	0	0.750	0.250	1.000				1	0.583	0.417	1.000
5	1	2	0	0.600	0.400	1.000				1	0.250	0.000	0.250				2	0.083	0.000	0.083
			1	0.400	0.000	0.400	8	1	3	0	0.625	0.375	1.000	9	2	4	0	0.278	0.167	0.444
5	2	2	0	0.300	0.100	0.400				1	0.375	0.000	0.375				1	0.722	0.278	1.000
			1	0.700	0.300	1.000	8	1	4	0	0.500	0.500	1.000				2	0.167	0.000	0.167
			2	0.100	0.000	0.100				1	0.500	0.500	1.000	9	3	3	0	0.238	0.226	0.464
6	1	1	0	0.833	0.167	1.000	8	2	2	0	0.536	0.464	1.000				1	0.774	0.774	1.000
			1	0.167	0.000	0.167				1	0.464	0.536	1.000				2	0.226	0.238	0.464
6	1	2	0	0.667	0.333	1.000				2	0.036	0.000	0.036				3	0.012	0.000	0.012
			1	0.333	0.000	0.333	8	2	3	0	0.357	0.107	0.464	9	3	4	0	0.119	0.048	0.167
6	1	3	0	0.500	0.500	1.000				1	0.643	0.357	1.000				1	0.595	0.450	1.000
			1	0.500	0.500	1.000				2	0.107	0.000	0.107				2	0.405	0.119	0.524
6	2	2	0	0.400	0.067	0.467	8	2	4	0	0.214	0.214	0.429				3	0.048	0.000	0.048
			1	0.600	0.400	1.000				1	0.786	0.786	1.000	9	4	4	0	0.040	0.008	0.048
			2	0.067	0.000	0.067				2	0.214	0.214	0.429				1	0.357	0.167	0.524
6	2	3	0	0.200	0.200	0.400	8	3	3	0	0.179	0.018	0.196				2	0.643	0.357	1.000
			1	0.800	0.800	1.000				1	0.714	0.286	1.000				3	0.167	0.040	0.206
			2	0.200	0.200	0.400				2	0.286	0.179	0.464				4	0.008	0.000	0.008
6	3	3	0	0.050	0.050	0.100				3	0.018	0.000	0.018	10	1	1	0	0.900	0.100	1.000
			1	0.500	0.500	1.000	8	3	4	0	0.071	0.071	0.143				1	0.100	0.000	0.100
			2	0.500	0.500	1.000				1	0.500	0.500	1.000	10	1	2	0	0.800	0.200	1.000
			3	0.050	0.050	0.100				2	0.500	0.500	1.000				1	0.200	0.000	0.200
7	1	1	0	0.857	0.143	1.000				3	0.071	0.071	0.143	10	4	3	0	0.700	0.300	1.000
			1	0.143	0.000	0.143	8	4	4	0	0.014	0.014	0.029				1	0.300	0.000	0.300
7	1	2	0	0.714	0.286	1.000				1	0.243	0.243	0.486	10	1	4	0	0.600	0.400	1.000
			1	0.286	0.000	0.286				2	0.757	0.757	1.000				1	0.400	0.000	0.400
7	1	3	0	0.571	0.429	1.000				3	0.243	0.243	0.486	10	1	5	0	0.500	0.500	1.000
			1	0.429	0.000	0.429				4	0.014	0.014	0.029				1	0.500	0.500	1.000

Reproduced from table A-9c in Dixon, W. J., and Massey, F. J., Jr. (1983). *Introduction to a statistical analysis* ourth edition). New York: McGraw-Hill, with the permission of the publisher. We are also grateful to Dr. M. R. Mickey and UCLA for permission to reproduce these tables.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 9 (continued)

N	S_1	S_2	X	PROBABILITY Obs.	Other	Totals
10	2	2	0	0.622	0.378	1.000
			1	0.378	0.000	0.378
			2	0.022	0.000	0.022
10	2	3	0	0.467	0.067	0.533
			1	0.533	0.467	1.000
			2	0.067	0.000	0.067
10	2	4	0	0.333	0.133	0.467
			1	0.667	0.333	1.000
			2	0.133	0.000	0.133
10	2	5	0	0.222	0.222	0.444
			1	0.778	0.778	1.000
			2	0.222	0.222	0.444
10	3	3	0	0.292	0.183	0.475
			1	0.708	0.292	1.000
			2	0.183	0.000	0.183
			3	0.008	0.000	0.008
10	3	4	0	0.167	0.033	0.200
			1	0.667	0.333	1.000
			2	0.333	0.167	0.500
			3	0.033	0.000	0.033
10	3	5	0	0.083	0.083	0.167
			1	0.500	0.500	1.000
			2	0.500	0.500	1.000
			3	0.083	0.083	0.167
10	4	4	0	0.071	0.005	0.076
			1	0.452	0.119	0.571
			2	0.548	0.452	1.000
			3	0.119	0.071	0.190
			4	0.005	0.000	0.005
10	4	5	0	0.024	0.024	0.048
			1	0.262	0.262	0.524
			2	0.738	0.738	1.000
			3	0.262	0.262	0.524
			4	0.024	0.024	0.048
10	5	5	0	0.004	0.004	0.008
			1	0.103	0.103	0.206
			2	0.500	0.500	1.000
			3	0.500	0.500	1.000
			4	0.103	0.103	0.206
			5	0.004	0.004	0.008
11	1	1	0	0.909	0.091	1.000
			1	0.091	0.000	0.091
11	1	2	0	0.818	0.182	1.000
			1	0.182	0.000	0.182
11	1	3	0	0.727	0.273	1.000
			1	0.273	0.000	0.273
11	1	4	0	0.636	0.364	1.000
			1	0.364	0.000	0.364
11	1	5	0	0.545	0.455	1.000
			1	0.455	0.000	0.455
11	2	2	0	0.655	0.345	1.000
			1	0.345	0.000	0.345
			2	0.018	0.000	0.018
11	2	3	0	0.509	0.055	0.564
			1	0.491	0.509	1.000
			2	0.055	0.000	0.055
11	2	4	0	0.382	0.109	0.491
			1	0.618	0.382	1.000
			2	0.109	0.000	0.109
11	2	5	0	0.273	0.182	0.455
			1	0.727	0.273	1.000
			2	0.182	0.000	0.182
11	3	3	0	0.339	0.152	0.491
			1	0.661	0.339	1.000
			2	0.152	0.000	0.152
			3	0.006	0.000	0.006
11	3	4	0	0.212	0.024	0.236
			1	0.721	0.279	1.000
			2	0.279	0.212	0.491
			3	0.024	0.000	0.024
11	3	5	0	0.121	0.061	0.182
			1	0.576	0.424	1.000
			2	0.424	0.121	0.545
			3	0.061	0.000	0.061
11	4	4	0	0.106	0.088	0.194
			1	0.530	0.470	1.000
			2	0.470	0.106	0.576
			3	0.088	0.000	0.088
			4	0.003	0.000	0.003
11	4	5	0	0.045	0.015	0.061
			1	0.348	0.197	0.545
			2	0.652	0.348	1.000
			3	0.197	0.045	0.242
			4	0.015	0.000	0.015
11	5	5	0	0.013	0.002	0.015
			1	0.175	0.067	0.242
			2	0.608	0.392	1.000
			3	0.392	0.175	0.567
			4	0.067	0.013	0.080
			5	0.002	0.000	0.002
12	1	1	0	0.917	0.083	1.000
			1	0.083	0.000	0.083
12	1	2	0	0.833	0.167	1.000
			1	0.167	0.000	0.167
12	1	3	0	0.750	0.250	1.000
			1	0.250	0.000	0.250
12	1	4	0	0.667	0.333	1.000
			1	0.333	0.000	0.333
12	1	5	0	0.583	0.417	1.000
			1	0.417	0.000	0.417
12	1	6	0	0.500	0.500	1.000
			1	0.500	0.500	1.000
12	2	2	0	0.682	0.318	1.000
			1	0.318	0.000	0.318
			2	0.015	0.000	0.015
12	2	3	0	0.545	0.455	1.000
			1	0.455	0.545	1.000
			2	0.045	0.000	0.045
12	2	4	0	0.424	0.091	0.515
			1	0.576	0.424	1.000
			2	0.091	0.000	0.091
12	2	5	0	0.318	0.152	0.470
			1	0.682	0.318	1.000
			2	0.152	0.000	0.152
12	2	6	0	0.227	0.227	0.455
			1	0.773	0.773	1.000
			2	0.227	0.227	0.455
12	3	3	0	0.382	0.127	0.509
			1	0.618	0.382	1.000
			2	0.127	0.000	0.127
			3	0.005	0.000	0.005
12	3	4	0	0.255	0.236	0.491
			1	0.764	0.764	1.000
			2	0.236	0.255	0.491
			3	0.018	0.000	0.018
12	3	5	0	0.159	0.045	0.205
			1	0.636	0.364	1.000
			2	0.364	0.159	0.523
			3	0.045	0.000	0.045
12	3	6	0	0.091	0.091	0.182
			1	0.500	0.500	1.000
			2	0.500	0.500	1.000
12	4	4	3	0.091	0.091	0.182
			0	0.141	0.067	0.208
			1	0.594	0.406	1.000
			2	0.406	0.141	0.547
			3	0.067	0.000	0.067
			4	0.002	0.000	0.002
12	4	5	0	0.071	0.010	0.081
			1	0.424	0.152	0.576
			2	0.576	0.424	1.000
			3	0.152	0.071	0.222
			4	0.010	0.000	0.010
12	4	6	0	0.030	0.030	0.061
			1	0.273	0.273	0.545
			2	0.727	0.727	1.000
			3	0.273	0.273	0.545
			4	0.030	0.030	0.061
12	5	5	0	0.027	0.001	0.028
			1	0.247	0.045	0.293
			2	0.689	0.311	1.000
			3	0.311	0.247	0.558
			4	0.045	0.027	0.072
			5	0.001	0.000	0.001
12	5	6	0	0.008	0.008	0.015
			1	0.121	0.121	0.242
			2	0.500	0.500	1.000
			3	0.500	0.500	1.000
			4	0.121	0.121	0.242
			5	0.008	0.008	0.015
12	6	6	0	0.001	0.001	0.002
			1	0.040	0.040	0.080
			2	0.284	0.284	0.567
			3	0.716	0.716	1.000
			4	0.284	0.284	0.567
			5	0.040	0.040	0.080
			6	0.001	0.001	0.002
13	1	1	0	0.923	0.077	1.000
			1	0.077	0.000	0.077
13	1	2	0	0.846	0.154	1.000
			1	0.154	0.000	0.154
13	1	3	0	0.769	0.231	1.000
			1	0.231	0.000	0.231
13	1	4	0	0.692	0.308	1.000
			1	0.308	0.000	0.308
13	1	5	0	0.615	0.385	1.000
			1	0.385	0.000	0.385
13	1	6	0	0.538	0.462	1.000
			1	0.462	0.000	0.462
13	2	2	0	0.705	0.295	1.000
			1	0.295	0.000	0.295
			2	0.013	0.000	0.013
13	2	3	0	0.577	0.423	1.000
			1	0.423	0.000	0.423
13	2	4	0	0.462	0.077	0.538
			1	0.538	0.462	1.000
			2	0.077	0.000	0.077
13	2	5	0	0.359	0.128	0.487
			1	0.641	0.359	1.000
			2	0.128	0.000	0.128
13	2	6	0	0.269	0.192	0.462
			1	0.731	0.269	1.000
			2	0.192	0.000	0.192
13	3	3	0	0.420	0.108	0.528
			1	0.580	0.420	1.000
			2	0.108	0.000	0.108
			3	0.003	0.000	0.003

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE9 (continued)

				PROBABILITY						PROBABILITY						PROBABILITY		
	S_1	S_2	X	Obs	Other	Totals	N	S_1	S_2	X	Obs	Other	Totals	N	S_1	S_2	X	Obs	Other	Totals
3	3	4	0	0.294	0.203	0.497	14	2	4	0	0.495	0.066	0.560				2	0.500	0.500	1.000
			1	0.706	0.294	1.000				1	0.505	0.495	1.000				3	0.500	0.500	1.000
			2	0.203	0.000	0.203				2	0.066	0.000	0.066				4	0.133	0.133	0.266
			3	0.014	0.000	0.014	14	2	5	0	0.396	0.110	0.505				5	0.010	0.010	0.021
3	3	5	0	0.196	0.035	0.231				1	0.604	0.396	1.000	14	6	6	0	0.089	0.000	0.089
			1	0.685	0.315	1.000				2	0.110	0.000	0.110				1	0.121	0.016	0.138
			2	0.315	0.196	0.510	14	2	6	0	0.308	0.165	0.473				2	0.471	0.156	0.627
			3	0.035	0.000	0.035				1	0.692	0.308	1.000				3	0.529	0.471	1.000
3	3	6	0	0.122	0.070	0.192				2	0.165	0.000	0.165				4	0.156	0.121	0.277
			1	0.563	0.437	1.000	14	2	7	0	0.231	0.231	0.462				5	0.016	0.009	0.026
			2	0.437	0.122	0.559				1	0.769	0.769	1.000				6	0.000	0.000	0.000
			3	0.070	0.000	0.070				1	0.231	0.231	0.462	14	6	7	0	0.002	0.002	0.005
4	4	4	0	0.176	0.052	0.228	14	3	3	0	0.453	0.093	0.547				1	0.051	0.051	0.103
			1	0.646	0.354	1.000				1	0.547	0.453	1.000				2	0.296	0.296	0.592
			2	0.354	0.176	0.530				2	0.093	0.000	0.093				3	0.704	0.704	1.000
			3	0.052	0.000	0.052				3	0.003	0.000	0.003				4	0.296	0.296	0.592
			4	0.001	0.000	0.001	14	3	4	0	0.330	0.176	0.505				5	0.051	0.051	0.103
4	5	0	0.098	0.007	0.105					1	0.670	0.330	1.000				6	0.002	0.002	0.005
			1	0.490	0.119	0.608				2	0.176	0.000	0.176	14	7	7	0	0.000	0.000	0.001
			2	0.510	0.490	1.000				3	0.011	0.000	0.011				1	0.015	0.015	0.029
			3	0.119	0.098	0.217	14	3	5	0	0.231	0.027	0.258				2	0.143	0.143	0.286
			4	0.007	0.000	0.007				1	0.725	0.275	1.000				3	0.500	0.500	1.000
4	6	0	0.049	0.021	0.070					2	0.275	0.231	0.505				4	0.500	0.500	1.000
			1	0.343	0.217	0.559				3	0.027	0.000	0.027				5	0.143	0.143	0.286
			2	0.657	0.343	1.000	14	3	6	0	0.154	0.055	0.209				6	0.015	0.015	0.029
			3	0.217	0.049	0.266				1	0.615	0.385	1.000				7	0.000	0.000	0.001
			4	0.021	0.000	0.021				2	0.385	0.154	0.538	15	1	1	0	0.933	0.067	1.000
5	5	0	0.044	0.032	0.075					3	0.055	0.000	0.055				1	0.067	0.000	0.067
			1	0.315	0.249	0.565	14	3	7	0	0.096	0.096	0.192	15	1	2	0	0.867	0.133	1.000
			2	0.685	0.315	1.000				1	0.500	0.500	1.000				1	0.133	0.000	0.133
			3	0.249	0.044	0.293				2	0.500	0.500	1.000	15	1	3	0	0.800	0.200	1.000
			4	0.032	0.000	0.032				3	0.096	0.096	0.192				1	0.200	0.000	0.200
			5	0.001	0.000	0.001	14	4	4	0	0.210	0.041	0.251	15	1	4	0	0.733	0.267	1.000
5	6	0	0.016	0.005	0.021					1	0.689	0.311	1.000				1	0.267	0.000	0.267
			1	0.179	0.086	0.266				2	0.311	0.210	0.520	15	1	5	0	0.667	0.333	1.000
			2	0.587	0.413	1.000				3	0.041	0.000	0.041				1	0.333	0.000	0.333
			3	0.413	0.179	0.592				4	0.001	0.000	0.001	15	1	6	0	0.600	0.400	1.000
			4	0.086	0.016	0.103	14	4	5	0	0.126	0.095	0.221				1	0.400	0.000	0.400
			5	0.005	0.000	0.005				1	0.545	0.455	1.000	15	1	7	0	0.533	0.467	1.000
6	6	0	0.004	0.001	0.005					2	0.455	0.126	0.580				1	0.467	0.000	0.467
			1	0.078	0.025	0.103				3	0.095	0.000	0.095	15	2	2	0	0.743	0.257	1.000
			2	0.383	0.209	0.592				4	0.005	0.000	0.005				1	0.257	0.000	0.257
			3	0.617	0.383	1.000	14	4	6	0	0.070	0.015	0.085				2	0.010	0.000	0.010
			4	0.209	0.078	0.286				1	0.406	0.175	0.580	15	2	3	0	0.629	0.371	1.000
			5	0.025	0.004	0.029				2	0.594	0.406	1.000				1	0.371	0.000	0.371
			6	0.001	0.000	0.001				3	0.175	0.070	0.245				2	0.029	0.000	0.029
1	1	0	0.929	0.071	1.000					4	0.015	0.000	0.015	15	2	4	0	0.524	0.057	0.581
			1	0.071	0.000	0.071	14	4	7	0	0.035	0.035	0.070				1	0.476	0.524	1.000
1	2	0	0.857	0.143	1.000					1	0.280	0.280	0.559				2	0.057	0.000	0.057
			1	0.143	0.000	0.143				2	0.720	0.720	1.000	15	2	5	0	0.429	0.095	0.524
1	3	0	0.786	0.214	1.000					3	0.280	0.280	0.559				1	0.571	0.429	1.000
			1	0.214	0.000	0.214				4	0.035	0.035	0.070				2	0.095	0.000	0.095
1	4	0	0.714	0.286	1.000	14	5	5	0	0.063	0.023	0.086	15	2	6	0	0.343	0.143	0.486
			1	0.286	0.000	0.286				1	0.378	0.203	0.580				1	0.657	0.343	1.000
1	5	0	0.643	0.357	1.000					2	0.622	0.378	1.000				2	0.143	0.000	0.143
			1	0.357	0.000	0.357				3	0.203	0.063	0.266	15	2	7	0	0.267	0.200	0.467
1	6	0	0.571	0.429	1.000					4	0.023	0.000	0.023				1	0.733	0.267	1.000
			1	0.429	0.000	0.429				5	0.000	0.000	0.000				2	0.200	0.000	0.200
1	7	0	0.500	0.500	1.000	14	5	6	0	0.028	0.003	0.031	15	3	3	0	0.484	0.081	0.565
			1	0.500	0.500	1.000				1	0.238	0.063	0.301				1	0.516	0.484	1.000
2	2	0	0.725	0.275	1.000					2	0.657	0.343	1.000				2	0.081	0.000	0.081
			1	0.275	0.000	0.275				3	0.343	0.238	0.580				3	0.002	0.000	0.002
			2	0.011	0.000	0.011				4	0.065	0.028	0.093	15	3	4	0	0.363	0.154	0.516
2	3	0	0.604	0.396	1.000					5	0.003	0.000	0.003				1	0.637	0.363	1.000
			1	0.396	0.000	0.396	14	5	7	0	0.010	0.010	0.021				2	0.154	0.000	0.154
			2	0.033	0.000	0.033				1	0.133	0.133	0.266				3	0.009	0.000	0.009

