สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมวิเคราะห์ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการหาค่าอนุพันธ์

PROGRAM FOR ANALYSIS CONTINUOUS OF TRIGONOMETRIC FUNCTION AND DIFFERENTIATION

ฐิติวรรณ ศรีอุดร
นิภาพร วงษ์วิไลย
วีณาวดี ม่วงอ้น

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 43011
วัน, เดือน, ปี 26 มิ.ย. 2545

b.....
i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
วิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

PROGRAM FOR ANALYSIS CONTINUOUS OF TRIGONOMETRIC FUNCTION AND DIFFERENTIATION

THITIWAN SRIUDORN
NIPAPORN WONGWILAI
WEENAWADEE MONGOON

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIRMENT OF THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมวิเคราะห์ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติและการหาค่าอนุพันธ์
PROGRAM FOR ANALYSIS CONTINUOUS OF TRIGONOMETRIC FUNCTION AND DIFFERENTIATION

ชื่อนักศึกษา นางสาวฐิติวรรณ ศรีอุดร 41051017
นางสาวนิภาพร วงษ์วิไลย 41051026
นางสาววีณาวดี ม่วงอ้น 41051046

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์
อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์วีระศักดิ์ นิ่มขุนทด
อาจารย์พรชัย ชัยสนิท

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2544

คณะกรรมการสอบ		ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ	รองศาสตราจารย์ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์	
กรรมการ	ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุนทร สุชาติเวชภูมิ	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์วีระศักดิ์ นิ่มขุนทด	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์พรชัย ชัยสนิท	

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์)
หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมวิเคราะห์ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติและการหาค่าอนุพันธ์

ชื่อนักศึกษา นางสาวฐิติวรรณ ศรีอุดร 41051017
นางสาวนิภาพร วงษ์วิไลย 41051026
นางสาววีณาวดี ม่วงอ้น 41051046

ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

ปีการศึกษา 2544

อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์วีระศักดิ์ นิ่มขุนทด
อาจารย์พรชัย ชัยสนิท

บทคัดย่อ

ในการศึกษาเรื่องความต่อเนื่องและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นวิชาพื้นฐานทางคณิตศาสตร์วิชาหนึ่งนั้นเป็นเรื่องที่ทำความเข้าใจได้ยาก เนื่องจากการที่จะสามารถมองเห็นรูปแบบของความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติ บางครั้งต้องใช้มโนภาพจึงจะทำความเข้าใจได้

ดังนั้นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจเนื้อหา ในเรื่องความต่อเนื่องและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติเพิ่มมากขึ้น ผู้จัดทำจึงได้ทำการนำเสนอโปรแกรมวิเคราะห์นี้ เพื่อให้นักเรียน นักศึกษาและผู้ที่สนใจสามารถทำการศึกษาเพิ่มเติมได้ซึ่งเป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในด้านการเรียน อีกทั้งยังสามารถใช้เป็นสื่อการสอนได้ เนื่องจากโปรแกรมจะมีการแสดงกราฟของฟังก์ชันจึงช่วยแสดงให้เห็นความชัดเจนของความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

เนื่องจากในปัจจุบันเทคโนโลยีด้านคอมพิวเตอร์และการสื่อสารมีความก้าวหน้ามากขึ้น ทางผู้จัดทำจึงนำเสนอโปรแกรมวิเคราะห์นี้บนอินเตอร์เนตโดยเฉพาะเว็บ เพื่อให้ผู้ที่สนใจได้เข้ามาศึกษาหาความรู้และสามารถใช้งานได้อย่างทั่วถึงผ่านทางเครือข่ายอินเตอร์เนต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	Program for Analysis Continuous of Trigonometric Function and Differentiation
Students	Miss Thitiwan Sriudorn 41051017
	Miss Nipaporn Wongwilai 41051026
	Miss Weenawadee Mongoon 41051046
Degree	Bachelor's Degree of Science
Department	Mathematics and Computer Science,Faculty of science
Programme	Applied Mathematics
Academic Year	2001
Special Project Advisor	Lecturer Weerasak Nimkhuntod
	Lecturer Pornchai Chaisanit

ABSTRACT

The study of "The Continuous and Differentiation of Trigonometry Function", a principle of Mathematics, are very difficult to understand. Because of forming the continuous of trigonometry function, we may use imagination to understand it.

To improve understanding , we present a program that is provide for users to gain practice. In addition, displaying graph is used to illustrate the continuous of trigonometry function.

For high technology in computer and network today, we also present our program on Internet, a specially World Wide Web, for every body who is interested in this field to learn and practice

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดีก็เพราะหลายเหตุปัจจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อาจารย์วีระศักดิ์ นิ่มขุนทด และ อาจารย์พรชัย ชัยสนิท ที่ได้ให้แนวทางในการดำเนินการ ตลอดจนคำปรึกษาอันก่อให้เกิดแนวความคิดที่สามารถ แก้ไขปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้ นอกจากนี้ยังช่วยแนะนำแนวทางในการดำเนินงานและตรวจทานแก้ไขด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดียิ่ง

ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ที่ให้ความสะดวกในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์และอำนวยความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการจัดทำปัญหาพิเศษ

ขอขอบคุณ คุณร่มธรรม สินธุประสิทธิ์ ที่ได้ให้คำปรึกษาและแนะแนวทางในการแก้ปัญหาต่างๆ ในการเขียนโปรแกรมและเทคนิคต่างๆ ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประศาสน์วิชาความรู้ทั้งในภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติแก่ผู้จัดทำจนกระทั่งปัญหาพิเศษฉบับนี้สัมฤทธิ์ผลได้ดีทุกประการ

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2545

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....II

กิตติกรรมประกาศ.....III

สารบัญ.....IV

สารบัญรูป.....VII

บทที่ 1 บทนำ.....1

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ.....1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....1

1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....1

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา.....2

1.5 ขอบเขตการศึกษา.....2

1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....3

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....4

บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง.....5

2.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....5

2.2 ทฤษฎีบทของลิมิตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....7

2.3 ลิมิตขวามือและลิมิตซ้ายมือ.....9

2.3.1 ลิมิตขวามือ.....9

2.3.2 ลิมิตซ้ายมือ.....10

2.4 ลิมิตอนันต์และลิมิตที่อนันต์.....10

2.4.1 ลิมิตเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไม่มีขีดจำกัด.....10

2.4.2 ลิมิตของฟังก์ชันเมื่อฟังก์ชันมีค่ามาก (หรือน้อย) อย่างไม่มีขีดจำกัด.....10

2.5 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน.....12

2.6 นิยามความต่อเนื่อง.....13

2.7 ชนิดของความไม่ต่อเนื่อง.....13

2.8 เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

2.9 ทฤษฎีบท การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....15
2.10สูตรสำหรับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....16
2.11ขั้นตอนการสร้าง ActiveX Control.....17

บทที่ 3 การออกแบบระบบและหลักการที่เกี่ยวข้อง.....21
3.1 การออกแบบระบบ.....21
3.2 ระบบงาน.....21
3.3 แผนงานและการพัฒนาระบบ.....21
3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....22

บทที่ 4 การพัฒนาและผลการพัฒนา.....24
4.1 ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการทดลอง.....24
4.2 การทดลองและผลการทดลอง.....25
4.3 การแสดงข้อผิดพลาดของโปรแกรม.....54
4.3.1 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าฟังก์ชัน.....57
4.3.2 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าที่ต้องการพิจารณา.....58
4.3.3 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากการใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง.....59
4.3.4 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง.....60
4.3.5 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าฟังก์ชันไม่ถูกต้อง.....61
4.3.6 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่วงเล็บในฟังก์ชันไม่สมดุล.....62
4.3.7 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากตัวหารมีส่วนเท่ากับศูนย์.....63
4.3.8 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากการใส่ค่าที่เกินขอบเขตที่กำหนด.....64

บทที่ 5 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ.....65
5.1 ผลการจัดทำปัญหาพิเศษ.....65
5.2 สรุปผล.....65
5.3 ข้อจำกัดของโปรแกรม.....67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

5.4 ข้อเสนอแนะ.....67

บรรณานุกรม.....68

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2-1 แสดงการเลือกแท็ป ActiveX Control.....17
2-2 การสร้าง ActiveForm โดยเลือกเมนู File>New.....17
2-3 แสดง Properties ของ User Control.....18
2-4 เขียนโค้ดเพื่อเพิ่มอีเวนต์ให้กับ Logon.....19
3-1 System Flow ของโปรแกรม.....23
4-1 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1 27
4-2 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1.....28
4-3 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1.....29
4-4 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1.....30
4-5 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) 31
4-6 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) 32
4-7 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) 33
4-8 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) 34
4-9 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x)) 35
4-10 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x)) 36
4-11 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x)) 37
4-12 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x)) 38
4-13 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = ((x)^2)*Sin(1/x) 39
4-14 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = ((x)^2)*Sin(1/x) 40
4-15 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = ((x)^2)*Sin(1/x) 41
4-16 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = ((x)^2)*Sin(1/x) 42
4-17 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3.....43
4-18 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3.....44
4-19 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3.....45
4-20 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3.....46
4-21 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x))) 47
4-22 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x))) 48
4-23 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x))) 49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

4-24 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x))) 50
4-25 แสดงการรับค่าฟังก์ชัน f(x) = e^Sin(x) 51
4-26 แสดงการหาค่าลิมิตฟังก์ชัน f(x) = e^Sin(x) 52
4-27 แสดงกราฟฟังก์ชัน f(x) = e^Sin(x) 53
4-28 แสดงการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = e^Sin(x).....54
4-29 การย่อกราฟ.....55
4-30 การขยายกราฟ.....56
4-31 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าฟังก์ชัน.....57
4-32 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าที่ต้องการพิจารณา.....58
4-33 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากการใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง.....59
4-34 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง.....60
4-35 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าฟังก์ชันไม่ถูกต้อง.....61
4-36 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่วงเล็บในฟังก์ชันไม่สมดุล.....62
4-37 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากตัวหารมีส่วนเท่ากับศูนย์.....63
4-38 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากการใส่ค่าที่เกินขอบเขตที่กำหนด.....64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ

ในวิชาแคลคูลัสการศึกษาเรื่องความต่อเนื่องและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยวิธีวิเคราะห์ด้วยการคำนวณ ทำให้นักศึกษาไม่สามารถมองเห็นกราฟและไม่เข้าใจรูปแบบความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้ชัดเจน ประกอบกับในปัจจุบันเทคโนโลยีที่มีความก้าวหน้าดังนั้นผู้จัดทำปัญหาพิเศษเห็นว่าควรจะมีโปรแกรมวิเคราะห์ในเรื่องนี้เพื่อให้นักเรียนและนักศึกษาที่มีความสนใจและต้องการศึกษาเรื่องนี้มีความเข้าใจและสามารถใช้งานโปรแกรมนี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผู้จัดทำจึงได้นำเสนอโปรแกรมวิเคราะห์นี้บนอินเตอร์เนต โดยใช้กราฟฟิกในการแสดงกราฟ

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

เพื่อให้การศึกษาและวิเคราะห์เรื่องความต่อเนื่องและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นเรื่องง่ายและน่าสนใจมากยิ่งขึ้นผู้จัดทำจึงใช้การแสดงกราฟฟิกด้วยภาษา HTML ในการพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทั้งนี้เพราะ HTML เป็นภาษาที่เอื้ออำนวยต่อการนำเสนอบนอินเตอร์เนตและมีการแสดง OUTPUT ที่สวยงาม ทำให้นักเรียน นักศึกษา และผู้ที่สนใจสามารถใช้โปรแกรมวิเคราะห์นี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นเนื่องจากอินเตอร์เนตเป็นสื่อที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย และใช้ภาษา Visual Basic เพื่อให้โปรแกรมสำเร็จตามความมุ่งหมาย

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เราสามารถแสดงกราฟและรูปแบบความต่อเนื่องและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้อย่างชัดเจนและเป็นไปตามความต้องการของผู้ใช้ โดยใช้ทฤษฎีของลิมิตความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติ และการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ มาประยุกต์ใช้สามารถใช้กับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษา เพื่อนำมาเสนอบนอินเตอร์เนต เพื่อให้ผู้ใช้สามารถใช้งานโปรแกรมวิเคราะห์นี้ได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา

เราจะใช้ทฤษฎีบทของลิมิตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลิมิตที่สามารถหาค่าได้ ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติ นิยามของลิมิตอนันต์และลิมิตที่อนันต์ ทฤษฎีบทการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่สำคัญในการหาอนุพันธ์ สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ มาประยุกต์ใช้กับการแสดงกราฟด้วยทฤษฎีทางด้านกราฟฟิก

1.5 ขอบเขตการศึกษา

1. สามารถรับได้เฉพาะสมการของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 ตัวแปร
2. สามารถรับสมการที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันแบบต่าง ๆ ดังนี้
   - 2.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติรูปทั่วไป เช่น $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$
     - 2.1.1 การบวก ลบกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
       เช่น $\sec x + \tan x$
     - 2.1.2 การคูณกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
       เช่น $\tan x \cos x$
     - 2.1.3 การหารกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
       เช่น $\dfrac{\cos x}{\sin x}$
   - 2.2 ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กระทำกับค่าคงที่หรือตัวแปร
     เช่น $\dfrac{x-1}{\cos x + \sin x}$, $1 - \cos x$, $3\sin x$
   - 2.3 ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ซ้อนกัน
     เช่น $\sin(\cos x)$ (ในที่นี้จะรับฟังก์ชันที่ซ้อนกันได้ไม่จำกัด จนกว่าขีดความสามารถของโปรแกรม Visual Basic จะไม่สามารถคำนวณได้)
   - 2.4 การซ้อนกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันพหุนาม
     - 2.4.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของฟังก์ชันพหุนาม
       เช่น $\sin(x^3 + 7x + 1)$, $\sin 3x$
     - 2.4.2 ฟังก์ชันพหุนามของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
       เช่น $\sin^2 x$
     - 2.4.3 การบวก ลบ คูณ หาร ของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันพหุนาม
       เช่น $\dfrac{1-\cos}{x^3}$, $x^2 \sin^2 \dfrac{1}{x}$
   - 2.5 การซ้อนกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันลอกการิทึม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของฟังก์ชันลอกการิทึม

เช่น $\sin(\ln x)$

2.5.2 ฟังก์ชันลอกการิทึมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $\ln(\sec x + \tan x)$

2.5.3 การบวก ลบ คูณ หาร ของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันลอกการิทึม

เช่น $\dfrac{\tan x}{\ln(\cos x)}$

2.6 การซ้อนกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

2.6.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

เช่น $\sin(e^{2x} + 1)$

2.6.2 ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $e^{\tan x}$

2.6.3 การบวก ลบ คูณ หารของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

เช่น $e^{2x}\cos x$

2.7 ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีความซับซ้อน

เช่น $\sin^3(e^{2x})$, $(\sin x)(\ln \sin x)$

3. ในการรับค่าตัวแปร x ในที่นี้จะรับค่าเป็นมุมซึ่งมีหน่วยเป็นองศา
4. ในการรับค่าตัวยกกำลังจะรับได้เฉพาะจำนวนจริงบวกเท่านั้น
5. สามารถกำหนดจุดที่ต้องการหาค่าความต่อเนื่องเป็นค่าอนันต์ได้
6. การหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน สามารถหาได้เฉพาะสมการอนุพันธ์อันดับ 1 เท่านั้น
7. โปรแกรมนี้สามารถวิเคราะห์ความต่อเนื่องและหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล และฟังก์ชันลอกการิทึมรูปทั่วไป พร้อมทั้งแสดงกราฟได้
8. ในการแสดงค่าของสมการสามารถแสดงทศนิยมได้ 15 ตำแหน่ง
9. สามารถแสดงข้อผิดพลาดในการรับค่าของสมการได้
10. โปรแกรมนี้ไม่สามารถหาค่าของสมการที่อยู่ในรูปแบบของกฎโลปิตาลได้

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

1. ตั้งหัวข้อเกี่ยวกับเรื่องความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ต้องการศึกษา
2. ค้นคว้าหาเนื้อหาและรายละเอียดเกี่ยวกับหัวข้อที่ตั้งไว้
3. รวบรวมและเรียบเรียงเนื้อหาที่ต้องการอย่างเป็นระเบียบและเข้าใจได้ง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. ทำการประยุกต์เนื้อหาที่ได้เรียบเรียงแล้วเข้ากับโปรแกรมเพื่อที่จะแสดงกราฟได้อย่างชัดเจน
5. นำโปรแกรมที่ได้มาทดสอบความถูกต้องและปรับปรุงให้ดีขึ้น
6. จัดทำคู่มือการใช้โปรแกรม พร้อมเนื้อหาเรื่องความต่อเนื่อง และการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติอย่างละเอียด

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. โปรแกรมนี้สามารถใช้กับนักเรียนที่ต้องการสอบเข้ามหาวิทยาลัยได้ เนื่องจากเนื้อหาของปัญหาพิเศษนี้สามารถทำให้นักเรียนมีความเข้าใจยิ่งขึ้น
2. เพิ่มความรู้และความเข้าใจให้กับนักศึกษาในเรื่องของความต่อเนื่องและการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
3. ทำให้ผู้ที่มีความสนใจในเรื่องนี้ สามารถใช้โปรแกรมวิเคราะห์ได้อย่างสะดวก และมีความรวดเร็วมากขึ้น เนื่องจากสามารถใช้งานบนอินเตอร์เนตได้
4. เป็นแนวทางในการพัฒนาโปรแกรมต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีบทและหลักการที่เกี่ยวข้อง

2.1 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ความรู้พื้นฐานและหลักการที่เกี่ยวข้องมีดังนี้

วงกลมรัศมี 1 หน่วย (unit circle) หมายถึงวงกลมที่มีรัศมี 1 หน่วยและจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก

นิยาม ให้ P(x,y) เป็นจุดอยู่บนกราฟของวงกลมที่มีรัศมี 1 หน่วย และให้ u เป็นความยาวของส่วนโค้งของวงกลม ที่วัดจากจุด (0,1) ถึงจุด P ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา (ถ้าวัดในทิศทางตามเข็มนาฬิกา มีเครื่องหมายเป็นลบ) ดังรูปที่ 2.1.1

1. ฟังก์ชันซายน์ (sine function) จะเป็นฟังก์ชันจากจำนวนจริง R ไปยัง [-1,1] ที่นิยามว่า

   $\sin u = y$

2. ฟังก์ชันโคซายน์ (cosine function) จะเป็นฟังก์ชันจากจำนวนจริงไปยัง [-1,1] ที่นิยามว่า

   $\cos u = x$

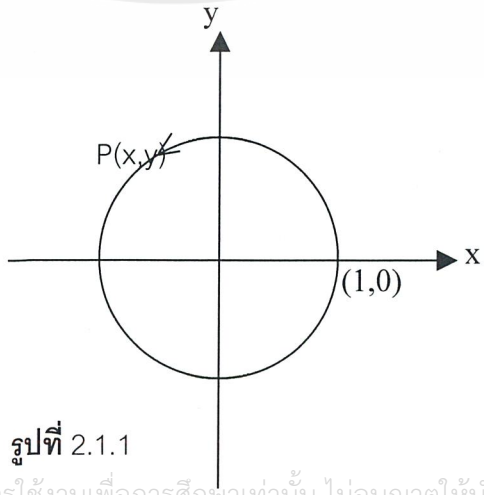
3. ฟังก์ชันแทนเจนต์ (tangent function) ฟังก์ชันโคแทนเจนต์ (cotangent function) ฟังก์ชันเซแคนต์ (secant function) ฟังก์ชันโคเซแคนต์ (cosecant function) จะนิยามดังนี้

$$\tan u = \frac{\sin u}{\cos u} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos u \neq 0$$

$$\cot u = \frac{\cos u}{\sin u} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin u \neq 0$$

$$\sec u = \frac{1}{\cos u} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos u \neq 0$$

$$\operatorname{cosec} u = \frac{1}{\sin u} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin u \neq 0$$



รูปที่ 2.1.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าให้ A เป็นมุมที่จุดกำเนิดโยมีแกน x ทางด้านบวกเป็นแขนด้านหนึ่งและเส้นตรงที่ลากจากจุดกำเนิดถึงจุด P ซึ่งอยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี 1 หน่วยเป็นแขนอีกด้านหนึ่ง ให้ u เป็นความยาวของเส้นโค้งของวงกลมจากจุด (0,1) ถึง P ถ้า u = 1 หน่วย จะเรียกว่า A มีขนาด 1 เรเดียน (Radian) เนื่องจากเส้นรอบวงกลมรัศมี 1 หน่วย มีความยาวเท่ากับ 2π หน่วย ฉะนั้นมุมรอบจุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเท่ากับ 2π เรเดียน ซึ่งเท่ากับ 360 องศา ดังรูปที่ 2.1.2 และได้ว่า

π เรเดียน เท่ากับ 180 องศา

$\frac{\pi}{2}$ เรเดียน เท่ากับ 90 องศา

1 เรเดียน เท่ากับ $\frac{360}{2\pi} \approx 57.2958$ องศา

ซึ่งสามารถสรุปว่าค่าของมุมระหว่างองศาและเรเดียนที่ใช้กันเสมอๆ ด้วยตารางเปรียบเทียบดังนี้

รูปที่ 2.1.2

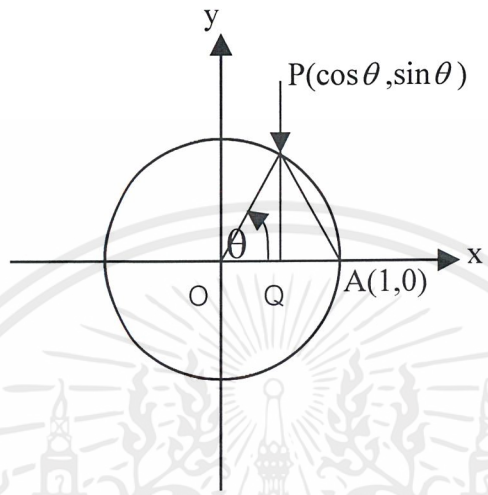
องศา	0	30	45	60	90	120	135	150	180	270	360
เรเดียน	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 ทษฎีบทของลิมิตของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ทษฎีบทที่ 1 $\lim_{\theta\to 0}\sin\theta = 0$ และ $\lim_{\theta\to 0}\cos\theta = 1$

