



ปีการศึกษา 2531

คอมพิวเตอร์กราฟิก

(Computer Graphics)

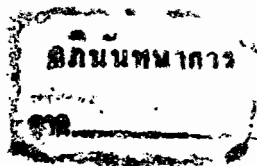
โดย

นายชนวิน ชัญญากรักษ์

นายวิจิร พนาเมธา

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร. บุญวัฒน์ อิศฐ์



คอมพิวเตอร์กราฟิก
(Computer Graphics)

โดย

นาย ธนวิทย์ ธีรญาธิรักษ์ 28.1093

นาย วิจิตร พงษ์เมธา 28.1223

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร. บุญวัฒน์ อิศฐ์

ปริญญาโท สาขา ศึกษาศาสตร์
ปริญญาโท สาขา ศึกษาศาสตร์
ภาควิชาศึกษาศาสตร์คอมพิวเตอร์

คณะศึกษาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ประจำปีการศึกษา 2531

023191

ปริญญาโททางการศึกษา 2531


ภาควิชา วิศวกรรมคอมพิวเตอร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง คอมพิวเตอร์กราฟิก

ผู้จัดทำ

1. นายชนวิน ชัญญาณรงค์
2. นายวินิจ พนาเมธา


(ดร. นุชวัฒน์ อัดชู)

อาจารย์ที่ปรึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คอมพิวเตอร์กราฟิก

ชานวีน บัญญัติรักษ์

วินิจฉัย หนาเมธา

ดร. บุญวัฒน์ อัดชู อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2531

บทคัดย่อ

คอมพิวเตอร์กราฟิก (Computer Graphics) เป็นสาขาหนึ่งในหลายๆ สาขาวิชาทางด้านคอมพิวเตอร์ที่ได้รับการศึกษาค้นคว้าอย่างกว้างขวาง และมีการประยุกต์ใช้งานทางด้านต่างๆ หลายแขนง เช่น สถาปัตยกรรมและการออกแบบ, วิศวกรรม, ชุมกิจและการโฆษณา, การสื่อสารและการบันเทิง ฯลฯ แขนงหนึ่งที่เป็นที่สนใจมากในขณะนี้คือคอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบ (Computer Aided Design หรือ CAD) อันเป็นการนำเอาความสามารถทางด้านกราฟิกมาใช้ในการออกแบบวาดรูปต่างๆ และได้มีการโปรแกรมสำเร็จรูปหลายโปรแกรม เช่น AUTOCAD, LUCID-3D, AUTOSHADE เป็นต้น ที่มีความสามารถในการวาดรูปทรงต่างๆ ทั้งแบบ 2 มิติและ 3 มิติ, การลบเส้นและพื้นผิวที่มองไม่เห็นใน 3 มิติ (Hidden Line and Surface Removals) และการกำหนดแสง (Shading) อยู่ด้วย

ในปฏิญญาฉบับนี้ จึงได้ สนองคุณวิญญูเบื้องต้น ในการแสดงภาพกราฟิกบนไมโครคอมพิวเตอร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างหรือนำเอาทฤษฎีเหล่านี้ไปประยุกต์ใช้ โดยส่วนใหญ่จะเป็นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นด้านเรขาคณิตวิเคราะห์ (Analytic Geometry) นอกจากนี้ยังได้สร้างแบบจำลองขึ้นมาเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษารวมทั้งนำทฤษฎีไปประยุกต์ใช้งานได้ง่ายขึ้น

Computer Graphics

Mr. Thanawin Thanyanurak

Mr. Winij Panamaeta

Dr. Boonwat Attachoo Advisor

1988

Abstarct

Computer Graphics is one of many fields in Computer which is widely studied and applied to many subjects such as Architecture and design, Engineering, Business and advertisement, Communication and entertainment etc. The interesting one is Computer Aided Design (CAD) which uses the capabilities in Graphics of microcomputer to draw pictures or models both in 2 dimension and 3 dimension, hidden-line and surface removals, shading. And there are also many packages such as AUTOCAD, LUCID-3D, AUTOSHADER etc. that can draw pictures and shapes in those capabilities.

So this thesis will present the basic and simple principles for drawing and creating pictures on microcomputer's screen in order to be guideline for application. Most of this principles are analytic Geometry. There are some models created for interested person to study for application.

สารบัญ

บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 กล่าวนำ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	5
2.1 การสร้างภาพในระบบ 2 มิติ	5
2.2 การสร้างภาพในระบบ 3 มิติ	16
2.3 การกำจัดเส้นและพื้นผิวที่ถูกลบทิ้งในภาพ 3 มิติ	31
2.4 การกำหนดแสงและการให้แสงเงา	42
บทที่ 3 เนื้อหาเกี่ยวกับการทดลองและประยุกต์ใช้ทฤษฎีต่างๆ	46
3.1 ขั้นตอนและวิธีการในการพัฒนาโปรแกรม	46
3.2 ผลการทดลองที่ได้จากการพัฒนาโปรแกรม	49
บทที่ 4 สรุปและวิจารณ์	63
กิตติกรรมประกาศ	64
บรรณานุกรม	65

สารบัญรูปภาพ

รูปภาพ	หน้า
รูป 2.1 แสดงการขยายตำแหน่ง	6
รูป 2.2 แสดงการสะท้อนกับแกน Y และแกน X ตามลำดับ	6
รูป 2.3 แสดงการหมุนจุด P ไปเป็นมุม θ	8
รูป 2.4 แสดงการเคลื่อนย้ายจุด	8
รูป 2.5 แสดงการกำหนดขอบเขตของภาพ (Clipping)	12
รูป 2.6 แสดงการกำหนดส่วนของเส้นที่มองเห็น	12
รูป 2.7 แสดงการขยายภาพ (Zooming)	15
รูป 2.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างระบบ Spherical กับ ระบบ Rectangular ..	17
รูป 2.9 แสดงการย้ายระบบ โคออร์ดิเนต	20
รูป 2.10 แสดงการหมุนระบบ โคออร์ดิเนต	20
รูป 2.11 แสดงการสัมพันธ์ระหว่างระบบ World Coordinate , Eye Coordinate และ Screen Coordinate	22
รูป 2.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Central Projection และ Arbitrary Projection	24
รูป 2.13 แสดงขั้นตอนการย้ายแกนเพื่อกำหนดจุดในระบบ eye coordinate	25
รูป 2.14 แสดงให้เห็นว่า parameter(s) มีส่วนในการปรับแต่งจอภาพ	28
รูป 2.15 แสดงวิธีหาการมองเห็น ได้ของเส้นผิว	32
รูป 2.16 แสดงภาพที่ได้จากการกำจัดเส้นและเส้นผิวที่ถูกบังออกแล้ว	34
รูป 2.17 แสดงขั้นตอนการกำจัดเส้นและเส้นผิวที่ถูกบังอีก	35
รูป 2.18 แสดงการทดสอบโดย Minimax Test	36
รูป 2.19 แสดงกรณีที่ฟังก์ชันของ Minimax Test ที่ fail	36
รูป 2.20 แสดงการทดสอบโดย Intersection test	40
รูป 2.21 แสดงการกำจัดเส้นที่ถูกบังออกโดยวิธี Masking Technique	40