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 9 (continued)

N	S_1	S_2	X	PROBABILITY Obs.	Other	Totals
15	3	5	0	0.264	0.242	0.505
			1	0.758	0.758	1.000
			2	0.242	0.264	0.505
			3	0.022	0.000	0.022
15	3	6	0	0.185	0.044	0.229
			1	0.659	0.341	1.000
			2	0.341	0.185	0.525
			3	0.044	0.000	0.044
15	3	7	0	0.123	0.077	0.200
			1	0.554	0.446	1.000
			2	0.446	0.123	0.569
			3	0.077	0.000	0.077
15	4	4	0	0.242	0.033	0.275
			1	0.725	0.275	1.000
			2	0.275	0.242	0.516
			3	0.033	0.000	0.033
			4	0.001	0.000	0.001
15	4	5	0	0.154	0.077	0.231
			1	0.593	0.407	1.000
			2	0.407	0.154	0.560
			3	0.077	0.000	0.077
			4	0.004	0.000	0.004
15	4	6	0	0.092	0.011	0.103
			1	0.462	0.143	0.604
			2	0.538	0.462	1.000
			3	0.143	0.092	0.235
			4	0.011	0.000	0.011
15	4	7	0	0.051	0.026	0.077
			1	0.338	0.231	0.569
			2	0.662	0.338	1.000
			3	0.231	0.051	0.282
			4	0.026	0.000	0.026
15	5	5	0	0.084	0.017	0.101
			1	0.434	0.167	0.600
			2	0.566	0.434	1.000
			3	0.167	0.084	0.251
			4	0.017	0.000	0.017
			5	0.000	0.000	0.000
15	5	6	0	0.042	0.047	0.089
			1	0.294	0.287	0.580
			2	0.713	0.713	1.000
			3	0.287	0.294	0.580
			4	0.047	0.042	0.089
			5	0.002	0.000	0.002
15	5	7	0	0.019	0.007	0.026
			1	0.182	0.100	0.282
			2	0.573	0.427	1.000
			3	0.427	0.182	0.608
			4	0.100	0.019	0.119
			5	0.007	0.000	0.007
15	6	6	0	0.017	0.011	0.028
			1	0.168	0.119	0.287
			2	0.545	0.455	1.000
			3	0.455	0.168	0.622
			4	0.119	0.017	0.136
			5	0.011	0.000	0.011
			6	0.000	0.000	0.000
15	6	7	0	0.006	0.001	0.007
			1	0.084	0.035	0.119
			2	0.378	0.231	0.608
			3	0.622	0.378	1.000
			4	0.231	0.084	0.315
			5	0.035	0.006	0.041
			6	0.001	0.000	0.001
15	7	7	0	0.001	0.000	0.001
			1	0.032	0.009	0.041
			2	0.214	0.100	0.315
			3	0.595	0.405	1.000
			4	0.405	0.214	0.619
			5	0.100	0.032	0.132
			6	0.009	0.001	0.010
			7	0.000	0.000	0.000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 10 Quantiles of the Mann–Whitney test statistic

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	.005	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
2	.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2
	.025	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	.05	0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3	4	4	4	4	5	5	5
	.10	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	7	7	8	8
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
	.005	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4
3	.01	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6
	.025	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
	.05	0	1	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	12
	.10	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	10	11	11	12	13	14	15	16
	.001	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4
	.005	0	0	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9
4	.01	0	0	0	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	9	8	9	10	10	11
	.025	0	0	1	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	12	13	14	15
	.05	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19
	.10	1	2	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19	21	22	23

Source: Adapted from L. R. Verdooren, "Extended Tables of Critical Values for Wilcoxon's Test Statistic," *Biometrika*, 50 (1963), 177–186; used by permission of the Biometrika Trustees. The adaptation is due to W. J. Conover, *Practical Nonparametric Statistics*, New York: Wiley, 1971, 384–388.

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	0	0	0	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8
	.005	0	0	0	1	2	2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14
5	.01	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	.025	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20	21
	.05	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23	24	26
	.10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	16	18	19	21	23	24	26	28	29	31
	.001	0	0	0	0	0	0	2	3	4	5	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	.005	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	16	17	18	19
6	.01	0	0	2	3	4	5	7	8	9	10	12	13	14	16	17	19	20	21	23
	.025	0	2	3	4	6	7	9	11	12	14	15	17	18	20	22	23	25	26	28
	.05	1	3	4	6	8	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	27	29	31	33
	.10	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	35	37	39
	.001	0	0	0	0	1	2	3	4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17
	.005	0	0	1	2	4	5	7	8	10	11	13	14	16	17	19	20	22	23	25
7	.01	0	1	2	4	5	7	8	10	12	13	15	17	18	20	22	24	25	27	29
	.025	0	2	4	6	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
	.05	1	3	5	7	9	12	14	16	18	20	22	25	27	29	31	34	36	38	40
	.10	2	5	7	9	12	14	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	42	44	47
	.001	0	0	0	1	2	3	5	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22
	.005	0	0	2	3	5	7	8	10	12	14	16	18	19	21	23	25	27	29	31
8	.01	0	1	3	5	7	8	10	12	14	16	18	21	23	25	27	29	31	33	35
	.025	1	3	5	7	9	11	14	16	18	20	23	25	27	30	32	35	37	39	42
	.05	2	4	6	9	11	14	16	19	21	24	27	29	32	34	37	40	42	45	48
	.10	3	6	8	11	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55

Table 10

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	0	2	3	4	6	8	9	11	13	15	16	18	20	22	24	26	27
	.005	0	1	2	4	6	8	10	12	14	17	19	21	23	25	28	30	32	34	37
9	.01	0	2	4	6	8	10	12	15	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	41
	.025	1	3	5	8	11	13	16	18	21	24	27	29	32	35	38	40	43	46	49
	.05	2	5	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55
	.10	3	6	10	13	16	19	23	26	29	32	36	39	42	46	49	53	56	59	63
	.001	0	0	1	2	4	6	7	9	11	13	15	18	20	22	24	26	28	30	33
	.005	0	1	3	5	7	10	12	14	17	19	22	25	27	30	32	35	38	40	43
10	.01	0	2	4	7	9	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	39	42	45	48
	.025	1	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	34	37	40	43	46	49	53	56
	.05	2	5	8	12	15	18	21	25	28	32	35	38	42	45	49	52	56	59	63
	.10	4	7	11	14	18	22	25	29	33	37	40	44	48	52	55	59	63	67	71
	.001	0	0	1	3	5	7	9	11	13	16	18	21	23	25	28	30	33	35	38
	.005	0	1	3	6	8	11	14	17	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49
11	.01	0	2	5	8	10	13	16	19	23	26	29	32	35	38	42	45	48	51	54
	.025	1	4	7	10	14	17	20	24	27	31	34	38	41	45	48	52	56	59	63
	.05	2	6	9	13	17	20	24	28	32	35	39	43	47	51	55	58	62	66	70
	.10	4	8	12	16	20	24	28	32	37	41	45	49	53	58	62	66	70	74	79
	.001	0	0	1	3	5	8	10	13	15	18	21	24	26	29	32	35	38	41	43
	.005	0	2	4	7	10	13	16	19	22	25	28	32	35	38	42	45	48	52	55
12	.01	0	3	6	9	12	15	18	22	25	29	32	36	39	43	47	50	54	57	61
	.025	2	5	8	12	15	19	23	27	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70
	.05	3	6	10	14	18	22	27	31	35	39	43	48	52	56	61	65	69	73	78
	.10	5	9	13	18	22	27	31	36	40	45	50	54	59	64	68	73	78	82	87

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	0	2	4	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	43	46	49
	.005	0	2	4	8	11	14	18	21	25	28	32	35	39	43	46	50	54	58	61
13	.01	1	3	6	10	13	17	21	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68
	.025	2	5	9	13	17	21	25	29	34	38	42	46	51	55	60	64	68	73	77
	.05	3	7	11	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	66	71	76	81	85
	.10	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	75	80	85	90	95
	.001	0	0	2	4	7	10	13	16	20	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55
	.005	0	2	5	8	12	16	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	64	68
14	.01	1	3	7	11	14	18	23	27	31	35	39	44	48	52	57	61	66	70	74
	.025	2	6	10	14	18	23	27	32	37	41	46	51	56	60	65	70	75	79	84
	.05	4	8	12	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	78	83	88	93
	.10	5	11	16	21	26	32	37	42	48	53	59	64	70	75	81	86	92	98	103
	.001	0	0	2	5	8	11	15	18	22	25	29	33	37	41	44	48	52	56	60
	.005	0	3	6	9	13	17	21	25	30	34	38	43	47	52	56	61	65	70	74
15	.01	1	4	8	12	16	20	25	29	34	38	43	48	52	57	62	67	71	76	81
	.025	2	6	11	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	71	76	81	86	91
	.05	4	8	13	19	24	29	34	40	45	51	56	62	67	73	78	84	89	95	101
	.10	6	11	17	23	28	34	40	46	52	58	64	69	75	81	87	93	99	105	111
	.001	0	0	3	6	9	12	16	20	24	28	32	36	40	44	49	53	57	61	66
	.005	0	3	6	10	14	19	23	28	32	37	42	46	51	56	61	66	71	75	80
16	.01	1	4	8	13	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	83	88
	.025	2	7	12	16	22	27	32	38	43	48	54	60	65	71	76	82	87	93	99
	.05	4	9	15	20	26	31	37	43	49	55	61	66	72	78	84	90	96	102	108
	.10	6	12	18	24	30	37	43	49	55	62	68	75	81	87	94	100	107	113	120

Table 10

n_1	p	$n_2=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.001	0	1	3	6	10	14	18	22	26	30	35	39	44	48	53	58	62	67	71
	.005	0	3	7	11	16	20	25	30	35	40	45	50	55	61	66	71	76	82	87
17	.01	1	5	9	14	19	24	29	34	39	45	50	56	61	67	72	78	83	89	94
	.025	3	7	12	18	23	29	35	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106
	.05	4	10	16	21	27	34	40	46	52	58	65	71	78	84	90	97	103	110	116
	.10	7	13	19	26	32	39	46	53	59	66	73	80	86	93	100	107	114	121	128
	.001	0	1	4	7	11	15	19	24	28	33	38	43	47	52	57	62	67	72	77
	.005	0	3	7	12	17	22	27	32	38	43	48	54	59	65	71	76	82	88	93
18	.01	1	5	10	15	20	25	31	37	42	48	54	60	66	71	77	83	89	95	101
	.025	3	8	13	19	25	31	37	43	49	56	62	68	75	81	87	94	100	107	113
	.05	5	10	17	23	29	36	42	49	56	62	69	76	83	89	96	103	110	117	124
	.10	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	78	85	92	99	107	114	121	129	136
	.001	0	1	4	8	12	16	21	26	30	35	41	46	51	56	61	67	72	78	83
	.005	1	4	8	13	18	23	29	34	40	46	52	58	64	70	75	82	88	94	100
19	.01	2	5	10	16	21	27	33	39	45	51	57	64	70	76	83	89	95	102	108
	.025	3	8	14	20	26	33	39	46	53	59	66	73	79	86	93	100	107	114	120
	.05	5	11	18	24	31	38	45	52	59	66	73	81	88	95	102	110	117	124	131
	.10	6	15	22	29	37	44	52	59	67	74	82	90	98	105	113	121	129	136	144
	.001	0	1	4	8	13	17	22	27	33	38	43	49	55	60	66	71	77	83	89
	.005	1	4	9	14	19	25	31	37	43	49	55	61	68	74	80	87	93	100	106
20	.01	2	6	11	17	23	29	35	41	48	54	61	68	74	81	88	94	101	108	115
	.025	3	9	15	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	99	106	113	120	128
	.05	5	12	19	26	33	40	48	55	63	70	78	85	93	101	108	116	124	131	139
	.10	8	16	23	31	39	47	55	63	71	79	87	95	103	111	120	128	136	144	152

Table 11 Critical values of Mood's test statistic ($n_1 = m$, $n_2 = n$). [The table gives M', $P(M \le M')$, M'', $P(M \le M'')$ such that $P(M \le M') \le \alpha < P(M \le M'')$.]

Sample sizes		Nominal significance levels α									
m	n	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
2	2						2.50 0.8333	2.50 0.8333	2.50 0.8333	2.50 0.8333	2.50 0.8333
2	3	0.50 0.1667	0.50 0.1667	0.50 0.1667	0.50 0.1667	0.50 0.1667	4.50 1.0000	4.50 1.0000	4.50 1.0000	4.50 1.0000	4.50 1.0000
2	4	1.00 0.2000	1.00 0.2000	1.00 0.2000	1.00 0.2000	1.00 0.2000	4.00 0.5000 5.00 0.9000	5.00 0.9000 8.00 1.0000	5.00 0.9000 8.00 1.0000	5.00 0.9000 8.00 1.0000	5.00 0.9000 8.00 1.0000
2	5	0.50 0.0667	0.50 0.0667	0.50 0.0667	0.50 0.0667	0.50 0.0667 2.50 0.3333	6.50 0.6667 8.50 0.9333	8.50 0.9333 12.50 1.0000	8.50 0.9333 12.50 1.0000	8.50 0.9333 12.50 1.0000	8.50 0.9333 12.50 1.0000
2	6	1.00 0.0952	1.00 0.0952	1.00 0.0952	1.00 0.0952	1.00 0.0952 2.00 0.1429	10.00 0.7619 13.00 0.9524	10.00 0.7619 13.00 0.9524	13.00 0.9524 18.00 1.0000	13.00 0.9524 18.00 1.0000	13.00 0.9524 18.00 1.0000
2	7	0.50 0.0357	0.50 0.0357	0.50 0.0357	0.50 0.0357 2.50 0.1786	0.50 0.0357 2.50 0.1786	14.50 0.8214 18.50 0.9643	14.50 0.8214 18.50 0.9643	18.50 0.9643 24.50 1.0000	18.50 0.9643 24.50 1.0000	18.50 0.9643 24.50 1.0000
		1.00 0.0556	1.00 0.5566	1.00 0.0556	1.00 0.0556	2.00 0.0833 4.00 0.1389	20.00 0.8611 25.00 0.9722	20.00 0.8611 25.00 0.9722	25.00 0.9722 32.00 1.0000	25.00 0.9722 32.00 1.0000	25.00 0.9722 32.00 1.0000

Sample sizes		Nominal significance levels α									
m	n	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
2	8			0.50	0.50	0.50	26.50	26.50	26.50	32.50	32.50
				0.0222	0.0222	0.0222	0.8889	0.8889	0.8889	0.9778	0.9778
		0.50	0.50	2.50	2.50	2.50	32.50	32.50	32.50	40.50	40.50
		0.0222	0.0222	0.1111	0.1111	0.1111	0.9778	0.9778	0.9778	1.0000	1.0000
2	9				1.00	4.00	32.00	34.00	34.00	41.00	41.00
					0.0364	0.0909	0.8364	0.9091	0.9091	0.9818	0.9818
		1.00	1.00	1.00	2.00	5.00	34.00	41.00	41.00	50.00	50.00
		0.0364	0.0364	0.0364	0.0545	0.1636	0.9091	0.9818	0.9818	1.0000	1.0000
2	10			0.50	0.50	4.50	40.50	42.50	42.50	50.00	50.50
				0.0152	0.0152	0.0909	0.8636	0.9242	0.9242	0.9848	0.9848
		0.50	0.50	2.50	2.50	6.50	42.50	50.50	50.50	60.50	60.50
		0.0152	0.0152	0.0758	0.0758	0.1515	0.9242	0.9848	0.9848	1.0000	1.0000
2	11				2.00	4.00	50.00	52.00	52.00	61.00	61.00
					0.0385	0.0641	0.8846	0.9359	0.9359	0.9872	0.9872
		1.00	1.00	1.00	4.00	5.00	52.00	61.00	61.00	72.00	72.00
		0.0256	0.0256	0.0256	0.0641	0.1154	0.9359	0.9872	0.9872	1.0000	1.0000
2	12			0.50	0.50	4.50	54.50	62.50	62.50	72.50	72.50
				0.0110	0.0110	0.0659	0.8901	0.9451	0.9451	0.9890	0.9890
		0.50	0.50	2.50	2.50	6.50	60.50	72.50	72.50	84.50	84.50
		0.0110	0.0110	0.0549	0.0549	0.1099	0.9011	0.9890	0.9890	1.0000	1.0000
2	13			1.00	4.00	8.00	61.00	72.00	74.00	74.00	85.00
				0.0190	0.0476	0.0952	0.8667	0.9143	0.9524	0.9524	0.9905
		1.00	1.00	2.00	5.00	9.00	66.00	74.00	85.00	86.00	98.00
		0.0190	0.0190	0.0288	0.0857	0.1143	0.9048	0.9524	0.9905	0.9905	1.0000
2	14		0.50	0.50	4.50	6.50	72.50	84.50	86.50	86.50	98.50
			0.0083	0.0083	0.0500	0.0833	0.8833	0.9250	0.9583	0.9583	0.9917
		0.50	2.50	2.50	6.50	8.50	76.50	86.50	98.50	98.50	112.50
		0.0083	0.0417	0.0417	0.0833	0.1167	0.9167	0.9583	0.9917	0.9917	1.0000

