

โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์

DIFFERENTIAL GEOMETRY LEARNING TOOLS
FOR THE INTERNET USERS



สิริวัฒน์ เกียรติเจริญสิน
พีระศักดิ์ อินทรไพบูลย์
โสภา ตั้งสุนทรชัย

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....43010
วัน, เดือน, ปี 26 ส.ย. 2545

b.....
i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**DIFFERENTIAL GEOMETRY LEARNING TOOLS
FOR THE INTERNET USERS**



**SIRIWAT KAITJAREANSIN
PEERASAK INTARAPAIBOON
SOPA TANGSUNTORNCHAI**

**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT
OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHENOLGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2001**

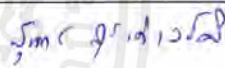
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
DIFFERENTIAL GEOMETRY LEARNING TOOLS FOR THE
INTERNET USERS

ชื่อนักศึกษา นายสิริวัฒน์ เกียรติเจริญสิน 40051049
นายพีระศักดิ์ อินทรไพบูลย์ 41051035
นางสาวโสภา ตั้งสุนทรชัย 41051060

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
สาขา คณิตศาสตร์ประยุกต์
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระ
จอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลัก
สูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2544

คณะกรรมการสอบ		ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ	ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุนทร สุชาติเวชภูมิ	
กรรมการ	อาจารย์วีระศักดิ์ นิมขุนทด	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ	


(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์)
หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์	
ชื่อนักศึกษา	นายสิริวัฒน์ เกียรติเจริญสิน	40051049
	นายพีระศักดิ์ อินทรไพบูลย์	41051035
	นางสาวโสภา ตั้งสุนทรชัย	41051060
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2544	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ	

บทคัดย่อ

ปัจจุบันคอมพิวเตอร์และอินเทอร์เน็ต ได้เข้ามามีบทบาทต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มากขึ้น และมีบทบาทในการศึกษาเพื่อการค้นคว้าหาความรู้และข้อมูลต่างๆ นอกจากนี้การเผยแพร่ความรู้ทางสื่ออินเทอร์เน็ตก็แพร่หลายมากขึ้น

ดังนั้น โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ผ่านทางสื่ออินเทอร์เน็ตจึงได้ถูกพัฒนาขึ้น โดยใช้ภาษา HTML และ JavaScript โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้ใช้เกิดความเข้าใจในเนื้อหาของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ได้ดียิ่งขึ้น

รูปแบบของโปรแกรมช่วยสอนออกแบบมา เพื่อให้ผู้ใช้สามารถเลือกศึกษาในบทที่ต้องการได้ ซึ่งในแต่ละบทจะประกอบไปด้วยนิยาม ทฤษฎี คำถาม-คำตอบ และตัวอย่าง

Special Project Title	Differential Geometry Learning Tools for the Internet Users	
Student	Mr. Siriwat Kaitjareansin	40051049
	Mr. Peerasak Intarapaiboon	41051035
	Miss Sopa Tangsuntongchai	41051060
Degree	Bachelor's Degree of Science	
Department	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	2001	
Special Project Advisor	Assistant Professor Patcharin Hemchote	

ABSTRACT

Today, it's widely known in computers and the internet is very significant and necessary for education in order to increase its efficiency. In addition, there're many learning tools on the internet.

Therefore, Differential Geometry Learning Tools for the internet users is developed by HTML and JavaScript. The purpose of this program is to help the users understanding in the Differential geometry.

The program is designed so that the users can select the lesson as they want. Each lesson contains definitions, theories, questions and answers and examples.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์สามารถลุล่วงไปได้ด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ อาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษฉบับนี้ ที่ให้คำปรึกษาอันก่อให้เกิดแนวความคิดที่สามารถแก้ไขปัญหาดังกล่าว ในการทำปัญหาพิเศษนี้ นอกจากนั้นยังช่วยแนะแนวทางในการดำเนินงานด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี

นอกจากนี้ คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ ที่ให้ความสะดวกในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ และให้ความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่างๆ ที่ใช้ในการจัดทำปัญหาพิเศษ รวมทั้งเพื่อนๆ และ พี่ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ เป็นอย่างดีเกี่ยวกับการทำปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2545



สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII

บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	1
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา.....	1
1.5 ขอบเขตการศึกษา.....	1
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์.....	3
2.1.1 ระยะทาง, เซตเปิด, ส่วนโค้ง และพื้นผิว.....	3
2.1.2 Smooth Manifolds และ Scalar Fields.....	6
2.1.3 Vector Fields.....	10
2.1.4 Tensor Fields.....	14
2.2 CAI (Computer Assisted Instruction).....	17
2.2.1 ลักษณะโปรแกรมช่วยสอน.....	17
2.2.2 การสอนในลักษณะต่าง ๆ.....	17
2.2.3 ข้อเปรียบเทียบทางคอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอน.....	18
2.3 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ Adobe Photoshop.....	19
2.4 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ Macromedia Flash.....	19
2.4.1 ความเป็นมาของ Macromedia Flash.....	20
2.4.2 โครงสร้างการทำงานของ Flash.....	20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับภาษา Java Script.	21
2.5.1	การใช้งาน Java Script ร่วมกับ HTML.	21
2.5.2	ความสามารถอื่นๆ ของ Java Script.	21
2.5.3	Java Script กับ Internet Explorer.	22
2.6	ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต.	22
2.6.1	อินเทอร์เน็ตคืออะไร.	22
2.6.2	อินเทอร์เน็ตสำคัญอย่างไร.	23
2.6.3	ใครเป็นผู้ดูแลอินเทอร์เน็ต.	23
2.6.4	ชื่อต่างๆ ในอินเทอร์เน็ต.	23
2.6.5	ชื่อเครื่อง.	23
2.6.6	ที่อยู่ทางอิเล็กทรอนิกส์.	24
2.6.7	เลขที่อยู่ไอพี.	24
2.7	การติดต่อสื่อสารกันบนระบบอินเทอร์เน็ต.	24
2.7.1	เวิลด์-ไวด์-เว็บ (World Wide Web)	24
2.7.2	เว็บไซต์ (Web site).	25
2.7.3	โฮมเพจ (Home Page)	25
2.7.4	เว็บเพจ (Web Page)	25
บทที่ 3	หน้าจอของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์.	26
3.1	คุณลักษณะของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์.	26
3.2	การกำหนดเนื้อหา.	26
3.3	โปรแกรมประยุกต์และภาษาที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม.	26
3.4	อุปกรณ์ที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม.	26
บทที่ 4	การดำเนินการพัฒนาโปรแกรม.	40
4.1	ขั้นตอนการพัฒนาโปรแกรม.	40
4.1.1	ภาษา HTML	40
4.1.2	HTML ทำงานอย่างไร.	40
4.1.3	การสร้างเว็บเพจด้วย Macromedia Dreamweaver 4.0.	41
4.1.4	ตัวอย่างคำสั่งในภาษา HTML	42
4.1.5	ตัวอย่างคำสั่งในภาษา Java Script	47
4.1.6	ตัวอย่างการใช้โปรแกรม Macromedia Flash 5.0	58
4.2	ผังโครงสร้างของโปรแกรม.	60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5 การวิจารณ์หรืออภิปรายผล	67
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	68
6.1 สรุปผลการวิจัย	68
6.2 ปัญหาและอุปสรรค	68
6.3 ข้อเสนอแนะ	69
บรรณานุกรม	70



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 โครงสร้างพื้นฐานของภาษา HTML.....	42
4.2 Attribute ของ body.....	42
4.3 Attribute ของ frameset.....	43
4.4 Attribute ของ frame.....	43
4.5 Attribute ของ font.....	43
4.6 Attribute ของ basefont.....	44
4.7 Attribute ของ img.....	44
4.8 Attribute ของ A.....	45
4.9 Attribute ของ table.....	46
4.10 Attribute ของ th.....	46
4.11 Attribute ของ td.....	47
4.12 คำสั่งที่ใช้ในการทำตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ.....	47
4.13 คำสั่งที่ใช้ในการทำหิมะตกบนจอภาพ.....	51
4.14 คำสั่งที่ใช้ในการทำหน้าจอย่อ.....	55

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 อธิบายนิยาม 2.1.1.2	4
2.2 อธิบายนิยาม 2.1.1.4	5
2.3 อธิบายตัวอย่าง 2.1.1.1-3	6
2.4 อธิบายนิยาม 2.1.1.5	6
2.5 อธิบายตัวอย่าง 2.1.2.1.	7
2.6 อธิบายนิยาม 2.1.2.2	8
2.7 อธิบายตัวอย่าง 2.1.2.2-3	8
2.8 อธิบายตัวอย่าง 2.1.3.2.	11
2.9 อธิบายทฤษฎี 2.1.3.1	12
3.1 แสดงหน้าจอหลักของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์	27
3.2 แสดงหน้าจอหลักของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์	27
3.3 แสดงหน้าความรู้พื้นฐาน	29
3.4 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 1.	30
3.5 แสดงส่วนของตัวอย่าง	31
3.6 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 2.	32
3.7 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 3.	33
3.8 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 4.	34
3.9 แสดงหน้าของผู้จัดทำ	35
3.10 แสดงหน้าของผู้จัดทำ	35
3.11 แสดงหน้าของผู้จัดทำ	36
3.12 แสดงหน้าที่มาของข้อมูล	37
3.13 แสดงหน้าที่มาของข้อมูล	37
3.14 แสดงหน้าที่มาของข้อมูล	38
3.15 แสดงหน้าเว็บไซต์ที่เกี่ยวข้อง	39
4.1 แสดงตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ	47
4.2 แสดงหิมะตกบนจอภาพ	50
4.3 แสดงหน้าจอย่อย	55
4.4 แสดงการทำด้วยก.	58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5	แสดงการทำตัวห้อย	59
4.6	แสดงการเขียน Action Script ใน Flash	60
4.7	ผังงานหน้าหลักของโปรแกรม.....	60
4.8	ผังงานเมนูหน้าหลักของโปรแกรม.....	61
4.9	ผังงานหน้าความรู้พื้นฐาน.....	62
4.10	ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 1.....	62
4.11	ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 2.....	63
4.12	ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 3.....	64
4.13	ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 4	65
4.14	ผังงานหน้าผู้จัดทำ.....	65
4.15	ผังงานหน้าที่มาของข้อมูล.....	66
4.16	ผังงานหน้าเว็บไซต์ที่เกี่ยวข้อง	66



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์เป็นเรื่องที่ค่อนข้างไม่แพร่หลาย และเข้าใจยาก อีกทั้งภาพส่วนใหญ่จะเป็นภาพสามมิติซึ่งยากแก่การทำความเข้าใจ ดังนั้นจึงนำคอมพิวเตอร์มาช่วยสร้างโปรแกรมช่วยสอน และเพื่อเป็นการสะดวกกับผู้สนใจศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับเนื้อหาทางด้านนี้ จึงได้นำเสนอโปรแกรมช่วยสอนนี้ผ่านทางสื่ออินเทอร์เน็ต

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

- 1.2.1 เพื่อสร้างความเข้าใจในเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์แก่นักศึกษา และผู้สนใจมากยิ่งขึ้น
- 1.2.2 สามารถนำสื่อการสอนนี้ไปใช้ได้อย่างกว้างขวางบนสื่ออินเทอร์เน็ต
- 1.2.3 สามารถใช้งานได้ง่าย และสร้างความสนใจกับผู้ใช้งาน
- 1.2.4 เพื่อศึกษาเครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนาบทเรียน ซึ่งสามารถใช้ในการสร้างและพัฒนาบทเรียนเรื่องอื่นๆ ต่อไป

1.3 สมมุติฐานของการศึกษา

โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ที่ถูกสร้างขึ้นอย่างสมบูรณ์ ทำให้ผู้ใช้เข้าใจในเนื้อหาได้ง่ายและดียิ่งขึ้น อีกทั้งยังเป็นแนวทางให้กับผู้ที่สนใจนำไปพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนหรือสื่อในลักษณะอื่นต่อไป

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา

รูปแบบของโปรแกรมช่วยสอนจะประกอบด้วยนิยาม ทฤษฎี คำถาม-คำตอบ และตัวอย่างเกี่ยวกับเนื้อหาของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์

1.5 ขอบเขตการศึกษา

ปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ โดยจะครอบคลุมเนื้อหาในส่วนของระยะทาง, เซตเปิด, ส่วนโค้ง และพื้นผิว Smooth Manifolds และ Scalar Fields Vector Fields และ Tensor Fields

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

- 1.6.1 ศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
- 1.6.2 ศึกษาภาษาทางคอมพิวเตอร์ในการใช้เขียนโปรแกรม
- 1.6.3 ศึกษาภาษาที่สามารถนำไปเขียนบนอินเทอร์เน็ต
- 1.6.4 เขียนโปรแกรม
- 1.6.5 ทดสอบและแก้ไขโปรแกรมที่เขียนให้มีความถูกต้อง และสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ
- 1.6.6 ปรับแต่งรูปแบบการนำเสนอให้สวยงาม
- 1.6.7 รวบรวมข้อมูลและนำมาจัดทำเอกสารประกอบการทำปัญหาพิเศษ



บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

2.1.1 ระยะทาง, เซตเปิด, ส่วนโค้ง และพื้นผิว

ในบทนี้จะเป็นการกล่าวหาเนื้อหาในขั้นพื้นฐาน โดยจะเริ่มต้นด้วยการทำความเข้าใจปริภูมิยูคลิด n มิติ โดยจะใช้สัญลักษณ์ E_n ซึ่ง $E_n = \{ (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \mid y_i \in R \}$, R เป็นเซตของจำนวนจริง

ขนาด หรือ นอร์ม แทนด้วย $\| \cdot \|$ ถ้า $y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \in E_n$ แล้ว $\|y\|$ หมายถึงระยะทางจากจุดกำเนิดถึงจุด y และถ้า $y, z \in E_n$

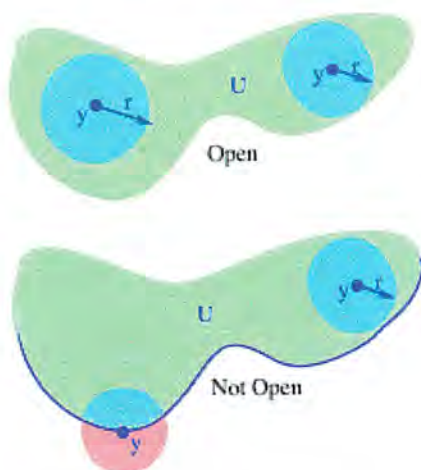
$$\|y - z\| = ((y_1 - z_1)^2 + (y_2 - z_2)^2 + \dots + (y_n - z_n)^2)^{\frac{1}{2}}$$

คุณสมบัติของนอร์ม

1. $\|y\| \geq 0$ และ $\|y\| = 0$ ก็ต่อเมื่อ $y = 0$
 2. $\|cy\| = |c| \|y\|$ สำหรับทุก $c \in R$ และ $y \in E_n$
 3. $\|y + z\| \leq \|y\| + \|z\|$ สำหรับทุก $y, z \in E_n$
 4. $\|y - z\| \leq \|y - w\| + \|w - z\|$ สำหรับทุก $y, w, z \in E_n$
- } อสมการสามเหลี่ยม

นิยาม 2.1.1.1 ให้ $U \subset E_n$ จะเรียก U ว่า เซตเปิด ถ้าทุกๆ $y, y \in U$ สามารถหา neighborhood ของ y ($B_U(y, r)$) ซึ่ง $B_U(y, r) \subset U$

นิยาม 2.1.1.2 ให้ $M \subset E_n$ จะเรียก M ว่าเป็น เซตเปิด บน E_n ถ้าทุกๆ $y, y \in M$ สามารถหา neighborhood ของ y ($B_M(y, r)$) ซึ่ง $B_M(y, r) \subset M$



รูปที่ 2.1 อธิบายนิยาม 2.1.1.2

นิยาม 2.1.1.3 เส้นทางเรียบ (smooth path) ใน E_3 คือ เซตที่ประกอบด้วย smooth real valued function ซึ่งมี t เป็นตัวแปรเดียว 3 ฟังก์ชัน เรียก t ว่า **parameter** ของส่วนโค้ง และถ้าเวกเตอร์ $\left(\frac{dy_1}{dt}, \frac{dy_2}{dt}, \frac{dy_3}{dt} \right)$ ไม่เป็นศูนย์ เราจะเรียกว่า **non-singular path**

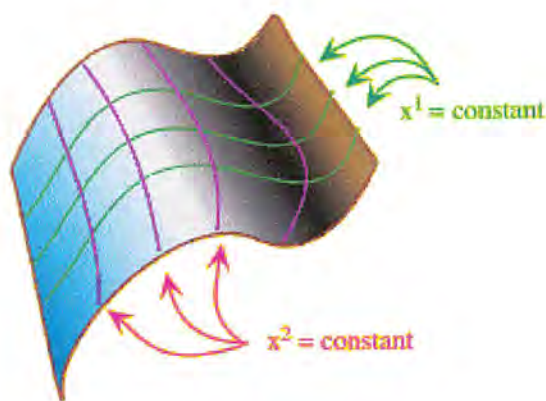
สามารถอธิบายนิยามนี้คือ ให้ $y \in E_3$ นั่นคือ $y = (y_1, y_2, y_3)$ โดย $y_1 = y_1(t), y_2 = y_2(t), y_3 = y_3(t)$ ซึ่งอาจเขียนให้ง่าย คือ $y_i = y_i(t)$

นิยาม 2.1.1.4 smooth surface immersed in E_3 คือ กลุ่มของ smooth real valued function ซึ่งมี 2 ตัวแปร (x^1, x^2) จำนวน 3 ฟังก์ชัน

$$\text{นั่นคือ } y_1 = y_1(x^1, x^2), y_2 = y_2(x^1, x^2), y_3 = y_3(x^1, x^2)$$

$$\text{หรือ } y_i = y_i(x^1, x^2) \quad ; i = 1, 2, 3$$

มีข้อสังเกตว่า ถ้าให้ x^1 เป็นค่าคงที่ จะได้ smooth path และถ้าให้ x^1 เป็นค่าคงที่ที่ต่างกันก็จะได้ smooth path ที่ต่างกันด้วย ในทำนองเดียวกัน ถ้าให้ x^2 คงที่ ก็จะได้ smooth path ซึ่งตัดกับ smooth path ซึ่ง x^1 คงที่ ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 อธิบายนิยาม 2.1.1.4

เรียก x^1, x^2 ว่า parameter หรือ local coordinates

ตัวอย่าง 2.1.1.1

1. ระนาบใน E_3

เราสามารถเขียนสมการระนาบ ซึ่งผ่านจุด (p_1, p_2, p_3) และขนานกับเวกเตอร์ (a_1, a_2, a_3) , (b_1, b_2, b_3) แบบ parametric คือ

$$y_1 = p_1 + a_1 x^1 + b_1 x^2$$

$$y_2 = p_2 + a_2 x^1 + b_2 x^2$$

$$y_3 = p_3 + a_3 x^1 + b_3 x^2$$

หรือ $y_i = p_i + a_i x^1 + b_i x^2$; $i = 1, 2, 3$

2. พาราโบลอยด์ $y_3 = y_1^2 + y_2^2$ เขียนสมการระบบ parametric ได้ดังนี้

$$y_1 = x^1$$

$$y_2 = x^2$$

$$y_3 = (x^1)^2 + (x^2)^2 \quad \text{ข้อควรระวัง } (x^2)^2 \neq x^4$$

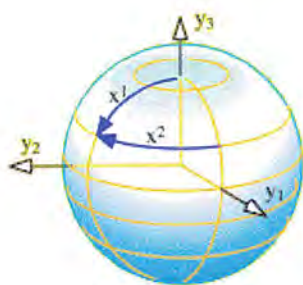
3. ทรงกลม 1 หน่วย $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1$ เปลี่ยนให้อยู่ในแบบ parametric ได้ดังนี้

$$y_1 = \sin(x^1) + \cos(x^2)$$

$$y_2 = \sin(x^1) + \sin(x^2)$$

$$y_3 = \cos(x^1)$$

x^1 และ x^2 เป็นพิกัดเชิงขั้ว และมุมแสดงดังรูป



รูปที่ 2.3 อธิบายตัวอย่าง 2.1.1.1 - 3

4. ทรงรี $\frac{y_1^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} + \frac{y_3^2}{c^2} = 1$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงที่บวก เปลี่ยนเป็นแบบ parametric ดังนี้

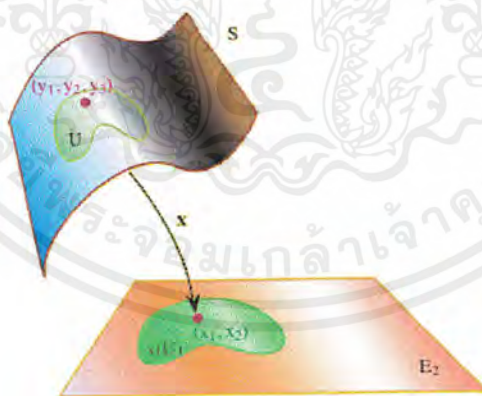
$$y_1 = a \sin(x^1) \cos(x^2)$$

$$y_2 = b \sin(x^1) \sin(x^2)$$

$$y_3 = c \cos(x^1)$$

นิยาม 2.1.1.5 ชาร์ท (chart) ของพื้นผิว S คือ คู่อันดับของฟังก์ชัน

$x = (x^1(y_1, y_2, y_3), x^2(y_1, y_2, y_3))$ โดยกำหนด local coordinates (parameters) x^1, x^2 เป็นฟังก์ชันเรียบของจุด global (y_1, y_2, y_3) บนพื้นผิว ดังรูป



รูปที่ 2.4 อธิบายนิยาม 2.1.1.5

2.1.2 Smooth Manifolds และ Scalar Fields

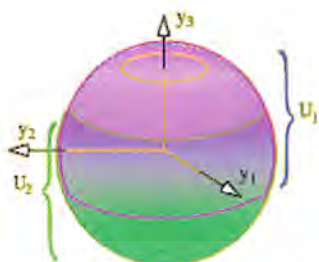
นิยาม 2.1.2.1 ให้ $M \subset E_s$ ส่วนปกคลุมเปิด (open cover) ของ M คือ กลุ่มของเซตเปิดใน M $\{U_a\}$

ซึ่ง $M = \bigcup_a U_a$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 2.1.2.1

ให้ทรงกลมหนึ่งหน่วยอยู่ใน E_3 มีลักษณะตามรูป 2.5



รูปที่ 2.5 อธิบายตัวอย่าง 2.1.2.1

จากรูป $\{U_1, U_2\}$ เป็นส่วนปกคลุมเปิดของทรงกลม ซึ่ง

$$U_1 = \{(y_1, y_2, y_3) | y_3 > -\frac{1}{2}\}$$

$$U_2 = \{(y_1, y_2, y_3) | y_3 < \frac{1}{2}\}$$

นิยาม 2.1.2.2 ให้ $M \subset E_n$ จะกล่าวว่า M เป็น **n-dimensional smooth manifold** ถ้ามีกลุ่มของ $\{U_\alpha; x_\alpha^1, x_\alpha^2, \dots, x_\alpha^n\}$ โดยที่

1. U_α เป็นส่วนของส่วนปกคลุมเปิดของ M ($\bigcup_\alpha U_\alpha = M$)

2. x_α^r เป็น smooth-real valued function

นั่นคือ $x_\alpha^r : U_\alpha \rightarrow E_1$ เรียก x_α^r ว่า r^{th} coordinate ซึ่ง $x : U_\alpha \rightarrow E_n$

