

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาโดยการทดลองของการไหลผ่านรถไฟไฟฟ้า

AN EXPERIMENTAL STUDY OF FLOW OVER AN ELECTRIC  
TRAIN



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2541

เลขหน้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
เลขทะเบียน 33909 ให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
วัน, เดือน, ปี 20 ก.ย. 2542

คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองปริญญาโท

หัวข้อปริญญาโท การศึกษาโดยการทดลองของการไหลผ่านรถไฟไฟฟ้า  
AN EXPERIMENTAL STUDY OF FLOW OVER AN ELECTRIC  
TRAIN

ชื่อนักศึกษา นาย แคนไท ทองผิว รหัส 38014165  
นาย ชีรเดช มั่นสนยกรณ์ รหัส 38014206  
นาย สมนึก ญาณีทีรณะ รหัส 38014528

หลักสูตร วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

อาจารย์ที่ปรึกษา



*(Signature)*  
.....  
(อาจารย์มิ่ง โลกิจแสงทอง)

*(Signature)*  
.....  
(ผศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญานิพนธ์	การศึกษาโดยการทดลองของการไหลผ่านรตไฟฟ้า		
ชื่อนักศึกษา	นาย แคนไท	ทองผิว	รหัส 38014165
	นาย ชีรเดช	มนัสนยกรณ์	รหัส 38014206
	นาย สมนึก	ญาติทีรณะ	รหัส 38014528
หลักสูตร	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต	สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
ภาควิชา	วิศวกรรมเครื่องกล		
ปีการศึกษา	2541		

### บทคัดย่อ

ในการหาค่าแรงดูดที่กระทำบนรตไฟฟ้านั้นเป็นเรื่องซับซ้อนมาก เนื่องจากจะต้องใช้อุโมงค์ลมที่มีขนาดใหญ่มากพอที่จะบรรจุรตไฟฟ้าเข้าไปได้ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายในการทดลองสูงมาก ดังนั้นเพื่อลดค่าใช้จ่ายในส่วนนี้เราจึงต้องทำการสร้างแบบจำลองซึ่งมีลักษณะเหมือนกับรตไฟฟ้าต้นแบบแต่มีขนาดเล็กกว่า นำไปทดสอบในอุโมงค์ลมที่มีขนาดเล็ก ซึ่งค่าต่างๆ ที่ได้จากการทดลองจะมีความสัมพันธ์กับค่าที่เกิดขึ้นบนรตไฟฟ้าจริงตามหลักการวิเคราะห์เชิงมิติและความคล้ายกันเชิงพลวัต(Dimensional Analysis and Dynamic Similitude)ค่าต่างๆที่จะทำการทดลอง คือค่าความดันที่กระทำบนจุดต่างๆของรตไฟฟ้าและค่า  $C_D$  ซึ่งค่าทั้งสองนี้จะแสดงอยู่ในรูปกราฟ

เนื่องจากอุโมงค์ลมที่มีอยู่มีขนาดเล็กและความเร็วสูงสุดต่ำกว่าความเร็วที่คำนวณได้เพื่อใช้ในการทดลอง จึงทำให้เราจำเป็นต้องลดความยาวของแบบจำลอง และค่าความเร็วที่ทำการทดสอบจะไม่ใช้ความเร็วสูงสุดของรตไฟฟ้า แต่จะทดสอบที่ความเร็ว 3.68 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Thesis Title** An experimental study flow over an electric train  
**Student** Mr. Dantai Tongphew  
Mr. Teeradej Manasnayakorn  
Mr. Somnuk Yaneeteeraka  
**Thesis Advisor** Mr. Ming Lokitsangtong  
Asst.Prof.Dr. Pongjet Promvonge  
**Level of study** Bachelor of Engineering in Mechanical Engineering  
**Department** Mechanical Engineering , Faculty of Engineering , King Mongkut's Institute  
of Technology , Ladkrabang  
**Year** 1998

### Abstract

Determination of drag over the electric train could get very complicated. Since a large wind tunnel will be needed to accommodate the full scale train and conducting such an experiment can become very costly. To avoid this problem we have to make a model, which is similar to a prototype. This model is used for a testing in a smaller wind tunnel. Based on the principle of the Dimensional Analysis and Dynamic Similitude the values which are of interest have been obtained from this experiment and they are related to those from the prototype. The parameters are pressure and drag coefficient ( $C_D$ ) which have been presented graphically.

Because of the small size and the relatively low maximum velocities of the wind tunnel in comparison with the calculated values, the length of the train model has to be reduced and the test will be run at the wind speed of 3.68 km/h.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ มิ่ง โลกิจแสงทอง และ ผศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์ เป็นอย่างสูง ในฐานะที่เป็น อาจารย์ที่ปรึกษา ได้ให้คำปรึกษา แนะนำวิธีการต่าง ๆ อีกทั้งยังอำนวยความสะดวก ทางด้านการให้ใช้ห้องทดลองและเอกสารความรู้ต่าง ๆ เป็นอย่างมาก, อาจารย์ภาคเครื่องกลทุก ๆ ท่านที่ได้ให้คำปรึกษา, เจ้าหน้าที่ประจำ Shop ที่ให้ความสะดวกในด้านเครื่องมือต่าง ๆ ขอขอบคุณ องค์การรถไฟฟ้ามหานครที่มอบเอกสารรายละเอียดเกี่ยวกับตัวรถไฟฟ้าและรายละเอียดเกี่ยวกับ โครงการ และเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในงานต่าง ๆ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อ.....	I
Abstract .....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญภาพ.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา.....	1
1.2 ความคืบหน้าของโครงการ.....	1
1.3 งานออกแบบเบื้องต้น.....	2
บทที่ 2 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	3
2.1 อุโมงค์ลม.....	3
2.2 Pitot tube.....	5
บทที่ 3 แนวคิดพื้นฐานของการไหล.....	7
3.1 คำนิยามของการไหล.....	7
3.2 สมการพื้นฐาน.....	10
3.3 แบบอย่างของการไหล.....	13
3.4 เส้นสายธาร เส้นทางไหล และเส้นใยการไหล.....	15
3.5 การไหลของของไหลในอุดมคติ.....	16
บทที่ 4 ทฤษฎีและการออกแบบโมเดล.....	19
4.1 ความคล้ายคลึงและการวิเคราะห์มิติ.....	19
4.2 การไหลรอบนอก.....	26
4.3 การหาค่าอินทิกรัล.....	34
4.4 การศึกษาแบบจำลอง.....	36
บทที่ 5 การดำเนินงานทดลอง.....	39

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ห้ามนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.2 ลักษณะของลมที่ใช้ในการทดสอบ.....	39
5.3 แบบจำลอง.....	39
5.4 การติดตั้งจุดวัดความดัน.....	40
บทที่ 6 ผลการทดลองและการวิเคราะห์.....	42
6.1 ผลการทดลอง.....	42
6.2 ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาค่าแรงจุดเนื่องจากแรงดัน.....	42
6.3 ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาค่าแรงจุดเนื่องจากแรงเฉือน.....	43
บทที่ 7 ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ.....	54
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก. รูปอุโมงค์ลม	
ภาคผนวก ข. Smoke Generator	
ภาคผนวก ค. กราฟแสดงค่า kinematic viscosity ของเหลวต่าง ๆ	
เอกสารอ้างอิง	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.1	มิติของหน่วยของตัวแปรในกลศาสตร์ของไหล.....	22
4.2	ฟังก์ชัน $f(\eta)$ Laminar Boundary Layer บนแผ่นเรียบ.....	29
4.3	ค่า Drag Coefficient สำหรับวัตถุรูปทรงอื่น ๆ .....	33
6.1	แสดงค่าต่าง ๆ ที่วัดได้จากการทดลอง.....	44
6.2	แสดงค่าต่าง ๆ ที่วัดได้จากการทดลองพร้อมทั้งค่าความคลาดเคลื่อน...45	
6.3	ค่าความดันบนผิวของแบบจำลองที่วัดได้จากการทดลอง.....	48
6.4	ค่าความดันบนผิวของแบบจำลองที่วัดได้จากการทดลอง.....	49
6.5	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความดัน.....	50
6.6	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงดูด.....	51



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญญภาพ

รูปที่		หน้า
2.1	แสดงลักษณะของอุโมงค์ลม.....	5
2.2	แสดงลักษณะของท่อ Pitot ชนิดต่าง ๆ.....	6
3.1	การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหลเมื่อมีแรงเฉือน F กระทำ.....	7
3.2	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราของการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง.....	8
3.3	แสดงตัวอย่างการไหลในแบบต่าง ๆ.....	15
3.4	เส้นสายธาร.....	16
3.5	อนุภาคของไหลเคลื่อนที่ตามเส้นสายธาร.....	17
4.1	Boundary Layer บนแผ่นเรียบ.....	26
4.2	ค่า Drag Coefficient ของระนาบสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	33
4.3	ค่า Drag Coefficient ของทรงกลมที่ Reynolds Number ต่าง ๆ.....	34
4.4	ความหมายของการอินทิเกรตโดยการรวมพื้นที่ที่ย่อขึ้นเป็นพื้นที่รวมได้ฟังก์ชัน.....	35
4.5	การประมาณค่าอินทิกรัลโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง.....	35
4.6	ขนาดของแบบจำลองรถไฟฟ้า.....	38
5.1	จุดต่าง ๆ ที่ติดตั้งท่อวัดความดัน.....	40
5.2	ท่อวัดความดันที่ใช้.....	41
6.1	แสดงค่าความดันที่คำนวณได้ ณ จุดต่าง ๆ บนตัวรถไฟฟ้า.....	43
6.2	กราฟแสดงค่า Pressure Distribution ตลอดความยาวแบบจำลองรถไฟฟ้าที่ความเร็ว 18 m/s.....	52
6.3	กราฟแสดงค่า Pressure Distribution ตลอดความยาวแบบจำลองรถไฟฟ้าที่ความเร็ว 37 m/s.....	52
6.4	กราฟแสดงค่าความสัมพันธ์ระหว่าง Drag Coefficient และ Reynolds Number.....	53
ก1	Working Section.....	ก1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
ก2	อุโมงค์ลม.....	ก1
ก3	อุโมงค์ลม.....	ก2
ก4	อุโมงค์ลม.....	ก2
ก5	การติดตั้งแบบจำลอง.....	ก3
ก6	Three Component Balance.....	ก3
ก7	Streamline ที่ $V = 2.8$ m/s.....	ก4
ก8	Streamline ที่ $V = 2.8$ m/s.....	ก4
ก9	Streamline ที่ $V = 2.8$ m/s.....	ก5
ข1	หลักการการทำงานของเครื่อง Smoke generator.....	ข2
ข2	โครงสร้างของ Smoke generator.....	ข2
ข3	Smoke generator.....	ข3
ค1	Kinematic Viscosity ของของเหลวชนิดต่าง ๆ ที่อุณหภูมิต่าง ๆ.....	ค1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมา

แต่เดิมโครงการรถไฟฟ้ามหานครเริ่มมาตั้งแต่ยุคของรัฐบาล พล.อ. เปรม ติณสูลานนท์ แต่กระแสนการเมืองและผลประโยชน์ทำให้โครงการนี้ล้มลุกคลุกคลานมาตลอด จนกระทั่งรัฐบาลของ นายบรรหาร ศิลปอาชา ก็มีการพิจารณาโครงการรถไฟฟ้ามหานครอีกครั้ง โดย พ.ต.ท. ทักษิณ ชินวัตร ได้เสนอให้สร้างเส้นทาง รฟม. สายสีน้ำเงินเป็นเส้นทางใต้ดินตลอด 23 กิโลเมตร ซึ่งคณะรัฐมนตรีก็เห็นชอบโดยงบประมาณค่าก่อสร้างนั้นรัฐบาลออก 6 หมื่นล้านบาท และเอกชนที่จะมาลงทุนออก 1 หมื่นล้านบาท

สำหรับเส้นทางสีน้ำเงินเริ่มดำเนินการในวันที่ 5 ธันวาคม 2539 โดยขุดอุโมงค์ลงไปใต้ดินแห่งแรกที่หัวลำโพง ความลึก 16 เมตร ซึ่งเป็นการก่อสร้างเส้นทางจากบางซื่อมาห้วยขวางระยะ 10 กิโลเมตร จากนั้นก็เลี้ยวเข้าสู่อุโมงค์บำรุงย่านรัชดาภิเษกอีก 1 กิโลเมตรเศษ ส่วนเส้นทางเดิมที่เคยกำหนดให้อยู่บนดิน ซึ่งเริ่มจากอุโมงค์บำรุงรัชดาภิเษกผ่านห้วยขวาง ลาดพร้าว จตุจักร และมาบรรจบเส้นทางสีแดงที่บางซื่อ เส้นทางสายนี้จะเปลี่ยนเป็นเส้นทางใต้ดินทั้งหมด

ทางด้านการรักษาความปลอดภัยของรถไฟฟ้ายูเรล ซึ่งเป็นข้อที่กังวลที่สุดนั้น การก่อสร้างรถไฟฟ้ายูเรลจะใช้มาตรฐานโลกกำกับ จะมีระบบสัญญาณและคอมพิวเตอร์ควบคุมทั้งหมด ส่วนปัญหาน้ำท่วมก็ไม่มีผลกระทบ เนื่องจากจะใช้เทคโนโลยีที่ทันสมัย ก็คือจะขุดอุโมงค์แล้วใช้บล็อกล็อกแต่ละชั้นมาปะติดกัน แล้วเอาคอนกรีตกันน้ำมาเชื่อมติดบล็อกล็อกเหล่านี้อีกหนึ่ง เมื่อก่อสร้างเสร็จแล้วเส้นทางรถไฟฟ้ายูเรลก็จะเหมือนอุโมงค์ส่งน้ำขนาดใหญ่ ซึ่งคาดว่าโครงการนี้จะเสร็จสมบูรณ์ในปี 2545

### 1.2 ความคืบหน้าของโครงการ

จากรายงานสรุปความก้าวหน้าการดำเนินงานโครงการรถไฟฟ้ามหานครประจำเดือน เมษายน 2541

#### 1.2.1 โครงการรถไฟฟ้ามหานครระยะแรก สายหัวลำโพง – ศูนย์การประชุมฯ สิริภักดิ์ – บางซื่อ (สายสีน้ำเงิน)

ผลการดำเนินงานออกแบบรายละเอียดและการก่อสร้างโครงการแล้วเสร็จ 7.11 ของงานทั้งหมด ซึ่งน้อยกว่าแผนงานร้อยละ 1.9 ของงานทั้งหมด (ตามแผนงานควรมีผลงานร้อยละ 9.01 ของงานทั้งหมด) ในส่วนของงานจัดกรรมสิทธิ์ที่ดิน เนื่องจากแนวเขตทางได้ถูกกำหนดให้ชัดเจน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษารายงานนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามเอกสารนี้ไม่ได้มีวัตถุประสงค์  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดำเนินงานให้สอดคล้องตามปริมาณงานดังกล่าว ปรากฏว่าสามารถจัดกรรมสิทธิ์ที่ดินได้ร้อยละ 43.49 ของงานจัดกรรมสิทธิ์ที่ดินทั้งหมด ซึ่งน้อยกว่าแผนงานร้อยละ 4.34 ของงานจัดกรรมสิทธิ์ที่ดินทั้งหมด (ตามแผนงานควรมีผลงานร้อยละ 47.83 ของงานจัดกรรมสิทธิ์ที่ดินทั้งหมด) ทั้งนี้ คาดว่าจะสามารถเร่งรัดการดำเนินงานให้เป็นไปตามแผนงานได้ในระยะต่อไป

1.2.2. การดำเนินงานโครงการรถไฟฟ้าสายสีส้ม ช่วง บางกะปิ – ราษฎร์บูรณะ และสายสีน้ำเงินช่วง บางซื่อ – สะพานพระนั่งเกล้าและช่วง หัวลำโพง – บางแค

### 1.3 งานออกแบบเบื้องต้น

กลุ่มบริษัทที่ปรึกษา PB Asia กำลังดำเนินการจัดทำแบบและรายงานฉบับสมบูรณ์ให้ รฟม. คาดว่างานทั้งหมดจะแล้วเสร็จในเดือน พฤษภาคม 2541 ซึ่งงานล่าช้าไม่เป็นไปตามเป้าหมายที่กำหนดในสัญญา เนื่องจากการออกแบบไม่เสร็จสมบูรณ์จึงต้องใช้เวลาในการแก้ไข

#### 3.1 งานดำเนินงานโครงการไปสู่การปฏิบัติ

โครงการรถไฟฟ้าสายสีน้ำเงิน ช่วง บางซื่อ – สะพานพระนั่งเกล้า และช่วง หัวลำโพง – บางแค อยู่ระหว่างการดำเนินการเพื่อนำเสนอคณะรัฐมนตรีเพื่อพิจารณาอนุมัติให้ลงทุนโครงการฯ ซึ่ง รฟม. ได้มีหนังสือยืนยันเมื่อวันที่ 4 ธันวาคม 2540 เพื่อนำเสนอคณะรัฐมนตรีพิจารณาต่อไป

รฟม. กำลังดำเนินการเพื่อประกาศให้เอกชนแสดงความสนใจในการลงทุนโครงการรถไฟฟ้าสายสีส้ม ช่วงบางกะปิ – ราษฎร์บูรณะ พร้อมเสนอแนะเงื่อนไขในการลงทุนเพื่อ รฟม. จะนำเป็นข้อมูลประกอบการเสนอคณะรัฐมนตรีพิจารณาอนุมัติการดำเนินโครงการฯ ต่อไป ซึ่งได้จัดทำร่างประกาศเบื้องต้นแล้วเสร็จและได้พิจารณาตรวจสอบแล้ว คาดว่าจะสามารถประกาศได้ในเดือน พฤษภาคม 2541

และจากหนังสือพิมพ์ เดลินิวส์ ฉบับประจำวันเสาร์ที่ 22 สิงหาคม 2541 ได้มีรายงานว่า

เนื่องจากการส่งมอบพื้นที่ให้แก่ผู้รับเหมาที่สัลมมีปัญหา ส่งผลกระทบต่อโครงการรถไฟฟ้าใต้ดินระยะแรก จาก หัวลำโพง – บางซื่อ ซึ่งตามแผนจะต้องเปิดให้บริการในปี 2545 ต้องล่าช้าออกไป โดยในส่วนของสายเหนือจากช่วง ห้วยขวาง – บางซื่อ จะเปิดใช้ได้ตามกำหนดเดิม แต่ในส่วนของสายใต้ช่วง หัวลำโพง – ห้วยขวาง จะเปิดให้บริการในปี 2546 อย่างไรก็ตาม ปัญหาที่สถานีสีลมนั้น ขณะนี้ได้ส่งมอบพื้นที่ให้ผู้รับเหมาได้แล้วบางส่วน อยู่ระหว่างก่อสร้างผนังสถานีในด้านถนนพระราม 4 ขาออก ใต้สะพานไทย - ญี่ปุ่น

## บทที่ 2

# อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

### 2.1 อุโมงค์ลม

เป็นอุโมงค์ลมของภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง

#### 2.1.1 ลักษณะโดยทั่วไป

ตัวอุโมงค์ลมเป็นแบบวงจรเปิด โครงสร้างส่วนใหญ่ทำจากอลูมิเนียม อากาศจะเข้าทางด้านทางเข้า ซึ่งมีรูปร่างเหมาะสมและมีแผ่นตะแกรงป้องกัน บริเวณที่ทำการทดสอบสามารถมองเห็นได้อย่างชัดเจนและสนับสนุนโมเดลแบบต่าง ๆ สำหรับกระแสการไหลทางด้านบนที่บริเวณทดสอบจะมีการติดตั้ง Static Tapping และ ท่อ Total Head ซึ่งสามารถปรับเปลี่ยนได้ถึงจุดสูงสุดของบริเวณที่ทดสอบ ส่วนกระแสการไหลทางด้านล่างจะมีท่อ Pitot – Static ซึ่งสามารถปรับเปลี่ยนได้เช่นกัน

ทางด้านหลังของบริเวณทดสอบจะมี Diffuser ซึ่งเป็นช่องไปสู่อุปกรณ์ดูดอากาศแบบ Axial Flow และความเร็วของอากาศจะถูกกำหนดโดย วาล์วปีกผีเสื้อคู่ที่ติดตั้งอยู่ที่ทางออกของพัดลม ความเร็วสูงสุดของอากาศสามารถหาได้จากผลต่างของความดันที่ 300 มิลลิเมตรน้ำ และสามารถอ่านได้จากமானอมิเตอร์ที่ติดตั้งไว้

อุโมงค์ลมประกอบด้วย

1. ท่อ Total Head ใช้วัดความดันสัมบูรณ์โดยค่าที่วัดได้จะถูกแสดงที่மானอมิเตอร์
2. ท่อ Pitot – Static
3. มานอมิเตอร์ 24 ท่อ ภายในบรรจุน้ำ ใช้แสดงค่าความดันที่วัดได้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร
4. ท่อทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง 64 มิลลิเมตร ประกอบด้วย Pressure Tapping

อุโมงค์ลมสามารถติดตั้งอุปกรณ์พิเศษเพิ่มเติมได้ดังนี้ :

TE81E	-	Three Component Balance
TE54DPS	-	20 way scanning valve
TE54LA	-	Linear actuator & pitot traverse gear
TRU300	-	Single Axis traverse mechanism
TE54RA	-	Rotary actuator for models
RE35	-	Smoke generator & probe
COMPENDW	-	Computer control & data acquisition system

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.2 การตรวจสอบความแม่นยำสำหรับอุโมงค์ลม

การวัดอย่างคร่าว ๆ ของอุโมงค์ลมที่ว่างเปล่าดังรูป ก1 จะก่อให้เกิดการทดลองที่เหมาะสม และช่วยให้เข้าใจหลักการของ Static, Dynamic, Total Pressure และ Boundary Layer Development ในขั้นแรกจะต้องทำการตรวจสอบการกระจายของความเร็ว (Velocity Distribution) ตลอดความสูงของบริเวณทดสอบในระนาบ 1 โดยการใช้อุปกรณ์ Total head และ Static Pressure Tapping และในระนาบ 3 ตรวจสอบโดยใช้อุปกรณ์ Pitot - Static ซึ่งจะทำให้สามารถใช้อุโมงค์ลมที่ความเร็วลมสูงสุด และค่า Total Pressure ที่ 20 มิลลิเมตร ตลอดความสูงของบริเวณทดสอบ และทำการวัดค่าที่บริเวณด้านล่างของ Boundary Layer เพื่อหาค่าการกระจายความเร็วใน Boundary Layer (ซึ่งตามปกติความหนาของ Boundary Layer น้อยมาก ประมาณ 5 มิลลิเมตรในระนาบ 3 และน้อยมากในระนาบ 1

ความเร็ว (U) เกิดจากความหนาแน่นของก๊าซ (ρ) เร่งอิสระภายใต้อิทธิพลของ Pressure Difference (P) เมื่อ P มีค่าน้อย เมื่อไม่คิดความสามารถในการอัด (Compressibility) ถูกกำหนดโดย

$$P = \frac{\rho U^2}{2} \quad \dots\dots\dots(2.1)$$

สมการจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของก๊าซและ Dynamic Pressure ที่ถูกแสดง โดยที่ Total Head

Pressure Difference ในอุโมงค์ลมถูกวัดในหน่วยมิลลิเมตรของน้ำเมื่อ

$$1 \text{ mm H}_2\text{O} \geq 9.81 \text{ N/m}^2$$

สมการ (2.1) จะเป็น

$$\frac{\rho U^2}{2} = 9.81h \quad \dots\dots\dots(2.2)$$

หรือ

$$U = \sqrt{\frac{19.62 \times h}{\rho}} \quad \dots\dots\dots(2.3)$$

เมื่อ h คือ Dynamic Pressure

$$\text{ในระนาบ 1} \quad ; \quad h = (H_2 - H_1)$$

$$\text{ในระนาบ 3} \quad ; \quad h = (H_4 - H_3)$$

ความหนาแน่นของอากาศภายใต้ความดัน  $P_A$  และอุณหภูมิ  $T_A$  ถูกกำหนดโดยสมการของก๊าซ

$$\frac{P_A}{\rho} = RT_A \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

เมื่อ

$$R = 287 \text{ m}^2/\text{s}^2\text{K}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