2	15			2.00 0.0221	4.00 0.0368	9.00 0.0882	85.00 0.8971	98.00 0.9338	100.00 0.9632	100.00 0.9632	113.00 0.9926
2	16	1.00 0.0147	1.00 0.0147	4.00 0.0368	5.00 0.0662	10.00 0.1176	89.00 0.9265	100.00 0.9632	113.00 0.9926	113.00 0.9926	128.00 1.0000
2	17	0.50 0.0065	0.50 0.0065 2.50 0.0327	0.50 0.0065 2.50 0.0327	4.50 0.0392 6.50 0.0654	8.50 0.0915 12.50 0.1242	92.50 0.8824 98.50 0.9085	112.50 0.9412 114.50 0.9673	114.50 0.9673 128.50 0.9935	114.50 0.9673 128.50 0.9935	128.50 0.9935 144.50 1.0000
2	18	1.00 0.0117	1.00 0.0117	2.00 0.0175 4.00 0.0292	4.00 0.0292 5.00 0.0526	10.00 0.0936 13.00 0.1170	106.00 0.8947 113.00 0.9181	128.00 0.9474 130.00 0.9708	130.00 0.9708 145.00 0.9942	130.00 0.9708 145.00 0.9942	145.00 0.9942 162.00 1.0000
3	3	0.50 0.0053	0.50 0.0053 2.50 0.0263	0.50 0.0053 2.50 0.0263	4.50 0.0316 6.50 0.0526	12.50 0.1000 14.50 0.1211	114.50 0.8842 120.50 0.9053	132.50 0.9474 144.50 0.9526	146.50 0.9737 162.50 0.9947	146.50 0.9737 162.50 0.9947	162.50 0.9947 180.50 1.0000
3	4	2.75 0.1000	2.75 0.1000	2.75 0.1000	2.75 0.1000	2.75 0.1000 4.75 0.2000	10.75 0.8000 12.75 0.9000	12.75 0.9000 14.75 1.0000	12.75 0.9000 14.75 1.0000	12.75 0.9000 14.75 1.0000	12.75 0.9000 14.75 1.0000
3	5	2.00 0.0286	2.00 0.0286	2.00 0.0286	2.00 0.0286 5.00 0.1429	2.00 0.0286 5.00 0.1429	18.00 0.8857 19.00 0.9429	19.00 0.9429 22.00 1.0000	19.00 0.9429 22.00 1.0000	19.00 0.9429 22.00 1.0000	19.00 0.9429 22.00 1.0000
3	6	2.75 0.0357	2.75 0.0357	2.75 0.0357	2.75 0.0357 4.75 0.0714	4.75 0.0714 6.75 0.1071	20.75 0.8571 24.75 0.9286	24.75 0.9286 26.75 0.9643	26.75 0.9643 30.75 1.0000	26.75 0.9643 30.75 1.0000	26.75 0.9643 30.75 1.0000
		2.00 0.0119	2.00 0.0119	2.00 0.0119 5.00 0.0595	2.00 0.0119 5.00 0.0595	8.00 0.0952 9.00 0.1190	29.00 0.8929 32.00 0.9048	33.00 0.9286 34.00 0.9524	34.00 0.9524 36.00 0.9762	36.00 0.9762 41.00 1.0000	36.00 0.9762 41.00 1.0000

Source: Nico, F. Laubscher, F. E. Steffens, and Elsie M. Delange, "Exact Critical Values for Mood's Distribution-Free Test Statistic for Dispersion and Its Normal Approximation," *Technometrics*, 10 (1968), 497–507

Sample sizes		Nominal significance levels α									
m	n	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
3	7			2.75	6.75	6.75	34.75	40.75	44.75	46.75	46.75
				0.0167	0.5000	0.0600	0.8500	0.9333	0.9667	0.9833	0.9833
		2.75	2.75	4.75	8.75	8.75	38.75	42.75	46.75	52.75	52.75
		0.0167	0.0167	0.0333	0.1167	0.1167	0.9167	0.9500	0.9833	1.0000	1.0000
3	8		2.00	2.00	8.00	11.00	45.00	50.00	54.00	59.00	59.00
			0.0061	0.0061	0.0485	0.0970	0.8848	0.9394	0.9636	0.9879	0.9879
		2.00	5.00	5.00	9.00	13.00	50.00	51.00	57.00	66.00	66.00
		0.0061	0.0303	0.0303	0.0806	0.1212	0.9394	0.9515	0.9758	1.0000	1.0000
3	9		2.75	4.75	6.75	12.75	54.75	60.75	66.75	70.75	72.75
			0.0091	0.0182	0.0273	0.0909	0.8727	0.9182	0.9727	0.9818	0.9909
		2.75	4.75	6.75	8.75	14.75	56.75	62.75	70.75	72.75	80.75
		0.0091	0.0182	0.0273	0.0636	0.1364	0.9091	0.9636	0.9818	0.9909	1.0000
3	10	2.00	2.00	6.00	10.00	14.00	58.00	76.00	77.00	86.00	88.00
		0.0035	0.0035	0.0245	0.0490	0.0979	0.8986	0.9441	0.9720	0.9860	0.9930
		5.00	5.00	8.00	11.00	17.00	70.00	77.00	81.00	88.00	97.00
		0.0175	0.0176	0.0280	0.0559	0.1189	0.9266	0.9720	0.9790	0.9930	1.0000
3	11		2.75	6.75	10.75	16.75	74.75	84.75	90.75	102.75	104.75
			0.0055	0.0165	0.0440	0.0879	0.8846	0.9451	0.9560	0.9890	0.9945
		2.75	4.75	8.75	12.75	18.75	78.75	86.75	92.75	104.75	114.75
		0.0055	0.0110	0.0385	0.0549	0.1099	0.9066	0.9505	0.9780	0.9945	1.0000
3	12	2.00	2.00	9.00	13.00	20.00	89.00	99.00	107.00	114.00	121.00
		0.0022	0.0022	0.0220	0.0440	0.0945	0.8879	0.9385	0.9648	0.9868	0.9912
		5.00	5.00	10.00	14.00	21.00	90.00	101.00	110.00	121.00	123.00
		0.0110	0.0110	0.0308	0.0615	0.1121	0.9055	0.9560	0.9824	0.9912	0.9956
3	13	2.75	4.75	8.75	12.75	20.75	102.75	114.75	124.75	132.75	140.75
		0.0036	0.0071	0.0250	0.0357	0.0893	0.8893	0.9464	0.9714	0.9893	0.9929
		4.75	6.75	10.75	14.75	22.75	104.75	116.75	128.75	140.75	142.75
		0.0071	0.0107	0.0286	0.0536	0.1038	0.9071	0.9500	0.9857	0.9929	0.9964

3	14	2.00	5.00	11.00	17.00	25.00	116.00	128.00	138.00	149.00	162.00
		0.0015	0.0074	0.0235	0.0500	0.0868	0.8926	0.9353	0.9735	0.9882	0.9941
3	15	5.00	6.00	13.00	18.00	26.00	117.00	129.00	144.00	153.00	164.00
		0.0074	0.0103	0.0294	0.0544	0.1044	0.9044	0.9500	0.9765	0.9912	0.9971
		4.75	6.75	12.75	18.75	26.75	132.75	146.75	156.75	164.75	174.75
		0.0049	0.0074	0.0245	0.0490	0.0907	0.8995	0.9485	0.9681	0.9804	0.9926
3	16	6.75	8.75	14.75	20.75	28.75	134.75	148.75	158.75	170.75	184.75
		0.0074	0.0172	0.0368	0.0613	0.1005	0.9191	0.9583	0.9779	0.9902	0.9951
		2.80	8.00	13.00	20.00	32.00	146.00	164.00	179.00	187.00	198.00
		0.0010	0.0083	0.0206	0.0444	0.0970	0.8937	0.9463	0.9732	0.9835	0.9938
3	17	5.00	9.00	14.00	21.00	33.00	149.00	166.00	181.00	194.00	209.00
		0.0052	0.0103	0.0289	0.0526	0.1011	0.9102	0.9567	0.9814	0.9917	0.9959
		4.75	6.75	12.75	20.75	34.75	162.75	180.75	192.75	210.75	222.75
		0.0035	0.0053	0.0175	0.0439	0.1000	0.8930	0.9421	0.9719	0.9860	0.9947
4	4	6.75	8.75	14.75	22.75	36.75	164.75	182.75	200.75	218.75	234.75
		0.0053	0.0123	0.0263	0.0509	0.1070	0.9018	0.9509	0.9754	0.9930	0.9965
				5.00	5.00	9.00	29.00	31.00	31.00	33.00	33.00
				0.0143	0.0143	0.0714	0.8714	0.9286	0.9286	0.9857	0.9857
4	5	5.00	5.00	9.00	9.00	11.00	31.00	33.00	33.00	37.00	37.00
		0.0143	0.0143	0.0714	0.0714	0.1286	0.9286	0.9857	0.9857	1.0000	1.0000
				6.00	10.00	11.00	37.00	41.00	42.00	42.00	45.00
				0.0159	0.0397	0.0556	0.8730	0.9286	0.9603	0.9603	0.9921
4	6	6.00	6.00	9.00	11.00	14.00	38.00	42.00	45.00	45.00	50.00
		0.0159	0.0159	0.0317	0.0556	0.1190	0.9048	0.9603	0.9921	0.9921	1.0000
		5.00	5.00	9.00	13.00	15.00	47.00	51.00	53.00	55.00	55.00
		0.0048	0.0048	0.0238	0.0476	0.0857	0.8952	0.9333	0.9571	0.9762	0.9762
4	7	9.00	9.00	11.00	15.00	17.00	49.00	53.00	55.00	59.00	59.00
		0.0238	0.0238	0.0429	0.0857	0.1095	0.9143	0.9571	0.9762	0.9952	0.9952
			6.00	11.00	14.00	20.00	58.00	63.00	68.00	70.00	70.00
			0.0061	0.0212	0.0455	0.0909	0.8848	0.9394	0.9727	0.9848	0.9848
		6.00	9.00	14.00	15.00	21.00	59.00	66.00	70.00	75.00	75.00
		0.0061	0.0121	0.0455	0.0576	0.1152	0.9030	0.9576	0.9848	0.9970	0.9970

Table 11

Sample sizes		Nominal significance levels α									
m	n	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
4	8	5.00	5.00	13.00	17.00	21.00	69.00	77.00	81.00	87.00	87.00
		0.0020	0.0020	0.0202	0.0465	0.0869	0.8970	0.9475	0.9830	0.9899	0.9899
		9.00	9.00	15.00	19.00	23.00	71.00	79.00	83.00	93.00	93.00
		0.0101	0.0101	0.0364	0.0545	0.1030	0.9051	0.9556	0.9798	0.9980	0.9980
4	9	6.00	11.00	14.00	20.00	27.00	85.00	92.00	98.00	104.00	106.00
		0.0028	0.0098	0.0210	0.0420	0.0965	0.8979	0.9497	0.9748	0.9874	0.9930
		9.00	14.00	15.00	21.00	29.00	86.00	93.00	101.00	106.00	113.00
		0.0056	0.0210	0.0266	0.0531	0.1077	0.9231	0.9552	0.9804	0.9930	0.9986
4	10	9.00	13.00	17.00	21.00	31.00	97.00	105.00	115.00	121.00	125.00
		0.0050	0.0100	0.0230	0.0430	0.0969	0.8961	0.9491	0.9740	0.9860	0.9910
		11.00	15.00	19.00	23.00	33.00	99.00	107.00	117.00	123.00	127.00
		0.0090	0.0180	0.0270	0.0509	0.1129	0.9161	0.9530	0.9820	0.9900	0.9950
4	11	10.00	11.00	20.00	26.00	35.00	113.00	125.00	134.00	143.00	148.00
		0.0037	0.0051	0.0220	0.0462	0.0967	0.8967	0.9495	0.9722	0.9897	0.9934
		11.00	14.00	21.00	27.00	36.00	114.00	126.00	135.00	146.00	150.00
		0.0051	0.0110	0.0278	0.0505	0.1011	0.9099	0.9612	0.9780	0.9927	0.9963
4	12	11.00	15.00	21.00	29.00	39.00	129.00	141.00	153.00	161.00	171.00
		0.0049	0.0099	0.0236	0.0489	0.0978	0.8962	0.9495	0.9747	0.9879	0.9945
		13.00	17.00	23.00	31.00	41.00	131.00	143.00	155.00	163.00	173.00
		0.0055	0.0126	0.0280	0.0533	0.1093	0.9159	0.9538	0.9791	0.9901	0.9951
4	13	11.00	17.00	25.00	33.00	45.00	146.00	162.00	173.00	186.00	193.00
		0.0029	0.0088	0.0227	0.0475	0.0971	0.8933	0.9496	0.9710	0.9891	0.9941
		14.00	18.00	26.00	34.00	46.00	147.00	163.00	174.00	187.00	198.00
		0.0063	0.0113	0.0265	0.0504	0.1071	0.9000	0.9529	0.9777	0.9908	0.9958
4	14	13.00	19.00	27.00	37.00	49.00	163.00	181.00	195.00	207.00	217.00
		0.0033	0.0088	0.0235	0.0477	0.0928	0.8931	0.9487	0.9739	0.9889	0.9941
		15.00	21.00	29.00	39.00	51.00	165.00	183.00	197.00	213.00	221.00
		0.0059	0.0141	0.0291	0.0582	0.1059	0.9049	0.9539	0.9755	0.9915	0.9954

4	15	15.00	21.00	29.00	41.00	56.00	183.00	202.00	218.00	234.00	245.00	
		0.0049	0.0098	0.0199	0.0472	0.0993	0.8965	0.9466	0.9727	0.9892	0.9943	
		17.00	22.00	30.00	42.00	57.00	185.00	203.00	219.00	235.00	247.00	
4	16	0.0054	0.0114	0.0261	0.0524	0.1045	0.9017	0.9518	0.9768	0.9902	0.9954	
		17.00	21.00	33.00	43.00	61.00	203.00	223.00	241.00	259.00	275.00	
		0.0047	0.0089	0.0233	0.0436	0.0962	0.8933	0.9451	0.9728	0.9870	0.9946	
		19.00	23.00	35.00	45.00	63.00	205.00	225.00	243.00	261.00	277.00	
5	5	0.0056	0.0105	0.0283	0.0504	0.1061	0.9028	0.9525	0.9752	0.9903	0.9955	
			11.25	15.25	17.25	23.25	65.25	59.25	61.25	65.25	67.25	
			0.0079	0.0159	0.0317	0.0952	0.8889	0.9366	0.9683	0.9841	0.9921	
		11.25	15.25	17.25	21.25	25.25	67.25	61.25	65.25	67.25	71.25	
5	6	0.0079	0.0159	0.0317	0.0635	0.1111	0.9048	0.9683	0.9841	0.9921	1.0000	
		10.00	10.00	19.00	24.00	27.00	69.00	75.00	76.00	83.00	84.00	
		0.0022	0.0022	0.0238	0.0476	0.0758	0.8810	0.9459	0.9632	0.9870	0.9913	
		15.00	15.00	20.00	25.00	30.00	70.00	76.00	79.00	84.00	86.00	
5	7	0.0108	0.0108	0.0260	0.0563	0.1104	0.9069	0.9632	0.9805	0.9913	0.9957	
		11.25	15.25	21.25	27.25	33.25	83.25	89.25	93.25	101.25	105.25	
		0.0025	0.0051	0.0202	0.0480	0.0884	0.8990	0.9495	0.9646	0.9899	0.9949	
		15.25	17.25	23.25	29.25	35.25	85.25	91.25	95.25	103.25	107.25	
5	8	0.0051	0.0101	0.0303	0.0631	0.1136	0.9167	0.9520	0.9773	0.9924	0.9975	
		15.00	20.00	26.00	31.00	39.00	99.00	106.00	113.00	118.00	123.00	
		0.0039	0.0093	0.0225	0.0490	0.0979	0.8974	0.9448	0.9697	0.9852	0.9938	
		18.00	22.00	27.00	33.00	40.00	101.00	107.00	114.00	122.00	126.00	
5	9	0.0070	0.0124	0.0272	0.0521	0.1049	0.9068	0.9510	0.9759	0.9922	0.9953	
		17.25	21.25	29.25	35.25	45.25	115.25	123.25	133.25	141.25	145.25	
		0.0040	0.0080	0.0250	0.0460	0.0999	0.8951	0.9411	0.9710	0.9890	0.9910	
		21.25	23.25	31.25	37.25	47.25	117.25	125.25	135.25	143.25	147.25	
5	10	0.0080	0.0120	0.0300	0.0509	0.1149	0.9121	0.9500	0.9790	0.9900	0.9960	
		20.00	26.00	33.00	41.00	52.00	134.00	146.00	154.00	166.00	174.00	
		0.0040	0.0097	0.0223	0.0456	0.0989	0.8934	0.9494	0.9724	0.9897	0.9947	
		22.00	27.00	34.00	42.00	53.00	135.00	147.00	155.00	168.00	175.00	
		0.0053	0.0117	0.0266	0.0503	0.1002	0.9068	0.9547	0.9757	0.9923	0.9973	

