สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่รอบแกนมาตรฐาน พร้อมแสดงภาพกราฟฟิก

ESTIMATION VOLUME AND SURFACE WITH ROTATE BY STANDARD AXIS

T036953

กิตติทัศน์ ลาภหลาย
ปัญญาชน ทาแก้ว
ปิยวิทย์ มุสิกะเจริญ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2543

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 39653
วัน, เดือน, ปี 19 มิ.ย. 2544
.b.....
.i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ESTIMATION VOLUME AND SURFACE WITH ROTATE BY STANDARD AXIS

KITTITAT LAP-LAI
PANYACHON TAKAEW
PIYAWIT MUSIKACHAROEN

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMAICS AND COMPUTER SCIENCES
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่รอบแกนมาตรฐาน พร้อมแสดงภาพกราฟฟิก Estimation Volume and Surface with Rotate by Standard Axis	
ชื่อนักศึกษา	นายกิตติทัศน์ ลาภหลาย	40051003
	นายปัญญาชน ทาแก้ว	40051024
	นายปิยวิทย์ มุสิกะเจริญ	40051026
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ ดร. จีรพร ศรีสวัสดิ์	

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2543

คณะกรรมการสอบ		ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ	ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุนทร สุชาติเวชภูมิ	
กรรมการ	อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	ดร. จีรพร ศรีสวัสดิ์	

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์)
หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่รอบแกนมาตรฐาน พร้อมแสดงภาพกราฟฟิก		
ชื่อนักศึกษา	**นายกิตติทัศน์**	**ลาภหลาย**	40051003
	นายปัญญาชน	**ทาแก้ว**	40051024
	นายปิยวิทย์	**มุสิกะเจริญ**	40051026
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต		
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์		
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์		
ปีการศึกษา	2543		
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ ดร. จีรพร ศรีสวัสดิ์		

บทคัดย่อ

คอมพิวเตอร์เป็นเทคโนโลยีสมัยใหม่ เป็นสื่อที่สามารถเพิ่มแรงจูงใจในการเรียนให้แก่ผู้เรียน เพราะมีการใช้สี ภาพลายเส้น ภาพสองมิติ ภาพเคลื่อนไหว ทั้งนี้คอมพิวเตอร์สามารถทำงานได้รวดเร็ว และให้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแม่นยำสูง จึงทำให้มีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนมากยิ่งขึ้น

ซอฟท์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ดีจะช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปสองมิติ สามมิติบนจอภาพแล้วหมุนหรือมองภาพในมุมมองต่างๆ

โปรแกรมช่วยประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่ มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณหาค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนรอบแกน พร้อมทั้งแสดงภาพสองมิติ และภาพเคลื่อนไหวสามมิติ เพื่อให้ผู้ใช้สามารถนำไปศึกษาและประยุกต์ใช้ในการเรียนและมองเห็นภาพประกอบที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น โดยมีขั้นตอนการพัฒนาโปรแกรม ดังนี้ คือ การศึกษาทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เรื่อง Volume of Revolution (Disk – Shell Method) และ Surface Revolution การออกแบบและการพัฒนาโปรแกรมโดยการใช้ Visual Basic 6.0 ซึ่งเป็นภาษาที่สามารถจัดการในส่วน Application และง่ายต่อการใช้งาน ส่วนการแสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติได้ใช้ 3D-Studio Max V.3.0 ในการออกแบบภาพเคลื่อนไหวที่มีมุมมองแตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	Estimation Volume and Surface with Rotate by Standard Axis		
Students	Mr. Kittitat	Lap-lai	40051003
	Mr. Panyachon	Ta-kaew	40051024
	Mr. Piyawit	Musikacharoen	40051026
Degree	Bachelor's Degree of Science		
Department	Mathematics and Computer Science, Faculty of Science		
Programme	Applied Mathematics		
Year	2000		
Special Project Advisor	Assistant Professor Patcharin Hemchote		
	Dr. Jeeraporn Srisawat		

Abstract

Modern – day technology, Computer is a media for overall,especially in education. Learning by a computer software is interesting because a developer can apply several enhanced functions such as colors, lines ,2-D images, 3-D animation,etc. Specifically ,computer is not only operate shortly but also reply certainly therefore it is conducted by an instructor.

A good learning software should succor users for construct Geometry shape, 2-D outline, and also provide rotation or display in different views.

In this special topic, the developed program helps the users in learning and applying about volume and surface estimation with rotate by a standard axis and also displays both 2-D outline and 3-D animation. There are 3 steps in the program development : study theorem of **volume revolution (disk-shell method)** and **surface revolution** , design and develop the program with graphics user interface by **Microsoft Visual Basic Version 6.0**,and finally create and show the 3-D animation in different views by **3-D Studio Max Version 3.0** .

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เพราะผู้จัดทำได้รับความกรุณาอย่างสูงจาก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ

ดร.จีรพร ศรีสวัสดิ์

อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษที่ได้ให้คำปรึกษา แนะนำ ให้ข้อคิดเห็น ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุนทร สุชาติเวชภูมิ ประธานกรรมการสอบปัญหาพิเศษ และอาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก กรรมการสอบปัญหาพิเศษ ที่ให้คำแนะนำและปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของปัญหาพิเศษฉบับบนี้ให้ถูกต้องยิ่งขึ้น

ท้ายสุด ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ น้องๆที่เป็นกำลังใจแก่ผู้จัดทำเสมอมา จนสำเร็จการศึกษา

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....II

กิตติกรรมประกาศ.....III

สารบัญ IV

สารบัญภาพ VII

บทที่ 1 บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา 2

1.3 สมมติฐานของการศึกษา 2

1.4 ขอบเขตของการศึกษา 2

1.5 ขั้นตอนของการศึกษา 2

1.6 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ 3

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 4

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 CAI 5

2.1.1 ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน 5

2.1.2 ประเภทของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน 5

2.1.3 วิธีการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน 7

2.1.4 ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน 8

2.2 การประมาณค่าปริมาตรที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ใต้เส้นโค้ง 9

2.2.1 วิธีการเลื่อน 9

2.2.2 วิธีแบบจานหมุนที่ตั้งฉากกับแกน 13

2.2.3 วิธีการหมุนที่ขนานกับแกน 17

2.3 พื้นที่พื้นผิวที่เกิดจากการหมุน 22

2.4 การสร้างภาพ 2 มิติ และ 3 มิติ 28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.4.1 การสร้างภาพสองมิติ 28
2.4.1.1 การคลิปป์วินโดวส์ 29
2.4.1.2 หลักพื้นฐานในการเขียนโปรแกรมเพื่อการสร้างภาพสองมิติ 30
2.4.2 การสร้างภาพสามมิติ 30
2.4.2.1 การแปลงค่า 3 มิติ ให้เป็น 2 มิติ 31
2.4.2.2 การเคลื่อนที่รอบแกน 31
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 32

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 33
3.1 การศึกษาค้นคว้า 33
3.2 ออกแบบระบบขั้นต้น 33
3.2.1 ส่วนประมวลผล 34
3.2.2 ส่วนแสดงภาพ 34
3.3 ออกแบบรายละเอียดของโปรแกรม 37
3.4 พัฒนาโปรแกรม 37
3.4.1 การประมวลผล 38
3.4.2 การสร้างภาพสองมิติ 41
3.4.3 การสร้างภาพเคลื่อนไหวสามมิติ 42
3.5 ทดสอบโปรแกรม 44
3.6 ปรับปรุงโปรแกรม 44

บทที่ 4 การออกแบบส่วนรับข้อมูลและส่วนแสดงผล 45
4.1 ส่วนประกอบหลักของหน้าจอ 45
4.2 การใช้งานโปรแกรม 46
4.3 ขั้นตอนการรับข้อมูล 48
4.4 ขั้นตอนการประมวลผลและแสดงผลลัพธ์ 51

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 5 บทการวิจารณ์หรืออภิปรายผล 60
5.1 ความสามารถของปัญหาพิเศษ 60
5.2 ข้อจำกัดของปัญหาพิเศษ 60
5.2.1 ด้านการประมวลผล 60
5.2.2 ด้านการแสดงภาพ 60

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 62
6.1 สรุปผลการทำงานของโปรแกรม 62
6.1.1 ส่วนประมวลผล 62
6.1.2 ส่วนการแสดงภาพ 63
6.1.2.1 ภาพสองมิติ 63
6.1.2.2 ภาพสามมิติ 63
6.2 ข้อเสนอแนะ 64
6.2.1 ส่วนประมวลผล 64
6.2.1.1 รูปแบบสมการ 64
6.2.1.2 รูปแบบคำสั่งในส่วนของโปรแกรม 64
6.2.2 ส่วนการแสดงภาพ 64
6.2.2.1 ภาพสองมิติ 64
6.2.2.2 ภาพสามมิติ 64
6.3 อื่นๆ 65

เอกสารอ้างอิง 66

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ

ภาพที่ หน้า

4.1 หน้าจอต้อนรับของโปรแกรม 45
4.2 หน้าจอก่อนเข้าสู่โปรแกรม 47
4.3 หน้าจอรับข้อมูลจากผู้ใช้ 48
4.3.1 หน้าจอแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ 49
4.3.2 หน้าจอแสดงข้อผิดพลาดจากข้อมูลที่รับ 50
4.3.2.1 กล่องข้อความที่เกิดขึ้นระหว่างโปรแกรมทำการประมวลผล 50
4.3.3 หน้าจอแสดงรายละเอียดของภาพสองมิติ 51
4.3.4 กล่องข้อความแสดงให้เลือกรูปแบบมุมมองของการมองภาพสามมิติ 52
4.3.5 ภาพเคลื่อนไหวสามมิติมุมมอง Perspective 53
4.3.6 ภาพเคลื่อนไหวสามมิติมุมมอง Front 54
4.3.7 ภาพเคลื่อนไหวสามมิติมุมมอง Top 55
4.3.8 ภาพเคลื่อนไหวสามมิติมุมมอง Left 56
4.3.9 หน้าจอแสดงการหยุดภาพเคลื่อนไหวสามมิติ ณ เวลาใดๆ 57
4.4 หน้าจอแสดงรายละเอียดของ Help Program 58
4.5 หน้าจอแสดงรายละเอียดของ About Program 59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1) ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา(STATEMENT AND SIGNIFICANCE OF THE PROBLEM)

ในยุคเทคโนโลยีสารสนเทศ หรือยุคไอที (Information Technology) และยุคโลกาภิวัตน์ (Globalization) หรือยุคไร้พรมแดน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมีความเจริญก้าวหน้ามากขึ้น มนุษย์ไม่ว่าจะอยู่ส่วนใดของโลกจะได้รับข้อมูลข่าวสารพร้อมกันมีการใช้เทคโนโลยีอย่างกว้างขวางเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ ปัจจุบันมีสาขาวิชาใหม่ๆเกิดขึ้นตลอดเวลาแต่วิชาหนึ่งซึ่งเป็นที่ยอมรับและเป็นรากฐานและเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าเหล่านั้นก็คือวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่มีความสำคัญในการสร้างความเจริญก้าวหน้าให้แก่โลก

การศึกษาในคริสต์ศตวรรษที่ 21 นี้ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็วและมีส่วนเข้ามาผูกพันธ์กับชีวิตผู้คนมากขึ้น ในวงการศึกษาก็เช่นเดียวกัน คงไม่อาจปฏิเสธได้ว่าทุกวันนี้จะต้องอาศัยเทคโนโลยีเป็นสื่อประกอบในการเรียนการสอน ในวิชาคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นขั้นพื้นฐานหรือในขั้นประยุกต์ใช้ก็คงหลีกไม่พ้นที่จะต้องอาศัยเทคโนโลยีต่างๆช่วยในกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียน นักศึกษาสามารถเรียนรู้ได้รวดเร็วและกว้างขวางขึ้น จากเหตุผลดังกล่าวการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีคุณภาพจะต้องนำคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีมาใช้ เพื่อช่วยในการสร้างสื่อและเตรียมการสอน

คอมพิวเตอร์ในการสอนอาจเริ่มจากวิธีการง่ายๆเช่น จำลองรูปบนจอคอมพิวเตอร์ เพื่อให้นักศึกษาหาความสัมพันธ์และอธิบายเกี่ยวกับภาพ 2 มิติ และ 3 มิติ การเคลื่อนที่ของภาพ การเลื่อนภาพ พลิกภาพ หมุนภาพ ย่อภาพ หรือขยายภาพ ไม่ใช่แต่เฉพาะคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานเท่านั้นที่สามารถใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ในคณิตศาสตร์ระดับสูงก็สามารถใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้ โดยเฉพาะการสร้างรูปให้ดูเหมือนจริงให้มากที่สุด เนื่องจากวิธีการเดิมๆที่ใช้กันอยู่ไม่ว่าจะเป็นการวาดภาพ หรือสร้างภาพจากอุปกรณ์อื่นๆ ทำได้ยากและมองไม่เห็นลักษณะที่แท้จริง ในขณะเดียวกันการพัฒนาด้านคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันได้พัฒนาในระดับที่มีความสามารถในการเขียนโปรแกรมเพื่อแสดงภาพใน 3 มิติและหมุนภาพจาก 2 มิติ เป็นรูปภาพ 3 มิติได้

จากที่กล่าวมาทั้งหมดจะเห็นว่า ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีสารสนเทศเข้ามามีบทบาทต่อการเรียนการสอนมากขึ้น โดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงได้มีซอฟต์แวร์มาช่วยในการเพิ่มประสิทธิภาพของการสอนมากขึ้น แต่ยังไม่แพร่หลายมากนัก จึงทำให้ผู้จัดทำปริญญานิพนธ์สนใจที่จะทำซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์มาใช้ประกอบการเรียนการสอนในเรื่อง การประมาณค่าปริมาตรและ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นรอบแกนมาตรฐาน เพื่อให้นักศึกษาสามารถศึกษารูปทรงต่างๆที่เกิดจากการหมุนรอบแกนมาตรฐานได้ชัดเจนขึ้น ซึ่งผู้ใช้ในกลุ่มนี้ส่วนใหญ่จะมีความรู้เบื้องต้นในการใช้คอมพิวเตอร์ ดังนั้นในการนำเสนอซอฟต์แวร์แก่กลุ่มผู้ใช้ในระดับนี้จึงไม่ยากจนเกินไป ทางผู้จัดทำจึงได้มีแนวคิดที่จะทำปัญหาพิเศษดังกล่าวโดยได้เลือกทำในส่วนของวิชาคณิตศาสตร์แคลคูลัสในเรื่องการหาประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นรอบแกนมาตรฐาน เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

1.2) ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา (GOAL AND OBJECTIVE)

1.2.1 ให้นักศึกษามีความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์แคลคูลัสในเรื่องการหาประมาณค่า ปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นรอบแกนมาตรฐานมากยิ่งขึ้น

1.2.2 ศึกษาขั้นตอนพื้นฐานและการประยุกต์ของ Computer Graphic

1.2.3 สื่อการสอนนี้สามารถใช้งานได้ง่าย และมีความดึงดูดในการใช้งาน

1.3) สมมติฐานของการศึกษา(HYPOTHESIS TO BE TEST)

นักศึกษาสามารถใช้โปรแกรมช่วยสอนในเรื่องการประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนสมการรอบแกนมาตรฐาน และสามารถสร้างภาพ 2 มิติและหมุนกราฟเป็นรูป 3 มิติได้

1.4) ขอบเขตของการศึกษา(SCOPE OR LIMITATION OF THE STUDY)

1.4.1 สร้างภาพ 2 มิติที่เกิดจากสมการทั่วไป

1.4.2 สร้างภาพ 3 มิติที่เกิดจากการหมุนเส้นรอบแกนมาตรฐาน

1.4.3 ประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นรอบแกนมาตรฐานได้

1.4.4 สามารถใช้ประกอบการสอน

1.5) ขั้นตอนของการศึกษา(PROCESS OF THE STUDY)

1.5.1 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง

- The Definite Integral
- Volume of revolution
- Disks Method

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Shells Method
- Surface of revolution

ศึกษาเนื้อหาวิชาคอมพิวเตอร์กราฟฟิกในเรื่อง

- Geometric Transformation
- Rotation in 3 dimension

1.5.2 ออกแบบต้นแบบ(Prototype) ของโปรแกรมเพื่อเป็นต้นแบบของโปรแกรมจริงพร้อมทั้งกำหนดและแยกส่วนต่างๆ ที่จะต้องดำเนินการสร้างและกำหนดการจัดหาซอฟต์แวร์ที่จะใช้งาน

1.5.3 ศึกษาซอฟต์แวร์ต่างๆที่จะใช้งานในการทำปัญหาพิเศษ เพื่อหาข้อจำกัดและความสามารถของโปรแกรมที่จะใช้งานโดยเลือกซอฟต์แวร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.5.4 ดำเนินการสร้างและพัฒนาต้นแบบโปรแกรมที่ได้ทำการออกแบบไว้ พร้อมถึงศึกษาถึงปัญหาที่พบในการสร้างโปรแกรมและดำเนินการแก้ไข

1.5.5 ทำการทดสอบและทำการแก้ไขโปรแกรมที่เขียนให้มีความถูกต้อง และสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.5.6 ทำการรวบรวมข้อมูลและนำมาจัดทำเอกสารประกอบการทำปัญหาพิเศษ

1.6) อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ

1.6.1 หน่วยประมวลผล 300 เมกะเฮิร์ต

1.6.2 แรม 64 เมกะไบต์

1.6.3 ฮาร์ดดิสก์ 4.3 กิกะไบต์

1.6.4 วินโดว์ 98

1.6.7 Laser Printer

1.6.8 แผ่นดิสก์ขนาด 3.5 นิ้ว

1.6.9 กระดาษขนาด A4 3 รีม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Shells Method
- Surface of revolution

ศึกษาเนื้อหาวิชาคอมพิวเตอร์กราฟฟิกในเรื่อง

- Geometric Transformation
- Rotation in 3 dimension

1.5.2 ออกแบบต้นแบบ(Prototype) ของโปรแกรมเพื่อเป็นต้นแบบของโปรแกรมจริงพร้อมทั้งกำหนดและแยกส่วนต่างๆ ที่จะต้องดำเนินการสร้างและกำหนดการจัดหาซอฟต์แวร์ที่จะใช้งาน

1.5.3 ศึกษาซอฟต์แวร์ต่างๆที่จะใช้งานในการทำปัญหาพิเศษ เพื่อหาข้อจำกัดและความสามารถของโปรแกรมที่จะใช้งานโดยเลือกซอฟต์แวร์ที่เหมาะสมที่สุด

1.5.4 ดำเนินการสร้างและพัฒนาต้นแบบโปรแกรมที่ได้ทำการออกแบบไว้ พร้อมถึงศึกษาถึงปัญหาที่พบในการสร้างโปรแกรมและดำเนินการแก้ไข

1.5.5 ทำการทดสอบและทำการแก้ไขโปรแกรมที่เขียนให้มีความถูกต้อง และสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.5.6 ทำการรวบรวมข้อมูลและนำมาจัดทำเอกสารประกอบการทำปัญหาพิเศษ

1.6) อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ

1.6.1 หน่วยประมวลผล 300 เมกะเฮิร์ต

1.6.2 แรม 64 เมกะไบต์

1.6.3 ฮาร์ดดิสก์ 4.3 กิกะไบต์

1.6.4 วินโดว์ 98

1.6.7 Laser Printer

1.6.8 แผ่นดิสก์ขนาด 3.5 นิ้ว

1.6.9 กระดาษขนาด A4 3 รีม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
(THEOREM AND LITERATURE REVIEW)

2.1 CAI (Computer -Assisted Instruction)

กระบวนการเรียนการสอนคือ การสื่อสารข้อมูลระหว่างผู้สอนและผู้เรียน เมื่อผู้เรียนได้รับรู้ข้อมูลมาแล้วก็แสดงว่ามีการเรียนรู้เกิดขึ้น ซึ่งในปัจจุบันนี้กระบวนการเรียนการสอนได้พัฒนามากขึ้น โดยมีการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยสอนหรือที่เรารู้จักกันว่า "CAI" ซึ่งได้เริ่มมีคนให้ความสนใจและในขณะเดียวกันการที่ไมโครคอมพิวเตอร์ราคาถูกลงมาก,ขนาดเล็กลงและสามารถทำการเคลื่อนย้ายได้สะดวก จึงมีการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในสถาบันการศึกษามากขึ้น ทำให้เกิดการพัฒนาของโปรแกรม "CAI" มีมากขึ้นด้วย

2.1.1 ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI)

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนหมายถึง การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอน การทบทวน การทำแบบฝึกหัด หรือการวัดผล นักเรียนแต่ละคนจะได้นั่งอยู่หน้าไมโครคอมพิวเตอร์แต่ละเครื่องและทำการเรียกโปรแกรมสำเร็จรูปที่จัดเตรียมไว้เป็นพิเศษสำหรับการสอนวิชานั้นๆขึ้นมาบนจอภาพ โดยปกติจอภาพจะแสดงเรื่องราวเป็นคำอธิบาย หรืออาจแสดงเป็นรูปภาพ ซึ่งผู้เรียนจะต้องอ่านดูแต่ละคนจะใช้เวลาทำความเข้าใจไม่เท่ากัน จึงมีการทดสอบความรู้ด้วยการป้อนคำถามหรือการให้ทำแบบฝึกหัด และมีการตรวจสอบคำตอบให้ประเมินผลการเรียนบนคอมพิวเตอร์ทันทีซึ่งมีส่วนช่วยทำให้การเรียนการสอนน่าสนใจและสนุกสนานมากขึ้นรวมถึงได้วิเคราะห์หัวข้อที่สอนไปด้วยว่าบทเรียนที่เตรียมไว้นั้นมีความยากง่ายเกินไปหรือไม่และนักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนมากน้อยเพียงใด