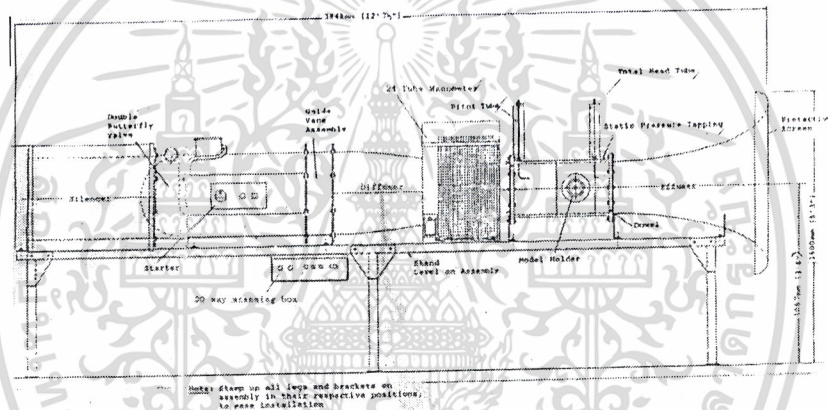
### 2.2.3 การเพิ่มอุปกรณ์ Three Component Balance

เราสามารถติดตั้งอุปกรณ์พิเศษคือ Throttling Valve และมอเตอร์สามารถสตาร์ทได้ทุก ๆ ตำแหน่งของวาล์ว

โมเดลสามารถติดตั้งโดยจะถูกยึดโดยท่อเหล็กขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 12 มิลลิเมตร ซึ่งจะ ถูกยึดกับช่องสำหรับยึดโมเดลเมื่อติดตั้งแล้ว สามารถถอดหน้าต่างที่อยู่ด้านข้างของบริเวณทดสอบ เพื่อปรับให้ขยับโมเดลได้โดยไม่ถูกผนังด้านข้าง โมเดลควรจะถูกจัดในตำแหน่งที่เหมาะสม

ท่อเล็ก ๆ ที่ถูกฝังอยู่ในโมเดลจะถูกต่อออกไปยังมานอมิเตอร์โดยท่อพลาสติกที่มี ขนาด 5 มิลลิเมตร จะมีท่อมานอมิเตอร์อยู่ 24 ท่อ ค่าความดันที่จุดต่าง ๆ สามารถอ่านได้พร้อม ๆ กัน และบันทึก Total Pressure และ Static Pressure ของโมเดล

การบำรุงรักษาอุโมงค์ลมต้องการเพียงเล็กน้อย โดยทางจารบีที่เบรคของมอเตอร์และส่วนที่เป็นกลไกของวาล์วปีกลีเพื่อการหล่อลื่น



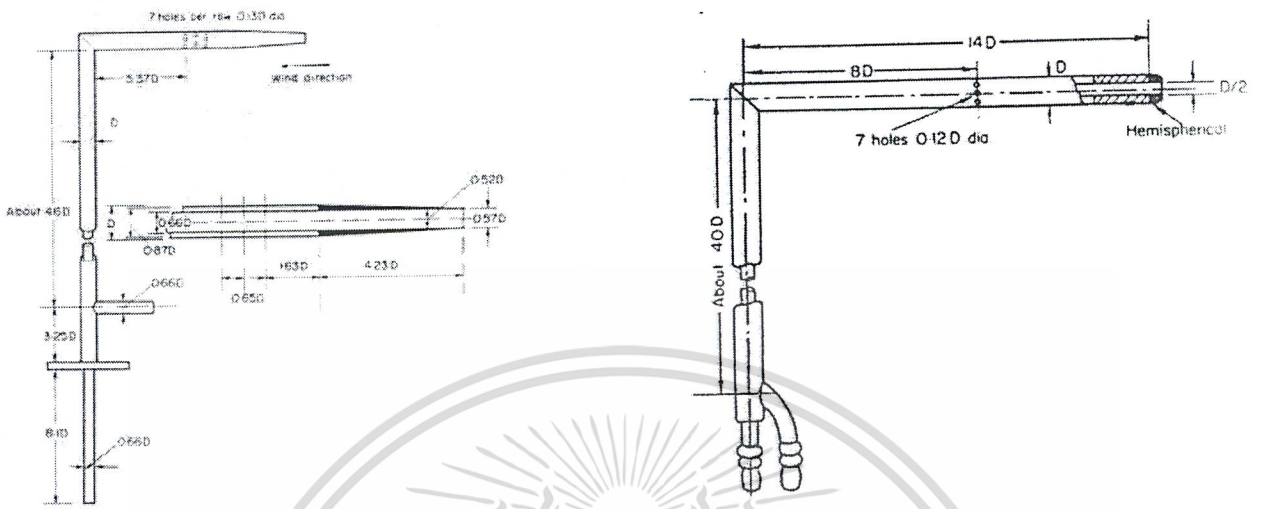
รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะของอุโมงค์ลม

## 2.2 Pitot tube

### 2.2.1 ลักษณะโดยทั่วไป

Pitot Tube เป็นอุปกรณ์ซึ่งถูกออกแบบมาเพื่อใช้สำหรับการวัด Static Pressure ที่ปลายด้านที่สัมผัสกับกระแสการไหลของอากาศ จะมีลักษณะงอและจะมีทิศทางขนานกับทิศทางของการไหล ส่วนปลายจะมีลักษณะเป็นกรวยลาดเอียง ที่ปลายสุดจะมีการเจาะรูเพื่อให้อากาศสามารถผ่านไปได้ ด้วยลักษณะนี้เองทำให้ แรงต้านจากการปะทะน้อยมาก ส่วนด้านปลายอีกด้านหนึ่งจะต่อไปยัง มานอมิเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 แสดงลักษณะของท่อ Pitot ชนิดต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

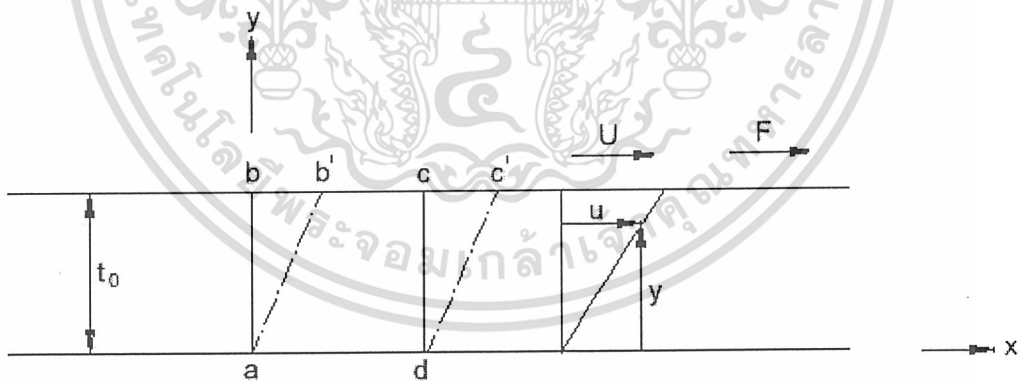
### บทที่ 3

## แนวคิดพื้นฐานของการไหล

### 3.1 คำนิยามของการไหล

ของไหล คือ สารที่สามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้อย่างต่อเนื่องกันไปภายใต้การกระทำของความเค้นเฉือนหนึ่ง ๆ ทั้งนี้ไม่ว่าความเค้นเฉือนนั้นจะมีค่าน้อยเท่าใดก็ตาม เมื่อพิจารณาแรงเฉือนที่กระทำต่อพื้นผิวหนึ่ง ๆ ก็คือแรงย่อยในแนวสัมผัสกับพื้นผิวนั้น แรงเฉือนนี้หารด้วยพื้นที่ของพื้นผิวจะเป็นความเค้นเฉือนเฉลี่ยซึ่งกระทำทั่วพื้นผิวนั้น สำหรับความเค้นเฉือนที่จุด ๆ หนึ่งคือ ค่าลิมิต (Limiting Value) ของแรงเฉือนเฉลี่ยต่อพื้นที่ผิวซึ่งขณะนั้นพื้นที่มีขนาดลดลงเป็นจุด

ในรูปที่ 3.1 ของไหลอยู่ระหว่างแผ่นราบคู่ขนานซึ่งมีระยะห่างกันเล็กน้อย ( $Y$ ) โดยแผ่นราบล่างนั้นอยู่กับที่และแผ่นราบบนถูกแรงเฉือน  $F$  กระทำให้เคลื่อนที่ ซึ่งขณะนั้นพบว่าของไหลในบริเวณระหว่างแผ่นราบคู่นี้ถูกกระทำด้วยความเค้นเฉือน  $\frac{F}{A}$  โดยที่  $A$  คือ พื้นที่ของแผ่นราบบนพบว่าเมื่อแรงเฉือน  $F$  กระทำต่อแผ่นราบบนให้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วค่าหนึ่ง  $U$  จะทำให้ของไหลเปลี่ยนแปลงรูปร่างจากพื้นที่  $abcd$  ไปสู่ตำแหน่งใหม่ในพื้นที่  $ab'c'd$  ทั้งนี้ไม่ว่าขนาดของแรงเฉือน  $F$  จะมีค่าน้อยเพียงใดก็ตาม



รูปที่ 3.1 การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของไหลเมื่อมีแรงเฉือน  $F$  กระทำ

กำหนดให้ของไหลที่สัมผัสกับผิวของแผ่นราบมีความเร็วเท่ากับแผ่นราบนั้น (นั่นคือกำหนดให้ว่าไม่มีการลื่นไถลที่ผิวของแผ่นราบ) อนุภาคของไหลที่กำลังเคลื่อนที่ขนานไปกับแผ่นราบจะมีความเร็ว  $u$  ซึ่งเปลี่ยนแปลงอย่างสม่ำเสมอตั้งแต่ค่าศูนย์ที่แผ่นราบล่างจนถึง  $U$  ที่แผ่นราบบน อาศัยผลจากการทดลองกับของไหลจริง พบความความเค้นเฉือนของของไหลดังกล่าวแปรผันไม่ว่การณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยตรงกับอัตราของความเครียดเฉือน (Rate of shearing strain) หรือจะกล่าวได้ว่าแรงเฉือน  $F$  นั้นแปรผันตรงกับ  $A$  และ  $U$  และ แปรผกผันกับความหนา  $Y$  ซึ่งสามารถเขียนสมการได้คือ

$$F = \mu \frac{AU}{Y} \quad \dots\dots(3.1)$$

โดยที่  $\mu$  คือแฟกเตอร์สัดส่วน (Proportionality factor) ดังนั้นความเค้นเฉือนคือ

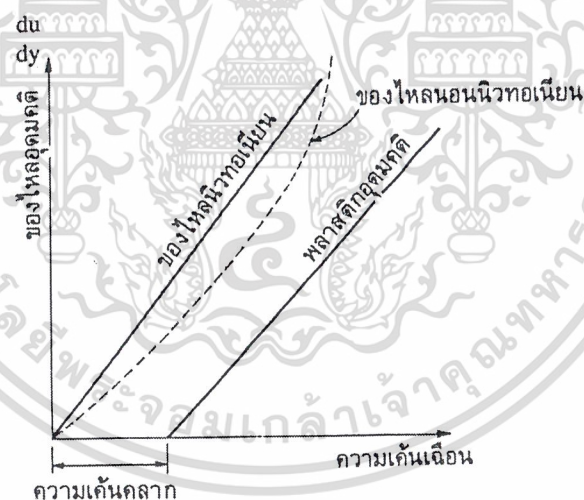
$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{\mu U}{Y} \quad \dots\dots(3.2)$$

อัตราส่วน  $U/Y$  คือ ความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity) ของเส้น  $ab$  หรืออัตราของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุมของของไหลซึ่งเราสามารถเขียนอยู่ในเทอมของ  $du/dy$  แทน  $U/Y$  ได้คือ

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \dots\dots(3.3)$$

ในสมการที่ (3.3) บ่งบอกความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุมสำหรับการไหลแบบหนึ่งมิติของของไหลหนึ่ง ๆ และเรียก  $\mu$  ว่าค่า ความหนืดเชิงพลวัต (Dynamic Viscosity)

สมการที่ (3.3) นี้เรียกว่า กฎของนิวตันสำหรับความหนืด (Newton's law of viscosity) ของไหลที่มีพฤติกรรมดังสมการที่ (3.3) เราเรียกว่าของไหลนิวตันเนียน (Newtonian fluid)



รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราของการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง

สำหรับของไหลที่มีพฤติกรรมไม่เป็นดังสมการที่ (3.3) เราเรียกว่าของไหลนอนิวตันเนียน (Non-newtonian fluid) ดังแสดงในรูปที่ 3.2 จะพบว่าของไหลนิวตันเนียนนั้นให้ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\tau$  และ  $du/dy$  อยู่ในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้น (นั่นคือ  $\mu$  เป็นค่าคงที่ในสมการที่ (3.3) ) และสำหรับของไหลนอนิวตันเนียนจะให้ความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear relation)

เมื่อพิจารณาเส้นกราฟของพลาสติกพบว่าพลาสติกไม่เป็นของไหลนิวตันเนียน พลาสติกนั้นจะเสียรูปร่างไปเมื่อมีแรงกระทำที่มีสัดส่วนในปริมาณหนึ่ง แต่การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของ

พลาสติกนั้นไม่ต่อเนื่องเมื่อความเค้นเฉือนกระทำต่ำกว่าความเค้นคลาก (Yield shear stress) ของมัน สำหรับก๊าซและของเหลวใส (Thin Liquid) จัดว่าเป็นของไหลนิวทอนเนียน ในขณะที่เดียวกันสารไฮโดรคาร์บอนจำพวก thick, long-chained hydrocarbons อาจจัดว่าเป็นของไหลนอนิวทอนเนียน

### 3.1.1 ความหนืด

ความหนืดเป็นคุณสมบัติของของไหลหนึ่ง ๆ ซึ่งใช้ต้านทานต่อแรงเฉือนระหว่างชั้นของไหล ความต้านทานต่อแรงเฉือนของของไหล ขึ้นอยู่กับแรงยึดเหนี่ยวและอัตราการถ่ายเทโมเลกุลของของไหลนั้น ความหนืดของของไหลที่ความดันหนึ่ง ๆ จะเปลี่ยนแปลงกับอุณหภูมิ โดยที่ความหนืดของก๊าซจะเพิ่มขึ้นกับอุณหภูมิ และความหนืดของของเหลวจะลดลงกับอุณหภูมิ

จากกฎของนิวตันสำหรับความหนืดในสมการที่ (3.3) จะได้

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy}$$

ซึ่ง  $\mu$  นี้เรียกว่า ความหนืดเชิงพลวัตหรือความหนืดสัมบูรณ์ โดยทั่วไปนิยมระบุเป็นความหนืดเชิงจลน์ (Kinematic Viscosity) มีสัญลักษณ์  $\nu$  กล่าวคือ

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \dots\dots\dots(3.4)$$

### 3.1.2 ความหนาแน่น ปริมาตรจำเพาะ น้ำหนักจำเพาะ

ความหนาแน่น ( $\rho$ ) คือ ปริมาตรของมวลสารต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของของไหลนั้น และมีหน่วยเป็น  $\text{kg/m}^3$  สำหรับน้ำที่ความดันมาตรฐาน (760 mm-Hg) และ  $4^\circ\text{C}$  นั้นจะให้  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

ปริมาตรจำเพาะ ( $V$ ) คือ ปริมาตรของของไหลต่อหนึ่งหน่วยมวลของของไหลนั้น หรือกล่าวได้ว่าปริมาตรจำเพาะเป็นส่วนกลับของความหนาแน่น และมีหน่วยเป็น  $\text{m}^3/\text{kg}$

$$V_s = \frac{1}{\rho} \quad \dots\dots\dots(3.5)$$

น้ำหนักจำเพาะ ( $\gamma$ ) คือ น้ำหนักของของไหลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร และมีหน่วยเป็น  $\text{N/m}^3$

$$\gamma = \rho g \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

สำหรับน้ำที่มีความดันมาตรฐาน (760 mm-Hg) และ  $4^\circ\text{C}$  นั้น จะให้  $\gamma = 1000(9.81) = 9810 \text{ N/m}^3$

ความถ่วงจำเพาะ (SG) คือ อัตราส่วนของน้ำหนักจำเพาะ (หรือความหนาแน่น) ของของไหลหนึ่ง ๆ ต่อน้ำหนักจำเพาะ (หรือความหนาแน่น) ของน้ำ ที่อุณหภูมิและความดันเดียวกัน

### 3.1.3 ความดันของของไหล

ความดัน คือ แรงในแนวตั้งฉากของของไหลกระทำต่อพื้นที่ 1 ตารางหน่วย สำหรับในหน่วย SI นั้นจะกำหนดให้ความดันคือแรงขนาด 1 นิวตันซึ่งกระทำต่อพื้นที่ 1 ตารางเมตร และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านธุรกิจค้า  
ไม่ว่ากรณใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอมของความสูงสมมูลของลำของไหล ( $h$ ) ซึ่งเป็นไปตามสมการ  $P = \gamma h$  เช่น ความดัน  $10^5$  Pa จะคิดเป็นความสูงน้ำ  $= P/\gamma_w = 10^5/9810 = 10.2$  เมตร

ความดันสัมบูรณ์และความดันเกจ โดยทั่วไปแล้วเกจวัดความดันจะอ่านออกมาเป็นผลต่างระหว่างความดันแท้จริงกับความดันบรรยากาศ ( $P_{atm}$ ) ซึ่งเรียกผลต่างความดันนี้ว่า ความดันเกจ ( $P_{gage}$ ) ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาความดันแท้จริงหรือความดันสัมบูรณ์ ( $P_{abs}$ ) ได้จาก

$$P_{abs} = P_{gage} + P_{atm} \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

ในบางครั้งถ้าความดันแท้จริงต่ำกว่าความดันบรรยากาศ ความดันสุญญากาศหาได้จาก

$$P_{vac} = P_{atm} - P_{abs}$$

### 3.2 สมการพื้นฐาน (Basic Equation)

สมการพื้นฐานที่ใช้เป็นแนวทางในการวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ของไหลคือ

#### 3.2.1 สมการพื้นฐานสำหรับปริมาตรควบคุม

สมการพื้นฐานสำหรับใช้วิเคราะห์ปริมาตรควบคุมกล่าวว่า “ อัตราการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดของคุณสมบัติขึ้นกับปริมาณของระบบหนึ่งๆ ( $N$ ) เท่ากับผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติขึ้นกับปริมาณ  $N$  ภายในปริมาตรควบคุมและอัตราการไหลออกโดยสุทธิของคุณสมบัติขึ้นกับปริมาณ  $N$  ที่ข้ามผิวควบคุม ” กล่าวคือ

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{System} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \eta \rho dV + \int_{cs} \eta \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad \dots\dots\dots(3.8)$$

ข้อควรจำ สำหรับการ ใช้สมการที่ (3.8) มีอยู่ 2 ประการ

1. ความเร็ว  $\vec{V}$  เป็นปริมาณที่วัดเทียบกับปริมาตรควบคุม

2. ในสมการที่ (3.8) พิจารณาปริมาตรควบคุมนั้นคงที่เทียบกับพิกัดอ้างอิง  $x, y$  และ  $z$  โดยสนามความเร็วถูกกำหนดให้วัดเทียบกับพิกัดอ้างอิงอันเดียวกัน และเนื่องจากระบบหนึ่ง ๆ นั้นเคลื่อนที่ในสนามความเร็วที่กำหนดนี้ ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติขึ้นกับปริมาณ  $N$  ภายในปริมาตรควบคุมจึงวัดเทียบกับปริมาตรควบคุม

#### 3.2.2 กฎการอนุรักษ์มวล กล่าวว่ามวลสารของระบบหนึ่ง ๆ ย่อมคงที่เสมอ

ในที่นี้  $N = M$  และ  $\eta = M/M = 1$  จากสมการที่ (3.8) จะได้

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{System} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV + \int_{cs} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.9)$$

ในสมการที่ (3.9)  $\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรควบคุม

และ  $\int_{cs} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลไหลออกโดยสุทธิข้ามผิวควบคุม และเรียกสมการที่ (3.9) นี้ว่า สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)

ไม่ว่าในกรณีใดก็ตาม สิ่งที่จะต้องคำนึงถึงคือ เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับการไหลยวบตัวไม่ได้ จากสมการที่ (3.9) โดย  $\rho$  เป็นค่าคงที่ ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV + \rho \int_{cs} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho V] + \rho \int_{cs} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0$$

ในที่นี้ปริมาตร  $\mathcal{V}$  เป็นค่าคงที่ ดังนั้น  $\frac{\partial}{\partial t} [\rho V] = 0$  จะได้

$$\int_{cs} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

ซึ่งเขียนเป็น

(อัตราการไหลโดยปริมาตรออกจากปริมาตรควบคุม) =

(อัตราการไหลโดยปริมาตรเข้าสู่ปริมาตรควบคุม) .....(3.11)

สำหรับการไหลแบบคงตัว จากสมการที่ (3.9) โดยที่  $\rho = \rho(x,y,z)$

ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho dV = 0$$

และจะได้

$$\int_{cs} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \dots\dots\dots(3.12)$$

ซึ่งเขียนเป็น

(อัตราการไหลโดยมวลออกจากปริมาตรควบคุม) =

(อัตราการไหลโดยมวลเข้าสู่ปริมาตรควบคุม) .....(3.13)

**3.2.3 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน** กล่าวว่าแรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์กระทำต่อระบบหนึ่ง ๆ นั้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับผลคูณของมวลสารกับความเร่งของระบบนั้น

ในที่นี้  $\mathbf{N} = \vec{G}$  และ  $\eta = \vec{V}$  จากสมการที่ (3.8) จะได้

$$\left. \frac{d\vec{G}}{dt} \right|_{System} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{V} \rho dV + \int_{cs} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{cv} = \vec{F}_B + \vec{F}_S$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{V} \rho dV + \int_{cs} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad \dots\dots\dots(3.14)$$

จากสมการที่ (3.14) พบว่า “ผลรวมของแรงทั้งหมด (แรงกระทำที่พื้นผิวและแรงกระทำวัตถุ) ที่กระทำต่อปริมาตรควบคุมที่ปราศจากความเร่งนั้นเท่ากับผลรวมของอัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมภายในปริมาตรควบคุมและอัตราการไหลออกโดยสุทธิของโมเมนตัมข้ามผิวควบคุม”

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับครู อาจารย์ และบุคลากรทางการศึกษา  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\vec{F}_x &= \vec{F}_{Bx} + \vec{F}_{Sx} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} u \rho dV + \int_{cs} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}\end{aligned}\quad \dots\dots\dots(3.15)$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_y &= \vec{F}_{By} + \vec{F}_{Sy} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} v \rho dV + \int_{cs} v \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}\end{aligned}\quad \dots\dots\dots(3.16)$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_z &= \vec{F}_{Bz} + \vec{F}_{Sz} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} w \rho dV + \int_{cs} w \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}\end{aligned}\quad \dots\dots\dots(3.17)$$

**3.2.4 กฎของโมเมนตัม** กล่าวว่าการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมคือแรงภายนอกที่มากระทำ

พิจารณาสมการโมเมนตัมสำหรับปริมาตรควบคุมอยู่กับที่ โดยมีพิกัด (x,y,z) เป็นพิกัดซึ่งอยู่กับที่ แต่สำหรับปริมาตรควบคุมที่เคลื่อนที่นั้นจะเลือกพิกัด (x,y,z) เคลื่อนที่ติดไปกับปริมาตรควบคุม และมีพิกัด XYZ นั้นเป็นพิกัดที่อยู่กับที่ แบ่งกรณีพิจารณาดังต่อไปนี้

ปริมาตรควบคุมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงเส้น ในที่นี้  $N = \vec{G}_{xyz}$  และ  $\eta = \vec{V}_{xyz}$  จากสมการที่ (3.8) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{G}}{dt} \Big|_{System} &= \vec{F}_{System} - \int_{cs} \vec{a}_{rf} \rho dV \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{V}_{xyz} \rho dV + \int_{cs} \vec{V}_{xyz} \rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A}\end{aligned}$$