กำหนดโดย $x(u) = (x_\alpha^1(u), x_\alpha^2(u), \dots, x_\alpha^n(u))$ เป็นฟังก์ชันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง

โดยแต่ละ $\{U_\alpha; x_\alpha^1, x_\alpha^2, \dots, x_\alpha^n\}$ จะเรียกว่า local chart of M

และกลุ่มของ local chart ทั้งหมด จะเรียกว่า **smooth atlas of M**

และ U_α เรียกว่า coordinate neighborhood

3. ถ้า (U, x^i) และ $(V, \bar{x}^j)$ เป็น local chart of M และ $U \cap V \neq \emptyset$ เราสามารถเขียน

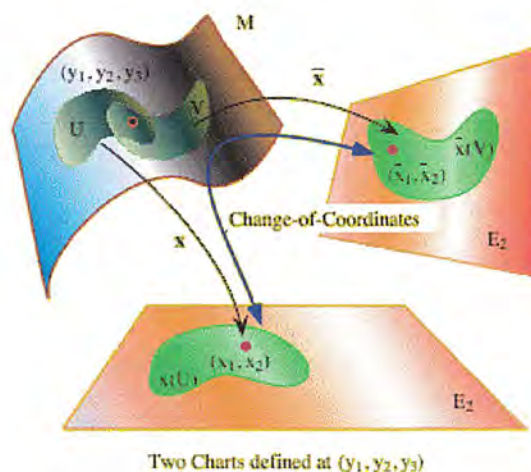
$$x^i = x^i(\bar{x}^j)$$

ซึ่งมีผกผัน

$$\bar{x}^k = \bar{x}^k(x^i)$$

สำหรับแต่ละ i และ k เมื่อทุกฟังก์ชันเป็น smooth

และเรียกฟังก์ชันนี้ว่า **change-of-coordinates** ดังรูป



รูปที่ 2.6 อธิบายนิยาม 2.1.2.2

ข้อสังเกต

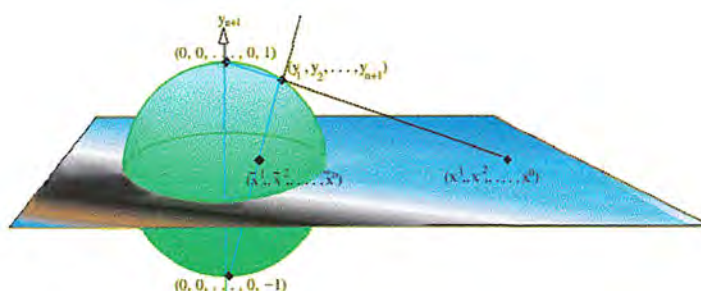
- 1) เราสามารถเทียบ x^i เป็น local coordinate หรือ parameter ของ manifold เพื่อให้ได้เซตเปิด U โดยใช้ฟังก์ชันผกผัน x^{-1} ของ x ซึ่งแต่ละจุดในบาง manifold ของ E_n ซึ่งสอดคล้องกับจุดใน manifold
- 2) จากเงื่อนไขที่ 3 ทำให้ได้ว่า

$$\det \left[\frac{\partial \tilde{x}^j}{\partial x^i} \right] \neq 0 \quad \text{และ} \quad \det \left[\frac{\partial x^i}{\partial \tilde{x}^j} \right] \neq 0$$

เนื่องจาก matrix นี้ต้องมี inverse

ตัวอย่าง 2.1.2.2

1. E_n จัดว่าเป็น n-dimensional manifold โดยกำหนด $x^i(y_1, y_2, \dots, y_n) = y_i$
2. ให้ S^1 เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย เป็น 1-dimensional manifold โดยการส่งแบบ exponential
3. S^n (stereographic projection) เป็น n-dimensional manifold ประกอบด้วย 2 chart และ Q เป็นจุด $(0, 0, 0, \dots, -1)$ เราจะกำหนด chart ทั้ง 2 คือ $(S^n - P, x^i)$ $(S^n - Q, \tilde{x}^i)$



รูปที่ 2.7 อธิบายตัวอย่าง 2.1.2.2 - 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่จุด $(y_1, y_2, \dots, y_{n+1})$ ของ S^n กำหนดให้

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{y_1}{1-y_{n+1}} & \bar{x}_1 &= \frac{y_1}{1+y_{n+1}} \\ x_2 &= \frac{y_2}{1-y_{n+1}} & \bar{x}_2 &= \frac{y_2}{1+y_{n+1}} \\ &\vdots & &\vdots \\ x_n &= \frac{y_n}{1-y_{n+1}} & \bar{x}_n &= \frac{y_n}{1+y_{n+1}} \end{aligned}$$

เราสามารถหา invert ได้ (หา y_i ในรูป $x_i, \bar{x}_i$)

$$\text{ให้ } r^2 = \sum_{i=1}^n x^i x^i, \quad \bar{r}^2 = \sum_{i=1}^n \bar{x}^i \bar{x}^i$$

จะได้

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{2x^1}{r^2+1} & y_1 &= \frac{2\bar{x}^1}{1+\bar{r}^2} \\ y_2 &= \frac{2x^2}{r^2+1} & y_2 &= \frac{2\bar{x}^2}{1+\bar{r}^2} \\ &\vdots & &\vdots \\ y_n &= \frac{2x^n}{r^2+1} & y_n &= \frac{2\bar{x}^n}{1+\bar{r}^2} \\ y_{n+1} &= \frac{r^2-1}{r^2+1} & y_{n+1} &= \frac{\bar{r}^2-1}{\bar{r}^2+1} \end{aligned}$$

จะได้ change-of-coordinate คือ

$$\begin{aligned} x^1 &= \frac{y_1}{1-y_{n+1}} = \frac{\frac{2\bar{x}^1}{1+\bar{r}^2}}{1-\frac{\bar{r}^2-1}{\bar{r}^2+1}} = \frac{\bar{x}^1}{\bar{r}^2} \\ x^2 &= \frac{y_2}{1-y_{n+1}} = \frac{\frac{2\bar{x}^2}{1+\bar{r}^2}}{1-\frac{\bar{r}^2-1}{\bar{r}^2+1}} = \frac{\bar{x}^2}{\bar{r}^2} \\ &\vdots & &\vdots \\ x^n &= & &= \frac{\bar{x}^n}{\bar{r}^2} \end{aligned}$$

ข้อสังเกต

$\bar{r}$ คือระยะทางจากจุดกำเนิดถึง $\bar{x}^i$

$$x^i = \frac{1}{\bar{r}} \frac{\bar{x}^i}{\bar{r}}$$

ดังนั้น Change-of-coordinate ของ Stereographic Projection คือ

$$x^i = \frac{\bar{x}^i}{\bar{r}^2}, \quad \bar{x}^i = \frac{x^i}{r^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{เมื่อ } r^2 = \sum_{i=1}^n x^i x^i, \quad \bar{r}^2 = \sum_{i=1}^n \bar{x}^i \bar{x}^i$$

นิยาม 2.1.2.3 smooth scalar field บน Smooth manifold M คือ Smooth real-valued map $\Phi : M \rightarrow E_1$ และถ้า $U \subset M$ smooth scalar field บน U คือ smooth real-valued map $\phi : U \rightarrow E_1$ อาจเรียกอีกอย่างว่า scalar field local

2.1.3 Vector Fields

นิยาม 2.1.3.1 smooth path ใน smooth manifold M คือ smooth map ที่กำหนดบนช่วงเปิดของเส้นจำนวน และ $r : (-a, a) \rightarrow M$ เมื่อ r เป็นฟังก์ชันค่าเวกเตอร์ที่มีพิกัด $(y_1, y_2, \dots, y_s)$ เรียก r ว่า smooth path ที่ $m \in M$ ถ้า $r(0) = m$

นิยาม 2.1.3.2 tangent vector ที่ $m, m \in M$ คือ vector v ใน E_r โดย $v = y'(0)$ เมื่อ $y = y(t)$ เป็น smooth path ที่ m

ตัวอย่าง 2.1.3.1 ให้ M เป็น surface $y_3 = y_1^2 + y_2^2$

เราสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$y_1 = t \sin t$$

$$y_2 = t \cos t$$

$$y_3 = t^2$$

เนื่องจาก $y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 0$

ดังนั้น $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$ เป็น smooth path ที่ $(0, 0, 0)$

และ tangent vector ที่ $(0, 0, 0)$ คือ

$$y'_1(0) = [t \cos t + t \sin t] \big|_0 = 0$$

$$y'_2(0) = [-t \cos t + t \sin t] \big|_0 = 1$$

$$y'_3(0) = 2t \big|_0 = 0$$

นั่นคือ tangent vector ที่ $(0, 0, 0)$ คือ $(0, 1, 0)$

และหากทำการ paramaterize โดยให้

$$y_1 = x^1$$

$$y_2 = x^2$$

$$y_3 = (x^1)^2 + (x^2)^2$$

และจาก $y_1 = t \sin t, y_2 = t \cos t$

$$\therefore x^1 = t \sin t$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x^2 = t \cos t$$

จะได้ $\frac{dx^1}{dt} = t \sin t + t \cos t$

$$\frac{dx^2}{dt} = -t \sin t + t \cos t$$

ดังนั้น $(t \cos t + t \sin t, -t \sin t + t \cos t)$ เป็น tangent vector บน local coordinate

นั่นคือ tangent vector บน local coordinate ของจุด $(0, 0)$ คือ $(0, 1)$

การเปลี่ยน tangent vector จาก Ambient Coordinate ไป local coordinate

เมื่อให้ tangent vector ใน Ambient coordinate คือ $(v_1, v_2, \dots, v_s)$ และ

tangent vector ใน local coordinate คือ $(v^1, v^2, \dots, v^n)$

แล้ว $v^i = \sum_{k=1}^s \frac{\partial x^i}{\partial y_k} v_k$; $v_k = \frac{dx^k}{dt}$

และจาก Ambient coordinate ไป local coordinate คือ

$$v_i = \sum_{k=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial x^k} v^k$$
 ; $v^k = \frac{dx^k}{dt}$

จาก Einstein Summation Convention จะได้

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial x^k} v^k \equiv \frac{\partial y_i}{\partial x^k} v^k \quad \text{และ} \quad \sum_{k=1}^s \frac{\partial x^i}{\partial y_k} v_k \equiv \frac{\partial x^i}{\partial y_k} v_k$$

ตัวอย่าง 2.1.3.2

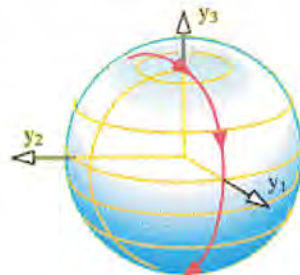
ให้ $M = S^2$ และให้ smooth path ใน S^2 คือ

$$y_1 = \sin t$$

$$y_2 = 0$$

$$y_3 = \cos t$$

ซึ่งเป็น smooth path ที่ผ่านจุด $m = (0, 0, 1)$ ซึ่งคือเส้นลองติจูด ตามรูป 2.8



รูปที่ 2.8 อธิบายตัวอย่าง 2.1.3.2

$$\left[\frac{dy_1}{dt}, \frac{dy_2}{dt}, \frac{dy_3}{dt} \right] = [\cos t, 0, -\sin t] = (1, 0, 0)$$

ซึ่ง tangent vector ที่จุด m คือ

$\frac{\partial}{\partial x^i}$ จะเป็น tangent vector ต่างๆ ณ จุด $t=0$ โดยจะมี local coordinate

$$v^j = \left[\frac{dx^j}{dt} \right]_{t=0} = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } j=i \\ 0 & \text{ถ้า } j \neq i \end{cases} = \delta_j^i$$

Kronecker Delta (δ_j^i)

กำหนดให้ $\delta_j^i = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } j=i \\ 0 & \text{ถ้า } j \neq i \end{cases}$

จาก Einstein Summation Convention และ δ_j^i ดังนั้น

$$v_j = \frac{\partial y_i}{\partial x^k} v^k = \frac{\partial y_i}{\partial x^k} \delta_i^k = \frac{\partial y_j}{\partial x^i}$$

นิยาม 2.1.3.3 $\frac{\partial}{\partial x^i}$ เป็น vector โดย local coordinates กำหนดโดย

$$\text{coordinate ที่ } j = \left[\frac{\partial}{\partial x^j} \right]^j = \delta_i^j$$

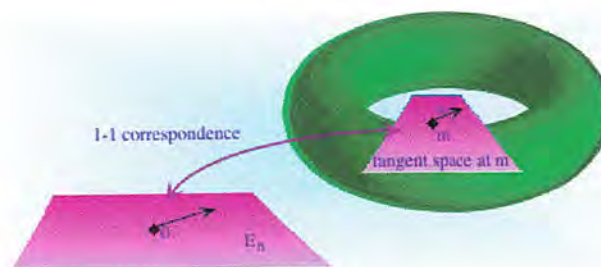
และ ambient coordinate กำหนดโดย

$$\text{coordinate ที่ } j = \frac{\partial y_j}{\partial x^i}$$

นิยาม 2.1.3.4 tangent space at m คือ เซต T_m ซึ่งสมาชิกของ T_m คือ tangent vector ที่ m ทั้งหมด

ทฤษฎี 2.1.3.1 (Tangent Space)

จะมีความสัมพันธ์แบบ 1-1 ระหว่าง tangent vector ที่จุด m กับเวกเตอร์ใน E_n หรืออีกนัยหนึ่งคือ tangent space จะมีลักษณะเหมือน E_n



รูปที่ 2.9 อธิบายทฤษฎี 2.1.3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้ากำหนดให้ $v^i = \frac{dx^i}{dt}$

ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง tangent vector ในแต่ละ local coordinate คือ

$$\bar{v}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^j} v^j$$

นิยาม 2.1.3.5 contravariant vector ที่จุด m , $m \in M$ คือ กลุ่มของ v^i ที่มีคุณสมบัติ (v^i เป็น tangent vector ที่ m ในแต่ละ chart)

$$\bar{v}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x^j} v^j \quad ; \quad v^j = \frac{dx^j}{dt}$$

"Contravariant vector field V บน M จะประกอบด้วย กลุ่มของ chart x ซึ่งเป็น n -smooth real-value coordinate function V^i ของ n ตัวแปร $(x^1, x^2, \dots, x^n)$ ดังนั้น การหา V^i ที่จุดใดๆ จะได้จาก vector ที่จุดนั้น"

ข้อสังเกต

จากนิยามข้างต้น เราสามารถเขียนได้อีกแบบ คือ

$$\bar{V} = \bar{D}V$$

$\bar{D}$ จะเป็น matrix โดย d_{ij} (สมาชิกแถวที่ i หลักที่ j) $= \frac{\partial x^i}{\partial x^j}$

$V, \bar{V}$ เป็น vector

ถ้า ϕ เป็น smooth scalar field บน M และ x เป็น chart เราจะได้ว่า $\frac{\partial \phi}{\partial x^i}$ เป็น vector field และ

$$\text{ได้ว่า} \quad \frac{\partial \phi}{\partial \bar{x}^i} = \frac{\partial \phi}{\partial x^j} \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i}$$

$$\text{ถ้าให้ } C_j = \frac{\partial \phi}{\partial x^j} \text{ และ } \bar{C}_i = \frac{\partial \phi}{\partial \bar{x}^i} \text{ จะได้}$$

$$\bar{C}_i = C_j \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i}$$

เหล่านี้นำไปสู่นิยามถัดไปคือ

นิยาม 2.1.3.6 covariant vector field (C) บน M ของแต่ละ chart x คือกลุ่มของ smooth function (C_i) และแต่ละฟังก์ชันประกอบด้วย smooth function n ฟังก์ชัน $(C_i(x^1, x^2, \dots, x^n))$ และสอดคล้องกับกฎการ Transformation :

$$\bar{C}_i = C_j \frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i}$$

ข้อสังเกต

จากนิยามเราสามารถเขียนได้อีกแบบ คือ

$$\bar{C} = C \underline{D}$$

$\underline{D}$ คือ matrix โดยสมาชิกแถว i หลัก j คือ $\frac{\partial x^j}{\partial \bar{x}^i}$

$\bar{C}$, C คือ vector (Row vectors)

ตัวอย่าง 2.1.3.3

กำหนดให้ $M = E_n$ และ $p = (p^1, p^2, \dots, p^n)$ จะได้

$$x^1 = p^1 + t v^1$$

$$x^2 = p^2 + t v^2$$

$$\vdots$$

$$x^n = p^n + t v^n$$

ที่จุด $t=0$ จะได้ $x^1, x^2, \dots, x^n$ เป็น smooth path ที่จุด p

$$\text{ดังนั้น } \frac{dx^i}{dt} = v^i$$

จึงกล่าวได้ว่า tangent vector จะมีลักษณะเดียวกับ vector ใน E_n

นิยาม 2.1.3.7 1-form หรือ cotangent vector บน manifold M (หรือบนสับเซตเปิดของ M) คือ ฟังก์ชัน F ซึ่งแต่ละ tangent vector field V บน M (หรือบนสับเซตเปิดของ M) โดยมีคุณสมบัติ

$$F(V+W) = F(V) + F(W)$$

$$F(\alpha V) = \alpha F(V)$$

V, W เป็น tangent vector field, α เป็น scalar

นิยาม 2.1.3.8 V, W เป็น **contravariant** (หรือ **covariant**) vector field บน M และ α เป็น real number จะกำหนดให้

$$(V+W)^i = V^i + W^i$$

$$(\alpha V)^i = \alpha V^i$$

2.1.4 Tensor Fields

กำหนด $v = (v_1, v_2, v_3)$ และ $w = (w_1, w_2, w_3)$ เป็น vector field บน E_3 แล้ว Tensor product ประกอบด้วย $v_i w_j$ ซึ่งมี 9 เทอม

ให้ V, W เป็น contravariant และ C, D เป็น covariant จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{V}^i \bar{W}^j = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} V^k \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^m} W^m = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^m} V^k W^m$$

ในทำนองเดียวกันได้ $\bar{V}^i \bar{C}_j = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial x_m}{\partial \bar{x}^j} V^k C_m$ และ

$$\bar{C}_i \bar{D}_j = \frac{\partial x_k}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x_m}{\partial \bar{x}^j} C_k D_m$$

เรียก product field ว่า tensor of type $(2, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$ ตามลำดับ

นิยาม 2.1.4.1 tensor field of type $(2, 0)$ บน n -dimensional smooth manifold M คือ กลุ่มของ T^{ij} โดยแต่ละ T^{ij} ประกอบด้วยกลุ่ม smooth function $[T^{ij}(x^1, x^2, \dots, x^n)]$ และมีคุณสมบัติตามกฎการแปลงแสดงด้านล่าง

และในทำนองเดียวกัน เราจะได้นิยามของ tensor field of type $(0, 2)$, $(1, 1)$ และ (m, n)

กฎการแปลง Tensor

Type $(2, 0)$: $\bar{T}^{ij} = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^m} T^{km}$; contravariant rank 2

Type $(1, 1)$: $\bar{F}^i_j = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial x_m}{\partial \bar{x}^j} F^k_m$; contravariant rank 1 , covariant rank 1

Type $(0, 2)$: $\bar{E}_{ij} = \frac{\partial x_k}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x_m}{\partial \bar{x}^j} E_{km}$; covariant rank 2

ข้อสังเกต

Tensor field type $(1, 0)$ คือ contravariant vector field

Tensor field type $(0, 1)$ คือ covariant vector field

Tensor field type $(0, 0)$ คือ scalar field

ตัวอย่าง 2.1.4.1

(a) tensor product ของ vector fields จะได้ tensor fields ดังข้างต้นของบทนี้

(b) The Kronecker Delta tensor

$$\text{ให้ } \delta^i_j = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } j = i \\ 0 & \text{ถ้า } j \neq i \end{cases}$$

เป็น Tensor field type $(1, 1)$

$$\delta^i_j = \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^j}$$

ซึ่งตามกฎการเปลี่ยนรูป จะได้

$$\bar{\delta}^i_j = \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial x^k}{\partial \bar{x}^m} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^j}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^k} \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^j} \delta_m^k$$

จึงได้ว่า δ_j^i เป็น tensor field of type (1, 1)

(c) เราสามารถสร้าง tensor fields ใหม่ เช่น

$M_{jk}^i N_{rs}^{pq}$ เป็น tensor field of type (3, 4)

$M_{jk}^i N_{rs}^{jk}$ เป็น tensor field of type (1, 2)

ทฤษฎี 2.1.4.1 สมมติว่าเรามี smooth function g_{ij} โดยมีคุณสมบัติว่า ทุกๆ คู่ของ contravariant X^i และ Y^j , smooth function $g_{ij} X^i Y^j$ เป็น scalar field แล้วจะได้ว่า g_{ij} เป็น smooth tensor field of type (0, 2)



2.2 CAI (Computer Assisted Instruction)

คอมพิวเตอร์ช่วยสอน หรือ CAI หมายถึง การนำเครื่องคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นเครื่องช่วยในการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนับได้ว่าเป็นเครื่องช่วยสอนที่มีประสิทธิภาพสูงสุด ทั้งนี้เนื่องจากคอมพิวเตอร์สามารถทำงานได้แทบทุกอย่าง ขึ้นอยู่ว่าจะจัดการกับโปรแกรมนั้นอย่างไร

ในบทเรียน CAI นั้น คอมพิวเตอร์จะเสนอเนื้อหาแบบต่างๆ เพื่อการเรียนการสอนเป็นการสอนโดยตรงไปยังผู้เรียน โดยตรงผ่านทางหน้าจอหรือเป็นพิมพ์ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม วัสดุการสอนซึ่งคือ โปรแกรมจะสามารถเรียกใช้ได้ตลอดเวลา

2.2.1 ลักษณะโปรแกรมช่วยสอน

ในปัจจุบันมีการผลิตโปรแกรมช่วยสอนออกมาต่างกันมากมาย แต่ลักษณะของเครื่องช่วยสอนสามารถสรุปได้ตามนี้

1. ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตัวเอง ตามความสามารถของตัวเอง
2. การเรียนการสอนเริ่มต้นตามขั้นตอนทีละขั้น ผู้เรียนมีการตอบสนองแตกต่างกัน วิธีการเรียนขึ้นกับแต่ละคน
3. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนตลอดเวลา คือมีการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับเครื่องช่วยสอน
4. ผู้เรียนได้ทราบรายงานผลการเรียน และความก้าวหน้าได้
5. การเรียบเรียงบทเรียน และวิธีการสอนได้ปรับปรุงมาดีแล้ว

2.2.2 การสอนในลักษณะต่างๆ

ปัญหาที่สำคัญสำหรับโปรแกรมช่วยสอน แต่ยังไม่มีความตอบที่แน่นอนคือ จะใช้วิธีการสอนแบบใดจึงดีที่สุด แต่การสอนแบบต่าง ๆ สามารถแยกได้ดังนี้

1. การสอนแบบฝึกหัดทักษะขั้นพื้นฐาน (Drill and Practice)

เป็นการสอนแบบง่ายๆ ใช้สอนวิชาที่ใช้ทักษะ และมีรูปแบบที่ตายตัว เช่น การฝึกบวก ลบ คูณ หาร เป็นต้น ส่วนมากเป็นวิธีที่น่าเบื่อมักใช้ในระดับประถม ซึ่งมีเวลาในการศึกษาน้อย การสอนอาจเป็นได้ดังนี้

◆ การสอนเนื้อหาโดยคอมพิวเตอร์

คอมพิวเตอร์จะเสนอเนื้อหาทีละบท เมื่อศึกษาแล้วเครื่องจะมีการจำว่าเรียนถึงบทที่เท่าไรแล้ว