2.1.2 ประเภทคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

2.1.2.1 **การฝึกทักษะและการทำแบบฝึกหัด** (Drill and Practice) มีการใช้ทฤษฎีการเสริมแรงในการสอนมโนทัศน์และทักษะ โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะประกอบด้วยตัวคำถาม หรือแบบฝึกหัด เช่นเดียวกับในหนังสือแบบฝึกหัด (Work book) แบบฝึกหัดจะมีการเสริมแรงทุกคำตอบที่ถูกต้อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2.2 **การเจรจา** (Dialogue) วิธีนี้ได้รับความนิยมมากเช่นกันถึงแม้ว่าวิธีการทำจะค่อนข้างยุ่งยากกล่าวคือ พยายามให้เป็นการพูดคุยระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน โดยเลียนแบบการสอนในห้องเรียนเพียงแต่ว่าแทนที่จะเป็นเสียงก็เป็นตัวอักษรบนจอภาพแล้วมีการสอนด้วยการตั้งปัญหาถาม ลักษณะในการใช้แบบสอบถามก็เป็นการแก้ปัญหาอย่างหนึ่ง เช่น บทเรียนวิชาเคมี อาจถามหาสารเคมีบางชนิดผู้เรียนอาจโต้ตอบด้วยการใส่ชื่อสารเคมีให้เป็นคำตอบ

2.1.2.3 **สถานการณ์จำลอง** (Simulation) วิธีการนี้เป็นการเสนอปรากฏการณ์ที่จำลองมาจากของจริงเพราะบางทีประสบการณ์จริงอาจเสี่ยงเกินไป เช่นการเรียนขับรถ ขับเครื่องบิน โดยการจำลองแบ่งเป็น 3 ลักษณะ คือ

- *การจำลองมีสถานะแบบการทำงาน (Task performance simulation)* เช่น การขับรถ
- *การจำลองสภาพแบบจำลองระบบ (System modeling simulation)* เช่น จำลองระบบจัดการจราจรวันเวย์ในนครหลวงดูว่าจะมีปัญหาอย่างไรก่อนจะลงมือทำบนถนนจริง ๆ
- *การจำลองสภาพแบบประสบการณ์ (Experience encounter simulation)* เช่น การลองให้ผู้ฝึกงานได้ทดลองทำงานบางอย่างหรือตัดสินใจในบางเรื่อง การทำจริง ๆ อาจยังไม่เกิดแต่ผู้เรียนจะได้เรียนรู้จากการจำลองสภาพว่าประสบการณ์ของตนจะเป็นอย่างไร ถ้าอยู่ในสถานการณ์เช่นนั้นทำให้คิดได้ล่วงหน้าว่า ควรพิจารณาปัจจัยอะไรบ้างและมีความคิดเห็นอย่างไร

2.1.2.4 **เกม** (Games) การเรียนรู้จากการเล่นเป็นเรื่องที่เป็นที่ยอมรับกันมานานแล้ว การเล่นเกมเป็นกิจกรรมที่ให้ความสนุกสนานและหากเลือกเล่นให้เป็นแล้ว เกมนั้นจะช่วยในการเรียนรู้เป็นอย่างมากโรงเรียนบางแห่งจึงนำเกมมาเล่นในโรงเรียนโดยเห็นว่ามีคุณค่าทางการศึกษา ซึ่งแตกต่างจากสถานการณ์จำลองในแง่กิจกรรมของเกมอาจใช่หรือไม่ใช่สถานการณ์จำลองก็ได้ และเกมอาจไม่ใช่การเรียนการสอนก็ได้

2.1.2.5 **เรียนทบทวน** (Tutorial) ใช้แทนผู้สอนที่จะทบทวนเนื้อหาวิชาให้ มีเนื้อหาและกราฟฟิกบนจอภาพและมีคำถามเป็นระยะๆ ถ้าตอบถูกต้องมี Feed Back เป็นการเสริมแรงโดยทันที ถ้าตอบผิดกลับไปทบทวนเนื้อหาใหม่

2.1.2.6 **การค้นพบ** (Discovery) ออกแบบโดยให้ปัญหาและข้อมูลต่างๆแก่ผู้เรียนและผู้เรียนค้นหาการแก้ปัญหาเองโดยวิธีลองผิดลองถูกจนกว่าจะได้คำตอบเป็นลักษณะที่เรียกว่า "Inductive approach" ซึ่งคอมพิวเตอร์จะเป็นแหล่งข้อมูล (Database)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2.7 **การแก้ปัญหาต่างๆ** (Problem solving) เป็น CAI ประเภทหนึ่ง จะเน้นให้ฝึกการคิด การตัดสินใจ โดยมีการกำหนดเกณฑ์ให้แล้วให้ผู้เรียนพิจารณาไปตามเกณฑ์มีการให้คะแนน เป็นต้น

2.1.3 วิธีการสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

การทำ "CAI" นั้น ควรจะทำเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่สมบูรณ์ โดยนำรายละเอียดเกี่ยวกับการเรียนมารวมไว้ และควรพิจารณาเรื่องส่วนต่าง ๆ ของคอมพิวเตอร์ประกอบด้วย

2.1.3.1 **เลือกคอมพิวเตอร์ให้เหมาะสมกับความต้องการ** เช่น ขนาดของหน่วยความจำว่าใหญ่พอที่จะใช้กับ CAI ที่กำลังจะทำหรือไม่ หากต้องทำกราฟ มีภาพ ต้องดูว่าคอมพิวเตอร์สามารถทำได้หรือไม่ จอภาพต้องการให้เป็นสีหรือไม่ ความเร็วในการแสดงผลต้องการให้เร็วเพียงใด หน่วยความจำสำรองเป็นชนิดใดมีคุณภาพดีหรือไม่ดีพอ

2.1.3.2 **ซอฟต์แวร์ที่จะทำจะใช้ภาษาอะไร** ใช้ได้กับระบบคอมพิวเตอร์ที่มีหรือไม่ มีลักษณะของ CAI ที่ดีครบถ้วนหรือเปล่าและหากจะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่มีขายก็ควรคำนึงถึงเนื้อหาว่าตรงกับที่ต้องการหรือไม่

2.1.3.3 **ในกรณีลงมือทำโปรแกรมเอง** ควรวิเคราะห์เนื้อหารายวิชาแต่ละวิชาให้ดีเสียก่อน โดยทำเป็นขั้นตอน ดังนี้

- แบ่งเนื้อหาทั้งหมดของวิชาที่จะเรียนเป็นขั้นตอนให้ดีศึกษาถึงวัตถุประสงค์และจุดมุ่งหมายของการเรียนวิชานั้น ๆ
- กำหนดขั้นตอนเรียบร้อยแล้วจัดแบ่งเป็นหัวข้อแสดงเป้าหมายของการเรียนหัวข้อนั้นๆ ให้เด่นชัด
- ถ้าหัวข้อนั้นกว้างเกินไปแบ่งซอยให้เป็นหัวข้อย่อยๆเพราะบทเรียนแต่ละบทไม่ควรยาวเกินไปนัก
- กำหนดรูปแบบของการพัฒนาแต่ละหัวข้อว่าจะทำการสอนในรูปแบบใด แก้ปัญหา หรือเสนอเรื่องให้อ่านแล้วตอบคำถามหรือสร้างภาพจำลองให้แก้ไข
- การออกแบบ CAI ควรให้ผู้เรียนเลือกคำถามด้วยวิธีการสุ่ม จำนวนคำถามควรมีมาก ๆ ผู้เรียนแต่ละคนจะได้ตอบคำถามนี้โดยไม่ซ้ำกัน และต้องมีการเฉลยคำตอบที่ถูกไว้ให้ด้วย
- เขียนโปรแกรมให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ เลือกภาษาที่ใช้ให้เหมาะกับเครื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- หลังจากทำเสร็จแล้ว ต้องนำไปให้ผู้เรียนทดลองเก็บข้อมูลมาเป็นแนวที่จะใช้แก้ไข
- เสร็จแล้วต้องมีคู่มือวิธีการใช้ให้ละเอียด และชัดเจน เพื่อคนรุ่นหลังมาใช้จะได้ไม่เกิดปัญหา

2.1.4 ประโยชน์ของ CAI

2.1.4.1 CAI **ทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนสูงขึ้น** แม้จะมีบางแห่งไม่แสดงความแตกต่างมากนัก เมื่อเทียบกับการเรียนในห้องเรียน

2.1.4.2 CAI **จะลดเวลาเรียนลง** เมื่อเทียบกับการเรียนในห้องเรียน

2.1.4.3 **ผู้เรียนจะสนใจการเรียนมากขึ้น** เมื่อเรียนด้วย CAI

2.1.4.4 **พัฒนาการของ** CAI **เท่าที่เป็นมา เป็นที่ยอมรับมากในวงการศึกษา**

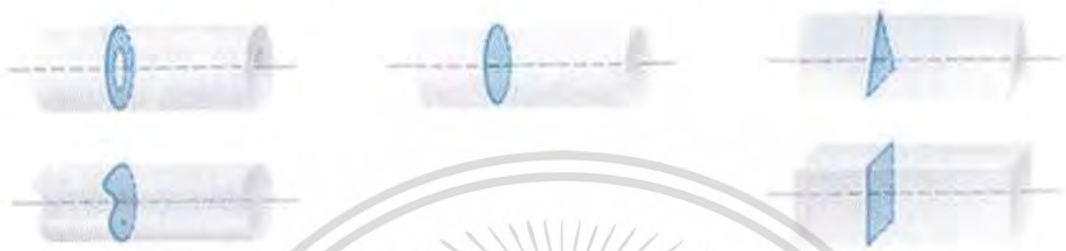
2.1.4.5 **ผู้เรียนค่อนข้างช้าจะมีผลมาก** เพราะสามารถทำความเข้าใจได้ตามต้องการ ทำให้มีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การประมาณค่าปริมาตรที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ใต้เส้นโค้ง

2.2.1 วิธีการเลื่อน (Volumes by Slicing)

วัตถุทรงกระบอก (รูปที่ 2.1) เป็นรูปทรงที่สามารถจะทำให้เกิดขึ้นด้วยการเปลี่ยนแปลงระนาบจานทรงกลมที่มีพื้นที่เท่ากันตลอดความยาวกับเส้นผ่าศูนย์กลางหรือแกนที่ตั้งฉากกับระนาบของจานนั้นโดยทั่วไปวัตถุทรงกระบอกถูกจะมองให้เป็นรูปทรงตัน



รูปที่ 2.1

ถ้าวัตถุทรงกระบอกเหล่านี้เกิดจากการเคลื่อนที่ของพื้นที่หน้าตัด A เป็นระยะทาง h หน่วยแล้ว ปริมาตร V ของทรงกระบอก (รูปที่ 2.2) ถูกนิยามได้ดังนี้

$$V = A*h$$

รูปที่2.2

จากสมการข้างต้นทำให้เห็นได้ชัดว่าปริมาตรของวัตถุทรงกระบอกคือรูปตัดหลายๆครั้งของพื้นที่หน้าตัดกับส่วนที่เป็นความสูง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาปริมาตรของวัตถุรูปทรงกระบอกโดยการตัดรูปทรงตันด้วยระนาบซึ่งตั้งฉากกับแกนใดแกนหนึ่งที่กำหนดให้ออกเป็นแผ่นบางๆ ซึ่งวิธีการที่ใช้นี้เรียกว่า " วิธีการเลื่อน (Slicing) " สมมติว่า วัตถุรูปทรงตัน S มีความยาวตลอดแนวแกน x และถูกจำกัดขอบเขตทางด้านซ้ายและด้านขวาด้วยระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x ที่จุด $x = a$ และ $x = b$ ตามลำดับ เนื่องจากวัตถุรูปทรงตัน S ไม่ได้เป็นวัตถุทรงกระบอก (พื้นที่หน้าตัดไม่เท่ากันตลอดความยาวของรูปทรงตัน) โดยให้ A(x) คือพื้นที่หน้าตัดที่จุด x (รูปที่ 2.3) ทำการแบ่งช่วง [a,b] ออกเป็น n ส่วนย่อยๆ ตามความยาวได้ ดังนี้ $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots, \Delta x_n$ ที่พิกัดจุด $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-1}$

รูปที่2.3

ระหว่างจุด a และจุด b และให้ระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x ผ่านแต่ละจุดต่างๆตามที่ได้แบ่งไว้ข้างต้น ดังรูปที่ 2.4 แสดงให้เห็นว่ารูปทรงตัน S ได้ถูกตัดออกเป็นส่วนย่อย n ส่วนย่อยที่มีขนาดบางๆ ซึ่งจะได้เป็น $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$

พิจารณาที่ส่วนย่อย S_k โดยทั่วๆไปแผ่นบางเหล่านี้ไม่ได้เป็นทรงกระบอก เนื่องจากมันจะเป็นส่วนตัดที่มีพื้นที่หน้าตัดต่างกัน อย่างไรก็ตามถ้าแผ่นบางเหล่านี้มีขนาดบางมากๆจะทำให้ส่วนตัดย่อยเหล่านี้มีค่าน้อยตามไปด้วย

ตัวอย่างเช่น ถ้าเราเลือกจุด x_k^* ตามลำดับที่ k ช่วงย่อย แต่ละส่วนตัดของแผ่นบาง x_k จะประมาณค่าได้เป็นค่าเดียวกันกับส่วนตัดที่จุด x_k^* และสามารถประมาณค่าปริมาตรของแผ่นบาง x_k ที่มีความหนา Δx_k และพื้นที่ของส่วนตัด $A(x_k)$ (รูปที่ 2.4)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.4

เมื่อปริมาตร V_k ของแผ่นบาง S_k การประมาณค่าของปริมาตรของทรงกระบอกนี้กำหนดได้โดยสมการดังนี้

$$V_k \approx A(x^*_k)\,\Delta x_k$$

ดังนั้นปริมาตร V ของรูปทรงตันทั้งหมดจึงถูกประมาณค่าได้ดังสมการ (1)

$$V = v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_n \approx \sum_{k=1}^{n} A(x_k^*)\Delta x_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ถ้าเราเพิ่มจำนวนของแผ่นบางจนกระทั่งค่าสูงสุดของ Δx_k มีค่าเข้าใกล้ศูนย์หรือ $\max \Delta x_k \to 0$ แล้วแผ่นบางจะมีความหนาที่บางมากๆ จึงส่งผลทำให้การประมาณค่าปริมาตรของรูปทรงตันนี้ได้ค่าที่มีความถูกต้องมากขึ้นด้วย เมื่อค่าประมาณในสมการที่ (1) มีค่าปริมาตร V อย่างแน่นอนจึงได้ว่า

$$V = \lim_{\max \Delta x_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} A(x_k^*)\Delta x_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

ซึ่งสมการที่ (2) เป็นไปตามนิยามของการอินทิกรัลจำกัดเขตซึ่งก็คือ

$$V = \int_a^b A(x)\,dx$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งจะได้ว่า

สูตรการหาปริมาตร เมื่อ S ที่เป็นวัตถุที่มีขอบเขตเป็นระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x ที่ x=a และ x=b สำหรับแต่ละค่า x ในช่วงปิด [a,b] โดยมีพื้นที่หน้าตัดที่ตั้งฉากกับแกน x เป็น A(x) แล้วปริมาตรก็คือ

$$V = \int_a^b A(x)dx \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

และ

สูตรการหาปริมาตร เมื่อ S ที่เป็นวัตถุที่มีขอบเขตเป็นระนาบที่ตั้งฉากกับแกน y ที่ y=c และ y=d สำหรับแต่ละค่า y ในช่วงปิด [c,d] โดยมีพื้นที่หน้าตัดที่ตั้งฉากกับแกน y เป็น A(y) แล้วปริมาตรก็คือ

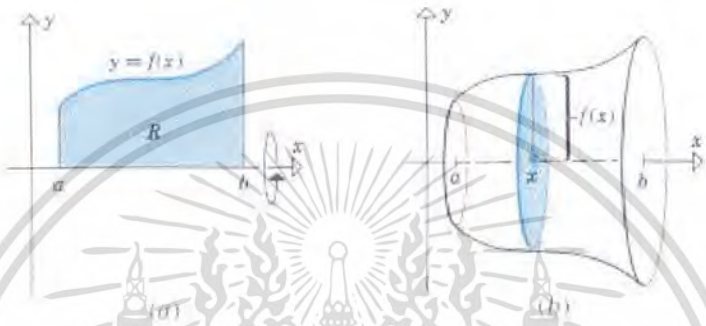
$$V = \int_c^d A(y)dy \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ซึ่งวิธีนี้จะใช้เป็นพื้นฐานในเรื่องที่จะกล่าวต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2 ปริมาตรของวัตถุทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีแบบจานหมุนที่ตั้งฉากกับแกน (Volumes by Disks Perpendicular to the axis)

นิยาม กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่ไม่เป็นลบและเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด [a,b] และให้ R เป็นพื้นที่ที่มีขอบเขตบนเป็นกราฟ f โดยมีขอบเขตล่างเป็นแกน x ขอบเขตด้านซ้ายและด้านขวาคือ x=a และ x=b ตามลำดับ (รูปที่ 2.5a) เมื่อพื้นที่หน้าตัดที่จุด x มีรัศมีเป็น f(x) (รูปที่ 2.5b)



รูปที่ 2.5a รูปที่ 2.5b

ดังนั้นพื้นที่หน้าตัดมีค่าคือ

$$A(x) = \pi[f(x)]^2$$

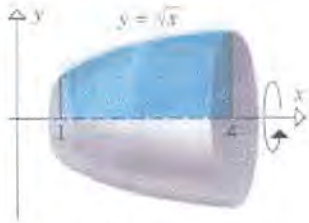
จากสมการที่ (3) ปริมาตรของวัตถุทรงตันคือ

$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

เนื่องจากพื้นที่หน้าตัดเป็นวงกลมหรือมีลักษณะแบบจานจึงเรียกวิธีนี้ว่า " **การหมุนด้วยวิธีแบบจานหมุน** (Method of Disks) "

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

***ตัวอย่าง** · หาปริมาตรเมื่อพื้นทีอยู่ใต้เส้นโค้ง $y = \sqrt{x}$ บนช่วงปิด $[1,4]$ ที่หมุนรอบแกน x (รูปที่ 2.6)*



รูปที่ 2.6

<u>วิธีทำ</u>

จากสมการที่ (5) ปริมาตรมีสูตรว่า

$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$$

$$V = \int_1^4 \pi[\sqrt{x}]^2 dx$$

$$V = \int_1^4 \pi x dx$$

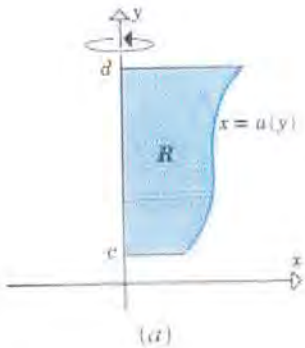
$$V = \pi \frac{x^2}{2}\Big]_1^4$$

$$V = \pi(8 - \frac{1}{2})$$

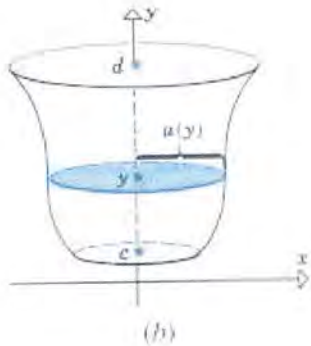
$$V = 7.5\pi$$

∴ ปริมาตรของวัตถุมีค่าคือ** 7.5π **ลูกบาศก์หน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.7a

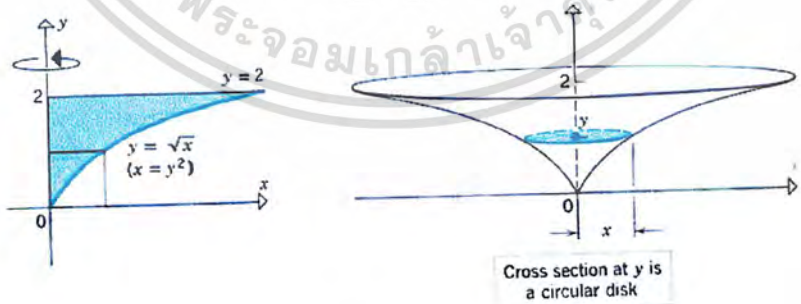


รูปที่ 2.7b

วิธีการหมุนแบบจานหมุนสำหรับพื้นที่ที่หมุนรอบแกน y ถ้าพื้นที่ (รูปที่ 2.7a) หมุนรอบแกน y พื้นที่หน้าตัดเป็นวงกลมหรือมีลักษณะแบบจานตั้งฉากกับแกน y ได้ค่าของปริมาตรคือ

$$V = \int_c^d \pi[f(y)]^2\,dy \qquad \text{.....(6)}$$

***ตัวอย่าง** · ให้หาปริมาตรของวัตถุที่ปิดล้อมด้วย* $y = \sqrt{x}$, $y = 2$, , $x = 0$ *ที่หมุนรอบแกน* y (*รูปที่*2.8)



รูปที่ 2.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีทำ

จากโจทย์ $y = \sqrt{x}$ *เขียนใหม่ให้อยู่ในรูป* $f(y)$ *ซึ่งก็คือ* $x = y^2$

จากสมการที (6)*จะได้*

$$V = \int_a^b \pi[f(y)]^2 dy$$

$$V = \int_0^2 \pi[y^2]^2 dy$$

$$V = \int_0^2 \Pi y^4 dy$$

$$V = \pi \frac{y^5}{5}\Big|_0^2$$

$$V = \pi \frac{32}{5}$$

$\therefore$ *ปริมาตรมีค่าคือ* 6.4π *ลูกบาศก์หน่วย*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