รูปภาพ	หน้า
รูป 2.22 แสดงการกำจัดเส้นที่ถูบังโดยวิธี Image Space Algorithm	40
รูป 2.23 แสดงปริมาณแสงที่สะท้อนออกมาที่โคไซน์ของมุม θ	42
รูป 2.24 แสดงการสะท้อนแบบสเปคูลาร์	44
รูป 3.1 แสดงภาพ 2 มิติที่ได้จากการเรนเดอร์	46
รูป 3.2 แสดงภาพ 3 มิติที่ไม่กำจัดเส้นที่ถูบังออก	47
รูป 3.3 แสดงภาพ 3 มิติที่กำจัดเส้นและพื้นผิวที่ถูบังออก	47
รูป 3.4 แสดงภาพ 3 มิติ 2 รูปที่มีการกำจัดเส้นและพื้นผิวที่ถูบังออก	48
รูป 3.5 แสดงแบบจำลองทรงกลมที่กำจัดและไม่กำจัดเส้นและพื้นผิวที่ถูบังออกในทิศทางต่างๆกัน	48
รูป 3.6 แสดงตำแหน่งและทิศทางของ Light source และ Viewpoint.	49
รูป 3.7 แสดงการย้ายจุด Origin ไปยัง endpoint ที่ 1	50
รูป 3.8 แสดงการหมุนระนาบ $X_a Y_a$ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเมื่อมองจากแกน Z_a	52
รูป 3.9 แสดงการหมุนระนาบ $X_b Z_b$ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเมื่อมองจากแกน Y_b	53
รูป 3.10 แสดงทิศทางของ Viewpoint และ Light source เมื่อระบบถูกเปลี่ยน	55
รูป 3.11 แสดงการหมุนระนาบ $Y_c Z_c$ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเมื่อมองจากแกน X_c	55
รูป 3.12 แสดงการหมุนระนาบ $X_d Y_d$ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเมื่อมองจากแกน Z_d	56
รูป 3.13 แสดงแบบจำลองที่มีการกำหนดแสง (shading model)	59
รูป 3.14 แสดงไฟล์ซาร์ตการทำงานของ shading	60
รูป 3.15 แสดงไฟล์ซาร์ตการทำงานของ mapping_to_image1	61
รูป 3.16 แสดงไฟล์ซาร์ตการทำงานของ mapping_to_image2	62

1.1 กล่าวนำ

คอมพิวเตอร์กราฟิก (Computer Graphics) เป็นสาขาหนึ่งในหลาย ๆ สาขาวิชา ซึ่งอยู่กึ่งกลางระหว่างศาสตร์ (Sciences) และศิลป์ (Arts) ซึ่งเกี่ยวข้องกับ การคิดแบบวิเคราะห์ (Analytic Thinking) และการคิดแบบสร้างสรรค์ (Creative Thinking) เรามักจะนำคอมพิวเตอร์กราฟิกมาทำแบบจำลอง (model) ตรีศัญลักษณ์ต่าง ๆ (Symbolic curves) นอกจากนี้ เรายังสามารถเขียนและระบายสีภาพต่าง ๆ, สร้างภาพเคลื่อนไหว (Animated Films) ของวัตถุต่าง ๆ ที่จินตนาการขึ้นมาใหม่มีลักษณะเหมือนจริงได้ ทำให้ภาพที่เราสร้างขึ้นมีความน่าสนใจยิ่งขึ้น เหตุนี้เองทำให้คอมพิวเตอร์กราฟิก ข้ามไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับงานด้านต่าง ๆ เกือบทุกแขนง ได้แก่ งานด้านสถาปัตยกรรมและการออกแบบ, งานด้านวิศวกรรม, งานด้านธุรกิจและการโฆษณา, การสื่อสารและการบันเทิง, และการศึกษาทุกระดับ เป็นต้น

สิบกว่าปีที่ผ่านมานี้ ผู้ที่ศึกษาค้นคว้าในสาขาวิชานี้มักจะเป็นกลุ่มที่ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ และอุปกรณ์แสดงผล (Display Devices) ราคาแพง เนื่องจากต้องใช้หน่วยความจำ (Memory) มาก การประมวลผลที่รวดเร็ว และการแสดงผลที่ละเอียดและสมบูรณ์ แต่ในปัจจุบัน เมื่อเทคโนโลยีทางด้านไมโครอิเล็กทรอนิกส์สูงขึ้น ไมโครคอมพิวเตอร์ที่มีขนาดเล็กและราคาไม่แพง สามารถสนับสนุนงานประยุกต์ต่าง ๆ ของคอมพิวเตอร์กราฟิกในระดับสูงได้ ความตื่นตัวในการศึกษาทดลองทางด้านนี้จึงเป็นไปอย่างกว้างขวาง อย่างไรก็ตาม การศึกษาด้านนี้ขยายไปอย่างเนื่องช้ามาก เนื่องจากเนื้อหาที่เน้นหนักทางด้านเรขาคณิตวิเคราะห์ (Analog Geometry) โดยมีจุดสำคัญ คือ การแทนภาพ 3 มิติ (Three-dimensional Representation) ด้วยตัวกลาง 2 มิติ (Two-dimensional Medium) จึงสะท้อนให้เห็นว่าจุดเริ่มต้นของสาขาวิชานี้มาจากทางวิศวกรรม (Engineering) มากกว่าที่เป็นทางศิลป์ (Arts) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าช่วงเวลาที่ผ่านมา สิ่งที่มีการเปลี่ยนแปลงไปก็มีแต่เพียงฮาร์ดแวร์เท่านั้นเอง

ฉะนั้นการศึกษาด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกต้องมีความเข้าใจคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกานำไปใช้

เทคโนโลยีในการแสดงผล (Display Technologies) และพื้นฐานทางเรขาคณิตวิเคราะห์ทั้ง 2 มิติและ 3 มิติ แล้วนำมาประกอบกับความรู้ด้านเมตริกซ์ (Matrix) , โครงสร้างข้อมูล (Data Structure) และอัลกอริทึมต่างๆที่มีอยู่ ที่สุดแล้วเราก็สามารถศึกษาในสาขาวิชานี้ได้เข้าใจเป็นอย่างดี

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. ศึกษาเทคนิคการสร้างแบบจำลองทางกราฟิกทั้ง 2 มิติและ 3 มิติ
2. ศึกษาเทคนิคการแสดงผลแบบจำลองที่มีหลายวัตถุซ้อนกัน (Hidden-line objects and surface removal)
3. ศึกษาทฤษฎีการกำหนดแสง (Shading)
4. รวบรวมเทคนิคต่างๆที่ศึกษาเข้ามาสร้างเป็นแบบจำลองกราฟิกที่ซับซ้อน
5. พัฒนาโปรแกรมในการแสดงผลภาพกราฟิกโดยใช้เทคนิคดังกล่าวมาแล้ว

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

ขอบเขตของงานวิจัยนี้ มีเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีการต่างๆในการแสดงผลทางเรขาคณิตออกทางจอภาพซึ่งมีลักษณะของ 2 มิติและ 3 มิติ, การกำจัดเส้นและพื้นผิวที่ทับซ้อนออก, พร้อมด้วยการแสดงลักษณะของภาพที่มีลักษณะเหมือนจริงโดยการกำหนดแสงเงา โดยเนื้อหาของปริญาโทฉบับนี้จะเน้นที่การใช้วิธีการต่างๆที่จะแสดงผลภาพกราฟิกออกจจอภาพ พร้อมทั้งนำเอาวิธีการต่างๆไปประยุกต์ใช้เพื่อสร้างแบบจำลองที่มีลักษณะเหมือนจริงขึ้น

