

โปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต

COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION LINEAR
PROGRAMMING ON INTERNET



บุรินทร์ พัฒนศิริวงศ์
วีรศักดิ์ เตชะรัตน์พงษ์
สุรศักดิ์ จันท์เกษม

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 43013
วัน, เดือน, ปี 26 ส.ย. 2545

b.....
i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2544

COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION LINEAR PROGRAMMING ON INTERNET



A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต
COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION LINEAR PROGRAMMING
ON INTERNET

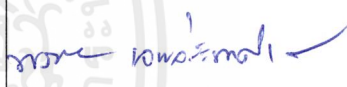


ชื่อนักศึกษา นายบุรินทร์ พัฒนศรีวงศ์ 41051027
นายวีระศักดิ์ เตชะรัตน์พงษ์ 41051047
นายสุรศักดิ์ จันทร์เกษม 41051058

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์บุษยมาศ พิมพ์พรรณชาติ

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2544

	คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ	อาจารย์พรชัย เจนจิระพงศ์เวช	
กรรมการ	อาจารย์วีระศักดิ์ นิมขุนทด	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์บุษยมาศ พิมพ์พรรณชาติ	



(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เนต	
ชื่อนักศึกษา	นายบุรินทร์ พัฒนศรีวงศ์	41051027
	นายวีรศักดิ์ เตชะรัตนพงษ์	41051047
	นายสุรศักดิ์ จันทร์เกษม	41051058
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2544	
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์บุษยมาส พิมพ์พรรณชาติ	

บทคัดย่อ

ปัจจุบันเทคโนโลยีการสอนบนเครือข่ายคอมพิวเตอร์มีมากขึ้น เนื่องจากเป็นสื่อการสอนที่ทันสมัย รวดเร็ว ค้นหาได้ง่ายบนอินเทอร์เนต รวมทั้งบุคคลทั่วไปต่างสนใจมาใช้อินเทอร์เนตมากขึ้น ทำให้เป็นการสอนในยุคการสื่อสารไร้พรมแดนนี้ เรียกสื่อการสอนนี้ว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอนหรือซีเอไอ โดยในโปรแกรมสื่อการสอนหรือซีเอไอประกอบด้วยเนื้อหาความรู้ตามชื่อโปรแกรมนั้น ซึ่งปัจจุบันมีโปรแกรมช่วยสอนเกิดขึ้นมากมายหลายสาขาวิชา ดังนั้นโครงการพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เนตเป็นโครงการที่มีความน่าสนใจมีเนื้อหาตั้งแต่ความหมายของการโปรแกรมเชิงเส้นไปสู่วิธีการในการหาคำตอบด้วยวิธีต่างๆ ได้ มีแบบฝึกหัดไว้สำหรับทดสอบตนเองพร้อมเฉลย ผู้ใช้สามารถใช้งานและทำความเข้าใจได้ง่ายด้วยตนเอง รวมทั้งมีโปรแกรมคำนวณด้วยวิธีการต่างๆด้วยโดยใช้ภาษาจาวาเขียน ส่วนโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นนี้ถูกออกแบบโดยใช้ภาษาเอชทีเอ็มแอล และโปรแกรมแฟลชทำในการจัดการและแสดงผลบนเว็บเพจได้

Special Project Title	Computer Assisted Instruction Linear Programming on Internet	
Students	Mr.Burin Pattanasriwong	41051027
	Mr.Veerarak Tacharatpongs	41051047
	Mr.Surasak Jankasame	41051058
Degree	Bachelor's Degree of Science	
Department	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	2001	
Special Project Advisor	Lecturer Busayamat Pimpunchart	

ABSTRACT

Nowadays, due to its advance, rapid and being an available source of information, the technology of education on computer network is increasing. Common people are also interested in using internet more. It becomes an education in boundless communication period. This kind of education is called Computer Assisted Instruction or CAI. In CAI consists of the content of lesson followed by the name of that programs which have several subjects. Currently, there are many CAI arise in branches of sciences. Therefore, the Project of CAI - Linear Programming on Internet is a very considerable and interesting project. The content of this project covers definition of linear programming until methods of finding the answers. There are exercises to test your knowledge and solutions. Users can easily use and understand them by themselves. There are also calculating program with different methods which are written by Java Language. About the CAI program in this linear programming, It is designed by using HTML language and Flash5 in managing and displaying onto the website.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เนต สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณอาจารย์อุบลวรรณนา เงินวิจิตร และอาจารย์บุษยมาส พิมพ์พรธชาติ อาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษฉบับนี้ที่กรุณาให้คำแนะนำและเป็นที่ยปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทางด้านกำลังใจและทุนทรัพย์ จนการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้สำเร็จด้วยดี รวมทั้งเพื่อนๆ และน้องๆทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ เกี่ยวกับปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2545



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VI
สารบัญรูป	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา	1
1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการศึกษา	1
1.5 ขอบเขตการศึกษา	2
1.6 ขั้นตอนในการศึกษา	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	3
2.1.1 บทนำและความเป็นมาของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	3
2.1.2 ลักษณะของบทเรียน CAI	4
2.1.3 ประเภทของบทเรียน CAI	4
2.1.4 คุณลักษณะโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้สร้างบทเรียน CAI	5
2.1.5 ข้อดีของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	6
2.1.6 ข้อจำกัดของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน	7
2.2 ความรู้เกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต	7
2.2.1 ความเป็นมาของอินเทอร์เน็ต	7
2.2.2 ความหมายของอินเทอร์เน็ต	8
2.2.3 ขอบข่ายของเครือข่ายอินเทอร์เน็ต	8
2.3 การโปรแกรมเชิงเส้น	11
2.3.1 ความหมายของการโปรแกรมเชิงเส้น	11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.3.2 ประวัติของการโปรแกรมเชิงเส้น	11
2.3.3 ตัวอย่างปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้น	12
2.3.4 รูปแบบของการโปรแกรมเชิงเส้น	17
2.3.5 ขั้นตอนการดำเนินการของการโปรแกรมเชิงเส้น	19
2.3.5.1 วิธีกราฟ	20
2.3.5.2 วิธีพีชคณิต	23
2.3.5.3 วิธีซิมเพล็กซ์	25
2.3.5.4 วิธีบิกเอ็ม	33
2.3.5.5 วิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน	36
2.3.5.6 วิธีคู่ควบ	40
2.3.5.7 วิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ	43
2.3.6 ผลลัพธ์แบบต่างๆ ของการโปรแกรมเชิงเส้น	47
บทที่ 3 การวิจัยและการดำเนินงาน	57
3.1 การศึกษาโปรแกรมที่ใช้ในการทำ	57
3.1.1 ภาษา HTML	57
3.1.2 Macromedia Flash5	61
3.1.3 Javaapplet	67
3.2 ออกแบบหน้าจอโปรแกรม	72
3.3 วิธีใช้โปรแกรม	80
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	91
บทที่ 5 การวิจารณ์หรืออภิปรายผล	92
บทที่ 6 สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ	93
บรรณานุกรม	95

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2-1 แสดงการเปรียบเทียบโปรแกรมทั้ง 3 ประเภท	5
2-2 แสดงตัวอย่างชื่อโดเมนในประเทศสหรัฐอเมริกา	10
2-3 แสดงตัวอย่างชื่อโดเมนซึ่งเป็นชื่อย่อของประเทศ	10
2-4 แสดงตัวอย่างชื่อลับโดเมนซึ่งเป็นส่วนขยายชื่อโดเมน	10
2-5 แสดงเวลาที่แต่ละแผนกใช้ผลิตสินค้าแต่ละชนิด 1 ชิ้น	12
2-6 กำลังคนที่มีอยู่จำกัดในแต่ละแผนก ต่อสัปดาห์	12
2-7 แสดงคุณค่าทางสารอาหารที่หมูจะได้รับ	14
2-8 แสดงปริมาณสินค้าที่ขายให้แก่โรงงานแต่ละแห่ง	15
2-9 แสดงเวลาการร่วมน้ำของนักกีฬาในแต่ละประเภท	16
2-10 แสดงรูปแบบการเข้าสู่ตารางเพื่อหาผลเฉลยด้วยวิธีซิมเพล็กซ์	26
2-11 แสดงการเลือกแถวที่มีค่าสัมประสิทธิ์เป็นลบมากที่สุดสำหรับการหาค่าสูงสุดของ z	27
2-12 แสดงการหาโดย แถวใหม่ = แถวเดิม - (สัมประสิทธิ์ในสดมภ์หลัก * แถวลักใหม่)	27
2-13 แสดงการหาค่าสูงสุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของตัวอย่างที่ 2.7	28
2-14 แสดงการหาในตารางสองของตัวอย่างที่ 2.7	29
2-15 แสดงผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดในตารางสุดท้ายของตัวอย่างที่ 2.7	29
2-16 แสดงการหาค่าต่ำสุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของตัวอย่างที่ 2.8	30
2-17 แสดงการหาในตารางสองของตัวอย่างที่ 2.8	31
2-18 แสดงการหาในตารางสามของตัวอย่างที่ 2.8	32
2-19 แสดงผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดในตารางสุดท้ายของตัวอย่างที่ 2.8	32
2-20 แสดงตารางการหาผลเฉลยด้วยวิธีบิกเอ็ม	34
2-21 แสดงตารางแรกของการหาด้วยวิธีบิกเอ็ม ของตัวอย่างที่ 2.9	35
2-22 แสดงตารางที่สองของการหาผลเฉลยของตัวอย่างที่ 2.9	36
2-23 แสดงตารางที่สามของการหาผลเฉลยของตัวอย่างที่ 2.9	36
2-24 แสดงการหาผลเฉลยในขั้นตอนที่ 1 ของตัวอย่างที่ 2.10	38
2-25 แสดงการหาผลเฉลยในขั้นตอนที่ 2 ของตัวอย่างที่ 2.10	39
2-26 แสดงการหาผลเฉลยของปัญหาคู่ควบของตัวอย่างที่ 2.11	42
2-27 แสดงการเลือกแถวที่มีค่าคงที่ขวามือน้อยที่สุดที่เป็นลบ	43
2-28 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนที่น้อยที่สุด	43

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
2-29 แสดงการหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ	44
2-30 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดของตารางที่ 2-29	45
2-31 แสดงการหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ	45
2-32 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดของตารางที่ 2-31	45
2-33 แสดงการหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ	46
2-34 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดของตารางที่ 2-33	46
2-35 ตารางสุดท้ายที่ได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของตัวอย่างที่ 2.12	47
2-36 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น	48
2-37 ตารางผลรอบที่ 1	48
2-38 ตารางผลรอบที่ 2	49
2-39 แสดงการหาค่าจากตัวอย่างที่ 5	50
2-40 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น	50
2-41 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 1	51
2-42 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น	53
2-43 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 1	54
2-44 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 2	54
2-45 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น	55
2-46 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 1	55

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2-1 แสดงชื่อดีเอ็นเอลที่สอดคล้องกับหมายเลขไอพีของคอมพิวเตอร์	9
2-2 กราฟแสดงพื้นที่ที่เป็นไปได้ของสมการ $4x_1 + 2x_2 < 60$ และ $x_1, x_2 > 0$	21
2-3 กราฟแสดงพื้นที่ที่เป็นไปได้ของสมการ $2x_1 + 4x_2 < 48$ และ $x_1, x_2 > 0$	21
2-4 แสดงพื้นที่ภายใต้สมการ $4x_1 + 2x_2 \leq 60$ กับ $2x_1 + 4x_2 \leq 48$	22
2-5 การหาตำแหน่ง (x,y) ที่จะทำให้ค่า z มากที่สุด	22
2-6 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีความขัดแย้งกัน	49
2-7 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต	52
2-8 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหลายผลลัพธ์	53
2-9 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีที่ไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้	56
3-1 แนะนำพื้นที่และหน้าต่างของ Flash	62
3-2 แสดงการกำหนดคุณสมบัติของหน้า Movie	66
3-3 แสดงขั้นตอนการเรียกใช้ Methods ต่างๆ ภายใน Applet ตามลำดับ	68
3-4 หน้าจอแรกของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต	72
3-5 หน้าที่เป็นเนื้อหาของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต	73
3-6 ส่วนแบบฝึกหัดในหน้า Exercise	74
3-7 แบบฟอร์มกระดาษคำตอบที่ทำด้วย Javaapplet ในส่วนแบบฝึกหัด	74
3-8 ส่วนเฉลยคำตอบในหน้า Exercise	75
3-9 หน้า LP Calculator สำหรับคำนวณคำตอบโดยใช้โปรแกรม	76
3-10 หน้าจอโปรแกรมแสดงที่ละตารางคำตอบโดยวิธีซิมเพล็กซ์	77
3-11 หน้าจอโปรแกรมแสดงคำตอบโดยวิธีซิมเพล็กซ์	78
3-12 หน้า About ของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต	79
3-13 การเลือกตัวเลือกสำหรับโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์	80
3-14 หน้าจอแบบที่ 1 ของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์	81
3-15 หน้าจอแบบที่ 1 แสดงคำตอบของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์	82
3-16 หน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์	82
3-17 ใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีซิมเพล็กซ์	83
3-18 แสดงสมการที่ใส่ในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีซิมเพล็กซ์	84
3-19 แสดงคำตอบในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีซิมเพล็กซ์	84

สารบัญญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
3-20 หน้าจอบทที่ 1 ของโปรแกรมหาผลเฉลี่ยโดยวิธีบีกเอ็ม	85
3-21 ค่าสัมประสิทธิ์ที่ใส่ในหน้าจอบทที่ 1 ของโปรแกรมวิธีบีกเอ็ม	86
3-22 ค่าสัมประสิทธิ์ที่ใส่ในหน้าจอบทที่ 2 ของโปรแกรมวิธีบีกเอ็ม	87
3-23 แสดงคำตอบที่ได้ในหน้าจอบทที่ 2 ของโปรแกรมวิธีบีกเอ็ม	88
3-24 หน้าจอบทที่ 1 ของโปรแกรมหาผลเฉลี่ยโดยวิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน	89
3-25 หน้าจอบทที่ 2 ของโปรแกรมหาผลเฉลี่ยโดยวิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน	90



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันได้มีการสอนเนื้อหาที่น่าสนใจผ่านทางอินเทอร์เน็ตกันแพร่หลาย ซึ่งโปรแกรมเชิงเส้นในวิชาคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่น่าสนใจ สามารถนำไปประยุกต์ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ ดังนั้นคณะผู้จัดทำจึงทำการศึกษา รวมทั้งพัฒนาเนื้อหาลงสื่อผ่านอินเทอร์เน็ตให้ผู้ต้องการค้นคว้าได้ และเหมาะสำหรับผู้ต้องการศึกษาดด้วยตนเองได้

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อใช้เป็นสื่อการสอนเนื้อหาเรื่องโปรแกรมเชิงเส้นที่สามารถเข้าใจง่าย
2. เพื่อช่วยในการศึกษาเนื้อหาเรื่องโปรแกรมเชิงเส้นสำหรับนักเรียน นักศึกษา และบุคคลทั่วไปที่สนใจ
3. สามารถคำนวณวิธีการโปรแกรมเชิงเส้นได้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

สื่อการสอนนี้ผู้ใช้สามารถศึกษาได้ด้วยตนเองบนสื่ออินเทอร์เน็ต โดยมีการจัดเรียงเนื้อหาจากง่ายไปหายาก กล่าวคือจะเริ่มจากการสร้างรูปแบบปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นไปจนถึงการหาผลเฉลยของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นโดยมีวิธีต่างๆ หลายวิธี ซึ่งสื่อการสอนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะสามารถดึงดูดผู้เรียนให้สนใจในบทเรียน สามารถเข้าใจและใช้งานได้ง่ายด้วยตนเอง รวมทั้งสามารถเป็นสื่อช่วยในการสอนของอาจารย์ได้อีกด้วย

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา

ในส่วนของเนื้อหาประกอบด้วย ความหมายและประวัติของการโปรแกรมเชิงเส้น ตัวอย่างปัญหาการใช้ในด้านต่างๆ รูปแบบของการโปรแกรมเชิงเส้น และการหาผลเฉลยของการโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีต่างๆ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ประยุกต์ที่มีลักษณะเป็นโปรแกรมเชิงเส้นได้ ซึ่งนำเสนอเนื้อหาในสื่อการสอนบนอินเทอร์เน็ตโดยใช้ภาษา HTML ภาษา Java และโปรแกรม Flash5 ในการทำ

1.5 ขอบเขตการศึกษา

การนำเสนอเรื่องการโปรแกรมเชิงเส้นในส่วนที่เป็นพื้นฐานบนโปรแกรมช่วยสอน และการนำความรู้เรื่องภาษา HTML และโปรแกรม Flash5 มาใช้ในการทำสื่อการสอนเรื่องโปรแกรมเชิงเส้นและสามารถทำงานบนเครือข่ายอินเทอร์เน็ตได้ รวมทั้งนำภาษา Java มาเขียนเป็นโปรแกรมคำนวณบนอินเทอร์เน็ตที่เรียกว่า Javaapplet ได้

1.6 ขั้นตอนในการศึกษา

1. วางแผนขั้นตอนการทำงานและกำหนดเป้าหมาย
2. เริ่มต้นหาและศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่จะนำมาใช้
3. ศึกษาโปรแกรมที่จะนำไปใช้ทำ
4. นำความรู้ที่ได้มาเริ่มทำจริง
5. การตรวจสอบข้อผิดพลาดจากสิ่งที่ทำ
6. เมื่อเรียบร้อยแล้วทำเป็นรายงานปัญหาพิเศษ



บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI : Computer Assisted Instruction)

2.1.1 บทนำและความเป็นมาของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

กระบวนการเรียนการสอนคือ การสื่อสารข้อมูลระหว่างผู้สอนและผู้เรียน เมื่อผู้เรียนรับข้อมูลแล้วแปลผลก็แสดงว่ามีการเรียนรู้เกิดขึ้น โดยการสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนมี 2 ลักษณะได้แก่

1. การสื่อสารทางเดียว หรือระบบวงจรมเปิด (Open-loop system) คือการสื่อสารผ่านสื่อต่างๆ ไปยังผู้เรียนทางเดียว ผู้เรียนไม่สามารถสื่อสารไปยังผู้สอนได้ เช่น การเรียนระบบทางไกลการอ่านจากเอกสารและตำรา เป็นต้น

2. การสื่อสารสองทาง หรือระบบวงจรมปิด (Closed-loop system) คือการสื่อสารที่ผู้เรียนและผู้สอนสามารถโต้ตอบกันได้ เช่น การสอนในห้องเรียนการสาธิต (Demonstration) เป็นต้น การสื่อสารแบบสองทาง เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ผู้เรียนสามารถแปลผลหรือกับรู้ข่าวสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เมื่อไม่เข้าใจก็สามารถซักถามได้

การจัดการศึกษาตามเอ็กต์ภาพ

ในกระบวนการเรียนการสอนนั้นผู้เรียนมีศักยภาพแตกต่างกันทั้งทางร่างกาย ความรู้ความสามารถ และระดับมันสมอง แม้จะมีการจัดการเรียนการสอนสองทางแล้วก็ตามผู้เรียนแต่ละคนจะรับรู้ส่วนผู้เรียนที่เรียนรู้ได้เร็วต้องเสียเวลารอผู้เรียนช้าทำให้เกิดการเบียดหน้ยได้ จึงได้มีนักศึกษาทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้เป็นเอกภาพตามระดับความสามารถของผู้เรียกว่า “การศึกษาตามเอ็กต์ภาพ”

การศึกษาตามเอ็กต์ภาพ มีอยู่ 2 ลักษณะได้แก่

1. บทเรียนโปรแกรม (Programmed Instruction) เป็นบทเรียนที่จัดเป็นหน่วยๆ มีกระบวนการเรียนรู้ และวัดผลเบ็ดเสร็จเมื่อผู้เรียนผ่านเกณฑ์ในหน่วยต่อไปได้ บทเรียนโปรแกรมนี้ สกินเนอร์ (B.F.Skinner) เป็นผู้คิดขึ้นมา เพื่อแก้ปัญหาการเรียนอ่อนของบุตรสาวตนเอง

2. บทเรียนโมดูล (Module Instruction) เป็นบทเรียนที่จัดเป็นชุด (Package) ซึ่งประกอบไปด้วยบทเรียนอุปกรณ์ และสื่อ เพื่อประกอบการเรียนรู้ครบวงจร อยู่ในชุดการเรียนสามารถเรียนรู้และทดลอง หาประสบการณ์ได้ด้วยตนเอง

บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI : Computer Assisted Instruction) พัฒนามาจากบทเรียนโปรแกรม ของ B.F.Skinner ตามวิวัฒนาการทางเทคโนโลยี โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นตัวนำเสนอบทเรียน ดังจะได้กล่าวละเอียดต่อไป

บทเรียนทั้ง 3 ประเภทที่กล่าวมานั้นบทเรียน CAI มีประสิทธิภาพมากที่สุดประกอบกับเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ได้มีการพัฒนาความสามารถเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ในขณะที่ราคาลดต่ำลงตามลำดับจึงเป็นเรื่องที่ครู-อาจารย์ ควรจะให้ความสำคัญของบทเรียน CAI ให้มาก ในอนาคตคาดว่าจะมีบทบาทมากในกระบวนการจัดการเรียนการสอน

ประวัติบทเรียน CAI

ปี ค.ศ. 1958 มหาวิทยาลัยฟลอริดาได้นำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการสอน และทบทบบทเรียนทางด้านวิชาฟิสิกส์และสถิติ ในปีเดียวกัน มหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ดได้นำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการสอนระดับมัธยมศึกษา ในวิชาภาษาอังกฤษ และคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ปี ค.ศ. 1960 มหาลัยฮิลลินอยส์จัดทำ CAI แบบเทอร์มินัล (Terminal) ที่สามารถโต้ตอบกับผู้เรียนได้ ชื่อว่า "PLATO"

ปี ค.ศ. 1963 มีการสัมมนาให้บุคคลทั่วไปได้รับรู้เกี่ยวกับบทเรียน CAI และขยายวงกว้างขึ้น

ปี ค.ศ. 1971 มหาวิทยาลัยบริกคัมยั้งและเทกซัสได้พัฒนาบทเรียน CAI ใช้กับมินิคอมพิวเตอร์ ใช้โปรแกรมชื่อ TICCIT : Time Shared Interactive Controlled Information Television

ต่อมาญี่ปุ่นได้พัฒนาบทเรียน CAI จนสามารถใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์และได้มีการเผยแพร่ทั่วไปใช้เป็นบทเรียนช่วยสอน ตั้งแต่ระดับประถมศึกษา

2.1.2 ลักษณะของบทเรียน CAI

บทเรียน CAI เป็นบทเรียนที่ประยุกต์มาจากบทเรียนโปรแกรมของ B.F.Skinner โดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์นำเสนอบทเรียน ซึ่งมีลักษณะเป็นโมเดล (Model) 2 แบบ คือ

1. แบบเชิงเส้น (Linear Programming) เป็นบทเรียนที่ต้องเรียนทีละหน่วยตามลำดับ จะข้ามหน่วยไม่ได้
2. แบบไม่เชิงเส้น (Branching Programming) เป็นบทเรียนที่โยงระหว่างหน่วยถึงกันได้ตามความต้องการ ผู้เรียนสามารถเลือกเรียนหน่วยต่างๆ ที่จัดไว้ตามระดับความสามารถของตนเองได้

2.1.3 ประเภทของบทเรียน CAI

บทเรียน CAI จำแนกได้ 7 ประเภท ได้แก่

1. **แบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด (Drill and Practice)** เป็นลักษณะบทเรียนโปรแกรมที่สามารถเลือกบทเรียนที่จะเรียนได้ตามระดับความสามารถของผู้เรียน มีแบบฝึกหัดให้ทำทดสอบระดับความรู้ และสามารถทบทวนบทเรียนได้ เมื่อยังไม่เข้าใจหรือมีความรู้ไม่เพียงพอ
2. **แบบเจรจา (Dialogue)** เป็นลักษณะพูดคุยได้โต้ตอบได้ใช้ในการเรียนด้านภาษาหรือกับนักเรียนระดับอนุบาลหรือประถมศึกษาตอนต้น เป็นต้น
3. **แบบจำลองสถานการณ์ (Simulation)** ใช้กับการเรียนที่เรียนกับของจริงได้ยาก หรือเสี่ยงอันตราย เช่น จำลองการเรียนการบิน การเดินทางในอวกาศ เป็นต้น
4. **เกมส์ (Games)** เป็นการเรียนรู้จากเกมส์ที่จัดทำด้วยคอมพิวเตอร์ เช่น เกมส์ต่อภาพ เกมส์ต่อคำศัพท์ เกมส์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
5. **การแก้ปัญหาต่างๆ (Problem Solving)** เป็นการเรียนที่ให้คอมพิวเตอร์ส่งข้อมูลมา แล้วให้นักเรียนวิเคราะห์ หรือแก้ปัญหา เช่น วิชาสถิติ วิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น
6. **การค้นพบสิ่งใหม่ๆ (Investigation)** เป็นการจำลองสถานการณ์ขึ้น แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อเท็จจริง เช่น ผสมพฏัญชะ หรือคำศัพท์ โดยคอมพิวเตอร์ โดยคอมพิวเตอร์จะบอกความหมายคำตรงข้าม คำใกล้เคียง เป็นต้น
7. **การทดสอบ (Testing)** เป็นการทดสอบความรู้ และความสามารถของผู้เรียนโดยคอมพิวเตอร์จะจัดข้อสอบให้และทำการประมวลผลให้ทราบในทันที เช่น การทดสอบพื้นฐานความรู้ การทดสอบ I.Q. เป็นต้น

2.1.4 คุณลักษณะโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้สร้างบทเรียน CAI

โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป ที่นำมาใช้สร้างบทเรียน CAI ประยุกต์มาจากโปรแกรมนำเสนอผลงาน (Presentation Software) ซึ่งมีอยู่ 3 ประเภท ได้แก่

1. โปรแกรมนำเสนอด้วยภาพนิ่ง (Slide Presentation Software)
2. โปรแกรมนำเสนอด้วยภาพเคลื่อนไหวได้ (Animation Presentation Software)
3. โปรแกรมสื่อประสม (Multimedia or Interactive Video)

ตารางที่ 2-1 แสดงการเปรียบเทียบโปรแกรมทั้ง 3 ประเภท

โปรแกรม	คุณภาพ	อุปกรณ์เพิ่ม	ซอฟต์แวร์	ราคา	
1.Slide Presentation	ดี	0	X	PC	0 → ไม่มี
2.Animation Presentation	ดีมาก	x	xx	แพง	x → มี
3. Multimedia	ดีที่สุด	xx	xxx	แพงมาก	xx → มีมาก xxx → มีมากๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมภาพเคลื่อนไหวและโปรแกรมสื่อประสม เป็นสื่อในการนำเสนอที่มีประสิทธิภาพมาก แต่ต้องมีโปรแกรม (Software) และอุปกรณ์ (Hardware) เพิ่มมากขึ้นและราคาแพง ในหลักสูตรนี้จะเป็นการนำเอาโปรแกรมนำเสนอด้วยภาพนิ่ง (Slide Presentation Software) มาประยุกต์สร้างบทเรียน CAI ซึ่งโปรแกรมจะต้องมีคุณสมบัติ ดังนี้

- สร้างภาพ (Graphic)
- สร้างตัวอักษร (Text)
- นำเสนอต่อเนื่องได้
- ทำแบบทดสอบได้

การเลือกโปรแกรม

โปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ประยุกต์ทำบทเรียน CAI นั้น ในต่างประเทศมีหลายบริษัทจัดทำขึ้นและมีการพัฒนาอยู่เสมอ จึงมีคุณสมบัติคล้ายคลึงกัน จะแตกต่างกันเฉพาะรูปแบบของหน้าต่าง (Window) ไอคอน (Icon) เมนู (Menu) เช่น PC Storyboard Plus Show Partner F/X Harvard Graphic เป็นต้น

ในประเทศไทยมีนักพัฒนาโปรแกรมหลายคนได้พัฒนาโปรแกรม เพื่อใช้สร้างบทเรียน CAI เช่น โปรแกรม Thaishow พัฒนาโดยอาจารย์อาจหาญ สัตยารักษ์ โปรแกรมมุกดา พัฒนาโดยอาจารย์สุเมงคณ วีระชาติยานุกุล และยังมีอีกหลายคนที่ไม่เผยแพร่ทั่วไป

การพิจารณาเลือกโปรแกรม คำนึงถึง

1. ใ้กับ PC ทั่วไปได้
2. สร้างภาพได้ง่าย
3. สร้างตัวอักษรไทย-อังกฤษได้
4. นำเสนอบทเรียนต่อเนื่องด้วยเทคนิคต่างๆได้
5. จับภาพจากโปรแกรมอื่นได้
6. นำโปรแกรมอื่นมาต่อรวมได้
7. ทดสอบและวัดผลได้

2.1.5 ข้อดีของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน มีดังนี้

1. ผู้เรียนมีความสนใจในการเรียนมากขึ้นเนื่องจากใช้คอมพิวเตอร์ในการสอน ซึ่งเป็นสิ่งใหม่
2. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับการเรียนการสอนในห้องเรียน
3. ผู้เรียนมีความเป็นส่วนตัวในการเรียนทางบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้

4. ผู้เรียนสามารถเป็นผู้ควบคุมบทเรียนด้วยตนเองโดยการจัดการ และประเมินผลการเรียนด้วยตนเอง
5. สามารถนำไปเรียนตามสถานที่ต่างๆได้ เนื่องจากพกพาได้สะดวก
6. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีเนื้อหาที่กระชับ ทำให้สามารถเรียนรู้ได้รวดเร็ว
7. เป็นเครื่องมือประกอบช่วยในการเรียนการสอนของครูอาจารย์ได้สะดวก เก็บเนื้อหาได้มาก
8. ลดเวลาเรียนลงเมื่อเทียบกับการสอนในห้องเรียน

2.1.6 ข้อจำกัดของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

เมื่อเทียบกับการเรียนการสอนปกติ มีดังนี้

1. ใช้เวลาในการพัฒนามาก ในการทดสอบและปรับปรุงบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
2. ค่าใช้จ่ายในการลงทุนสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์สอนค่อนข้างสูงทั้งฮาร์ดแวร์ และซอฟต์แวร์
3. ซอฟต์แวร์บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไม่สามารถใช้ได้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ระบบต่างกันได้ทุกระบบ เนื่องจากขาดอุปกรณ์ที่ได้มาตรฐานเดียวกัน
4. ความยากในการออกแบบเพื่อให้สอดคล้องกับกลุ่มเป้าหมายที่แตกต่างกัน

2.2 ความรู้เกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต

2.2.1 ความเป็นมาของอินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ต (Internet) เป็นเครือข่ายที่ได้รับการพัฒนาและเติบโตมาจากเครือข่ายทางการทหารของประเทศสหรัฐอเมริกาที่มีชื่อว่าเครือข่าย "อาร์ปาเน็ต" (Arpanet: Advanced Research Projects Agency Network) เป็นโครงการสังกัดกระทรวงกลาโหมสหรัฐอเมริกาโดยเริ่มใช้งานเมื่อปี พ.ศ. 2512 ซึ่งเป็นโครงการร่วมมือระหว่างกระทรวงกลาโหมกับมหาวิทยาลัยในมลรัฐแคลิฟอร์เนียโดยมีเครือข่ายอาร์ปาเน็ตเป็นเครือข่ายหลักสำหรับการติดต่อสื่อสารกัน ในเวลาต่อมา มหาวิทยาลัยต่างๆในสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสนใจและขอเข้าร่วมโครงการโดยเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์เข้ากับเครือข่ายอาร์ปาเน็ตเพื่อประโยชน์ในการศึกษาและวิจัย ต่อมาเมื่อเครือข่ายอาร์ปาเน็ตมีขนาดใหญ่มากขึ้นทำให้เกิดปัญหาในการบริหารเครือข่าย ดังนั้นทางการทหารของสหรัฐอเมริกาจึงขอแยกตัวออกเป็นเครือข่ายย่อย ซึ่งมีชื่อว่า "มิลเน็ต" (MILNET : MILitary Network) โดยเชื่อมต่อเข้ากับเครือข่ายอาร์ปาเน็ตเดิมด้วยเทคนิคการโต้ตอบ หรือ "โปรโตคอล" (protocol) แบบพิเศษที่เรียกว่า "ทีซีพี/ไอพี" (TCP/IP: Transmission Control Protocol / Internet Protocol) โดยที่ "ไอพี" (IP : Internet Protocol) หรืออินเทอร์เน็ตโปรโตคอล เป็นส่วนสำคัญใน

การเชื่อมโยงเครือข่ายอาร์ปาเน็ต นับตั้งแต่นั้นได้มีเครือข่ายย่อยของสถาบันและองค์กรต่างๆทั้งในประเทศสหรัฐอเมริกาเองและประเทศต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์ทางการทูตกับสหรัฐอเมริกาได้ขอเชื่อมต่อเข้ากับเครือข่ายอาร์ปาเน็ต ทำให้เครือข่ายอาร์ปาเน็ตมีสมาชิกเพิ่มมากขึ้น และเนื่องจากจากการเชื่อมโยงของเครือข่ายย่อยต่างๆ เหล่านี้เป็นการเชื่อมต่อด้วยเทคนิคแบบ “อินเทอร์เน็ต-โปรโตคอล” ดังนั้นต่อมาจึงเรียกเครือข่ายขนาดยักษ์นี้ว่า “อินเทอร์เน็ต”

2.2.2 ความหมายของอินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ต เป็นเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่มีขนาดใหญ่ที่สุดในโลก ซึ่งประกอบด้วยเครือข่ายย่อยจำนวนมากมาย กระจายอยู่เกือบทุกมุมโลกโดยที่เครือข่ายย่อยเหล่านี้ส่วนใหญ่จะอยู่ในประเทศสหรัฐอเมริกา ปัจจุบันอินเทอร์เน็ตประกอบด้วยเครือข่ายย่อยจำนวนมากกว่า 22,000 เครือข่าย