◆ **การถามโดยคอมพิวเตอร์**

เป็นการถามคำถามง่าย ๆ ที่ผู้ศึกษามีอิสระในการตอบน้อยมาก เช่นคำถามแบบถูก ผิด แบบเลือกตอบ

◆ **การตอบคำถามโดยผู้ศึกษา**

เมื่อตอบถูกต้องจะได้คะแนน เมื่อตอบผิดเครื่องจะเฉลย และจะไม่ได้คะแนน

2. การสอนแบบสนทนา (tutorial)

การสอนแบบนี้เป็นการสนทนาระหว่างคอมพิวเตอร์ กับผู้ศึกษาอย่างเป็นธรรมชาติ โดยการศึกษาที่คล้ายคลึงกับภาษาในชีวิตประจำวัน การสนทนาจะเปลี่ยนไปเรื่อยๆ ตามเนื้อหาวิชา ทำให้ไม่เกิดความเบื่อหน่าย ผู้ศึกษามีโอกาสเลือกเสรี คอมพิวเตอร์จำเป็นต้องมีความยืดหยุ่นพอควร และต้องสามารถตรวจสอบคำถามอันซับซ้อนได้ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้โต้ตอบอย่างเสรีจะต้องระวังมากเพราะคำตอบที่ถูกจะมีมากมาย โดยต้องยึดหลักที่ว่า การสอนที่ดีต้องสอดคล้องกันทั้งเนื้อหา คำถาม และคำตอบ จะเห็นได้ว่า ระบบช่วยสอนประเภทนี้จะต้องมีโปรแกรมที่ซับซ้อนมีอุปกรณ์การสอนหลายอย่าง เช่น จอ เทป ภาพนิ่ง ฯลฯ แล้วแต่ความเหมาะสม ทำให้ระบบนี้มีราคาแพง

3. การสอนโดยการจำลองปัญหา (Simulation)

เป็นวิธีการสอนโดยคอมพิวเตอร์สร้างสถานการณ์จำลอง เพื่อให้ผู้ศึกษาได้เผชิญปัญหาต่างๆ และให้ผู้ศึกษามีโอกาสทดลองแก้ปัญหาคล้ายกับการปฏิบัติการจริง เครื่องคอมพิวเตอร์จะรายงานผลการทดลองออกมา ทำให้ประหยัดเวลา และค่าใช้จ่าย

◆ **การจำลองปัญหาแบบตายตัว (Static simulation)**

เป็นการจำลองปัญหาที่ตายตัว เช่น การสอนการเดินเรือ ในส่วนขนาดเรือผู้ศึกษา จะไม่สามารถแก้ไขอะไรได้ ผู้ศึกษาจะมีหน้าที่ป้อนทิศทาง ความเร็ว แล้วดูผลลัพธ์ ซึ่งคอมพิวเตอร์จะประมวลผลจากค่าต่างๆ ที่ผู้ศึกษาป้อนเข้าไป

◆ **การจำลองปัญหาแบบไม่ตายตัว (Dynamic simulation)**

เป็นการจำลองปัญหาโดยผู้ศึกษามีส่วนร่วมในการออกแบบการทดลอง มีการสร้างความสัมพันธ์ใหม่ๆ ระหว่างตัวแปร เช่น การสอนการเดินเรือที่กล่าวมา ถ้าเป็นแบบไม่ตายตัวผู้ศึกษาสามารถออกแบบเรือได้ ซึ่งผลการออกแบบจะมีผลต่อการบังคับเรือ

2.2.3 ข้อเปรียบเทียบทางคอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอน

1. ข้อได้เปรียบของคอมพิวเตอร์เมื่อเปรียบเทียบกับเครื่องคิดเลขคือ คอมพิวเตอร์มีหน่วยความจำ ซึ่งสามารถจำได้ และสามารถเรียกกลับมาใช้ได้อีก และคิดอย่างมีเหตุผลได้ดีกว่าเครื่องคิดเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. คอมพิวเตอร์มีลักษณะเด่นที่ช่วยให้ระบบการศึกษามีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะการนำมาใช้ช่วยสอน ซึ่งเป็นการเรียนการสอนรายบุคคล ผู้เรียนมีโอกาสทราบคำตอบที่ต้องก่อนที่จะลงมือทำกิจกรรมในลำดับถัดไป และเมื่อทำผิดก็สามารถแก้ไขได้ทันที
3. บทเรียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ มีจุดเด่นอีกประการคือ ผู้เรียนสามารถเลือกบทเรียนได้อย่างรวดเร็วคือ สามารถเลือกบทก่อนหน้านี้นี้ หรือถัดไปได้ง่าย
4. พัฒนาการของ CAI เป็นที่ยอมรับมากในวงการศึกษาระดับมหาวิทยาลัย
5. ผู้เรียนที่ค่อนข้างช้า จะมีผลสัมฤทธิ์สูงขึ้น
6. ไม่ว่า CAI จะมีลักษณะใด ความแตกต่างด้านผลสัมฤทธิ์จะมีไม่มากไม่ว่าจะอยู่ในระดับชั้นใด

สำหรับผู้ศึกษาโปรแกรมช่วยสอน สรุปได้ว่า

1. การโต้ตอบกับคอมพิวเตอร์ทำให้ผู้ศึกษามีความพอใจมาก
2. นอกจากนั้นผู้ศึกษาสามารถควบคุมการเรียนของตัวเองได้
3. ผู้ศึกษาได้ใช้ความถนัดของตัวเองให้มากที่สุด

เราสามารถกำหนดวิธีการสอนให้ตรงกับความต้องการของผู้ศึกษาได้ เพราะคำตอบที่เรียกใช้อาจเป็นแนวให้กำหนดบทเรียนให้ไปช้า เร็ว หรือมีความแตกต่างอย่างไรก็ได้

ในการเรียนด้วย CAI ผู้ศึกษาจะต้องมีสมาธิกับคอมพิวเตอร์ และการนำคำตอบที่ได้มาวิจัยจะเป็นประโยชน์ในการพัฒนาแก้ไขต่อไป

2.3 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Adobe Photoshop

เป็นโปรแกรมที่มีความสามารถทางด้านตกแต่งภาพที่ได้รับความนิยมมาก เนื่องจากมีความสามารถหลากหลาย ผลิตโดยบริษัท Adobe System Incorporated ประเทศสหรัฐอเมริกา

โปรแกรม Photoshop มีความสามารถในการช่วยวาดและตกแต่งภาพที่มีความสามารถมาก แต่ก็ไม่สามารถวาดภาพได้อัตโนมัติ เป็นเพียงเครื่องมือที่ช่วยตกแต่งภาพเท่านั้นต้องนำความสามารถของโปรแกรมมาประยุกต์ใช้สร้างและตกแต่งด้วยฝีมือของตนเอง ดังนั้นความสามารถทางศิลปะและความชำนาญในการใช้เครื่องมือต่างๆ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง ในการใช้งาน Photoshop สามารถเลือกได้ว่าจะสร้างภาพขึ้นมาใหม่ด้วยตนเอง หรือสแกนภาพถ่ายเข้ามา ต้องอาศัยอุปกรณ์ที่เรียกว่า สแกนเนอร์ (Scanner)

2.4 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับโปรแกรม Macromedia Flash

สร้างภาพเคลื่อนไหว มีความสามารถในรูปแบบของภาพ

กราฟฟิกและเสียง และมีการโต้ตอบกับผู้ใช้งานได้ดี ผนวกกับมีขนาดไฟล์ที่เล็ก สะดวกรวดเร็ว เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการใช้งาน Flash ถูกนำมาเสนอในหลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นงานด้านเว็บไซต์ และอินเทอร์เน็ต หรืองานด้านการนำเสนอ (presentation) ข้อมูลในรูปแบบสไลด์โชว์, เกม

2.4.1 ความเป็นมาของ Macromedia Flash

Flash เป็น โปรแกรมที่พัฒนาโดยบริษัท Macromedia

- ต้นปี 1995 บริษัท Macromedia ได้ผลิต Plug-in ของโปรแกรม Director ขึ้นชื่อ Shockwave for Director ซึ่งได้รับความนิยม แต่มีปัญหาเรื่องขนาดที่ใหญ่ จึงไม่เหมาะกับการนำไปทำเว็บไซต์เพราะต้องใช้เวลาโหลดนาน
- ปลายปี 1995 บริษัท Futurewave ได้ผลิต Plug-in ของเบราว์เซอร์ชื่อ Future Splash ซึ่งสนับสนุนการแสดง Animation บนเว็บไซต์ ได้แก่ ป้ายโฆษณา (Banner) หรือไฟล์ภาพเคลื่อนไหวพวก GIF ไฟล์ แต่ก็ยังมีปัญหาคือไม่ค่อยสนับสนุนกับเวอร์ชันเก่า
- ปี 1996 บริษัท Macromedia ได้ควบกิจการของ บริษัท Futurewave และได้นำจุดเด่นของ Future Splash มาพัฒนาเสริมจุดด้อยของ Shockwave for Director และในปีเดียวกันนั่นเอง บริษัท Macromedia ได้พัฒนา โปรแกรม Future Splash ขึ้นและได้เปลี่ยนชื่อเป็น Macromedia Flash เวอร์ชัน 2 และได้ผลิต Plug-in ของเบราว์เซอร์ด้วยชื่อ Shockwave Flash ซึ่งได้รับความนิยมอย่างสูง
- ปี 1998 Shockwave Flash ได้กลายเป็น Plug-in มาตรฐานของเบราว์เซอร์ โดยมีผู้ใช้งานจำนวนมาก
- ปี 1999 บริษัท Macromedia ได้ผลิต Macromedia Flash เวอร์ชัน 4 ซึ่งได้รับความนิยมอย่างสูง
- ปี 2000 บริษัท Macromedia ได้ผลิต Macromedia Flash เวอร์ชัน 5 ซึ่งได้เพิ่มความสามารถจากเวอร์ชัน 4 ทำให้ Flash เป็นโปรแกรมที่เต็มประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2.4.2 โครงสร้างการทำงานของ Flash

มีโครงสร้างการทำงานแบ่งออกเป็น 3 ส่วนใหญ่ๆ ดังนี้

1. สร้างภาพกราฟิก โดยเป็นการสร้างภาพกราฟิกแบบ Vector
2. สร้างงาน Animation สร้างภาพเคลื่อนไหวให้กับงาน โดยสามารถใส่เสียงให้งานน่าสนใจยิ่งขึ้น
3. สร้างงาน Interactive สร้างงานให้โต้ตอบกับผู้ใช้ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับภาษา JAVA Script

ภาษาจาวาสคริปต์เป็นภาษาที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมบนระบบอินเทอร์เน็ต ที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างสูง สามารถทำงานร่วมกับภาษา HTML (HyperText Transfer Protocol) ความสามารถที่เพิ่มเข้าไปในเว็บเพจเพื่อใช้ประโยชน์ในทางต่างๆ ทั้งการคำนวณ การแสดงผล การรับส่งข้อมูล และที่สำคัญสามารถโต้ตอบกับผู้ใช้ได้อย่างทันที

จาวาสคริปต์ถือกำเนิดมาจากบริษัท เน็ตสเคป คอมมิวนิเคชันส์ (Netscape Communication Corporation) ถูกเปิดตัวครั้งแรกในชื่อ LiveScript พร้อมกับโปรแกรม Netscape Navigator 2.0 เพื่อใช้สร้างเว็บเพจที่สามารถแลกเปลี่ยนข้อมูลกับเซิร์ฟเวอร์แบบ LiveWire ได้ หลังจากที่บริษัท ซัน ไมโครซิสเต็มส์ ได้นำภาษาจาวาสคริปต์ที่สอดคล้องกับเน็ตสเคปจึงได้ร่วมมือกันปรับปรุงเบราว์เซอร์ของเน็ตสเคปให้สามารถใช้งานภาษาจาวาสคริปต์ได้ และได้นำ LiveScript มาแก้ไขปรับปรุงใหม่ จากนั้นได้เปลี่ยนชื่อเป็น JavaScript เมื่อปี พ.ศ. 2538

2.5.1 การใช้งาน JavaScript ร่วมกับ HTML

การเขียน JavaScript สามารถเขียนอยู่ในไฟล์เดียวกันกับ HTML ได้ ซึ่งแตกต่างจากการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาจาวาที่ต้องเขียนแยกออกเป็นไฟล์ต่างหากไม่สามารถเขียนรวมกันกับไฟล์ HTML ได้ แต่มีลักษณะของการเขียนใกล้เคียงกัน ต่างกันตรงที่ JavaScript ไม่จำเป็นต้องกำหนดค่าตัวแปรและเขียน object ไว้บนเว็บเพจได้เลย

วิธีการเขียน JavaScript เพื่อสั่งให้เว็บเพจทำงานมีอยู่ 2 วิธี ดังนี้

1. เขียนด้วยชุดคำสั่งและฟังก์ชันของ JavaScript เอง
2. เขียนตามเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ตามการใช้งานจากชุดคำสั่งของ HTML

2.5.2 ความสามารถอื่นๆ ของ JavaScript

แม้ว่า JavaScript จะถูกสร้างขึ้นมาสำหรับงานตกแต่งเว็บเพจโดยเฉพาะก็ตาม แต่ตัว JavaScript เองมีขีดความสามารถเหนือกว่าที่จะเป็นเครื่องมือสำหรับตกแต่งเว็บเพจเท่านั้น กล่าวคือ ก่อนหน้าที่ JavaScript จะถือกำเนิดขึ้นมาการติดต่อสื่อสารระหว่างผู้ใช้กับเว็บเพจนั้นต้องติดต่อโดยผู้ส่งข้อมูลผ่านทางแบบฟอร์มที่มีการเขียนโปรแกรม CGI รองรับไว้ในเครื่องคอมพิวเตอร์เซิร์ฟเวอร์ เมื่อมีการส่งข้อมูลจากแบบฟอร์มมายังเครื่องเซิร์ฟเวอร์ โปรแกรม CGI จะประมวลผลข้อมูลทุกครั้ง และนำผลลัพธ์ที่ได้ส่งกลับคืนมายังเครื่องคอมพิวเตอร์ของผู้ใช้ในรูปแบบของเว็บเพจ HTML ใหม่ ในกรณีนี้จะเห็นได้ว่าการประมวลผลในลักษณะอย่างนี้เป็นลักษณะอย่างซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้ง CPU ที่เครื่องเซิร์ฟเวอร์จะทำงานมากเกินความจำเป็น ด้วยเหตุนี้จึงได้นำเอา JavaScript มาแก้ไขจุดบกพร่องดังกล่าวโดยให้คอมพิวเตอร์ของผู้ใช้ทำหน้าที่ประมวลผลข้อมูลเอง เป็นการลดภาระการทำงานของ CPU ที่เครื่องเซิร์ฟเวอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้เรายังสามารถเขียน JavaScript เป็นกลไกพื้นฐานเพื่อให้โปรแกรมตัดสินใจว่าเว็บเบราว์เซอร์ที่ผู้ใช้งานกำลังใช้งานอยู่เป็นของบริษัทใดควรเรียกโปรแกรมเสริมจำพวก Plug-In มาเพิ่มเติมหรือไม่ และสุดท้ายเรายังสามารถใช้ JavaScript สร้าง Dynamic HTML ได้ด้วย

JavaScript นั้นนอกจากจะทำงานในเว็บเพจได้อย่างมีประสิทธิภาพแล้วยังสามารถนำไปใช้ร่วมกับเทคโนโลยีอื่นๆ เช่น ActiveX, CGI, Plug-In, Java ฯลฯ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานให้มากยิ่งขึ้น

JavaScript ทำให้รูปแบบของการเขียนเว็บเพจเปลี่ยนไปคือ เปลี่ยนจากการพิมพ์เอกสารเป็นการเขียนโปรแกรมแทน และเปลี่ยนรูปแบบของเว็บไซต์จากที่มีสภาพแวดล้อมเป็นแบบ static HTML มาเป็นแบบ dynamic HTML ที่มีลูกเล่นต่างๆ มากมาย

2.5.3 JavaScript กับ Internet Explorer

ภาษาคอมพิวเตอร์ทั่วไปนั้นเมื่อได้รับความนิยมและมีการนำไปใช้กันอย่างแพร่หลาย ด้วยความนิยมนั้นมักทำให้รูปแบบของภาษาเกิดความผิดเพี้ยนไป เพราะบริษัทผู้ผลิตซอฟต์แวร์ต่างๆ มักจะดัดแปลงภาษาให้สามารถทำงานเข้ากับ engine ที่บริษัทนั้นผลิตขึ้นมา ภาษาที่เคยใช้งานได้อย่างมาตรฐานจึงเริ่มไม่ได้มาตรฐาน ปัญหานี้เกิดขึ้นกับภาษาคอมพิวเตอร์ที่นิยมใช้กันอยู่ไม่ว่าจะเป็น C/C++, Pascal, Basic ดังนั้นเพื่อเป็นการป้องกันภาษา Java ให้เป็นหนึ่ง บริษัทชนได้กำหนดมาตรฐานห้ามดัดแปลงภาษาของ Java โดยเด็ดขาด

และหลังจากที่ไมโครซอฟท์วางตลาด Internet explorer 3.0 (IE) การแข่งขันก็รุนแรงยิ่งขึ้น ทั้งนี้เพราะ IE เป็นโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ที่มีประสิทธิภาพมาก มีคุณสมบัติพิเศษต่างๆ เพิ่มมากขึ้น อาทิเช่น การสนับสนุนภาษา Java, ActiveX สนับสนุนการสร้างเฟรมแบบไม่แสดงเส้นกรอบ และลูกเล่นอื่นๆ ที่มากมาย รวมทั้งสิ่งหนึ่งที่ขาดไม่ได้คือการสนับสนุนภาษา JavaScript ใน IE 3.0 มีขีดความสามารถในการรองรับชุดคำสั่งของเพียง JavaScript 1.0 เท่านั้น ไม่สามารถใช้ JavaScript 1.1 หรือ 1.2 ได้ แต่ปัจจุบัน IE เวอร์ชันถัดมาได้มีการเพิ่มการสนับสนุนภาษา JavaScript ทุกเวอร์ชัน

2.6 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต

2.6.1 อินเทอร์เน็ตคืออะไร

เราสามารถสรุปความหมายของอินเทอร์เน็ตได้ดังต่อไปนี้

1. ระบบเครือข่ายที่มีขนาดใหญ่ที่สุดในปัจจุบัน
2. ระบบเครือข่ายที่ใช้โปรโตคอล TCP/IP ในการติดต่อสื่อสาร
3. เครื่องมือสื่อสารที่มีขอบเขตความสามารถสูง สามารถส่งข้อมูลได้หลายประเภท ทั้ง

ตัวอักษร ภาพ และเสียง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. กลุ่มของโฮสต์ทั่วโลกที่อาจจะอยู่ในสถานะแวดล้อมที่แตกต่างกัน เช่น ขนาดต่างกัน ความเร็วต่างกัน ประสิทธิภาพต่างกัน ต่างชนิดกัน รวมถึงต่ออยู่บนเครือข่ายท้องถิ่นที่ต่างระบบกัน แต่เชื่อมโยงกันและสามารถแลกเปลี่ยนข้อมูลซึ่งกันและกันได้

2.6.2 อินเทอร์เน็ตสำคัญอย่างไร

หลายประเทศทั่วโลกกำลังให้ความสนใจกับเทคโนโลยีสารสนเทศ (Information Technology) หรือเรียกโดยย่อว่า ไอที ซึ่งหมายถึงความรู้ในวิธีการประมวลผล จัดเก็บ รวบรวม เรียกใช้ และนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีทางอิเล็กทรอนิกส์

อินเทอร์เน็ตนับเป็นเครื่องมือสำคัญอย่างหนึ่งในการประยุกต์ใช้ไอที การที่เราจำเป็นต้องอาศัยข้อมูลข่าวสารในการทำงานประจำวัน อินเทอร์เน็ตจึงเป็นแหล่งข่าวที่ทันสมัยและช่วยให้รับรู้ข่าวสารที่เกิดขึ้นในมุมอื่นๆ ของโลกได้อย่างรวดเร็วกว่าสื่ออื่น ไม่ว่าจะเป็นหนังสือพิมพ์ วิทยุ หรือแม้แต่โทรทัศน์

2.6.3 ใครเป็นผู้ดูแลอินเทอร์เน็ต

การเชื่อมต่อเข้าเป็นอินเทอร์เน็ต อาศัยการบริหารแบบกระจายอำนาจ อินเทอร์เน็ตจึงไม่มีใครเป็นเจ้าของหรือควบคุมดูแลอย่างแท้จริง แต่ในทางปฏิบัติแล้ว มีองค์การระหว่างประเทศที่จัดตั้งขึ้นเพื่อประสานความร่วมมือระหว่างสมาชิก องค์การนี้ได้แก่ ISOC หรือสมาคมอินเทอร์เน็ต (Internet Society) ไอโซคเป็นองค์การเพื่อความร่วมมือและประสานงานของสมาชิก ทำหน้าที่พัฒนามาตรฐานและเทคโนโลยีเพื่อใช้ในอินเทอร์เน็ตทุกๆ ปี ไอโซคจะจัดประชุมอินเทอร์เน็ตที่เรียกว่า INET และออกวารสาร Internet Society News รายสามเดือนให้แก่สมาชิก

2.6.4 ชื่อต่างๆ ในอินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ตประกอบไปด้วยเครือข่ายย่อยๆ จำนวนมากต่อเชื่อมเข้าด้วยกันเป็นจำนวนมาก จนกลายเป็นเครือข่ายมหึมา เครือข่ายย่อยในอินเทอร์เน็ตมักเป็นเครือข่ายย่อยเฉพาะบริเวณ (Local Area Network) ที่อาจใช้เทคโนโลยีทางฮาร์ดแวร์แตกต่างกันไป แต่ซอฟต์แวร์ในเครือข่ายอาจจะทำงานภายใต้หลักสากล ทำให้ทุกเครือข่ายสามารถแลกเปลี่ยนและส่งผ่านข้อมูลระหว่างกันได้

2.6.5 ชื่อเครื่อง

ภายในอินเทอร์เน็ตมีวิธีแยกแยะเครื่องแต่ละเครื่อง โดยการกำหนดชื่อเรียกคอมพิวเตอร์ทุกเครื่องที่ต่ออยู่ในอินเทอร์เน็ตจะต้องมีชื่อที่ไม่ซ้ำกัน ชื่อเครื่องหรือที่เรียกว่า ชื่อโฮสต์ (host name) มีวิธีเขียนเป็นมาตรฐาน เช่น chaokhun.ac.th เป็นเครื่อง chaokhun ที่สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ชื่อจะแบ่งออกเป็นส่วนๆ โดยมีเครื่องหมายจุดเป็นตัวแบ่ง

2.6.6 ที่อยู่ทางอิเล็กทรอนิกส์

หากนำชื่อเครื่องมาประกอบกับรหัสประจำตัวของผู้ใช้ ซึ่งเรียกว่า account name ก็จะกลายเป็นที่อยู่ประจำตัวของผู้ใช้อินเทอร์เน็ต ซึ่งใช้สำหรับการรับส่งจดหมายอิเล็กทรอนิกส์ได้ เช่น s1051060@chaokhun.ac.th คือ ผู้ใช้ที่มีบัญชีชื่อ s1051060 บนเครื่อง chaokhun.ac.th ส่วนหลังของสัญลักษณ์ @ เรียกว่า โดเมน (Domain) ที่อยู่ทางอิเล็กทรอนิกส์มีรูปแบบดังนี้คือ

ชื่อบัญชีผู้ใช้@โดเมน

ที่อยู่ตามนี้เรียกว่า FQDN (Fully-Qualified Domain Name) ถือว่าอักษรตัวเล็กตัวใหญ่ไม่มีความสำคัญ