เนื้อหาปริญาโทฉบับนี้แบ่งออกเป็น 2 ภาคดังนี้

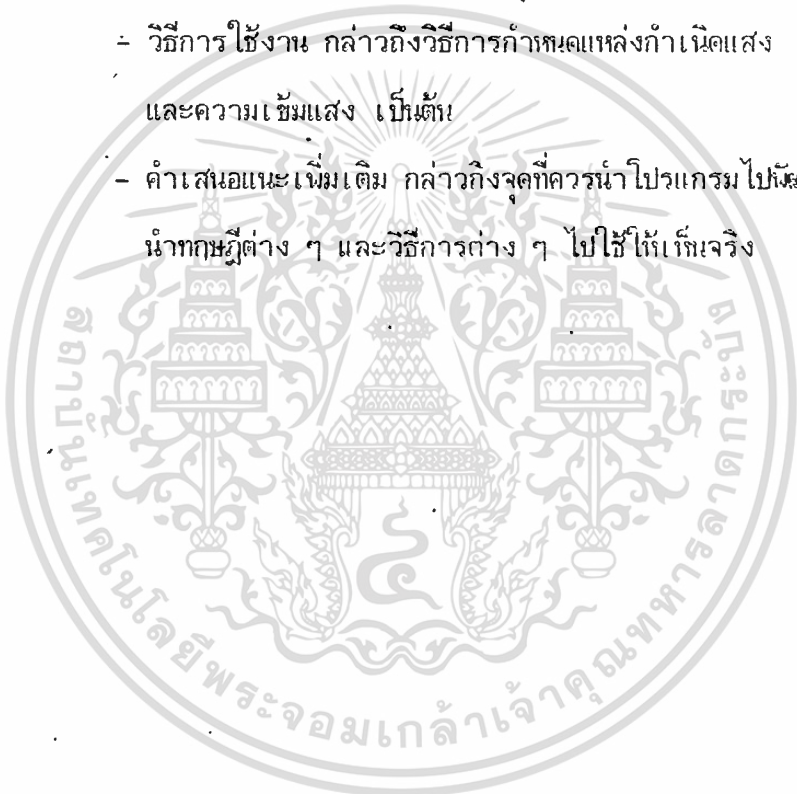
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาค 1 : เนื้อหากล่าวถึงทฤษฎีต่างๆที่ใช้กันอยู่โดยทั่วไป ซึ่งมีเนื้อหาโดยย่อดังนี้

- การสร้างภาพในระบบ 2 มิติ ซึ่งกล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงของจุด (point) การเปลี่ยนแปลงของเส้นซึ่งประกอบด้วยจุด 2 จุด และการเปลี่ยนแปลงของวัตถุ (object) ซึ่งประกอบด้วยเส้นหลาย ๆ เส้น การเปลี่ยนแปลงของรูปซึ่งมีหลายลักษณะ ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงขนาดรูป (Scaling), การหมุนรูป (Rotation), การเคลื่อนย้ายรูป (Translation), การสะท้อนรูป (Reflection) ต่อจากนั้นเป็นการกล่าวถึงระบบพิกัดโฮโมจีเนียส (Homogeneous Coordinate System) ซึ่งนำมาใช้เพื่อการเปลี่ยนแปลงรูปรอบจุดใดๆ การกำหนดหน้าต่างแสดงภาพ (window) การย่อขยายรูป (Zooming) และการนำภาพที่สร้างขึ้นไปแสดงผลบนจอภาพ
- การสร้างภาพในระบบ 3 มิติ ซึ่งกล่าวถึงระบบพิกัดซึ่งมีทั้งที่เป็นแบบพิกัดมุมฉาก (Rectangular Coordinate) และพิกัดทรงกลม (Spherical Coordinate) ซึ่งมีความสัมพันธ์กัน การเปลี่ยนแปลงของรูป 3 มิติซึ่งมีลักษณะคล้าย ๆ กับการเปลี่ยนแปลงใน 2 มิติ คือ การแปลงขนาดรูป (Scaling), การหมุนรูป (Rotation), การเคลื่อนย้ายรูป (Translation), การสะท้อนรูป (Reflection) แต่สิ่งที่เพิ่มขึ้นเมื่อนำมาแสดงผลบนจอภาพ 3 มิติบนจอภาพ 2 มิติ และการวัดความลึกของภาพ 3 มิติบนจอภาพ
- การกำจัดเส้นและที่ผิวที่มองไม่เห็นในภาพ 3 มิติ โดยการแสดงวิธีการต่าง ๆ ในการกำจัดเส้นและที่ผิว ได้แก่ วิธีการทางเรขาคณิต (Geometric Computation), Image Space Algorithm เป็นต้น
- การกำหนดแสงและการให้แสงเงา (Shading) เมื่อมีแสงมากระทบกับที่ผิวนั้น ๆ ซึ่งเป็นอาการกล่าวถึง หลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้สำหรับการกำหนดแหล่งกำเนิดแสง (Light Source) ในแต่ละที่ผิว (Surface) ซึ่งจะมีความสัมพันธ์กับจุดมอง (Viewpoint) ในการที่จะกำหนดความเข้มของแสงบนพื้นผิวนั้นได้

ภาค 2 : เนื้อหากว่าถึงการทดลองและประยุกต์ใช้ทฤษฎีต่างๆ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น
ดังนี้

- การนำทฤษฎีพื้นฐานจากภาค 1 มาใช้ทดลองเขียนเป็นโปรแกรมเพื่อทดสอบ
- ขั้นตอนในการพัฒนา กล่าวถึงวิธีการและขั้นตอนในการพัฒนาโปรแกรมให้สามารถแสดงผลได้ตามต้องการ
- วิธีการใช้งาน กล่าวถึงวิธีการกำหนดแหล่งกำเนิดแสง การกำหนดมุมมอง และความเข้มแสง เป็นต้น
- คำเสนอแนะเพิ่มเติม กล่าวถึงจุดที่ควรนำโปรแกรมไปพัฒนาต่อไป และการนำทฤษฎีต่าง ๆ และวิธีการต่าง ๆ ไปใช้ให้แท้จริง



ทฤษฎีและหลักการ

2.1 การสร้างภาพในระบบ 2 มิติ (2-Dimensional Picture)

2.1.1 จุดในระบบแกนคาร์ทีเซียน (Cartesian Coordinate System) มีการกำหนด

จุด (x,y) ใด ๆ ในระนาบกับด้วยเมตริกซ์ (Matrix) ขนาด 1×2 ได้เป็น $[x,y]$ และจากคุณสมบัติของเมตริกซ์ เราจะสามารถแปลงขนาด (Scaling), หมุน (rotation), สะท้อน (reflection) จุดนั้นโดยเอาเมตริกซ์ของจุดนั้นมาคูณกับเมตริกซ์ในการแปลง (Transformation Matrix) ขนาด 2×2 ดังนี้

$$(x,y) \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = [(Ax + Cy), (Bx + Dy)]$$