2.2.3 ขอบข่ายของเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

การติดต่อสื่อสารโดยเครือข่ายอินเทอร์เน็ตมีข้อจำกัดซึ่งคล้ายคลึงกับการติดต่อสื่อสารโดยทางโทรศัพท์หรือโทรสาร กล่าวคือการโทรศัพท์หรือการโทรสารสามารถติดต่อระหว่างกันได้ก็ต่อเมื่อผู้ติดต่อระหว่างกันมีเครื่องโทรศัพท์และโทรสารเชื่อมต่อกับระบบ สำหรับการสื่อสารโดยผ่านทางเครือข่ายอินเทอร์เน็ตนั้นผู้ติดต่อระหว่างกันต้องมีคอมพิวเตอร์เชื่อมต่อกับเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ซึ่งในปัจจุบันประเทศไทยยังมีขีดจำกัดในการให้บริการผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอยู่มาก สาเหตุเนื่องมาจากเกตเวย์ซึ่งเป็นประตูสู่เครือข่ายอินเทอร์เน็ตของประเทศไทยมีเพียงไม่กี่แห่งเท่านั้น

สำหรับขอบข่ายของการติดต่อสื่อสารโดยเครือข่ายอินเทอร์เน็ตนั้นสมาชิกสามารถติดต่อสื่อสารระหว่างกันได้เพียงประมาณ 25 ล้านคน โดยกระจายอยู่ในประเทศต่างๆ จำนวน 60 ประเทศทั่วโลก

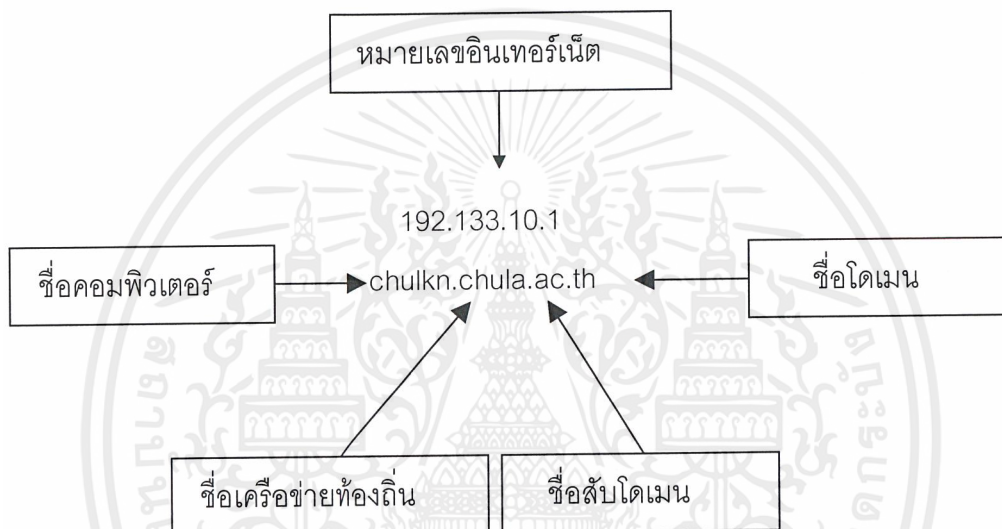
หมายเลขอินเทอร์เน็ต (Internet Number)

หมายเลขอินเทอร์เน็ตหรือหมายเลขไอพี (IP number) เป็นเลขรหัสประจำตัวของคอมพิวเตอร์ที่ต่อเข้ากับเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ซึ่งเป็นหมายเลขรหัสที่ไม่ซ้ำกัน โดยหมายเลขอินเทอร์เน็ตจะประกอบด้วยเลขสี่จำนวน ที่เป็นจำนวนเลขตั้งแต่ 0 ถึง 255 โดยถูกคั่นด้วยเครื่องหมายจุด (.) ดังตัวอย่างหมายเลขคอมพิวเตอร์ของสถาบันวิทยบริการฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งมีชื่อว่า chulkn มีหมายเลขไอพีเป็นดังนี้

192.133.10.1

ชื่ออินเทอร์เน็ต

หมายเลขไอพีประจำตัวคอมพิวเตอร์เป็นตัวเลขที่จดจำได้ยากทำให้การอ้างคอมพิวเตอร์ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตโดยใช้หมายเลขไอพี ไม่สะดวกต่อผู้ใช้คอมพิวเตอร์ ดังนั้นจึงมีระบบชื่อคอมพิวเตอร์ตามมาตรฐานของเครือข่ายอินเทอร์เน็ตที่เรียกว่า “ ดีเอ็นเอส ” (DNS : Domain Name Server) หรือระบบชื่อโดเมน เป็นตัวอ้างอิงแทนโดยชื่อ ดีเอ็นเอส ประกอบด้วยชื่อเครื่องคอมพิวเตอร์ ชื่อเครือข่ายท้องถิ่น ชื่อสับโดเมน (subdomain) และชื่อโดเมน อย่างไรก็ตามชื่อ ดีเอ็นเอส ที่สอดคล้องกับคอมพิวเตอร์ของสถาบันวิทยบริการฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ดังแสดงในรูปที่ 2-1



รูปที่ 2-1 แสดงชื่อดีเอ็นเอสที่สอดคล้องกับหมายเลขไอพีของคอมพิวเตอร์ที่สถาบันวิทยบริการฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หมายเลขอินเทอร์เน็ต มีความหมายเช่นเดียวกับ หมายเลขไอพี (IP Number) และเลขที่อยู่ไอพี (IP Address) โดยมีตัวอย่างของชื่อโดเมนและประเภทขององค์กรได้แสดงไว้ในตารางที่ 2-2 สำหรับชื่อโดเมนที่เป็นชื่อย่อของประเทศต่างๆ ซึ่งเป็นประเทศนอกเหนือสหรัฐอเมริกา นั้นได้แสดงไว้ในตารางที่ 2-3 ชื่อโดเมนที่เป็นรหัสย่อของประเทศอาจได้รับการกำหนดประเภทขององค์กรในประเทศนั้นๆ ซึ่งเรียกว่า “สับโดเมน” และตัวอย่างชื่อสับโดเมนได้แสดงไว้ในตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-2 แสดงตัวอย่างชื่อโดเมนในประเทศสหรัฐอเมริกา

ชื่อโดเมน	ประเภทขององค์กรในประเทศสหรัฐอเมริกา	
Com	Commercial	สำหรับกลุ่มองค์กรการค้า
Edu	Educational	สำหรับกลุ่มสถาบันการศึกษา
Gov	Governmental	สำหรับกลุ่มองค์กรของรัฐทั่วไป
Mil	military	สำหรับกลุ่มองค์กรทหาร
Net	network services	สำหรับกลุ่มองค์กรบริการเครือข่าย
Org	other organizations	สำหรับกลุ่มองค์กรอื่นๆ

ตารางที่ 2-3 แสดงตัวอย่างชื่อโดเมนซึ่งเป็นชื่อย่อของประเทศ

ชื่อโดเมน	ชื่อประเทศ	
Au	Australia	สำหรับประเทศออสเตรเลีย
Fr	France	สำหรับประเทศฝรั่งเศส
Jp	Japan	สำหรับประเทศญี่ปุ่น
Th	Thailand	สำหรับประเทศไทย
UK	United Kingdom	สำหรับประเทศสหราชอาณาจักรอังกฤษ

ตารางที่ 2-4 แสดงตัวอย่างชื่อลับโดเมนซึ่งเป็นส่วนขยายชื่อโดเมน

ชื่อลับโดเมน	คำอธิบาย	ตัวอย่าง
Ac	academic สำหรับสถาบันการศึกษา	chulkn.chula.ac.th
Co	comercial สำหรับธุรกิจการค้า	ibmpc.co.uk
Or	organizations สำหรับกลุ่มองค์กรอื่นๆ	nwg.nectec.or.th

ที่อยู่อินเทอร์เน็ต

ที่อยู่อินเทอร์เน็ต หรือ ที่อยู่เครือข่ายอินเทอร์เน็ต (Internet address) ประกอบด้วยชื่อผู้ใช้คอมพิวเตอร์ (User) และชื่ออินเทอร์เน็ต (Internet Name) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

user @ internet_name

2.3 การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear programming)

2.3.1 ความหมายของการโปรแกรมเชิงเส้น

การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear programming) เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเทคนิคในการแก้ไขปัญหาทางการจัดสรรปัจจัยและทรัพยากรที่มีลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆที่เกี่ยวข้องเป็นเชิงเส้นตรงทั้งสิ้น โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาและตัดสินใจให้เกิดผลตามแนวทางการดำเนินงานที่ดีที่สุด เช่น กำไรสูงสุด ค่าใช้จ่ายน้อยสุดและแนวทางการดำเนินงานอื่นๆที่ให้ผลประโยชน์มากที่สุดต่อระบบนั้นๆ โดยมีเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น ภาวะตลาด การขาดแคลนวัตถุดิบ กำลังคน เครื่องจักร เงินทุน สถานที่ ความรู้ ข้อกำหนดของกฎหมายและระเบียบต่างๆของสังคม ขอบเขตของธุรกิจที่ดำเนินตัวอย่างเช่น การใช้เทคนิคทางการโปรแกรมเชิงเส้นที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางการผลิตของอุตสาหกรรมต่างๆ ซึ่งจะต้องเกี่ยวข้องโดยตรงกับวัตถุดิบชนิดต่างๆที่ใช้ในการผลิต ชนิดของเครื่องจักรที่มีสมรรถภาพและกำลังการผลิตต่างกัน กำลังคนที่มีความสามารถและจำนวนที่ต้องการของเงินทุนหมุนเวียนและทุนกิจการ สถานที่ที่เกี่ยวข้อง ความรู้และวิธีการผลิต ราคาขาย และการตลาด ฯลฯ

2.3.2 ประวัติของการโปรแกรมเชิงเส้น

นายดานท์ซิก (George B. Dantzig) เป็นผู้ริเริ่มสร้างรูปแบบทั่วไปของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นและพัฒนาวิธีการอย่างมีระบบในการหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นในปี พ.ศ.2490 วิธีการหาดังกล่าวยังคงใช้อยู่จนถึงปัจจุบันภายใต้ชื่อว่า วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method) งานด้านการโปรแกรมเชิงเส้นในระยะแรกของดานท์ซิก ได้ทำให้กับกองทัพอากาศของสหรัฐอเมริกา ต่อมาประมาณปี พ.ศ.2495 จึงได้มีการนำเครื่องคอมพิวเตอร์มาใช้ในการหาคำตอบสุดตมะของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น ตามลักษณะเฉพาะของปัญหาที่สามารถประยุกต์ใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นได้ ปัจจุบันได้มีการใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นอย่างกว้างขวางและโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปก็มีใช้กันอย่างแพร่หลายเช่นเดียวกัน แม้กระทั่งในเรื่องของไมโครคอมพิวเตอร์ ก็ได้มีการจัดทำโปรแกรมสำเร็จรูปไว้ใช้สำหรับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นที่มีขนาดไม่ใหญ่มากนัก ปัจจุบันได้มีการประยุกต์ใช้ตัวแบบการโปรแกรมเชิงเส้นอย่างแพร่หลาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในทางธุรกิจและอุตสาหกรรม

ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นหรือเรียกทั่วๆ ไปว่า ปัญหาทาง LP กล่าวโดยย่อคือ การจัด "ทรัพยากร" (Resource) ที่มีอยู่เป็นปริมาณจำกัดให้ใช้ใน "กิจกรรม" (Activity) หลายๆ อย่างให้ได้เหมาะสมที่สุด (Optimal)

2.3.3 ตัวอย่างปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้น เช่น

1. ปัญหาการผลิต (Product mix problem) เป็นการพิจารณาหาปริมาณสินค้าแต่ละประเภทที่ควรจะทำการผลิต เพื่อใช้ทรัพยากรที่มีอยู่ไม่ให้เป็นเครื่องจักร วัตถุดิบ แรงงาน นั้นอย่างเหมาะสม เพื่อที่จะได้รับผลตอบแทนหรือกำไรสูงสุด

ตัวอย่างที่ 2.1 โรงงานเล็กๆ โรงงานหนึ่งผลิตสินค้า 2 ชนิด คือ สบู่ และยาสระผม ความต้องการของตลาดคือ ต้องการสินค้า 2 ชนิดนี้เท่าที่ความสามารถของโรงงานจะผลิตได้ ถ้าสินค้าแต่ละชนิดต้องใช้เวลาผลิตใน 3 แผนก ต่างๆ กันดังตารางที่ 2-5 แต่ละแผนกมีกำลังคนในแต่ละสัปดาห์จำกัดดังตารางที่ 2-6 สมมติว่าขายสบู่ 1 ก้อนได้กำไร 15 บาท และขายยาสระผม 1 ขวดได้กำไร 20 บาท ทางฝ่ายวางแผนของโรงงานจะต้องวิเคราะห์ดูว่าจะผลิตสินค้าอย่างไรเพื่อให้ได้กำไรสูงสุด และสอดคล้องกับข้อจำกัดที่มีอยู่

ตารางที่ 2-5 แสดงเวลาที่แต่ละแผนกใช้ผลิตสินค้าแต่ละชนิด 1 ชิ้น

สินค้า	เวลาที่ใช้ผลิต (ชั่วโมง)		
	แผนก 1	แผนก 2	แผนก 3
สบู่	5	3	2
ยาสระผม	3	2	4

ตารางที่ 2-6 กำลังคนที่มีอยู่จำกัดในแต่ละแผนก ต่อสัปดาห์

แผนก	กำลังคน (ชั่วโมง) ต่อ สัปดาห์
1	150
2	120
3	180

วิธีทำ เป้าหมายคือ กำไรสูงสุด ตัวแปรตัดสินใจคือจำนวนสินค้าที่จะผลิต

ข้อจำกัด คือ กำลังคนในแต่ละแผนกต่อสัปดาห์

ให้ x_1 = จำนวนสบู่ที่จะผลิต

x_2 = จำนวนยาสระผมที่จะผลิต

Z = กำไร

สมการเป้าหมาย คือ

กำไร = (กำไรของสบู่ 1 ก้อน)*(จำนวนสบู่)+(กำไรของยาสระผม 1 ขวด)*(จำนวนยาสระผม)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Z = 15x_1 + 20x_2$$

ข้อจำกัดด้านกำลังคนในแต่ละแผนกต่อสัปดาห์มีจำกัด

$$\begin{aligned} \text{เวลาที่ใช้ในการผลิตในแผนกที่ 1} &= (\text{เวลาที่ใช้ในการผลิตสบู่ 1 ก้อน}) \cdot (\text{จำนวนสบู่}) + \\ & \quad (\text{เวลาที่ผลิตยาสระผม 1 ขวด}) \cdot (\text{จำนวนยาสระผม}) \\ &= 5x_1 + 3x_2 \end{aligned}$$

จากตารางที่ 2 กำลังคนในแผนก 1 ไม่เกิน 150 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ดังนั้น
จะได้

$$5x_1 + 3x_2 \leq 150$$

ในการทำงานเดียวกัน กำลังคนในแผนก 2 และ 3 ไม่เกิน 120 ชั่วโมง และ 200 ชั่วโมง ตามลำดับ จะ
ได้

$$3x_1 + 2x_2 \leq 120$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 200$$

เมื่อ x_1 และ x_2 แทนจำนวนสินค้า ค่า x_1, x_2 จึงติดลบไม่ได้ นั่นคือ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

จากสมการเป้าหมายและข้อจำกัดที่ได้ล้วนเป็นแบบเชิงเส้นทั้งสิ้น รูปแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับ
ปัญหานี้คือ

หาค่ามากที่สุดของ $Z = 15x_1 + 20x_2$

โดยมีข้อจำกัดคือ $5x_1 + 3x_2 \leq 150$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 120$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 200$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

2. ปัญหาการผสมสาร (Blending problem) เป็นการพิจารณาหาปริมาณสารหรือวัตถุดิบชนิดต่างๆ ที่จะนำมาผสมกันหรือนำมาใช้ในการผลิตสินค้าประเภทต่างๆ ตามคุณสมบัติที่กำหนดไว้ เพื่อได้มีค่าใช้จ่ายต่ำที่สุด

ตัวอย่างที่ 2.2 ผู้จัดการฟาร์มเลี้ยงหมูแห่งหนึ่ง พิจารณาว่าควรจะมีผสมสารอาหารสามชนิดด้วยกันอย่างไร เพื่อที่จะให้หมูที่เลี้ยงได้รับสารอาหารครบตามความต้องการขั้นต่ำ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด โดยคุณค่าของอาหารแต่ละชนิดเป็นไปตามที่กำหนดไว้ในตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 2-7 แสดงคุณค่าทางสารอาหารที่หมู่จะได้รับ

คุณค่าอาหาร	อาหาร			
	ชนิดที่ 1	ชนิดที่ 2	ชนิดที่ 3	ความต้องการขั้นต่ำ
คาร์โบไฮเดรต(mg./หน่วย)	9	2	4	20 mg.
โปรตีน (mg./หน่วย)	3	8	6	18 mg.
วิตามิน (mg./หน่วย)	1	2	6	15 mg.
ราคาต่อหน่วย (บาท/หน่วย)	7	6	5	

วิธีทำ ปัญหาในการผสมอาหารที่กำหนดให้นี้ เราต้องการที่จะทราบว่าควรจะมีส่วนผสมโดยใช้อาหารชนิดใดบ้าง จำนวนกี่หน่วย เพื่อที่จะให้อาหารที่ผสมมีคุณค่าทางอาหารครบถ้วน และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ดังนั้น เรากำหนดให้

x_1 = จำนวนหน่วยของอาหารชนิดหนึ่ง ที่จะใช้ในการผสมอาหาร

x_2 = จำนวนหน่วยของอาหารชนิดสอง ที่จะใช้ในการผสมอาหาร

x_3 = จำนวนหน่วยของอาหารชนิดสาม ที่จะใช้ในการผสมอาหาร

ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นของปัญหาการผสมอาหารนี้ สามารถสรุปได้ดังนี้

หาค่าต่ำสุดของ $Z = 7x_1 + 6x_2 + 5x_3$

ภายใต้ข้อจำกัด $9x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 20$

$3x_1 + 8x_2 + 6x_3 \geq 18$

$1x_1 + 2x_2 + 6x_3 \geq 15$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

3. ปัญหาการขนส่ง (Transportation problem) เป็นการพิจารณาหาปริมาณสินค้าที่จะทำการขนส่งจากแหล่งผลิตสินค้าไปยังผู้บริโภคหรือจุดหมายปลายทาง เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำที่สุด หรือส่งสินค้าถึงจุดหมายปลายทางได้เร็วที่สุด

ตัวอย่างที่ 2.3 บริษัทไทยเจริญอุตสาหกรรม มีโรงงานผลิตสินค้า 3 แห่ง โรงงานแต่ละแห่งมีกำลังผลิตเท่ากับ 3,000, 5,000 และ 4,000 หน่วยตามลำดับ สินค้าที่ผลิตจากโรงงานทั้งสามแห่งนี้ จะถูกจัดส่งต่อไปยังลูกค้าของบริษัทซึ่งมีอยู่ 4 รายด้วยกัน โรงงานได้ตกลงที่จะขายสินค้า 4,000 ชิ้น ให้กับลูกค้ารายที่หนึ่ง 3,000 ชิ้น ให้กับลูกค้ารายที่สอง อย่างน้อย 1,000 ชิ้น ให้กับลูกค้ารายที่สาม ลูกค้ารายที่สามและลูกค้ารายที่สี่ต้องการซื้อสินค้าที่เหลือให้มากที่สุดเท่ากับที่

จะมากได้ หากกำไรที่บริษัทได้จากการขายสินค้าจากโรงงานผลิตแต่ละแห่งให้กับลูกค้าแต่ละราย เป็นไปดังตารางที่กำหนดให้ บริษัทควรจะขายสินค้าจากโรงงานใดให้กับลูกค้ารายใด ในจำนวนเท่าใด

ตารางที่ 2-8 แสดงปริมาณสินค้าที่ขายให้แก่โรงงานแต่ละแห่ง

โรงงาน	ลูกค้าคนที่			
	1	2	3	4
โรงงานที่ 1	65	63	62	64
โรงงานที่ 2	68	67	65	62
โรงงานที่ 3	63	60	59	60

วิธีทำ ปัญหาการขนส่งที่กำหนดให้ เราต้องการที่จะทราบว่า ควรจะส่งสินค้าจากโรงงานใดไปให้กับลูกค้าคนไหน ในปริมาณเท่าไร จึงจะทำให้บริษัทได้รับกำไรสูงสุด ดังนั้นเราจะกำหนดให้

x_{ij} = ปริมาณสินค้าที่เราจะทำการขนส่งจากโรงงานที่ i ไปจำหน่ายให้กับลูกค้าคนที่ j ,

$i = 1, 2, 3$ และ $j = 1, 2, 3, 4$

ปัญหาการขนส่งนี้ สามารถสรุปได้ดังนี้

หาค่าสูงสุดของ

$$z = 65x_{11} + 63x_{12} + 62x_{13} + 64x_{14} + 68x_{21} + 67x_{22} + 65x_{23} + 62x_{24} + 63x_{31} + 60x_{32} + 59x_{33} + 60x_{34}$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 3,000$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 5,000$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 4,000$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 4,000$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 3,000$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 1,000$$

$$x_{ij} \geq 0$$

4. ปัญหาการจัดสรรงาน (Assignment problem) เป็นการพิจารณาการจัดสรรงานที่จะต้องทำให้กับบุคลากรหรือเครื่องจักร เพื่อให้งานที่ได้รับการจัดสรรแล้วเสร็จในเวลาทีเร็วที่สุด หรือเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

ตัวอย่างที่ 2.4 โค้ชกีฬาทางน้ำกำลังพิจารณาที่จะจัดนักว่ายน้ำลงแข่งขัน ในประเภทผลัดผสม 4 * 50 ม. โดยจะจัดนักกีฬาสี่คนลงในการว่ายน้ำสี่ประเภท เพื่อให้ได้เวลารวมของทีมน้อยที่สุด โดยนักกีฬาแต่ละคนจะลงว่ายน้ำแข่งขันได้เพียงประเภทเดียวเท่านั้น หากเวลา (หน่วยเป็นวินาที) ของนักกีฬาแต่ละคนที่ใช้ในการว่ายน้ำแต่ละประเภทเป็นดังที่กำหนดให้ในตารางข้างล่างนี้ โค้ชผู้นี้ควรจะมอบให้ใครลงว่ายน้ำในประเภทใด

ตารางที่ 2-9 แสดงเวลาการว่ายน้ำของนักกีฬาในแต่ละประเภท

ผู้แข่ง	ประเภท			
	ฟรีสไตล์	กบ	กรรเชียง	ผีเสื้อ
นาย A	25	40	50	60
นาย B	24	38	45	59
นาย C	23	42	49	57
นาย D	27	41	48	59

วิธีทำ ปัญหาการจัดนักว่ายน้ำลงว่ายน้ำแต่ละประเภท ในทีมว่ายน้ำผลัดผสมที่กำหนดให้นี้ เราต้องการที่จะทราบว่า ควรจะจัดให้นักกีฬาคนใดลงว่ายน้ำในประเภทใดจึงจะทำให้มีเวลารวมน้อยที่สุด ดังนั้นเราจะกำหนดให้

$$x_{ij} = 1 \text{ หากมีการมอบให้นักกีฬาคนที่ } i \text{ ลงว่ายน้ำในประเภทที่ } j \\ = 0 \text{ หากไม่ได้มีการมอบให้นักกีฬาคนที่ } i \text{ ลงว่ายน้ำในประเภทที่ } j \\ i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

โดยที่ $i = 1$ หมายถึง นาย A $i = 2$ หมายถึง นาย B
 $i = 3$ หมายถึง นาย C $i = 4$ หมายถึง นาย D
 $j = 1$ หมายถึง ประเภทฟรีสไตล์ $j = 2$ หมายถึง ประเภทกบ
 $j = 3$ หมายถึง ประเภทกรรเชียง $j = 4$ หมายถึง ประเภทผีเสื้อ

ปัญหาการจัดนักว่ายน้ำ สามารถสรุปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{หาค่าต่ำสุดของ} \quad z &= 25x_{11} + 40x_{12} + 50x_{13} + 60x_{14} \\ &+ 24x_{21} + 38x_{22} + 45x_{23} + 59x_{24} \\ &+ 23x_{31} + 42x_{32} + 49x_{33} + 57x_{34} \\ &+ 27x_{41} + 41x_{42} + 48x_{43} + 59x_{44} \end{aligned}$$

$$\text{ภายใต้ข้อจำกัด} \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$$

$$x_{ij} = 0 \text{ หรือ } 1$$

5. ปัญหาการลงทุน (Investment project selection) เป็นการพิจารณาจัดสรรเงินลงทุนในโครงการลงทุนต่างๆ เพื่อให้ได้รับผลตอบแทนสูงสุด

6. ปัญหาการตัดกระดาษ (Trim loss problem) เป็นการพิจารณารูปแบบหรือวิธีการตัดกระดาษ เช่น การตัดผ้า เพื่อที่จะหารูปแบบการตัดกระดาษขนาดมาตรฐานที่มีอยู่ออกเป็นขนาดและปริมาณต่างๆ ตามความต้องการ เพื่อให้จะมีเศษผ้า น้อยที่สุด

7. ปัญหาอื่นๆ เช่น ปัญหาด้านการทหาร เป็นต้น

2.3.4 รูปแบบของการโปรแกรมเชิงเส้น

รูปแบบของการโปรแกรมเชิงเส้นมีอยู่ด้วยกันสองลักษณะ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่าปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่พิจารณาอยู่นั้นเป็นปัญหาในลักษณะที่ต้องการหาค่าสูงสุด (Maximum value) หรือต้องการหาค่าต่ำสุด (Minimum value) ซึ่งเขียนโดยมีรูปแบบดังนี้ :

สมการจุดมุ่งหมาย

$$\text{ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด} \quad z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad \text{----- (2.1)}$$

อสมการหรือสมการเงื่อนไข

$$\begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \geq, =, \leq \\ \vdots \end{matrix} \right. \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{matrix} \quad \text{----- (2.2)}$$

$$x_i \geq 0 ; i = 1, 2, \dots, n \quad \text{----- (2.3)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $z = f(x_i)$ เป็นสมการจุดมุ่งหมายหรือฟังก์ชันเป้าหมาย

x_i เป็นตัวแปรตัดสินใจ (Decision variable) หรือจำนวนหน่วยของกิจกรรมที่ i ที่จะตัดสินใจทำ เช่น อาจหมายถึงจำนวนหน่วยของสินค้าที่ i ที่เราจะทำการผลิต $i = 1, 2, \dots, n$

c_i เป็นผลตอบแทน (Profit หรือ return) ที่ได้จากการตัดสินใจทำกิจกรรมที่ i หนึ่งหน่วย ซึ่งเป็นค่าสัมประสิทธิ์

a_{ij} เป็นจำนวนทรัพยากรชนิดที่ i ที่จะใช้ในการทำกิจกรรมที่ j หนึ่งหน่วย (Resource consumption rate)

b_i เป็นจำนวนทรัพยากร (Resource) ชนิดที่ i ที่มีอยู่เพื่อใช้ในการทำกิจกรรมต่างๆ $i = 1, 2, \dots, m$

ตัวอย่างโปรแกรมเชิงเส้นมาตรฐาน โดยทั่วไปจะประกอบด้วยส่วนต่างๆ 3 ส่วนด้วยกัน คือ

1. ฟังก์ชันเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ (Objective function) ได้แก่ สมการที่ (2.1)
2. สมการข้อจำกัดของปัญหา (Functional constraints) ได้แก่ สมการที่ (2.2)
3. สมการข้อจำกัดของตัวแปรตัดสินใจที่จะต้องเป็นค่าที่ไม่ติดลบ (Non-negativity constraint) ได้แก่สมการที่ (2.3)

ค่าของตัวแปรตัดสินใจที่ได้จากการแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นมาตรฐานนี้เราเรียกว่า คำตอบ (Solution) ซึ่งเราพอจะแบ่งประเภทของคำตอบออกได้เป็น 7 ประเภท ดังนี้

1. คำตอบทั่วไป (Solution) เมื่อเราพูดถึงคำตอบทั่วไปเราจะหมายถึงค่าของตัวแปรตัดสินใจที่สอดคล้องกับข้อจำกัดของปัญหา (Functional constraint) เท่านั้น โดยไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับข้อจำกัดที่ตัวแปรตัดสินใจจะต้องมีค่าไม่ติดลบ (Non-negativity constraint)

2. คำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible solution) ได้แก่ คำตอบทั่วไปที่สอดคล้องกับข้อจำกัดที่ตัวแปรตัดสินใจจะต้องมีค่าไม่ติดลบ

3. คำตอบที่เป็นไปไม่ได้ (Infeasible solution) ได้แก่ คำตอบทั่วไปที่มีค่าของตัวแปรตัดสินใจไม่เป็นไปตามข้อจำกัด หรือขัดกับข้อจำกัด ที่ว่าค่าของตัวแปรตัดสินใจจะต้องมีค่าไม่ติดลบ

4. คำตอบเบสิค (Basic solution) ในปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่มีตัวแปรตัดสินใจ n ตัวแปรและสมการข้อจำกัดของปัญหาอยู่ m สมการ โดยมีจำนวนตัวแปรมากกว่าจำนวนสมการ ($n > m$) เราจะทำการกำหนดค่าของตัวแปรตัดสินใจ $(n-m)$ ตัวแปร ให้มีค่าเท่ากับ 0 จะทำให้เหลือตัวแปรตัดสินใจที่ไม่ทราบค่าเพียง m ตัวแปร หรือมีจำนวนตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่าเท่ากับ

จำนวนสมการ เมื่อเราทำการหาค่าของตัวแปรตัดสินใจที่เหลือ m ตัวแปรนี้ คำตอบที่ได้จะเรียกว่าเป็นคำตอบเบสิก

5. คำตอบเบสิกที่เป็นไปได้ (Basic feasible solution) ได้แก่ คำตอบเบสิกที่สอดคล้องกับข้อจำกัดของตัวแปรตัดสินใจที่จะต้องมีค่าไม่ติดลบ

6. คำตอบที่ดีที่สุดหรือคำตอบอุดมคติ (Optimal solution) ได้แก่ คำตอบทั่วไปที่เป็นไปได้ ที่ให้ค่าของฟังก์ชันเป้าหมายที่ดีที่สุด คือสูงที่สุดหรือต่ำที่สุดตามความต้องการของปัญหา

7. คำตอบที่ไม่มีขอบเขต (Unbounded solution) ได้แก่ คำตอบทั่วไปที่ให้ค่าของฟังก์ชันเป้าหมายเป็น $+\infty$ (หรือ $-\infty$) ในกรณีของการหาค่าสูงสุด (หรือหาค่าต่ำสุด)

2.3.5 ขั้นตอนการดำเนินการของการโปรแกรมเชิงเส้น มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 : การให้กำหนดตัวแปรตัดสินใจ เช่น เรากำหนดให้ x_i เป็นปริมาณวัตถุดิบชนิดที่ i โดย i เป็นดรรชนีกำกับล่าง (subscript) ซึ่งเป็นมิติเดียว อาจเป็นได้มากกว่าหนึ่งมิติได้ตามบางปัญหาได้ เช่น เราอาจให้ x_{ij} หมายถึง ปริมาณสินค้าชนิดที่ i ที่จะทำการผลิตในเดือนที่ j เป็นต้น

ขั้นที่ 2 : การกำหนดฟังก์ชันเป้าหมาย (z) เมื่อเราได้ทำการกำหนดตัวแปรตัดสินใจได้แล้ว เราก็จะต้องการเขียนฟังก์ชันเป้าหมายในเทอมของตัวแปรตัดสินใจตามที่ได้กำหนดไว้ พร้อมระบุให้ชัดเจนว่า ฟังก์ชันเป้าหมายนั้นเราจะต้องการหาค่าสูงสุดหรือหาค่าต่ำสุด

ขั้นที่ 3 : การกำหนดข้อจำกัดของปัญหา คือ การเขียนข้อจำกัดของปัญหาในเทอมของตัวแปรตัดสินใจ ซึ่งอยู่ในรูปสมการหรืออสมการที่แสดงภายใต้เงื่อนไขต่างๆ ที่มีอยู่ เช่น ข้อจำกัดเกี่ยวกับปริมาณทรัพยากรที่มีอยู่ เป็นต้น

ขั้นที่ 4 : ตรวจสอบว่า สมการหรืออสมการต่างๆ ที่ตั้งขึ้นเป็นไปในลักษณะของสมการเชิงเส้นถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 5 : เสร็จจากขั้นที่ 4 แล้ว หาผลเฉลยจากรูปแบบแทนระบบของปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ ดังนี้

1. วิธีกราฟ (Graphical Method)
2. วิธีพีชคณิต (Algebraic Method)
3. วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method)
4. วิธีบิกเอ็ม (Big-M Method)
5. วิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน (Two-Phase Method)
6. วิธีคู่ควบ (Dual Method)
7. วิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ (Dual Simplex Method)

2.3.5.1 วิธีกราฟ (Graphical Method)

การหาคำตอบของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟนั้นเป็นวิธีที่ง่ายไม่ต้องใช้การคำนวณอะไรมาก เราจะพิจารณาคำตอบที่ดีที่สุดได้จากกราฟที่พล็อตขึ้น โดยปกติแล้ว วิธีกราฟจะให้ได้ผลดีและเหมาะสำหรับสมการที่มีตัวแปรตัดสินใจเพียง 2 ตัวแปร แต่จะคำนวณไม่สะดวกสำหรับสมการที่มีตัวแปรตัดสินใจมากกว่า 2 ตัวแปรขึ้นไป เพราะลำบากทั้งการพล็อตกราฟและพิจารณากราฟที่พล็อตขึ้นมา

