

การประมาณวงจรกรองความถี่ไอโออาร์เชิงตัวเลข โดยมี เฟสเชิงเส้น

On the Approximation of IIR Digital Filters with Linear Phase



นายสรารุช เพชรม่วง  
นายสุธีร์ แต่งสมพล

เลขหม.....  
เลขทะเบียน...42305  
วัน, เดือน, ปี...16 พ.ค. 2545

b.....  
i.....

ปริญญาบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดมหลักสูตรปริญญาอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาเทคโนโลยีโทรคมนาคม ภาควิชาเทคนิคอุตสาหกรรม  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ON THE APPROXIMATION OF IIR DIGITAL FILTER  
WITH LINEAR PHASE**

**Mr. SARAWUT PATMEUANG  
Mr. SUTEE TAENGSOMPOL**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MACHELOR OF THE TECHNOLOGY TELECOMMUNICATIONS  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2000**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การประมาณวงจรรองความถี่ IIR เชิงตัวเลข โดยมี เฟสเชิงเส้น  
On the Approximation of IIR Digital Filters with Linear Phase

นักศึกษา

นายสรารุช เพชรม่วง เลขประจำตัว 41013389

นายสุธีร์ แต่งสมพล เลขประจำตัว 41013393

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ.ดร.กนก เจนจิระพงศ์เวช

ภาควิชา

เทคนิคอุตสาหกรรม

ปีการศึกษา

2543

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้  
นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต

อาจารย์ที่ปรึกษา

(รศ.ดร.กนก เจนจิระพงศ์เวช)

กรรมการ

( )

กรรมการ

( )

กรรมการ

( )

กรรมการ

( )

กรรมการ

( )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณวงจรรองความถี่ IIR เชิงตัวเลข โดยมี เฟสเชิงเส้น		
	On the Approximation of IIR Digital Filters with Linear Phase		
นักศึกษา	นายสรารุท เพชรม่วง	เลขประจำตัว	41013389
	นายสุธีร์ แต่งสมพล	เลขประจำตัว	41013393
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.กนก เคนจิระพงษ์เวช		
ภาควิชา	เทคนิคอุตสาหกรรม		
ปีการศึกษา	2543		

## บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำเสนอถึงการวิธีการออกแบบวงจรรองความถี่ IIR เชิงตัวเลข โดยมี เฟส เชิงเส้น (A Technique For Design Linear Phase IIR Filters) ซึ่งใช้เวลาน้อยกว่าผลคูณ (Convolution) ในแบบเอฟไออาร์  $10 \approx 1000$  เท่า โดยมีคุณสมบัติทางขนาดคึกว่า และมีการประวิงกลุ่ม (Group Delay) ราบเรียบมาก

การทำให้ไอโออาร์ฟิลเตอร์มีความเป็นเชิงเส้นที่เสนอ โดย Powell และ Chan การประมาณค่าไอโออาร์ฟิลเตอร์ที่ให้ผลตอบสนองแบบอิมพัลส์ที่มีความยาวจำกัดแบ่งลำดับสัญญาณเข้าและลำดับสัญญาณออกให้มีความยาวจำกัด (L) โดยผ่านการย้อนกลับเวลา (Time Reversal) ซึ่งเกิดการหน่วงกลุ่ม (Sample Delay) มีค่าเท่ากับ  $2L$  เพื่อปรับให้ได้ถึงเวลาจริง จะต้องผ่านการประมวลผลไอโออาร์ฟิลเตอร์แบบสองทาง (Two-Path IIR) ซึ่งเกิดการหน่วงกลุ่ม (Sample Delay) มีค่าเท่ากับ  $L + 1$  เนื่องจากสาเหตุนี้ระบบทั้งหมดจะเกิดการหน่วงกลุ่ม (Sample Delay) เท่ากับ  $3L + 1$  และนอกจากนี้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ยังเสนอวิธีการแบ่งลำดับสัญญาณของความยาวจำกัดให้เป็นตอน ๆ จะทำให้เกิดการลดการหน่วงกลุ่มลงได้

**Thesis Title**

On The Approximation IIR Digital Filter  
with Linear Phase

**Student**

Mr. Sarawut Petmeuang ID 41013389

Mr. Sutee Taengsompol ID 41013393

**Advisor**

Assoc.Prof.Dr.Kankok Janchitrapongvej

**Academic Year**

2000

**ABSTRACT**

This thesis proposed the method of approximation IIR digital filter with linear phase by Powell and Chau. This method the computation complexity is substantially reduced. In the entire System however a  $3L+1$  sample delay is generated

In this article a method is proposed to reduce this delay for this purpose the length of Section dividing the signal sequence for the approximation impulse response length  $L$  is Shortened to  $1/N$  (integer) and a method to realize this filter is proposed (where the shortened section length  $M=L/N$  is also an integer). The time-adjusted overlap-add can be carried out using an  $N+1$ - path IIR filter. The delay generated in the system is the system is shortened to  $L(1+2/N)+1$  hence for  $N=2$  the delay can be reduced by approximately 33%

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ก็เนื่องจากได้รับคำแนะนำ และการช่วยเหลือ ส่วนข้อมูลต่างๆอย่างดียิ่งจาก รศ.ดร.กนก เจริญพงศ์เวช ที่เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาและ Shigemori TOMIYAMA ที่เป็นทีปรึกษาพิเศษ

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ช่วยเป็นกำลังใจในการทำงานและคอยให้ช่วยเหลือ อุปการะในทุกด้าน

ขอบคุณเพื่อนทั้งหลายสำหรับคำแนะนำและความช่วยเหลือทุกอย่างที่มีให้เสมอมา



นายสรวิชัย เพชรม่วง

นายสุธีร์ แต่งสมพล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	จ
สารบัญรูปภาพ	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 ทฤษฎีตัวกรองเชิงเลข	2
2.1 ทฤษฎีตัวกรองเชิงเลข ทางอุดมคติ	2
2.2 ทฤษฎีและการประมาณค่าตัวกรองแบบ IIR	3
2.3 คุณสมบัติบางประการของตัวกรองแบบ IIR	4
2.4 แบบแผนของตัวกลับทิศทางเวลา	7
บทที่ 3 การศึกษาการปรับเฟสเชิงเส้นที่เสนอโดย Powell and Chau	18
3.1 ระบบเวลาจริง	18
3.2 การทำตัวกรอง IIR แบบสองทาง	19
บทที่ 4 เทคนิคการมีส่วนร่วมของลำดับสัญญาณให้สั้นลง	25
4.1 การทำให้เป็นจริงที่ N+1-Path IIR	27
4.2 การมีส่วนร่วมสัญญาณให้สั้นลง	32
4.3 รูปแบบการจำลอง	34
บทที่ 5 การเปรียบเทียบเฟสเชิงเส้นทั้งสองแบบ	40
5.1 การเปรียบเทียบการหน่วง	40
5.2 การเปรียบเทียบจากการคำนวณที่ซับซ้อน	40
บทที่ 6 แนวทางการพัฒนา	41
บรรณานุกรม	42
ภาคผนวก	43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

4.1 การประมาณของการตอบสนองอิมพัลส์

34



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
รูปที่ 2.1 แสดงการเรียงทับซ้อน	8
รูปที่ 2.2 ตารางเวลาของตัวกลับทิศทาง	9
รูปที่ 2.3 การคอนโวลูชัน	10
รูปที่ 2.4 การตอบสนอง Impulse sample	11
รูปที่ 2.5 การตอบสนอง Impulse sample	12
รูปที่ 2.6 การตอบสนอง Impulse แบบแบ่ง Scale	13
รูปที่ 2.7 การแสดงผล Overlap-add	14
รูปที่ 2.8 ส่วนของการเชื่อมจาก Overlap-save	16
รูปที่ 3.1 ตัวกรองระบบเวลาไม่จริง	18
รูปที่ 3.2 แสดงการปรับเฟสเชิงเส้น	18
รูปที่ 3.3 การปรับเฟสแบบสองทาง	19
รูปที่ 3.4 ตารางการกรองแบบสองทาง	19
รูปที่ 3.5 ระบบเวลาไม่จริง	23
รูปที่ 3.6 ตารางเวลาของระบบเวลาไม่จริง	23
รูปที่ 3.7 ตารางเวลาการสุ่มตัวอย่างขนาดความยาวจำกัด	24
รูปที่ 4.1 ระบบเวลาจริง	25
รูปที่ 4.2 ตารางเวลาของระบบเวลาจริง	26
รูปที่ 4.3 ระบบการกรองแบบ N+1 ทาง	27
รูปที่ 4.4 ตารางเวลาการกรองแบบ N+1 ทาง	28
รูปที่ 4.5 ระบบเวลาไม่จริงในการฟิลเตอร์แบบ N+1 Time	30
รูปที่ 4.6 ตารางเวลาของระบบเวลาไม่จริงในการฟิลเตอร์แบบ N+1 Time	31

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
รูปที่ 4.7 ระบบการกรองในเวลาจริงแบบ N+1 ทาง	33
รูปที่ 4.8 ตารางการกรองในเวลาจริงแบบ N+1 ทาง	34
รูปที่ 4.9 ผลการตอบสนองของ Low Pass Filter	35
รูปที่ 4.10 ผลการจำลองค่า	36
รูปที่ 4.11 ผลการจำลอง group delay	37
รูปที่ 4.12 ผลการประวิงกลุ่มเฉลี่ย	38
รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบการหน่วง	39



# บทที่ 1

## บทนำ

คุณสมบัติความเป็นเชิงเส้นของตัวกรองแบบดิจิทัล (Digital Filter) มีความสำคัญมาก ถึงแม้ว่าเราสามารถทำให้เป็นจริงได้โดยใช้โครงสร้างแบบการตอบสนองอิมพัลส์ค่าหนึ่ง (Finite Impulse Response) แต่เราต้องการที่จะใช้โครงสร้างแบบการตอบสนองอิมพัลส์ถึงอนันต์ (Infinite Impulse Response) เพื่อลดความซับซ้อนในการคำนวณลงได้ และต้องให้มีความเป็นเฟสเชิงเส้นด้วย แต่อย่างไรก็ตามมันไม่สามารถเป็นไปได้ที่จะทำให้เฟสถูกต้อง ซึ่ง ไอโออาร์เป็นแบบการไม่แปรตามเวลา (Time invariant) และเพื่อให้มีคุณสมบัติของเฟสเชิงเส้นถูกต้องเราจะใช้เทคนิคที่เรียกกันว่า “ประมวลผลสองครั้ง (Two-Path Filter)” อย่างไรก็ตามเราไม่สามารถทำได้ในระบบเวลาจริง (Real Time) ดังนั้นการทำให้เป็นจริงในระบบเวลาจริง เราจะใช้วิธีที่เสนอโดย Powell และ Chau เป็นวิธีที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน

1. เป็นการประมาณค่า IIR Filter ที่มีผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีความยาวจำกัด (L)
2. แบ่งลำดับสัญญาณเข้าให้มีความยาวมีค่าเป็น L โดยใช้ตัวกลับทิศทางเวลา (Time-Reversal)
3. การใช้ตัวกรองแบบสองทาง (Two-path Filters) เป็นตัวประสาน (Convolution) เป็นแบบการเหลื่อมแบบเพิ่ม (Overlap-add) ของผลตอบสนองอิมพัลส์ทางสัญญาณออก
4. การปรับเวลา Overlap-add ลำดับสัญญาณที่ Time Reversal ในระบบเวลาจริงจากแต่ละตอนของ L
5. ให้ลำดับสัญญาณผ่านตลอด IIR Filter

จากวิธีนี้จะช่วยลดความซับซ้อนในการคำนวณในระบบทั้งหมด อย่างไรก็ตามก็จะเกิดการหน่วงกลุ่มตัวอย่าง (Sample Delay) มีค่าเท่ากับ  $3L + 1$

ดังนั้นปริยญาณิพนธ์ฉบับนี้จึงได้เสนอวิธีลดเวลาหน่วงกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งโดยการแบ่งลดลำดับสัญญาณออกเป็นตอน ๆ แล้วประมาณค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ตามความยาว L ให้สั้นลง  $1/N$  (integer) และวิธีที่ทำให้การกรองเป็นจริงได้โดยการปรับเวลา Overlap-add ให้สามารถใช้  $N+1$ -Path IIR Filter โดยจะเกิดการหน่วงในระบบสั้นเป็น  $L(1+2/N)+1$  และเราจะใช้  $N=2$  เราก็จะสามารถลดการหน่วงกลุ่มตัวอย่างลงได้ 33%

## บทที่ 2

# ทฤษฎีตัวกรองเชิงเลข

### 2.1 ตัวกรองเชิงเลขทางอุดมคติ (Ideal Digital Filter)

เราต้องการให้ได้ตัวกรองที่มีผลตอบสนองต่อความถี่ให้มีทั้งผลตอบสนองทางขนาดและเฟส มากที่สุด

#### 2.1.1 IIR (Infinite Impulse Response)

การตอบสนองสัญญาณ อิมพัลส์ (Impulse) ถึงอนันต์ คือ หากป้อนสัญญาณอิมพัลส์ แก่วงจรสัญญาณตอบสนองจะไม่สิ้นสุด แต่จะมีไปจนถึงอนันต์หรือมีการรวมเอาผลของเอาต์พุต ป้อนกลับมาคำนวณด้วย

#### 2.1.2 FIR (Finite Impulse Response)

การตอบสนองสัญญาณอิมพัลส์ค่าหนึ่ง จะมีจำนวนที่นับได้การออกแบบให้มีการตอบสนองความถี่ เฟส มีความเป็นเชิงเส้น ได้โดยแท้จริง วงจรมีเสถียรภาพเนื่องจากไม่มีส่วนป้อนกลับ และ โพล

เนื่องจาก ตัวกรองแบบ FIR มีความเป็นเฟสเชิงเส้น โดยแท้จริง เพราะมีแต่ ซีโร ซึ่งเป็นไปตามคั้งสมการของ ตัวกรองแบบ FIR

$$H(z) = \sum_{i=0}^m b_i z^{-i}$$

จากสมการซึ่งให้คุณสมบัติที่สำคัญคือ ความคงที่หรือความเสถียรภาพของสัญญาณ เอาต์พุตเนื่องจาก FIR จะให้เฉพาะ ซีโรเท่านั้นใน ระนาบของ Z ซึ่งให้ความเป็นเฟสเชิงเส้น (Linear phase character) อันจะป้องกันความเพี้ยนเฟส (phase distortion) ของรูปแบบสัญญาณเอาต์พุต ของตัวกรองแบบ FIR

## 2.2 ทฤษฎีและการประมาณค่าตัวกรองแบบ IIR

สมการของ IIR ในรูป ผลการแปลง Z (Z - transform)

$$H(z) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} h(n) z^{-n}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

จุดมุ่งหมายของ ตัวกรองแบบ IIR คือ ทำอย่างไร จึงจะทำให้จำนวนของสัมประสิทธิ์ น้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ (จำนวนของโพลและซีโรน้อยที่สุด) ค่า  $a_i$  จะมีค่าน้อยแต่  $a_i \neq 0$

จากสมการ ถ้าตัวหารที่  $Z = 1$  จะใช้ไม่ได้ ทำให้  $H(z)$  มีค่าจำกัดที่  $z^{-1}$  ซึ่งจะกลายเป็นลำดับของ FIR

จากสมการ  $M =$  ซีโร  $N =$  โพล

ซีโร สามารถอยู่ได้ทุกแห่งใน ระนาบ Z แต่ โพล ต้องวางอยู่ข้างในวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle) ถึงจะเสถียรภาพ

### 2.3 คุณสมบัติบางประการของ ตัวกรองแบบIIR

#### 2.3.1 ผลตอบสนองทางขนาดกำลังสอง (Magnitude - squared Response)

$$|H(e^{j\omega})|^2 = |H(z)H(z^{-1})| \quad ; \quad Z = e^{j\omega}$$

เพื่อความสะดวกต่อการพิจารณาออกแบบในเทอมของฟังก์ชันทางขนาดกำลังสอง ที่กระจายซึ่งค่าภาพสะท้อนกระจกเงาของโพล (Mirror - image) สมมาตรและส่วนของวงกลมหนึ่ง หน่วย ในระนาบ Z

โพล ของ H(z) มีอันเดียวหาก ฟังก์ชันทางขนาดกำลังสอง ที่ ภายในวงกลมหนึ่งหน่วย ซีโร โดยทั่วไป จะไม่มีอันเดียวหากซีโร ที่วางใน ระนาบ Z

โดยส่วนใหญ่จะเลือกซีโรของฟังก์ชันทางขนาดกำลังสอง ที่ ภายในวงกลมหนึ่งหน่วยใน ระนาบ Z กรณีผลของ ตัวกรองมีเฟส ต่ำ

#### 2.3.2 ผลตอบสนองทางเฟส (Phase Response)

$$\beta(e^{j\omega}) = \tan^{-1} \operatorname{Im} \left\{ \frac{[H(z)]}{\operatorname{Re} [H(z)]} \right\} \quad Z = e^{j\omega}$$

ในรูปแบบทั่วไป

$$\beta(e^{j\omega}) = \frac{1}{2j} \ln \left\{ \frac{H(z)}{H(z^{-1})} \right\} \quad Z = e^{j\omega}$$

กรณี  $H(z) = |H(z)| e^{j\beta(z)}$   
 $\therefore H(z^{-1}) = |H(z)| e^{-j\beta(z)}$

### 2.3.3 การประวิงแบบกลุ่ม (Group Delay)

ใช้วัดค่าความหน่วงเฉลี่ยของตัวกรอง ในรูปฟังก์ชันของความถี่

$$T_g(e^{j\omega}) = -\frac{d\beta(e^{j\omega})}{d\omega} = -\left. \frac{dz}{dz} \right|_{Z=e^{j\omega}}$$

เมื่อ

$$\beta(e^{j\omega}) = \frac{1}{2j} \ln \left\{ \frac{H(z)}{H(z^{-1})} \right\} \quad Z = e^{j\omega}$$

จะได้

$$\begin{aligned} T_g(e^{j\omega}) &= -\operatorname{Re} \left[ z \frac{dH(z)/dz}{H(z)} \right] \quad Z = e^{j\omega} \\ &= -\operatorname{Re} \left\{ z \frac{d[\ln H(z)]}{dz} \right\} \quad Z = e^{j\omega} \end{aligned}$$

และจาก

$$\frac{H'(s)}{H(s)} = \left[ \frac{d}{ds} \right] \ln H(z)$$

$$\begin{aligned} \text{ถ้า } H(j\omega) &= |H(j\omega)| e^{j\beta} \\ -\frac{H'(j\omega)}{H(j\omega)} &= -\frac{d}{d(j\omega)} \ln |H(j\omega)| e^{j\beta} \\ &= j \frac{d}{d\omega} \left( \ln |H(j\omega)| + j\beta \right) \\ &= \frac{-d\beta}{d\omega} + j \frac{d}{d\omega} \left( \ln |H(j\omega)| + j\beta \right) \\ T_g(e^{j\omega}) &= \frac{-d\beta}{d\omega} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= -\operatorname{Re} \left[ \frac{H'(j\omega)}{H(j\omega)} \right]$$

ความต้องการให้ได้ ตัวกรอง IIR มี เฟสเชิงเส้น จะมีฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นไปตามความสัมพันธ์

$$H(z) = H(z^{-1})$$

คือ จะต้องให้ โพล และ ซีโร คงอยู่ไป ภาพสะท้อนกระจกเงาของโพล (Mirror - image) แม้ว่าจะสามารถทำได้ง่าย ใน FIR แต่ใน IIR ไม่สามารถออกแบบให้มีเฟสเชิงเส้นอย่างแท้จริงที่ โพล มีรัศมี  $< 1$