การพิสูจน์ พิจารณาวงกลมหนึ่งหน่วย ดังรูปที่ 2.2.1



รูปที่ 2.2.1

สำหรับ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ จะเห็นว่าความยาวของส่วนของเส้นตรง PQ < ความยาวส่วนของเส้นตรง PA < ความยาวส่วนโค้ง PA

หรือ $\sin\theta <$ ความยาวเส้นตรง PA $< \theta$ ดังนั้น $0 \le \sin\theta \le \theta$ โดยทฤษฎีบทจะได้ว่า $\lim_{\theta\to 0^+}\sin\theta = 0$ ทำนองเดียวกันสำหรับ $\frac{-\pi}{2} < \theta < 0$ จะได้ว่า $0 < -\theta < \frac{\pi}{2}$ ดังนั้น

$$0 \le (-\sin(-\theta)) \le -\theta$$

หรือ $$0 \le -\sin\theta \le -\theta$$

หรือ $$\theta \le \sin\theta \le 0$$

โดยทษฎีบทจะได้ว่า $\lim_{\theta\to 0^-}\sin\theta = 0$

ดังนั้น $\lim_{\theta\to 0}\sin\theta = 0$; สำหรับ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

เพราะว่า $|PQ| = \sin\theta$ และ $|AQ| = 1-\cos\theta$

เนื่องจาก $|PQ|^2 + |AQ|^2 = |PA|^2 < \theta^2$

ดังนั้น $\sin^2\theta + (1-\cos\theta)^2 < \theta^2$

จึงได้ว่า $(1-\cos\theta)^2 < \theta^2$ หรือ $\sqrt{(1-\cos\theta)^2} < \sqrt{\theta^2}$

ดังนั้น $|1-\cos\theta| < |\theta| = 0$ (เพราะว่า $\theta > 0$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นั่นคือ $-\theta < 1-\cos\theta < \theta$

โดยทษฎีบทจะได้ว่า $\lim_{\theta\to 0^+}(1-\cos\theta)=0$

สำหรับ $\frac{-\pi}{2}<\theta<0$ จะได้ว่า $0<-\theta<\frac{\pi}{2}$

ดังนั้น $\theta < 1-\cos(-\theta) < -\theta$

หรือ $\theta < 1-\cos\theta < -\theta$

โดยทษฎีบทจะได้ว่า $\lim_{\theta\to 0^-}(1-\cos\theta)=0$

นั่นคือ $\lim_{\theta\to 0^+}(1-\cos\theta)=0$

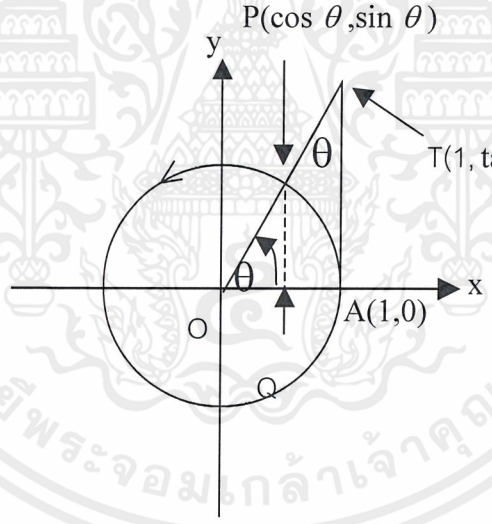
เพราะว่า $\cos\theta = 1-(1-\cos\theta)$

จึงได้ว่า $\lim_{\theta\to 0}\cos\theta=\lim_{\theta\to 0}(1-(1-\cos\theta))$

$=\lim_{\theta\to 0}1-\lim_{\theta\to 0}(1-\cos\theta)=1-0=1$

ทษฎีบทที่ 2 $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$

การพิสูจน์ พิจารณาวงกลมหนึ่งหน่วยดังรูปที่ 2.2.2



รูปที่ 2.2.2

ลากเส้นตรงตั้งฉากกับแกน x ที่จุด A(1,0) ตัดกับส่วนของเส้นตรง OP ที่ต่อออกไปที่จุด T ได้ว่า พิกัดของจุด T คือ $(1, \tan\theta)$ จากรูปจะได้ว่า

พื้นที่ $\Delta OAP \le$ พื้นที่ Δ ฐานโค้ง $OAP \le$ พื้นที่ ΔOAT

หรือ $\frac{1}{2}\times 1\times\sin\theta \le \frac{1}{2}\times 1\times\theta \le \frac{1}{2}\times 1\times\tan\theta$

หรือ $\sin\theta \le \theta \le \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ .....(*)

สำหรับ $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ อสมการ (*) เปลี่ยนเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$1 \le \frac{\theta}{\sin\theta} \le \frac{1}{\cos\theta}$$

หรือ $$\cos\theta \le \frac{\sin\theta}{\theta} \le 1 \quad \text{.....(**)}$$

สำหรับ $$\frac{-\pi}{2} < \theta < 0$$

จะได้ $$0 < -\theta < \frac{\pi}{2}$$

จากสมการ (**) จะได้ $$\cos(-\theta) \le \frac{\sin(-\theta)}{(-\theta)} \le 1$$

หรือ $$\cos(-\theta) \le \frac{\sin(\theta)}{(\theta)} \le 1$$

เพราะว่า $$\lim_{\theta\to 0}\cos\theta = 1$$

โดยทฤษฎีบทจะได้ว่า $$\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta} = 1$$

บทแทรก $\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta} = 0$

การพิสูจน์ $$\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta} = \lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta}\frac{(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)}$$

$$= \lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos^2\theta}{\theta(1+\cos\theta)} = \lim_{\theta\to 0}\frac{\sin^2\theta}{\theta(1+\cos\theta)}$$

เพราะว่า $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)} = 0$ และ $\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta} = 1$ ดังนั้น

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin^2\theta}{\theta(1+\cos\theta)} = \lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}\cdot\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{(1+\cos\theta)} = 1\cdot 0 = 0$$

จึงได้ว่า $\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta} = 0$

2.3 ลิมิตขวามือและลิมิตซ้ายมือ

2.3.1 ลิมิตขวามือ

ลิมิตขวามือของ f(x) เมื่อ x เข้าใกล้ a เขียนแทนด้วย $\lim_{x\to a^+}$ f(x) =L หมายความว่า สำหรับทุกๆ $\varepsilon > 0$ จะมี $\delta > 0$ ที่ทำให้ $\left|\right.$ f(x)-L $\left|\right. < \varepsilon$ เสมอเมื่อ 0 < x-a < δ

นั่นคือเราเลือก x ให้เข้าใกล้ a มากพอ โดยพิจารณาเฉพาะ x ที่มีค่ามากกว่า a แล้วทำให้ f(x) กับ L มีค่าใกล้เคียงกันเพียงใดก็ได้

2.3.2 ลิมิตซ้ายมือ

ลิมิตขวามือของ f(x) เมื่อ x เข้าใกล้ a เขียนแทนด้วย $\lim_{x\to a^-}$ f(x) =L หมายความว่า สำหรับทุกๆ $\varepsilon > 0$ จะมี $\delta > 0$ ที่ทำให้ $\left|\right.$ f(x)-L $\left|\right. < \varepsilon$ เสมอเมื่อ 0 < a-x < δ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นั่นคือเราเลือก x ให้เข้าใกล้ a มากพอ โดยพิจารณาเฉพาะ x ที่มีค่ามากกว่า a แล้วทำให้ f(x) กับ L มีค่าใกล้เคียงกันเพียงใดก็ได้

หมายเหตุ

$\lim_{x\to a} f(x) = L$ หาค่าได้ก็ต่อเมื่อ $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = L$

2.4 ลิมิตอนันต์และลิมิตที่อนันต์

จะพิจารณาลิมิตของฟังก์ชันเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น (หรือลดลง) อย่างไม่มีขีดจำกัด และลิมิตของฟังก์ชันมีค่ามาก (หรือน้อย) อย่างไม่มีขีดจำกัด

2.4.1 ลิมิตเมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไม่มีขีดจำกัด

พิจารณาค่าของ $f(x) = \frac{1}{x}$ จากตาราง

x	-1000000	-100000	-10000	-1000	-100	100	1000	10000	100000	1000000
y	-0.000001	-0.00001	-0.0001	-0.001	-0.01	0.01	0.001	0.0001	0.00001	0.000001

จะเห็นว่า x มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างไม่มีขีดจำกัดจะปรากฏว่า f(x) มีค่าเข้าใกล้ 0 กรณีนี้เรากล่าวว่าลิมิตของ f(x) เท่ากับ 0 เมื่อ x เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีขีดจำกัดและเขียนแทนด้วย

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$

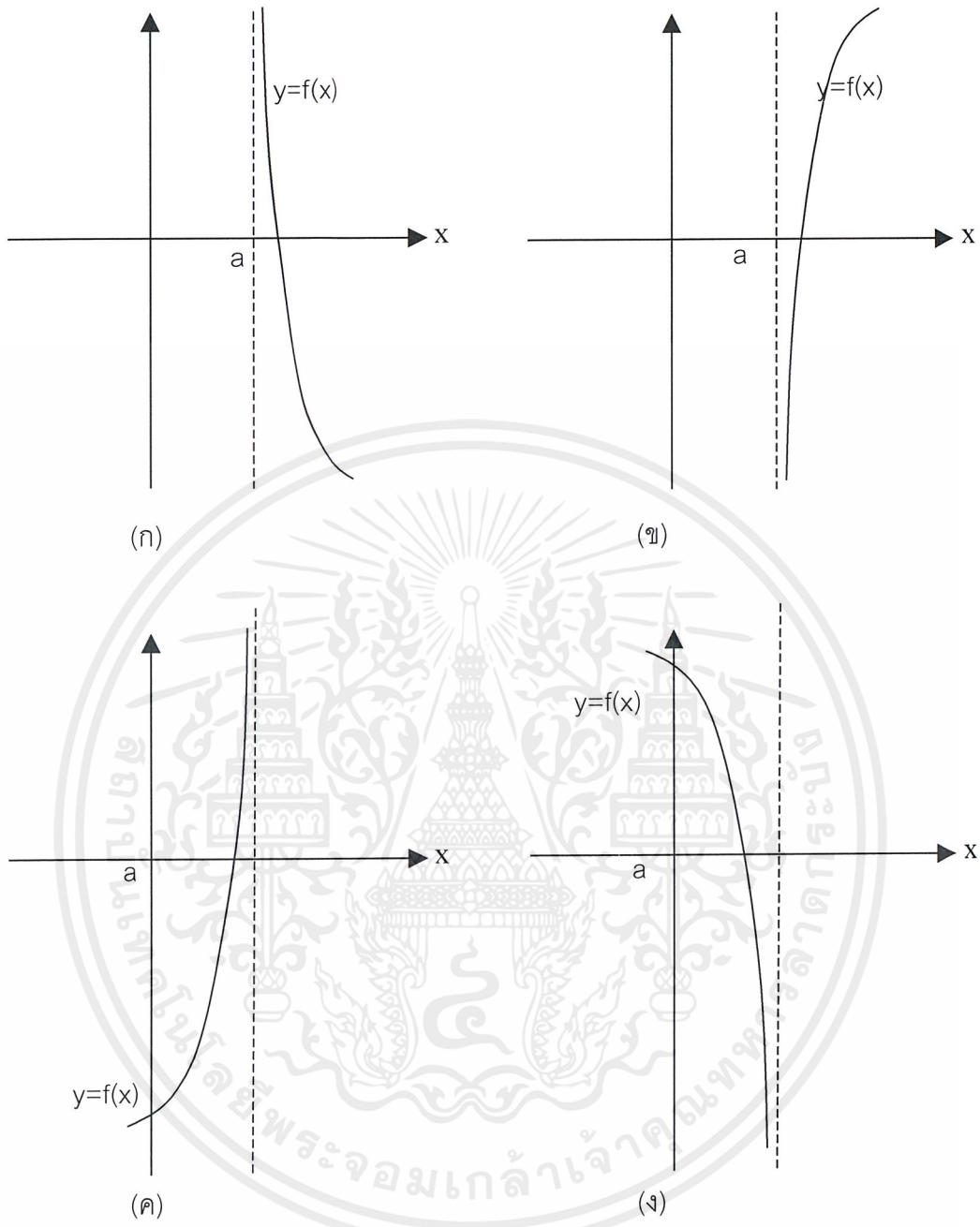
เมื่อ x มีค่าลดลงอย่างไม่มีขีดจำกัดปรากฏว่า f(x) มีค่าเข้าใกล้ 0 เช่นกัน กรณีนี้เรากล่าวว่าลิมิตของ f(x) เท่ากับ 0 เมื่อ x ลดลงอย่างไม่มีขีดจำกัดและเขียนแทนด้วย

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$

2.4.2 ลิมิตของฟังก์ชันเมื่อฟังก์ชันมีค่ามาก(หรือน้อย) อย่างไม่มีขีดจำกัด

ในบางครั้งเราจะพบว่าเมื่อ x เข้าใกล้ a แล้ว f(x) จะมีค่ามากหรือน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด ซึ่งหมายความว่าลิมิตของ f(x) เมื่อ x เข้าใกล้ a หาค่าไม่ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4.2

ในรูป 2.4.2(ก) จะเห็นว่าเมื่อ x เข้าใกล้ a ทางขวา f(x) จะมีค่ามากอย่างไม่มีขีดจำกัด เขียนแทนด้วย $\lim_{x\to a^+} f(x) = +\infty$

ในรูป 2.4.2(ข) จะเห็นว่าเมื่อ x เข้าใกล้ a ทางขวา f(x) จะมีค่าน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด เขียนแทนด้วย $\lim_{x\to a^+} f(x) = -\infty$

ในรูป 2.4.2(ค) จะเห็นว่าเมื่อ x เข้าใกล้ a ทางซ้าย f(x) จะมีค่ามากอย่างไม่มีขีดจำกัด เขียนแทนด้วย $\lim_{x\to a^-} f(x) = +\infty$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูป 2.4.2(ง) จะเห็นว่าเมื่อ x เข้าใกล้ a ทางซ้าย f(x) จะมีค่าน้อยอย่างไม่มีขีดจำกัด เขียนแทนด้วย $\lim_{x\to a^-} f(x) = -\infty$

กรณีดังกล่าวข้างต้นเรามีวิธีตรวจสอบดังนี้

(1) ถ้า $f(x) > 0$ สำหรับ x > a และ $\lim_{x\to a^+} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to a^+} f(x) = +\infty$

(2) ถ้า $f(x) < 0$ สำหรับ x > a และ $\lim_{x\to a^+} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to a^+} f(x) = -\infty$

(3) ถ้า $f(x) > 0$ สำหรับ x < a และ $\lim_{x\to a^-} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to a^-} f(x) = +\infty$

(4) ถ้า $f(x) < 0$ สำหรับ x < a และ $\lim_{x\to a^-} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to a^-} f(x) = -\infty$

(5) ถ้า $f(x) > 0$ ที่จุดรอบๆ a และ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$

(6) ถ้า $f(x) < 0$ ที่จุดรอบๆ a และ $\lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$

นอกจากนี้เรายังมีข้อสรุปเกี่ยวกับลิมิตฟังก์ชัน เมื่อฟังก์ชันมีค่ามาก(น้อย) อย่างไม่มีขีดจำกัด เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น(ลดลง) อย่างไม่มีขีดจำกัด ดังข้อต่อไปนี้

(7) ถ้า $f(x) > 0$ เมื่อ x มีค่ามากและ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

(8) ถ้า $f(x) < 0$ เมื่อ x มีค่ามากและ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

(9) ถ้า $f(x) > 0$ เมื่อ x มีค่าน้อยและ $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

(10) ถ้า $f(x) < 0$ เมื่อ x มีค่าน้อยและ $\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ เราสรุปได้ว่า $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2.5 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน f(x) จะมีความต่อเนื่อง (continuity) ที่ x=a ก็ต่อเมื่อ

(1) f(x) หาค่าได้ที่ x=a (นั่นคือ f(a) มีค่า)

(2) $\lim_{x\to a} f(x) = L$ (หาค่าได้)

(3) f(a) = L

ถ้า f(a) ขาดคุณสมบัติข้อใดข้อหนึ่งในสามข้อนี้แล้ว จะกล่าวว่า f ไม่ต่อเนื่องที่ x=a

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายเหตุ

(i) f(a) จะหาค่าไม่ได้เมื่อโดเมนของ x ไม่มีค่า x=a อยู่ด้วย หรือ f(a) มีเทอมเป็น $\frac{1}{0}$ หรือ $\frac{0}{0}$ อยู่ด้วย หรือ f(a) ไม่เป็นจำนวนจริง

(ii) ค่าฟังก์ชัน f(x) มีความต่อเนื่องที่จุด x=a กราฟของฟังก์ชัน f(x) ตอนที่ผ่านจุด (a,f(a)) จะเป็นเส้นที่ลากติดต่อกัน โดยไม่ขาดตอนที่จุดนี้

(iii) ค่าฟังก์ชัน f(x) มีความต่อเนื่องในช่วงปิด [a,b] หมายถึง f(x) มีความต่อเนื่องทุกจุดในช่วงนั้น

2.6 นิยามความต่อเนื่องในเชิง $\varepsilon - \delta$

เราจะกล่าวว่า f(x) มีความต่อเนื่องที่จุด x=a ก็ต่อเมื่อ สำหรับ $\varepsilon > 0$ ที่กำหนดให้จะต้องมี $\delta > 0$ ที่ทำให้ $|f(x)-f(a)| < \varepsilon$ เมื่อ $|x-a| < \delta$

ข้อสังเกต

จากนิยามนี้แสดงว่า $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ นั่นเอง

2.7 ชนิดของความไม่ต่อเนื่อง

1. ความไม่ต่อเนื่องที่ขจัดได้ (removeable discontinuity) มีคุณสมบัติว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ และ f(a) หาค่าได้แต่มีค่าไม่เท่ากันคือ $\lim_{x\to a} f(x) \neq f(a)$

หมายเหตุ ความไม่ต่อเนื่องแบบนี้สามารถขจัดได้โดย อาจให้นิยาม f(a) เสียใหม่เพื่อทำให้ฟังก์ชันมีความต่อเนื่องที่จุด x=a ได้โดยนิยามให้ $f(a) = \lim_{x\to a} f(x)$

2. ความไม่ต่อเนื่องแบบค่ากระโดด (jump discontinuity) มีคุณสมบัติว่า $\lim_{x\to a} f(x)$ หาค่าไม่ได้โดยอาจแบ่งเป็น 2 พวกย่อยๆ คือ

2.1 ความไม่ต่อเนื่องแบบสามัญ หมายความว่า ลิมิตทางซ้ายมือ และ ลิมิตขวามือหาค่าได้ แต่ไม่เท่ากันคือ $\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a+} f(x)$

2.2 ความไม่ต่อเนื่องแบบอนันต์หมายความว่า ลิมิตทาง ซ้ายมือ และ ลิมิตขวามือ หาค่าไม่ได้อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือ ทั้งสองอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.8 เอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

1. $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1 \quad ;\forall\theta\in R$
2. $\tan^2\theta+\sec^2\theta$ สำหรับจำนวนจริง θ ซึ่ง $\cos\theta\neq 0$
3. $1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$ สำหรับจำนวนจริง θ ซึ่ง $\sin\theta\neq 0$
4. $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
5. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
6. $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$
7. $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$
8. $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$
9. $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ หรือ $\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2};\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$
10. $\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$
11. $\cos(\pi+\theta)=-\cos\theta$
12. $\sin(-\theta)=-\sin\theta$
13. $\cos(-\theta)=\cos\theta$
14. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\theta$
15. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=-\sin\theta$
16. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$
17. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$

ก่อนที่จะกล่าวถึงสูตรการหาค่าอนุพันธ์และปริพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติจะรวบรวมเครื่องมือพื้นฐานบางอย่างไว้ ดังต่อไปนี้

1. $\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{\sin\theta}{\theta}=1$
2. $\lim\limits_{\vartheta\to 0}\dfrac{1-\cos\theta}{\theta}=0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.9 ทฤษฎีบท การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้า $f(x)=\sin x$ แล้ว $f'(x)=\cos x$

การพิสูจน์
$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin x}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{\sin x\cos h+\cos x\sin h-\sin x}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\frac{-\sin x+\sin x\cos h}{h}+\frac{\cos x\sin h}{h}\\
&= \lim_{h\to 0}\left[-\sin x\frac{(1-\cos h)}{h}\right]+\lim_{h\to 0}\cos x\left(\frac{\sin h}{h}\right)\\
&= -\sin x\lim_{h\to 0}\frac{1-\cos h}{h}+\cos\ x\lim_{h\to 0}\frac{\sin h}{h}\\
&= (-\sin x)\cdot 0+(\cos\ x)\cdot 1=\cos x
\end{aligned}$$

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้า $f(x)=\cos x$ แล้ว $f'(x)=-\sin x$

การพิสูจน์
$$\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$
$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx}\cos x &= \frac{d}{dx}\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\\
&= \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\frac{d}{dx}\left(\frac{\pi}{2}-x\right) && \text{(โดยทฤษฎีบทที่ 1)}\\
&= \cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\left(-\frac{d}{dx}\right)\\
&= -\sin x
\end{aligned}$$

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้า $f(x)=\tan x$ และ $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ แล้ว $f'(x)=\sec^2 x$

การพิสูจน์
$$\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{d}{dx}\tan x\\
&= \frac{d}{dx}\frac{\sin x}{\cos x}\\
&= \frac{\cos x\dfrac{d}{dx}\sin x-\sin x\dfrac{d}{dx}\cos x}{\cos^2 x}\\
&= \frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}\\
&= \frac{1}{\cos^2 x}\\
&= \sec^2 x
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.10สูตรสำหรับการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