2.2.3 ปริมาตรของวัตถุทรงตันที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการหมุนที่ขนานกับแกน (Volumes by Cylindrical Shells)

การหมุนพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่ขนานกับแกนหมุน กล่าวคือ วัตถุที่ถูกปิดล้อมด้วย 2 รูปทรงกระบอกที่มีรัศมี r_1 และ r_2 ตามลำดับโดยจุดศูนย์กลางรวมกัน (รูปที่2.9) ปริมาตร V ของวัตถุรูปทรงกระบอกแบบ shell มีรัศมีภายในเป็น r_1 และมีรัศมีภายนอกเป็น r_2 และมีความสูงเป็น h จะได้ว่า

รูปที่ 2.9

$$V = [\textit{พื้นที่หน้าตัด}][\textit{ความสูง}]$$

$$V = \pi(r_2^2 - r_1^2) \cdot h$$

$$V = \pi(r_2 + r_1)(r_2 - r_1) \cdot h$$

$$V = 2\pi[\frac{1}{2}(r_2 + r_1) \cdot h \cdot (r_2 - r_1)]$$

แต่ $(1/2)(r_2 + r_1)$ คือค่าเฉลี่ยของรัศมีของ shell และ $(r_2 - r_1)$ คือความหนา ดังนั้นจึงได้ว่า

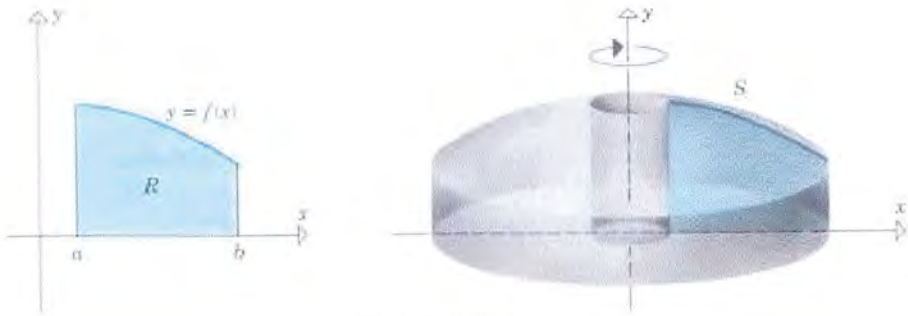
$$V = 2\pi[\textit{ค่าเฉลี่ยของรัศมี}][\textit{ความสูง}][\textit{ความหนา}] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ให้ R คือพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่มีขอบเขตบนเป็นเส้นโค้ง $y = f(x)$ ขอบเขตล่างเป็นแกน x ขอบเขตด้านซ้ายและด้านขวาคือ $x=a$ และ $x=b$ ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

39653

ให้ S คือวัตถุที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ R รอบแกน y (รูปที่ 2.10)



รูปที่ 2.10

การหาปริมาตร S ทำได้โดยการแบ่งช่วงปิด [a,b] ออกเป็น n ส่วนย่อยดังนี้ $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots, \Delta x_n$ ที่พิกัดจุด $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-1}$ และให้ลากเส้นตั้งฉากกับแกน x แต่ละพิกัดจุดซึ่งแบ่งพื้นที่ R ออกเป็น n ส่วนย่อย (strip) ซึ่งจะได้ $R_1, R_2, R_3, \ldots, R_n$ (รูปที่2.11)

รูปที่ 2.11a รูปที่ 2.11b

ส่วนที่แบ่งย่อย (strips) เหล่านี้เมื่อหมุนรอบแกน y จะทำให้เกิดวัตถุ $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$ (รูปที่2.11b) เมื่อปริมาตรของวัตถุ S คือผลรวมของวัตถุ $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n$ จะได้ว่า

$$V = V(s_1) + V(s_2) + V(s_3) + \ldots + V(s_n) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาที่ส่วนแบ่งย่อย R_k (หรือ strip R_k) และวัตถุ S_k แม้ว่าวัตถุ S_k จะมีความกว้างเป็น $\Delta x_k = x_k - x_{k-1}$ ซึ่งมีค่าน้อย เราจะทำการประมาณค่าของพื้นที่ R_k ด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง Δx_k และมีความสูง $f(x_k^*)$ ได้ก็ต่อเมื่อ

$$x_k = \frac{x_k - x_{k-1}}{2}$$

ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของช่วง $[x_k - x_{k-1}]$ เมื่อทำการหมุนรอบแกน y ทำให้เกิดวัตถุทรงกระบอกแบบ shell ซึ่งเป็นการประมาณค่าปริมาตรของวัตถุที่ค่อนข้างที่จะมีประสิทธิภาพดี (รูปที่ 2.12a และ 2.12b)

รูปที่ 2.12a

รูปที่ 2.12b

วัตถุทรงกระบอกแบบ shell นี้มีความหนา Δx_k มีความสูง $f(x_k^*)$ และค่าเฉลี่ยรัศมี x_k^* ดังนั้นจากสมการที่ (1) จึงได้ว่า

$$V = 2\pi x_k^* f(x_k^*)\Delta x_k$$

และจากสมการที่ (2) จึงได้ค่ารวมของปริมาตร V(S) มีค่าโดยประมาณซึ่งก็คือ

$$V(s) = \sum_{k=1}^{n} 2\pi x_k^* f(x_k^*)\Delta x_k \quad \text{.....(3)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าเราแบ่งช่วงปิด [a,b] ให้มีจำนวนของส่วนย่อยมากขึ้น โดยที่ให้ค่าสูงสุดของ Δx_k มีค่าเข้าใกล้ศูนย์หรือค่า max $\Delta x_k \rightarrow 0$ แล้วการประมาณค่าจะได้จะมีค่าที่มีความถูกต้องมากขึ้นด้วย เมื่อค่าประมาณในสมการที่ (3) สามารถหาค่าของปริมาตรอย่างแน่นอนจึงได้ว่า

$$V(s) = \lim_{\max \Delta x_k \to 0} \sum_{k=1}^{n} 2\pi x_k^* f(x_k^*) \Delta x_k \quad \text{.....(4)}$$

ซึ่งสมการที่ (4) เป็นไปตามนิยามของการอินทิกรัลจำกัดเขตซึ่งก็คือ

$$V = \int_a^b 2\pi x f(x) dx$$

เมื่อการหมุนพื้นที่ R รอบแกน y สูตรการหาปริมาตรคือ เมื่อให้ R คือพื้นที่ที่มีขอบเขตบนเป็นเส้นโค้ง y = f(x) โดยที่ f(x) ≥ 0 และเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง มีขอบเขตล่างเป็นแกน x ขอบเขตด้านซ้ายและด้านขวาคือ x=a และ x=b ตามลำดับ แล้วปริมาตรของวัตถุที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ R รอบแกน y เป็นดังนี้

$$V = \int_a^b 2\pi x f(x) dx \quad \text{.....(5)}$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อการหมุนพื้นที่ R รอบแกน x สูตรการหาปริมาตรที่ได้ซึ่งก็คือ เมื่อให้ R คือพื้นที่ที่มีขอบเขตบนเป็นเส้นโค้ง x = f(y) โดยที่ f(y) ≥ 0 และเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง มีขอบเขตล่างเป็นแกน x ขอบเขตด้านซ้ายและด้านขวา คือ y = c และ y= d ตามลำดับ แล้วปริมาตรของวัตถุที่เกิดจากการหมุนพื้นที่ R รอบแกน x เป็นดังนี้

$$V = \int_c^d 2\pi y f(y) dy \quad \text{.....(6)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง · หาปริมาตรของวัตถุที่เกิดขึ้นเมื่อพื้นที่ถูกปิดล้อมด้วย $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 4$ *และแกน* x *โดยหมุนรอบแกน* y *(รูปที่* 2.13)

รูปที่ 2.13

วิธีทำ

เมื่อ $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, , $x = 4$ *และจากสมการที* (5) *จะได้ว่า*

$$V = \int_a^b 2\pi x f(x)\,dx$$

$$V = \int_1^4 2\pi x\sqrt{x}\,dx$$

$$V = \int_1^4 2\pi x^{\frac{3}{2}}\,dx$$

$$V = 2\pi\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\Big|_1^4$$

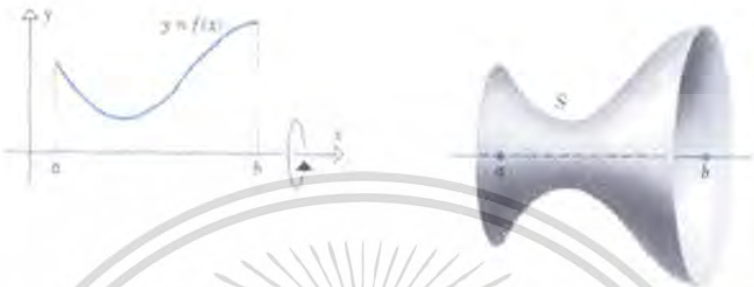
$$V = \frac{124}{5}\pi$$

∴ *ปริมาตรของวัตถุมีค่าคือ* 24.8π *ลูกบาศก์หน่วย*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 **พื้นที่พื้นผิวที่เกิดจากการหมุน** (Area of Surface of Revolution)

นิยาม กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันเรียบและเป็นฟังก์ชันที่ไม่เป็นลบบนช่วงปิด [a,b] การหาพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนของส่วนแบ่งย่อยเล็กๆของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ระหว่าง $x = a$ และ $x = b$ รอบแกน x (รูปที่ 2.14)



รูปที่ 2.14

ขั้นตอนในการแก้ปัญหาขั้นแรกเราจะต้องกำหนด "พื้นที่ผิว" ให้อยู่ในเทอมที่ถูกต้องเสียก่อนโดยการประมาณค่าของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ด้วยส่วนของเส้นตรงเล็กๆที่เชื่อมต่อกันที่จุดแบ่งบนเส้นโค้งซึ่งแบ่งได้ตามพิกัด x ที่ $a, x_1, \ldots, x_{n-1}, b$ (รูป 2.15a) หรือ $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots, \Delta x_n$ โดยที่ความกว้างของส่วนย่อยถูกกำหนดด้วยพิกัด x ตามที่กล่าวมาข้างต้น ถ้าความยาวนี้มีขนาดเล็กๆแล้วพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนด้วยส่วนเล็กๆเหล่านี้รอบแกน x จะสามารถประมาณค่าได้ใกล้เคียงกับพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนด้วยเส้นโค้ง $y = f(x)$ รอบแกน x (รูปที่ 2.15b)

รูปที่ 2.15a

รูปที่ 2.15b

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการสังเกตพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนด้วยส่วนเล็กๆนี้แต่ละส่วนจะเป็นส่วนหนึ่งของรูปกรวยดังนั้นการหาพื้นที่ผิวของแต่ละส่วนที่ตัดออกมานี้สามารถคำนวนได้ด้วยสมการ

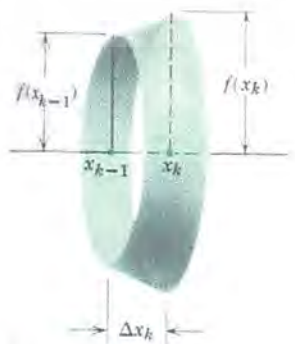
$$S = \pi(r_1 - r_2) \cdot l \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

สำหรับพื้นที่ผิวของส่วนตัด S ที่มีความสูง l และอยู่บนฐานที่มีรัศมี r_1 และ r_2 (รูปที่ 2.16) ข้อแนะนำสำหรับการประมาณค่าพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนด้วยส่วนเล็กๆนี้จะมีค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนด้วยเส้นโค้ง ถ้าเราเพิ่มจำนวนการแบ่งความยาวออกเป็นส่วนย่อยๆจนกระทั่งความยาวย่อยๆมีค่าเข้าใกล้ศูนย์

รูปที่ 2.16

เมื่อเราพิจารณาข้อแนะนำข้างต้นนี้โดยการแยกการประมาณค่าพื้นที่ผิวออกเป็นส่วนย่อยๆ ออกเป็น k ส่วน (รูปที่ 2.17) และแทนค่าลงในสมการ (1) โดยคิดพื้นที่ผิวของ S_k ที่ส่วน k เราจะได้ว่า

$$S_k = \pi[f(x_{k-1}) + f(x_k)]\sqrt{(\Delta x_k)^2 + [f'(x_k^*)]^2}\,\Delta x_k \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$



รูปที่ 2.17

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากทฤษฎีค่าจริง (Mean-value Theorem) จุดที่อยู่ระหว่าง x_k และ x_{k-1} คือจุด x_k^* จึงได้ว่า

$$f'(x_k^*) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

หรือ

$$f'(x_k^*)\Delta x_k = f(x_k) - f(x_{k-1})$$

เขียนสมการ (2) ใหม่ได้เป็น

$$S_k = \pi[f(x_{k-1}) + f(x_k)]\sqrt{1 + [f'(x_k^*)]^2}\,\Delta x_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

เมื่อค่าเฉลี่ยระหว่าง $f(x_{k-1})$ และ $f(x_k)$ มีค่าคือ $\frac{1}{2}[f(x_{k-1}) + f(x_k)]$ เนื่องจาก f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงปิด $[x_{k-1}, x_k]$ และจากทฤษฎีค่ากลาง (Intermediate-Value Theorem) ทำให้ค่า x_k^{**} ที่อยู่ในช่วงปิด $[x_{k-1}, x_k]$ มีค่าดังนั้นจึงได้ว่า

$$S_k = 2\pi f(x_k^{**})\sqrt{1 + [f'(x_k^*)]^2}\,\Delta x_k$$

ดังนั้นเมื่อคำนวณพื้นที่ผิวรวมของทุกๆส่วนย่อยจึงได้ว่า

$$\sum_{k=1}^{n} S_k = \sum_{k=1}^{n} 2\pi f(x_k^{**})\sqrt{1 + [f'(x_k^*)]^2}\,\Delta x_k$$

ถ้าเราเพิ่มจำนวนการแบ่งของส่วนย่อยๆ จนกระทั่งค่าสูงสุดของ Δx_k ให้มีค่าเข้าใกล้ศูนย์หรือ $\max \Delta x_k \to 0$ จะทำให้พื้นที่ผิวที่เกิดจากการประมาณด้วยส่วนเล็กๆมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงของพื้นที่ผิว S ดังนั้นจึงได้ว่า

$$S = \lim_{\max \Delta x \to 0} \sum_{k=1}^{n} 2\pi f(x_k^{**})\sqrt{1 + [f'(x_k^*)]^2}\,\Delta x_k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้า $x_k^{**} = x_k^{*}$ แล้วจึงได้ว่า

$$S = \int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+f'(x)}dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

สูตรการหาพื้นที่ผิว

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันเรียบและเป็นฟังก์ชันที่ไม่เป็นลบบนช่วงปิด [a,b] การคำนวณหาพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนของส่วนแบ่งย่อยเล็กๆของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ระหว่าง $x = a$ และ $x = b$ รอบแกน x พื้นที่ผิวก็คือ

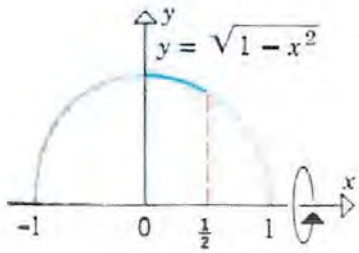
$$S_x = \int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+[f'(x)]^2}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

สำหรับเส้นโค้งที่อยู่ในรูป $x = f(y)$ เมื่อ f' เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง บนช่วงปิด [c,d] และ $f(y) \geq 0$ สำหรับ $c \leq y \leq d$ พื้นที่ผิว S ที่เกิดจากการหมุนของส่วนแบ่งย่อยเล็กๆของเส้นโค้งจาก $y = c$ ถึง $y = d$ รอบแกน y พื้นที่ผิวก็คือ

$$S_y = \int_c^d 2\pi f(y)\sqrt{1+[f'(y)]^2}\,dy \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง · *หาพื้นที่ผิวของ* $y = \sqrt{1-x^2}$ *โดยที่* $0 \le x \le \frac{1}{2}$ *รอบแกน* x (*รูปที่*2.18)



รูปที่ 2.18

วิธีทำ

เมื่อ $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ *และ* $f(x) = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

จากสมการที่ (6) จะได้

$$S_x = \int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+[f'(x)]^2}\,dx$$

$$S_x = \int_0^{1/2} 2\pi\sqrt{1-x^2}\cdot\sqrt{1+\frac{x^2}{1-x^2}}\,dx$$

$$S_x = \int_0^{1/2} 2\pi\cdot dx$$

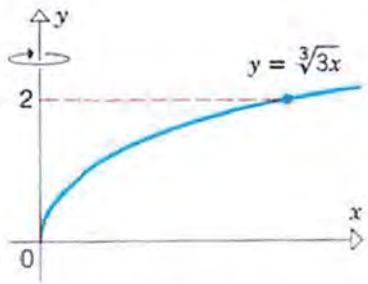
$$S_x = 2\pi x\Big|_0^{1/2}$$

$$S_x = \pi$$

∴ *พื้นที่ผิวของรูปนี้คือ* π *ตารางหน่วย*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง · *หาพื้นที่ผิวของ* $y = \sqrt[3]{3x}$ *โดยที่* $0 \le y \le 2$ *รอบแกน* y (*รูปที่*2.19)



รูปที่ 2.19

วิธีทำ

เมื่อ $y = \sqrt[3]{3x}$ *ดังนั้น* $x = \frac{1}{3}y^3$ *และ* $f'(x) = y^2$

จากสมการที่ (7) จะได้

$$S_y = \int_c^d 2\pi f(y)\sqrt{1+[f'(y)]^2}\,dy$$

$$S_y = \int_0^2 2\pi\left(\frac{1}{3}y^3\right)\cdot\sqrt{1+y^4}\,dy$$

$$S_y = \frac{2}{3}\pi\left[\frac{1}{6}\left(1+y^4\right)^{3/2}\right]_0^2$$

$$S_y = \frac{\pi}{9}\left(17^{3/2}-1\right)$$

$\therefore$ *พื้นที่ผิวของรูปนี้คือ* $\frac{\pi}{9}\left(17^{3/2}-1\right)$ *ตารางหน่วย*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 การสร้างภาพ 2 มิติ และ 3 มิติ

ในระบบคอมพิวเตอร์นั้น อาจจะกล่าวได้ว่าการสร้างรูปต่าง ๆ ก็คือการเรียกใช้คำสั่ง (หรือโพรซีเดอร์) ที่ใช้สำหรับสร้างรูปนั้น ๆ ขึ้นมา หรือในกรณีของการสร้างรูปที่ซับซ้อนที่ไม่มีคำสั่งในการสร้าง เช่น รูป 3 มิติ เราจะต้องใช้อัลกอริทึมสำหรับสร้างรูปนั้น ๆ โดยยังคงใช้คำสั่งสร้างรูปทรงพื้นฐาน เช่น จุด เส้นตรง เป็นพื้นฐานของคำสั่งอยู่

ในที่นี้เราจะมาศึกษาถึงวิธีการสร้างภาพ ทั้งภาพสองมิติและสามมิติ

2.4.1 การสร้างรูปสองมิติและสามมิติ

ในการสร้างภาพสองมิตินั้น ขั้นตอนในการสร้างจะง่ายกว่าการสร้างภาพสามมิติเป็นอย่างมาก การคำนวณต่าง ๆ สามารถทำความเข้าใจได้อย่างตรงไปตรงมา เนื่องจากระบบการแสดงภาพเป็นระบบสองมิติอยู่แล้ว โดยโคออร์ดิเนตของตำแหน่งบนจอภาพประกอบขึ้นมาจากตำแหน่งตามแนวระดับ (x-ordinate) และตำแหน่งตามแนวตั้ง (y-ordinate)

ดังนั้นในการสร้างภาพ 2 มิติขึ้นมา เราสามารถกล่าวคร่าว ๆ ได้ว่าเราสามารถกำหนดจุดต่าง ๆ ในภาพว่าอยู่ ณ ตำแหน่งใดบนจอภาพได้โดยตรง (หลังจากผ่านการแปลงจาก world coordinate ในวินโดว์ลงมายัง viewing coordinateแล้ว) โดยไม่ต้องมีการนำโคออร์ดิเนตมาแปลงลดมิติเหมือนกับการแสดงภาพในระบบ 3 มิติ

ตัวอย่างเช่น

ในกรณีของเส้นตรง : กำหนดโคออร์ดิเนต x,y ของจุดปลายทั้งสองด้านแล้วใช้คำสั่งเชื่อมระหว่างจุดสองจุดนั้น ๆ

ในกรณีของรูปทรงอื่น : กำหนดโคออร์ดิเนตที่จำเป็นในการสร้างภาพ แล้วใช้คำสั่งหรืออัลกอริทึมในการสร้างรูปทรงนั้น ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการในการสร้างภาพ 2 มิติ มีขั้นตอนดังนี้