FIR โดยทั่วไปจะต้องการเวลามากในการคำนวณผลคูณต่ออัตราการสุ่มที่เอาต์พุต และให้ผลตอบสนองทางขนาด แข็งแรงกว่า IIR แต่ FIR ให้การคำนวณที่ยุ่งยากและซับซ้อน แบบแผนสำหรับให้ได้มาซึ่งผลตอบสนอง เฟส จาก IIR เป็นอีกทางเลือกหนึ่ง

ตลอดมา ความต้องการที่จะให้มี เฟส เชิงเส้น และเลือกที่ขนาดสูง โดยทั่วไปจะขัดแย้งกันเสมอ แนวคิดโครงสร้าง IIR ที่ยึดหลักบนการต่อขนานแบบผ่านความถี่กับตัวกรองย่อย (Sub filter) ซึ่งควบคุมคุณสมบัติการลดเฟสและขนาดความผิดพลาด โครงสร้างที่ได้สามารถให้ผลคูณต่อการสุ่มทางเอาต์พุต (Sample output) น้อยกว่า FIR แต่จะมีอันดับเพิ่มขึ้น มากกว่า IIR เดิม ซึ่งกลายเป็นอุปสรรคที่เพิ่มขึ้นไปอีก

เทคนิค Two - Pass Filter เป็นการทำให้ ตัวกรองเฟสเชิงเส้น ทำการประมวลผล 2 ครั้ง คือ ทำการประมวลผลตามปกติ และ ทำการประมวลผลในทิศทางย้อนกลับ

อย่างไรก็ตาม การกระทำเช่นนี้ ไม่ใช่ในการประมวลผลในระบบ เวลาจริง เทคนิคในการทำให้ IIR มีความเป็นเฟสเชิงเส้นในระบบ เวลาจริง สามารถทำให้เป็นจริงได้ เสนอโดย Powell และ Chan ซึ่งโครงสร้างของเทคนิคใหม่ ยึดหลักอยู่กับตัวกลับทิศทางเวลา (Time Reversal) และการ คอนโวลูชัน (Convolution) ใช้สัญญาณผ่านส่วนตัวกลับทิศทางเวลาในระบบเวลาจริง โดยฟังก์ชันการถ่ายโอนของ noncausal  $H(z^{-1})$

## 2.4 แบบแผนของ ตัวกลับทิศทางเวลา(Time reversal)

เนื่องจากตัวกรอง IIR มีการตอบสนองสัญญาณถึงอนันต์ เราจึงต้องตัดแบ่งส่วนของความยาวออกเป็นส่วน ๆ เป็นความยาว  $L$  ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการก่อให้ เกิด เฟสเชิงเส้นใน ตัวกรอง ที่ผลตอบสนอง อิมพัลส์ ความยาวจำกัด ซึ่งทำให้เกิดความผิดพลาดในการประมวลผลน้อยลง

### 2.4.1 หลักการของ ตัวกลับทิศทางเวลา

คือการกลับส่วนของผลตอบสนอง อิมพัลส์ ที่ความยาว  $L$  ให้ได้ค่าของฟังก์ชันการถ่ายโอนของ noncausal  $H(z^{-1})$  เพื่อให้เฟสเชิงเส้นทางสมการ

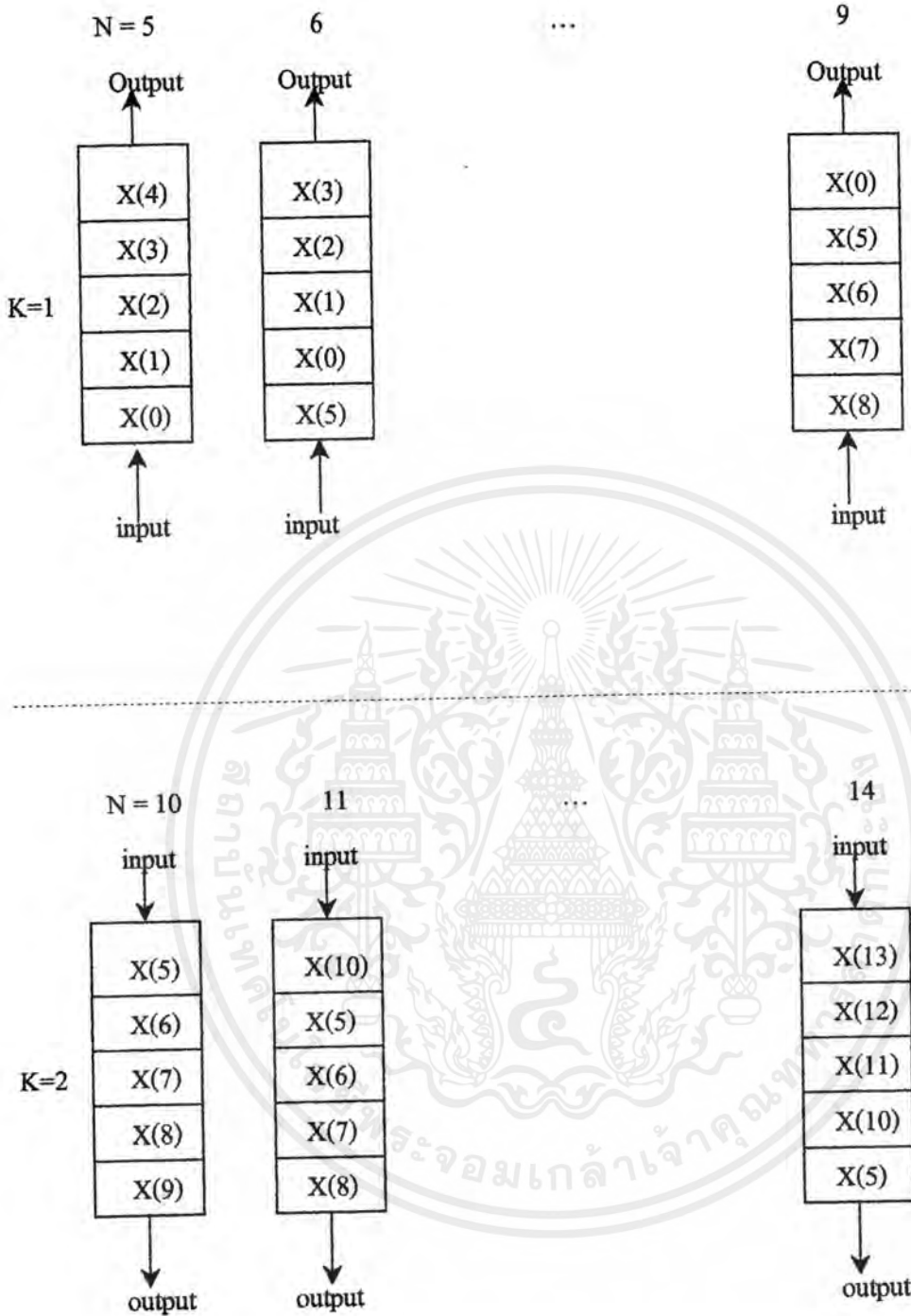
$$H_{eq}(z) = H(z) H(z^{-1})$$

โดยให้หลักที่เรียกว่า LIFO (Last In First Out) มีลักษณะเป็นการเรียงทับซ้อน (stack) มีหลักการกระทำเป็นแบบ "เข้าหลังออกก่อน"

สมมติการประมวลผลบล็อกที่กระทำบนส่วนที่บรรจุด้วย ( $L = 5$ )

ในกรณี ที่ส่วนแรก  $K = 1$  ประกอบด้วยตัวสุ่มทางอินพุต (input Samples)  $X(0) - X(4)$

ส่วนที่สอง  $K = 2$  ประกอบด้วย ตัวสุ่มทางอินพุต (input Samples)  $X(5) - X(9)$   $L = 5$

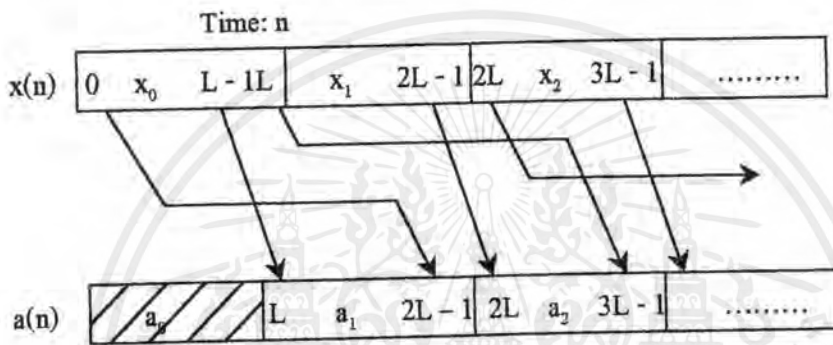


รูปที่ 2.1 แสดงการเรียงทับซ้อนของตัวกลับทิศทางเวลา (LIFO)  $n =$  คำนวณการส่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ส่วนแรก ( $K=1$ ) จะมีอินพุตป้อนเข้าไปจนเต็มตั้งแต่  $X(0)$  ไปจนถึง  $X(L-1)$  แล้ว LIFO จะแยกอ่านออกทีละตัวทางเอาต์พุตโดยส่วนที่เข้าหลังจะออกก่อน ที่ส่วนบนของพอร์ต ได้การย้อนกลับค่าตามความต้องการและค่าในส่วนที่ 2 ( $K=2$ ) เข้ามาแทนที่ และกระทำเช่นเดียวกัน เพื่อให้การกระทำเป็นไปอย่างต่อเนื่องไปก็ได้นำส่วนที่ 3 ( $K=3$ ) ซึ่งประกอบด้วย  $X(L)$  -  $X(2L-1)$  มากระทำต่อเนื่องไป

จะเห็นได้ว่าเราจะได้อเอาต์พุต ที่ออกจาก ตัวกลับทิศทางเวลา มีลักษณะย้อนกลับ กับอินพุตที่เข้ามาแต่ละส่วน ซึ่งจะมีลักษณะตารางเวลา ตามรูป



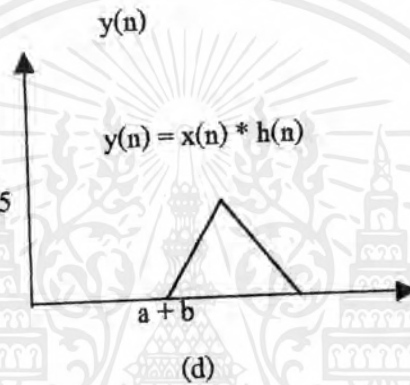
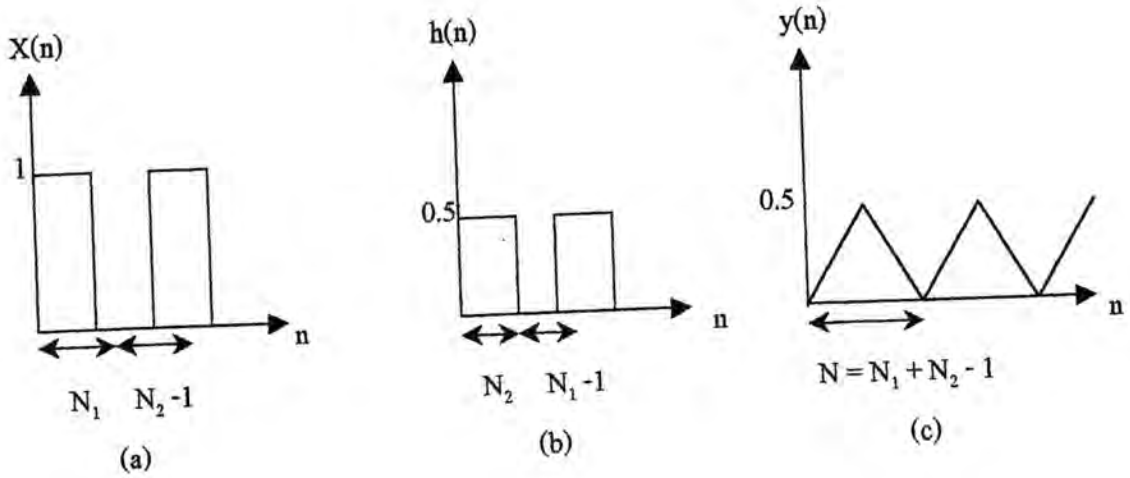
รูปที่ 2.2 แสดงตารางเวลาของตัวกลับทิศทางเวลา (LIFO)

## 2.5 ผลการประสานและสหสัมพันธ์ (Convolution and Correlation)

ในการพิจารณาอินพุตที่มีความกว้างไม่จำกัด เราจะทำการตัดความยาวนั้นออกเป็นส่วนๆ แยกไปทำการคำนวณและนำผลของอินพุต แต่ละส่วนมารวมกันในการกระทำเช่นนี้ มีที่ใช้กันอยู่ 2 วิธีคือ

- การเหลื่อมแบบเพิ่ม (Overlap - add)
- การเหลื่อมแบบเก็บ (Overlap - save)

ในการกระทำการคอนโวลูชันจะใช้ทฤษฎีคอนโวลูชัน และอัลกอริทึมของผลการแปลงฟูริเยร์แบบเร็ว (FFT: Fast Fourier Transform) โดยจำนวนจุดใน DFT  $N = N_1 + N_2 - 1$  จึงจะให้ค่าการคอนโวลูชันแบบคาบ (Circular Convolution) ที่ถูกต้อง ผลที่ถูกต้องจะแสดงใน แกนของ  $n$  ที่ตำแหน่ง  $n = a+b$  และให้  $n = 2^d$  เมื่อ  $d =$  จำนวนเต็มของ radix - 2 FFT



รูปที่ 2.3 แสดงการคอนโวลูชันของ  $x(n)$  และ  $h(n)$  ที่เกิดที่ Origin

- (a) เพิ่ม ศูนย์ ที่  $N_2-1$  ใน  $x(n)$
- (b) เพิ่ม ศูนย์ ที่  $N_1-1$  ใน  $h(n)$
- (c) การคอนโวลูชัน  $y(n) = x(n) * h(n)$
- (d) เป็นการแสดงค่า  $y(n)$  ที่ให้ค่าการคอนโวลูชันเชิงเส้นที่ถูกต้องบนแกน  $n$  ในตำแหน่ง  $N = a$

### 1.5.1 แบบแผนการกระทำการเหลื่อมแบบเพิ่ม(Overlap - add method)

เมื่อ  $x(n)$  มีความยาวไม่จำกัด เราจะทำการแบ่งความยาวเป็น  $n$  ส่วน โดยความยาว  $N = N_1 + N_2 - 1$

สมมติให้  $x(n)$  ถูกแบ่งเป็นส่วน ๆ มีความยาวเท่ากันเป็น  $N_1$  เมื่อพิจารณาส่วนของ  $x(n)$  เป็น  $N$  ส่วน ดังนั้น จึงแทนค่าที่  $N_2 - 1$  ด้วย ศูนย์ และทำการคอนโวลูชันกับ  $N_2$  ของ  $h(n)$  ซึ่งแทนค่าที่  $N_1 - 1$  ด้วย ศูนย์ ซึ่งจะให้ผลของการคอนโวลูชันที่ถูกต้องและจะเกิดการเหลื่อมที่  $N_2 - 1$  ที่แทนด้วย ศูนย์ ที่ทุกส่วนของความยาว  $x(n)$  จึงเรียกว่า Overlap - add method

เพื่อเป็นการง่ายต่อการทำความเข้าใจจะอธิบายดังตัวอย่างดังนี้

ใช้การกระทำ Overlap - add

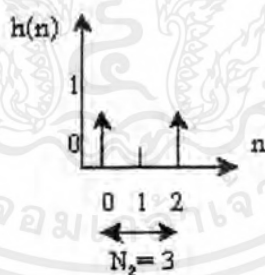
$$h(n) = \{1, 0, 1\}$$

$$x(n) = \{1, 3, 2, -3, 0, 2, -1, 0, -2, 3, -2, 1, \dots\}$$

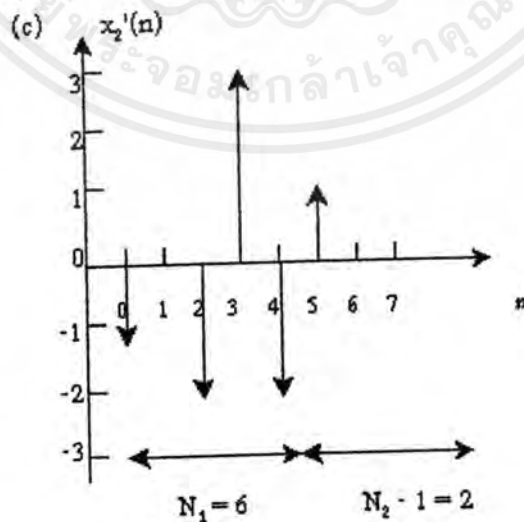
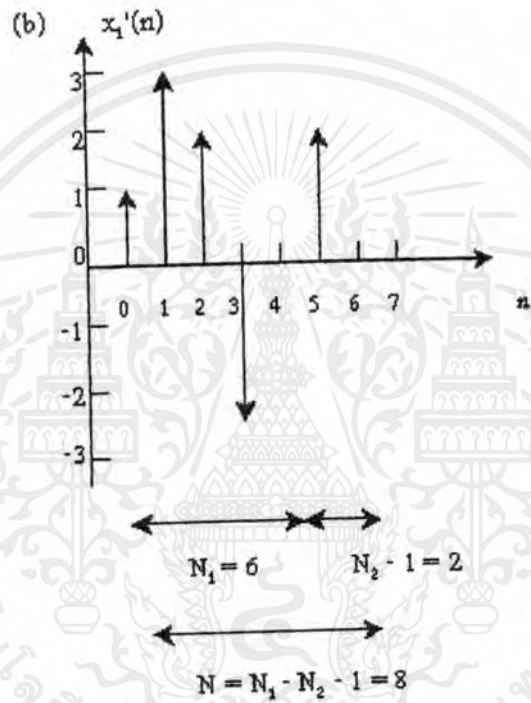
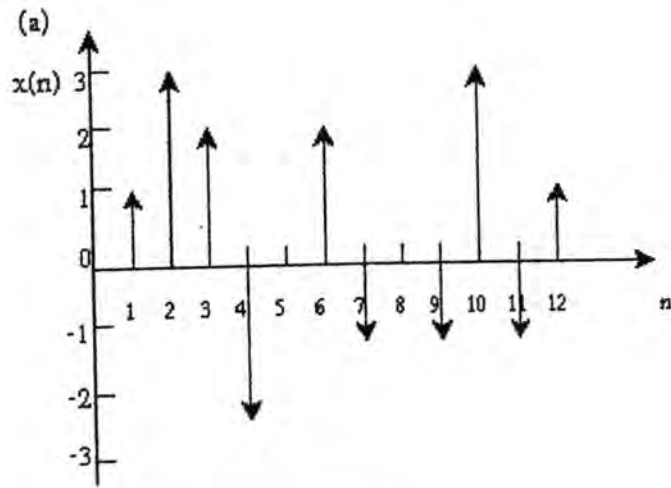
ให้  $x(n)$  แบ่งส่วนความยาวออกเป็น  $N_1 = 6$  และ  $N$  เป็นจำนวนจุดใน DFT

$$N = N_1 + N_2 - 1 = 6 + 3 - 1 = 8$$

$$\text{จาก } N = 2^d \text{ ดังนั้น } 8 = 2^d \therefore d = 3$$

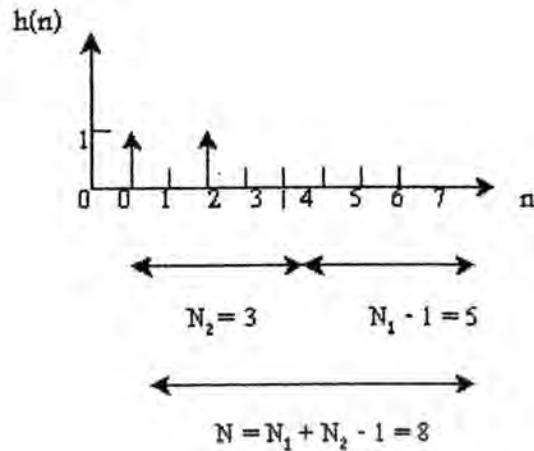


รูปที่ 2.4 การตอบสนอง SAMPLE



รูปที่ 2.5 การตอบสนอง SAMPLE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6 Response