Table 11

Sample sizes		Nominal significance levels α									
m	n	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
5	11	21.25	27.25	37.25	45.25	57.25	153.25	165.25	177.25	187.25	197.25
		0.0037	0.0087	0.0234	0.0458	0.0934	0.8997	0.9473	0.9748	0.9881	0.9950
		23.25	29.25	39.25	47.25	59.25	155.25	167.25	179.25	191.25	199.25
		0.0055	0.0114	0.0275	0.0527	0.1053	0.9125	0.9519	0.9776	0.9918	0.9954
5	12	26.00	30.00	42.00	53.00	65.00	174.00	189.00	202.00	216.00	226.00
		0.0047	0.0082	0.0244	0.0486	0.0931	0.8993	0.9473	0.9746	0.9888	0.9945
		27.00	31.00	43.00	54.00	66.00	175.00	190.00	203.00	217.00	227.00
		0.0057	0.0102	0.0267	0.0535	0.1021	0.9071	0.9551	0.9772	0.9901	0.9952
5	13	27.25	33.25	45.25	57.25	73.25	195.25	211.25	227.25	243.25	255.25
		0.0044	0.0082	0.0233	0.0476	0.0997	0.8985	0.9444	0.9741	0.9893	0.9946
		29.25	35.25	47.25	59.25	75.25	197.25	213.25	229.25	245.25	257.25
		0.0058	0.0105	0.0268	0.0537	0.1076	0.9059	0.9512	0.9762	0.9904	0.9958
5	14	30.00	38.00	51.00	65.00	81.00	219.00	238.00	25..00	275.00	285.00
		0.0044	0.0088	0.0248	0.0495	0.0978	0.8999	0.9479	0.9720	0.9896	0.9946
		31.00	39.00	52.00	66.00	82.00	220.00	239.00	255.00	276.00	287.00
		0.0054	0.0108	0.0255	0.0544	0.1034	0.9037	0.9520	0.9754	0.9906	0.9953
5	15	33.25	39.25	55.25	69.25	89.25	241.25	265.25	283.25	305.25	319.25
		0.0045	0.0077	0.0235	0.0470	0.0988	0.8951	0.9494	0.9739	0.9896	0.9946
		35.25	41.25	57.25	71.25	91.25	243.25	267.25	285.25	307.25	321.25
		0.0058	0.0103	0.0263	0.0526	0.1053	0.9005	0.9542	0.9763	0.9906	0.9957
6	6	17.50	27.50	33.50	39.50	45.50	93.50	99.50	105.50	111.50	115.50
		0.0011	0.0097	0.0238	0.0465	0.0963	0.8734	0.9307	0.9675	0.9848	0.9946
		23.50	29.50	35.50	41.50	47.50	95.50	101.50	107.50	113.50	119.50
		0.0054	0.0152	0.0325	0.0693	0.1266	0.9037	0.9535	0.9762	0.9903	0.9989
6	7	27.00	31.00	38.00	45.00	54.00	114.00	122.00	129.00	135.00	140.00
		0.0047	0.0099	0.0204	0.0466	0.0973	0.8980	0.9476	0.9749	0.9883	0.9948
		28.00	34.00	39.00	46.00	55.00	115.00	123.00	130.00	138.00	142.00
		0.0052	0.0146	0.0251	0.0524	0.1206	0.9108	0.9580	0.9779	0.9918	0.9971

6	8	29.50	35.50	41.50	49.50	59.50	131.50	141.50	149.50	157.50	165.50	
		0.0047	0.0100	0.0213	0.0430	0.0942	0.8924	0.9461	0.9737	0.9873	0.9940	
6	9	31.50	37.50	43.50	51.50	61.50	133.50	143.50	151.50	159.50	167.50	
		0.0060	0.0130	0.0266	0.0509	0.1062	0.9004	0.9540	0.9750	0.9900	0.9967	
6	10	34.00	39.00	49.00	58.00	69.00	154.00	165.00	175.00	186.00	193.00	
		0.0050	0.0086	0.0232	0.0488	0.0969	0.8973	0.9467	0.9734	0.9894	0.9944	
		35.00	40.00	50.00	59.00	70.00	155.00	166.00	176.00	187.00	195.00	
		0.0062	0.0110	0.0256	0.0547	0.1039	0.9065	0.9504	0.9766	0.9910	0.9956	
6	11	37.50	43.50	53.50	63.50	75.50	175.50	189.50	201.50	213.50	221.50	
		0.0049	0.0100	0.0237	0.0448	0.0888	0.8976	0.9476	0.9734	0.9891	0.9948	
		39.50	45.50	55.50	65.50	77.50	177.50	191.50	203.50	215.50	223.50	
		0.0054	0.0111	0.0262	0.0521	0.1010	0.9063	0.9540	0.9784	0.9901	0.9960	
6	12	42.00	49.00	61.00	73.00	87.00	200.00	216.00	229.00	244.00	253.00	
		0.0048	0.0094	0.0243	0.0490	0.0977	0.8998	0.9491	0.9737	0.9898	0.9941	
		43.00	50.00	62.00	74.00	88.00	201.00	217.00	230.00	245.00	254.00	
		0.0060	0.0103	0.0255	0.0512	0.1037	0.9009	0.9504	0.9758	0.9901	0.9954	
6	13	45.50	51.50	67.50	79.50	95.50	223.50	243.50	257.50	273.50	285.50	
		0.0048	0.0082	0.0248	0.0470	0.0950	0.8954	0.9494	0.9733	0.9879	0.9944	
		47.50	53.50	69.50	81.50	97.50	225.50	245.50	259.50	275.50	287.50	
		0.0063	0.0102	0.0273	0.0513	0.1033	0.9004	0.9542	0.9757	0.9900	0.9950	
		50.00	58.00	74.00	89.00	107.00	252.00	273.00	290.00	310.00	323.00	
		0.0047	0.0090	0.0234	0.0483	0.0985	0.8979	0.9499	0.9736	0.9898	0.9949	
6	14	51.00	59.00	75.00	90.00	108.00	253.00	274.00	291.00	311.00	324.00	
		0.0053	0.0101	0.0256	0.0503	0.1008	0.9001	0.9510	0.9751	0.9902	0.9951	
		53.50	63.50	81.50	97.50	117.50	279.50	301.50	321.50	343.50	357.50	
		0.0049	0.0093	0.0246	0.0495	0.0974	0.8972	0.9459	0.9730	0.9888	0.9944	
		55.50	65.50	83.50	99.50	119.50	281.50	303.50	323.50	345.50	359.50	
7	7	0.0054	0.0108	0.0281	0.0527	0.1043	0.9040	0.9501	0.9754	0.9901	0.9950	
		41.75	47.75	57.75	65.75	75.75	147.75	157.75	165.75	175.75	179.75	
		0.0029	0.0082	0.0233	0.0466	0.0950	0.8869	0.9452	0.9709	0.9889	0.9948	
		43.75	49.75	59.75	67.75	77.75	149.75	159.75	167.75	177.75	183.75	
		0.0052	0.0111	0.0291	0.0548	0.1131	0.9050	0.9534	0.9767	0.9918	0.9971	

Table 11

Sample sizes m	n	Nominal significance levels α									
		0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
7	8	50.00	55.00	66.00	75.00	87.00	173.00	184.00	195.00	204.00	211.00
		0.0050	0.0082	0.0238	0.0479	0.0977	0.8988	0.9455	0.9745	0.9890	0.9939
		51.00	56.00	67.00	76.00	88.00	174.00	185.00	196.00	205.00	212.00
		0.0059	0.0110	0.0272	0.0533	0.1052	0.9004	0.9510	0.9776	0.9902	0.9952
7	9	53.75	59.75	71.75	83.75	95.75	197.75	211.75	221.75	235.75	245.75
		0.0049	0.0087	0.0224	0.0495	0.0920	0.8970	0.9495	0.9706	0.9895	0.9949
		55.75	61.75	73.75	85.75	97.75	199.75	213.75	223.75	237.75	247.75
		0.0058	0.0103	0.0267	0.0556	0.1016	0.9073	0.9549	0.9764	0.9911	0.9963
7	10	59.00	67.00	82.00	94.00	109.00	226.00	242.00	254.00	270.00	279.00
		0.0046	0.0090	0.0243	0.0478	0.0975	0.8978	0.9499	0.9726	0.9896	0.9949
		60.00	68.00	83.00	95.00	110.00	227.00	243.00	255.00	271.00	280.00
		0.0053	0.0100	0.0268	0.0521	0.1009	0.9051	0.9544	0.9753	0.9902	0.9951
7	11	63.75	73.75	89.75	103.75	119.75	253.75	271.75	287.75	303.75	315.75
		0.0042	0.0096	0.0246	0.0495	0.0946	0.8991	0.9483	0.9742	0.9882	0.9943
		65.75	75.75	91.75	105.75	121.75	255.75	273.75	289.75	305.75	317.75
		0.0050	0.0103	0.0272	0.0526	0.1012	0.9053	0.9506	0.9767	0.9904	0.9952
7	12	71.00	82.00	99.00	115.00	135.00	285.00	306.00	323.00	343.00	357.00
		0.0048	0.0094	0.0241	0.0489	0.0998	0.8997	0.9491	0.9738	0.9893	0.9950
		72.00	83.00	100.00	116.00	136.00	286.00	307.00	324.00	344.00	358.00
		0.0051	0.0104	0.0258	0.0519	0.1044	0.9020	0.9515	0.9754	0.9900	0.9952
7	13	75.75	87.75	107.75	125.75	147.75	315.75	339.75	359.75	381.75	397.75
		0.0042	0.0089	0.0239	0.0487	0.0983	0.8972	0.9487	0.9745	0.9889	0.9949
		77.75	89.75	109.75	127.75	149.75	317.75	341.75	361.75	383.75	399.75
		0.0050	0.0101	0.0261	0.0528	0.1054	0.9039	0.9523	0.9758	0.9905	0.9953
8	8	72.00	78.00	92.00	104.00	118.00	218.00	232.00	244.00	258.00	264.00
		0.0043	0.0078	0.0239	0.0496	0.0984	0.8908	0.9457	0.9740	0.9900	0.9942
		74.00	80.00	94.00	106.00	120.00	220.00	234.00	246.00	260.00	266.00
		0.0058	0.0100	0.0260	0.0543	0.1092	0.9016	0.9504	0.9761	0.9922	0.9957

8	9	79.00	90.00	103.00	116.00	132.00	250.00	266.00	279.00	294.00	303.00	
		0.0042	0.0096	0.0229	0.0487	0.0988	0.8959	0.9477	0.9742	0.9896	0.9945	
8	10	80.00	91.00	104.00	117.00	133.00	251.00	267.00	280.00	295.00	304.00	
		0.0050	0.0102	0.0253	0.0510	0.1016	0.9005	0.9520	0.9760	0.9901	0.9952	
8	11	88.00	98.00	114.00	128.00	146.00	280.00	300.00	316.00	332.00	344.00	
		0.0050	0.100	0.0245	0.0481	0.0980	0.8917	0.9487	0.9744	0.9891	0.9948	
		90.00	100.00	116.00	130.00	148.00	282.00	302.00	318.00	334.00	346.00	
		0.0059	0.0112	0.0280	0.0525	0.1033	0.9001	0.9532	0.9768	0.9900	0.9950	
8	12	95.00	107.00	126.00	143.00	163.00	316.00	337.00	355.00	376.00	388.00	
		0.0047	0.0095	0.0247	0.500	0.0988	0.8984	0.9489	0.0739	0.9900	0.9948	
		96.00	108.00	127.00	144.00	164.00	317.00	338.00	356.00	377.00	389.00	
		0.0051	0.0105	0.0256	0.0530	0.1039	0.9021	0.9501	0.9759	0.9909	0.9953	
9	9	102.00	116.00	136.00	156.00	178.00	352.00	376.00	396.00	418.00	434.00	
		0.0044	0.0097	0.0234	0.0496	0.0970	0.8995	0.9497	0.9749	0.9894	0.9949	
		104.00	118.00	138.00	158.00	180.00	354.00	378.00	398.00	420.00	436.00	
		0.0051	0.0103	0.0252	0.0533	0.1031	0.9056	0.9531	0.9763	0.9903	0.9953	
		110.25	120.25	138.25	154.25	172.25	308.25	326.25	342.25	360.25	370.25	
		0.0045	0.0085	0.0230	0.0481	0.0973	0.8975	0.9476	0.9742	0.9899	0.9949	
9	10	112.25	122.25	140.25	156.25	174.25	310.25	328.25	344.25	362.25	372.25	
		0.0051	0.0101	0.0258	0.0524	0.1025	0.9027	0.9519	0.9770	0.9915	0.9955	
		122.00	134.00	154.00	171.00	191.00	347.00	368.00	385.00	404.00	419.00	
		0.0049	0.0096	0.0250	0.0492	0.0963	0.8987	0.9489	0.9738	0.9890	0.9950	
		123.00	135.00	155.00	172.00	192.00	348.00	369.00	386.00	405.00	420.00	
		0.0050	0.0101	0.0256	0.0514	0.1003	0.9021	0.9515	0.9751	0.9900	0.9955	
9	11	132.25	144.25	166.25	186.25	210.25	384.25	408.25	430.25	452.25	468.25	
		0.0049	0.0089	0.0235	0.0484	0.0984	0.8942	0.9465	0.9744	0.9896	0.9950	
		134.25	146.25	168.25	188.25	212.25	386.25	410.25	432.25	454.25	470.25	
		0.0056	0.0102	0.0251	0.0519	0.1049	0.9005	0.9500	0.9765	0.9900	0.9955	
10	10	162.50	176.50	198.50	218.50	242.50	418.50	442.50	462.50	484.50	498.50	
		0.0050	0.0098	0.0241	0.0489	0.0982	0.8966	0.9479	0.9740	0.9891	0.9944	
		164.50	178.50	200.50	220.50	244.50	420.50	444.50	464.50	486.50	500.50	
		0.0056	0.0109	0.0260	0.0521	0.1034	0.9018	0.9511	0.9759	0.9902	0.9950	

TABLE 12

Kolmogorov–Smirnov two-sample test*

Critical values for two-tailed rejection region $mnD_{m,n} \geq c$. The upper, middle, and lower numbers are $c_{.10}$, $c_{.05}$, and $c_{.01}$ for each (m, n) entry.

	m																							
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1																			19	20	21	22	23	24	25
2					10	12	14	16	18	18	20	22	24	24	26	28	30	32	32	34	36	38	38	40	42
								16	18	20	22	24	26	26	28	30	32	34	36	38	38	40	42	44	46
																			38	*40*	*42*	*44*	*46*	*48*	*50*
3			9	12	15	15	18	21	21	24	27	27	30	33	33	36	36	39	42	42	45	48	48	51	54
					15	18	21		21	24	27	30	33	36	36	39	42	45	45	48	51	51	54	57	60
										27	*30*	*33*	*36*	*39*	*42*	*42*	*45*	*48*	*51*	*54*	*57*	*57*	*60*	*63*	*66*	*69*
4			12	16	16	18	21	24	27	28	29	36	35	38	40	44	44	46	49	52	52	56	57	60	63
				16	20	20	24	28	28	30	33	36	39	42	44	48	48	50	53	60	59	62	64	68	68
						24	*28*	*32*	*36*	*36*	*40*	*44*	*48*	*48*	*52*	*56*	*60*	*60*	*64*	*68*	*72*	*72*	*76*	*80*	*84*
5		10	15	16	20	24	25	27	30	35	35	36	40	42	50	48	50	52	56	60	60	63	65	67	75
			15	20	25	24	28	30	35	40	39	43	45	46	55	54	55	60	61	65	69	70	72	76	80
					25	*30*	*35*	*35*	*40*	*45*	*45*	*50*	*52*	*56*	*60*	*64*	*68*	*70*	*71*	*80*	*80*	*83*	*87*	*90*	*95*
6		12	15	18	24	30	28	30	33	36	38	48	46	48	51	54	56	66	64	66	69	70	73	78	78
			18	20	24	30	30	34	39	40	43	48	52	54	57	60	62	72	70	72	75	78	80	90	88
				24	*30*	*36*	*36*	*40*	*45*	*48*	*54*	*60*	*60*	*64*	*69*	*72*	*73*	*84*	*83*	*88*	*90*	*92*	*97*	*102*	*107*
7		14	18	21	25	28	35	34	36	40	44	46	50	56	56	59	61	65	69	72	77	77	80	84	86
			21	24	28	30	42	40	42	46	48	53	56	63	62	64	68	72	76	79	91	84	89	92	97
				28	*35*	*36*	*42*	*48*	*49*	*53*	*59*	*60*	*65*	*77*	*75*	*77*	*84*	*87*	*91*	*93*	*105*	*103*	*108*	*112*	*115*
8		16	21	24	27	30	34	40	40	44	48	52	54	58	60	72	68	72	74	80	81	84	89	96	95
		16	21	28	30	34	40	48	46	48	53	60	62	64	67	80	77	80	82	88	89	94	98	104	104
				32	*35*	*40*	*48*	*56*	*55*	*60*	*64*	*68*	*72*	*76*	*81*	*88*	*88*	*94*	*98*	*104*	*107*	*112*	*115*	*128*	*125*
9		18	21	27	30	33	36	40	54	50	52	57	59	63	69	69	74	81	80	84	90	91	94	99	101
		18	24	28	35	39	42	46	54	53	59	63	65	70	75	78	82	90	89	93	99	101	106	111	114
			27	*36*	*40*	*45*	*49*	*55*	*63*	*63*	*70*	*75*	*78*	*84*	*90*	*94*	*99*	*108*	*107*	*111*	*117*	*122*	*126*	*132*	*135*
10		18	24	28	35	36	40	44	50	60	57	60	64	68	75	76	79	82	85	100	95	98	101	104	110
		20	27	30	40	40	46	48	53	70	60	66	70	74	80	84	89	92	94	110	105	108	114	118	125
			30	*36*	*45*	*48*	*53*	*60*	*63*	*80*	*77*	*80*	*84*	*90*	*100*	*100*	*106*	*108*	*113*	*130*	*126*	*130*	*137*	*140*	*150*
11		20	27	29	35	38	44	48	52	57	66	64	67	73	76	80	85	88	92	96	101	110	108	111	117
		22	30	33	39	43	48	53	59	60	77	72	75	82	84	89	93	97	102	107	112	121	119	124	129
			33	*40*	*45*	*54*	*59*	*64*	*70*	*77*	*88*	*86*	*91*	*96*	*102*	*106*	*110*	*118*	*122*	*127*	*134*	*143*	*142*	*150*	*154*
12		22	27	36	36	48	46	52	57	60	64	72	71	78	84	88	90	96	99	104	108	110	113	132	120
		24	30	36	43	48	53	60	63	66	72	84	81	86	93	96	100	108	108	116	120	124	125	144	138
			36	*44*	*50*	*60*	*60*	*68*	*75*	*80*	*86*	*96*	*95*	*104*	*108*	*116*	*119*	*126*	*130*	*140*	*141*	*148*	*149*	*168*	*165*
13		24	30	35	40	46	50	54	59	64	67	71	91	78	87	91	96	99	104	108	113	117	120	125	131
		26	33	39	45	52	56	62	65	70	75	81	91	89	96	101	105	110	114	120	126	130	135	140	145
			39	*48*	*52*	*60*	*65*	*72*	*78*	*84*	*91*	*95*	*117*	*104*	*115*	*121*	*127*	*131*	*138*	*143*	*150*	*156*	*161*	*166*	*172*