ขั้นตอนของวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดด้วยวิธีกราฟ มีดังนี้

1. พล็อตกราฟแสดงถึงข้อจำกัดต่างๆ ทั้งข้อจำกัดของปัญหา (Functional constraints) และข้อจำกัดของค่าตัวแปรตัดสินใจ
2. ระบุพื้นที่ที่ให้คำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible region) คือพื้นที่ที่มีค่าของตัวแปรตัดสินใจสอดคล้องกับข้อจำกัดต่างๆ
3. พล็อตกราฟแสดงถึงเส้นกราฟที่จะให้ค่าของฟังก์ชันเป้าหมายเท่ากัน (Iso-objective line)
4. ทำการเลื่อนเส้นกราฟที่ให้ค่าของฟังก์ชันเป้าหมายเท่ากัน ไปในทิศทางที่ดีขึ้นจนกระทั่งได้ค่าที่ดีที่สุด ถ้าเลื่อนไปทางขวาสำหรับการหาค่า z ที่สูงสุด แต่ถ้าเลื่อนไปทางซ้ายสำหรับการหาค่า z ที่ต่ำสุด และในขอบเขตข้อจำกัดที่โจทย์กำหนด
5. อ่านคำตอบที่ดีที่สุดจากรูปกราฟ คือ การอ่านค่าของตัวแปรที่ดีที่สุดจากรูปกราฟ โดยเพื่อให้เข้าใจวิธีการหาคำตอบด้วยวิธีกราฟนี้ได้ง่ายขึ้น เราจะพิจารณาจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.5 พิจารณาปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้น ต่อไปนี้

หาค่าสูงสุดของ

$$z = 8x_1 + 6x_2$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$4x_1 + 2x_2 \leq 60 \quad \text{----- (2.4)}$$

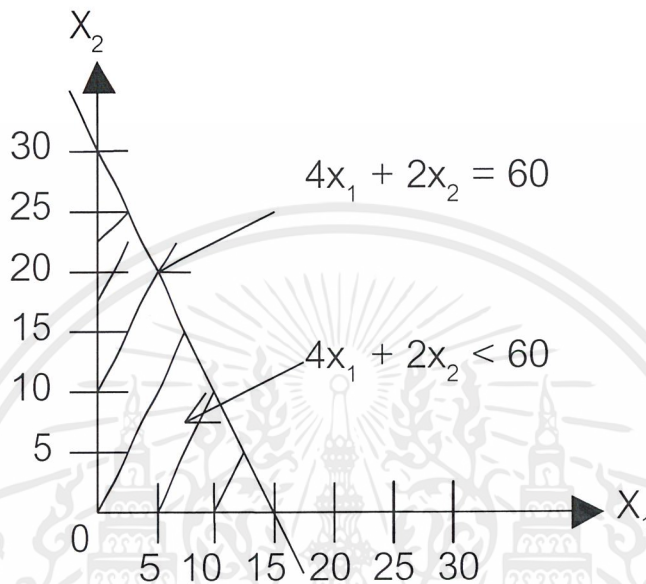
$$2x_1 + 4x_2 \leq 48 \quad \text{----- (2.5)}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

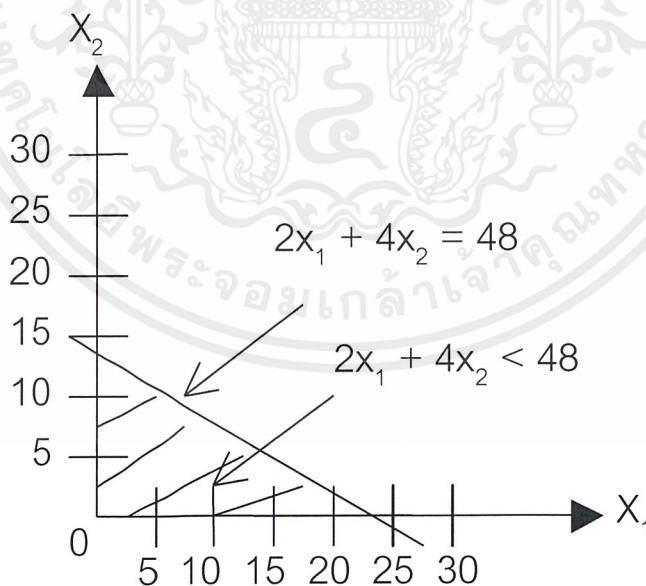
วิธีทำ มีตัวแปรตัดสินใจคือ x_1 และ x_2 ซึ่งจะไม่ติดลบ

เขียนกราฟโดยให้แกนนอน แทนค่าของตัวแปรตัดสินใจ x_1 และแกนตั้ง แทนค่าของตัวแปรตัดสินใจ x_2

โดยเราจะพล็อตกราฟจากสมการ (2.4) ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $4x_1 + 2x_2 = 60$ โดยการลากเส้นตรงนี้ผ่านจุดที่ตัดแกน x_1 และแกน x_2 ก็คือจุด $(15,0)$ และ $(0,30)$ แล้วพิจารณาว่าค่าตัวแปรตัดสินใจ x_1 และ x_2 ข้างใดในเส้นตรงนี้ที่ทำให้ค่า $4x_1 + 2x_2 < 60$ ซึ่งจะได้ค่าทางด้านซ้ายมือของสมการเส้นตรง $4x_1 + 2x_2 = 60$ โดยเราจะแรเงาเอาไว้ดังรูป 2-2 ซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ (2.4) โดยค่า x_1 และ x_2 ไม่ติดลบ

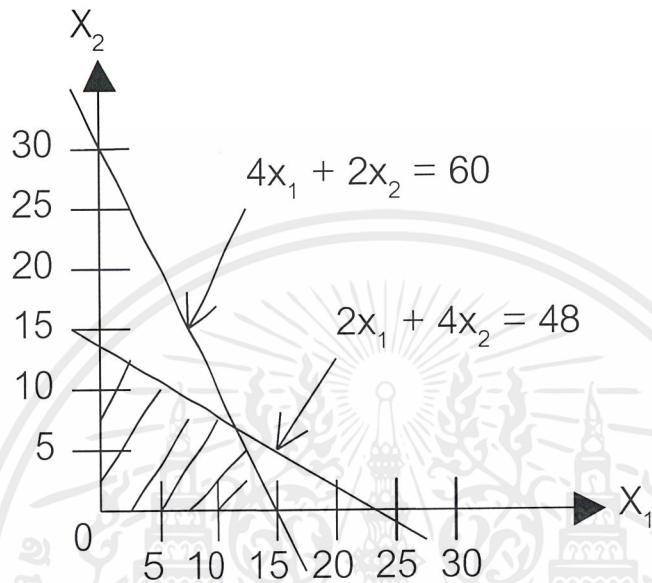


รูปที่ 2-2 กราฟแสดงพื้นที่ที่เป็นไปได้ของสมการ $4x_1 + 2x_2 \leq 60$ และ $x_1, x_2 \geq 0$

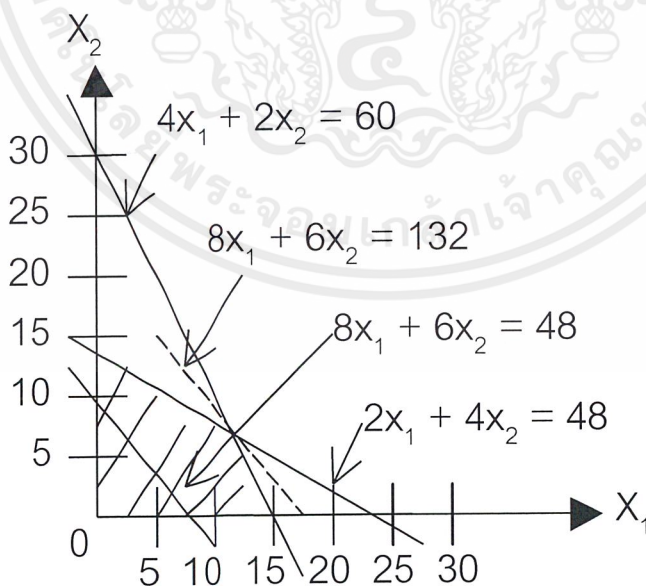


รูปที่ 2-3 กราฟแสดงพื้นที่ที่เป็นไปได้ของสมการ $2x_1 + 4x_2 \leq 48$ และ $x_1, x_2 \geq 0$

ในการทำงานเดียวกัน เราสามารถพล็อตกราฟจากสมการ (2.5) ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $2x_1 + 4x_2 = 48$ โดยการลากเส้นตรงนี้ผ่านจุดที่ตัดแกน x_1 และแกน x_2 ก็คือจุด $(24,0)$ และ $(0,12)$ แล้วพิจารณาว่าค่าตัวแปรตัดสินใจ x_1 และ x_2 ข้างใดในเส้นตรงนี้ที่ทำให้ค่า $2x_1 + 4x_2 < 48$ ซึ่งจะได้ค่าทางด้านซ้ายมือของสมการเส้นตรง $2x_1 + 4x_2 = 48$ โดยเราจะแรเงาเอาไว้ดังรูป 2-3 ซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ (2.5) โดยค่า x_1 และ x_2 ไม่ติดลบ



รูปที่ 2-4 แสดงพื้นที่ภายใต้สมการ $4x_1 + 2x_2 \leq 60$ กับ $2x_1 + 4x_2 \leq 48$



รูปที่ 2-5 การหาตำแหน่ง (x,y) ที่จะทำให้ค่า z มากที่สุด

นำข้อจำกัดทั้งสองกราฟมารวมกัน จะได้พื้นที่ที่แรเงาใหม่ในกราฟที่ทำให้ค่าของตัวแปรตัดสินใจ x_1 และ x_2 สอดคล้องกับข้อจำกัดทั้งสองและค่าตัวแปร x_1 และ x_2 ไม่ติดลบ ดังรูปที่ 2-4

เราจะทำการพล็อตกราฟของเส้นตรงที่ทำให้ค่าของฟังก์ชันเป้าหมายเท่ากัน โดยเลือก $z = 48 = 8x_1 + 6x_2$ ซึ่งเป็นเส้นตรงที่มีจุดตัดที่แกน x_1 คือ จุด (6,0) และจุดตัดที่แกน x_2 คือจุด (0,8) หรือเส้นตรง PQ ดังในรูปที่ 2-5 เมื่อเราขยับเส้นตรง PQ ขึ้นหรือลง และขนานกับเส้นตรง PQ นี้ เราจะได้ค่าของของฟังก์ชันเป้าหมายที่เพิ่มขึ้น หรือเลวลง ในโจทย์ข้อนี้ต้องการหาค่าสูงสุดของ z เราจะขยับขึ้นไปและขนานกับเส้นตรง PQ จนได้ค่า z มากที่สุดและสอดคล้องกับตัวแปรตัดสินใจ x_1 กับ x_2 ที่ไม่เกินในพื้นที่ที่แรเงาไว้ จะได้ ค่าสูงสุด $z = 132$ โดย $x_1 = 12$, $x_2 = 6$

2.3.5.2 วิธีพีชคณิต (Algebraic Method)

เนื่องจากวิธีกราฟใช้สำหรับสมการที่มีตัวแปรตัดสินใจมากกว่า 2 ตัวแปรไม่สะดวก จึงมีแนวคิดค้นและพัฒนาวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณหาค่าตอบที่สามารถคำนวณได้สะดวกและดีขึ้นก็คือ วิธีพีชคณิต นั่นเอง โดยเราจะนำรูปแบบของการโปรแกรมเชิงเส้นเปลี่ยนให้อยู่ในลักษณะของเมตริกซ์ แล้วคำนวณด้วยวิธีของเกาส์ (Gauss Jordan elimination method) โดยจากรูปแบบของโปรแกรมเชิงเส้น เขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์ ได้เป็น

$$\begin{aligned} \max Z &= \sum_j c_j x_j & \max. Z &= C X \\ \sum_j a_{1j} x_j & (>, =, <) b_1 & A X &\leq b \\ \sum_j a_{mj} x_j & (>, =, <) b_m & & \\ x_j &\geq 0 & X &\geq 0 \end{aligned}$$

โดยวิธีพีชคณิตได้นำสมการเงื่อนไขมาหาค่า x_i ในรูปแบบเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} [A \mid I \mid b] & \quad ; I \text{ เป็นอินเวอร์ส} \\ [A^{-1}A \mid A^{-1}I \mid A^{-1}b] \\ [I \mid A^{-1} \mid A^{-1}b] \end{aligned}$$

เพื่อให้เข้าใจให้ดูจากตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.6 จงหาค่าของ $\max z = x_1 + 2x_2 + 2x_3$

$$\begin{aligned} \text{โดยมีเงื่อนไข} \quad 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\ -2x_1 + 4x_2 &\leq 12 \end{aligned}$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

วิธีทำ ทำให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ $[A | I | b]$ ได้ดังนี้

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc|c} 3 & -2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 7 \\ -2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ -4 & 3 & 8 & 0 & 0 & 1 & 10 \end{array} \right)$$

$r_1' = r_1/3$ หมายถึง แถวที่1ใหม่ = แถวที่1เดิม ทหารด้วย 3

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & -2/3 & 2/3 & 1/3 & 0 & 0 & 7/3 \\ -2 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 \\ -4 & 3 & 8 & 0 & 0 & 1 & 10 \end{array} \right)$$

$r_2' = r_2 + 2r_1$ หมายถึง แถวที่2ใหม่ = แถวที่2เดิม บวก (2 คูณกับแถวที่1)

$r_3' = r_3 + 4r_1$ หมายถึง แถวที่3ใหม่ = แถวที่3เดิม บวก (4 คูณกับแถวที่1)

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & -2/3 & 2/3 & 1/3 & 0 & 0 & 7/3 \\ 0 & 8/3 & 4/3 & 2/3 & 1 & 0 & 25/4 \\ 0 & 1/3 & 32/3 & 4/3 & 0 & 1 & 58/3 \end{array} \right)$$

$$r_1' = r_1 + 2r_3, \quad r_3' = r_3 - r_2/8, \quad r_2' = (3/8)r_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & 0 & 22 & 3 & 0 & 2 & 41 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/4 & 3/8 & 0 & 25/4 \\ 0 & 0 & 21/2 & 5/4 & -1/8 & 1 & 69/4 \end{array} \right)$$

$$r_3' = (2/21)r_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & 0 & 22 & 3 & 0 & 2 & 41 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/4 & 3/8 & 0 & 25/4 \\ 0 & 0 & 1 & 5/42 & -1/84 & 2/21 & 23/14 \end{array} \right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$r_1' = r_1 - 2r_3 \quad \text{และ} \quad r_2' = r_2 - r_3/2$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & 0 & 0 & 8/21 & 11/42 & -2/21 & 34/7 \\ 0 & 1 & 0 & 4/21 & 8/21 & -1/21 & 38/7 \\ 0 & 0 & 1 & 5/42 & -1/84 & 2/21 & 23/14 \end{array} \right]$$

เราได้ $x_1 = 34/7$, $x_2 = 38/7$, $x_3 = 23/14$

ดังนั้น $z = x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 19$

วิธีพีชคณิตนี้เป็นการหาค่า x_i จากสมการของเงื่อนไขโดยไม่พิจารณาสมการเป้าหมาย ผลเฉลยที่ได้จะใช้เป็นค่าแทนสมการเป้าหมาย ซึ่งจะได้คำตอบถูกต้องจริงๆ ก็ต่อเมื่อเงื่อนไขเป็นลักษณะสมการแทนที่จะเป็นอสมการ ซึ่งมีผลเฉลยเพียงอย่างเดียว วิธีการนี้จึงไม่ให้คำตอบที่ถูกต้องที่สุด เพราะไม่ได้เอาสมการเป้าหมายมาคิดด้วย และหากโจทย์มีตัวแปรมากขึ้นจะเป็นการยุ่งยากในการปรับค่าตัวแปร หาด้วยวิธีเมตริกซ์ยุ่งยากขึ้น แต่วิธีการนี้เป็นพื้นฐานที่จะช่วยให้เข้าใจวิธีการซิมเพล็กซ์ได้ดีขึ้น

2.3.5.3 วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method)

วิธีซิมเพล็กซ์นี้เป็นที่นิยมใช้ในการหาคำตอบ เพราะสามารถใช้หาคำตอบของปัญหา กำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรหลายตัวที่มีขนาดใหญ่อย่างเป็นขั้นตอนได้ โดยใช้วิธีการหาวิธีซิมเพล็กซ์มีดังนี้

1. อสมการเงื่อนไขจะต้องมีเครื่องหมายเป็น \leq
2. เปลี่ยนอสมการเงื่อนไข ให้เป็นสมการเงื่อนไข และเพิ่มตัวแปรสมมติขึ้น ซึ่งเรียกว่า ตัวแปรส่วนขาด (Slack variable) หรือตัวแปรสแลค กำหนดให้เป็น s_1, s_2, \dots, s_m ในฝั่งซ้ายมือของสมการเงื่อนไข รวมทั้งย้ายฝั่งที่มีตัวแปรทางขวาของสมการเป้าหมายไปทางซ้ายที่เดียวกับค่า z และลบตัวแปรสแลคมีสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ทั้งหมดตามจำนวนของอสมการเงื่อนไข ลงในฝั่งเดียวกับค่า z ด้วย ดังรูปต่อไปนี้

สมการเป้าหมาย $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

อสมการเงื่อนไข $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2-11 แสดงการเลือกแถวที่มีค่าสัมประสิทธิ์เป็นลบมากที่สุดสำหรับการหาค่าสูงสุดของ z

ตัวแปร มูลฐาน	สมการที่	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
Z	0	1	$-c_1$	$-c_2$	$-c_3$	0	0	0	0	
s_1	1	0	a_{11}	a_{12}	a_{13}	1	0	0	b_1	b_1/a_{12}
s_2	2	0	a_{21}	a_{22}	a_{23}	0	1	0	b_2	b_2/a_{22}
s_3	3	0	a_{31}	a_{32}	a_{33}	0	0	1	b_3	b_3/a_{32}

จากนั้นก็เปลี่ยนตัวแปรมูลฐานในแถวอนที่ได้ออกค่า a_{22} ไว้ โดยเอาค่า a_{22} หารตลอดสมการที่ 2 และเปลี่ยน s_2 เป็น x_2 แล้วเปลี่ยนค่าในแถวตั้งที่เลือกไว้เป็นศูนย์ให้หมด โดยวิธีพีชคณิต ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2-12 แสดงการหาโดยแถวใหม่ = แถวเดิม - (สัมประสิทธิ์ในสมการหลัก * แถวลักใหม่)

ตัวแปร มูลฐาน	สมการ ที่	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
Z	0	1	$-c'_1$	0	$-c'_3$	0	c_2/a_{22}	0	c_2b_2/a_{22}
s_1	1	0	a'_{11}	0	a'_{13}	1	$-a_{12}/a_{22}$	0	b'_1
x_2	2	0	a_{21}/a_{22}	1	a_{23}/a_{22}	0	$1/a_{22}$	0	b_2/a_{22}
s_3	3	0	a'_{31}	0	a'_{33}	0	$-a_{32}/a_{22}$	1	b'_3

ต่อจากนั้นก็พิจารณาว่าค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x ในสมการเป้าหมาย (สมการที่ 0) นั้นเป็นบวกหรือไม่ ถ้าเป็นบวกหรือเท่ากับศูนย์แสดงว่าได้ค่า z ที่มากที่สุดแล้ว แต่ถ้ามีบางตัวเป็นลบก็ทำต่อเหมือนขั้นตอนในตารางที่ 2-11 และ 2-12 จนกระทั่งค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x เป็นบวกทั้งหมด

- ในกรณีหาค่าต่ำสุดของ z วิธีทำเหมือนการหาค่าสูงสุด แต่ต่างกันที่เลือกค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x ที่เป็นลบมากที่สุด ในสมการเป้าหมาย แล้วเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์จากอัตราส่วนที่น้อยสุดในแถวตั้งที่ได้เลือกแล้วทำวิธีพีชคณิต ทำไปจนกระทั่งค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x ในสมการเป้าหมายจะเป็นศูนย์หรือน้อยกว่าศูนย์ทั้งหมดจึงได้ค่าต่ำสุดของ z ที่ต้องการ ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจให้ดูตัวอย่างที่ใช้วิธีซิมเพล็กซ์ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.7 หาค่าสูงสุด ของ $z = 10x_1 + 25x_2 + 20x_3$

โดยมีข้อจำกัดว่า

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 150$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 200$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 300$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

วิธีทำ เปลี่ยนรูปสมการให้เป็น

$$z - 10x_1 - 25x_2 - 20x_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + s_1 = 150$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + s_2 = 200$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + s_3 = 300$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

นำมาเข้าสู่ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-13 แสดงการหาค่าสูงสุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของตัวอย่างที่ 2.7

สมการ ที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตรา ส่วน
		Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
r_0	Z	1	-10	-25	-20	0	0	0	0	
r_1	s_1	0	1	2	3	1	0	0	150	150/2
r_2	s_2	0	2	4	3	0	1	0	200	200/4
r_3	s_3	0	1	3	2	0	0	1	300	300/3

จากตารางด้านบน ค่าสัมประสิทธิ์ ของ x_2 เป็นค่าลบมากที่สุด ในสมการเป้าหมายหรือสมการที่ r_0 จึงเลือกแนวตั้งของ x_2 และเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์ที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดในแนวตั้งของ x_2 ในสมการเงื่อนไขคือ ค่า 4 นั้นเอง จากนั้นนำค่า 4 มาหารตลอดสมการที่ r_2 แล้วทำด้วยวิธีพีชคณิตดังนี้

$$r_2' = r_2/4$$

$$r_0' = r_0 + 25r_2'$$

$$r_1' = r_1 - 2r_2'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$r_3' = r_3 - 3r_2'$$

จะได้ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-14 แสดงการหาในตารางสองของตัวอย่างที่ 2.7

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตรา ส่วน
		Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
r_0'	Z	1	5/2	0	-5/4	0	25/4	0	1250	
r_1'	s_1	0	0	0	3/2	1	-1/2	0	50	50/(3/2)
r_2'	x_2	0	1/2	1	3/4	0	1/4	0	50	50/(3/4)
r_3'	s_3	0	-1/2	0	-1/4	0	-3/4	1	150	

จากตารางด้านบน ค่าสัมประสิทธิ์ ของ x_3 เป็นค่าลบมากที่สุด ในสมการเป้าหมายหรือสมการที่ r_0' จึงเลือกแนวตั้งของ x_3 และเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์จากอัตราส่วนน้อยที่สุดในแนวตั้งของ x_3 ในสมการเงื่อนไขคือ ค่า 3/2 นั้นเอง จากนั้นนำค่า 2/3 มาคูณตลอดสมการที่ r_1' แล้วทำด้วยวิธีพีชคณิตดังนี้

$$r_1'' = (2/3)r_1'$$

$$r_0'' = r_0' + (5/4)r_1''$$

$$r_2'' = r_2' - (3/4)r_1''$$

$$r_3'' = r_3' + (1/4)r_1''$$

จะได้ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-15 แสดงผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดในตารางสุดท้ายของตัวอย่างที่ 2.7

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตรา ส่วน
		Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
r_0''	Z	1	5/2	0	0	5/6	35/6	0	3875/3	
r_1''	x_3	0	0	0	1	2/3	-1/3	0	100/3	
r_2''	x_2	0	1/2	1	0	1/2	1/2	0	25	
r_3''	s_3	0	1/2	0	0	1/6	-5/6	1	475/3	

ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมาย (สมการที่ r_0) เป็นค่ามากกว่าหรือเท่ากับ ศูนย์ทั้งหมดแล้วจะได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด คือ

$$\text{ค่าสูงสุดของ } z = 3875/3$$

$$\text{โดยที่ } x_1 = 0, x_2 = 25, x_3 = 100/3, s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 475/3$$

ตัวอย่างที่ 2.8 หาค่าต่ำสุด ของ $z = x_1 - 2x_2 - 2x_3$

โดยมีข้อจำกัดว่า

$$3x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

วิธีทำ เปลี่ยนรูปสมการให้เป็น

$$z - x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 = 0$$

$$3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + s_1 = 7$$

$$-2x_1 + 4x_2 + s_2 = 12$$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 + s_3 = 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

นำมาเข้าสู่ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-16 แสดงการหาค่าต่ำสุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของตัวอย่างที่ 2.8

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตรา ส่วน
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
r_0	Z	1	-1	2	2	0	0	0	0	
r_1	s_1	0	3	-2	2	1	0	0	7	
r_2	s_2	0	-2	4	0	0	1	0	12	12/4
r_3	s_3	0	-4	3	8	0	0	1	10	10/3

จากตารางด้านบน ค่าสัมประสิทธิ์ ของ x_2 และ x_3 เป็นค่าบวกมากที่สุด ในสมการเป้าหมายหรือสมการที่ r_0 แต่เราเลือกของ x_2 แล้วเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์ที่อัตราส่วนน้อยที่สุดในแนวตั้งของ x_2 ในสมการเงื่อนไขคือ ค่า 4 นั้นเอง จากนั้นนำค่า 4 มาหารตลอดสมการที่ r_2 แล้วทำด้วยวิธีพีชคณิตดังนี้

$$r_2' = r_2/4$$

$$r_0' = r_0 - 2r_2'$$

$$r_1' = r_1 + 2r_2'$$

$$r_3' = r_3 - 3r_2'$$

จะได้ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-17 แสดงการหาในตารางสองของตัวอย่างที่ 2.8

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตรา ส่วน
		z	X_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
r_0'	Z	1	0	0	2	0	-1/2	0	-6	
r_1'	S_1	0	2	0	2	1	1/2	0	13	13/2
r_2'	x_2	0	-1/2	1	0	0	1/4	0	3	
r_3'	s_3	0	-5/2	0	Ⓢ	0	-3/4	1	1	1/8

จากตารางด้านบน ค่าสัมประสิทธิ์ ของ x_3 เป็นค่าบวกมากที่สุดในสมการเป้าหมายหรือสมการที่ r_0' จึงเลือกแนวตั้งของ x_3 และเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์ที่อัตราส่วนน้อยที่สุดในแนวตั้งของ x_3 ในสมการเงื่อนไขคือ ค่า 8 นั้นเอง จากนั้นนำค่า 8 มาหารตลอดสมการที่ r_3' แล้วทำด้วยวิธีพีชคณิตดังนี้

$$r_3'' = (1/8)r_3'$$

$$r_0'' = r_0' - 2r_3''$$

$$r_1'' = r_1' - 2r_3''$$

$$r_2'' = r_2' + 0r_3''$$

จะได้ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-18 แสดงการหาในตารางสามของตัวอย่างที่ 2.8

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ	อัตรา ส่วน
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3		
r_0''	Z	1	5/8	0	0	0	-5/16	0	-25/4	
r_1''	s_1	0	21/8	0	0	1	11/16	-1/4	51/4	102/21
r_2''	x_2	0	-1/2	1	0	0	1/4	0	3	
r_3''	x_3	0	-5/16	0	1	0	-3/32	1/8	1/8	

จากตารางด้านบน ค่าสัมประสิทธิ์ ของ x_1 เป็นค่าบวกมากที่สุด ในสมการเป้าหมายหรือสมการที่ r_0'' จึงเลือกแนวตั้งของ x_1 และเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์ที่อัตราส่วนน้อยที่สุดในแนวตั้งของ x_1 ในสมการเงื่อนไขคือ ค่า 21/8 นั้นเอง จากนั้นนำค่า 8/21 มาคูณตลอดสมการที่ r_1'' แล้วทำด้วยวิธีพีชคณิตดังนี้

$$r_1''' = (8/21)r_1''$$

$$r_0''' = r_0'' - (5/8)r_1'''$$

$$r_2''' = r_2'' + (1/2)r_1'''$$

$$r_3''' = r_3'' + (5/16)r_1'''$$

จะได้ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-19 แสดงผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดในตารางสุดท้ายของตัวอย่างที่ 2.8

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	
r_0'''	Z	1	0	0	0	-5/21	-10/21	-4/21	-65/7
r_1'''	x_1	0	1	0	0	8/21	11/42	-2/21	34/7
r_2'''	x_2	0	0	1	0	4/21	8/21	-1/21	38/7
r_3'''	x_3	0	0	0	1	5/42	-1/84	2/21	23/14

ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมาย (สมการที่ r_0''') เป็นค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ทั้งหมดแล้วจะได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด คือ

$$\text{ค่าต่ำสุดของ } z = -65/7$$

$$\text{โดยที่ } x_1 = 34/7, x_2 = 38/7, x_3 = 23/14, s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 0$$

เนื่องจากวิธีซิมเพล็กซ์ใช้ได้กับสมการข้อจำกัดที่เป็น \leq เท่านั้น แต่ก็ยังมีกรณีที่มีสมการข้อจำกัดเป็น $=$ และสมการข้อจำกัดเป็น \geq ซึ่งจะมีวิธีการเฉพาะคือ วิธีบิกเอ็ม และวิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน ซึ่งจะช่วยหาคำตอบได้ ดังที่จะกล่าวต่อไป

2.3.5.4 วิธีบิกเอ็ม (Big-M Method)

คือวิธีการที่ใช้ตัวแปรสมมติขึ้นคือ ค่า M ที่มีค่าสูงมาก ๆ ประกอบเป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเทียม โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. เขียนรูปแบบของปัญหาเดิมให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน โดยเปลี่ยนสมการข้อจำกัดให้อยู่ในรูปสมการข้อจำกัดที่มีเครื่องหมายเท่ากับ โดย

- ถ้าสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมาย \leq ให้เปลี่ยนเป็นสมการที่มีเครื่องหมายเท่ากับ และบวกตัวแปรส่วนขาด (slack variable) เข้าไป ตัวอย่าง เช่น

$$6x_1 + 3x_2 \leq 10 \quad \text{เปลี่ยนเป็น} \quad 6x_1 + 3x_2 + S = 10$$

- ถ้าสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมาย \geq ให้เปลี่ยนเป็นสมการที่มีเครื่องหมายเท่ากับ และลบตัวแปรส่วนเกิน (Surplus variable) กับบวกตัวแปรเทียม (Artificial variable) เข้าไป ตัวอย่าง เช่น

$$4x_1 + 5x_2 \geq 6 \quad \text{เปลี่ยนเป็น} \quad 4x_1 + 5x_2 - S + R = 6$$

- ถ้าสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมาย $=$ ให้เปลี่ยนเป็นสมการที่มีเครื่องหมายเท่ากับ และบวกตัวแปรเทียม (Artificial variable) เข้าไป ตัวอย่าง เช่น

$$3x_1 + 2x_2 = 18 \quad \text{เปลี่ยนเป็น} \quad 3x_1 + 2x_2 + R = 18$$

2. กำหนดค่า M ที่เป็นบวกและมีค่าใหญ่มาก ๆ ให้เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเทียมในสมการเป้าหมาย โดย

- ถ้าเป็นสมการเป้าหมายที่ต้องการหาค่าสูงสุด จะกำหนด $-M$ เท่าของตัวแปรเทียมบวกเข้าไปทางขวามือ ตัวอย่างเช่น หาค่าสูงสุดของ $z = 3x_1 + 2x_2$ เปลี่ยนเป็น $z = 3x_1 + 2x_2 - MR_1 - MR_2$ (สมมติให้มีตัวแปรเทียมในสมการข้อจำกัด มีทั้งหมด 2 ตัว คือ R_1 และ R_2)

- ถ้าเป็นสมการเป้าหมายที่ต้องการหาค่าต่ำสุด จะกำหนด $+M$ เท่าของตัวแปรเทียมบวกเข้าไปทางขวามือ ตัวอย่างเช่น หาค่าต่ำสุดของ $z = x_1 + 4x_2$ เปลี่ยนเป็น $z = x_1 + 4x_2 + MR_1 + MR_2$ (สมมติให้มีตัวแปรเทียมในสมการข้อจำกัด มีทั้งหมด 2 ตัว คือ R_1 และ R_2)

3. จัดสมการเป้าหมายจากที่กำหนดในข้อ 2. แล้วให้ย้ายไปฝั่งซ้ายมือให้หมดแล้วจัดรูปให้เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเดียวกัน แล้วให้ค่าที่ไม่มีตัวแปรย้ายมาฝั่งขวา โดยตัวอย่าง

เช่น หาค่าสูงสุดของ $z = 3x_1 + 2x_2$

สมการข้อจำกัด $4x_1 + 5x_2 \geq 6$

$3x_1 + 2x_2 = 18$

เปลี่ยนเป็น $z = 3x_1 + 2x_2 - MR_1 - MR_2$

$4x_1 + 5x_2 - S + R_1 = 6$ ---- (a.) $\rightarrow R_1 = 6 - 4x_1 - 5x_2 + S$

$3x_1 + 2x_2 + R_2 = 18$ ---- (b.) $\rightarrow R_2 = 18 - 3x_1 - 2x_2$

จัดรูปสมการเป้าหมายตามข้อ (3.) ได้

$z - 3x_1 - 2x_2 + M(6 - 4x_1 - 5x_2 + S) + M(18 - 3x_1 - 2x_2) = 0$

$z + (-7M - 3)x_1 + (-7M - 2)x_2 + MS = -24M$ ---- (c.)