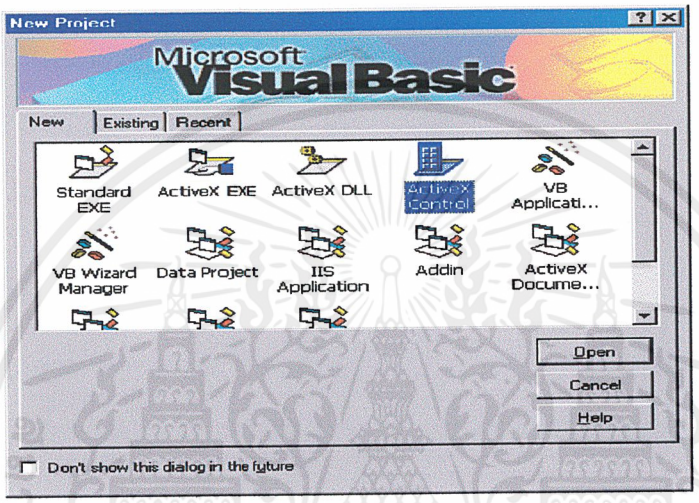
1. $\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$
2. $\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$
3. $\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$
4. $\frac{d}{dx}\cot x = -\csc^2 x$
5. $\frac{d}{dx}\sec x = \sec x \tan x$
6. $\frac{d}{dx}\csc x = -\csc x \cot x$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

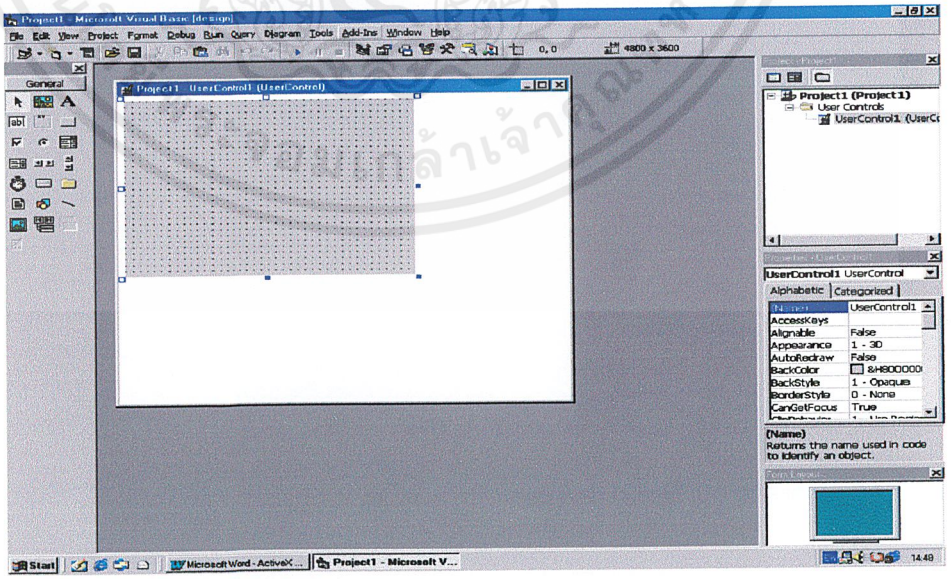
2.11 ขั้นตอนการสร้าง ActiveX Control

1. อันดับแรกของการสร้าง Active Control คือต้องกำหนดให้ได้ว่า Active Control ของเราจะทำหน้าที่อะไร , จะมีรูปร่างหน้าตาอย่างไร , มีพรอพเพอร์ตี้ , เมธอด , อีเวนต์อะไรบ้าง
2. เลือกการสร้างแอพพลิเคชันแบบ ActiveX Control โดยเลือกเมนู *File > New Project*...จากนั้นเลือกไอคอน ActiveX Control



รูปที่ 2-1 แสดงการเลือกแท็ป ActiveX

3. Visual Basic จะกำหนด Project1 มาให้ ซึ่ง Project1 นี้ก้ทำหน้าที่เหมือนกับฟอร์มที่เราคุ้นเคยจากการสร้างแอพพลิเคชันแบบธรรมดา

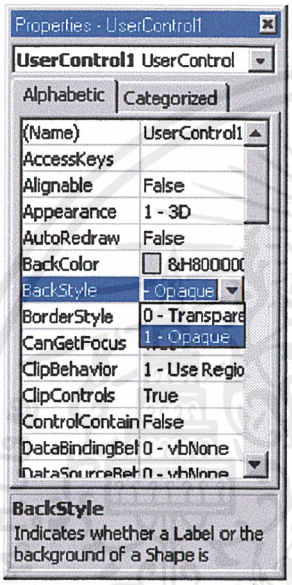


รูปที่ 2-2 การสร้าง ActiveForm โดยเลือกเมนู File>New

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

43011

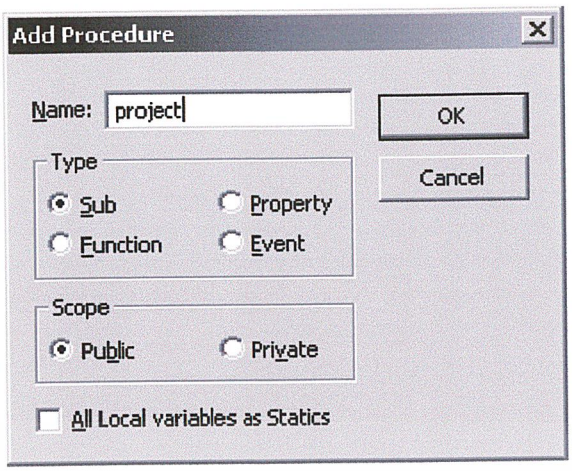
4. พรอพเพอร์ตี้ส่วนใหญ่ของ Project1 นั้นคล้ายกับฟอร์ม แต่มีอยู่สองพรอพเพอร์ตี้ที่ต้องกล่าวถึงเป็นพิเศษ คือ BackStyle ซึ่งจะบอกว่าจะให้มองเห็นพื้นของ Project1 หรือไม่ (คล้ายกับใน Lable) , ส่วนอีกพรอพเพอร์ตี้ที่ไม่มีในฟอร์มก็คือ ToolboxBitmap ซึ่งจะให้เรากำหนดรูปภาพของ ActiveX Control เมื่อเราจะนำมันไปเพิ่มใน Toolbox โดยเป็นภาพขนาด 16*15 pixel และไม่อนุญาตให้เป็นภาพชนิด ไอคอน (ไฟล์ .ICO)



รูปที่ 2-3 แสดง Properties ของ UserControl

5. เพิ่ม ActiveX Control เข้าไปใน Project1
6. กำหนดพรอพเพอร์ตี้ให้กับ ActiveX Control
7. เขียนโค้ดเพื่อเพิ่มพรอพเพอร์ตี้ให้กับ Logon โดยเลือกเมนู *Tool > Add Procedure...* เพื่อเพิ่มพรอพเพอร์ตี้
8. เขียนโค้ดเพื่อเพิ่มเมธอดให้กับ Logon โดยเลือกเมนู *Tools > Add Procedure...* เพื่อเพิ่มเมธอด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2-4 แสดง Add Procedure

9. เขียนโค้ดเพื่อเพิ่มอีเวนต์ให้กับ Logon

ทดสอบ ActiveX Control

1. เพิ่มโปรเจ็กต์แบบ Standard EXE เข้าไปใน Project Explorer โดยเลือกเมนู *File* > *Add Project...* แล้วเลือกไอคอน Standard EXE
2. ให้ปิดวินโดว์ของ Project , ถ้ายังเปิดอยู่ Visual Basic จะมองว่าอยู่ระหว่างการสร้าง ActiveX project1 และจะไม่ยอมให้ทดสอบ
3. กลับไปที่โปรเจ็กต์ Standard EXE จะเห็นว่าที่ Toolbox จะปรากฏไอคอนของ ActiveX Control ตัวใหม่ที่เราสร้างขึ้น ถูกเพิ่มเข้าไปใน Toolbox แล้ว, ให้เราดับเบิ้ลคลิกเลือกมาวางไว้บนฟอร์ม
4. ตรวจสอบที่ Property Window ว่าพรอพเพอร์ตี้ต่างๆ มีอยู่ครบถ้วนตามที่เราเพิ่มหรือไม่, คลิกที่พรอพเพอร์ตี้ Custom ใน Property Window เพื่อเรียก PropertyPage
5. ดับเบิ้ลคลิกที่ ActiveX Control เพื่อให้ Visual Basic เปิด Code Editor, จากนั้นเราลองเขียนโค้ดที่อ้างอิงถึงพรอพเพอร์ตี้และเมธอดต่างของ ActiveX Control ดูว่าใช้งานได้หรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การนำ ActiveX Control ไปใช้งานจริง

เมื่อทดสอบจนแน่ใจแล้วว่า ActiveX Control ทำงานได้ถูกต้อง, เราก็จะนำเอา ActiveX Control มาคอมไพล์เพื่อให้ได้เป็นไฟล์ .OCX ซึ่งเราจะสามารถใช้งานได้จริง โดยเลือกเมนู File > Make โปรเจ็กต์ ซึ่งจะทำให้เราได้ ActiveX Control ที่ลงทะเบียนในระบบของเราแล้ว และพร้อมใช้งานใน Visual Basic

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่3
การออกแบบระบบและหลักการที่เกี่ยวข้อง

3.1 การออกแบบระบบ

1. ศึกษาหลักการทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้ในการเขียนโปรแกรม
2. ศึกษาการเขียนโปรแกรมด้วย ภาษา Visual Basic ประกอบด้วย
   - การเขียน User Interface
   - ศึกษาโครงสร้างของภาษา Visual Basic
   - ศึกษาการเขียนกราฟฟิก
3. การออกแบบระบบงานและส่วนต่างๆ ของระบบ
4. การพัฒนาระบบ
5. ขั้นตอนการทดสอบและแก้ไข
6. สรุปประสิทธิภาพของระบบและปัญหาที่เกิดขึ้น

3.2 ระบบงาน

การทำงานระบบแบ่งเป็น 3 ส่วน มีการทำงานเป็นขั้นตอนต่อไปนี้

3.2.1 ส่วนนำข้อมูลเข้า (input) เป็นการป้อนค่าสมการที่ต้องการหา และป้อนค่าขอบเขตของสมการที่ต้องการหา มีการตรวจสอบการป้อนสมการว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้ามีข้อผิดพลาดจะแสดงให้ทราบ และทำการป้อนค่าสมการเข้าไปใหม่

3.2.2 ส่วนวิเคราะห์การประมวลผล (process and analysis) เป็นการนำเสนอสมการที่ป้อน มาทำการคำนวณเพื่อ ทำการคำนวณหาค่าลิมิต , อนุพันธ์ , ผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ และกราฟความต่อเนื่องตามที่ต้องการ

3.2.3 ส่วนนำข้อมูลออก (output) คือการนำข้อมูลที่ได้จากส่วนที่ 2 มาแสดงผลบนจอภาพสามารถทำการป้อนค่าขอบเขตใหม่เข้ามาโดยใช้สมการตัวเดิม โดยโปรแกรมกราฟฟิกจากขอบเขตใหม่อีกครั้งหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 แผนงานและการพัฒนาระบบ

1. ศึกษาวิธีการหาลิมิตและนำมาออกแบบโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการหาลิมิตฟังก์ชัน ความต่อเนื่อง ลิมิตที่อนันต์ และรูปแบบของสมการที่ไม่สามารถหาลิมิตและความต่อเนื่องได้ นำมาเขียนในรูปแบบฟังก์ชันในภาษา Visual Basic

2. ศึกษารูปแบบการหาสมการอนุพันธ์อันดับ 1 สรุปเป็นรูปแบบทางคอมพิวเตอร์ และนำมาเขียนเป็นฟังก์ชันในภาษา Visual Basic

3. ศึกษาเรื่องความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เพื่อนำมาใช้ในการคำนวณ หาจุดต่างๆ ที่จะนำมาเขียนกราฟฟิก ศึกษาการเขียนกราฟฟิกคอมพิวเตอร์ ให้มีความเข้าใจโดยการใช้โปรแกรมด้วยภาษา Visual Basic

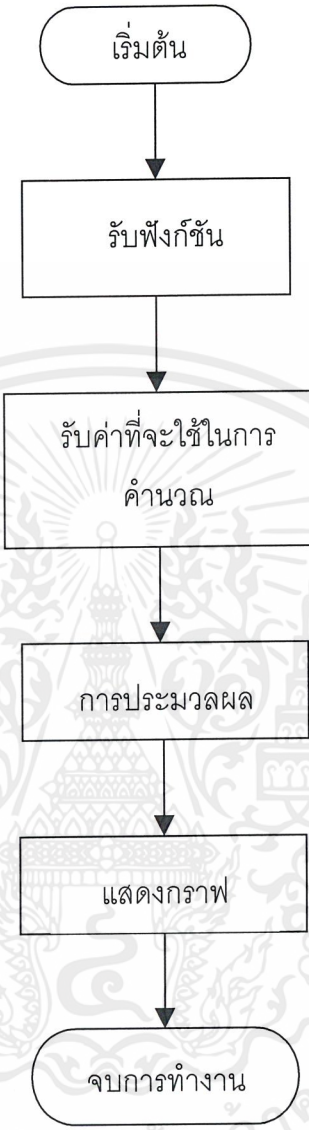
- ออกแบบ FLOW CHART ของระบบงาน
- กำหนด INPUT และ OUTPUT ของระบบ
- ออกแบบ USER INTERFACE
- นำความรู้ที่ได้มาเขียนโปรแกรมแสดงกราฟตามที่ต้องการ

4. ทำการทดสอบระบบงานที่ออกแบบไว้ โดยใช้ข้อมูลที่ได้สมมติค่า แล้วนำมาป้อนลงในโปรแกรมแล้วทำการ แสดงภาพกราฟออกทางจอภาพ แก้ไขข้อมูล ข้อบกพร่องที่แสดงออกมาทางจอภาพ และแสดงข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น

5. จัดการเอกสารประกอบการใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม



รูปที่ 3-1 System Flow ของโปรแกรม

1. โปรแกรมจะรับค่าของฟังก์ชันโดยทำการรับค่าตัวแปร x ตัวแปรเดียว
2. ป้อนค่าที่ใช้ในการคำนวณ
3. ทำการประมวลผลการทำงานโปรแกรม ดังนี้
   - ลิมิตของฟังก์ชัน
   - สมการอันดับหนึ่งของฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ผลเฉลยของสมการอนุพันธ์
- กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

4. แสดงกราฟความต่อเนื่องของฟังก์ชันโดยการ plot จุดต่อเนื่องกันจนเป็นรูป กราฟ
5. ออกจากโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่4
การพัฒนาและผลการพัฒนา

4.1 ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการทดลอง

ลักษณะของอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่นำมาใช้ในระบบนี้ ควรมีรายละเอียดดังนี้

เครื่องคอมพิวเตอร์

1. หน่วยประมวลผลกลาง (CPU ที่มีความเร็วในการประมวลผล400 MH หรือ สูงกว่า)
2. หน่วยความจำหลัก (Main Memory) ขนาดไม่ต่ำกว่า 32 เมกะไบต์
3. หน่วยความจำความเร็วสูง (cache Memory) ชนิดภายในหน่วยประมวลผลกลางขนาดไม่น้อยกว่า 16 กิโลไบต์ และชนิดภายนอกหน่วยประมวลผลกลางขนาดไม่น้อยกว่า 256 กิโลไบต์
4. จอภาพสีชนิดรายละเอียดสูง ขนาดไม่ต่ำกว่า 14 นิ้ว ตามเส้นทแยงมุม ซึ่งสามารถใช้แสดงภาพที่ได้จากวงจรแสดงผลกราฟฟิก รายละเอียดไม่น้อยกว่า 1,024*768 pixel แบบ Non-Interlace
5. คีย์บอร์ด (Keyboard) ที่มีอักษรภาษาไทย / ภาษาอังกฤษ ตัวเลขและเครื่องหมายสัญลักษณ์พิเศษอย่างน้อย 101 คีย์
6. อุปกรณ์ป้อนคำสั่งแบบเมาส์ (Mouse) ที่มีปุ่ม 2 ปุ่มหรือ 3 ปุ่ม
7. โมเด็ม (Moderm) อย่างน้อย36 K

ด้านซอฟต์แวร์

1. ระบบปฏิบัติการไมโครซอฟท์วินโดว์ไทย 98 (Microsofe Windows 98 Thai) หรือสูงกว่า
2. Internet Explorer version 5.0 ขึ้นไป
3. Internet Option จะต้องมี Security เป็น Low สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 การทดลองและผลการทดลอง

ต้องการแสดงกราฟความต่อเนื่องของฟังก์ชันจากการป้อนค่าสมการรูปแบบต่างๆ เพื่อแสดงการทำงานของโปรแกรมการวาดกราฟ และการหาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชันตรีโกณมิติของสมการว่าจะมีผลอย่างไร โดยให้ผู้ใช้ทำการทดลองเข้ามาใน http:\\161.246.60.10 ผ่านทาง Internet และ Web browser เพื่อทำการทดลองใช้โปรแกรม โปรแกรมจะทำงานโดยการรับค่าฟังก์ชัน พอรับค่าฟังก์ชันแล้ว โปรแกรมจะสามารถหาลิมิตของฟังก์ชันนั้นได้ และสามารถหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้ ถ้าผู้ใช้ต้องการดูกราฟสามารถเรียกดูได้จากหน้าแสดงลิมิต โดยคลิกที่แสดงกราฟ ซึ่งในหน้าของการแสดงกราฟผู้ใช้สามารถทำการเลื่อนแกนซ้าย ขวา บน และล่างได้พร้อมทั้งสามารถย่อขยายกราฟที่แสดงได้อีกด้วย โปรแกรมจะแสดงกราฟของฟังก์ชันที่รับค่านั้นให้ การทดลองที่ 1 ถึง 7 นี้จะทดลองถึงขอบเขตของการใช้โปรแกรม ถ้าผู้ใช้ป้อนค่าไม่อยู่ในขอบเขตที่กำหนด โปรแกรมจะสามารถแสดง Error โดยสามารถบอกได้ว่าผู้ใช้ป้อนค่าผิดอย่างไร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

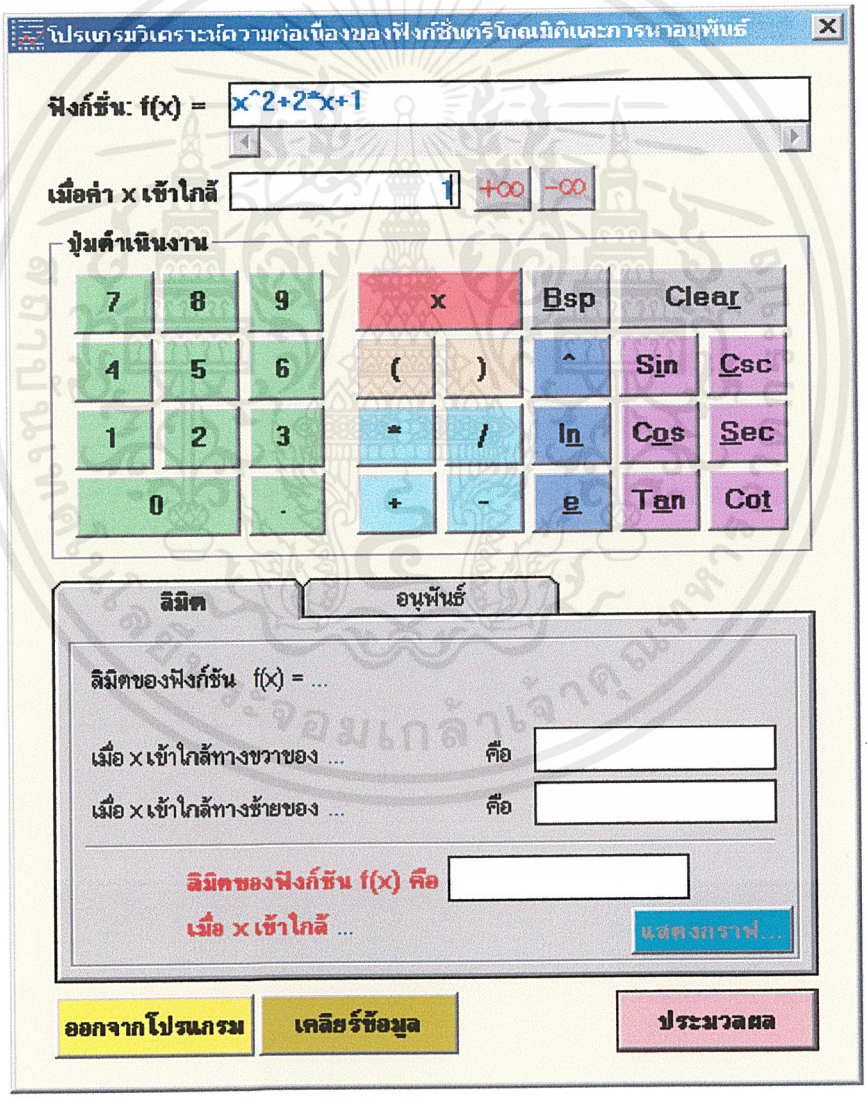
การทดลองที่ 1

เนื่องจากโปรแกรมนี้ได้ทำการพัฒนาต่อเนื่องมาจากโปรแกรมของปัญหาพิเศษในปีการศึกษา 2543 โดยยังคงสามารถทำงานได้เช่นเดียวกับโปรแกรมดังกล่าว

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Polynomial function โดยป้อนสมการ เข้ามาเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. ทำการป้อนค่าสมการ f(x) = X^2+2x+1 โดยทำการพิมพ์ จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ 1 โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