TABLE 12 I (continued)

Critical values for one-tailed rejection region $mnD_{m,n} \geq c$. The upper, middle, and lower numbers are $c_{.10}$, $c_{.05}$, and $c_{.01}$ for each (m, n) entry.

n \ m	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
15	30	34	45	45	48	52	60	65	66	72	75	80	90	87	91	99	100	110	111	111	117	123	130
	33	38	50	51	56	60	69	75	76	84	86	92	105	101	105	111	113	125	126	130	134	141	145
	42	*46*	*60*	*63*	*70*	*75*	*84*	*90*	*95*	*102*	*106*	*111*	*135*	*120*	*130*	*138*	*142*	*150*	*156*	*160*	*165*	*174*	*180*
16	30	40	41	48	51	64	61	66	69	76	79	84	87	112	94	100	104	112	114	118	122	136	130
	34	44	46	54	58	72	68	76	80	88	90	96	101	112	109	116	120	128	130	136	140	152	148
	43	*52*	*56*	*66*	*71*	*88*	*86*	*94*	*100*	*108*	*112*	*120*	*120*	*144*	*139*	*142*	*149*	*156*	*162*	*168*	*174*	*184*	*185*
17	32	37	44	49	54	57	65	69	72	77	81	87	91	94	119	102	108	113	118	122	128	132	137
	35	44	49	56	61	65	74	77	83	89	94	99	105	109	136	118	125	130	135	141	146	150	156
	43	*53*	*61*	*68*	*75*	*81*	*93*	*97*	*104*	*111*	*118*	*124*	*130*	*139*	*153*	*150*	*157*	*162*	*168*	*175*	*181*	*187*	*192*
18	36	40	46	54	56	62	72	72	76	84	87	92	99	100	102	126	116	120	126	128	133	144	142
	39	46	51	66	64	72	81	82	87	96	98	104	111	116	118	144	127	136	144	148	151	162	161
	48	*56*	*63*	*78*	*81*	*88*	*99*	*104*	*108*	*120*	*121*	*130*	*138*	*142*	*150*	*180*	*160*	*170*	*177*	*184*	*189*	*198*	*201*
19	36	41	47	54	59	64	70	74	79	85	89	94	100	104	108	116	133	125	128	132	137	142	148
	40	49	56	61	68	73	80	85	92	98	102	108	113	120	125	127	152	144	147	151	159	162	168
	49	*57*	*67*	*77*	*85*	*91*	*99*	*104*	*114*	*121*	*127*	*135*	*142*	*149*	*157*	*160*	*190*	*171*	*183*	*189*	*197*	*204*	*211*
20	37	48	55	56	61	72	73	90	84	92	95	100	110	112	113	120	125	140	134	138	143	152	155
	41	52	60	66	72	80	83	100	95	104	108	114	125	128	130	136	144	160	154	160	163	172	180
	52	*64*	*75*	*80*	*87*	*100*	*103*	*120*	*117*	*128*	*135*	*142*	*150*	*156*	*162*	*170*	*171*	*200*	*193*	*196*	*203*	*212*	*220*
21	42	45	51	60	70	71	78	80	85	93	97	112	111	114	118	126	128	134	147	142	147	156	158
	45	52	60	69	77	81	90	91	101	108	112	126	126	130	135	144	147	154	168	163	170	177	182
	54	*64*	*75*	*84*	*98*	*100*	*111*	*118*	*124*	*132*	*138*	*154*	*156*	*162*	*168*	*177*	*183*	*193*	*210*	*205*	*212*	*222*	*225*
22	40	48	54	62	68	74	79	86	99	98	100	108	111	118	122	128	132	138	142	176	151	158	163
	46	56	62	70	77	84	91	98	110	110	117	124	130	136	141	148	151	160	163	198	173	182	188
	55	*66*	*76*	*88*	*97*	*106*	*111*	*120*	*143*	*138*	*143*	*152*	*160*	*168*	*175*	*184*	*159*	*196*	*205*	*242*	*217*	*228*	*234*
23	43	49	56	63	70	76	82	88	95	100	105	110	117	122	128	133	137	143	147	151	184	160	169
	47	57	65	73	79	89	94	101	108	113	120	127	134	140	146	151	159	163	170	173	207	183	194
	58	*69*	*81*	*91*	*99*	*107*	*117*	*125*	*132*	*138*	*150*	*157*	*165*	*174*	*181*	*189*	*197*	*203*	*212*	*217*	*253*	*228*	*242*
24	45	56	58	72	72	88	87	92	98	108	109	116	123	136	132	144	142	152	156	158	160	192	178
	51	60	67	78	83	96	99	106	111	132	124	132	141	152	150	162	162	172	177	182	183	216	204
	63	*76*	*82*	*96*	*103*	*120*	*123*	*130*	*138*	*156*	*154*	*164*	*174*	*184*	*187*	*198*	*204*	*212*	*222*	*228*	*228*	*264*	*254*
25	46	53	65	67	74	81	88	100	100	106	111	118	130	130	137	142	148	155	158	163	169	178	200
	52	61	75	78	85	95	101	110	116	120	131	136	145	148	156	161	168	180	182	188	194	204	225
	64	*73*	*90*	*96*	*106*	*118*	*124*	*140*	*143*	*153*	*160*	*169*	*180*	*185*	*192*	*201*	*211*	*220*	*225*	*234*	*242*	*254*	*275*

* Adapted from Gail, M. H., and Green, S. B. (1976). Critical values for the one-sided two-sample Kolmogorov-Smirnov statistic. *Journal of the American Statistical Association, 71*, 757–760, with the permission of the authors and publisher.

** Statistic cannot achieve this significance level.

TABLE 12

Kolmogorov-Smirnov two-sample test*

Critical values for one-tailed rejection region $mnD_{m,n} \geq c$. The upper, middle, and lower numbers are $c_{.10}$, $c_{.05}$, and $c_{.01}$ for each (m, n) entry.

	m																						
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	9	10	11	15	15	16	21	19	22	24	25	26	30	30	32	36	36	37	42	40	43	45	46
	9	10	13	15	16	19	21	22	25	27	28	31	33	34	35	39	40	41	45	46	47	51	52
	**	**	**	**	19	22	27	28	31	33	34	37	42	43	43	48	49	52	54	55	58	63	64
4	10	16	13	16	18	24	21	24	26	32	29	32	34	40	37	40	41	48	45	48	49	56	53
	10	16	16	18	21	24	25	28	29	36	33	38	38	44	44	46	49	52	52	56	57	60	61
	**	**	17	22	25	32	29	38	37	40	41	46	46	52	53	56	57	64	64	66	69	76	73
5	11	13	20	19	21	23	26	30	30	32	35	37	45	41	44	46	47	55	51	54	56	58	65
	13	16	20	21	24	26	28	35	35	36	40	42	50	46	49	51	56	60	60	62	65	67	75
	**	17	25	26	29	33	36	40	41	46	48	51	60	56	61	63	67	75	75	76	81	82	90
6	15	16	19	24	24	26	30	32	33	42	37	42	45	48	49	54	54	56	60	62	63	72	67
	15	18	21	30	25	30	33	36	38	48	43	48	51	54	56	66	61	66	69	70	73	78	78
	**	22	26	36	31	38	42	44	49	54	54	60	63	66	68	78	77	80	84	88	91	96	96
7	15	18	21	24	35	28	32	34	38	40	44	49	48	51	54	56	59	61	70	68	70	72	74
	16	21	24	25	35	34	36	40	43	45	50	56	56	58	61	64	68	72	77	77	79	83	85
	19	25	29	31	42	42	46	50	53	57	59	70	70	71	75	81	85	87	98	97	99	103	106
8	16	24	23	26	28	40	33	40	41	48	47	50	52	64	57	62	64	72	71	74	76	88	81
	19	24	26	30	34	40	40	44	48	52	53	58	60	72	65	72	73	80	81	84	89	96	95
	22	32	33	38	42	48	49	56	59	64	66	72	75	88	81	88	91	100	100	106	107	120	118
9	21	21	26	30	32	33	45	43	45	51	51	54	60	61	65	72	70	73	78	79	82	87	88
	21	25	28	33	36	40	54	46	51	57	57	63	69	68	74	81	80	83	90	91	94	99	101
	27	29	36	42	46	49	63	61	62	69	73	77	84	86	92	99	99	103	111	111	117	123	124
10	19	24	30	32	34	40	43	50	48	52	55	60	65	66	69	72	74	90	80	86	88	92	100
	22	28	35	36	40	44	46	60	57	60	62	68	75	76	77	82	85	100	91	98	101	106	110
	28	34	40	44	50	56	61	70	69	74	78	84	90	94	97	104	104	120	118	120	125	130	140
11	22	26	30	33	38	41	45	48	66	54	59	63	66	69	72	76	79	84	85	99	95	98	100
	25	29	35	38	43	48	51	57	66	64	67	72	76	80	83	87	92	95	101	110	108	111	116
	31	37	41	49	53	59	62	69	88	77	85	89	95	100	104	108	114	117	124	143	132	138	143
12	24	32	32	42	40	48	51	52	54	72	61	68	72	76	77	84	85	92	93	98	100	108	106
	27	36	36	48	45	52	57	60	64	72	71	78	84	88	89	96	98	104	108	110	113	132	120
	33	40	46	54	57	64	69	74	77	96	92	94	102	108	111	120	121	128	132	138	138	156	153
13	25	29	35	37	44	47	51	55	59	61	78	72	75	79	81	87	89	95	97	100	105	109	111
	28	33	40	43	50	53	57	62	67	71	91	78	86	90	94	98	102	108	112	117	120	124	131
	34	41	48	54	59	66	73	78	85	92	104	102	106	112	118	121	127	135	138	143	150	154	160
14	26	32	37	42	49	50	54	60	63	68	72	84	80	84	87	92	94	100	112	106	110	116	119
	31	38	42	48	56	58	63	68	72	78	78	98	92	96	99	104	108	114	126	124	127	132	136
	37	46	51	60	70	72	77	84	89	94	102	112	111	120	124	130	135	142	154	152	157	164	169

TABLE 12 II (continued)

Critical values for two-tailed rejection region $mnD_{m,n} \geq c$. The upper, middle, and lower numbers are $c_{.10}$, $c_{.05}$, and $c_{.01}$ for each (m, n) entry.

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
14		24	33	38	42	48	56	58	63	68	73	78	78	98	92	96	100	104	110	114	126	124	127	132	136
		26	36	42	46	54	63	64	70	74	82	86	89	112	98	106	111	116	121	126	140	138	142	146	150
			42	*48*	*56*	*64*	*77*	*76*	*84*	*90*	*96*	*104*	*04*	*126*	*123*	*126*	*134*	*140*	*148*	*152*	*161*	*164*	*170*	*176*	*182*
15		26	33	40	50	51	56	60	69	75	76	84	87	92	105	101	105	111	114	125	126	130	134	141	145
		28	36	44	55	57	62	67	75	80	84	93	96	98	120	114	116	123	127	135	138	144	149	156	160
			42	*52*	*60*	*69*	*75*	*81*	*90*	*100*	*102*	*108*	*115*	*123*	*135*	*133*	*142*	*147*	*152*	*160*	*168*	*173*	*179*	*186*	*195*
16		28	36	44	48	54	59	72	69	76	80	88	91	96	101	112	109	116	120	128	130	136	141	152	149
		30	39	48	54	60	64	80	78	84	89	96	101	106	114	128	124	128	133	140	145	150	157	168	167
			45	*56*	*64*	*72*	*77*	*88*	*94*	*100*	*106*	*116*	*121*	*126*	*133*	*160*	*143*	*154*	*160*	*168*	*173*	*180*	*187*	*200*	*199*
17		30	36	44	50	56	61	68	74	79	85	90	96	100	105	109	136	118	126	132	136	142	146	151	156
		32	42	48	55	62	68	77	82	89	93	100	105	111	116	124	136	133	141	146	151	157	163	168	173
			48	*60*	*68*	*73*	*84*	*88*	*99*	*106*	*110*	*119*	*127*	*134*	*142*	*143*	*170*	*164*	*166*	*175*	*180*	*187*	*196*	*213*	*207*
18		32	39	46	52	66	65	72	81	82	88	96	99	104	111	116.	118	144	133	136	144	148	152	162	162
		34	45	50	60	72	72	80	90	92	97	108	110	116	123	128	133	162	142	152	159	164	170	180	180
			51	*60*	*70*	*84*	*87*	*94*	*108*	*108*	*118*	*126*	*131*	*140*	*147*	*154*	*164*	*180*	*176*	*182*	*189*	*196*	*204*	*216*	*216*
19	19	32	42	49	56	64	69	74	80	85	92	99	104	110	114	120	126	133	152	144	147	152	159	164	168
		36	45	53	61	70	76	82	89	94	102	108	114	121	127	133	141	142	171	160	163	169	177	183	187
		38	*54*	*64*	*71*	*83*	*91*	*98*	*107*	*113*	*122*	*130*	*138*	*148*	*152*	*160*	*166*	*176*	*190*	*187*	*199*	*204*	*209*	*218*	*224*
20	20	34	42	52	60	66	72	80	84	100	96	104	106	114	125	128	132	136	144	160	154	160	164	172	180
		38	48	60	65	72	79	88	93	110	107	116	120	126	135	140	146	152	160	180	173	176	184	192	200
		40	*57*	*68*	*80*	*88*	*93*	*104*	*111*	*130*	*127*	*140*	*143*	*152*	*160*	*168*	*175*	*182*	*187*	*220*	*199*	*212*	*219*	*228*	*235*
21	21	36	45	52	60	69	77	81	90	95	101	108	113	126	126	130	136	144	147	154	168	163	171	177	182
		38	51	59	69	75	91	89	99	105	112	120	126	140	138	145	151	159	163	173	189	183	189	198	202
		42	*57*	*72*	*80*	*90*	*105*	*107*	*117*	*126*	*134*	*141*	*150*	*161*	*168*	*173*	*180*	*189*	*199*	*199*	*231*	*223*	*227*	*237*	*244*
22	22	38	48	56	63	70	77	84	91	98	110	110	117	124	130	136	142	148	152	160	163	198	173	182	189
		40	51	62	70	78	84	94	101	108	121	124	130	138	144	150	157	164	169	176	183	198	194	204	209
		44	*60*	*72*	*83*	*92*	*103*	*112*	*122*	*130*	*143*	*148*	*156*	*164*	*173*	*180*	*187*	*196*	*204*	*212*	*223*	*242*	*237*	*242*	*250*
23	23	38	48	57	65	73	80	89	94	101	108	113	120	127	134	141	146	152	159	164	171	173	207	183	195
		42	54	64	72	80	89	98	106	114	119	125	135	142	149	157	163	170	177	184	189	194	230	205	216
		46	*63*	*76*	*87*	*97*	*108*	*115*	*126*	*137*	*142*	*149*	*161*	*170*	*179*	*187*	*196*	*204*	*209*	*219*	*227*	*237*	*253*	*249*	*262*
24	24	40	51	60	67	78	84	96	99	106	111	132	125	132	141	152	151	162	164	172	177	182	183	216	204
		44	57	68	76	90	92	104	111	118	124	144	140	146	156	168	168	180	183	192	198	204	205	240	225
		48	*66*	*80*	*90*	*102*	*112*	*128*	*132*	*140*	*150*	*168*	*166*	*176*	*186*	*200*	*203*	*216*	*218*	*228*	*237*	*242*	*249*	*288*	*262*
25	25	42	54	63	75	78	86	95	101	110	117	120	131	136	145	149	156	162	168	180	182	189	195	204	225
		46	60	68	80	88	97	104	114	125	129	138	145	150	160	167	173	180	187	200	202	209	216	225	250
		50	*69*	*84*	*95*	*107*	*115*	*125*	*135*	*150*	*154*	*165*	*172*	*182*	*193*	*199*	*207*	*216*	*224*	*235*	*244*	*250*	*262*	*262*	*300*

* Adapted from table 55 in Pearson, E. S., and Hartley, H. O. (1972). *Biometrika tables for statisticians, vol. 2.* Cambridge, Cambridge University Press, with the kind permission of the *Biometrika* trustees.