เพิ่ม ศูนย์ ใน

$$h(n) = h'(n) \text{ จำนวน } N_1 - 1 = 8$$

$$h'(n) = \{1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

เพิ่ม ศูนย์ ใน

$$x_1(n) = x_1'(n) \text{ และ } x_2(n) = x_2'(n) \text{ จำนวน } N_2 - 1 = 2$$

$$x_1'(n) = \{1, 3, 2, -3, 0, 2, 0, 0\}$$

$$x_2'(n) = \{-1, 0, -2, 3, -2, 1, 0, 0\}$$

เทอมของผลรวมของการคอนโวลูชัน  $x_1'(n) * h(n)$ 

$$y_{10} = h_0 x'_{10} = 1$$

$$y_{11} = h_0 x'_{11} + h_1 x'_{10} = 3 + 0 = 3$$

$$y_{12} = h_0 x'_{12} + h_1 x'_{11} + h_1 x'_{10} = 2 + 0 + 1 = 3$$

$$y_{13} = h_0 x'_{13} + h_1 x'_{12} + h_2 x'_{11} = -3 + 0 + 3 = 0$$

$$y_{14} = h_0 x'_{14} + h_1 x'_{13} + h_2 x'_{12} = 0 + 0 + 2 = 2$$

$$y_{15} = h_0 x'_{15} + h_1 x'_{14} + h_2 x'_{13} = 2 + 0 - 3 = -1$$

$$y_{16} = h_0 x'_{16} + h_1 x'_{15} + h_2 x'_{14} = 0 + 0 + 0 = 3$$

$$y_{17} = h_0 x'_{17} + h_1 x'_{16} + h_2 x'_{15} = 0 + 0 + 2 = 2$$

เทอมของผลรวมของการคอนโวลูชัน  $x_2'(n) * h(n)$ 

$$y_{20} = h_0 x'_{20} = -1$$

$$y_{21} = h_0 x'_{21} + h_1 x'_{20} = 0 + 0 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_{22} = h_0'x'_{22} + h_1'x'_{21} + h_2'x'_{20} = -2+0-1 = -3$$

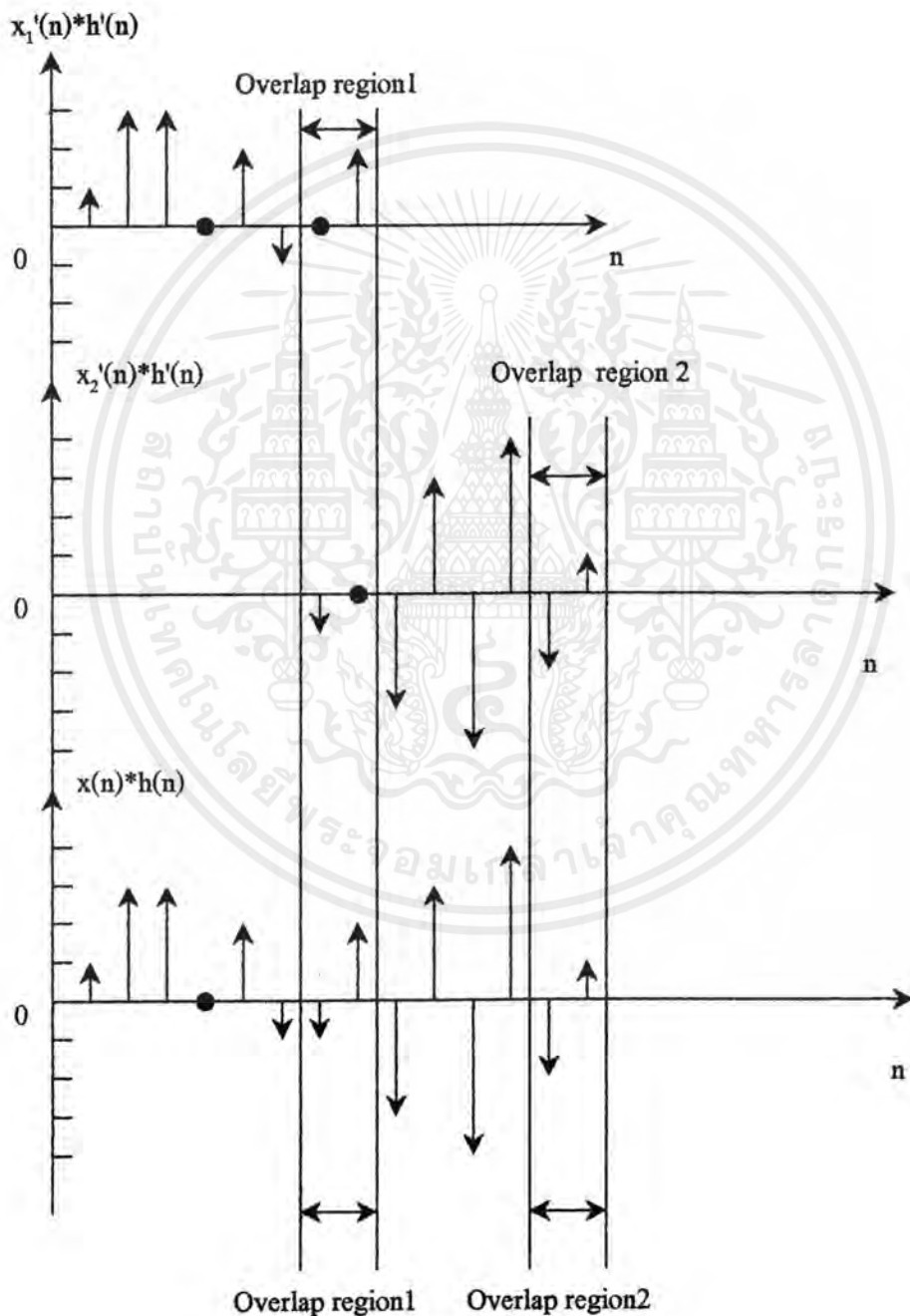
$$y_{23} = h_0'x'_{23} + h_1'x'_{22} + h_2'x'_{21} = 3+0+0 = 3$$

$$y_{24} = h_0'x'_{24} + h_1'x'_{23} + h_2'x'_{22} = -2+0-2 = -4$$

$$y_{25} = h_0'x'_{25} + h_1'x'_{24} + h_2'x'_{23} = 1+0+3 = 4$$

$$y_{26} = h_0'x'_{26} + h_1'x'_{25} + h_2'x'_{24} = 0+0-2 = -2$$

$$y_{27} = h_0'x'_{27} + h_1'x'_{26} + h_2'x'_{25} = -2+0+1 = -1$$



**รูปที่ 2.7** การแสดงผลการ Overlap-add และการคอนโวลูชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นได้ว่าผลรวมของการคอนโวลูชัน แสดงใน(a) และ (b) ตามลำดับ และเกิดการเหลื่อมที่  $N_2-1$  ของ  $x_1'(n)$  และผลของการคอนโวลูชันโดย การเหลื่อมแบบเพิ่มแสดงในรูป 4.29 (c) เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้มีค่าเหมือนกันกับการคอนโวลูชัน โดยตรงจาก  $x(n)$  ประกอบด้วย 12 ข้อมูล และ  $h(n)$  มี 3 ข้อมูล จะเกิดลำดับสัญญาณที่ประกอบด้วย  $12 + 3 - 1 = 14$  ข้อมูล

$$h'(n) = \{1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$$

$$x'(n) = \{1,3,2,-3,0,2,-1,0,-2,3,-2,1,0,0\}$$

เราจะพิจารณาเปรียบเทียบให้เห็นค่า 9 เทอมแรกเท่านั้น

$$y_0 = h_0' x_0' = 1$$

$$y_1 = h_0' x_1 + h_1' x_0' = 3$$

$$y_2 = h_0' x_2 + h_1' x_1 + h_2' x_0' = 2+0+1 = 3$$

$$y_3 = h_0' x_3 + h_1' x_2 + h_2' x_1 = -3+0-3 = 0$$

$$y_4 = h_0' x_4 + h_1' x_3 + h_2' x_2 = 0+0+2 = 2$$

$$y_5 = h_0' x_5 + h_1' x_4 + h_2' x_3 = 2+0-3 = -1$$

$$y_6 = h_0' x_6 + h_1' x_5 + h_2' x_4 = -1+0+0 = -1$$

$$y_7 = h_0' x_7 + h_1' x_6 + h_2' x_5 = 0+0+2 = 2$$

$$y_8 = h_0' x_8 + h_1' x_7 + h_2' x_6 = -2+0-1 = -3$$

### 2.5.2 แบบแผนการกระทำการเหลื่อมแบบเก็บ(Overlap - save method)

จากการทำคอนโวลูชัน ให้ได้ค่าที่ถูกต้องโดยการแบ่ง  $x(n)$  เป็นส่วนๆ เท่ากันค่า  $N = N_1 + N_2 - 1$  โดยการแบ่ง  $x(n)$  เป็น  $N_1$  แล้วเติมค่าที่  $N_2 - 1$  เข้าไปในความเป็นจริง ค่า ศูนย์ ที่  $N_2 - 1$  เป็นค่าที่ผิดจาก  $x(n)$  ของความยาว  $N_1$  หมายถึงว่าเทอมแรกของ  $N_2 - 1$  ไม่ถูกต้อง ควรตัดทิ้ง ดังนั้นในการแบ่ง  $x(n)$  เป็นความยาว  $N_1$  โดยตัดส่วนของ  $N_2 - 1$  ทิ้งไป การคอนโวลูชัน  $x(n) * h(n)$  จะเกิดช่องว่างของความยาว  $N_2 - 1$  แต่ช่องว่างจะเหลื่อมกันที่ค่าสุดท้าย  $N_2 - 1$  ข้อมูลด้วยค่า  $N_2 - 1$  แรกของลำดับของความยาว  $N_1$  ที่ตามมาและค่า  $N_2 - 1$  แรกนี้จะถูกตัดทิ้ง

เพื่อให้ง่ายแก่การพิจารณาจะทำการอธิบายตามตัวอย่างดังนี้

ใช้การกระทำแบบการคอนโวลูชันของการเหลื่อมแบบเก็บจากลำดับสัญญาณ 2 ตัวคือ

$$h(n) = \{1,0,1\}$$

$$x(n) = \{1,3,2,-3,0,2,-1,0,-2,3,-2,1\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้แบ่ง  $x(n)$  มีความยาวเป็น  $N_1 = 4$  และ  $N_2 - 1 = 2$  แล้วทำการแบ่ง  $x(n)$  ตัวต่อมาโดยให้เหลื่อมเข้าไปในคิวแรก  $N_2 - 1$  กระทำการแบ่งเช่นนี้ไปจนหมดค่า  $x(n)$

$h(n)$	1 0 1
$x(n)$	1 3 2 -3 0 2 -1 0 -2 3 -2 1
Sec1	1 3 2 -3
Sec2	2 -3 0 2
Sec3	0 2 -1 0
Sec4	-1 0 -2 3
Sec5	-2 3 -2 1

รูปที่ 2.8 แสดงส่วนของการเหลื่อมจากวิธี Overlap-save

Sec1	1 3 3 0
Sec2	<del>2</del> 3 2 -1
Sec3	<del>0</del> 2 -1 2
Sec4	<del>-1</del> 0 -3 3
Sec5	<del>-2</del> 3 -4 4
$x(n)*h(n)$	1 3 3 0 2 -1 -1 2 -3 3 -4 4

ส่วนที่ 1

$$y_{10} = h_0 x_{10} = 1$$

$$y_{11} = h_0 x_{11} + h_1 x_{10} = 3 + 0 = 3$$

$$y_{12} = h_0 x_{12} + h_1 x_{11} + h_2 x_{10} = 2 + 0 + 1 = 3$$

$$y_{13} = h_0 x_{13} + h_1 x_{12} + h_2 x_{11} + h_3 x_{10} = -3 + 0 + 3 + 0 = 0$$

$$y_1 = \{1, 3, 3, 0\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนที่2

$$y_{20} = hox_{20} = 2$$

$$y_{21} = hox_{21} + h1x_{20} = -3+0 = -3$$

$$y_{22} = hox_{22} + h1x_{21} + h1x_{20} = 2+0=2$$

$$y_{23} = hox_{23} + h1x_{22} + h2x_{21} + h3x_{20} = 2-3=-1$$

$$y_2 = \{2, -3, 2, -1\}$$

ในการกระทำที่เหมือนกันได้ส่วนที่3

$$y_3 = \{0, 2, -1, 2\}$$

ส่วนที่4

$$y_4 = \{-1, 0, -3, 3\}$$

ส่วนที่5

$$y_5 = \{-2, 3, -4, 4\}$$

จากตาราง เป็นการแสดงผลของ  $N_2-1$  แรกของแต่ละลำดับสัญญาณที่ตัดทิ้งไปและให้ผลการคอนโวลูชัน  $x(n) * h(n)$  ที่ถูกต้อง

สรุปผลการ Overlap

Overlap - add มีการเพิ่ม ศูนย์ ที่  $N_2-1$  ของแต่ละส่วนของ  $x(n)$  ที่ความยาว  $N_1$  แล้วนำค่าผลรวมของการคอนโวลูชันแต่ละส่วนมา รวม(Summing) กัน

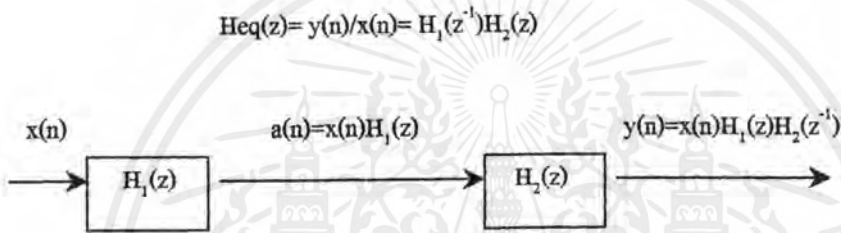
Overlap - save เป็นการ  $x(n)$  ออกเป็นส่วน ๆ และให้เหลื่อมกัน เป็นค่า  $N_2-1$  แล้วนำผลรวมของการคอนโวลูชัน มาตัดส่วนที่  $N_2-1$  แรกของแต่ละตัวทิ้ง

### บทที่ 3

## การศึกษาการปรับเฟสเชิงเส้นที่ เสนอโดย Powell และ Chau

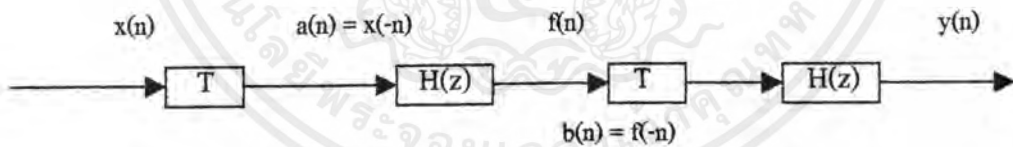
### 3.1 ระบบเวลาจริง (Non-real time Realization)

เพื่อทำให้เกิดความเป็นเฟสเชิงเส้น



รูปที่ 3.1 ตัวกรองระบบเวลาไม่จริง

การทำตัวกรอง IIR ในระบบเวลาไม่เป็นจริง



รูปที่ 3.2 แสดงการปรับเฟสเชิงเส้นโดยใช้ตัวปรับทิศทางเวลา

$$A(z) = X(z^{-1})$$

$$F(z) = H(z)H(z) = H(z) X(z^{-1})$$

$$B(z) = F(z^{-1}) = H(z^{-1}) X(z)$$

$$Y(z) = H(z)B(z) = X(z)H(z)H(z^{-1})$$

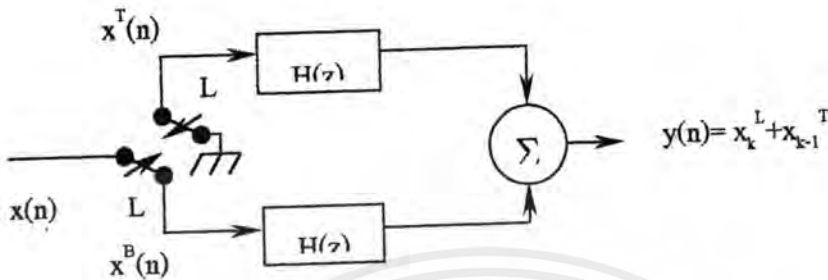
$$Heq(z) = H(z) H(z^{-1})$$

$$Heq(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|^2$$

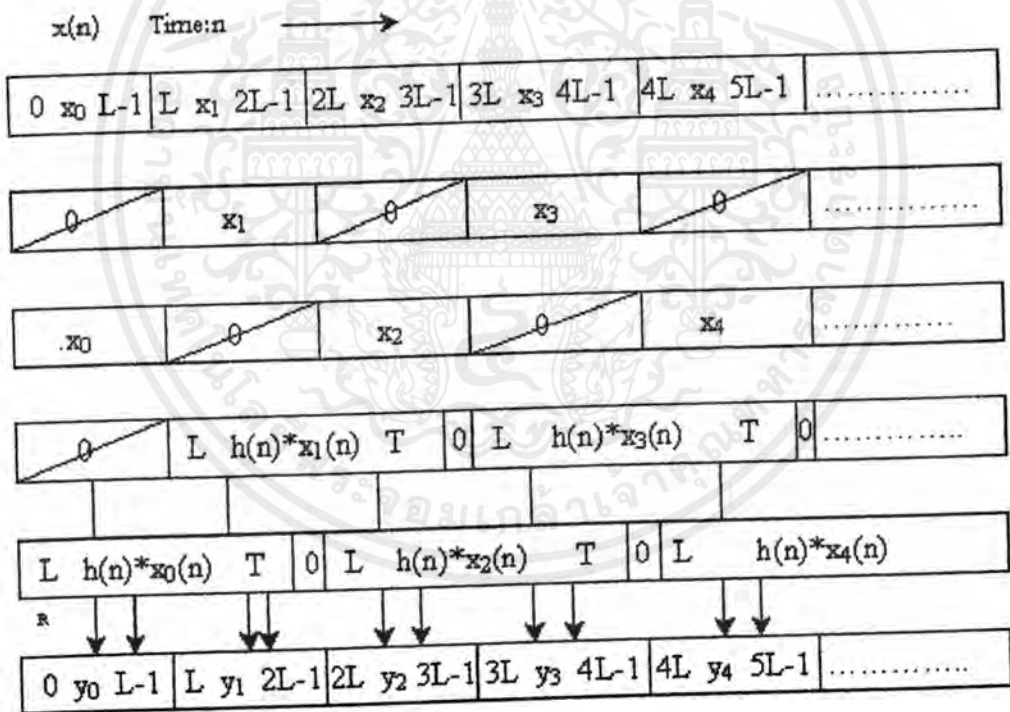
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2 การทำตัวกรอง IIR แบบสองทาง (Two-path IIR Filter)

ถ้าคําสัญญาณ  $x(n)$  จะถูกแบ่งเป็นส่วนๆ แต่ละส่วนถูกใช้สลับไปเป็นตัวกรองบนล่าง แสดงดังรูป และตัวกรองทั้งสองมีฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(z)$  เหมือนกัน แต่ละตัวกรองจะตั้งคําใหม่ที  $R$  และเอาต์พุต  $y(n)$  ที่ได้จากการกระทำการเหลื่อมแบบเพิ่มแสดงได้โดย