1. สร้าง world coordinate เป็นการกำหนด coordinateที่แน่นอน โดยใช้ Modeling coordinate
2. เปลี่ยน world coordinate ให้เป็น Viewing coordinate
3. ทำการ normalize เพื่อให้ได้ภาพที่แสดงบน windows เท่านั้น ไม่ว่าภาพจะมีขนาดเท่าไรก็ตามจะต้องแสดงได้บนจอภาพขนาด 0-1
4. ทำการ map ภาพที่เกิดจากการ normalize ไปแสดงผลที่จอภาพ

ซึ่งวิธีการที่กล่าวมาข้างต้นนี้เรียกว่า Window and viewport operations

2.4.1.1 **การคลิปป์วินโดว์** (Clipping Window) เป็นการกำหนดส่วนที่ต้องการที่จะแสดงบนขอบเขตของวินโดว์ที่กำหนดส่วนที่ไม่สนใจจะถูกลบออก โดยใช้หลักการ cut และ paste

ประเภทของการคลิปป์

1.Point clipping

2.Line clipping

3.Polygon clipping

4.Curve clipping

ในที่นี้จะไม่ขอกล่าวรายละเอียด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.1.2 หลักพื้นฐานในการเขียนโปรแกรมเพื่อการสร้างภาพสองมิติ

ดังที่กล่าวมาแล้วในตอนต้นของหัวข้อนี้ว่าหลักพื้นฐานในการเขียนโปรแกรมเพื่อการสร้างภาพสองมิตินั้นไม่มีอะไรซับซ้อนเหมือนการสร้างภาพแบบสามมิติ สิ่งที่สำคัญคือเราจะต้องกำหนดอัลกอริทึมที่เหมาะสมให้ได้ (ในกรณีที่เราต้องการเขียนโพรซีเดอร์สร้างภาพต่าง ๆ ขึ้นมาเอง มิฉะนั้นเราก็สามารถใช้โพรซีเดอร์ที่มีมาแล้วได้เลย) ซึ่งข้อดีและข้อเสียของอัลกอริทึมพื้นฐานต่าง ๆ ในการสร้างเส้นตรง วงกลม รูปหลายเหลี่ยม การระบายสีพื้นที่ ขั้นต่อไปคือทำการคลิปป์และแปลงโคออร์ดิเนตจากเวิร์ลด์โคออร์ดิเนตไปยังวิวพอร์ตโคออร์ดิเนตดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ดังนั้นในการสร้างภาพสองมิตินั้นสิ่งที่เรายังไม่ได้กล่าวถึงก็คือ ลักษณะของการติดต่อกับผู้ใช้โปรแกรมหรือที่เรียกกันว่า ยูสเซอร์อินเตอร์เฟซ (user interface) ซึ่งสิ่งนี้นับว่าเป็นสิ่งสำคัญมากส่วนหนึ่งของโปรแกรม โดยยูสเซอร์อินเตอร์เฟซของโปรแกรมที่ดีนั้นจะต้องมีลักษณะที่ผู้ใช้สามารถใช้ได้โดยง่าย ไม่สับสน ไม่ต้องใช้เวลานานมาก ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเราจะเขียนโปรแกรมเพื่อใช้ในการวาดรูปทรงทางเรขาคณิตขึ้นมา เราก็อาจจะกำหนดให้มีแม่แบบ (template) ของรูปทรงต่างๆ เอาไว้ โดยที่ผู้ใช้สามารถที่จะเลือกว่าต้องการสร้างรูปทรงอะไรช่วยให้ผู้ใช้ประหยัดเวลาในการทำงาน นอกจากนั้นแล้วในโปรแกรมควรจะมีความสามารถที่จะใช้อุปกรณ์ในการอินพุตที่นอกเหนือจากคีย์บอร์ดได้ เช่น เมาส์ เพราะจะทำให้ผู้ใช้สามารถสร้างภาพได้สะดวกขึ้น ที่กล่าวมานี้เป็นหลักพื้นฐานส่วนหนึ่งในการเขียนโปรแกรมเพื่อสร้างภาพสองมิติ ซึ่งหลักการนี้ก็สามารถนำไปใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อสร้างภาพสามมิติได้ด้วยเช่นกัน

2.4.2 การสร้างภาพ 3 มิติ

ระบบการแสดงภาพบนจอคอมพิวเตอร์นั้น โดยปกติแล้วคำสั่งของโปรแกรมภาษาต่าง ๆ จะสั่งให้มีการแสดงจุด (pixel) หรือลงจุดต่าง ๆ ตามตำแหน่งที่กำหนด (x,y Coordinate) เท่านั้น และรูปแบบของการใช้คำสั่งเหล่านั้นโดยปกติแล้วก็จะสามารถสั่งให้ลงจุดต่อ ๆ กันเพื่อให้เกิดเป็นภาพได้ เฉพาะที่ตำแหน่ง x,y เท่านั้น ซึ่งยังเป็นเพียงภาพแบบ 2 มิติ เพราะว่ามีแต่ส่วนของความกว้างและความยาวเท่านั้น ซึ่งถ้าหากเราต้องการแสดงภาพที่เป็น 3 มิติ เราก็จะต้องทำการกำหนดตำแหน่ง z ขึ้นมา เพื่อให้สามารถมองเห็นถึงส่วนลึกของภาพได้

แต่เป็นที่ทราบกันแล้วว่าจอภาพของเรานั้นจะแสดงผลในแบบ 2 มิติเท่านั้น ดังนั้นเมื่อเราได้ตำแหน่งจุดของภาพที่เราจะแสดงแน่นอนแล้วเราก็ต้องนำค่าต่าง ๆ นั้น (จากระบบ 3 มิติ) มาแปลงให้เป็นค่าในระบบ 2 มิติ เพื่อให้สามารถแสดงออกมาที่จอคอมพิวเตอร์ได้ ซึ่งการที่จะแปลงค่าต่าง ๆ ดังกล่าว จะต้องเข้าใจและทราบถึงข้อมูลที่สำคัญ ๆ และจำเป็นในการสร้างภาพ 3 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อที่จะแสดงผลในระบบ 2 มิติ ซึ่งได้แก่ จุดศูนย์กลางของโปรเจค (center of projection) ระนาบของการโปรเจค (projection plane) และลำแสง (projector)

สิ่งต่าง ๆ เหล่านี้เป็นสิ่งจำเป็นในการคำนวณหาจุดที่ประกอบขึ้นมาเป็นภาพ 3 มิติ ในระบบการแสดงผลแบบ 2 มิติ จะสังเกตว่าในการแสดงรูปภาพที่เป็นเส้นตรง หรือประกอบกันขึ้นจากเส้นตรงนั้นเราไม่จำเป็นต้องคำนวณจุดทุกจุดที่ประกอบขึ้นเป็นภาพ เราเพียงแต่คำนวณเฉพาะจุดมุมแต่ละมุมก็พอแล้ว แต่ถ้าเป็นเส้นโค้งหรือวงกลมเราจะต้องคำนวณทุก ๆ จุดที่ประกอบกันเป็นภาพนั้น ๆ

2.4.2.1 **การแปลงค่า 3 มิติให้เป็น 2 มิติ**

การแปลงค่า 2 มิติจากระบบโคออร์ดิเนตหนึ่งไปเป็นระบบโคออร์ดิเนตอีกแบบหนึ่งนั้นเราเรียกว่า "*การโปรเจค*" ซึ่งการโปรเจคของกลุ่มของจุดต่าง ๆ ในระบบ 3 มิตินั้นจะถูกกำหนดโดยลำแสง (projector) ที่เป็นเส้นตรงออกมาจากจุดศูนย์กลาง (center of projection) ผ่านจุดต่าง ๆ บนวัตถุที่เราต้องการ

การทำโปรเจคจากระนาบหนึ่งไปยังอีกระนาบหนึ่ง (Planer geometric projection) นั้นยังแบ่งย่อยออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ perspective projection และ parallel projection ซึ่งข้อแตกต่างของการโปรเจคทั้ง 2 แบบนี้อยู่ที่ความสัมพันธ์ระหว่างจุดศูนย์กลางของการโปรเจคกับระนาบของการโปรเจค คือถ้าระยะจากจุดศูนย์กลางไปยังระนาบสามารถวัดได้เราเรียกว่า *Perspective* แต่ถ้าระยะทางนั้นไม่สามารถไม่สามารถกำหนดได้เราเรียกว่า *Parallel*

2.4.2.2 **การเคลื่อนที่รอบแกน**

1. การหมุนรอบแกน x คือการหมุนตำแหน่ง P(Px,Py,Pz) ไปรอบแกน x ซึ่งใช้ฟังก์ชันมาตรฐาน Sin และ Cos เมื่อทำการคำนวณตำแหน่ง Q(Qx,Qy,Qz) จะเป็น

   $Qx = Px$

   $Qy = Py * Cos(rx) - Pz * Sin(rx)$

   $Qz = Py * Sin(rx) + Pz * Cos(rx)$

   โดยที่ rx คือมุมตามแกน x

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การหมุนรอบแกน y คือการหมุนตำแหน่ง P(Px,Py,Pz) ไปรอบแกน y เมื่อทำการคำนวณ ตำแหน่ง Q(Qx,Qy,Qz) จะเป็น

$Qx = Pz * Sin(ry) + Px * Cos(ry)$

$Qy = Py$

$Qz = Pz * Cos(ry) - Px * Sin(ry)$

โดยที่ ry คือมุมตามแกน y

3. การหมุนรอบแกน z คือการหมุนตำแหน่ง P(Px,Py,Pz) ไปรอบแกน z เมื่อทำการคำนวณ ตำแหน่ง Q(Qx,Qy,Qz) จะเป็น

$Qx = Pz * Cos(rz) - Pz * Sin(rz)$

$Qy = Px * Sin(rz) + Py * Cos(rz)$

$Qz = Pz$

โดยที่ rz คือมุมตามแกน z

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.จักรภพ ตระกูลวงศา,ชินวัตร ตันติไชยบริบูรณ์,ประสิทธิ์ เด่นนินนาท(2540) ได้ทำซอฟต์แวร์การจำลองภาพ 3 มิติ จากวัตถุจริง สำหรับสร้างภาพ 3 มิติ จากการมองภาพ 3 มุมมอง โดยแบ่งการทำงานของโปรแกรมออกเป็น 4 ส่วน คือ การหาข้อมูลเบื้องต้นจากการมองภาพใน 2 มิติ และนำข้อมูลที่ได้มาใช้สร้างภาพ 3 มิติ หลังจากนั้นก็นำเสนอทางจอภาพ และบันทึกข้อมูลของภาพ 2 มิติ จาก 3 มุมมองลงในแฟ้มข้อมูล โดยใช้ C++ Builder

2.ปริญญ์ แซกวานิช ,ปิยะพร พลหาญ (2540) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ ภาพสามมิติของพื้นผิวกำลังสองบนระบบเครือข่าย โดยที่สามารถวาดรูปทรงของสมการพื้นผิวกำลังสองใน 3 มิติได้ทุกมุมและพิจารณาพื้นผิวในแต่ละระนาบที่เกิดจากการแก้สมการดังกล่าวและติดต่อกันระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์บนระบบเครือข่ายได้ โดยใช้ภาษา C

3.จริยา กำเหนิดนนท์,ทรงคุณ สาสนะ,สุวิดา กิตติพงศ์วรการ(2541) ได้จัดทำคอมพิวเตอร์ช่วยสอน(CAI) ทางคณิตศาสตร์เรื่องการเขียนกราฟ 2 มิติ และ 3 มิติ ผ่านเครือข่ายอินเตอร์เน็ต เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียน และทำความรู้จักกับเครือข่ายอินเตอร์เน็ต โดยออกแบบและพัฒนาโปรแกรมด้วยการใช้ Java

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการพัฒนาระบบงานจำเป็นต้องมีการวางแผน เพื่อจะได้ทราบว่าการทำงานจะต้องมีขั้นตอนอย่างไร จากนั้นจึงทำตามขั้นตอนที่วางไว้ ในการทำโปรแกรมก็เช่นกัน ต้องมีการวางแผนเพื่อให้งานบรรลุตามต้องการและมีการพัฒนาเพื่อให้มีประสิทธิภาพดีขึ้น

ผู้จัดทำมีวิธีการวิจัยตามลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การศึกษาค้นคว้า
2. ออกแบบโปรแกรมขั้นต้น
3. ออกแบบรายละเอียดของโปรแกรม
4. พัฒนาโปรแกรม
5. ทดสอบโปรแกรม
6. ปรับปรุงโปรแกรม

3.1 การศึกษาค้นคว้า

ผู้จัดทำได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยต่างๆที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการอินทิเกรตเพื่อหาพื้นที่และปริมาตรที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่
2. ศึกษาเอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องคอมพิวเตอร์กราฟฟิกทั้งในเรื่องของการสร้างภาพในระนาบสองมิติ และสามมิติ
3. ศึกษาโปรแกรมสำหรับการสร้างรูปสามมิติที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่

3.2 ออกแบบโปรแกรมขั้นต้น

หลังจากศึกษาและทำความเข้าใจเอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเรียบร้อยแล้ว นำข้อมูลที่ได้รับมาออกแบบโปรแกรมให้เป็นไปตามเป้าหมายที่ต้องการ ซึ่งทำให้งานมีประสิทธิภาพมากขึ้นและลดความซับซ้อน นอกจากนี้จะทำให้การทำงานเร็วขึ้นอีกด้วย โดยออกแบบโปรแกรมขั้นต้นร่วมกัน ทำให้มีความเข้าใจร่วมกัน ซึ่งงานที่ดำเนินการนี้จะนำคอมพิวเตอร์เข้าไปช่วยในการดำเนินการซึ่งแบ่งงานออกเป็น 2 ส่วนคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 ส่วนประมวลผล

โดยใช้โปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ช่วยในการประมวลผลในส่วนของค่าปริมาตรและพื้นที่ผิว ในส่วนประมวลผลสามารถทำงานได้ดังต่อไปนี้

1) ใส่ข้อมูลได้ตามความต้องการ ซึ่งสามารถเลือกวิธีในการหาค่าปริมาตรและแกนหมุนได้
2) สามารถแก้ไขหรือเปลี่ยนแปลงข้อมูลข้อมูลได้ตามความต้องการ
3) มีวิธีจัดการกับข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น โดยการบอกส่วนที่ผิดพลาดและให้คำแนะนำในการแก้ไข

3.2.2 ส่วนแสดงภาพ

หลังจากประมวลผลแล้วต้องแสดงภาพประกอบ ที่สัมพันธ์กับคำตอบได้โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วย ดังนี้

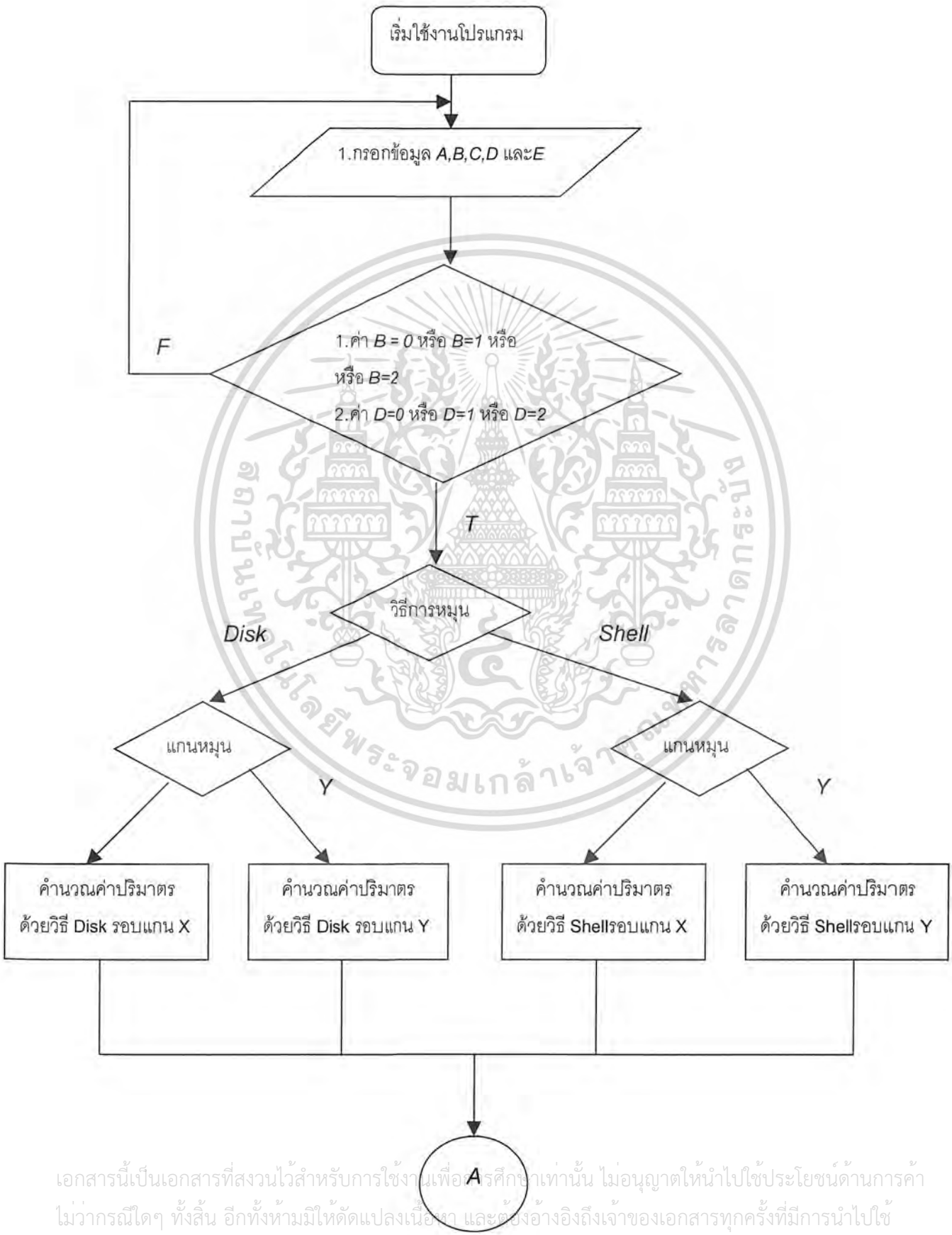
1) แสดงภาพสองมิติที่สอดคล้องกับสมการ พร้อมทั้งบอกรายละเอียดในส่วนต่างๆ ได้
2) แสดงการหมุนภาพสองมิติเป็นภาพสามมิติในรูปแบบมาตรฐานได้
3) สามารถมองภาพสามมิติขณะหมุนได้หลายมุมมอง เพื่อศึกษารายละเอียดให้ได้มากที่สุด

จุดประสงค์หลักของการออกแบบโปรแกรมขั้นต้น เพื่อให้ผลลัพธ์ของงานมีความถูกต้องสมบูรณ์และมีข้อผิดพลาดน้อยที่สุด และสอดคล้องกับโปรแกรมอื่นที่เกี่ยวข้อง

ซึ่งการออกแบบโปรแกรมขั้นต้นดังกล่าว จะอธิบายด้วยการใช้ Algorithm ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Algorithm



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 ออกแบบรายละเอียดของโปรแกรม

ทำการศึกษาและออกแบบรายละเอียดของโปรแกรม ว่าควรมีรายละเอียดเพิ่มเติมอะไรบ้าง โดยอาจขอรายละเอียดเพิ่มเติมจากอาจารย์ หรือหาข้อมูลทางอินเตอร์เน็ต โดยที่ปรึกษาในส่วนรายละเอียดของโปรแกรมว่าจะเขียนโปรแกรมด้วยภาษาอะไรจึงจะเหมาะสม และมีโปรแกรมย่อยอะไรบ้างที่ต้องใช้ร่วมกัน

นอกจากนี้แล้วยังต้องคำนึงถึงเทคนิคโครงสร้างของโปรแกรม ซึ่งมีวัตถุประสงค์ดังนี้

3.1 เพื่อสร้างโปรแกรมที่มีคุณภาพสูง

3.2 เพื่อสร้างโปรแกรมที่มีความยืดหยุ่น ง่ายต่อการทำความเข้าใจ

3.3 เพื่อให้การพัฒนาโปรแกรมเป็นระบบและ แก้ไขดัดแปลงง่าย

3.4 เพื่อทำให้การพัฒนาระบบเป็นไปอย่างรวดเร็วและประหยัดค่าใช้จ่าย

3.4 พัฒนาโปรแกรม

เริ่มโดยเขียนฟังก์ชั่นที่ต้องการทีละฟังก์ชั่น เช่น การรับข้อมูล การคำนวณค่าปริมาตรด้วยวิธีต่างๆ คำนวณค่าพื้นที่ผิว การแสดงภาพสองมิติ การแสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติ โดยการนำโปรแกรมที่เขียนแยกเป็นส่วนๆมารวมกัน เพื่อตรวจสอบดูว่าสามารถทำงานร่วมกันได้หรือไม่ นอกจากนี้ยังมีการพัฒนาโปรแกรมให้เหมาะสมกับงานที่นำไปใช้ ซึ่งจะทำให้โปรแกรมทำงานได้สมบูรณ์ขึ้น

ภาษาที่ใช้

โปรแกรมนี้สร้างขึ้นโดยใช้โปรแกรม "**วิชวลเบสิค เวอร์ชั่น** 6.0" (Visual Basic Version 6.0) และทำการ Run บน Windows