ซึ่งจะอธิบายดังนี้

2.1.1.1 การแปลงขนาด (Scaling) กระทำโดยใช้เมตริกซ์ในการแปลง ดังนี้

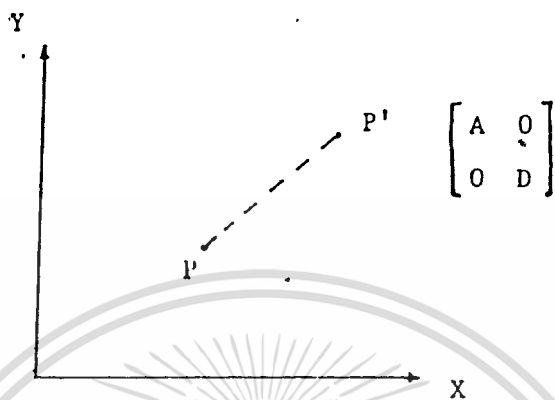
$$(x,y) \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} = (Ax, Dy)$$

ซึ่งเป็นการขยายตำแหน่งของจุดไป A เท่าไปแกน x และ D เท่าไปแกน y ดังนี้

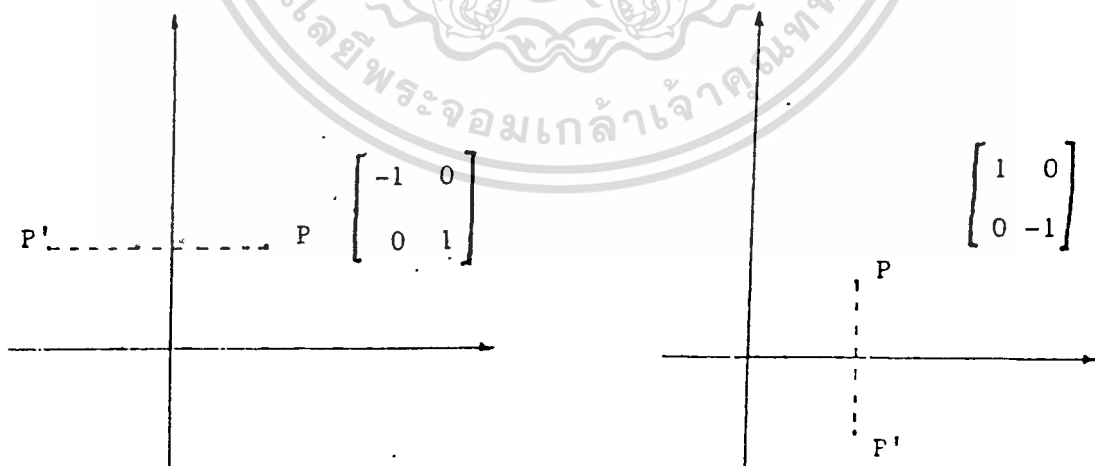
รูป 2.1

2.1.1.2 การสะท้อน (Reflection) กระทำโดยใช้เมตริกซ์ในการแปลงดังนี้

$$(x,y) \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (-x, y) \text{ (เป็นการสะท้อนกับแกน } y \text{)}$$



รูป 2.1



รูป 2.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{หรือ } (x,y) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = (x, -y) \quad (\text{เป็นการสะท้อนกับแกน } x)$$

ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 2.2

2.1.1.3 การหมุน (Rotation) กระทำโดยใช้เมตริกซ์ในการแปลง ดังนี้

$$(x,y) \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta)$$

ซึ่งจะหมุนจุดนี้ไปเป็นมุม θ ทวนเข็มนาฬิกาการอบจุดกำเนิด (origin) ดังรูป 2.3

2.1.1.4 การเคลื่อนย้าย (Translation) ไม่ได้กระทำโดยนำเอาเมตริกซ์ในการแปลงมาคูณ แต่จะนำเอาระยะทางสัมพัทธ์ที่จุดจะเคลื่อนที่ไปในแนวต่าง ๆ มาบวกเข้าไป ดังนี้

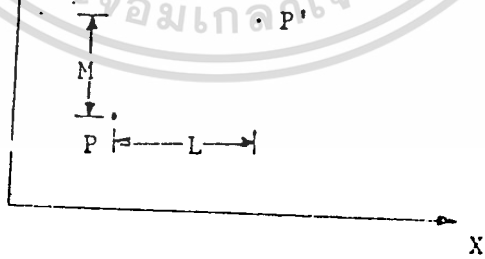
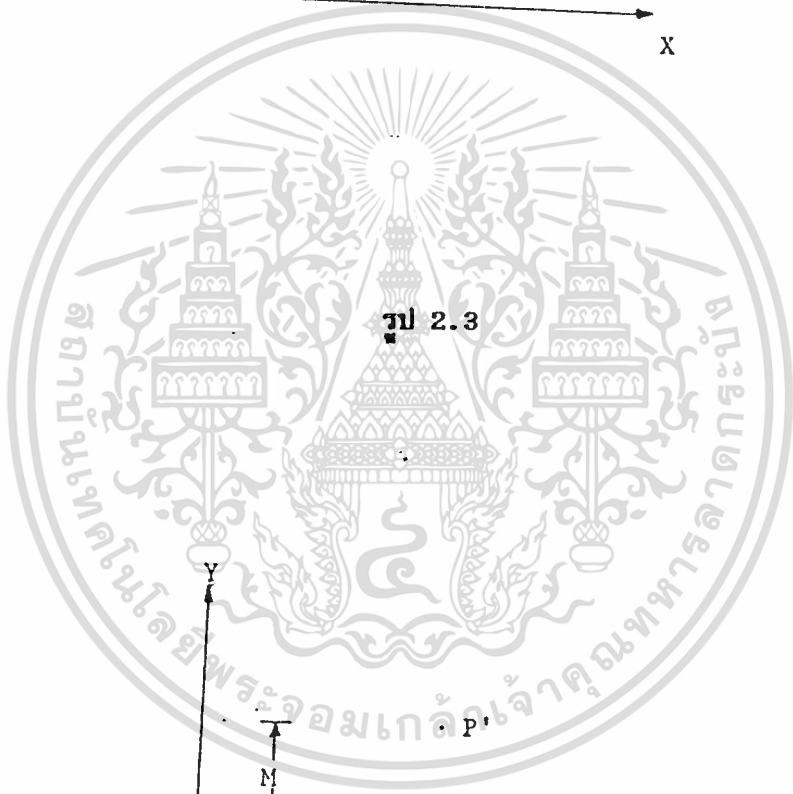
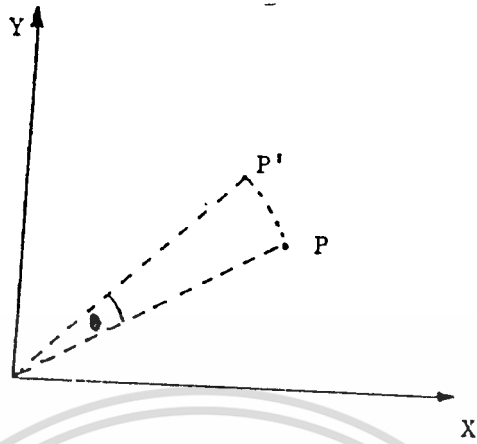
$$(x,y) + (L,M) = (x+L, y+M)$$