รูปที่ 3.3 แสดงการปรับเฟสตัวกรอง IIR แบบสองทาง



รูปที่ 3.4 ตารางการทำงานการกรองแบบสองทาง

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} y_k(n) \quad \text{เมื่อ } y_k = \begin{cases} y(n) & ; kL \leq n \leq (k+1)L-1 \\ 0 & ; \text{อื่นๆ} \end{cases}$$

$$y_k(n) = \sum_{m=n-L}^n x(n) h(n-m)$$

$$y(n) = \sum_{m=kL}^n x(n) h(n-m) + \sum_{m=n-L}^{kL-1} x(m) h(n-m) = x_k^L + x_{k-1}^T$$

$$x_k^L = h(n) * x_k(n) \quad x_{k-1}^T = h(n) * x_{k-1}(n)$$

### 3.2.1 การประมาณค่าผลตอบแทนอิมพัลส์ความยาว L

จากวงจรสมมูลของ Powell และ Chan มีเอาต์พุต ที่สร้างจากส่วนของการคอนโวลูชันกับการตัดผลตอบสนอง อิมพัลส์ สำหรับส่วนที่ยาว ให้พอเพียงกับความยาว L ความสัมพันธ์สามารถตั้งสมมติฐานระหว่างส่วนของความยาว L และความผิดพลาดที่เกิดจากการตัดความยาว L

การหาค่าที่สามารถยอมรับได้สำหรับการ คอนโวลูชันส่วนของความยาว L สมมติ L ไม่จำกัดจะได้ เอาต์พุตในอุดมคติ

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} y(n) e^{j\omega n}$$

สำหรับค่าจำกัด L

$$Y_L(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{L-1} y(n) e^{j\omega n}$$

$$= Y(e^{j\omega}) - \sum_{n=L}^{\infty} y(n)e^{j\omega n}$$

แต่

$$y(n) = \sum_{m=L}^n h(m) x(m-n) \quad \text{เมื่อ } m \geq L$$

$$y(n) \leq \sum_{m=L}^{\infty} |h(m)| \equiv E(L) \quad \text{สมมติ } |x(n)| \leq 1 \quad \forall n$$

ดังนั้นความแตกต่างระหว่างตัดกับไม่ตัดเอาต์พุตสเปคตรัมที่ความถี่  $\omega$  ใดๆ น้อยกว่า  $E(L)$  เสมอ  $E(L)$  สามารถทำให้เล็กได้แต่ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ สเปคของริปเปิลสูงสุดที่ยอมรับได้

$$\delta_p = \text{ripple pass band} \quad \delta_s = \text{ripple stop band} \quad Er(L) = \text{Error}$$

$$Er(L) = \sum_{n=L}^{\infty} |h(n)| \quad (8)$$

$$Er(L) \leq \min(2\delta_p, 2\delta_s) \quad (9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.2 การทำงานของตัวกรองแบบสองในการปรับเฟส

ในรูปที่ 3.3 ลำดับสัญญาณ I/P ถูกใช้เป็นตัวกรองกระทำในคาบ L

(2i) - th ใช้กับ Filter ต่ำ ( $I = 0, 1, 2, \dots$ )

(2i + 1) - th ใช้กับ Filter บน

ตลอดคาบจะไม่มีลำดับสัญญาณมาเพิ่มใน L มี Zero I/P อย่างต่อเนื่องไปยังแต่ละ Filters ในรูปที่ 3.3 แสดง I/P  $U^T(n)$  และ  $U^B(n)$  ของ Filter บนและล่าง

หลังจากได้ j-th ของ  $U(n)$  ซึ่งเป็น I/P หนึ่งของ Filter ซึ่งผ่านกระบวนการการกรองจนกระทั่งได้ Output (2L - 1) - th ออกมาได้ต่อมา Filter จะต้องทำใหม่ที่ R ในรูปที่ 3.3 และส่งค่า 0 ออกไป (จากตัวอย่างในส่วนของการกระทำ  $h(u) * U(n)$  ในเส้นทางของ Filter ตัวล่าง  $H(z)$ )

ในวงจรรูปที่ 3.3 ไม่จำกัดรอบ โดยการตั้งค่าใหม่หลังจาก Reset ข้อมูลใน (j+2)-th ของ  $U(n)$  เป็น I/P ของ Filter และทำการกรองซ้ำอีกครั้งโดยการ Reset O/P ของ Filters ของแต่ละส่วนของ  $U(n)$  ที่ความยาว 2L

O/P L แรกเรียก Leading Response

O/P L ต่อมาเรียก Trailing Response

ในรูปที่ 3.3 ได้ระบุ L และ T ตามลำดับในการเพิ่ม Filters

- Leading response j-th
- Trailing response (j+1)-th

### 3.3 การทำให้เป็นจริงของ IIR Filter มีเฟสเชิงเส้นโดยใช้

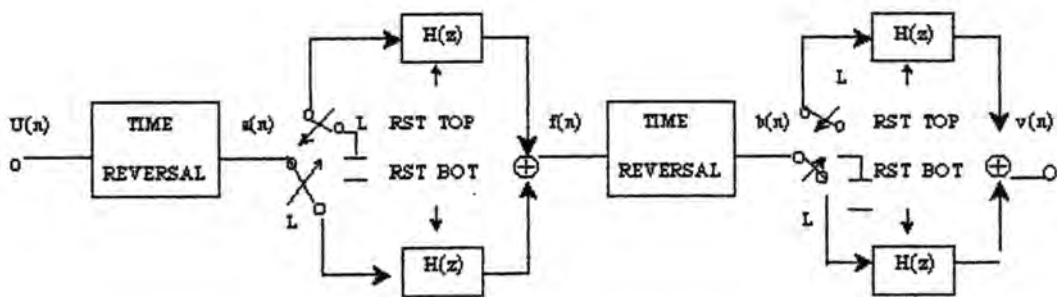
#### Two-path IIR Filter ในระบบเวลาไม่จริง

กระบวนการ Time reversal ของลำดับสัญญาณแสดงในเส้นทาง  $U(n)$ ,  $A(n)$ , และ  $F(n)$ ,  $B(n)$  กระบวนการการทำงานระหว่าง  $A(n)$  และ  $F(n)$  และระหว่าง  $B(n)$  และ  $Y(n)$  กระทำเหมือนกัน อย่างไรก็ตามกระบวนการ Time reversal จะได้สัญญาณออกในรูปที่ 4

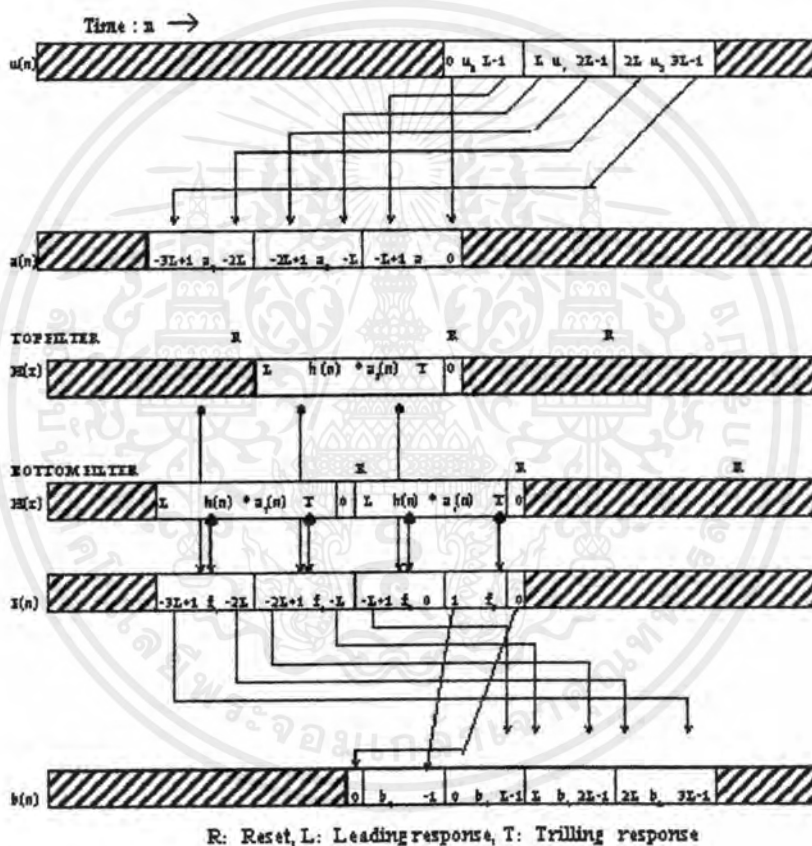
ถ้าลำดับสัญญาณ I/P ยาว T หลังจากผ่านสวิทช์  $A(n)$  จะถูกแบ่งเป็นความยาว L หลังจากนั้น  $n = -T+1$  และ  $A(n)$  ก็จะถูกส่งไปยังแต่ละส่วนของ Filter ซึ่งเป็นการกรองครั้งแรก

หลังจาก  $B(n)$  ผ่านสวิทช์ก็จะถูกแบ่งยาว L หลังจากนั้น  $n = -L$   $B(n)$  จะถูกส่งออกไปแต่ละส่วน Filters เป็นการกรองครั้งที่สอง

ในรูปที่ 3.4 ในระบบเวลาจริงที่ใช้ Time reversal ที่ยังไม่ได้กล่าวถึง



รูปที่ 3.5 Non-real-time implementation of linear phase IIR filters



รูปที่ 3.6 Time chart for non-real-time implementation of linear phase IIR filter using a two-path IIR filter (case of 3L input signal length)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4 การทำให้ IIR Filters มีเฟสเชิงเส้นในระบบเวลาจริง

จากรูปที่ 3.5 พิจารณาในกรณีของ Block time reversal ที่นำมาแทน L LIFO (เข้าหลังออกก่อน: เป็นซัพริจิสเตอร์ ซึ่งแสดงในรูปที่ 3.7)

ในรูปที่ 2.5 ส่วนที่ 2  $a_2 (a(-2l+1) \sim a(-L))$  ปรากฏก่อนส่วนแรก  $a_1 (a(-L+1) - a(0))$  )  $f_3$  สามารถได้รับ Overlap-add

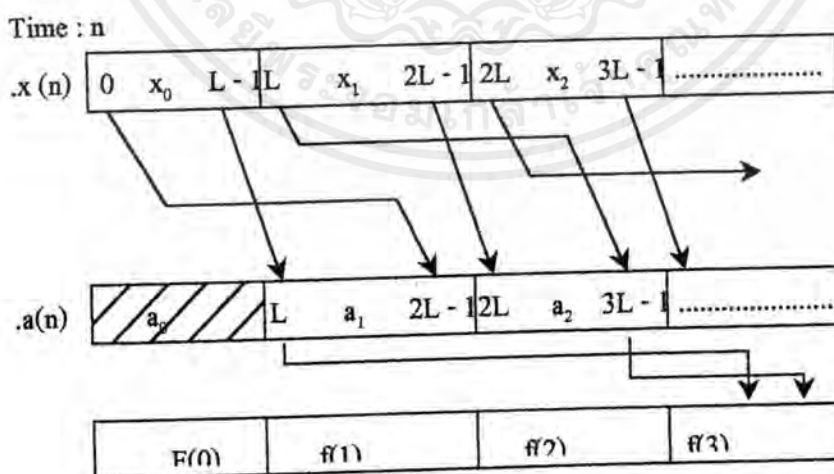
- ส่วนปลาย จาก  $a_2$
- ส่วนต้น จาก  $a_1$

จากในแต่ละส่วนที่ทำ time reversal โดย L อย่างง่าย LIFO,  $a_2$  จะปรากฏหลัง  $a_1$  โดย L (ดูรูปที่ 3.4) ดังนั้นการได้มาของ  $f_3$  ซึ่งมีความจำเป็นต่อการ Overlap-add ผลตอบสนองส่วนปลายสำหรับ  $a_2$  และผลตอบสนองจะหน่วงส่วนสำหรับ  $a_1$  โดย  $2L$  โดยทั่วไป  $f_3$  มีความจำเป็นต่อ

- Overlap-add ผลตอบสนอง ซึ่งจะหน่วงส่วนต้นสำหรับ  $a(n)$  ใน  $j$ -th โดย  $2L$
- ส่วนปลายที่  $(j+1)$ -th เราเรียกวิธีนี้ในทางปฏิบัติว่า "time adjusted Overlap-add"

วิธีนี้แสดงรูปลักษณะในรูปที่ 7 block  $z^{-2L}$  เป็นซัพริจิสเตอร์ ซึ่งยาว  $2L$  และ  $z^{-2L}$  ยังเป็นตัวหน่วงด้วย

การทำ Transfer  $f^*$  แบบ non causal ระหว่าง  $U(n)$  และ  $b(n)$  ของระบบเป็นจริงได้ในระบบเวลาจริง มี Time Chart แสดงในรูปที่ 8 แต่ละส่วนของลำดับสัญญาณหน่วงเวลาโดย  $L$  ใน I/P และ O/P LIFO และหน่วงโดย  $L+1$  ในส่วนของการทำ Time adjusted Overlap-add ดังนั้นผลรวมของการหน่วงการสุ่ม  $L+(L+1)+L = 3L+1$



รูปที่ 3.7 ตารางเวลาของการสุ่มตัวอย่างขนาดความยาวจำกัด ( $L$ ) ใน LIFO

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

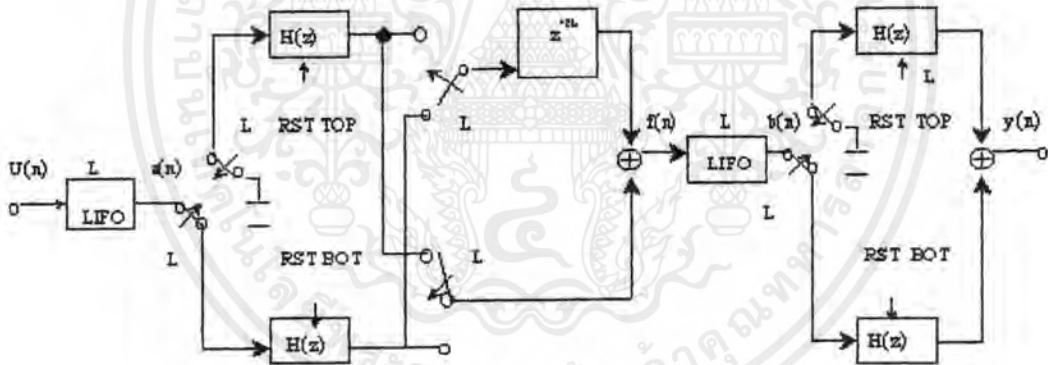
## บทที่ 4

### เทคนิคการทำส่วนลำดับสัญญาณให้สั้นลง

จากตัวอย่างใน 2.4 Two LIFO ในรูป จะเกิดการหน่วง 2/3 ของระบบทั้งหมด ถ้าแบ่งความยาวเป็นส่วน ๆ ให้สั้นลง เราจะสามารถลดค่าความหน่วงได้เพราะว่าถ้าความหน่วงเป็นสัดส่วน ต่อ ความยาว เมื่อเราแบ่งลำดับสัญญาณออกเป็น ส่วน ๆ ในเนื้อหานี้ได้เสนอวิธี ทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้นโดยแบ่งความยาวของลำดับสัญญาณสำหรับหนึ่งตัวเลข (Integer) เพื่อได้ประมาณค่าผลตอบสนอง Impulse ความยาว  $L$  ดังนั้น  $L/N (=M)$  เมื่อ  $M$  เป็นเชิงตัวเลข

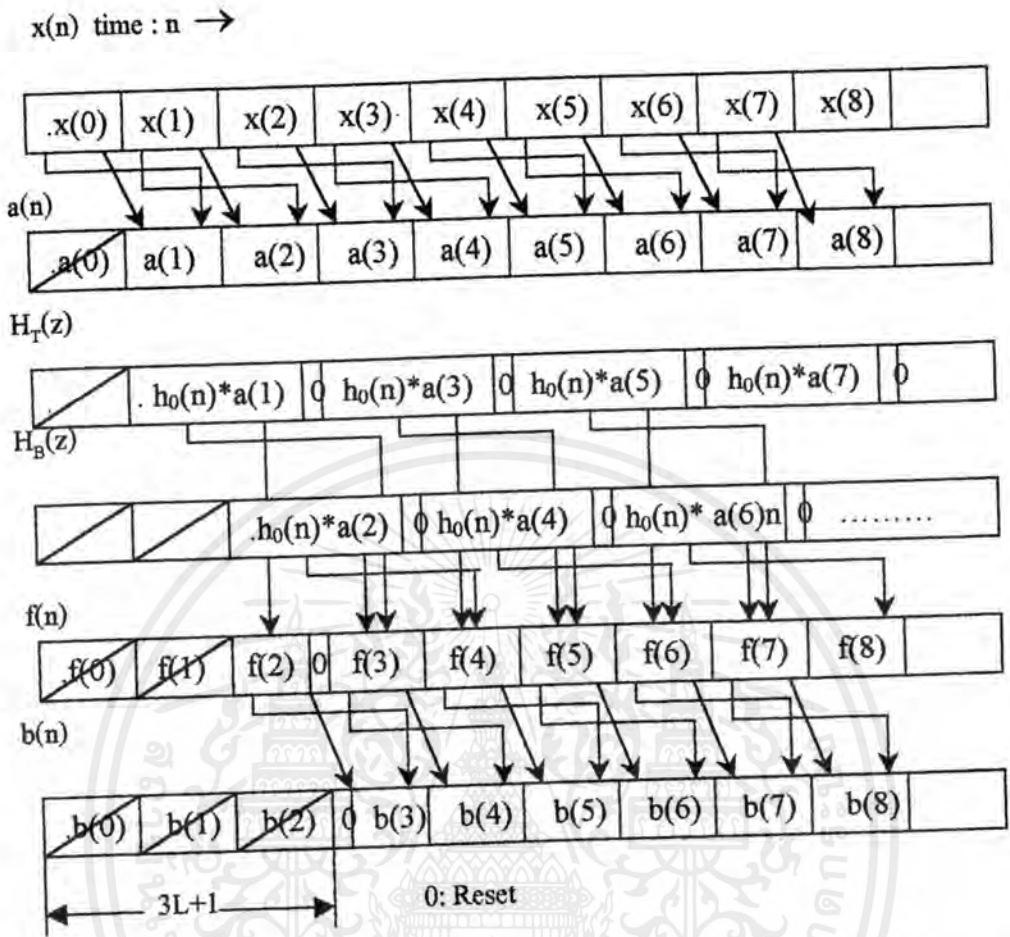
อันดับแรกที่เราเสนอจะทำให้ IIR Filter เป็นจริงที่  $N+1$ -Path

อันดับต่อมาทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้นที่ระบบเวลาไม่จริง โดยยึดหลักจากที่ได้กล่าวมา ส่วนต่อไปใช้วิธีที่ได้เสนอมารทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้นที่ระบบเวลาจริง