เนื่องจาก Visual Basic สามารถสร้างโปรแกรมบน Windows โดยอาศัยการออกแบบโปรแกรมในลักษณะ Visualize ซึ่งใช้ในการกำหนดตำแหน่งของ Object ลงบนจอภาพเพื่อติดต่อกับผู้ใช้โดยตรง โดยที่ Object เหล่านี้จะเปลี่ยนไปตามเหตุการณ์ (Event) ต่างๆที่เกิดขึ้น เช่น การเคลื่อนเมาส์ หรือการรับข้อมูลจากคีย์บอร์ด ในการกำหนดขั้นตอนการทำงานให้กับ Object ภายใต้เหตุการณ์ใดๆ จะใช้ภาษา Basic เข้ามาช่วยในการเขียนโปรแกรม ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่า การพัฒนาโปรแกรมบน Windows โดยใช้ Visual Basic มีความง่ายและสะดวกในการใช้ รวมทั้งมีขั้นตอนน้อย เพียงแต่เลือก Form และ Control ที่เหมาะสมแล้ววาดลงบนจอภาพเพื่อใช้ติดต่อกับผู้ใช้ จากนั้นจึงทำการเขียนภาษา Basic เพื่อสร้างโปรแกรมด้วยตัวเอง ดังนั้นผู้จัดทำจึงเลือกใช้ Visual Basic ในการออกแบบหน้าจอและประมวลผลของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.1 การประมวลผล

ส่วนคำนวณหาค่าปริมาตรและพื้นที่พื้นผิว

- รับค่าสัมประสิทธิ์ A , C ค่าเลขยกกำลัง B,D และค่าคงที่ E
- เลือกวิธีในการหาปริมาตรพร้อมทั้งแกนหมุน
- รับค่าช่วงของการอินทิเกรต
- คำนวณหาค่าปริมาตรและพื้นที่พื้นผิว
- แสดงรายละเอียดของรูปสองมิติ
- แสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติ

ตัวอย่างโปรแกรมการประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิว

```
If TxtA > 0 And TxtB = 0 And TxtC > 0 And TxtD = 2 And TxtE > 0 Then //case (14)
  If OptDisk = True And OptX = True Then
    MsgBox ("ไม่สามารถหาปริมาตรด้วยวิธีนี้ได้ เนื่องจากไม่สามารถจัดสมการ
            ให้อยู่ในรูปของf(x) ได้")
    TxtVolume = "-"
    TxtSurface = "-"
  End If
  If OptDisk = True And OptY = True Then
    If Abs(TxtA) > Abs(TxtE) Then
      f_y = Sqr((TxtA - TxtE) / TxtC)
      TxtVolume = ((f_y ^ 2 * TxtEnd) - (f_y ^ 2 * TxtBegin)) * 22 / 7
      TxtSurface = "-"
      Call Locker
      x = (Sqr((TxtA - TxtE) / TxtC)) * 10
      CmdPicture.Enabled = True
      Style = 1
    Else
      MsgBox ("ไม่สามารถหาคำตอบด้วยวิธีนี้ได้  เนื่องจาก f(y) เป็นรากที่สองของ
              จำนวนลบ")
      TxtVolume = "-"
      TxtSurface = "-"
    End If
```

A

B

C

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
If OptShell = True And OptX = True Then
    If Abs(TxtA) > Abs(TxtE) Then
      f_y = Sqr((TxtA - TxtE) / TxtC)
      TxtVolume = (2 * (22 / 7)) * (((f_y * TxtEnd * TxtEnd) / 2) - ((f_y * TxtBegin
                  *TxtBegin) / 2))
      TxtSurface = "-"
      Call Locker
      x = (Sqr((TxtA - TxtE) / TxtC)) * 10
      CmdPicture.Enabled = True
      Style = 2
    Else
      MsgBox ("ไม่สามารถหาคำตอบด้วยวิธีนี้ได้ เนื่องจาก f(y) เป็นรากที่สองของ
            จำนวนลบ")
    End If
End If