ซึ่งจะย้ายจุดไปในแนวแกน x เท่ากับ L หน่วย และไปในแนวแกน y เท่ากับ M หน่วย ดังรูป 2.4

ในการแทนจุดด้วยเมตริกซ์ ขนาด 1×2 นี้ จะเห็นได้ว่า เราไม่สามารถทำการเคลื่อนย้ายได้ โดยการใส่เมตริกซ์มาคูณเข้าไป และการกระทำจะสัมพันธ์กับจุดกำเนิด $(0,0)$ เสมอ

2.1.2 จุดในระบบโฮโมจีเนียส (Homogeneous)

ในระบบโฮโมจีเนียส เราจะใช้เมตริกซ์ขนาด 3×3 ซึ่งจะช่วยให้ปัญหาในการแทนจุดด้วยเมตริกซ์ขนาด 1×2 ในระบบคาร์ทีเซียนถดถอยไป โดยเราจะแทนจุด (x,y) ในระบบคาร์ทีเซียนด้วย (x,y,H) ในระบบโฮโมจีเนียส หรือเป็น $(x/H, y/H, 1)$ โดย H เป็นค่าที่ไม่เท่ากับศูนย์ และถ้า H มีค่า = 1 จุด $(x,y,1)$ ก็คือจุด (x,y) ในระบบ



รูป 2.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



คาร์ทีเซียนตนเอง และถ้าในกรณีของจุดหลาย ๆ จุด เราจะได้เมตริกซ์เป็น

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & 1 \end{bmatrix}$$

ซึ่งประกอบด้วยจุด N จุด

2.1.2.1 การเลื่อนย้ายจุด กระจกทำได้ดังนี้

$$(x, y, 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ L & M & 1 \end{bmatrix} = (x+L, y+M, 1)$$

ซึ่งจะเคลื่อนจุดไป L หน่วยในแกน x และ M หน่วยในแกน y ดัง รูป 2.5

2.1.2.2 การแปลงขนาด กระจกทำได้ดังนี้

$$(x, y, 1) \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & D & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (Ax, Dy, 1)$$

ซึ่งให้ผลเหมือนในข้อ 2.1.1.1

2.1.2.3 การหมุนจุดทำได้ดังนี้

023191

$$(x, y, 1) \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (x \cos \theta - y \sin \theta, x \sin \theta + y \cos \theta)$$

ซึ่งให้ผลเหมือนข้อ 2.1.1.3

2.1.3 การทำการแปลงหลาย ๆ ชนิด

ถ้าเราต้องการหมุนจุดนั้นรอบ ๆ จุดอ้างอิงใด ๆ นอกจากจุด (0,0) เราจะทำได้ดังนี้

$$(x, y, 1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ L & M & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -L & -M & 1 \end{bmatrix}$$

T1 T2 T3

ซึ่งเป็นการย้ายจุดก่อน แล้วจึงทำการหมุน และจึงทำการย้ายจุดกลับมาที่เดิม และเราสามารถที่จะรวมเมตริกซ์เหล่านั้นเข้ากันโดยการคูณเข้าก่อน แล้วจึงนำไปคูณกับเมตริกซ์ของจุด (Sequential transformation) เช่นในตัวอย่างจะได้ T = T1 x T2 x T3

ในกรณีของการทำการแปลงขนาด ก็จะเป็นทำนองเดียวกัน

2.1.4 การนำภาพไปแสดงบนจอภาพ (Screen)

เนื่องจากว่าระบบแกนที่เรากำลังพิจารณาอยู่นี้ มีค่าความยาวไม่จำกัดและมีทิศทางเป็นเลขจำนวนจริง แต่ระบบของจอภาพนี้จะมีจำนวนจุดและขอบเขตที่แน่นอน และมีทิศทางเป็นเลขจำนวนเต็ม ดังนั้น เราจึงต้องกำหนดขอบเขตของระบบแกนที่แน่นอน และทำการเปลี่ยนค่าของพิกัดให้เหมาะสมที่จะแสดงบนจอภาพได้

2.1.4.1 การกำหนดขอบเขตของจอภาพและการตัดแต่งภาพ (Window Clipping)

เมื่อมีการกำหนดขอบเขตของภาพแล้ว และปรากฏว่ามีบางส่วนของภาพนั้น
อยู่นอกขอบเขตการแสดงผลภาพออกไป จะต้องมีการตัดแต่งภาพ (Clipping) ดังแสดงใน
รูปที่ 2.5

ถ้าเรากำหนดฟังก์ชันทางตรง ดังนี้

$T(I)$ เป็นค่าความจริงของจุด I ที่อยู่นอกขอบเขตของภาพทางด้านบน

$B(I)$ เป็นค่าความจริงของจุด I ที่อยู่นอกขอบเขตของภาพทางด้านล่าง

$R(I)$ เป็นค่าความจริงของจุด I ที่อยู่นอกขอบเขตของภาพทางด้านขวา

$L(I)$ เป็นค่าความจริงของจุด I ที่อยู่นอกขอบเขตของภาพทางด้านซ้าย

ถ้าให้ จุดเริ่มของเส้นตรงเส้นหนึ่งคือ 1 และจุดปลายคือ 2 เราจะพบว่า

- ถ้า $T(1)+B(1)+R(1)+L(1)+T(2)+B(2)+R(2)+L(2) = 0$

แล้วเส้นตรงเส้นนั้นจะอยู่ในขอบเขตของภาพคือ ไม่มีการตัดออก เช่น

เส้นตรงหมายเลข 1 ในรูปที่ 2.6

- ถ้า $[T(1)T(2)] + [B(1)B(2)] + [R(1)R(2)] + [L(1)L(2)] = 0$

แล้ว เส้นตรงเส้นนั้นจะ ไม่อยู่ภายในขอบเขตของภาพเลย ดังเช่น เส้นตรง

เลข 2 และ 3 ในรูปที่ 2.6

- ถ้า $[T(1)T(2)] + [B(1)B(2)] + [R(1)R(2)] + [L(1)L(2)] = 0$

แล้วจุดปลายของเส้นนี้ทั้งสองจุดจะ ไม่อยู่ในขอบเขตของภาพ แต่บางส่วนของ

เส้นตรงอาจจะปรากฏหรือไม่ปรากฏในขอบเขตของภาพก็ได้ ดังเส้นตรงเลข

5 และ 6 ในรูปที่ 2.6

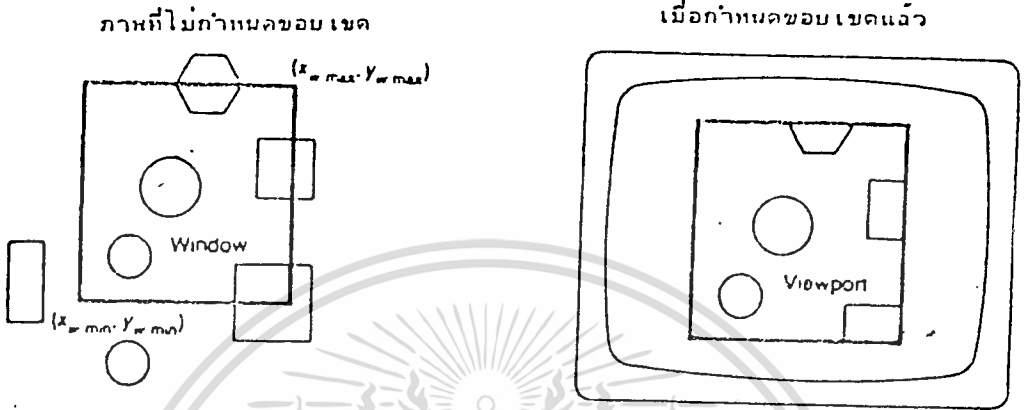
นอกจากนี้ ถ้ามีจุดปลายข้างหนึ่งอยู่ในขอบเขตของภาพ และอีกปลายข้างหนึ่งอยู่นอก
ขอบเขตของภาพ เส้นตรงเส้นนั้นจะปรากฏเพียงบางส่วนดังเส้นตรงหมายเลข 4 ในรูป 2.6