รูปที่ 4.1 ระบบเวลาจริงในการกรองของ IIR Linear Phase

ฟังก์ชันถ่ายโอน แบบ Noncausal ระหว่าง  $x(n)$  และ  $b(n)$  ของระบบ เป็นจริงได้



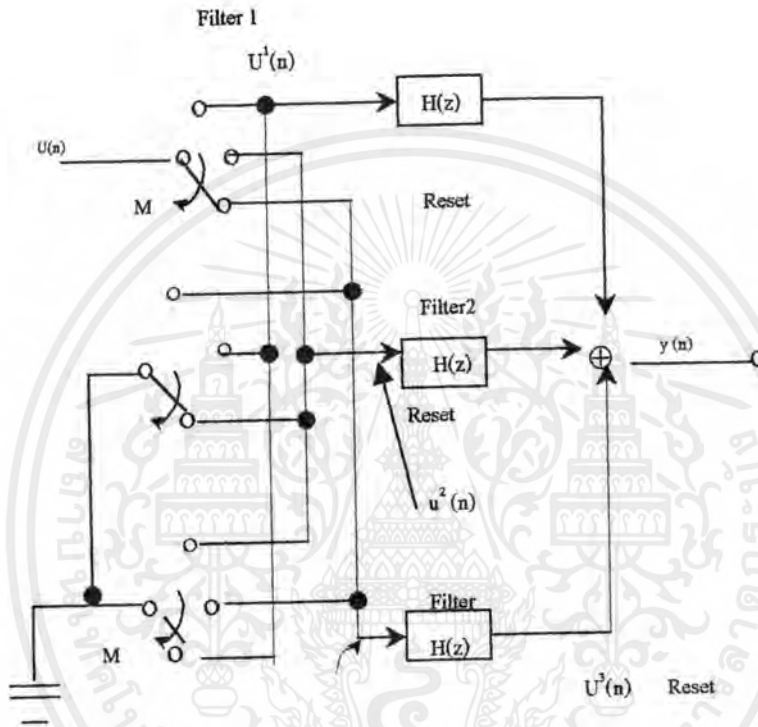
รูปที่ 4.2. ตารางเวลาของบล็อกปรับเฟสเชิงเส้นตัวกรองแบบ FIR ในระบบเวลาจริง

จะเกิดการหน่วงเวลา ในแต่ละส่วนของลำดับสัญญาณ  $L$  ที่ตัวกลับทิศทางเวลาแต่ละตัว และเกิดการหน่วงที่ส่วนของการทำ ปรับแต่งเวลาการเหลื่อมแบบเพิ่มเป็น  $L+1$  ดังนั้น ผลรวมของการหน่วง  $L+(L+1)+L = 3L+1$

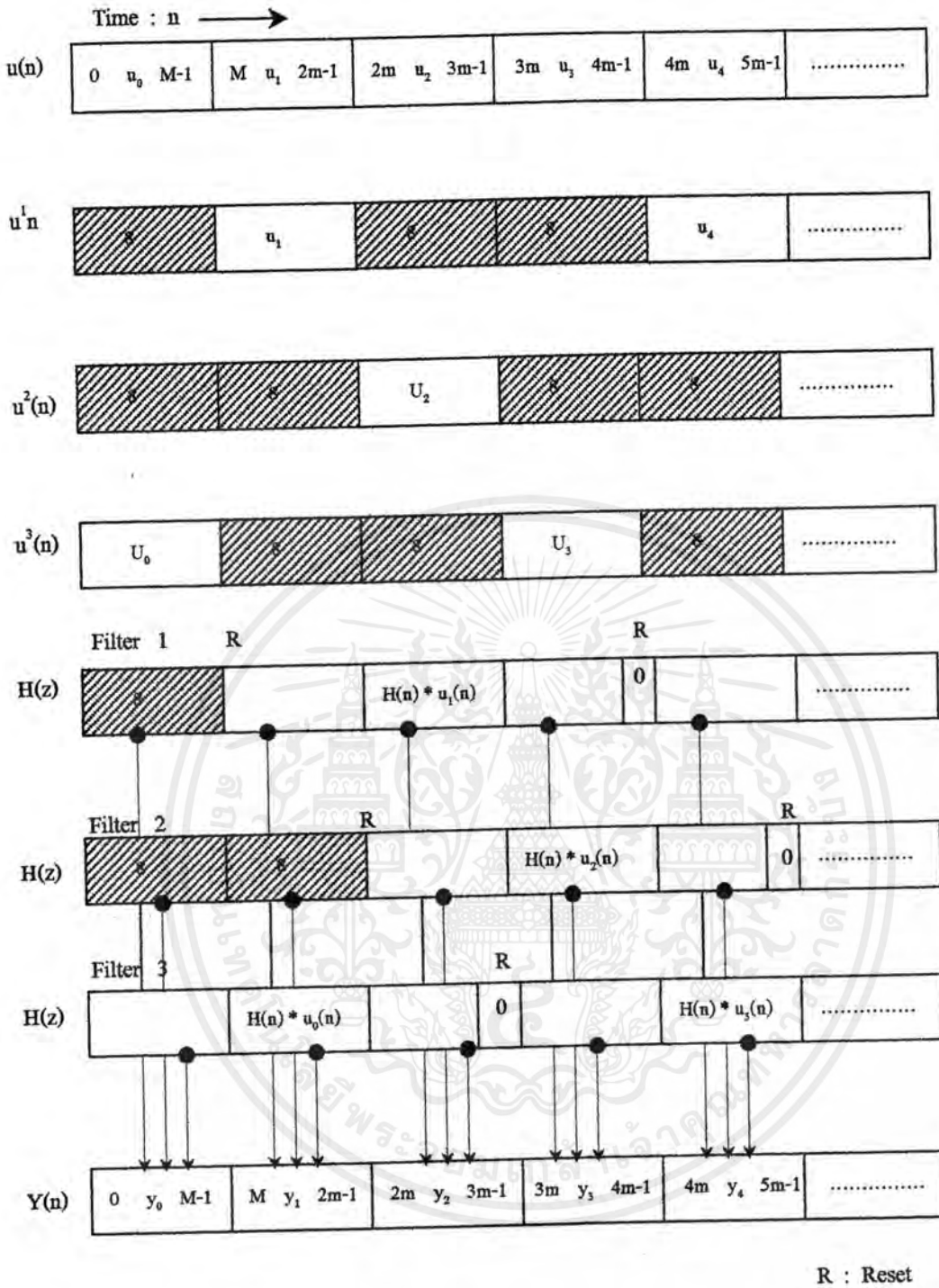
#### 4.1 ทำให้เป็นจริงที่ N+1-Path IIR

แบ่งส่วนความยาวลำดับสัญญาณให้สั้น  $L/N (=M)$  ในวงจรสมมูลในรูปที่ 4.2 สามารถทำให้เป็นจริงโดยใช้ N+1-Path IIR Filter แสดงในรูปที่ 4.3

รูปที่ 4.3 เป็นตัวชี้ในกรณี  $N=2$  และ  $N+1 (=3)$  ที่มี  $H(z)$  คุณสมบัติเหมือนกันใน Time Chart แสดงการทำงานของวงจรรูปที่ 9 แสดงในรูปที่ 10 และอธิบายไว้ดังนี้



รูปที่ 4.3 ระบบการกรองแบบ N+1 ทาง (N=2)



รูปที่ 4.4 ตารางเวลาของการกรองแบบ  $N+1$  ทาง ( $N=2$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยสวิตช์จะทำการส่ง  $(N+1)$  ความยาว  $M$  ของ  $u(n)$  ไปที่

Filter  $j \quad j \neq 0$

Filter  $N+1 \quad j = 0$

( $I = 0, 1, 2, \dots$  และ  $j = 0, 1, 2, \dots, N$ )

สำหรับคาบที่  $u(n)$  ไม่มีการส่งไปยัง Filter ที่  $M$  Zero ส่งเวลา  $N$  ในรูปที่ 4.4 ลำดับสัญญาณ I/P ของแต่ละ Filter ที่ชี้โดย  $u^1(n)$ ,  $u^2(n)$  และ  $u^3(n)$  ในกระบวนการกรองและนำออกจาก  $I$ -th ของ  $u(n)$  จนกระทั่งได้ O/P  $(L+M-1)$  ต่อมาแต่ละ Filter จะ Reset ที่ตำแหน่ง  $R$  ในรูปที่ 4.4 (จากตัวอย่าง, ดู  $h(n) * u_0(n)$  ของแต่ละทางของ Filter 3 ในรูปที่ 4.4)

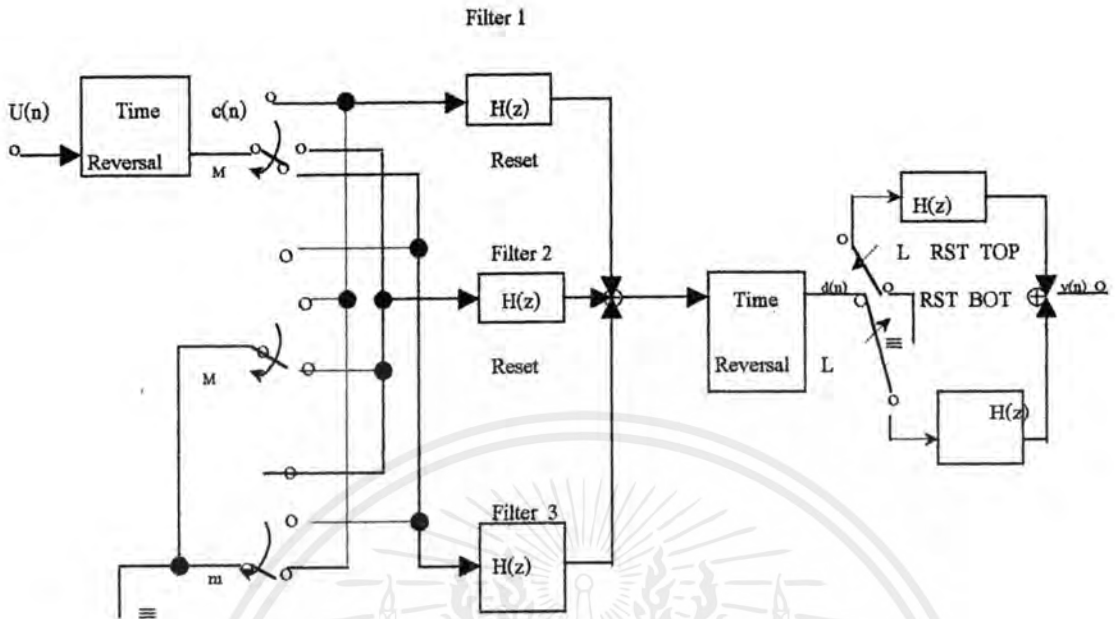
ด้วยเหตุนี้ O/P ที่เวลา Reset = 0 หลังจาก Reset ข้อมูลใน  $(I+N+1)$ -th ของ  $u(n)$  จะถูกกรองเหมือนเดิมซ้ำอีกครั้ง O/P ซึ่งยาว  $L+M$  ของแต่ละ Filter จะถูกแบ่งไปยัง  $N+1$  ที่ความยาว  $M$  ในส่วนที่เพิ่มของ Filter ยาว  $M$  ใน O/P  $L+M$  ของแต่ละ Filter Overlap-add จาก  $y(n)$  สำหรับตัวอย่าง  $y_2$  ในเส้นทาง  $y(n)$  ในรูปที่ 4.4 สามารถได้ Overlap-add ในส่วนที่ 2 ของ O/P สำหรับ  $u_1$  ใน Filter 1 ในส่วนแรก O/P สำหรับ  $u_2$  ใน Filter 2 และ ส่วนที่ 3 O/P สำหรับ  $u_0$  ใน Filter 3

### 3.1.1 การทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้นในระบบเวลาไม่จริงโดยใช้ $N+1$ -path IIR Filter

จากวงจรในรูปที่ 4.3 ใช้  $H(z)$  แรกในรูป 1 และ  $H(z)$  สองในรูป 2 Time chart แสดงการทำงานระหว่าง  $U(n)$  และ  $d(n)$  ในรูปที่ 4.5 แสดงในรูปที่ 4.6 เมื่อลำดับสัญญาณ I/P ยาว  $4M$  ความยาวของลำดับสัญญาณ I/P หาโดย  $T$  หลังจากผ่านสวิตช์  $c(n)$  จะถูกแบ่งเป็น  $M$  หลังจากนั้น  $n = -T+1$  มันจะถูกส่งไปยังแต่ละส่วนของ Filter หลังจากนั้นสวิตช์  $d(n)$  จะถูกแบ่งเป็น  $L$  หลังจากนั้น  $n = -N$  มันจะถูกส่งไปยังแต่ละส่วนของ Filter ที่ O/P จะยาว  $L+M$  ของแต่ละ Filter จะถูกแบ่งทีละ  $n+1$  ได้ยาว  $M$  ในการเพิ่มภายหลัง  $N+1$ -path Filter ในแต่ละส่วนที่ยาว  $M$  ของ O/P จะ Overlap-add จาก  $e(n)$

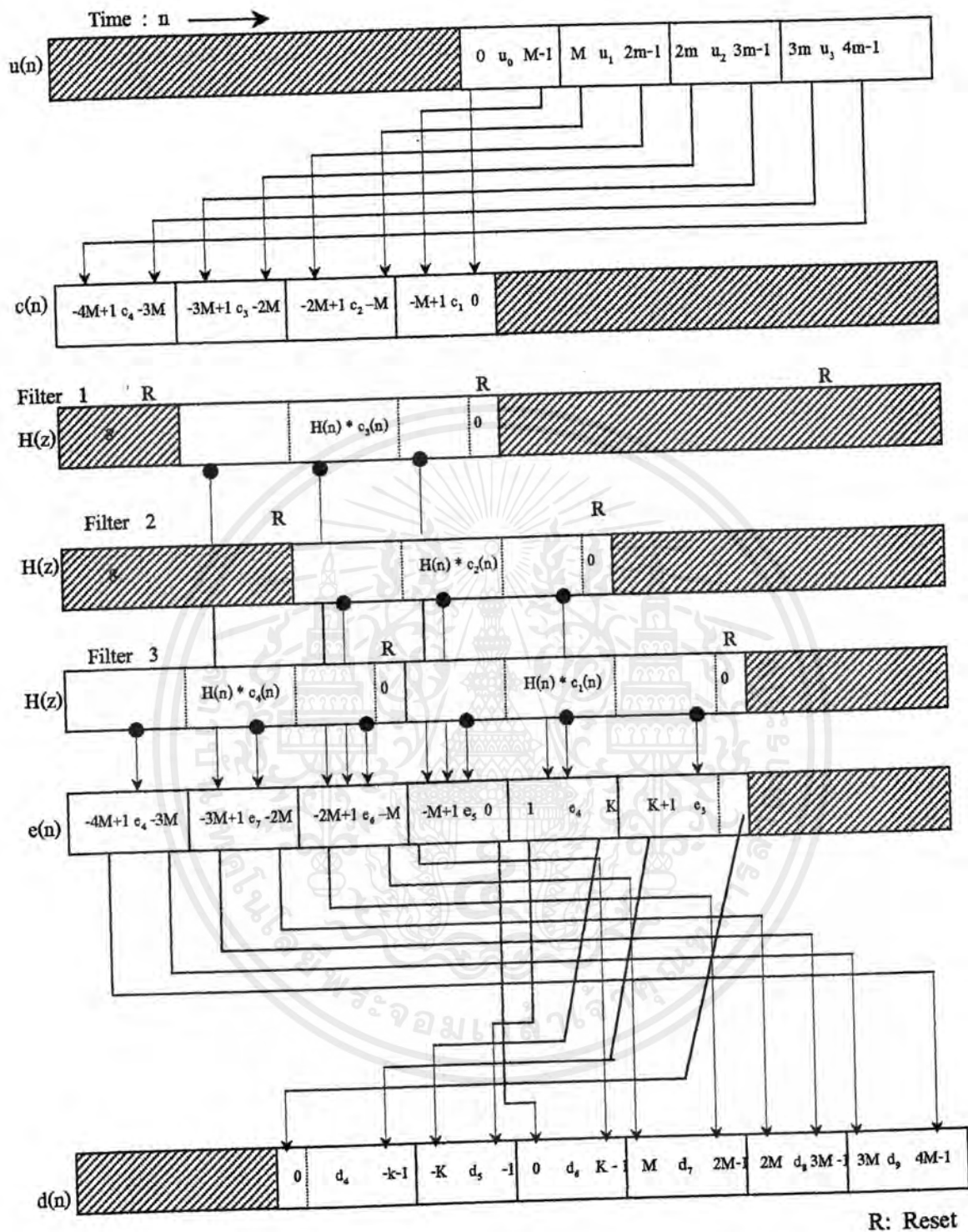
จากตัวอย่าง ส่วนที่ 3  $c_3(c(-3M+1) \sim c(-2M))$  ของ  $c(n)$  ในรูปที่ 4.6 จะปรากฏก่อนส่วนแรก  $c_1(c(-M+1) \sim c(0))$  โดย  $2M$  และส่วนที่ 2  $c_2(c(-2M+1) \sim c(-M))$  ปรากฏก่อน  $c_1$  โดย  $M$

ด้วยเหตุนี้  $c_3$  ในรูปที่ 4.6 สามารถหาค่าส่วนที่ 1 ของ O/P สำหรับ  $c_1$  โดย Overlap-add ส่วนที่ 2 ของ O/P สำหรับ  $c_2$  และส่วนที่ 3 ของ O/P สำหรับ  $c_3$



รูปที่ 4.5 ระบบการกรองในเวลาไม่จริงแบบ  $N+1$  ทาง ( $N=2$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 ตารางเวลาของระบบการกรองในเวลาไม่จริงแบบ  $N+1$  ทาง ( $N=2$ ) กรณี  $4M$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.2 การทำให้ส่วนของความยาวลำดับสัญญาณสั้นลง

จากที่กล่าวมาใน 2.4 ใช้ LIFO time reversal ต่อส่วนของลำดับสัญญาณในรูปที่ 4.5 ซึ่งแบ่งส่วนของความยาวให้สั้นลง  $L/N = M$  LIFO ใช้ทดลอง  $M$  ถ้า  $L = M$

$C_3$  ของ Time reversal สัญญาณ  $c(n)$  จะปรากฏหลังจาก  $c_1$  โดย  $2M$  และ  $c_2$  จะปรากฏหลัง  $c_1$  โดย  $M$  ด้วยเหตุนี้  $c_3$  สามารถหาว่า O/P ส่วนที่ 1 สำหรับ  $c_1$  โดย Overlap-add ซึ่งหน่วงโดย  $4M$  และ O/P ส่วนที่ 2 สำหรับ  $c_2$  ซึ่งหน่วงโดย  $2M$  และ O/P ส่วนที่ 3 สำหรับ  $c_3$  ซึ่งหน่วงโดย  $2M$  ในการทำ IIR ให้เฟสเชิงเส้นแสดงในรูปที่ 4.5 ในระบบเวลาจริงเสนอรูปลักษณะดังรูป 4.7

รูปที่ 4.7 แสดงในกรณี  $N = 2$

จากรูปใช้วิธี Time adjusted Overlap-add ทำให้เป็นจริงโดย  $N+1(=3)$ -path IIR Filter time chart ระหว่าง  $u(n)$  และ  $d(n)$  แสดงในรูปที่ 4.8

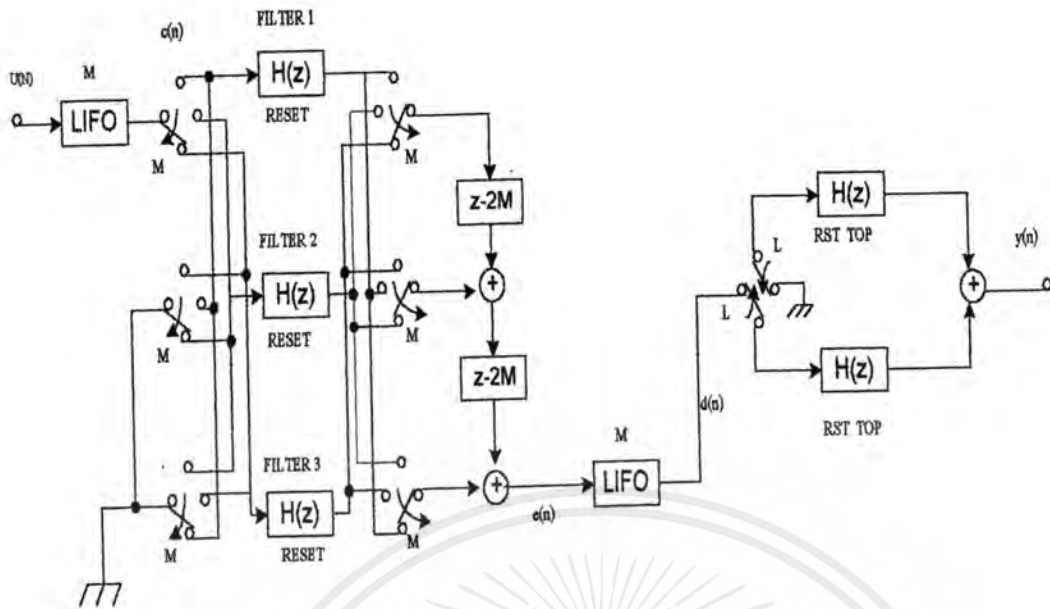
หลังจากผ่านสวิตช์ท่อมการหน่วง  $2M$  และการเพิ่มระหว่าง  $u(n)$  และ  $e(n)$  ส่วน  $k$ -th ( $k = 1, 2, \dots, N+1$ ) ซึ่งยาว  $M$  ในแต่ละส่วนของ Filter ถูกหน่วงโดย  $2M(N-K+1)$  และส่วนที่ 3 จะ Overlap-add จาก  $e(n)$