4. นำสมการที่จัดเรียบร้อยเข้าสู่ตาราง แล้วหาด้วยหลักการเดียวกันกับวิธีซิมเพล็กซ์ที่ได้อธิบาย จะได้ผลเฉลยตามต้องการ โดยตัวอย่างจากข้อ 3. สมการที่ (a.) , (b.) และ (c.) เขียนเข้าสู่ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-20 แสดงตารางการหาผลเฉลยด้วยวิธีบิกเอ็ม

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า						ค่าคงที่ ขวามือ
		z	x_1	x_2	S	R_1	R_2	
c.	Z	1	$-7M - 3$	$-7M - 2$	M	0	0	-24M
a.	R_1	0	4	5	-1	1	0	6
b.	R_2	0	3	2	0	0	1	18

ตัวอย่างที่ 2.9 จงหาค่าสูงสุดของ $z = 2x_1 - 5x_3$

มีข้อจำกัดคือ $x_1 + x_3 \geq 2$

$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 10$

$x_1 - x_2 + 3x_3 = 5$

ค่า $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

วิธีทำ ปัญหาข้อนี้มีสมการข้อจำกัดมีเครื่องหมายเป็น $\geq, =$ ด้วยจึงใช้วิธีบิกเอ็ม โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จัดสมการให้อยู่ในรูปมาตรฐานคือ

หาค่าสูงสุดของ $z = 2x_2 - 5x_3$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad x_1 + x_3 - s_1 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 + s_2 = 10$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 5$$

เติมตัวแปรเทียม ($R \geq 0$) เข้าไปในสมการและมี ค่า M เป็นสัมประสิทธิ์ของ R ในสมการเป้าหมาย โดย

หาค่าสูงสุดของ $z = 2x_2 - 5x_3 - MR_1 - MR_2$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad x_1 + x_3 - s_1 + R_1 = 2 \rightarrow R_1 = 2 - x_1 - x_3 + s_1$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 + s_2 = 10$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 + R_2 = 5 \rightarrow R_2 = 5 - x_1 + x_2 - 3x_3$$

จัดรูปสมการเป้าหมาย $z - 2x_2 + 5x_3 + MR_1 + MR_2 = 0$

$$z - 2x_2 + 5x_3 + M(2 - x_1 - x_3 + s_1) + M(5 - x_1 + x_2 - 3x_3) = 0$$

$$z + (-2M)x_1 + (M - 2)x_2 + (-4M + 5)x_3 + Ms_1 = -7M$$

นำเข้าสู่ตารางแล้วหาโดยใช้วิธีซิมเพล็กซ์ดังนี้

ตารางที่ 2-21 แสดงตารางแรกของการหาด้วยวิธีบิกเอ็ม ของตัวอย่างที่ 2.9

สมการที่	ตัวแปรมูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า								ค่าคงที่ขวามือ	อัตราส่วน
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	R_1	s_2	R_2		
r_0	z	1	-2M	M-2	-4M+5	M	0	0	0	-7M	
r_1	R_1	0	1	0	1	-1	1	0	0	2	2/1
r_2	s_2	0	2	1	6	0	0	1	0	10	10/6
r_3	R_2	0	1	-1	3	0	0	0	1	5	5/3

$$r_2' = r_2/6$$

$$r_0' = r_0 + (4M - 5)r_2'$$

$$r_1' = r_1 - r_2'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$r_3' = r_3 - 3r_2'$$

ตารางที่ 2-22 แสดงตารางที่สองของการผลเฉลยของตัวอย่างที่ 2.9

สมการ ที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า								ค่าคงที่ ขวามือ
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	R_1	s_2	R_2	
r_0'	Z	1	$(-2/3)M-5/6$	$(5/3)M-17/6$	0	M	0	$(2/3)M-5/6$	0	$-M/3-25/3$
r_1'	R_1	0	$\frac{2}{3}$	-1/6	0	-1	1	-1/6	0	1/3
r_2'	x_3	0	1/3	1/6	1	0	0	1/6	0	5/3
r_3'	R_2	0	0	-3/2	0	0	0	-1/2	1	0

$$r_1'' = (3/2)r_1'$$

$$r_0'' = r_0' + ((2/3)M + 5/3)r_1''$$

$$r_2'' = r_2' - (1/3)r_1''$$

$$r_3'' = r_3'$$

ตารางที่ 2-23 แสดงตารางที่สามของการหาผลเฉลยของตัวอย่างที่ 2.9

สมการ ที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า								ค่าคงที่ ขวามือ
		z	x_1	x_2	x_3	s_1	R_1	s_2	R_2	
r_0''	z	1	0	$(3/2)M-13/4$	0	-5/2	$M+5/2$	$M/2-5/4$	0	-15/2
r_1''	x_1	0	1	-1/4	0	-3/2	3/2	-1/4	0	1/2
r_2''	x_3	0	0	1/4	1	$\frac{1}{2}$	-1/2	1/4	0	3/2
r_3''	R_2	0	0	-3/2	0	0	0	-1/2	1	0

ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดคือ ค่าสูงสุดของ $z = -15/2$ โดยที่ $x_1 = 1/2$, $x_2 = 0$,
 $x_3 = 3/2$, $s_1 = 0$, $s_2 = 0$, $R_1 = 0$, $R_2 = 0$

2.3.5.5 วิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน (Two-Phase Method)

เนื่องจากการแก้ปัญหาโดยวิธีบิกเอ็มนั้นอาจคิดค่าตัวเลขผิดพลาดได้ง่าย เพราะการคิดค่า M และบางครั้งเมื่อหาผลเฉลยแล้วได้ว่า ปัญหานั้นไม่มีคำตอบ ดังนั้นเพื่อให้คิดได้ง่ายขึ้น และเป็นการตรวจสอบก่อนว่าปัญหานั้นมีคำตอบหรือไม่ จึงได้มีการใช้วิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน มาช่วยในการแก้ปัญหาตัวแปรเทียม โดยมีการใช้วิธีนี้แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 1

1. เปลี่ยนสมการข้อจำกัดเดิมให้อยู่ในรูปสมการที่สมมูลกัน หรือมีเครื่องหมายเท่ากับ ด้วยการเติมตัวแปรสแลค และตัวแปรเทียมเข้าไปฝั่งซ้ายมือ ตามรูปแบบที่ได้อธิบายไปแล้ว

2. สร้างสมการเป้าหมายใหม่ โดย ถ้าปัญหาเดิมต้องการหาค่าสูงสุด ให้สร้างสมการเป้าหมายใหม่เป็น $z' = -$ ผลบวกของตัวแปรเทียม และถ้าปัญหาเดิมต้องการหาค่าต่ำสุด ให้สร้างสมการเป้าหมายใหม่เป็น $z' = +$ ผลบวกของตัวแปรเทียม

3. จัดรูปสมการเป้าหมายใหม่ให้เหมาะสมตามแบบวิธีบิกเอ็ม แล้วสร้างตารางหาโดยใช้วิธีซิมเพล็กซ์เช่นกัน แต่เวลาเลือกแนวตั้งไม่ว่าจะเป็นการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของ z' ให้พิจารณาเลือกค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่มากสุดในสมการเป้าหมายใหม่ แล้วเลือกค่าที่มากกว่าศูนย์ที่อัตราส่วนน้อยสุดในแนวตั้งของข้อจำกัดเหมือนกับวิธีเดิม ต่อจากนั้นหาตามตารางจนจบ ถ้าเป็นการหาค่าสูงสุดก็ให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ทั้งหมดของสมการเป้าหมายใหม่ แต่ถ้าหาค่าต่ำสุดก็ให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ทั้งหมดของสมการเป้าหมายใหม่

4. ถ้าตารางสุดท้ายได้ค่าคงที่ขวามือของสมการเป้าหมายใหม่เป็นศูนย์ แสดงว่าปัญหานั้นมีคำตอบ ให้ทำขั้นตอนที่ 2 ต่อไป แต่ถ้าได้ค่าคงที่ขวามือของสมการเป้าหมายใหม่ไม่เป็นศูนย์ แสดงว่าปัญหานั้นไม่มีคำตอบเพราะไม่สามารถหาตัวแปรมูลฐานใหม่ที่จะเข้าแทนที่ตัวแปรเทียมได้ จึงไม่ต้องทำขั้นตอนที่ 2 อีก

ขั้นตอนที่ 2 เมื่อได้ค่าสมการเป้าหมายใหม่เป็นศูนย์ แล้วให้เอาคำตอบมูลฐานเหมาะสมที่ได้จากตารางสุดท้ายของขั้นตอนที่ 1 มาเป็นตารางเริ่มต้นโดยและใช้สมการเป้าหมายเดิมเข้าสู่ตาราง แล้วใช้วิธีซิมเพล็กซ์ต่อไปจนกระทั่งได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของปัญหานี้

ตัวอย่างที่ 2.10 จงหาค่าสูงสุดของ $z = 2x_2 - 5x_3$ โดยใช้วิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน

มีข้อจำกัดคือ

$$x_1 + x_3 \geq 2$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 10$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 5$$

$$\text{ค่า } x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

วิธีทำ เปลี่ยนสมการข้อจำกัดเดิมให้อยู่ในรูปสมการที่สมมูลกันดังนี้

$$x_1 + x_3 - s_1 + R_1 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 + s_2 = 10$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 + R_2 = 5$$

เข้าขั้นตอนที่ 1 มีดังนี้ โดยสร้างสมการเป้าหมายใหม่ให้ เป็น z'

$$\text{หาค่าสูงสุดของ } z' = -R_1 - R_2$$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad x_1 + x_3 - s_1 + R_1 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 6x_3 + s_2 = 10$$

$$x_1 - x_2 + 3x_3 + R_2 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad , \quad s_1, s_2, R_1, R_2 \geq 0$$

จัดรูปสมการเป้าหมายใหม่เพื่อเข้าสู่ตารางซิมเพล็กซ์ ดังนี้

$$z' + R_1 + R_2 = 0$$

$$z' + (2 - x_1 - x_3 + s_1) + (5 - x_1 + x_2 - 3x_3) = 0$$

$$z' - 2x_1 + x_2 - 4x_3 + s_1 = -7$$

ตารางที่ 2-24 แสดงการหาผลเฉลยในขั้นตอนที่ 1 ของตัวอย่างที่ 2.10

สมการที่	ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า							ค่าคงที่ ขวามือ
		x_1	x_2	x_3	s_1	R_1	s_2	R_2	
r_0	z'	-2	1	-4	1	0	0	0	-7
r_1	R_1	1	0	1	-1	1	0	0	2
r_2	s_2	2	(1)	6	0	0	1	0	10
r_3	R_2	1	-1	3	0	0	0	1	5
$r_0' = r_0 - r_2'$	z'	-4	0	-10	1	0	-1	0	-17
$r_1' = r_1$	R_1	(1)	0	1	-1	1	0	0	2
$r_2' = r_2$	x_2	2	1	6	0	0	1	0	10
$r_3' = r_3 + r_2'$	R_2	3	0	9	0	0	1	1	15
$r_0'' = r_0' + 4r_1''$	z'	0	0	-6	-3	4	-1	0	-9
$r_1'' = r_1'$	x_1	1	0	1	-1	1	0	0	2
$r_2'' = r_2' - 2r_1''$	x_2	0	1	4	2	-2	1	0	6
$r_3'' = r_3' - 3r_1''$	R_2	0	0	(6)	3	-3	1	1	9
$r_0''' = r_0'' + 6r_3'''$	z'	0	0	0	0	1	0	1	0
$r_1''' = r_1'' - r_3'''$	x_1	1	0	0	-3/2	3/2	-1/6	-1/6	1/2
$r_2''' = r_2'' - 4r_3'''$	x_2	0	1	0	0	0	1/3	-2/3	0
$r_3''' = (1/6)r_3''$	x_3	0	0	1	1/2	-1/2	1/6	1/6	3/2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตารางจะได้ค่า $z' = 0$ เพราะตัวแปรเทียมไม่ได้เป็นตัวแปรมูลฐาน ดังนั้นจึงต้องทำต่อ
ในขั้นตอนที่ 2

โดยขั้นตอนที่ 2 มีดังนี้

ใช้สมการเป้าหมายเดิมคือ หาค่าสูงสุดของ $z = 2x_2 - 5x_3$

หรือ $z - 2x_2 + 5x_3 = 0$

เนื่องจากตารางสุดท้ายของขั้นตอนที่ 1 ตัวแปรเทียมไม่ได้เป็นตัวแปรมูลฐาน จึงไม่ต้อง
ใช้ในการคำนวณขั้นตอนที่ 2 แต่จะเอาสมการข้อจำกัดในตารางสุดท้ายของขั้นตอนที่ 1 มาเป็น
สมการข้อจำกัดในตารางเริ่มต้นของขั้นตอนที่ 2 แล้วหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
ได้ดังนี้

ตารางที่ 2-25 แสดงการหาผลเฉลยในขั้นตอนที่ 2 ของตัวอย่างที่ 2.10

สมการที่	คำตอบ มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ ขวามือ
		x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	
a_0	z'	0	-2	5	0	0	0
a_1	x_1	1	0	0	-3/2	-1/6	1/2
a_2	x_2	0	(1)	0	0	1/3	0
a_3	x_3	0	0	1	1/2	1/6	3/2
$a_0' = a_0 + 2a_2'$	z'	0	0	5	0	2/3	0
a_1'	x_1	1	0	0	-3/2	-1/6	1/2
a_2'	x_2	0	1	0	0	1/3	0
a_3'	x_3	0	0	(1)	1/2	1/6	3/2
$a_0'' = a_0 - 5a_3'$	z'	0	0	0	-5/2	-1/6	-15/2
a_1''	x_1	1	0	0	-3/2	-1/6	1/2
a_2''	x_2	0	1	0	0	1/3	0
a_3''	x_3	0	0	1	1/2	1/6	3/2

จะได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดคือ ค่าสูงสุดของ $z = -15/2$ $x_1 = 1/2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 3/2$
, $s_1 = s_2 = R_1 = R_2 = 0$

2.3.5.6 ปัญหาคู่ควบ (Dual problem)

ปัญหาคู่ควบ คือ ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นที่มีความสัมพันธ์กับปัญหาเดิม (Primal problem) ที่เราพิจารณาอยู่นั้น ซึ่งพบว่าปัญหาคู่ควบนี้มีความหมายมากในทางด้านการโปรแกรมเชิงเส้น เช่น ให้ความหมายการพิจารณาทางเศรษฐศาสตร์ (Economic interpretation) ของปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่เรากำลังพิจารณาอยู่ รวมทั้งช่วยในการเปลี่ยนจากปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการข้อจำกัดมาก มาเป็นปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการข้อจำกัดน้อย ตัวอย่างเช่น จากการศึกษาโปรแกรมเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการข้อจำกัด 10 สมการกับ 3 ตัวแปรตัดสินใจ มาเป็นปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการข้อจำกัด 3 สมการกับ 10 ตัวแปรตัดสินใจ ซึ่งมีผลดี คือ ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการซิมเพล็กซ์นั้น จะเห็นได้ว่า ขนาดเบสิสของปัญหาคู่ควบจะมีขนาดเล็กลงคือ มีขนาด 3×3 เท่านั้น ทำให้สะดวกในการคำนวณหาผลเฉลยของปัญหา ดังนั้นเราสามารถสร้างปัญหาคู่ควบจากปัญหาเดิมได้ด้วยวิธีการสร้าง ดังนี้

1. ถ้าปัญหาเดิมต้องการหาค่าสูงสุด เป้าหมายของปัญหาคู่ควบจะเปลี่ยนเป็นตรงกันข้ามคือ เป็นเป้าหมายที่ต้องการหาค่าต่ำสุด แต่ถ้าปัญหาเดิมต้องการหาค่าต่ำสุด เป้าหมายของปัญหาคู่ควบก็คือ เป้าหมายที่ต้องการหาค่าสูงสุด
2. สัมประสิทธิ์ของตัวแปรทุกตัวในสมการเป้าหมายเดิม จะอยู่ทางด้านขวามือของสมการข้อจำกัดหรือสมการเงื่อนไขของปัญหาคู่ควบ
3. จำนวนสมการข้อจำกัดของปัญหาเดิมจะเป็นจำนวนตัวแปรในปัญหาคู่ควบ ซึ่งเรียกว่า ตัวแปรคู่ควบ (Dual variable)
4. เทอมทางด้านขวามือของสมการข้อจำกัดของปัญหาเดิม จะเป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมายของปัญหาคู่ควบนั้น
5. ปัญหาที่ต้องการหาค่าสูงสุด อสมการข้อจำกัดจะมีเครื่องหมาย \leq และปัญหาที่ต้องการหาค่าต่ำสุด อสมการข้อจำกัดจะมีเครื่องหมายเป็น \geq ทั้งในปัญหาเดิมและปัญหาคู่ควบ

ตัวอย่างเช่น ถ้าปัญหาเดิมคือ

$$\text{หาค่าสูงสุดของ} \quad x_0 = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\text{โดยมีข้อจำกัด} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{และ} \quad x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

ปัญหาคู่ควบของปัญหานี้คือ

$$\text{หาค่าต่ำสุดของ} \quad y_0 = \sum_{i=1}^m b_i y_i$$

$$\text{โดยมีข้อจำกัด} \quad \sum_{i=1}^m a_{ij}y_i \geq c_j, j=1,2,\dots,n$$

$$\text{และ} \quad y_i \geq 0, i=1,2,\dots,m$$

6. ในกรณีที่ปัญหาเดิมมีบางสมการข้อจำกัดเป็นเครื่องหมาย (=) ให้ค่าคงที่ขวามือของสมการข้อจำกัดที่มีเครื่องหมาย (=) เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปร (สมมติให้เป็น y_1) ในสมการเป้าหมายของปัญหาคู่ควบ โดยเทอมของตัวแปรนั้นคือ $y_1 = y_1^+ - y_1^-$ เป็นตัวแปรตัดสินใจในปัญหาคู่ควบนั้น ตัวอย่างเช่น

ปัญหาเดิม หาค่าต่ำสุดของ $x_0 = -3x_1 + x_2 + x_3$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11 \quad \longrightarrow \quad -x_1 + 2x_2 - x_3 \geq -11$$

$$-4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 3$$

$$2x_1 - x_3 = -1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ปัญหาคู่ควบของปัญหานี้คือ

$$\text{หาค่าสูงสุดของ} \quad y_0 = -11y_1 + 3y_2 - (y_3^+ - y_3^-)$$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad -y_1 - 4y_2 + 2(y_3^+ - y_3^-) \leq -3$$

$$2y_1 + y_2 \leq 1$$

$$-y_1 + 2y_2 - 1(y_3^+ - y_3^-) \leq 1$$

$$y_1, y_2, y_3^+, y_3^- \geq 0$$

7. ต่อจากนั้นก็ใช้วิธีการคำนวณด้วยวิธีการกราฟ หรือวิธีพีชคณิต หรือวิธีซิมเพล็กซ์ หรือวิธีบิกเอ็ม หรือวิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน แล้วแต่ตามความเหมาะสม ตัวอย่างการหาผลลัพธ์ของปัญหาคู่ควบ มีดังนี้

ตัวอย่างที่ 2.11 จงหาผลลัพธ์ของปัญหาคู่ควบของปัญหาต่อไปนี้

$$\text{หาค่าสูงสุดของ} \quad x_0 = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$$

$$\text{มีข้อจำกัด} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 7$$

$$2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10$$

$$\text{และ} \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

วิธีทำ ปัญหาคู่ควบของปัญหานี้คือ

$$\text{หาค่าต่ำสุดของ} \quad y_0 = 7(y_1^+ - y_1^-) - 10y_2$$

$$\begin{aligned} \text{มีข้อจำกัด} \quad & (y_1^+ - y_1^-) - 2y_2 \geq 2 \\ & (y_1^+ - y_1^-) + 5y_2 \geq 3 \\ & (y_1^+ - y_1^-) - y_2 \geq -5 \quad \rightarrow \quad -(y_1^+ - y_1^-) + y_2 \leq 5 \end{aligned}$$

และ $y_1^+, y_1^-, y_2 \geq 0$

หาโดยใช้วิธีบิกเอ็ม

กำหนดให้ s_1, s_2, s_3 เป็นตัวแปรสแลค และ R_1, R_2 เป็นตัวแปรเทียม

จัดรูปของปัญหาคู่ควบดังนี้

$$\text{หาค่าต่ำสุดของ} \quad y_0 = 7(y_1^+ - y_1^-) - 10y_2 + MR_1 + MR_2$$

$$\begin{aligned} \text{มีข้อจำกัด} \quad & (y_1^+ - y_1^-) - 2y_2 - s_1 + R_1 = 2 \\ & (y_1^+ - y_1^-) + 5y_2 - s_2 + R_2 = 3 \\ & -(y_1^+ - y_1^-) + y_2 + s_3 = 5 \end{aligned}$$

ตารางที่ 2-26 แสดงการหาผลเฉลยของปัญหาคู่ควบของตัวอย่างที่ 2.11

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า									ค่าคงที่ ขวามือ
	y_0	y_1^+	y_1^-	y_2	s_1	s_2	s_3	R_1	R_2	
y_0	1	$-7+2M$	$7-2M$	$10+3M$	$-M$	$-M$	0	0	0	5M
R_1	0	1	-1	-2	-1	0	0	1	0	2
R_2	0	1	-1	5	0	-1	0	0	1	3
s_3	0	-1	1	1	0	0	1	0	0	5
y_0	1	$(-45+7M)/5$	$(45-7M)/5$	0	$-M$	$(10-2M)/5$	0	0	$-2-(3/5)M$	$(-30+16M)/5$
R_1	0	7/5	-7/5	0	-1	-2/5	0	1	2/5	16/5
y_2	0	1/5	-1/5	1	0	-1/5	0	0	1/5	3/5
s_3	0	-6/5	6/5	0	0	1/5	1	0	-1/5	22/5
y_0	1	0	0	0	$-45/7$	$-20/7$	0	$45/7-M$	$4/7-M$	102/7
y_1^+	0	1	-1	0	$-5/7$	$-2/7$	0	5/7	2/7	16/7
y_2	0	0	0	1	1/7	-1/7	0	-1/7	1/7	1/7
s_3	0	0	0	0	$-6/7$	$-1/7$	1	6/7	1/7	50/7

$$\text{แต่} \quad y_1 = y_1^+ - y_1^- = 16/7 - 0 = 16/7$$

ดังนั้นผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาคู่ควบนี้ คือ ค่าต่ำสุดของ $y_0 = 102/7$

$$\text{โดยที่} \quad y_1 = 16/7, \quad y_2 = 1/7, \quad s_3 = 50/7$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.5.7 วิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ (Dual Simplex Method)

วิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ คือ วิธีการหาผลเฉลยที่ดีที่สุดของปัญหาคู่ควบโดยวิธีซิมเพล็กซ์มาประยุกต์ใช้ ซึ่งช่วยแก้ปัญหาการหาวิธีซิมเพล็กซ์ในกรณีที่มีค่าคงที่ขวามือของตารางมีค่าเป็นลบ และมีค่าในแนวตั้งที่เลือกเป็นค่าลบ เพราะโดยปกติในวิธีซิมเพล็กซ์นั้น เราจะไม่นำค่าที่เป็นลบในแนวตั้งที่เลือก โดยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบนี้มีขั้นตอนทำดังนี้

1. ทำสมการข้อจำกัดให้อยู่ในรูป \leq ทั้งหมด และเปลี่ยนสมการในรูปเครื่องหมาย \leq ให้เป็นสมการที่สมมูลกันโดยการบวกตัวแปรสแลคเข้าไปทางซ้ายมือของสมการข้อจำกัด
2. จัดรูปสมการเป้าหมายให้ตัวแปรอยู่ฝั่งเดียวกับค่า z ทั้งหมด แล้วนำสมการเป้าหมายและสมการข้อจำกัดที่สมมูลกันเข้าสู่ตารางเพื่อหาโดยการใช่วิธีซิมเพล็กซ์
3. เวลาเลือกค่าสัมประสิทธิ์นั้นให้ดูค่าคงที่ขวามือก่อน โดยให้เลือกค่าคงที่ขวามือที่น้อยที่สุดที่เป็นค่าลบ แล้วพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัดสินใจบนแนวนอนเดียวกันกับที่เลือกค่าคงที่ขวามือไว้ที่เป็นค่าลบ และแนวตั้งของค่านั้นต้องเป็นค่าสัมประสิทธิ์ของสมการเป้าหมายที่เป็นลบเท่านั้น ดังตัวอย่างตารางข้างล่าง

ตารางที่ 2-27 แสดงการเลือกแถวที่มีค่าคงที่ขวามือน้อยที่สุดที่เป็นลบ

ตัวแปรมูลฐาน	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	ค่าคงที่ขวามือ
Z	1	-2	-1	0	0	0	0
s_1	0	-3	-1	1	0	0	-3
s_2	0	-4	-3	0	1	0	-6
s_3	0	1	2	0	0	1	3

จากนั้นนำมาหาอัตราส่วนเทียบกัน โดยให้ ค่าที่เป็นลบของสมการเป้าหมายในแนวตั้งหารด้วยค่าลบที่แถวเดียวกับค่าคงที่ขวามือที่เลือกในแนวตั้งเดียวกัน โดยให้เลือกอัตราส่วนที่น้อยสุดแล้วเลือกแถวตั้งแถวนั้นตามตารางด้านล่าง

ตารางที่ 2-28 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนที่น้อยที่สุด

ตัวแปร	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3
สัมประสิทธิ์ในสมการ z	-2	-1	0	0	0
สัมประสิทธิ์ในสมการ s_2	-4	-3	0	1	0
อัตราส่วน	1/2	1/3			

จากตารางด้านบนบนเลือกอัตราส่วนน้อยที่สุดคือ $1/3$ ซึ่งสอดคล้องกับตัวแปร x_2 แล้วเข้าสู่วิธีซิมเพล็กซ์ ทำแบบนี้จนกระทั่งได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นเพื่อให้เข้าใจจงดูจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.12 จงหาค่าต่ำสุดของ $z = 7x_1 + 6x_2 + 5x_3$

$$\begin{aligned} \text{ข้อจำกัด} \quad & 9x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 20 \\ & 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 \geq 18 \\ & x_1 + 2x_2 + 6x_3 \geq 15 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

วิธีทำ เปลี่ยนเครื่องหมายสมการข้อจำกัดให้เป็น \leq

$$\begin{aligned} -9x_1 - 2x_2 - 4x_3 &\leq -20 \\ -3x_1 - 8x_2 - 6x_3 &\leq -18 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 &\leq -15 \end{aligned}$$

จัดรูปสมการเพื่อเข้าสู่ตารางดังนี้

$$\begin{aligned} z - 7x_1 - 6x_2 - 5x_3 &= 0 \\ -9x_1 - 2x_2 - 4x_3 + s_1 &= -20 \\ -3x_1 - 8x_2 - 6x_3 + s_2 &= -18 \\ -x_1 - 2x_2 - 6x_3 + s_3 &= -15 \end{aligned}$$

ตารางที่ 2-29 แสดงการหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ

สมการที่	ตัวแปรเบสิค	z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
r_0	Z	1	-7	-6	-5	0	0	0	0
r_1	S_1	0	-9	-2	-4	1	0	0	-20
r_2	S_2	0	-3	-8	-6	0	1	0	-18
r_3	S_3	0	-1	-2	-6	0	0	1	-15

จากตารางด้านบนบนเลือกแถวบนที่มีค่าคงที่ขวามือที่น้อยที่สุดที่เป็นลบคือ -20 แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบในสมการเป้าหมายหารด้วยสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบ ในแถวบนที่มีค่าคงที่ขวามือน้อยสุดในแนวแถวตั้งเดียวกัน

ตารางที่ 2-30 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดของตารางที่ 2-29

ตัวแปร	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3
สัมประสิทธิ์ในสมการ z	-7	-6	-5	0	0	0
สัมประสิทธิ์ในสมการ s_1	-9	-2	-4	1	0	0
อัตราส่วน	7/9	3	5/4			

จากตารางด้านบนเลือกอัตราส่วนที่น้อยที่สุดคือ 7/9 ที่สอดคล้องกับตัวแปร x_1 แล้วทำต่อด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$r_1' = (-1/9)r_1, \quad r_0' = r_0 + 7r_1'$$

$$r_2' = r_2 + 3r_1', \quad r_3' = r_3 + r_1'$$

ตารางที่ 2-31 แสดงการหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ

สมการที่	ตัวแปรเบสิค	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
r_0'	Z	1	0	-40/9	-17/9	-7/9	0	0	140/9
r_1'	x_1	0	1	2/9	4/9	-1/9	0	0	20/9
r_2'	s_2	0	0	-22/3	-14/3	-1/3	1	0	-34/3
r_3'	s_3	0	0	-16/9	-50/9	-1/9	0	1	-115/9

จากตารางด้านบนเลือกแถวอนที่มีค่าคงที่ขวามือที่น้อยที่สุดที่เป็นลบคือ -115/9 แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบในสมการเป้าหมายหารด้วยสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบในแถวอนที่มีค่าคงที่ขวามือน้อยสุด ในแนวแถวตั้งเดียวกัน

ตารางที่ 2-32 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดของตารางที่ 2-31

ตัวแปร	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3
สัมประสิทธิ์ในสมการ z	0	-40/9	-17/9	-7/9	0	0
สัมประสิทธิ์ในสมการ s_3	0	-16/9	-50/9	-1/9	0	1
อัตราส่วน		5/2	17/50			

จากตารางด้านบนเลือกอัตราส่วนที่น้อยที่สุดคือ 17/50 ที่สอดคล้องกับตัวแปร x_3 แล้วทำต่อด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$r_3'' = (-9/50)r_3'$$

$$r_0'' = r_0' + (17/9)r_3''$$

$$r_1'' = r_1' - (4/9)r_3''$$

$$r_2'' = r_2' + (14/3)r_3''$$

ตารางที่ 2-33 แสดงการหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ

สมการที่	ตัวแปรเบสิค	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
r_0''	Z	1	0	-96/25	0	-37/50	0	-17/50	199/10
r_1''	x_1	0	1	2/25	0	-3/25	0	2/25	6/5
r_2''	s_2	0	0	-146/25	0	-6/25	1	-21/25	-3/5
r_3''	x_3	0	0	8/25	1	1/50	0	-9/50	23/10

จากตารางด้านบนบนเลือกแถวบนที่มีค่าคงที่ขวามือที่น้อยที่สุดที่เป็นลบคือ $-3/5$ แล้วนำสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบในสมการเป้าหมายหารด้วยสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบในแถวบนที่มีค่าคงที่ขวามือน้อยสุด ในแนวแถวตั้งเดียวกัน

ตารางที่ 2-34 แสดงการหาค่าที่มีอัตราส่วนน้อยที่สุดของตารางที่ 2-33

ตัวแปร	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3
สัมประสิทธิ์ในสมการ z	0	-96/25	0	-37/50	0	-17/50
สัมประสิทธิ์ในสมการ s_2	0	-146/25	0	-6/25	1	-21/25
อัตราส่วน		48/73				

จากตารางด้านบนบนเลือกอัตราส่วนที่น้อยที่สุดคือ $48/73$ ที่สอดคล้องกับตัวแปร x_2 แล้วทำต่อด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

$$r_2''' = (-25/146)r_2''$$

$$r_0''' = r_0'' + (96/25)r_2'''$$

$$r_1''' = r_1'' - (2/25)r_2'''$$

$$r_3''' = r_3'' - (8/25)r_2'''$$

ตารางที่ 2-35 ตารางสุดท้ายที่ได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของตัวอย่างที่ 2.12

สมการที่	ตัวแปรเบสิค	z	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	ผลลัพธ์
r_0'''	Z	1	0	0	0	-85/146	-48/73	31/146	2963/146
r_1'''	X_1	0	1	0	0	-9/73	1/73	5/73	87/73
r_2'''	X_2	0	0	1	0	3/73	-25/146	21/146	15/146
r_3'''	X_3	0	0	0	1	1/146	4/73	-33/146	331/146

ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของปัญหานี้คือ ค่าต่ำสุดของ $z = 2963/146$ โดยที่
 $x_1 = 87/73$, $x_2 = 15/146$, $x_3 = 331/146$

2.3.6 ผลลัพธ์แบบต่างๆ ของโปรแกรมเชิงเส้น

การแก้ปัญหาของการโปรแกรมเชิงเส้น ผลลัพธ์ของปัญหามีได้หลายแบบ ดังนี้

1. กรณีที่ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดผลลัพธ์เดียว

ในกรณีที่จะเป็นกรณีที่ดีที่สุด ในตัวอย่างที่กล่าวมา ซึ่งมีผลลัพธ์เพียงผลลัพธ์เดียวที่ดีที่สุดภายใต้ข้อจำกัดที่กำหนดให้

2. กรณีความแอ้งกั้น (Degeneracy)

ถ้าการคำนวณในขั้นถัดไป ของรอบใดก็ตาม มีตัวแปรมากกว่า 1 ตัวที่มีสิทธิ์ออกจาก ตัวแปรมูลฐาน อาจเลือกตัวใดตัวหนึ่งออก ซึ่งมีผลทำให้ตัวแปรที่มีสิทธิ์ออกแต่ไม่ถูกเลือกให้ออกจาก ตัวแปรมูลฐานในรอบถัดไปมีค่าเป็น 0 และในรอบถัด ๆ ไปอาจถูกเลือกให้ออกจากตัวแปรมูลฐาน ดังนั้นค่าเป้าหมายจะไม่เพิ่มขึ้น หรือกล่าวได้ว่า เกิดวัฏจักร (Cycling) คือเกิดการย้อนซ้ำขั้นตอน อย่างชนิดที่ไม่มีที่สิ้นสุด แต่บางครั้งอาจจะเกิดความแอ้งกั้นแบบชั่วคราว (Temporary Degenerate) ซึ่งในที่สุดจะสามารถหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุดได้

ตัวอย่างที่ 2.13 จงหาค่าสูงสุด $Z = 3x_1 + 9x_2$

$$\text{มีข้อจำกัด} \quad x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

วิธีทำ ให้ s_1, s_2 เป็นตัวแปรขาด โดยที่ $s_1, s_2 \geq 0$ จะได้รูปแบบมาตรฐานของปัญหานี้คือ

หาค่ามากที่สุดของ z

$$\text{ข้อจำกัด} \quad z - 3x_1 - 9x_2 = 0$$

$$x_1 + 4x_2 + s_1 = 8$$

$$x_1 + 2x_2 + s_2 = 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0; s_1, s_2 \geq 0$$

ตารางที่ 2-36 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

ตัวแปรมูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2		
Z	1	-3	-9	0	0	0	
s_1	0	1	4	1	0	8	$8/4 = 2$
s_2	0	1	2	0	1	4	$4/2 = 2$