If OptShell = True And OptY = True Then
    MsgBox ("ไม่สามารถหาปริมาตรด้วยวิธีนี้ได้ เนื่องจากไม่สามารถจัดสมการให้
          อยู่ในรูปของ f(x) ได้")
    If Abs(TxtA) > Abs(TxtE) Then
      f_y = Sqr((TxtA - TxtE) / TxtC)
      TxtVolume = "-"
      TxtSurface = 2 * (22 / 7) * f_y * (TxtEnd - TxtBegin)
      Call Locker
    Else
      MsgBox ("ไม่สามารถหาคำตอบด้วยวิธีนี้ได้ เนื่องจาก f(y) เป็นรากที่สองของ
            จำนวนลบ")
    End If
End If
```

D

E

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายละเอียดการทำงานของโปรแกรม

1. เมื่อรับข้อมูลที่ผู้ใช้กรอก จะทำการตรวจสอบดูว่าข้อมูลที่ได้รับอยู่ในกรณี (case) ใด ตามรูปแบบเงื่อนไข (A)

2. เปลี่ยนข้อมูลที่รับให้อยู่ในรูปของตัวแปรที่ใช้ในโปรแกรม ดังนี้

   TxtA = A

   TxtB = B

   TxtC = C

   TxtD = D

   TxtE = E

   TxtBegin = ค่าเริ่มต้นในการอินทิเกรต

   TxtEnd = ค่าสิ้นสุดการอินทิเกรต

3. ตรวจสอบวิธีการที่ผู้ใช้เลือกสำหรับการหาค่าปริมาตรและแกนหมุน โดยตรวจสอบว่าอยู่ในเงื่อนไขใดระหว่าง (B) — (E)

4. ประมวลผลค่าปริมาตรและพื้นที่พื้นผิว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.2 การสร้างภาพสองมิติ

โปรแกรมนี้จะประกอบไปด้วย form ที่ใช้ในการ interface กับ user ทั้งหมด 4 ฟอร์ม ด้วยกัน โดยในแต่ละ form จะมีหน้าที่และฟังชันการใช้งานต่างๆกันดังต่อไปนี้

Form1 ประกอบไปด้วย

1. Function Clear ทำหน้าที่เคลียร์ค่าใน Textbox
2. Function Locker ทำหน้าที่ล็อก Textbox ทั้งหมด เพื่อไม่ให้ user แก้ไขข้อความใน Textbox
3. Function Unlocker ทำหน้าที่ตรงข้ามกับ Function Unlocker โดยจะทำการอนุญาตให้ user สามารถแก้ไขข้อความใน Textbox ได้
4. Function CmdClear_Click จะทำการเคลียร์ค่าใน Textbox ทั้งหมด พร้อมทั้ง setfocus ไปที่ TxtA
5. Function CmdEnd_Click ปิดโปรแกรม
6. Function Error ทำหน้าที่เช็กค่าผิดพลาดต่างๆที่ user พิมพ์เข้ามา เช่น พิมพ์ค่าเป็นอักขระ แทนที่จะเป็นตัวเลข
7. Function NoAns ทำหน้าที่บอก user ในกรณีที่ไม่สามารถหาคำตอบได้จาก input ที่ user พิมพ์เข้ามา
8. Function Case ต่างๆ จะนำเอาค่าใน Textbox ที่ user พิมพ์เข้ามา นำมาเช็กเงื่อนไขและทำการคำนวณหาค่า output
9. Function CmdOk_Click จะทำการเช็กว่า user พิมพ์ input ครบหรือไม่ และเรียกใช้ Function Case ทั้งหมด
10. Function CmdPicture_Click จะสั่งให้โปรแกรมทำการแสดง Form2

Form2 ประกอบไปด้วย

1. Function Axis เป็นฟังก์ชันสำหรับสร้างรูปของแกนที่จะแสดงในแบบ 2 มิติ
2. Function Form_Load จะทำการเช็กค่าตัวแปร Style และทำการสร้างภาพ 2 มิติตามรูปแบบของ Style นั้นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Form3 ประกอบไปด้วย

1. Function CmdClear_Click ปิดโปรแกรม
2. Function CmdBack2_Click จะปิด Form3 และแสดง Form2

Form4 ประกอบไปด้วย

1. Function CmdOk4_Click จะรอรับการ input ค่า x หรือ y จาก user ในกรณีที่ยังไม่สามารถกำหนดขอบเขตของพื้นที่ที่จะใช้หมุนได้

3.4.3 การสร้างภาพเคลื่อนไหวสามมิติ

3D Studio Max เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างงาน 3 มิติแบบ Animation ซึ่งพัฒนาโดย Kinetix โปรแกรม 3D Studio Max 3 เวอร์ชันนี้ สามารถรันได้บน Windows 95/98/ME และ windows NT/2000 ซึ่งในเวอร์ชั่นก่อน Release 2.5 จะรันได้เฉพาะบน Windows NT เท่านั้น ทำให้ 3D Max เวอร์ชั่นนี้ เริ่มใช้กันกว้างขวางมากขึ้นใน User ระดับ Home PC ทั่วไป

ด้วยประสิทธิภาพที่สูงขึ้นอย่างมากในหลายๆด้าน ทั้งในการสร้าง Model (รูปทรง 3 มิติ) รูปแบบของพื้นผิววัตถุที่มากขึ้น การคำนวณสภาพการชนของวัตถุ (Simulation) และคำสั่งที่เพิ่มขึ้นมากเมื่อเทียบกับ 3D Max ในรุ่นแรกๆ ทำให้เราสามารถขึ้นรูปทรง 3 มิติ ด้วยการใช้เมาส์ตามจินตนาการของเรา อีกทั้งสามารถกำหนดพื้นผิวให้วัตถุได้อย่างไร้ขอบเขตจำกัด

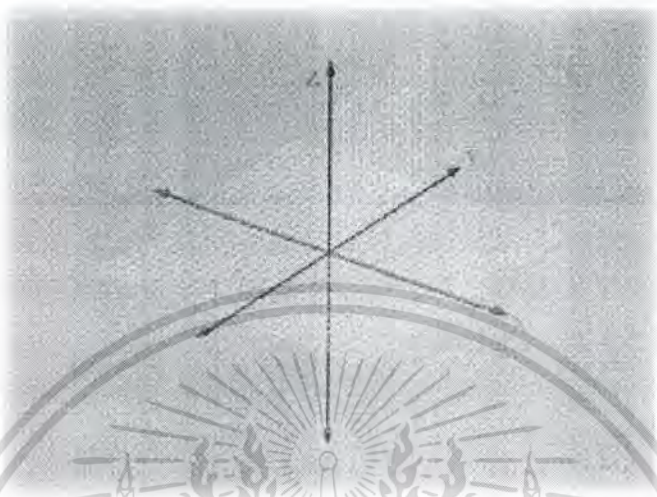
เราสามารถสร้างวัตถุ 3 มิติใน 3Dmax ได้ ซึ่งวัตถุเริ่มต้นอาจขึ้นทรงเริ่มต้นจากเส้น 2 มิติได้ (2D) ได้ โดยเส้น 2 มิติ หรือวัตถุ 3 มิตินั้น ใน 3 Dmax จะถือว่าเป็นวัตถุทั้งสิ้น ดังนั้นภาพที่แสดงในจอภาพของ 3 Dmax จะเปรียบเทียบได้กับการสร้างหรือปั้นวัตถุขึ้นมา ไม่ใช่แค่เพียงภาพวาดเท่านั้น เพียงแต่วัตถุที่เราสร้างขึ้นอยู่ในคอมพิวเตอร์ ซึ่งเราสามารถหมุนวัตถุ หรือเลื่อนกล้องเพื่อดูส่วนต่างๆของวัตถุที่เราสร้างขึ้นได้รอบตัว

หลักการของอ้างอิงตำแหน่งของวัตถุ

ระบบแกนโคออร์ดิเนท (Coordinate) ใน 3 Dmax นี้จะเป็นระบบคาร์ทีเซียน (Cartesian) ซึ่งอ้างอิงจุด 3 จุดในแนวแกน X,Y และ Z โดยนับจุดตัดกันของทั้ง 3 แกน เป็นระบบเริ่มต้นของแกนโคออร์ดิเนท จะมีโคออร์ดิเนท (0,0,0) ณ จุดต่างๆใน 3D Space เราสามารถอ้างอิงได้ว่าจุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นั้นห่างจากแกน X กี่หน่วย แกน Y กี่หน่วย แกน Z กี่หน่วย ซึ่งระยะห่างจากแกนแต่ละแกนนี้จะเป็นค่ากำหนดตำแหน่งของจุดที่อยู่ใน 3 D Space ได้ทุกตำแหน่ง



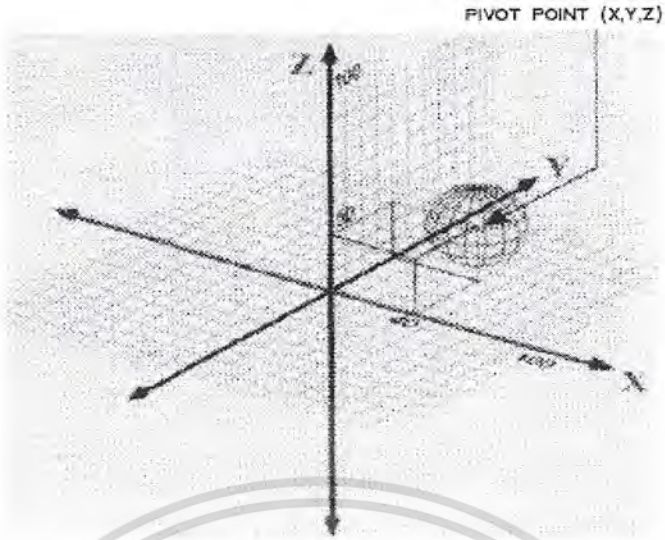
เราอาจกล่าวได้ว่าจุดที่อยู่ใน 3D Space นี้ อยู่ในระนาบ X,Y ที่จุดใดๆ และอยู่สูงขึ้นจากระนาบ X,Y เท่าไร หรืออยู่ใต้ระนาบ X,Y เท่าไร ก็เป็นค่า Z ทำให้เราจุดใน 3D Space ได้ง่ายขึ้น

ในการบอกตำแหน่งของวัตถุใน 3 D Space ซึ่งกำกับจุดต่างๆด้วยระนาบแกนคาร์ทีเซียน แล้วทำให้เราสามารถรู้ตำแหน่งของจุดต่างๆ เทียบกับจุดกำเนิด (Origin) ที่จุด X=0,Y=0 ,Z=0

จุดอ้างอิงวัตถุ (Pivot Point)

ในวัตถุ 3 มิติ โดยทั่วไปจะประกอบด้วยจุดประกอบวัตถุ (Vertice) หลายจุดต่อกันด้วยเส้นประกอบวัตถุ (Edge) เพื่อสร้างเป็นพื้นผิวของวัตถุ (Face) ในการอ้างอิงถึงตำแหน่งของวัตถุใน 3Dmax Space นั้น เราไม่สามารถใช้จุดทั้งหมดของวัตถุในการอ้างอิงถึงตำแหน่งของวัตถุได้ ดังนั้นจึงต้องมีตัวแทนของวัตถุเพียงแค่จุดเดียวเพื่อใช้ในการอ้างอิงตำแหน่งของวัตถุใน3D Space ซึ่งใน 3 Dmax จะสร้างจุดอ้างอิงกำกับพร้อมกับสร้างวัตถุทุกชิ้น เพื่อใช้ในการอ้างอิงตำแหน่งของวัตถุโดยอัตโนมัติ เรียกว่าจุดอ้างอิงวัตถุ (Pivot Point) โดยมากจะอยู่ที่จุดกึ่งกลางของวัตถุ ซึ่งจุดอ้างอิงวัตถุนี้เรายังสามารถปรับเปลี่ยนตำแหน่งได้ตามความต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



3.5 ทดสอบโปรแกรม

เป็นขั้นตอนของการทดสอบดูว่าโปรแกรมทำงานได้ตามเป้าหมายที่วางไว้หรือไม่ โดยจะทำการติดตั้งเครื่องและนำโปรแกรมที่เขียนเสร็จแล้วมาทำการทดสอบ และบันทึกข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น ในการทดสอบควรให้ผู้ใช้ (user) มีส่วนร่วมหรือผู้ใช้เป็นผู้ทดสอบเอง เพราะผู้ใช้สามารถบอกได้ว่าระบบควรเป็นอย่างไรและมีข้อบกพร่องอะไรบ้าง เพื่อให้ทีมงานนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงโปรแกรมให้ดีขึ้นและเหมาะสมกับการใช้งาน

3.6 ปรับปรุงโปรแกรม

เมื่อทำการทดสอบระบบเรียบร้อยแล้ว จึงนำข้อผิดพลาดที่บันทึกไว้มาทำการแก้ไขให้มีประสิทธิภาพในการใช้งานมากขึ้นและทำการปรับปรุงให้เหมาะสมกับงานที่วางไว้ เพื่อให้สามารถนำไปใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่4

ผลการทดลอง

ผลการทดลองในบทนี้ เป็นการแสดงขั้นตอนวิธีการใช้โปรแกรมที่พัฒนา ส่วนรับส่งข้อมูล และส่วนแสดงผล ในที่นี้หมายถึง หน้าจอที่ปรากฏบนเครื่องคอมพิวเตอร์เมื่อมีการติดต่อกับโปรแกรม และการแสดงผลในส่วนของรูปภาพทั้งภาพสองมิติ และภาพสามมิติซึ่งแสดงเป็นภาพเคลื่อนไหว

4.1 การประมวลผลโปรแกรม

รูปที่ 4.1 หน้าจอต้อนรับ

เมื่อผู้ใช้เริ่มเข้าสู่ระบบ จะปรากฏหน้าจอต้อนรับ หน้าจอนี้มีส่วนการทำงานอยู่ 2ส่วน คือ

1. ส่วนของการเริ่มต้นใช้งานโปรแกรม โดยที่ผู้ใช้สามารถเลือกการทำงานดังกล่าวโดยการกดปุ่ม Click Here เพื่อเข้าสู่หน้าจอถัดไปที่แสดงดังรูป 4.2
2. การเลิกใช้งานโปรแกรม ผู้ใช้สามารถเลิกการใช้งานโปรแกรมโดยการกดปุ่ม X โปรแกรมก็จะออกจากระบบโดยทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 **ส่วนประกอบหลักของหน้าจอ**

1. **ส่วนเลือกรายการ**

เป็นส่วนที่ผู้ใช้ (user) เลือกการทำงานของโปรแกรม โดยใช้เมาส์ในการเลือกรายการตามที่ต้องการ

