

การจำลองหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า

STATIC CHARACTERISTIC OF A SLIDER HEAD RIGID
DISK INTERFACE IN MAGNETIC STORAGE DEVICES

นาย จิโรจน์ หลายวิวัฒน์



อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ. มงคล มงคลวงศ์โรจน์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2542

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 36828
วัน, เดือน, ปี..... 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งมอบให้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปีการศึกษา 2542
การจำลองหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า

โดย
นายจิโรจน์ หลายวิวัฒน์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญานิพนธ์
นักศึกษา

การจำลองหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า
จิโรจน์ หลาขวิวัฒน์

ระดับการศึกษา

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.

2542

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

อ. รศ.มงคล มงคลวงศ์โรจน์

บทคัดย่อ

โครงการนี้ได้ศึกษาถึงพฤติกรรมของตัวหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งเคลื่อนไหวยด้วยตัวมันเอง และจานแม่เหล็กที่ใช้เก็บข้อมูล ซึ่งในโครงการนี้เป็นการศึกษาการไหลของของไหลแบบ อัดตัวไม่ได้ , แบบอัดตัวได้, และแบบการไหล ของโมเลกุลของอากาศ ในการพิจารณาหัวอ่านชนิด ระนาบเรียบ ซึ่งประกอบด้วยราง สองราง ซึ่งถูกยกด้วยแรงดันของอากาศได้รางระหว่างหัวอ่านกับจานแม่เหล็กเพื่อให้สามารถเก็บข้อมูลได้มาก การเคลื่อนที่ของหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นแบบ สอง แกนอิสระประกอบด้วยเคลื่อนที่ในแนวตั้งตั้งฉากกับจานแม่เหล็กไฟฟ้าและการยกเงยไปมารอบแกนซึ่งเป็นการศึกษาแบบง่าย

การคำนวณเชิงตัวเลขของสมการ เรย์โนลด์ ซึ่งมีการเคลื่อนที่แบบสองแกนไร้มิติได้ถูกสร้างขึ้นโดยใช้ขนาดของกริดที่มีความแตกต่างกัน แล้วใช้วิธี ผลต่างจำกัด และ การประมาณเชิงเส้นคำนวณซ้ำเพื่อที่ใช้ในการจำลองพฤติกรรมการบินของ หัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าที่สภาวะคงตัว

Thesis Title	Static Characteristic Of A Slider Head Rigid Disk Interface4 In Magnetic Storage Devices
Student	Jiroaj Laiiwat
Level of Study	Bachelor of Engineering in Mechanical Engineering King Mongkut 's Institute of Technology Ladkrabang
Year	1999
Thesis Advisor	Mongkol Mongkolvong

ABSTRACT

This thesis reported the study characteristics of self acting air bearing head and rigid disk in magnetic storage system .In this study, incompressible flow, compressible flow and molecular slip flow, have been investigated. In order to consider the plane wedge type slider, which compose of two rails to pressurize the air. The design of ultra low clearance between the slider head and rigid disk interface is to achieve high data storage density. Two degree of freedom motion of slider head; translation perpendicular to the disk surface and rotation around the transverse axis were simplified in this investigation. Numerical solution of the two dimensional nonlinear modified Reynolds equation has been formulated by using variable grid size .A numerical scheme base on the finite difference technique and linearization and iteration method have been used to simulate steady state flying characteritice.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จไปได้ด้วยดีเพราะได้รับความกรุณาจากอาจารย์มงคล มงคลวงศ์โรจน์ อาจารย์ที่ปรึกษาและอาจารย์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและชี้แนะแนวทางตลอดจนวิธีการแก้ไข ขอขอบคุณ คุณพ่อและคุณแม่ผู้ให้กำเนิด ให้ลูกน้อยได้มีโอกาสและประสบความสำเร็จในวันนี้ ขอขอบคุณเพื่อนๆ ลูกเรือทั้งหลายที่ช่วยกันประคับประคองด้วยมือและเท้าตลอดจนขอขอบคุณบุคคลผู้เป็นทั้งชีวิตและดวงใจ คือเธอคนนั้น.....

จิโรจน์ หลายวิวัฒน์



III

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูป	V
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 ทฤษฎีหรือหลักการ	2
2 แบร์ริงใช้แก๊สหล่อลื่นภายใน	2
2.1 สมการ Reynold	3
2.1.1 สมการ Reynold แบบอัดตัวได้ (compressible)	5
2.1.2 สมการ Reynold แบบ โมเลกุลไกลด์ (Slip flow)	6
2.2 แบร์ริงแบบ พื้นผิวขนาน (Parallel Surface Bearing)	7
2.3 แบร์ริงแบบ ขนานเป็นขั้นบันได (Parallel Step)	9
2.3.4 แบร์ริงแบบ Step Sector Thrust Bearing	15
2.4 แบร์ริงแบบ ร่องเกลียว (Spiral Groove Bearing)	18
2.5 สรุปทฤษฎี	21
2.6 ระเบียบวิธี นิวตัน ราฟสัน	22
2.7 วิธีการทำ Finite Difference	26
บทที่ 3 การคำนวณและผลการคำนวณ	27
3.1 การวิเคราะห์การไหลของอากาศของหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า	27
3.2 ผลของกราฟที่ได้จากโปรแกรม	40
3.2.1 การไหลแบบ Incompressible แบบ Infinite length	40
3.2.2 การไหลแบบ Incompressible แบบ Finite length	41
3.2.3 การไหลแบบ อัดตัวได้ (Compressible)	43
3.2.4 การไหลแบบ Molecular Slip Flow	46
บทที่ 4 วิจารณ์และสรุป	48
เอกสารอ้างอิง	50
ภาคผนวก	51

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่2 Rectangular Step Thrust Bearing	10
รูปที่3 Transformation of rectangular slider bearing into circular sector bearing	15
รูปที่4 ผลกระทบจากค่า Bearing Number บน Optimum Step Parameter (a) สำหรับ	16
ค่าสูงสุดของ Dimension Load Carrying Capacity (b) สำหรับค่าสูงสุดของ	
Dimensionless Stiffness	
รูปที่5 Effect Of Dimensionless Bearing Number On Dimensionless Load-Carrying	17
Capacity and Dimensionless Stiffness (a) For Maximum Load Carrying Capacity	
(b) For Maximum Dimensionless Stiffness	
รูปที่6 Spiral Groove Bearing	18
รูปที่7 (a) Groove Factor (b) Load (c) Stiffness (d) Torque (e) Flow	20
(f) Optimal Groove Factor	
รูปที่8 การคำนวณหา X ใหม่จากค่ากำหนดเริ่มต้นที่ X_0 ในระเบียบวิธี	23
รูปที่9 ลักษณะการเข้าสู่ผลลัพธ์โดยระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน	24
รูปที่10 ลักษณะการเข้าสู่และออกของผลลัพธ์โดยระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน	25
รูปที่11 ลักษณะหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ในโครงการนี้	28
รูปที่12 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้และแบบความกว้างหัวอ่าน	40
ไม่จำกัด (Incompressible Infinite length)	
รูปที่13-14 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้และแบบความกว้างหัวอ่าน	41-42
รูปที่15-17 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวได้โดยเพิ่ม Bearing number	43-45
รูปที่18-19 กราฟค่าความดันในการไหลแบบ โมเลกุลไหล	46-47
รูปที่20-21 ลักษณะหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าของ IBM	51-52

บทที่ 1

บทนำ

เนื่องจากในปัจจุบันได้มีการศึกษาด้านการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่นใน Bearing มากขึ้นอย่างมากในไม่กี่ปีมานี้เนื่องจากว่าในปัจจุบันได้มีเครื่องมือเครื่องใช้จำนวนมากที่มีอุปกรณ์ที่ต้องใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่น ยกตัวอย่างเช่น Harddisk , Floppydisk Drive , หัวเทป , หัวเทป VDO เป็นต้น ดังนั้นการศึกษเกี่ยวกับการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่น จะทำให้เราสามารถที่จะทราบถึงลักษณะและคุณสมบัติต่างๆตลอดจนข้อได้เปรียบต่างๆ โดยเพื่อที่จะนำไปใช้ประยุกต์พัฒนาและปรับปรุง Application ต่างๆให้ดีขึ้นและดียิ่งขึ้น โดยในโปรเจกต์นี้นั้นเราจะศึกษาและให้ความสนใจกับหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นพิเศษ

โดยเราจะศึกษาและวิเคราะห์ถึงค่าความดันของจุดต่างๆบนหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า และเนื่องจากการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่นใน Bearing นั้นได้มีลักษณะคล้ายคลึงกับการใช้ของเหลวเป็นตัวหล่อลื่นเราจึง พิจารณาจากสมการพื้นฐานเดียวกัน นั่นคือสมการ Reynolds และ ก่อนที่เราจะก้าวเข้าไปพิจารณาในหัวข้ออื่นๆในโปรเจกต์นี้เราควรจะต้องทราบข้อดีและข้อด้อยของการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่นเปรียบเทียบกับการใช้ของเหลวเป็นตัวหล่อลื่น

ข้อดีของการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่น มีดังนี้

- 1.ความเสียดทานหรือความต้านทานความฝืดมีค่าน้อยมาก
- 2.มีความกว้างและสะอาดกว่า
- 3.ไม่ทำปฏิกิริยากับพื้นที่ผิวของวัสดุและไม่ทำให้พื้นผิวของวัสดุเกิดความเสียหาย
- 4.สามารถทำงานได้ทั้งที่อุณหภูมิต่ำและสูง
- 5.ไม่เกิดความเสียหายจาก ปรากฏการณ์ Cavitation

ข้อด้อยของการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่น

- 1.พื้นผิวจะต้องเรียบเป็นอย่างมากและโดยตลอด
- 2.ใน Bearing ที่มีขนาดเท่ากันนั้นความสามารถในการรับ load ของแบบใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่นจะน้อยกว่ามากๆถ้าเปรียบเทียบกับการใช้ของเหลวเป็นตัวหล่อลื่น
- 3.ขนาดและระยะ Clearance จะต้องถูกต้องและแม่นยำ
- 4.ต้องใช้ที่สภาวะที่ความเร็วสูง
- 5.คุณลักษณะด้านความมั่นคง (Stability Characteristic) ต่ำมาก

เพราะฉะนั้นจากการพิจารณาข้อดีและข้อด้อยของการใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่นจะเห็นได้ว่าเหมาะสมอย่างยิ่งที่จะเลือก ใช้อากาศเป็นตัวหล่อลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีหรือหลักการ

2.1 แบร้งแบบใช้แก๊สหล่อลื่น

แบร้งแบบใช้แก๊สหล่อลื่นนี้ได้รับความนิยมมากขึ้นในระยะเวลาไม่นานมานี้ เนื่องจากความสามารถเฉพาะตัวของมันเอง ซึ่งมันสามารถทำหน้าที่รองรับภาระกรรมได้ดีเช่นเดียวกับแบร้งแบบที่ใช้ของเหลวหล่อลื่น เว้นแต่ว่า ของเหลวนั้น ไม่มีความสามารถในการถูกบีบอัด (Compressible) แต่แก๊สนั้นมีความหนืด (Viscous) น้อยกว่าของเหลวถึง 1000 เท่า แม้เทียบกับแผ่นฟิล์มน้ำมันที่บางที่สุด แก๊สมีความหนืดน้อยยิ่งยวด ซึ่งสามารถทำให้ช่องว่างในแบร้งเล็ก แคบลงไปได้เป็นอย่างมาก จึงต้องเพิ่มความระมัดระวังในการผลิตแบร้งแบบนี้เป็นอย่างมาก

ข้อดีของแบร้งแบบนี้ คือ

ความฝืด หรือ ความหนืดของมัน น้อยยิ่งยวด
 สารหล่อลื่น (Lubricant) มีจำนวนมาก และสะอาด
 สารหล่อลื่นไม่ปนเปื้อนกับพื้นผิว
 สารหล่อลื่นสามารถทำงานได้ดีในสภาพอุณหภูมิ สูงและต่ำยิ่งยวด
 สารหล่อลื่นไม่เสียหายหากมีช่องว่างในเนื้อสาร หรือสัมผัสสภาพภายนอก
 ข้อเสียของแบร้งแบบนี้คือ
 สามารถรับภาระกรรมได้น้อยกว่าในขนาดเดียวกัน
 พื้นผิวแบร้งต้องเรียบอย่างยิ่งยวด
 การติดตั้งวางแนวต้องเที่ยงตรงอย่างมาก
 มิติและระยะห่างของแบร้งต้องเที่ยงตรงมาก
 ภาระกรรม (Load) ต้องน้อยมาก
 สถานะของสารหล่อลื่นไม่เสถียร

แบร้งแบบใช้แก๊สหล่อลื่นนี้ได้รับความนิยมนำมาใช้ในเครื่องจักรที่ใช้อากาศหมุนเวียน (Air cycle) ซึ่งระบบหมุนเวียนแก๊สจะแทนที่ระบบหล่อลื่นเดิม ซึ่งเราจะพบเห็นแบร้งนี้ใน Gyro ที่แรงบิดต้องมีค่าคงที่และแน่นอนตลอดเวลา เครื่องจักรผลิตอาหารและเส้นใยที่ต้องการความสะอาดและปราศจากการปนเปื้อน และในเครื่องเจาะความเร็วสูงของทันตแพทย์ เราสามารถพบเห็นแบร้งแบบนี้ได้ในวงแคบๆเนื่องจากความไม่แข็งแรง ซึ่งเป็นธรรมชาติของแบร้งแบบนี้

2.1 สมการ Reynold

จากสมการ Reynold สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h(u_a + u_b)}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\rho h(v_a + v_b)}{2} \right] + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

และถ้า $u_a = u_b = v_b = 0$ สมการนี้จะลดลงเหลือ

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6u_b \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (1.1)$$

ความหนืดของแก๊สสามารถแปรผันได้เล็กน้อยตามความดัน ดังนั้นการคิดคำนวณความหนืดของแก๊สสามารถหาได้จากอุณหภูมิ ซึ่งแทนที่ด้วย η_0 และเราสามารถสรุปได้ว่าค่าความหนืดของแก๊สเท่ากันหมดในตัวมัน

$$\eta = \eta_0 = \text{ค่าคงที่} \quad (2)$$

สมการของค่าความหนาแน่นของแก๊สจะเป็น

$$\frac{P}{\rho} = R t_m \quad (3)$$

เมื่อ $R = \text{ค่าคงที่ของแก๊ส} = \text{ค่ามาตรฐานของแก๊ส} / \text{น้ำหนักโมเลกุล}$

$t_m = \text{อุณหภูมิของแก๊ส}$

แก๊สเบริงส่วนใหญ่จะทำงานที่อุณหภูมิเดียวกัน ดังนั้น สมการ 3 จึงลดลงเหลือ

$$\frac{P}{\rho} = \text{ค่าคงที่} \quad (4)$$

เพื่อให้การคำนวณในกรณีอุณหภูมิหลายหลากได้ (Polytropic) สูตรจะเป็นดังนี้

$$\frac{P}{\rho^n} = \text{ค่าคงที่} \quad (5)$$

$$1 \leq n \leq \frac{C_p}{C_v}$$

และ

(6)

เมื่อ $C_p = \text{ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่} \text{ J / (kg.K)}$

$C_v = \text{ค่าความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่} \text{ J / (kg.K)}$

$n = \text{ตัวคูณอัตราขยายตัวของแก๊สเมื่อเปลี่ยนอุณหภูมิ}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อการไหลเป็นแบบ “แอดิเอแบติก” (ไม่มีการถ่ายเทความร้อน “ไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายใน”) เมื่อการไหลเป็นแบบ Isothermal (ไม่มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ) $\bar{n} = c_p / c_v = 1$ และเราจะได้สมการของค่าคงที่คือ สมการ (4) สำหรับสมการ (5) นั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ ในหลายๆกระบวนการทางเทอร์โมไดนามิกส์ แล้วทำการแทนค่าสมการ (2) และ (5) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p^{1/\bar{n}} h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p^{1/\bar{n}} h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\eta_0 u_s \frac{\partial}{\partial x} (p^{1/\bar{n}} h) + 12\eta_0 \frac{\partial}{\partial t} (p^{1/\bar{n}} h) \quad (7)$$

โดยให้ $p = p_a P, h = h_{\min} H, x = lX, y = bY, t = T/\omega$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(P^{1/\bar{n}} H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(P^{1/\bar{n}} H^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) \\ = \Lambda_s \frac{\partial}{\partial X} (P^{1/\bar{n}} H) + \sigma_s \frac{\partial}{\partial T} (P^{1/\bar{n}} H) \end{aligned} \quad (8)$$

ซึ่ง $\lambda = \frac{\ell}{b} \quad (9)$

คืออัตราส่วนระหว่างความยาวต่อความกว้าง

$$\Lambda_s = \frac{6\eta_0 u_s \ell}{p_a h_{\min}^2} \quad (10)$$

คือค่าของ แบร์ริงนัมเบอร์ (Bearing number)

$$\sigma_s = \frac{12\eta_0 \omega \ell^2}{p_a h_{\min}^2} \quad (11)$$

คือ Dimensionless squeeze number แรงบีบอัดมา ที่สภาวะอุณหภูมิคงที่ (Isothermal) $\bar{n} = 1$ และสมการที่ 8 จะเป็น

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda_s \frac{\partial (PH)}{\partial X} + \sigma_s \frac{\partial (PH)}{\partial T} \quad (12)$$

ไม่ว่าสมการ (8) หรือ (12) ต่างก็ใช้ในการวิเคราะห์การหล่อลื่นของแก๊สเมื่อแก๊สมีการไหลเวียนเป็น Laminar flow แต่เมื่อนำเอาความสามารถในการถูกบีบอัดได้เข้ามาใช้เป็นปัจจัยในการคำนวณแล้วทำให้การวิเคราะห์ด้วยสมการเหล่านี้ยุ่งยากเพราะจะทำให้สมการเหล่านี้เป็นสมการแบบ Non Linear ด้วย ตัวแปร p

ดังนั้นทางด้านซ้ายของสมการ (8) และ (12) นั้นสามารถทำให้ง่ายขึ้นได้ด้วยการพิจารณาเวลาคงที่ของการหล่อลื่น ดังนั้นจึงสามารถ ตัด $\partial(PH)/\partial T$ ออกไป สมการที่เหลือจะตัดค่าการรั่วไหลออกด้านข้างออกไป (Side Leakage) $\partial((PH^3 \partial P / \partial Y)) / \partial Y$ และตัด อัตราส่วน Parabolic $\partial((PH^3 \partial P / \partial X)) / \partial X$ ของกระแสหลัก สำหรับค่าประมาณ (Approximation)

ประการแรกคือความกว้างไม่สิ้นสุด (infinity) ของแบเรจ ประการที่สองคือ ความกว้างน้อย ของแบเรจ ซึ่งครอบคลุมถึงแบเรจต่างๆ ด้วย และถ้าไม่มีความเคลื่อนไหวเช่นเดียวกับ Hydrostatic แบเรจ แล้ว ค่า $u_b = 0$ และ Λ_g ในสมการ (12) จะหายไป

2.1.1 สมการ Reynold ในกรณี บีบอัดได้และสถานะคงที่ (compressible and Steady State) สมการ(12) จะเป็นดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda_s \frac{\partial(PH)}{\partial X} \quad (13)$$

มีสองสิ่งที่สำคัญในการใช้สมการ (13)

2.1.1.1 อัตราความเร็วต่ำยิ่งยวด ($u_b \rightarrow 0, \Lambda_g \rightarrow 0$) สมการ 13 จะแยกออกมาเป็น

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) + \frac{H^3}{P} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)^2 + \lambda^2 \left(\frac{\partial P}{\partial Y} \right)^2 \right] \\ = \Lambda_s \left(\frac{\partial H}{\partial X} + \frac{H}{P} \frac{\partial P}{\partial X} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

เมื่อ $u_b \rightarrow 0$ และ $\Lambda_g \rightarrow 0, P \rightarrow 1$ เมื่อความดันเพิ่มขึ้น $\Delta P \rightarrow 0$ อย่างไม่ก็ตามในกรณีที่ $\partial P / \partial X$ เล็กและ $(\partial P / \partial X)^2 \ll \partial P / \partial X$ สามารถตัดออกไปได้ยิ่งไปกว่านั้นยังสามารถเขียนออกมาเป็น $H / P (\partial P / \partial X) \ll \partial H / \partial X$ และเมื่อ $u_b \rightarrow 0, \Lambda_g \rightarrow 0$ ในสมการที่ 14 จะกลายเป็น

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda_s \frac{\partial H}{\partial X} \quad (15)$$

สมการที่ 15 เป็นรูปแบบการไม่สามารถบีบอัดได้ของสมการ Reynold ดังที่แสดงไว้ในสมการที่ 1 ซึ่งสามารถแสดงหลักการสำคัญประการแรกที่ว่าด้วย ความเร็วต่ำยิ่งยวด ในความเร็วนี้ แก๊สไม่สามารถถูกบีบอัดได้และ ค่าความหล่อลื่นจะมาจากแผ่นฟิล์มของเหลวบนแบเรจ

2.1.1.2 ความเร็วสูงอย่างยิ่งยวด ($u_b \rightarrow \infty, \Lambda_g \rightarrow \infty$) จากสมการ 13 เราพิจารณาได้ว่า เป็นทางเดียวที่กำหนดขอบเขตของ $\partial PH / \partial x$ ดังนี้