นำ x_2 เข้าตัวแปรมูลฐาน ส่วนตัวแปรที่จะออกจาก ตัวแปรมูลฐาน จะเลือก s_1 หรือ s_2 ก็ได้ เนื่องจากอัตราส่วนเท่ากัน ในที่นี้ให้ s_1 ออกจากตัวแปรมูลฐาน จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

ตารางที่ 2-37 ตารางผลรอบที่ 1

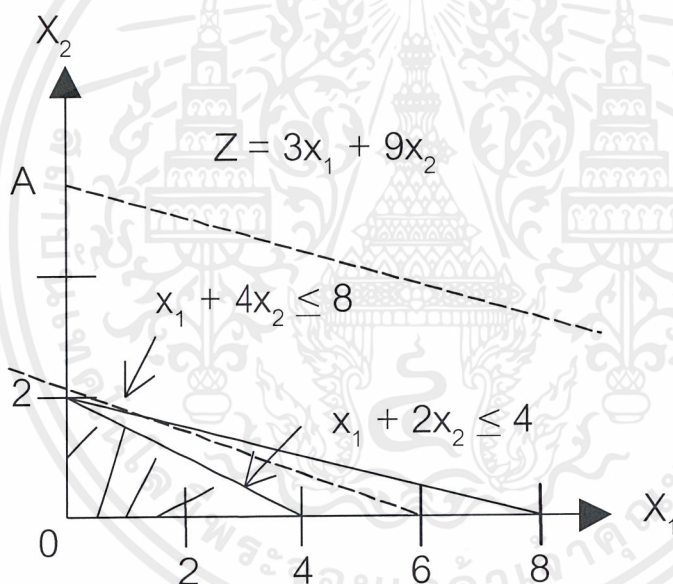
ตัวแปรมูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2		
Z	1	-3/4	0	9/4	0	18	
x_2	0	1/4	1	1/4	0	2	8
s_2	0	1/2	0	-1/2	1	0	0

จากตารางที่ 2-37 จะพบว่า s_2 ซึ่งเป็นตัวแปรที่มีสิทธิ์ออกจาก ตัวแปรมูลฐาน แต่ไม่ถูกเลือกออกจะกลายเป็นตัวแปรมูลฐานที่มีค่าเป็น 0 ในรอบถัดมา (รอบที่ 1) และเมื่อพิจารณาจาก ตารางรอบที่ 1 ของปัญหาค่าสูงสุดจะพบว่าจะนำ x_1 เข้าและ s_2 ออกจาก ตัวแปรมูลฐาน ทำการคำนวณได้ดังตารางผลรอบที่ 2

ตารางที่ 2-38 ตารางผลรอบที่ 2

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ขวามือ
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	1	0	0	3/2	3/2	18
x_2	0	0	1	1/2	-1/2	2
x_1	0	1	0	-1	2	0

จะพบว่าผลลัพธ์ในรอบที่ 1 และ 2 จะเหมือนกัน คือ $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ และ $z = 18$ เรียกว่าเกิดการย่นซ้ำ เนื่องจากค่าของตัวแปรตัวหนึ่งที่อยู่ใน ตัวแปรมูลฐานที่มีค่าเป็นศูนย์ทั้งในรอบที่ 1 และ 2 หรืออาจจะแสดงได้โดยกราฟดังนี้



รูปที่ 2-6 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีความแย้งกัน

จากรูปที่ 1 จะพบว่า จะเกิดการย่นซ้ำของผลลัพธ์ เมื่อมีสมการเส้นตรงของข้อจำกัดมากกว่า n ข้อจำกัด (ในที่นี้ $n = 2$) ผ่านจุดผลลัพธ์จุดเดียวกันในตัวอย่างนี้ข้อจำกัด $x_1 \geq 0$, $x_1 + 4x_2 \leq 8$ และ $x_1 + 2x_2 \leq 4$ ผ่านจุดผลลัพธ์จุดเดียวกันคือจุด A มีข้อสงสัยว่าทำไมจึงไม่หยุดคำนวณเสียตั้งแต่ครั้งแรกที่ค่าของตัวแปรพื้นฐานเป็นศูนย์คำตอบ ก็คือไม่สามารถแน่ใจได้ว่าปัญหานั้นเป็นปัญหาของการเกิดย่นซ้ำเพราะอาจจะเป็นการย่นซ้ำเพียงชั่วคราว

3. กรณีผลลัพธ์ที่ไม่มีขอบเขต (Unbounded Solutions)

ผลลัพธ์ที่ไม่มีขอบเขตจะเกิดขึ้นเมื่อพื้นที่ที่เป็นไปได้ไม่มีขอบเขตซึ่งอาจทำให้ค่าเป้าหมายเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไม่จำกัด ดังแสดงในตัวอย่างที่ 2.14

ตัวอย่างที่ 2.14 จงหาค่าสูงสุด $Z = 2x_1 + 3x_2$
 ข้อจำกัด $x_1 + x_2 \geq 3$
 $x_1 - 2x_2 \leq 4$
 $x_1, x_2 \geq 0$

วิธีทำ ข้อจำกัด $R_0: Z - 2x_1 - 3x_2 + MA = 0$
 $R_1: x_1 + x_2 - s_1 + A = 3$
 $R_2: x_1 - 2x_2 + s_2 = 4$
 $x_1, x_2, s_1, s_2, A \geq 0$

ตารางที่ 2-39 แสดงการหาค่าจากตัวอย่างที่ 5

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า						ค่าคงที่ ขวามือ
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	A	
Z	1	-2	-3	0	0	+M	0
A	0	1	1	-1	0	1	3
s_2	0	1	-2	0	1	0	4

เนื่องจากตัวแปรเทียม A อยู่ใน ตัวแปรมูลฐาน ดังนั้นควรทำให้สัมประสิทธิ์ของ A ใน R_0 เป็นศูนย์ โดยการคำนวณด้านแถวบน ดังนี้

ตารางที่ 2-40 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า						ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	A		
Z	1	-2	-3	+M	0	0	-3M	
A	0	1	1	-1	0	1	3	$3/1 = 3$
s_2	0	1	-2	0	1	0	4	

นำ x_2 เข้าตัวแปรมูลฐาน และ A ออกจากตัวแปรมูลฐาน จะได้ผลลัพธ์ดังตารางรอบที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2-41 ตารางผลลัพท์รอบที่ 1

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า						ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	A		
Z	1	1	0	-3	0	M+3	-3M	
x_2	0	1	1	-1	0	1	3	7
s_2	0	3	0	-2	1	2	10	7

พิจารณาจากตารางรอบที่ 1 จะพบว่าตามหลักเกณฑ์ของการหาค่าสูงสุด จะนำ s_1 เข้าตัวแปรมูลฐาน แต่ไม่สามารถหาตัวแปรที่จะออกจากตัวแปรมูลฐานได้ เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของ s_1 ของตารางรอบที่ 1 จะได้สมการที่ (1) และ (2) ตามลำดับดังนี้

$$x_1 + x_2 - s_1 + A = 3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$3x_1 - 2s_1 + s_2 + 2A = 10 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จากสมการ(1) จะได้ $x_2 = 3 + s_1 - x_1 - A \quad \dots\dots\dots(3)$

จากสมการ(2) จะได้ $s_2 = 10 + 2s_1 - 3x_1 - 2A \quad \dots\dots\dots(4)$

ในที่นี้จะไม่พิจารณาค่าของตัวแปรเทียม A เนื่องจากเป็นตัวแปรที่ไม่มี ความหมาย ($A=0$) สมการที่ (3) และ (4) จะกลายเป็น

$$x_2 = 3 + s_1 - x_1$$

$$s_2 = 10 + 2s_1 - 3x_1$$

แต่ $x_1 = 0$ เพราะเป็นตัวแปรที่ไม่ได้อยู่ในตัวแปรมูลฐาน

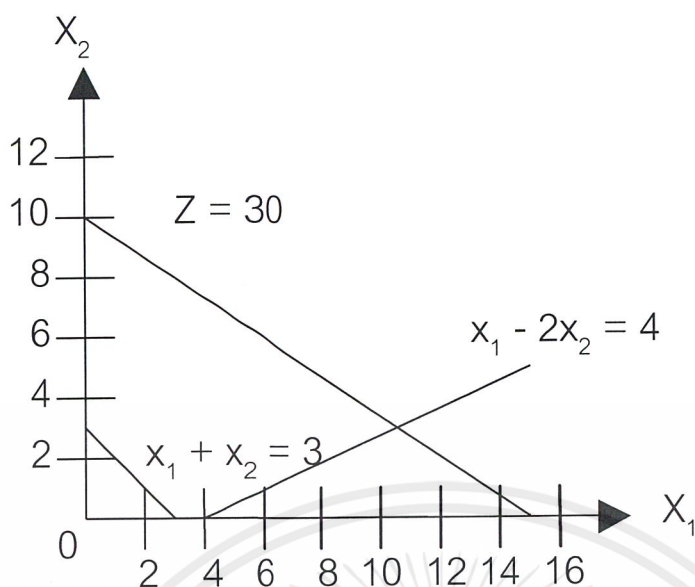
ดังนั้น

$$x_2 = 3 + s_1$$

$$s_2 = 10 + 2s_1$$

ถ้า $s_1 = 0$ จะทำให้ $x_2 = 3, s_2 = 10$ แต่ถ้า s_1 มีค่าเพิ่มขึ้นจะมีผลทำให้ x_2 และ s_2 เพิ่มขึ้นด้วย ซึ่ง s_1 มีสิทธิ์มีค่ามากกว่าเท่าใดก็ได้ ($s_1 \geq 0$) ดังนั้นค่า x_2 และ s_2 จะเพิ่มขึ้นไปอย่างไม่มีข้อจำกัด ซึ่งเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติ เช่น Z เป็นกำไร(บาท) เป็นไปไม่ได้ที่กำไรที่ได้จะเพิ่มขึ้นอย่างไร้ขีดจำกัด ($Z \rightarrow \infty$) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังกราฟดังรูปที่ 2-7

พื้นที่แรเงาเป็นพื้นที่แสดงผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ จะพบว่าเป็นพื้นที่ที่ไม่มีขอบเขต ค่าเป้าหมายเพิ่มขึ้นได้ไม่มีที่สิ้นสุด จึงเรียกว่าเป็นปัญหาที่ผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต



รูปที่ 2-7 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต

4. กรณีมีผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหลายผลลัพธ์ (Alternative Optimal Solutions)

ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นบางปัญหาอาจมีผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหลายผลลัพธ์ ซึ่งเกิดจากการที่สมการเป้าหมายขนานกับข้อจำกัดที่มีอยู่ หรือสมการเป้าหมายมีความชันเท่ากับสมการข้อจำกัด ในกรณีนี้ค่าของตัวแปรจะต่างกันออกไปแต่จะให้ค่าเป้าหมายเดียวกัน ซึ่งจะทำให้มีผลจำนวนมากจนนับไม่ถ้วนโดยที่แต่ละผลลัพธ์จะให้ค่าเป้าหมายค่าเดียวกัน ดังแสดงในตัวอย่างที่ 2.15

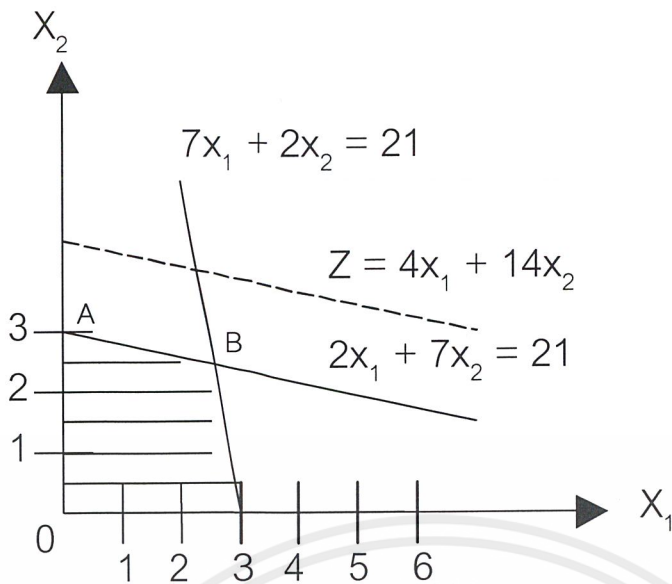
ตัวอย่างที่ 2.15 จงหาค่าสูงสุด $Z = 4x_1 + 14x_2$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad 2x_1 + 7x_2 \leq 21$$

$$7x_1 + 2x_2 \leq 21$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

ปัญหานี้จะแสดงได้ชัดเจนโดยกราฟในรูปที่ 2-8



รูปที่ 2-8 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหลายผลลัพธ์

จากรูปที่ 2-8 จะพบว่าสมการ Z ขนานกับสมการข้อจำกัด $2x_1 + 7x_2 = 21$ เนื่องจากความชันเท่ากันคือ $= -2/7$ ดังนั้นทุก ๆ จุดบนเส้นตรง AB รวมทั้งจุด A และจุด B จะเป็นค่าของตัวแปร x_1, x_2 ที่ทำให้ค่าเป้าหมายมีค่าสูงสุด แต่ที่จุด A และ B เป็นจุดที่ทำให้ตัวแปร x_1 และ x_2 เป็นตัวแปรพื้นฐาน (อยู่ใน ตัวแปรมูลฐาน)

$$\text{ที่จุด A : } x_1 = 0, x_2 = 3 \text{ ดังนั้น } \text{Max.} z = 4(0) + 14(3) = 42$$

$$\text{ที่จุด B : } x_1 = 7/3, x_2 = 7/3 \text{ ดังนั้น } \text{Max.} z = 4(7/3) + 14(7/3) = 42$$

และทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรง AB จะให้ค่า $Z = 42$ เช่นเดียวกัน

ข้อจำกัด โดยซิมเพล็กซ์ $Z - 4x_1 - 14x_2 = 0$

$$2x_1 + 7x_2 + s_1 = 21$$

$$7x_1 + 2x_2 + s_2 = 21$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0$$

ตารางที่ 2-42 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2		
Z	1	-4	-14	0	0	0	
s_1	0	2	7	1	0	21	3
s_2	0	7	2	0	1	21	21/2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำ x_2 เข้าตัวแปรมูลฐานและ s_1 ออกจากตัวแปรมูลฐาน

ตารางที่ 2-43 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 1

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2		
Z	1	0	0	2	0	42	
x_1	0	2/7	1	1/7	0	3	21/2
s_2	0	45/7	0	-2/7	1	15	7/3

จะได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด โดยมี $x_1 = 0, x_2 = 3$ และ $Z = 42$ อย่างไรก็ตามเนื่องจาก x_1 เป็นตัวแปรตัวล้นใจและมีสัมประสิทธิ์ = 0 ในสมการเป้าหมายของตารางรอบที่ 1 (รอบสุดท้ายปกติสัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานใน R_0 จะมีค่ามากกว่าศูนย์ในตารางรอบสุดท้าย) ซึ่งจะเป็นสิ่งบ่งชี้ว่าจะเกิดมีผลลัพธ์ที่ถูกต้องหลายผลลัพธ์ นั่นคือนำ x_1 เข้าตัวแปรมูลฐาน จะได้ว่าจะต้องเอา s_2 ออกจากตัวแปรมูลฐาน จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

ตารางที่ 2-44 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 2

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า					ค่าคงที่ ขวามือ
	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	1	0	0	2	0	42
x_2	0	0	1	7/45	-2/45	7/3
x_1	0	1	0	-2/45	7/45	7/3

จะได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ซึ่งมีค่า $x_1 = 7/3, x_2 = 7/3$ และ $Z = 42$ จะเห็นว่าค่าของ Z ไม่เปลี่ยนแปลง นอกจากค่าของตัวแปรพื้นฐาน 2 ชุด คือ $x_1 = 0, x_2 = 3$ และ $x_1 = x_2 = 7/3$ และยังมีผลลัพธ์อื่น ๆ ที่ทำให้ค่า $Z = 42$ โดยที่ผลลัพธ์เหล่านี้จะเป็นค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักใด ๆ ของผลลัพธ์ 2 ชุดข้างต้น

5. กรณีที่ไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Nonexisting Feasible Solutions)

ปัญหานี้จะเกิดขึ้นเมื่อไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่เป็นไปตามข้อจำกัดทั้งหมดได้ เนื่องจากไม่มีพื้นที่แสดงขอบเขตของผลลัพธ์

ตัวอย่างที่ 2.16 จงหาค่าสูงสุด $Z = 3x_1 + 2x_2$

$$\text{ข้อจำกัด} \quad 2x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

วิธีทำ โดยที่ $s_1, s_2 \geq 0$ จะได้รูปแบบมาตรฐานของปัญหานี้คือ

หาค่าสูงสุดของ Z

$$\text{ข้อจำกัด} \quad Z - 3x_1 - 2x_2 + MA = 0$$

$$2x_1 + x_2 + s_1 = 2$$

$$3x_1 + 4x_2 - s_2 + A = 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, A \geq 0$$

จะเข้าสู่ตารางดังนี้

ตารางที่ 2-45 ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

ตัวแปร มูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า						ค่าคงที่ ขวามือ	อัตราส่วน
	Z	x_1	x_2	x_3	s_1	A		
Z	1	-3-3M	-2-4M	M	0	0	-12M	
s_1	0	2	1	0	1	0	2	2
A	0	3	0	-1	0	1	12	3

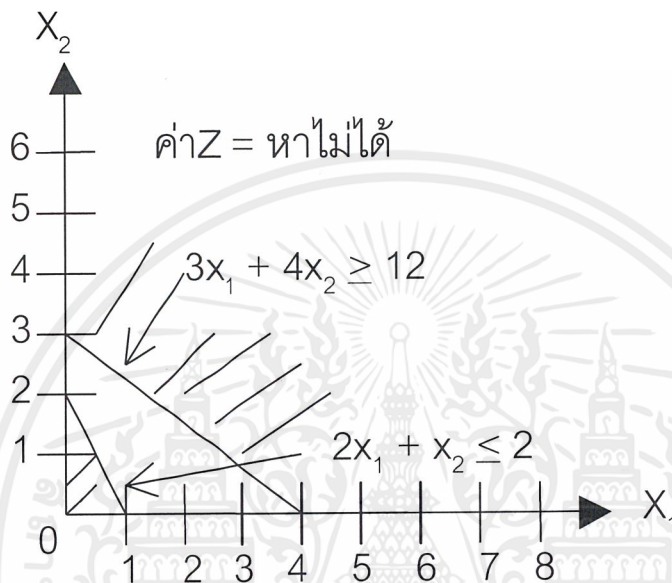
นำ x_2 เข้าตัวแปรมูลฐานและ s_1 ออกจากตัวแปรมูลฐาน

ตารางที่ 2-46 ตารางผลลัพธ์รอบที่ 1

ตัวแปรมูลฐาน	สัมประสิทธิ์ของค่า						ค่าคงที่ ขวามือ
	Z	x_1	x_2	s_2	s_1	A	
Z	1	1+5M	0	M	2+2M	0	4-4M
x_2	0	2	1	0	1	0	2
A	0	-5	0	-1	-4	1	4

จากตารางที่ 2-46 จะได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดเนื่องจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมายมีค่าไม่ติดลบ แต่ผลลัพธ์ที่ได้มีตัวแปรเทียมซึ่งมีค่าเป็นบวก ($A = 4$) ซึ่งชี้ให้เห็นว่าปัญหานี้หาผลลัพธ์ไม่ได้ และการที่ A มีค่าบวก แสดงว่าข้อจำกัดข้อที่ 2 นั้นใช้ไม่ได้

ตัวอย่างของการไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เมื่อแสดงด้วยกราฟจะพบว่าไม่สามารถหาพื้นที่แสดงผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังรูปที่ 2-9



รูปที่ 2-9 กราฟแสดงลักษณะผลลัพธ์ของโปรแกรมเชิงเส้นกรณีที่ไม่มีความเป็นไปได้

บทที่ 3

การวิจัยและการดำเนินงาน

3.1 การศึกษาโปรแกรมที่ใช้ในการทำ

เว็บเพจนี้จัดขึ้น โดยการรวมเนื้อหา วิธีการ ตัวอย่างการคำนวณ แบบฝึกหัด และโปรแกรมคำนวณ ดังนั้นเพื่อให้เว็บเพจออกมาบนอินเทอร์เน็ตอย่างมีความสมบูรณ์และน่าสนใจ แก่ผู้ที่จะศึกษา จึงใช้ภาษา HTML โปรแกรม Macromedia Flash5 และ Javaapplet ในการทำ

3.1.1 ภาษา HTML (Hyper Text Markup Language)

HTML เป็นภาษาที่ใช้ในการพัฒนาเว็บเพจ เพื่อให้โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ (web browser) ต่างๆ สามารถแปลคำสั่ง แสดงผลในลักษณะของรูปภาพ ตัวอักษร เสียง ภาพเคลื่อนไหว โดยไฟล์ที่สร้างจะมีนามสกุล .html หรือ .htm ก็ได้

3.1.1.1 โครงสร้างพื้นฐานของไฟล์ HTML

เราจะมาเรียนรู้ถึงโครงสร้างของภาษา HTML กัน ไฟล์ของภาษา HTML จะเป็นไฟล์ TEXT ที่มีนามสกุลเป็น .html (ASCII text files) โดยไฟล์ของภาษา HTML จะประกอบไปด้วยคำสั่ง (Tag) หลายคำสั่งประกอบกันเป็นโครงสร้างของไฟล์ สำหรับการเขียน หรือสร้างไฟล์ HTML จะประกอบด้วยโปรแกรม 2 โปรแกรมคือ

1. โปรแกรมที่มีคุณสมบัติเป็น TEXT EDITOR ซึ่งเราจะใช้โปรแกรมประเภทนี้สำหรับเขียนคำสั่งต่างๆ หรือรายละเอียดของข้อมูลที่เราต้องการนำเสนอออกไป และเซฟเป็นไฟล์ที่มีนามสกุลเป็น .html โดยทั่วไปในการสร้างไฟล์ HTML อาจจะใช้โปรแกรม Note Editor หรือ Wordpad ในโปรแกรม Window 95 ก็ได้ เพราะเป็นโปรแกรมที่มีอยู่แล้ว และมีคุณสมบัติเป็นโปรแกรมแบบ Text Editor ในปัจจุบันมีโปรแกรมที่ช่วยอำนวยความสะดวกในการสร้างไฟล์ HTML มากมาย ซึ่งเราจะเรียกโปรแกรมเหล่านี้ว่า โปรแกรมเว็บอิดิเตอร์ (Web Editor) โดยโปรแกรม Microsoft Internet Assistant โปรแกรม WebEdit โปรแกรม Adobe Page Mill สำหรับ Macintosh

2. โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์(WebBrowser) โปรแกรมจะใช้สำหรับทดสอบไฟล์ HTML ที่เราสร้างในโปรแกรม Text Editor ว่ามีรูปร่างหน้าตาอย่างไร โดยไฟล์ HTML จะถูกอ่านคำสั่งต่างๆ และแปลความหมายของคำสั่งให้แสดงผลบนจอภาพ ซึ่งในปัจจุบันมีโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์มากมาย เช่น โปรแกรม Netscape Navigator ที่ได้รับความนิยมสูงสุด , โปรแกรม

NCSA Mosaic โปรแกรม Microsoft Internet Assistant โปรแกรม Adobe PageMill สำหรับ Macintosh และโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์เหล่านี้จะมีคุณสมบัติแตกต่างกันออกไป แล้วแต่ที่เราจะเลือกใช้โปรแกรมอะไร

3.1.1.2 รูปแบบของโครงสร้างพื้นฐานของไฟล์ HTML จะประกอบด้วย 2 ส่วนคือ

1. ส่วนหัวของโปรแกรม (HEAD) เป็นส่วนที่กำหนดข้อความในส่วนที่เป็นชื่อเรื่อง ซึ่งจะปรากฏในไตเติ้ลบาร์ของเว็บเบราว์เซอร์เท่านั้น

2. ส่วนเนื้อหาของโปรแกรม (BODY) เป็นส่วนที่สำคัญในการแสดงผลทั้งหมด ไม่ว่าจะเป็นหัวเรื่อง เนื้อหา กราฟฟิก รูปภาพต่างๆอยู่ในเว็บเพจ รูปแบบคร่าวๆ ของไฟล์ HTML มีดังนี้

```
<HTML>
<HEAD>
  <TITLE> หัวข้อที่จะทำ </TITLE>
</HEAD>
<BODY>
  ส่วนของเนื้อหาโดยการใส่คำสั่งเข้าไป
</BODY>
</HTML>
```

3.1.1.3 ขั้นตอนการสร้างไฟล์ HTML ด้วย Notepad

1. หลังจากที่เราเข้าโปรแกรม Windows 95 แล้ว เราจะเริ่มจากคลิกเรียกโปรแกรม Notepad ที่เมนู Start ที่เมนูทาสก์บาร์ เมนู Start จะปรากฏ
2. จากนั้นนำเมาส์ไปที่รายการที่ชื่อว่า Program เมนูย่อยจะปรากฏขึ้น
3. ซึ่เมาส์ที่เมนูย่อย Accessories อีกครั้ง
4. จากนั้นเลื่อนเมาส์ไปคลิกเรียกโปรแกรม Notepad 1 ครั้ง
5. โปรแกรม Notepad จะเปิดให้เห็นไตเติ้ลที่ปรากฏอยู่บนทาสก์บาร์ถึงจุดนี้เราสามารถสร้างไฟล์ HTML ได้แล้ว
6. เราควรเซฟเป็น .html เพื่อนำไปทดสอบหน้าตาเว็บเพจที่เว็บเบราว์เซอร์

จากตัวอย่างดังกล่าวให้เราเซฟไว้เป็น ASCII เท็กซ์ไฟล์ชื่อ template.html เพื่อเก็บไว้เป็นไฟล์โครงสร้างของเว็บเพจเพื่อเราต้องการสร้างเว็บเพจใหม่ เพียงแต่เราดึงไฟล์ template.html มาแล้วใส่รายละเอียดเนื้อหาต่างๆและ save เป็นชื่อตามที่เรากต้องการต่อไป

3.1.1.4 ขั้นตอนในการสร้างเว็บเพจ

1. เข้าโปรแกรม Notepad เรียกไฟล์ template.html ขึ้นมาใช้งาน
2. พิมพ์ข้อมูลต่างๆดังรูป
3. เซฟไฟล์และเปลี่ยนชื่อเป็น WebPage.html โดยการ
 - (1.) คลิกเมาส์ไปที่ File
 - (2.) ชี้เมาส์ไปที่ Save คลิก 1 ครั้ง
 - (3.) จากนั้นเราจะพบไดอะล็อกบ็อกซ์
 - (4.) เซฟไฟล์ในชื่อ WebPage.html
 - (5.) Save as type-All file (*.*)
 - (6.) คลิกที่ Save เพื่อเซฟไฟล์
 - (7.) ปิดโปรแกรม Notepad โดยคลิกที่ไอคอนโคลส
4. หลังจากที่เรผ่านขั้นตอนการเซฟไฟล์มาแล้ว ต่อไปจะเป็นขั้นตอนของการทดสอบไฟล์ซึ่งเราจะต้องเปิดโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ Netscape Navigator Gold หรือใช้โปรแกรม MS Internet Explore ก็ได้ เพื่อดูหน้าตาของไฟล์ Web Page โดยเริ่มจาก
 - (1.) คลิกที่เมนู Start
 - (2.) นำเมาส์ไปที่ที่รายการที่ชื่อว่า Programs ซึ่งมีเมนูย่อย
 - (3.) จากเมนูย่อยเลือกชี้เมาส์ไปที่ Netscape Personal Edition
5. คลิกเรียกโปรแกรม Netscape Navigator Gold เพื่อเข้าสู่โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์
6. การเรียกดูไฟล์ WebPage.html จะเริ่มจาก
 - (1.) คลิกที่ File
 - (2.) นำเมาส์ไปที่ที่ Open File
 - (3.) เมื่อเราคลิกที่ Open File แล้วเราจะพบไดอะล็อกบ็อกซ์
 - (4.) คลิกที่ไฟล์ WebPage.html
 - (5.) คลิกที่ Open ออกมาเพื่อดูเว็บเพจของเรา

3.1.1.5 คำสั่งเริ่มต้นที่ใช้ในการสร้างโฮมเพจ

คำสั่งที่ใช้ในภาษา HTML จะประกอบด้วยเครื่องหมายน้อยกว่า "<" ตามด้วยชื่อคำสั่ง และปิดท้ายด้วยเครื่องหมายมากกว่า ">" เป็นส่วนที่ทำหน้าที่แสดงผลข้อมูลต่างๆ

1. **หมายเหตุ** จะใช้คำสั่ง "<!" เป็นคำสั่งเปิดและ ">" เป็นคำสั่งปิด
2. **คำสั่งเริ่มต้น** <HTML>...</HTML> เป็นคำสั่งเริ่มต้นในการเขียนโปรแกรม HTML คำสั่ง </HTML>เป็นคำสั่งแสดงว่าสิ้นสุดโปรแกรม
3. **ส่วนหัวของโปรแกรม** <HEAD>...</HEAD> เป็นคำสั่งที่กำหนดข้อความในส่วนที่เป็นชื่อเรื่องของไฟล์ HTML
4. **กำหนดข้อความในส่วนหัวของโปรแกรมหรือไตเติลบาร์** <TITLE>...</TITLE> เป็นคำสั่งส่วนแสดงชื่อของเอกสารหรือชื่อของไฟล์ ซึ่งข้อความภายในคำสั่งจะปรากฏหรือแสดงผลในส่วนของไตเติลบาร์ของโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์
5. **ส่วนเนื้อหาของโปรแกรม** <BODY>...</BODY> เป็นคำสั่งในส่วนเนื้อหาของโปรแกรม เป็นส่วนในการแสดงผลในเว็บเบราว์เซอร์
6. **การขึ้นบรรทัดใหม่**
 เป็นคำสั่งให้การแสดงผลบนจอภาพของโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ แสดงผลบรรทัดใหม่
7. **การย่อหน้าใหม่** <P>..</P> เป็นคำสั่งให้โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์ขึ้นย่อหน้าใหม่ ซึ่งโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์จะไม่เข้าใจการพิมพ์บรรทัดเปล่า
8. **เส้นคั่นบรรทัด** <HR> เป็นคำสั่งในการขีดเส้นแบ่งข้อความหรืออาจเรียกว่าเส้นคั่น
9. **กำหนดความหนาของเส้นคั่น** <HR SIZE="number"> เราสามารถกำหนดความหนาของเส้นคั่นโดยกำหนดตัวเลขลงไปซึ่งเป็นการกำหนดตามจำนวนจุดพิกเซล
10. **เส้นคั่นบรรทัดแบบเส้นทึบ** <HR NOSHADE>
11. **การวางตำแหน่งเส้นคั่นบรรทัด** <HR ALIGN="LEFT/RIGHT/CENTER"> เป็นคำสั่งในกรณีต้องการเส้นคั่นบรรทัดแสดงผลทางจอภาพชิดริมซ้าย ขวา หรือตรงกลาง
12. **หัวเรื่อง** <Hx>...</Hx> โดย x เป็นตัวเลขบอกลำดับความสำคัญ (1-6) โดย H1 จะมีขนาดใหญ่ที่สุดสำคัญมากที่สุด และ H6 มีขนาดเล็กที่สุด
13. **ขนาดของตัวอักษร** <BASEFONT SIZE="number"> เป็นการกำหนดขนาดของตัวอักษรทั้งหมดในไฟล์ให้มีขนาดเท่ากัน โดยตัวเลขมีค่าตั้งแต่ 1-7 ถ้าไม่กำหนดโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์จะกำหนดค่ามาตรฐาน <BASEFONT SIZE="+3">
14. **ขนาดของตัวอักษร** ... เป็นการกำหนดตัวอักษรที่มีขนาดแตกต่างกันให้อยู่ในบรรทัดเดียวกันมีค่าตั้งแต่ -7 จนถึง +7 โดยโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์มีค่ามาตรฐาน

15. กำหนดรูปแบบตัวอักษร โดยใช้คำสั่งแอตทริบิวต์

Physical Styles

รูปแบบคำสั่ง	รูปแบบตัวอักษร
 , 	Bold text
<I> , </I>	Italic text
<U> , </U>	Underlined text

Logical Styles

รูปแบบคำสั่ง	รูปแบบตัวอักษร	ลักษณะการแสดงผล
 , 	Emphasis	Italic text
 , 	Strong emphasis	Bold text
<TT> , </TT>	Teletype	Mono spaced text

โดยทาง Physical Styles จะเป็นการกำหนดโดยตรง แต่ทาง Logical Styles เป็นการกำหนดคำสั่งผ่านทางโปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์

16. **Preformatted Text** <PRE>..</PRE> เป็นการสร้างเอกสารตามแบบฉบับของเรา จะจัดตำแหน่งข้อความได้ตามสไตล์ของเรา

17. **ตัวอักษรกระพริบ** <BLINK>...</BLINK> เป็นคำสั่งที่มีผลให้ข้อความที่อยู่ระหว่างคำสั่งเกิดการกระพริบ