การสุมระหว่าง  $M$  จะเกิดที่  $M$  Sample LIFO และท่อมหน่วง  $MN+1(=L+1)$  เกิดขึ้นที่ส่วนจริงของการปรับเวลา Overlap-add ด้วยเหตุนี้การทำให้เป็นจริงโดยทำให้ลำดับสัญญาณสั้นลงจะเกิด Samples delay

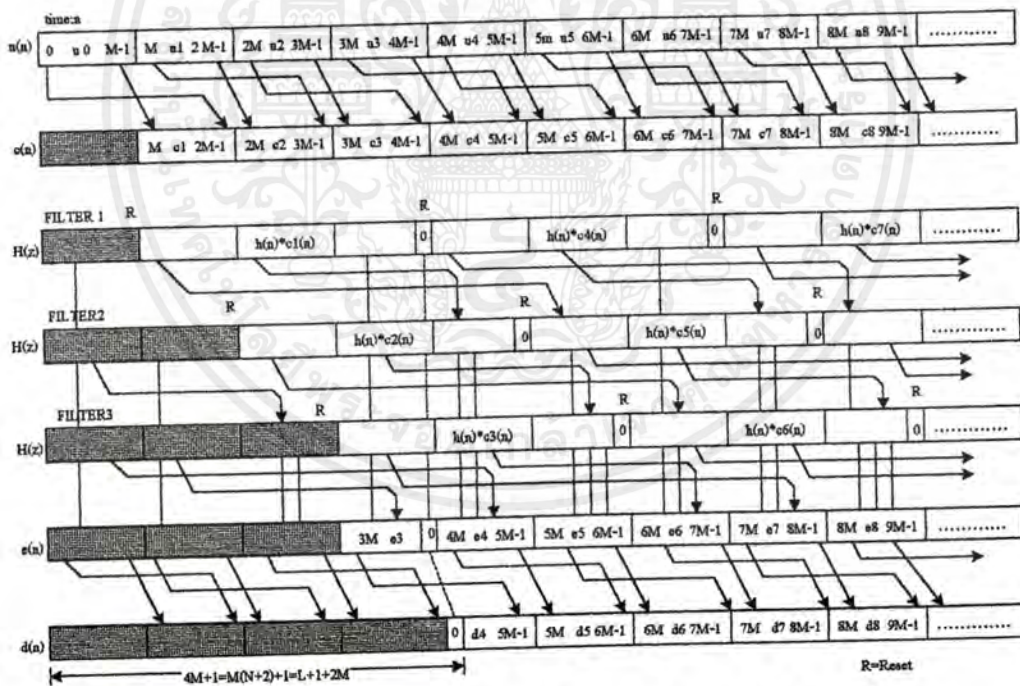
$$\begin{aligned} &= M+(MN+1)+M \\ &= M(N+2)+1 (=L+1+2M) \end{aligned}$$

ด้วยเหตุนี้ต้อง Reset เวลา ระหว่าง Filter

- ใน Filter แรก  $L+M$
- Filter ที่ 2           ที่  $2L$



รูปที่ 4.7 ระบบการกรองในเวลาจริงแบบ N+1 ทาง (N=2)



รูปที่ 4.8 ตารางเวลาการกรองในเวลาจริงแบบ N+1 ทาง (N=2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.3 รูปแบบการจำลอง (simulation)

การ Simulate ที่ได้โดยใช้  $H(z)$  ในรูปที่ 4.7 ซึ่ง Filter ที่ได้ออกแบบตามรูปแบบใน [5]

$$F_p = 0.3 \quad , \quad F_s = 0.328$$

$$\zeta_p = 0.005 \text{db} \quad , \quad \zeta_s = -3.5 \text{db}$$

$F_p (F_s)$  = ขอบ Freq ของ pass band (stop band)

$\zeta_p (\zeta_s)$  = ripple ของ pass band (stop band)

Elliptic Filter order 7th สามารถออกแบบให้ได้จริงโดยการต่อขนาน All-pass 2 ตัว [8]

$$H(z) = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cc} a_0 + z^{-1} & b_0 + b_1 z^{-1} + z^{-2} \\ 1 + a_0 z^{-1} & 1 + b_0 + b_1 z^{-1} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{cc} c_0 + c_1 z^{-1} + z^{-2} & d_0 + d_1 z^{-1} + z^{-2} \\ 1 + c_1 z^{-1} + c_0 z^{-2} & 1 + d_1 z^{-1} + d_0 z^{-2} \end{array} \right] \quad [10]$$

$$a_0 = 0.1403998$$

$$b_0 = 0.6832505 \quad , \quad b_1 = 0.6008515$$

$$c_0 = 0.2868452 \quad , \quad c_1 = 0.4101563$$

$$d_0 = 0.9175519 \quad , \quad d_1 = 0.7085581$$

สำหรับ  $H(z)$  ใน (10)  $Er(L)$  ที่ได้มาจาก [8] ในการประมาณค่าผลตอบสนอง Impulse ยาว  $L$  ของ  $H(z)$  ไม่มีปัญหาเช่นที่แสดงจาก [9]

$$Er(L) \leq \min(-0.01 \text{db}, -70 \text{db}) = -70 \text{db}$$

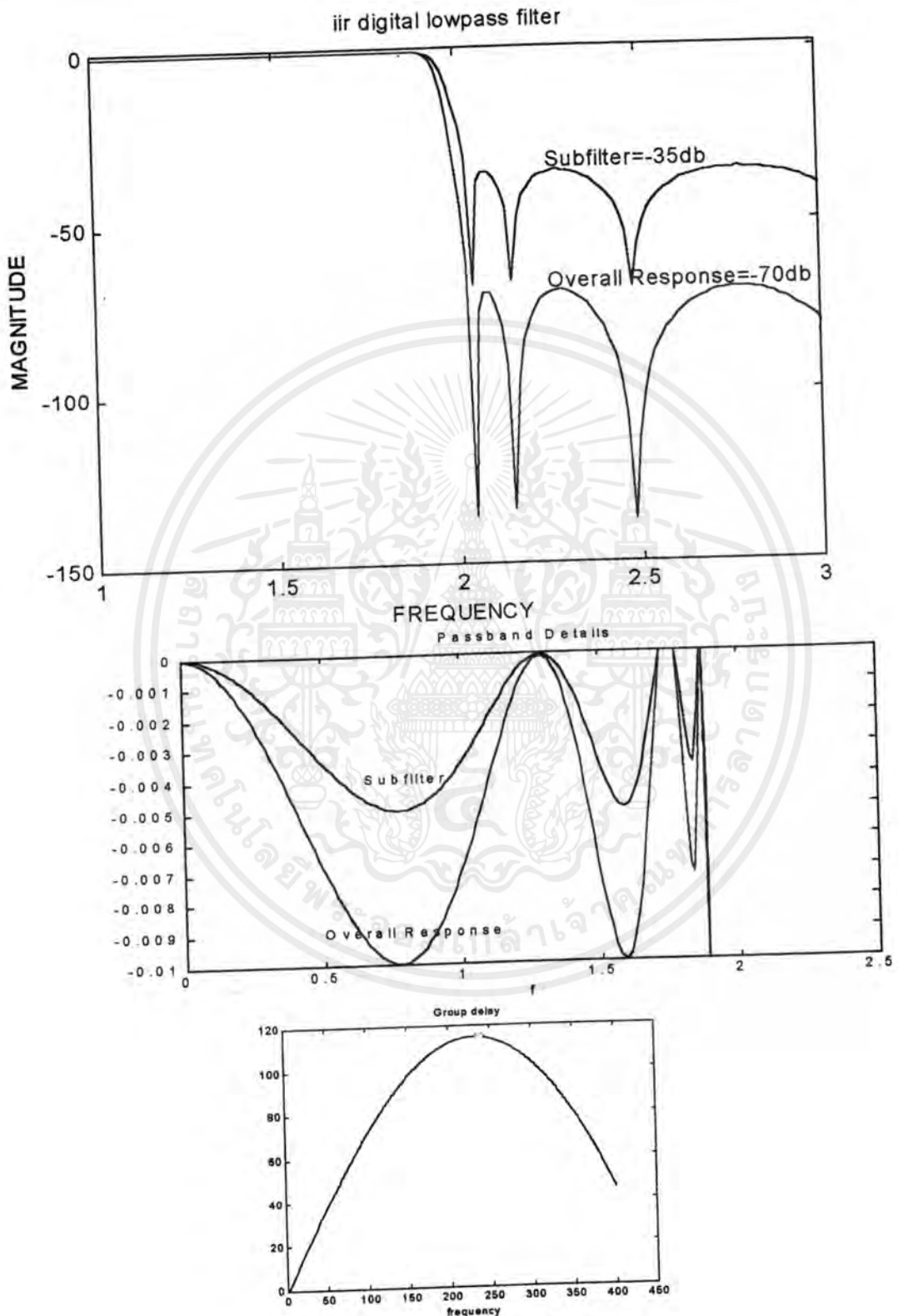
จากรายละเอียด  $Er(L) = -70 \text{db}$  แสดงในตาราง 1

ตารางที่ 4.1 The neighborhood of  $Er(L) = -70 \text{db}$

Approximate impulse Response length	Error $Er(L)$
198	- 63.84 db
199	- 70.33 db
200	- 70.82 db

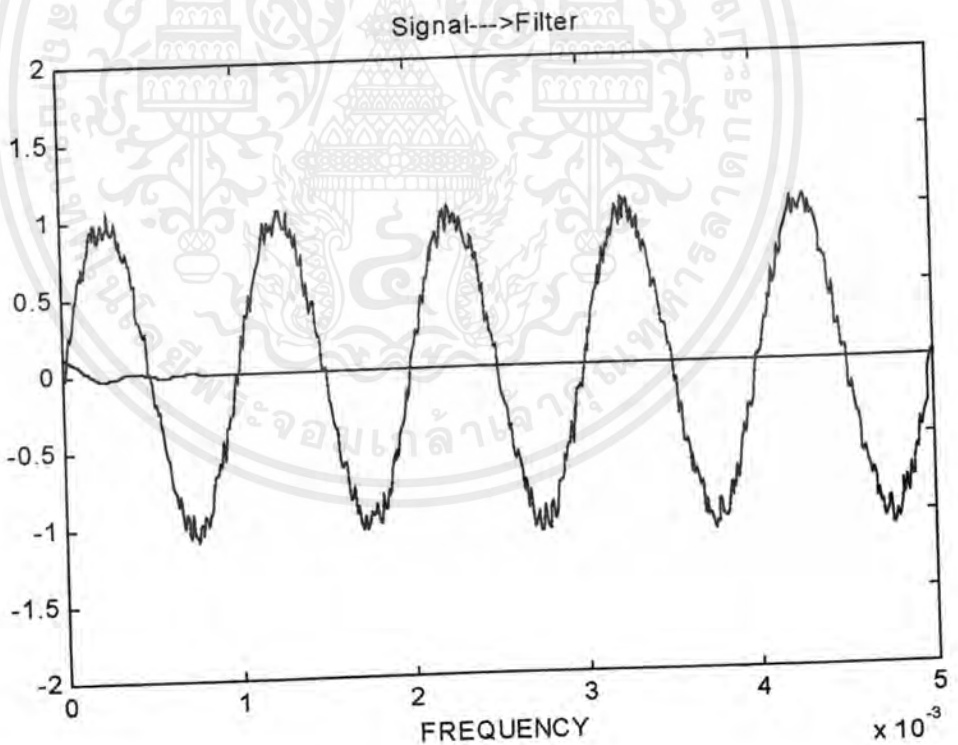
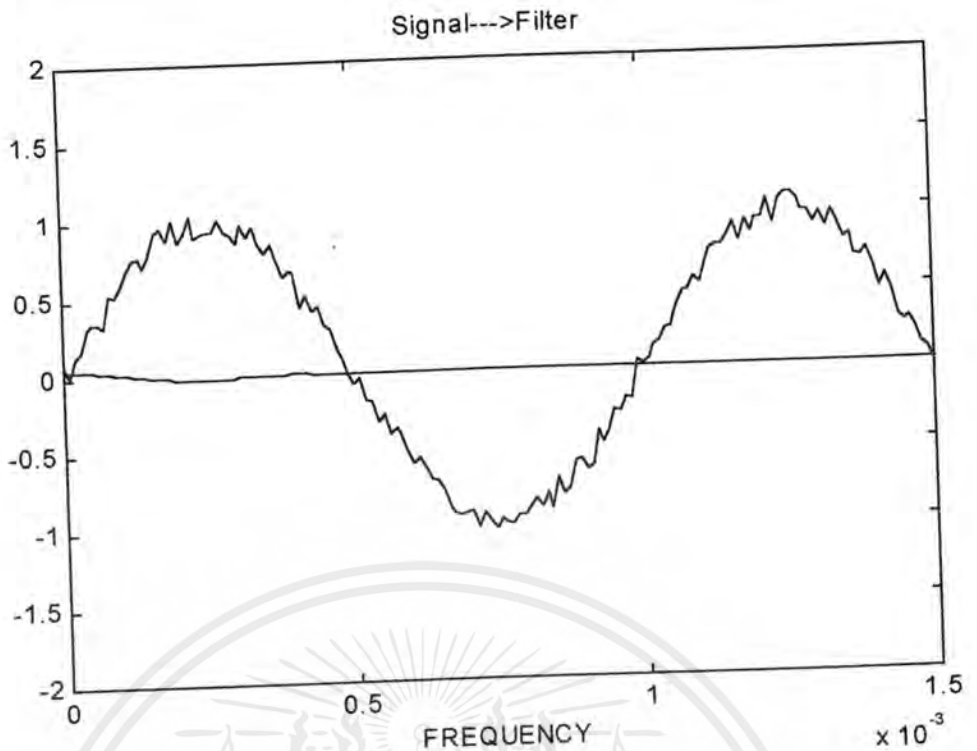
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตาราง  $L \geq 199$  ด้วยเหตุนี้เลือก  $L = 200$  คุณสมบัติทางขนาดของวงจรรูปที่ 4.7 แสดงในรูปที่ 4.9



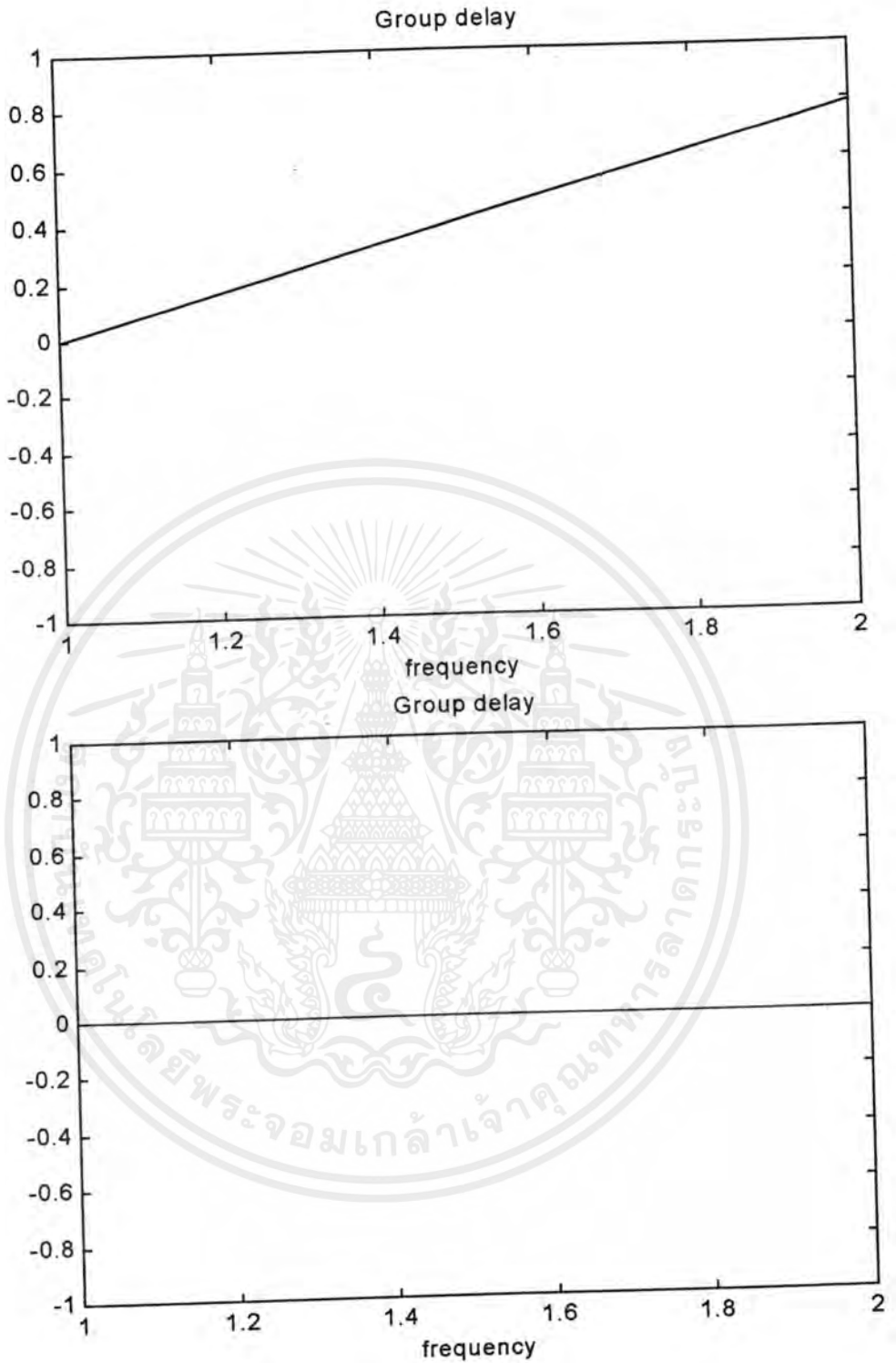
รูปที่ 4.9 ผลการจำลองค่า(simulation)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 ผลของการจำลองค่า (program 1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