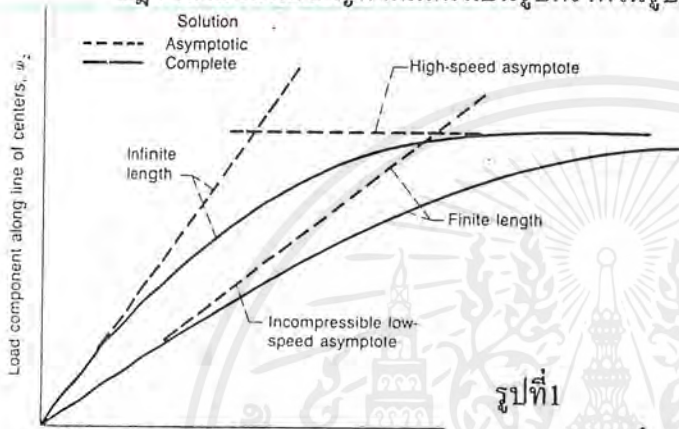
$$Ph = \text{ค่าคงที่} \quad (16)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad ph = \text{ค่าคงที่} = p_a h_m \quad (17)$$

พื้นฐานความแตกต่างที่เกิดขึ้นใน สมการ (16,17) ระหว่างการหล่อลื่นด้วยของเหลวกับการหล่อลื่นด้วยแก๊ส คือ การกรรม (รวมถึง ความดัน) ซึ่งเป็นอัตราส่วนโดยตรงกับความเร็วและความหนืด และความดันรอบๆ ในกรณีที่แก๊สเป็นตัวหล่อลื่นนั้น หลักการสำคัญข้อที่สองคือ ในกรณีที่มิ

ความเร็วและความดันและภาระกรรมเป็นอิสระจากความเร็วและความหนืดแต่แก๊สจะแปรผันโดยตรงต่อความดันรอบๆ ค่าเส้นโค้งของความเร็วสูงนั้นสามารถหาได้จากด้านขวาของสมการ 13 โดยไม่ขึ้นตรงกับด้านซ้ายของสมการนั้นหมายความว่า asymptote ของความเร็วสูงสำหรับเบริงที่มีขอบเขตความกว้างนั้นมีค่าเหมือนกับค่าของเบริงที่ไม่มีขอบเขตความกว้าง ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่กฎข้อสำคัญข้อที่สามที่มีชื่อว่า การรั่วไหลด้านข้าง Side Leakage ซึ่งค่า Side Leakage นี้สามารถตัดออกไปได้ในกรณีที่เบริงมีความกว้างน้อยและมีความเร็วสูงพอ

กฎทั้งสามข้อที่สำคัญนี้ได้แสดงเป็นรูปภาพในรูป 1 ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า



รูปที่ 1

1. ในความเร็วต่ำถึงยวดยก ลักษณะความสามารถของเบริงแบบแก๊สนี้จะเหมือนกับเบริงแบบให้ของเหลวในการหล่อลื่น
2. ในความเร็วสูงถึงยวดยก ph =ค่าคงที่ ภาระกรรมจะไม่ขึ้นกับความเร็ว
3. ในความเร็วสูงถึงยวดยก ph =ค่าคงที่ ลักษณะ side leakage สามารถไม่นำมาคิดได้ เมื่อค่าของเบริงที่ไม่มีขอบเขตความกว้างเท่ากับค่าของค่าของเบริงที่มีขอบเขตความกว้าง

2.1.2 Slip Flow ใน material ทั่วๆ ไปน้อยมากที่จะเป็นการไหลแบบ laminar และการไหลของแก๊สที่มีความเร็วต่างกัน ณ พื้นผิวของเบริงกับค่าเฉลี่ยความเร็วของของไหลบนพื้นผิวซึ่งมักจะเกิดขึ้นกับเบริงที่ใช้ฟิล์มแก๊สเป็นตัวหล่อลื่น ค่า Velocity profile จะเห็นได้ว่าจะแตกต่างจากผู้อื่น

ค่า Knudsen (K) จะเป็นส่วนต่างของค่าเฉลี่ยของแก๊ส โมเลกุลกับความหนาของฟิล์มแก๊ส

$$K = \frac{\lambda_m}{h}$$

(18)

เมื่อ λ_m = ค่าเฉลี่ยจำนวน โมเลกุลของแก๊ส หน่วยเป็น m

h = ความหนาของฟิล์ม หน่วยเป็น m

เมื่อ $\kappa < 0.01$ การไหลจะเป็นแบบ Continuum หรือเมื่อ $0.01 < \kappa < 15$ การไหลจะเป็นแบบ laminar และเมื่อ $\kappa > 15$ จะพัฒนาเต็มขั้นของ Molecular flow ค่า λ_m ที่อุณหภูมิห้อง และความดันบรรยากาศ มีค่าประมาณ $0.064 \mu m$ และ $h = 2.54 \mu m$ เมื่อ $\kappa = 0.025$

Burgdofer ได้ให้สมการ สำหรับ Slip flow ในรูปแบบ Reynolds Equation คือ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[(1 + 6\kappa) PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right] + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left[(1 + 6\kappa) PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right]$$

สำหรับ gas $\lambda_m P = \tilde{C}$, ค่าคงที่ $= \Lambda_g \frac{\partial(PH)}{\partial X} + \sigma_g \frac{\partial(PH)}{\partial T}$ (19)

$\therefore \kappa = \tilde{C} / ph$ (20)

ให้ $\hat{m} = \tilde{C} / p_a h_{\min}$ (21)

จะได้ $\kappa = \hat{m} / PH$ (22)

แทนสมการ (22) ใน (19) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\left(1 + \frac{6\hat{m}}{PH} \right) PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right] + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(1 + \frac{6\hat{m}}{PH} \right) PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right] = \Lambda_g \frac{\partial(PH)}{\partial X} + \sigma_g \frac{\partial(PH)}{\partial T}$$

2.2 Parallel-Surface Bearing

เราสมมติให้ไม่มีการ slip ที่ gas-surface และมีสภาพแบบ Isothermal และพิจารณาที่เวลาคงที่ และสมารถตัดเทอม Side-Leakage ได้ สมการเหลือเป็น

$$\frac{d}{dX} \left(PH^3 \frac{dP}{dX} \right) = \Lambda_g \frac{d(PH)}{dX}$$

สำหรับ Parallel-Surface Bearing, $H=1$ ดังนั้น

$$\frac{d \left(PH^3 \frac{dP}{dX} \right)}{dX} = \Lambda_g \frac{d}{dX} (PH)$$

หรือ $\frac{d^2}{dX^2} (P^2) = 2\Lambda_g \frac{d}{dX} (P)$ (25)

แล้วทำการอินทิเกรตจะได้

$$\frac{d(P^2)}{dX} = 2\Lambda_g P + \tilde{A}$$

2.2.1 ผลของจำนวน แบริงค้ำ (Low Bearing number result)

ที่ $\Lambda_g \rightarrow 0$ สมการ (26) จะลดรูปเหลือ

$$\frac{d(P^2)}{dX} = \tilde{A}$$

อินทิเกรตจะได้

$$P^2 = \tilde{A}X + \tilde{B}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เงื่อนไขขอบเขตคือ

$$1. \quad P = P_i \text{ at } X = 0$$

$$2. \quad P = P_o \text{ at } X = 1$$

และโดยการใช้เงื่อนไขขอบเขตจะได้

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= P_i^2 \\ \tilde{A} &= P_o^2 - P_i^2 \\ \therefore P_i^2 &= P_i^2 + (P_o^2 - P_i^2)X \end{aligned} \quad (29)$$

ถ้า $P_i = P_o$ ดังนั้น $P_i = P_o = P$ ทุกๆที่ ผลลัพธ์ของแบริงไม่สามารถบีบอัดได้พื้นผิวแบบขนาน (Incompressible Parallel-Surface Bearing) จะได้ผลลัพธ์เหมือนกัน ในส่วนของความสามารถในการรองรับภาระกรรม(Normal Load) ได้จากการอินทิเกรตความดัน หรือ

$$\begin{aligned} w_z &= b \int_0^1 (p - p_o) dx \\ W_z &= \frac{w_z}{b \ell p_o} = \int_0^1 (P - 1) dX \end{aligned} \quad (30)$$

หรือ

แทนที่ สมการ 29 ด้วย สมการ 30 จะได้

$$\begin{aligned} W_z &= \int_0^1 \left\{ [P_i^2 + (P_o^2 - P_i^2)X]^{1/2} - 1 \right\} dX \\ &= \frac{2P_o^2 + 2P_o P_i + 2P_i^2 - 3P_o - 3P_i}{3(P_o + P_i)} \end{aligned} \quad (31)$$

เมื่อ $P_i = P_o = 1, W_z = 0$ สำหรับแบริงไม่สามารถบีบอัดได้พื้นผิวแบบขนาน

2.2.2 ผลของจำนวนแบริงมาก สมการ (24) จะให้ผลดังนี้

$$\frac{d(PH)}{dX} \rightarrow 0$$

.....

แต่ $H = 1$ สำหรับแบริงแบบพื้นผิวขนาน และ

$$\therefore \frac{dP}{dX} \rightarrow 0$$

(32)

หรือ

$$P = \text{ค่าคงที่} = P_i$$

ความสามารถในการรับภาระกรรมสามารถหาได้จาก การแทนค่าสมการ(32)ด้วยสมการ(30)จะได้

$$W_z = \int_0^1 (P_i - 1) dX = P_i - 1 \quad (33)$$

2.2.3 ผลของจำนวนแบร้งปานกลาง เมื่อรวม สมการ(24) เมื่อให้ $H=1$ สำหรับแบร้งแบบพื้นผิวขนาน จะได้

$$P \frac{dP}{dX} = \Lambda_g P + \bar{A} = \Lambda_g (P + \bar{B})$$

หรือ

$$\left(1 - \frac{\bar{B}}{P + \bar{B}}\right) dP = \Lambda_g dX$$

อินทิเกรตจะได้

$$P - \bar{B} \ln(P + \bar{B}) = \Lambda_g X + \bar{C} \quad (34)$$

เมื่อผนวกขอบเขตเข้ามาใน สมการ 27 และ 28 จะได้

$$P_o - \bar{B} \ln(P_o + \bar{B}) = \Lambda_g + \bar{C} \quad (35)$$

$$P_i - \bar{B} \ln(P_i + \bar{B}) = \bar{C} \quad (36)$$

หรือ

$$P_i - P_o + \bar{B} \ln \frac{P_o + \bar{B}}{P_i + \bar{B}} = -\Lambda_g \quad (37)$$

สมการนี้แสดงให้เห็นว่า $\bar{B}$ สามารถระบุออกมาเป็นตัวเลขโดยพิจารณาจากค่าของ P_i, P_o และ Λ_g

แทนที่ สมการที่ (35) ด้วยสมการ(34) จะได้

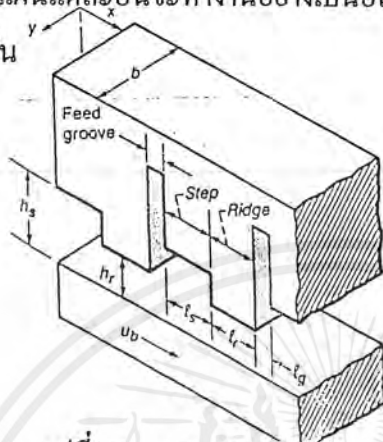
$$P - \bar{B} \ln \frac{P + \bar{B}}{P_i + \bar{B}} = P_i + \Lambda_g X \quad (38)$$

ในการหาภาระกรรมโดยปกตินั้นสามารถใช้สมการ (37) เพื่อหาค่า $\bar{B}$ สมการ(38) เพื่อหาค่า P และสมการ (30) เพื่อหาค่าความสามารถในการระกรรมไรรวม

2.3 แบร้ง แบบ Parallel- Step

ในส่วนที่ 9.1 ที่ได้พิจารณาแบร้งแบบ Parallel Step Slider ในกรณีนี้ไม่มีความสามารถในการบีบอัด ส่วนนี้ก็จะพิจารณาในแบร้งตัวเดียวกันแต่ใช้แก๊สเป็นตัวหล่อลื่น ในรูป 2 ความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศบนสัน(Ridge)ของแบร้งแทนค่าด้วย h_r และความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศของ

ขั้น(Step) ของแบร็ริงแทนค่าด้วย $h_s, h_r + \Delta$ ช่องส่งผ่านอากาศจะอยู่ตอนปลายของสันแต่ละอัน แต่ไม่ได้แสดงไว้บนรูปประกอบดังกล่าว ช่องส่งผ่านอากาศจะมีมิติที่เล็กกว่า h_r คำว่า “แผ่น” จะหมายรวมถึงสัน ขั้น และช่องส่งผ่านอากาศ ซึ่งช่องส่งผ่านอากาศนี้มีความเกี่ยวข้องกับลักษณะของ “แผ่น” แผ่นแต่ละอันจะทำงานอย่างเป็นอิสระเว้นแต่โครงสร้างความดันจะเสียไป ณ ช่องส่งผ่านสารหล่อลื่น



รูปที่ 2 Rectangular Step Thrust Bearing

2.3.1 การส่งผ่านความดัน

ในกรณีที่สามารส่งผ่านความดันโดยสมบูรณ์ ในอุณหภูมิเดียว ในเวลาเท่ากัน พร้อมกับค่าคงที่ความหนาของฟิล์ม สมการที่ 7 จะเป็นดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{6\eta_0 u_b}{h^2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (39)$$

การขยายและจัดรูปแบบใหม่ของสมการจะเป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{6\eta_0 u_b}{ph^2} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{p} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (40)$$

เพื่อการวิเคราะห์สมการนี้ ต้องนำวิธีการวิเคราะห์สมการเชิงเส้นตรงเข้ามาใช้ Ausman (1961) ได้แนะนำวิธีการนี้ ซึ่งใช้หลักการที่ว่า

1. สมการด้านขวามือในสมการที่(40) นั้นมีความเกี่ยวข้องกับด้านซ้ายมือน้อยมาก และไม่ต้องสนใจ
2. p ซึ่งเป็นค่าสัมประสิทธิ์ในส่วนที่สามของสมการ (40) จะถูกแทนด้วยความดันรอบๆ p_a

เมื่อนำวิธีการวิเคราะห์เชิงเส้นตรงเข้ามาแล้วจะปรากฏสมการดังนี้

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{6\eta_0 u_b}{p_a h^2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (41)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำส่วนที่ 9.1.1 กลับมาวิเคราะห์อีกครั้งด้วยสมการ Reynold ในสมการที่ 41 ในแบร์ริงแบบเดียวกันนั้น โดยเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการคือ สารหล่อลื่นไม่สามารถบีบอัดได้ แต่สมการทางด้านขวามีค่าเท่ากับ 0

จากสมการ(41) จะแยกสมการ Reynold สำหรับชั้น และชั้นนอก ด้วยความกว้างจำกัด และ ชั้นเลื่อนแบบขนาน(Parallel Step Slider) จะเป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 p_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_r}{\partial y^2} = \frac{6\eta_0 u_b}{p_a h_r^2} \frac{\partial p_r}{\partial x} \quad (42)$$

$$\frac{\partial^2 p_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_s}{\partial y^2} = \frac{6\eta_0 u_b}{p_a h_s^2} \frac{\partial p_s}{\partial x} \quad (43)$$

ให้แทนค่า r สำหรับส่วนที่เป็นชั้น (ดูรูป2) และ s สำหรับ ชั้น และ g สำหรับช่องส่งผ่านอากาศ จะเป็นดังนี้

$$x = bX \quad y = bY \quad p_r = p_a (P_r + 1) \quad p_s = p_a (P_s + 1) \quad (44)$$

เปลี่ยนสมการ (42)และ(43) เป็นดังนี้

$$\frac{\partial^2 P_r}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P_r}{\partial Y^2} = \Lambda_a \frac{\partial P_r}{\partial X} \quad (45)$$

$$\frac{\partial^2 P_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P_s}{\partial Y^2} = \frac{\Lambda_a}{H_a^2} \frac{\partial P_s}{\partial X} \quad (46)$$

ณ

$$\Lambda_a = \frac{6\eta_0 u_b b}{p_a h_r^2} \quad (47)$$

$$H_a = \frac{h_s}{h_r} \quad (48)$$

ใช้การแยกตัวแปรระหว่างการแก้สมการเพื่อหาความดันจะเป็น

$$P_r = \exp\left(\frac{\Lambda_a X}{2}\right) \left\{ \bar{A}_r \exp\left[X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4} + J_r^2\right)^{1/2}\right] + \bar{B}_r \exp\left[-X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4} + J_r^2\right)^{1/2}\right] \right\} \times [\bar{D}_r \sin(J_r Y) + \bar{E}_r \cos(J_r Y)] \quad (49)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_r = \exp\left(\frac{\Lambda_a X}{2H_a^2}\right) \left\{ \tilde{A}_s \exp\left[X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4H_a^4} + J_s^2\right)^{1/2}\right] + \tilde{B}_s \exp\left[-X\left(\frac{\Lambda_a^2}{4H_a^4} + J_s^2\right)^{1/2}\right] \right\} \\ \times [\tilde{D}_s \sin(J_s Y) + \tilde{E}_s \cos(J_s Y)] \quad (50)$$

เมื่อ J_r และ J_s เป็นค่าคงที่ที่แยกออกมาขอบเขต(Boundary) จะเป็น

- 1 $P_s = 0$ when $X = 0$.
- 2 $P_r = 0$ when $X = \frac{\ell_s + \ell_r}{b} = \frac{\ell_s + \ell_r}{\ell_s + \ell_r + \ell_g} \frac{\ell_s + \ell_r + \ell_g}{b} = \beta_s \lambda$
- 3 $P_r = P_s = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} F_m^* \cos(m\pi Y)$ when $X = \frac{\ell_s}{b} = \frac{\ell_s}{\ell_s + \ell_r + \ell_g} \frac{\ell_s + \ell_r + \ell_g}{b}$
- 4 $\frac{\partial P_r}{\partial Y} = \frac{\partial P_s}{\partial Y} = 0$ when $Y = 0$.
- 5 $P_r = P_s = 0$ when $Y = \frac{1}{2}$.
- 6 $\eta = \eta$ when $X = \psi_s \lambda$.