TABLE 13 Kendall's coefficient of concordance

$k = 3$

$b = 2$		$b = 6$ (cont.)		$b = 8$ (cont.)		$b = 10$ (cont.)		$b = 11$ (cont.)	
W	P	W	P	W	P	W	P	W	P
.000	1.000	.250	.252	.391	.047	.010	.974	.298	043
.250	.833	.333	.184	.422	.038	.030	.830	.306	.037
.750	.500	.361	.142	.438	.030	.040	.710	.322	.027
1.000	.167	.444	.072	.484	.018	.070	.601	355	.019
		.528	.052	.562	.010	.090	.436	.397	.013
$b = 3$		.583	.029	.578	.008	.120	.368	405	011
W	P	.694	.012	.609	.005	.130	.315	430	.007
.000	1.000	.750	.008	.672	.002	.160	.222	.471	.005
.111	.944	.778	.005	.750	001	.190	.187	.504	003
.333	.528	.861	.002	.766	.001	.210	135	.521	.002
.444	.361	1.000	.000	.812	.000	.250	.092	.529	.002
.778	.194			.891	.000	.270	.073	.554	.001
1.000	.028	$b = 7$		1.000	.000	.280	.066	.603	.001
		W	P			.310	.046	620	.000
$b = 4$		.000	1.000	$b = 9$		.360	.030		
W	P	.020	.964	W	P	.370	.026		
.000	1.000	.061	.768	.000	1.000	.390	.018		
.062	.931	.082	.620	.012	.971	.430	.012	1.000	000
.188	.653	.143	.486	.037	.814	.480	.007		
.250	.431	.184	.305	.049	.685	.490	.006	$b = 12$	
.438	.273	.245	.237	.086	.569	.520	.003	W	P
.562	.125	.265	.192	.111	.398	.570	.002	.000	1.000
.750	.069	.325	.112	.148	.328	.610	.001	.007	.978
.812	.042	.388	.085	.160	.278	.630	.001	.021	.856
1.000	.005	.429	.051	.198	.187	.640	.001	.028	.751
		.510	.027	.235	.154	.670	000	.049	.654
$b = 5$		.551	.021	.259	.107			.062	.500
W	P	.571	.015	.309	.069			083	.434
.000	1.000	.633	.008	.333	.057			.090	.383
.040	.954	.735	.004	.346	.048	1.000	000	.111	287
.120	.691	.755	.003	.383	.031			.132	.249
.160	.522	.796	.001	.444	.019	$b = 11$		.146	.191
.280	.367	.878	.000	.457	.016	W	P	.174	.141
.360	.182	1.000	.000	.482	.010	.000	1.000	.188	.123
.480	.124			.531	.006	.008	.976	.194	.108
.520	.093	$b = 8$		.593	.004	.025	.844	.215	.080
.640	.039	W	P	.605	.003	.033	.732	250	.058
.760	.024	.000	1.000	.642	.001	.058	.629	.257	.050
.840	.008	.016	.967	.704	.001	.074	.470	.271	.038
1.000	.001	.047	.794	.753	.000	.099	.403	.299	.028
		.062	.654			.107	.351	.333	.019
$b = 6$		.109	.531			.132	.256	.340	017
W	P	.141	.355			.157	.219	.361	.011
.000	1.000	.188	.285	1.000	.000	.174	.163	.396	.008
.028	.956	.203	.236			.207	.116	.424	.005
.083	.740	.250	.149	$b = 10$		.223	.100	.438	.004
.111	.570	.297	.120	W	P	.231	.087	.444	.004
.194	.430	.328	.079	.000	1.000	.256	.062	.465	.002

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(continued)

k = 3

b = 12 (cont.)		b = 13 (cont.)		b = 14 (cont.)		b = 14 (cont.)		b = 15 (cont.)	
W	P	W	P	W	P	W	P	W	P
.507	.002	.219	.064	.020	.781	.429	.002	.191	.059
.521	.001	.231	.050	.036	.694	.464	.001	.213	.047
.528	.001	.254	.035	.046	.551	.474	.001	.218	.043
.549	.001	.264	.027	.061	.489	.495	.000	.231	.030
.562	.001	.290	.025	.066	.438	.		.253	.022
.583	.000	.308	.016	.082	.344	.		.271	.018
.	.	.337	.012	.097	.305			.280	.015
.	.	.361	.008	.107	.242	1.000	.000	.284	.011
.	.	.373	.007	.128	.188			.298	.010
1.000	.000	.379	.006	.138	.167	b = 15		.324	.007
		.396	.004	.143	.150	W	P	.333	.005
b = 13		.432	.003	.158	.117	.000	1.000	.338	.005
W	P	.444	.002	.184	.089	004	.982	.351	.004
.000	1.000	.450	.002	189	.079	013	.882	.360	.004
.006	.980	.467	.001	199	.063	.018	.794	.373	.003
.018	.866	.479	.001	.219	.049	031	.711	.404	.002
024	.767	.497	.001	.245	.036	.040	.573	.413	.001
.041	.657	.538	.001	.250	.033	.053	.513	.431	.001
.053	527	.550	.000	.265	.023	.058	.463	.444	.001
.071	.463			.291	.018	.071	.369	.458	.001
077	.412			.311	.011	.084	.330	.480	.000
.095	.316			.321	.010	.093	.267		
.112	.278	1.000	.000	.327	.009	.111	.211		
.124	.217			.342	.007	.120	.189		
.148	.165	b = 14		.372	.005	.124	.170	1.000	.000
.160	.145	W	P	.383	.003	.138	.136		
.166	.129	.000	1.000	.388	.003	.160	.106		
.183	.098	.005	.981	.403	.003	.164	.096		
.213	.073	.015	.874	.413	.002	.173	.077		

k = 4

b = 2		b = 3		b = 3 (cont.)		b = 4 (cont.)		b = 4 (cont.)	
W	P	W	P	W	P	W	P	W	P
.000	1.000	.022	1.000	.644	.161	.050	.930	.325	.321
.100	.958	.067	.958	.733	.075	.075	.898	.375	.237
.200	.833	.111	.910	.778	.054	.100	.794	.400	.199
.300	.792	.200	.727	.822	.026	.125	.753	.425	.188
.400	.625	.244	.615	.911	.017	.150	.680	.450	.159
.500	.542	.289	.524	1.000	.002	.175	.651	.475	.141
.600	.458	.378	.446			.200	.528	.500	.106
.700	.375	.422	.328	b = 4		.225	.513	.525	.093
.800	.208	.467	.293	W	P	.250	.432	.550	.077
.900	.167	.556	.207	.000	1.000	.275	.390	.575	.069
1.000	.042	.600	.182	.025	.992	.300	.352	.600	.058

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 13 (continued)

$k = 4$

$b = 4$ (cont.)		$b = 5$ (cont.)		$b = 6$ (cont.)		$b = 7$ (cont.)		$b = 8$	
W	P	W	P	W	P	W	P	W	P
.625	054	.776	002	.456	033	.208	.239	000	1 000
650	.036	792	.001	.467	031	216	.216	005	998
675	035	.808	001	478	.027	.233	.188	.012	967
700	.020	.840	000	.489	021	.241	.162	019	.957
.725	013			500	021	.249	.163	.025	.914
775	.011			.522	.017	265	150	.031	890
.800	006			.533	.015	.273	.122	038	.953
825	005	1 000	000	544	.015	282	118	.044	.842
850	002			556	011	298	101	050	.764
.900	002			567	010	.306	093	056	.754
.925	001	$b = 6$		578	.009	.314	.081	.062	709
1.000	.000	W	P	589	008	331	073	.069	677
		.000	1.000	.600	006	339	062	075	.660
$b = 5$		.011	.996	.611	006	347	.058	081	637
W	P	.022	.952	.633	.004	363	051	094	.557
008	1 000	.033	938	644	003	.371	040	100	509
024	974	.044	.878	.656	.003	.380	037	106	.500
040	.944	056	.843	.667	002	.396	034	112	.471
.072	657	067	.797	.678	.002	404	.032	119	453
.088	.769	.078	779	700	001	.412	.030	125	404
.104	.710	.089	676	.711	.001	.429	.024	.131	390
.136	652	.100	.666	.722	.001	437	.021	137	.364
.152	.563	.111	.608	.733	001	.445	.018	.144	348
168	.520	.122	.566	744	.001	461	.016	.156	325
.200	.443	.133	.541	.756	000	469	.014	.162	.297
.216	.406	.144	.517			478	.013	.169	.283
.232	.368	.167	.427			494	.009	.175	.247
.264	.301	.178	.385			.502	.008	181	231
.280	266	.189	374	1.000	.000	510	.008	194	.217
.296	.232	.200	337			527	.007	200	185
.328	.213	.211	.321	$b = 7$		.535	.006	206	182
.344	.162	.222	.274	W	P	543	004	.212	.162
.360	.151	.233	.259	.004	1 000	.559	004	219	.155
.392	.119	.244	.232	.012	.984	.567	.003	.225	.153
.408	102	.256	.221	.020	954	.576	.003	.231	144
.424	.089	.267	.193	.037	905	592	.003	.238	.122
.456	.071	.278	.190	.045	.846	.600	.002	.244	.120
.472	.067	.289	.162	.053	.795	.608	.002	.250	.112
.488	.057	.300	.154	.069	754	624	.001	.256	.106
.520	.049	.311	.127	078	678	.633	.001	.262	.098
.536	.033	.322	.113	.086	.652	.641	.001	.269	.091
.552	.032	.344	.109	.102	596	657	.001	.281	077
.584	.024	.356	.088	.110	.564	.665	.001	.294	.067
.600	.021	367	087	.118	.533	673	.001	.300	.062
.616	.015	.378	.073	.135	.460	690	.000	.306	.061
.648	.011	.389	.067	.143	420			312	.052
.664	.009	.400	.063	.151	.378			319	.049
.680	.008	.411	058	.167	.359			325	.046
.712	.006	.422	.043	176	.306	1.000	.000	331	.043
.728	003	433	041	184	.300			.338	.038
.744	.002	.444	.036	.200	.264				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

LE 13

(*continued*)

$k = 4$				$k = 5$					
$b = 8$ (cont.)		$b = 8$ (cont.)		$b = 3$		$b = 3$ (cont.)		$b = 3$ (cont.)	
W	P	W	P	W	P	W	P	W	P
.344	.037	500	.004	.000	1.000	333	.475	.667	.063
.356	.031	.506	004	022	1.000	.356	.432	689	.056
.362	028	.512	.003	.044	.988	.378	.406	.711	.045
.369	.026	.519	003	.067	.972	.400	.347	.733	.038
.375	.023	525	.002	.089	.941	.422	.326	.756	.028
.381	.021	.531	.002	111	.914	.444	.291	.778	.026
.394	.019	538	.002	133	845	467	253	.800	.017
.400	.015	.544	.002	.156	.831	.489	.236	.822	.015
.406	.015	.550	.002	.178	.768	.511	.213	.844	.008
.412	.013	.556	.002	.200	.720	.533	.172	.867	.005
.419	.013	.562	.001	.222	.682	556	.163	.889	.004
.425	.011	.569	.001	244	.649	.578	.127	.911	003
.431	.010	.575	.001	267	.595	600	.117	.956	.001
.438	009	.581	.001	289	.559	.622	.096	1.000	.000
.444	.008	.594	001	.311	493	.644	.080		
.450	.008	.606	.001						
.456	.008	.612	.000						
.462	.007								
.469	.007								
.475	.006								
.481	.005	1 000	.000						
.494	.004								

Source: Donald B. Owen, *Handbook of Statistical Tables*, Reading, Mass: Addison-Wesley, 1962, and Maurice G. Kendall, *Rank Correlation Methods*, fourth edition, Charles Griffin & Company, Ltd, High Wycombe, Bucks., England; reprinted by permission.

Note: P = the probability of a computed value of W greater than or equal to the tabulated value.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 14

Critical values $q(\alpha, \#c)$ for $\#c$ dependent multiple comparisons*†:

Entries in the table for a given $\#c$ and level of significance α are critical values for the maximum absolute values of $\#c$ standard normal random variables with common correlation .5 for the two-tailed test, and critical values for the upper tail of $\#c$ standard normal random variables with common correlation .5 for the one-tailed test.

	Two-Tailed		One-Tailed	
#c	α: .05	.01	.05	.01
1	1.96	2.58	1.65	2.33
2	2.21	2.79	1.92	2.56
3	2.35	2.92	2.06	2.69
4	2.44	3.00	2.16	2.77
5	2.51	3.06	2.24	2.84
6	2.57	3.11	2.29	2.89
7	2.61	3.15	2.34	2.94
8	2.65	3.19	2.38	2.97
9	2.69	3.22	2.42	3.00
10	2.72	3.25	2.45	3.03
11	2.74	3.27	2.48	3.06
12	2.77	3.29	2.50	3.08
15	2.83	3.35	2.57	3.14
20	2.91	3.42	2.64	3.21

* $\#c$ is the number of comparisons.

† Two-tailed entries are adapted from Dunnett, C. W. (1964). New tables for multiple comparisons with a control. *Biometrics*, 20, 482–491. (With the permission of the author and the editor of *Biometrics*.)

‡ One-tailed entries are adapted from Gupta, S. S. (1963). Probability integrals of multivariate normal and multivariate *t*. *Annals of Mathematical Statistics*, 34, 792–828. (With the permission of the author and the publisher at *Annals of Mathematical Statistics*.)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 15 Selected critical values of L, for Page's ordered alternatives test

k						
		3			4	
		α			α	
b	0.001	0.01	0.05	0.001	0.01	0.05
2			28		60	58
3		42	41	89	87	84
4	56	55	54	117	114	111
5	70	68	66	145	141	137
6	83	81	79	172	167	163
7	96	93	91	198	193	189
8	109	106	104	225	220	214
9	121	119	115	252	246	240
10	134	131	128	278	272	266
11	147	144	141	305	298	292
12	160	156	153	331	324	317
13	172	169	165			
14	185	181	178			
15	197	194	190			
16	210	206	202			
17	223	218	215			
18	235	231	227			
19	248	243	239			
20	260	256	251			

		5			6	
		α			α	
b	0.001	0.01	0.05	0.001	0.01	0.05
2	109	106	103	178	173	166
3	160	155	150	260	252	244
4	210	204	197	341	331	321
5	259	251	244	420	409	397
6	307	299	291	499	486	474
7	355	346	338	577	563	550
8	403	393	384	655	640	625
9	451	441	431	733	717	701
10	499	487	477	811	793	777
11	546	534	523	888	869	852
12	593	581	570	965	946	928

		7			8	
		α			α	
b	0.001	0.01	0.05	0.001	0.01	0.05
2	269	261	252	388	376	362
3	394	382	370	567	549	532
4	516	501	487	743	722	701
5	637	620	603	917	893	869
6	757	737	719	1090	1063	1037
7	876	855	835	1262	1232	1204
8	994	972	950	1433	1401	1371
9	1113	1088	1065	1603	1569	1537
10	1230	1205	1180	1773	1736	1703
11	1348	1321	1295	1943	1905	1868
12	1465	1437	1410	2112	2072	2035

Source: E. B. Page, "Ordered Hypothesis for Multiple Treatments: A Significance Test for Linear Ranks," *J. Amer. Statist. Assoc.*, 58 (1963), 216–230.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 16
Critical values for the Kruskal-Wallis one-way analysis of variance by ranks statistic

Sample sizes			α				
n_1	n_2	n_3	.10	.05	.01	.005	.001
2	2	2	4.25				
3	2	1	4.29				
3	2	2	4.71	4.71			
3	3	1	4.57	5.14			
3	3	2	4.56	5.36			
3	3	3	4.62	5.60	7.20	7.20	
4	2	1	4.50				
4	2	2	4.46	5.33			
4	3	1	4.06	5.21			
4	3	2	4.51	5.44	6.44	7.00	
4	3	3	4.71	5.73	6.75	7.32	8.02
4	4	1	4.17	4.97	6.67		
4	4	2	4.55	5.45	7.04	7.28	
4	4	3	4.55	5.60	7.14	7.59	8.32
4	4	4	4.65	5.69	7.66	8.00	8.65
5	2	1	4.20	5.00			
5	2	2	4.36	5.16	6.53		
5	3	1	4.02	4.96			
5	3	2	4.65	5.25	6.82	7.18	
5	3	3	4.53	5.65	7.08	7.51	8.24
5	4	1	3.99	4.99	6.95	7.36	
5	4	2	4.54	5.27	7.12	7.57	8.11
5	4	3	4.55	5.63	7.44	7.91	8.50
5	4	4	4.62	5.62	7.76	8.14	9.00
5	5	1	4.11	5.13	7.31	7.75	
5	5	2	4.62	5.34	7.27	8.13	8.68
5	5	3	4.54	5.71	7.54	8.24	9.06
5	5	4	4.53	5.64	7.77	8.37	9.32
5	5	5	4.56	5.78	7.98	8.72	9.68
Large samples			4.61	5.99	9.21	10.60	13.82

Note: The absence of an entry in the extreme tails indicates that the distribution may not take on the necessary extremes values.