2. **ส่วนรับข้อมูล**

เป็นส่วนที่รับข้อมูลจากผู้ใช้เพื่อนำไปประมวลผล

3. **ส่วนแสดงผล**

เป็นส่วนที่แสดงคำตอบที่เกิดจากการประมวลผล พร้อมทั้งแสดงภาพประกอบ คือภาพสองมิติ และภาพเคลื่อนไหวสามมิติ

4. **ส่วนของ** Help

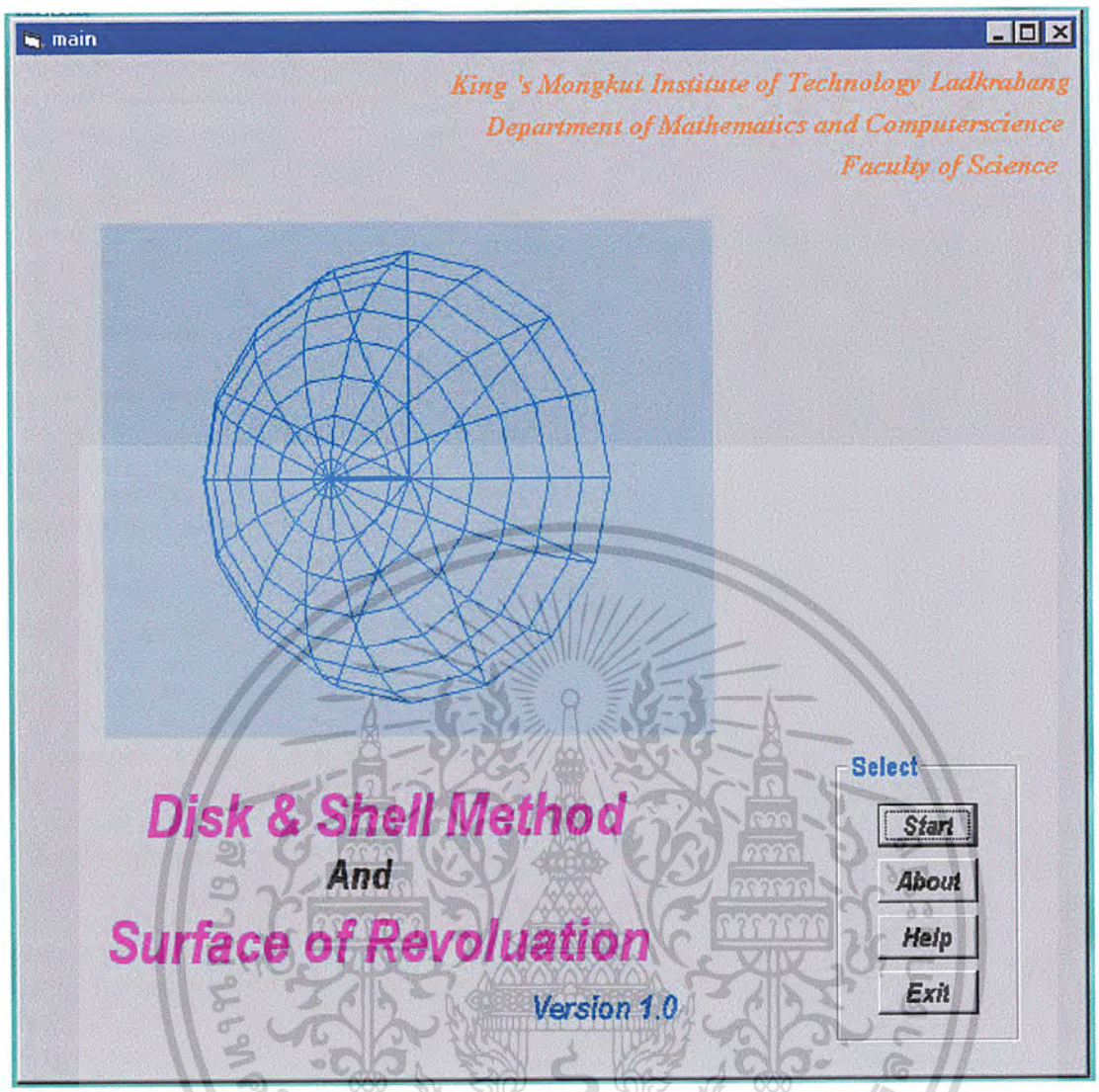
เป็นส่วนที่บรรจุรายละเอียดของทฤษฎีที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษทั้งทางคณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ , คำแนะนำในการใช้งานโปรแกรม และการจัดการกับข้อผิดพลาดต่างๆ (Error) ที่เกิดขึ้นระหว่างการใช้โปรแกรม

5. **ส่วนของ** About

เป็นส่วนที่กล่าวถึงที่มาของปัญหาพิเศษ รวมทั้งข้อมูลต่างๆ ไม่ว่าจะเป็น ที่มา ความสำคัญ วัตถุประสงค์ และคำแนะนำสำหรับการพัฒนาโปรแกรมให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ต่อไปจะกล่าวถึงรายละเอียดของหน้าจอสำหรับเลือกรายการ หน้าจอสำหรับรับข้อมูล ส่วนแสดงผลที่แสดงรูปสองมิติและรูปสามมิติ รวมทั้งรายละเอียดของ Help และ About ของโปรแกรมโดยละเอียด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 หน้าจอก่อนเข้าสู่โปรแกรม

เมื่อผู้ใช้เลือกที่จะเข้าสู่การใช้งานโปรแกรม จะปรากฏรูปที่ 4.2 ที่หน้าจอคอมพิวเตอร์ หน้าจอในส่วนนี้จะมีการทำงานอยู่ 4 ส่วน ดังนี้

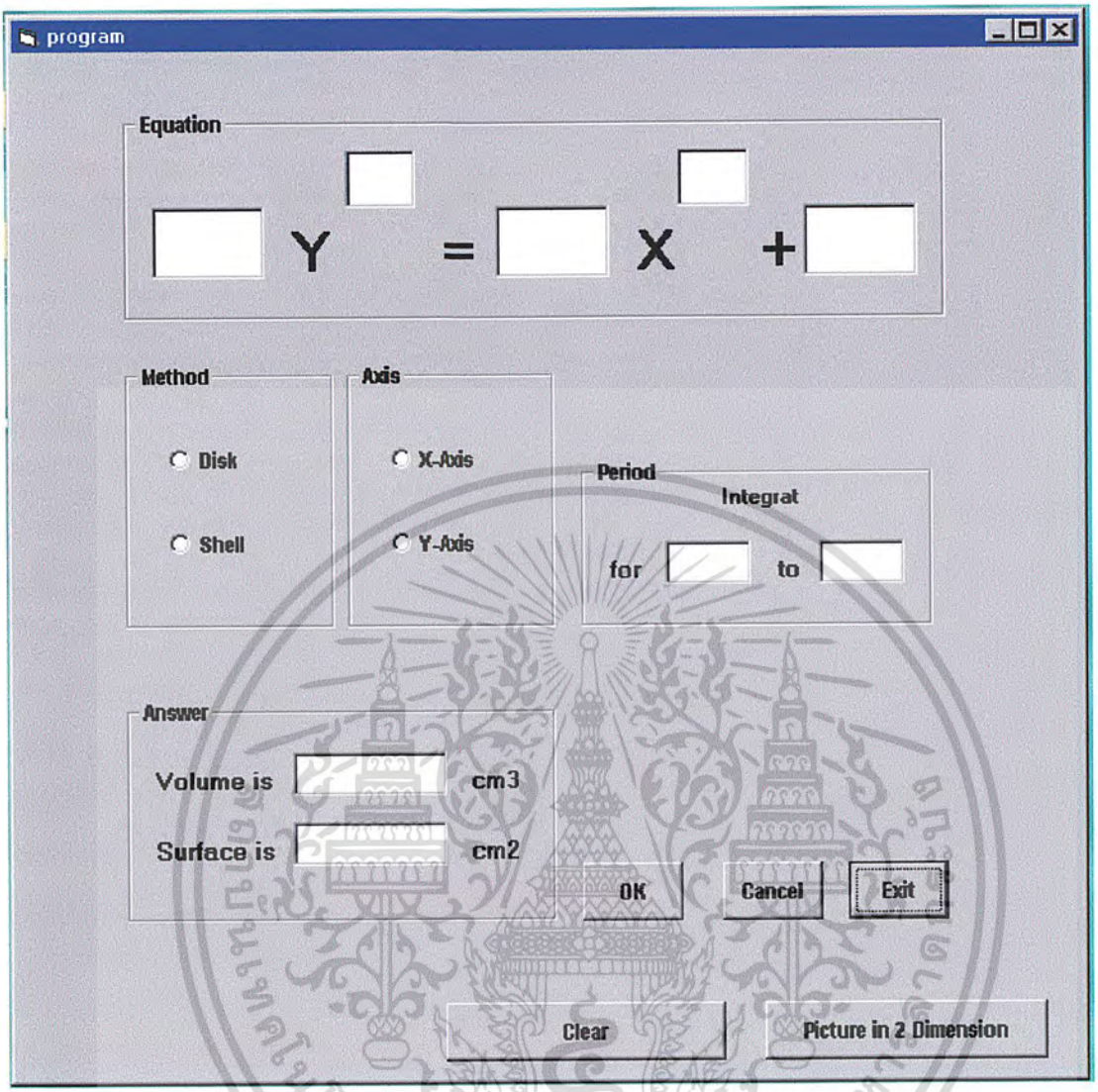
1. ส่วนเริ่มการทำงานของโปรแกรม โดยที่ผู้ใช้สามารถเข้าสู่การใช้งานได้ทันทีโดยการเลือกกดปุ่ม Start เพื่อเข้าสู่ส่วนการใช้งานของโปรแกรม ดังรูป 4.3

2. รายละเอียดของที่มาของปริญญานิพนธ์ รวมทั้งข้อมูลในส่วนต่างๆ ประกอบด้วย ข้อดี ข้อจำกัดของโปรแกรมการใช้งาน อุปสรรคและแนวทางในการพัฒนาโปรแกรมการใช้งานให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผู้ใช้เข้าไปดูรายละเอียดได้โดยการเลือกกดปุ่ม About ดังรูป 4.5

3. คำแนะนำในการใช้งานโปรแกรม ทฤษฎีที่ใช้ รวมถึงการจัดการกับข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างการใช้งานโปรแกรม ผู้ใช้เข้าไปดูรายละเอียดได้โดยการเลือกกดปุ่ม Help ดังรูป 4.4

4. เมื่อผู้ใช้ต้องการออกจากการใช้งาน สามารถทำได้โดยการเลือกกดปุ่ม Exit

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 หน้าจอรับข้อมูล

4.3 ขั้นตอนการรับข้อมูล

เมื่อผู้ใช้เลือกกดปุ่ม Start จากรูป 4.2 หน้าจอจะแสดงรายละเอียดของส่วนรับข้อมูล ซึ่งผู้ใช้จะต้องทำการกรอกข้อมูลที่ต้องการลงในช่องที่กำหนดให้ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในการประมวลผลมีดังนี้

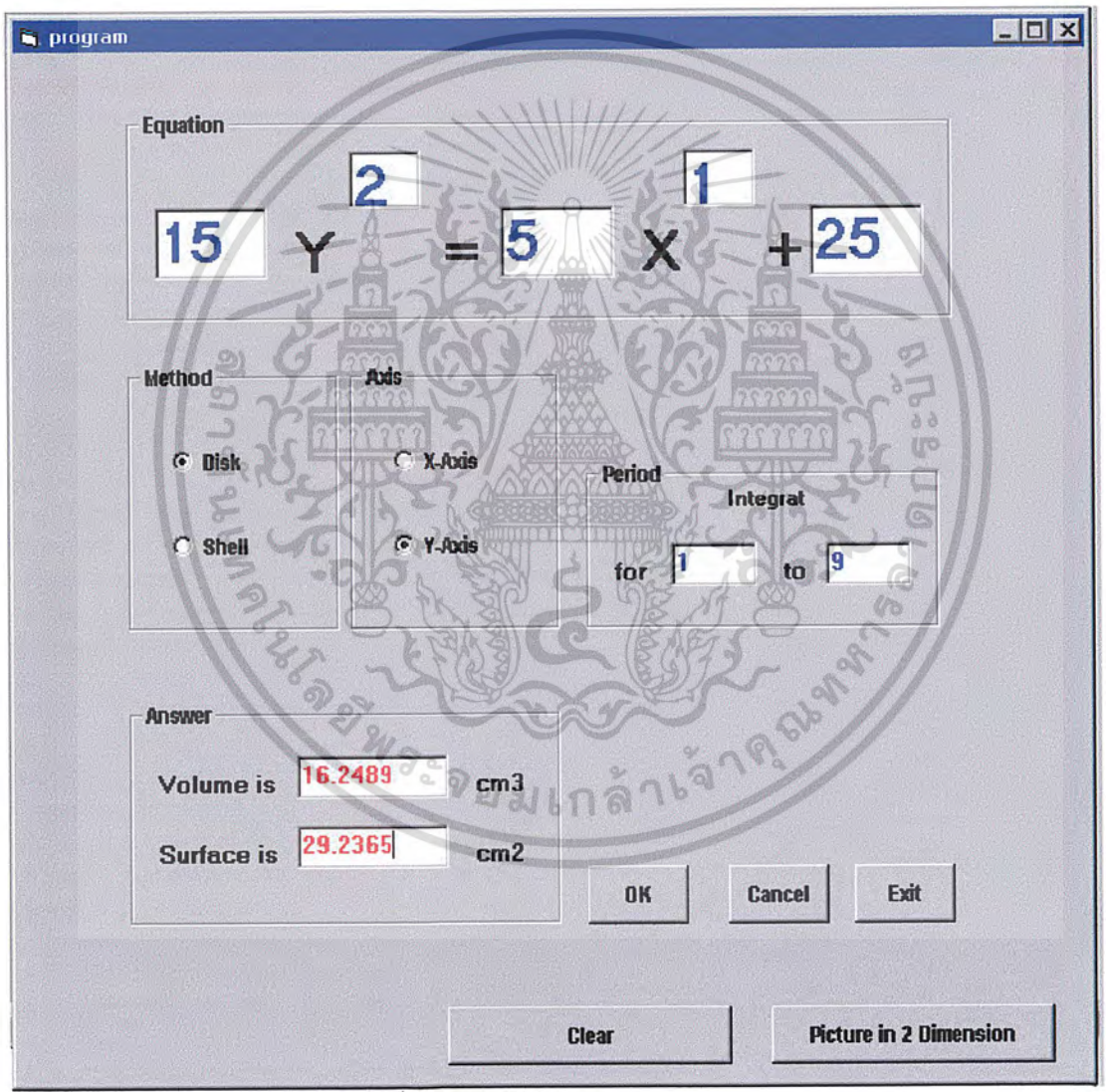
1. ค่าสัมประสิทธิ์ A และ C ค่าของเลขยกกำลัง B และ D รวมทั้งค่าคงที่ E
2. Method ที่ผู้ใช้ต้องการใช้ในการหาค่าปริมาตร มี 2 Method คือ Disk และ Shell
3. แกนหมุนในการหาค่าปริมาตร มี 2 แกน คือ **แกน** X และ **แกน** Y
4. ช่วงของการอินทิเกรต

เมื่อผู้ใช้ใส่รายละเอียดของข้อมูลส่วนนำเข้าเรียบร้อย ถ้าต้องการผลที่ได้จากการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้เลือกกดปุ่ม OK จะปรากฏหน้าจอดังรูป 4.3.1 แต่ถ้าต้องการเปลี่ยนแปลงข้อมูล ให้เลือกกดปุ่ม Cancel ข้อมูลต่างๆที่กรอกจะถูกลบออกไป

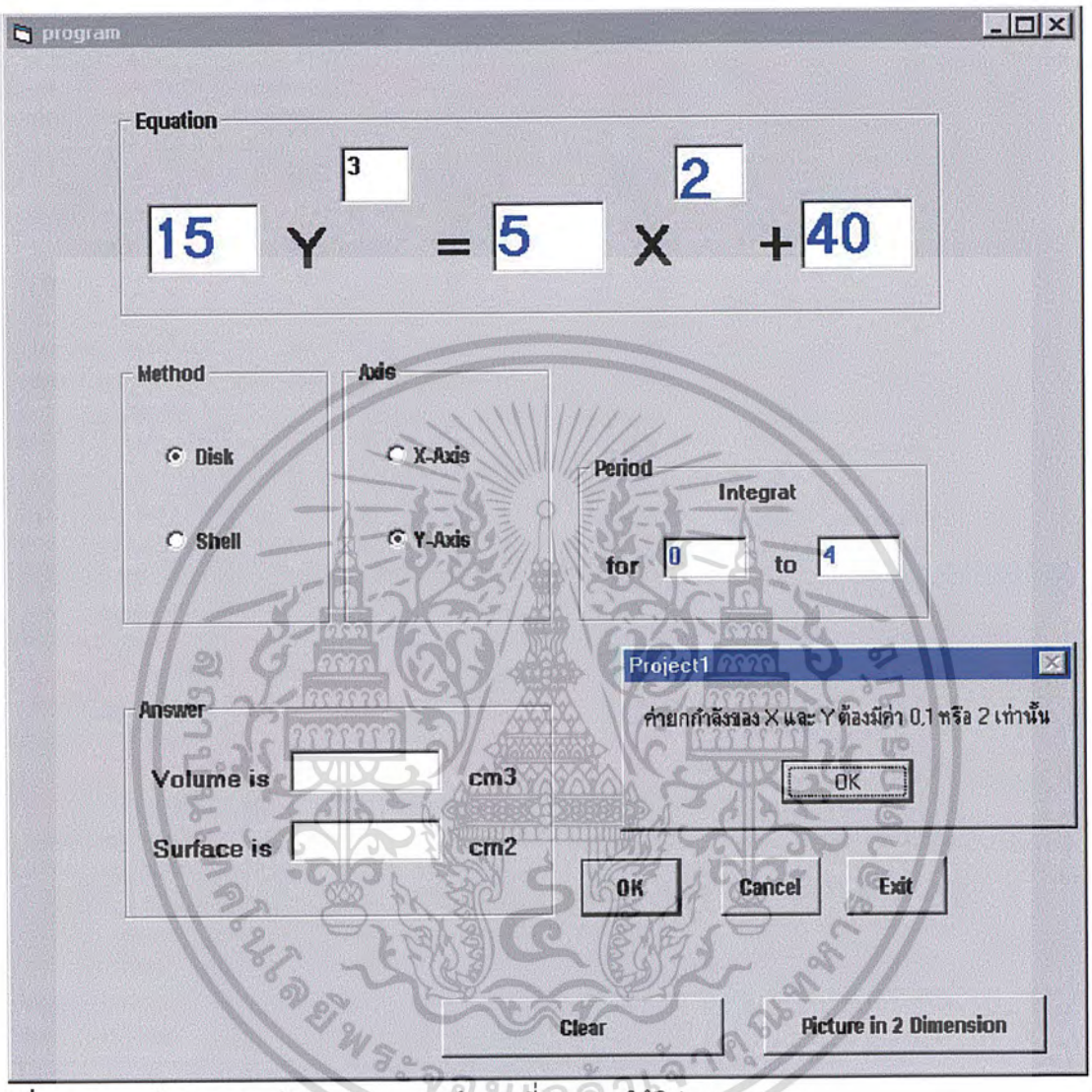
หมายเหตุ ถ้าผู้ใช้ใส่ข้อมูลที่ไม่ถูกต้อง โปรแกรมจะแสดงส่วนที่ไม่ถูกต้องโดยการฟ้องในรูปแบบของ **กล่องข้อความ** (Message Box) และผู้ใช้สามารถเปลี่ยนแปลงข้อมูลได้ แสดงดังรูป 4.3.2 สำหรับรายละเอียดของข้อมูลที่ผู้ใช้ต้องใส่นั้น สามารถศึกษาได้ในส่วนของคำแนะนำในการใช้งานโปรแกรม ที่บันทึกอยู่ใน Help Program



รูปที่ 4.3.1 หน้าจอแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อผู้ใช้กรอกข้อมูลที่ถูกต้อง โปรแกรมก็จะทำการประมวลผล และแสดงค่าที่ได้จากการคำนวณ และผู้ใช้สามารถเลือกดูภาพสองมิติที่เกิดจากสมการที่ปรากฏได้โดยการเลือกปุ่มกด Picture in 2 Dimension จะปรากฏหน้าจอที่มีรายละเอียดดังรูป 4.3.3



รูปที่ 4.3.2 หน้าจอแสดงข้อผิดพลาดจากข้อมูลที่รับขณะใช้โปรแกรม

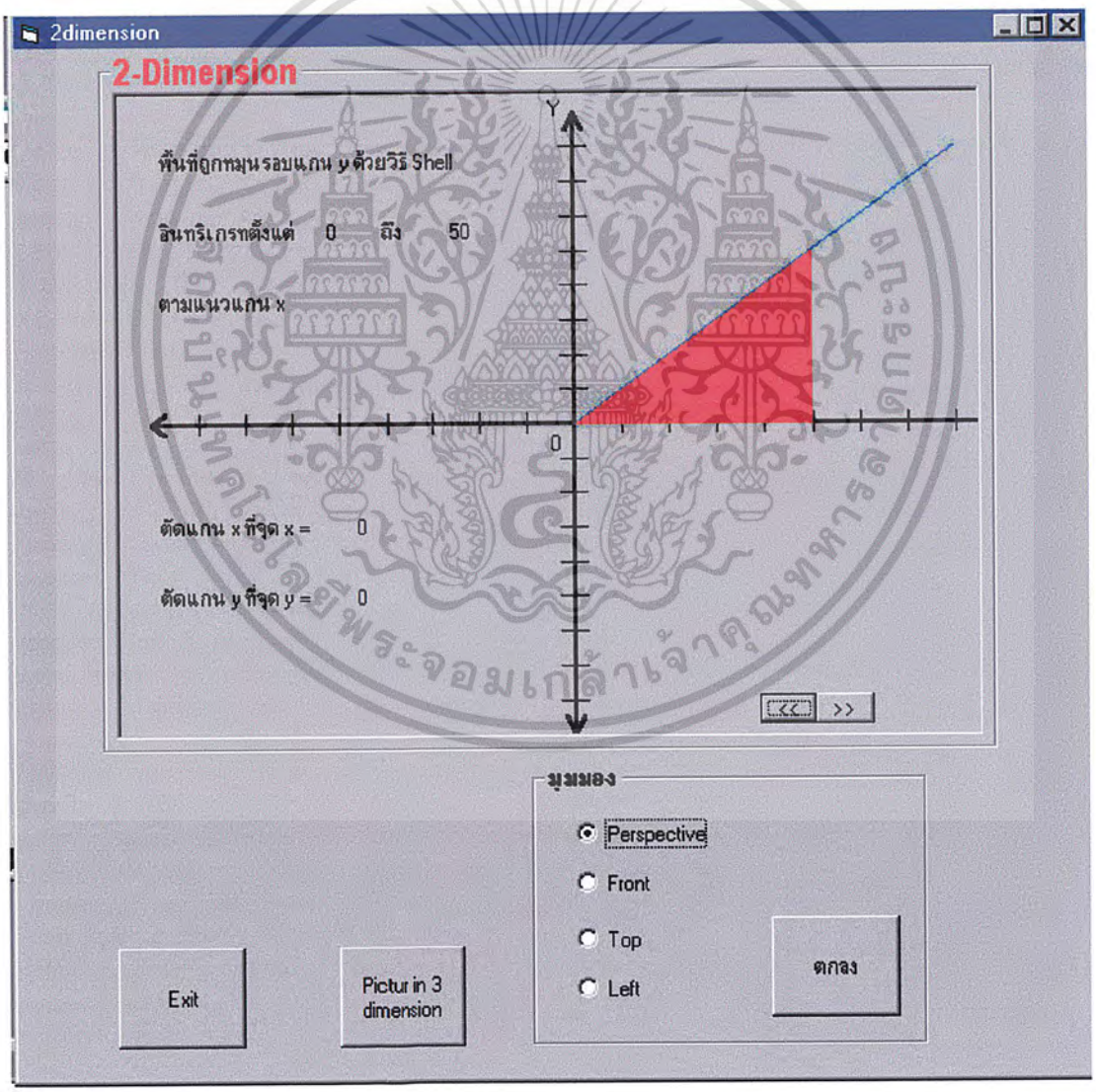
รูปที่ 4.3.2 หน้าจอแสดงกล่องข้อความที่เกิดขึ้นขณะใช้โปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ผู้ใช้กรอกข้อมูลไม่ครบ หรือไม่ถูกต้อง โปรแกรมจะฟ้องข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น พร้อมทั้งบอกรายละเอียดความผิดพลาดนั้น โดยที่ผู้ใช้สามารถแก้ไขข้อมูลหรือกรอกข้อมูลใหม่ได้ ด้วยการเลือกกดปุ่ม OK ที่ปรากฏอยู่ใน **กล่องข้อความ** (Message Box) ดังรูป 4.3.2.1

4.4 ขั้นตอนการประมวลผลและแสดงผลลัพธ์

หลังจากที่ผู้ใช้กรอกข้อมูลที่ถูกต้อง โปรแกรมทำการประมวลผล และผู้ใช้ต้องการดูรายละเอียดของภาพสองมิติ ที่เกิดจากสมการ วิธีการ แกนหมุน และช่วงอินทิเกรตที่เกิดจากข้อมูลที่กรอก ซึ่งรายละเอียดของรูปสองมิติมีดังนี้



รูปที่ 4.3.3 แสดงรายละเอียดของภาพสองมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายละเอียดที่แสดงในภาพสองมิติ

1. รูปกราฟที่เกิดจากสมการ
2. แถบสีที่แสดงช่วงของการอินทิเกรต
3. วิธีการที่ใช้ในการคำนวณ รวมทั้งแกนหมุน
4. จุดตัดแกน X และ จุดตัดแกน Y

เมื่อผู้ใช้ดูรายละเอียดของรูปสองมิติเรียบร้อยแล้ว สามารถดูรูปแบบทั่วไปของภาพสามมิติเกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่แถบสีพร้อมแสดงภาพเคลื่อนไหว ด้วยการเลือกปุ่มกด Picture in 3-dimension จากรูป 4.3.3 จะมีกล่องข้อความ (Message Box) ขึ้นมาเพื่อให้เลือกมุมมองการมองภาพสามมิติ ดังรูป 4.3.4

รูปที่ 4.3.4 กล่องข้อความแสดงให้เลือกรูปแบบมุมมองของการมองภาพสามมิติ

ผู้ใช้จะต้องเลือกกดปุ่ม OK ที่ปรากฏบนกล่องข้อความ หลังจากนั้นให้เลือกมุมมองการมองภาพสามมิติได้

มุมมองในการมองภาพสามมิติ

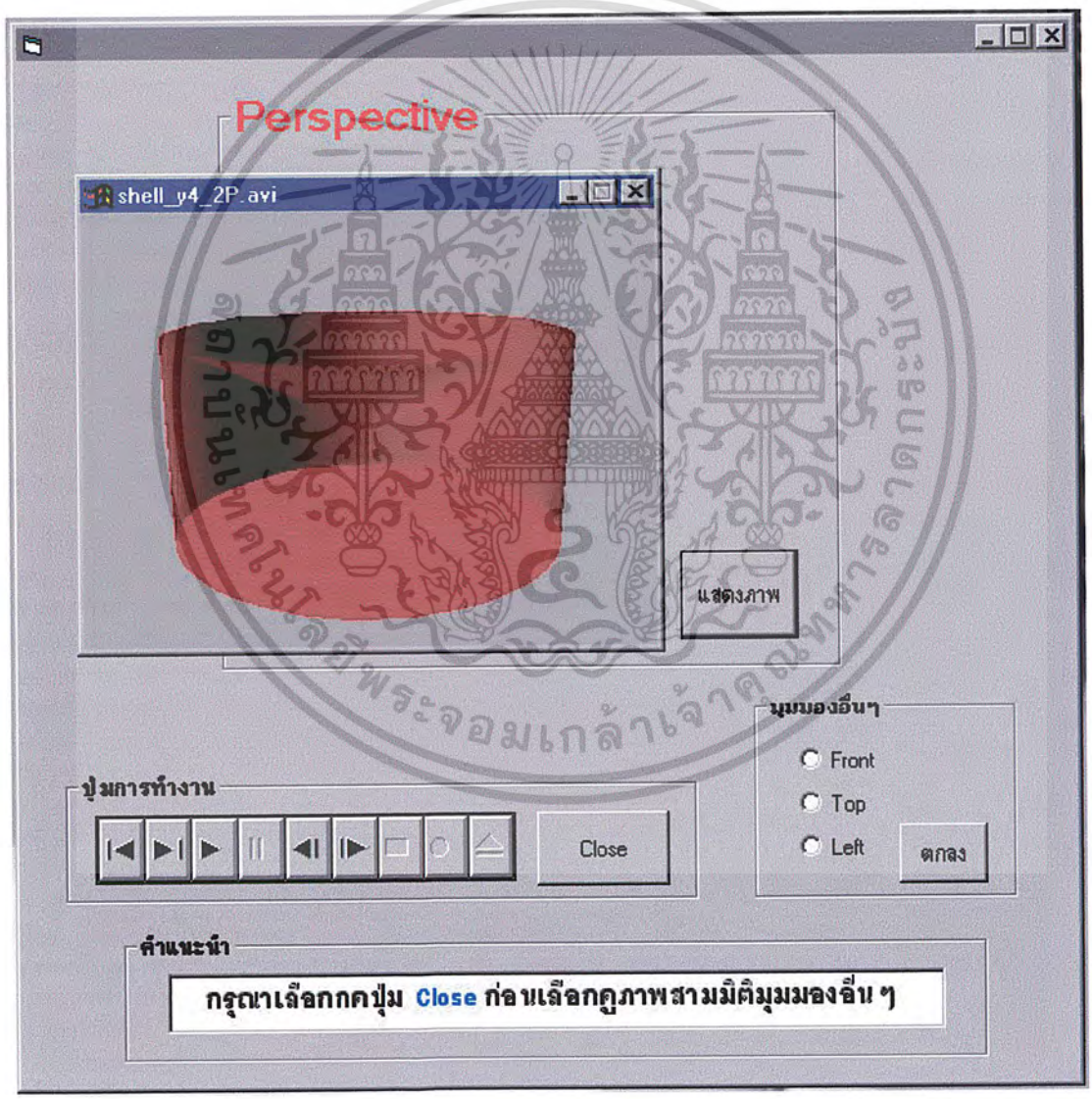
- Top เป็นการมองภาพสามมิติจากด้านบนของรูป
- Left เป็นการมองภาพสามมิติจากด้านซ้าย (ด้านข้าง) ของรูป
- Front เป็นการมองภาพสามมิติจากด้านหน้าของรูป
- Perspective เป็นการมองภาพสามมิติตามลักษณะความเป็นจริง

หมายเหตุ รายละเอียดของมุมมองสามารถดูได้ที่ Help Program

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

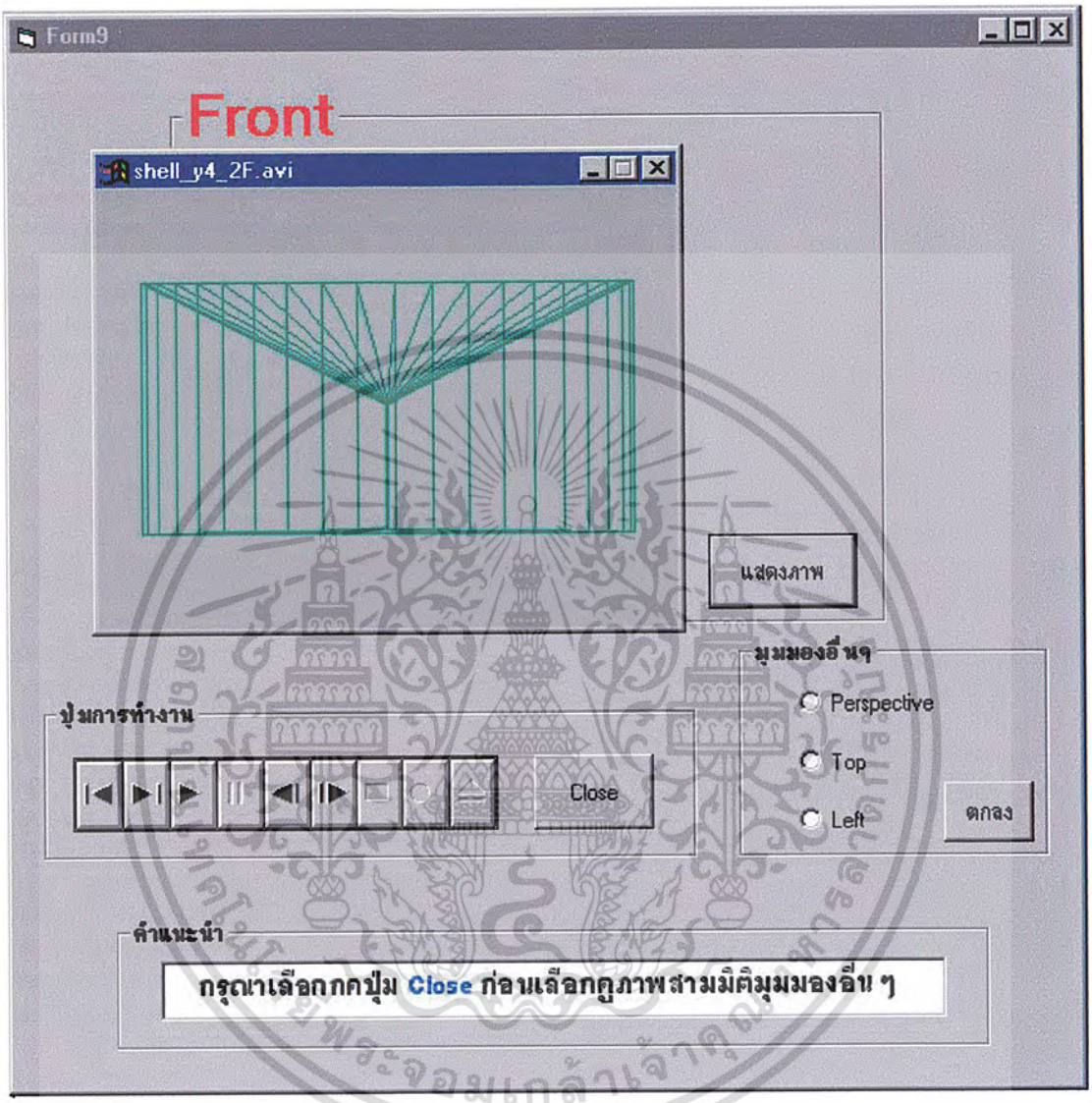
หลังจากที่เลือกมุมมองแล้ว จะปรากฏหน้าจอมุมมองรูปแบบต่างๆตามที่ผู้ใช้เลือก ดังนี้

1. กรณีที่ผู้ใช้เลือกมุมมองเป็น Perspective หน้าจอจะเป็นดังรูปที่ 4.3.5
2. กรณีที่ผู้ใช้เลือกมุมมองเป็น Front หน้าจอจะเป็นดังรูปที่ 4.3.6
3. กรณีที่ผู้ใช้เลือกมุมมองเป็น Top หน้าจอจะเป็นดังรูปที่ 4.3.7
4. กรณีที่ผู้ใช้เลือกมุมมองเป็น Left หน้าจอจะเป็นดังรูปที่ 4.3.8



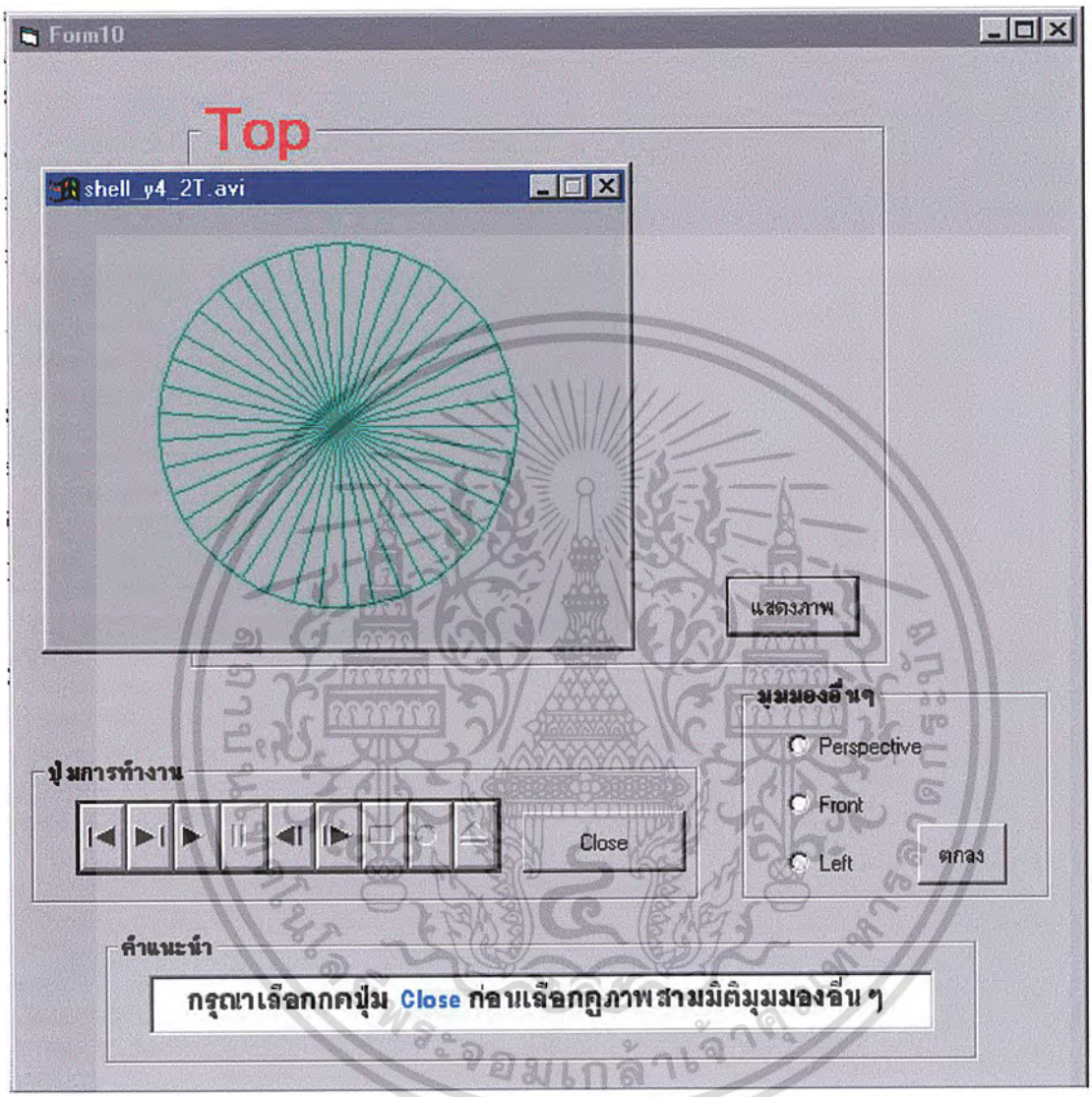
รูปที่ 4.3.5 แสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติในมุมมอง Perspective

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



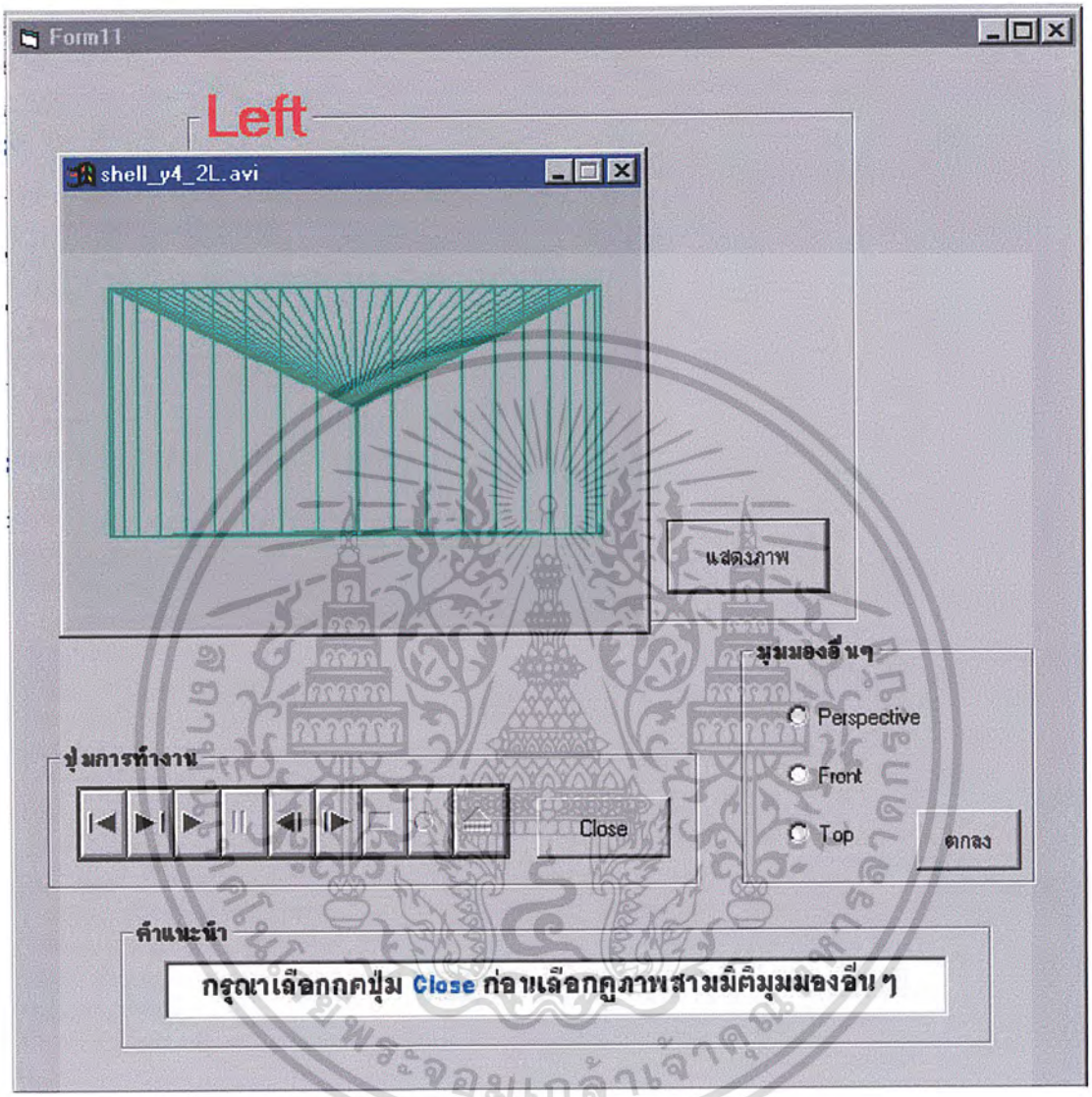
รูปที่ 4.3.6 แสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติในมุมมอง Front

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3.7 แสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติในมุมมอง Top

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

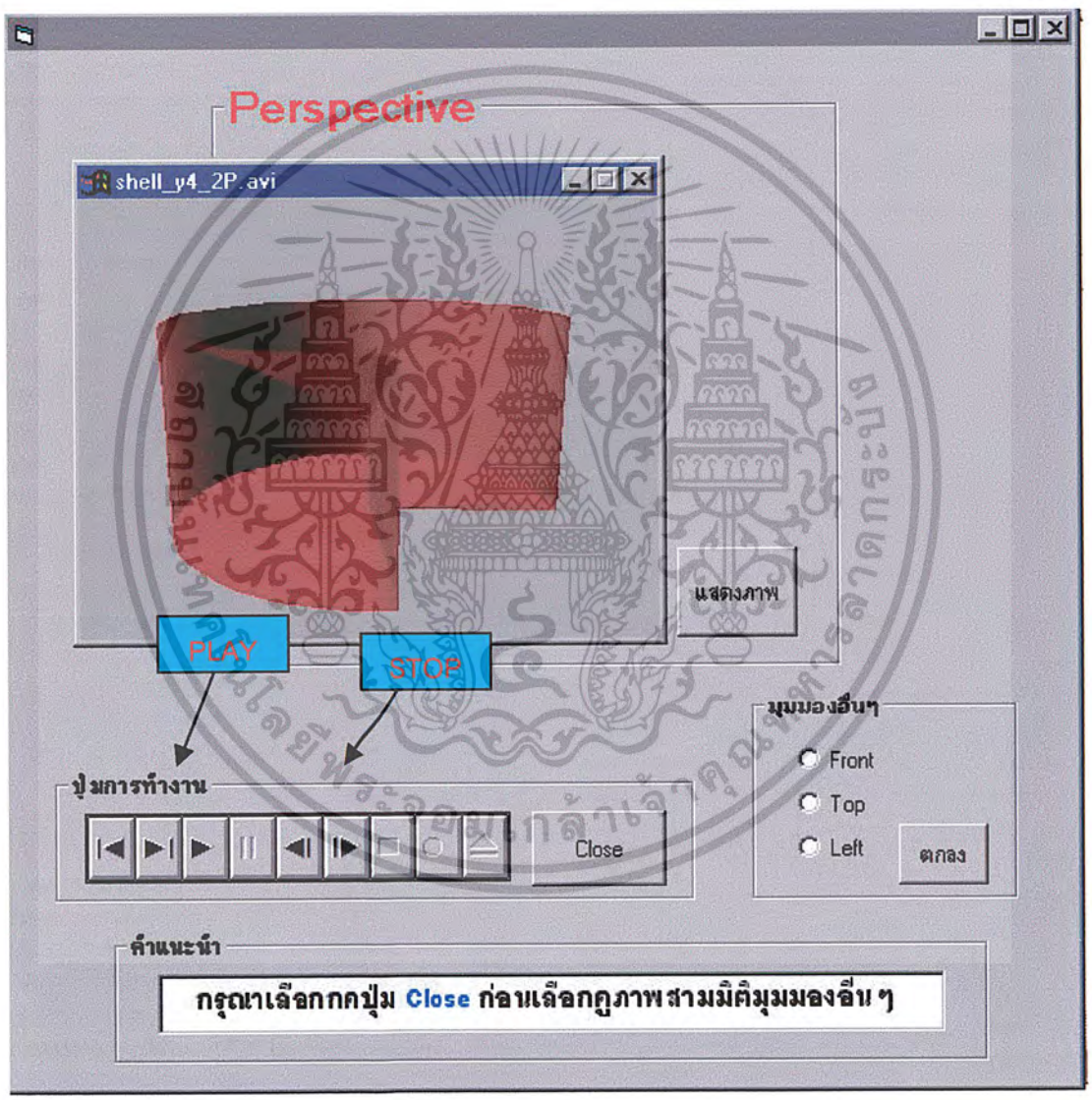


รูปที่ 4.3.8 แสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติในมุมมอง Left

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผู้ใช้สามารถเลือกดูภาพสามมิติมุมมองอื่นๆได้โดยการเลือกกดปุ่ม Close ก่อน หลังจากนั้น ให้เลือกมุมมองตามที่ต้องการ โปรแกรมก็จะแสดงภาพตามมุมมองที่ผู้ใช้เลือก

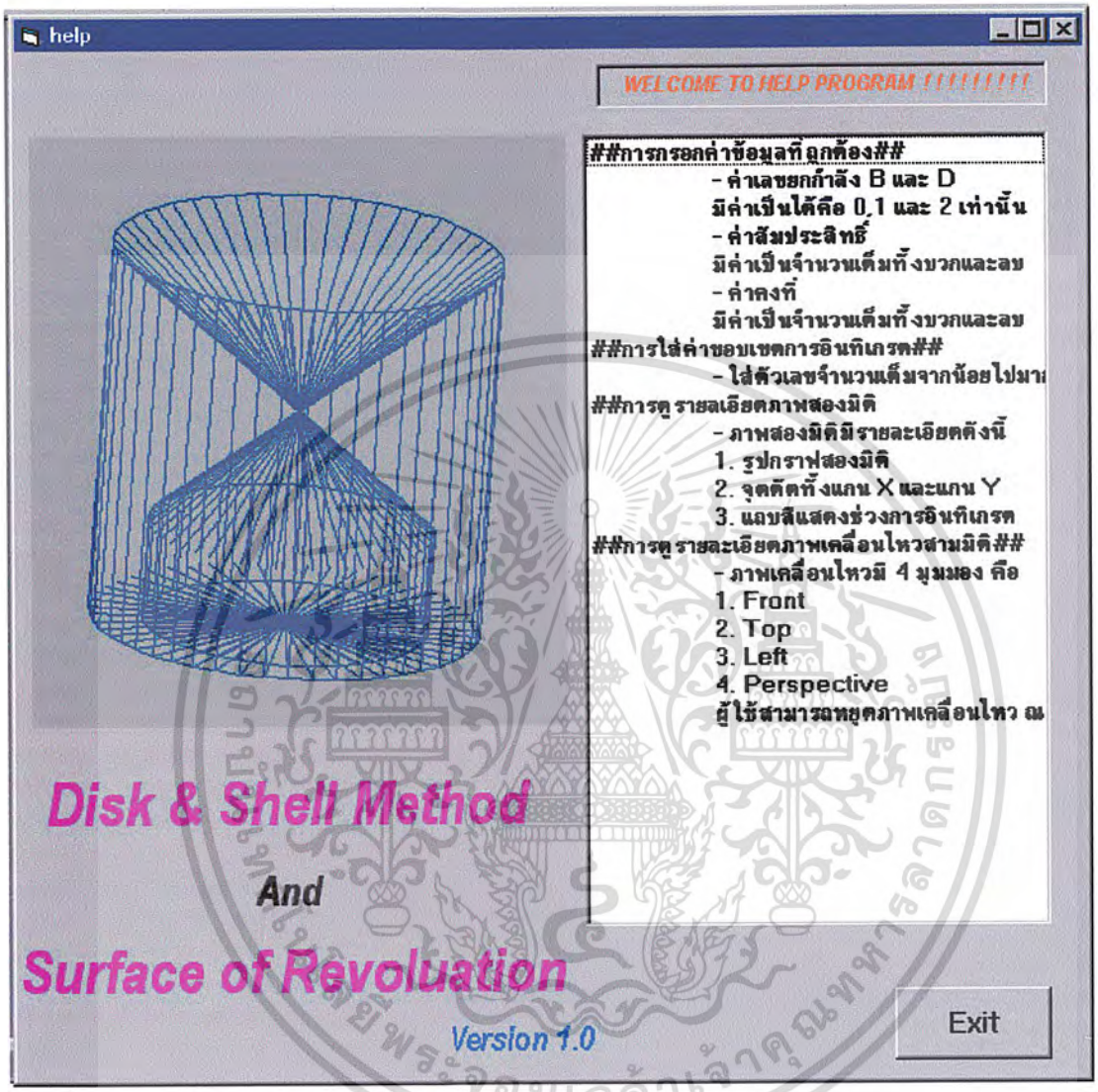
ผู้ใช้สามารถหยุดดูภาพสามมิติขณะกำลังหมุนเพื่อดูรายละเอียด ณ เวลาใดๆได้ โดยการเลือกปุ่มกด Stop และสามารถดูภาพต่อได้ด้วยการเลือกปุ่มกด Play อีกครั้ง ดังรูป 4.3.9



รูปที่ 4.3.9 แสดงการหยุดภาพเคลื่อนไหว ณ เวลาใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในขณะที่ผู้กำลังใช้โปรแกรมอยู่แล้วเกิดข้อผิดพลาดระหว่างการประมวลผลสามารถดูรายละเอียดการแก้ไขข้อผิดพลาดเบื้องต้นได้ที่ Help Program ที่บรรจุอยู่ในMain Menu (รูป 4.2)