2.6.7 เลขที่อยู่ไอพี

ในการติดต่อสื่อสารที่เกิดขึ้นจริง คอมพิวเตอร์จำเป็นต้องใช้เลขที่อยู่ประจำเครื่องในรูปแบบของรหัสตัวเลข โสตต์ทุกเครื่องที่ต่อเชื่อมเข้ากับอินเทอร์เน็ตจึงต้องมีหมายเลขประจำตัวที่ไม่ซ้ำกับเครื่องอื่นใด เช่น โสตต์ chaokhun.ac.th มีหมายเลขประจำเครื่องคือ 161.246.10.21 เลขนี้เรียกว่า เลขที่อยู่ไอพี (IP Address) หรือเลขที่อยู่อินเทอร์เน็ต (Internet Address) เลขที่อยู่ไอพีประจำเครื่องคอมพิวเตอร์ในอินเทอร์เน็ตทุกเครื่องมีขนาด 32 บิต การเขียนเลขที่อยู่นิยมเขียนแยกออกเป็นส่วนๆ ละ 8 บิต แต่ละส่วนจึงมีค่าไม่เกิน 255 และเขียนเรียงต่อกันไปโดยใช้เครื่องหมายจุดคั่นระหว่างตัวเลข

2.7 การติดต่อสื่อสารกันบนระบบอินเทอร์เน็ต

2.7.1 เวิลด์-ไวด์-เว็บ (World-Wide-Web)

บริการต่างๆ ในระบบอินเทอร์เน็ตในปัจจุบันนี้มีบริการที่ทันสมัย และมีผู้ให้บริการมากกว่าบริการอื่นๆ บนอินเทอร์เน็ต คือ World-Wide-Web ด้วยเหตุที่ว่า บริการนี้เป็นบริการที่ใช้งานง่าย มีการติดต่อกับผู้ใช้แบบกราฟฟิค (Graphic User Interface) สามารถแสดงรูปภาพได้ ทั้งที่เป็นภาพนิ่ง ภาพเคลื่อนไหว และแม้กระทั่งเสียง หากเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้มีระบบมัลติมีเดีย

ในการทำงานของ World-Wide-Web นั้น ใช้การติดต่อที่โยงใยกันทั่วโลกถึงทุกเครื่องทั่วโลกที่อยู่บนเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ลักษณะการเชื่อมโยงกันนี้ ถูกเปรียบเทียบกับกรโยงใยของแมงมุม จึงใช้คำว่า Web ส่วนการเชื่อมโยงเป็นเครือข่ายขนาดใหญ่ ติดต่อกันไม่จำกัดระยะทาง ก็มีการกำหนดคำว่า World-Wide ขึ้นมานั่นเอง

ระบบเว็บนี้ จะมีการทำงานหลัก 2 ส่วน คือ ส่วนที่ให้บริการ หรือเว็บเซิร์ฟเวอร์ ได้แก่ เครื่องคอมพิวเตอร์ของศูนย์บริการที่เราสมัครเป็นสมาชิกอินเทอร์เน็ต และส่วนขอใช้บริการ คือ เครื่องที่เราใช้ติดต่อเข้าสู่ระบบอินเทอร์เน็ต ซึ่งทั้งสองส่วนจะติดต่อสื่อสารกันผ่านโปรโตคอล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

HTTP (HyperText Transfer Protocol) ดังนั้นเวลาเราป้อนชื่อเว็บไซต์ที่ต้องการเข้าไปดูข้อมูล จึงต้องมี HTTP นำหน้า

2.7.2 เว็บไซต์ (Web Site)

เรามักได้ยินคำพูดว่า เว็บไซต์ อยู่บ่อยๆ ซึ่งก็คือ ตำแหน่งที่อยู่ของผู้ที่มีเว็บเพจของตัวเองบนระบบอินเทอร์เน็ต ซึ่งได้จากการลงทะเบียนกับผู้ให้บริการเช่าพื้นที่บนระบบอินเทอร์เน็ต เมื่อได้ลงทะเบียนแล้วก็สามารถจัดทำเว็บเพจ และส่งให้ศูนย์บริการนำขึ้นไปไว้บนอินเทอร์เน็ตก็จะทำให้ผู้อื่นสามารถเข้ามาดูข้อมูลของเราได้ นอกจากนั้นยังมีบริการเสริมอีกหลายด้าน เช่น บริการรับฝากข้อความ เป็นต้น จะเห็นว่า การใช้งานผ่านอินเทอร์เน็ต มีประโยชน์และคุ้มค่ามาก

2.7.3 โฮมเพจ (Home Page)

เมื่อคุณต้องการจะไปที่ไหนในระบบอินเทอร์เน็ตก็แล้วแต่ คุณเพียงแต่พิมพ์ที่อยู่ที่ต้องการเข้าไป (กรณีที่มีการต่อเข้าระบบอินเทอร์เน็ตแล้ว และกำลังใช้โปรแกรมบราวเซอร์อยู่) แล้วรอสักพัก ก็จะได้เห็นสิ่งต่างๆ ปรากฏบนจอภาพ สิ่งที่เราเห็นหน้าแรกจะเรียกว่า โฮมเพจ ซึ่งเปรียบได้กับเอกสารหน้าแรกที่ใช้ในอินเทอร์เน็ตทุกคนจะเห็นเมื่อเข้าไปยังเว็บไซต์ต่างๆ

2.7.4 เว็บเพจ (Web Page)

ในการเข้าไปยังเว็บไซต์ต่างๆ บนอินเทอร์เน็ตนั้น เราจะได้เป็นโฮมเพจของแต่ละไซต์ ซึ่งโฮมเพจของแต่ละแห่งนั้น จะมีการสร้างจุดเชื่อมโยง หรือที่เรียกว่า link ไปยังที่ต่างๆ ได้ ไม่ว่าจะเป็นหน้าอื่นๆ ของไซต์นั้น สำหรับเอกสารหน้าใดๆ ในเว็บไซต์แต่ละแห่งนั้น จะถูกเรียกว่า เว็บเพจ มักถูกใช้ในการกล่าวถึง (page) หน้าต่างๆ โดยรวมของเว็บไซต์ใดๆ ที่สามารถเข้าไปในแต่ละหน้านั้นได้ โดยการลิงค์จากหน้าอื่นในไซต์เดียวกัน

การออกแบบเว็บเพจที่ดีนั้น ไม่ควรมีเว็บเพจมากเกินไป เนื่องจากจะทำให้ผู้ที่เข้าชมสับสนในการไปมาระหว่างหน้ากันได้ จำนวนหน้าที่มีไม่ควรเกิน 10 หน้า หรือหากมากกว่านั้นควรมีการวางโครงสร้างทั้งหมดเพื่อความสะดวกในการปรับปรุงข้อมูลได้อย่างทั่วถึง

บทที่ 3

หน้าจอของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์

3.1 คุณลักษณะของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์

- 3.1.1 สามารถแสดงรูปที่มีสีทันสมัยงามบนอินเทอร์เน็ต
- 3.1.2 บทเรียนที่แสดงจัดเรียงและแบ่งเป็นบทเกี่ยวกับเนื้อหาเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
- 3.1.3 มีนิยามและทฤษฎี รวมทั้งตัวอย่าง คำถาม-คำตอบในแต่ละบท
- 3.1.4 ง่ายและสะดวกต่อการใช้งาน

3.2 การกำหนดเนื้อหา

เนื้อหาทั้งหมดได้มีการจัดเรียงลำดับดังนี้

- 3.2.1 ระยะทาง, เซตเปิด, ส่วนโค้ง และพื้นผิว
- 3.2.2 Smooth Manifolds และ Scalar Fields
- 3.2.3 Vector Fields
- 3.2.4 Tensor Fields

3.3 โปรแกรมประยุกต์และภาษาที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม

- 3.3.1 Macromedia Dreamweaver version 4.0 เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้สร้างเว็บเพจ โดยจะใช้ในการแสดงเนื้อหา และมีความสามารถในการเชื่อมโยงในแต่ละบท
- 3.3.2 Adobe Photoshop version 6.0 และ ACDSee version 4.0 เป็นโปรแกรมจัดการด้านภาพที่มีความสามารถทางด้านกราฟิกสูง เพื่อเพิ่มความสวยงามกับรูปภาพที่ใช้ในเว็บเพจ
- 3.3.3 Macromedia Flash version 5.0 และภาษา Java Script ใช้สร้างภาพและตัวอักษรเคลื่อนไหว เพื่อเพิ่มความน่าสนใจให้กับเว็บเพจ

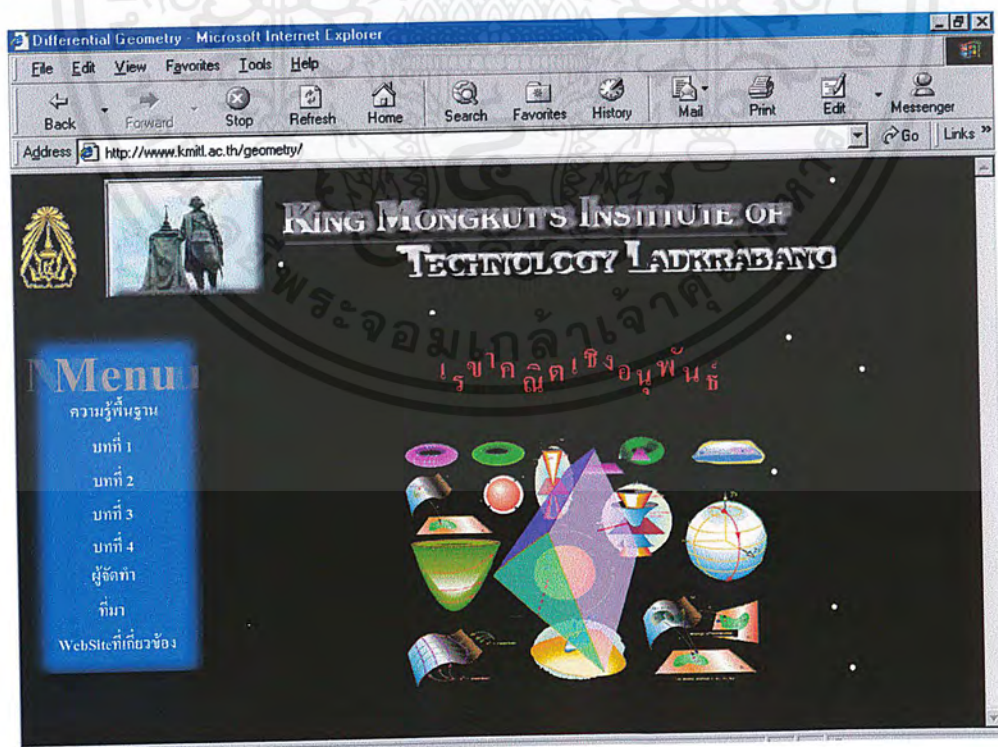
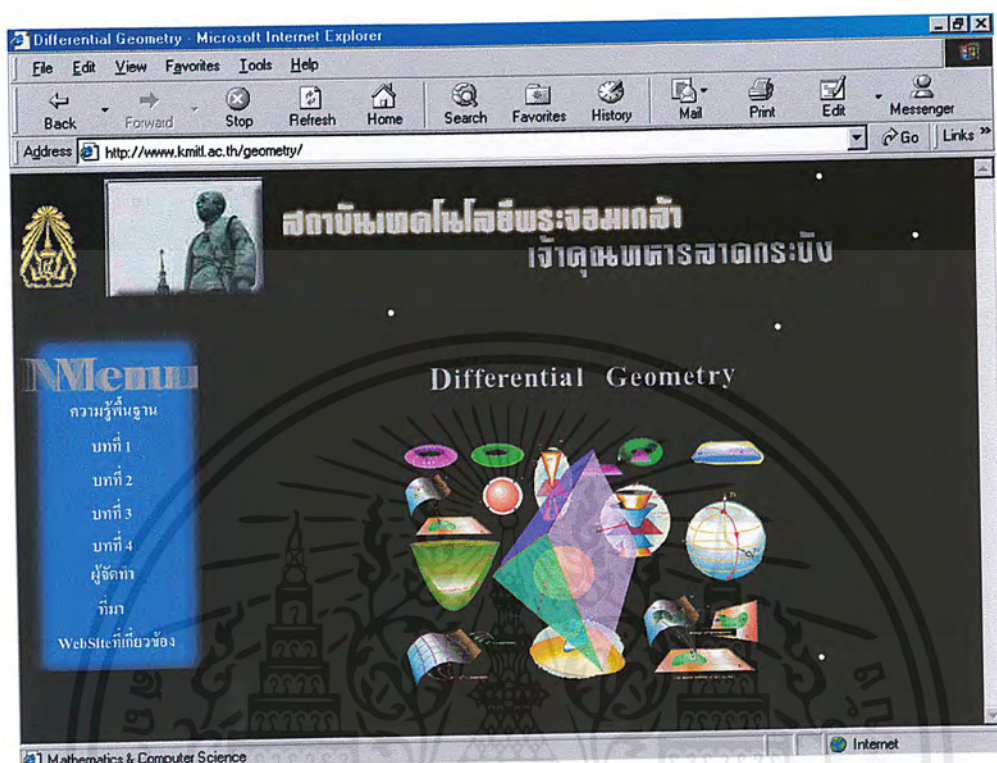
3.4 อุปกรณ์ที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม

- 3.4.1 Computer Pentium II 400 MHz
- 3.4.2 RAM 128 MB
- 3.4.3 Harddisk 4.2 GB
- 3.4.4 Microsoft Windows 98SE
- 3.4.5 จอภาพ Super VGA ตั้งความละเอียดไว้ที่ 800 x 600 pixel
- 3.4.6 CD-ROM 40x ขึ้นไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.7 Modem 56k และเชื่อมต่ออินเทอร์เน็ต

3.4.8 แผ่น Diskette 3.5 นิ้ว และแผ่น CD-ROM

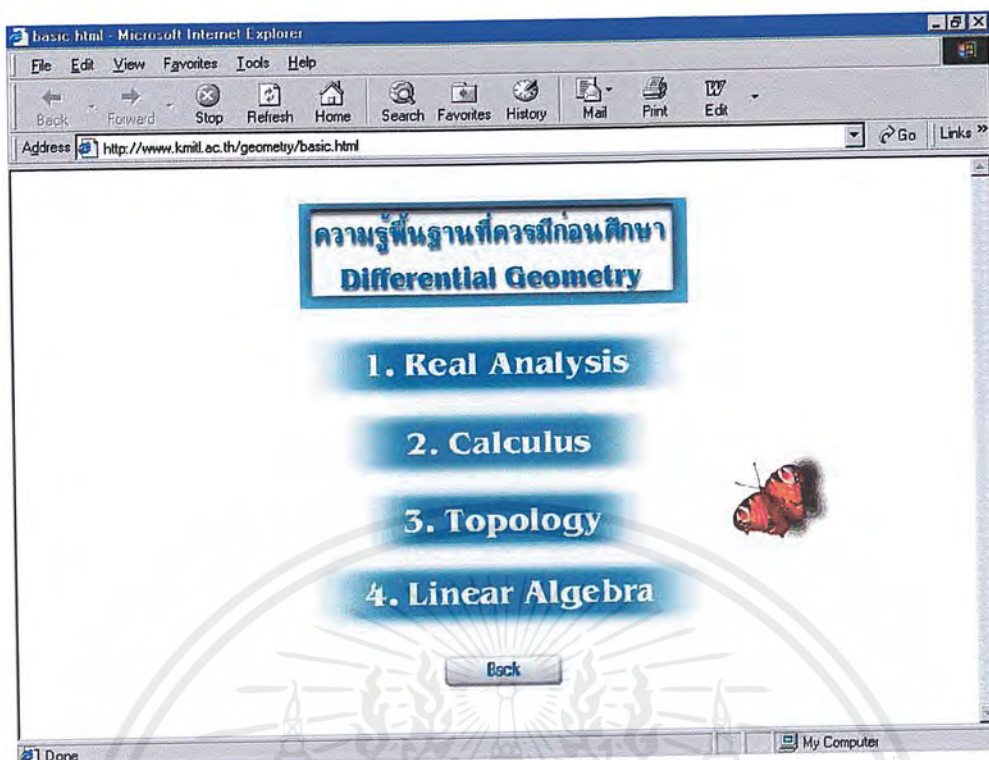


รูปที่ 3.1-3.2 แสดงหน้าจอหลักของโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประกอบด้วยเมนูต่างๆ ให้เลือก ได้แก่

1. ความรู้พื้นฐาน เป็นหน้าที่แสดงความรู้พื้นฐานที่ควรมีก่อนศึกษาเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
2. เนื้อหาบทที่ 1 เป็นหน้าที่แสดงเนื้อหาเรื่องระยะทาง, เซตเปิด, ส่วนโค้ง และพื้นผิว
3. เนื้อหาบทที่ 2 เป็นหน้าที่แสดงเนื้อหาเรื่อง Smooth Manifolds และ Scalar Fields
4. เนื้อหาบทที่ 3 เป็นหน้าที่แสดงเนื้อหาเรื่อง Vector Fields
5. เนื้อหาบทที่ 4 เป็นหน้าที่แสดงเนื้อหาเรื่อง Tensor Fields
6. เว็บไซต์ที่เกี่ยวข้อง เป็นหน้าที่แสดงรายชื่อเว็บไซต์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
7. แหล่งที่มาของข้อมูล เป็นหน้าที่แสดงถึงรายชื่อที่มาของเนื้อหาที่ใช้ในการทำโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
8. ผู้จัดทำ เป็นหน้าที่แสดงรายชื่อผู้จัดทำ และอาจารย์ที่ปรึกษา รวมถึงบุคคลที่มีความเกี่ยวข้องในการสนับสนุนการทำโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์

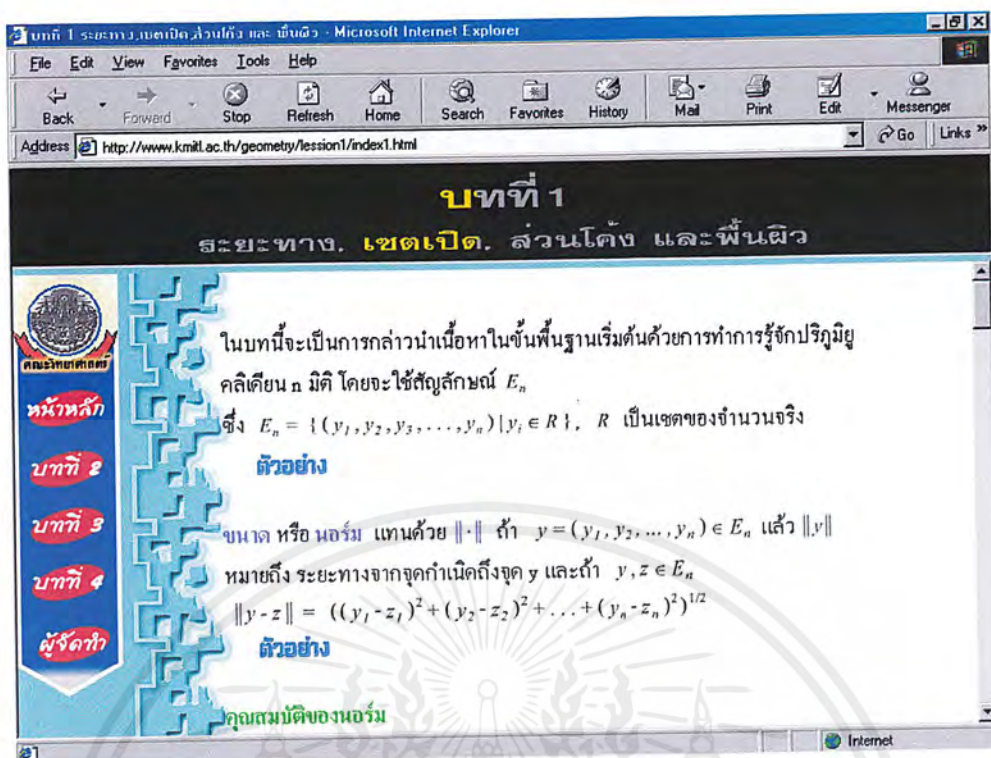


รูปที่ 3.3 แสดงหน้าความรู้พื้นฐาน

ความรู้พื้นฐานที่ควรมีก่อนศึกษาเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ได้แก่

1. Real Analysis
2. Calculus
3. Topology
4. Linear Algebra

และในหน้าที่จะมีปุ่ม (Back) ให้กดเพื่อกลับไปยังหน้าจอหลัก

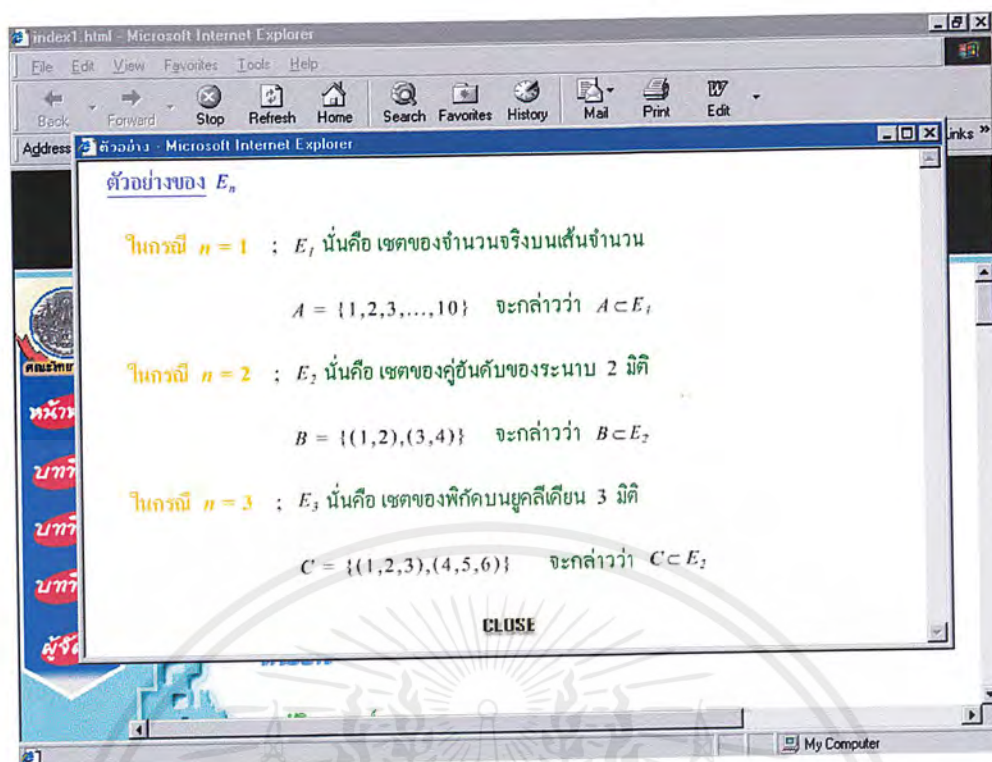


รูปที่ 3.4 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 1

ประกอบด้วย

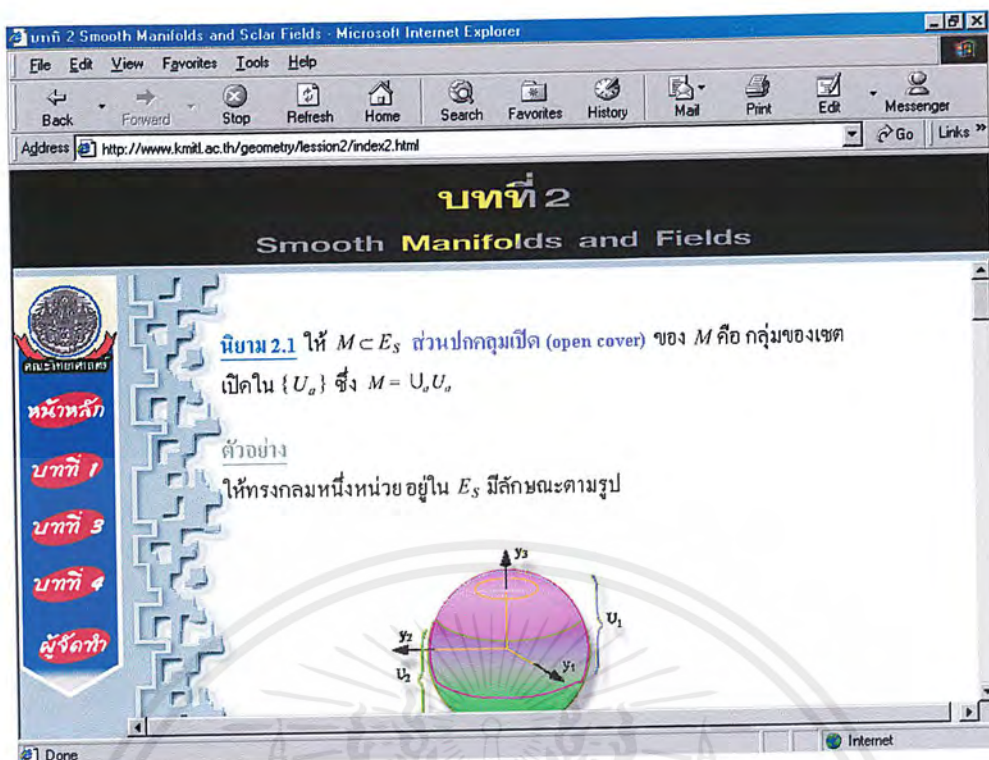
1. ชื่อของบทคือ บทที่ 1 ระยะทาง, เซตเปิด, ส่วนโค้ง และพื้นผิว
2. ส่วนที่ให้เลือกเพื่อไปยังหน้าจอหลัก, หน้าของเนื้อหาบทที่ 2, หน้าของเนื้อหาบทที่ 3 หน้าของเนื้อหาบทที่ 4 และหน้าผู้จัดทำ
3. เนื้อหาบทที่ 1 ของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ซึ่งจะประกอบด้วย เนื้อหา, นิยาม, ทฤษฎี, ตัวอย่าง, ภาพประกอบ และคำถาม-คำตอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5 แสดงส่วนของตัวอย่าง