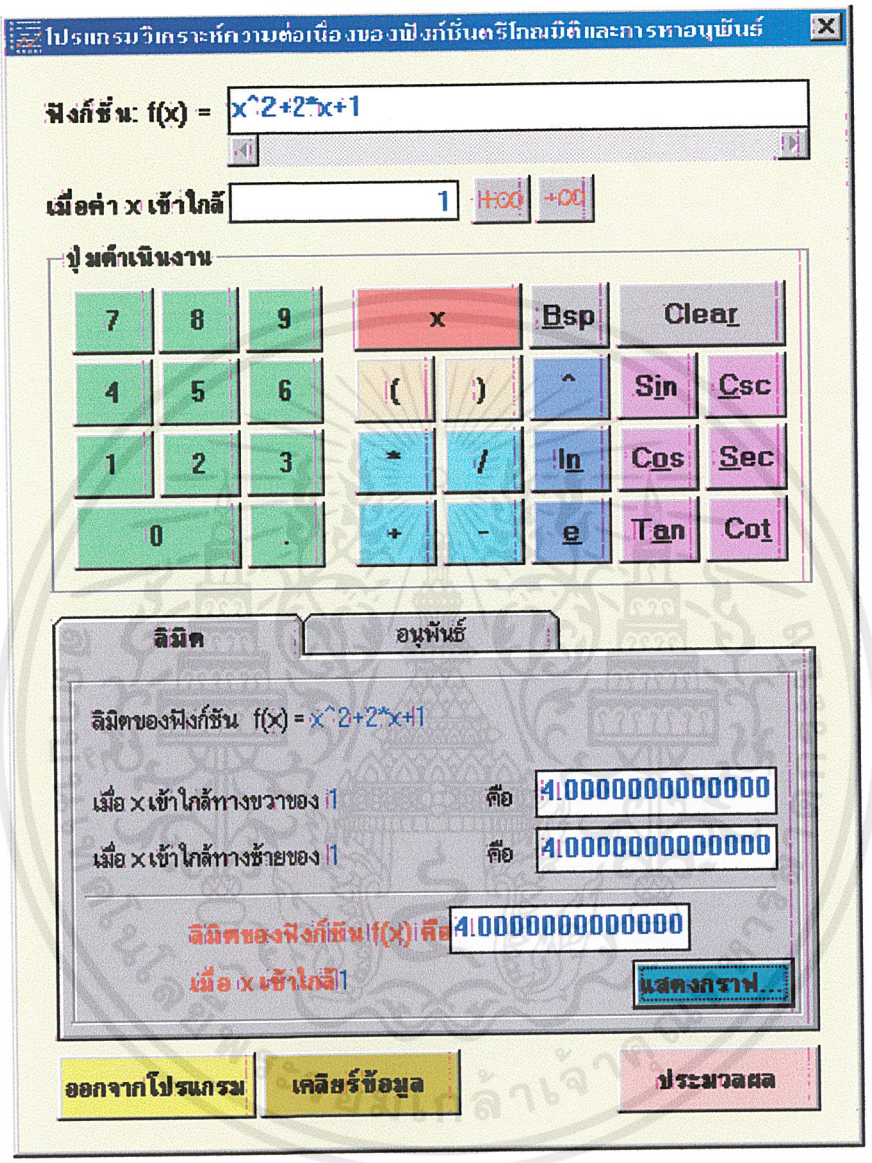


รูปที่ 4-1 รับค่าฟังก์ชัน x^2+2*x+1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

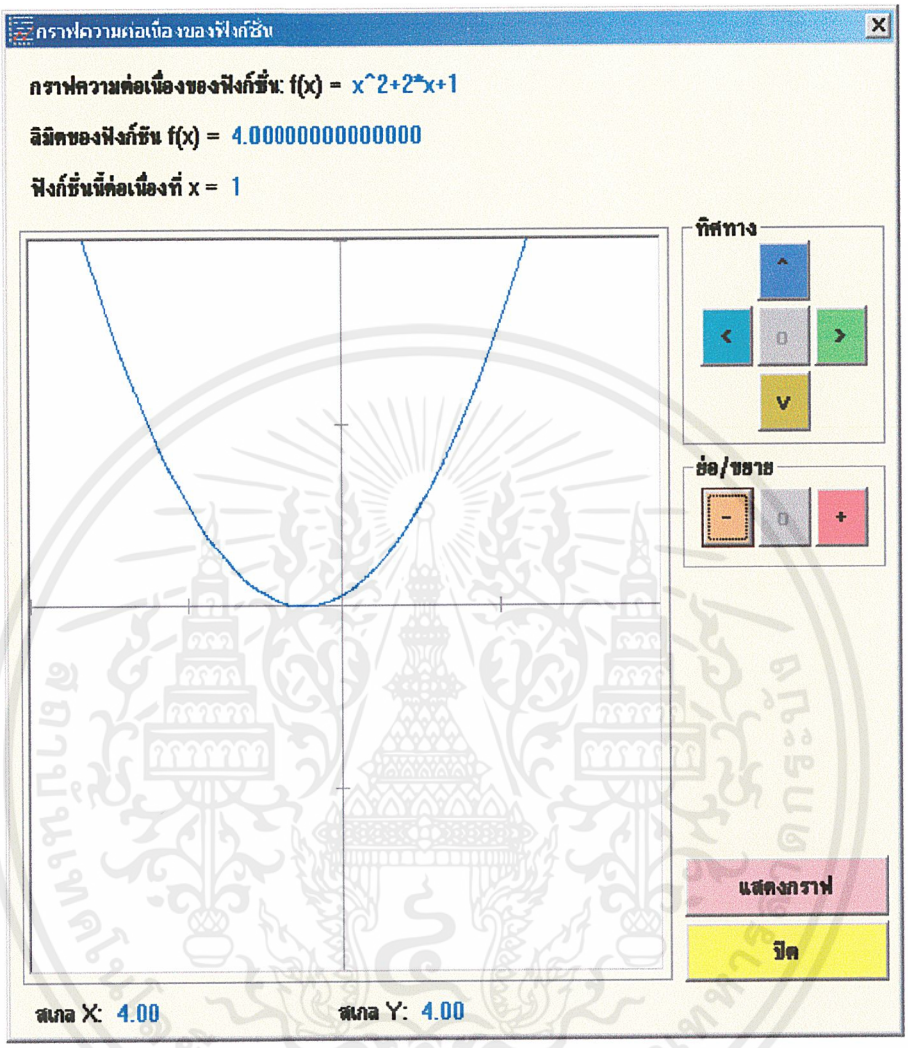
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1



รูปที่ 4-2 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน x^2+2*x+1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

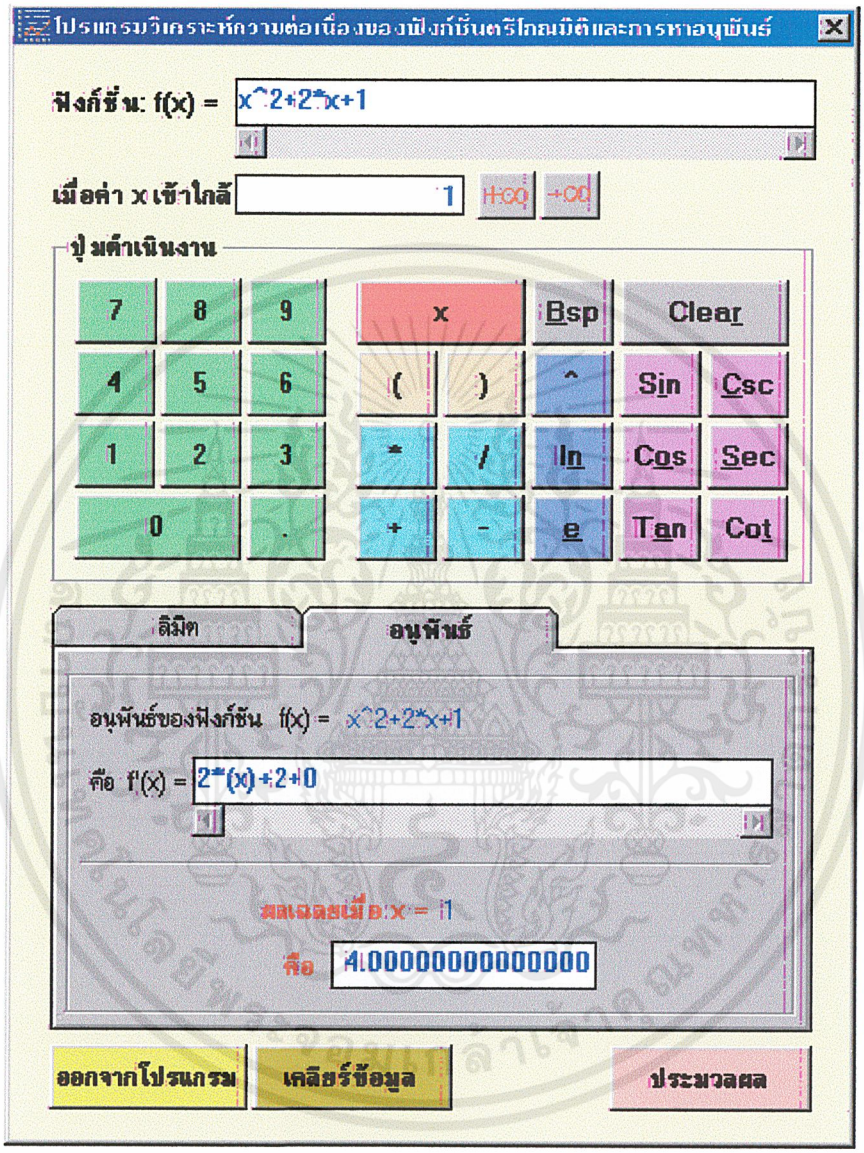
5. คลิกที่ปุ่ม แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1



รูปที่ 4-3 กราฟแสดงฟังก์ชัน x^2+2*x+1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และคลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = x^2+2*x+1



รูปที่ 4-4 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน x^2+2*x+1

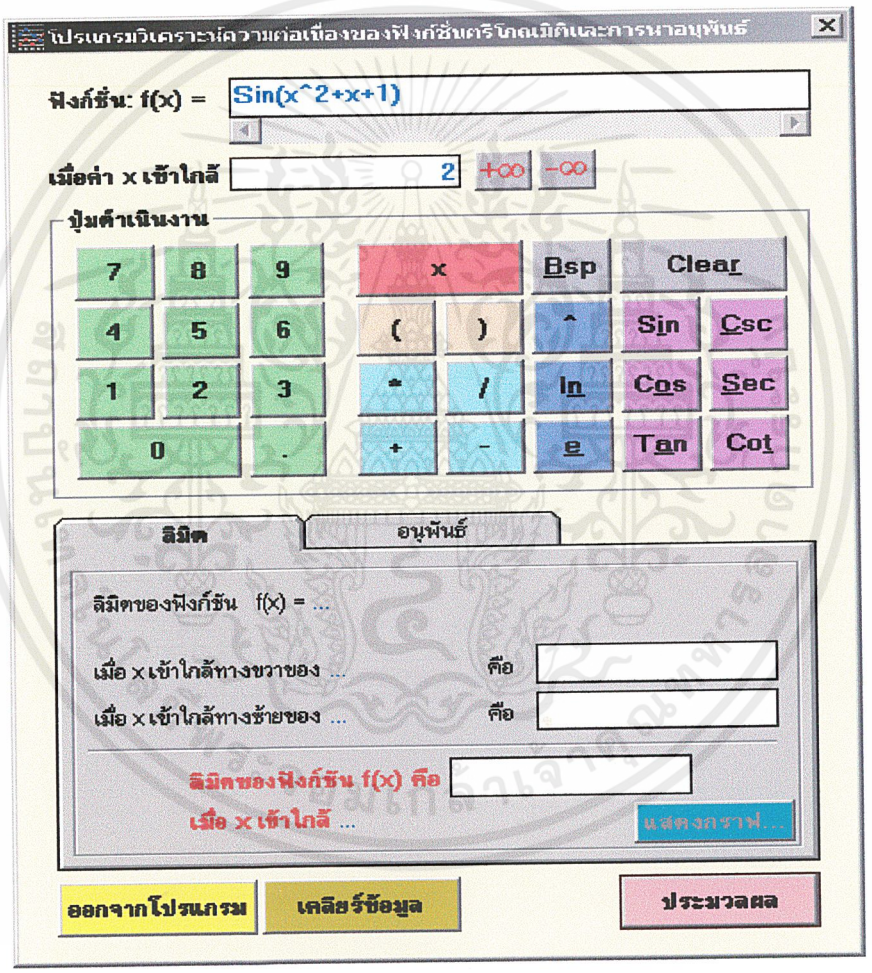
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 2

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Trigonometric function เพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. ทำการป้อนค่าสมการ f(x) = Sin(x^2+x+1) โดยทำการพิมพ์จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ 2 โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

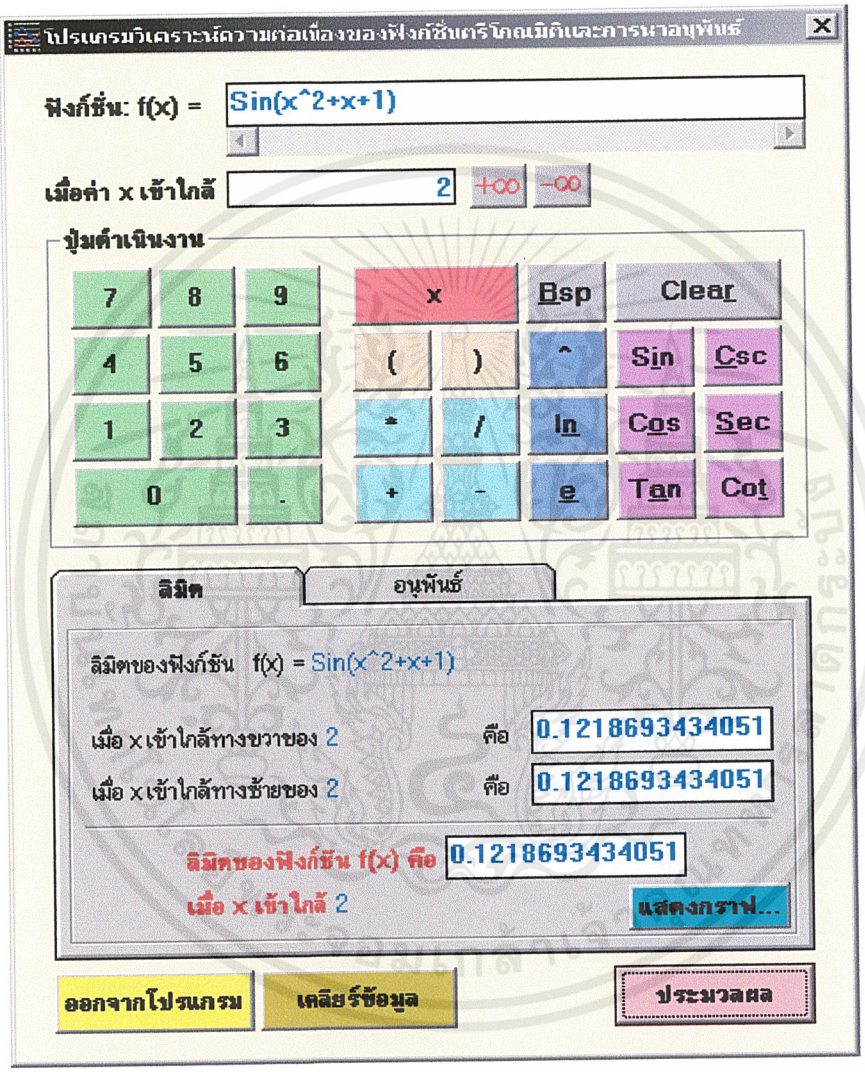


รูปที่ 4-5 รับค่าฟังก์ชัน Sin(x^2+x+1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

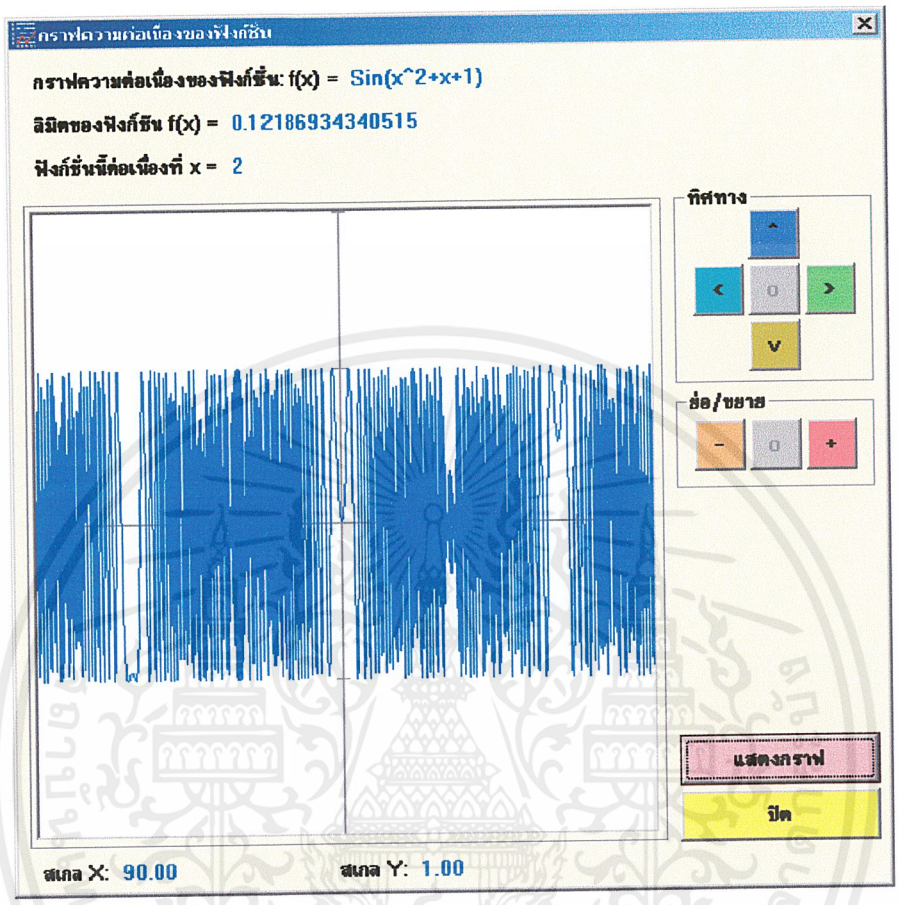
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) โดยการประมวลผลโปรแกรมจะนำค่าเข้าใกล้ x ไปแทนค่าในฟังก์ชัน ในที่นี้ค่าเข้าใกล้คือ 2 เวลาคิดลิมิตก็คือนำ 2 ไปแทนในฟังก์ชัน Sin(x^2+x+1)



รูปที่ 4-6 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน Sin(x^2+x+1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

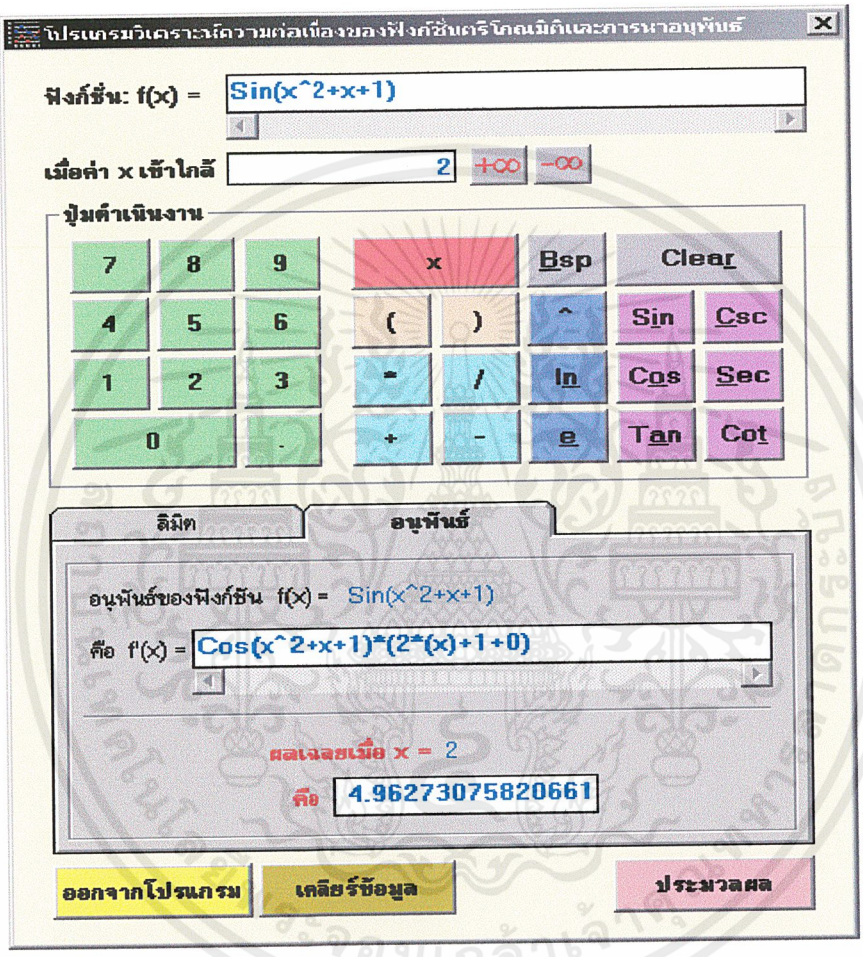
5. คลิกที่ แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) =Sin(x^2+x+1)



รูปที่ 4-7 กราฟแสดงฟังก์ชัน Sin(x^2+x+1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และคลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ต้องนำค่าฟังก์ชันไปหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวนั้น และเมื่อต้องการหาค่าลิมิตของอนุพันธ์ ก็นำค่าเข้าใกล้แทนลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชัน



รูปที่ 4-8 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน Sin(x^2+x+1)