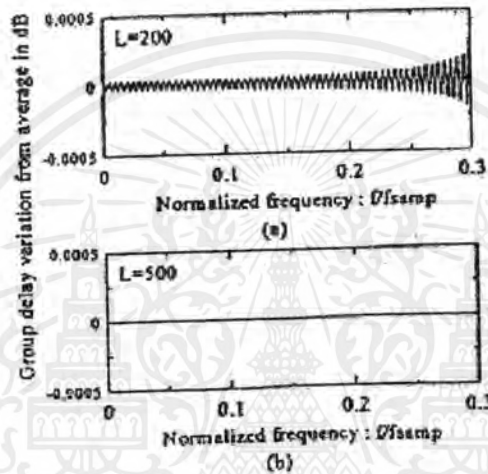


รูปที่ 4.11 ผลการจำลอง group delay

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

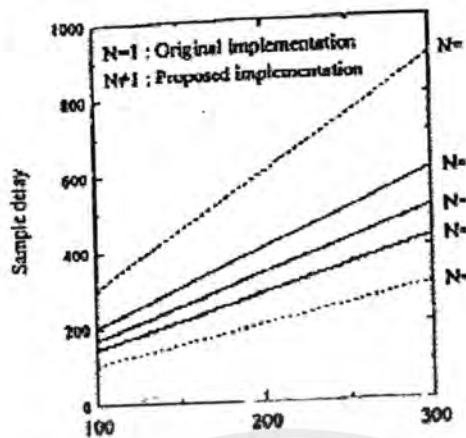
คุณสมบัติของ Group delay ในวงจรรูปที่ 4.7 สำหรับ  $L = 200$  แสดงในรูปที่ 4.11(a) ripple ต่ำท่ายแล้ว ถ้าต้องการให้มีคุณสมบัติเฟสเชิงเส้นในการประมาณค่าผลตอบสนอง Impulse ยาว  $L$  จำเป็นต้องต่อให้ยาวขึ้น

จากตัวอย่าง คุณสมบัติ Group delay สำหรับ  $L = 500$  แสดงในรูปที่ 4.11(ข) รูปที่ 4.11 (ข) คุณสมบัติในรูปที่ 4.9 และ 4.11 เป็นการแบ่งจากผลตอบสนอง ของวงจรต่อมาผลที่ได้แสดงใน รูปที่ 4.11 group delay จะถูกแบ่งโดยค่าเฉลี่ย group delay ใน pass band การตอบสนองการประวิงกลุ่มสามารถหาได้จากการประวิงกลุ่มของแต่ละความถี่ส่วนด้วยการ ประวิงกลุ่มเฉลี่ยที่ผ่านช่วง Pass Band



รูปที่ 4.12 การประวิงกลุ่มเฉลี่ยของระบบ  $L=200$  และ  $L=500$

ในการเปรียบเทียบของการหน่วงตัวอย่างแบบ  $3L+1$  ในการสร้าง IIR แบบเฟสเชิงเส้นกับการหน่วงตัวอย่างแบบ  $L(1+2/N)+1$  ในแบบการตัดส่วนของความยาว  $L$  ออกเป็น  $M$  โดยเปรียบเทียบ จากความยาวของลำดับสัญญาณมากกว่า 100 และน้อยกว่า 300 จากรูปที่ 4.11 การเปรียบเทียบแบบ  $L(1+2/N)+1$  ในแบบการตัดส่วนของสัญญาณออกเป็น  $M$  จะลดได้ 33% กรณี  $N=2$  และสามารถ ใช้ค่า  $N$  ที่สูงสุดเท่ากับ  $L$  จะทำให้ลดการหน่วงตัวอย่างลงไปได้อีกมาก



รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบการหน่วงตัวอย่างของระบบทั้ง 2 แบบ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# การเปรียบเทียบเฟสเชิงเส้นทั้ง 2 แบบ

### 5.1 การเปรียบเทียบการหน่วง

สามารถสรุปการทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้น

- โดยการ Samples delay  $3L+1$  ใน [5]
- โดยการ Samples delay  $L(1+2/N)+1$  ในเนื้อหา

ในการประมาณค่าผลตอบสนอง Impulse ยาว  $L$  ชนิดมากกว่า 100 และน้อยกว่า 300 [5]  
สรุปการหน่วงทั้งคู่ได้เปรียบเทียบเป็น range

เมื่อ  $M$  ไม่เป็นเลขจำนวนเต็ม  $L'$  โดย  $L'$  มากกว่า  $L$  และการประมาณค่าผลตอบสนอง Impulse มีความยาวเพิ่มขึ้น ดูจากรูปที่ 17 จะสรุปได้ว่าการหน่วงในระบบทั้งหมดสามารถลดลง โดยการประมาณค่าได้ 33% ในกรณีที่เสนอ  $N = 2$

### 5.2 การเปรียบเทียบจากการคำนวณที่ซับซ้อน

การคำนวณที่ซับซ้อนเกิดจากจำนวนผลคูณ / Sample เปรียบเทียบความซับซ้อนระหว่าง FIR Filter ที่มีเฟสเชิงเส้นที่เสนอใน [5] และ การเสนอที่เป็นจริง สำหรับ Filter ที่ใช้ใน 3.4 จะเปรียบเทียบได้จาก (10) การคำนวณในวงจรรูปที่ 13 = 35 FIR เป็นเชิงเส้นภายใต้การออกแบบใน 3.4 การคำนวณ = 73 [5]

ดังนั้นจะช่วยลดการคำนวณได้ 52% จากข้อเสนอของวิธีนี้ ( $n = 2$ ) และ ถ้า (10) ใช้สำหรับ  $H(z)$  ในวงจรรูปที่ 7 มีคุณสมบัติเหมือนกันใน [5] จะใช้การคำนวณ = 28 ดังนั้นในกรณี ( $N = 2$ ) ในเล่มนี้จะใช้การคำนวณเพิ่มขึ้นเป็น 25% trade off ลดค่าระหว่าง delay

## บทที่ 6

### แนวการพัฒนา

แสดงการหน่วงในระบบจะสามารถลดความยาวของลำดับสัญญาณ I/P ซึ่งมันคือปัญหาของการทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้น (ทำให้คล้าย FIR)

ขั้นแรก ความสัมพันธ์ระหว่างระบบไม่จริงและระบบเวลาจริงของการทำให้ IIR มีเฟสเชิงเส้น ซึ่งแสดงโดยการทำ Two-path IIR Filter ต่อมาใช้วิธี N+1-path IIR Filter แบ่งส่วนของลำดับสัญญาณให้ลดลง  $1/N$  ก็จะได้ IIR มีเฟสเชิงเส้นที่เสนอ

อนาคต หัวข้อสำหรับค้นคว้าศึกษาอยู่บนหลัก Overlap-save [7] และลดผลของ ripple ในคุณสมบัติของ group delay ดังนั้นการทำให้เป็นจริงใน multi-rate Filter และ Filter bank ที่มีส่วนขยายไปถึง 2-มิติ ต้องศึกษาปัญหาและผลประโยชน์ที่จะได้รับ

## บรรณานุกรม

- Bradley , David j. : Language Programming for the IBM Personal Computer.  
Prentice Hall Inc ., Englewood Cliffs U.S.A.1984
- Larry Joel Goldstain , Digital Signal Processing , New York : Nolt  
Rinehart and Winston Inc , 1987



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

NI=[0.1795617805060605860,0.8248031269064050040,1.9350344118481583900,2.8647390509886
236900,2.8647390509886236900,1.9350344118481583900,0.8248031269064050040,0.1795617805
060605860];
DI=[1,1.8599656553110746100,3.0918750530191938500,2.6424336489575663800,1.947720236631
4643200,0.7834042594786665430,0.2576300271455239100,0.0252578599550055617];
[Tzl,wl]=freqz(NI,DI,200);
Tp=abs(Tzl);
Tf=20.*log10(Tp);

```

```

NI=[0.1795617805060605860,0.8248031269064050040,1.9350344118481583900,2.8647390509886
236900,2.8647390509886236900,1.9350344118481583900,0.8248031269064050040,0.1795617805
060605860];
DI=[1,1.8599656553110746100,3.0918750530191938500,2.6424336489575663800,1.947720236631
4643200,0.7834042594786665430,0.2576300271455239100,0.0252578599550055617];
[Tzl,wl]=freqz(NI,DI,200);
Tl=abs(Tzl).^2;
Ta=20.*log10(Tl);
plot(wl,Tf,wl,Ta),...
axis([1e0 3e0 -150 1]),...
title('iir digital lowpass filter'),...
xlabel('FREQUENCY'),...
ylabel('MAGNITUDE'),...
text(2.25,-33,'Subfilter=-35db')
text(2.25,-68,'Overall Response=-70db')

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

NI=[0.1795617805060605860,0.8248031269064050040,1.9350344118481583900,2.8647390509886
236900,2.8647390509886236900,1.9350344118481583900,0.8248031269064050040,0.1795617805
060605860];
DI=[1,1.8599656553110746100,3.0918750530191938500,2.6424336489575663800,1.947720236631
4643200,0.7834042594786665430,0.2576300271455239100,0.0252578599550055617];
[TzI,wI]=freqz(NI,DI,200);
Tp=abs(TzI);
Tf=20.*log10(Tp);

```

```

NI=[0.1795617805060605860,0.8248031269064050040,1.9350344118481583900,2.8647390509886
236900,2.8647390509886236900,1.9350344118481583900,0.8248031269064050040,0.1795617805
060605860];
DI=[1,1.8599656553110746100,3.0918750530191938500,2.6424336489575663800,1.947720236631
4643200,0.7834042594786665430,0.2576300271455239100,0.0252578599550055617];
[TzI,wI]=freqz(NI,DI,200);
TI=abs(TzI).^2;
Ta=20.*log10(TI);
plot(wI,Tf,wI,Ta),...
axis([0 2.5 -0.01 0]),...
title('Passband Details'),...
xlabel('f'),...
ylabel('')
text(0.65,-0.004,'Subfilter')
text(0.5,-0.009,'Overall Response')

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$w=0:0.001:0.5;$$

$$c1=1.8599656553110746100;$$

$$c2=3.0918750530191938500;$$

$$c3=2.6424336489575663800;$$

$$c4=1.9477202366314643200;$$

$$c5=0.7834042594786665430;$$

$$c6=0.2576300271455239100;$$

$$c7=0.0252578599550055617;$$

$$d0=0.1795617805060605860;$$

$$d1=0.8248031269064050040;$$

$$d2=1.9350344118481583900;$$

$$d3=2.8647390509886236900;$$

$$A1=\cos(w);$$

$$A2=\cos(2.*w);$$

$$A3=\cos(3.*w);$$

$$A4=\cos(4.*w);$$

$$A5=\cos(5.*w);$$

$$A6=\cos(6.*w);$$

$$A7=\cos(7.*w);$$

$$B1=\sin(w);$$

$$B2=\sin(2.*w);$$

$$B3=\sin(3.*w);$$

$$B4=\sin(4.*w);$$

$$B5=\sin(5.*w);$$

$$B6=\sin(6.*w);$$

$$B7=\sin(7.*w);$$

$$y=(1)+(c1.*A1)+(c2.*A2)+(c3.*A3)+(c4.*A4)+(c5.*A5)+(c6.*A6)+(c7.*A7);$$

$$b=(d0.*7.*B7)+(d1.*B1)+(d1.*6.*B6)+(d2.*2.*B2)+(d2.*5.*B5)+(d3.*3.*B3)+(d3.*4.*B4);$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
x=(d0)+(d0.*A7)+(d1.*A1)+(d1.*A6)+(d2.*A2)+(d2.*A5)+(d3.*A3)+(d3.*A4);  
a=(c1.*B1)+(c2.*2.*B2)+(c3.*3.*B3)+(c4.*4.*B4)+(c5.*5.*B5)+(c6.*6.*B6)+(c7.*7.*B7);  
T=(y.*b-x.*a)./y.*x;  
plot(T),...  
axis([1e0 2e0 -1 1]),...  
  
title('Group delay'),...  
xlabel('frequency'),...  
ylabel('')
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

w=0:0.001:0.5;

c1=1.8599656553110746100;

c2=3.0918750530191938500;

c3=2.6424336489575663800;

c4=1.9477202366314643200;

c5=0.7834042594786665430;

c6=0.2576300271455239100;

c7=0.0252578599550055617;

d0=0.1795617805060605860;

d1=0.8248031269064050040;

d2=1.9350344118481583900;

d3=2.8647390509886236900;

A1=cos(w);

A2=cos(2.\*w);

A3=cos(3.\*w);

A4=cos(4.\*w);

A5=cos(5.\*w);

A6=cos(6.\*w);

A7=cos(7.\*w);

B1=sin(w);

B2=sin(2.\*w);

B3=sin(3.\*w);

B4=sin(4.\*w);

B5=sin(5.\*w);

B6=sin(6.\*w);

B7=sin(7.\*w);

c=(1)+(c1.\*A1)+(c2.\*A2)+(c3.\*A3)+(c4.\*A4)+(c5.\*A5)+(c6.\*A6)+(c7.\*A7);

b=(d1.\*B1)+(d2.\*B2)+(d3.\*B3)+(d3.\*B4)+(d2.\*B5)+(d1.\*B6)+(d0.\*B7);

a=(d0)+(d0.\*A7)+(d1.\*A1)+(d1.\*A6)+(d2.\*A2)+(d2.\*A5)+(d3.\*A3)+(d3.\*A4);



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$d=(c1.*B1)+(c2.*B2)+(c3.*B3)+(c4.*B4)+(c5.*B5)+(c6.*B6)+(c7.*B7);$$

$$C=(a.^2);$$

$$D=(b.^2);$$

$$E=(c.^2);$$

$$F=(d.^2);$$

$$G=(C+D);$$

$$H=(E+F);$$

$$X=\text{diff}(G)/\text{diff}(w);$$

$$Y=\text{diff}(H)/\text{diff}(w);$$

$$G=G(1:500);$$

$$H=H(1:500);$$

$$T=((G.*Y)-(H.*X))/(H.*G);$$

plot(T),...

axis([1e0 2e0 -1 1]),...

title('Group delay'),...

xlabel('frequency'),...

ylabel('')

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
% Sine Signal+Noise
```

```
fi=1e3;
```

```
fs=100e3;
```

```
ts=10e-3;
```

```
t=0:1/fs:ts;
```

```
fts=sin(2*pi*fi*t)+0.2*rand(1,length(t))-0.1;
```

```
%Fast Fourier Transform
```

```
N=4096;
```

```
f=fs*(0:N/2-1)/N;
```

```
ffs=fft(fts,N);
```

```
for i=1:N/2
```

```
    fps(i)=ffs(i);
```

```
    F=abs(fps(i));
```

```
end;
```

```
%LPF filter
```

```
Nl=[0.1795617805060605860,0.8248031269064050040,1.9350344118481583900,2.8647390509886  
236900,2.8647390509886236900,1.9350344118481583900,0.8248031269064050040,0.1795617805  
060605860];
```

```
Dl=[1,1.8599656553110746100,3.0918750530191938500,2.6424336489575663800,1.947720236631  
4643200,0.7834042594786665430,0.2576300271455239100,0.0252578599550055617];
```

```
[Tzl,wl]=freqz(Nl,Dl,200);
```

```
Tl=abs(Tzl).^2;
```

```
%Signal-->Filter
```

```
G=F.*Tl;
```

```
%Inverse Fourier Transform
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
N=4096
tt=1/fs*(0:N/2-1);
ifs=ifft(G,N);
for i=1:N/2
    ims(i)=real(ifs(i));
end;
plot(tt,ims,t,fts)
axis([0 0.0015 -2 2]),...
```

```
title('Signal--->Filter'),...
xlabel('FREQUENCY'),...
ylabel(''),...
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

% Sine Signal+Noise
fi=1e3;
fs=100e3;
ts=10e-3;
t=0:1/fs:ts;
fts=sin(2*pi*fi*t)+0.2*rand(1,length(t))-0.1;

%Fast Fourier Transform
N=4096;
f=fs*(0:N/2-1)/N;
ffs=fft(fts,N);
for i=1:N/2
    fps(i)=ffs(i);
    F=abs(fps(i));
end;
%LPF filter

N1=[0.1795617805060605860,0.8248031269064050040,1.9350344118481583900,2.8647390509886
236900,2.8647390509886236900,1.9350344118481583900,0.8248031269064050040,0.1795617805
060605860];
D1=[1,1.8599656553110746100,3.0918750530191938500,2.6424336489575663800,1.947720236631
4643200,0.7834042594786665430,0.2576300271455239100,0.0252578599550055617];
[Tz1,w1]=freqz(N1,D1,200);
T1=abs(Tz1).^2;

%Signal--->Filter
G=F.*T1;
%Inverse Fourier Transform

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
N=4096
tt=1/fs*(0:N/2-1);
ifs=ifft(G,N);
for i=1:N/2
    ims(i)=real(ifs(i));
end;
plot(tt,ims,t,fts)
axis([0 0.005 -2 2]),...
```

```
title('Signal--->Filter'),...
xlabel('FREQUENCY'),...
ylabel(''),...
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

/* S. R. Powell and P. M. Chau, */
/* "A Technique for Realizing Linear Phase IIR Filters" */
/* IEEE. Transaction on Signal Processing, vol. 39, no. 11, */
/* pp. 2425-2435, November 1991. */
/* */

```

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>

```

```

#define pi 3.14159265359
#define size 50
#define plot 5000

```

```

double F_p;
double F_s;
double delta_p;
double delta_s;
double N;
double a[size];

```

```

void main(void)
{

```

```

    int i;
    void transfer_function();
    void frequency_response();

```

```

    FILE *fp;

```

```

    fp=fopen("iir-func.dat","w+");

```

```

    printf("This program can give low-pass IIR filter with nonlinear phase, Hc(z).\n");

```

```

    printf("Please input desired filter specifications of Hc(z).\n");

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

printf("\n");
printf("Example of input data :\n");
printf("  The normalized passband cutoff frequency (0.0<=F_p<=0.5) :
F_p=0.300000\n");
printf("  The normalized stopband cutoff frequency (F_p<F_s<=0.5) :
F_s=0.325000\n");
printf("  The passband ripple in dB (negative value) : delta_p=-0.005000\n");
printf("  The stopband ripple in dB (negative value) : delta_s=-35.000000\n");
printf("\n");
printf("The computed results are given in following each files :\n");
printf("  The transfer function of Hc(z) : iir-func.dat\n");
printf("  The magnitude response of Hc(z) : iir-mag.dat\n");
printf("  The group delay variation from average of Hc(z) : iir-gd.dat\n");
printf("\n");
printf("F_p=");
scanf("%lf",&F_p);
printf("F_s=");
scanf("%lf",&F_s);
printf("delta_p=");
scanf("%lf",&delta_p);
printf("delta_s=");
scanf("%lf",&delta_s);

transfer_function();
frequency_response();

fprintf(fp,"The low-pass IIR filter with nonlinear phase : Hc(z).\n");
fprintf(fp,"\n");
fprintf(fp,"The filter specification of Hc(z) :\n");
fprintf(fp,"\n");
fprintf(fp,"  The normalized passband cutoff frequency : F_p=%lf\n",F_p);
fprintf(fp,"  The normalized stopband cutoff frequency : F_s=%lf\n",F_s);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

fprintf(fp," The passband ripple in dB : delta_p=%lf\n",delta_p);
fprintf(fp," The stopband ripple in dB : delta_s=%lf\n",delta_s);
fprintf(fp,"\n");
fprintf(fp,"The filter order of Hc(z) : N=%d\n",(int)N);
fprintf(fp,"\n");
fprintf(fp,"The transfer function of Hc(z) :\n");
fprintf(fp,"\n");

if ((int)N==1)
{
    fprintf(fp," 1 [ a[0]+z^(-1) ]\n");
    fprintf(fp,"Hc(z)=-*[-----]\n");
    fprintf(fp," 2 [1+a[0]*z^(-1)]\n");
}
else if ((int)N==3)
{
    fprintf(fp," 1 [ a[0]+z^(-1) a[1]+a[2]*z^(-1)+z^(-2) ]\n");
    fprintf(fp,"Hc(z)=-*[----- + -----]\n");
    fprintf(fp," 2 [1+a[0]*z^(-1) 1+a[2]*z^(-1)+a[1]*z^(-2)]\n");
}
else if((int)N%2!=0 && (int)N>=5)
{
    fprintf(fp," 1 [ a[0]+z^(-1) %2d a[4i+3]+a[4i+4]*z^(-1)+z^(-2)
\n",(int)(floor(N/4.0)-1.0));
    fprintf(fp,"Hc(z)=-*[-----* TT -----]\n");
    fprintf(fp," 2 [1+a[0]*z^(-1) i=0 1+a[4i+4]*z^(-1)+a[4i+3]*z^(-2)\n");
    fprintf(fp,"\n");
    fprintf(fp," %2d a[4j+1]+a[4j+2]*z^(-1)+z^(-2)
\n",(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0));
    fprintf(fp," + TT -----]\n");
    fprintf(fp," j=0 1+a[4j+2]*z^(-1)+a[4j+1]*z^(-2)]\n");
}
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

fprintf(fp, "\n");
fprintf(fp, "Each of the filter coefficients :\n");
fprintf(fp, "\n");

for(i=0; i<=(int)(N-1.0); i++)
{
    fprintf(fp, " a[%2d]=%30.271f\n", i, a[i]);
}

fclose(fp);
}