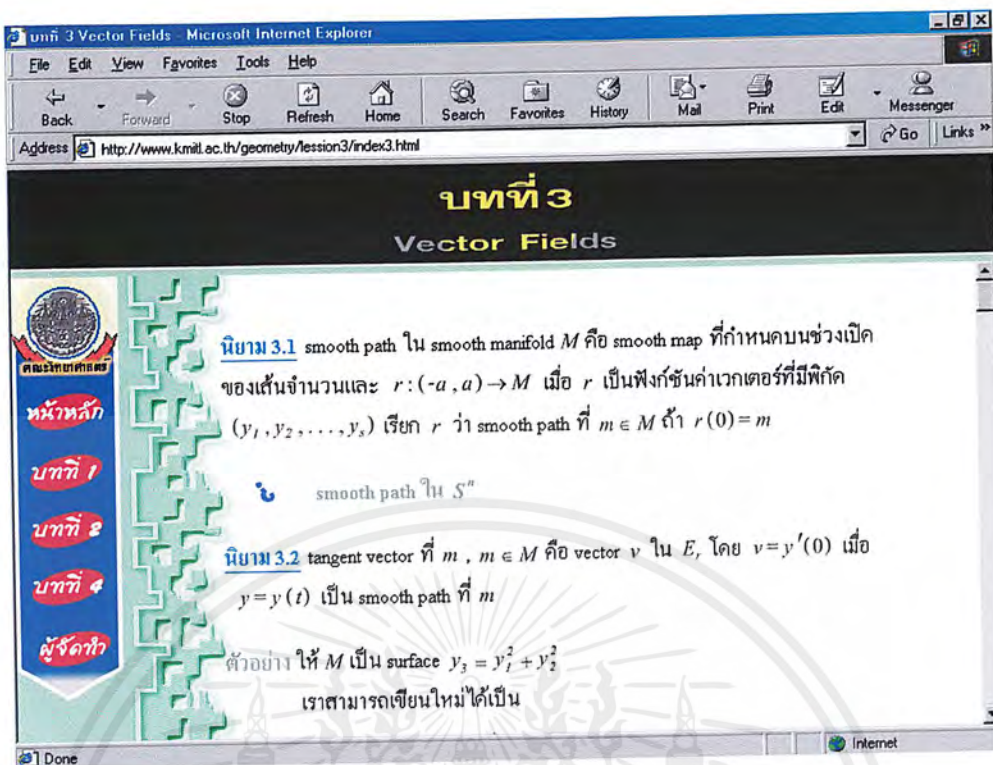
เมื่อกล่าวว่า “ตัวอย่าง” หรือ “ภาพประกอบ” หรือ “คำตอบ” ในหน้าส่วนของเนื้อหาจะปรากฏตัวอย่าง หรือภาพประกอบ หรือคำตอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา หรือคำถามนั้นๆ



รูปที่ 3.6 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 2

ประกอบด้วย

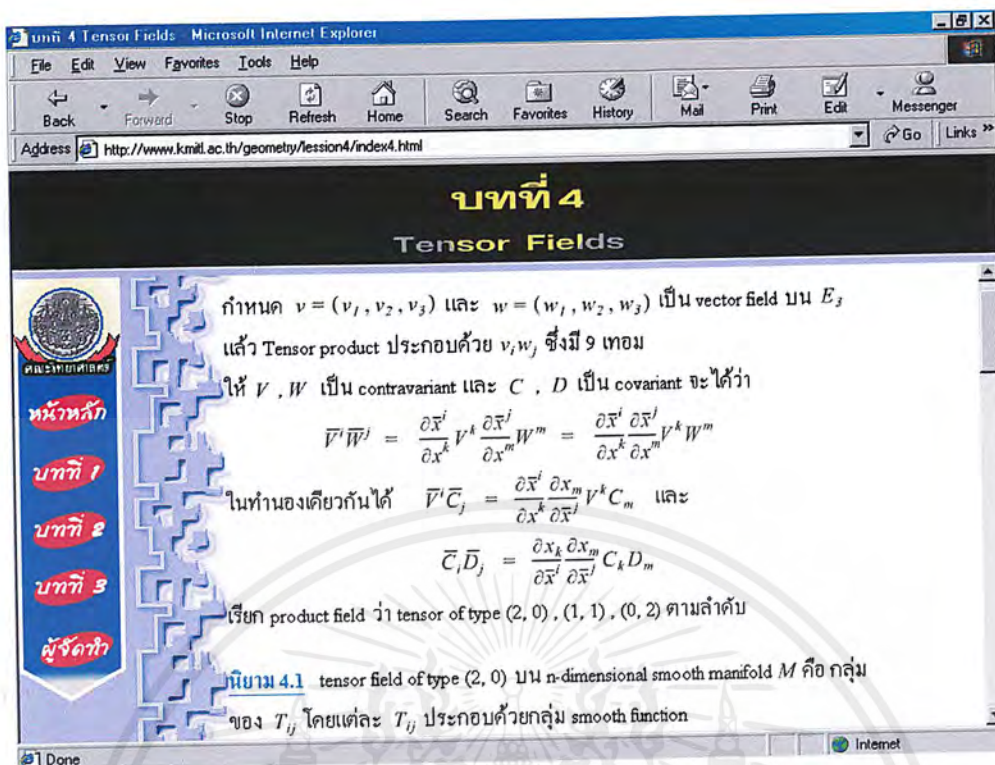
1. ชื่อของบทคือ บทที่ 2 Smooth Manifolds และ Fields
2. ส่วนที่ให้เลือกเพื่อไปยังหน้าจอหลัก, หน้าของเนื้อหาบทที่ 1, หน้าของเนื้อหาบทที่ 3 หน้าของเนื้อหาบทที่ 4 และหน้าผู้จัดทำ
3. เนื้อหาบทที่ 1 ของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ซึ่งจะประกอบด้วย เนื้อหา, นิยาม, ทฤษฎี, ตัวอย่าง, ภาพประกอบ และคำถาม-คำตอบ



รูปที่ 3.7 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 3

ส่วนของหน้านี้ประกอบด้วย

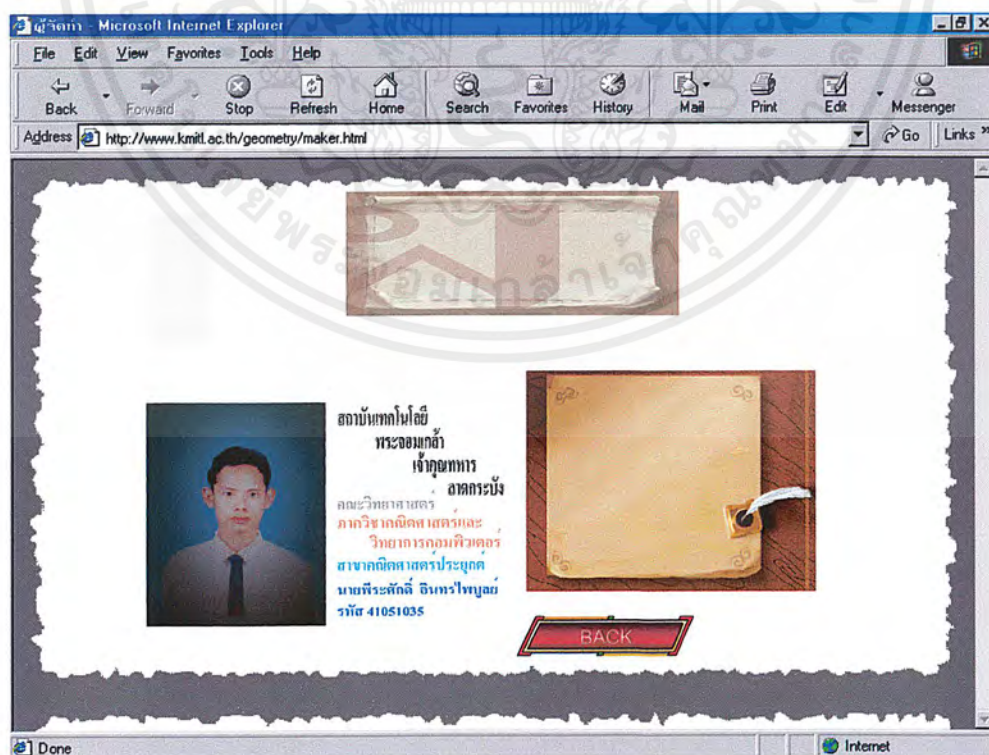
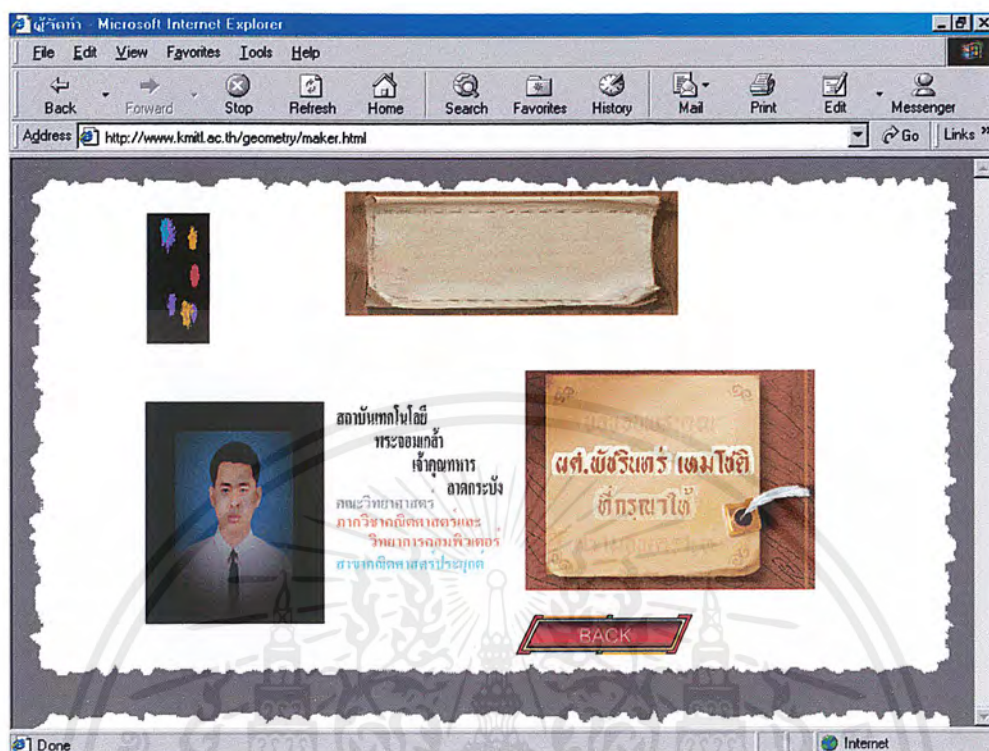
1. ชื่อของบทคือ บทที่ 3 Vector Fields
2. ส่วนที่ให้เลือกเพื่อไปยังหน้าจอหลัก, หน้าของเนื้อหาบทที่ 1, หน้าของเนื้อหาบทที่ 2 หน้าของเนื้อหาบทที่ 4 และหน้าผู้จัดทำ
3. เนื้อหาบทที่ 3 ของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ซึ่งจะประกอบด้วย เนื้อหา, นิยาม, ทฤษฎี, ตัวอย่าง, ภาพประกอบ และคำถาม-คำตอบ



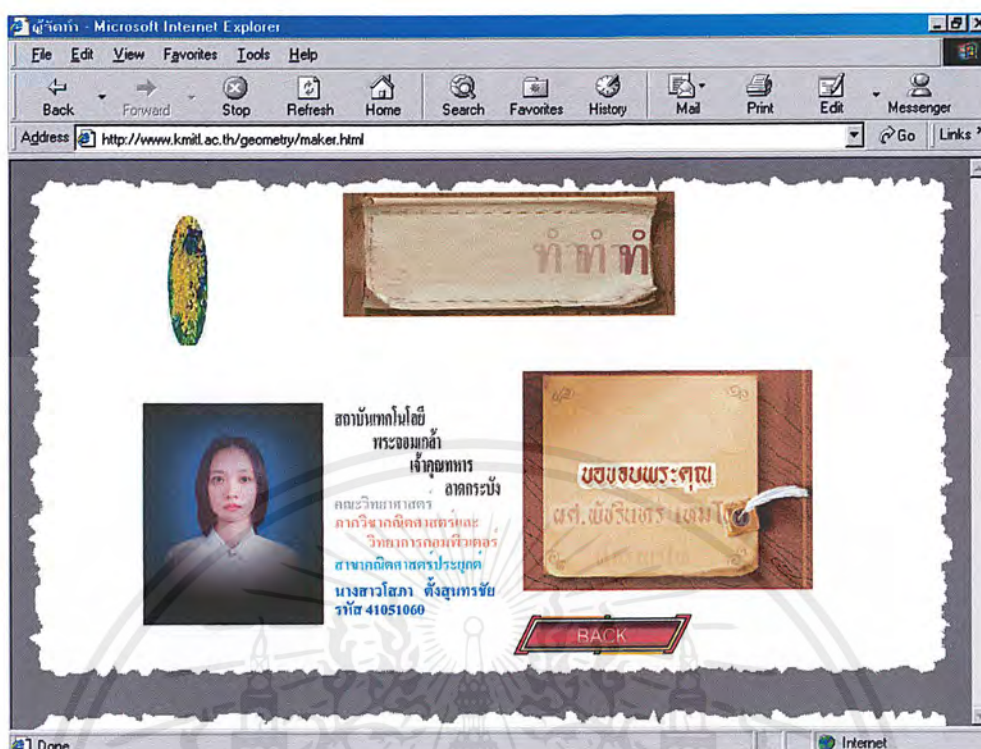
รูปที่ 3.8 แสดงส่วนของเนื้อหาบทที่ 4

ส่วนของหน้านี้ประกอบด้วย

1. ชื่อของบทคือ บทที่ 2 Tensor Fields
2. ส่วนที่ให้เลือกเพื่อไปยังหน้าจอหลัก, หน้าของเนื้อหาบทที่ 1, หน้าของเนื้อหาบทที่ 2 หน้าของเนื้อหาบทที่ 3 และหน้าผู้จัดทำ
3. เนื้อหาบทที่ 4 ของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ซึ่งจะประกอบด้วย เนื้อหา, นิยาม, ทฤษฎี, ตัวอย่าง, ภาพประกอบ และคำถาม-คำตอบ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



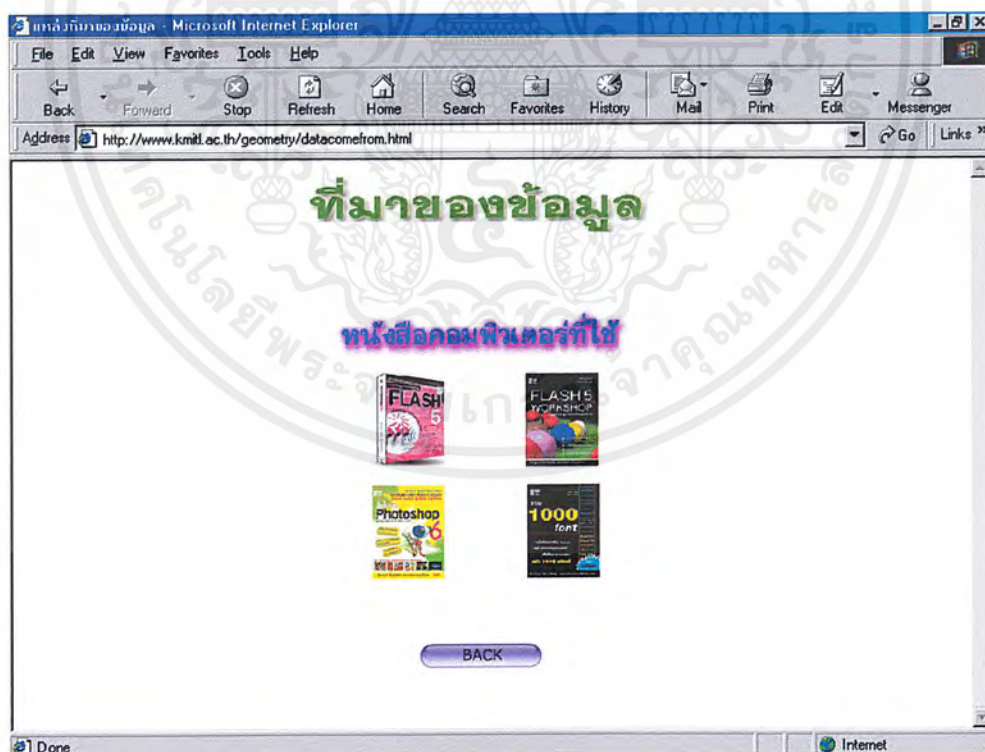
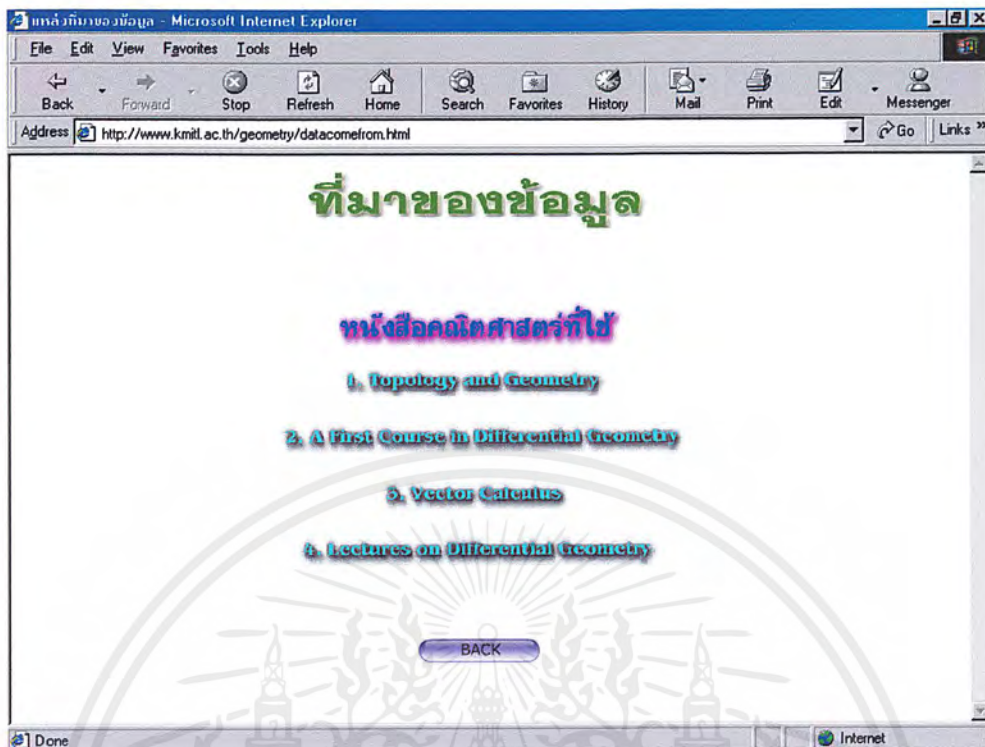
รูปที่ 3.9-3.11 แสดงหน้าของผู้จัดทำ

เป็นหน้าที่ใช้สำหรับแนะนำผู้จัดทำ ซึ่งประกอบด้วย

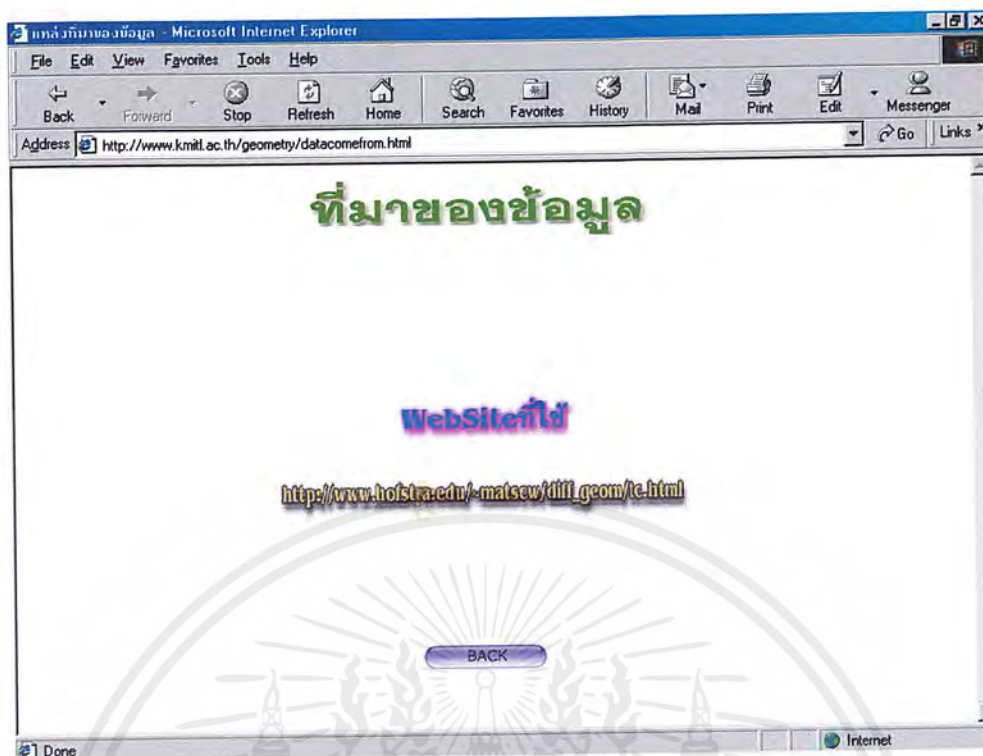
1. ชื่อของหน้านี้คือ ผู้จัดทำ โดยจะเป็นภาพเคลื่อนไหว
2. รายละเอียดเกี่ยวกับผู้จัดทำ คือ รูปถ่าย, ชื่อ-นามสกุล, รหัสประจำตัวนักศึกษา, คณะ, ภาควิชา, สาขาวิชา และสถานศึกษา
3. ส่วนขอบคุณอาจารย์ที่ปรึกษา