2.1.4.2 การนำภาพไปปรากฏบนจอภาพ

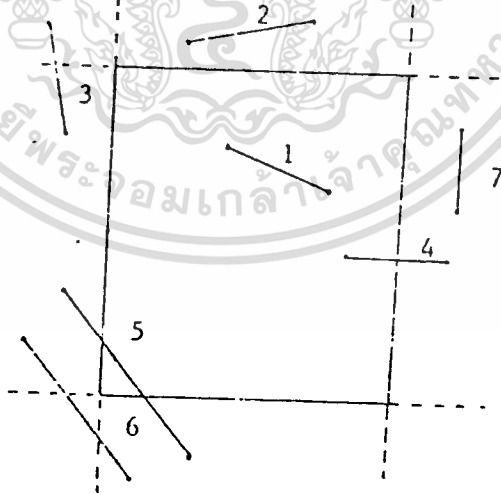
เนื่องจากจอภาพนั้น เราสามารถถือว่าเป็นระบบโคออร์ดิเนตใหม่จึงต้องมีการ
แปลง (Transform) จากระบบโคออร์ดิเนตเดิมที่กำหนดไว้ ถ้าเราให้ขอบเขตของภาพ

เดิมเป็น

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max} \text{ และ } Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}$$



รูป 2.5



รูปที่ 1.6

รูป 2.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และในจอภาพเป็น $X_w \min \leq X \leq X_w \max$ และ $Y_w \min \leq Y \leq Y_w \max$
 และเนื่องจากจอภาพมีขีดสูงสุดและต่ำสุดต่างไปจากระบบโคออร์ดิเนตเดิม
 จึงต้องใช้ตัวคูณในการแปลงขนาด (Scaling Factor) เพื่อย่อหรือขยายภาพเดิมให้ลง
 ในจอภาพอย่างเหมาะสม ทั้งหมัดนี้เราจะได้

$$(X_w, Y_w, 1) = (X_w, Y_w, 1) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -X_w \min & -Y_w \min & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ X_w \min & Y_w \min & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [S_1(X_w - X_w \min) + X_w \min, S_2(Y_w - Y_w \min) + Y_w \min, 1]$$

โดย

$$S_1 = \frac{X_w \max - X_w \min}{X_w \max - X_w \min}$$

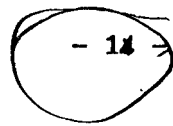
$$S_2 = \frac{Y_w \max - Y_w \min}{Y_w \max - Y_w \min}$$

$$S_2 = \frac{Y_w \max - Y_w \min}{Y_w \max - Y_w \min}$$

และถ้า S_1 มีค่าไม่เท่ากับ S_2 แล้ว รูปที่ได้จะบิดเบือน (Distorted)

2.1.4.3 การแสดงภาพบนจอภาพ

เนื่องจากลักษณะการวางแกนของจอภาพในเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์บาง



$$y_1 = 2$$

$$y_2 = 6$$

640,320

กติก เช่น IBM PC จะวางแกน Y นั้นกลับหัว คือจุดกำเนิดจะอยู่ที่มุมบนซ้าย แทนที่จะเป็นจุดล่างซ้าย ดังนั้นจึงต้องมีการแปลงอีกครั้ง โดยให้พิกัดกำเนิดของแกนอยู่ที่ (L, M) เราจะได้

$$(X_u, Y_u, 1) = (X_v, Y_v, 1) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ L & M & 1 \end{bmatrix}$$

x_v y_v p 90 240

โดย $(X_u, Y_u, 1)$ เป็นจุดที่จะปรากฏบนจอภาพ และ

$(X_v, Y_v, 1)$ เป็นจุดที่จะปรากฏในคาร์ทีเซียนโคออร์ดิเนต

นอกจากนี้เนื่องจากจอภาพมักจะมีค่าจำนวนจุด (Dot) ต่อความยาวที่ต่างกันระหว่างแนวนอนและแนวตั้ง จึงจำเป็นที่จะต้องมีความสัมพันธ์หนึ่งเพื่อแก้ไขการบิดเบือนนี้ ถ้า

เราให้

$$\begin{aligned} x_s &= x_v + L \\ y_s &= -y_v + M \end{aligned}$$

ความยาวในแนวนอนของจอ (Horizontal)

H

จำนวนจุดมากที่สุด ในแนวนอน

ความยาวในแนวตั้งของจอ (Vertical)

V

จำนวนจุดมากที่สุด ในแนวตั้ง

V

SCF

=

ซึ่งเป็นตัวคูณที่ต้องการ

(Screen Coordinate Factor)

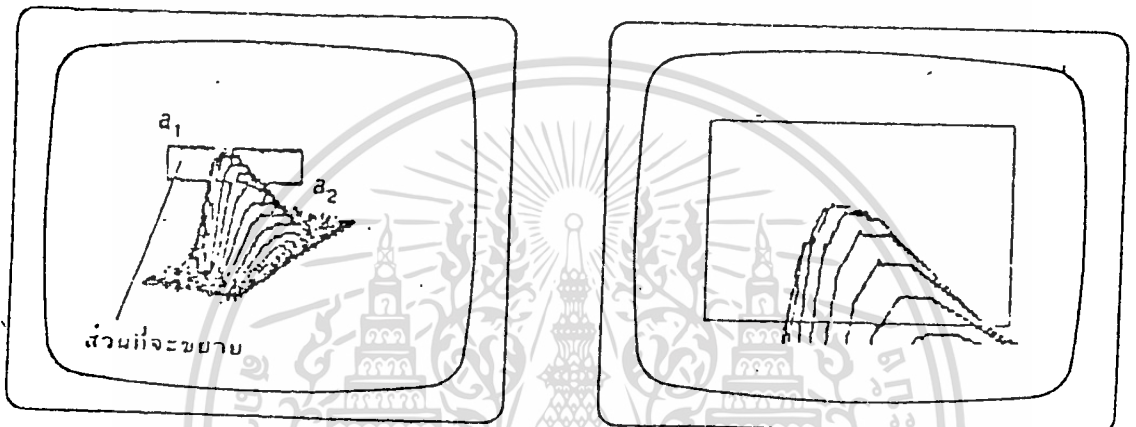
H

เราจะเอา SCF คูณเข้าไปเฉพาะที่ค่า X เท่านั้น

2.1.4.4 การย่อขยายภาพ (Zooming)

การย่อขยายภาพบางส่วน กระทำได้ง่ายตามทฤษฎีที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยการใช้