```

```

void transfer_function()
{
    int i, j;
    double f_p;
    double f_s;
    double a_p;
    double a_s;
    double epsilon_p;
    double epsilon_s;
    double phi_p;
    double phi_s;
    double k[5];
    double n_min;
    double r[3];
    double x[5];
    double f_smin;
    double f_asterisk_s;
    double phi_asterisk_s;
    double q[5];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

double m[4];
double epsilon_pmin;
double epsilon_asterisk_p;
double epsilon_asterisk_s;
double g[4];
double w[6];
double c[5][size];
double y[size];
double B[size];
double A[size];
double gamma[size];
double alpha[size];

f_p=F_p;
f_s=F_s;
a_p=-delta_p;
a_s=-delta_s;

epsilon_p=sqrt(pow(10.0,(a_p/10.0))-1.0);
epsilon_s=sqrt(pow(10.0,(a_s/10.0))-1.0);

phi_p=tan(pi*f_p);
phi_s=tan(pi*f_s);

k[0]=sqrt(phi_s/phi_p);

for(i=0;i<=3;i++)
{
    k[i+1]=pow(k[i],2.0)+sqrt(pow(k[i],4.0)-1.0);
}

n_min=(8.0*log(4.0*epsilon_s/epsilon_p))/(log(2.0*k[4]));

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

N=(ceil((ceil(n_min)-1.0)/2.0))*2.0+1.0;

r[0]=sqrt(epsilon_s/epsilon_p);

for(i=0;i<=1;i++)
{
    r[i+1]=pow(r[i],2.0)+sqrt(pow(r[i],4.0)-1.0);
}

x[4]=1.0/2.0*(pow((2.0*r[2]),(4.0/N)));

for(i=4;i>=1;i--)
{
    x[i-1]=sqrt(1.0/2.0*(x[i]+(1.0/x[i])));
}

f_smin=1.0/pi*(atan(phi_p*pow(x[0],2.0)));

f_asterisk_s=f_smin;

phi_asterisk_s=tan(pi*f_asterisk_s);

q[0]=sqrt(phi_asterisk_s/phi_p);

for(i=0;i<=3;i++)
{
    q[i+1]=pow(q[i],2.0)+sqrt(pow(q[i],4.0)-1.0);
}

m[3]=1.0/2.0*pow((sqrt(2.0*q[4])),N);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

for(i=3;i>=1;i--)
{
    m[i-1]=sqrt(1.0/2.0*(m[i]+(1.0/m[i])));
}

epsilon_pmin=epsilon_s/(pow(m[0],2.0));

epsilon_asterisk_p=epsilon_pmin+0.5*(epsilon_p-epsilon_pmin);

epsilon_asterisk_s=epsilon_asterisk_p*pow(m[0],2.0);

g[1]=1.0/epsilon_asterisk_p+sqrt((1.0/(pow(epsilon_asterisk_p,2.0))+1.0));

for(i=1;i<=2;i++)
{
    g[i+1]=m[i]*g[i]+sqrt(pow((m[i]*g[i]),2.0)+1.0);
}

w[5]=pow(((m[3]/g[3])+sqrt(pow((m[3]/g[3]),2.0)+1.0)),(1.0/N));

for(i=5;i>=1;i--)
{
    w[i-1]=1.0/(2.0*q[i-1])*(w[i]-1.0/w[i]);
}

for(i=1;i<=(int)((N-1.0)/2.0);i++)
{
    c[4][i]=q[4]/sin(i*pi/N);

    for(j=4;j>=1;j--)
    {
        c[j-1][i]=1.0/(2.0*q[j-1])*(c[j][i]+(1.0/c[j][i]));
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    }
}

for(i=1;i<=(int)((N-1.0)/2.0);i++)
{
    y[i]=1.0/c[0][i];
}

for(i=1;i<=(int)((N-1.0)/2.0);i++)
{

B[i]=(pow(w[0],2.0)+pow(y[i],2.0))/(1+pow((w[0]*y[i]),2.0))*pow((q[0]*phi_p),2.0);
A[i]=-2.0*w[0]*q[0]*phi_p/(1.0+pow((w[0]*y[i]),2.0))*sqrt(1.0-
(pow(q[0],2.0)+(1.0/(pow(q[0],2.0))))-pow(y[i],2.0))*pow(y[i],2.0));
}

gamma[0]=(1.0+w[0]*q[0]*phi_p)/(1.0-w[0]*q[0]*phi_p);

for(i=1;i<=(int)((N-1.0)/2.0);i++)
{
    gamma[2*i-1]=(A[i]-B[i]-1.0)/(A[i]+B[i]+1.0);
    gamma[2*i]=(1.0-B[i])/(1.0+B[i]);
}

for(i=0;i<=(int)(N-1.0);i++)
{
    if (1.0>gamma[i] && gamma[i]>0.5)
    {
        alpha[i]=1.0-gamma[i];
    }
    else if (0.5>=gamma[i] && gamma[i]>0.0)
    {

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        alpha[i]=gamma[i];
    }
    else if (gamma[i]==0.0)
    {
        alpha[i]=gamma[i];
    }
    else if (-0.5<=gamma[i] && gamma[i]<0.0)
    {
        alpha[i]=fabs(gamma[i]);
    }
    else if (-1.0<gamma[i] && gamma[i]<-0.5)
    {
        alpha[i]=1.0+gamma[i];
    }
}
for(i=0;i<=(int)(N-1.0);i++)
{
    if(i==0)
    {
        if (1.0>gamma[0] && gamma[0]>0.5)
        {
            a[0]=alpha[0]-1.0;
        }
        else if (0.5>=gamma[0] && gamma[0]>0.0)
        {
            a[0]=-alpha[0];
        }
        else if (gamma[0]==0.0)
        {
            a[0]=0.0;
        }
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



```

    }
    else if (-1.0 < gamma[i+1] && gamma[i+1] < -0.5)
    {
        a[i] = alpha[i] - 1.0;
        a[i+1] = alpha[i] * (1.0 - alpha[i+1]);
    }
}
else if (i % 2 != 0 && 0.5 >= gamma[i] && gamma[i] > 0.0)
{
    if (1.0 > gamma[i+1] && gamma[i+1] > 0.5)
    {
        a[i] = -alpha[i+1];
        a[i+1] = (alpha[i] - 1.0) * (1.0 - alpha[i+1]);
    }
    else if (0.5 >= gamma[i+1] && gamma[i+1] > 0.0)
    {
        a[i] = -alpha[i];
        a[i+1] = (alpha[i] - 1.0) * alpha[i+1];
    }
    else if (gamma[i+1] == 0.0)
    {
        a[i] = -alpha[i];
        a[i+1] = 0.0;
    }
}
else if (-0.5 <= gamma[i+1] && gamma[i+1] < 0.0)
{
    a[i] = -alpha[i];
    a[i+1] = (1.0 - alpha[i]) * alpha[i+1];
}
else if (-1.0 < gamma[i+1] && gamma[i+1] < -0.5)
{
    a[i] = -alpha[i];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        a[i+1]=(alpha[i]-1.0)*(alpha[i+1]-1.0);
    }
}
else if (i%2!=0 && gamma[i]==0.0)
{
    if (1.0>gamma[i+1] && gamma[i+1]>0.5)
    {
        a[i]=0.0;
        a[i+1]=alpha[i+1]-1.0;
    }
    else if (0.5>=gamma[i+1] && gamma[i+1]>0.0)
    {
        a[i]=0.0;
        a[i+1]=-alpha[i+1];
    }
    else if (gamma[i+1]==0.0)
    {
        a[i]=0.0;
        a[i+1]=0.0;
    }
    else if (-0.5<=gamma[i+1] && gamma[i+1]<0.0)
    {
        a[i]=0.0;
        a[i+1]=alpha[i+1];
    }
}
else if (-1.0<gamma[i+1] && gamma[i+1]<-0.5)
{
    a[i]=0.0;
    a[i+1]=1.0-alpha[i+1];
}
}
else if (i%2!=0 && -0.5<=gamma[i] && gamma[i]<0.0)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
    if (1.0>gamma[i+1] && gamma[i+1]>0.5)
    {
        a[i]=alpha[i];
        a[i+1]=(alpha[i]+1.0)*(alpha[i+1]-1.0);
    }
    else if (0.5>=gamma[i+1] && gamma[i+1]>0.0)
    {
        a[i]=alpha[i];
        a[i+1]=- (alpha[i]+1.0)*alpha[i+1];
    }
    else if (gamma[i+1]==0.0)
    {
        a[i]=alpha[i];
        a[i+1]=0.0;
    }
    else if (-0.5<=gamma[i+1] && gamma[i+1]<0.0)
    {
        a[i]=alpha[i];
        a[i+1]=(alpha[i]+1.0)*alpha[i+1];
    }
    else if (-1.0<gamma[i+1] && gamma[i+1]<-0.5)
    {
        a[i]=alpha[i];
        a[i+1]=(alpha[i]+1.0)*(1.0-alpha[i+1]);
    }
}
else if (i%2!=0 && -1.0<gamma[i] && gamma[i]<-0.5)
{
    if (1.0>gamma[i+1] && gamma[i+1]>0.5)
    {
        a[i]=1.0-alpha[i];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



```

double denominator[size];
double denominator_plot[size];
double real[size];
double real_plot[size];
double imaginary[size];
double imaginary_plot[size];
double complex[size][size];
double complex_plot[size][size];
double real_part;
double real_part_plot;
double imaginary_part;
double imaginary_part_plot;
double magnitude;
double argument[plot];
double argument_plot[plot];
double tau[plot];
double tau_sum;
double tau_average;
double group_delay;

FILE *fp1,*fp2;

fp1=fopen("iir-mag.dat","w+");
fp2=fopen("iir-gd.dat","w+");

for(w=0.0;w<=pi;w+=0.001)
{
    w_plot=w+0.0000001;

    for(k=0;k<=(int)(floor(N/2.0));k++)
    {
        if(k==0)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

{

denominator[k]=(pow((1.0+a[0]\*cos(w)),2.0)+pow((a[0]\*sin(w)),2.0));

real[k]=((a[0]+cos(w))\*(1.0+a[0]\*cos(w))+a[0]\*pow(sin(w),2.0))/denominator[0];

imaginary[k]=((a[0]+cos(w))\*a[0]\*sin(w)-

(1.0+a[0]\*cos(w))\*sin(w))/denominator[0];

denominator\_plot[k]=(pow((1.0+a[0]\*cos(w\_plot)),2.0)+pow((a[0]\*sin(w\_plot)),2.0));

real\_plot[k]=((a[0]+cos(w\_plot))\*(1.0+a[0]\*cos(w\_plot))+a[0]\*pow(sin(w\_plot),2.0))/

denominator\_plot[0];

imaginary\_plot[k]=((a[0]+cos(w\_plot))\*a[0]\*sin(w\_plot)-

(1.0+a[0]\*cos(w\_plot))\*sin(w\_plot))/denominator\_plot[0];

}  
else

{

denominator[k]=pow((1.0+a[2\*k]\*cos(w)+a[2\*k-1]\*cos(2.0\*w)),2.0)+pow((a[2\*k]\*sin(w)+a[2\*k-1]\*sin(2.0\*w)),2.0);

real[k]=((a[2\*k-1]+a[2\*k]\*cos(w)+cos(2.0\*w))\*(1.0+a[2\*k]\*cos(w)+a[2\*k-1]\*cos(2.0\*w))+a[2\*k]\*sin(w)+sin(2.0\*w))\*(a[2\*k]\*sin(w)+a[2\*k-1]\*sin(2.0\*w))/denominator[k];

imaginary[k]=((a[2\*k-1]+a[2\*k]\*cos(w)+cos(2.0\*w))\*(a[2\*k]\*sin(w)+a[2\*k-1]\*sin(2.0\*w))-  
(1.0+a[2\*k]\*cos(w)+a[2\*k-1]\*cos(2.0\*w))\*(a[2\*k]\*sin(w)+sin(2.0\*w)))/denominator[k];

denominator\_plot[k]=pow((1.0+a[2\*k]\*cos(w\_plot)+a[2\*k-1]\*cos(2.0\*w\_plot)),2.0)+pow((a[2\*k]\*sin(w\_plot)+a[2\*k-1]\*sin(2.0\*w\_plot)),2.0);

real\_plot[k]=((a[2\*k-1]+a[2\*k]\*cos(w\_plot)+cos(2.0\*w\_plot))\*(1.0+a[2\*k]\*cos(w\_plot)+a[2\*k-1]\*cos(2.0\*w\_plot))+a[2\*k]\*sin(w\_plot)+sin(2.0\*w\_plot))\*(a[2\*k]\*sin(w\_plot)+a[2\*k-1]\*sin(2.0\*w\_plot))/denominator\_plot[k];

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        imaginary_plot[k]=((a[2*k-
1]+a[2*k]*cos(w_plot)+cos(2.0*w_plot))*(a[2*k]*sin(w_plot)+a[2*k-1]*sin(2.0*w_plot))-
(1.0+a[2*k]*cos(w_plot)+a[2*k-
1]*cos(2.0*w_plot))*(a[2*k]*sin(w_plot)+sin(2.0*w_plot)))/denominator_plot[k];
    }

```

```

        complex[0][k]=real[k];
        complex[1][k]=imaginary[k];
        complex_plot[0][k]=real_plot[k];
        complex_plot[1][k]=imaginary_plot[k];
    }

```

```

if((int)(floor(N/4.0))>=1)

```

```

{

```

```

    for(i=1;i<=(int)(floor(N/4.0));i++)

```

```

    {

```

```

        complex[2*i][2*i]=complex[2*(i-1)][2*(i-1)]*complex[0][2*i]-
complex[2*(i-1)+1][2*(i-1)]*complex[1][2*i];

```

```

        complex[2*i+1][2*i]=complex[2*(i-1)+1][2*(i-
1)]*complex[0][2*i]+complex[2*(i-1)][2*(i-1)]*complex[1][2*i];

```

```

        complex_plot[2*i][2*i]=complex_plot[2*(i-1)][2*(i-
1)]*complex_plot[0][2*i]-complex_plot[2*(i-1)+1][2*(i-1)]*complex_plot[1][2*i];

```

```

        complex_plot[2*i+1][2*i]=complex_plot[2*(i-1)+1][2*(i-
1)]*complex_plot[0][2*i]+complex_plot[2*(i-1)][2*(i-1)]*complex_plot[1][2*i];
    }

```

```

}

```

```

if((int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)>=1)

```

```

{

```

```

    for(j=1;j<=(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0);j++)

```

```

    {

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        complex[2*j][2*j+1]=complex[2*(j-1)][2*(j-
1)+1]*complex[0][2*j+1]-complex[2*(j-1)+1][2*(j-1)+1]*complex[1][2*j+1];
        complex[2*j+1][2*j+1]=complex[2*(j-1)+1][2*(j-
1)+1]*complex[0][2*j+1]+complex[2*(j-1)][2*(j-1)+1]*complex[1][2*j+1];
        complex_plot[2*j][2*j+1]=complex_plot[2*(j-1)][2*(j-
1)+1]*complex_plot[0][2*j+1]-complex_plot[2*(j-1)+1][2*(j-1)+1]*complex_plot[1][2*j+1];
        complex_plot[2*j+1][2*j+1]=complex_plot[2*(j-1)+1][2*(j-
1)+1]*complex_plot[0][2*j+1]+complex_plot[2*(j-1)][2*(j-1)+1]*complex_plot[1][2*j+1];
    }
}

```

```

if((int)N==1)

```

```

{

```

```

    real_part=0.5*(complex[0][0]);

```

```

    imaginary_part=0.5*(complex[1][0]);

```

```

    real_part_plot=0.5*(complex_plot[0][0]);

```

```

    imaginary_part_plot=0.5*(complex_plot[1][0]);

```

```

}

```

```

else if((int)N==3)

```

```

{

```

```

    real_part=0.5*(complex[0][0]+complex[0][1]);

```

```

    imaginary_part=0.5*(complex[1][0]+complex[1][1]);

```

```

    real_part_plot=0.5*(complex_plot[0][0]+complex_plot[0][1]);

```

```

    imaginary_part_plot=0.5*(complex_plot[1][0]+complex_plot[1][1]);

```

```

}

```

```

else if((int)N==5)

```

```

{

```

```

    real_part=0.5*(complex[2*(int)(floor(N/4.0))][2*(int)(floor(N/4.0))+complex[0][1]);

```

```

    imaginary_part=0.5*(complex[2*(int)(floor(N/4.0)+1][2*(int)(floor(N/4.0))+complex[

```

```

1][1]);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
real_part_plot=0.5*(complex_plot[2*(int)(floor(N/4.0))][2*(int)(floor(N/4.0))]+complex  
_plot[0][1]);
```

```
imaginary_part_plot=0.5*(complex_plot[2*(int)(floor(N/4.0))+1][2*(int)(floor(N/4.0))]+  
complex_plot[1][1]);
```

```
}
```

```
else
```

```
{
```

```
real_part=0.5*(complex[2*(int)(floor(N/4.0))][2*(int)(floor(N/4.0))]+complex[2*(int)(fl  
oor((N+1.0)/4.0)-1.0)][2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)+1]);
```

```
imaginary_part=0.5*(complex[2*(int)(floor(N/4.0))+1][2*(int)(floor(N/4.0))]+complex[  
2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)+1][2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)+1]);
```

```
real_part_plot=0.5*(complex_plot[2*(int)(floor(N/4.0))][2*(int)(floor(N/4.0))]+complex  
_plot[2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)][2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)+1]);
```

```
imaginary_part_plot=0.5*(complex_plot[2*(int)(floor(N/4.0))+1][2*(int)(floor(N/4.0))]+  
complex_plot[2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)+1][2*(int)(floor((N+1.0)/4.0)-1.0)+1]);
```

```
}
```

```
magnitude=20.0*log10(sqrt(pow(real_part,2.0)+pow(imaginary_part,2.0)));
```

```
fprintf(fp1,"%lf %30.27lf\n",w/(2.0*pi),magnitude);
```

```
argument[(int)(w*(1.0/0.001))]=atan(imaginary_part/real_part);
```

```
argument_plot[(int)(w*(1.0/0.001))]=atan(imaginary_part_plot/real_part_plot);
```

```
tau[(int)(w*(1.0/0.001))]=-(argument_plot[(int)(w*(1.0/0.001))]-
```

```
argument[(int)(w*(1.0/0.001))])/0.00001;
```

```
}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

fclose(fp1);

tau_sum=0.0;

for(w=0.0;w<=2.0*pi*F_p;w+=0.001)
{
    tau_sum+=tau[(int)(w*(1.0/0.001))];
}

tau_average=tau_sum/((2.0*pi*F_p)*(1.0/0.001)+1.0);

for(w=0.0;w<=2.0*pi*F_p;w+=0.001)
{
    group_delay=20.0*log10(tau[(int)(w*(1.0/0.001))]/tau_average);
    fprintf(fp2,"%lf %30.27lf\n",w/(2.0*pi),group_delay);
}

fclose(fp2);
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้