และในหน้าที่จะมีปุ่ม (Back) ให้กดเพื่อกลับไปยังหน้าจอหลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

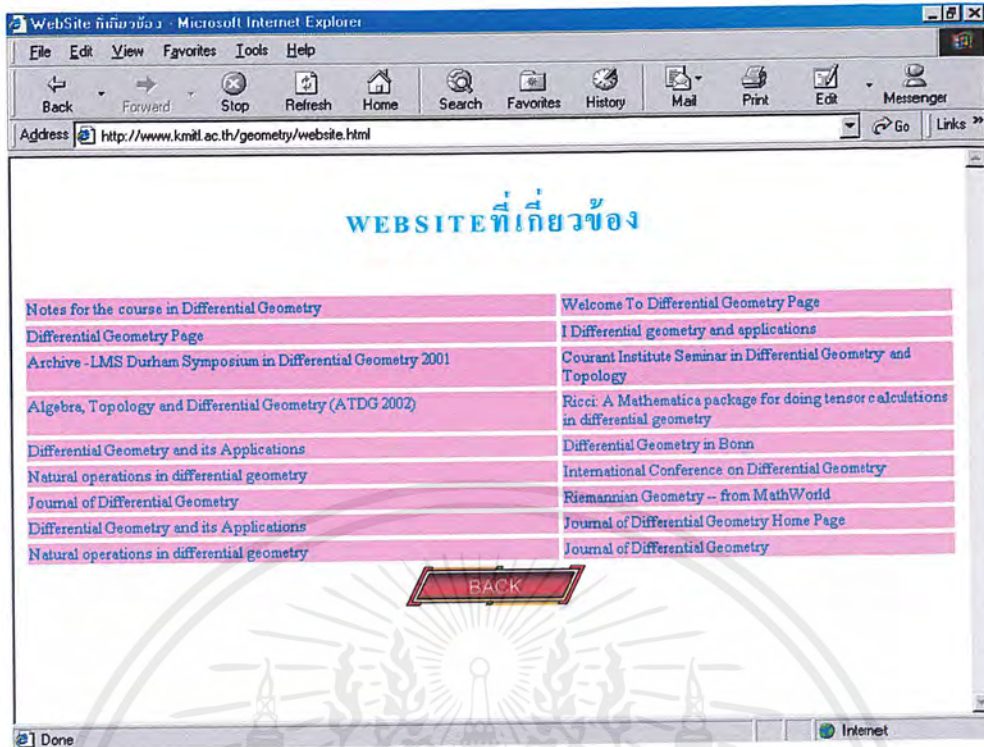


รูปที่ 3.12-3.14 แสดงหน้าที่มาของข้อมูล

ประกอบด้วย

1. รายชื่อหนังสือคณิตศาสตร์ ที่นำมาประกอบการสร้างโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
 2. รายชื่อหนังสือคอมพิวเตอร์ ที่นำมาประกอบการสร้างโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
 3. รายชื่อเว็บไซต์ที่นำมาประกอบการสร้างโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
- และในหน้าที่จะมีปุ่ม (Back) ให้กดเพื่อกลับไปยังหน้าจอหลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.15 แสดงหน้าเว็บไซต์ที่เกี่ยวข้อง

หน้าเว็บไซต์ที่เกี่ยวข้องจะแสดงรายชื่อเว็บไซต์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ เพื่อให้ผู้ที่สนใจได้ค้นหาข้อมูลเพิ่มเติม และมีปุ่ม (Back) ให้กดเพื่อกลับไปยังหน้าจอหลัก

บทที่ 4

การดำเนินการพัฒนาโปรแกรม

4.1 ขั้นตอนการพัฒนาโปรแกรม

1. ศึกษาภาษาที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ ได้แก่ Java Script และ HTML
2. ศึกษาการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Macromedia Flash 5.0, Adobe PhotoShop 6.0 และ Macromedia Dreamweaver 4.0
3. สร้างโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
4. ขั้พื้นที่เก็บเว็บเพจโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์
5. ทดสอบการใช้งาน และแก้ไขข้อบกพร่อง
6. จัดพิมพ์คู่มือและการใช้โปรแกรม

4.1.1 ภาษา HTML

HTML (HyperText Markup Language) เป็นรูปแบบหนึ่งของภาษา SGML (Standard Generalized Markup Language) นิยมใช้กันทั่วไปบนอินเทอร์เน็ต เหมือนเราใช้โปรแกรมระบบปฏิบัติการ DOS ซึ่งถูกตัดแยกออกมาจากโปรแกรมระบบปฏิบัติการ UNIX เช่นเดียวกับ HTML ซึ่งเป็นภาษาหลักสำหรับการสร้างเว็บเพจ เพิ่มเอกสาร HTML ที่สร้างขึ้นจะนำไปแสดงผลได้ด้วยโปรแกรม Web browser เช่น โปรแกรม Internet Explorer และ Netscape Navigator

HTML เป็นภาษาที่ง่ายต่อการเรียนรู้และการเขียน ซึ่งจัดว่าง่ายกว่าภาษาคอมพิวเตอร์ที่เคยมีมา แต่ก่อให้เกิดคุณประโยชน์ขึ้นมากมายจนทำให้เราลืมไปว่าเป็นเพียงส่วนหนึ่งของภาษาใหญ่ที่มีขีดความสามารถสูงกว่านี้

ปัจจุบันภาษา HTML ได้ถูกกำหนดมาตรฐานให้สูงขึ้น มีขีดความสามารถสูงขึ้น มีองค์ประกอบในการสร้างฐานข้อมูลที่ดีขึ้น

4.1.2 HTML ทำงานอย่างไร

การใช้บริการอินเทอร์เน็ตไม่ว่าจะเป็น e-mail, FTP, Gopher, Telnet หรือบริการอื่นๆ ต้องใช้อุปกรณ์เชื่อมต่อภายในอันซับซ้อนของ Hardware ที่สามารถทำงานได้ด้วยโปรแกรมเฉพาะที่ทำงานบนอินเทอร์เน็ตเท่านั้น

WWW แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็น Client และส่วนที่เป็น Server เหมือนกับในระบบเครือข่ายทั่วไป ทั้งสองส่วนจะถูกเชื่อมโยงถึงกันผ่านทางอินเทอร์เน็ต โดยมี HTML เป็นฐานข้อมูลสำคัญ เมื่อ Web browser ส่งข้อความร้องขอข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบของไฟล์ HTML จากเอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งมาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เครื่องคอมพิวเตอร์ที่เราใช้งานอยู่ผ่าน modem หรืออุปกรณ์สื่อสารข้อมูลอื่นไปยังศูนย์บริการอินเทอร์เน็ต (ISP) ตาม protocol ที่กำหนดไว้ผ่านทาง URLs (Uniform Resource Locators) และเมื่อข้อมูลเดินทางมาถึง Web Server ศูนย์บริการปลายทางที่ผู้ใช้ต้องการ ณ ที่นี้เครื่อง Web Server ของศูนย์จะทำการอ่านข้อมูลที่ถูกส่งมาและจะทำงานตามคำสั่งที่กำหนด โดยอาจมีการเชื่อมโยงไปยัง Web Server อื่นอีก หลังจากจบสิ้นกระบวนการแล้วจะทำการนัดส่งข้อมูลคำตอบย้อนกลับมายังเครื่องคอมพิวเตอร์ที่เราใช้งานอยู่ โปรแกรม Web Server ที่เครื่องคอมพิวเตอร์ของเราจะแปลงสัญญาณคำสั่งและแสดงผลเป็นข้อความ รูปภาพ เสียง ให้เราใช้งานต่อไป

HTML นอกจากใช้ในการสร้างฐานข้อมูลบนอินเทอร์เน็ตแล้วยังมีความสามารถทางด้านการเชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งข้อมูลอื่นบนอินเทอร์เน็ต ไม่ว่าจะเป็น e-mail, FTP, Gopher, Telnet หรือ News (ขึ้นอยู่กับชนิดของ Web browser แต่ละชนิดว่ามีความสามารถหรือไม่) ทำให้เราสามารถเรียกใช้บริการเหล่านี้ได้ทันที ต่างจากเมื่อขณะเริ่มแรกที่มีการเปิดให้บริการ จะใช้บริการใดก็ต้องไปหาโปรแกรมที่ทำงานเฉพาะมาทำงาน

ปัจจุบัน Web Server ที่ให้บริการกันอยู่ทั่วทุกมุมโลกนั้น ข้อมูลที่บริการส่วนใหญ่ไม่เสียค่าบริการใดๆ เราเสียเพียงค่าโทรศัพท์เท่านั้น แต่ได้สาระข้อมูลมากมาย ด้วยความสามารถอันยอดเยี่ยมของ HTML ข้อมูลจากแหล่งต่างๆ จะถูกนำมาแสดงตรงหน้าผู้ใช้ โดยเครื่องคอมพิวเตอร์ทำหน้าที่ประมวลผลข้อมูลผ่าน protocol HTML เป็น protocol หลักที่ทำให้เราสามารถติดต่อสื่อสารบนอินเทอร์เน็ตได้

4.1.3 การสร้างเว็บเพจด้วย Macromedia Dreamweaver 4.0

ในการสร้างโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์นี้จะใช้โปรแกรม Macromedia Dreamweaver 4.0 มาช่วยในการสร้าง ซึ่งโปรแกรมนี้เป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ภาษา HTML โดยที่ผู้ใช้ไม่ต้องเขียนโปรแกรมเอง เนื่องจากตัวโปรแกรมมี tool ต่างๆ ให้เลือกใช้เพื่อช่วยในการออกแบบเว็บเพจอยู่มากมาย โดยโปรแกรมจะแปลงให้เป็นภาษา HTML ใน source code ให้เองโดยอัตโนมัติ แต่ผู้สร้างเว็บเพจควรมีความรู้เกี่ยวกับภาษา HTML เพื่อประสิทธิภาพในการสร้างเว็บเพจให้ดียิ่งขึ้น

การเขียนคำสั่ง (tags) ที่ใช้ในภาษา HTML ส่วนใหญ่ต้องประกอบด้วยคำสั่งเปิดและคำสั่งปิดคู่กันเสมอ

- คำสั่งเปิดประกอบด้วย < ตามด้วยคำสั่ง และปิดท้ายด้วย > เช่น <HTML>
- คำสั่งปิดมีรูปแบบเหมือนคำสั่งเปิด แต่เพิ่มเครื่องหมาย / หน้าชื่อคำสั่งนั้น เช่น </HTML>
- และในแต่ละคำสั่งเปิดอาจมีส่วนขยายอื่น (Attribute) ผสมอยู่ด้วย

ตารางที่ 4.1 โครงสร้างพื้นฐานของภาษา HTML

<HTML>	
<HEAD>	ส่วนหัวของโปรแกรม
<TITLE> ชื่อโปรแกรมหรือข้อมูลที่ต้องการแสดง </TITLE>	
</HEAD>	
<BODY>	เป็นตัวคุมโปรแกรมทั้งหมด
... คำสั่ง หรือข้อความที่ต้องการแสดง	ส่วนเนื้อหาที่ต้องการแสดงผล
</BODY>	ทั้งหมด
</HTML>	

4.1.4 ตัวอย่างคำสั่งในภาษา HTML

1. คำสั่ง HTML

คำสั่งนี้เป็นคำสั่งเริ่มต้นของการเขียนโปรแกรม HTML

```
<html> </html>
```

2. คำสั่ง HEAD

คำสั่งนี้ใช้กำหนดข้อความในส่วนที่เป็นชื่อเรื่อง

```
<head> </head>
```

3. คำสั่ง TITLE

คำสั่งนี้เป็นส่วนแสดงชื่อของโปรแกรม โดยจะแสดงบนไตเติลบาร์ของ Web browser และคำสั่งนี้จะอยู่ระหว่าง <head> และ </head>

```
<body> </body>
```

4. คำสั่ง BODY

คำสั่งนี้ใช้ในการแสดงเนื้อหาต่างๆ

```
<body> </body>
```

ตารางที่ 4.2 Attribute ของ body

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Background = “ชื่อเพิ่มรูปภาพ”	กำหนดรูปภาพของ background

5. คำสั่ง FRAMESET

คำสั่งนี้ใช้ในการแบ่ง frame

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
<frameset> <frame>
</frameset>
```

ตารางที่ 4.3 Attribute ของ frameset

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Cols = “พื้นที่ส่วนที่ 1, พื้นที่ส่วนที่ 2 , ...”	กำหนดพื้นที่ของแต่ละ Column เป็นเปอร์เซ็นต์หรือขนาดเป็น pixel

6. คำสั่ง FRAME

คำสั่งนี้ใช้กำหนดว่าแต่ละ frame จะแสดงข้อมูลจากแฟ้มข้อมูล HTML ใด

```
<frame>
```

ตารางที่ 4.4 Attribute ของ frame

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Src = “แฟ้มข้อมูล HTML”	กำหนดแฟ้มข้อมูล HTML ที่ใช้แสดงใน frame นั้น
Noresize	คำสั่งไม่ให้ผู้ใช้ปรับขนาดของ frame เอง
Frameborder = “Yes หรือ No”	กำหนดให้แสดงกรอบ frame หรือไม่
Scrolling = “Yes หรือ No”	กำหนดแถบที่ใช้เลื่อนหน้าจอ
Name = “ชื่อ frame”	กำหนดชื่อให้ frame นั้น
Bordercolor = “รหัสสี”	กำหนดสีของกรอบรอบ frame

7. คำสั่ง FONT

คำสั่งนี้ใช้ในการกำหนด font ของโปรแกรม HTML

```
<font> </font>
```

ตารางที่ 4.5 Attribute ของ font

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Face = “ชื่อ font”	กำหนดชื่อ font
Color = “#รหัสสี”	กำหนดสีของตัวอักษร
Size = “ขนาดตัวอักษร”	กำหนดขนาดของตัวอักษร

8. คำสั่ง **BASEFONT**

คำสั่งนี้ใช้ในการกำหนด font มาตรฐานของ โปรแกรม HTML นั้นๆ

```
<basefont>
```

ตารางที่ 4.6 Attribute ของ basefont

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Face = “ชื่อ font”	กำหนดชื่อ font
Color = “#รหัสสี”	กำหนดสีของตัวอักษร
Size = “ขนาดตัวอักษร”	กำหนดขนาดของตัวอักษร

9. คำสั่ง **CENTER**

คำสั่งนี้ใช้จัดตำแหน่งของข้อความหรือรูปให้อยู่ตรงกลาง

```
<center>                      </center>
```

10. คำสั่ง **IMG**

คำสั่งนี้ใช้แทรกรูปภาพในโปรแกรม HTML

```
<img>
```

ตารางที่ 4.7 Attribute ของ img

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Src = “ชื่อไฟล์รูป”	กำหนดโฟลเดอร์ที่เก็บไฟล์รูป
Alt = “ข้อความ”	กำหนดข้อความที่ใช้อธิบายรูป ในขณะที่รูปยังอยู่ในระหว่างการโหลด
Border = “ขนาดกรอบ”	กำหนดขนาดกรอบของรูป
Height = “ความสูงของรูป”	กำหนดความสูงของรูปเป็น pixel
Width = “ความกว้างของรูป”	กำหนดความกว้างของรูปเป็น pixel
Align = “ตำแหน่ง”	กำหนดตำแหน่งของรูป

11. คำสั่ง **BR**

คำสั่งนี้ใช้ในการขึ้นบรรทัดใหม่

```
<br>
```

12. คำสั่ง B

คำสั่งนี้ใช้ในการแสดงข้อความเป็นตัวหนา

```
<b>                                </b>
```

13. คำสั่ง U

คำสั่งนี้ใช้ในการขีดเส้นใต้ข้อความ

```
<u>                                </u>
```

14. คำสั่ง P

คำสั่งนี้ใช้จัดข้อความให้เป็น Paragraph

```
<p>                                </p>
```

15. คำสั่ง HR

คำสั่งนี้ใช้ในการสร้างเส้นกั้นหน้า

```
<hr>
```

16. คำสั่ง A

คำสั่งนี้ใช้ในการเชื่อมโยงเนื้อหาใน page ต่างๆ

```
<a>                                </a>
```

ตารางที่ 4.8 Attribute ของ A

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Href = “ชื่อเพิ่มข้อมูล HTML”	กำหนด URL หรือเพิ่มข้อมูลที่ต้องการเชื่อมโยง
Target = “ชื่อ frame”	กำหนด frame ที่ต้องการให้แสดงผลการเชื่อมโยง

17. คำสั่ง TABLE

คำสั่งนี้ใช้ในการสร้างตาราง

```
<table>                            </table>
```

ตารางที่ 4.9 Attribute ของ table

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Align = “ตำแหน่ง”	กำหนดตำแหน่งของตาราง
Cellpadding = “ขนาด”	กำหนดระยะห่างระหว่างข้อความและตาราง มีหน่วยเป็น pixel หรือเปอร์เซ็นต์
Cellspaceing = “ขนาด”	กำหนดระยะห่างระหว่างข้อความและตาราง มีหน่วยเป็น pixel หรือเปอร์เซ็นต์
Border = “ขนาด”	กำหนดขนาดของกรอบตาราง มีหน่วยเป็น pixel หรือเปอร์เซ็นต์
Bordercolor = “#รหัสสี”	กำหนดสีของกรอบตาราง
Bgcolor = “#รหัสสี”	กำหนดสี background ของตาราง

18. คำสั่ง TR

คำสั่งนี้ใช้ในการสร้างแถวของตาราง ซึ่งคำสั่งนี้อยู่ระหว่างคำสั่ง `<table>` และ `</table>`

`<tr>` `</tr>`

19. คำสั่ง TH

คำสั่งนี้ใช้ในการแสดงข้อความในแต่ละช่องตาราง โดยมักใช้กับข้อความที่เป็นหัวเรื่อง ซึ่งคำสั่งนี้อยู่ระหว่างคำสั่ง `<table>` และ `</table>`

`<th>` `</th>`

ตารางที่ 4.10 Attribute ของ th

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Align = “ตำแหน่ง”	กำหนดตำแหน่งของข้อความในแต่ละช่อง

20. คำสั่ง TD

คำสั่งนี้ใช้ในการแสดงข้อความที่เป็นรายละเอียดในแต่ละช่องตาราง

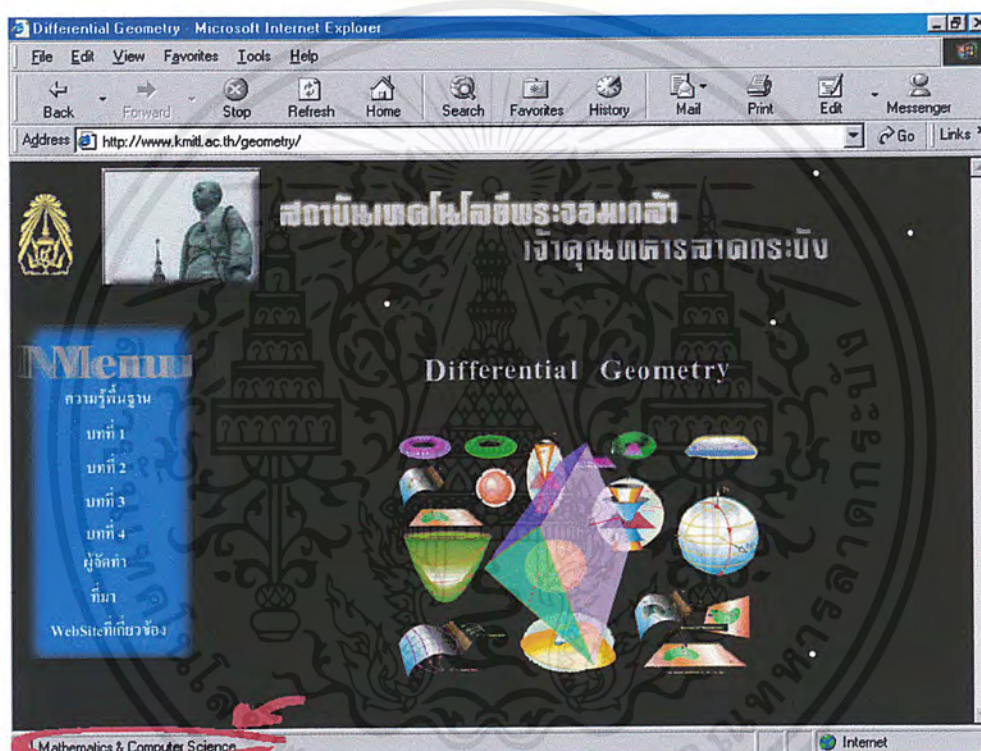
`<td>` `</td>`

ตารางที่ 4.11 Attribute ของ td

รูปแบบคำสั่ง	ความหมาย
Align = “ตำแหน่ง”	กำหนดตำแหน่งของข้อความในแต่ละช่อง

4.1.5 ตัวอย่างคำสั่งในภาษา Java Script

1. การทำตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ (Status bar) ดึงหน้า index.html จะปรากฏตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แสดงตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ

ตารางที่ 4.12 คำสั่งที่ใช้ในการทำตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ

```
<script LANGUAGE="JavaScript">
var speed = 50
var pause = 1500
var timerID = null
var bannerRunning = false
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.12 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ

```

var ar = new Array()

ar[0] = "King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang"
ar[1] = "Mathematics & Computer Science"
ar[2] = "Mathematics Major"
ar[3] = "Home Page Trianning Differential Geometry"

var message = 0
var state = ""
clearState()

function stopBanner()
{
    if (bannerRunning)
        clearTimeout(timerID)
    timerRunning = false
}

function startBanner()
{
    stopBanner()
    showBanner()
}

function startBanner()
{
    stopBanner()
    showBanner()
}

function showBanner()
{
    if (getString())
    {
        message++

        if (ar.length <= message)
    }
}

```

ตารางที่ 4.12 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ

```

        message = 0

        clearState()

        timerID = setTimeout("showBanner()", pause)

    }
    else
    {

        var str = ""

        for (var j = 0; j < state.length; ++j)
        {

            str += (state.charAt(j) == "1") ? ar[message].charAt(j) : " "

        }

        window.status = str

        timerID = setTimeout("showBanner()", speed)

    }

}

function getString()
{

    var full = true
    for (var j = 0; j < state.length; ++j)
    {

        if (state.charAt(j) == 0)

            full = false

    }

    if (full) return true

    while (1)

    {

        var num = getRandom(ar[message].length)

        if (state.charAt(num) == "0")

            break

    }

}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.12 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำตัวอักษรวิ่งบนแถบสถานะ