เมื่อที่เวลา  $t_0$  ระบบและปริมาตรควบคุมจะซ้อนทับกัน นั่นคือ

$$\begin{aligned}\vec{F}_{System} - \int_{cs} \vec{a}_{rf} \rho dV &= \vec{F}_{cv} - \int_{cv} \vec{a}_{rf} \rho dV \\ &= \vec{F}_B + \vec{F}_S - \int_{cv} \vec{a}_{rf} \rho dV\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{F}_B + \vec{F}_S - \int_{cv} \vec{a}_{rf} \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{V}_{xyz} \rho dV + \int_{cs} \vec{V}_{xyz} \rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A} \quad \dots\dots\dots(3.18)$$

ในที่นี้  $\vec{a}_{rf}$  คือความเร่งเชิงเส้นของพิกัด xyz เทียบกับพิกัด XYZ และ  $\vec{V}_{xyz}$  คือความเร็วของของไหลวัดเทียบกับพิกัด xyz

ปริมาตรควบคุมเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ในที่นี้  $\vec{a}_{rf} = 0$  ดังนั้น

$$\vec{F}_B + \vec{F}_S = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \vec{V}_{xyz} \rho dV + \int_{cs} \vec{V}_{xyz} \rho \vec{V}_{xyz} \cdot d\vec{A} \quad \dots\dots\dots(3.19)$$

**3.2.5 กฎข้อที่หนึ่งของอุณหพลศาสตร์** กล่าวไว้สำหรับระบบหนึ่ง ๆ เมื่อมีงานหรือ (และ) ความร้อนข้ามขอบเขตของระบบนั้น จะทำให้พลังงานภายในระบบเปลี่ยนแปลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในที่นี้จะกล่าวถึงกฎข้อที่ 1 ของอุณหพลศาสตร์สำหรับปริมาตรควบคุมโดยที่  $N=E$  (พลังงานทั้งหมด) และ  $\eta = e$  พลังงานจำเพาะ จากสมการที่ (3.8) จะได้

$$\left. \frac{d\bar{E}}{dt} \right|_{System} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} e \rho dV + \int_{cs} e \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad \dots\dots\dots(3.20)$$

ที่เวลา  $t$  ระบบและปริมาตรควบคุมจะซ้อนทับกัน ดังนั้น

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\bar{G}}{dt} \right|_{System} &= Q_{sys} - W_{sys} = \dot{Q}_{cv} - \dot{W}_{cv} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} e \rho dV + \int_{cs} e \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

และจะได้

$$\dot{Q}_{cv} - (\dot{W}_S + \dot{W}_{shear} + \dot{W}_{other}) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} e \rho dV + \int_{cs} \left( u + Pv + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad \dots\dots\dots(3.21)$$

ในที่นี้  $\dot{Q}_{cv}$  คืออัตราการถ่ายเทความร้อนข้ามผิวควบคุม  $\dot{W}_S$  คือ อัตราของงานเพลลา  $\dot{W}_{shear}$  คือ อัตราของงานเนื่องจากความเค้นเฉือน  $\dot{W}_{other}$  คือ อัตราของงานอื่นๆ  $e$  คือพลังงานจำเพาะภายในปริมาตรควบคุม  $u$  คือพลังงานภายใน และ  $v$  คือปริมาตรจำเพาะ

โดยที่  $\dot{Q}_{cv}$  เข้าสู่ปริมาตรควบคุมมีเครื่องหมายบวกและออกจากปริมาตรควบคุมมีเครื่องหมายลบ และ  $\dot{W}_{cv}$  ทำโดยปริมาตรควบคุมมีเครื่องหมายบวกและใส่ให้กับปริมาตรควบคุมมีเครื่องหมายลบ

**3.2.6 กฎข้อที่สองของอุณหพลศาสตร์** กล่าวว่าเอนโทรปีของระบบโดดเดี่ยว (Isolated system) จะไม่ลดลง ขณะระบบดำเนินกระบวนการระหว่างสภาวะสมดุล

ในที่นี้  $N = S$  (เอนโทรปีทั้งหมด) และ  $y = s$  (เอนโทรปีจำเพาะ) จากสมการที่ (3.8) จะได้

$$\begin{aligned} \left. \frac{dS}{dt} \right|_{System} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} s \rho dV + \int_{cs} s \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \\ &\geq \frac{\dot{Q}}{T} \Big|_{sys} \quad \dots\dots\dots(3.22) \end{aligned}$$

ที่เวลา  $t$  ระบบและปริมาตรควบคุมจะซ้อนทับกัน  $\left. \frac{\dot{Q}}{T} \right|_{sys} = \frac{\dot{Q}_{cv}}{T} = \int_{cs} \frac{1}{T} \left[ \frac{\dot{Q}}{A} \right] dA$  ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} s \rho dV + \int_{cs} s \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} > \int_{cs} \frac{1}{T} \left[ \frac{\dot{Q}}{A} \right] dA \quad \dots\dots\dots(3.23)$$

### 3.3 แบบอย่างของการไหล

การไหลจัดแบ่งออกเป็นหลายแบบอย่างและมีชื่อเรียกซึ่งต่างกันไป ตามแฟกเตอร์ที่ใช้

พิจารณา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3.1 เมื่อใช้เวลาพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลแบบคงตัว (*Steady flow*) คือ การไหลซึ่งสมบัติของของไหลที่จุดใด ๆ ในของไหลนั้นไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลา

การไหลแบบไม่คงตัว (*Unsteady flow*) คือ การไหลซึ่งสมบัติของของไหลที่จุดใด ๆ ในของไหลนั้นเปลี่ยนแปลงกับเวลา

### 3.3.2 เมื่อใช้ความเร็วพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลแบบสม่ำเสมอ (*Uniform flow*) คือ การไหลซึ่งความเร็วของของไหลที่ทุก ๆ จุดในของไหลนั้นเท่ากัน (ทั้งขนาดและทิศทาง) ในขณะหนึ่งที่กำหนด

การไหลแบบไม่สม่ำเสมอ (*Non - uniform flow*) คือ การไหลซึ่งความเร็วของของไหลเปลี่ยนแปลงจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งในของไหลนั้นในขณะหนึ่ง ๆ

### 3.3.3 เมื่อใช้เส้นสายธารพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลแบบราบเรียบ (*Laminar flow*) คือ การไหลซึ่งมีเส้นสายธารจัดตัวกันอย่างเป็นระเบียบ

การไหลแบบปั่นป่วน (*Turbulent flow*) คือ การไหลซึ่งมีเส้นสายธารจัดตัวกันอย่างไม่เป็นระเบียบ

### 3.3.4 เมื่อใช้ความหนืดพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลโดยของไหลอุดมคติ (*Ideal fluid flow*) คือ การไหลที่ไม่คำนึงถึงผลของความหนืดของของไหลนั้น

การไหลโดยของไหลจริง (*Real fluid flow*) คือ การไหลที่คำนึงถึงผลของความหนืดของของไหลนั้น

### 3.3.5 เมื่อใช้ความหนาแน่นของของไหลพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลแบบยุบตัวไม่ได้ (*Incompressible flow*) คือ การไหลที่ไม่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นของของไหลนั้น

การไหลแบบยุบตัวได้ (*Compressible flow*) คือ การไหลที่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นของของไหลนั้น

โดยส่วนมากแล้วการไหลของของเหลวจัดว่าเป็นการไหลแบบยุบตัวไม่ได้ และการไหลของก๊าซจัดว่าเป็นการไหลแบบยุบตัวได้ การไหลของก๊าซจัดว่าเป็นการไหลแบบยุบตัวไม่ได้เมื่อการไหลของก๊าซนั้นมีเลขมัค (Mach Number)  $M < V/c$  โดยที่  $V$  คือความเร็วของการไหล และ  $c$  คือความเร็วของเสียงที่สภาวะเดียวกันกับการไหลนั้น

### 3.3.6 เมื่อใช้ผลการหมุนพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลแบบหมุนตัว (*Rotational flow*) คือ การไหลที่อนุภาคของไหลหมุนรอบแกนหนึ่ง ๆ ไปพร้อมกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคนั้น

การไหลแบบไม่หมุนตัว (Irrotational flow) คือ การไหลที่อนุภาคของไหลเคลื่อนที่ไปโดยไม่มีการหมุนของอนุภาคนั้น

3.3.7 เมื่อใช้จำนวนพิกัดพิจารณาแบบอย่างของการไหล

การไหลในหนึ่งมิติ (One dimensional flow) คือ การไหลที่ความเร็วของของไหลขึ้นอยู่กับหนึ่งพิกัด (Coordinate) เช่น  $\vec{V} = \vec{V}(x)$

การไหลในสองมิติ (Two dimensional flow) คือ การไหลที่ความเร็วของของไหลขึ้นอยู่กับสองพิกัด (Coordinate) เช่น  $\vec{V} = \vec{V}(x, y)$

การไหลในสามมิติ (Three dimensional flow) คือ การไหลที่ความเร็วของของไหลขึ้นอยู่กับสามพิกัด (Coordinate) เช่น  $\vec{V} = \vec{V}(x, y, z)$

ปัญหา	รูป	ชนิด	สมการความเร็ว
การไหลอยู่ระหว่างแผ่นราบคู่ขนาน		การไหลหนึ่งมิติ	$u = u(y)$
การไหลรอบท่อกลมยาว		การไหลหนึ่งมิติ	$u = u(y)$
การไหลผ่านแผ่นราบ (ชั้นขี้นผิว)		การไหลสองมิติ	$u = u(x, y)$

รูปที่ 3.3 แสดงตัวอย่างการไหลในแบบต่าง ๆ

3.4 เส้นสายธาร (Streamline) เส้นทางไหล (Pathline) และเส้นใยการไหล (Streakline)

เส้นสายธาร คือ เส้นที่ลากสัมผัสกับทิศทางการไหลที่ทุก ๆ จุดในสนามการไหลในขณะใดขณะหนึ่ง และเนื่องจากเส้นสายธารสัมผัสกับความเร็วของการไหลที่ทุก ๆ จุดในสนามการไหลหนึ่ง ๆ ดังนั้นจึงไม่มีการไหลข้ามเส้นสายธารนี้ ที่จุด ๆ หนึ่งบนเส้นสายธารพบว่า

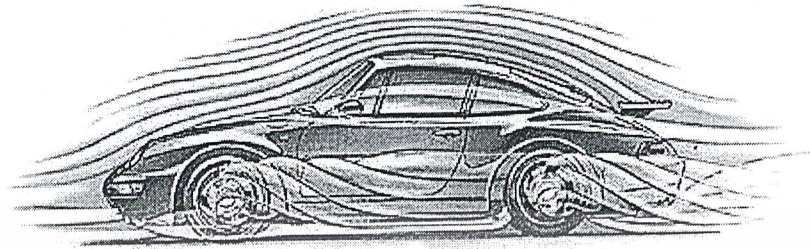
$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \dots\dots\dots(3.24)$$

โดยที่ dx, dy และ dz คือ ส่วนที่เปลี่ยน (Increment) ของระยะทางตามเส้นสายธารในทิศทาง x, y และ z ตามลำดับ u, v และ w คือความเร็วย่อยในทิศทาง x, y และ z ตามลำดับ

เส้นทางไหล คือ เส้นที่ใช้แสดงการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในขณะใดขณะหนึ่ง และเมื่ออยู่ในสภาวะคงตัวพบว่าเส้นทางไหลและเส้นสายธารเป็นเส้นเดียวกัน

เส้นใยการไหล คือ เส้นที่ใช้แสดงตำแหน่งของอนุภาคของไหลทั้งหมดที่ผ่านจุดกำหนด เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีการเกษตร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่ว่ากันอีกอันเดียวกันในขณะหนึ่งแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับในสนามการไหลที่การไหลแบบคงตัวนั้น เส้นสายธาร เส้นทางไหล และเส้นใยการไหลเป็นเส้นเดียวกันทั้งหมด และสำหรับในสนามการไหลที่มีการไหลแบบไม่คงตัวนั้น เส้นสายธาร เส้นทางไหล และเส้นใยการไหลจะเป็นคนละเส้น



รูปที่ 3.4 เส้นสายธาร

### 3.5 การไหลของของไหลในอุดมคติ

ของไหลอุดมคติ คือ ของไหลแบบยุบตัวไม่ได้และปราศจากความหนืด ในการวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของของไหลอุดมคตินี้จะไม่มีความเค้นเฉือนเข้ามาเกี่ยวข้อง ความเค้นตั้งฉากเป็นความเค้นเดียวเท่านั้นที่ใช้การวิเคราะห์ของไหลอุดมคติ ความเค้นตั้งฉากที่กระทำต่อของไหลที่จุดหนึ่ง ๆ นั้นจะมีขนาดเท่ากันในทุก ๆ ทิศทางและมีค่าเป็นลบของความดันทางอุณหพลวัต นั่นคือ  $\sigma_{nn} = -P$

#### 3.5.1 สมการออยเลอร์ (Euler's Equation)

สมการออยเลอร์ คือ สมการโมเมนตัมสำหรับของไหลที่ไม่มีความเสียดทาน นั่นคือ ความเค้นเฉือน  $\tau = 0$  มีเพียงความเค้นตั้งฉาก  $\sigma_{nn} = -P$

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} = \rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \dots\dots\dots(3.25)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} = \rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] \dots\dots\dots(3.26)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} = \rho \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] \dots\dots\dots(3.27)$$

#### 3.5.2 สมการออยเลอร์ในพิกัดตามเส้นสายธาร

พิจารณาสมการการเคลื่อนที่ของของไหลอุดมคติในแนวสัมผัส (s) และแนวตั้งฉาก (n) กับเส้นสายธาร ของไหลมีความเร็วในแนวสัมผัสกับเส้นสายธารเป็น  $\vec{V} = \vec{V}(s, t)$  โดยอาศัยกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันต่อปริมาตรย่อย ds dn dx สำหรับการไหลบนระนาบตั้ง yz พบว่า

สมการออยเลอร์ในแนว s ;

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานที่เฉพาะเจาะจง  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial s} = -a_s$  ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

$$= \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} \quad \dots\dots\dots(3.28)$$

ในที่นี้  $V = V_s$  คือ ความเร็วสัมพันธ์กับเส้นสายธาร

สำหรับการไหลแบบคงตัวและไม่คิดน้ำหนักของของไหลนั้นพบว่า

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial s} = -V \frac{\partial V}{\partial s} \quad \dots\dots\dots(3.29)$$

ในสมการที่ (3.29) แสดงให้เห็นว่าสำหรับการไหลตามแนวเส้นสายธารนั้นถ้าความเร็วของของไหลลดลง ความดันจะเพิ่มขึ้น

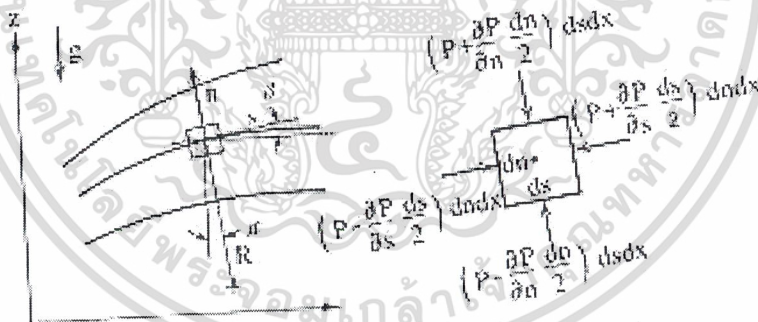
สมการออยเลอร์ในแนว  $n$  ;

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} + g \frac{\partial z}{\partial n} = -a_n = \frac{V^2}{R} \quad \dots\dots\dots(3.30)$$

สำหรับการไหลแบบคงตัวและอยู่ในแนวระนาบระดับพบว่า

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} = \frac{V^2}{R} \quad \dots\dots\dots(3.31)$$

ในสมการที่ (3.31) แสดงให้เห็นว่าความดันจะเพิ่มขึ้นในทิศทางออกจากจุดศูนย์กลางความโค้งของเส้นสายธาร สำหรับเส้นสายธารที่เป็นเส้นตรง รัศมีความโค้งของเส้นสายธาร  $R$  จะมีค่าอนันต์ นั่นคือ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของความดันในทิศทางตั้งฉากกับเส้นสายธารเหล่านั้น



รูปที่ 3.5 อนุภาคของไหลเคลื่อนที่ตามเส้นสายธาร

### 3.5.3 สมการเบอร์นูลลี (Bernoulli Equation) สำหรับการไหลไปตามเส้นสายธารหนึ่ง ๆ

ภายใต้การไหลแบบขุ่นตัวไม่ได้ คงตัว และปราศจากความเสียดทานนั้น จะอยู่ภายใต้สมการการเคลื่อนที่ที่เรียกว่าสมการเบอร์นูลลี ซึ่งพิสูจน์โดยอาศัยการอินทิเกรตสมการออยเลอร์ไปตามเส้นสายธารในการไหลแบบคงตัว

สมการออยเลอร์ตามแนวเส้นสายธาร ;

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial s} - g \frac{\partial z}{\partial s} = V \frac{\partial V}{\partial s}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $\frac{\partial P}{\partial s} ds = dP$ ,  $\frac{\partial z}{\partial s} ds = dz$  และ  $\frac{\partial V}{\partial s} ds = dV$  ดังนั้นจะได้

$$-\frac{1}{\rho} dP - g dz = V dV$$

หรือ

$$\frac{dP}{\rho} + g dz + V dV = 0$$

อินทิเกรตสมการข้างต้น จะได้ดังนี้

$$\int \frac{dP}{\rho} + g z + \frac{V^2}{2} = \text{ค่าคงที่} \quad \dots\dots\dots(3.32)$$

สมการในที่นี้เรียกว่า สมการเบอร์นูลลี ซึ่งใช้สำหรับการไหลตามเส้นสายธาร ภายใต้การไหลแบบยุบตัวไม่ได้ คงตัว และปราศจากความเสียดทาน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

# ทฤษฎีและการออกแบบโมเดล

### 4.1 ความคล้ายคลึงและการวิเคราะห์มิติ (Similarity & Dimensional Analysis)

#### 4.1.1 ความคล้ายคลึง (Similarity)

ในการทดลองนั้นบางครั้งอาจไม่สามารถสร้างชิ้นงานทดลองให้มีขนาดเท่าแบบจริง (Prototype) หรือไม่สามารถทดลองในสภาวะเดียวกับแบบจริงได้ จึงจำเป็นต้องสร้างแบบจำลอง (Model) ซึ่งอาจมีขนาดเล็กกว่าหรือใหญ่กว่าแบบจริงก็ได้ เพื่อใช้ในการทดลอง การจำลองแบบนั้นจะต้องมีความคล้ายคลึง (Similarity) กับแบบจริงให้มากที่สุด เพื่อจะได้นำเอาผลการทดลองกับแบบจำลองไปคาดคะเนกับแบบจริงได้ถูกต้อง ซึ่งความคล้ายคลึงที่กล่าวถึงนี้ คือ Hydraulic Similitude หรือ Hydraulic Similarity แบ่งออกได้เป็น 3 อย่างคือ

1. ความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิต
2. ความคล้ายคลึงเชิงจลน์
3. ความคล้ายคลึงเชิงพลวัต

1. ความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิต (Geometric Similarity)

คือ แบบจำลอง และแบบจริงจำเป็นต้องมีรูปร่างที่เหมือนกันแต่ทั้ง 2 แบบนี้จะมีขนาดที่แตกต่างกัน หรือกล่าวได้ว่า มิติเชิงเส้นของแบบจำลองและแบบจริงจะต้องเป็นอัตราส่วนคงที่ค่าหนึ่ง

ให้	L	=	ความยาวของแบบจริง
	W	=	ความกว้างของแบบจริง
	H	=	ความสูงของแบบจริง
	I	=	ความยาวของแบบจำลอง
	w	=	ความกว้างของแบบจำลอง
	h	=	ความสูงของแบบจำลอง

ถ้าแบบจำลองและแบบจริงมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตแล้วจะได้อัตราส่วนเชิงเส้นของแบบจริงต่อแบบจำลอง

$$L_r = \frac{L}{l} = \frac{W}{w} = \frac{H}{h}$$

อัตราส่วนพื้นที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเฉพาะกิจเท่านั้น กรุณาอย่าให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### อัตราส่วนปริมาตร

$$V_r = \left(\frac{L}{l}\right)^3 = \left(\frac{W}{w}\right)^3 = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

แต่ในบางกรณีอาจไม่สามารถทำให้เกิดความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตโดยสมบูรณ์ได้ เช่น ในกรณีการจำลองแม่น้ำ อัตราส่วนในแนวระดับมักจะถูกจำกัดโดยพื้นที่ที่ห้องทดลอง ระยะความลึกทางด้านแนวตั้งจะให้อัตราส่วนเดียวกันกับแนวระดับไม่ได้ เนื่องจากจะทำให้แบบจำลองตื้นมาก จนผลของความตึงผิวเกิดเป็นนัยสำคัญ และทำให้การไหลเป็นแบบราบเรียบ ดังนั้นจึงต้องใช้อัตราส่วนที่แตกต่างกันหรือในส่วนของความหยาบของพื้นน้ำที่ไม่สามารถลดลงตามอัตราส่วนได้ หรือในการศึกษาการเคลื่อนตัวของทรายบนพื้นน้ำ การนำวัสดุอื่นที่มีขนาดย่อตามอัตราส่วนที่ใช้วัสดุ นั้นต้องมีความละเอียดมาก ซึ่งไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ อีกทั้งยังไม่สามารถเทียบเคียงได้กับแบบจริง เนื่องจากมีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างวัสดุที่แตกต่างกัน สิ่งเหล่านี้ล้วนแต่เป็นผลให้แบบจำลองมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตที่ไม่สมบูรณ์ เราเรียกว่า แบบจำลองผิดส่วน (Distorted Model)

### 2. ความคล้ายคลึงเชิงจลน์ (Kinematic Similarity)

คือ แบบจำลองและแบบจริงมีลักษณะการไหล และความเร็วที่เหมือนกัน หรือกล่าวได้ว่า อัตราส่วนความเร็วที่จุดเดียวกันในแบบจำลองและแบบจริงตลอดทั้งสนามการไหลจะมีค่าเท่ากัน ทำให้ลักษณะเส้นสายธารมีความคล้ายคลึงกัน

$$\begin{aligned} \text{ให้ } V_1 &= \text{ความเร็วของของไหลบนแบบจริงที่จุด 1} \\ V_2 &= \text{ความเร็วของของไหลบนแบบจริงที่จุด 2} \\ v_1 &= \text{ความเร็วของของไหลบนแบบจำลองที่จุด 1} \\ v_2 &= \text{ความเร็วของของไหลบนแบบจำลองที่จุด 2} \end{aligned}$$

ถ้าแบบจำลองและแบบจริงมีความคล้ายคลึงเชิงจลน์แล้ว จะได้อัตราส่วนความเร็วของแบบจริงต่อแบบจำลอง

$$V_r = \frac{V_1}{v_1} = \frac{V_2}{v_2} = \dots$$

และเนื่องจากมิติของเวลา  $T$  คือ  $L/V$  ดังนั้น อัตราส่วนของเวลาจึงเป็น

$$T_r = \frac{L_r}{V_r}$$

ในทำนองเดียวกัน อัตราส่วนของความเร่งจะเป็น

$$a_r = \frac{L_r}{(T_r)^2} = \frac{(V_r)^2}{L_r}$$

### 3. ความคล้ายคลึงเชิงพลวัต (Dynamic Similarity)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาระดับปริญญาโทและปริญญาเอกเท่านั้น  
 คือ แบบจำลองและแบบจริงมีแรงที่มากกระทำเหมือนกันหรือกล่าวได้ว่า อัตราส่วนของแรงค่า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่จุดเดียวกันในแบบจำลองและแบบจริงตลอดทั้งสนามการไหลจะมีค่าเท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{ให้ } F_1 &= \text{แรงที่กระทำกับแบบจริงที่จุด 1} \\ F_2 &= \text{แรงที่กระทำกับแบบจริงที่จุด 2} \\ f_1 &= \text{แรงที่กระทำกับแบบจำลองที่จุด 1} \\ f_2 &= \text{แรงที่กระทำกับแบบจำลองที่จุด 2} \end{aligned}$$