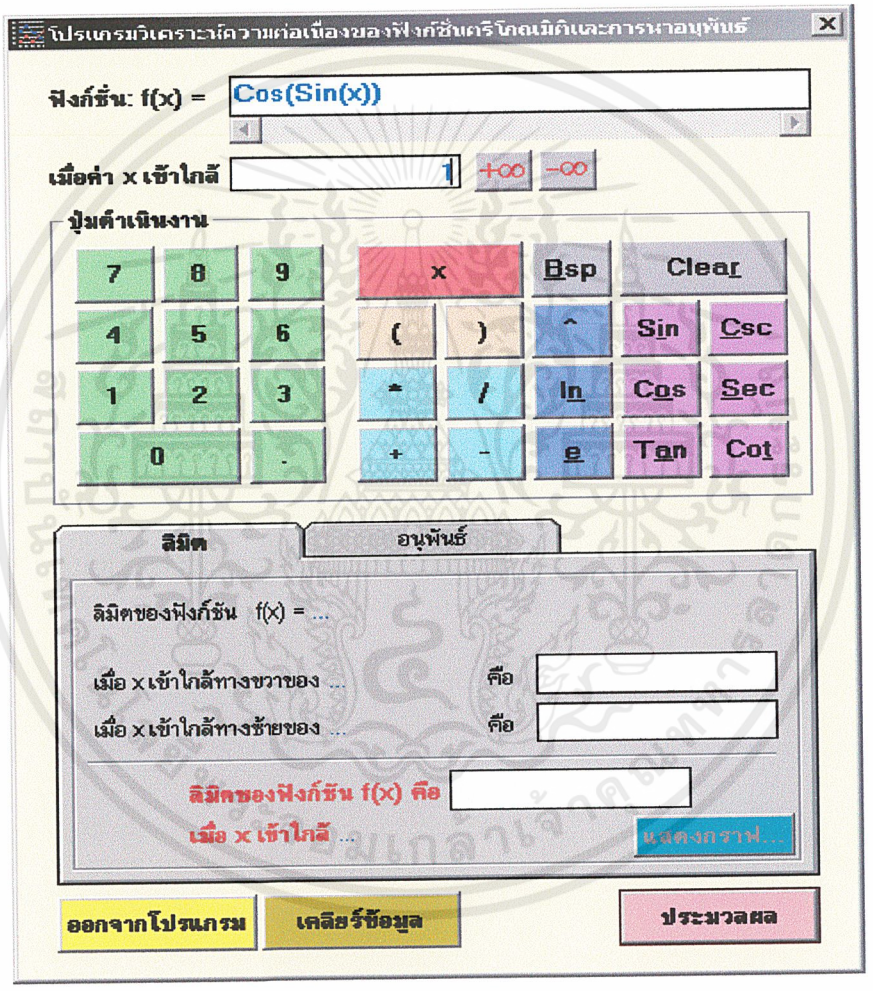
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 3

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Trigonometric function เพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. ทำการป้อนค่าสมการ f(x) = Cos(sinx) โดยทำการพิมพ์ จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ 1 โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

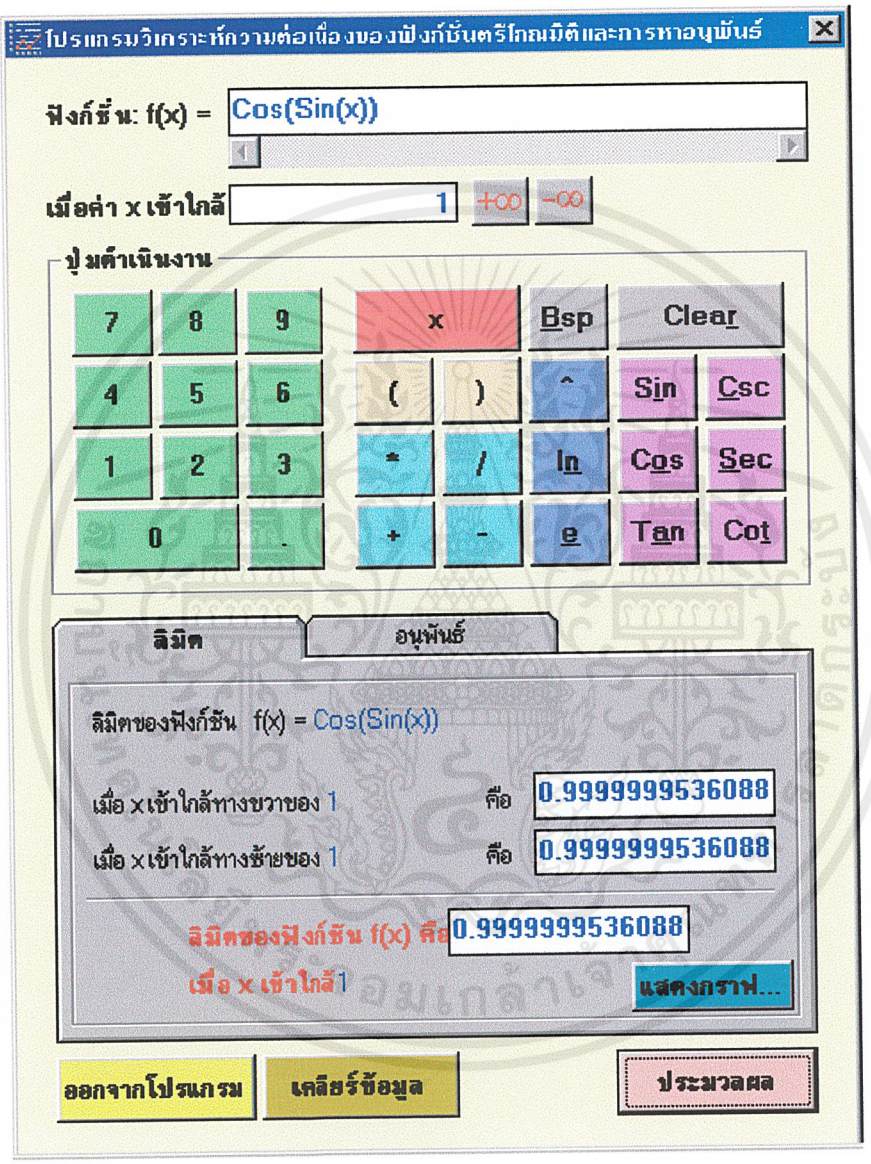


รูปที่ 4-9 รับค่าฟังก์ชัน Cos(Sin(x))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

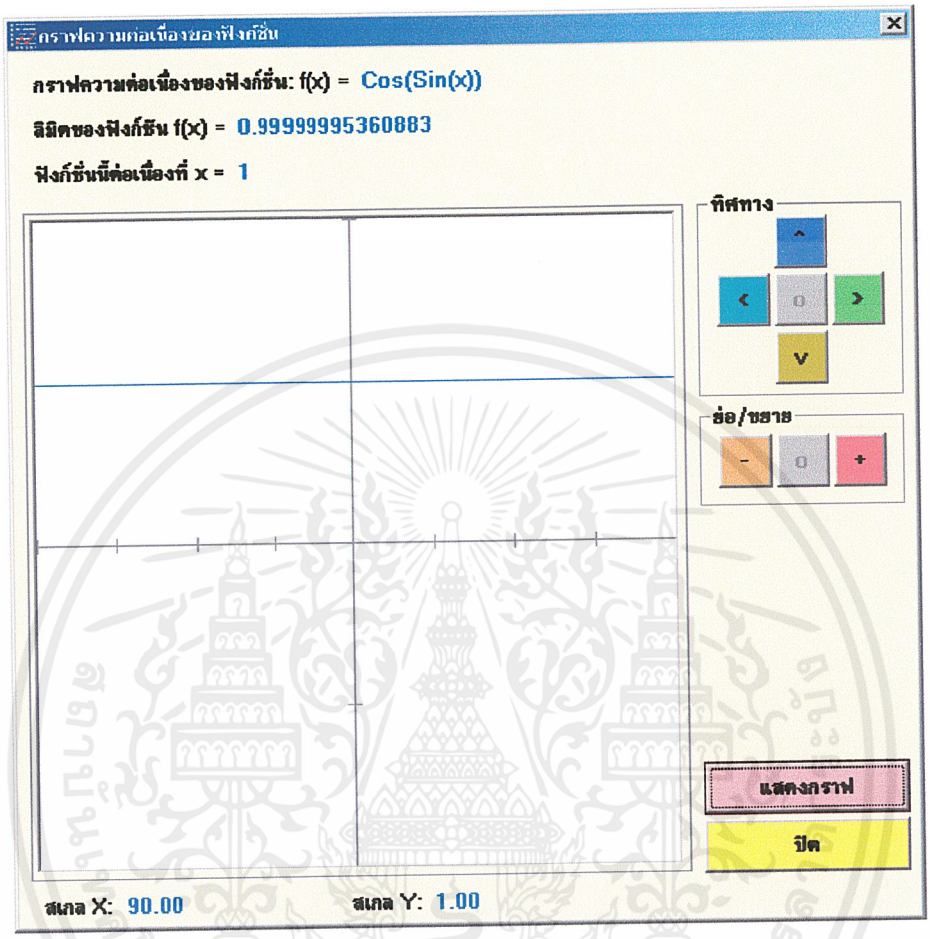
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x))โดยการประมวลผล โปรแกรมจะนำค่าเข้าใกล้ x ไปแทนค่าในฟังก์ชัน ในที่นี้ค่าเข้าใกล้คือ 1 เวลาคิดลิมิตก็คือนำ 1 ไปแทนในฟังก์ชัน Cos(Sin(x))



รูปที่ 4-10 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน Cos(Sin(x))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

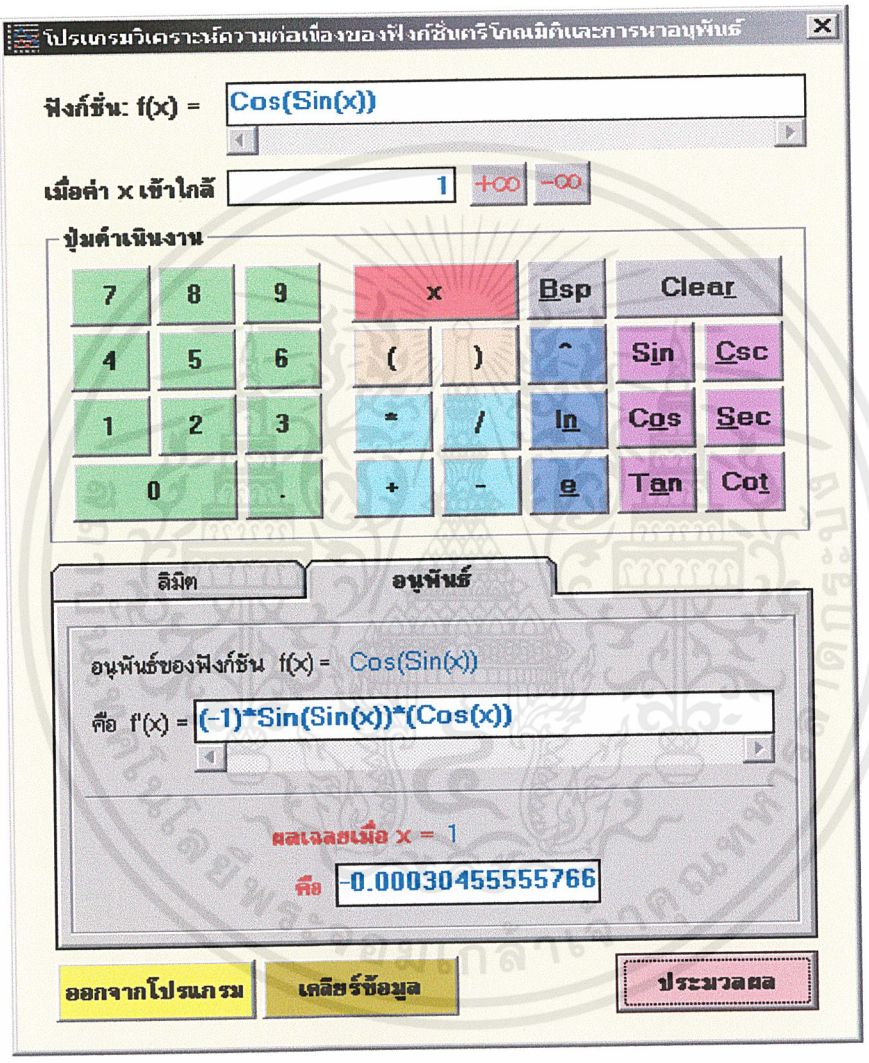
5. คลิกที่ แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x))



รูปที่ 4-11 กราฟแสดงฟังก์ชัน Cos(Sin(x))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และ คลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(x)) ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ต้องนำค่าฟังก์ชันไปหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวนั้น และเมื่อต้องการหาค่าลิมิตของอนุพันธ์ ก็นำค่าเข้าใกล้แทนลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชัน



รูปที่ 4-12 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน Cos(Sin(x))

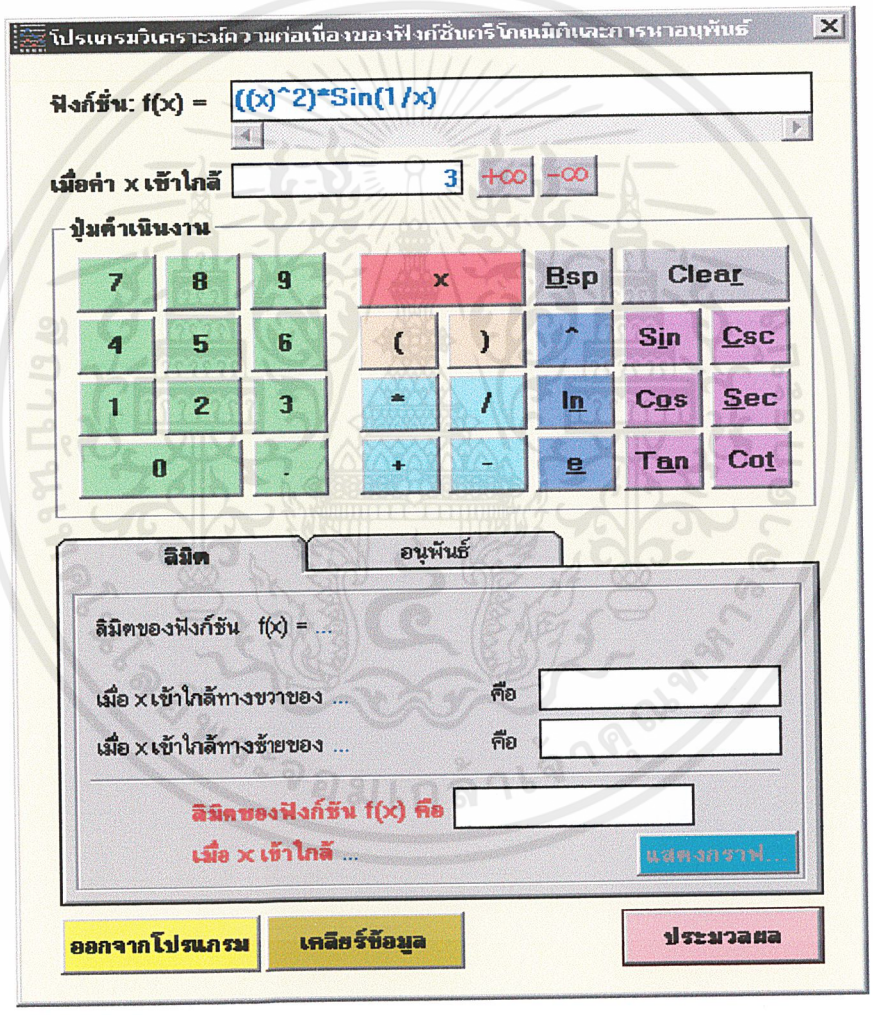
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 4

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Trigonometric function โดยป้อนสมการ เข้ามาเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. ทำการป้อนค่าสมการ f(x) = ((x)^2)*sin(1/x) โดยทำการพิมพ์ จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ 3 โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

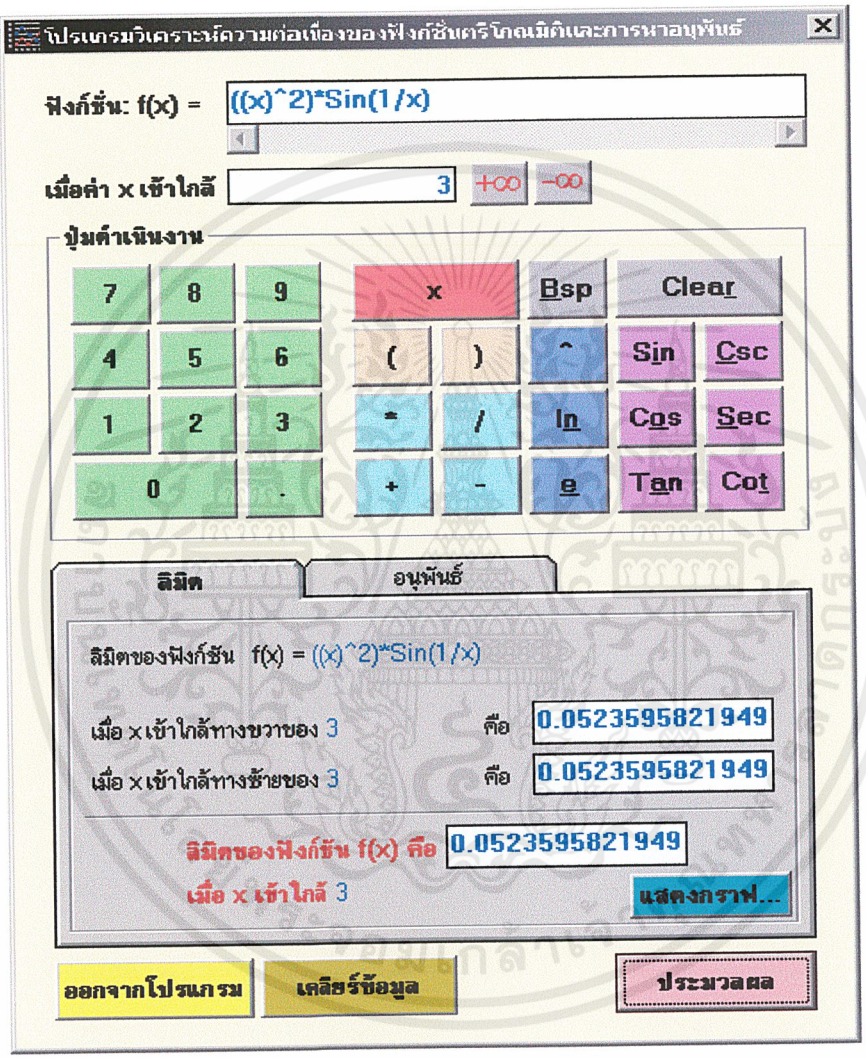


รูปที่ 4-13 รับค่าฟังก์ชัน ((x)^2)*Sin(1/x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

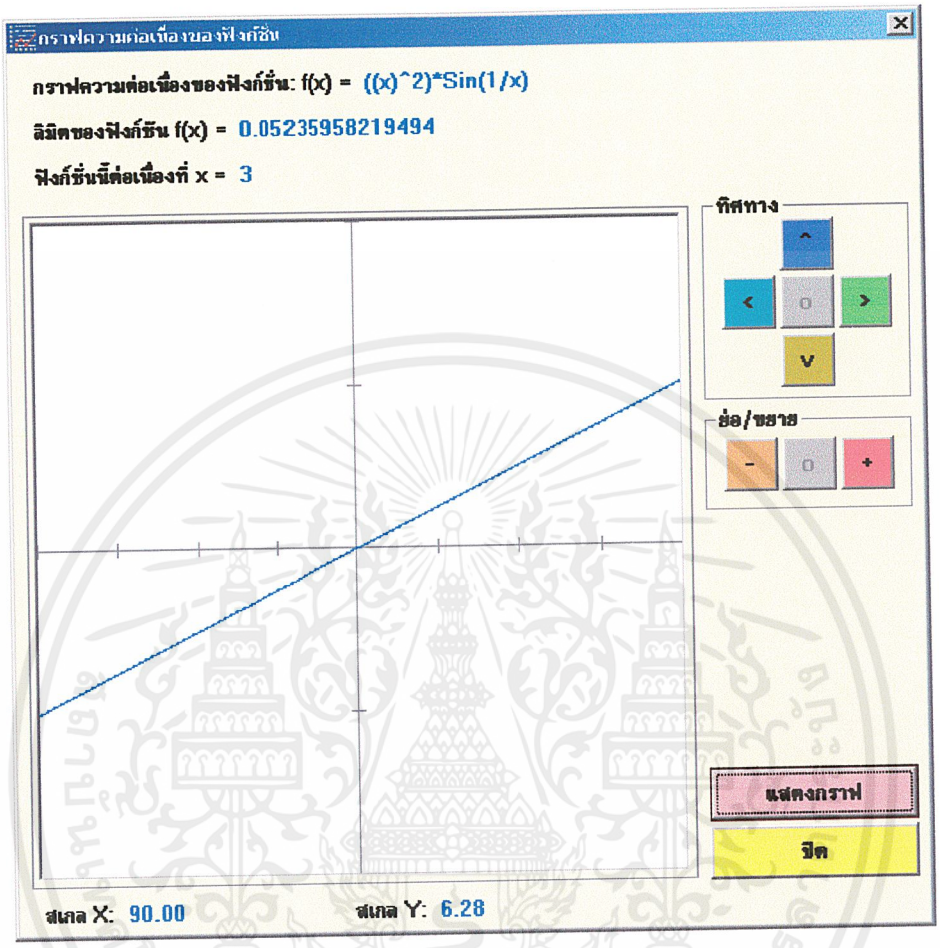
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = ((x)^2)*Sin(1/x) โดยการประมวลผลโปรแกรมจะนำค่าเข้าใกล้ x ไปแทนค่าในฟังก์ชัน ในที่นี้ค่าเข้าใกล้คือ 3 เวลาคิดลิมิตก็คือนำ 3 ไปแทนในฟังก์ชัน ((x)^2*Sin(1/x)



รูปที่ 4-14 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน ((x)^2)*Sin(1/x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