กำหนดขอบเขตการแสดงผลเสียใหม่ เฉพาะส่วนที่ต้องการขยายแล้วจากนั้นก็นำส่วนขอบเขตการแสดงผลนั้นไปปรากฏบนจอ เป็นขอบเขตของจอภาพสูงสุดและต่ำสุด ก็จะได้ภาพขยายขนาดตามต้องการ ตามรูป 2.7



รูป 2.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การสร้างภาพ 3 มิติ (3-Dimensional Picture)

ระบบแกนในระบบ 3 มิติ ที่นิยมใช้กันมี 2 ชนิดคือ

- แกนพิกัดฉาก (Rectangular Coordinate) มีอาร์กิวเมนต์ (Argument) เป็น (x, y, z)
- แกนพิกัดทรงกลม (Spherical Coordinate) มีอาร์กิวเมนต์ (Argument) เป็น (D, θ, ϕ)

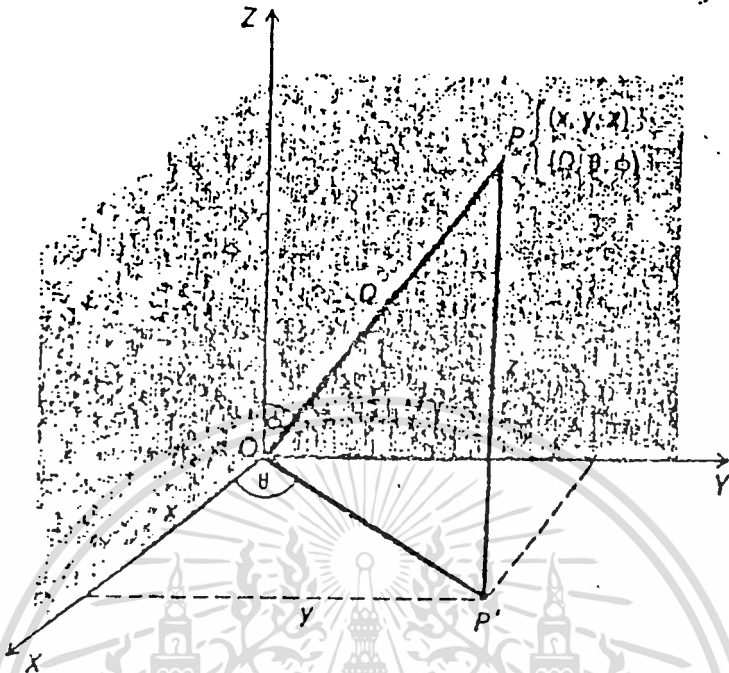
ดังแสดงระบบแกนทั้งสองในรูปที่ 2.8

2.2.1 เมตริกซ์ในการแปลง (Transformation Matrix)

ในระบบแกน 3 มิติ ก็เช่นเดียวกับกับระบบแกน 2 มิติ คือมีการกำหนดจุดต่าง ๆ ในรูปของเมตริกซ์ ซึ่งใช้ในการขยาย, เคลื่อนย้าย, และหมุน จะมีลักษณะดังนี้

$$\left[\begin{array}{ccc|c} A & B & C & 0 \\ D & E & F & 0 \\ G & H & I & 0 \\ \hline & & & \\ L & M & N & 1 \end{array} \right] \text{ ซึ่งแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ } \Rightarrow \left[\begin{array}{c|c} I & III \\ (3 \times 3) & 4 \\ \hline & X \\ II & 1 \\ (1 \times 3) & \end{array} \right]$$

- ซึ่ง ส่วนที่ 1 จะใช้ในการ ขยาย สะท้อน และการหมุน
- ส่วนที่ 2 จะใช้ในการ แปลงในรูปของการเคลื่อนย้าย
- ส่วนที่ 3 เติมเข้ามาเพื่อให้ใช้ในการคูณได้



รูป 2.8

2.2.1.1 การเคลื่อนย้ายจะเป็นดังนี้

$$(x', y', z', 1) = (x, y, z, 1) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ L & M & N & 1 \end{bmatrix}$$

โดย L เป็นหารเคลื่อนย้ายในแกน X

M เป็นหารเคลื่อนย้ายในแกน Y

N เป็นหารเคลื่อนย้ายในแกน Z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.1.2 การแปลงขนาดจะเป็นดังนี้

$$(x',y'z',1) = (x,y,z,1) \times \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดย A เป็นอัตราขยายในแกน X

E เป็นอัตราขยายในแกน Y

I เป็นอัตราขยายในแกน Z

2.2.1.3 การสะท้อน เป็นการสะท้อนกับระนาบจึงมีเมตริกซ์ 3 แบบคือ

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ สะท้อนระนาบ XY ; } \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ สะท้อนระนาบ YZ}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ สะท้อนระนาบ XZ}$$

2.2.1.4 การหมุนเป็นการหมุนรอบแกนใด ๆ จึงมีเมตริกซ์ 3 แบบ คือ

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{หมุนรอบแกน Z}$$

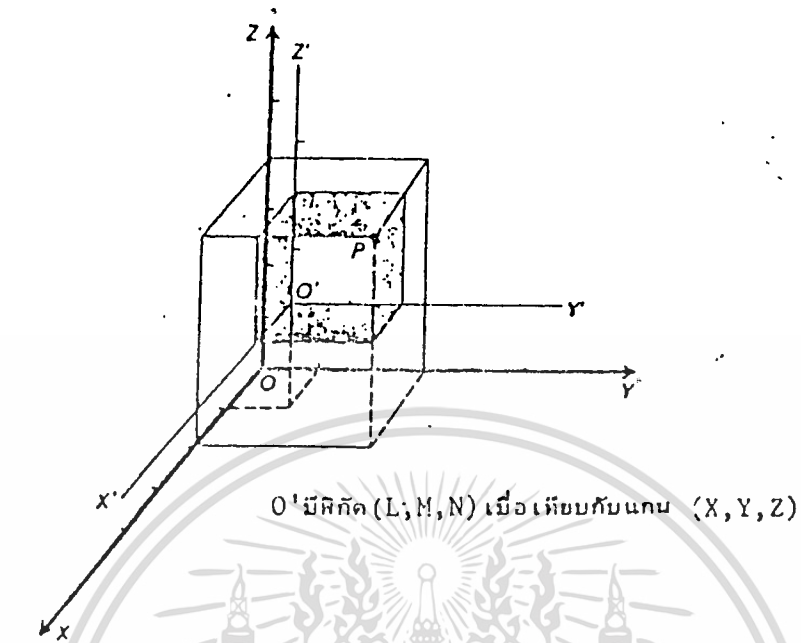
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{หมุนรอบแกน X}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{หมุนรอบแกน Y}$$

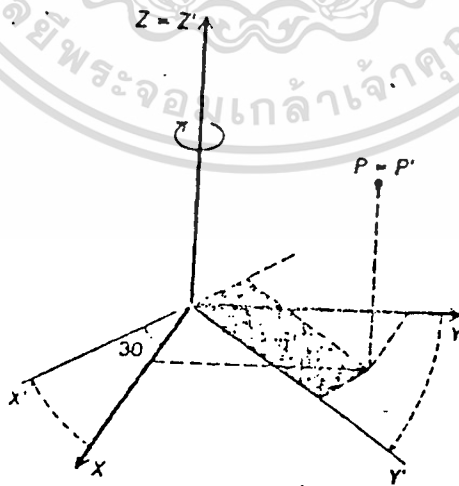
เมตริกซ์ในการแปลงต่างๆเหล่านี้ สามารถนำมาคูณต่อกัน เพื่อให้ได้เมตริกซ์ที่ทำการแปลงหลายอย่างพร้อมกันได้ (Sequential Transformation)