ถ้าแบบจำลองและแบบจริงมีความคล้ายคลึงทางพลวัตแล้วจะได้อัตราส่วนของแรงที่กระทำ

$$F_r = \frac{F_1}{f_1} = \frac{F_2}{f_2} = \dots$$

ความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตและความคล้ายคลึงเชิงจลน์ที่เกิดขึ้นจะทำให้เกิดความคล้ายคลึงเชิงพลวัตด้วย

#### 4.1.2 การวิเคราะห์มิติ (Dimensional Analysis)

ในการวิเคราะห์ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการไหล เรามักมีข้อสมมติบางประการ เช่น สมมติว่าของไหลนั้นไม่มีความหนืด ทั้งนี้เพื่อให้การวิเคราะห์ปัญหานั้นง่ายขึ้นและยังคงได้ผลที่ถูกต้องใกล้เคียงกับความเป็นจริงและยอมรับได้ การที่จะกำหนดว่าข้อสมมติสำหรับปัญหาหนึ่ง ๆ นั้นจะมีอะไรได้บ้าง จำเป็นจะต้องอาศัยการวิเคราะห์และศึกษาจากการทดลอง ดังนั้นการวิเคราะห์ปัญหาจึงประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

- ส่วนที่ 1 เป็นการจำลองลักษณะของปัญหาเป็นสมการทางคณิตศาสตร์
- ส่วนที่ 2 เป็นการทดลองเพื่อตรวจสอบผลที่ได้จากการวิเคราะห์โดยสมการทางคณิตศาสตร์

การทดลองเพื่อตรวจสอบนั้น มักจะต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายมาก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องให้ได้ข้อมูลต่าง ๆ ตามที่ต้องการจากผลการทดลองเพียงไม่กี่ครั้ง เช่น ในการหาแรงจุด  $F$  ที่กระทำต่อทรงกลมซึ่งเคลื่อนที่ไปในของไหล แรงจุดนี้จะขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ 4 ตัว คือขนาดของทรงกลม ( $D$ ) ความเร็วของทรงกลม ( $V$ ) ความหนืดของของไหล ( $\mu$ ) และความหนาแน่นของของไหล ( $\rho$ ) ซึ่งเขียนเป็นสมการที่ (4.1) ได้ดังนี้

$$F = f(D, V, \mu, \rho) \quad \dots\dots(4.1)$$

การทดลองสามารถทำได้โดยขั้นแรก กำหนดให้ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแรกมีค่าคงที่และให้ตัวแปรอิสระตัวที่ 4 มีค่าเปลี่ยนแปลงไป สมมติว่าเป็น 10 ค่า ก็จะต้องทำการทดลองทั้งหมด 10 การทดลองได้ความสัมพันธ์ระหว่าง  $F$  และ  $\rho$  ที่  $D, V, \mu$  คงที่ชุดหนึ่ง ขึ้นต่อไปก็ทำการสลับตัวแปรอิสระที่จะทำให้มีค่าเปลี่ยนแปลง เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบซึ่งจะต้องทำการทดลองทั้งหมด  $10^4$  การ

ทดลอง จำนวนการทดลองนี้สามารถลดลงได้โดยใช้การวิเคราะห์มิติหากกลุ่มตัวแปรไร้มิติ ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ จะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มตัวแปร ไร้มิติตั้งสมการที่ (4.2) ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเบื้องเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f \left[ \frac{\rho V D}{\mu} \right] \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

จากสมการที่ (4.2) การทดลองอาจลดลงเหลือ 10 การทดลอง เพื่อให้ได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\frac{F}{\rho V^2 D^2}$  และ  $\left[ \frac{\rho V D}{\mu} \right]$  การแปรเปลี่ยนของตัวแปรอิสระต่างๆ จะรวมออกมาในรูปค่าของกลุ่มตัวแปรไร้มิติ

**มิติของหน่วย**

ก่อนการวิเคราะห์มิติเราจำเป็นต้องทราบถึงมิติของหน่วยของตัวแปรต่าง ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับปัญหา มิติของหน่วยสามารถจัดกลุ่มได้ตามระบบ แรง, ความยาว และเวลา (FLT) หรือระบบ มวล, ความยาว และเวลา (MLT) โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างแรงและมวลตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตันที่ว่า  $F = ma$  คือ  $F = MLT^{-2}$  ดังนั้นระบบ FLT และ MLT จึงสามารถเปลี่ยนกลับกันตามความสัมพันธ์ข้างต้น

ตาราง 4.1 มิติของหน่วยของตัวแปรในกลศาสตร์ของไหล

ตัวแปร (หน่วย SI)	สัญลักษณ์	กลุ่มมิติ	
		FLT	MLT
ความยาว (m)	l	L	L
พื้นที่ (m <sup>2</sup> )	A	L <sup>2</sup>	L <sup>2</sup>
ปริมาตร (m <sup>3</sup> )	V	L <sup>3</sup>	L <sup>3</sup>
เวลา (s)	t	T	T
ความเร็ว (m/s)	v	LT <sup>-1</sup>	LT <sup>-1</sup>
ความเร่ง (m/s <sup>2</sup> )	a	LT <sup>-2</sup>	LT <sup>-2</sup>

**การวิเคราะห์มิติ**

ทฤษฎี  $\Pi$  ของบักกิงแฮม (Buckingham Pi Theorem) ได้กล่าวไว้ว่าในปัญหาทางกายภาพที่มีตัวแปร  $n$  ตัว จะสามารถรวมตัวแปรเข้าเป็นกลุ่มตัวแปรไร้มิติจำนวน  $n-m$  กลุ่ม โดย  $m$  คือจำนวนน้อยที่สุดของมิติพื้นฐานอิสระที่ใช้กำหนดมิติของตัวแปรทั้งหมด หากเขียนในรูปสมการจะเป็นดังนี้

$$q_1 = f(q_2, q_3, \dots, q_n)$$

หรือ

$$g(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0 \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย  $q_i$  คือ ตัวแปรหลักของปัญหาซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ  $q_2, q_3, \dots, q_n$  และเมื่อจัดเป็นกลุ่มตัวแปรไว้มิติหรือเทอม  $\Pi$  แล้วจะได้

$$G_1(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0$$

หรือ

$$\Pi_1 = G_1(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}) \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

ขั้นตอนการหากลุ่มตัวแปรไว้มิติหรือเทอม  $\Pi$  มีดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดตัวแปรต่าง ๆ ในปัญหา (สมมติให้มี  $n$  ตัว) หากกำหนดตัวแปรไม่ครบ ความสัมพันธ์ระหว่างเทอม  $\Pi$  จะไม่มีความแน่นอน หากกำหนดตัวแปรมากเกินไป ตัวแปรที่เกินมานั้นจะยังคงปรากฏอยู่ แต่ผลจากการทดลองจะแสดงให้เห็นว่าตัวแปรนั้นไม่มีผลเกี่ยวข้องกับปัญหา

ขั้นที่ 2 เลือกกลุ่มของมิติพื้นฐานอิสระ คือ MLT และ FLT ที่จะใช้กำหนดมิติของตัวแปรต่าง ๆ

ขั้นที่ 3 เขียนมิติของตัวแปรต่าง ๆ ในขั้นที่ 1 ให้อยู่ในกลุ่มของมิติพื้นฐานอิสระที่เลือกใช้ในขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 เลือกตัวแปรอิสระมาจำนวน  $r$  ตัว เพื่อให้เป็นตัวแปรซ้ำ (Repeating Variables) ตัวแปรซ้ำจะต้องไม่มีมิติสุทธิที่เหมือนกัน เช่น ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางมีมิติเป็น  $L$  และ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่มีมิติเป็น  $L^4$  เราจะใช้ตัวแปรทั้ง 2 นี้เป็นตัวแปรซ้ำพร้อมกันไม่ได้เนื่องจากมีมิติสุทธิคือ  $L$  เหมือนกัน โดยทั่วไปแล้วตัวแปรซ้ำที่เหมาะสมจะประกอบด้วย

1. ตัวแปรที่แสดงถึงรูปร่างของวัตถุ
2. ตัวแปรที่แสดงถึงลักษณะของสนามการไหล
3. ตัวแปรที่แสดงถึงคุณสมบัติของของไหล

ขั้นที่ 5 เขียนเทอม  $\Pi$  จำนวน  $n-m$  เทอม ( $m = r$ ) โดยแต่ละเทอม  $\Pi$  จะประกอบด้วย ตัวแปรซ้ำยกกำลังที่ไม่ทราบคูณกับตัวแปรอื่น 1 ตัว เมื่อแก้สมการของเลขยกกำลังของแต่ละเทอม  $\Pi$  ก็จะได้เทอม  $\Pi$  จำนวน  $n-m$  เทอม

ในบางกรณี จำนวนมิติพื้นฐานอิสระที่ปรากฏในขั้นที่ 3 จะไม่เท่ากันเมื่อเลือกใช้กลุ่มของมิติพื้นฐานอิสระที่แตกต่างกัน ในกรณีเช่นนี้ค่า  $m$  ที่ใช้จะเป็นค่าของ Rank ของเมตริกซ์มิติ

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบมิติของเทอม  $\Pi$  ที่ได้โดยใช้กลุ่มของมิติพื้นฐานอิสระที่ไม่ได้เลือกใช้ในการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกในการทดลองหาค่าแรงดึงดูด (Drag Force) โดยใช้ข้อมูลกลุ่มสามารถเขียนฟังก์ชันของแรงค่า  
 ไม่ว่าควรให้อยู่ในรูป อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_D = f(L, W, H, \rho, \mu, V) \dots\dots\dots(4.5)$$

- เมื่อ
- L = ความยาวของแบบจำลอง
  - W = ความกว้างของแบบจำลอง
  - H = ความสูงของแบบจำลอง
  - $\rho$  = ความหนาแน่นอากาศในอุโมงค์ลม
  - F = แรงจุด
  - $\mu$  = ความหนืดสัมบูรณ์ของอากาศในอุโมงค์ลม
  - V = ความเร็วของลม

มิติพื้นฐานอิสระที่ใช้กำหนดมิติของตัวแปรทั้งหมดเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$g(F, L, W, H, \rho, \mu, V) = 0 \dots\dots\dots(4.6)$$

เมื่อจัดเป็นตัวแปรไร้มิติหรือเทอม  $\Pi$  จะได้

$$G(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0 \dots\dots\dots(4.7)$$

หรือ

$$\Pi_1 = G_1(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}) \dots\dots\dots(4.8)$$

หา Dimensionless Groups

1. F, L, W, H,  $\rho$ ,  $\mu$ , V
2. เลือก Primary Dimensions M, L และ t  $m = 3$  Primary Dimensions
3.

F	V	L	W	H	$\rho$	$\mu$
$\frac{ML}{t^2}$	$\frac{L}{t}$	L	L	L	$\frac{M}{L^3}$	$\frac{M}{Lt}$
4. เลือก Repeating Parameter  $\rho, V, L$
5.  $n - m = 4$  Dimensionless Group หาค่า Dimensional Equation

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \rho^a V^b L^c F \\ &= \left[ \left( \frac{M}{L^3} \right)^a \left( \frac{L}{t} \right)^b (L)^c \left( \frac{ML}{t^2} \right) \right] = [M^0 \quad L^0 \quad t^0] \end{aligned}$$

- M :  $0 = a + 1$
- L :  $0 = -3a + b + c + 1$
- T :  $0 = -b - 2$

โดย  $a = -1, b = -2, c = -2$

$$\Pi_1 = \frac{F}{\rho V^2 L^2}$$

$$\Pi_2 = \rho^d V^e L^f W$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเฉพาะภายใน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \left[ \left( \frac{M}{L^3} \right)^d \left( \frac{L}{t} \right)^e (L)^f (L) \right] = [M^0 \quad L^0 \quad t^0]$$

$$M : 0 = d$$

$$L : 0 = -3d + e + f + 1$$

$$T : 0 = -e$$

โดย  $d=0, e=0, f=-1$

$$\Pi_2 = \frac{W}{L}$$

$$\Pi_3 = \rho^g V^h L^i H$$

$$= \left[ \left( \frac{M}{L^3} \right)^g \left( \frac{L}{t} \right)^h (L)^i (L) \right] = [M^0 \quad L^0 \quad t^0]$$

$$M : 0 = g$$

$$L : 0 = -3g + h + i + 1$$

$$T : 0 = -h$$

โดย  $g=0, h=0, i=-1$

$$\Pi_3 = \frac{H}{L}$$

$$\Pi_4 = \rho^j V^k L^l \mu$$

$$= \left[ \left( \frac{M}{L^3} \right)^j \left( \frac{L}{t} \right)^k (L)^l \left( \frac{M}{Lt} \right) \right] = [M^0 \quad L^0 \quad t^0]$$

$$M : 0 = j + 1$$

$$L : 0 = -3j + k + l - 1$$

$$T : 0 = -k - 1$$

โดย  $j=-1, k=-1, l=-1$

$$\Pi_4 = \frac{\mu}{\rho V L}$$

ความสัมพันธ์จะอยู่ในรูป  $\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4)$

นั่นคือ

$$\frac{F}{\rho V^2 L^2} = f\left(\frac{W}{L}, \frac{H}{L}, \frac{\mu}{\rho V L}\right)$$

จะเห็นได้ว่า Dimensionless Parameter จะอยู่ในรูป Ratio of Force ดังนั้นในการพิจารณา  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
การไหลของ Model และ Prototype จะมี Dynamic Similarity เมื่อ  
ไม่ว่าการไหลที่... ฟังก์ชัน... มิมีเห็นแต่สิ่ง... และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left(\frac{\rho VL}{\mu}\right)_{Model} = \left(\frac{\rho VL}{\mu}\right)_{Prototype} \dots\dots(4.9)$$

$$Re_M = Re_p$$

และ

$$\left(\frac{F}{\rho V^2 L^2}\right)_{Model} = \left(\frac{F}{\rho V^2 L^2}\right)_{Prototype} \dots\dots(4.10)$$

**ประโยชน์ของการวิเคราะห์เชิงมิติ**

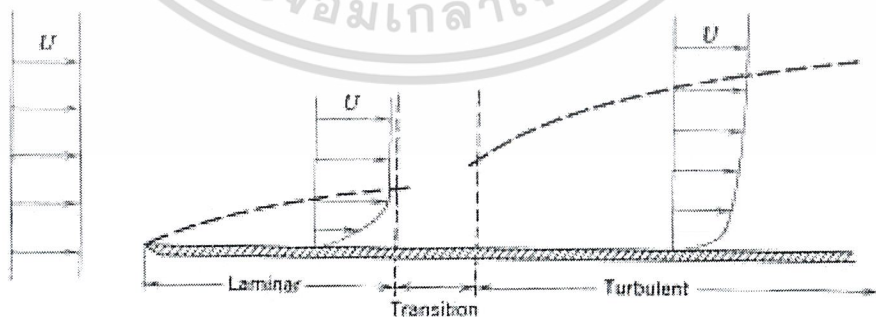
ประโยชน์ของการวิเคราะห์เชิงมิติในการทดลองแบบจำลองนั้นมีมากมาย แต่ประโยชน์ที่สำคัญ มีดังนี้

1. ในการทดลองกับแบบจำลองย่อมใช้งบประมาณน้อยกว่าการทดลองกับแบบจริง
2. ในการทดลองกับแบบจำลองหากได้ผลไม่เป็นที่น่าพอใจก็สามารถเปลี่ยนแปลงแก้ไขแบบจำลองได้ง่าย
3. แบบจำลองสามารถสร้างได้ง่าย จำนวนมากทำให้มีความหลากหลายในการทดลอง ในการทดลองกับแบบจำลองหากมีการผิดพลาด ชำรุดสามารถซ่อมแซม หรือสร้างชิ้นใหม่ได้ง่าย

**4.2 การไหลรอบนอก (External Flow)**

การไหลรอบนอก คือ การไหลผ่านวัตถุที่จมอยู่ในของไหล เช่น การไหลผ่านไปบนแผ่นระนาบ หรือ การไหลของอากาศผ่านปีกเครื่องบิน

ของไหลที่บริเวณทางต้นน้ำจะเป็นการไหลแบบเอกรูป (Uniform Flow) และเมื่อไหลผ่านวัตถุ ของไหลบริเวณใกล้วัตถุจะมีการเปลี่ยนแปลงของความเร็วเกิดขึ้น เนื่องจากแรงเสียดทานที่ผิววัตถุ บริเวณดังกล่าวนี้เราเรียกว่า Boundary Layer รูปที่ 4.1 แสดงลักษณะของ Boundary Layer ของการไหลผ่านไปบนแผ่นระนาบ



**รูปที่ 4.1** Boundary Layer บนแผ่นเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลของแรงเสียดทานจะทำให้การไหลในชั้นขีดผิวลดลง อัตราการไหลจะน้อยกว่า การไหลอุดมคติ (ไม่มีแรงเสียดทาน) อัตราการไหลที่น้อยกว่านี้จะมีค่าเท่ากับ  $\int_0^{\delta} \rho(U - u) dy$  ถ้าแทนบริเวณชั้นขีดผิวด้วยการไหลอุดมคติ (แบบเอกรูป ความเร็ว U) ที่ให้อัตราการไหลเท่ากับอัตราการไหลที่ลดลงดังกล่าว จะให้ความหนาของชั้นการไหล เรียกว่า ความหนาทดแทน (Displacement Thickness,  $\delta^*$ )

$$\rho U \delta^* = \int_0^{\infty} \rho(U - u) dy \quad \dots\dots\dots(4.11)$$

สำหรับการไหลยวบตัวไม่ได้ (Incompressible Flow) จะได้ว่า

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left[ 1 - \frac{u}{U} \right] dy \approx \int_0^{\delta} \left[ 1 - \frac{u}{U} \right] dy \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

4.2.1 การไหลผ่านแผ่นระนาบ

สโตกส์ บลาซิอุส (Stokes Blasius) ได้วิเคราะห์เกี่ยวกับเรื่องนี้สำหรับการไหล 2 มิติคงตัว และไม่มี การเปลี่ยนแปลงค่าความดันในการไหล ซึ่งการวิเคราะห์เริ่มต้นจากการลดรูปสมการการไหลเบื้องต้นเป็น

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots(4.14)$$

โดยมี Boundary Condition ดังนี้

ที่  $y=0$  ,  $u=0$

ที่  $y=\infty$  ,  $u=U$  ,  $\frac{du}{dy} = 0$

บลาคซิอุส พบว่า การกระจายความเร็วในชั้นขีดผิวที่สร้างกราฟระหว่างเทอม  $\frac{u}{U}$  กับเทอมไร้หน่วยของระยะจากแผ่นระนาบ จะมีรูปร่างคล้ายคลึงกันในทุกตำแหน่งค่า x ดังนั้นจึงเขียนได้เป็น

$$\frac{u}{U} = g(\eta) \text{ โดยที่ } \eta \propto \frac{y}{\delta}$$

และจากผลการทดลอง ยังได้ข้อสรุปว่า  $\delta \propto \sqrt{\frac{\nu x}{U}}$  ดังนั้น

$$\eta = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}}$$

หากกำหนด Dimensionless Stream Function ,  $f(\eta) = \frac{\Psi}{\sqrt{\nu x U}}$  โดย  $f(\eta)$  เป็นตัวแปร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ตามและ η เป็นตัวแปรอิสระ ความเร็วข้อย่อยในแนวแกน x และ y ก็คือ ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \sqrt{vx} U \frac{df}{d\eta} \sqrt{\frac{U}{vx}} = U \frac{df}{d\eta}$$

$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\left[ \sqrt{vx} U \frac{df}{dx} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{vU}{x}} f \right]$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{vU}{x}} \left[ \eta \frac{df}{d\eta} - f \right] \quad \dots\dots\dots(4.16)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{U}{2x} \eta \frac{d^2 f}{d\eta^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = U \sqrt{\frac{U}{vx}} \frac{d^2 f}{d\eta^2}$$

และ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{U^2}{vx} \frac{d^3 f}{d\eta^3}$$

แทนค่าต่างๆ ในสมการที่ (4.14) จะได้

$$2 \frac{d^3 f}{d\eta^3} + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

$$\text{โดยที่ } \eta = 0, f = \frac{df}{d\eta} = 0 \text{ และ } \eta = \infty, \frac{df}{d\eta} = 1$$

โฮวาร์ท (Howarth) ได้วิเคราะห์สมการที่ (4.17) โดยใช้วิธีเชิงตัวเลขได้  $f$ ,  $\frac{df}{d\eta}$  และ  $\frac{d^2 f}{d\eta^2}$

ดังตารางที่ 4.2

ตารางนี้จะใช้สำหรับสร้างกราฟหาการกระจายของความเร็วในเทอมไร้หน่วย  $\frac{u}{U}$  และ  $\eta$

และที่  $\eta = 5.0$ ,  $\frac{u}{U} = 0.992$  ดังนั้น Boundary Layer Thickness,  $\delta$  จึงหาได้ดังนี้

$$\delta = \frac{5.0}{\sqrt{U/vx}} = \frac{5.0x}{\sqrt{Re_x}} \quad \dots\dots\dots(4.18)$$

ความเค้นเฉือนที่ผิวระนาบ

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = \mu U \sqrt{\frac{U}{vx}} \left. \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right|_{\eta=0}$$

จะได้

$$\tau_w = 0.322U \sqrt{\frac{\rho \mu U}{x}} \frac{0.322 \rho U^2}{\sqrt{Re_x}} \quad \dots\dots\dots(4.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ และสัมปสิทธิ์ความเค้นเฉือนที่ผิวระนาบ อาจอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \dots\dots\dots(4.20)$$

ตาราง 4.2 ฟังก์ชัน  $f(\eta)$  สำหรับ Laminar Boundary Layer บนแผ่นเรียบ

$\eta = y \sqrt{\frac{U}{\nu x}}$	$f$	$f' = \frac{u}{U}$	$f''$
0	0	0	0.3321
0.5	0.0415	0.1659	0.3309
1.0	0.1656	0.3298	0.3230
1.5	0.3701	0.4868	0.3026
2.0	0.6500	0.6298	0.2668
2.5	0.9963	0.7513	0.2174
3.0	1.3968	0.8460	0.1614
3.5	1.8377	0.9130	0.1078
4.0	2.3057	0.9555	0.0642
4.5	2.7901	0.9795	0.0340
5.0	3.2833	0.9915	0.0159
5.5	3.7806	0.9969	0.0066
6.0	4.2796	0.9990	0.0024
6.5	4.7793	0.9997	0.0008
7.0	5.2792	0.9999	0.0002
7.5	5.7792	1.0000	0.0001
8.0	6.2792	1.0000	0.0000

การไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow)

กำหนดการกระจายความเร็วที่ผ่านแผ่นระนาบเป็น  
มี Boundary Condition ดังนี้

ที่  $y = 0, u = 0$   
 ที่  $y = \delta, u = U, \frac{\partial u}{\partial y} = 0$

จะได้

$$\frac{u}{U} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 = 2\eta - \eta^2 \dots\dots\dots(4.21)$$

ความเค้นเฉือนที่ผิวระนาบ

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

แทนค่าสมการที่ จะได้

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \mu \frac{U \partial u / U}{\delta \partial y / \delta} \Big|_{y/\delta=0} = \frac{\mu U}{\delta} \frac{du / U}{d\eta} \Big|_{\eta=0}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 หรือ  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tau_w = \frac{\mu U}{\delta} \frac{d(2\eta - \mu^2)}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \mu \frac{U(2-2\eta)}{\delta} \Big|_{\eta=0} = \frac{2\mu U}{\delta} \quad \dots\dots\dots(4.22)$$

จากสมการ Momentum Integral

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 u \left(1 - \frac{u}{U}\right) d\eta \quad \dots\dots\dots(4.23)$$

แทนค่า  $\tau_w$  และ  $\frac{u}{U}$  ลงไปจะได้

$$\begin{aligned} \frac{2\mu U}{\delta} &= \rho U^2 \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 (2\eta - \eta^2)(1 - 2\eta + \eta^2) d\eta \\ \frac{2\mu U}{\delta \rho U^2} &= \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 (2\eta - 5\eta^2 + 4\eta^3 - \eta^4) d\eta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(4.24)$$