สำหรับขอบเขต 1 ถึง 5 สมการที่ (49) และ (50) จะเป็น

$$P_r = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{F_m^* \cos(m\pi Y) e^{(\Lambda_a/2HX - \psi_s \lambda)}}{e^{-\psi_s \lambda \xi_r} - e^{-\lambda \xi_r (2\beta_s - \psi_s)}} [e^{-X\xi_r} - e^{\xi_r (2\lambda\beta_s - X)}] \quad (51)$$

$$P_s = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{F_m^* \cos(m\pi Y) e^{(\Lambda_a/2H_a^2 X - \psi_s \lambda)}}{e^{-\psi_s \lambda \xi_s} - e^{\psi_s \lambda \xi_s}} [e^{-X\xi_s} - e^{X\xi_s}] \\ \xi_r = \left[\left(\frac{\Lambda_a}{2} \right)^2 + m^2 \pi^2 \right]^{1/2} \quad (52)$$

ณ

$$\xi_s = \left[\left(\frac{\Lambda_a}{2H_a^2} \right)^2 + m^2 \pi^2 \right]^{1/2}$$

สมการที่ถูกทำเป็นสมการเชิงเส้นตรงแล้วนั้นสามารถอธิบายถึงจำนวนกระแสที่ไหลข้าม
ต้นและชั้น จะเป็นดังนี้

$$q_{m,r} = \frac{\rho_a}{p_a} \left(\frac{p_r u_b h_r}{2} - \frac{p_a h_r^3}{12\eta_0} \frac{\partial p_r}{\partial x} \right)$$

$$q_{m,s} = \frac{\rho_a}{p_a} \left(\frac{p_s u_b h_s}{2} - \frac{p_a h_s^3}{12\eta_0} \frac{\partial p_s}{\partial x} \right)$$

เมื่อ $q_{m,r}$ และ $q_{m,s}$ เป็นจำนวนกระแสที่ไหลบน ต้นและชั้นมีหน่วยเป็น นิวตัน-วินาที ต่อ
ตารางเมตรซึ่งค่อนข้างแตกต่างจากจำนวนกระแสที่ไหลในบทที่ 9 ซึ่งมีหน่วยเป็นคิวบิกเมตรต่อ
วินาที จากสมการที่(44)สมการนี้สามารถพิจารณาแบบไร้มิติได้ ณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$q_{m,r} = \frac{\rho_a \rho_o h_r^3}{12 \eta_0 b} \left[\Lambda_o (P_r + 1) - \frac{\partial P_r}{\partial X} \right]$$

$$q_{m,s} = \frac{\rho_a \rho_o h_s^3}{12 \eta_0 b} \left[\frac{\Lambda_o}{H_o^2} (P_s + 1) - \frac{\partial P_s}{\partial X} \right]$$

ให้ขอบเขตเป็น 3 และ 6 จะได้

$$H_o^3 \left(\frac{\partial P_s}{\partial X} \right)_{X=\lambda \psi_s} - \left(\frac{\partial P_r}{\partial X} \right)_{X=\lambda \psi_r} = \Lambda_o (H_o - 1) \times \left[1 + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} F_m^* \cos(m\pi Y) \right] \quad (53)$$

จากการใช้สมการที่(51) ถึง (53)จะหาค่าค่าสัมประสิทธิ์ Fourier ได้ดังนี้

$$F_m^* = \frac{4(H_o - 1) \sin(m\pi/2)}{m\pi \left[\frac{1 - H_o}{2} + \frac{\xi_s H_o^3}{\Lambda_o} \left(\frac{1 + e^{-2\xi_s \lambda \psi_s}}{1 - e^{-2\xi_s \lambda \psi_s}} \right) + \frac{\xi_r}{\Lambda_o} \left(\frac{1 + e^{-2\lambda \xi_r (\beta_r - \psi_r)}}{1 - e^{-2\lambda \xi_r (\beta_r - \psi_r)}} \right) \right]} \quad (54)$$

2.3.2 ภาระกรรมปกติและความแข็งแรง (Stiffness) ภาระกรรมไว้มีติของต้นและชั้นจะเขียนได้ดังนี้

$$W_r = \frac{w_r}{\rho_a b \ell} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{1/2} \int_{\psi_r \lambda}^{\beta_r \lambda} P_r dX dY$$

$$W_s = \frac{w_s}{\rho_a b \ell} = \frac{2}{\lambda} \int_0^{1/2} \int_0^{\psi_s \lambda} P_s dX dY$$

แทนสมการ(51) และ(52) เข้าในสมการนี้จะได้

$$W_r = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2F_m^* \sin(m\pi/2)}{m^3 \pi^3 \lambda} \quad (55)$$

$$\times \left[\frac{\Lambda_o}{2} + \frac{\xi_s (1 - 2e^{-\lambda(\beta_r - \psi_r X \xi_r - \Lambda_o/2)} - e^{-2\lambda \xi_r (\beta_r - \psi_r)})}{1 - e^{-2\lambda \xi_r (\beta_r - \psi_r)}} \right]$$

$$W_s = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2F_m^* \sin(m\pi/2)}{m^3 \pi^3 \lambda} \times \left[-\frac{\Lambda_o}{2H_o^2} + \frac{\xi_s (1 - 2e^{-\lambda \psi_s (\xi_s + \Lambda_o/2 H_o^2)} + e^{-2\psi_s \lambda \xi_s})}{1 - e^{-2\psi_s \lambda \xi_s}} \right] \quad (56)$$

ภาระกรรมของชั้นที่เป็นเหลี่ยมหาได้จากสมการ

$$W = \frac{w_r + w_s}{\rho_a \ell b} = W_r + W_s \quad (57)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการของความฝืด(Stiffness) จะเป็น

$$K_s = -h_r \frac{\partial W}{\partial h_r} \quad (58)$$

ในสมการ ที่ (54) ถึงสมการ(58) ภาระกรรมไร้มิติ และความแข็งแรง ของเบริงที่ใช้แก้สล็อตล้น มีความกว้างจำกัด และการเลื่อนไหลของแก๊สสมบูรณ์ สมการต่อไปนี้จะแสดงถึงภาระกรรมไร้มิติ และความแข็งแรง ด้วย 5 ปัจจัยกำหนด (Parameter)

1. จำนวนของเบริงไร้มิติ..... $\lambda = \frac{6\eta_0 \mu_b b}{p_a h_r^2}$
2. อัตราส่วนความยาวต่อความกว้างของแผ่น..... $\lambda = \frac{\ell_s + \ell_r + \ell_g}{b}$
3. อัตราส่วนความหนาของแผ่นฟิล์ม..... $H_a = \frac{h_s}{h_r}$
4. ปัจจัยกำหนดของตำแหน่งของชั้น $\psi_s = \frac{\ell_s}{\ell_s + \ell_r + \ell_g}$
5. อัตราส่วนความกว้างของร่องส่งผ่าน..... $\beta_s = \frac{\ell_s + \ell_r}{\ell_s + \ell_r + \ell_g}$

2.3.3 กระบวนการสร้างความสามารถสูงสุด (Optimizing Procedure) ปัญหาคือการหาความสามารถรองรับภาระกรรมสูงสุด หรือความแข็งแรงสูงสุด ของจำนวนเบริงที่แตกต่างกัน นั้นหมายถึงการให้ จำนวนเบริงไร้มิติ λ_g และหา λ สูงสุด และ H_a สูงสุด และ Ψ_g สูงสุด อัตราส่วนความกว้างของร่องส่งผ่านอากาศ β_s เป็นปัจจัยสำคัญมากกว่าปัจจัยอื่น ดังนั้นค่าของปัจจัยตัวนี้จะเป็น 0.97 เสมอ

ปัญหาพื้นฐานในการใช้ความสามารถสูงสุดของ λ, H_a และ Ψ_g เพื่อให้รับภาระกรรมสูงสุดนั้นคือการหาค่าของ λ, H_a และ Ψ_g เพื่อเข้ามาแทนค่าในสมการเหล่านี้

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda} = \frac{\partial W}{\partial H_a} = \frac{\partial W}{\partial \psi_s} = 0 \quad (59)$$

$$\frac{\partial K_s}{\partial \lambda} = \frac{\partial K_s}{\partial H_a} = \frac{\partial K_s}{\partial \psi_s} = 0 \quad (60)$$

นำวิธีการ Newton-Raphson มาใช้แก้สมการนี้

2.3.4 แบร้งแบบ Step Sector Thrust Bearing รูปที่ 3 แสดงถึงการเปลี่ยนรูปของแบร้งแบบสไลด์หลายเหลี่ยมเป็นแบร้งแบบรูปกลม ซึ่งแบร้งแบบนี้เป็นแบร้งรูปหลายเหลี่ยมที่มีความสามารถสูงที่สุด Parameter ของแบร้งแบบนี้จะเหมือนกับแบร้งหลายเหลี่ยม สมการข้างล่างนี้ใช้เพื่อคำนวณการเปลี่ยนรูป

$$\begin{aligned} b &\rightarrow r_o - r_i \\ N_0(\ell_s + \ell_r + \ell_g) &\rightarrow \pi(r_o + r_i) \\ \ell_{th} &\rightarrow \frac{\omega}{2}(r_o + r_i) \end{aligned}$$

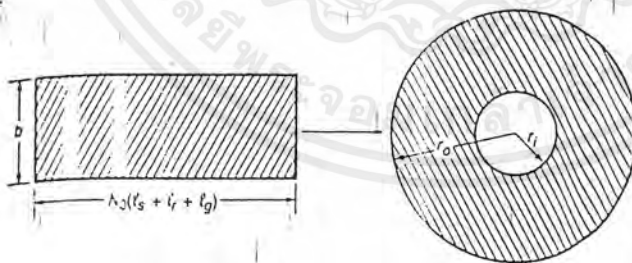
เมื่อ N_0 คือจำนวนของ Pad ซึ่งมีอยู่ ณ ส่วน (Sector) ที่เป็นขั้น และด้วยสมการดังกล่าวจำนวนของแบร้งไร้มิติสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Lambda_a = \frac{3\eta_{min}(r_o^2 - r_i^2)}{\rho_a h_r^2} \quad (61)$$

จำนวนสูงสุดของ pad ที่จะมียู่ใน ส่วน (Sector) สามารถหาได้จากสูตร นี้

$$N_0 = \frac{\pi(r_o + r_i)}{\lambda_{opt}(r_o - r_i)} \quad (62)$$

ในสมการนี้ λ_{opt} จะเป็นอัตราส่วนสูงสุดระหว่างความยาวต่อความกว้าง เมื่อ N_0 ไม่ใช่จำนวนเต็ม (Integer) จึงต้องรวมมันเข้ากับจำนวนเต็มอื่น



รูปที่ 3 Transformation of rectangular slider bearing into circular sector bearing

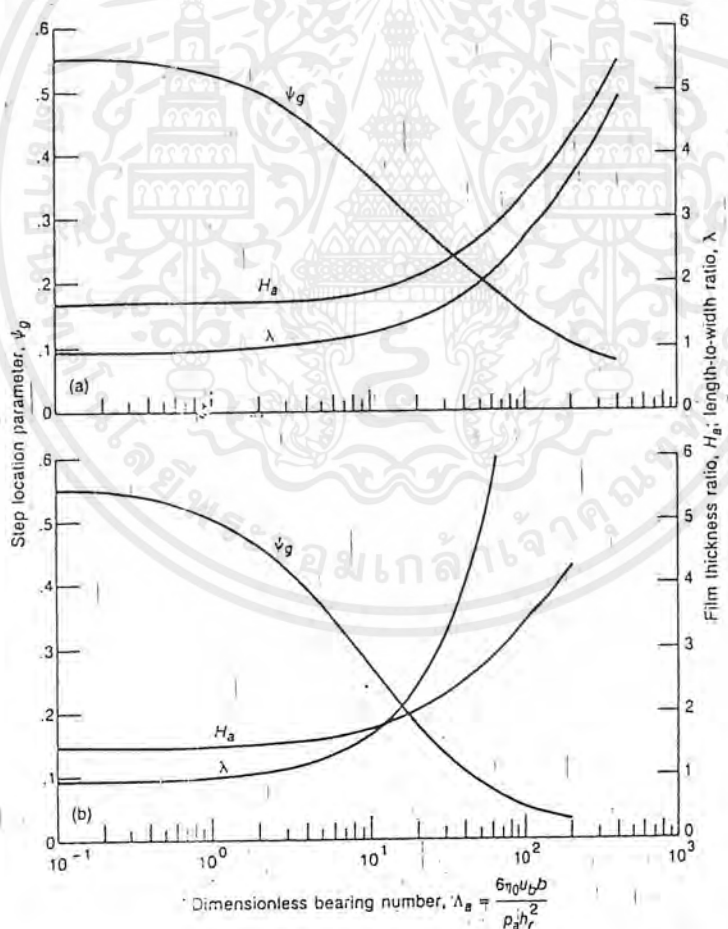
2.3.5 ผลที่ปรากฏ รูปที่ 4(a) แสดงผลของ Λ_a และ λ เพื่อให้ทราบถึง ภาระกรรมสูงสุด และระยะของ Λ_a จาก 0 ถึง 410 ปัจจัยสำคัญความสามารถสูงสุด (Optimum Step Parameter) จะแสดงค่าที่ไม่สิ้นสุดเมื่อจำนวนของ Λ_a มีน้อยเกินไป จะเกิดขึ้นเมื่อค่า $\lambda = 0.918, \Psi_s = 0.555$ และ $H_a = 1.693$ ดังนั้นค่าของสมการทางด้านขวาของสมการที่ (42) และ (43) มีค่าเป็นศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปประกอบ (4)B แสดงถึงผลกระทบของ Λ_a ต่อ λ และ เพื่อความแข็งแรงสูงสุด ดังในรูปที่ 4(a) ปัจจัยสำคัญความสามารถสูงสุดเมื่อค่า $\lambda = 0.915$, $\Psi_g = 0.557$ และ $H_a = 1.470$ * ค่าไม่สิ้นสุดของอัตราส่วนความหนาของฟิล์มจะมีความแตกต่างแต่ไม่เปลี่ยนแปลงค่า λ และ Ψ_g เมื่อเปรียบเทียบกับค่าความสามารถรับภาระกรรมสูงสุด

รูปที่ 4(a) และ (b) แสดงให้เห็นถึงจำนวนแบร์ริง Λ_a มีความสามารถมากกว่า สถานะที่ Ψ_g , λ , H_a มีค่าไม่มีที่สิ้นสุด

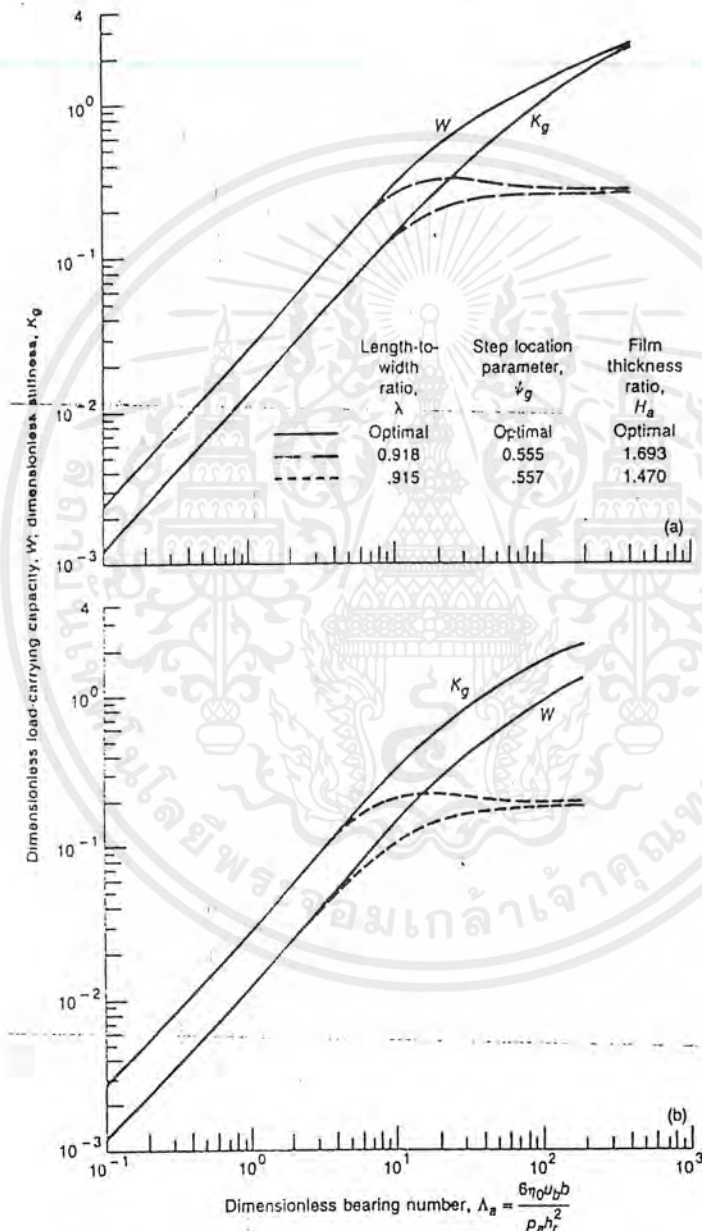
1. อัตราส่วนความยาวต่อความสูง λ เพิ่มขึ้น (ความยาวของ Pad ที่เพิ่มขึ้นเกี่ยวข้องโดยตรงกับความกว้างของมัน)
2. ปัจจัยสำคัญ Ψ_g จะลดลง (ความยาวของ ชั้นนั้นลดลงตามความยาวของ Pad)
3. อัตราส่วนความหนาของฟิล์ม H_a เพิ่มขึ้น (ความลึกของชั้นนั้นเพิ่มขึ้นตามระยะจัด (Clearance))



รูปที่ 4 ผลกระทบจากค่า Bearing number บน optimum step parameters (a) สำหรับค่าสูงสุดของ Dimension load carrying capacity (b) สำหรับค่าสูงสุดของ Dimensionless stiffness

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5 (a) และ (b) แสดงถึงผลกระทบของจำนวนแบร์ริงที่มีต่อความสามารถในการรองรับภาระกรรมและความแข็งแรง ความแตกต่างที่แสดงให้เห็นในรูป 16.5(a) แสดงถึงความสามารถในการรองรับภาระกรรม และรูป 16.5(b) แสดงถึงความแข็งแรงสูงสุดที่จะเกิดขึ้น พร้อมทั้งแสดงค่า K_g และ W เมื่อปัจจัยสำคัญของ ชั้น (Step) มีอยู่ถูกกำหนดอยู่ เป็นค่าคงที่ของ Incompressible Solution ค่าความต่างสำคัญระหว่างผลทั้งสองไม่ควรแตกต่างกัน จนกว่า $\Lambda_a > 8$



รูปที่ 5 Effect of dimensionless bearing number on dimensionless load-carrying capacity and dimensionless stiffness (a) For maximum dimensionless load carrying capacity (b) for maximum dimensionless stiffness

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 แม่ริงแบบร่องเกลียว Spiral Groove Bearing

แม่ริงที่มีความสามารถในการค้ำอากาศเข้าด้านใน แสดงอยู่ในรูป 6 ค่าปัจจัยสำคัญไร้มิติ (Dimensionless Parameter) ที่เกี่ยวข้องกับแม่ริงแบบนี้ คือ

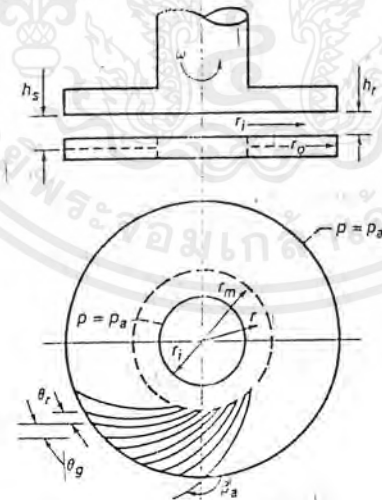
- 1.มุมของร่อง β_a
- 2.อัตราส่วนความกว้าง $\Psi_a = \theta_r / \theta_g$
- 3.ความหนาของฟิล์ม $H_a = h_s / h_r$
- 4.อัตราส่วนรัศมี $\alpha_r = r_i / r_o$
- 5.ความยาวของร่อง $R_g = (r_o - r_m) / (r_o - r_i)$
- 6.จำนวนของร่อง N_0
- 7.จำนวนของแม่ริงไร้มิติ $\Lambda_g = 3\eta_0 \omega (r_o^2 - r_i^2) / p_a h_r^2$

ปัจจัยสำคัญ 7 ประการเป็นเรื่องเกี่ยวกับรูปทรงของแม่ริง สำหรับปัจจัยสำคัญประการสุดท้าย คือ ปัจจัยในการนำแม่ริงมาใช้

ความสามารถของแม่ริงแบบนี้สามารถแสดงได้โดยปัจจัยสำคัญไร้มิตินี้
ภาระกรรมไร้มิติ

$$W_\infty = \frac{1.5 G_f \omega z}{\pi p_a (r_o^2 - r_i^2)} \quad (63)$$

เมื่อ G_f คือ ปัจจัยของร่อง



รูปที่ 6 Spiral Groove Bearing

ความแข็งแรงไร้มิติ Dimension Stiffness

$$K_\infty = \frac{1.5 h_r G_f k_\omega}{\pi p_a (r_o^2 - r_i^2)} \quad (64)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตรากระแสน้ำมัน

$$Q_m = \frac{3\eta_0 q_m}{\pi p_a h_r^3} \quad (65)$$

แรงบิดไร้มิติ Dimensionless Torque

$$T_q = \frac{6t_q}{\pi p_a (r_o^2 + r_i^2) h_r \Lambda_s} \quad (66)$$

รูปแสดงของ Reiger (1967) ได้นำมาเขียนใหม่เป็นรูป 7 ซึ่งแสดงถึงการแก้สมการ โดยใช้วิธีการ สมการ Reynold (สมการ 13) และแก้สมการเพื่อหาปัจจัยสำคัญต่างๆ

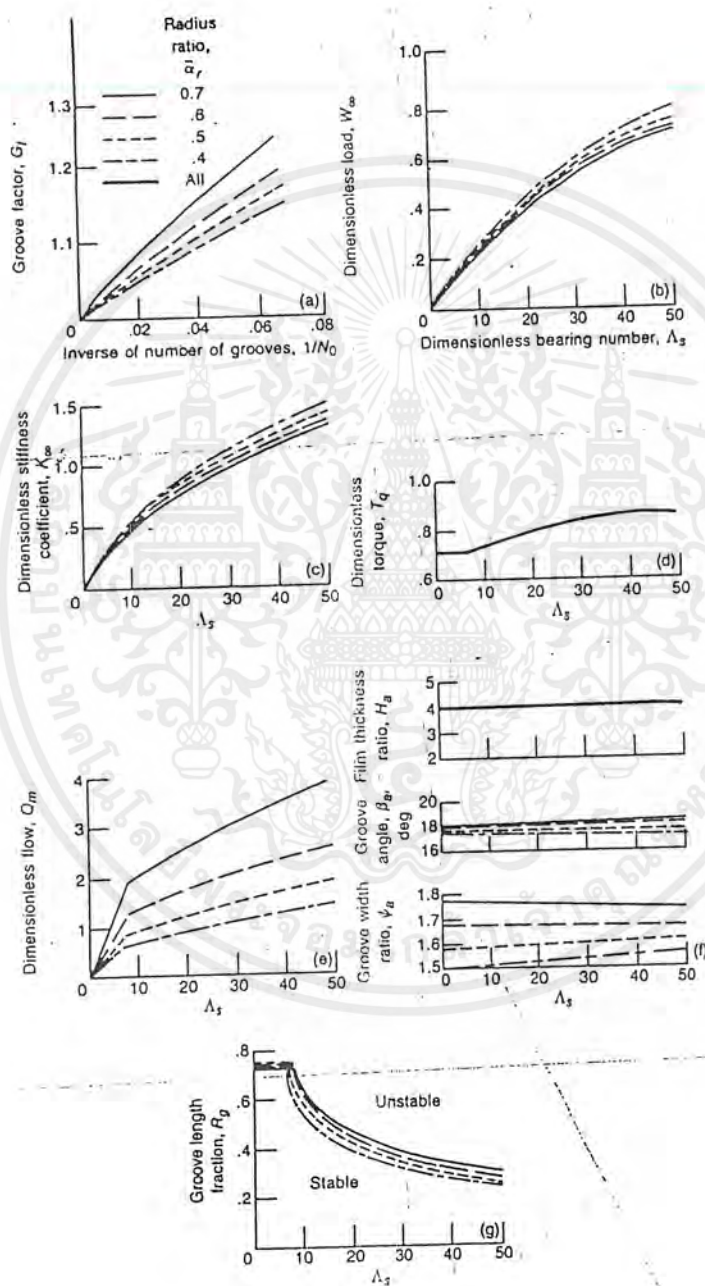
ปัญหาสำคัญในการออกแบบคือ ปัจจัยเรื่องภาระกรรม ความเร็ว Bearing Envelope ความหนืดของแก๊ส ความดันโดยรอบ และอัตราส่วนระยะขจัดต่อรัศมี การออกแบบให้ปัจจัยอัตราส่วนระยะขจัดต่อรัศมี สูงสุดจะทำให้เกิดการบิดรูป (Distortion) ต่อพื้นผิวของแบร์ริง ปัจจัยสำคัญคือ 5000-10,000 กระบวนการออกแบบแบร์ริงในรูป 7 จะมีดังนี้