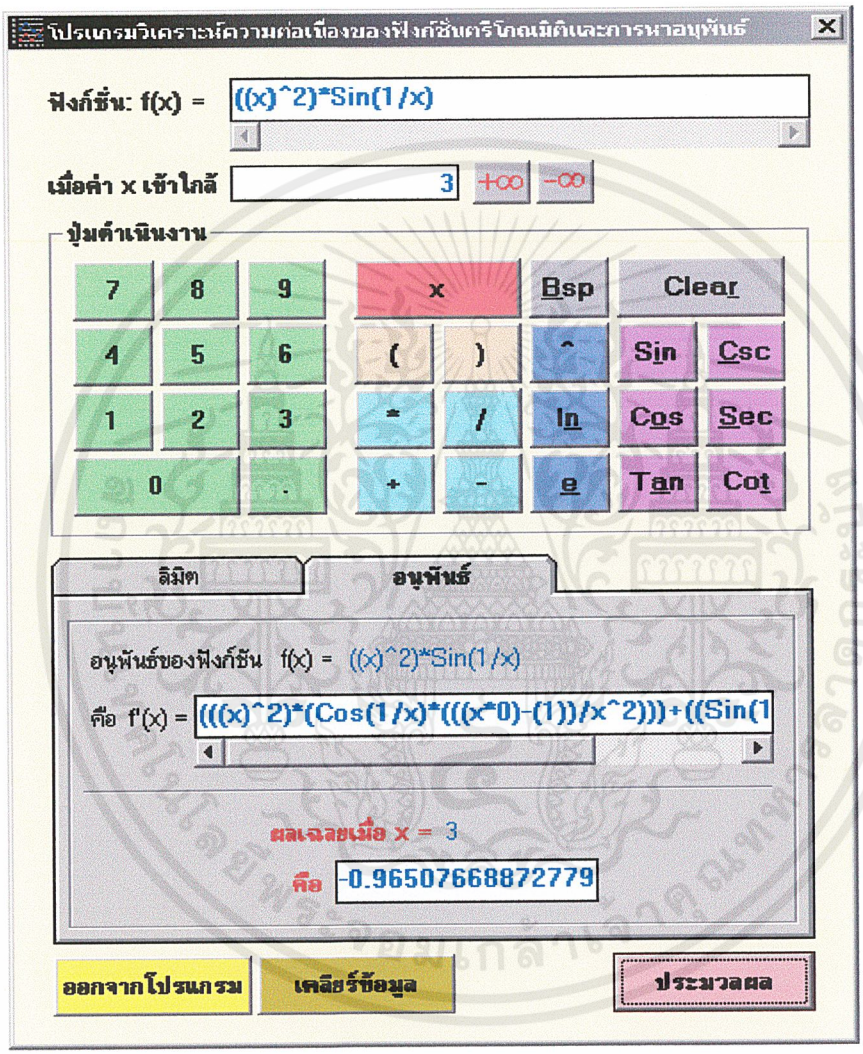
5. คลิกที่ แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) =((x)^2)*Sin(1/x)



รูปที่ 4-15 กราฟแสดงฟังก์ชัน ((x)^2)*Sin(1/x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และคลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = ((x)^2)*Sin(1/x) ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ต้องนำค่าฟังก์ชันไปหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวนั้น และเมื่อต้องการหาค่าลิมิตของอนุพันธ์ ก็นำค่าเข้าใกล้แทนลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชัน



รูปที่ 4-16 หาค่าอนุพันธ์ฟังก์ชัน ((x)^2)*Sin(1/x)

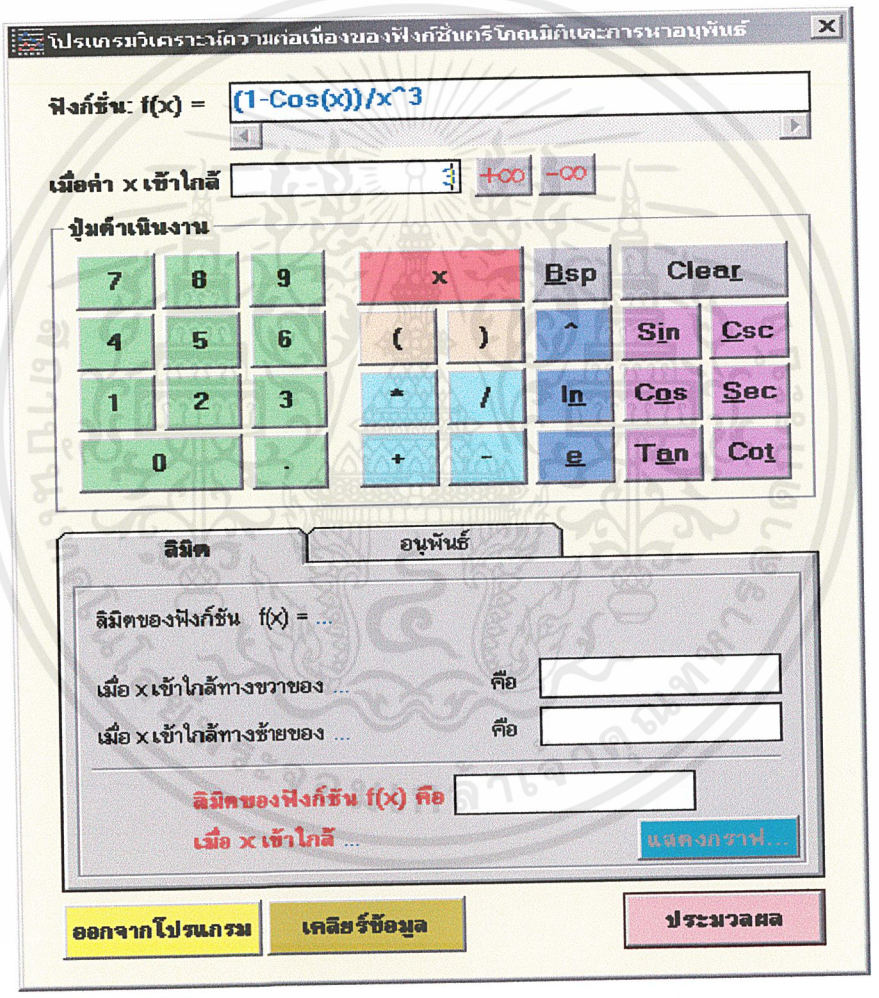
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 5

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Trigonometric function โดยป้อนสมการ เข้ามาเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. การป้อนค่าสมการ f(x) = (1-Cos(x))/x^3 โดยทำการพิมพ์ จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2.ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ 3 โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

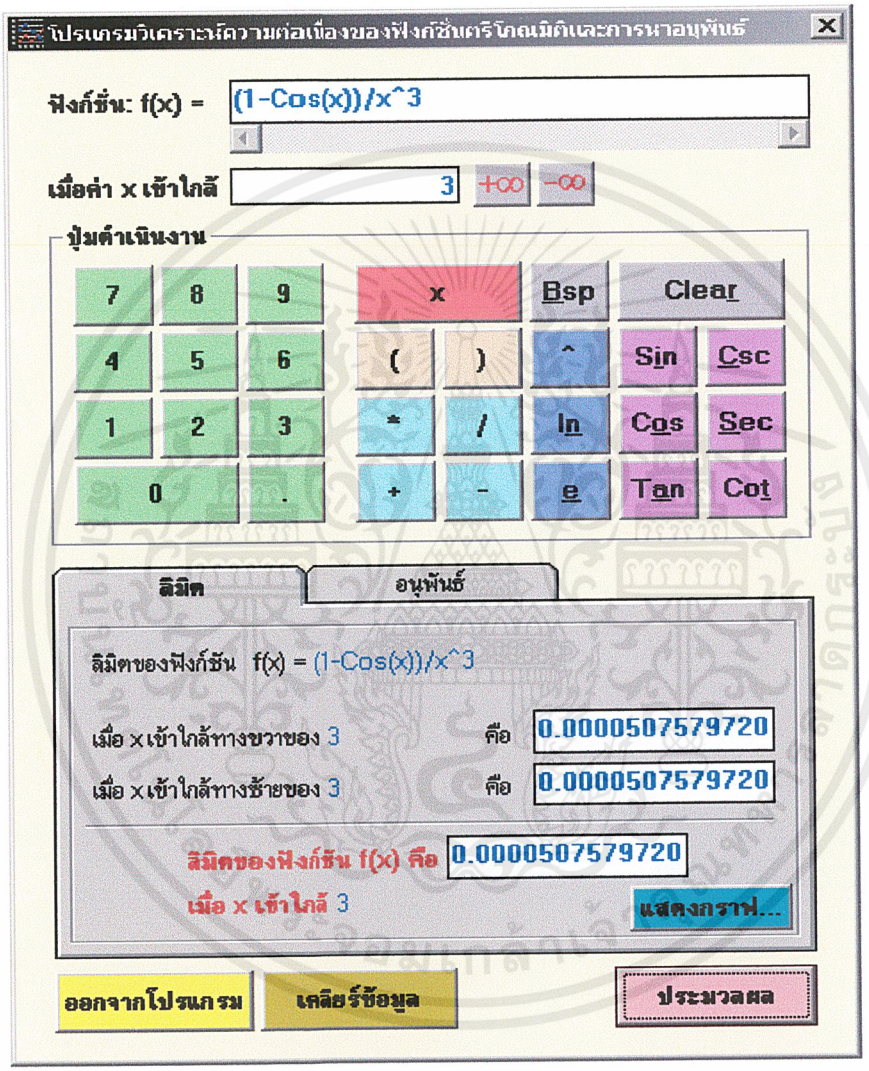


รูปที่ 4-17 รับค่าฟังก์ชัน (1-Cos(x))/x^3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

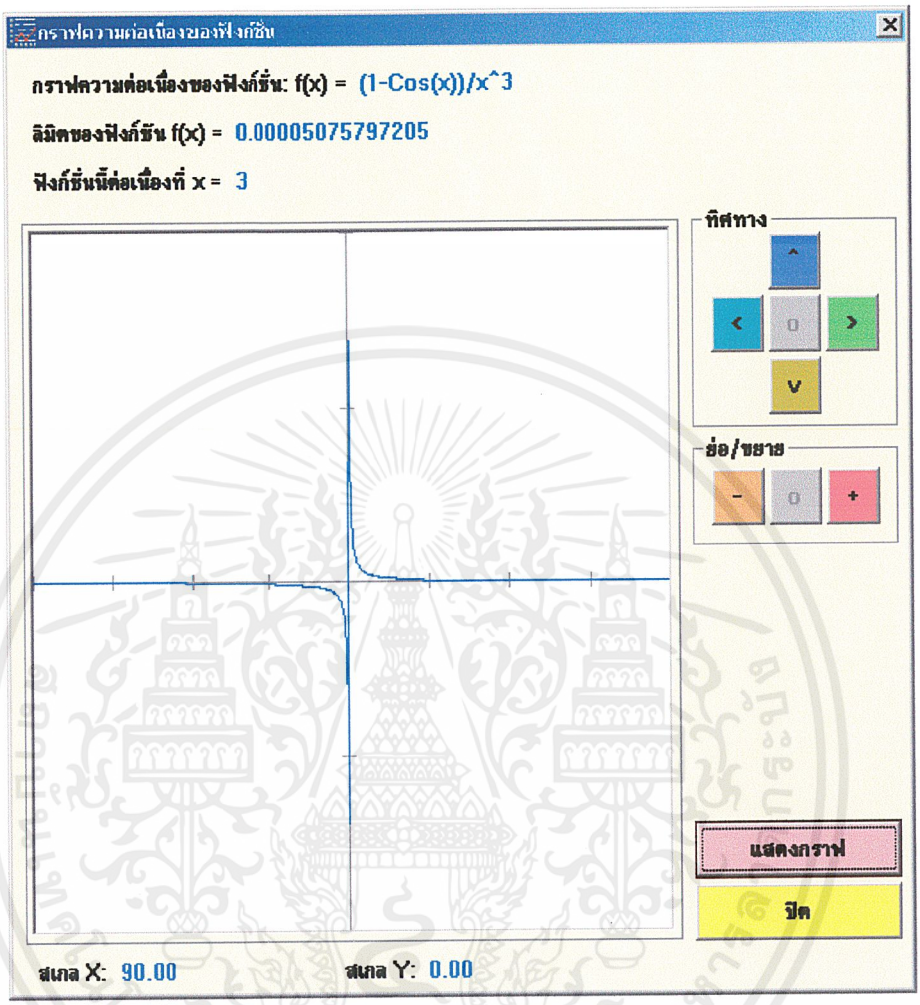
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3 โดยการประมวลผลโปรแกรมจะนำค่าเข้าใกล้ x ไปแทนค่าในฟังก์ชัน ในที่นี้ค่าเข้าใกล้คือ 3เวลาคิดลิมิตก็คือนำ 3 ไปแทนในฟังก์ชัน (1-Cos(x))/x^3



รูปที่ 4-18 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน (1-Cos(x))/x^3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

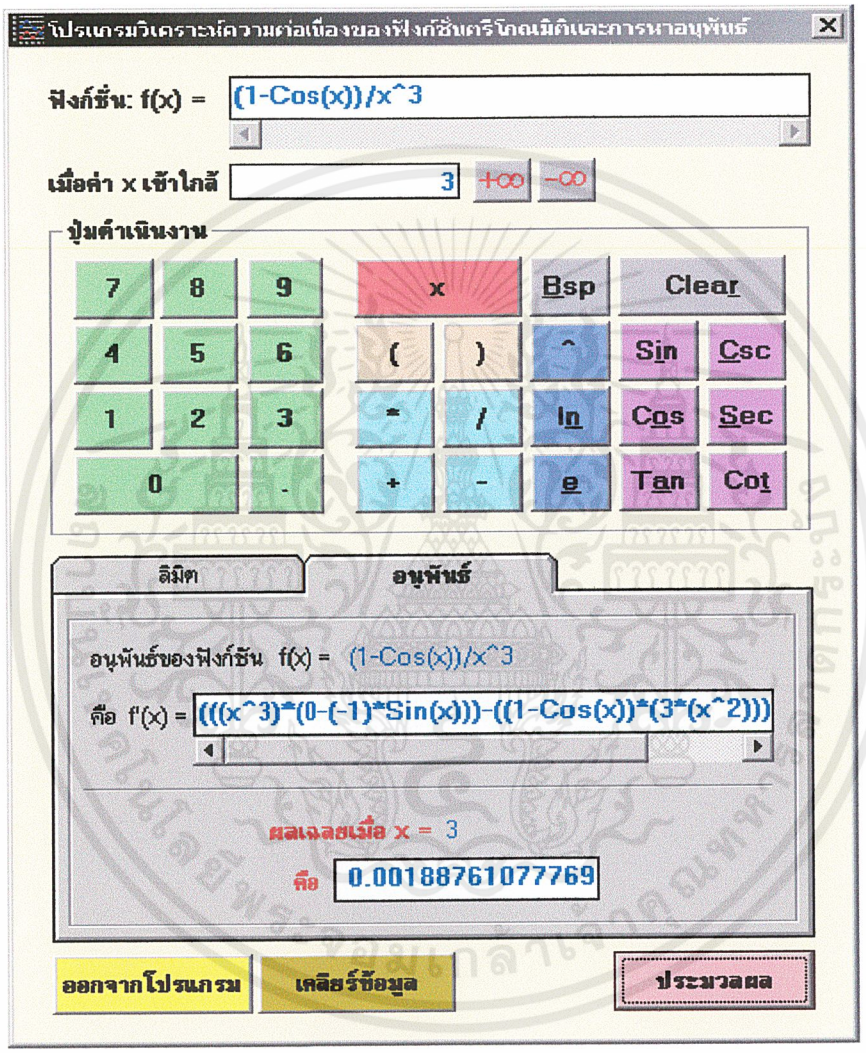
5. คลิกที่ แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3



รูปที่ 4-19 กราฟแสดงฟังก์ชัน (1-Cos(x))/x^3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และคลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = (1-Cos(x))/x^3 ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ต้องนำค่าฟังก์ชันไปหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวนั้น และเมื่อต้องการหาค่าลิมิตของอนุพันธ์ ก็นำค่าเข้าใกล้แทนลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชัน



รูปที่ 4-20 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน (1-Cos(x))/x^3

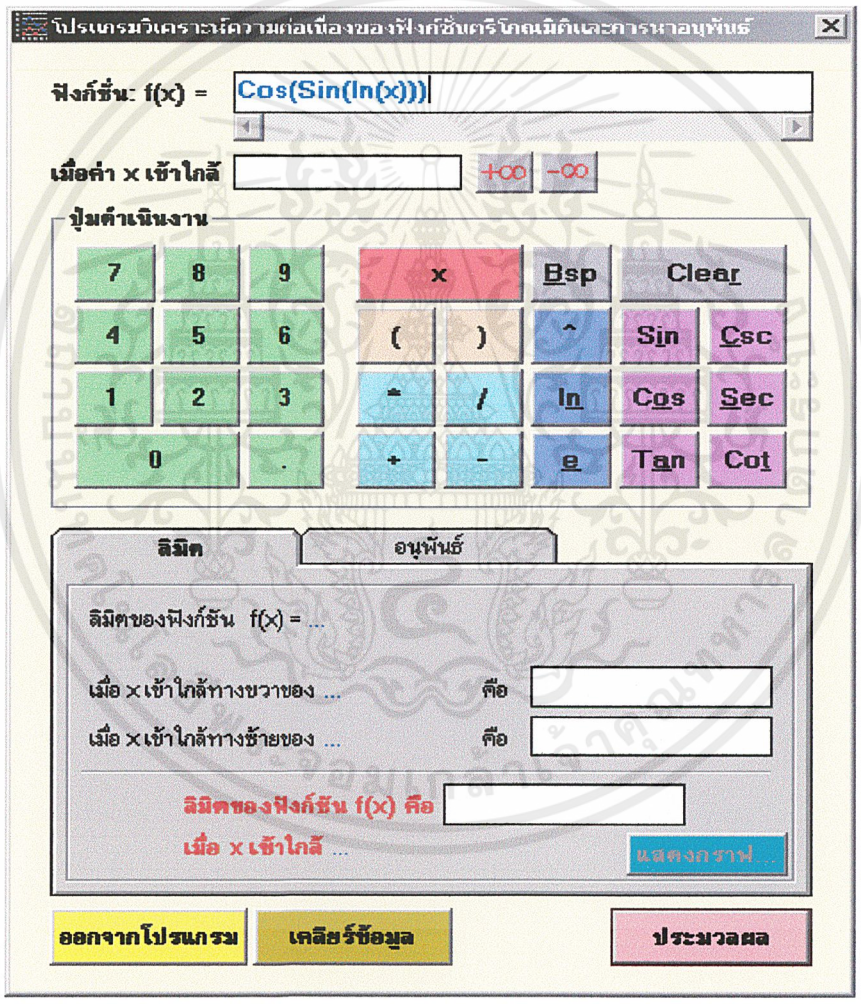
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 6

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Trigonometric function โดยป้อนสมการเข้ามาเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. ทำการป้อนค่าสมการ f(x) = Cos(Sin(ln(x))) โดยทำการพิมพ์ จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

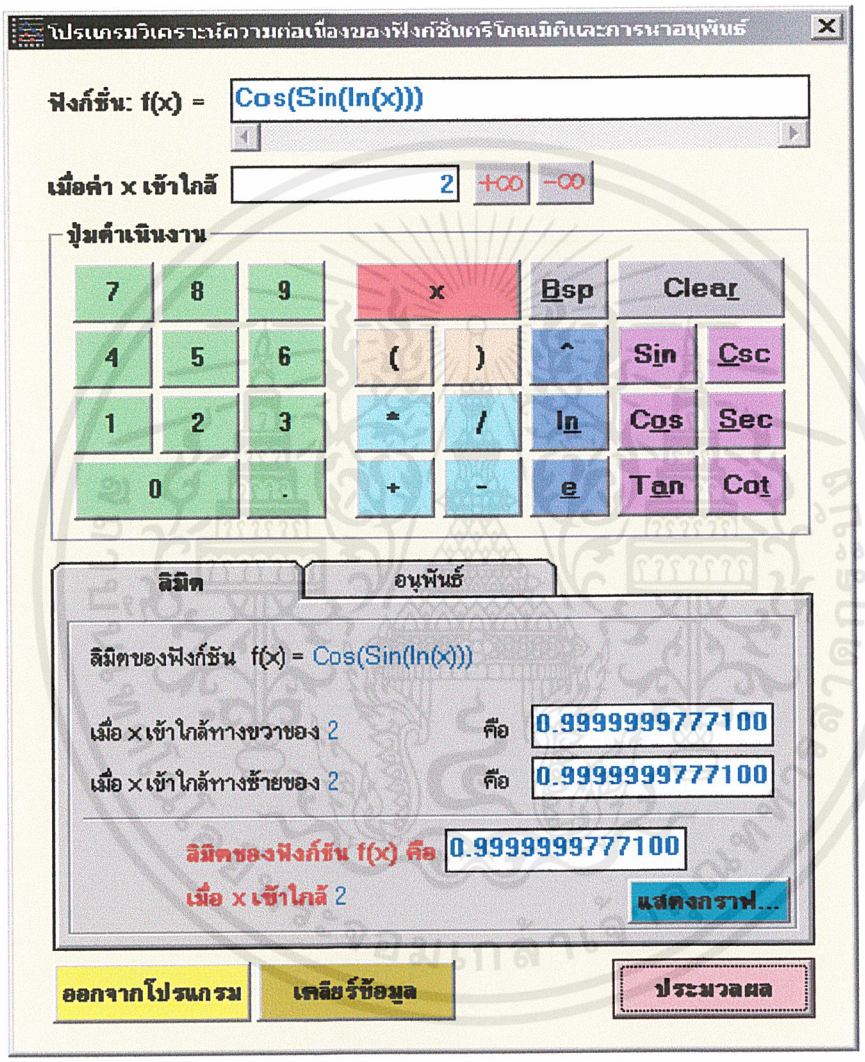


รูปที่ 4-21 รับค่าฟังก์ชัน Cos(Sin(ln(x)))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