ทำการอินทิเกรตจะได้

$$\frac{2\mu}{\delta \rho U} = \frac{2}{15} \frac{d\delta}{dx}$$

หรือ

$$\delta d\delta = \frac{15\mu}{\rho U} dx \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

ทำการอินทิเกรตอีกครั้ง

$$\frac{\delta^2}{2} = \frac{15\mu x}{\rho U} + c \quad \dots\dots\dots(4.26)$$

ที่  $x=0$ , ประมวลได้ว่า  $\delta=0$  เพราะฉะนั้น  $C=0$  จะได้

$$\delta = \sqrt{\frac{30\mu x}{\rho U}} \quad \dots\dots\dots(4.27)$$

$$\frac{\delta}{x} = \sqrt{\frac{30\mu}{\rho U x}} = \frac{5.48}{\sqrt{Re_x}} \quad \dots\dots\dots(4.28)$$

จาก

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2}$$

จะได้

$$C_f = \frac{2\mu(U/\delta)}{\frac{1}{2} \rho U^2} = \frac{4\mu}{\rho U \delta} = \frac{4\mu}{\rho U x} \frac{x}{\delta} = 4 \frac{1}{Re_x} \frac{1}{5.48} \sqrt{Re_x}$$

สุดท้ายจะได้

$$C_f = \frac{0.730}{\sqrt{Re_x}} \quad \dots\dots\dots(4.29)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow)

การกระจายความเร็วผ่านแผ่นระนาบมีลักษณะคล้ายกับการไหลในท่อคือ

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} = \eta^{1/7} \quad \dots\dots\dots(4.30)$$

ความเค้นเฉือน

$$\tau_w = 0.0233 \rho U^2 \left(\frac{\nu}{U\delta}\right)^{1/4} \quad \dots\dots\dots(4.31)$$

จากสมการ Momentum Integral

$$\tau_w = \rho U^2 \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) d\eta \quad \dots\dots\dots(4.32)$$

แทนค่า  $\tau_w$  และ  $\frac{u}{U}$  แล้วทำการอินทิเกรตจะได้

$$0.0233 \left(\frac{\nu}{U\delta}\right)^{1/4} = \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 \eta^{1/7} (1 - \eta^{1/7}) d\eta = \frac{7}{72} \frac{d\delta}{dx}$$

จัดรูปสมการใหม่ได้

$$\delta^{1/4} d\delta = 0.240 \left(\frac{\nu}{U}\right)^{1/4} dx \quad \dots\dots\dots(4.33)$$

การอินทิเกรต จะได้

$$\frac{4}{5} \delta^{5/4} = 0.240 \left(\frac{\nu}{U}\right)^{1/4} x + c \quad \dots\dots\dots(4.34)$$

ที่  $x = 0$  ประมาณได้ว่า  $\delta = 0$  เพราะฉะนั้นจะได้  $c = 0$

$$\delta = 0.382 \left(\frac{\nu}{U}\right)^{1/5} x^{4/5} \quad \dots\dots\dots(4.35)$$

หรือ

$$\frac{\delta}{x} = 0.382 \left(\frac{\nu}{Ux}\right)^{1/5} = \frac{0.382}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \dots\dots\dots(4.36)$$

และจะได้

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} = 0.0466 \left(\frac{\nu}{U\delta}\right)^{1/4}$$

แทนค่า  $\delta$  จะได้

$$C_f = \frac{0.0594}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad \dots\dots\dots(4.37)$$

จากผลการทดลองพบว่าสมการที่ (4.37) จะให้ค่าใกล้เคียงเมื่อ  $5 \times 10^5 < \text{Re} < 10^7$

### 4.2.2 การไหลผ่านวัตถุจม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ส่วนบุคคลเท่านั้น ไม่สามารถใช้ในการค้า  
วัตถุที่จมอยู่ในของไหล จะมีแรงกระทำโดยของไหล 2 แรง คือแรงเฉือนและแรงดัน  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{F} = \int_{body\text{-}surface} d\vec{F} = \int_{body\text{-}surface} d\vec{F}_{shear} + \int_{body\text{-}surface} d\vec{F}_{pressure}$$

ผลลัพธ์ของแรง จะสามารถแบ่งเป็นแรงย่อยได้ 2 แรง คือ

1. แรงในแนวขนานกับทิศทางการเคลื่อนที่เรียกว่า แรงฉุด (Drag Force),  $F_D$
2. แรงในแนวตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ เรียกว่า แรงยก (Lift Force),  $F_L$

$$d\vec{F}_{shear} = \vec{\tau}_w dA$$

$$d\vec{F}_{pressure} = -pd\vec{A}$$

### 4.2.3 การไหลผ่านแผ่นระนาบที่วางขนานการไหล

เนื่องจาก Pressure Gradient เป็นศูนย์ เพราะฉะนั้น แรงฉุดที่เกิดขึ้นจะเท่ากับแรงเฉือน

$$F_D = \int_{plate\text{-}surface} \tau_w dA$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A} = \frac{\int_{ps} \tau_w dA}{\frac{1}{2} \rho V^2 A} \dots\dots\dots(4.38)$$

สำหรับการไหลแบบราบเรียบ ค่าสัมประสิทธิ์ความเค้นเฉือน

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U^2} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \dots\dots\dots(4.39)$$

และค่าสัมประสิทธิ์แรงฉุดของการไหลทั่วแผ่นระนาบขนาดยาว L กว้าง b ด้วยความเร็ว

V คือ

$$C_D = \frac{1}{A} \int_A 0.664 Re_x^{-0.5} dA = \frac{1}{bL} \int_0^L 0.664 \left(\frac{V}{v}\right)^{-0.5} x^{-0.5} b dx$$

$$= \frac{0.664}{L} \left(\frac{v}{V}\right)^{0.5} \left[ \frac{x^{0.5}}{0.5} \right]_0^L = 1.328 \left(\frac{v}{VL}\right)^{0.5}$$

$$C_D = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}} \dots\dots\dots(4.40)$$

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

$$C_f = \frac{0.0594}{Re_x^{1/5}} \dots\dots\dots(4.41)$$

และ  $C_D = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}}$       เมื่อ  $5 \times 10^5 < Re_L < 10^7$       ..... (4.42)

$$C_D = \frac{0.455}{(\log Re_L)^{2.58}}$$
      เมื่อ  $Re_L < 10^9$       .....(4.43)

สำหรับการไหลที่ในช่วงทางเข้าเป็นการไหลแบบราบเรียบแล้วต่อมาเริ่มเปลี่ยนเป็นการ

ไหลแบบปั่นป่วนจะใช้สูตรดังนี้

$$C_D = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1740}{Re_L} \quad \text{เมื่อ} \quad 5 \times 10^5 < Re_L < 10^7 \quad \dots\dots\dots(4.44)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ  $C_D = \frac{0.455}{(\log Re_L)^{2.58}} - \frac{1610}{Re_L}$  เมื่อ  $5 \times 10^5 < Re_L < 10^9$  .....(4.45)

4.2.4 การไหลผ่านแผ่นระนาบที่วางตั้งฉากกับทิศทางการไหล

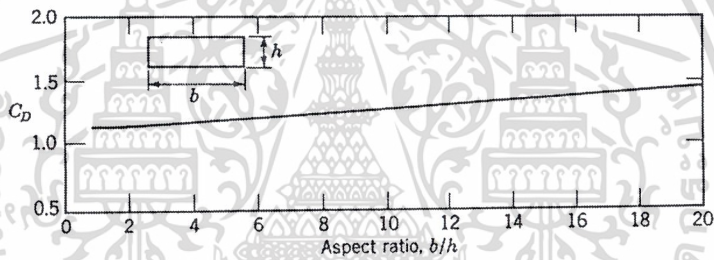
ค่าแรงเฉือนจะไม่นำมาคิด เพราะฉะนั้นจะได้

$$F_D = \int_{surface} PdA$$

การไหลผ่านแผ่นระนาบนี้จะเกิดการไหลแยกตัว (Separation) ขึ้น โดยเริ่มจากบริเวณขอบของระนาบและถึงแม้ความดันทางด้านหลังจะมีค่าคงที่ที่ไม่อาจหาได้โดยการคำนวณ จึงต้องอาศัยการทดลองเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์แรงกด

สำหรับระนาบสี่เหลี่ยมผืนผ้า ค่า  $C_D$  จะขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของรูปทรง  $b/h$  ดังรูปที่ 4.2

สำหรับวัตถุรูปทรงต่าง ๆ ที่มีขอบคม ค่า  $C_D$  จะไม่ขึ้นกับ  $Re$  เมื่อ  $Re > 1000$  ทั้งนี้เนื่องจากการไหลแยกตัวจะถูกบังคับให้อยู่ในตำแหน่งที่แน่นอนด้วยลักษณะรูปทรงของวัตถุ ค่า  $C_D$  ของวัตถุบางรูปทรงได้แสดงไว้ดังตาราง 4.3



รูปที่ 4.2 ค่า Drag coefficient ของระนาบสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ตาราง 4.3 ค่า Drag Coefficient สำหรับวัตถุรูปทรงอื่น ๆ

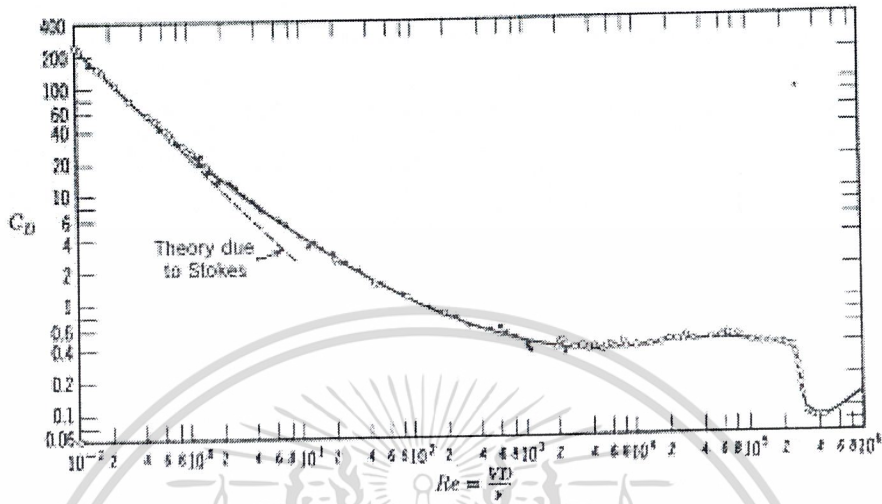
Object	Diagram	$C_D (Re \geq 10^3)$
Square prism		$b/h = \infty$ 2.05 $b/h = 1$ 1.05
Disk		1.17
Ring		1.20*
Hemisphere (open end facing flow)		1.42
Hemisphere (open end facing downstream)		0.38
C-section (open side facing flow)		2.30
C-section (open side facing downstream)		1.20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีลิขสิทธิ์และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
Data from [14].  
\* Based on ring area.

#### 4.2.5 การไหลผ่านทรงกลมและทรงกระบอก

สำหรับทรงกลมพื้นผิวเรียบ ค่า  $C_D$  จะขึ้นอยู่กับค่า Reynolds Number ดังกราฟแสดงดังรูป

ที่ 4.3



รูปที่ 4.3 Drag Coefficient ของทรงกลมที่ Reynolds Number ต่าง ๆ

#### 4.3 การหาค่าอินทิกรัล

ความหมายของคำว่าอินทิเกรต คือการนำส่วนย่อย ๆ มารวมกันขึ้นเป็นส่วนใหญ่ นั่นคือ ประกอบกันขึ้นเป็นส่วนรวมทั้งหมด ในทางคณิตศาสตร์ผลของค่าอินทิกรัลอันเกิดจากการอินทิเกรตซึ่งรวมตัวเข้าด้วยกันนั้น ปกติจะเขียนในรูปแบบของสมการดังนี้

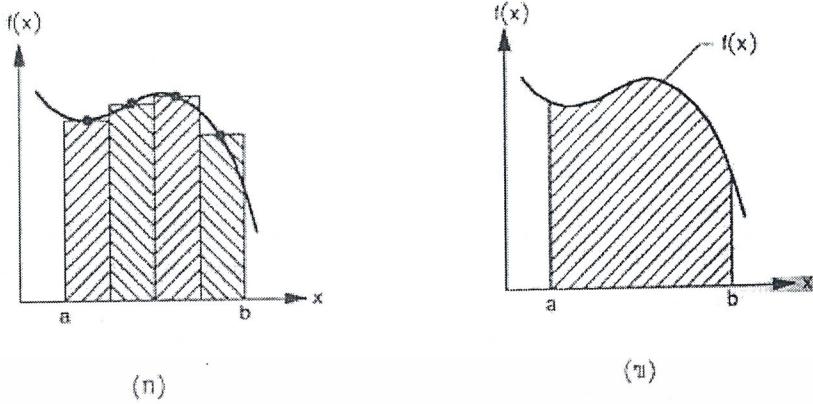
$$I = \int_a^b f(x) dx$$

ซึ่งมีความหมายว่าเราจะคูณฟังก์ชัน  $f$  ที่ตำแหน่ง  $x$  นั้นด้วยระยะ  $dx$  แล้วทำการรวม (Summation) ผลคูณที่ได้ในในช่วงจาก  $x = a$  จนถึง  $x = b$  อนึ่ง เครื่องหมายอินทิกรัล  $\int$  ได้ถูกประดิษฐ์ขึ้นมาให้มีลักษณะคล้ายตัว  $S$  เพื่อเป็นการบ่งบอกว่าเราจะทำการรวมส่วนย่อย ๆ ต่าง ๆ นี้เข้าด้วยกันนั้น

จากคำอธิบายดังกล่าวเราจะเห็นได้ว่า แท้ที่จริงแล้ว การอินทิเกรตก็เปรียบเสมือน การนำความสูงที่ตำแหน่ง  $x$  คูณด้วยระยะกว้าง  $dx$  ซึ่งจะก่อให้เกิดพื้นที่ที่มีลักษณะเรียวในแนวตั้งมารวมกันเข้า ดังเช่นแสดงในรูปที่ 4.4 (ก) และเมื่อค่า  $dx \rightarrow 0$  ดังนั้นผลที่ได้ก็คือพื้นที่ที่แท้จริงได้ฟังก์ชันนั้น แสดงในรูปที่ 4.4 (ข) จากความหมายของการอินทิเกรตนี้เอง เราจึงเห็นได้ว่าสามารถหาค่าอินทิกรัลโดยประมาณของฟังก์ชันใด ๆ ได้โดยการคำนวณหาพื้นที่ให้ฟังก์ชันนั้น และด้วยการใช้

เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพ เราสามารถสร้างวิธีการหลายรูปแบบที่จะช่วยทำให้เราสามารถหาค่าอินทิกรัลโดยประมาณของฟังก์ชันนั้นได้โดยมีความเที่ยงตรงสูง

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

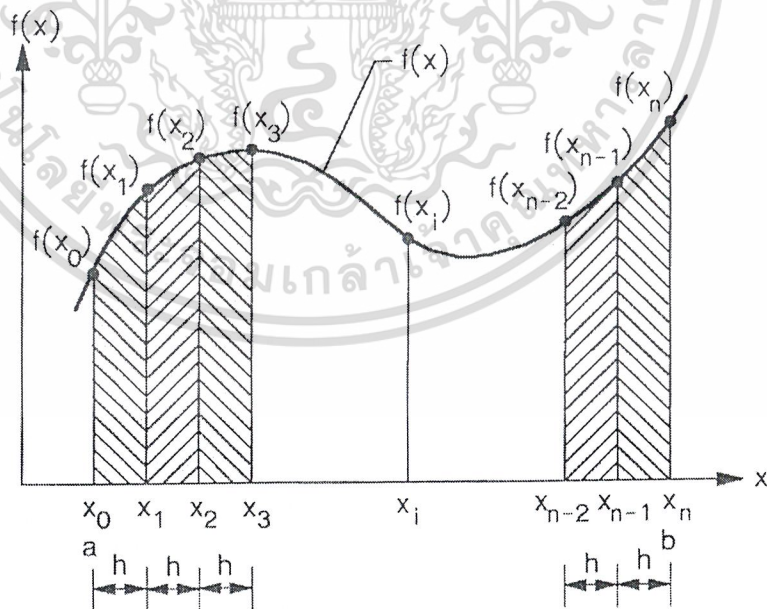


รูปที่ 4.4 ความหมายของการอินทิเกรต โดยการรวมพื้นที่ย่อยขึ้นเป็นพื้นที่รวมได้ฟังก์ชัน

ในการทดลองนี้ เลือกใช้วิธีการหาค่าอินทิกรัลโดยใช้ กฎสี่เหลี่ยมคางหมูหลายช่วง

#### 4.3.1 กฎสี่เหลี่ยมคางหมูหลายช่วง (Composite Trapezoidal Integration)

ในการหาค่าอินทิกรัล โดยใช้วิธีนี้จะแบ่งช่วงการอินทิเกรตจาก  $a$  ไปถึง  $b$  ออกเป็นช่วงย่อย ๆ แล้วสร้างพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูจากช่วงย่อย ๆ นี้ จากนั้นจึงรวมพื้นที่จากสี่เหลี่ยมย่อยนี้เข้าด้วยกัน ก่อให้เกิดเป็นค่าอินทิกรัลดังแสดงในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 การประมาณค่าอินทิกรัลโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.5 แสดงถึงการกระจายของฟังก์ชัน  $f(x)$  ใด ๆ ในช่วง  $a \leq x \leq b$  เราจะแบ่งช่วงจาก  $a$  ถึง  $b$  นี้ออกเป็น  $n$  ช่วง ดังนั้นความกว้าง  $h$  ของแต่ละช่วงคือ

$$h = \frac{b-a}{n} \quad \dots\dots\dots(4.46)$$

เราจะเริ่มจากสมการของการหาอินทิกรัลของฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่กำหนดให้ในช่วง  $a \leq x \leq b$  จากนั้นจึงแยกการหาค่าอินทิกรัลนี้ออกเป็น  $n$  ช่วง โดยเริ่มจากช่วง  $x_0 \leq x \leq x_1$ ,  $x_1 \leq x \leq x_2$  เรื่อยไปจนถึงช่วง  $x_{n-1} \leq x \leq x_n$  ดังนี้

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

$$I = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \quad \dots\dots\dots(4.47)$$

จากนั้นเราจึงประยุกต์ใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมูลงในแต่ละช่วงที่กว้าง  $h$  นี้ ก่อให้เกิด ผลลัพธ์ของค่าอินทิกรัลโดยประมาณจาก  $a$  ถึง  $b$  ดังนี้

$$I \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_1)] + \frac{h}{2} [f(x_1) + f(x_2)] + \dots + \frac{h}{2} [f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$I = \frac{h}{2} \left[ f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right] \quad \dots\dots\dots(4.48)$$

สมการ (4.48) ที่ใช้สำหรับคำนวณค่าอินทิกรัลโดยประมาณนี้สามารถประดิษฐ์ขึ้นมาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้โดยง่าย และได้ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงโดยเราเพียงเพิ่มจำนวนช่วง  $n$  ให้มากขึ้นในขณะใช้โปรแกรมนั้น

แต่ในการทดลองนี้ค่า  $h$  จะไม่เท่ากับ  $\frac{b-a}{n}$  เนื่องจากระยะห่างของตำแหน่งท่อดัดความดันไม่คงที่ จึงไม่สามารถใช้สมการ (4.48) ได้ จึงต้องใช้สมการ (4.47) แทน

#### 4.4 การศึกษาแบบจำลอง

การศึกษาแบบจำลองจะช่วยให้การตรวจสอบการออกแบบและงานวิจัยอื่น ๆ ทำให้คาดคะเนถึงสภาพจริงที่จะเกิดขึ้น แบบจำลองที่ศึกษาจะต้องมีความคล้ายคลึงกับแบบจริง แต่ในสนามการไหลทั่วไปมักมีแรงที่เกี่ยวข้องอยู่หลายชนิด การทำให้อัตราส่วนของแรงชนิดต่าง ๆ ที่กระทำต่อแบบจำลองและแบบจริงเท่ากันทุกชนิดที่ทุกจุดจึงเป็นไปได้ยาก นอกเสียจากแบบจำลองจะมีเท่ากับแบบจริง ดังนั้นการศึกษาแบบจำลองจึงต้องทราบว่า แรงชนิดใดมีผลเป็นนัยสำคัญต่อการไหลในปัญหา และความคล้ายคลึงเชิงพลวัตที่ต้องการจะต้องใช้แบบจำลองขนาดใด

อัตราส่วนของแรงชนิดต่าง ๆ คือ Re, Eu, Fr, We และ M ที่มีผลเป็นนัยสำคัญต่อปัญหาต่าง ๆ มีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. การทดสอบในอุโมงค์ลมหรืออุโมงค์น้ำ Re จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญในกรณีที่ใช้อุโมงค์ลมที่ความเร็วสูง ๆ การยุบตัวจะมีผลต่อปัญหา ดังนั้นอาจจะต้องพิจารณาถึง M ร่วมด้วย
2. การไหลในท่อ Re จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญ
3. โครงสร้างทางชลศาสตร์ เช่น ฝาย (Weir) ทางน้ำล้น (Spillways) Fr จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญ
4. แรงต้านทานของเรือ ในส่วนของเรือที่จมอยู่ในน้ำ Re จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญ ในส่วนของเรือบริเวณผิวน้ำ Fr จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญ
5. เครื่องกลของไหล Re จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญ ในกรณีเครื่องอัดไหลตามแกนและเครื่องกังหันก๊าซ M จะเป็นอัตราส่วนของแรงที่เป็นนัยสำคัญร่วมด้วย

#### 4.4.1 การคำนวณหาขนาดแบบจำลอง

จากแบบจะได้ออกแบบจรวดไฟฟ้า (Prototype) ซึ่งมีความกว้าง 3,120 มิลลิเมตร ความสูง 2,600 มิลลิเมตร (ไม่รวมความสูงของช่วงล่อ) และความยาว 23,550 มิลลิเมตร คิดเป็นอัตราส่วน 1.2:1:9.04 ความเร็วสูงสุด 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และความเร็วเฉลี่ย 35 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และจาก Specification ของอุโมงค์ลมจะได้อ้อ อุโมงค์ลมมีขนาด 300 x 300 มิลลิเมตร ความเร็วสูงสุดของลมในอุโมงค์ลมเท่ากับ 40.3 เมตรต่อวินาที ในการคำนวณหาขนาดของ Model นั้นต้องอาศัยหลัก Dimensional Analysis โดยการไหลของอากาศที่ไหลผ่าน Model จะต้องมิตักษณะเหมือนกับการไหลของอากาศที่ผ่าน Prototype นั่นคือ  $Re_{Model}$  จะต้องมิต่าเท่ากับ  $Re_{Prototype}$

$$Re_{Model} = Re_{Prototype}$$

$$\frac{V_M D_M}{\nu_M} = \frac{V_P D_P}{\nu_P}$$

เนื่องจากของไหลที่ใช้ในการทดลองเป็นอากาศ ซึ่งเหมือนกับของไหลที่ผ่าน Prototype ทำให้  $\nu_M = \nu_P$  จะได้

$$V_M L_M = V_P L_P$$

$$V_{P,Max} = 80 \text{ km/h} = 22.2 \text{ m/s}$$

$$V_{P,Ave} = 35 \text{ km/h} = 9.72 \text{ m/s}$$

1. ลองเลือกค่า  $V_{P,Max} = 22.2 \text{ m/s}$   
 ลองเลือกค่า  $V_M = 40.3 \text{ m/s}$   
 ลองเลือกค่า  $L_P = 2,600 \text{ mm}$ .