18. อื่นๆ

3.1.2 Macromedia Flash5

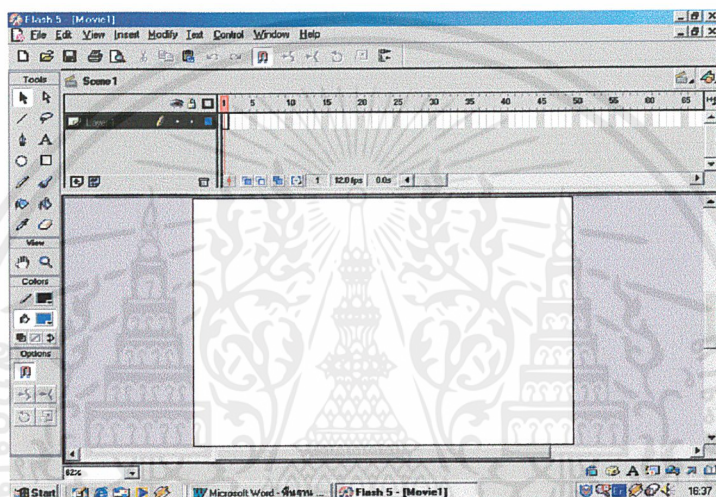
Flash เป็นโปรแกรมอะนิเมชันที่มีข้อได้เปรียบที่โดดเด่นคือ สามารถสร้างไฟล์ภาพเคลื่อนไหวที่แสดงบนหน้าเว็บเพจได้รวดเร็วกว่าไฟล์กราฟิกอื่นที่ใช้นบนเว็บ เช่น JPGs หรือ GIFs ฯลฯ เนื่องจาก Flash สร้างไฟล์เคลื่อนไหวในแบบเวกเตอร์ สมมุติถ้ามีไฟล์ที่มีรูปวงกลมมากมายถ้าเป็นไฟล์กราฟิกแบบบิตแมป จะต้องใช้เนื้อที่ในการเก็บรูปที่มากกว่าที่ถูกเก็บโดย Flash เป็นร้อยเท่าซึ่งจะต้องเสียเวลาในการดาวน์โหลดรูปมากขึ้น การที่ Flash ใช้เนื้อที่น้อยนั้นเนื่องจาก Flash จะใช้รูปเพียงรูปเดียวแล้วบันทึกรายละเอียดตำแหน่งวงกลมที่ต่างกันของแต่ละวงกลมไว้ในแบบเวกเตอร์และถูกดาวน์โหลดมาเพียงครั้งเดียวดังนั้นจึงแสดงรูปได้อย่างรวดเร็ว

สำหรับรูปแบบเวกเตอร์และแบบบิตแมปมีความแตกต่างกันในการวาดคือ รูปแบบเวกเตอร์จะวาดและถูกบันทึกไว้โดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ รูปหนึ่งรูปก็คือกลุ่มของเส้นตรงและเส้นโค้ง รวมทั้งคุณสมบัติด้านสีและตำแหน่งรูปมาประกอบกัน ในขณะที่รูปในแบบบิตแมปจะบันทึกและจัดจำในรายละเอียดของแต่ละพิกเซลทุกๆ พิกเซลทำให้ไฟล์มีขนาดใหญ่

แต่อย่างไรก็ตามการสร้างรูปแบบเวกเตอร์เหมาะกับการแสดงรูปวัตถุที่ไม่ซับซ้อน การสร้างโลโก้ การวาดเส้น line art การวาดรูปการ์ตูนและข้อความต่างๆ แต่ก็ยังมีข้อจำกัดอยู่ หากต้องการแสดงรูปจำพวกรูปถ่าย การใช้เป็นไฟล์บิตแมปก็น่าจะเหมาะสมที่สุด

3.1.2.1 แนะนำพื้นที่และหน้าต่างของ Flash

หลังจากที่ได้ติดตั้งโปรแกรม Flash ในเครื่องเรียบร้อยแล้ว ให้เปิดโปรแกรม Flash ขึ้นมา จะพบกับอินเตอร์เฟซของ Flash มีรูปร่างหน้าตาดังรูปที่ 3-1



รูปที่ 3-1 แสดงหน้าต่างของโปรแกรม Flash

เลเยอร์

ลักษณะการทำงานของเลเยอร์ เป็นเหมือนการวางชั้นแผ่นใสวัตถุที่อยู่บนเลเยอร์บน จะซ้อนทับวัตถุล่าง สามารถที่จะเพิ่มจำนวนชั้นของเลเยอร์โดยคลิกเมาส์ขวาบนชื่อเลเยอร์นั้นๆ แล้วเลือก Insert layer สามารถที่จะเปลี่ยนชื่อเลเยอร์โดยดับเบิ้ลคลิกบนชื่อเลเยอร์โดยตรง แล้วพิมพ์ทับได้ทันที สามารถที่จะย้ายชั้นเลเยอร์ให้อยู่ด้านล่างหรือบนโดยการคลิกที่เลเยอร์นั้นโดยตรงค้างไว้ และลากขึ้นหรือลงข้ามอีกเลเยอร์ได้โดยง่าย

กล่องเครื่องมือ

ลักษณะของกล่องเครื่องมือก็เหมือนที่พบในโปรแกรมกราฟิกอื่นๆ โดยจะแบ่งได้เป็น 2 ส่วน ส่วนของเครื่องมือดังรูป และส่วนด้านล่างของเครื่องมือเรียกว่า Modifier โดยส่วนของ Modifier จะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับประเภทของเครื่องมือที่คลิกเลือกในแต่ละไอคอน

Library

หน้าต่างไลบรารีเป็นส่วนที่สำคัญ จะทำหน้าที่เก็บองค์ประกอบต่างๆ ที่สร้างขึ้นใน Movie นั้นๆ เพื่อประโยชน์ในการนำมาใช้ใหม่ หรือใช้ร่วมกันสำหรับองค์ประกอบที่เหมือนกัน เช่น ปุ่ม แสดงเมนูที่มีรูปร่างเหมือนกัน Flash ก็จะมีเก็บและจัดจำรูปร่างนั้นไว้เป็นอันเดียวแต่แสดงเป็นมากกว่าหนึ่งปุ่ม องค์ประกอบของ Movie ที่ถูกเก็บในไลบรารีนี้ ได้แก่ Symbols ทั้งสาม (Movie Clip, Button, Graphic) บางครั้งก็เก็บเสียง รูปบิตแมป และไฟล์วิดีโออีกด้วยขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของไฟล์ Flash นั้นๆ

ใน Movie หนึ่งๆ หากสามารถสร้างให้ใช้ Symbol ใดๆ ในไลบรารีได้ โดยคลิกที่เมนู Options ทางด้านขวาบนของหน้าต่างจากนั้นเลือก Edit นอกจากนี้สามารถจัดไลบรารีได้ โดยคลิกที่เมนู Options ทางด้านขวาบนของหน้าต่างจากนั้นเลือก Edit นอกจากนี้สามารถจัดไลบรารีออกเป็นโฟลเดอร์ต่างๆ เช่น โฟลเดอร์ Movie Clip , โฟลเดอร์ Button เพื่อสะดวกในการเรียกใช้ได้ โดยคลิกที่ไอคอนรูปกล่องสี่เหลี่ยม New Folder มุมล่างซ้ายของหน้าต่างไลบรารีได้

หน้ากระดาษ

เป็นส่วนที่จะถูกแสดงและสามารถมองเห็นได้เมื่อสร้าง Movie เสร็จเรียบร้อย โดยพื้นที่นอกบริเวณกระดาษทำการก็จะไม่สามารถเห็นได้เมื่อทดสอบ Movie

Symbols

ความหมายของ Symbol ใน Flash ก็คือวัตถุที่สามารถนำกลับมาใช้ได้ใหม่ใน Movie สามารถแบ่งได้เป็น 3 ประเภทด้วยกันคือ

- Graphic เป็นวัตถุที่สามารถแสดงรูปได้ไม่จำกัดจำนวนเฟรม
- Button ลักษณะของวัตถุที่เป็น Button มีทั้งสิ้น 4 เฟรมคือ Up, Over, Down และ Hit
- Movie clip เป็นวัตถุที่คล้ายกับ Symbol แบบ Graphic แต่สามารถควบคุม action ได้ดีกว่า

กว่า

การสร้าง Symbols สามารถทำได้โดยการกดแป้น F8 เมื่อต้องการเปลี่ยนวัตถุถูกเลือกที่อยู่ให้เป็น Symbols หรือกดแป้น Ctrl+F8 เพื่อสร้างขึ้นเป็น Symbols ใหม่เลย

Timeline

Timeline ประกอบด้วยเฟรมหลายเฟรมต่อกัน โดย Timeline มีไว้สำหรับกำหนดอะนิเมชันเมื่อเวลาผ่านไปที่เวลาต่างๆ

Scene

มีประโยชน์ในแง่ของการแบ่ง Movie ออกเป็นส่วนๆ ดังจะเห็นได้จากบทต่อไปของภาคที่ 1 นี้ การสร้าง Scene เพิ่มจากปกติที่มีเพียง Scene1 ทำได้โดยใช้คำสั่งเมนู Insert>Scene การ

จัดการใดๆกับ Scene เช่นการคัดลอก การเพิ่ม การลบ หรืออื่นๆ ก็สามารถทำได้เหมือนการจัดการวัตถุทั่วไป โดยการเรียกเมนู Window>Inspectors>Scene

3.1.2.2 เริ่มต้นก่อนสร้าง flashsite

มีเหตุผลมากมายในการตัดสินใจจะสร้างเว็บไซต์ด้วย Flash หรือไม่ ถึงแม้ Flash จะเป็นเครื่องมือในการสร้างเว็บไซต์ที่ให้ประสิทธิผลเลิศ แต่ก็ยังมีเหตุผลอีกหลายข้อในการที่จะไม่สร้าง Flashsite เหตุผลที่สำคัญข้อหนึ่งก็คือ Shockwave Flash ไม่ได้ถูกติดตั้งอยู่ในทุกคอมพิวเตอร์ ดังนั้นการจะเปิดเว็บเพจที่สร้างจาก Flash ได้ผู้ใช้ต้องดาวน์โหลด Shockwave Flash เสียก่อน

แต่เมื่อตัดสินใจใช้ Flash สร้างเว็บไซต์เป็นเว็บของคุณก่อนที่จะลงมือสร้าง ควรต้องลงมือวางแผนการสร้างเสียก่อน ดังต่อไปนี้คือ

1. เก็บรายละเอียดเนื้อหาที่ต้องการนำเสนอในเว็บให้หมดเสียก่อน ว่าต้องการให้ชาวสวอะไรกับผู้ใช้ที่เข้ามาในเว็บบ้าง
2. ลองวาดภาพคร่าวๆ ของเว็บว่าต้องการให้มีหน้าตาอย่างไร สามารถหาไอเดียได้จาก Flashsites ต่างๆ ที่มีอยู่มากมายบนเว็บ
3. วางลำดับของเว็บ ว่าผู้ใช้จะสามารถเข้าถึงข้อมูลแต่ละส่วนได้อย่างไร และถ้าผ่าน Button จะให้มี Submenu หรือไม่อย่างไร
4. ตัดสินใจว่าจำเป็นต้องมี Start Page หรือไม่ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วควรจะต้องมี เพราะอย่างที่กล่าวไปแล้วคือไม่ใช่ทุกคอมพิวเตอร์ที่มี Shockwave Flash ติดตั้งอยู่แล้ว ดังนั้นการสร้าง Start Page จึงมีประโยชน์มาก
5. กำหนดว่าควรมีหน้า Preloader หรือไม่ มีผู้แนะนำว่าถ้า Flashsite มีขนาดใหญ่กว่า 50K ควรที่จะสร้างหน้า Preloader เพื่อให้ผู้ใช้มาเยี่ยมเว็บไม่รู้สึกรู้ว่า ต้องรอนานเกินไปในการโหลด Movie และเป็นสาเหตุให้เขาออกจากเว็บเพจของเรา โดยยังไม่ทันได้ดู
6. ระหว่างการสร้าง ควรทดสอบ Movie เป็นช่วงๆ เพื่อสามารถแก้ปัญหาได้ทันทีที่ยารอจนสร้างเสร็จหมดแล้วจึงค่อยทดสอบเพียงครั้งเดียว อาจทำให้ต้องรี้อใหม่ทั้งเพจทีเดียว
7. เมื่อสร้างเสร็จแล้ว ควรทำการทดสอบ Movie ที่บราวเซอร์ความเร็วต่างๆ กันเสียก่อน

3.1.2.3 หลักควรจำเพื่อลดขนาดไฟล์

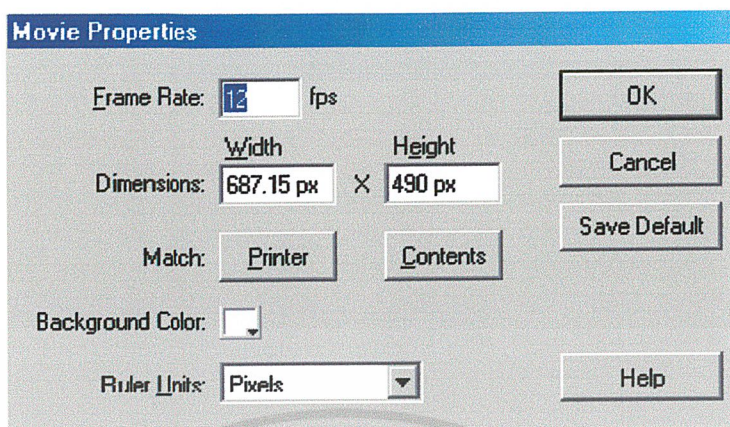
ขนาดไฟล์เป็นเรื่องสำคัญเรื่องหนึ่งของการสร้าง Flashsite เพราะถ้ามีไฟล์ขนาดใหญ่จะทำให้ภาพเกิดการสะดุดได้ดังนั้นจึงต้องพยายามสร้างไฟล์มีขนาดเล็กที่สุดเท่าที่เป็นไปได้

มีเทคนิคที่สำคัญพอสรุปได้ดังต่อไปนี้ในการลดขนาดไฟล์ Flash

1. ลดจำนวนเส้นให้เหลือน้อยที่สุด ไม่ว่าจะรูปที่นำมาใช้จะเป็นรูปที่สร้างขึ้นใน Flash หรือจะเป็นรูปที่อิมพอร์ตเข้ามาใน Flash บ่อยครั้งสำหรับรูปที่อิมพอร์ตเข้ามา จะมีเส้นเล็กๆซ่อนอยู่ที่มองไม่เห็น ให้ใช้เครื่องมือ Zoom เพื่อทำให้เห็นชัดจนยิ่งขึ้นและสามารถกำจัดเส้นที่เกินนั้นออก นอกจากนี้ภายใต้เมนู Modify มีคำสั่งที่มีประโยชน์ในการช่วยลดเส้นที่เกินได้ก็คือเมนู Curves
2. ให้พยายามสร้างรูปให้เป็น Symbol และเก็บในไลบรารี เพื่อประโยชน์ที่จะนำกลับมาใช้ใหม่ให้ได้มากที่สุด เพราะการสร้างเส้นขึ้นใหม่แม้แต่เพียงนิดเดียวก็ทำให้ไฟล์มีขนาดใหญ่ขึ้นได้
3. หลีกเลี่ยงการใช้อะนิเมชันพร้อมกันหลายอันในเวลาเดียวกัน เนื่องจากมีผลต่อการโหลดไฟล์
4. พยายามใช้แบบตัวอักษรเป็นแบบเดียวกัน หรือ พยายามใช้ให้น้อยที่สุด ในไฟล์งานหนึ่งๆ เพราะยังใช้ต่างฟอนต์กันมากมายหลายแบบ จะทำให้ขนาดของไฟล์งานใหญ่ขึ้น
5. หลีกเลี่ยงการใช้ภาพบิตแมปใน Flash หรือถ้าจะนำมาใช้ใน Flash ควรต้องทำการ Trace ภาพบิตแมปเสียก่อน นอกจากนี้ควรตั้งค่าคุณสมบัติของภาพบิตแมปที่อิมพอร์ตเข้ามาใน Flash เสียใหม่ให้มีขนาดเล็กลง จากคำสั่ง Properties ในเมนูของหน้าต่าง ไลบรารี และหลีกเลี่ยงการอะนิเมทภาพบิตแมป
6. พยายามหลีกเลี่ยงการใช้เสียงประกอบยาวๆ เลือกใช้ไฟล์เสียงสั้นๆ แต่ใช้การลูปคือให้วนไปวนมาดีกว่า นอกจากนี้คุณภาพของเสียงที่เลือกใช้ควรต้องตัดสินใจดวงกับขนาดของไฟล์ที่จะเพิ่มขึ้นเมื่อใช้เสียงที่มีคุณภาพดีขึ้นพยายามเลือกใช้ Sound แบบ MP3 เนื่องจากเป็นฟอร์แมตที่มีไฟล์ขนาดเล็ก
7. หากมีส่วนไหนของเว็บเพจที่ประกอบด้วยรูปกราฟิกที่มีขนาดใหญ่ หรือมีจำนวนหลายรูป ควรสร้างเป็น Movie ใหม่แยกออกจากหน้าหลัก เพื่อให้หน้าหลักถูกโหลดได้อย่างรวดเร็วเสียก่อน
8. ในการตรวจสอบว่าแต่ละเฟรมของ Movie ในฟอร์แมต Flash Player(.swf) จากคำสั่งในเมนู File > Export Movie ซึ่งจะปรากฏกรอบ Export Flash Player ให้เลือกคลิก ที่ Generate Size Report เพื่อสร้างไฟล์รายงานซึ่งเป็นแบบไฟล์เท็กซ์ที่มีชื่อเดียวกับไฟล์ Movie และถูกเก็บไว้ในโฟลเดอร์เดียวกัน สามารถเปิดไฟล์รายงานได้โดยใช้โปรแกรมทั่วไปเช่น Notepad เป็นต้น

3.1.2.4 การกำหนดขนาดหน้าของ Movie

เริ่มกันด้วยการเปิดไฟล์ ซึ่งหน้าต่างไลบรารีควรจะถูกเปิดขึ้นมาด้วยถ้าหากไม่สามารถมองเห็นไลบรารี ให้คลิกเมนู Window>Library หรือกด Ctrl +L จากนั้นจะทำการตั้ง Movie Property โดยคลิกเมนู Modify > Movie จะปรากฏดังรูป 3-2



รูป 3-2 แสดงการกำหนดคุณสมบัติของหน้า Movie

Frame Rate กำหนดจำนวนเฟรมที่แสดงต่อวินาที (fps)

Dimensions กำหนดพื้นที่หน้ากระดาษที่ต้องการให้แสดง Movie

Match Printer เป็นการกำหนดให้พื้นที่หน้ากระดาษมีขนาดพอดีกับขนาดที่ตั้งไว้
เครื่องพิมพ์

Match Contents เป็นการกำหนดให้พื้นที่หน้ากระดาษมีขนาดพอดีกับรูปวัตถุทั้งหมดที่สร้างไว้ใน Movie

Grid Spacing เป็นการกำหนดขนาดของช่องกริด หรือระยะห่างของกริด

Grid Color & Background Color กำหนดสีของเส้นกริดและสีของหน้ากระดาษทำการ

Ruler Units เป็นการกำหนดหน่วยวัดสำหรับใช้ใน Movie

การกำหนดเลเยอร์

การเปลี่ยนแปลงเลเยอร์โดยดับเบิลคลิกบนชื่อเลเยอร์แล้วพิมพ์ชื่อทับ หรือเลือกที่เมนู Modify>Layer การเพิ่มเลเยอร์ใหม่ โดยคลิกที่เมนู Insert>Layer หรือคลิกที่ไอคอน Add Layer ที่มุมล่างซ้ายก็จะปรากฏเลเยอร์ใหม่ขึ้นมา

การสร้าง Motion Tweening

การทำให้รูปร่างจากด้านซ้ายไปยังด้านขวาของหน้ากระดาษโดยการสร้างรูปขึ้นมาหรือนำมาจากไลบรารีแล้วนำรูปมาวางเฟรมที่ต้องการ และกำหนดเฟรมที่ต้องการสิ้นสุดการแสดงนำรูปเลื่อนไปยังพื้นที่ที่จะกำหนดจากนั้นกลับไปวางเฟรมแรกที่กำหนดคลิกขวาเลือก Motion tweening จะเกิดเป็นลูกศรวิงระหว่างเฟรมแรกที่กำหนดไปยังเฟรมสุดท้ายที่กำหนด

3.1.3 Javaapplet

3.1.3.1 การสร้าง Applets

Applet เป็นโปรแกรมจาวาอีกชนิดหนึ่งที่มี จุดประสงค์คือจะนำมาใช้ร่วมกับการสร้าง Web Page เพื่อให้ผลลัพธ์จาก Web Page มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น แต่ Applet ก็มีขีดความสามารถและข้อกำหนดต่าง ๆ ที่จำกัดกว่า Application รวมทั้งการป้องกันด้านความปลอดภัยของข้อมูล และปัญหาของไวรัสก็ยังไม่สามารถทำได้

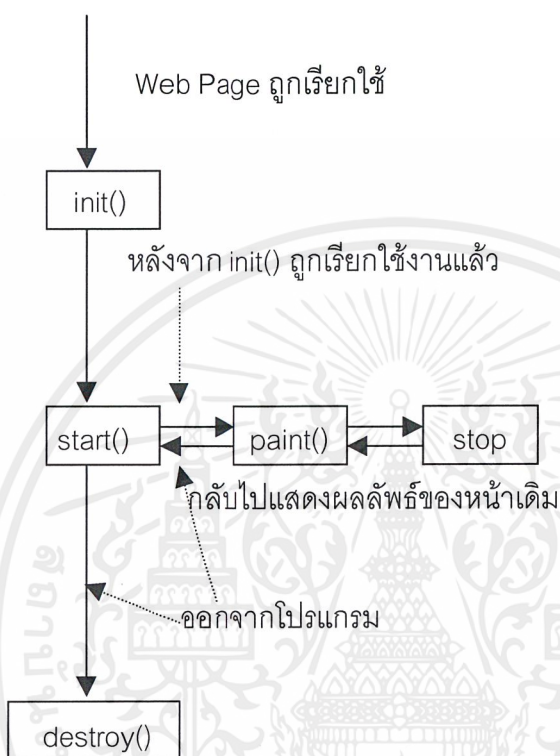
3.1.3.2 โครงสร้างของ Applet

โปรแกรม Java หรือที่เรียกว่า " Java Application " นั้นจะเริ่มต้นทำงานโดยการเรียกใช้ Method ชื่อ "main" โดยอัตโนมัติ ดังนั้นทุกโปรแกรม Java จึงจำเป็นต้องมี main method เสมอ แต่ Java Applet นั้นไม่ได้มีลักษณะเช่นนี้แต่จะมีโครงสร้างเป็นของตนเอง ดังนี้

```
class MyApplet extends java.applet.Applet
{...
/* เรียกใช้โดย Browser ได้ทันที เมื่อ Web Page ที่มี Applet จะถูก Load ขึ้นมาใช้งาน */
public void init()
{...}
/* เรียกใช้โดย Browser หลังจากที่ init method ถูกเรียกใช้งาน หรือทุกครั้งที่ย้อนกลับมาดูข้อมูลที่
Web Page นี้ */
public void stop()
{...}
/* เรียกใช้โดย Browser เมื่อต้องการออกจาก Browser */
public void destroy()
/* เรียกใช้โดย Browser เมื่อจอภาพกราฟฟิกของ applet ถูกเรียกใช้อีกครั้งหนึ่ง */
public void paint(Graphics g)
{...}
// method อื่น ๆ ที่จำเป็นต้องมี
}
```

หมายเหตุ Applet ไม่มี Main Method เหมือนใน Application แต่จะทำงานโดยการเรียกใช้ method ชื่อ "init" ทั้งนี้โครงสร้างของ Applet จะต้องประกอบไปด้วย Method ดังนี้คือ init(), start(), stop() และ destroy() ตามปกติ Method เหล่านี้จะมีแต่ชื่อ ไม่มีการระบุขั้นตอนการ

ทำงานไว้ด้วย เพียงแต่เป็นชื่อ Method Applet ให้เรียกปฏิบัติงานตามลำดับ (ดังรูป) ทั้งนี้เราจะต้องเขียนหรือสร้างรายละเอียดของแต่ละ Method ให้เหมาะสมกับงานเอาเอง แต่เราอาจไม่ใช่โครงสร้างดังกล่าวนี้ก็ได้ แต่จะต้องกำหนดรายละเอียดของ Method และเรียกใช้ให้ถูกต้องด้วยตนเอง



รูป 3-3 แสดงขั้นตอนการเรียกใช้ Methods ต่าง ๆ ภายใน Applet ตามลำดับ

init() เป็น method แรกที่ถูกเรียกใช้งานทันทีเมื่อ load applet เข้ามาใช้งาน โดย Web Browser (เหมือน main method และ constructor method รวมกัน)

start() จะถูกเรียกใช้ได้ก็ต่อเมื่อ init method ถูกเรียกใช้แล้วเท่านั้น โดยเมื่อเข้าสู่การทำงานของ Web Page ใด start method ก็จะถูกเรียกใช้งานด้วย และเมื่อไปที่ Web Page หน้าอื่น ๆ และมีกรากลับมายังหน้าเดิม start method ก็จะถูกเรียกใช้อีกครั้งหนึ่ง

destroy() เรียกใช้เมื่อต้องการออกจาก Browser โดยจะเป็นการบอก Browser ด้วยว่าให้ปล่อย Resource ต่าง ๆ (เช่น Memory) ที่ Applet ยึดครองอยู่ออกไป ทั้งนี้ stop method จะต้องถูกเรียกใช้ก่อน destroy method เสมอ

paint() เป็น method ที่ใช้กับการทำงานแบบกราฟฟิกของ Applet จะเรียกใช้เมื่อต้องการแสดงผลพอร์ทบนจอภาพแบบกราฟฟิก

3.1.3.3 ข้อแตกต่างระหว่าง Applet และ Application

การเขียนโปรแกรม Applet จะแตกต่างจาก Application ดังนี้

1. ต้องเรียกใช้ Package ชื่อ applet โดยใช้คำสั่ง

```
import java.applet.*
```

(สังเกตว่า "a"pplet เป็น a ตัวเล็ก)

หรืออาจเรียกใช้โดยคำสั่งในการสร้าง public class เช่น public class Sample extends java.applet.Applet

2. จะไม่มี Method ชื่อ "main" อีกต่อไปใน applet

(public static void main...)

3. จะเรียกใช้ Applet ได้ โดยเรียกจากโปรแกรม Browser เช่น Netscape หรือ IE หรืออาจใช้ Tools ของ JDK ก็ได้ คือ AppletViewer โดยไฟล์ที่จะเรียกได้จะต้องอยู่ในรูปของเอกสาร HTML ดังนั้นเราจะต้องสร้างเอกสาร HTML ขึ้นมาเพื่อใส่ชื่อไฟล์ applet ไว้ แล้วจึงเรียกโดยผ่านทาง Web Browser อีกที

4. คำสั่ง Extends ปกติจะตามด้วยคำว่า "Frame" คือให้ใช้ SuperClass ชื่อ "Frame" แต่ถ้าเป็น Applet จะใช้ Superclass ของ "Applet" แทน ดังนั้นจึงเขียนเป็น extends Applet แทน (สังเกตว่า "A"pplet เป็น A ตัวใหญ่)

5. การกำหนดขนาดและการแสดงบนจอภาพ ปกติใน Application จะกำหนดไว้ในส่วนของ Main Method (คือ SetSize และ SetVisible) แต่ถ้าเป็น Applet จะไม่มี ดังนั้นจะต้องไปกำหนดไว้ในเอกสาร HTML แทน ทั้งนี้ในเอกสาร HTML จะใช้โครงสร้างตามปกติ แต่เพิ่มคำสั่งต่อไปนี้ลงไปในส่วนหนึ่งของ Body คือ

```
<APPLET CODE "ชื่อไฟล์.class" WIDTH = ตัวเลข>
```

```
</APPLET>
```

6. การเรียกใช้ ปกติจะเรียกผ่านโปรแกรม appletviewer ซึ่งได้มาพร้อมกับโปรแกรม jdk อยู่แล้ว โดยใช้ คำสั่งดังนี้

```
appletviewer ชื่อเอกสาร HTML.นามสกุล
```

7. Title ที่เคยสร้าง Application จะใช้ไม่ได้อีกต่อไป เนื่องจากเมื่อนำ Applet มาใช้งานกับ Web Browser จะต้องใช้ Title ที่สร้างจาก HTML เท่านั้น ดังนั้นเมื่อต้องการนำมาทำเป็น

Applet ซึ่งไม่จำเป็นต้องมี title โดย Title สร้างใน Application ด้วย Constructor โดยใช้คำสั่ง setTitle ("ชื่อ title") ก็ได้

8. ถ้าเป็น Application เราจะสามารถเรียกชื่อโปรแกรมนั้นมาใช้งานได้โดยตรงจาก DOS เช่น

```
java FrameRep
```

แต่ถ้าเป็น Applet จะเรียกใช้โดยตรงไม่ได้ เนื่องจากไม่มี Main Method ให้ใช้งานแล้ว จึงต้องนำไปใส่ในเอกสาร HTML แล้วเรียกผ่าน Web Browser อื่นที่ (appletviewer)

9. ประโยชน์ของ Applet อีกอย่างหนึ่งก็คือ ไม่ต้องเขียน Method สำหรับตรวจสอบการออกจากโปรแกรม หรือไม่ต้องกด Ctrl+C เพื่อหยุดโปรแกรม เหมือนใน Application เราสามารถออกจากโปรแกรม โดยใช้คำสั่งของ Web Browser ได้เลย

10. Output ที่ใช้แสดงผลบนจอภาพ ถ้าเป็น Application จะใช้คำสั่ง

```
System.out.println
```

แต่ถ้าเป็น Applet จะใช้หลาย ๆ คำสั่งจาก AWT ได้ เช่น

```
g.drawString()
```

ซึ่งจะใช้แกน X,Y ร่วมในการเขียนผลลัพธ์เป็นตัวอักษร

3.1.3.4 ข้อจำกัดของ Applet

โดยทั่วไปแล้วนั้น Applet ถูกไหลดจากระบบเครือข่าย ซึ่งไม่อนุญาตให้มีการเข้าถึงเครื่องคอมพิวเตอร์ Local ดังนั้นจึงเกิดข้อจำกัดบางประการ ดังนี้

- Applet ไม่สามารถเรียกใช้ไฟล์และโปรแกรมต่าง ๆ จากเครื่องที่เป็น Client ได้
- Applet ไม่สามารถสร้างไฟล์บนเครื่อง Client ได้
- Applet ไม่สามารถทำการติดต่อกับเครือข่ายได้ ยกเว้นย้อนกลับไปยังเครื่อง Host ที่

Applet เข้ามา

- Applet ไม่สามารถเรียกใช้โปรแกรมต่าง ๆ บนเครื่อง Client ได้
- Applet ไหลดไลบรารีไม่ได้
- Applet ไม่สามารถหยุดการปฏิบัติงานของ interpreter ได้ (เรียก System.exit() ไม่ได้)

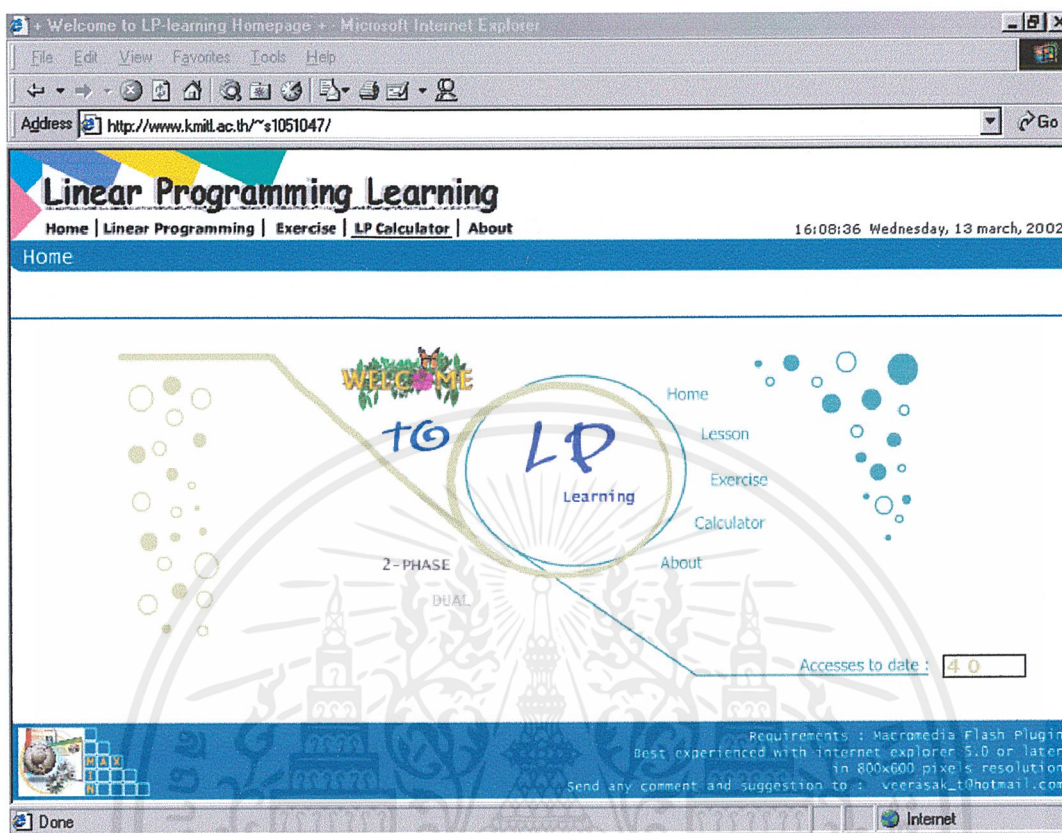
ข้อจำกัดดังกล่าวเป็นสิ่งจำเป็นเพื่อป้องกันอันตรายให้กับ Applet จากการกระทำบางอย่างข้ามเครือข่ายมา คือ

1. การอ่านและการดาวน์โหลดไฟล์ส่วนตัวจากเครื่องคอมพิวเตอร์
 2. การเขียนไวรัสคอมพิวเตอร์ หรือการทำลายข้อมูลบนเครื่องคอมพิวเตอร์
 3. การรันโปรแกรมเพื่อทำลายโปรแกรมอื่นจากที่ใดที่หนึ่งบนเครือข่าย
 4. การติดต่อโดยตรงกับเครื่อง Client และการเลือกทำการเปลี่ยนแปลงบนเครื่อง Client
- เมื่อ Applet ทำการป้องกันการกระทำดังกล่าว ถ้าเกิดต้องการปฏิบัติในสิ่งที่ Applet ป้องกัน ให้ทำการเขียน Java Application แทน ซึ่ง Java Application มีความสามารถติดต่อกับระบบเครือข่ายเรียกใช้ไฟล์ข้อมูลรันโปรแกรม เรียก Native Method โหลดไลบรารี และเรียก System.exit() ได้