```

state = state.substring(0, num) + "1" + state.substring(num + 1, state.length)

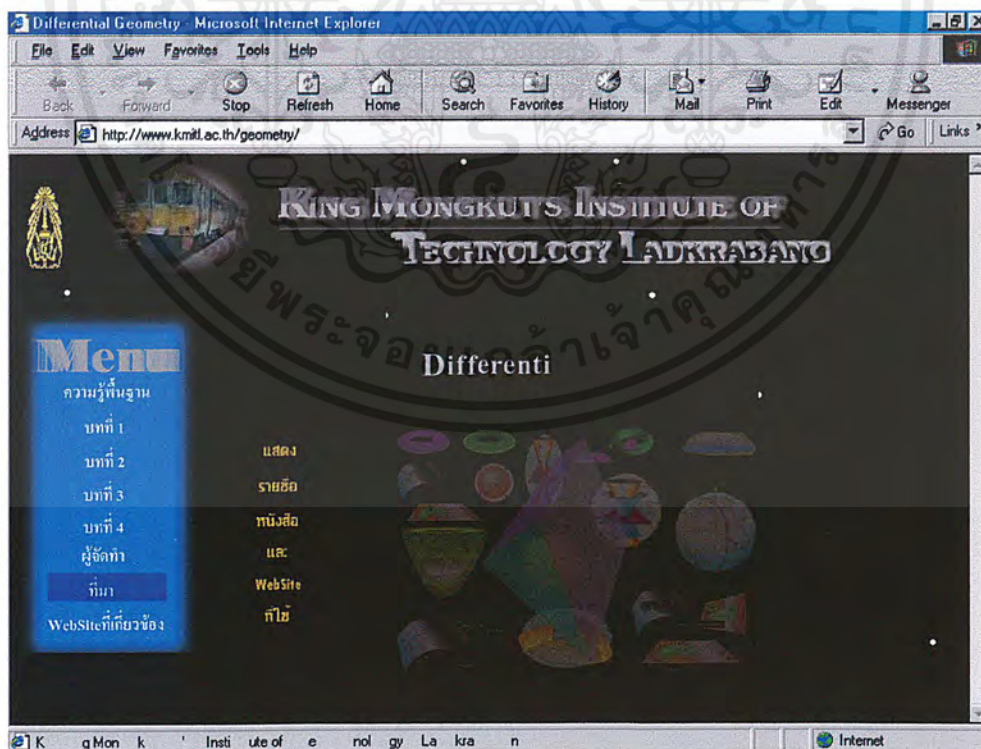
return false
}

function getRandom(max)
{
    var now = new Date()
    var num = now.getTime() * now.getSeconds() * Math.random()
    return num % max
}

startBanner()
</script>

```

2. การทำหิมะตกบนจอภาพ ดังหน้า index.html จะปรากฏหิมะตกบนจอภาพเป็นพื้นหลัง ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 แสดงหิมะตกบนจอภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.13 คำสั่งที่ใช้ในการทำหิมะตกบนจอภาพ

```

<SCRIPT language=JavaScript1.2>
var snowsrc="snow.gif"
var no = 19;
var ns4up = (document.layers) ? 1 : 0; // browser sniffer
var ie4up = (document.all) ? 1 : 0;
var dx, xp, yp; // coordinate and position variables
var am, stx, sty; // amplitude and step variables
var i, doc_width = 800, doc_height = 600;
if (ns4up)
{
    doc_width = self.innerWidth;
    doc_height = self.innerHeight;
}
else if (ie4up)
{
    doc_width = document.body.clientWidth;
    doc_height = document.body.clientHeight;
}
dx = new Array();
xp = new Array();
yp = new Array();
am = new Array();
stx = new Array();
sty = new Array();
for (i = 0; i < no; ++ i)
{
    dx[i] = 0; // set coordinate variables
    xp[i] = Math.random()*(doc_width-50); // set position variables

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.13 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำหิมะตกบนจอภาพ

```

yp[i] = Math.random()*doc_height;
am[i] = Math.random()*20;    // set amplitude variables
stx[i] = 0.02 + Math.random()/10; // set step variables
sty[i] = 0.7 + Math.random(); // set step variables
if (ns4up)
{
    // set layers
    if (i == 0)
    {
        document.write("<layer name=\"dot\"+ i +\"\" left=\"15\" top=\"15\"
visibility=\"show\"><a href=\"http://dynamicdrive.com/\">
<img src=\""+snowsrc+"\" border=\"0\"></a></layer>");
    }
    else
    {
        document.write("<layer name=\"dot\"+ i +\"\" left=\"15\" top=\"15\"
visibility=\"show\"><img src=\""+snowsrc+"\" border=\"0\">
</layer>");
    }
}
else if (ie4up)
{
    if (i == 0)
    {
        document.write("<div id=\"dot\"+ i +\"\" style=\"POSITION: absolute;
Z-INDEX: "+ i +"; VISIBILITY: visible; TOP: 15px; LEFT:
15px;\"><a href=\"http://dynamicdrive.com/\">
<img src=\""+snowsrc+"\" border=\"0\"></a></div>");
    }
}

```

ตารางที่ 4.13 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำหิมะตกบนจอภาพ

```

else
{
    document.write("<div id=\"dot\"+ i +\"\" style=\"POSITION: absolute;
Z-INDEX: "+ i +"; VISIBILITY: visible; TOP: 15px; LEFT:
15px;\"><img src=\""+snowsrc+"\" border=\"0\"></div>");
}
}

function snowNS()
{ // Netscape main animation function
    for (i = 0; i < no; ++ i)
    { // iterate for every dot
        yp[i] += sty[i];
        if (yp[i] > doc_height-50)
        {
            xp[i] = Math.random()*(doc_width-am[i]-30);
            yp[i] = 0;
            stx[i] = 0.02 + Math.random()/10;
            sty[i] = 0.7 + Math.random();
            doc_width = self.innerWidth;
            doc_height = self.innerHeight;
        }
        dx[i] += stx[i];
        document.layers["dot"+i].top = yp[i];
        document.layers["dot"+i].left = xp[i] + am[i]*Math.sin(dx[i]);
    }
    setTimeout("snowNS()", 10);
}

```

ตารางที่ 4.13 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำหิมะตกบนจอภาพ

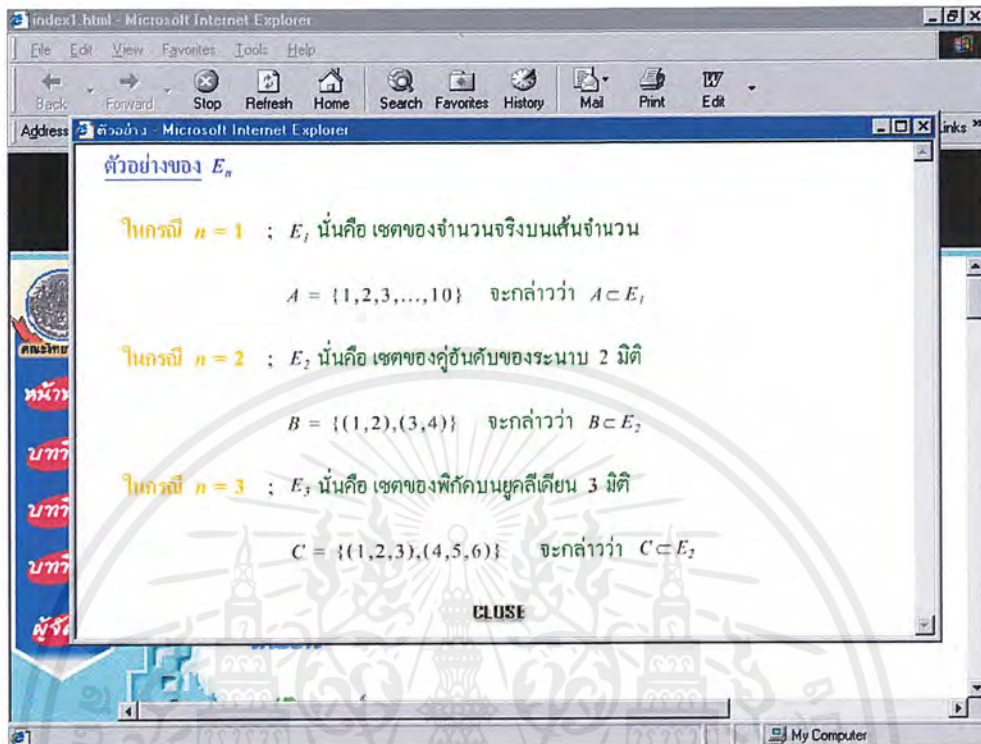
```

function snowIE()
{ // IE main animation function
    for (i = 0; i < no; ++ i)
    { // iterate for every dot
        yp[i] += sty[i];
        if (yp[i] > doc_height-50)
        {
            xp[i] = Math.random()*(doc_width-am[i]-30);
            yp[i] = 0;
            stx[i] = 0.02 + Math.random()/10;
            sty[i] = 0.7 + Math.random();
            doc_width = document.body.clientWidth;
            doc_height = document.body.clientHeight;
        }
        dx[i] += stx[i];
        document.all["dot"+i].style.pixelTop = yp[i];
        document.all["dot"+i].style.pixelLeft = xp[i] + am[i]*Math.sin(dx[i]);
    }
    setTimeout("snowIE()", 10);
}

if (ns4up)
{
    snowNS();
}
else if (ie4up)
{
    snowIE();
}
</SCRIPT>

```

3. การทำหน้าจอย่อย เพื่อแสดงตัวอย่าง หรือคำตอบ หรือภาพประกอบ เกี่ยวกับเนื้อหานั้นๆ เพื่อสร้างความเข้าใจในเนื้อหานั้นๆ ยิ่งขึ้น ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แสดงหน้าจอย่อย

ตารางที่ 4.14 คำสั่งที่ใช้ในการทำหน้าจอย่อย

```
<script language="Javascript">
<!--
function sesame(url,hsize,vsize)
{ // Default size is 550 x 400

    var tb="toolbar=0, directories=0, status=0, menubar=0" tb+="scrollbars=1,
    resizable=1,"
    var tbend="width="+hsize+",height="+vsize;
    if (tbend.indexOf("<undefined>")!=-1)
    {
        tbend="width=800,height=600"}
    tb+=tbend
    Win_1 = window.open("", "win1",tb);
}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.14 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำหน้าจอย่อย

```

        Win_1 = window.open(url,"win1",tb);
    }
function MM_swapImgRestore()
{ //v3.0
    var i,x,a=document.MM_sr;
    for(i=0;a&&i<a.length&&(x=a[i])&&x.oSrc;i++)
        x.src=x.oSrc;
}
function MM_preloadImages()
{ //v3.0
    var d=document;
    if(d.images)
    {
        if(!d.MM_p)
            d.MM_p=new Array();
        var i,j=d.MM_p.length, a=MM_preloadImages.arguments;

        for(i=0; i<a.length; i++)
            if (a[i].indexOf("#")!=0)
            {
                d.MM_p[j]=new Image;
                d.MM_p[j++].src=a[i];
            }
    }
}
function MM_findObj(n, d)
{ //v4.0
    var p,i,x;
    if(!d)
        d=document;

```

ตารางที่ 4.13 (ต่อ) คำสั่งที่ใช้ในการทำหน้าจอย่อย

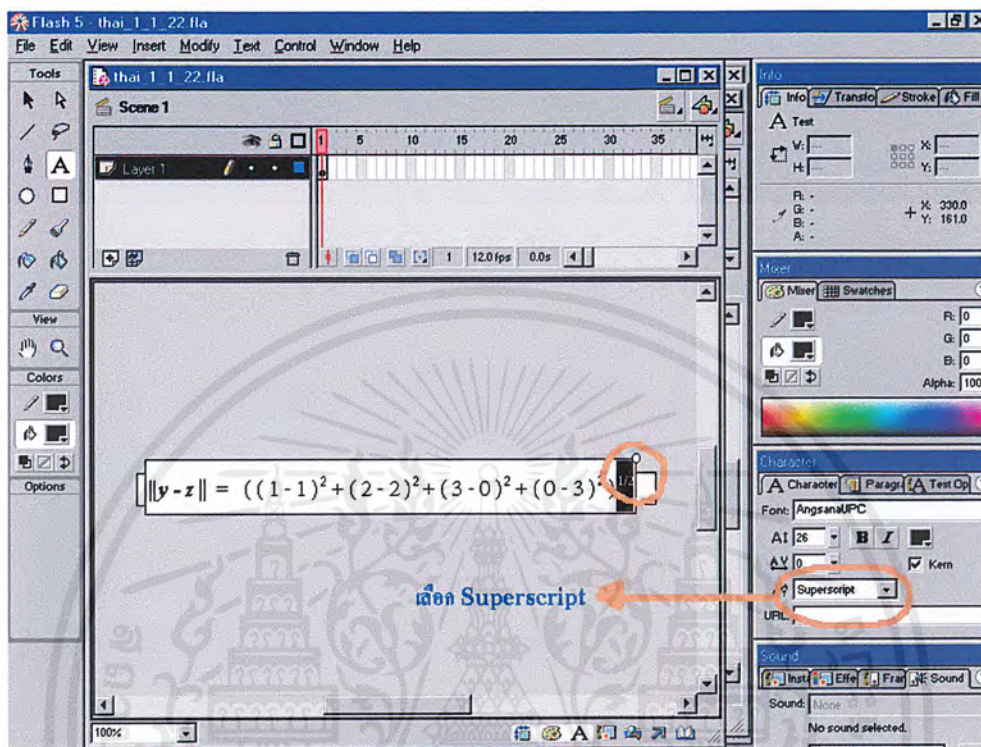
```