1. กำหนดจำนวนของร่อง N_o
2. จากรูป 16.7 (a) กำหนดปัจจัยของร่อง G_f โดยให้อัตราส่วนรัศมีเท่ากับ $\overline{\alpha_r} = r_i / r_o$
3. คำนวณภาระกรรมไร้มิติ $W_\infty W_\infty$
4. ถ้า $W_\infty > 0.8$ ดังนั้น r_o ต้องเพิ่มขึ้น กลับไปทำ ขั้นตอนที่ 2
5. จากรูป 16.7 (b) ได้ให้ W_∞ และ $\overline{\alpha_r}$ จัดตั้ง Λ_s
6. คำนวณ

$$\frac{r_o}{h_r} = \left\{ \frac{\Lambda_s p_a}{3\eta_0 \omega [1 - (r_i/r_o)^2]} \right\}^{1/2}$$

ถ้า r_o / h_r (หรือ กำหนดค่ารัศมีต่อระยะขจัดไว้แล้ว) แบร์ริงใหญ่ขึ้นหรือต้องการเพิ่มความเร็วให้ย้อนกลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ถ้าไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ ต้องใช้แบร์ริงแบบรองรับความดันสูง

7. เมื่อกำหนด $\overline{\alpha_r}$ และ Λ_s ต้องหาค่า K_∞, T_q , และ Q_m จากรูป 16.7(c) (d) และ (e) โดยสมการ (64) ถึง (66) เพื่อคำนวณ K_∞, t_q, q_m
8. จากรูป 7(f) แสดงค่าอัตราส่วนความหนาของแผ่นฟิล์ม H_a นุ่มของร่อง β_a และอัตราส่วนความกว้างของร่อง Ψ_a จากรูป 7(g) แสดงค่าเศษส่วนความยาวของร่อง R_g



รูปที่ 7 (a) Groove Factor ;(b) load ;(c) Stiffness; (d) torque;
(e) flow; (f) optimal groove factor

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 บทสรุป

แบบจำลองแก๊สหล่อลื่นนี้ คล้ายคลึงกับแบบจำลองใช้น้ำมันหล่อลื่น เว้นแต่ ของเหลวไม่สามารถบีบอัดได้ และอากาศมีความหนืดน้อยกว่าของเหลวถึง 1000 เท่า แม้แต่กับน้ำมันธรรมชาติที่มีความบางที่สุด

สมการ Reynold เข้ามาใช้วิเคราะห์ แบบไร้มิติ ต่อแบบจำลองแก๊สหล่อลื่น ในอุณหภูมิจึงที่ และ ไม่มีการแผ่กระจายไหล ไม่เท่ากัน (Slip Flow) สามารถแสดงได้ด้วย

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda_g \frac{\partial (PH)}{\partial X} + \sigma_g \frac{\partial (PH)}{\partial T}$$

เมื่อ λ = อัตราส่วนความยาวต่อความกว้าง...

Λ_g = จำนวนของแบบจำลองไร้มิติที่ดึงอากาศ

σ_g = จำนวนบีบ (Squeeze Number)

ในการแก้สมการดังกล่าวใช้ สมการ Reynold เข้าแก้ด้วยวิธีการ Nonlinear พร้อมกับ ความดันเป็น P

เฉพาะปัจจัยเรื่องเวลา, ความเร็วต่ำยิ่งยวด ($\Lambda_g \rightarrow 0$) และความเร็วสูงยิ่งยวด ($\Lambda_g \rightarrow \infty$) เข้ามาพิจารณาโดยใช้หลัก 3 ประการดังนี้

1. ณ ความเร็วต่ำยิ่งยวดแบบจำลองแก๊สหล่อลื่นนี้มีคุณสมบัติเดียวกับแบบจำลองที่ใช้ของเหลวหล่อลื่น
2. ณ ความเร็วสูงยิ่งยวด $ph =$ ค่าคงที่ และ ภาระกรรม เป็นปัจจัยอิสระแยกจากความเร็ว
3. ณ ความเร็วสูงยิ่งยวด เมื่อปัจจัยความกว้างที่มีขอบเขตและ ไม่มีขอบเขตจะไม่ต้องสนใจเรื่อง Side Leakage $ph =$ ค่าคงที่

ในกรณีที่เกิด Slip Flow จะให้ความสำคัญเฉพาะแผ่นฟิล์มหล่อลื่นของแก๊ส และค่า Knudsen (κ) จะเป็นส่วนต่างของค่าเฉลี่ยของแก๊ส โมเลกุลกับความหนาของฟิล์มแก๊ส มีสูตรการหาดังนี้

$$\kappa = \frac{\lambda_m}{h}$$

เมื่อ λ_m คือค่าเฉลี่ยโมเลกุลอิสระในแก๊ส สำหรับ $0.01 < \kappa < 15$ ต้องให้ความสำคัญกับ Slip Flow

2.6 ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน

ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) เป็นระเบียบวิธีแบบเปิดที่เริ่มจากค่าเริ่มต้นเพียงค่าเดียวและอาจนำไปสู่ผลลัพธ์ได้โดยรวดเร็ว คุณสมบัติดังกล่าวทำให้ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายโดยเฉพาะสำหรับงานทางปฏิบัติ ซึ่งโดยปกติแล้วผู้ออกแบบสามารถทราบค่าของผลลัพธ์ได้โดยคร่าวๆ คุณสมบัติดังกล่าวเราจะพบเห็นเมื่อเราได้ศึกษาตัวอย่างต่างๆทั้งในบทนี้และบทต่อไป แต่ก่อนที่จะอธิบายขั้นตอนของระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสันนี้ เนื่องจากระเบียบวิธีดังกล่าวตั้งอยู่บนรากฐานของการใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) ดังนั้น เราจะมาทำความเข้าใจกับอนุกรมเทย์เลอร์ก่อนดังต่อไปนี้

อนุกรม เทย์เลอร์เป็นอนุกรมที่ใช้ในการหาค่าฟังก์ชันที่ตำแหน่ง x จากค่าของฟังก์ชันและค่าอนุพันธ์ (derivatives) ที่มีอันดับต่างๆกันของฟังก์ชันนั้นที่ตำแหน่ง x_0 ซึ่งอยู่ใกล้เคียงกัน ถึงแม้ว่าอนุกรมเทย์เลอร์จะประกอบด้วยพจน์ทั้งหมดจำนวนอนันต์พจน์แต่ความหมายของอนุกรมเทย์เลอร์สามารถทำความเข้าใจได้ไม่ยากนัก สมมติว่าเราทำการประมาณอนุกรมเทย์เลอร์นี้ด้วยการใช้พจน์เดียวนั้นคือ

$$f(x) \cong f(x_0) \quad (66.1)$$

ซึ่งบางครั้งเรียกว่าเป็นการประมาณอันดับศูนย์ (zero – order approximation) สมการ(66) นี้ก็กล่าวค่าของฟังก์ชันที่ x และ x_0 นั้นเท่ากัน ซึ่งจะถูกต้องได้ก็ต่อเมื่อฟังก์ชันนั้นเป็นค่าคงที่ (constant) เท่านั้น แต่สำหรับฟังก์ชันโดยทั่วไปสมการ (66) จะถูกต้องโดยประมาณเท่านั้นหากตำแหน่ง x และ x_0 นั้นอยู่ใกล้เคียงกัน

หากเราใช้อนุกรมเทย์เลอร์ที่ประมาณด้วยการใช้พจน์จำนวน 2 พจน์ ดังนี้

$$f(x) \cong f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) \quad (67)$$

เนื่องจาก $f'(x_0)$ เป็นค่าของความชัน ดังนั้นสมการ (67) นี้ จึงเปรียบเสมือนสมการเส้นตรงและจะให้ค่าที่ถูกต้องเสมอหากฟังก์ชันที่กำหนดให้นั้นมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเชิงเส้นตรง สมการ (67) ดังกล่าวบางครั้งจึงเรียกว่าเป็นการประมาณอันดับหนึ่ง (first – order approximation)

ในทำนองเดียวกัน หากฟังก์ชันที่กำหนดมาให้อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function) อนุกรมเทย์เลอร์ที่ประกอบด้วย 3 พจน์

$$f(x) \cong f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) \quad (68)$$

จะสามารถให้ค่าที่ถูกต้องได้ ดังนั้นสำหรับฟังก์ชันโดยทั่วไปที่อยู่ในรูปที่ซับซ้อนและไม่สามารถเขียนในรูปของสมการพหุนาม (polynomials) ได้ อนุกรมเทย์เลอร์ที่จะใช้แทนฟังก์ชันดังกล่าวจึงจำเป็นต้องประกอบด้วยพจน์เป็นจำนวนอนันต์พจน์ นั่นคือ

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!}f^{(n)}(x_0) + \dots \quad (69)$$

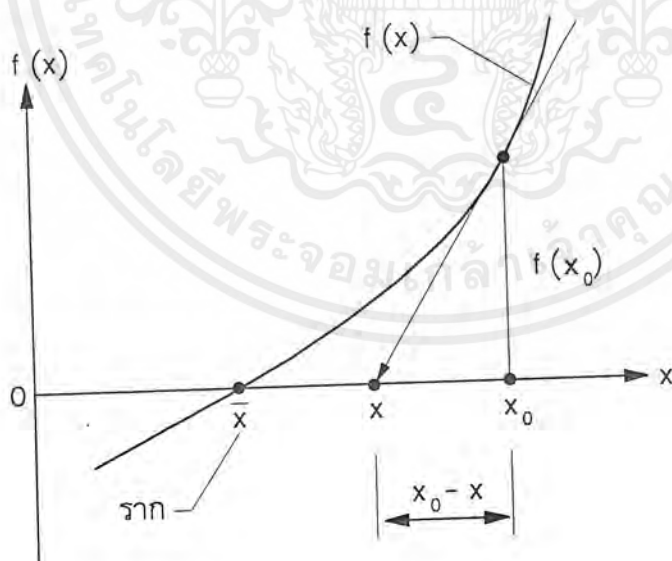
พื้นฐานความเข้าใจในอนุกรมเทย์เลอร์ได้ถูกนำมาใช้ในระเบียบวิธีของนิวตัน - رافสัน เพื่อหารากของสมการ $f(x) = 0$ โดยใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ที่ประกอบด้วยพจน์เพียง 2 พจน์ดังแสดงในสมการ (67) นั่นคือ กำหนดให้

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) = 0 \quad (70)$$

หรือ

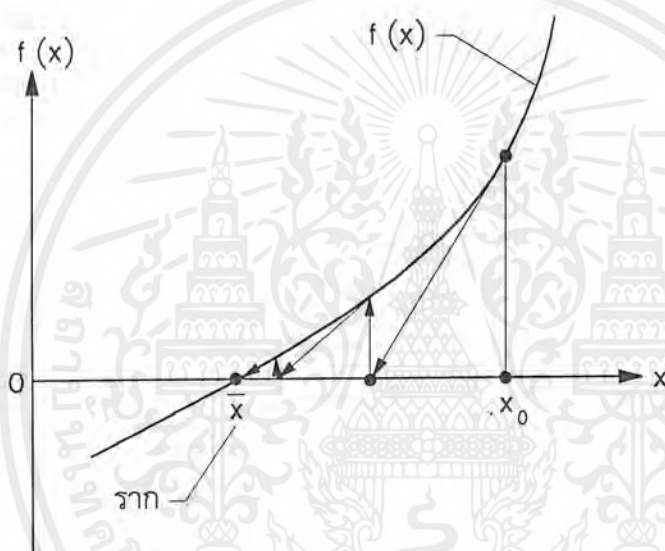
$$\begin{aligned} (x - x_0)f'(x_0) &= -f(x_0) \\ x - x_0 &= -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \end{aligned} \quad (71)$$

ความหมายของสมการ (71) นี้สามารถอธิบายได้โดยรูป 8 ประกอบ



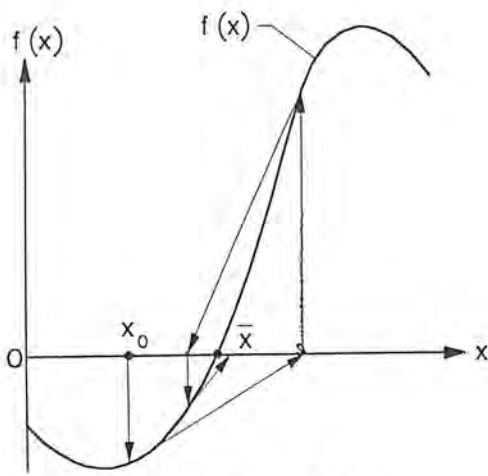
รูปที่ 8 การคำนวณหา x ใหม่จากค่ากำหนดเริ่มต้น x_0 ในระเบียบวิธีของนิวตัน - رافสัน

หลักการของระเบียบวิธีนิวตัน – รางฟั่นเริ่มจากการคำนวณค่าเริ่มต้น x_0 ดังแสดงในรูป 8 แล้วทำการคำนวณค่าของฟังก์ชัน $f(x_0)$ และค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน $f'(x_0)$ ที่ตำแหน่ง x_0 นั้น ค่าดังกล่าวจะนำไปแทนลงไปในสมการ (71) ก่อให้เกิดค่า x ณ ตำแหน่งใหม่ ดังแสดงในรูป 8 นี้ซึ่งมีค่าเข้าใกล้ราก $\bar{x}$ มากขึ้น จากนั้นก็ใช้วิธีการทำซ้ำเพื่อค่า x ต่างๆ ที่เกิดจากวิธีการทำซ้ำนี้จะเข้าสู่ราก $\bar{x}$ ที่แท้จริง ลักษณะของการเข้าสู่ซึ่งเกิดจากวิธีการทำซ้ำนี้สามารถอธิบายได้โดยรูป 9

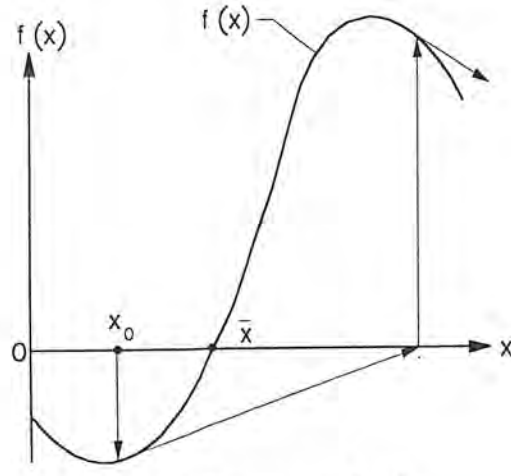


รูป 9 ลักษณะการเข้าสู่ผลลัพธ์โดยระเบียบวิธีของนิวตัน – รางฟั่น

รูป 9 นี้ แสดงให้เห็นว่าการเข้าสู่ผลลัพธ์โดยระเบียบวิธีของนิวตัน- รางฟั่นนั้นเป็นไปอย่างรวดเร็ว คุณสมบัติดังกล่าวเป็นเหตุให้ระเบียบวิธีการนี้ได้รับความนิยมอย่างสูงเฉพาะในการแก้ปัญหาด้านปฏิบัติ อย่างไรก็ตาม การเข้าสู่ของผลลัพธ์อาจไม่เกิดขึ้นเสมอไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายประการ เช่น ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันของปัญหานั้น และการกำหนดค่าเริ่มต้น x_0 เป็นต้น การเข้าสู่และผู้ออกของผลลัพธ์สามารถอธิบายได้โดยรูป 10



(ก) การลู่เข้าสู่ผลลัพธ์



(ข) การลู่ออกจากผลลัพธ์

รูปที่ 10 ลักษณะการลู่เข้าและลู่ออกของผลลัพธ์โดยระเบียบวิธี นิวตัน-ราฟสัน

จากคำอธิบายต่างๆ เหล่านี้ เราจะเห็นได้ว่าระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน เป็นระเบียบวิธี การทำซ้ำซึ่งประกอบด้วยการหาค่า x ใหม่จากค่า x เก่า โดยใช้สมการ (71) ที่ได้จากการประมาณ ของอนุกรมเทย์เลอร์ หากเรากำหนดให้ (71) จึงเขียนได้ว่า

$$\Delta x = x - x_0 = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (72)$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่สามารถนำไปคำนวณโดยวิธีการทำซ้ำ โดยประกอบ ด้วยขั้นตอนดังนี้คือ

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณค่าฟังก์ชันและค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันนั้นที่ตำแหน่ง x เก่าแล้วคำนวณค่าการ เปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์จาก

$$\Delta x_{k+1} = -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (73)$$

โดยกรณีนี้ถ้า k และ $k+1$ แทนการทำซ้ำครั้งที่ k และ $k+1$ ตามลำดับ

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณหาค่าตำแหน่ง x ใหม่ จาก

$$\Delta x_{k+1} = x_k + \Delta x_{k+1} \quad (74)$$

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้นั้นลู่เข้าถึงเกณฑ์ที่กำหนดที่กำหนดไว้แล้วหรือไม่ค่าของ เกณฑ์การลู่เข้าที่ยอมรับได้ อาจอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(ก) \quad |\Delta x_{k+1}| < \varepsilon_1 \quad (75)$$

โดย ε_1 แทนค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ (absolute error) หรือ

$$(ข) \quad \left| \frac{\Delta x_{k+1}}{x_{k+1}} \right| < \varepsilon_2 \quad (76)$$

โดย ε_2 แทนค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์ (relative error)

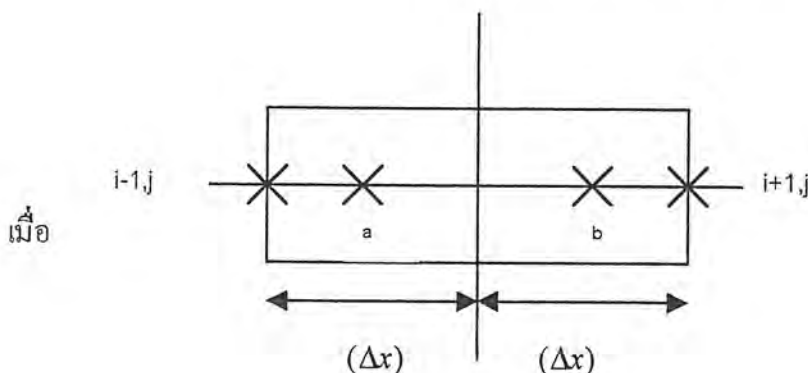
$$(ค) \quad \left| \frac{\Delta x_{k+1}}{x_{k+1}} \right| \times 100\% < \varepsilon_3 \quad (77)$$

โดย ε_3 แทนค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์คิดเป็นร้อยละ (percentage relative error) เป็นต้น หากค่าของผลลัพธ์ที่ได้มีค่ายังไม่ถึงเกณฑ์การลู่เข้าที่กำหนดไว้ย้อนกลับไปยังขั้นตอนที่ 1 เพื่อทำซ้ำใหม่

2.7 วิธีการทำ Finite difference เช่น

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{h}^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right] = \frac{\bar{h}_b^3 \frac{\partial P}{\partial x} - \bar{h}_a^3 \frac{\partial P}{\partial x}}{\Delta x}$$

$$= \frac{\bar{h}_{i+1/2,j}^3 (P_{i+1,j} - P_{i,j}) - \bar{h}_{i-1/2,j}^3 (P_{i,j} - P_{i-1,j})}{\Delta x}$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การคำนวณและผลการคำนวณ

3.1 การวิเคราะห์การไหลของอากาศ หัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าอาศัยสมการพื้นฐานคือ

$$\text{สมการ Reynolds } \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \mu u_h \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12 \mu \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (1)$$

โดยที่ ρ = ความหนาแน่น, h = ความหนาแน่นของฟิล์ม, μ = viscosity, U = ความเร็วงานแม่เหล็ก

3.1.1 การไหลแบบ INCOMPRESSIBLE หรืออัดตัวไม่ได้(ความหนาแน่นคงที่)

เราจะแบ่งเป็น 2 กรณีด้วยกันคือ

3.1.1.1 แบบ infinite length โดยพิจารณาที่เวลาคงที่

จากรูปที่ 11. สมมติว่า $B \rightarrow \infty$ จะได้ว่า

$$\frac{\partial p}{\partial y} \ll \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

ดังนั้นสมการ Reynolds สำหรับกรณีนี้จะลดรูปเหลือ

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 6 \mu U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3)$$