3.1.3.5 สรุปขั้นตอนการเพิ่ม Applet ในเอกสาร HTML

1. เพิ่มคำสั่ง <APPLET>ลงในเอกสารตรงตำแหน่งที่ต้องการให้แสดง Applet
2. กำหนดคลาสของ Applet ที่ต้องการด้วยพารามิเตอร์ Code
3. ถ้าคลาสไม่ได้อยู่ในไดเรกทอรีปัจจุบันให้ใช้พารามิเตอร์ Codebase เพื่อกำหนดที่อยู่ของคลาส ดังนี้
 - 3.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ด้วย Path ของไฟล์คลาส เมื่อใช้งานกับระบบไฟล์ท้องถิ่น (Local File System)
 - 3.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ด้วย URL ของไดเรกทอรีที่คลาสบรรจุอยู่บนระบบไฟล์เครื่องควบคุม (Remote File System)
4. กำหนดพื้นที่ให้กับ Applet ด้วยพารามิเตอร์ Height และ Width
5. เพิ่มเต็มส่วนพารามิเตอร์ของผู้ใช้ (User-Defined) ด้วยคำสั่ง<PARAM>
6. เพิ่มเต็มซอร์ส HTML เพื่อไว้สำหรับ Browser ประเภท Non-Java
7. ปิดท้ายการประกาศ Applet ด้วยคำสั่ง </APPLET>

3.2 ออกแบบหน้าจอโปรแกรม มีดังนี้



รูปที่ 3-4 หน้าจอแรกของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เนต

หน้าหลักของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เนต ประกอบด้วย

1. หน้า Home เป็นหน้าแรกสุดบอกหัวเรื่องและส่วนของหน้าหลักๆ
2. หน้า Linear Programming หรือ Lesson เป็นส่วนเนื้อหาที่ใช้สอน
3. หน้า Exercise เป็นส่วนของแบบฝึกหัดพร้อมเฉลย
4. หน้า LP Calculator หรือ Calculator เป็นส่วนของโปรแกรมคำนวณพร้อมวิธีใช้หรือเรียกว่า Help นั้นเอง
5. หน้า About เป็นส่วนบอกรายละเอียดของคณะผู้จัดทำ

โดยแต่ละส่วนมีรายละเอียดดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3-5 หน้าที่เป็นเนื้อหาของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต

หน้า Linear Programming เป็นส่วนของเนื้อหา เมื่อกดเข้าไปจะมีหัวข้อย่อยที่ได้สำหรับศึกษาโดยต้องกดอีกทีเพื่อแสดงเนื้อหาดังรูปที่ 3-5 ซึ่งหัวข้อย่อยมีดังนี้

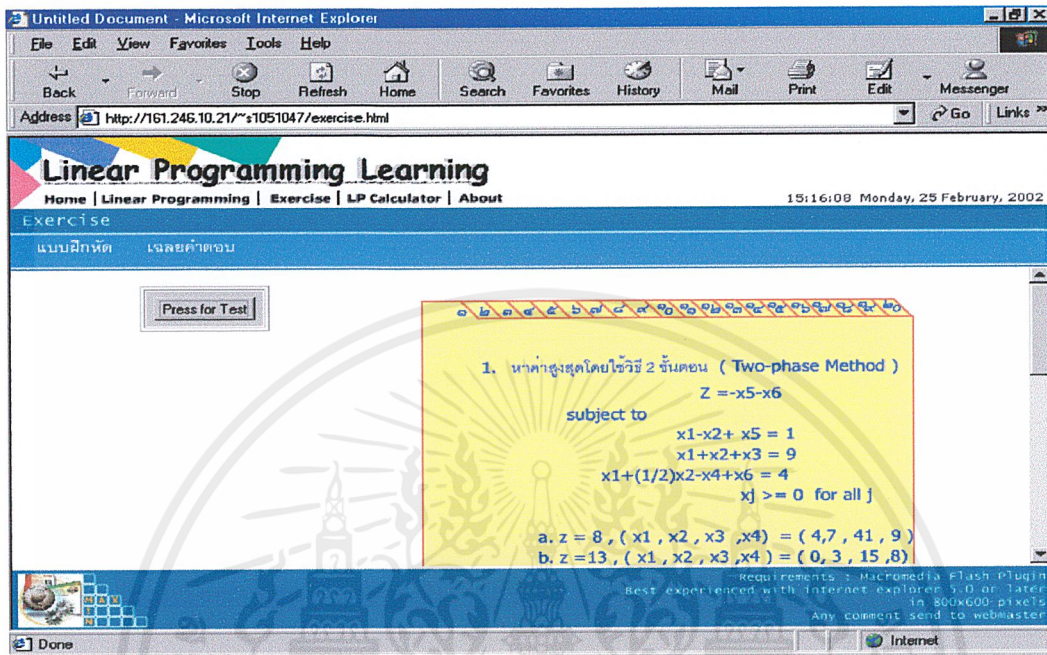
1. ความหมาย
2. ประวัติ
3. ตัวอย่างปัญหา
4. รูปแบบ
5. ประเภทคำตอบ
6. ขั้นตอนการดำเนินการ
7. วิธีการหาผลเฉลย
8. ผลลัพธ์แบบต่างๆ

รายละเอียดเนื้อหาเหล่านี้ดูได้ทางเว็บที่ <http://www.kmitl.ac.th/~s1051047>

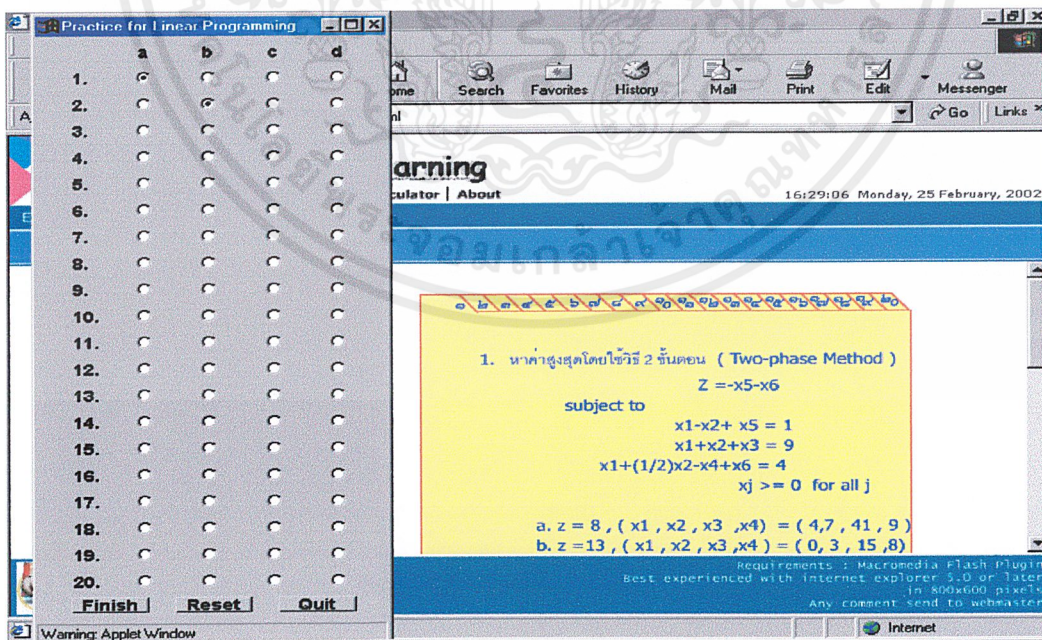
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้า Exercise เป็นส่วนของแบบฝึกหัดที่ใช้ทดสอบผู้ใช้ มี 2 ส่วน คือ

1. ส่วนแบบฝึกหัด มีทั้งหมด 20 ข้อเป็นปรนัย ดังรูปที่ 3-6 ทางซ้ายของภาพเมื่อกดเข้าไป จะเป็นฟอร์มกระดาษคำตอบสำหรับทำโดยใช้ Javapplet ทำ ดังรูปที่ 3-7



รูป 3-6 ส่วนแบบฝึกหัดในหน้า Exercise



จากรูปที่ 3-6 มีปุ่มโดยมีการใช้ดังนี้

- ปุ่ม Finish สำหรับหาคะแนนรวมที่ทำได้หลังกดปุ่มนี้แล้ว
- ปุ่ม Reset สำหรับการเคลียร์หน้าจอให้เหมือนตอนแรก
- ปุ่ม Quit สำหรับออกจากหน้าจอนี้

2. ส่วนเฉลยคำตอบพร้อมวิธีทำ ดังรูปที่ 3-8

The screenshot shows a web browser window titled "Untitled Document - Microsoft Internet Explorer". The address bar shows the URL: <http://161.246.10.21/~s1051047/answers.html>. The page content includes a navigation bar with links for Home, Linear Programming, Exercise, LP Calculator, and About. The timestamp is 15:17:00 Monday, 25 February, 2002. The main content area is titled "Exercise" and contains two sections:

เฉลยคำตอบ

๑	๒	๓	๔
๖	๗	๘	๙
๑๐	๑๑	๑๒	๑๓
๑๔	๑๕	๑๖	๑๗
๑๘	๑๙	๒๐	๒๑

2. ข้อ ๘ $z_{\min} = 106/5$ โดยวิธีซิมเพล็กซ์

เราทำการแปลงปัญหาเป็น maximization และกำหนดให้

$$\text{maximize } z = -3x_1 - x_2 - 4x_3$$

subject to

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 12$$

$$4x_1 - x_2 + x_3 - x_5 = 6$$

$$x_j \geq 0 \text{ for all } j$$

เราจะใส่สองตัวแปรเทียมคือ x_6, x_7 จากปัญหาของ Big-M

$$\text{maximize } z = -3x_1 - x_2 - 4x_3 - Mx_6 - Mx_7$$

subject to

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_6 = 12$$

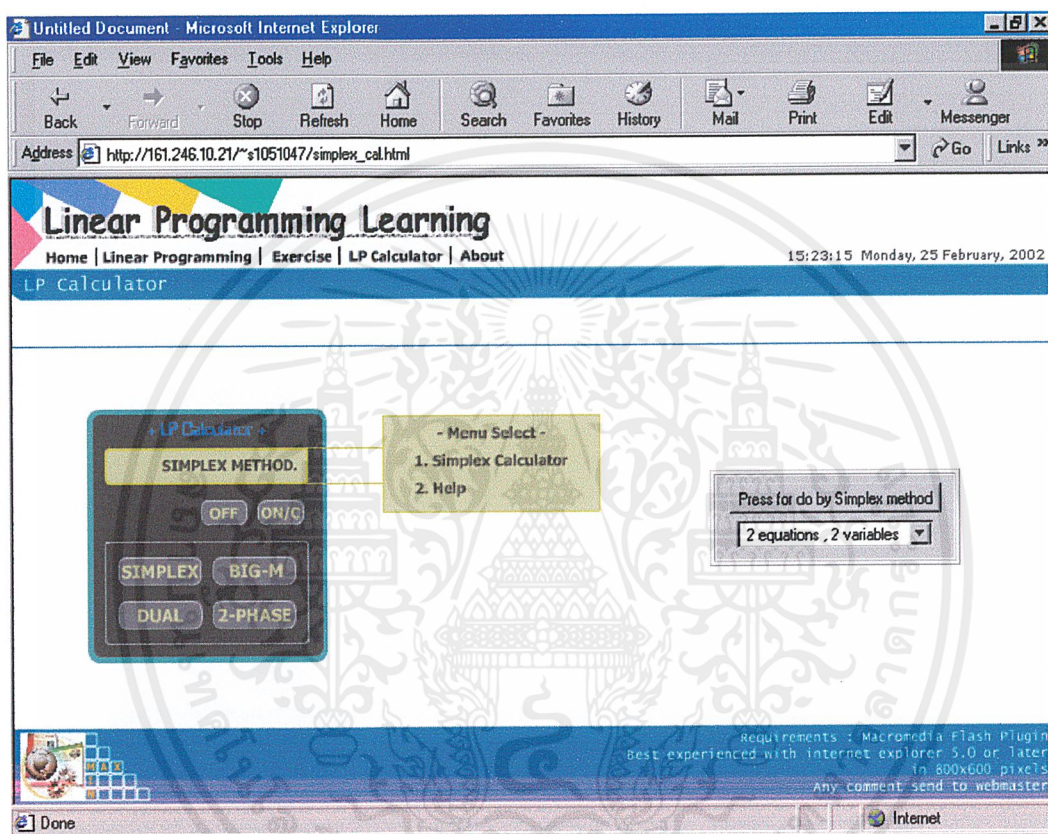
requirements : Macromedia Flash Plugin
Best experienced with Internet explorer 5.0 or later
in 800x600 pixels
Any comment send to webmaster

รูป 3-8 ส่วนเฉลยคำตอบในหน้า Exercise

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้า LP Calculator คือ ส่วนโปรแกรมคำนวณ พร้อมวิธีใช้ (Help) มีทั้งหมด 4 วิธีคือ

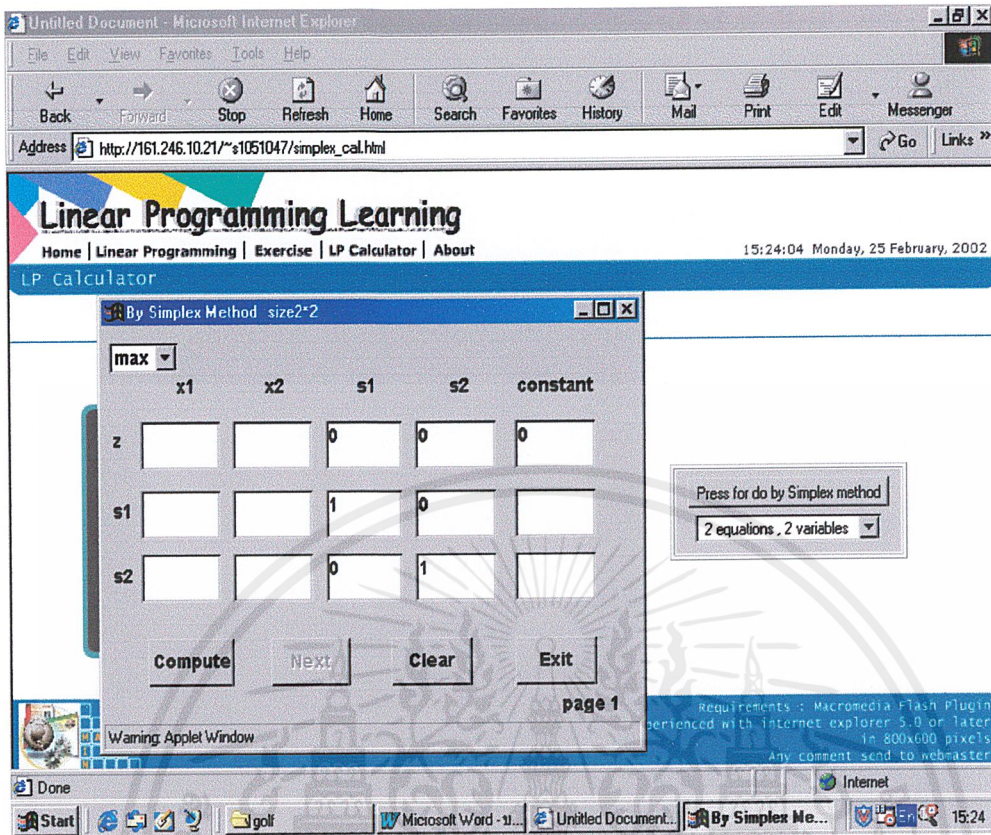
1. วิธีซิมเพล็กซ์
2. วิธีบิกเอ็ม
3. วิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ
4. วิธี 2 ขั้นตอน



รูป 3-9 หน้า LP Calculator สำหรับคำนวณคำตอบโดยใช้โปรแกรม

โดยทั้ง 4 โปรแกรม ทำจาก Javaapplet และแต่ละวิธีมีหน้าจออยู่ 2 แบบเหมือนกัน ดังที่จะอธิบายในส่วนวิธีใช้หรือ Help ในย่อหน้าถัดไป

วิธีใช้ หรือ Help ของทั้ง 4 วิธีเหมือนกัน ต่างกันตรงการใส่ค่า M ในวิธีบิกเอ็ม และวิธี 2 ขั้นตอน เท่านั้น โดยทุกวิธีจะแบ่งหน้าจอเป็น 2 แบบดังนี้



รูป 3-10 หน้าจอโปรแกรมแสดงที่ละตารางหาคำตอบโดยวิธีซิมเพล็กซ์

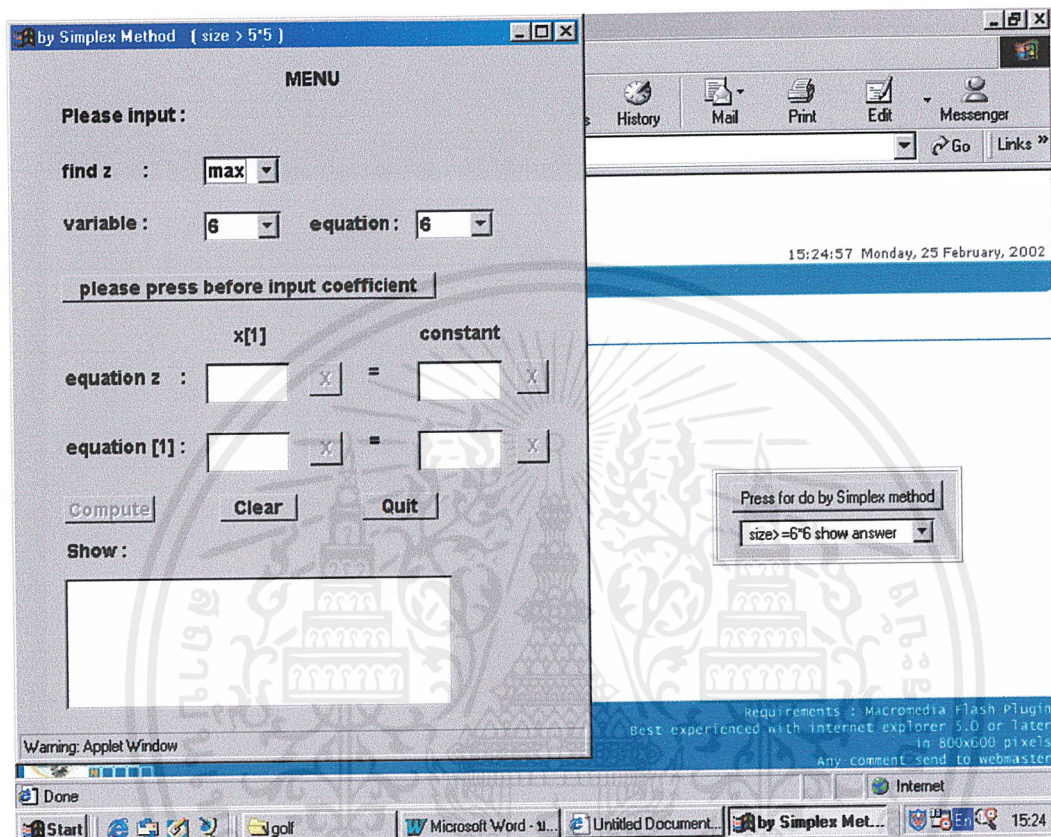
หน้าจอแบบที่ 1 สำหรับแสดงตารางที่มีขนาดน้อยกว่า 6×6 โดยจะแสดงเป็นที่ละตารางจนได้คำตอบ ดังนั้นเราขอยกเฉพาะวิธีซิมเพล็กซ์มาแสดงให้ดู ดังรูปที่ 3-10 โดยมีฟังก์ชัน ดังนี้

1. ปุ่ม Compute สำหรับคำนวณในการกดครั้งแรก
2. ปุ่ม Next สำหรับคำนวณในตารางถัดไป หลังจากกดปุ่ม Compute แล้ว ถ้ากดต่อไปไม่ได้แสดงว่าสิ้นสุดการคำนวณแล้ว
3. ปุ่ม Clear สำหรับเคลียร์หน้าจอหรือกลับไปหน้าแรก
4. ปุ่ม Exit สำหรับออกจากโปรแกรม
5. ตัวเลือกมุมซ้ายบนที่เป็นตัวเลือก สำหรับหาค่าสูงสุด (Max) หรือค่าต่ำสุด (Min) ของค่า z
6. ช่องเท็กซ์สำหรับใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

วิธีใช้ของหน้าจอแบบที่ 1 คือ เราต้องจัดรูปแบบขสมการเพื่อนำเข้าสู่ตารางเสียก่อน แล้วนำค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรใส่ตามตำแหน่งนั้นโดยรูปแบบเหมือนตารางที่ใช้เลย จากนั้นกด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปุ่ม Compute เพื่อคำนวณ แล้วจากนั้นก็กดปุ่ม Next เพื่อแสดงตารางถัดไปจนไม่สามารถกดได้ แสดงว่าได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดแล้ว จากนั้นถ้าต้องการใส่ใหม่ให้กดปุ่ม Clear หน้าจอเพื่อต่อไป (รายละเอียดเพิ่มเติมดูใน Help ของโปรแกรม ในส่วน LP Calculator)



รูป 3-11 หน้าจอโปรแกรมแสดงคำตอบเลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์

หน้าจอแบบที่ 2 สำหรับแสดงตารางที่มีขนาดมากกว่า 5×5 โดยจะแสดงคำตอบเลย ดังนั้นเราขอยกดูเฉพาะวิธีซิมเพล็กซ์มาแสดงให้ดู ดังรูปที่ 3-11 โดยมีฟังก์ชัน ดังนี้

1. ตัวเลือกสำหรับหาค่าสูงสุด (Max) หรือค่าต่ำสุด (Min) ของค่า z
2. ตัวเลือกสำหรับจำนวนตัวแปรตัดสินใจ (Variables)
3. ตัวเลือกสำหรับจำนวนสมการข้อจำกัด (Equations)
4. ปุ่ม please press before input coefficient สำหรับกดหลังจากเลือกตัวเลือกใน 3

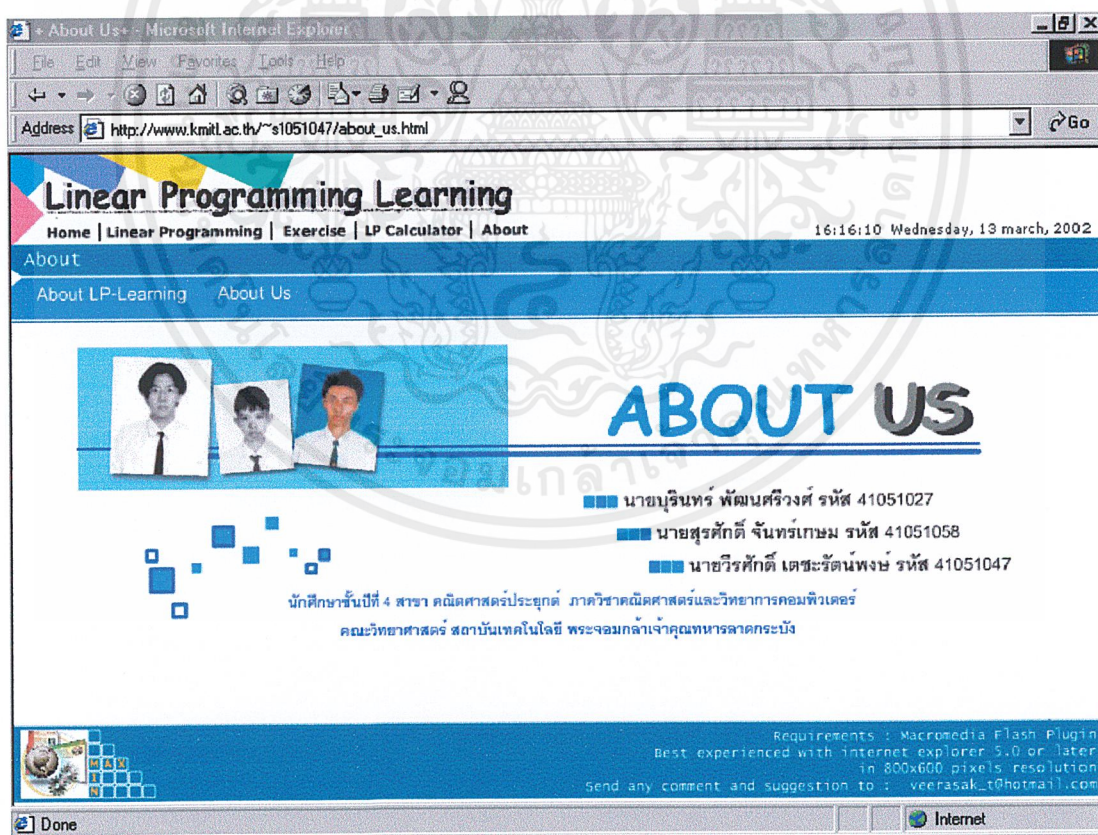
ข้อแรกแล้ว

5. ช่องเท็กซ์สำหรับรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในแถวแรกของสมการเป้าหมาย ส่วนในแถวถัดไป ของสมการข้อจำกัด

6. ปุ่มทางขวาของช่องเท็กซ์ สำหรับกดหลังจากใส่สัมประสิทธิ์แล้ว
7. ปุ่ม Compute สำหรับคำนวณคำตอบเลย
8. ปุ่ม Clear สำหรับเคลียร์หน้าจอ
9. ปุ่ม Exit สำหรับออกจากโปรแกรม
10. ช่องเท็กซ์ด้านล่างสุด สำหรับแสดงคำตอบหลังจากกดปุ่ม Compute แล้ว

วิธีใช้ของหน้าจอแบบที่ 2 คือ เราต้องจัดรูปแบบสมการเพื่อใส่ลงในช่องเท็กซ์ แต่ก่อนใส่เราต้องเลือกค่าMax หรือ Min ของ Z จำนวนตัวแปร และจำนวนสมการข้อจำกัดเสียก่อน แล้วกดปุ่ม please press before input coefficient ทำให้ใส่ค่าสัมประสิทธิ์ได้ แล้วเมื่อใส่ทีละตัวจะต้องกดปุ่มทางขวามือทุกครั้งก่อนที่จะใส่ ใส่จนครบแล้วปุ่ม Compute จะให้กดได้ ให้กดแล้วจะแสดงคำตอบในช่องเท็กซ์ข้างล่างสุด เป็นอันเสร็จ

หน้า About สำหรับแสดงข้อมูลของคุณะผู้จัดทำ ดังรูปที่ 3-12



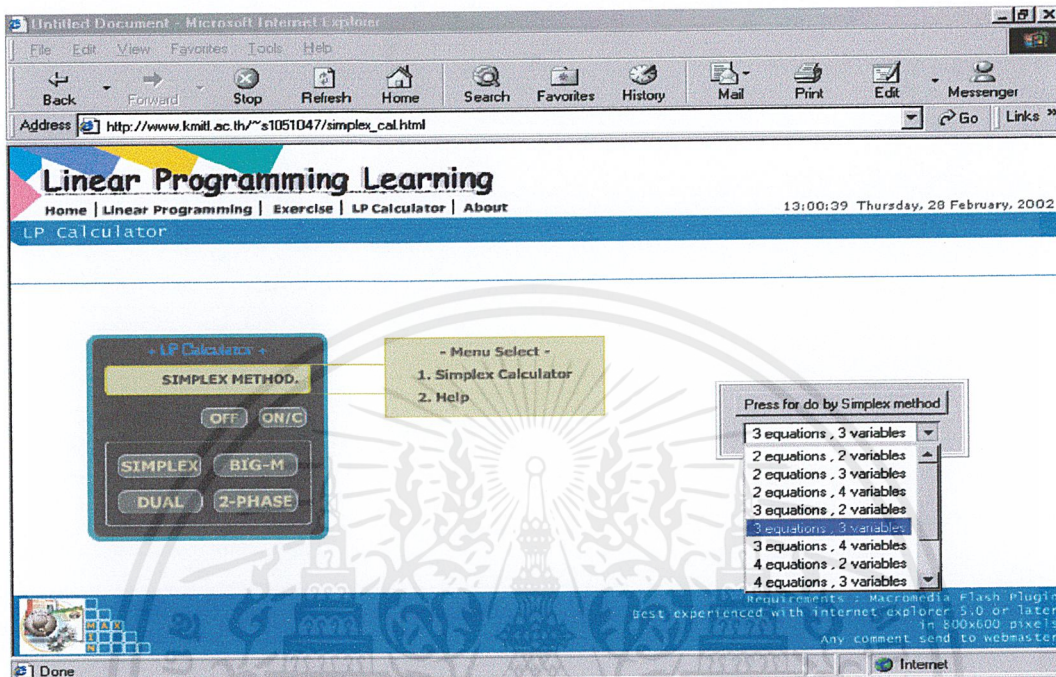
รูป 3-12 หน้า About ของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 วิธีใช้โปรแกรม

วิธีซิมเพล็กซ์ มีวิธีการใช้ดังนี้

1. เลือกว่าต้องการโจทย์ที่มีสมการข้อจำกัด และที่ตัวแปรตัดสินใจ



รูปที่ 3-13 การเลือกตัวเลือกสำหรับโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์

2. แสดงหน้าจอแบบที่ 1 ที่มีขนาดน้อยกว่า 6 สมการข้อจำกัด 6 ตัวแปรตัดสินใจ ใช้คำนวณโดยจะแสดงผลที่ตารางจนได้ผลเฉลยที่ดีที่สุด ดังรูปที่ 3-14

3. จัดรูปจากโจทย์ หาค่าสูงสุด ของ $z = 10x_1 + 25x_2 + 20x_3$ โดยมีข้อจำกัดว่า

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 150$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 200$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 300$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

วิธีทำ เปลี่ยนรูปสมการให้เป็น

$$z - 10x_1 - 25x_2 - 20x_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + s_1 = 150$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + s_2 = 200$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + s_3 = 300$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ให้นำค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่จัดรูปแล้วใส่ลงในช่องดังรูปที่ 3-14



รูปที่ 3-14 หน้าจอแบบที่ 1 ของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์

4. กด Compute เพื่อคำนวณโดยแสดงเป็นตารางจากรูปที่ 3-14

5. กดปุ่ม Next เพื่อแสดงตารางถัดไป หลังจากการกด Compute ในตารางแรกแล้ว
จนกดปุ่ม Next ไม่ได้แล้ว แสดงว่าได้คำตอบที่ดีที่สุดตามรูปที่ 3-15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Untitled Document - Microsoft Internet Explorer

Address http://www.linearprogramming.com/ By Simplex Method size3*3

max answer max z = 1291.6666

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	constant
z	2.5	0.0	0.0	0.833333	5.833333	0.0	1291.6666
x3	0.0	0.0	1.0	0.666666	-0.333333	0.0	33.33333
x2	0.5	1.0	0.0	-0.5	0.5	0.0	25.0
s3	-0.5	0.0	0.0	0.166666	-0.833333	1.0	158.3333

Warning: Applet Window

รูปที่ 3-15 หน้าจอแบบที่ 1 แสดงคำตอบของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์

6. ส่วนหน้าจอแบบที่ 2 เกิดจากการเลือกตัวเลือกสุดท้าย คือ ขนาดมากกว่า 5*5 สำหรับใช้คำนวณหาคำตอบเลยดังรูป

Untitled Document - Microsoft Internet Explorer

Address http://www.linearprogramming.com/ By Simplex Method (size > 5*5)

MENU

Please Input :

find z : max

variable : 6 equation : 6

please press before input coefficient

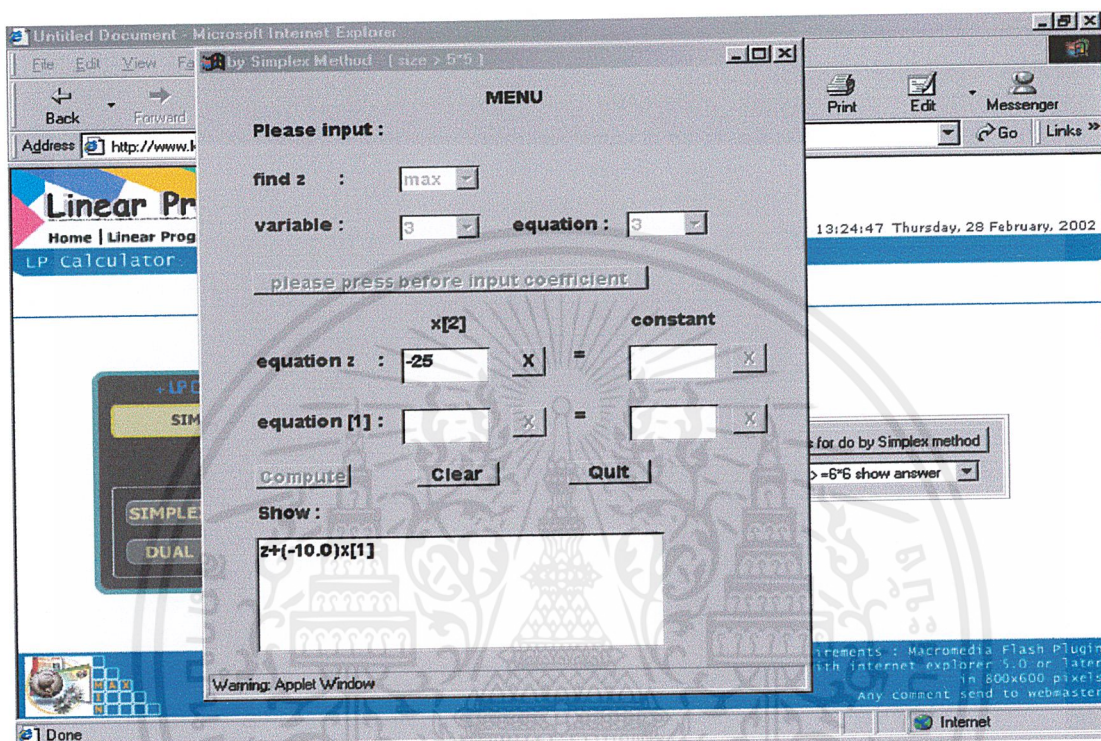
	x[1]	constant
equation z :		
equation [1] :		