แทนค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 (40.3)(L<sub>M</sub>) = (22.2)(2,600)

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L_M = 1,432.26 \quad \text{mm.}$$

จะได้มิติของแบบจำลองเท่ากับ 1718.4 mm. x 1,432 mm. x 12,947 mm. ซึ่งจะมีขนาดใหญ่กว่าอุโมงค์ลมมาก

2. ลองเลือกค่า  $V_{p,Ave} = 9.72 \quad \text{m/s}$

$$(40.3)(L_M) = (9.72)(2,600)$$

$$L_M = 627.1 \quad \text{mm.}$$

ซึ่งก็ยังมีขนาดใหญ่เกินไป

จากการคำนวณ โดยการกำหนดความเร็วของรถไฟจะพบว่าแบบจำลองจะมีขนาดใหญ่มาก ซึ่งจะทำให้ต้องใช้อุโมงค์ลมที่มีขนาดใหญ่มากขึ้นตามไปด้วย

เนื่องจาก Project นี้เป็นเพียงการแสดงให้เห็นถึงแนวทางในการทดลอง ไม่ใช่การทดลองเพื่อนำไปออกแบบจริง จึงสามารถแก้ปัญหาโดยการกำหนดขนาดของแบบจำลองและความเร็วของอากาศที่ไหลผ่านแบบจำลอง

กำหนดให้  $V_M = 38 \quad \text{m/s}$

$$L_M = 70 \quad \text{mm.}$$

จะได้

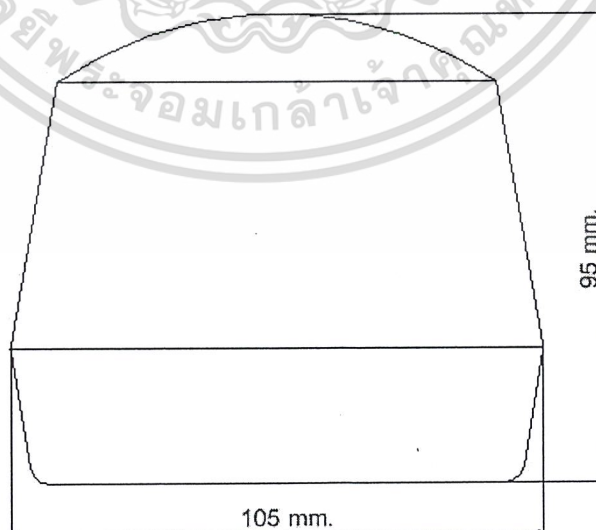
$$(38)(70) = (V_p)(2,600)$$

$$V_p = 1.023 \quad \text{m/s}$$

จะได้ความเร็วลมไหลผ่าน Prototype = 3.68 km/h

จะได้ขนาดที่นำไปสร้าง 84 mm. x 70 mm. x 500 mm.

แต่เพื่อความเหมาะสมเราจะกำหนดขนาดของรถไฟคือ 105 mm. x 90 mm. x 450 mm.



รูปที่ 4.6 ขนาดของแบบจำลองรถไฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### การดำเนินงานทดลอง

#### 5.1 ขั้นตอนการเตรียมการและการทดสอบ

- 5.1.1 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับขนาดของแบบรถไฟฟ้าจริง
- 5.1.2 ทำการคำนวณหาขนาดของแบบจำลองและทำการออกแบบ
- 5.1.3 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการใช้อุโมงค์ลม
- 5.1.4 สร้างแบบจำลองตามขนาดที่ได้คำนวณไว้
- 5.1.5 ติดตั้งท่อวัดความดัน
- 5.1.6 ทำการวัดความดันที่กระทำที่ผิวของแบบจำลอง
- 5.1.7 นำค่าความดันที่วัดได้จากข้อ 1.6 มาเขียนการกระจายความดัน
- 5.1.8 ทำการวัดค่าแรงกด
- 5.1.9 นำค่าความดันที่วัดได้จากข้อ 1.6 มาคำนวณหาค่าแรงกดเนื่องจากความดัน (Pressure Drag)
- 5.1.10 ทำการคำนวณหาค่าแรงกดที่เกิดจากแรงเสียดทาง (Friction Drag)
- 5.1.11 นำค่าแรงกดจากข้อ 1.10 มาคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แรงกด ( $C_D$ ) และทำการสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แรงกดและค่า Reynolds Number
- 5.1.12 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการใช้ Smoke Generator
- 5.1.13 ทำการศึกษาทิศทางของเส้นสายธาร

#### 5.2 ลักษณะของลมที่ใช้ในการทดสอบ

ในการทดลองนี้จะทำการเปลี่ยนแปลงความเร็วของลมในอุโมงค์ลมไปเรื่อย ๆ ในช่วง 18 m/s – 37 m/s และการไหลของลมเป็นแบบ Uniform Flow

#### 5.3 แบบจำลอง

รายละเอียดและข้อจำกัดในการสร้างแบบจำลอง

แสดงขนาดของแบบจำลองรถไฟฟ้า โดยจำลองให้ง่ายขึ้น เพื่อได้เค้าโครงภายนอกเท่านั้น ขนาดต่าง ๆ กำหนดไว้ในรูป 4.6 ในการทำแบบจำลองมีการตัดแปลงสภาพจริงเล็กน้อยซึ่งมีผลต่อการทดสอบน้อยมาก ดังนี้

1. ช่วงล่างของรถไฟฟ้าไม่ได้ถูกจำลองในแบบจำลอง

2. รายละเอียดเล็กน้อยต่าง ๆ เช่น หน้าต่าง ประตูของรถไฟฟ้าไม่ได้ถูกจำลองมาในแบบจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองที่ใช้ในการทดลองนี้ทำด้วยไม้ทั้งหมด ส่วนที่วัดความดันจำเป็นต้องนำวัสดุอื่นมาดัดแปลง

#### 5.4 การติดตั้งจุดวัดความดัน

5.4.1 การเลือกรูปแบบการติดตั้งจุดวัดความดัน ในการทดลองนี้เลือกรูปแบบการติดตั้งจุดวัดความดันเป็นแถวเดียว โดยมีเหตุผลดังนี้

5.4.1.1.1 การทดลองนี้ทำเพื่อการศึกษา การไหลของอากาศเท่านั้น จึงไม่จำเป็นต้องทำการทดลองโดยละเอียดมากนัก

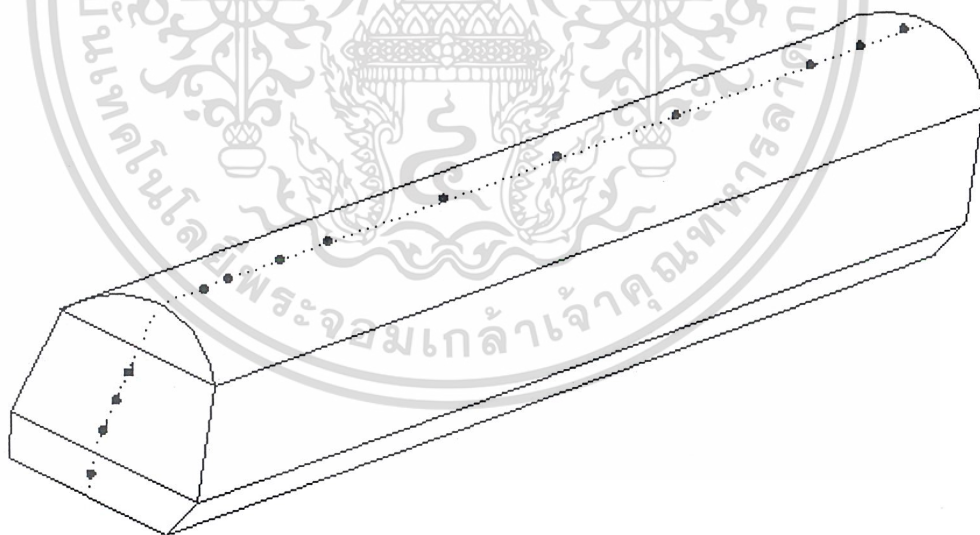
5.4.1.1.2 สะดวกในการคำนวณ

5.4.1.1.3 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองมีศักยภาพไม่เพียงพอ

5.4.2 การเลือกจำนวนจุดวัดความดันบนบนหลังคาและตำแหน่งการติดตั้ง

พิจารณาจากรูปร่างของแบบจำลอง โดยส่วนใดที่มีการเปลี่ยนแปลงของรูปทรงมาก ซึ่งคาดว่าจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความดันที่กระทำที่ผิวของแบบจำลองมาก บริเวณนั้นจะทำการติดตั้งจุดวัดความดันดี่มาก

ในการทดลองนี้ทำการติดตั้งจุดวัดความดันทั้งหมด 14 จุด โดยตำแหน่งของจุดวัดความดันจะเป็นดังรูปที่ 5.1

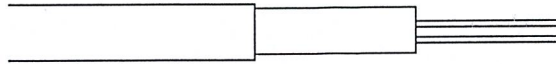


รูปที่ 5.1 จุดต่าง ๆ ที่ติดตั้งที่วัดความดัน

5.4.3 การติดจุดวัดความดันบนบนผิวของแบบจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาวิจัยเท่านั้น ไม่สามารถหาที่วัดความดันที่ใช้ในงานจริงได้จึงจำเป็นต้องการคำนวณที่แม่นยำ ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลือกวัสดุที่มีลักษณะใกล้เคียงนำมาดัดแปลงให้เหมาะสมสำหรับการทดลอง โดยในที่นี้จะใช้ สาย Coaxial ซึ่งมีขนาดใกล้เคียงกับท่อวัดความดันจริง ๆ ซึ่งการติดตั้งจะเป็นดังรูป 5.2



รูปที่ 5.2 ท่อวัดความดันที่ใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 6

# ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผล

### 6.1 ผลการทดลอง

ผลที่ได้จากการทดลองจะแสดงค่าในตารางที่ 6.1 – 6.4

### 6.2 ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาค่า แรงจุดเนื่องจากแรงดัน ( $F_p$ )

1. หาค่า  $P - P_\infty$  ของจุด 1-4 แล้วทำการแตกความดันนั้นเข้าสู่ทิศทางกรไหล
2. สร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและตำแหน่งในแนวตั้งของจุดวัดความดัน
3. ทำการหาพื้นที่ใต้กราฟ เนื่องจากตัว Model ไม่สามารถที่จะติดตั้งท่อที่ขอบบนและขอบล่างได้ ทำให้ไม่สามารถที่จะใช้การอินทิเกรตโดยวิธี Numerical เพื่อหาพื้นที่ใต้กราฟได้ ดังนั้นจึงได้ทำการประยุกต์วิธีการคำนวณ โดยจะทำการสมมุติว่า ในพื้นที่หนึ่งๆ ค่าความดันจะมีค่าเท่ากันทุกๆจุด
4. นำค่าพื้นที่ใต้กราฟที่ได้ ซึ่งก็คือค่า  $F_p$  ต่อหน่วยความกว้าง ไปคูณกับความกว้างเฉลี่ย ก็จะได้ค่า  $F_p$  ที่ความเร็วนั้นๆ

#### 6.2.1 ตัวอย่างการคำนวณหาค่า $F_p$ ที่ความเร็ว 37 m/s

จุดที่ 1  $P_1 - P_\infty = 49.05 - 843.66 = -794.61$

$$(P_1 - P_\infty) \cos \phi = -794.61 \cos 18.43 = -753.85$$

จุดที่ 2  $P_2 - P_\infty = 29.43 - 843.66 = -841.23$

$$(P_2 - P_\infty) \cos \theta = -841.23 \cos 23.27 = -772.8$$

จุดที่ 3  $P_3 - P_\infty = 68.67 - 843.66 = -774.99$

$$(P_3 - P_\infty) \cos \theta = -774.99 \cos 23.27 = -711.95$$

จุดที่ 4  $P_4 - P_\infty = 29.43 - 843.66 = -841.23$

$$(P_4 - P_\infty) \cos \theta = -841.23 \cos 23.27 = -772.8$$

นำค่าที่ได้มาสร้างกราฟดังรูปที่ 6.1

$$\text{พื้นที่ที่ 1} = 2.4442 \times 753.85 = 18.4256$$

$$\text{พื้นที่ที่ 2} = (4.439 - 2.4442) \times 772.8 = 15.416$$

$$\text{พื้นที่ที่ 3} = (5.8167 - 4.439) \times 711.95 = 9.81$$

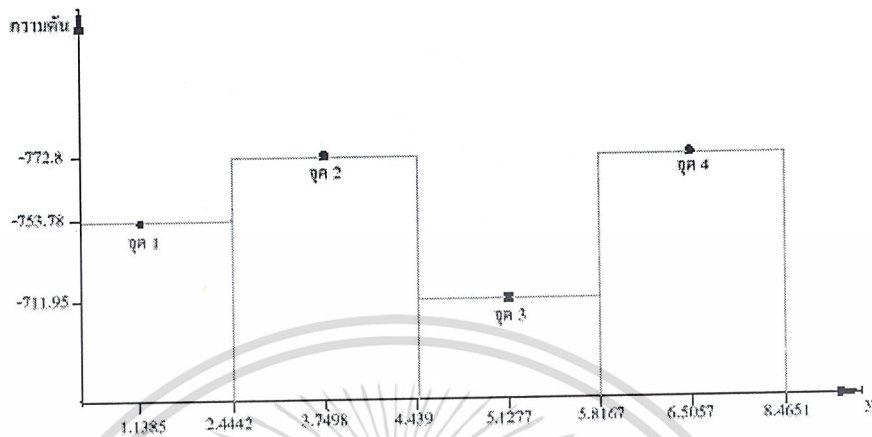
$$\text{พื้นที่ที่ 4} = (8.4651 - 5.8167) \times 772.8 = 20.467$$

$$\text{พื้นที่รวม} = 18.4256 + 15.416 + 9.81 + 20.467 = 64.118$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่าในรูปแบบใดก็ตาม ย้ำเตือนให้ผู้ใช้ต้องขออนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่าที่ได้ไปคูณกับความกว้างเฉลี่ยของ Model ซึ่งเท่ากับ 9.5 cm.

$$F_p = 64.1186 \times [9.5/100] = 6.09 \text{ N.}$$



รูปที่ 6.1 แสดงค่าความดันที่คำนวณได้ ณ จุดต่างๆ บนตัวรถไฟฟ้า

สำหรับการคำนวณที่ความเร็วอื่นๆ ก็จะมีวิธีการเดียวกัน ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้ก็จะอยู่ในตารางแสดงผลการทดลอง

### 6.3 ขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาค่าแรงจุดเนื่องจากแรงเฉือน ( $F_s$ )

การคำนวณในส่วนนี้ จะทำการประมาณค่าหาแรงจุดรวมเท่านั้น เนื่องจากในความเป็นจริง การหาค่าแรงจุดเนื่องจากแรงเฉือนนั้นเป็นไปได้ยาก จำเป็นที่จะต้องมีการทดลองที่ได้ศึกษามาแล้วเพื่อใช้ในการอ้างอิง แต่เนื่องจากการศึกษาครั้งนี้นั้นไม่สามารถที่จะหาผลการทดลองใดๆ มาอ้างอิงได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำการสมมุติว่า การไหลผ่าน Model นั้นเป็นการไหลผ่านแผ่นระนาบ ซึ่งขั้นตอนการคำนวณก็จะมีดังนี้

1. ทำการหาค่า  $Re_L$  จากสูตร  $Re_L = VL/V$  ซึ่ง

$$\text{ในการทดลองนี้ค่า } V = 1.45 \times 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$L = 0.46 \text{ m.}$$

2. ทำการเปรียบเทียบค่า  $Re_L$  กับทฤษฎีการไหลท่อมแผ่นระนาบ เพื่อหาสูตรที่จะใช้ในการคำนวณหาค่า  $C_D$
3. คำนวณหาค่า  $C_D$  จากสูตรที่ได้จากข้อ 2
4. คำนวณค่า  $F_s$  ซึ่งจากทฤษฎีที่กล่าวมาแล้วจะได้ว่า  $F_s = F_D = C_D [\rho V^2 A/2]$  โดยที่  $A$  คือพื้นที่ผิวของหลังคา, พื้นรถ และ ด้านข้างของ Model รวมกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ในการทดลองนี้ค่า  $A = 0.15916 \text{ m}^2$  ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$$

6.3.1 ตัวอย่างการคำนวณหาค่า  $F_r$  ที่ความเร็ว 37 m/s

$$Re_L = VL/V = (37 \times 0.46)/(1.45 \times 10^{-5}) = 1.174 \times 10^6$$

จะได้สูตรที่จะใช้ในการคำนวณหาค่า  $C_D$  คือ

$$C_D = [0.074/Re_L^{0.2}] - [1740/Re_L]$$

แทนค่า  $Re_L$  จะได้ค่า

$$C_D = 3.04 \times 10^{-3}$$

$$\text{จาก } F_r = F_D = C_D [\rho V^2 A/2]$$

แทนค่าต่างๆลงไปจะได้

$$F_r = 0.41 \text{ N.}$$

ตาราง 6.1 แสดงค่าต่างๆ ที่วัดได้จากการทดลอง

Velocity (m/s)	Total Drag (N)	Pressure Drag (N)	Friction Drag (N)
37	8.01	6.09	0.41
36	7.82	5.81	0.38
35	7.45	5.37	0.36
34	6.93	5.01	0.34
33	6.75	4.80	0.32
32	6.47	4.52	0.29
31	6.17	4.18	0.27
30	5.84	3.87	0.25
29	5.64	3.65	0.24
28	4.93	3.19	0.22
27	4.75	3.07	0.20
26	4.51	2.62	0.18
25	4.06	2.53	0.16
24	3.76	2.44	0.15
23	3.62	2.18	0.13
22	3.26	1.93	0.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษานั่นเอง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 6.1 (ต่อ) แสดงค่าต่าง ๆ ที่วัดได้จากการทดลอง

Velocity (m/s)	Total Drag (N)	Pressure Drag (N)	Friction Drag (N)
21	2.93	1.69	0.11
20	2.86	1.58	0.09
19	2.65	1.40	0.08
18	2.43	1.21	0.07

#### 6.4 การวิเคราะห์ผลการทดลอง

1. ในส่วนของการคำนวณหาค่าแรงสุทธิรวมสังเกตได้ว่าที่ทุกค่าความเร็วค่าความคลาดเคลื่อน จะมีประมาณ 1-2 N. ซึ่งถือว่าค่อนข้างคงที่ และมีผลแสดงในตารางที่ 6.2

ตาราง 6.2 แสดงค่าต่าง ๆ ที่วัดได้จากการทดลองพร้อมทั้งค่าความคลาดเคลื่อน

Velocity (m/s)	Total Drag (N)	Pressure Drag (N)	Friction Drag (N)	Discrepancy (%)
37	8.01	6.09	0.41	18.85
36	7.82	5.81	0.38	20.84
35	7.45	5.37	0.36	23.09
34	6.93	5.01	0.34	22.79
33	6.75	4.80	0.32	24.14
32	6.47	4.52	0.29	25.65
31	6.17	4.18	0.27	27.87
30	5.84	3.87	0.25	29.45
29	5.64	3.65	0.24	31.02
28	4.93	3.19	0.22	30.83
27	4.75	3.07	0.20	31.15
26	4.51	2.62	0.18	37.91
25	4.06	2.53	0.16	33.74
24	3.76	2.44	0.15	31.11
23	3.62	2.18	0.13	36.18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้งานเพื่อการวิจัยเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 6.2 (ต่อ) แสดงค่าต่าง ๆ ที่วัดได้จากการทดลองพร้อมทั้งค่าความคลาดเคลื่อน

Velocity (m/s)	Total Drag (N)	Pressure Drag (N)	Friction Drag (N)	Discrepancy (%)
22	3.26	1.93	0.12	37.11
21	2.93	1.69	0.11	38.56
20	2.86	1.58	0.09	41.60
19	2.65	1.40	0.08	44.15
18	2.43	1.21	0.07	47.32

อีกจุดหนึ่งซึ่งสังเกตได้ก็คือเมื่อค่าความเร็วลดลงค่าความคลาดเคลื่อนก็จะลดลงด้วย ซึ่งจากการสังเกตเห็นสองสิ่งนี้ทำให้พอที่จะวิเคราะห์ได้ว่าค่าความคลาดเคลื่อนนี้น่าจะเกิดจากการที่ไม่สามารถที่จะวัดความดันในบางจุดได้อย่างละเอียดหรืออาจจะมาจากสาเหตุต่างๆดังนี้

1. ค่าความสูงของน้ำในการวัดเบื้องต้นมีค่าไม่ละเอียดเพียงพอ
2. ในส่วนของการคำนวณไม่สามารถที่จะหาสูตรการคำนวณที่เหมาะสมสำหรับรูปทรงของ model นี้ได้ จึงจำเป็นต้องทำการปรับปรุงขั้นตอนการคำนวณขึ้นมาใหม่
2. ในส่วนของการวิเคราะห์การกระจายความดันนั้นจะเปรียบเทียบการกระจายความดันกับลักษณะของ Pressure Gradients ( $dp/dx$ ) ของการไหลผ่านแผ่นระนาบ ซึ่งแบ่งได้เป็น 3 ช่วง คือ
  - ช่วงที่ 1  $dp/dx < 0$  คือค่าความดันจะลดลงในขณะที่ระยะเพิ่มขึ้น
  - ช่วงที่ 2  $dp/dx = 0$  คือค่าความดันจะคงที่
  - ช่วงที่ 3  $dp/dx > 0$  คือค่าความดันจะเพิ่มขึ้นในขณะที่ระยะเพิ่มขึ้น และเส้นสายธารการไหลซึ่งมีพลังงานต่ำจะแยกตัวที่จุด Separation Point เนื่องจากแรงของการไหลวกกลับ (back flow) รูปการกระจายความดันจะสร้างกราฟได้จากค่า  $C_p$  ของแบบจำลอง ซึ่งค่า  $C_p$  จะแสดงการเปรียบเทียบให้เห็นว่าค่าความดันที่จุดใด ๆ บนผิวของ model มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า ความดันของอากาศในบริเวณที่ทำการทดสอบ (work section)

จากผลการทดลองจะเห็นว่า ค่า  $C_p$  ของจุดที่ 1 - 4 มีค่าเป็นลบ นั่นคือความดันบนผิวของ model ที่จุด 1-4 มีค่าน้อยกว่าความดันของอากาศในบริเวณที่ทดสอบ

สำหรับค่า  $C_p$  ของจุด 5 - 14 ซึ่งเป็นการกระจายความดันที่ผิวด้านบนของ model มีค่าเป็นบวก นั่นคือค่าความดันบนผิวของ model มีค่ามากกว่าความดันของอากาศในบริเวณทดสอบ และจะมีลักษณะสอดคล้องกับลักษณะของ Pressure Gradients ของการไหลผ่านแผ่นระนาบ คือ ที่จุด 4

เอกสารนี้ 9 จะพบว่าถ้าการกระจายความดันมีลักษณะคล้ายกับ Pressure Gradients ในช่วงที่ 1 ( $dp/dx < 0$ ) คือ ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าจะลดลงเมื่อระยะทางเพิ่มขึ้น ที่จุด 9-12 การกระจายความดันมีลักษณะคล้ายกับ pressure gradients ในช่วงที่ 2 คือ ค่าความดันจะค่อนข้างคงที่ ( $dp/dx = 0$ ) และจุดที่ 12 – 14 การกระจายความดันจะมีลักษณะคล้ายกับ pressure gradients ในช่วงที่ 3 คือค่าจะเพิ่มขึ้นเมื่อระยะทางเพิ่มขึ้น ( $dp/dx > 0$ )

3. ในส่วนของกราฟ  $C_D$  นั้นจะเป็นค่าที่ใกล้เคียงค่าจริงมากที่สุด เนื่องจากการวัดค่าโดยเครื่องมือที่มีอยู่โดยเฉพาะ แต่เนื่องจากขีดความสามารถของอุโมงค์ลมมีจำกัด ทำให้การวัดค่านั้นทำได้เพียงช่วงแคบๆ ซึ่งจากผลการทดลองในช่วงที่ทำการศึกษานั้นจะสังเกตได้ว่าค่า  $C_D$  มีแนวโน้มที่จะลดลงเมื่อค่า  $Re$  มีค่าเพิ่มขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 6.3 ค่าความดันบนผิวของแบบจำลองที่วัดได้จากการทดลอง