รูปที่ 4.4 หน้าจอแสดงรายละเอียดของ Help Program

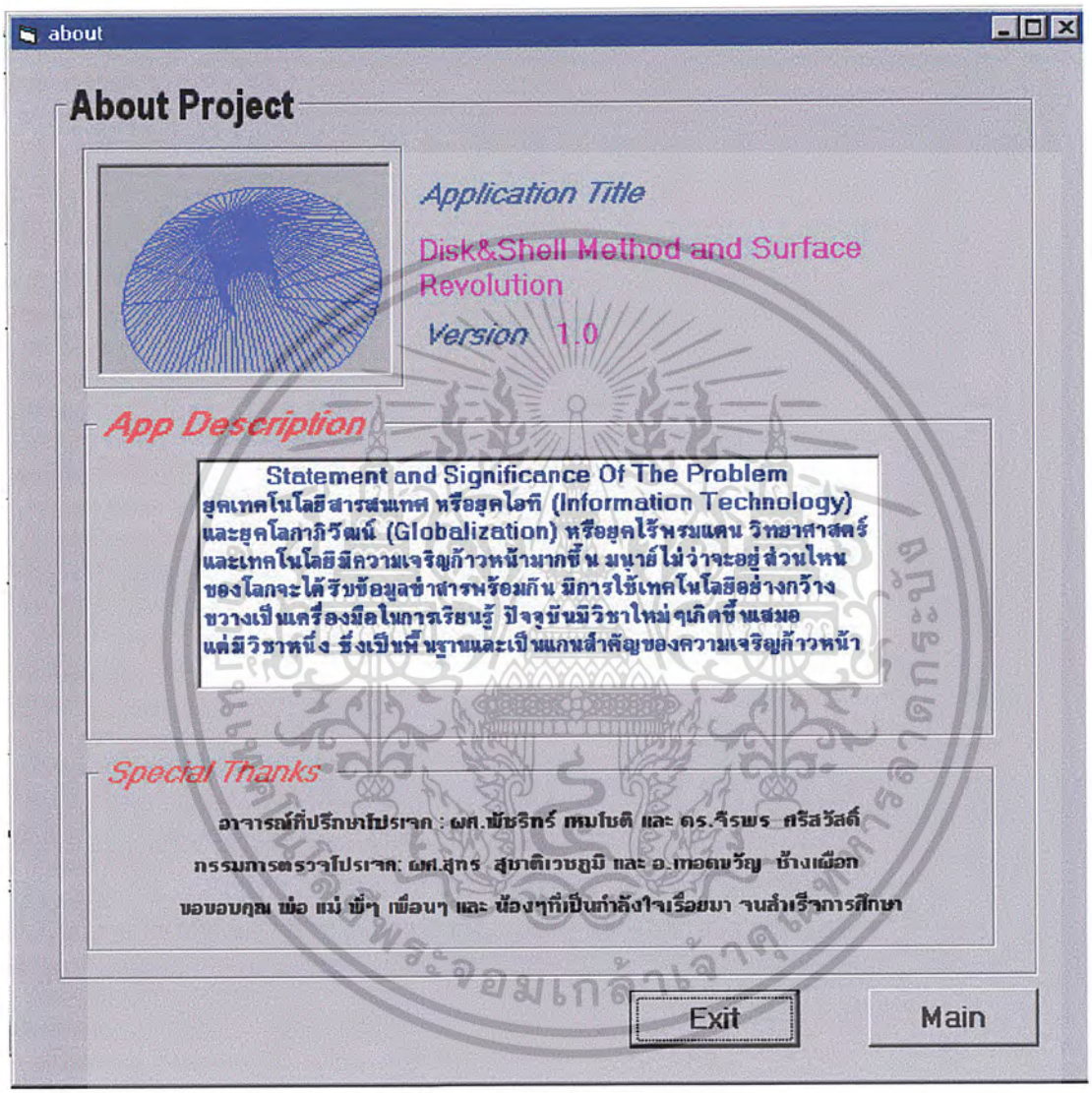
สำหรับหน้าจอของ Help Program จะมีรายละเอียดของส่วนต่างๆดังนี้

1. **คำแนะนำในการใช้** ส่วนนี้จะบอกรายละเอียดการใช้งาน รวมทั้งทฤษฎีที่ใช้ในกาทำปริญญานิพนธ์ ทั้งทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ และทฤษฎีทางคอมพิวเตอร์

2. **คำเตือนในการใช้งาน** ประกอบด้วยรายละเอียดของข้อมูลที่ผู้ใช้กรอกว่าต้องมีค่าในช่วงใด รวมทั้งการแก้ไขข้อผิดพลาดเบื้องต้นระหว่างการใช้โปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับข้อมูลของที่มา ความสำคัญ วัตถุประสงค์ และอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้ใช้สามารถดูรายละเอียดได้ในส่วนของ About Program โดยการเลือกกดปุ่ม About จาก Main Menu (รูป 4.2) จะปรากฏหน้าจอดังรูป



รูปที่ 4.5 หน้าจอแสดงรายละเอียดในส่วน About Program

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทวิจารณ์หรืออภิปรายผล

5.1 ความสามารถของปัญหาพิเศษ

1. ผู้ใช้สามารถเรียนรู้หลักการพื้นฐานในการประมาณค่าปริมารและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่รอบแกนมาตรฐานได้

2. ผู้ใช้สามารถหาค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวแล้วนำไปตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดยการใส่ข้อมูลที่ต้องการลงในโปรแกรม

3. ผู้ใช้สามารถเห็นภาพสองมิติที่เกิดจากสมการ ประกอบด้วยรายละเอียดต่างๆ อาทิเช่น จุดตัดแกน วิธีที่ใช้ในการคำนวณค่า และแถบสีแสดงช่วงการอินทิเกรต

4. ผู้ใช้สามารถสังเกตรายละเอียดของภาพสามมิติที่เกิดจากการหมุนรอบแกน ในมุมมองที่แตกต่างกัน

5.2 ข้อจำกัดของปัญหาพิเศษ

5.2.1 ด้านการประมวลผล

1. จากรูปแบบสมการทั่วไปที่ใช้ในโปรแกรม จะเห็นว่าเป็นรูปแบบสมการกำลังสอง ซึ่งไม่เพียงพอกับการศึกษาในขั้นประยุกต์

2. ค่าคำตอบที่ได้จากการคำนวณ เป็นการประมาณค่าดังนั้นในส่วนของตำแหน่งทศนิยมอาจมีความผิดพลาดได้

5.2.2 ด้านการแสดงผลภาพ

2.2.1 ภาพเคลื่อนไหวที่แสดงนั้น เป็นภาพที่สร้างไว้เป็นรูปแบบมาตรฐาน โดยสร้างให้สอดคล้องกับรูปแบบสมการ ไม่ได้สร้างจากภาพสองมิติโดยตรง บางครั้งอาจดูขัดแย้งกับรูปสองมิติที่แสดงก่อนหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2 ในส่วนการแสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติ โปรแกรมจะทำการเคลื่อนไหว(หมุนรอบแกน) อย่างรวดเร็ว ผู้ใช้อาจไม่มีเวลาในการสังเกตรายละเอียดของภาพ

2.2.3 ในการวาดกราฟสองมิติ ปัญหาพิเศษนี้ยังมิได้มีการจัดการในเรื่องของการย่อขยายภาพ (Scale)จึงทำให้ขนาดของกราฟที่ได้ออกมาขึ้นอยู่กับค่าต่าง ๆ ที่ผู้ใช้กำหนดเข้าไป คือหากค่าที่กำหนดเข้าไปไม่เหมาะสมพอก็จะทำให้ได้ภาพออกมาไม่ดีเท่าที่ควร และในการตัดขอบภาพ (Clip) นั้น ในปัญหาพิเศษนี้ยังทำได้ไม่ดีเท่าที่ควร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการจัดทำปัญหาพิเศษเรื่อง " **การประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุน เส้นหรือพื้นที่รอบแกนมาตรฐานพร้อมทั้งแสดงภาพกราฟฟิก**" มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. ให้นักศึกษามีความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์แคลคูลัส ในเรื่องการหาประมาณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นรอบแกนมาตรฐานมากยิ่งขึ้น
2. ศึกษาขั้นตอนพื้นฐานและการประยุกต์ของ Computer Graphic
3. สื่อการสอนนี้สามารถใช้งานได้ง่าย และมีความดึงดูดในการใช้งาน

6.1 สรุปผลการทำงานของโปรแกรม

6.1.1 ส่วนประมวลผล

รูปแบบสมการที่ใช้ในโปรแกรม มีรูปแบบดังต่อไปนี้

$$AY^B = CX^D + E$$

โดยที่ค่าเลขยกกำลังมีค่าเป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 0-2 ส่วนค่าสัมประสิทธิ์และค่าคงที่มีค่าเป็นจำนวนเต็ม

หลังจากการทดลองใช้โปรแกรมหาค่าปริมาตรทั้งสองวิธีคือ Disk และ Shell โดยที่สามารถเลือกแกนหมุน (แกนX และ แกน Y) และ ช่วงของการอินทิเกรต สามารถหาค่าปริมาตรได้ถูกต้อง

สำหรับค่าพื้นที่ผิวที่เกิดจากการหมุนเส้นหรือพื้นที่มีความถูกต้องเช่นเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.1.2 ส่วนการแสดงภาพ

จากสมการข้างต้น โปรแกรมสามารถสร้างรูปที่มีรูปแบบต่างๆกันขึ้นอยู่กับข้อมูลที่รับเข้ามา ไม่ว่าจะเป็นรูปเส้นตรง พาราโบลา และอื่นๆ

6.1.2.1 ภาพสองมิติ

ส่วนแสดงผลภาพสองมิติมีความชัดเจนทั้งในส่วนของรูปกราฟ จุดตัดแกน ที่บอกด้วยตัวเลข รวมทั้งแถบสีที่แสดงช่วงของการอินทิเกรต

6.1.2.2 ภาพสามมิติ

ส่วนแสดงผลภาพสามมิติ เป็นการสร้างภาพที่มีการเคลื่อนไหวในลักษณะหมุนรอบแกนที่กำหนด รวมถึงรายละเอียดของการมองภาพในมุมมองที่ต่างกัน คือ มองด้านหน้า (Front) มองด้านบน (Top) มองด้านซ้าย (Left) และมองตามลักษณะความเป็นจริง (Perspective) มีความชัดเจนในเรื่องของเส้น ความลึก และสีสันที่น่าสนใจ

ภาพสามมิติที่แสดงไม่ได้เกิดจากการหมุนเส้นสองมิติโดยตรง แต่เป็นการแสดงลักษณะภาพสามมิติที่มีความสอดคล้องกับรูปแบบสมการเป็นหลัก

ภาพสามมิติที่แสดงถูกบันทึกอยู่ในรูปของไฟล์นามสกุล .AVI ซึ่งเป็นไฟล์ที่สามารถแสดงการเคลื่อนไหวภาพในรูปแบบของ Animation ได้ค่อนข้างชัดเจน และไฟล์ดังกล่าวแสดงโดยการเปิดใช้โปรแกรมมิเดีย เพลเยอร์ (Media Player) ซึ่งเป็นโปรแกรมยูทิลิตี้ (Utility) ที่มีโดยทั่วไปสำหรับคอมพิวเตอร์ที่ใช้ระบบปฏิบัติการไมโครซอฟท วินโดวส์ (Microsoft Windows)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 ข้อเสนอแนะ

6.2.1 ส่วนประมวลผล

ในส่วนของการคำนวณค่าปริมาตรและพื้นที่ผิว ส่วนที่ต้องมีการพัฒนาคือ

6.2.1.1 รูปแบบสมการ

จากรูปแบบสมการที่โปรแกรมสามารถหาค่าได้จะเห็นได้ว่าค่อนข้างจำกัด เนื่องจากเป็นแค่สมการกำลังสองเท่านั้น ซึ่งไม่พอเพียงกับการศึกษาในขั้นประยุกต์ ดังนั้นควรให้มีความหลากหลายของสมการ อาทิเช่น สมการทั่วไป หรือสมการที่อยู่ในรูปของตรีโกณมิติ ลอการิทึม ซึ่งจะเป็นผลดีต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง

6.2.1.2 รูปแบบคำสั่งในส่วนของโปรแกรม

เนื่องจากทางผู้จัดทำต้องการเขียนโปรแกรมในการคำนวณค่าขึ้นมาเอง โดยไม่ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ซึ่งโปรแกรมที่เขียนได้จะคำนวณได้เฉพาะฟังก์ชันที่ไม่ซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงอยากแนะนำให้ผู้ที่ต้องการพัฒนาโปรแกรมให้เขียนโปรแกรมในรูปของฟังก์ชันหรือโพรซิเยอร์ (Proceder)

6.2.2 ส่วนการแสดงภาพ

6.2.2.1 ภาพสองมิติ

ในส่วนของภาพสองมิตินั้นควรจะมีความชัดเจนในส่วนของสเกล (Scale) ให้มีความยืดหยุ่นตามค่าข้อมูลที่ใส่เข้ามา โดยเฉพาะช่วงของการอินทิเกรต

6.2.2.2 ภาพสามมิติ

เนื่องจากการแสดงภาพเคลื่อนไหวสามมิติเป็นภาพมาตรฐานที่สร้างขึ้นมาเพื่อให้สอดคล้องกับสมการ บางครั้งอาจดูขัดแย้งกับรูปสองมิติที่แสดงก่อนหน้า ดังนั้นเพื่อความชัดเจนควรสร้างภาพเคลื่อนไหวสามมิติจากเส้นสองมิติโดยตรง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.3 **อื่นๆ**

โปรแกรมช่วยหาคำตอบและสร้างภาพที่สอดคล้องกัน มีใช้กันน้อยในวงการศึกษา จึงอยากแนะนำโปรมแกรมชุดนี้ให้เป็นสื่อการสอนแก่นักศึกษา และผู้ที่สนใจในเรื่องของคณิตศาสตร์ขั้นสูง หรือผู้ที่ต้องการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพื่อยกระดับความสามารถทางด้านคอมพิวเตอร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

ธาริน สิทธิธรรมชาลี.2541,**คู่มือการเขียนโปรแกรม** Microsoft Visual Basic Version 6.0 **ฉบับเพื่อการใช้งานจริง**.กรุงเทพมหานคร:บริษัทซัคเซสมีเดีย จำกัด.

กิตติ ภัคดีวัฒนะกุล และ จำลอง ครูอุตสาหะ.2541,Visual Basic 5 **ฉบับโปรแกรมเมอร์**. กรุงเทพมหานคร:บริษัท เคทีพี คอมพ์ แอนด์ คอนซัลท์ จำกัด.

ศุภพงศ์ เลิศสินธวานนท์.2542,**ก้าวสู่โลก 3 มิติ** 3D Studio Max.กรุงเทพมหานคร: บริษัทซัคเซสมีเดีย จำกัด.

จริยา กำเหนิดนนท์ ,ทรงคุณ สาสนะ และ สุวิดา กิตติพงศ์วรการ.2541, **การเขียนกราฟ 2 มิติ และ** 3 **มิติ ผ่านเครือข่ายอินเตอร์เน็ต**.กรุงเทพมหานคร:สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้