Warning: Applet Window

รูปที่ 3-16 หน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์

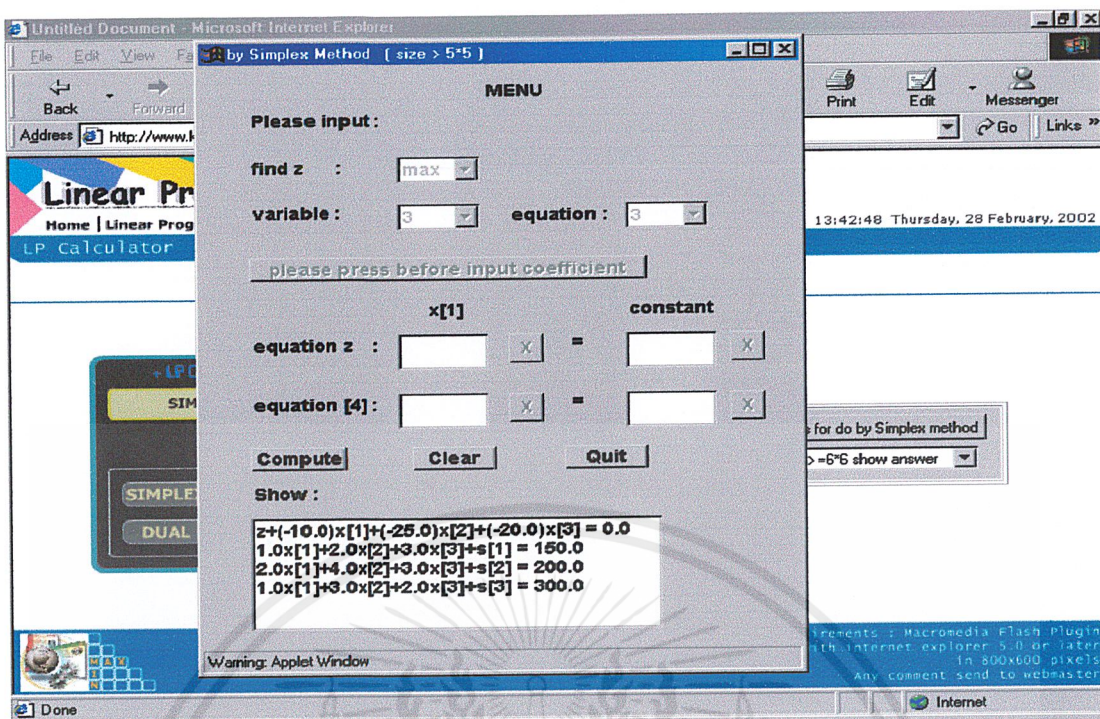
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. เลือกว่าต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของ z จากตัวเลือก max or min รวมทั้งตัวเลขจำนวนตัวแปรและจำนวนข้อจำกัด จากนั้นกดปุ่ม please press before input coefficient เพื่อใส่สัมประสิทธิ์จากที่เราได้จัดไว้โดยใช้ตัวอย่างเดียวกับหน้าจอแรก จากนั้นกดปุ่มทางขวามือหลังใส่ค่าสัมประสิทธิ์ทุกครั้งตามรูปที่



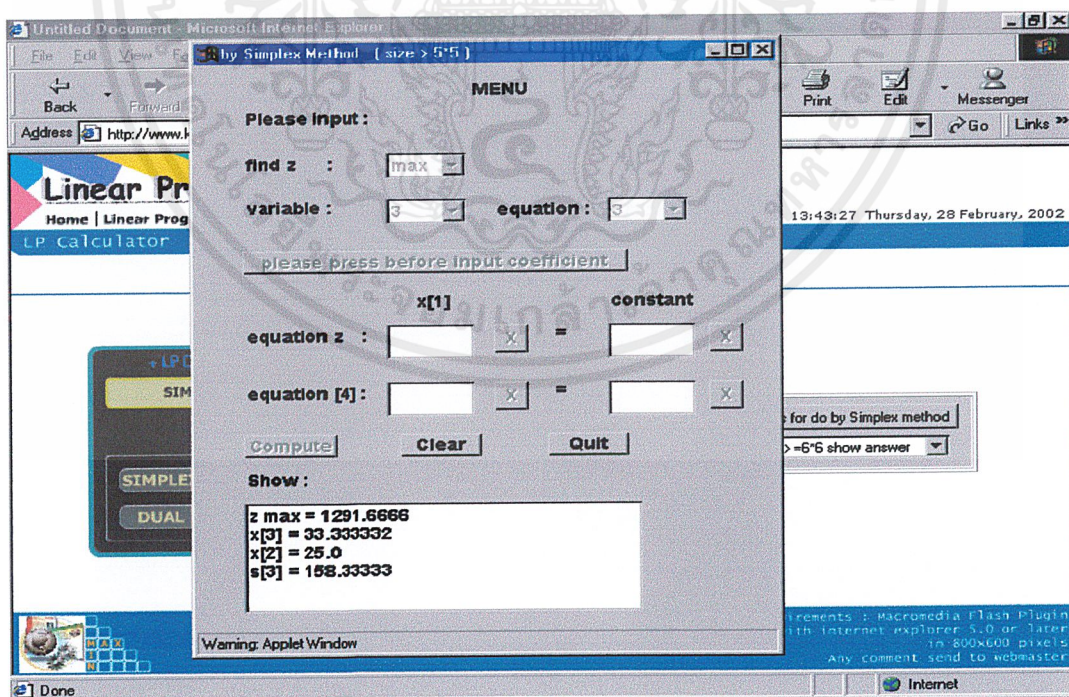
รูปที่ 3-17 ใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิซิมเพล็กซ์

8. เมื่อใส่สัมประสิทธิ์ครบแล้ว กดปุ่ม Compute จะปรากฏขึ้นมาเพื่อให้กดคำนวณ ตามรูปข้างล่าง



รูปที่ 3-18 แสดงสมการที่ใส่ในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีซิมเพล็กซ์

9. หลังจากกด Compute แล้วได้คำตอบแสดงดังรูปข้างล่าง

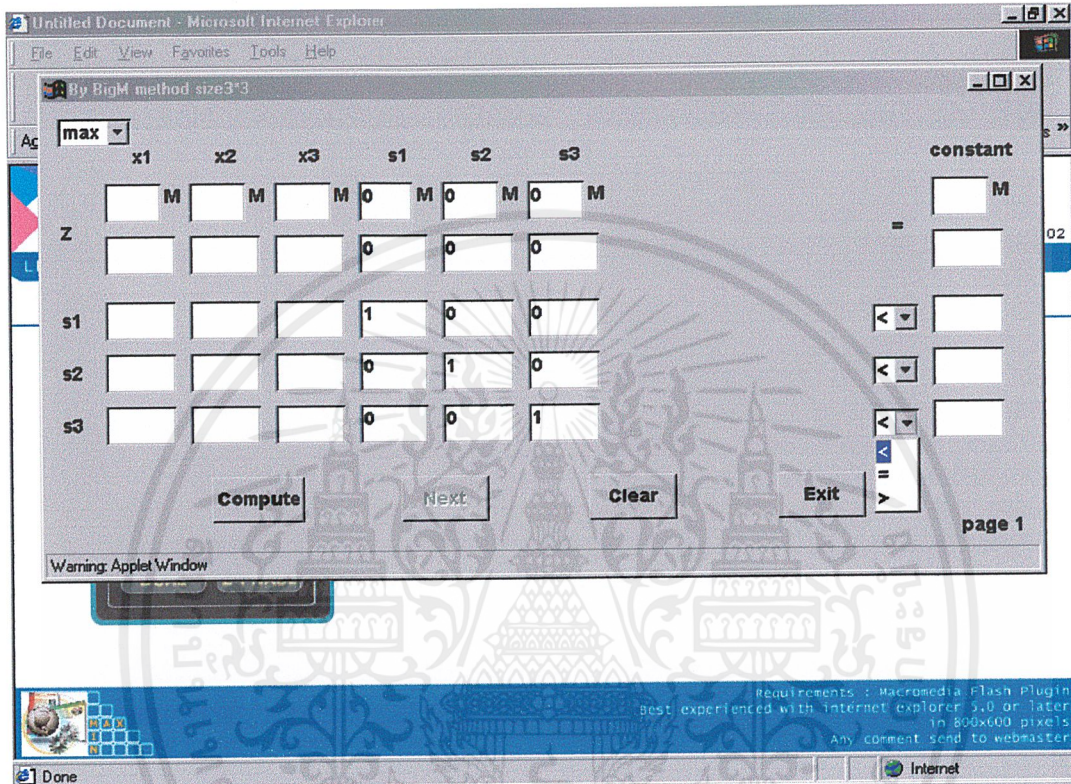


รูปที่ 3-19 แสดงคำตอบในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีซิมเพล็กซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีบิกเอ็ม มีวิธีการใช้ดังนี้

1. หน้าจอแบบที่ 1 เกิดจากการเลือกตัวเลือกของโจทย์ที่มีขนาดจำนวนอสมการข้อจำกัดและจำนวนตัวแปรตัดสินใจน้อยกว่า 6×6 โดยมีลักษณะจอแบบเดียวกับซิมเพล็กซ์แต่เพิ่มช่องใส่สัมประสิทธิ์ค่า M เข้ามา



รูปที่ 3-20 หน้าจอแบบที่ 1 ของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีบิกเอ็ม

2. โดยจัดรูปแบบของโจทย์ก่อนใส่ค่าสัมประสิทธิ์ลงในช่อง โดยมีโจทย์ดังนี้

$$\text{หาค่าต่ำสุดของ } Z = 5x_1 - 6x_2 - 7x_3$$

$$x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq 15$$

$$5x_1 - 6x_2 + 10x_3 \leq 20$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

จัดรูปแบบเป็น

$$Z + (2M-5)x_1 + (6M+6)x_2 + (-2M+7)x_3 - Ms_1 = 20M$$

$$x_1 + 5x_2 - 3x_3 - s_1 + r_1 = 15$$

$$5x_1 - 6x_2 + 10x_3 + s_2 = 20$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + r_3 = 5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้นำค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่จัดรูปแล้วใส่ลงในช่องดังรูปที่ 3-21

Warning: Applet Window

Requirements : Macromedia Flash Plugin
Best experienced with Internet Explorer 5.0 or Later
in 800x600 pixels
Any comment send to webmaster

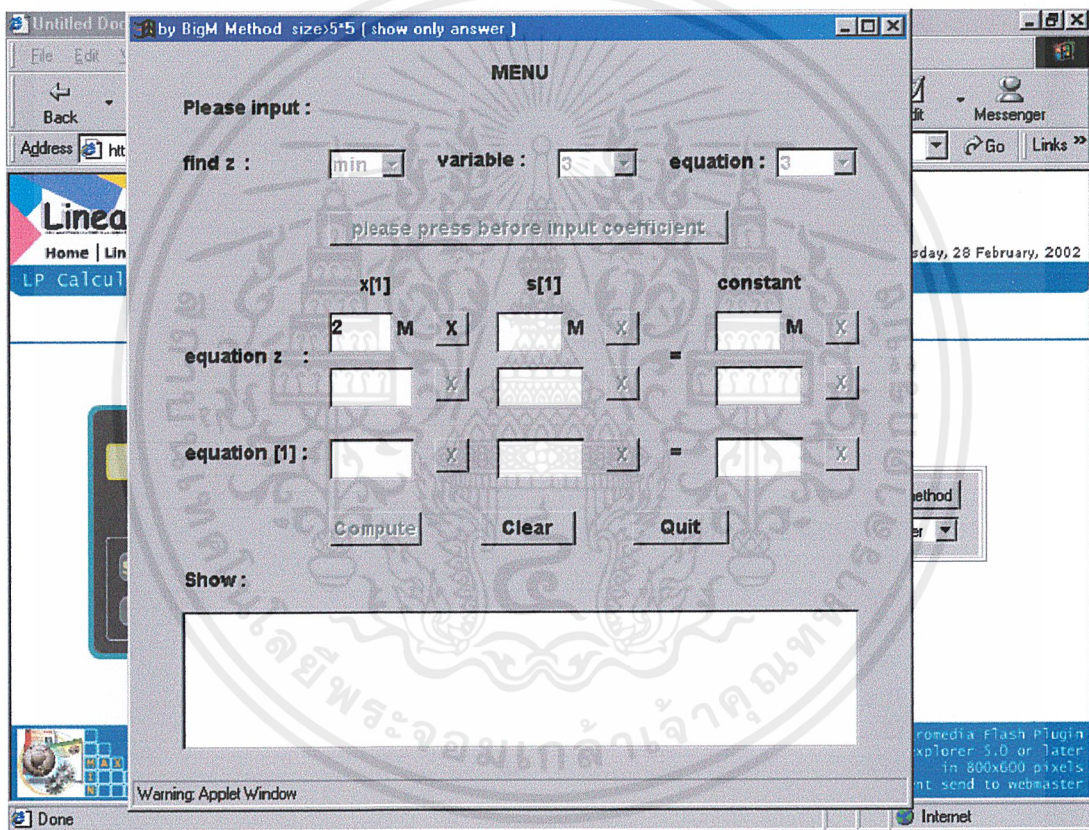
รูปที่ 3-21 ค่าสัมประสิทธิ์ที่ใส่ในหน้าจอแบบที่ 1 ของโปรแกรมวิธีบิกเอ็ม

3. เลือกเครื่องหมายของอสมการข้อจำกัดซึ่งอยู่ทางขวามือของหน้าจอ
4. จากนั้นให้กดปุ่ม Compute และ Next เพื่อรันแสดงที่ละตาราง
5. จนไม่สามารถกดปุ่มได้แสดงว่าได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้ว และแสดงข้อความบนสุดของหน้าจอเช่นเดียวกับโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีซิมเพล็กซ์
6. กดปุ่ม Clear สำหรับลบหน้าจอเพื่อทำโจทย์ข้อถัดไป
7. กดปุ่ม Exit สำหรับออกจากหน้าจอโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

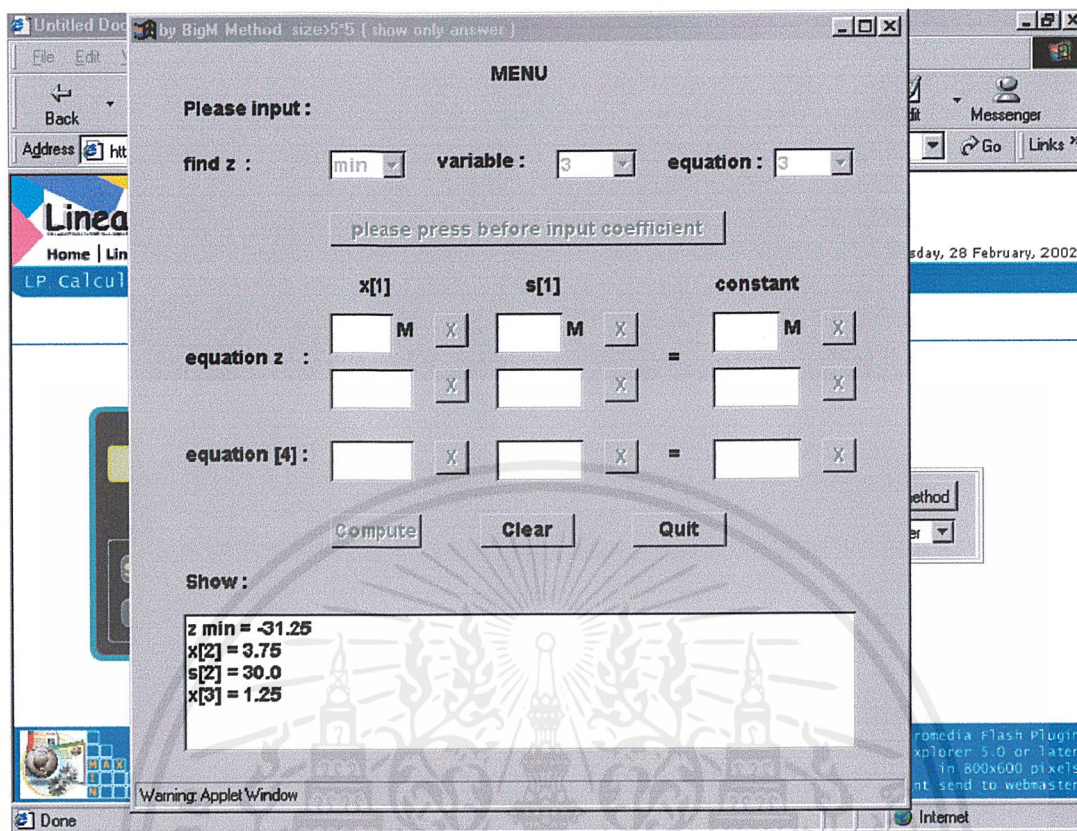
8. หน้าจอแบบที่ 2 เกิดจากการเลือกตัวเลือกสุดท้ายที่มีขนาดมากกว่า 5×5 ใช้สำหรับแสดงคำตอบเลยและใช้วิธีรับค่าเช่นเดียวกับวิธีซิมเพล็กซ์ แต่เพิ่มช่องการรับค่า M เข้ามา

9. เลือกว่าต้องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของ z จากตัวเลือก max or min รวมทั้งตัวเลือกจำนวนตัวแปรและจำนวนสมการข้อจำกัด จากนั้นกดปุ่ม please press before input coefficient เพื่อใส่สัมประสิทธิ์จากที่เราได้จัดไว้โดยใช้ตัวอย่างเดียวกับหน้าจอแรก จากนั้นกดปุ่มทางขวามือหลังใส่ค่าสัมประสิทธิ์ทุกครั้งตามรูปที่ 3-22 โดยใช้โจทย์ข้อเดียวกับหน้าจอแบบที่ 1 ของโปรแกรมวิธีบิกเอ็ม



รูปที่ 3-22 ค่าสัมประสิทธิ์ที่ใส่ในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีบิกเอ็ม

10. เมื่อใส่ค่าเสร็จแล้วกดปุ่ม Compute เพื่อแสดงคำตอบ โดยจะแสดงในช่องด้านล่าง ดังรูปที่ 3-23



รูปที่ 3-23 แสดงคำตอบที่ได้ในหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีบิกเอ็ม

11. กดปุ่ม Clear เพื่อลบหน้าจอเดิม และกดปุ่ม Quit เพื่อออกจากโปรแกรม

วิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน มีวิธีการใช้ดังนี้

1. วิธีนี้แบ่งเป็น 2 หน้าจอเช่นเดียวกับ 2 วิธีแรก โดยหน้าจอแบบที่ 1 ใช้สำหรับแสดงที่ละตาราง โดยหน้าจอมีลักษณะคล้ายหน้าจอวิธีบิกเอ็มแต่จะไม่มีช่องใส่ค่า M ดังรูปที่ 3-24
2. จัดรูปสมการที่จะหาแล้วใส่ลงในหน้าจอ พร้อมทั้งเลือกเครื่องหมายของอสมการข้อจำกัด แล้วกดปุ่ม Compute1 และปุ่ม Next1 สำหรับขั้นตอนที่ 1 โดยใช้โจทย์ข้อเดียวกับวิธีบิกเอ็ม

PHASE 1

	x1	x2	x3	s1	s2	r3	r1	constant
Z	2	6	-2	-1	0	0	0	= 20
r1	1	5	-3	-1	0	0	1	= 15
s2	5	-6	10	0	1	0	0	= 20
r3	1	1	1	0	0	1	0	= 5

Buttons: Compute1, Next1, Clear, Exit, go to P2, Compute2, Next2

Warning: Applet Window

Requirements : Macromedia Flash Plugin
Best experienced with internet explorer 5.0 or later
in 800x600 pixels resolution
Send any comment and suggestion to : veerasak_t@hotmail.com

รูปที่ 3-24 หน้าจอแบบที่ 1 ของโปรแกรมหาผลเฉลยโดยวิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน

3. กดปุ่ม Next1 จนไม่สามารถกดได้ และแสดงข้อความด้านบนว่า Go to Phase 2 แสดงว่าไปขั้นตอนที่ 2 ได้ แล้วปุ่ม go to P2 จะสามารถกดได้

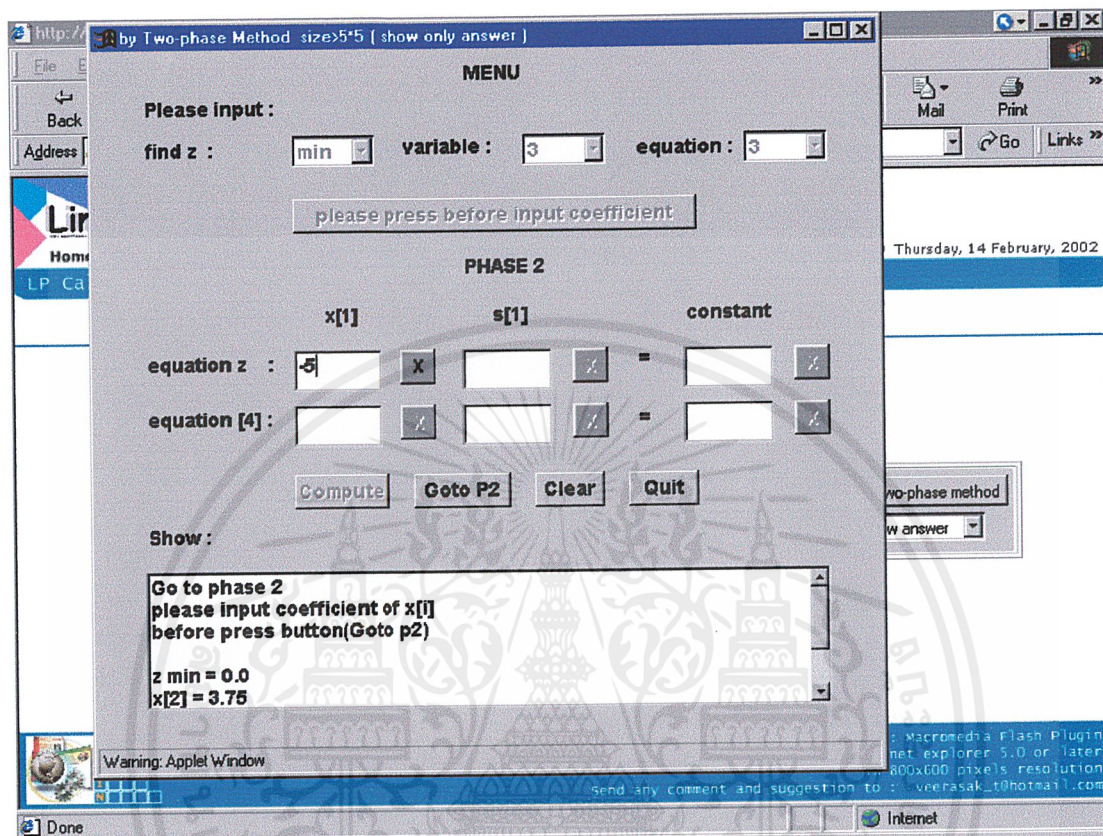
4. กดปุ่ม go to P2 แล้วใส่สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมายเดิมก่อนที่จะกดปุ่ม Compute2 เพื่อแสดงตารางในขั้นตอนที่ 2 ถัดไป

5. กดปุ่ม Next2 เพื่อแสดงตารางถัดไปของขั้นตอนที่ 2 จนไม่สามารถกดได้แสดงว่าเป็นตารางสุดท้ายที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้ว

6. หน้าจอแบบที่ 2 เกิดจากการเลือกตัวเลือกสุดท้ายที่มีขนาดมากกว่า 5×5 ใช้สำหรับแสดงคำตอบเลย โดยวิธีใช้เช่นเดียวกับหน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมวิธีบี๊กเอ็ม แต่เพิ่มปุ่มอีกปุ่มขึ้นมา คือ ปุ่ม Goto P2 สำหรับไว้กดเพื่อไปขั้นตอนที่ 2 แต่จะขึ้นอยู่กับคำตอบค่า z ของขั้นตอนที่ 1 ว่าเป็นศูนย์หรือไม่ ถ้าค่า z เป็นศูนย์แสดงว่าไปขั้นตอนที่ 2 ได้ และปุ่ม Goto P2 จะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถกดได้ โดยก่อนกดให้ใส่ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัดสินใจจากสมการเป้าหมายเดิม สำหรับการคำนวณในขั้นตอนที่ 2 ดังรูป 3-25



รูปที่ 3-25 หน้าจอแบบที่ 2 ของโปรแกรมหาค่าเฉลยโดยวิธีคำนวณ 2 ขั้นตอน

วิธีซิมเพล็กซ์คู่ควบ มีวิธีการใช้เช่นเดียวกับวิธีซิมเพล็กซ์ แต่จะหาค่าต่ำสุดของ z เพียงอย่างเดียว

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในปัจจุบันได้มีการหาความรู้ทางอินเทอร์เน็ตมากขึ้น ซึ่งเป็นเครือข่ายครอบคลุมทั่วโลก และเป็นแหล่งข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ให้ข้อมูลทุกด้านแก่ผู้สนใจ เนื่องจากความทันสมัย รวดเร็ว และสะดวกในการใช้ จึงทำให้มีสื่อการสอนบนอินเทอร์เน็ตเกิดขึ้น ซึ่งจะมีข้อมูลที่ต้องการค้นหา ดังนั้นเมื่อนำสื่อการสอนผ่านระบบอินเทอร์เน็ต ทำให้การเรียนการสอนมีการโต้ตอบกันระหว่างผู้เรียนกับเครื่องคอมพิวเตอร์โดยผ่านเครือข่ายได้เป็นอย่างดี และดึงดูดความสนใจของผู้เรียนได้ ซึ่งผลจากการพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ตสามารถประเมินผลได้ ดังนี้

1. เว็บเพจได้นำเสนอเนื้อหาของการโปรแกรมเชิงเส้นโดยรวม ความหมาย วิธีการ ตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งมีการเรียบเรียงเนื้อหาให้น่าสนใจยิ่งขึ้น
2. มีแบบฝึกหัดเพื่อทดสอบตนเอง พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีการทำอย่างละเอียดด้วย
3. มีโปรแกรมหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆ ของการโปรแกรมเชิงเส้น สำหรับผู้ใช้ไว้คำนวณได้ และมี Help สอนการใช้โปรแกรมนี้ด้วย
4. มีความสะดวกในการใช้งานของผู้ใช้ เพราะโปรแกรมช่วยสอนเรื่องนี้จัดทำในรูปแบบของเว็บเพจ และเป็นภาษาไทยจึงสะดวกในการใช้งาน
5. มีวันเวลาที่ผู้ใช้หรือผู้สนใจเข้ามาชม รวมทั้งมีการนับจำนวนผู้ใช้ที่เข้ามาด้วย
6. ผู้ใช้สามารถแนะนำ หรือมีปัญหาในเนื้อหา นี้ สามารถติดต่อมาทางอีเมล ที่ให้ไว้ในหน้า About us ซึ่งบอกข้อมูลของผู้จัดทำในเว็บเพจได้

บทที่ 5

การวิจารณ์หรืออภิปรายผล

วิธีการของการโปรแกรมเชิงเส้นนี้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ไม่ว่าจะ เป็น ปัญหาการผลิต ปัญหาการขนส่ง และปัญหาอื่นๆที่เกี่ยวข้องได้ ดังนั้นหากมีสื่อการสอนที่ช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจในเรื่องการโปรแกรมเชิงเส้นนี้ จะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมาก และผู้ที่สนใจสามารถทำความเข้าใจในเรื่องการโปรแกรมเชิงเส้นด้วยตนเองโดยผ่านสื่อการสอนนี้ได้

การจัดทำโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต เป็นสื่อการสอนที่เรียนรู้ได้อย่างกว้างขวาง และผู้สนใจในเรื่องการโปรแกรมเชิงเส้นสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง โดยไม่มีข้อจำกัดทางด้านเวลาและสถานที่ เพราะผู้เรียนสามารถเรียนจากโปรแกรมช่วยสอนนี้ได้ทุกเวลาที่ต้องการ ทุกที่ที่มีการเชื่อมต่อเครือข่ายอินเทอร์เน็ต นอกจากนี้สามารถประเมินผลการศึกษาด้วยตนเองโดยการทำแบบฝึกหัดเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพ และความเข้าใจในเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งมีโปรแกรมในการคำนวณหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆ ที่จะแสดงออกเป็นตาราง ให้ผู้ใช้เข้าใจได้ดีขึ้น

บทที่ 6

สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการศึกษา

ความสามารถของโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ต สรุปได้ดังนี้

1. โปรแกรมช่วยสอนนี้รวบรวมเนื้อหาของการโปรแกรมเชิงเส้น การหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆ ของการโปรแกรมเชิงเส้น
2. ผู้ที่เริ่มต้นศึกษาเรื่องการโปรแกรมเชิงเส้นนี้สามารถเข้าใจได้ง่าย เนื่องจากมีการจัดเรียงเนื้อหาเป็นลำดับ
3. มีแบบฝึกหัดที่สามารถใช้ทดสอบตนเองเพื่อความเข้าใจเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น
4. มีโปรแกรมหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆ ของการโปรแกรมเชิงเส้น แสดงเป็นตารางเพื่อความเข้าใจในเนื้อหาเพิ่มขึ้น พร้อม Help ในการใช้โปรแกรมได้สะดวกขึ้น
5. ใช้เป็นสื่อการสอนที่สามารถใช้ได้อย่างกว้างขวางบนอินเทอร์เน็ต

ข้อจำกัดของการใช้โปรแกรม

1. โปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ตนี้สามารถใช้งานได้บนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีระบบปฏิบัติการวินโดวส์ 95 , 98 , 2000 หรือ NT
2. เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการรันโปรแกรมต้องเป็นเครื่อง Pentium2 ขึ้นไป และมีหน่วยความจำอย่างน้อย 32 MB เพื่อความสะดวกรวดเร็วในขณะที่ใช้งาน
3. เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ต้องเชื่อมต่อเครือข่ายอินเทอร์เน็ต และมีโปรแกรมเท็กซ์อีดิเตอร์ง่ายๆ และเว็บเบราว์เซอร์
4. ใช้โปรแกรม Internet Explorer อย่างน้อยเวอร์ชัน 4 ขึ้นไป เพื่อความสะดวกต่อการใช้งานได้ง่ายในการเปิดเว็บเพจนี้
5. ในเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ควรมีโปรแกรม Flash หรือ ไฟล์ Macromedia Flash Plugin ในการเปิดเว็บซึ่งใช้ Flash ทำ
6. ควรปรับขนาดหน้าจอ 800* 600 พิกเซล เพื่อให้เหมาะสมในการชมเว็บโปรแกรมช่วยสอนนี้

6.2 ข้อเสนอแนะ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ตนี้ มีระยะเวลาในการทำจำกัด ผู้ที่สนใจสามารถพัฒนาให้เกิดความสมบูรณ์ได้ จึงขอเสนอแนะแนวทางในการศึกษา ดังต่อไปนี้

1. ผู้ที่สนใจในเนื้อหาการโปรแกรมเชิงเส้นบนอินเทอร์เน็ตนี้ สามารถศึกษาได้ทาง <http://www.kmitl.ac.th/~s1051047>
2. การพัฒนาโปรแกรมนี้อาจมีหน้าจอตีงดูผู้เรียน โดยการเพิ่มไฟล์ภาพและเสียง ที่น่าสนใจโปรแกรม
3. การเพิ่มจำนวนแบบฝึกหัดให้มากขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจมากขึ้น
4. ก่อนใช้โปรแกรมหาคำตอบด้วยวิธีต่างๆ ควรอ่านเนื้อหาให้เข้าใจและวิธีการใช้ใน Help เสียก่อน จะทำให้ใช้ได้สะดวกยิ่งขึ้น
5. หลังจากผู้ใช้ศึกษาเนื้อหาในแต่ละหัวข้อแล้วผู้ใช้ควรสังเกตถึงวิธีการแก้ปัญหาจากตัวอย่าง และควรทำแบบฝึกหัดเพื่อประเมินผลตนเอง ทำให้เพิ่มความชำนาญในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นด้วย
6. ตัวโปรแกรมคำนวณในส่วนของหน้าจอแบบที่ 2 ของทั้ง 4 วิธี ควรจะเพิ่มการแก้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ใส่ผิดทีละจุดได้

บรรณานุกรม

- กิตติ ภัคดีวัฒนกุล. 2543 Java ฉบับโปรแกรมเมอร์. ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ดวงกลมสมัย.
 บุรณะ สมชัย. 2538. การสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer assisted instruction). กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น .
- ประกอบ จิรกิติ. 2535. การโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming). พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.
- วิทยา เรืองพรวิสุทธิ์. คู่มือการเข้าสู่อินเทอร์เน็ตสำหรับผู้เริ่มต้น. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น .
- วิทยา และเยาวภา สงวนวรรณ. 2540. Design Web Graphics with HTML3.2 . กรุงเทพฯ : สยามคัสสาร (ดอกหญ้า) .
- สมศักดิ์ ศรีขจรเกียรติ. Inside macromedia Flash5. กรุงเทพฯ : บิблиโอไฟล์ พับลิชชิง.
- Bunday, Brain D. 1984. Basic Optimization Methods. Baltimore, Maryland : Edward Arnold.
- Gass,S.I. 1975. Linear Programming : Methods and Applications.4th ed. New York : McGraw-Hill.
- Hillier F.S. and G.J. Lieberman. 1986. Introduction to Operations Research. 4th ed. Oakland, Calif : Holden-Day.
- Taha, H.A. 1987. Operation Research : An Introduction.4th ed. New York : MacMillan.