Adapted from Table F in Kraft, C. H., and van Eeden, C., (1968). *A nonparametric introduction to statistics.* New York: Macmillan, with the permission of the publisher.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 17 (a)

Critical values of J, the Jonckheere–Terpstra test statistic (for nominal values of α shown); exact significance levels in parentheses

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
2	2	2	6 (57778)	8 (28889)	9 (16667)	10 (08889)	11 (0 3333)	12 (.01111)	12 (01111)
			7 (.42222)	9 (.16667)	10 (08889)	11 (03333)	12 (01111)	—	—
2	2	3	8 (56190)	11 (21905)	12 (13810)	13 (07619)	14 (03810)	15 (.01429)	15 (01429)
			9 (.43810)	12 (13810)	13 (07619)	14 (03810)	15 (01429)	16 (.00476)	16 (.00476)
2	2	4	10 (.55238)	13 (25714)	15 (11667)	16 (07143)	17 (03810)	18 (01905)	19 (.00714)
			11 (.44762)	14 (18095)	16 (07143)	17 (03810)	18 (01905)	19 (00714)	20 (.00238)
2	2	5	12 (.54497)	16 (.21561)	18 (10450)	19 (06614)	20 (03968)	22 (01058)	22 (.01058)
			13 (.45503)	17 (15344)	19 (06614)	20 (03968)	21 (02116)	23 (00397)	23 (00397)
2	2	6	14 (.53968)	18 (24444)	20 (13571)	22 (06349)	23 (03968)	25 (.01270)	26 (.00635)
			15 (.46032)	19 (18492)	21 (09444)	23 (03968)	24 (02381)	26 (.00635)	27 (.00238)
2	2	7	16 (.53535)	21 (21212)	23 (12172)	25 (06061)	27 (02525)	28 (01515)	29 (00808)
			17 (.46465)	22 (.16364)	24 (08788)	26 (.04040)	28 (01515)	29 (.00808)	30 (.00404)
2	2	8	18 (.53199)	23 (23535)	26 (11178)	28 (05892)	30 (02694)	32 (01010)	33 (.00539)
			19 (.46801)	24 (18855)	27 (08215)	29 (.04040)	31 (01684)	33 (00539)	34 (.00269)
2	3	3	11 (.50000)	14 (22143)	15 (15179)	17 (05714)	18 (03036)	19 (.01429)	20 (.00536)
			12 (40000)	15 (15179)	16 (09643)	18 (03036)	19 (01429)	20 (.00536)	21 (.00179)
2	3	4	13 (.54286)	17 (22222)	19 (11190)	20 (07381)	22 (02619)	23 (.01349)	24 (.00635)
			14 (.45714)	18 (16190)	20 (07381)	21 (04524)	23 (01349)	24 (00635)	25 (.00238)
2	3	5	16 (.50000)	20 (22302)	22 (12421)	24 (05913)	25 (03810)	27 (01310)	28 (.00675)
			17 (.42500)	21 (.16944)	23 (08770)	25 (03810)	26 (02302)	28 (.00675)	29 (.00317)
2	3	6	18 (.53355)	23 (22338)	25 (13398)	27 (07143)	29 (03290)	31 (01255)	32 (.00714)
			19 (.46645)	24 (17554)	26 (09957)	28 (04957)	30 (02100)	32 (00714)	33 (.00368)
2	3	7	21 (.50000)	26 (22374)	29 (10960)	31 (06023)	33 (02929)	35 (01225)	36 (.00732)
			22 (.44003)	27 (18030)	30 (08232)	32 (04268)	34 (01032)	36 (00732)	37 (00417)
2	3	8	23 (.52727)	29 (.22393)	32 (11826)	35 (05198)	37 (02650)	39 (.01189)	40 (.00754)
			24 (47273)	30 (18430)	33 (09192)	36 (03768)	38 (01810)	40 (00754)	41 (.00451)
2	4	4	16 (.53746)	20 (.25587)	23 (10794)	25 (05016)	26 (03206)	28 (.01079)	29 (00540)
			17 (.46254)	21 (19810)	24 (07556)	26 (03206)	27 (01905)	29 (.00540)	30 (.00254)
2	4	5	19 (.53261)	24 (22872)	27 (10491)	29 (05397)	30 (03680)	32 (01501)	33 (.00880)
			20 (46739)	25 (.18095)	28 (07662)	30 (03680)	31 (02395)	33 (00880)	34 (.00491)
2	4	6	22 (.52929)	28 (20859)	31 (10245)	33 (05685)	35 (02821)	37 (.01219)	38 (.00758)
			23 (.47071)	29 (16797)	32 (07742)	34 (04076)	36 (.01898)	38 (.00758)	39 (.00440)
2	4	7	25 (.52634)	31 (23209)	35 (10047)	37 (05921)	39 (.03193)	42 (.01033)	43 (.00660)
			26 (.47366)	32 (19305)	36 (07797)	38 (.04406)	40 (.02261)	43 (00660)	44 (.00408)
2	4	8	28 (.52410)	35 (.21496)	38 (12266)	41 (06112)	44 (02593)	46 (.01310)	48 (.00593)
			29 (.47590)	36 (18077)	39 (09879)	42 (04686)	45 (01863)	47 (.00892)	49 (.00377)
2	5	5	23 (.50000)	28 (23274)	31 (11935)	34 (05014)	35 (03565)	38 (.01046)	39 (.00643)
			24 (.44228)	29 (19000)	32 (09157)	35 (03565)	36 (02453)	39 (00643)	40 (.00373)
2	5	6	26 (.52597)	32 (.23596)	36 (10462)	38 (06277)	40 (03469)	43 (01179)	44 (.00777)
			27 (.47403)	33 (19708)	37 (08178)	39 (04715)	41 (02486)	44 (.00777)	45 (.00491)
2	5	7	30 (.50000)	37 (.20292)	40 (.11588)	43 (05821)	46 (02507)	48 (01290)	50 (.00601)
			31 (.45303)	38 (.17057)	41 (09355)	44 (04477)	47 (01820)	49 (.00894)	51 (.00393)
2	5	8	33 (.52151)	41 (.20773)	45 (10400)	48 (05459)	51 (02519)	53 (.01383)	55 (.00701)
			34 (.47849)	42 (.17764)	46 (08500)	49 (04283)	52 (.01885)	54 (.00996)	56 (.00482)
2	6	6	30 (.52338)	37 (22198)	41 (10607)	44 (05260)	46 (03031)	49 (01139)	51 (.00526)
			31 (.47662)	38 (18816)	42 (08528)	45 (04027)	47 (02235)	50 (.00786)	52 (.00343)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 17 (a) (continued)

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
2	6	7	34 (52125) 35 (47875)	42 (21088) 43 (18087)	46 (10721) 47 (08603)	49 (05720) 50 (04521)	52 (02703) 53 (02040)	55 (01103) 56 (00789)	57 (00551) 58 (00375)
2	6	8	38 (51949) 39 (48051)	47 (20176) 48 (17491)	51 (10654) 52 (09031)	54 (06119) 55 (04953)	57 (03135) 58 (02449)	61 (01070) 62 (00783)	63 (00569) 64 (00404)
2	7	7	39 (50000) 40 (46120)	47 (21740) 48 (18948)	52 (10029) 53 (08358)	55 (05628) 56 (04543)	58 (02958) 59 (02225)	61 (01293) 62 (00964)	64 (00509) 65 (00360)
2	7	8	43 (51781) 44 (48219)	52 (22285) 53 (19675)	57 (11128) 58 (09468)	61 (05543) 62 (04555)	64 (02987) 65 (02381)	68 (01127) 69 (00857)	70 (00642) 71 (00474)
3	3	3	48 (51641) 49 (48359)	58 (21515) 59 (19248)	63 (11392) 64 (09833)	68 (05085) 69 (04231)	71 (02858) 72 (02319)	75 (01170) 76 (00913)	78 (00537) 79 (00404)
3	3	4	14 (50000) 15 (41548)	17 (25952) 18 (19405)	19 (13869) 20 (09464)	21 (06131) 22 (03690)	22 (03690) 23 (02083)	24 (01071) 25 (00476)	24 (01071) 25 (00476)
3	3	5	17 (50000) 18 (42657)	21 (22833) 22 (17500)	23 (13000) 24 (09310)	25 (06405) 26 (04214)	27 (02643) 28 (01548)	28 (01548) 29 (00857)	29 (00857) 30 (00429)
3	3	6	20 (50000) 21 (43528)	25 (20584) 26 (16147)	27 (12348) 28 (09177)	29 (06623) 30 (04621)	31 (03106) 32 (02002)	33 (01234) 34 (00714)	34 (00714) 35 (00390)
3	3	7	23 (50000) 24 (44210)	28 (23193) 29 (19912)	31 (18845) 32 (09075)	33 (06791) 34 (04946)	35 (03505) 36 (02408)	38 (01017) 39 (00522)	39 (00522) 40 (00357)
3	3	8	26 (50000) 27 (44761)	32 (21323) 33 (17619)	35 (11451) 36 (08989)	36 (05219) 39 (03849)	40 (02768) 41 (01941)	42 (01320) 43 (00869)	44 (00551) 45 (00335)
3	4	4	29 (50000) 30 (45216)	35 (23428) 36 (19843)	39 (11131) 40 (08914)	42 (05446) 43 (04144)	44 (03092) 45 (02259)	47 (01122) 48 (00759)	48 (00759) 49 (00498)
3	4	5	20 (53221) 21 (46779)	25 (23247) 25 (18528)	28 (10926) 29 (08043)	30 (05758) 31 (03974)	32 (02649) 33 (01688)	34 (01030) 35 (00589)	35 (00589) 36 (00320)
3	4	6	24 (50000) 25 (44304)	29 (23579) 30 (19325)	32 (12269) 33 (09481)	35 (05281) 36 (03791)	37 (02648) 38 (01789)	39 (01169) 40 (00732)	40 (00732) 41 (00440)
3	4	7	27 (52566) 28 (47434)	33 (23834) 34 (19973)	37 (10723) 38 (08432)	39 (05505) 40 (04923)	42 (02642) 43 (01865)	44 (01284) 45 (00856)	46 (00553) 47 (00343)
3	4	8	31 (50000) 32 (45344)	38 (20504) 39 (17279)	41 (11810) 42 (09566)	44 (06003) 45 (04644)	47 (02633) 48 (01926)	49 (01379) 50 (00963)	51 (00657) 52 (00435)
3	5	5	34 (52137) 35 (47863)	42 (20952) 43 (17947)	46 (10583) 47 (08672)	49 (05607) 50 (04419)	52 (02624) 53 (01974)	55 (01058) 56 (00752)	57 (00522) 58 (00354)
3	5	6	28 (50000) 29 (44913)	34 (22029) 35 (18365)	37 (12200) 38 (09706)	40 (05823) 41 (04382)	42 (03227) 43 (02324)	45 (01116) 46 (00740)	46 (00740) 47 (00475)
3	5	7	32 (50000) 33 (45405)	39 (20820) 40 (17607)	42 (12137) 43 (09882)	45 (06278) 46 (04890)	48 (02822) 49 (02085)	51 (01071) 52 (00741)	53 (00500) 54 (00328)
3	5	8	36 (50000) 37 (45809)	43 (22963) 44 (19851)	48 (10022) 49 (08220)	51 (05332) 52 (04211)	54 (02518) 55 (01903)	57 (01033) 58 (00740)	59 (00519) 60 (00356)
3	6	6	40 (50000) 41 (46147)	48 (21844) 49 (19057)	53 (10133) 54 (08461)	56 (05718) 57 (04627)	59 (02926) 60 (02284)	63 (01001) 64 (00737)	65 (00534) 66 (00380)
3	6	7	36 (52087) 37 (47913)	44 (21513) 45 (18533)	48 (11162) 49 (09225)	51 (06089) 52 (04855)	54 (02965) 55 (02267)	57 (01264) 58 (00919)	59 (00656) 60 (00459)
3	6	8	41 (50000) 42 (46187)	49 (22091) 50 (19315)	54 (10392) 55 (08704)	57 (05931) 58 (04821)	60 (03081) 61 (02420)	64 (01085) 65 (00807)	66 (00590) 67 (00425)
3	7	7	45 (51759) 46 (48241)	54 (22580) 55 (19983)	59 (11440) 60 (09770)	63 (05797) 64 (04788)	67 (02551) 68 (02027)	70 (01238) 71 (00950)	73 (00539) 74 (00397)
			46 (50000) 47 (46502)	55 (21371) 56 (18868)	60 (10697) 61 (09112)	64 (05366) 65 (04421)	67 (02919) 68 (02337)	71 (01125) 72 (00861)	73 (00651) 74 (00486)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 17(a) (continued)

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
3	7	6	51 (.50000)	61 (.20768)	66 (.10953)	70 (.05353)	74 (.02783)	78 (.01156)	81 (.00540)
			52 (.46769)	62 (.18490)	67 (.09460)	71 (.04917)	75 (.02265)	79 (.00907)	82 (.00410)
3	8	8	56 (.51497)	67 (.21440)	73 (.10544)	78 (.05022)	81 (.02986)	86 (.01089)	89 (.00539)
			57 (.48503)	68 (.19289)	74 (.09197)	79 (.04251)	82 (.02477)	87 (.00869)	90 (.00418)
4	4	4	24 (.52840)	30 (.21573)	33 (.10993)	35 (.06323)	37 (.03296)	39 (.01530)	41 (.00615)
			25 (.47160)	31 (.17558)	34 (.08439)	36 (.04632)	38 (.02286)	40 (.00993)	42 (.00367)
4	4	5	28 (.52535)	35 (.20291)	38 (.11051)	41 (.05178)	43 (.02833)	45 (.01412)	47 (.00630)
			29 (.47465)	36 (.16825)	39 (.08738)	42 (.03873)	44 (.02027)	46 (.00959)	48 (.00402)
4	4	6	32 (.52292)	39 (.22651)	43 (.11087)	46 (.05649)	48 (.03336)	51 (.01321)	53 (.00639)
			33 (.47708)	40 (.19294)	44 (.08984)	47 (.04376)	49 (.02497)	52 (.00931)	54 (.00429)
4	4	7	36 (.52091)	44 (.21471)	48 (.11118)	51 (.06052)	54 (.03939)	57 (.01248)	59 (.00645)
			37 (.47909)	45 (.18488)	49 (.09184)	52 (.04822)	55 (.02244)	58 (.00906)	60 (.00450)
4	4	8	40 (.51923)	49 (.20504)	53 (.11139)	57 (.05216)	60 (.02636)	63 (.01188)	65 (.00649)
			41 (.48077)	50 (.17830)	54 (.09353)	58 (.04204)	61 (.02049)	64 (.00885)	66 (.00458)
4	5	5	33 (.50000)	40 (.21074)	44 (.10139)	47 (.05094)	49 (.02980)	52 (.01162)	54 (.00557)
			34 (.45453)	41 (.17872)	45 (.08177)	48 (.03928)	50 (.02220)	53 (.00815)	55 (.00371)
4	5	6	37 (.52068)	45 (.21719)	49 (.11377)	53 (.05021)	55 (.03096)	58 (.01346)	61 (.00502)
			38 (.47932)	46 (.18750)	50 (.09435)	54 (.03970)	56 (.02382)	59 (.00987)	62 (.00347)
4	5	7	42 (.50000)	50 (.22261)	55 (.10570)	58 (.06081)	62 (.02519)	65 (.01147)	67 (.00633)
			43 (.46215)	51 (.19494)	56 (.08875)	59 (.04959)	63 (.01963)	66 (.00858)	68 (.00459)
4	5	8	46 (.51748)	56 (.20134)	60 (.11594)	64 (.05923)	68 (.02636)	71 (.01294)	74 (.00572)
			47 (.48252)	57 (.17722)	61 (.09919)	65 (.04905)	69 (.02102)	72 (.00998)	75 (.00425)
4	6	6	42 (.51886)	51 (.20965)	55 (.11612)	59 (.05592)	62 (.02909)	66 (.01031)	68 (.00565)
			43 (.48114)	52 (.18307)	56 (.09810)	60 (.04548)	63 (.02287)	67 (.00769)	69 (.00403)
4	6	7	47 (.51733)	57 (.20342)	62 (.10126)	66 (.05067)	69 (.02756)	73 (.01056)	75 (.00619)
			48 (.48267)	58 (.17938)	63 (.08619)	67 (.04174)	70 (.02208)	73 (.00818)	76 (.00463)
4	6	8	52 (.51603)	62 (.22166)	68 (.10397)	72 (.05539)	76 (.02631)	80 (.01095)	83 (.00513)
			53 (.48397)	63 (.19820)	69 (.08972)	73 (.04651)	77 (.02141)	81 (.00859)	84 (.00390)
4	7	7	53 (.50000)	63 (.21068)	68 (.11261)	73 (.05154)	76 (.02963)	81 (.01000)	83 (.00607)
			54 (.45809)	64 (.18800)	69 (.09759)	74 (.04318)	77 (.02426)	82 (.00783)	84 (.00465)
4	7	8	58 (.51481)	69 (.21695)	75 (.10806)	80 (.05226)	84 (.02621)	88 (.01177)	91 (.00595)
			59 (.48519)	70 (.19552)	76 (.09450)	81 (.04441)	85 (.02170)	89 (.00946)	92 (.00466)
4	8	8	64 (.51376)	76 (.21292)	82 (.11160)	87 (.05754)	92 (.02610)	97 (.01023)	100 (.00538)
			65 (.48624)	77 (.19320)	83 (.09869)	88 (.04966)	93 (.02191)	98 (.00831)	101 (.00428)
5	5	5	38 (.50000)	46 (.20318)	50 (.10490)	53 (.05715)	56 (.02788)	59 (.01196)	61 (.00626)
			39 (.45888)	47 (.17478)	51 (.08666)	54 (.04558)	57 (.02136)	60 (.00873)	62 (.00440)
5	5	6	43 (.50000)	51 (.22463)	56 (.10781)	60 (.05124)	63 (.02637)	66 (.01222)	69 (.00501)
			44 (.46248)	52 (.19706)	57 (.09078)	61 (.04151)	64 (.02066)	67 (.00921)	70 (.00360)
5	5	7	48 (.50000)	57 (.21690)	62 (.11026)	66 (.05631)	70 (.02514)	73 (.01241)	76 (.00554)
			49 (.46545)	58 (.19200)	63 (.09430)	67 (.04665)	71 (.02008)	74 (.00960)	77 (.00413)
5	5	8	53 (.50000)	63 (.21043)	68 (.11235)	73 (.05135)	76 (.02948)	80 (.01256)	83 (.00601)
			54 (.46806)	64 (.18774)	69 (.09734)	74 (.04300)	77 (.02413)	81 (.00992)	84 (.00461)
5	6	6	48 (.51720)	58 (.20518)	63 (.10301)	67 (.05205)	70 (.02859)	74 (.01125)	76 (.00561)
			49 (.48280)	59 (.18118)	64 (.09787)	68 (.04301)	71 (.02299)	75 (.00868)	77 (.00498)
5	6	7	54 (.50000)	64 (.21215)	69 (.11412)	74 (.05272)	78 (.02507)	82 (.01048)	84 (.00641)
			55 (.46829)	65 (.18952)	70 (.09906)	75 (.04427)	79 (.02042)	83 (.00824)	85 (.00494)
5	6	8	59 (.51473)	70 (.21820)	76 (.10935)	81 (.05328)	85 (.02694)	89 (.01223)	92 (.00624)
			60 (.48527)	71 (.19681)	77 (.09575)	82 (.04535)	86 (.02235)	90 (.00985)	93 (.00490)
5	7	7	60 (.50000)	71 (.20814)	77 (.10319)	81 (.05828)	85 (.02998)	90 (.01125)	93 (.00571)
			61 (.47056)	72 (.18741)	78 (.09019)	82 (.04981)	86 (.02499)	91 (.00904)	94 (.00447)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 17 (a) (continued)