แล้วทำการจัดให้อยู่ในรูปแบบ Dimensionless แล้วทำการอินทิเกรต จะได้สมการดังนี้

$$P = \frac{-kx}{2H^2 \left(\bar{x} + \frac{h_b}{H} \right)^2} - \frac{k}{2H^2 \left(\bar{x} + \frac{h_b}{H} \right)} - \frac{C_1}{\left(\bar{x} + \frac{h_b}{H} \right)^2} + C_2 \quad (4)$$

โดยที่ $k = 6 \mu UL$, $H = h_a - h_b$, $\bar{x} = x/L$

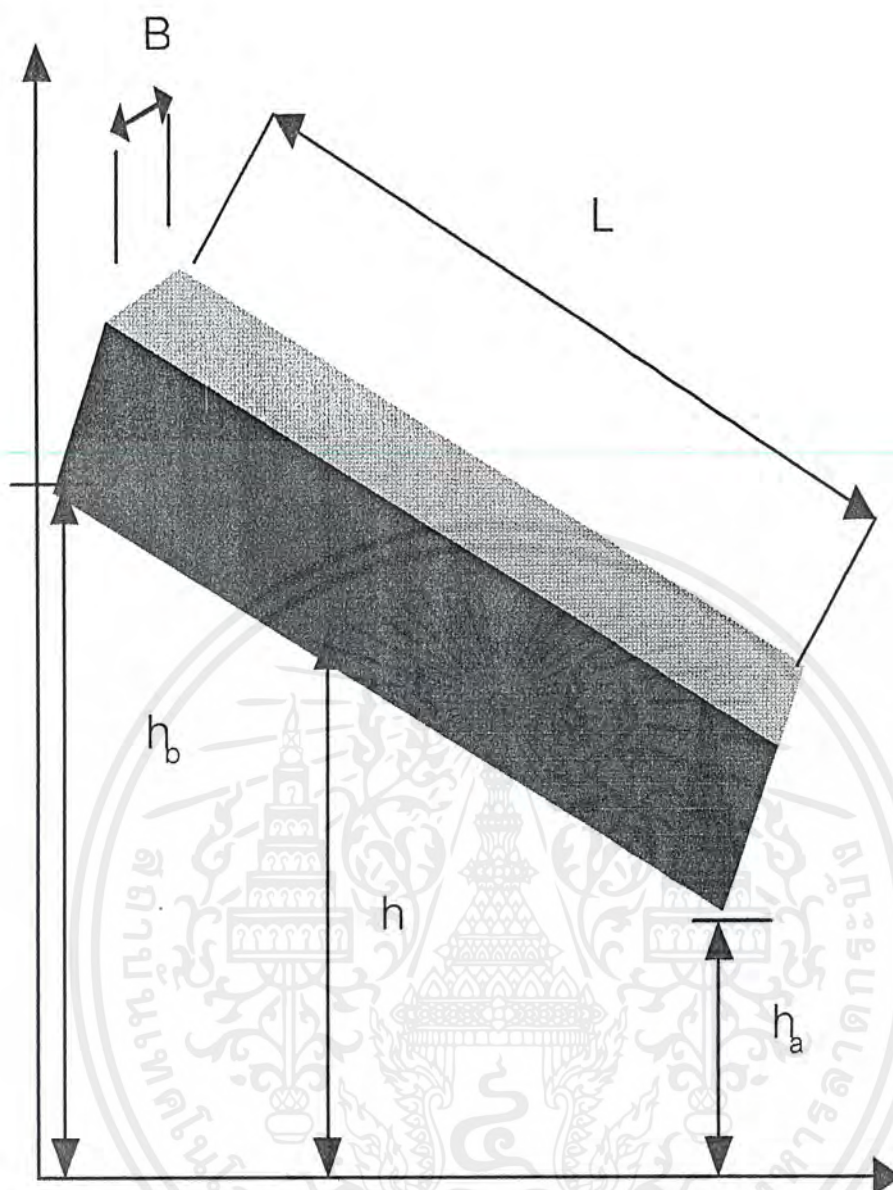
แล้วทำการแทนค่า Boundary ที่ $x = 0$, $P = P_{\text{ATM}}$ ที่ $x = L$, $P = P_{\text{ATM}}$

จะได้

$$C_1 = \frac{\frac{k}{2h} \left[\frac{\bar{x}}{H \left(1 + \frac{h_b}{H} \right)^2} + \frac{1}{H \left(1 + \frac{h_b}{H} \right)} - \frac{1}{h_b} \right]}{\frac{H^2}{h_b^2} - \frac{1}{(1 + h_b)^2}} \quad (5)$$

$$C_2 = P_{\text{atm}} + \frac{k}{2Hh_b} + \frac{C_1 H^2}{h_b^2} \quad (7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 11 ลักษณะหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ในโรงงานนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังจากนั้นทำการนำค่า C_1 และ C_2 ที่ได้ไปแทนค่าในสมการ(4) แล้วทำการ plot กราฟค่าความดัน โดยเปลี่ยนค่า $\frac{h_b}{h_a}$ ไปเรื่อยๆ เพื่อพิจารณาลักษณะของกราฟโดยใช้คอมพิวเตอร์ในการเขียนกราฟ

3.1.1.2 แบบ finite length พิจารณาที่เวลาคงที่

โดยจัดสมการ Reynolds ให้อยู่ในรูป Dimensionless จะกลายเป็น

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right) + \left(\frac{L}{B} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} \quad (7)$$

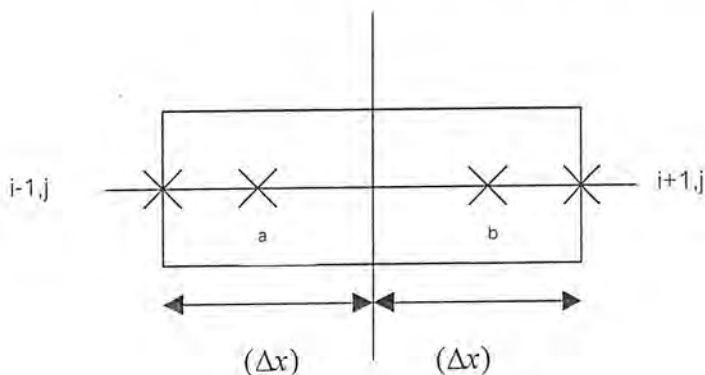
โดยที่ $\bar{x} = \frac{x}{L}$, $\bar{y} = \frac{y}{L}$, $\bar{p} = \frac{P}{P_{atm}}$, $\bar{h} = \frac{h}{h_a}$ และ $h = 1 - \left(\frac{h_a - h_b}{h_a} \right) \bar{x}$

แล้วจึงทำการแก้สมการด้วยวิธีการ Finite difference

วิธีการทำ Finite difference เช่น

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{h}^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right] &= \frac{\bar{h}_b^3 \frac{\partial P}{\partial x} - \bar{h}_a^3 \frac{\partial P}{\partial x}}{\Delta x} \\ &= \frac{\bar{h}_{i+1/2,j}^3 (P_{i+1,j} - P_{i,j}) - \bar{h}_{i-1/2,j}^3 (P_{i,j} - P_{i-1,j})}{\Delta x} \end{aligned}$$

เมื่อ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

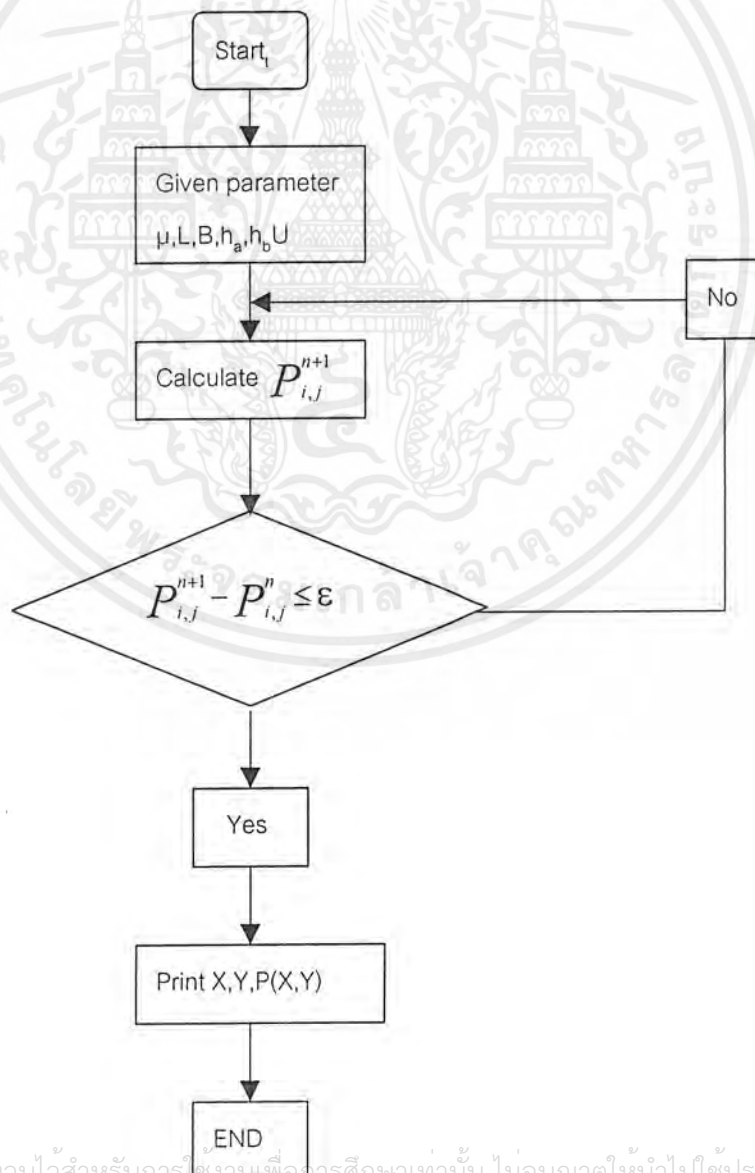
$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} \right] &= \frac{\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} \Big|_b - \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} \Big|_a}{(\Delta \bar{x})} \\
&= \frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3 [\bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i,j}]}{\Delta \bar{x}} - \frac{\bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3 [\bar{P}_{i,j} - \bar{P}_{i-1,j}]}{\Delta \bar{x}} \\
&= \frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3 \bar{P}_{i+1,j} - \bar{P}_{i,j} (\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j} + \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}) + \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3 \bar{P}_{i-1,j}}{(\Delta \bar{x})^2} \\
\frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} \right] &= \frac{\bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} \Big|_c - \bar{h}^3 \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} \Big|_d}{(\Delta \bar{y})} \\
&= \frac{\bar{h}^3 \bar{P}_{i,j+1} - \bar{P}_{i,j} (\bar{h}_{i,j+\frac{1}{2}} + \bar{h}_{i,j-\frac{1}{2}}) + \bar{h}^3 \bar{P}_{i,j-1}}{(\Delta \bar{y})^2} \\
\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} &= \frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j} - \bar{h}_{j-\frac{1}{2},j}}{(\Delta \bar{x})}
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผ่านกระบวนการ finite difference มาแล้วจะได้สมการใหม่ แล้วทำการจัดรูปหาค่าความดัน ณ จุดใดๆ ได้ดังนี้ (9)

$$\bar{P}_{i,j} = \frac{\left(\frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3 \bar{P}_{i+1,j} + \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3 \bar{P}_{i-1,j}}{(\Delta \bar{x})^2} \right) + \left[\left(\frac{L}{B} \right)^2 \left(\frac{\bar{h}_{i,j+\frac{1}{2}}^3 \bar{P}_{i,j+1} + \bar{h}_{i,j-\frac{1}{2}}^3 \bar{P}_{i,j-1}}{(\Delta \bar{y})^2} \right) \right] - \left[\frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3 - \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3}{(\Delta \bar{x})} \right]}{\left[\left(\frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3 + \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3}{(\Delta \bar{x})^2} \right) + \left(\frac{L}{B} \right)^2 \left(\frac{\bar{h}_{i+\frac{1}{2},j}^3 + \bar{h}_{i-\frac{1}{2},j}^3}{(\Delta \bar{y})^2} \right) \right]}$$

หลังจากนั้นทำการเขียนโปรแกรมเพื่อหาค่าความดัน ณ จุดต่างๆ โดยมี Flow chart ดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการทำงาน

1. เริ่มต้นการทำงาน
2. รับค่า parameter ต่างๆ
3. นำค่าที่ได้ไปคำนวณหา
4. เปรียบเทียบค่าเก่าและใหม่ ถ้ามากกว่าค่าที่ยอมรับได้ให้วนไปคำนวณใหม่ ถ้าน้อยกว่าหรือเท่ากับให้ยอมรับค่านั้น
5. แล้วทำการแสดงผลออกมา
6. จบการทำงาน

3.1.2 การไหลแบบ COMPRESSIBLE หรืออัดตัวได้ (ความหนาแน่นไม่คงที่) ณ สถานะ Steady

พิจารณาสมการ Reynolds จาก(1)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \mu \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 12 \mu \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}$$

สมการของ Perfect Gas ในรูปความหนาแน่นคือ

$$\frac{P}{\rho} = \bar{R} t_m \quad (10)$$

โดยที่ $\bar{R}$ = gas constant t_m = gas temperature

และโดยทั่วไป กฎของ Polytropic สามารถใช้ได้คือ

$$\frac{P}{\rho^n} = \text{ค่าคงที่} \quad (11)$$

และโดยที่ $1 \leq \bar{n} \leq \frac{C_p}{C_v}$

ซึ่ง C_p = ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่

C_v = ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ปริมาตรคงที่

$\bar{n}$ = polytropic gas-expansion exponent

และเมื่อการไหลแบบ “Adiabatic” (ไม่มีการถ่ายเทความร้อน) $\bar{n} = \frac{C_p}{C_v}$

และสำหรับ Project นี้เรากำหนดให้การไหลเป็นแบบ ISOTHERMAL

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คือ อุณหภูมิคงที่ ดังนั้น $\bar{n} = 1$ ดังนั้นสมการที่(11) จึงกลายเป็น

$$\frac{P}{\rho} = \text{ค่าคงที่} \quad (12)$$

จากนั้นนำสมการที่(12)ไปแทนในสมการ Reynolds แล้วทำการจัดรูปใหม่โดยให้อยู่ในรูปแบบ Dimensionless โดยที่สถานะ Steady คือสถานะที่สนใจที่เวลาคงที่ ดังนั้นสมการที่ได้ใหม่จึงออกมาเป็นดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \frac{\partial(PH)}{\partial X} \quad (13)$$

โดยที่ $p = p_a P$, $h = h_a H$, $x = LX$, $y = BY$

$$\text{ซึ่ง} \quad \lambda = \frac{L}{B} \quad (14)$$

คือค่าของ length-to-width ratio,

$$\Lambda_g = \frac{6\mu UL}{p_a h_a^2} \quad (15)$$

คือค่าของ Dimensionless bearing number

หลังจากนั้นเราจะเห็นได้ว่า สมการที่(13)นั้นอยู่ในรูปแบบ Nonlinear ดังนั้นเราจึงต้องทำการ Linearized เพื่อทำให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้ทฤษฎีของ “Newton” Raphson” โดยมีหลักการดังนี้

$$F(X) = F(X)_i + \left. \frac{\partial F(X)}{\partial X} \right|_i (X - X_i) \quad (16)$$

ทำการใช้ Newton Raphson จะได้

$$PH = P_0 H_0 + \left. \frac{\partial(PH)}{\partial P} \right|_0 (P - P_0) + \left. \frac{\partial(PH)}{\partial H} \right|_0 (H - H_0) \quad (2)$$

นำ 2 แทนกลับใน 13

$$\frac{\partial(PH)}{\partial X} = \left. \frac{\partial(PH)}{\partial P} \right|_0 \frac{\partial P}{\partial X} + \left. \frac{\partial(PH)}{\partial H} \right|_0 \frac{\partial H}{\partial X}$$

ทำการใช้ Newton Raphson จะได้

$$PH^3 = PH^3|_0 + \left. \frac{\partial(PH^3)}{\partial P} \right|_0 (P - P_0) + \left. \frac{\partial(PH^3)}{\partial H} \right|_0 (H - H_0) \quad (3)$$

$$= k_0 + k_1(P - P_0) + k_2(h - h_0)$$

นำ 3 แทนใน 13 จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial \left[PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right]}{\partial Y} = a_0 \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} + a_1 \frac{\partial \left(P \frac{\partial P}{\partial Y} \right)}{\partial Y} + b_2 \frac{\partial \left(H \frac{\partial P}{\partial Y} \right)}{\partial Y}$$

$$\text{และ } \frac{\partial}{\partial X} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) = a_0 \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + a_1 \frac{\partial \left(P \frac{\partial P}{\partial X} \right)}{\partial X} + a_2 \frac{\partial \left(H \frac{\partial P}{\partial X} \right)}{\partial X}$$

หลังจากผ่านกระบวนการ Linearized จะได้สมการดังนี้

$$\begin{aligned} & \left[a_0 \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + a_1 \frac{\partial}{\partial X} \left(P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + a_2 \frac{\partial}{\partial X} \left(H \frac{\partial P}{\partial X} \right) \right] + \\ & \lambda^2 \left[b_0 \frac{\partial^2 P}{\partial Y^2} + b_1 \frac{\partial}{\partial Y} \left(P \frac{\partial P}{\partial Y} \right) + b_2 \frac{\partial}{\partial Y} \left(H \frac{\partial P}{\partial Y} \right) \right] = \Lambda_g \left[C_1 \frac{\partial P}{\partial X} + C_2 \frac{\partial H}{\partial X} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

โดยที่

$$a_0 = k_0 - (k_1 P_0) - (k_2 H_0)$$

$$a_1 = k_1 \quad a_2 = k_2$$

$$b_0 = k_0 - (k_1 P_0) - (k_2 H_0)$$

$$b_1 = k_1 \quad b_2 = k_2$$

$$C_1 = \left. \frac{\partial(PH)}{\partial P} \right|_r$$

$$C_2 = \left. \frac{\partial(PH)}{\partial H} \right|_r$$

$$k_0 = \left. (PH)^3 \right|_r$$

$$k_1 = \left. \frac{\partial(PH^3)}{\partial P} \right|_r$$

$$k_2 = \left. \frac{\partial(PH^3)}{\partial H} \right|_r$$

หลังจากนั้นนำสมการที่ผ่านการ Linearized แล้วมาผ่านกระบวนการ Finite Difference

$$\begin{aligned}
 a_0 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} &= \frac{a_0 \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_b - a_0 \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_a}{\Delta x} \\
 &= \frac{a_0 P_{i+1,j} - 2a_0 P_{i,j} + a_0 P_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_1 \frac{\partial}{\partial x} \left[P \frac{\partial P}{\partial x} \right] &= \frac{a_1 \frac{P \partial P}{\partial x} \Big|_b - a_1 P \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_a}{(\Delta x)} \\
 &= \frac{\left[\left[a_1 P_{i+\frac{1}{2},j} \right] \frac{[P_{i+1,j} - P_{i,j}]}{(\Delta x)} \right] - \left[\left[a_1 P_{i-\frac{1}{2},j} \right] \frac{[P_{i,j} - P_{i-1,j}]}{\Delta x} \right]}{(\Delta x)} \\
 &= \frac{a_1 P_{i+\frac{1}{2},j} P_{i+1,j} - a_1 P_{i,j} (P_{i+\frac{1}{2},j} + P_{i-\frac{1}{2},j}) + a_1 P_{i-\frac{1}{2},j} P_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_2 \frac{\partial}{\partial x} \left[H \frac{\partial P}{\partial x} \right] &= \frac{a_2 \frac{H \partial P}{\partial x} \Big|_b - a_2 H \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_a}{(\Delta x)} \\
 &= \frac{a_2 H_{i+\frac{1}{2},j} P_{i+1,j} - a_1 P_{i,j} (H_{i+\frac{1}{2},j} + H_{i-\frac{1}{2},j}) + a_1 H_{i-\frac{1}{2},j} P_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_0 \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} &= \frac{b_0 \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_c - b_0 \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_d}{(\Delta y)} \\
 &= \frac{b_0 \frac{[P_{i,j+1} - P_{i,j}]}{(\Delta y)} - b_0 \frac{[P_{i,j} - P_{i,j-1}]}{(\Delta y)}}{(\Delta y)}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{b_0 P_{i,j+1} - 2b_0 P_{i,j} + b_0 P_{i,j-1}}{(\Delta x)^2} \quad (4)$$

$$b_1 \frac{\partial}{\partial y} \left(P \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \frac{b_1 \frac{P \partial P}{\partial y} \Big|_c - b_1 \frac{P \partial P}{\partial y} \Big|_d}{(\Delta y)}$$

$$= \frac{b_1 P_{i,j+\frac{1}{2}} P_{i,j+1} - b_1 P_{i,j} (P_{i,j+\frac{1}{2}} + P_{i,j-\frac{1}{2}}) + b_1 P_{i,j-\frac{1}{2}} P_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (5)$$

$$b_2 \frac{\partial}{\partial y} \left(H \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \frac{b_2 \frac{H \partial P}{\partial y} \Big|_c - b_2 \frac{H \partial P}{\partial y} \Big|_d}{(\Delta y)}$$

$$= \frac{b_2 H_{i,j+\frac{1}{2}} P_{i,j+1} - b_2 P_{i,j} (H_{i,j+\frac{1}{2}} + H_{i,j-\frac{1}{2}}) + b_2 H_{i,j-\frac{1}{2}} P_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (6)$$

$$C_1 \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{C_1 P_{i+\frac{1}{2},j} - C_1 P_{i-\frac{1}{2},j}}{(\Delta x)} \quad (7)$$

$$C_2 \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{C_2 H_{i+\frac{1}{2},j} - C_2 P_{i-\frac{1}{2},j}}{(\Delta x)} \quad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{i,j} = \left[\begin{aligned} & \frac{P_{i,j+2}}{(\Delta x)^2} \left[a_0 + a_1 P_{i+\frac{1}{2},j} + a_2 H_{i+\frac{1}{2},j} \right] + \frac{P_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \left[a_0 + a_1 P_{i-\frac{1}{2},j} + a_2 H_{i-\frac{1}{2},j} \right] + \\ & \frac{P_{i,j+1}}{(\Delta Y)^2} \left[\lambda^2 b_0 + \lambda^2 b_1 P_{i,j+\frac{1}{2}} + \lambda^2 b_2 H_{i,j+\frac{1}{2}} \right] + \frac{P_{i,j-1}}{(\Delta Y)^2} \left[\lambda^2 b_0 + \lambda^2 b_1 H_{i,j-\frac{1}{2}} \right] + \\ & \frac{\Lambda_g c_2}{(\Delta X)} \left[P_{i-\frac{1}{2},j} - P_{i+\frac{1}{2},j} \right] + \frac{\Lambda_g c_2}{(\Delta X)} \left[H_{i-\frac{1}{2},j} - H_{i+\frac{1}{2},j} \right] \\ & \frac{2\lambda^2 b_0 + 2\lambda^2 b_1 \left(P_{i,j+\frac{1}{2}} + P_{i,j-\frac{1}{2}} \right) + 2a_0 + a_1 \left(P_{i+\frac{1}{2},j} + P_{i-\frac{1}{2},j} \right) + a_2 \left(H_{i+\frac{1}{2},j} + H_{i-\frac{1}{2},j} \right)}{(\Delta X)^2} + \frac{\lambda^2 b_2 \left(H_{i,j+\frac{1}{2}} + H_{i,j-\frac{1}{2}} \right)}{(\Delta Y)^2} \end{aligned} \right]$$