        if((p=n.indexOf("?"))>0&&parent.frames.length)
        {
            d=parent.frames[n.substring(p+1)].document;
            n=n.substring(0,p);
        }
        if(!(x=d[n])&&d.all)
            x=d.all[n];
        for (i=0;!x&&i<d.forms.length;i++)
            x=d.forms[i][n];
        for(i=0;!x&&d.layers&&i<d.layers.length;i++)
            x=MM_findObj(n,d.layers[i].document);
        if(!x && document.getElementById)
            x=document.getElementById(n);
        return x;
    }
function MM_swapImage()
{ //v3.0
    var i,j=0, x,a=MM_swapImage.arguments;
    document.MM_sr=new Array;
    for(i=0;i<(a.length-2);i+=3)
        if ((x=MM_findObj(a[i]))!=null)
        {
            document.MM_sr[j++]=x;
            if(!x.oSrc)
                x.oSrc=x.src;
            x.src=a[i+2];
        }
    }
//-->
</script>

```

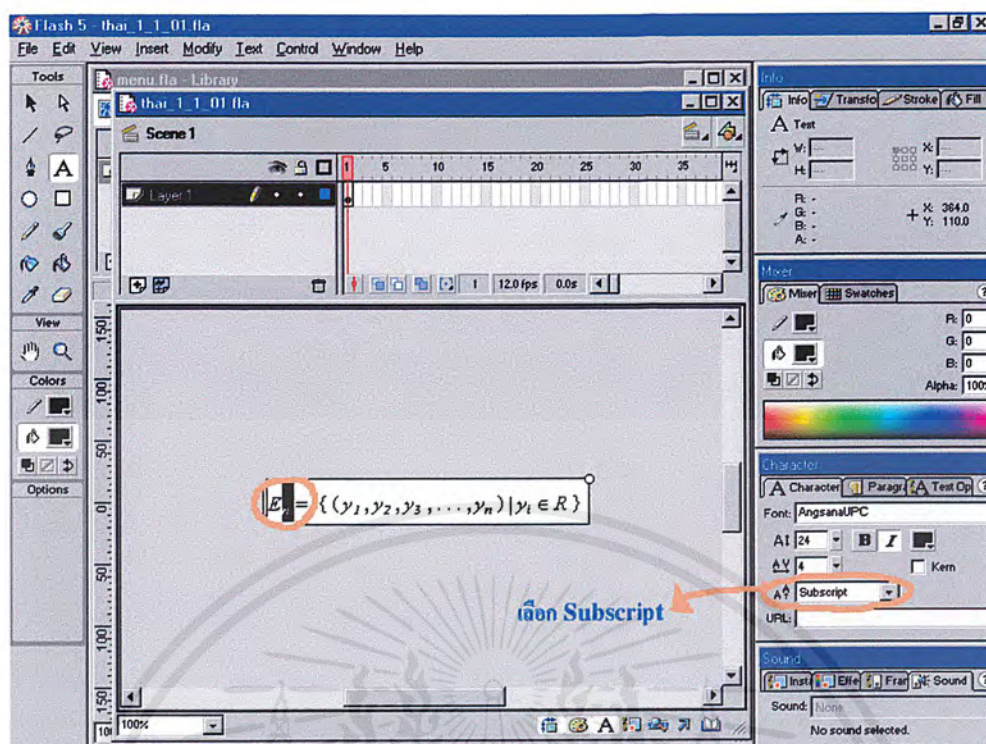
4.1.6 ตัวอย่างการใช้โปรแกรม Macromedia Flash 5.0

1. การทำตัวยก ใช้ในการสร้างสมการที่ประกอบด้วยตัวยก โดยการเลือกไปที่ panel Character ที่ Character  เลือก Superscript ดังรูปที่ 4.4



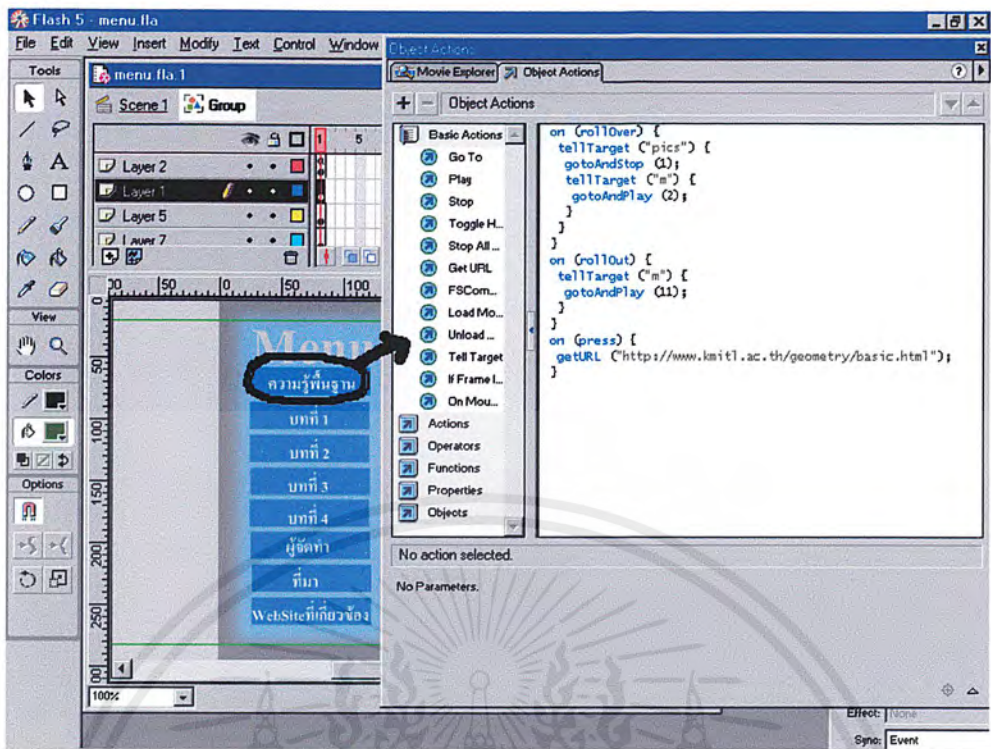
รูปที่ 4.4 แสดงการทำตัวยก

2. การทำตัวห้อย ใช้ในการสร้างสมการที่ประกอบด้วยตัวห้อย โดยการเลือกไปที่ panel Character ที่ Character  เลือก Subscript ดังรูปที่ 4.5



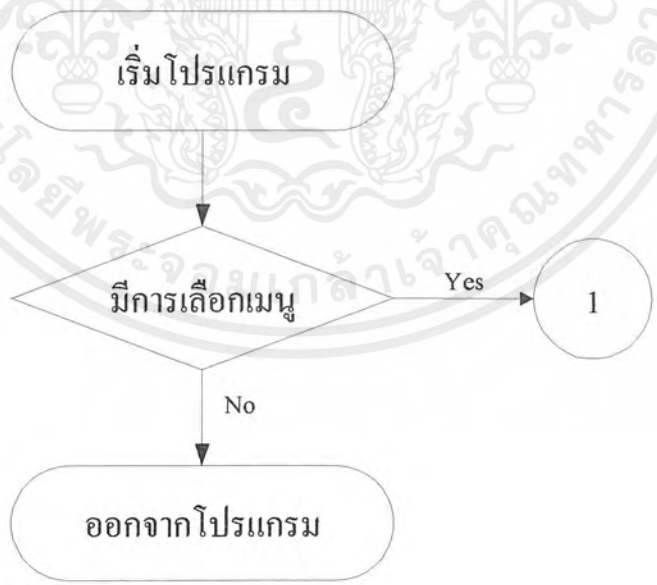
รูปที่ 4.5 แสดงการทำตัวห้อย

3. ตัวอย่างการเขียน Action Script ใน Flash จากตัวอย่างเป็นการเขียน Action Script เพื่อให้ปุ่มสามารถแสดงข้อความเมื่อนำเมาส์ไปวาง และเลือกแสดงหน้าอื่นๆ ได้เมื่อคลิกเมาส์ที่ปุ่มดังเมนูในหน้า index.html ทำโดยการคลิกเลือกที่พื้นที่ที่ต้องการทำเป็นปุ่ม เลือก  ที่แถบสถานะ (status bar) เพื่อเขียน script ของปุ่ม ดังรูปที่ 4.6



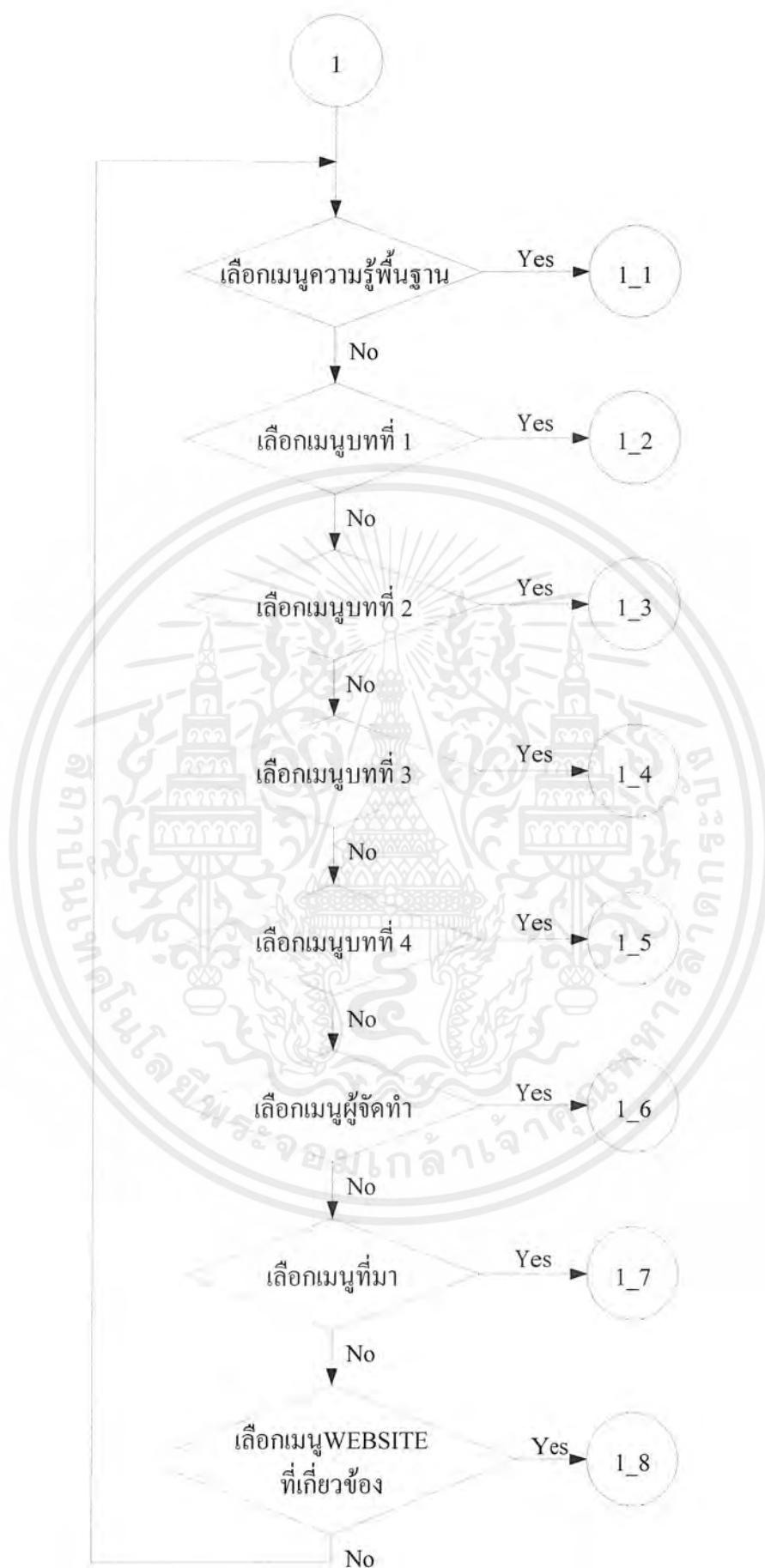
รูปที่ 4.6 แสดงตัวอย่างการเขียน Action Script ใน Flash

4.2 ฟังก์ชันโครงสร้างของโปรแกรม



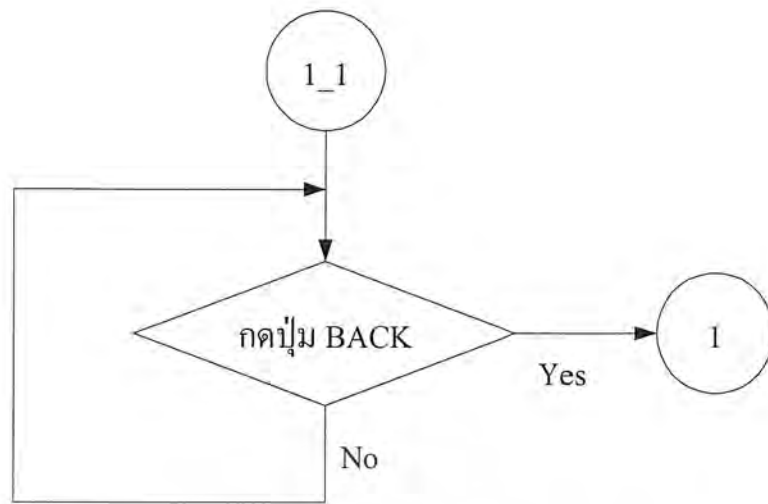
รูปที่ 4.7 ฟังก์ชันของหน้าหลักของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

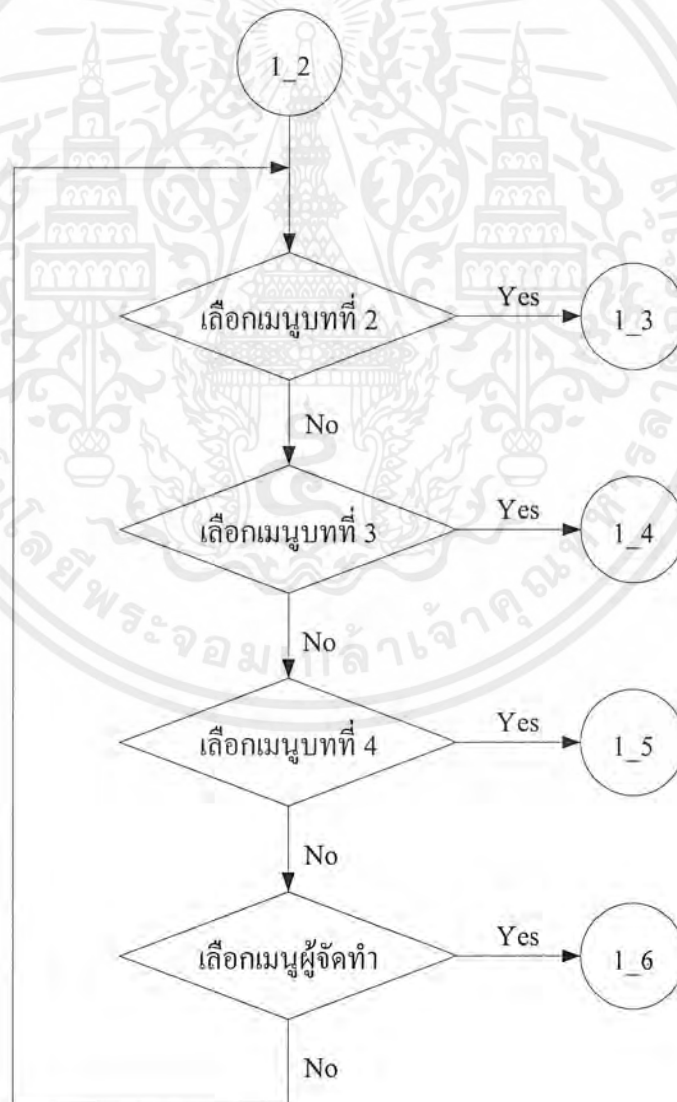


รูปที่ 4.8 ผังงานเมนูของหน้าหลักของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารทสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

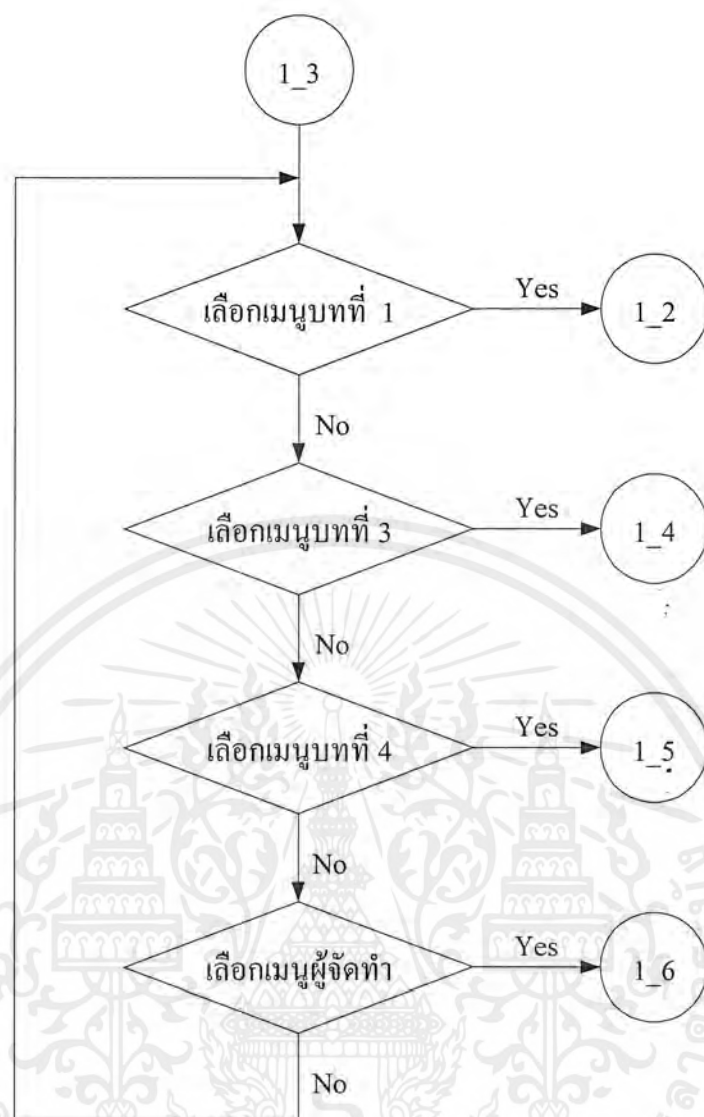


รูปที่ 4.9 ฟังก์ชันหน้าความรู้พื้นฐาน



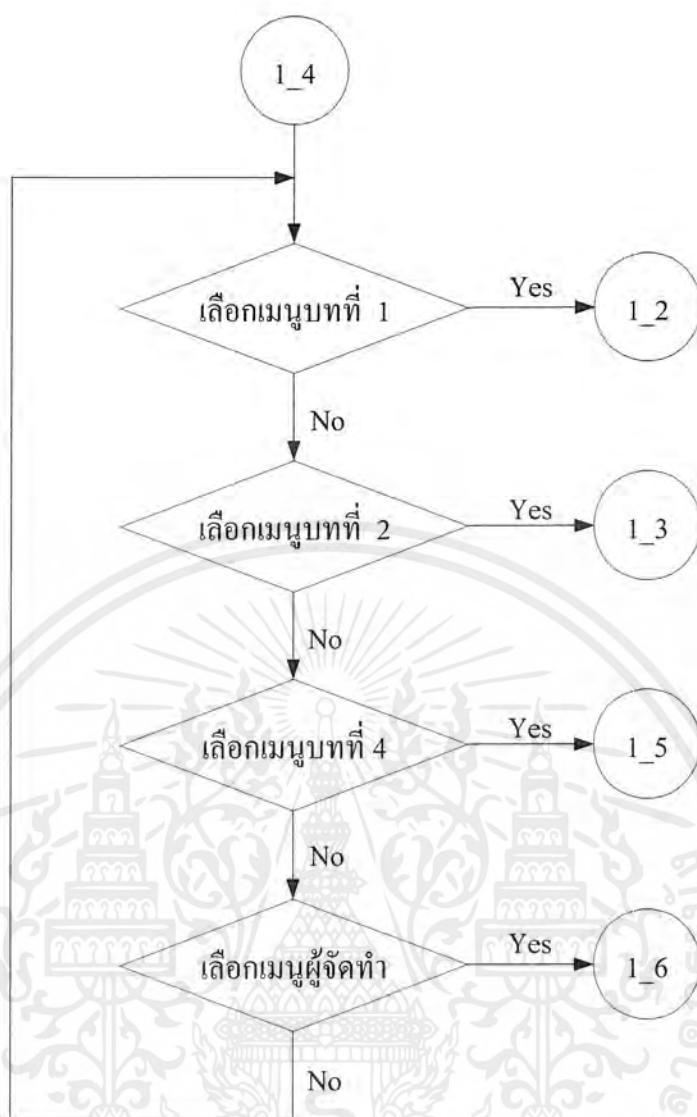
รูปที่ 4.10 ฟังก์ชันหน้าเนื้อหาบทที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



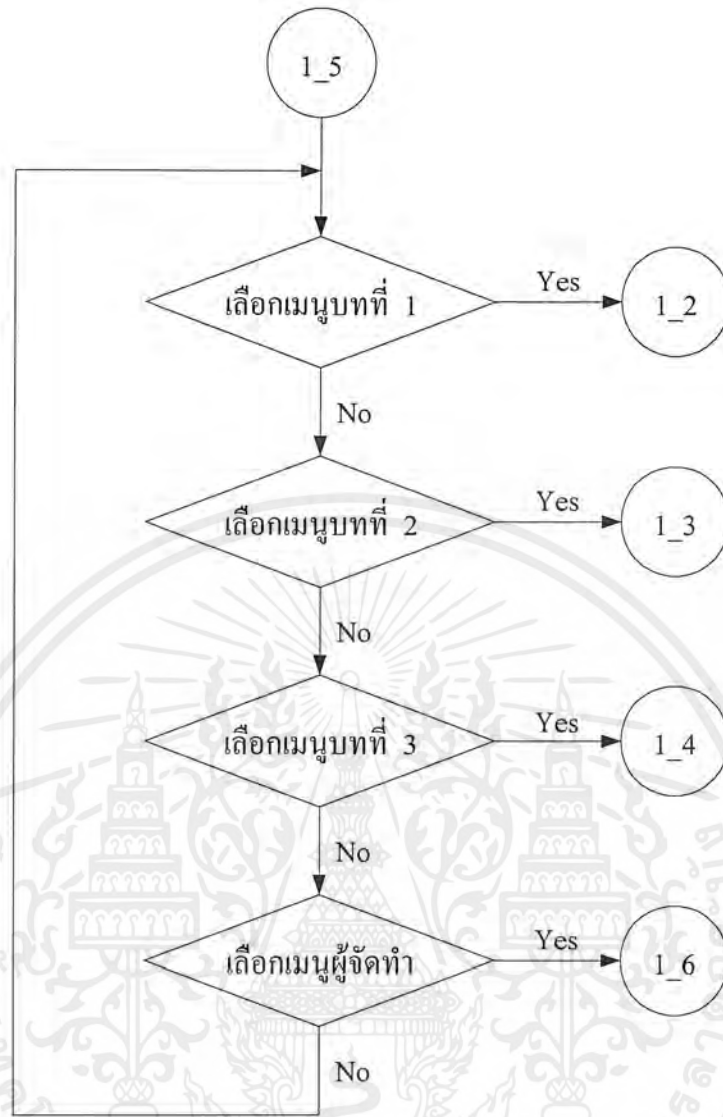
รูปที่ 4.11 ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

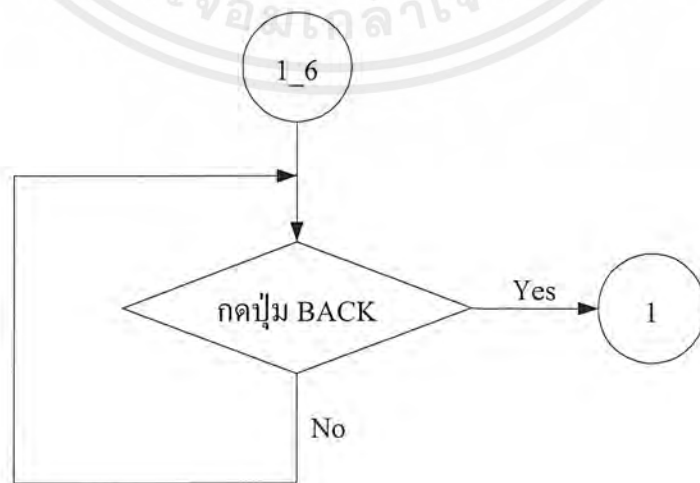


รูปที่ 4.12 ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

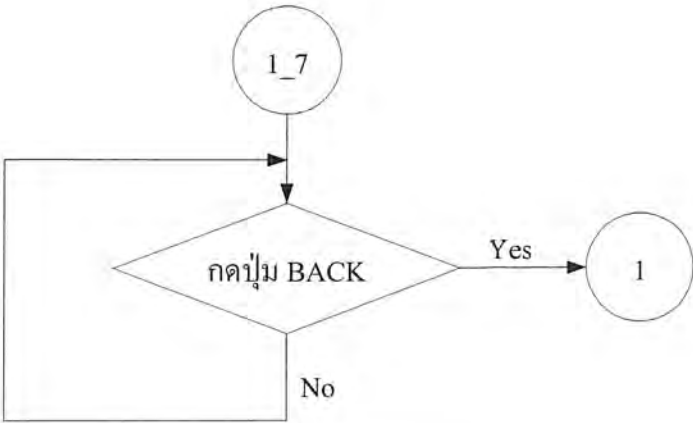


รูปที่ 4.13 ผังงานหน้าเนื้อหาบทที่ 4

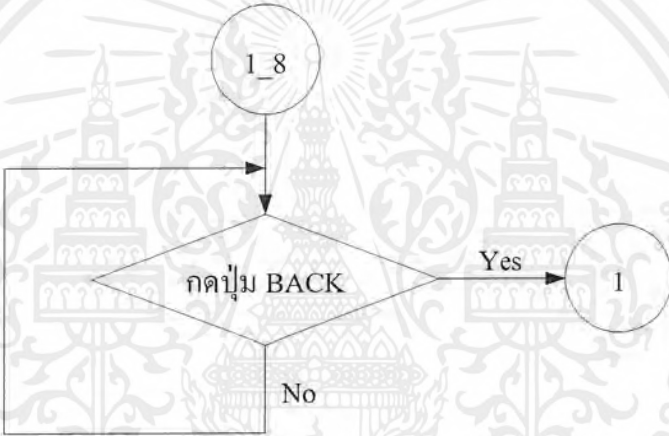


รูปที่ 4.14 ผังงานหน้าผู้จัดทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารทสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 ฟังงานหน้าที่มาของข้อมูล



รูปที่ 4.16 ฟังงานหน้าเว็บไซต์ที่เกี่ยวข้อง

บทที่ 5

การวิจารณ์หรืออภิปรายผล

ในการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้ทำให้ได้โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ขึ้น โดยใช้ได้ง่ายและไม่ซับซ้อน มีการใช้ข้อความที่เข้าใจง่ายพอสมควร แต่เนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ยังไม่เป็นที่แพร่หลายและยากแก่การทำความเข้าใจสำหรับผู้ที่ไม่มีความรู้ ซึ่งโปรแกรมนี้อยู่ในรูปของการเลือกให้เนื้อหาของบทต่างๆ ตามที่ผู้ใช้งานต้องการที่จะศึกษา ซึ่งแนะนำว่าควรจะเรียงลำดับตามเนื้อหาเพื่อการทำความเข้าใจ

มีการสร้างภาพและข้อความเคลื่อนไหว รวมทั้งสีสรรที่สวยงามเพื่อเพิ่มความน่าสนใจให้กับผู้ใช้โปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ แต่เนื่องจากเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ยากแก่การศึกษาจึงไม่สามารถสร้างให้อยู่ในรูปของการโต้ตอบกับผู้ใช้โปรแกรมช่วยสอนได้

เนื้อหาจะประกอบไปด้วยตัวก ตัวห้อย สัญลักษณ์ต่างๆ และเศษส่วน ซึ่งเป็นปัญหาในการสร้างโปรแกรมช่วยสอนนี้ต้องใช้เวลาในการค้นหาวิธีการ รวมถึงโปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้สร้างสิ่งเหล่านี้

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ จุดมุ่งหมายเพื่อสร้างโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ โดยใช้ภาษา HTML, JavaScript และโปรแกรม Macromedia Flash 5.0, Adobe Photoshop 6.0, Macromedia Dreamweaver 4.0 เป็นเครื่องมือในการพัฒนาโปรแกรม

เนื้อหาภายในโปรแกรมมีการจัดเรียงลำดับตามบทของเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ โปรแกรมได้มีการออกแบบหน้าจอในแต่ละบทเป็นลักษณะเมนูให้เลือกคลิก เพื่อที่จะให้ผู้ใช้เลือกศึกษาได้ตามที่ต้องการ คือ เลือกหน้าต่อไปหรือกลับไปหน้าที่ผ่านมาแล้วได้ หรือแม้แต่ว่าจะเปลี่ยนเนื้อหาในบทอื่นๆ ก็สามารทำได้ และในโปรแกรมช่วยสอนจะประกอบไปด้วยภาพและข้อความเคลื่อนไหว เพื่อเพิ่มความน่าสนใจ ในส่วนของคำถามจะอยู่ใกล้กับเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับคำถามนั้นๆ และสามารถคลิกเพื่อดูคำตอบได้ด้วยอีกหน้าจอหนึ่งพร้อมๆ กันเพื่อสะดวกในการศึกษาคำถาม

โปรแกรมช่วยสอนนี้ได้ถูกออกแบบเพื่อใช้บนอินเทอร์เน็ต โดยใช้เบราว์เซอร์ Internet Explorer 4.0 ขึ้นไป โดยกำหนด URL : <http://www.kmitl.ac.th/geometry>

6.2 ปัญหาและอุปสรรค

สำหรับการพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ได้เกิดปัญหาและอุปสรรคหลายประการดังนี้

- 6.2.1 เนื่องจากโปรแกรมช่วยสอนนี้มีเนื้อที่ขนาดใหญ่ จึงจำเป็นต้องขอพื้นที่ในการเก็บข้อมูลบนเว็บเพจเพิ่ม
- 6.2.2 เนื้อหาจะประกอบไปด้วยยก, ตัวอย่าง, สัญลักษณ์ต่างๆ และเศษส่วน ซึ่งต้องใช้เวลาในการหาโปรแกรมที่จะมาสร้างส่วนเหล่านี้
- 6.2.3 เนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ยากแก่การทำความเข้าใจ จึงไม่สามารถสร้างโปรแกรมช่วยสอนเป็นแบบโต้ตอบกับผู้ใช้ได้

6.3 ข้อเสนอแนะ

ในการทำโปรแกรมช่วยสอนเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ คณะผู้จัดทำได้สังเกตเห็นปัญหาหลายประการ จึงได้นำมาเป็นข้อเสนอแนะ เพื่อก่อให้เกิดประโยชน์แก่ผู้ที่สนใจนำโปรแกรมช่วยสอนนี้ไปพัฒนาต่อไป

- 6.3.1 ในการใช้โปรแกรมช่วยสอนนี้ผู้ใช้ควรมีความรู้พื้นฐานในวิชา Linear Algebra, Topology, Real Analysis และ Calculus
- 6.3.2 ควรทำความเข้าใจกับเนื้อหาเกี่ยวกับเรขาคณิตเชิงอนุพันธ์ให้ดียิ่งขึ้น เพื่อพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนนี้ให้เป็นแบบโต้ตอบกับผู้ใช้ มีแบบฝึกหัดและเฉลย รวมถึงสรุปผลการทำแบบฝึกหัด
- 6.3.3 ใช้เวลาการศึกษาและพัฒนาโปรแกรมอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ได้โปรแกรมช่วยสอนที่สมบูรณ์และมีประสิทธิภาพสูงสุด



บรรณานุกรม

- กรภัทร์ สุทธิคารา และคุณพล กิ่งสุคนธ์. 2537. **Adobe Photoshop Visual Guide & Step by Step**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ อินโฟเพรส.
- จิตเกษม พัฒนาศิริ. 2541. **เสริมแต่งโฮมเพจให้มีชีวิตชีวา ด้วย JavaScript**. กรุงเทพฯ : บริษัท วิดีโอกรุป จำกัด.
- ชาตพล นกาวรี. 2544. **สร้างไดนามิกเว็บเพจด้วย Dreamweaver 4 & UltraDev**. กรุงเทพฯ : บริษัท ซีเอ็ดดูเกชั่น จำกัด (มหาชน).
- ยุทธชัย รุจิวิมล. 2544. **คู่มือการเรียนรู้และเทคนิคการใช้งาน macromedia FLASH 5**. กรุงเทพฯ : บริษัท ชัคเชส มีเดีย จำกัด.
- อาทิตยา ภูมณี และอดิศักดิ์ กงสัดย์. 2543. **รวม 1,000 ฟอนต์**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ อินโฟเพรส.
- Glen E.Bredon. 1993. **Topology and Geometry**. New York : Springer-verlag.
- Hsiung and Chuan-chin. 1976. **A First Course in Differential Geometry**. USA
- Matthew. 1998. **Vector Calculus**. New York : Springer-verlag.
- S.S. Chen et.al. 1988. **Lectures on Differential Geometry**. London : World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd.
- http://people.hofstra.edu/faculty/stefan_waner/diff_geom/tc.html