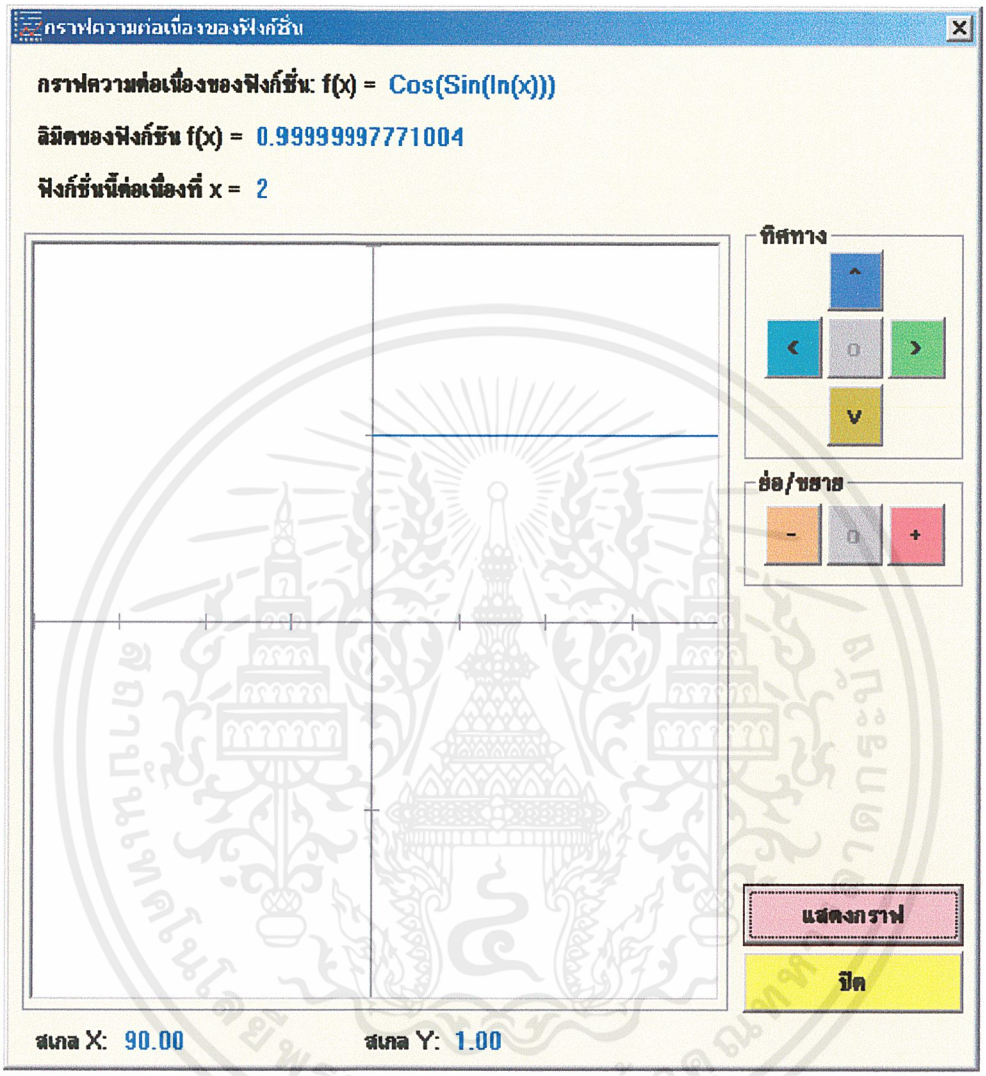
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x))) โดยการประมวลผลโปรแกรมจะนำค่าเข้าใกล้ x ไปแทนค่าในฟังก์ชัน ในที่นี้ค่าเข้าใกล้คือ 2 เวลาคิดลิมิตก็คือนำ 2 ไปแทนในฟังก์ชัน Cos(Sin(ln(x)))



รูปที่ 4-22 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน Cos(Sin(ln(x)))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

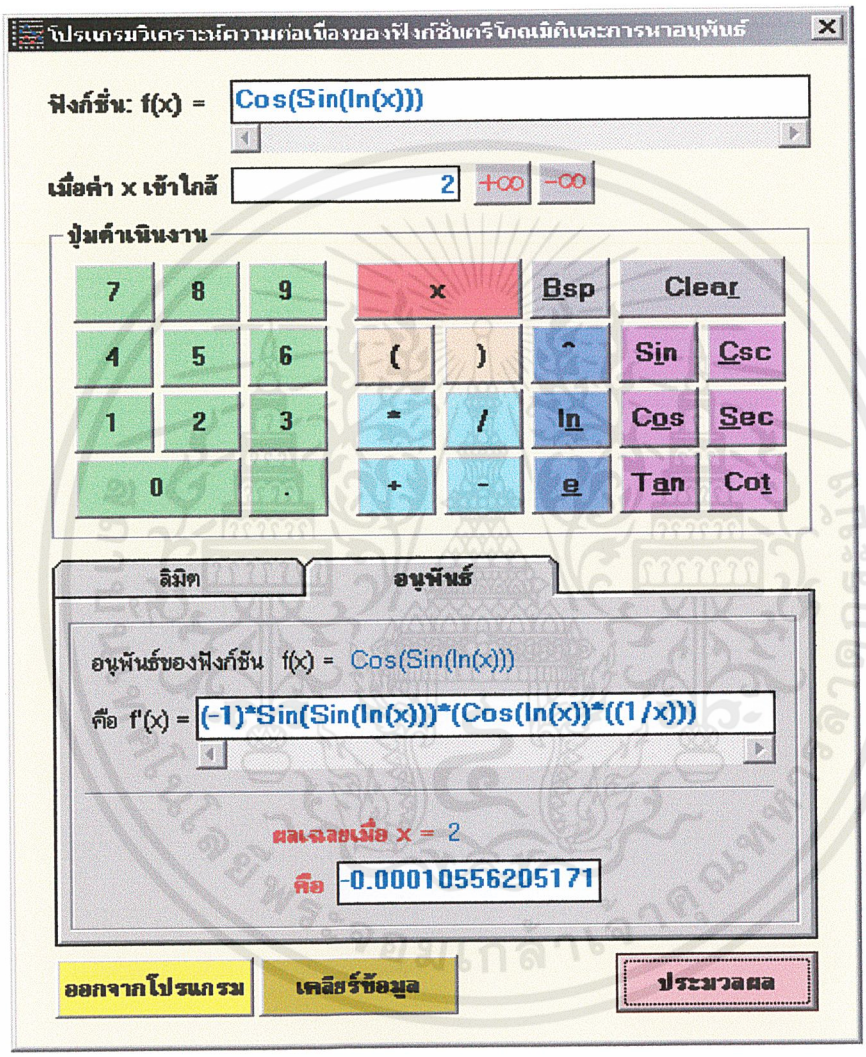
5. คลิกที่ แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x)))



รูปที่ 4-23 กราฟแสดงฟังก์ชัน Cos(Sin(ln(x)))

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และคลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Cos(Sin(ln(x))) ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ต้องนำค่าฟังก์ชันไปหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวนั้น และเมื่อต้องการหาค่าลิมิตของอนุพันธ์ ก็นำค่าเข้าใกล้แทนลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชัน



รูปที่ 4-24 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน Cos(Sin(ln(x)))

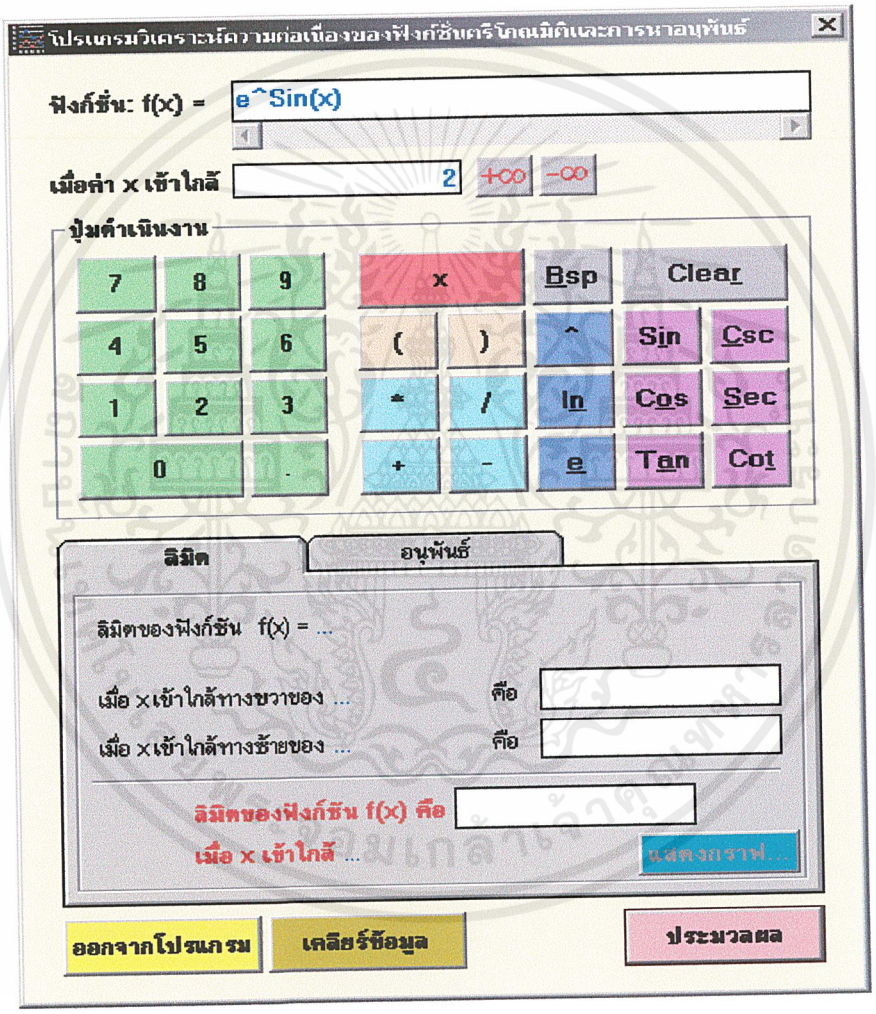
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 7

ต้องการป้อนค่าสมการแบบ Trigonometric Exponential function โดยป้อนสมการ เข้ามาเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดงกราฟและหาค่าอนุพันธ์ของสมการ มีวิธีการทำงานดังนี้

1. ทำการป้อนค่าสมการ $f(x) = e^{\sin x}$ โดยทำการพิมพ์ จากปุ่มดำเนินงานลงในช่องว่าง

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ x เข้าใกล้ โดยจะสมมติเป็น x เข้าใกล้ 2 โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง

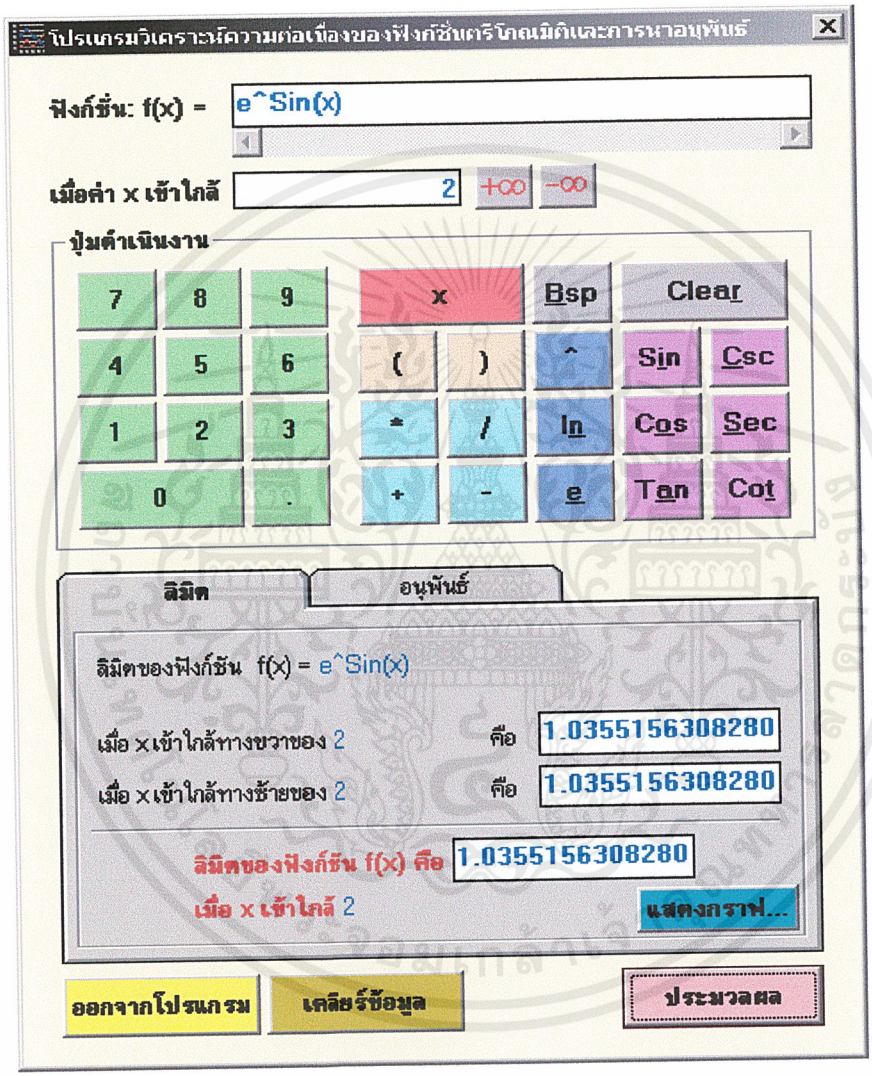


รูปที่ 4-25 รับค่าฟังก์ชัน e^sin(x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. จากนั้นคลิกที่ปุ่ม ประมวลผล เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล

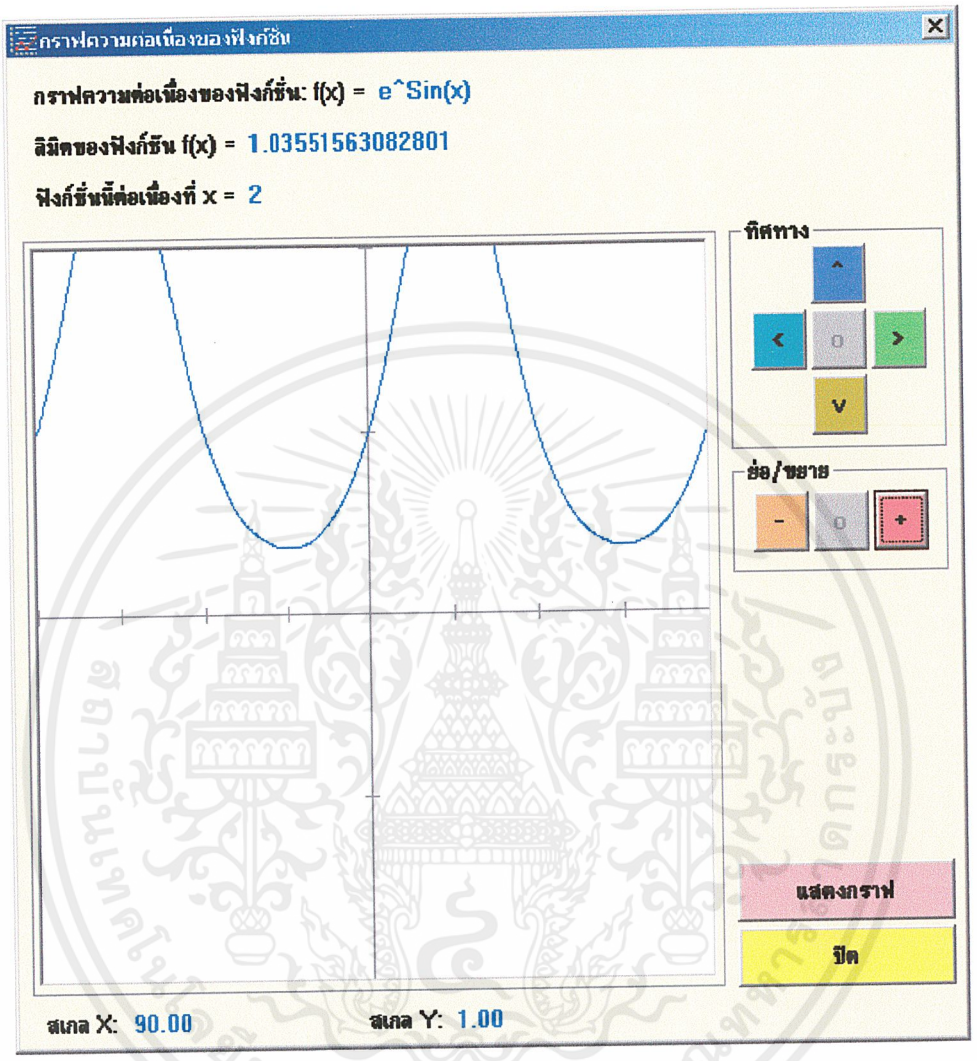
4. โปรแกรมจะประมวลผลสรุปลิมิตของฟังก์ชัน f(x) = e^Sin(x) โดยในการประมวลผลโปรแกรมจะนำค่าเข้าใกล้ x ไปแทนค่าในฟังก์ชัน ในที่นี้ค่าเข้าใกล้คือ 2 เวลาคิดลิมิตก็คือนำ 2 ไปแทนในฟังก์ชัน e^Sin(x)



รูปที่ 4-26 หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน e^Sin(x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

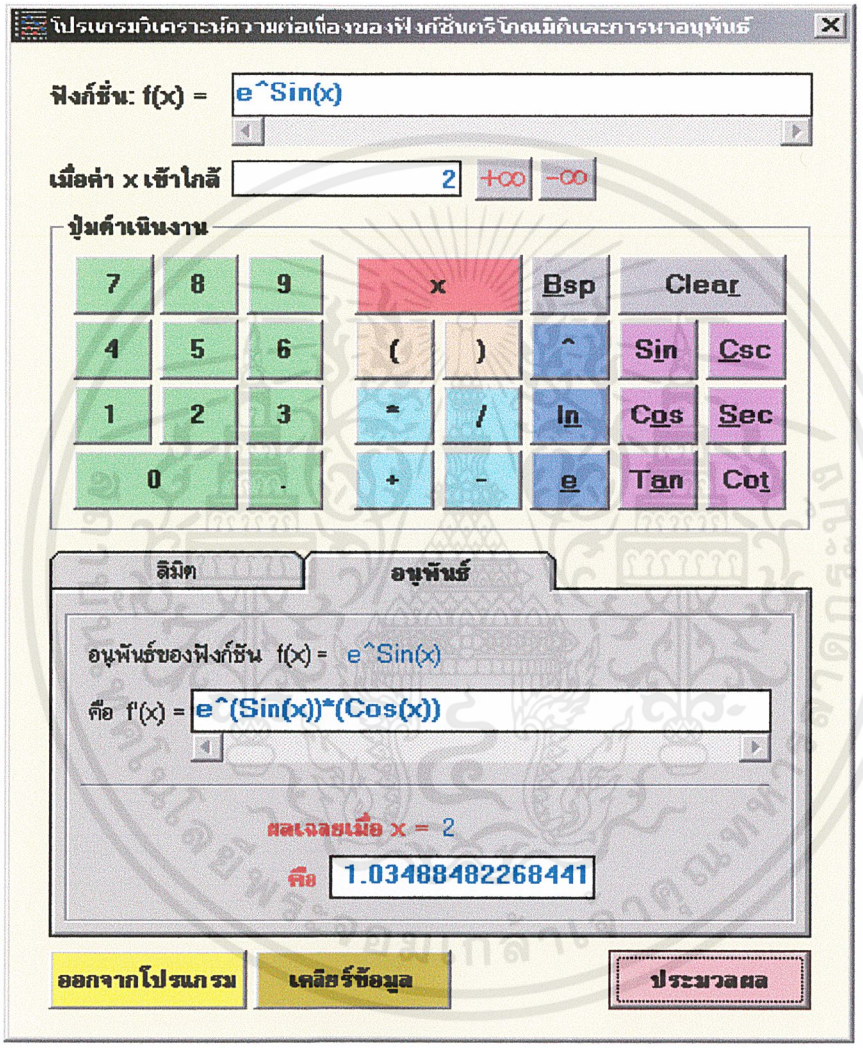
5. คลิกที่ แสดงกราฟ เพื่อให้กราฟแสดงความต่อเนื่องของฟังก์ชัน f(x) = e^Sin(x)



รูปที่ 4-27 กราฟแสดงฟังก์ชัน e^Sin(x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. คลิก ปิด เมื่อต้องการกลับมาที่หน้าจอเดิม และคลิก อนุพันธ์ เมื่อต้องการหาค่าของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f(x) = Sin(x^2+x+1) ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ต้องนำค่าฟังก์ชันไปหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวนั้น และเมื่อต้องการหาค่าลิมิตของอนุพันธ์ ก็นำค่าเข้าใกล้แทนลงในอนุพันธ์ของฟังก์ชัน



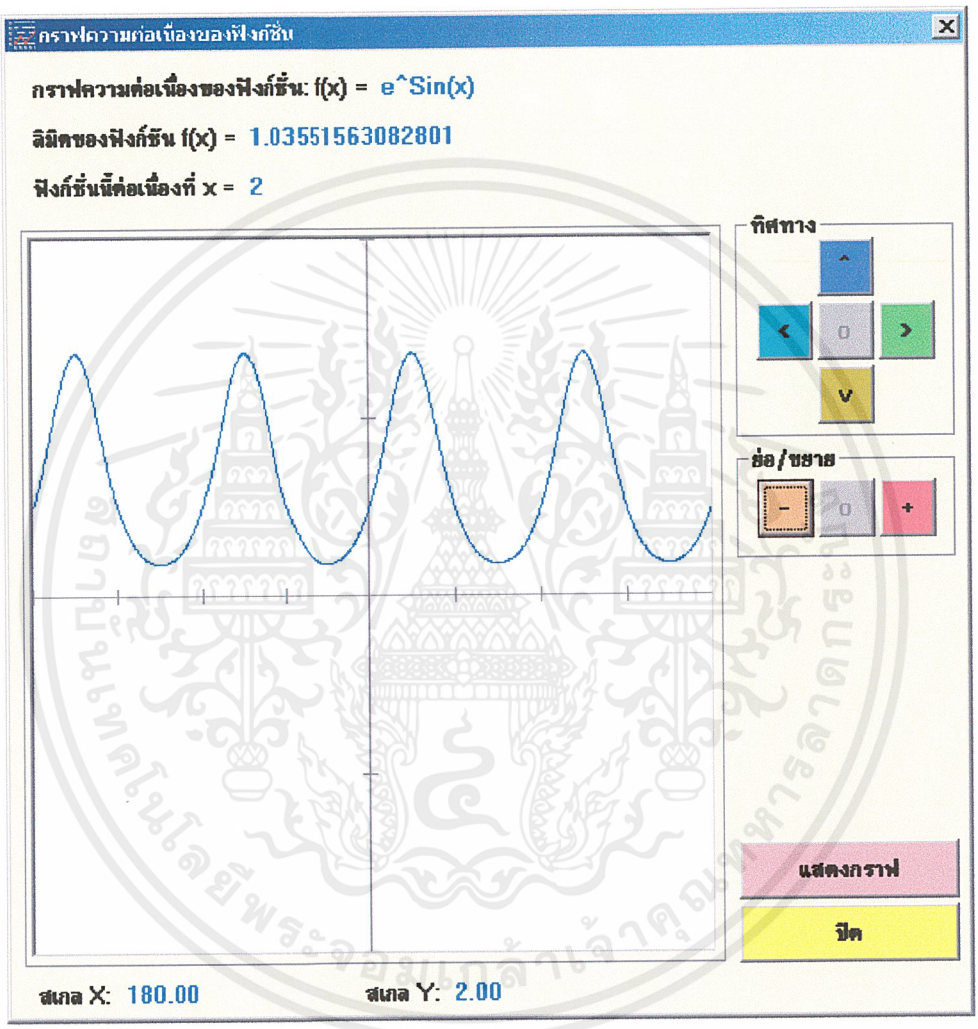
รูปที่ 4-28 หาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน e^Sin(x)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การย่อ/ขยายกราฟ