3.1.3 การไหลแบบ โมเลกุลไทด (Molecular Slip Flow)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ph^3 z \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ph^3 z \frac{\partial p}{\partial y} \right] = 6\eta a \left[\frac{\partial (U_x ph)}{\partial x} \right] \quad (1)$$

$$** z = \frac{1 + 6aMPahm}{ph}$$

ทำการใช้ Newton Raphson จะได้

$$ph = p_0 h_0 + \left. \frac{\partial(ph)}{\partial p} \right|_0 (P - P_0) + \left. \frac{\partial(ph)}{\partial h} \right|_0 (h - h_0) \quad (2)$$

นำ 2 แทนกลับใน 1

$$\frac{\partial (U_x ph)}{\partial x} = U_x \left. \frac{\partial(ph)}{\partial p} \right|_0 \frac{\partial p}{\partial x} + U_x \left. \frac{\partial(ph)}{\partial h} \right|_0 \frac{\partial h}{\partial x}$$

ทำการใช้ Newton Raphson จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$ph^3 = ph^3|_0 + \frac{\partial(ph^3)}{\partial p}|_0(P - P_0) + \frac{\partial(ph^3)}{\partial h}|_0(h - h_0) \quad (3)$$

$$= k_0 + k_1(P - P_0) + k_2(h - h_0)$$

นำ 3 แทนใน 1 จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(ph^3 z \frac{\partial p}{\partial x} \right) = a_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + a_1 \frac{\partial \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\partial x} + a_2 \frac{\partial \left(h \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\partial x}$$

กำหนดให้

$$k_0 = (Ph^3)$$

$$k_1 = \frac{\partial}{\partial p} (Ph^3)|_0$$

$$k_2 = \frac{\partial}{\partial h} (Ph^3)|_0$$

$$\frac{\partial \left[ph^3 z \frac{\partial p}{\partial y} \right]}{\partial y} = a_0 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + a_1 \frac{\partial \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right)}{\partial y} + b_2 \frac{\partial \left(h \frac{\partial p}{\partial y} \right)}{\partial y}$$

$$\left[a_0 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + a_1 \frac{\partial \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\partial x} + a_2 \frac{\partial \left(h \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\partial x} \right] + \left[a_0 \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + a_1 \frac{\partial \left(p \frac{\partial p}{\partial y} \right)}{\partial y} + a_2 \frac{\partial \left(h \frac{\partial p}{\partial y} \right)}{\partial y} \right]$$

$$= 6\eta_a C_1 \frac{\partial p}{\partial x} + 6\eta_a C_2 \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$a_0 = k_0 z - k_1 z P_0 - k_2 z P_0$$

$$a_1 = k_1 z$$

$$a_2 = k_2 z$$

$$C_1 = U_x \frac{\partial(ph)}{\partial p}|_0$$

$$C_2 = U_x \frac{\partial(ph)}{\partial p}|_0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

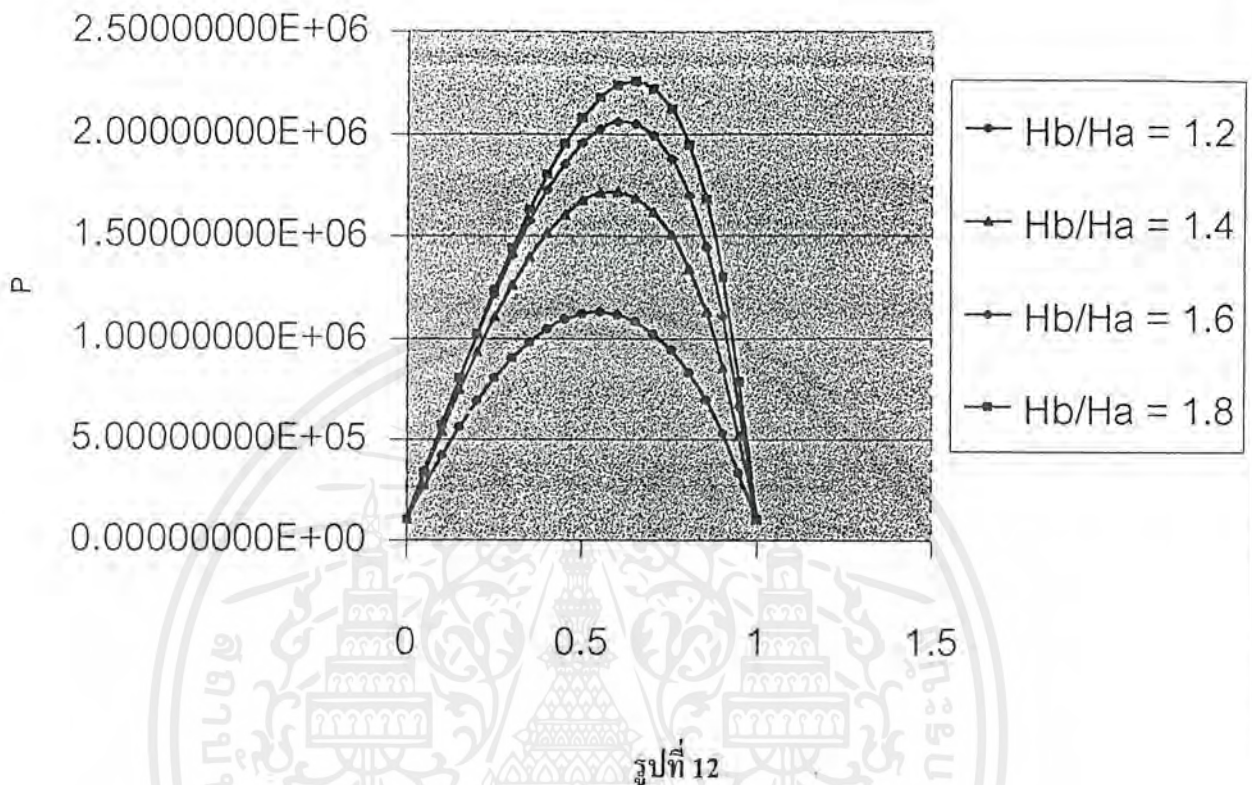
แล้วทำการใช้ finite difference จะได้

$$\begin{aligned}
 & \frac{P_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} \left[a_0 + a_1 P_{i+\frac{1}{2},j} + a_2 H_{i+\frac{1}{2},j} \right] + \frac{P_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \left[a_0 + a_1 P_{i-\frac{1}{2},j} \right] + \\
 & \frac{P_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} \left[b_0 + b_1 P_{i,j+\frac{1}{2}} + b_2 H_{i,j+\frac{1}{2}} \right] + \frac{P_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \left[b_0 + b_1 P_{i,j-\frac{1}{2}} + b_2 H_{i,j-\frac{1}{2}} \right] \\
 & + \frac{6\eta_a C_1}{(\Delta x)} \left[P_{i-\frac{1}{2},j} - P_{i+\frac{1}{2},j} \right] + \frac{6\eta_a C_2}{(\Delta x)} \left[H_{i-\frac{1}{2},j} - H_{i+\frac{1}{2},j} \right] \\
 P_{i,j} = & \left[\frac{2\lambda^2 b_0 + \lambda^2 b_1 (P_{i,j+\frac{1}{2}} + P_{i,j-\frac{1}{2}}) + 2a_0 + a_1 (P_{i+\frac{1}{2},j} + P_{i-\frac{1}{2},j}) + a_2 (H_{i+\frac{1}{2},j} + H_{i-\frac{1}{2},j})}{(\Delta x)^2} + \frac{\lambda^2 b_2 (H_{i,j+\frac{1}{2}} + H_{i,j-\frac{1}{2}} + H_{i,j-\frac{1}{2}})}{(\Delta y)^2} \right]
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ผลของกราฟที่ได้จากโปรแกรม

3.2.1 การไหลแบบอัดตัวไม่ได้แบบ ความกว้างหัวอ่านไม่จำกัด (Incompressible Infinite length)

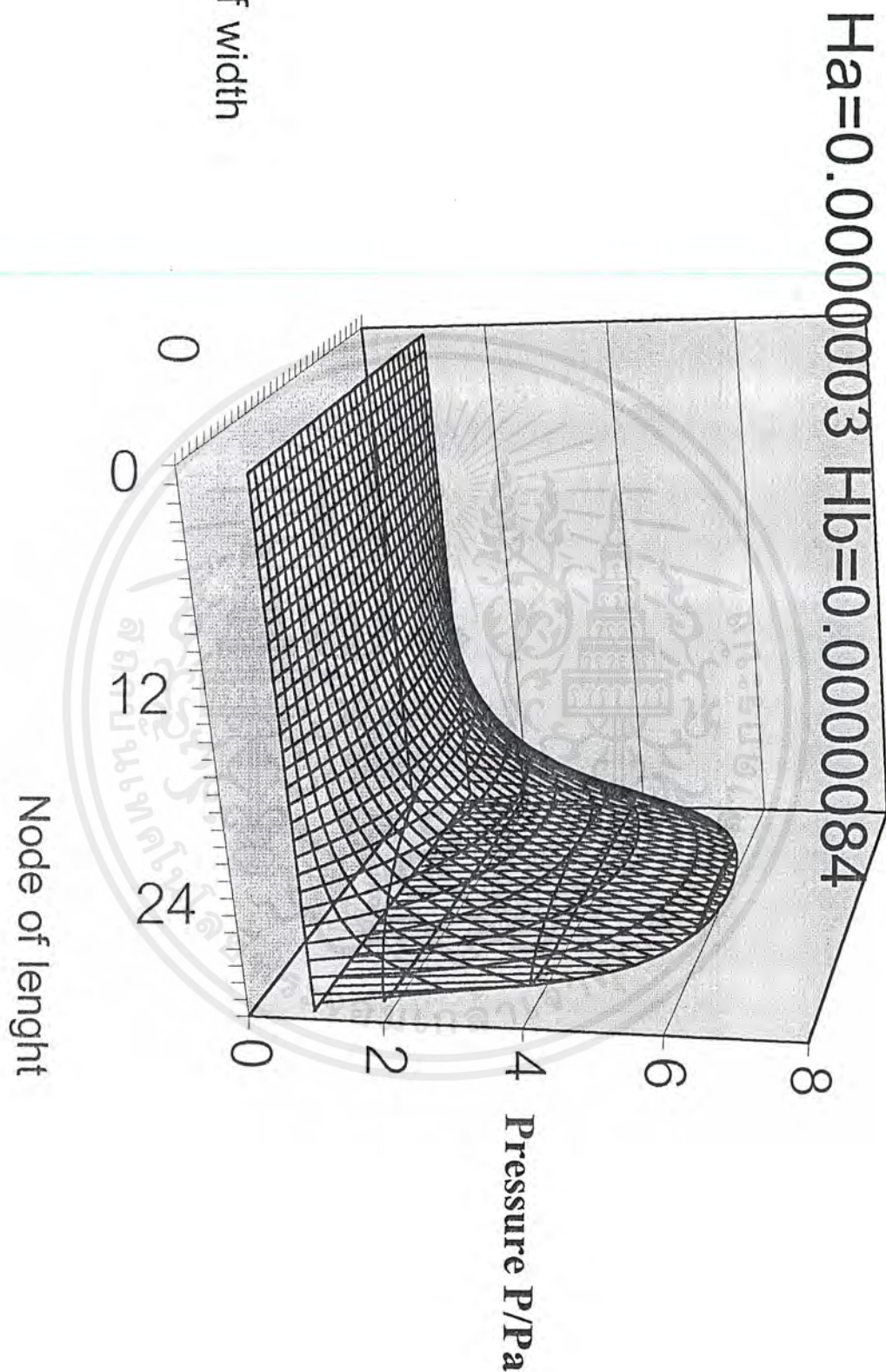


กราฟค่าความดันในการไหลแบบ incompressible และ infinite length

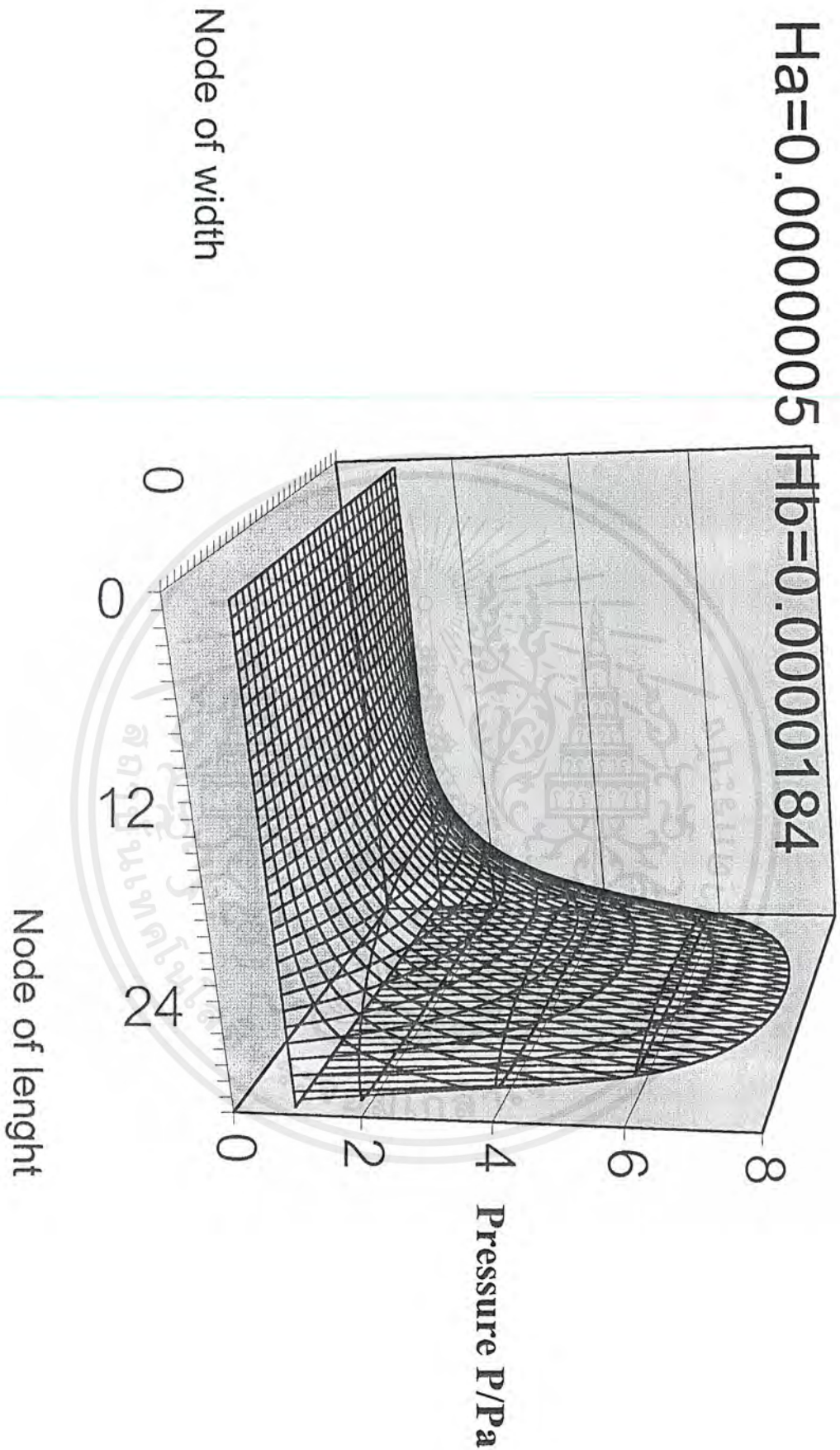
โดยกำหนดให้

$$\mu = 1.818 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}, U = 60 \text{ m/s}, L = 4 \times 10^{-3} \text{ m}, h_a = 0.4 \mu\text{m}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

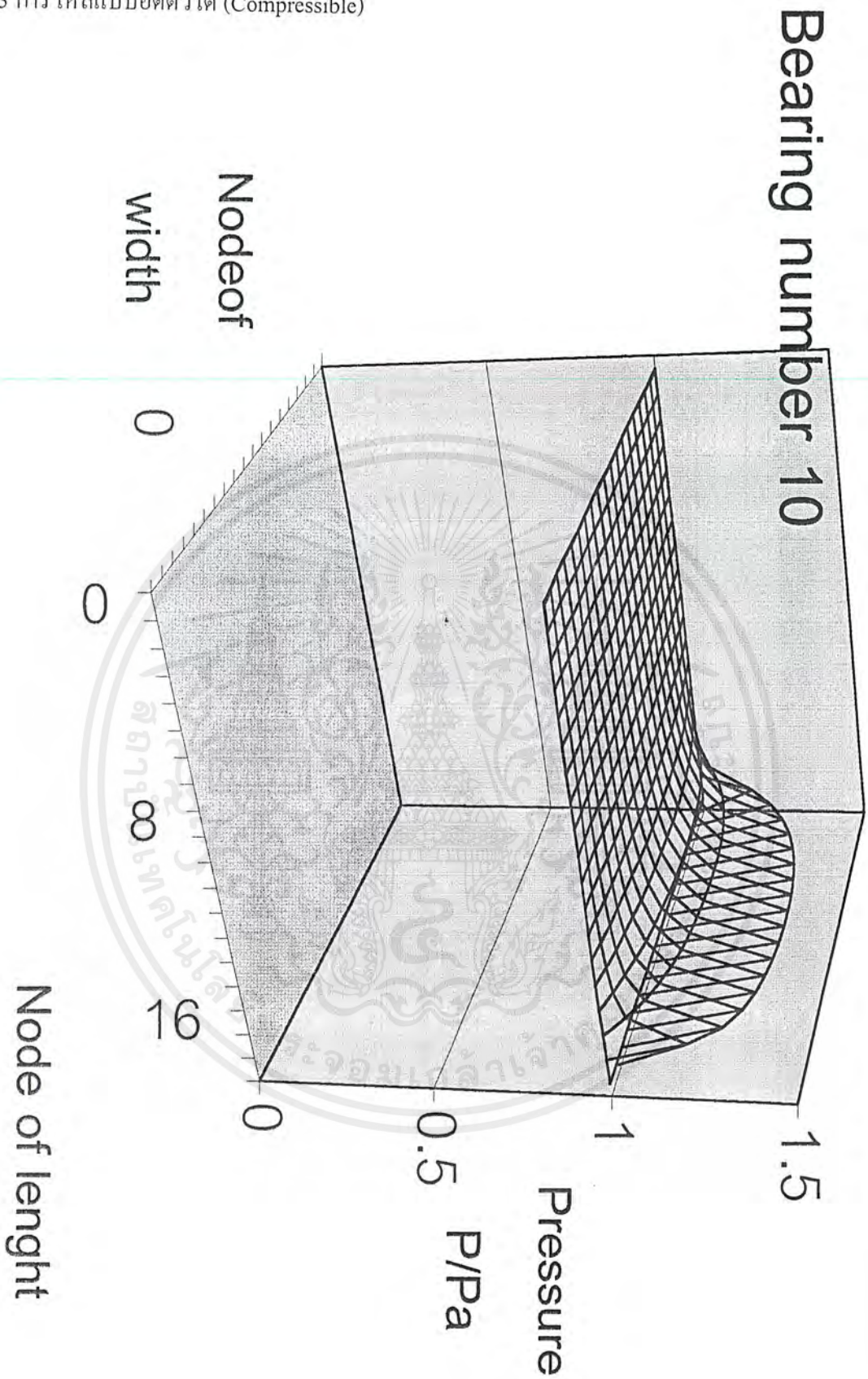


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ รูปที่ 13 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ และแบบความกว้างหัวอ่านจำกัด