n_1	n_2	n_3	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
5	7	8	66 (50000)	78 (20471)	94 (.10680)	99 .05493)	93 (.02946)	96 .01103)	102 (.00515)
			67 (.47271)	79 (18559)	85 (09438)	90 .04733)	94 (02483)	99 (00973)	103 (00110)
5	8	8	72 (.51273)	85 (21165)	92 (.10461)	97 (.05635)	102 (.02724)	107 (.01166)	111 .00535)
			73 (.48727)	86 (19344)	93 (.09319)	98 (.04917)	103 (.02222)	108 (.00958)	112 (.00434)
5	6	6	54 (51582)	65 (20145)	70 (.10721)	74 (.05805)	78 (02916)	82 (01206)	85 (.00581)
			55 (.48418)	66 (17953)	71 (.09295)	75 (.04897)	79 (02306)	83 (.00954)	86 (00447)
5	6	7	60 (51464)	71 (21964)	77 (.10684)	82 (05445)	86 (.02778)	91 .01031)	94 (00520)
			61 (.48536)	72 (19831)	78 (.09723)	83 (.04845)	87 (.02311)	92 (.00877)	95 (.00406)
5	6	8	66 (.51362)	78 (21527)	85 (.10104)	90 (.05151)	94 (.02745)	99 (.01100)	102 (.00586)
			67 (.48638)	79 (19551)	86 (.08914)	91 (.04436)	95 (.02312)	100 (.00999)	103 (.00473)
6	7	7	67 (.50000)	79 (20598)	85 (.10808)	90 (.05595)	95 (.02559)	100 (.01016)	103 (.00541)
			68 (.47285)	80 (18689)	86 (.09563)	91 (.04835)	96 (.02153)	101 (.00829)	104 (.00432)
6	7	8	73 (.51257)	86 (21274)	93 (.10571)	98 (.05022)	103 (.02787)	109 (.01002)	112 (.00552)
			74 (.48733)	87 (19456)	94 (.09426)	100 (.04435)	104 (.02380)	110 (.00829)	113 (00454)
6	8	8	80 (51184)	94 (.21055)	101 (.10987)	107 (.05532)	113 (.02932)	118 (.01098)	122 (.00533)
			81 (.48816)	95 (.19354)	102 (.09885)	108 (.04873)	113 (.02437)	119 (.00923)	123 (00439)
7	7	7	74 (.50000)	87 (20413)	94 (.10045)	99 (.05401)	104 (02602)	109 (.01118)	113 (.00515)
			75 (.47473)	88 (18643)	95 (08944)	100 (04744)	105 (02225)	110 (.00929)	114 (.00418)
7	7	8	81 (.50000)	95 (.20251)	102 (10477)	108 (.05635)	113 (.02652)	119 (.01023)	122 (.00597)
			82 (47637)	96 (18602)	103 (09414)	109 (.04805)	114 (.02288)	120 (.00859)	123 (.00494)
7	8	8	88 (.51108)	103 (.20959)	111 (.10393)	117 (.05443)	123 (.02539)	129 (.01041)	133 (.00520)
			89 (.48892)	104 (.19380)	112 (09402)	119 (.04634)	124 (.02209)	130 (.00885)	134 (.00443)
8	8	8	96 (.51040)	112 (20874)	120 (.10852)	127 (.05355)	133 (.02529)	139 (.01152)	144 (.00527)
			97 (.48960)	113 (.19393)	121 (.09891)	128 (.04739)	134 (.02210)	140 (.00992)	145 (.00445)

Source: Robert E. Odeh, "On Jonckheere's k-Sample Test against Ordered Alternatives," *Technometrics*, 13 (1971), 912–918.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 17 (b)

Critical values of *J*, the Jonckheere–Terpstra test statistic (for nominal values of α shown and k samples all of size n); exact significance levels in parentheses

	k	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.005$
	4	12 (.54921) 13 (.45079)	15 (.28825) 16 (.19286)	17 (.10016) 18 (.06294)	18 (.06294) 19 (.04841)	20 (.02619) 21 (.01230)	21 (.01230) 22 (.00516)	22 (.00516) 23 (.00159)
$n = 2$	5	20 (.53534) 21 (.46466)	25 (.21102) 26 (.16246)	27 (.12133) 28 (.08779)	29 (.06126) 30 (.04116)	31 (.02646) 32 (.01623)	32 (.01623) 33 (.00939)	34 (.00511) 35 (.00257)
	6	30 (.52707) 31 (.47293)	36 (.22650) 37 (.18713)	39 (.12151) 40 (.09533)	42 (.05533) 43 (.04083)	44 (.02944) 45 (.02071)	46 (.01419) 47 (.00944)	48 (.00608) 49 (.00379)
	4	27 (.52760) 28 (.47240)	33 (.22197) 34 (.18229)	36 (.11663) 37 (.09067)	39 (.05145) 40 (.03744)	41 (.02657) 42 (.01834)	43 (.01229) 44 (.00797)	44 (.00797) 45 (.00498)
$n = 3$	5	45 (.51980) 46 (.48020)	53 (.22740) 54 (.19822)	58 (.10487) 59 (.08738)	61 (.05884) 62 (.04752)	64 (.02995) 65 (.02335)	68 (.01023) 69 (.00755)	70 (.00549) 71 (.00392)
	6	68 (.50000) 69 (.46981)	79 (.20145) 80 (.18058)	84 (.11087) 85 (.09686)	89 (.05331) 90 (.04524)	93 (.02262) 94 (.02201)	97 (.01193) 98 (.00958)	100 (.00604) 101 (.00473)
	4	48 (.51826) 49 (.48174)	57 (.21724) 58 (.19096)	62 (.10581) 63 (.08950)	66 (.05142) 67 (.04198)	69 (.02715) 70 (.02150)	72 (.01304) 73 (.00994)	75 (.00562) 76 (.00414)
$n = 4$	5	80 (.51305) 81 (.48695)	93 (.20589) 94 (.18756)	99 (.11129) 100 (.09910)	105 (.05211) 106 (.04523)	109 (.02878) 110 (.02450)	115 (.01015) 116 (.00839)	118 (.00551) 119 (.00455)
	6	120 (.50994) 121 (.49006)	137 (.20490) 138 (.19092)	146 (.10046) 147 (.09191)	153 (.05084) 154 (.04567)	159 (.02572) 160 (.02274)	165 (.01025) 167 (.00888)	170 (.00558) 171 (.00436)
	4	75 (.51321) 76 (.48679)	88 (.20295) 89 (.18455)	94 (.10832) 95 (.09621)	99 (.05725) 100 (.04983)	104 (.02708) 105 (.02296)	109 (.01125) 110 (.00926)	113 (.00502) 114 (.00404)
$n = 5$	5	125 (.50942) 126 (.49058)	143 (.20345) 144 (.19032)	152 (.10385) 153 (.09542)	159 (.05492) 160 (.04970)	166 (.02603) 167 (.02318)	173 (.01095) 174 (.00958)	178 (.00545) 179 (.00470)
	6	188 (.50000) 189 (.48567)	211 (.20386) 212 (.19377)	223 (.10319) 224 (.09679)	233 (.05153) 234 (.04775)	241 (.02701) 242 (.02477)	251 (.01067) 252 (.00964)	259 (.00510) 259 (.00456)
	4	108 (.51013) 109 (.48987)	125 (.20037) 126 (.18631)	133 (.10521) 134 (.09607)	140 (.05287) 141 (.04743)	146 (.02647) 147 (.02336)	153 (.01035) 154 (.00894)	157 (.00565) 158 (.00481)
$n = 6$	5	180 (.50721) 181 (.49279)	203 (.20745) 204 (.19719)	215 (.10494) 216 (.09842)	225 (.05229) 226 (.04844)	234 (.02505) 235 (.02292)	243 (.01072) 244 (.00969)	250 (.00510) 251 (.00456)
	6	270 (.50548) 271 (.49452)	301 (.20070) 302 (.19304)	316 (.10478) 317 (.09982)	329 (.05285) 330 (.04990)	341 (.02523) 342 (.02361)	353 (.01078) 354 (.00999)	362 (.00527) 363 (.00485)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE J

Critical values of D in the Kolmogorov-Smirnov one-sample test*

Sample size (N) =	Level of significance for D = maximum $\lvert F_0(X) - S_N(X)\rvert$				
	.20	.15	.10	.05	.01
1	900	.925	.950	975	995
2	.684	.726	.776	.842	.929
3	.565	.597	.642	708	.828
4	.494	.525	.564	624	.733
5	.446	.474	.510	.565	.669
6	.410	.436	.470	.521	.618
7	.381	.405	.438	.486	.577
8	.358	.381	.411	.457	.543
9	.339	.360	.388	.432	.514
10	.322	.342	.368	.410	.490
11	.307	.326	.352	.391	.468
12	.295	.313	.338	.375	.450
13	.284	.302	.325	.361	.433
14	.274	.292	.314	.349	.418
15	.266	.283	.304	.338	.404
16	.258	.274	.295	.328	.392
17	.250	.266	.286	.318	.381
18	.244	.259	.278	.309	.371
19	.237	.252	.272	.301	.363
20	.231	.246	.264	.294	.356
25	.21	.22	.24	.27	.32
30	.19	.20	.22	.24	.29
35	.18	.19	.21	.23	.27
Over 35	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

* Adapted from Massey, F. J., Jr. (1951). The Kolmogorov-Smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*, 46, 70, with the kind permission of the author and publisher.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 23.I

Critical values for Lilliefors test, normal case 1 (μ unknown, σ^2 known)

n	α				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
3	.392	.403	.428	.453	.495
4	.351	.366	.384	.410	.455
5	.313	.337	.350	.375	.423
6	.294	.307	.324	.348	.396
7	.275	.288	.305	.328	.374
8	.260	.272	.288	.311	.353
9	.246	.258	.272	.294	.334
10	.234	.245	.259	.280	.323
11	.225	.235	.249	.269	.309
12	.216	.226	.238	.259	.300
13	.209	.218	.230	.249	.285
14	.202	.211	.224	.242	.278
15	.196	.205	.217	.235	.266
16	.189	.197	.209	.227	.259
17	.184	.192	.202	.220	.251
18	.179	.187	.198	.215	.246
19	.174	.182	.194	.210	.242
20	.170	.178	.189	.205	.235
21	.165	.174	.184	.199	.230
22	.163	.171	.180	.195	.227
23	.160	.167	.177	.193	.224
24	.156	.164	.173	.188	.217
25	.154	.160	.170	.185	.214
26	.151	.158	.167	.181	.209
27	.147	.154	.163	.177	.205
28	.146	.153	.161	.174	.202
29	.143	.149	.158	.172	.198
30	.141	.147	.155	.169	.193

TABLE 23.II

Critical values for Lilliefors test, normal case 2 (μ known, σ^2 unknown)

n	α				
	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
2	.739	.770	.797	.820	.837
3	.551	.599	.557	.722	.798
4	.499	.529	.565	.521	.734
5	.440	.470	.507	.567	.560
6	.400	.429	.464	.514	.507
7	.375	.395	.429	.477	.566
8	.451	.374	.405	.450	.534
9	.332	.353	.382	.425	.505
10	.315	.335	.361	.401	.477
11	.300	.320	.346	.387	.466
12	.289	.307	.332	.371	.444
13	.277	.296	.320	.358	.428
14	.266	.284	.307	.341	.410
15	.259	.275	.297	.331	.397
16	.251	.257	.288	.322	.387
17	.244	.260	.282	.313	.377
18	.236	.251	.271	.302	.369
19	.231	.246	.256	.297	.357
20	.226	.241	.260	.290	.348
21	.219	.223	.252	.282	.337

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 23.11

(continued)

	α				
n	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
22	.214	.229	.247	.278	.334
23	.210	.223	.242	.270	.319
24	.205	.218	.236	.263	.317
25	.202	.214	.231	.256	.308
26	.197	.210	.227	.255	.305
27	.194	.206	.224	.250	.302
28	.191	.203	.219	.244	.297
29	.188	.200	.217	.242	.290
30	.185	.198	.212	.236	.284
50	$1.027/\sqrt{n}$	$1.060/\sqrt{n}$	$1.170/\sqrt{n}$	$1.310/\sqrt{n}$	$1.595/\sqrt{n}$
100	$1.044/\sqrt{n}$	$1.100/\sqrt{n}$	$1.180/\sqrt{n}$	$1.320/\sqrt{n}$	$1.610/\sqrt{n}$
≥ 101	$1.06/\sqrt{n}$	$1.120/\sqrt{n}$	$1.190/\sqrt{n}$	$1.333/\sqrt{n}$	$1.625/\sqrt{n}$

TABLE 23.111

Critical values for Lilliefors test, normal case 3 (μ, σ^2 both unknown)

	α				
n	0.20	0.15	0.10	0.05	0.01
4	.303	.320	.344	.374	.414
5	.290	.302	.319	.344	.398
6	.258	.280	.295	.321	.371
7	.252	.254	.280	.304	.353
8	.239	.251	.256	.290	.333
9	.227	.239	.253	.275	.319
10	.217	.228	.241	.262	.303
11	.209	.219	.232	.252	.291
12	.201	.210	.223	.243	.281
13	.193	.203	.215	.233	.270
14	.187	.196	.209	.227	.264
15	.181	.190	.202	.219	.256
16	.176	.184	.195	.212	.248
17	.170	.179	.190	.207	.241
18	.166	.174	.185	.201	.234
19	.162	.171	.181	.197	.230
20	.159	.167	.177	.192	.223
21	.155	.163	.173	.188	.219
22	.152	.160	.170	.185	.214
23	.149	.156	.165	.181	.210
24	.145	.153	.162	.177	.205
25	.144	.151	.159	.173	.202
26	.141	.147	.156	.170	.198
27	.138	.145	.153	.166	.193
28	.136	.142	.151	.165	.191
29	.134	.140	.149	.162	.188
30	.132	.138	.146	.159	.183
31	$\frac{0.741}{d_n}$	$\frac{0.775}{d_n}$	$\frac{0.819}{d_n}$	$\frac{0.895}{d_n}$	$\frac{1.035}{d_n}$

$$d_n = (\sqrt{n} - 0.01 + 0.85/\sqrt{n})$$

Source: Andrew L. Mason and C. B. Bell, "New Lilliefors and Srinivasan Tables with Applications," *Commun. Statist.—Simul.*, Vol. 15, No. 2 (1986), pp. 457–459. Copyright (c) 1986 by Marcel Dekker, Inc.; reprinted by permission.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 24

Critical values for use with the Kendall tau statistic

n \ z	0.005		0.010		0.025		0.050		0.100	
	S	τ*	S	τ*	S	τ*	S	τ*	S	τ*
4	8	1.000	8	1.000	8	1.000	6	1.000	6	1.000
5	12	1.000	10	1.000	10	1.000	8	.800	8	.800
6	15	1.000	13	.867	13	.867	11	.733	9	.600
7	19	.905	17	.810	15	.714	13	.619	11	.524
8	22	.786	20	.714	18	.643	15	.571	12	.429
9	26	.722	24	.667	20	.556	18	.500	14	.389
10	29	.644	27	.600	23	.511	21	.467	17	.378
11	33	.600	31	.564	27	.491	23	.418	19	.345
12	38	.576	36	.545	30	.455	25	.394	20	.303
13	44	.564	40	.513	34	.436	28	.359	24	.308
14	47	.516	43	.473	37	.407	33	.363	25	.275
15	53	.505	49	.467	41	.390	35	.333	29	.276
16	58	.483	52	.433	46	.383	38	.317	30	.250
17	64	.471	58	.425	50	.368	42	.309	34	.250
18	69	.451	63	.412	53	.346	45	.294	37	.242
19	75	.439	67	.392	57	.333	49	.287	39	.228
20	80	.421	72	.379	62	.326	52	.274	42	.221
21	86	.410	78	.371	66	.314	56	.267	44	.210
22	91	.394	83	.359	71	.307	61	.264	47	.203
23	99	.391	89	.352	75	.296	65	.257	51	.202
24	104	.377	94	.341	80	.290	68	.246	54	.196
25	110	.367	100	.333	86	.287	72	.240	58	.193
26	117	.360	107	.329	91	.280	77	.237	61	.188
27	125	.356	113	.322	95	.271	81	.231	63	.179
28	130	.344	118	.312	100	.265	86	.228	68	.180
29	138	.340	126	.310	106	.261	90	.222	70	.172
30	145	.333	131	.301	111	.255	95	.218	75	.172
31	151	.325	137	.295	117	.252	99	.213	77	.166
32	160	.323	144	.290	122	.246	104	.210	82	.165
33	166	.314	152	.288	128	.242	108	.205	86	.163
34	175	.312	157	.280	133	.237	113	.201	89	.159
35	181	.304	165	.277	139	.234	117	.197	93	.156
36	190	.302	172	.273	146	.232	122	.194	96	.152
37	198	.297	178	.267	152	.228	128	.192	100	.150
38	205	.292	185	.263	157	.223	133	.189	105	.149
39	213	.287	193	.260	163	.220	139	.188	109	.147
40	222	.285	200	.256	170	.218	144	.185	112	.144

Source: L. Kaarsemaker and A. van Wijngaarden, "Tables for Use in Rank Correlation," *Statistica Neerlandica*, 7 (1953), 41–54.

* The column labeled S contains, for each n, the smallest value of S for which $P(S \geq S) \leq z$. The column labeled τ^* contains, for each n, the smallest value of τ^* for which $P(\tau \geq \tau^*) \leq z$.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

ผศ.อุมาพร จันทศร, **“สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์”** , สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้