Velocity (m/s)	Velocity head(วัด) (cm.)	Velocity head(จริง) (cm.)	Pressure(cm.)														
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$P_{\infty}$
37	8.6	8.6	0.5	0.3	0.7	0.3	18.1	16.1	13.7	11.1	9.9	10.1	10.3	11.1	10.9	11.1	8.6
36	8.12	8.2	0.6	0.3	0.7	0.3	16.3	15.5	13.9	11.3	9.4	9.7	9.8	10.6	10.5	10.7	8.4
35	7.68	7.6	0.5	0.4	0.8	0.3	14.7	14.3	13.3	10.7	8.8	9.1	9.3	9.9	9.7	10.1	7.8
34	7.25	7.2	0.6	0.3	0.7	0.3	13.3	13.3	12.3	9.9	8.1	8.3	8.5	9.2	9.1	9.3	7.3
33	6.83	6.8	0.5	0.3	0.8	0.3	13.7	12.9	11.5	9.0	7.9	8.1	8.1	8.8	8.7	8.9	7.0
32	6.42	6.4	0.5	0.3	0.7	0.3	13.5	12.7	10.5	8.5	7.6	7.7	7.9	8.5	8.4	8.7	6.6
31	6.02	6.0	0.5	0.3	0.7	0.2	12.4	11.7	10.3	8.3	6.9	7.2	7.3	8.0	7.9	8.1	6.1
30	5.64	5.6	0.5	0.3	0.6	0.3	11.7	10.9	9.6	7.7	6.6	6.7	6.9	7.5	7.4	7.5	5.7
29	5.3	5.4	0.5	0.3	0.6	0.3	10.8	10.5	8.9	7.0	6.3	6.4	6.6	7.1	7.1	7.2	5.4
28	4.9	4.8	0.5	0.4	0.7	0.6	9.7	8.7	7.3	6.7	5.5	5.7	5.7	6.2	6.1	6.3	4.9
27	4.57	4.6	0.4	0.3	0.6	0.4	8.2	8.4	8.3	6.7	5.4	5.5	5.6	6.0	5.9	6.1	4.6
26	4.24	4.2	0.5	0.4	0.5	0.3	7.8	7.9	7.5	5.9	5.1	5.2	5.3	5.6	5.5	5.7	4.0
25	3.92	3.9	0.6	0.3	0.6	0.3	7.7	7.6	6.8	5.5	4.6	4.7	4.8	5.1	5.1	5.3	3.9
24	3.61	3.6	0.4	0.3	0.5	0.3	6.8	6.8	6.6	5.2	4.2	4.3	4.5	4.7	4.7	4.9	3.7
23	3.32	3.3	0.4	0.2	0.4	0.3	6.1	6.2	6.1	4.9	3.9	4.0	4.1	4.3	4.3	4.4	3.3
22	3.03	3.0	0.4	0.3	0.5	0.3	6.4	6.5	6.6	4.6	3.6	3.7	3.8	4.0	4.0	4.1	3.0
21	2.76	2.7	0.5	0.3	0.5	0.3	4.9	4.9	5	4.2	3.3	3.4	3.4	3.6	3.6	3.7	2.7
20	2.51	2.5	0.4	0.3	0.4	0.3	4.5	4.5	4.7	4.0	3.1	3.1	3.2	3.3	3.3	3.4	2.5
19	2.26	2.3	0.4	0.4	0.5	0.3	4.1	4.1	4.2	3.6	2.8	2.8	2.9	3.0	3.0	3.1	2.4
18	2.03	2.0	0.4	0.3	0.4	0.6	3.7	3.7	3.8	3.3	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7	2.8	2.0

ตาราง 6.4 ค่าความดันบนผิวของแบบจำลองที่วัดได้จากการทดลอง

Velocity (m/s)	Velocity head (cm.)	Pressure(Pa)														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$P_{\infty}$
37	8.6	49.05	29.43	68.67	29.43	1775.61	1579.41	1343.97	1088.91	971.19	990.81	1010.43	1088.91	1069.29	1088.91	843.66
36	8.2	58.86	29.43	68.67	29.43	1599.03	1520.55	1363.59	1108.53	922.14	951.57	961.38	1039.86	1030.05	1049.67	824.04
35	7.6	49.05	39.24	78.48	29.43	1442.07	1402.83	1304.73	1049.67	863.28	892.71	912.33	971.19	951.57	990.81	765.18
34	7.2	58.86	22.43	68.67	29.43	1304.73	1304.73	1206.63	971.19	794.61	814.23	833.85	902.52	892.71	912.33	716.13
33	6.8	49.05	29.43	78.48	29.43	1343.97	1265.49	1128.15	882.90	774.99	794.61	794.61	863.28	853.47	873.09	686.70
32	6.4	49.05	29.43	68.67	29.43	1324.35	1245.87	1030.05	833.85	745.56	755.37	774.99	833.85	824.04	853.47	647.46
31	6.0	49.05	29.43	68.67	19.62	1216.44	1147.77	1010.43	814.23	676.89	706.32	716.13	784.80	774.99	794.61	598.41
30	5.6	49.05	29.43	58.86	29.43	1147.77	1069.29	941.76	755.37	647.46	657.27	676.89	735.75	725.94	735.75	559.17
29	5.4	49.05	29.43	58.86	29.43	1059.48	1030.05	873.09	686.70	618.03	627.84	647.46	696.51	696.51	706.32	529.74
28	4.8	49.05	39.24	68.67	58.86	951.57	853.47	716.13	657.27	539.55	559.17	559.17	608.22	598.41	618.03	480.69
27	4.6	39.24	29.43	58.86	39.24	804.42	824.04	814.23	657.27	529.74	539.55	549.36	588.60	578.79	598.41	451.26
26	4.2	49.05	39.24	49.05	29.43	765.18	774.99	735.75	578.79	500.31	510.12	519.93	549.36	539.55	559.17	392.40
25	3.9	58.86	29.43	58.56	29.43	755.37	745.56	667.08	539.55	451.26	461.07	470.88	500.31	500.31	519.93	382.59
24	3.6	39.24	29.43	49.05	29.43	667.08	667.08	647.46	510.12	412.02	421.83	441.45	461.07	461.07	480.69	362.97
23	3.3	39.24	19.62	39.24	29.43	598.41	608.22	598.41	480.69	382.59	392.40	402.21	421.83	421.83	431.64	323.73
22	3.0	39.24	29.43	49.05	29.43	627.84	637.65	647.46	451.26	353.16	362.97	372.78	392.40	392.40	402.21	294.30
21	2.7	49.05	29.43	49.05	29.43	480.69	480.69	490.50	412.02	323.73	333.54	333.54	353.16	353.16	362.97	264.87
20	2.5	39.24	29.43	39.24	29.43	441.45	441.45	461.07	392.40	304.11	304.11	313.92	323.73	323.73	333.54	245.25
19	2.3	39.24	29.43	49.05	29.43	402.21	402.21	412.02	353.16	274.68	274.68	284.49	294.30	294.30	304.11	225.63
18	2.0	39.24	29.43	39.24	29.43	362.97	362.97	372.78	323.73	245.25	255.06	255.06	264.87	264.87	274.68	196.20

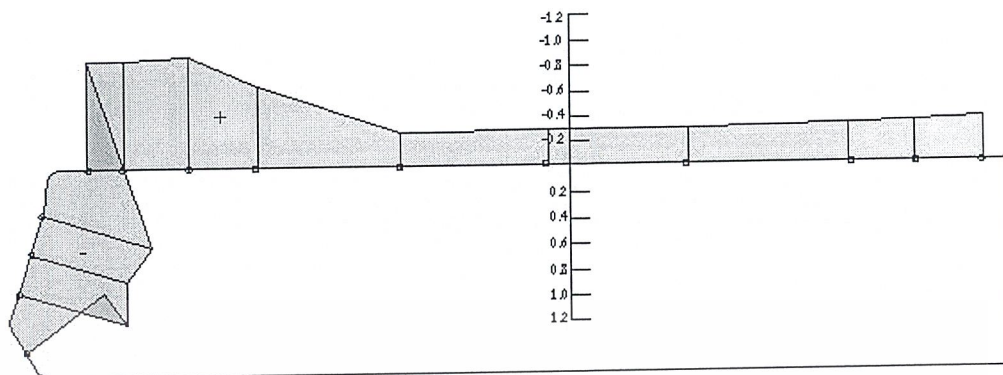
ตาราง 6.5 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความดัน

velocity (m/s)	$C_p$													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
37	-0.9438	-0.9671	-0.9205	-0.9671	1.1069	0.8739	0.5942	0.2913	0.1515	0.1478	0.1981	0.2913	0.2680	0.2913
36	-0.9637	-1.0007	-0.9513	-1.0007	0.9760	0.8772	0.6795	0.3569	0.1231	0.1600	0.1723	0.2708	0.2585	0.2831
35	-0.9026	-0.9150	-0.8655	-0.9274	0.8532	0.8451	0.6801	0.3776	0.1302	0.1693	0.1953	0.2734	0.2474	0.2995
34	-0.9245	-0.9758	-0.9107	-0.9659	0.8279	0.8279	0.6899	0.3588	0.1104	0.1380	0.1656	0.2622	0.2484	0.2760
33	-0.9521	-0.9814	-0.9082	-0.9814	0.9814	0.8642	0.6591	0.2930	0.1318	0.1611	0.1611	0.2637	0.2490	0.2783
32	-0.9502	-0.9814	-0.9191	-0.9814	1.0748	0.9502	0.6075	0.2960	0.1558	0.1714	0.2025	0.2960	0.2804	0.3721
31	-0.9295	-0.9627	-0.8963	-0.9793	1.0457	0.9295	0.6971	0.3652	0.1328	0.1826	0.1992	0.3154	0.2988	0.3320
30	-0.9216	-0.9571	-0.9039	-0.9571	1.0634	0.9216	0.6912	0.3545	0.1595	0.1772	0.2127	0.3190	0.3013	0.3190
29	-0.9294	-0.9673	-0.9104	-0.9673	1.0242	0.9673	0.6638	0.3035	0.1707	0.1897	0.2276	0.3224	0.3224	0.3414
28	-0.8952	-0.9156	-0.8545	-0.8749	0.9766	0.7731	0.4883	0.3662	0.1221	0.1628	0.1628	0.2645	0.2442	0.2848
27	-0.9190	-0.9409	-0.8752	-0.919	0.7877	0.8315	0.8096	0.4595	0.1750	0.1969	0.2188	0.3036	0.2845	0.3282
26	-0.8259	-0.8495	-0.8259	-0.8731	0.8967	0.9203	0.8259	0.4483	0.2596	0.2832	0.3068	0.3775	0.3539	0.4011
25	-0.8422	-0.9188	-0.8422	-0.9188	0.9698	0.9443	0.7401	0.4084	0.1787	0.2042	0.2297	0.3036	0.3063	0.3573
24	-0.9139	-0.9416	-0.8862	-0.9416	0.8585	0.8585	0.8031	0.4154	0.1385	0.1662	0.2215	0.2769	0.2769	0.3323
23	-0.8745	-0.9348	-0.8745	-0.9046	0.8443	0.8745	0.8443	0.4825	0.1809	0.2111	0.2412	0.3015	0.3015	0.3317
22	-0.8569	-0.8898	-0.8239	-0.8898	1.1205	1.1535	1.1865	0.5273	0.1977	0.2307	0.2637	0.3296	0.3296	0.3625
21	-0.7958	-0.8681	-0.7958	-0.8681	0.7958	0.7958	0.8319	0.5426	0.2170	0.2532	0.2532	0.3255	0.3255	0.3617
20	-0.8374	-0.8773	-0.8374	-0.8773	0.7976	0.7976	0.8773	0.5982	0.2393	0.2393	0.2791	0.3190	0.3190	0.3598
19	-0.8395	-0.8395	-0.7954	-0.8837	0.7954	0.7954	0.8395	0.5744	0.2209	0.2209	0.2651	0.3093	0.3093	0.3535
18	-0.7877	-0.8369	-0.7877	-0.8369	0.8369	0.8369	0.8862	0.6400	0.2462	0.2954	0.2954	0.3446	0.3446	0.3939

ตารางที่ 6.6 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงจลุด

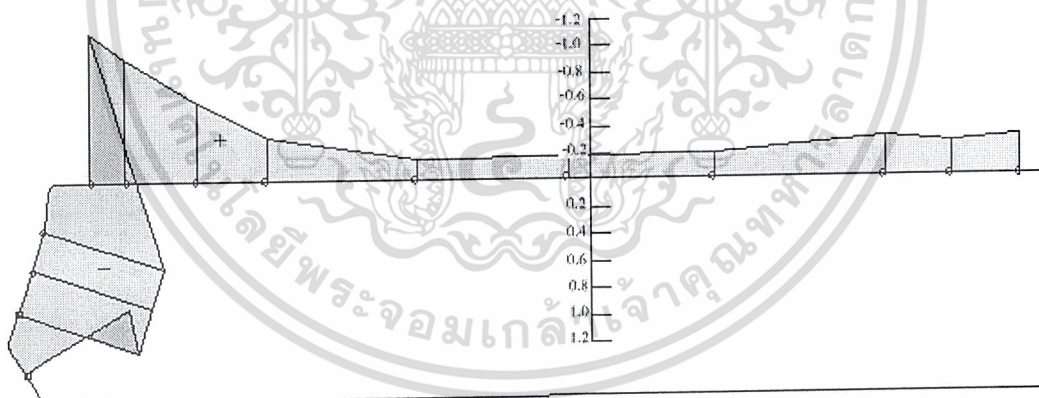
Velocity (m/s)	$Re_L$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\log (Re_L)$	$C_D$
37	1.174	6.0697	0.0598
36	1.142	6.0577	0.0616
35	1.110	6.0450	0.0621
34	1.079	6.0330	0.0612
33	1.047	6.0200	0.0633
32	1.015	6.0065	0.0645
31	0.983	5.9926	0.0656
30	0.952	5.9786	0.0663
29	0.920	5.9638	0.0685
28	0.888	5.9484	0.0642
27	0.857	5.9330	0.0666
26	0.825	5.9165	0.0682
25	0.793	5.8993	0.0664
24	0.761	5.8814	0.0667
23	0.730	5.8633	0.0699
22	0.698	5.8439	0.0688
21	0.666	5.8235	0.0679
20	0.634	5.8021	0.0730
19	0.603	5.7803	0.0750
18	0.571	5.7566	0.0766

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.2 กราฟแสดงค่า Pressure distribution ตลอดความยาวแบบจำลองรถไฟฟ้าที่

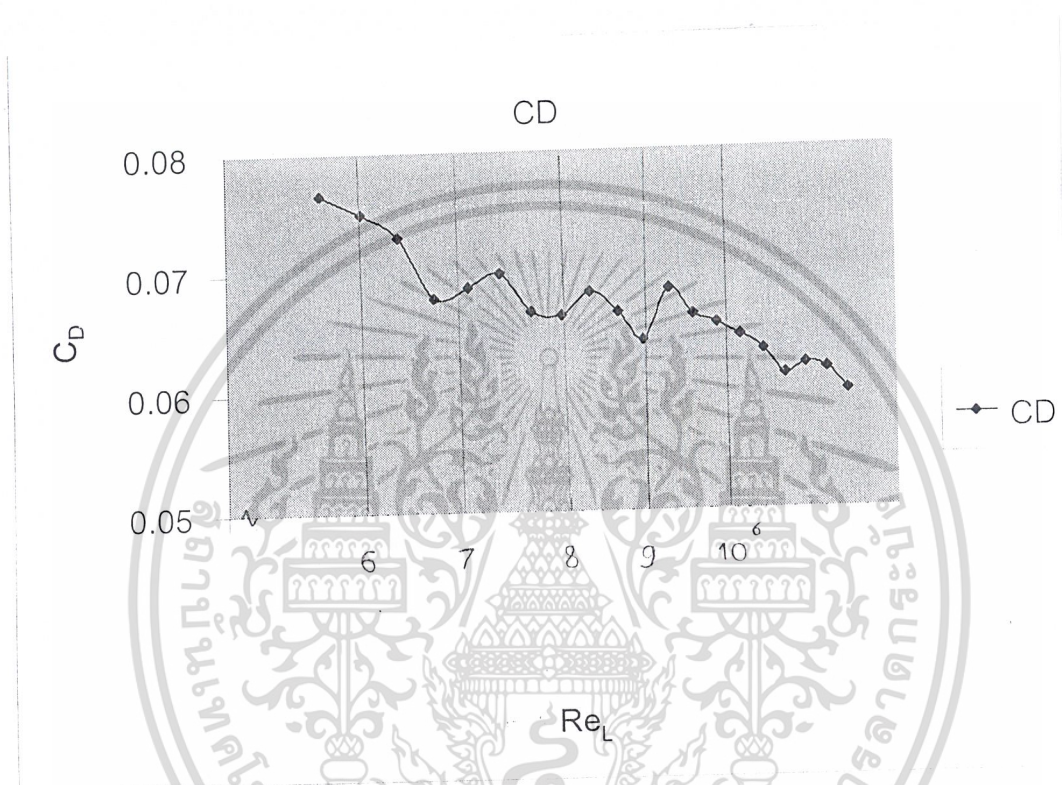
ความเร็ว 18 m/s



รูปที่ 6.3 กราฟแสดงค่า Pressure distribution ตลอดความยาวแบบจำลองรถไฟฟ้าที่

ความเร็ว 37 m/s

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.4 กราฟแสดงค่าความสัมพันธ์ระหว่าง Total Coefficient และ Reynolds Number

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 7

# ข้อสรุปและข้อเสนอแนะ

จากการทดลองเพื่อศึกษา ลักษณะการกระจายความดันบนตัวรถไฟจำลองนั้น สิ่งที่จะสรุปได้จากการทดลองมีดังนี้

### 7.1 การทำ Model

Model เป็นอุปกรณ์การทดลองที่สำคัญ เนื่องจากมันจะมีผลต่อค่าของผลการทดลองมาก ดังนั้นการทำ Model จำเป็นที่จะต้องมีการรูปร่างลักษณะตรงตามหลักการของทฤษฎี Dimensional Analysis and Similitude และในการออกแบบ Model นั้นควรที่จะออกแบบให้สามารถทำการติดตั้งอุปกรณ์ต่าง ๆ ได้ง่ายและเหมาะสมกับการทดลองมากที่สุด เช่น ควรที่จะสามารถทำการติดตั้งท่อได้หลายจุด เพื่อความละเอียดในการวัด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขนาดของอุโมงค์ลม

### 7.2 ทฤษฎีที่นำมาใช้อ้างอิงและใช้ในการคำนวณ

ทฤษฎีที่ใช้้นั้นควรที่จะเหมาะสมกับการทดลองและเหมาะสมกับรูปร่างลักษณะของ Model ที่ใช้ ซึ่งในการทดลองครั้งนี้ ในส่วนของการคำนวณเพื่อหาค่า  $F_p$  เนื่องจากไม่มีข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับรูปร่างของ Model ลักษณะนี้ จึงต้องทำการสมมุติโดยใช้ทฤษฎีของการไหลผ่านแผ่นระนาบที่วางขนานทิศทางการไหล และในส่วนของ การคำนวณหาค่า  $F_p$  ก็ไม่สามารถที่จะหาข้อมูลจากการวัดได้เพียงพอได้ เนื่องจากขีดจำกัดในการติดตั้งท่อบนตัว Model ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นสาเหตุของค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น

### 7.3 อุปกรณ์การทดลอง

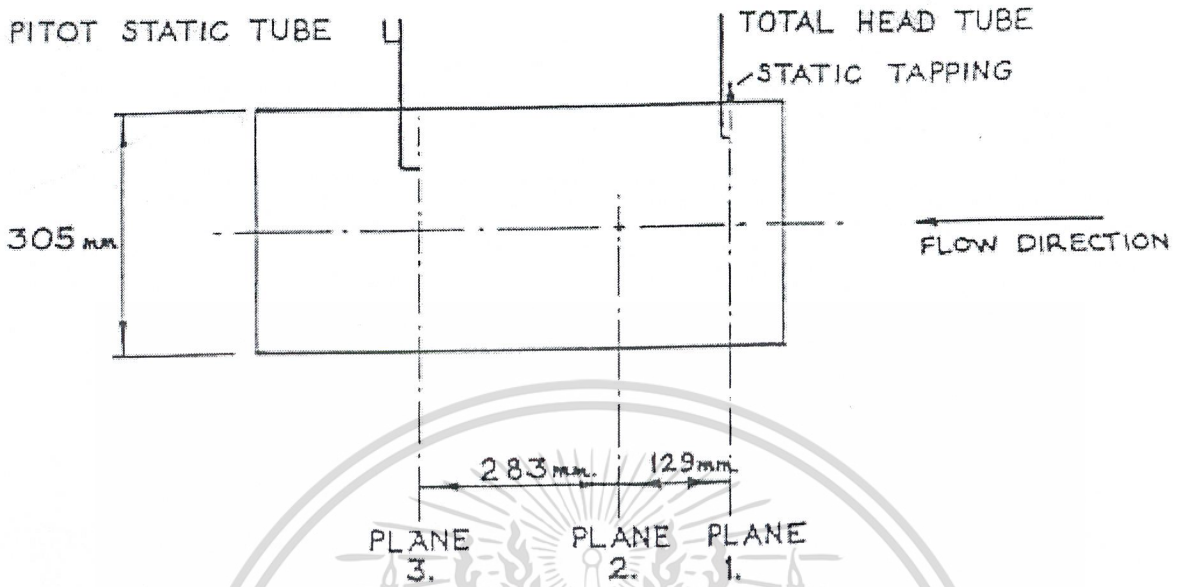
ในการทดลองครั้งนี้ อุปกรณ์ส่วนหนึ่งมาจากอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง คือ ในส่วนของอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดนั้น มีความละเอียดไม่เพียงพอ ทำให้ต้องประมาณค่าต่าง ๆ เอง และในส่วนของอุโมงค์ลมก็เกิดจากการที่ขีดความสามารถของอุโมงค์ลมไม่เพียงพอ ทำให้การทดลองสามารถวัดค่าได้ในช่วงแคบ ๆ เท่านั้น จึงมีข้อเสนอแนะว่า อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองควรที่จะ มีความละเอียดแม่นยำ และมีขีดความสามารถเพียงพอต่อการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