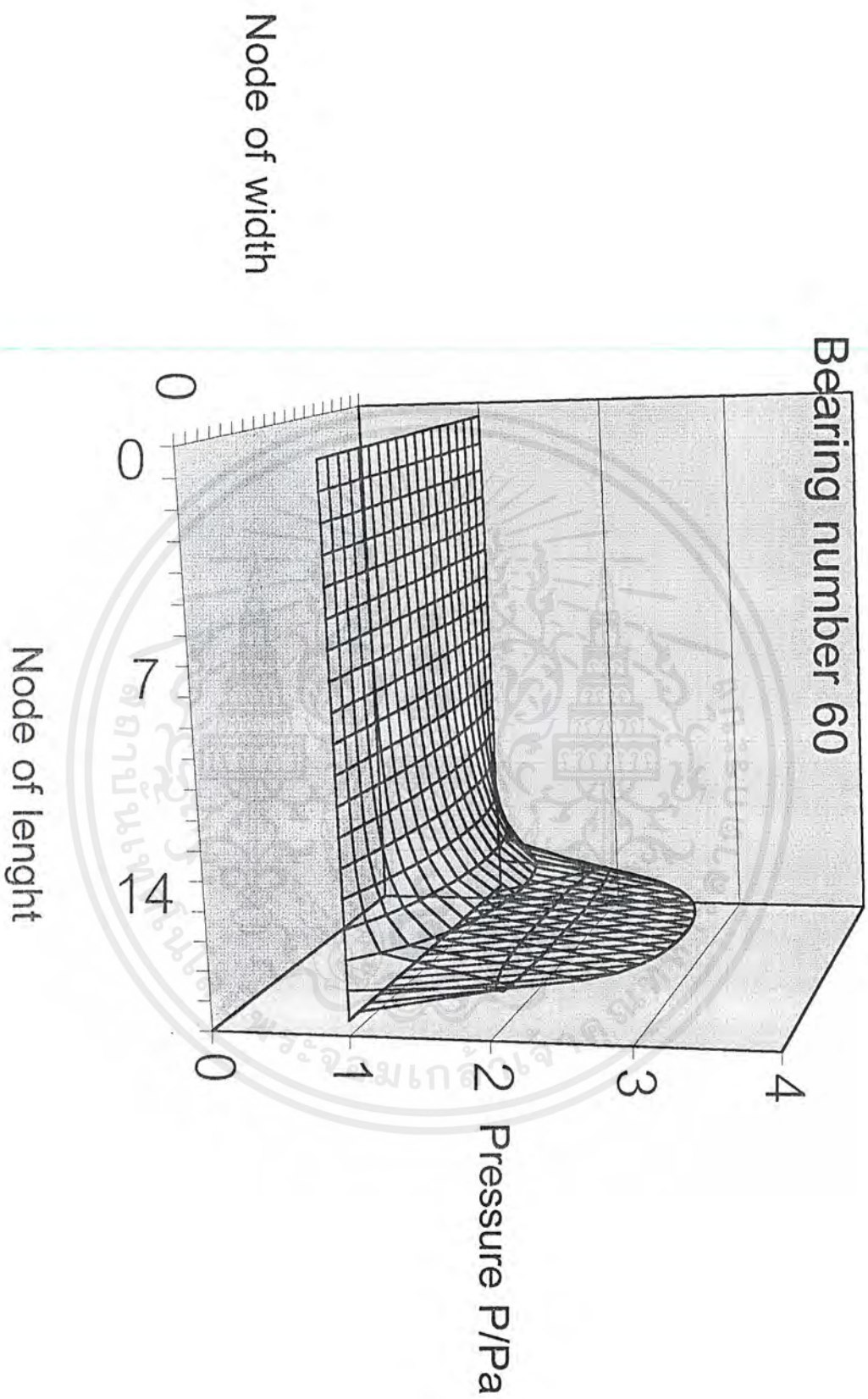


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
รูปที่ 14 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ และแบบความกว้างหัวอ่านจำกัด

3.2.3 การไหลแบบอัดตัวได้ (Compressible)

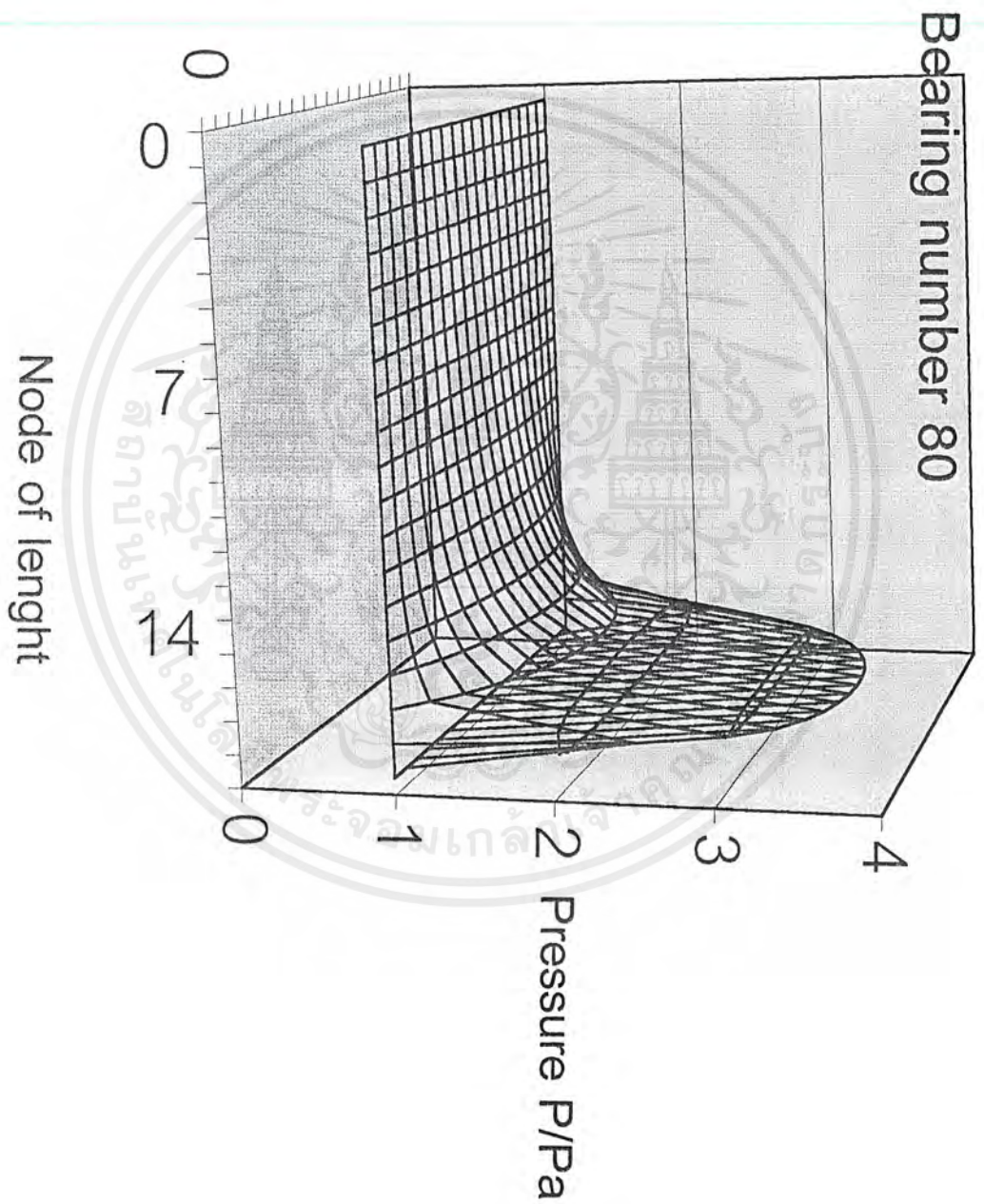


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ รูปที่ 15 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวได้ โดยมี Bearing Number = 10



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ผู้ใช้ต้องรับผิดชอบต่อการใช้งานและต้องแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

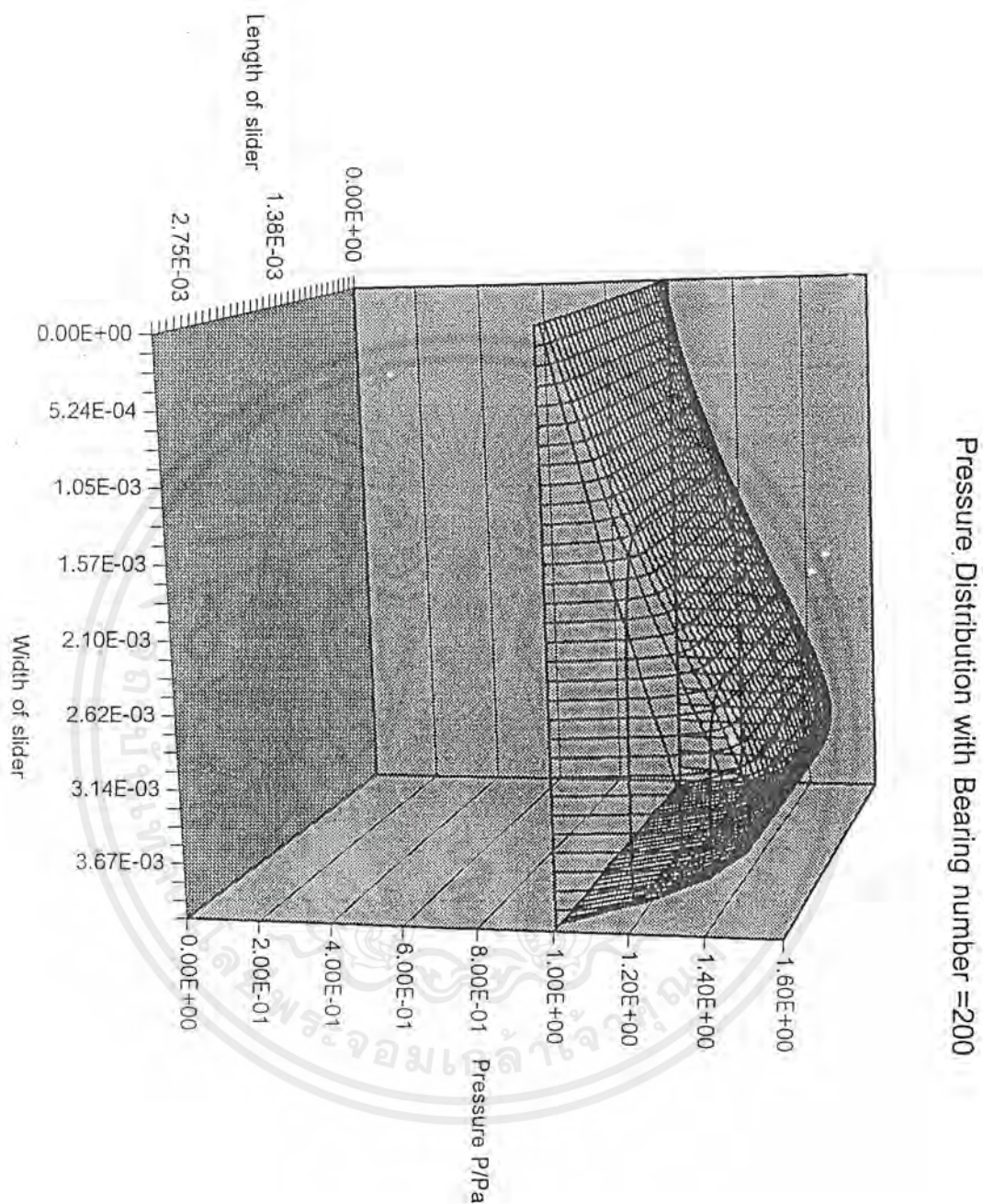
รูปที่ 16 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวได้ โดยมี Bearing Number = 60



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ผู้จัดทำหนังสือให้ตัดแบ่งเนื้อหาและต้องอ้างถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 17 กราฟค่าความดันในการไหลแบบอัดตัวได้ โดยมี Bearing Number = 80

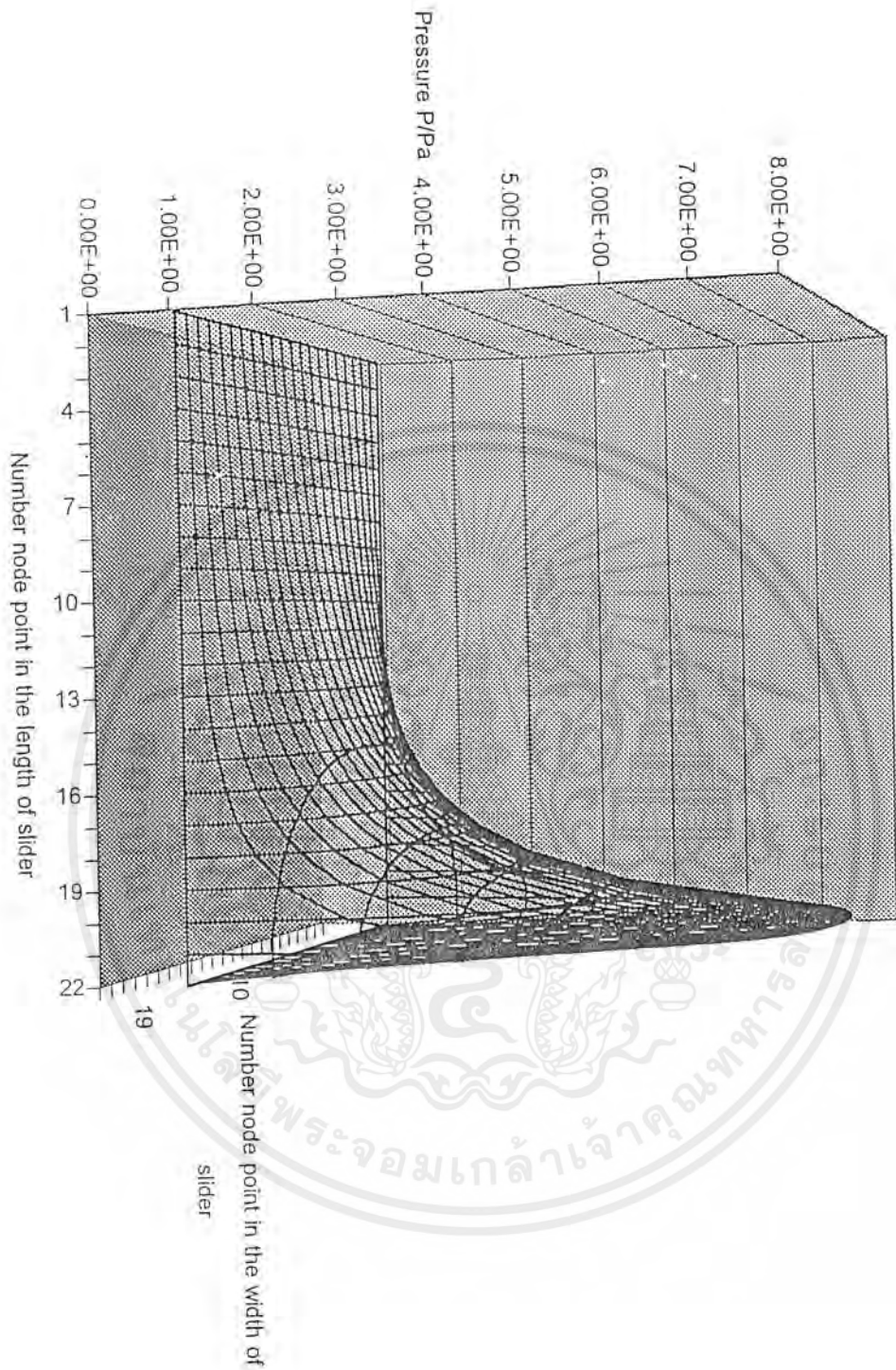
3.2.4 การไหลแบบ โมเลกุลไถล (Molecular Slip Flow)



รูปที่ 18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Pressure distribution when bearing number = 2000



รูปที่ 19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

วิจารณ์และสรุป

4.1 สรุป

สิ่งที่ได้ทำในโครงการนี้คือ การศึกษาและค้นคว้าเกี่ยวกับหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า ที่มีอากาศไหลผ่านระหว่างหัวอ่านและจานแม่เหล็ก ซึ่งอากาศทำหน้าที่เป็นตัวหล่อลื่น โดยลักษณะการไหลของอากาศที่โปรเจกต์นี้ได้ทำการศึกษานั้นมี 3 แบบด้วยกันคือ 1.การไหลแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible flow) 2.การไหลแบบอัดตัวได้ (Compressible flow) 3.การไหลแบบโมเลกุลไถล (Molecular Slip Flow) โดยในกรณีการไหลแบบ อัดตัวไม่ได้นั้นยังแบ่งเป็น อีก 2 กรณีย่อยๆ คือ Infinite length และ Finite length โดยใน โปรเจกต์นี้เราพยายามจำลองลักษณะการไหลของอากาศแล้วทำการศึกษาหาความดันกระจาย ณ จุดต่างๆบนหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า และยังศึกษา ทฤษฎี ทางคณิตศาสตร์ เช่น เทคนิคการอินทิเกรต การทำ Linearized การแก้ปัญหาโดยใช้ Numerical วิธี Finite Difference เพื่อที่จะนำ ทฤษฎีเหล่านี้มาวิเคราะห์ หาสมการความดัน แล้วจึงศึกษาด้านโปรแกรม ภาษา Fortran เพื่อที่จะนำมาใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อหาคอมพิวเตอร์คำนวณหาค่าความดัน ณ จุดต่างๆ

ซึ่งหลังจากการศึกษาเราพบว่า ค่าของกราฟที่ได้จะใกล้เคียงความจริงมากขึ้นเรียงจากการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ การไหลแบบอัดตัวได้ และการไหลแบบโมเลกุลไถล ซึ่งค่าของกราฟนั้นจะมีค่าความดันสูงขึ้นมากบริเวณ ด้านที่หัวอ่านใกล้จานแม่เหล็กคือยิ่งใกล้มากค่าความดันก็จะสูงขึ้น ยิ่งถ้าค่า Bearing number เพิ่มมากขึ้นค่าความดันที่ได้ก็จะสูงขึ้นด้วยนั้นแสดงให้เห็นว่ายิ่งระยะช่องว่างของหัวอ่านกับจานแม่เหล็กไฟฟ้า มีค่าน้อยลงเท่าไรค่าความดันก็จะสูงขึ้นเท่านั้น เพราะฉะนั้นเวลาเราออกแบบหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้านั้นต้องคำนึงถึงค่าความดันเหล่านี้ให้มากจากกราฟที่ได้ทำการทดลองเพราะยิ่งหัวอ่านใกล้จานแม่เหล็กไฟฟ้ามากหัวอ่านจะอ่านข้อมูลได้มาก แต่ค่าความดันก็จะสูงขึ้นมากด้วยนั้นต้องออกแบบหัวอ่านให้มีความทนทานพอ

4.2 ปัญหาที่เกิดขึ้น

สำหรับปัญหาที่เกิดขึ้นในการทำโปรเจกต์นี้นั้นส่วนใหญ่มีสาเหตุมาจาก

- 1.ขาดความชำนาญด้านคอมพิวเตอร์ ในการเขียน โปรแกรมทำให้ต้องเสียเวลาอย่างมากในการศึกษาและค้นคว้า
- 2.ขาดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ทำให้ต้องเสียเวลาในการค้นคว้าและทำความเข้าใจกับสมการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
- 3.ขาดความละเอียดรอบคอบ เนื่องจากในการทำการแก้ปัญหาในสมการนี้นั้นส่วนใหญ่ นั้นต้องทำการแก้ ด้วยมือก่อนจนถึงขั้นได้สมการ ความดัน ณ ตำแหน่งต่างๆ ถึงจะนำไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เขียนโปรแกรมได้ เพราะฉะนั้นเมื่อขาดความละเอียดรอบคอบแม้เพียงนิดเดียวก็จะทำให้ยากมากที่จะหาที่ผิด

4.3 แนวทางการแก้ไขและข้อเสนอแนะ

1. ผู้ที่ทำโครงการนี้ควรมีความชำนาญด้านคอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะการเขียนโปรแกรมด้วยภาษา Fortran เป็นอย่างมากเพื่อที่จะสะดวกต่อการทำงาน
2. ควรเป็นผู้มีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี
3. ควรเป็นผู้มีความละเอียดรอบคอบ ใจเย็น และมี สมาธิสูง
4. ควรมีการขยายโครงการให้ใหญ่ขึ้นและเพิ่มผู้ทำงานให้มากกว่า 1 คน เพื่อที่จะได้ลงศึกษาทางด้าน Hardware บ้าง และ ศึกษาการไหลแบบอื่นๆที่ใกล้เคียงกับความจริงมากยิ่งขึ้นเช่น สภาวะ Transient เป็นต้น



เอกสารอ้างอิง

1. Fundamental of Fluid Film LubricationIn
2. Bharal Bhushan , “Tribology And Mechanics of Magnatic Storage Devices
3. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม, ปราโมทย์ เคชะอำไพ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