การย่อกราฟ โปรแกรมจะทำการคำนวณค่าสเกลใหม่ โดยสเกลของแกน X และแกน Y จะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าของสเกลเดิม

จากรูป 4-27 จะทำการย่อกราฟ ได้ดังนี้

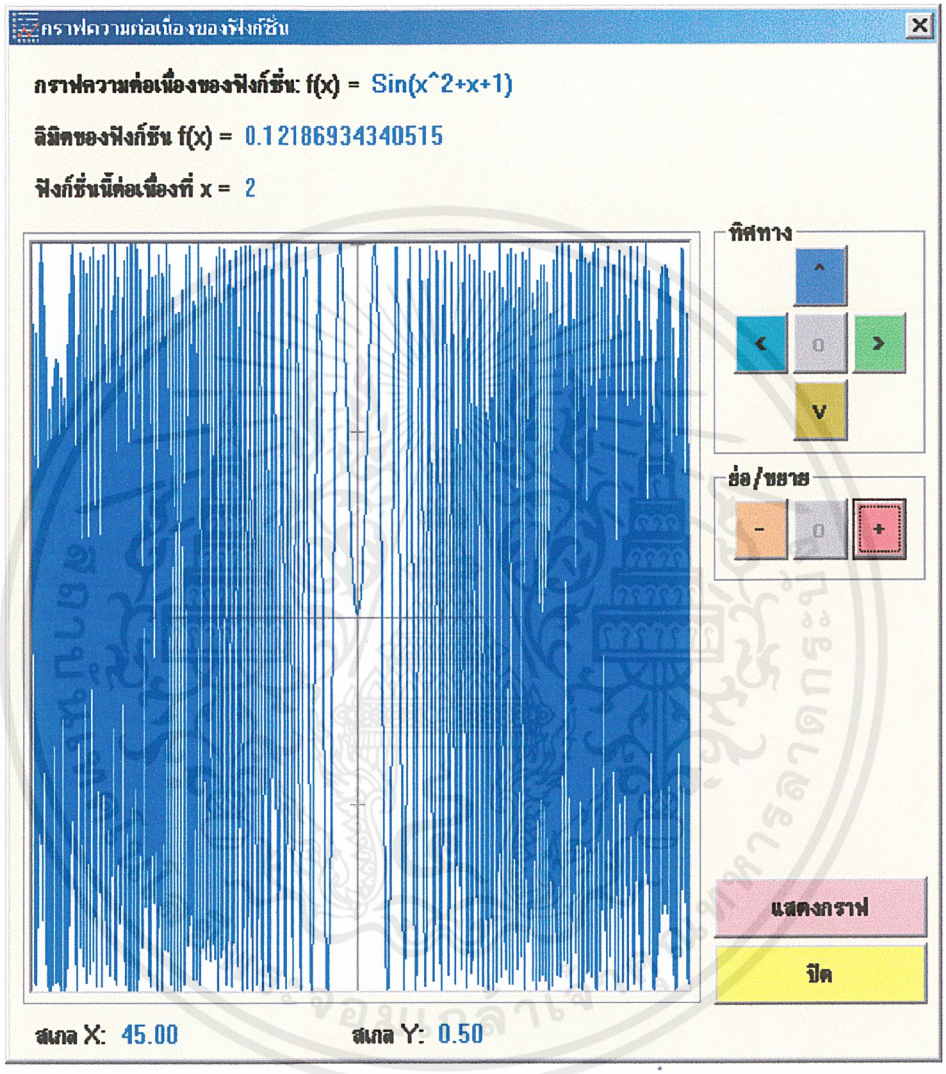


รูปที่ 4-29 การย่อกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การขยายกราฟ โปรแกรมจะทำการคำนวณค่าสเกลใหม่ โดยสเกลของแกน X และแกน Y จะมีค่าลดลงสองเท่าของสเกลเดิม

จากรูป 4-7 จะทำการขยายกราฟ ได้ดังนี้



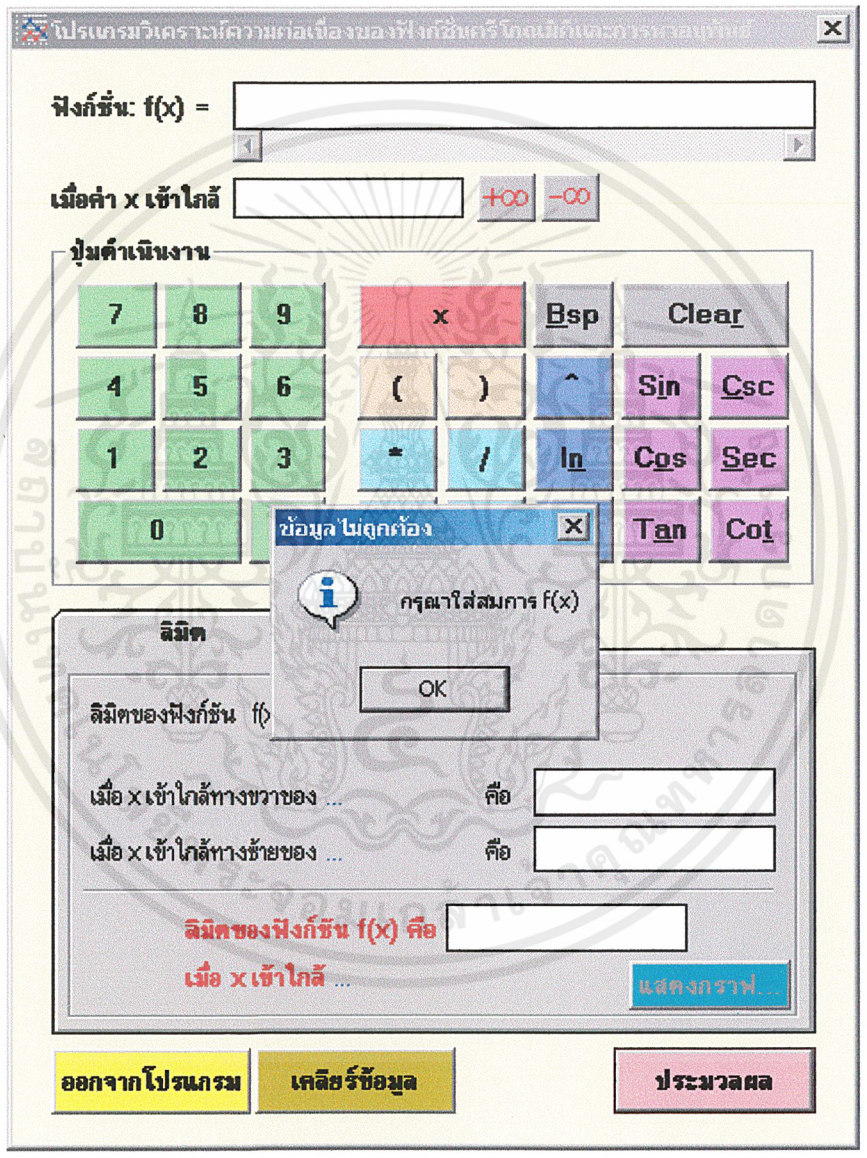
รูปที่ 4-30 การขยายกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การแสดงข้อผิดพลาดของโปรแกรม

โปรแกรมสามารถแสดงข้อผิดพลาดหากผู้ใช้ป้อนค่าสมการไม่ถูกต้องหรือไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีลักษณะดังนี้คือ

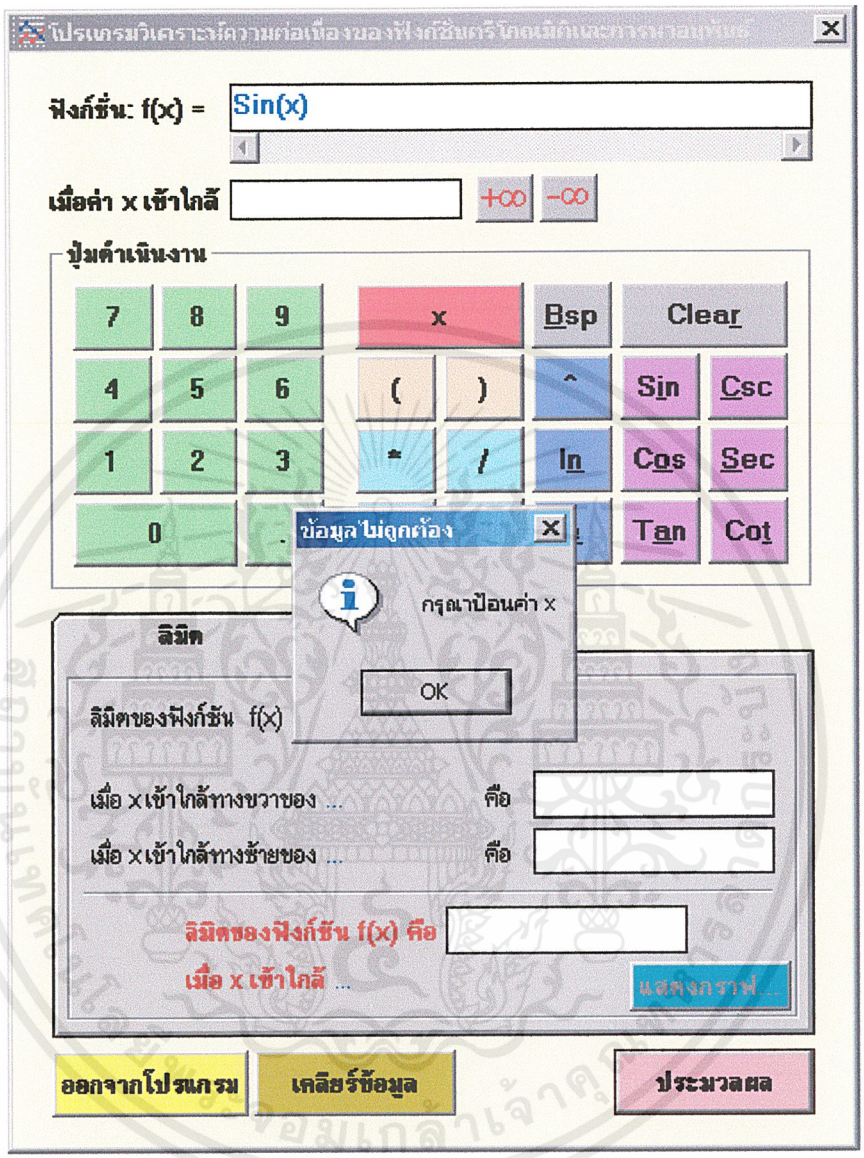
4.3.1 **แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าฟังก์ชัน** ได้ดังนี้



รูปที่ 4-31 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าที่ต้องการพิจารณา ได้ดังนี้



รูปที่ 4-32 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากไม่ใส่ค่าที่ต้องการพิจารณา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.3 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง ได้ดังนี้

รูปที่ 4-33 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง

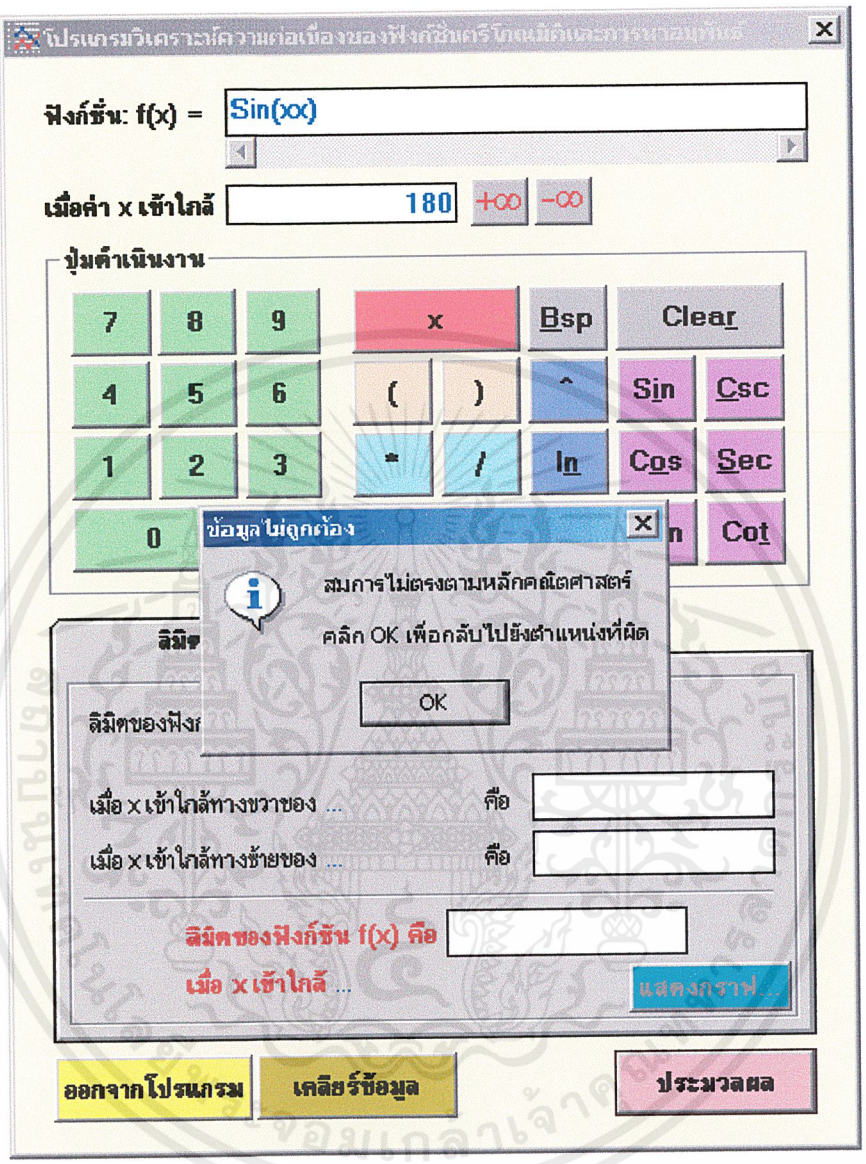
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.4 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง ได้ดังนี้

รูปที่ 4-34 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าที่ต้องการพิจารณาไม่ถูกต้อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.5 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ได้ดังนี้



รูปที่ 4-35 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่ค่าฟังก์ชันไม่ถูกต้อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.6 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่วงเล็บในฟังก์ชันไม่สมดุล ได้ดังนี้

รูปที่ 4-36 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากใส่วงเล็บในฟังก์ชันไม่สมดุล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.7 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากตัวหารมีส่วนเท่ากับศูนย์ ได้ดังนี้

รูปที่ 4-37 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากตัวหารมีส่วนเท่ากับศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.8 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากการใส่ค่าที่เกินขอบเขตที่กำหนด ได้ดังนี้

รูปที่ 4-38 แสดงข้อผิดพลาดเนื่องจากการใส่ค่าที่เกินขอบเขตที่กำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ

5.1 ผลการจัดทำปัญหาพิเศษ

โปรแกรมวิเคราะห์ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติและการหาค่าอนุพันธ์ เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดยนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการเขียนโปรแกรมด้วยภาษา Visual Basic โดยได้นำเสนอโปรแกรมวิเคราะห์นี้บนเครือข่ายอินเตอร์เนต เพื่ออำนวยความสะดวกให้แก่ผู้ที่สนใจและต้องการศึกษา

5.2 สรุปผล

ผลการวิจัยโปรแกรมวิเคราะห์ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติและการหาค่าอนุพันธ์ สามารถสรุปความสามารถโดยสังเขปได้ดังนี้

5.2.1 สามารถใช้การควบคุมต่าง ๆ ได้ด้วยแป้นคีย์บอร์ด (Keyboard) และเมาส์ (Mouse)

5.2.2 โปรแกรมวิเคราะห์ความต่อเนื่องของฟังก์ชันตรีโกณมิติและการหาค่าอนุพันธ์มีลักษณะดังนี้เท่านั้น

5.2.2.1 สามารถรับได้เฉพาะสมการของฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 ตัวแปร

5.2.2.2 สามารถรับสมการที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันแบบต่าง ๆ ดังนี้

1) ฟังก์ชันตรีโกณมิติรูปทั่วไป เช่น $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$

1.1) การบวก ลบกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $\sec x + \tan x$

1.2) การคูณกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $\tan x \cos x$

1.3) การหารกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $\dfrac{\cos x}{\sin x}$

2) ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่กระทำกับค่าคงที่หรือตัวแปร

เช่น $\dfrac{x-1}{\cos x + \sin x}$, $1 - \cos x$, $3\sin x$

3) ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ซ้อนกัน

เช่น $\sin(\cos x)$ (ในที่นี้จะรับฟังก์ชันที่ซ้อนกันได้ไม่จำกัด จนกว่าขีดความสามารถของโปรแกรม Visual Basic จะไม่สามารถคำนวณได้)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4) การซ้อนกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันพหุนาม

4.1) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของฟังก์ชันพหุนาม

เช่น $\sin(x^3 + 7x + 1)$, $\sin 3x$

4.2) ฟังก์ชันพหุนามของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $\sin^2 x$

4.3) การบวก ลบ คูณ หาร ของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันพหุนาม

เช่น $\frac{1 - \cos x}{x^3}$, $x^2 \sin^2 \frac{1}{x}$

5) การซ้อนกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันลอกการิทึม

5.1) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของฟังก์ชันลอกการิทึม

เช่น $\sin(\ln x)$

5.2) ฟังก์ชันลอกการิทึมของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $\ln(\sec x + \tan x)$

5.3) การบวก ลบ คูณ หาร ของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันลอกการิทึม

เช่น $\frac{\tan x}{\ln(\cos x)}$

6) การซ้อนกันของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

6.1) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

เช่น $\sin(e^{2x} + 1)$

6.2) ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เช่น $e^{\tan x}$

6.3) การบวก ลบ คูณ หารของฟังก์ชันตรีโกณมิติกับ

ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล เช่น $e^{2x} \cos x$

7) ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีความซับซ้อน

เช่น $\sin^3(e^{2x})$, $(\sin x)(\ln \sin x)$

5.2.2.3 ในการรับค่าตัวแปร x ในที่นี้จะรับค่าเป็นมุมซึ่งมีหน่วยเป็นองศา

5.2.2.4 ในการรับค่าตัวยกกำลังจะรับได้เฉพาะจำนวนจริงบวกเท่านั้น

5.2.2.5 สามารถกำหนดจุดที่ต้องการหาค่าความต่อเนื่องเป็นค่าอนันต์ได้

5.2.2.6 การหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน สามารถหาได้เฉพาะสมการอนุพันธ์อันดับ 1 เท่านั้น

5.2.2.7 โปรแกรมนี้สามารถวิเคราะห์ความต่อเนื่องและหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันพหุนาม,เอกซ์โปเนนเชียล และลอการิทึมรูปทั่วไป พร้อมทั้งแสดงกราฟได้

5.2.2.8 ในการแสดงค่าของสมการสามารถแสดงทศนิยมได้ 15 ตำแหน่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.9 สามารถแสดงข้อผิดพลาดในการรับค่าของสมการได้

5.2.10 โปรแกรมนี้สามารถแสดงผลการวิเคราะห์และแสดงขั้นตอนการวิเคราะห์ได้ทุกขั้นตอน

5.3 ข้อจำกัดของโปรแกรม

1. โปรแกรมนี้ไม่สามารถหาค่าของสมการที่อยู่ในรูปแบบของกฎโลปิตาล
2. ในการรับค่าสมการ ค่าของตัวแปร x ที่ต้องการพิจารณา และค่าของเลขยกกำลังของสมการจะต้องมีค่าไม่มากเกินกว่าที่ขีดความสามารถของโปรแกรม Visaul Basic จะทำการคำนวณได้
3. ไม่สามารถรับค่าของเลขยกกำลังที่เป็นลบได้

5.4 ข้อเสนอแนะ

1. พัฒนาการรับค่าตัวแปรให้สามารถรับได้มากกว่าหนึ่งตัวแปร
2. พัฒนาให้สามารถรับค่าสมการที่อยู่ในรูปแบบของกฎโลปิตาลได้
3. พัฒนาให้สามารถทำการหาค่าอนุพันธ์อันดับอื่นได้
4. พัฒนาให้สามารถรับค่าตัวแปร x ที่มีหน่วยเป็นเรเดียน (Radian) ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

Grady booch ,1994 . **Object Oriented Analysis And Design with Application** : The Benjamin - California

Bortrand Meyer ,1997 . **Object – Oriented Software Construction** : Santa Barbara – California

Melcher , p . and ruth , B 1963 . **Calculus and Analytic Geometry** . Volume Two : Prentice Hall, INC

Ralph Palmer Agnew . 1962 . **Calculus Analytic Geometry and Calculus with Vectors** : McGraw – Hill.

Robert , A . 1961 . **Calculus a Complete Course** : Addison – Wesley Publishers Limited

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้