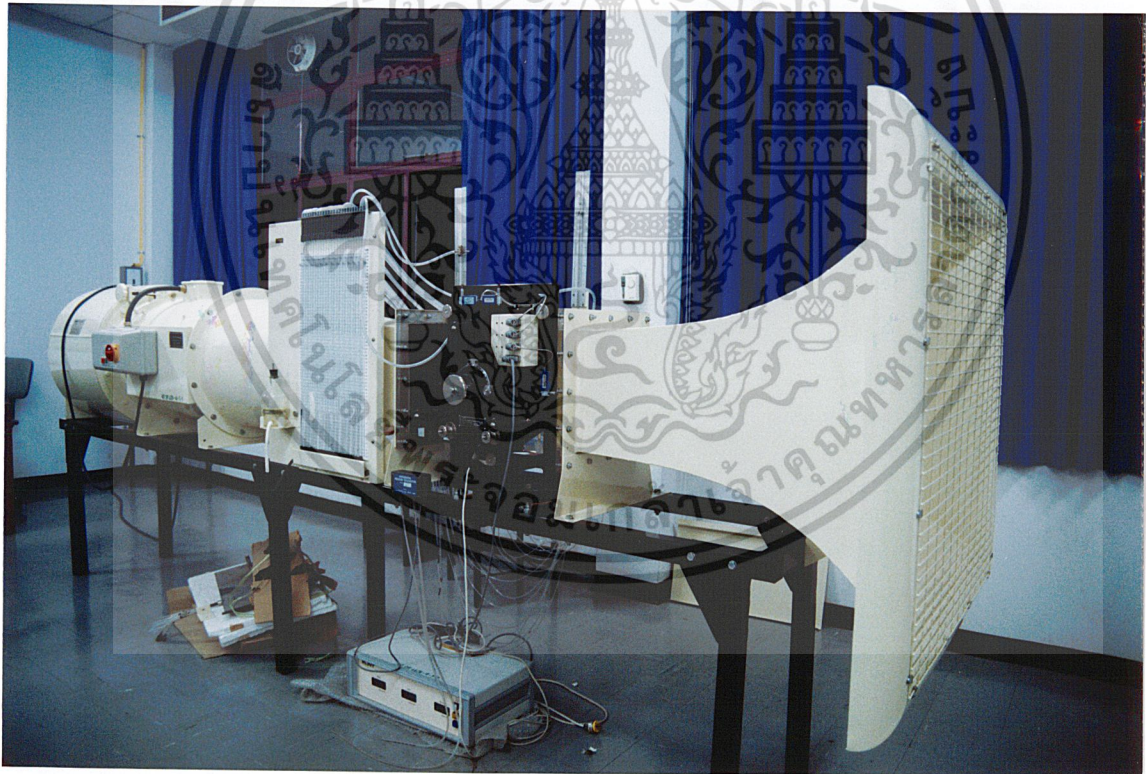


ภาคผนวก ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

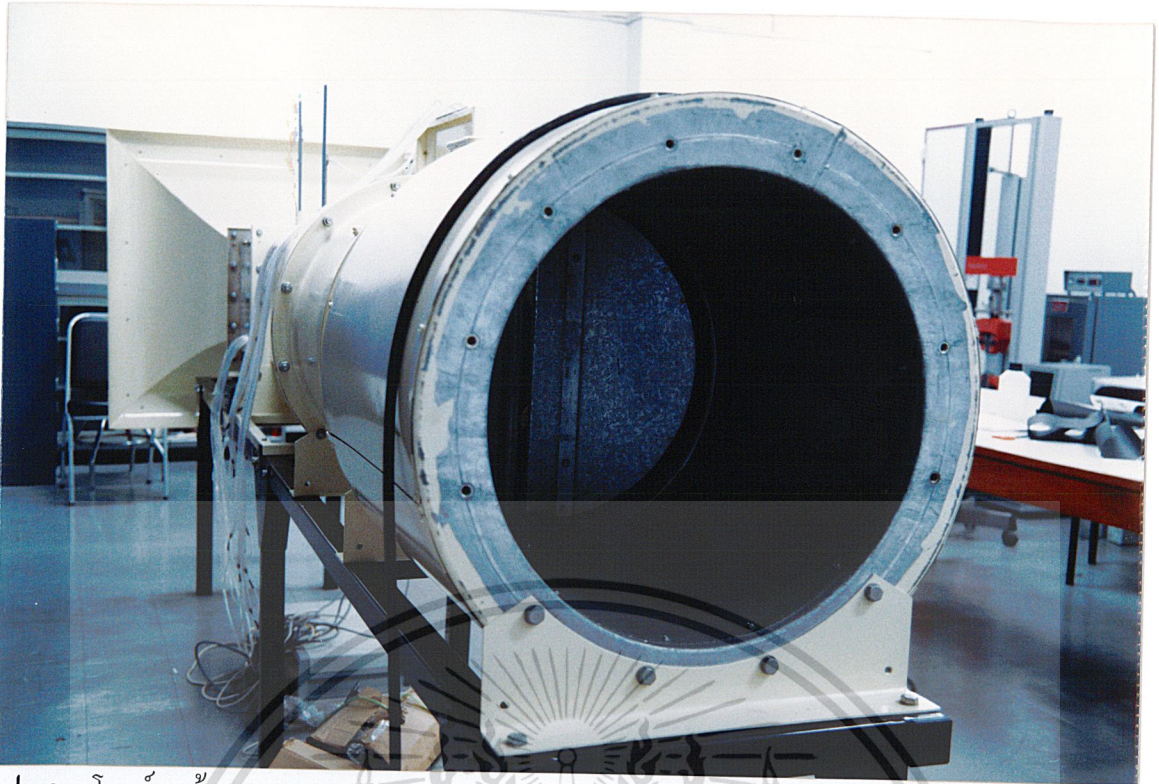


รูป ก1 Working Section



รูป ก2 ชุดอุปกรณ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

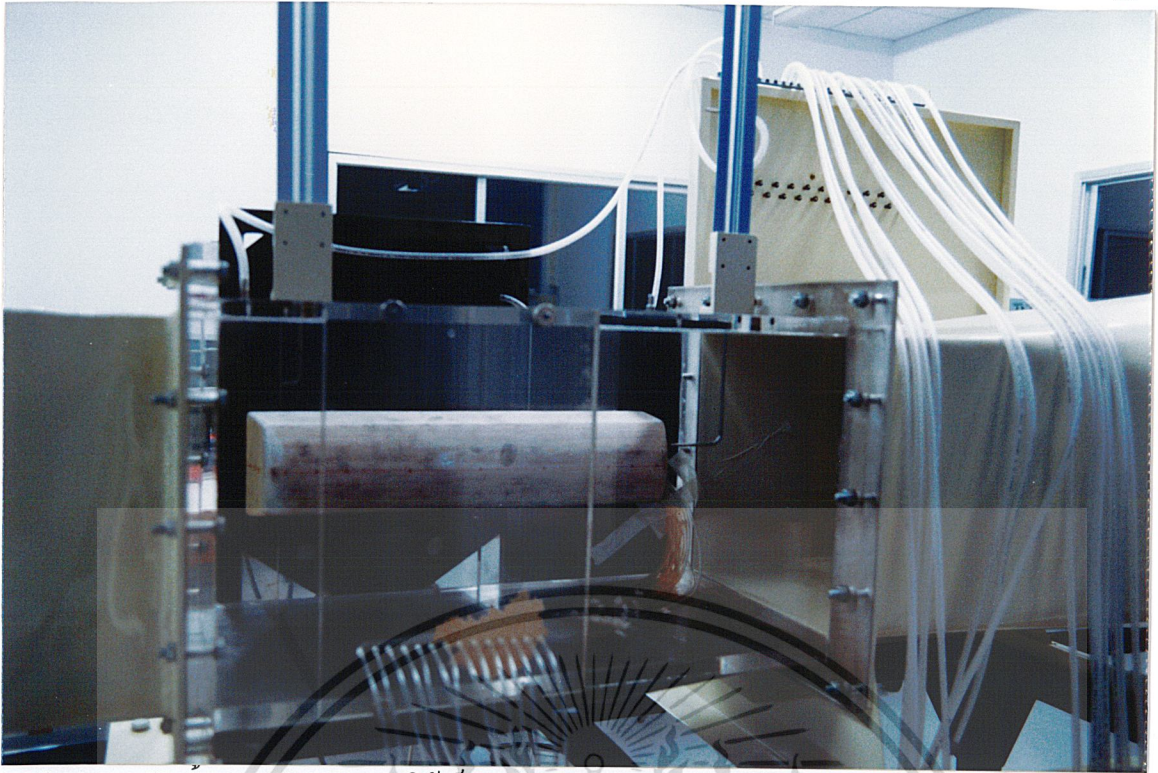


รูป ก3 อุโมงค์ลมด้านทางลมออก

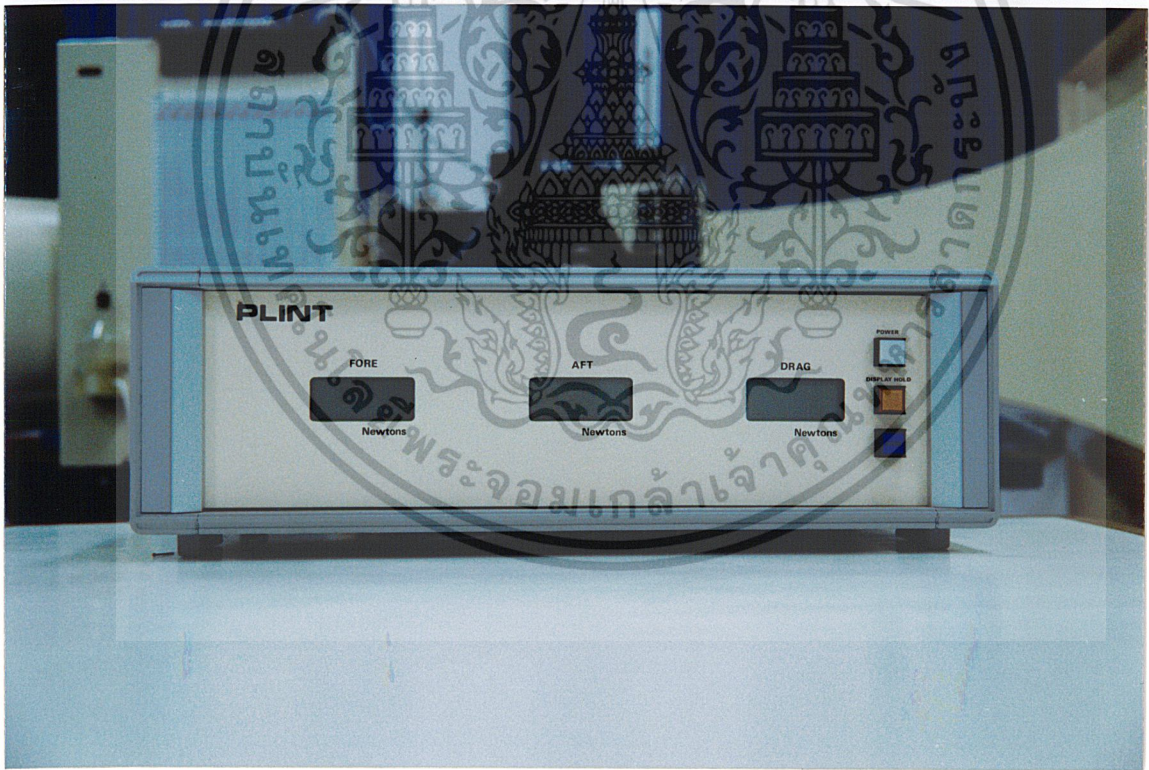


รูป ก4 อุโมงค์ลมด้านทางลมเข้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

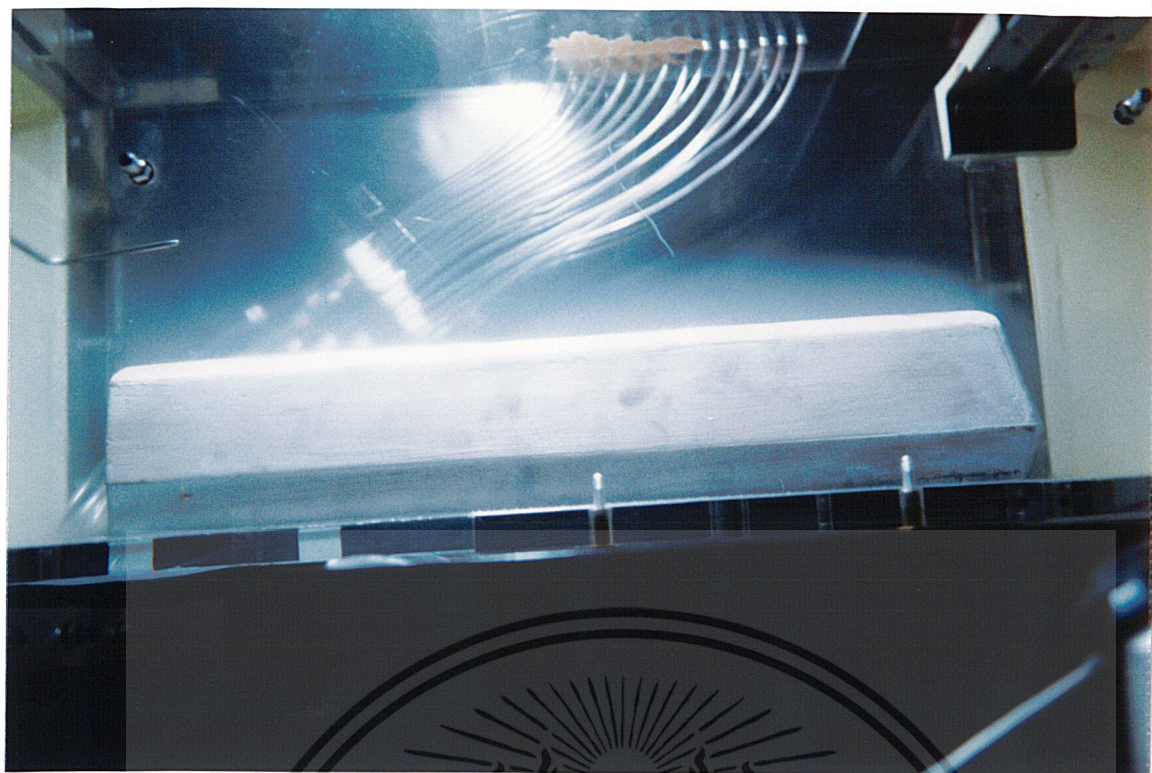


รูป ก5 การติดตั้งแบบจำลองแสดงให้เห็นหลังการถ



รูป ก6 Three Component Balance สำหรับวัด Total Drag

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป ก7 Streamline ที่  $V = 2.8 \text{ m/s}$  มองจากด้านข้างของรถ



รูป ก8 Streamline ที่  $V = 2.8 \text{ m/s}$  มองจากด้านบนของรถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป ก9 Streamline ที่  $V = 2.8 \text{ m/s}$  มองจากด้านทางลมเข้า



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



## ภาคผนวก ข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Smoke Generator

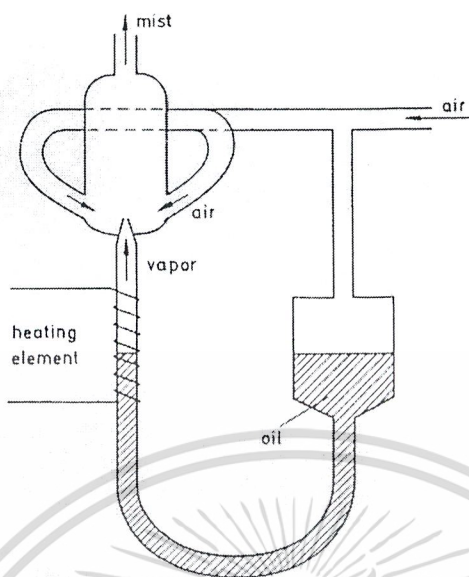
โดยปกติควันทั่วไปจะเกิดจากส่วนผสมของสารประกอบอินทรีย์และน้ำซึ่งจะให้ปริมาณที่น้อย และอนุภาคของควันที่ได้มีขนาดประมาณ 0.2 – 0.4 ไมโครเมตร แต่ในห้องทดลอง เพื่อความปลอดภัยจึงใช้น้ำ หรือหมอกแทนผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการเผาไหม้ ซึ่งหลักการสำคัญของ Smoke Generator คือ การใช้การระเหยของน้ำมันซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ไฮโดรคาร์บอน โดยผ่าน Heat Exchanger แล้วถูกทำให้เย็นลงที่อุณหภูมิห้อง น้ำมันที่เหมาะสมจะใช้ใน Smoke Generator ที่สุดคือน้ำมัน เคโรซีน (Kerosene) เนื่องจากอนุภาคของควันที่เหมาะสม จุดเดือด และความสามารถในการติดไฟ

ตัวอย่างเช่น Preston – Sweeting mist Generator เป็นเครื่องสร้างหมอก ซึ่งใช้น้ำมัน พาราฟิน แต่จะให้หมอกในปริมาณที่ค่อนข้างน้อย

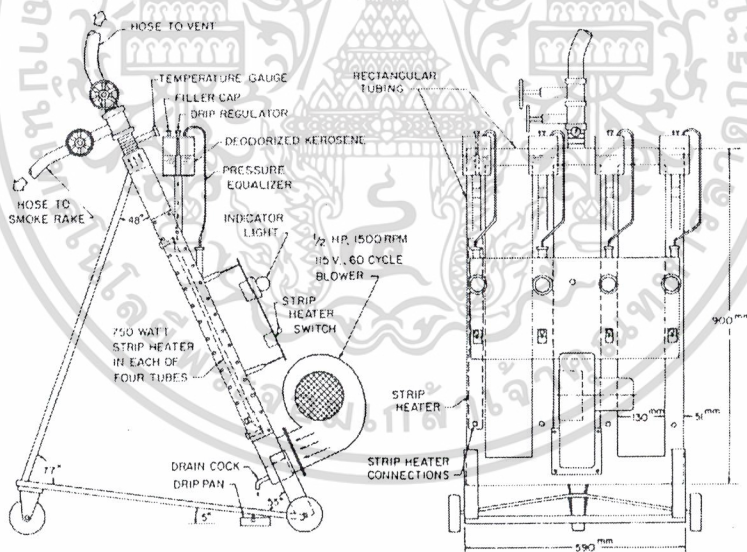
เครื่องสร้างควันโดยใช้น้ำมันเคโรซีนที่มีประสิทธิภาพสูง ถูกออกแบบโดย Brown น้ำมัน จะถูกหยดลงบนเครื่องทำความร้อน 4 ตัว เมื่อน้ำมันระเหยจะถูกพัดลมเป่าไปที่ปล่องควัน

ในการสร้างหมอกโดยใช้สารเคมีนิยมใช้การทำปฏิกิริยาระหว่าง Titanium Tetrachloride ( $TiCl_4$ ) และน้ำ Hussain และ Clark ได้สร้าง Smoke Generator ที่ทำงานโดยการอัดอากาศเข้าไปในถึง  $TiCl_4$  เหลว ละออง  $TiCl_4$  จะถูกทำให้ลอยขึ้นไปโดยการไหลของอากาศเข้าสู่ถังเก็บน้ำ ผลิตภัณฑ์ที่เกิดปฏิกิริยานี้คือ Titanium Dioxide,  $TiO_2$  ซึ่งจะเป็นหมอก สามารถนำไปใช้ในการทดลอง Flow Visualization ในอุโมงค์ลมได้

ในการทดลองนี้จะใช้น้ำมัน ไร้กลั่น ทำปฏิกิริยากับก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์

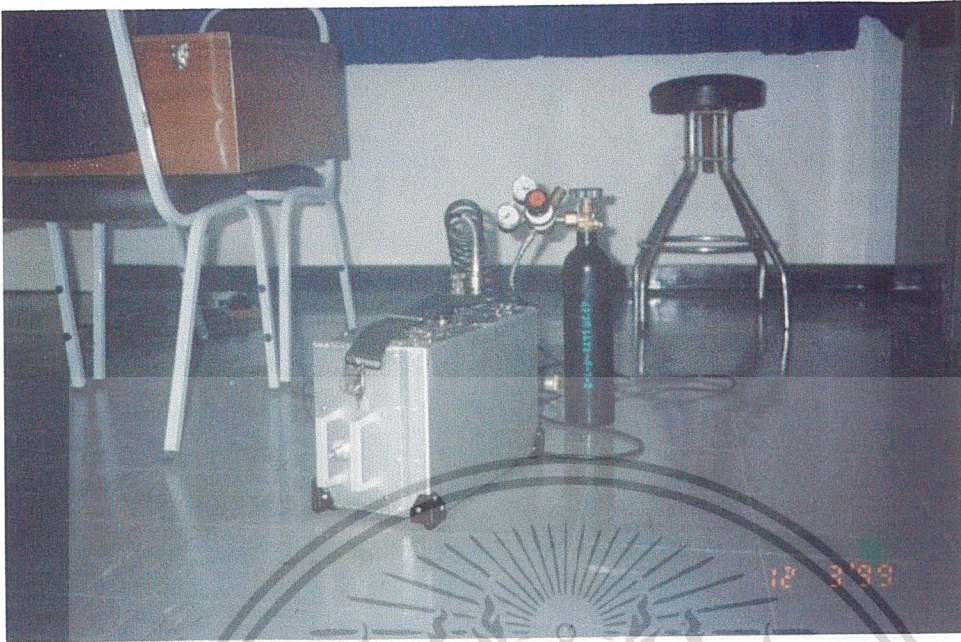


รูป ข1 หลักการทำงานของเครื่อง Smoke Generator



รูป ข2 โครงสร้างของ Smoke Generator

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

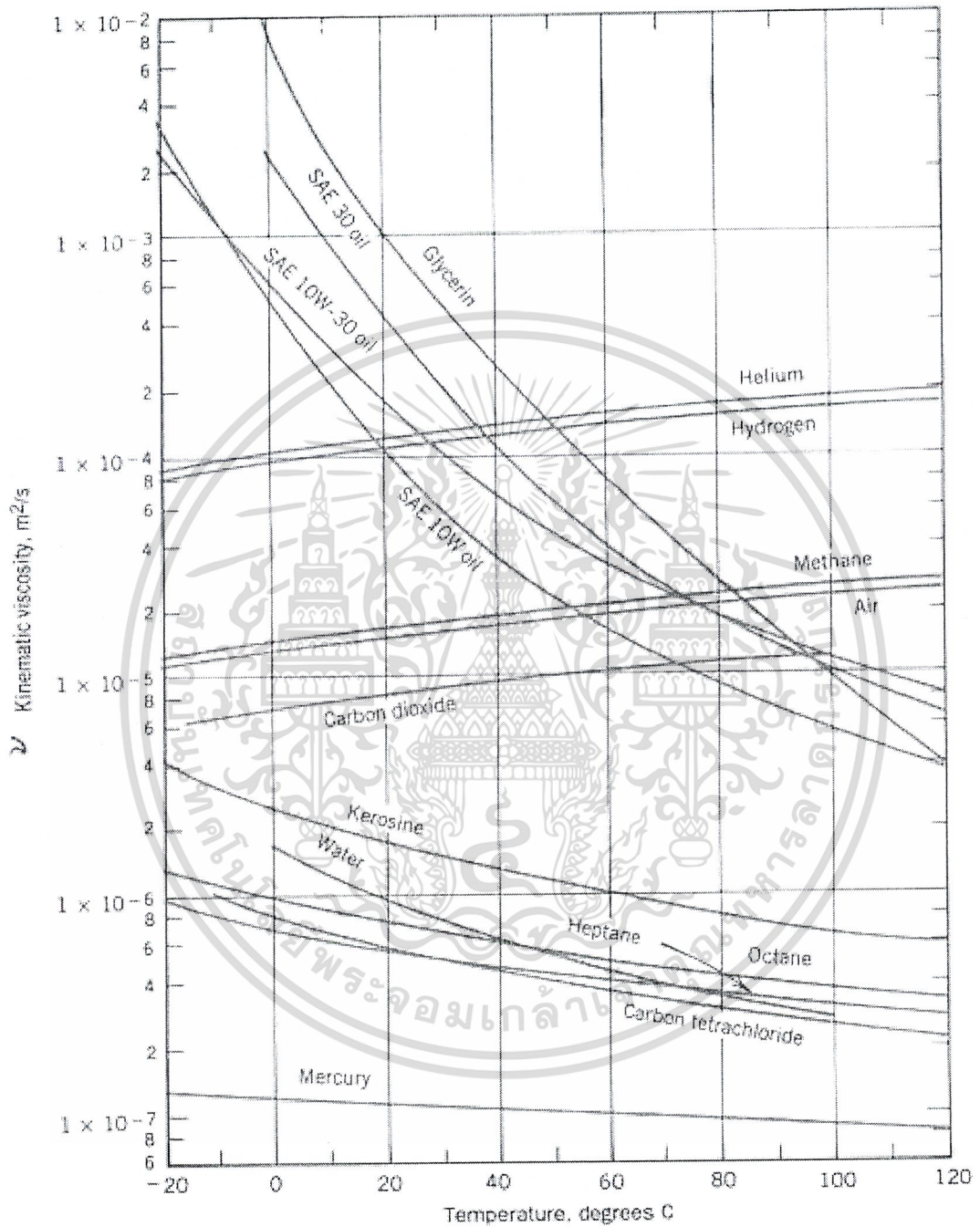


รูป ๗3 Smoke Generator

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปค1 Kinematic viscosity ของของเหลวที่ชนิดต่าง ๆ ที่อุณหภูมิต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

1. E. Ower , R. C. Pankhurst , The Measurement of Air Flow , 5<sup>th</sup> Edition (in SI unit)
2. John A. Roberson , Clayton T. Crowe , Engineering Fluid Mechanics , Second Edition
3. Robert W. Fox , Alan T. McDonald , Introduction to Fluid Mechanics , Fourth Edition
4. สมาน เจริญกิจพุดผล , มন্ত্রী พิรุณเกษตร , กลศาสตร์ของไหล ฉบับเสริมประสบการณ์
5. ปราโมทย์ เดชะอำไพ , ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม , พิมพ์ครั้งที่ 1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้