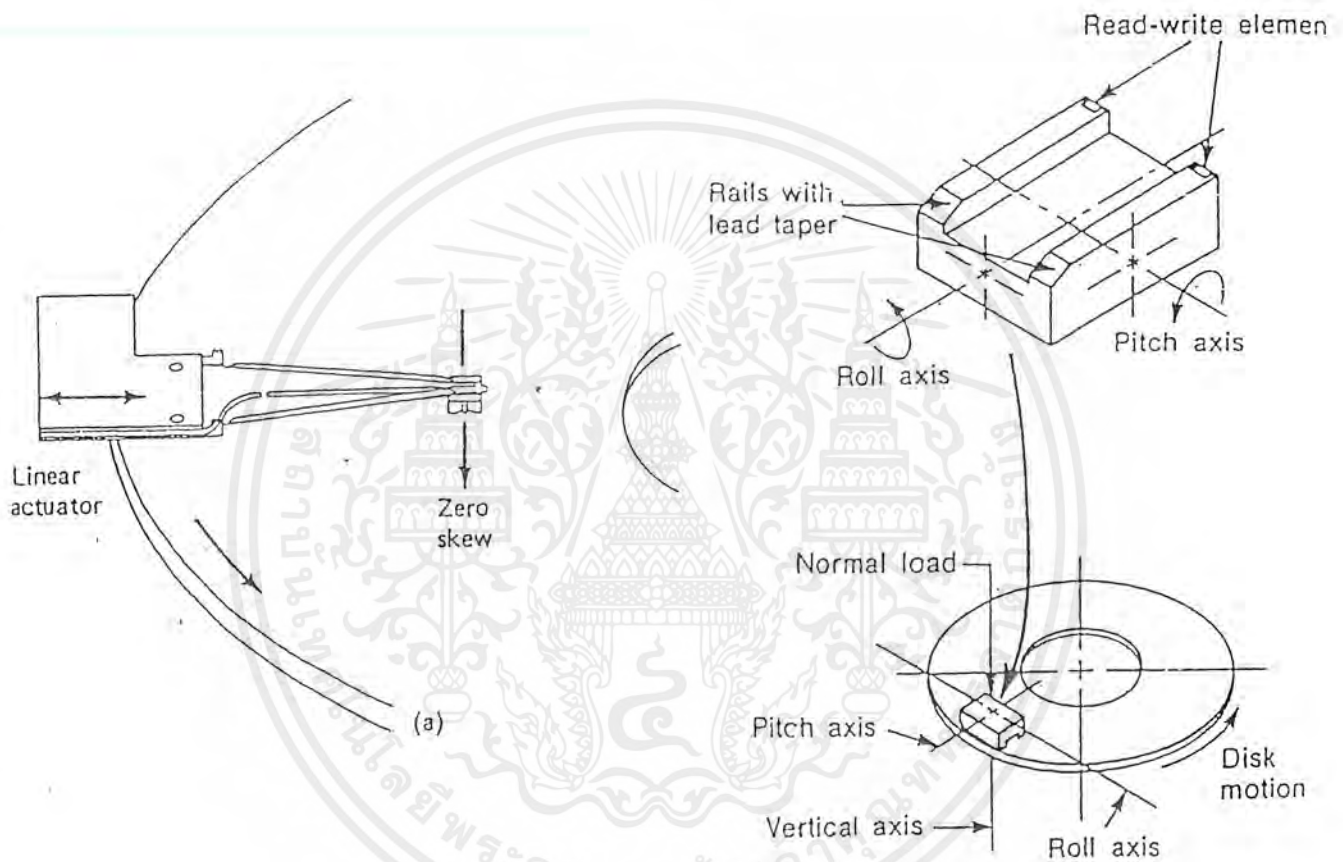


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก 1

ลักษณะของหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้า

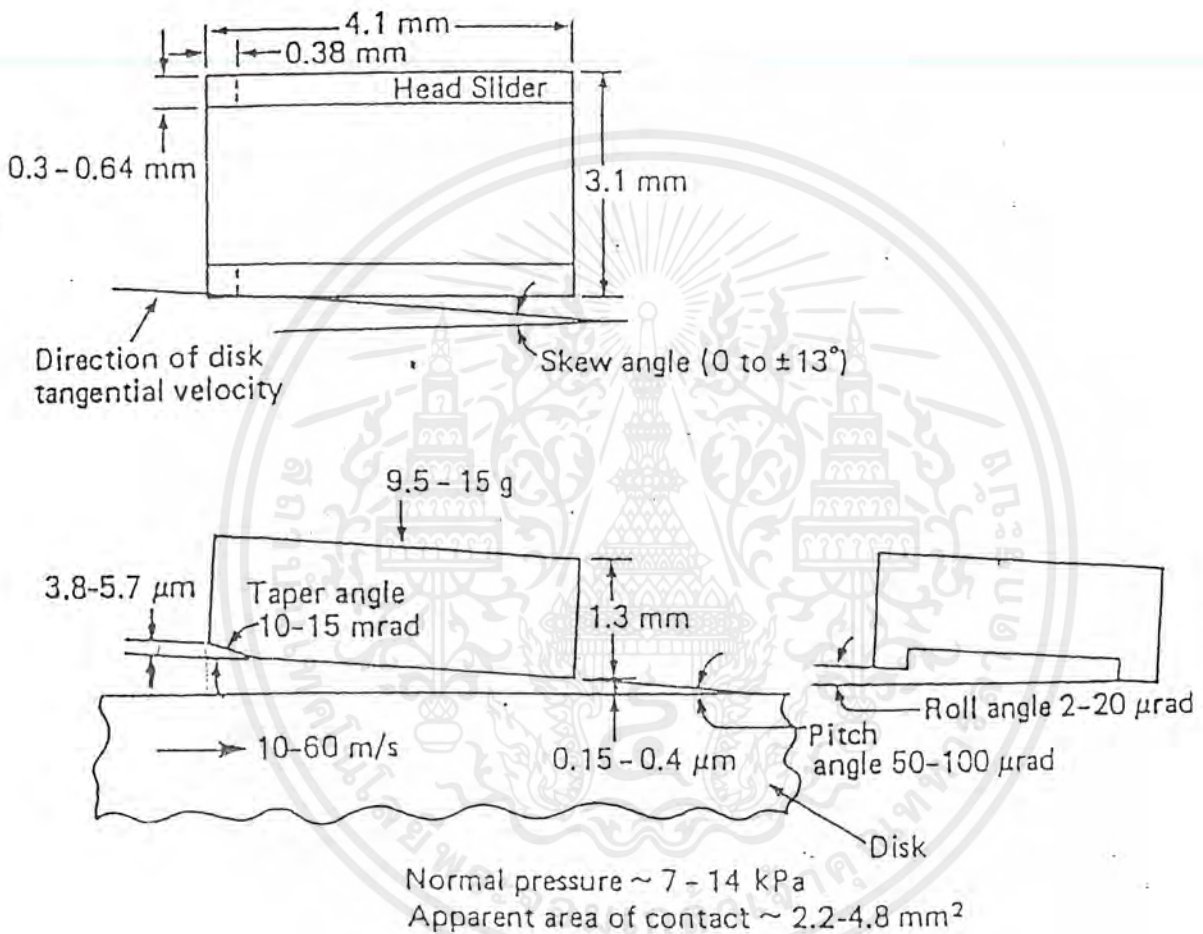
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Schematic of the self-acting IBM 3370-type head slider on a recording disk.

รูปที่ 20 ลักษณะหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าของ IBM 3370

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 21 ลักษณะหัวอ่านแม่เหล็กไฟฟ้าของ IBM 3380

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การไหลแบบ Incompressible แบบ Finite length

```

PROGRAM MAGHEA
DIMENSION P(101,101),H(101,101),A(101,101)
INTEGER PHI,PHJ,XP,YP,HXP,HYP,M,N,I,J,LOOP,MLOOP,IFLAG,
> X,Y
REAL HA,HB,L,B,DX,DY,DDX,DDY,PNEW,DELTA,TOL,C
OPEN(UNIT=1,FILE='Pincom.TXT')
C.....START PROGRAM.....C
C.....M,N IS MATRIX CELL.....C
M=30
N=30
TOL=0.00001
MLOOP=3000
HA=0.0000003
HB=0.0000084
L=0.00406
B=0.000305
XP=M+1
YP=N+1
HXP=(2*XP)-1
HYP=(2*YP)-1
DX=L/M
DY=B/N
DDX=L/(M*2)
DDY=B/(N*2)
C.....WRITE COLUMN NO. ....C
WRITE(1,'(1X,31I8)') (I,I=0,M)
C.....SET BC. and H_ .....C
DO 5 PHI=1,HXP
DO 5 PHJ=1,HYP
P(PHI,PHJ)=1.0
5 CONTINUE
DO 10 PHI=1,HXP-2,2
DO 10 PHJ=1,HYP-2,2
H(PHI,PHJ+1) = 1+((HA-HB)/HB)*(DDX*(PHI-1)/L)
H(PHI+1,PHJ) = 1+((HA-HB)/HB)*(DDX*PHI/L)
10 CONTINUE
C.....CAL. CONSTANT.....C
DO 20 I=3,HXP-2,2
DO 20 J=3,HYP-2,2
A(I+1,J) = H(I+1,J)**3/(DX/L)**2
A(I-1,J) = H(I-1,J)**3/(DX/L)**2
A(I,J+1) = H(I,J+1)**3/(DY/B)**2
A(I,J-1) = H(I,J-1)**3/(DY/B)**2
A(I,J) = (H(I-1,J)-H(I+1,J))/(DX/L)
20 CONTINUE
C.....CAL. P(I,J).....C
DO 30 LOOP=1,MLOOP
IFLAG=0
DO 40 I=3,HXP-2,2
DO 40 J=3,HYP-2,2
PNEW = ((A(I+1,J)*P(I+2,J)+A(I-1,J)*P(I-2,J))
> +((L/B)**2*(A(I,J+1)*P(I,J+2)+A(I,J-1)*P(I,J-2)))+A(I,J))
> /((A(I+1,J)+A(I-1,J))+((L/B)**2*(A(I,J+1)+A(I,J-1))))
DELTA = P(I,J) - PNEW
IF (ABS(DELTA).GT.TOL) IFLAG=1
P(I,J) = PNEW
40 CONTINUE
IF (IFLAG.EQ.0) GOTO 90
30 CONTINUE
WRITE(*,100)
100 FORMAT(' SOLUTION NOT CONVERGED WITHIN THE SPECIFIED NO. OF ITERAT
*ION & TOLERANCE ')
GOTO 300
C.....DISPLAY ANSWER for PLOT SURFACE_3D.....C
90 CONTINUE
Y=0
DO 200 J=1,HYP,2
WRITE(1,155) Y,(P(I,J),I=1,HXP,2)
155 FORMAT(I3,31F8.5) 1

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


```

      Y=Y+1
200  CONTINUE
300  CONTINUE
      WRITE(*,*)LOOP
      read(*,*)
      STOP
      END

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การไหลแบบอัดตัวได้ (Compressible Flow)

```

PROGRAM COMPRE
*****
*      Program cal. Magneitc Head      *
*      compressible flow in case finite length      *
*****
      DIMENSION P(101,101),H(101,101),A(101,101)
      INTEGER Pm,Pn,m,n,i,j,LOOP,MLOOP,IFLAG,Y,e,f
      REAL Ha,Hb,L,B,dx,dy,ddx,ddy,delta,TOL,c1,c2,Pa,benum,lamda,
>      Speed,mu,k0,k1,k2,a0,dP,Pij,PmeanN,PmeanE,PmeanW,PmeanS
      OPEN(UNIT=1,FILE='Pcom.TXT')
C.....START PROGRAM.....C
C.....M,N IS MATRIX CELL.....C
      m=18
      n=18
      TOL=0.00001
c      MLOOP=3000
      write(*,*) 'input max. loop of interation ? : '
      read(*,*) mloop
      Ha=0.00000000005
      Hb=0.00000000184
      Pa=1.0
      mu=0.011
      Speed=200.0
      L=0.00406
      B=0.00305
      Pm=(m*2)+1
      Pn=(n*2)+1
      dx=L/m
      dy=B/n
      ddx=L/(m*2)
      ddy=B/(n*2)
      lamda=L/B
      benum=10
c      benum=(6*mu*Speed*L)/(Pa*Ha**2)
C.....SET BC. and H_ .....C
      DO 5 i=1,Pm
        DO 5 j=1,Pn
          P(i,j)=1.0
5      CONTINUE
      DO 10 i=1,Pm-2,2
        DO 10 j=1,Pn-2,2
          H(i,j+1) = 1+((Ha-Hb)/Hb)*(ddx*(i-1)/L)
          H(i,j) = H(i,j+1)
          H(i+1,j) = 1+((Ha-Hb)/Hb)*(ddx*i/L)
10     CONTINUE
C.....CAL. P(I,J).....C
      DO 30 LOOP=1,MLOOP
        IFLAG=0
        DO 40 i=3,Pm-2,2
          DO 50 j=3,Pn-2,2
            k0=P(i,j)*H(i,j)**3
            dP=P(i+2,j)-P(i,j)
            IF (dP.NE.0) THEN
              k1=(P(i+2,j)*H(i+2,j)**3-P(i,j)
>              *H(i,j)**3)/(P(i+2,j)-P(i,j))
              ENDIF
              k2=(P(i+2,j)*H(i+2,j)**3-P(i,j)
>              *H(i,j)**3)/(H(i+2,j)-H(i,j))
              IF (dP.NE.0) THEN
                c1=((P(i+2,j)*H(i+2,j))-P(i,j)
>                *H(i,j))/(P(i+2,j)-P(i,j))
              ENDIF
              c2=((P(i+2,j)*H(i+2,j))-P(i,j)*H(i,j))
>              /(H(i+2,j)-H(i,j))
              a0=k0-k1*P(i,j)-k2*H(i,j)
              PmeanN=(P(i,j+2)+P(i,j))/2
              PmeanE=(P(i+2,j)+P(i,j))/2
              PmeanW=(P(i-2,j)+P(i,j))/2
              PmeanS=(P(i-2,j)+P(i,j))/2

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

>      Pij=((P(i+2,j)*(a0+k1*PmeanE+k2*H(i+1,j))/dx**2)
>          + (P(i-2,j)*(a0+k1*PmeanW+k2*H(i-1,j))/dx**2)
>          + (P(i,j+2)*(a0*lamda**2+k1*PmeanN*lamda**2
>          + k2*H(i,j+1)*lamda**2)/dy**2)
>          + (P(i,j-2)*(a0*lamda**2+k1*PmeanS*lamda**2
>          + k2*H(i,j-1)*lamda**2)/dy**2)
>          + (benum*c1*(PmeanW-PmeanE)/dx)+(benum*c2
>          * (H(i-1,j)-H(i+1,j))/dx))/
>          ((2*a0+k1*(PmeanE+PmeanW)+k2*(H(i+1,j)
>          +H(i-1,j)))/dx**2)+((2*a0*lamda**2+k1
>          *(PmeanN+PmeanS)*lamda**2+k2
>          *(H(i,j+1)+H(i,j-1))*lamda**2)/dy**2))
      delta = P(i,j) - Pij
      IF (ABS(delta).GT.TOL) IFLAG=1
      P(i,j) = Pij
50      CONTINUE
40      CONTINUE
      IF (IFLAG.EQ.0) GOTO 90
30      CONTINUE
      WRITE(*,100)
100     FORMAT(' SOLUTION NOT CONVERGED WITHIN THE SPECIFIED NO. OF ITERAT
      *ION & TOLERANCE ')
      GOTO 300

*****      LABEL 90      *****
C.....DISPLAY ANSWER for PLOT SURFACE_3D.....C
90      CONTINUE
C.....WRITE COLUMN NO. ....C
      WRITE(1,'(1X,31I8)') (i,i=0,m)
      Y=0
      DO 200 j=1,Pn,2
          WRITE(1,'(13,31F8.5)') Y,(P(i,j),i=1,Pm,2)
          Y=Y+1
200     CONTINUE
*****      LABEL 300      *****
300     CONTINUE
      WRITE(*,*)LOOP
      read(*,*)
      STOP
      END

```


การไหลแบบ Molecular Slip Flow

```

PROGRAM slip
*****
*      Program cal. Magneitc Head      *
*      compressible flow in case finite length  *
*****
DIMENSION P(61,61),H(61,61)
INTEGER Pm,Pn,x,y,i,j,LOOP,MLOOP,IFLAG,sum
DOUBLE PRECISION Ha,Hb,L,B,dx,dy,ddx,ddy,delta,TOL,c1,c2,Pa,na,a
>      ,C,M,Speed,k0,k1,k2,a0,dP,Pij,PmeanN,PmeanE,PmeanW,PmeanS
OPEN(UNIT=1,FILE='P3.TXT')
C.....START PROGRAM.....C
C.....M,N IS MATRIX CELL.....C
  x=15
  y=15
  TOL=0.00001
  MLOOP=3000
  Ha=0.0000000004
  Hb=0.0000000184
  Pa=1.0
  Speed=2000
  C=2.5
  L=0.00406
  B=0.000305
  Pm=(x*2)+1
  Pn=(y*2)+1
  dx=L/x
  dy=B/y
  ddx=L/(x*2)
  ddy=B/(y*2)
  na=0.00000194
  na=na*6.0
  M=0.000186/Ha
  a=1.24
c  C=6*a*M*Pa*Ha
c  C=(1+6*a*M*Pa*Ha)
C....SET BC. and H_.....C
  DO 5 i=1,Pm
    DO 5 j=1,Pn
      P(i,j)=1.0
5  CONTINUE
  DO 10 i=1,Pm-2,2
    DO 10 j=1,Pn-2,2
      H(i,j+1) = 1+((Ha-Hb)/Hb)*(ddx*(i-1)/L)
      H(i,j) = H(i,j+1)
      H(i+1,j) = 1+((Ha-Hb)/Hb)*(ddx*i/L)
10  CONTINUE
C....CAL. P(I,J).....C
  DO 30 LOOP=1,MLOOP
    IFLAG=0
    DO 40 i=3,Pm-2,2
      DO 50 j=3,Pn-2,2
        k0=P(i,j)*H(i,j)**3
        dP=P(i+2,j)-P(i,j)
        IF(dP.NE.0)THEN
          k1=(P(i+2,j)*(C/(P(i,j)*H(i,j)))*H(i+2,j)
          >          **3-P(i,j)*H(i,j)**3)/(P(i+2,j)-P(i,j))
          ENDIF
          k2=(P(i+2,j)*(C/(P(i,j)*H(i,j)))*H(i+2,j)**3
          >          -P(i,j)*H(i,j)**3)/(H(i+2,j)-H(i,j))
          IF(dP.NE.0)THEN
            c1=((P(i+2,j)*H(i+2,j))-(P(i,j)
            >            *H(i,j)))/(P(i+2,j)-P(i,j))*speed
            ENDIF
            c2=((P(i+2,j)*H(i+2,j))-(P(i,j)*H(i,j))
            >            /(H(i+2,j)-H(i,j)))*speed
            a0=k0*(C/(P(i,j)*H(i,j))-k1*P(i,j)-k2*H(i,j)
            PmeanN=(P(i,j+2)+P(i,j))/2
            PmeanE=(P(i+2,j)+P(i,j))/2
            PmeanW=(P(i-2,j)+P(i,j))/2
            PmeanS=(P(i-2,j)+P(i,j))/2

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Pij=((P(i+2,j)*(a0+k1*PmeanE+k2*H(i+1,j))/dx**2)
>      + (P(i-2,j)*(a0+k1*PmeanW+k2*H(i-1,j))/dx**2)
>      + (P(i,j+2)*(a0+k1*PmeanN
>      +k2*H(i,j+1))/dy**2)
>      + (P(i,j-2)*(a0+k1*PmeanS
>      +k2*H(i,j-1))/dy**2)
>      + (na*c1*(PmeanW-PmeanE)/dx)+(na*c2
>      * (H(i-1,j)-H(i+1,j))/dx))/
>      ((2*a0+k1*(PmeanE+PmeanW)+k2*(H(i+1,j)
>      +H(i-1,j)))/dx**2)+((2*a0+k1
>      *(PmeanN+PmeanS)+k2
>      *(H(i,j+1)+H(i,j-1))/dy**2))
WRITE(*,*) LOOP , Pij
delta = P(i,j) - Pij
IF (ABS(delta).GT.TOL) IFLAG=1
P(i,j) = Pij
50      CONTINUE
40      CONTINUE
IF (IFLAG.EQ.0) GOTO 90
30      CONTINUE
WRITE(*,100)
100     FORMAT(' SOLUTION NOT CONVERGED WITHIN THE SPECIFIED NO. OF ITERAT
*ION & TOLERANCE ')
GOTO 300

***** LABEL 90 *****
C....DISPLAY ANSWER for PLOT SURFACE_3D.....C
90      CONTINUE
C....WRITE COLUMN NO. ....C
WRITE(1, '(1X,31I8)') (i,i=0,x)
sum=0
DO 200 j=1,Pn,2
WRITE(1, '(13,31F8.5)') sum,(P(i,j),i=1,Pm,2)
sum=sum+1
200     CONTINUE
***** LABEL 300 *****
300     CONTINUE
WRITE(*,*) LOOP
read(*,*)
STOP
END

```