2.2.2 การเปลี่ยนแปลงแกน (Change of Coordinate System)

ถ้าพิจารณาให้จุดในระบบหนึ่งอยู่กับที่ แต่ให้ระบบแกนที่มีมีการเปลี่ยนแปลงแทน เราเรียกลักษณะนี้ว่า "การเปลี่ยนแกน" ซึ่งจะนำไปใช้ในการสร้างภาพ 3 มิติ บนระนาบ 2 มิติ การเคลื่อนย้ายแกนดังแสดงในรูป 2.9 ซึ่งจะได้เมตริกซ์ในการแปลงของจุด เช่น การย้ายแกนจากจุด (0,0,0) ไปยัง (L,M,N) จะได้เมตริกซ์ในการแปลงเป็น




รูป 2.9



รูป 2.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -L & -M & -N & 1 \end{bmatrix}$$

ซึ่งเป็นส่วนกลับ (Inverse) ของเมตริกซ์ในการแปลง
ที่ใช้ในการเคลื่อนย้าย

และการหมุนแกนตามเข็มนาฬิกาดังรูป-2.10 ซึ่งหมุนแกนไป -30 องศา ก็จะมีเมตริกซ์ในการแปลง เป็นการแปลงของจุดที่หมุนไป 30 องศา ดังนี้

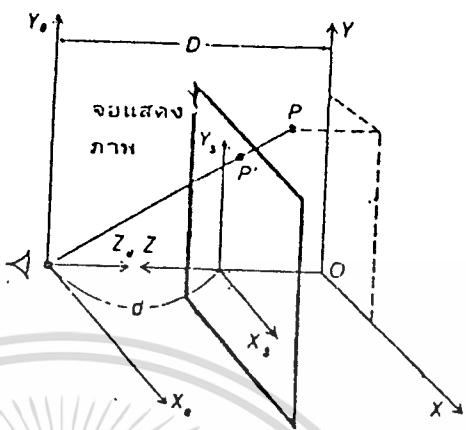
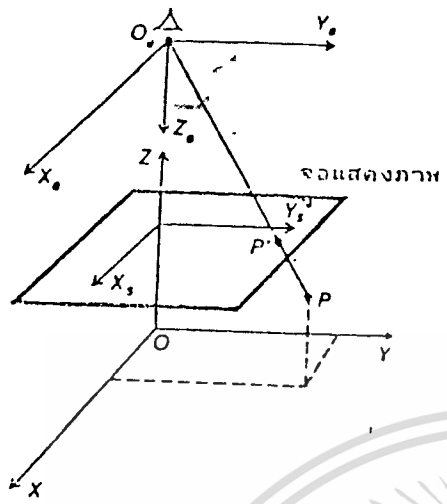
$$\begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2.3 การมองภาพ 3 มิติ (Viewing in three dimensions)

2.2.3.1 การมองภาพจากจุดกำเนิด (Central Projection)

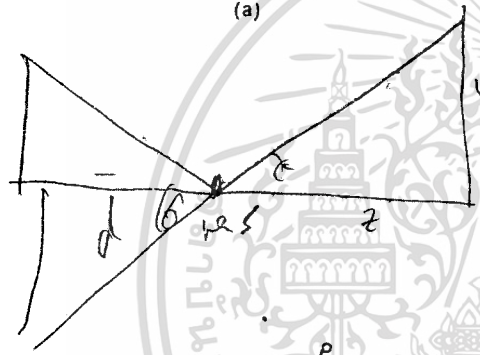
จากรูป 2.11 ซึ่งแสดงระบบแกนสองระบบที่หันแกน Z เข้าชนกัน ระบบหนึ่งคือระบบแกนในความจริงหรือระบบแกนของวัตถุ (World Coordinate System) และระบบแกนของตา (Eye Coordinate System) (X_e, Y_e, Z_e) ซึ่งเป็นลักษณะของการมองภาพ จะเห็นได้ว่าทั้งสองระบบมีค่าทางแกน X และ Y เท่ากัน จะต่างกันที่แกน Z เท่านั้น.

แต่ระบบแกนของจอภาพนั้นมีเพียง 2 มิติ คือ แกน X และ แกน Y ถ้าเรานำเอาจอภาพ (Screen) ไปวางกลางระหว่างจุดของวัตถุและสายตาของคน ลากเส้นเชื่อมระหว่างจุด P กับจุดสายตาดังรูป เส้นตรงเส้นนี้จะตัดกับจอภาพที่จุด P' ซึ่งจุดนี้จะ เป็นจุดของภาพที่ควรจะปรากฏบนจอ โดยแสดงดังรูป 2.11 (c) และ (d) ซึ่งเราจะได้ว่า

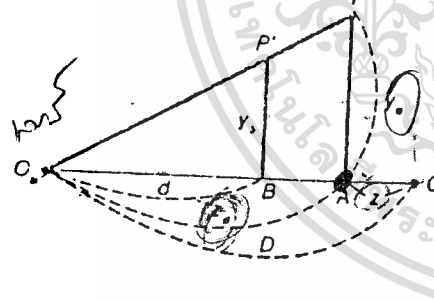


(a)

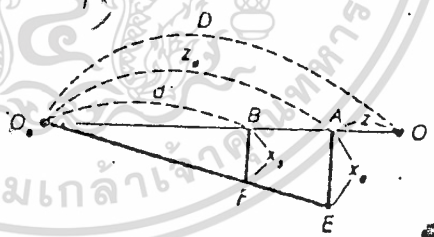
(b)



$$y_s = \frac{y_e}{z_e} \cdot z$$



(c)



(d)

$$\frac{y_s}{d} = \frac{y_e}{e}$$

$$y_s$$

รูป 2.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Y.

Y

$$Y_u = \frac{d}{Z_u} = \frac{d}{D-Z}$$

และพิจารณาเช่นเดียวกันนี้ กับ X_u เราจะได้ว่า

- X_u และ Y_u เป็นฟังก์ชันเส้นตรง (linear function) ของค่า d ดังนั้น ถ้าเราลดระยะจากจอภาพไปยังตา เราจะได้ภาพที่เล็กลง
- การเพิ่มระยะจากวัตถุไปยังจอภาพ (D) ก็จะทำให้ได้ภาพที่เล็กลง
- การเพิ่มระยะจากตาไปยังจอภาพ จน D เข้าใกล้หนึ่ง และ $D = d$ ซึ่งจะทำให้ค่าของ X_u และ Y_u ไม่ขึ้นกับค่า Z_u จะเกิดภาพในลักษณะที่เรียกว่า "การมองภาพแบบขนาน" (Parallel Projection) ภาพที่เป็นการมองภาพแบบขนาน ได้แก่ ภาพไอโซเมตริก

2.2.3.2 การมองภาพจากจุดใด ๆ (Arbitrary Projection)

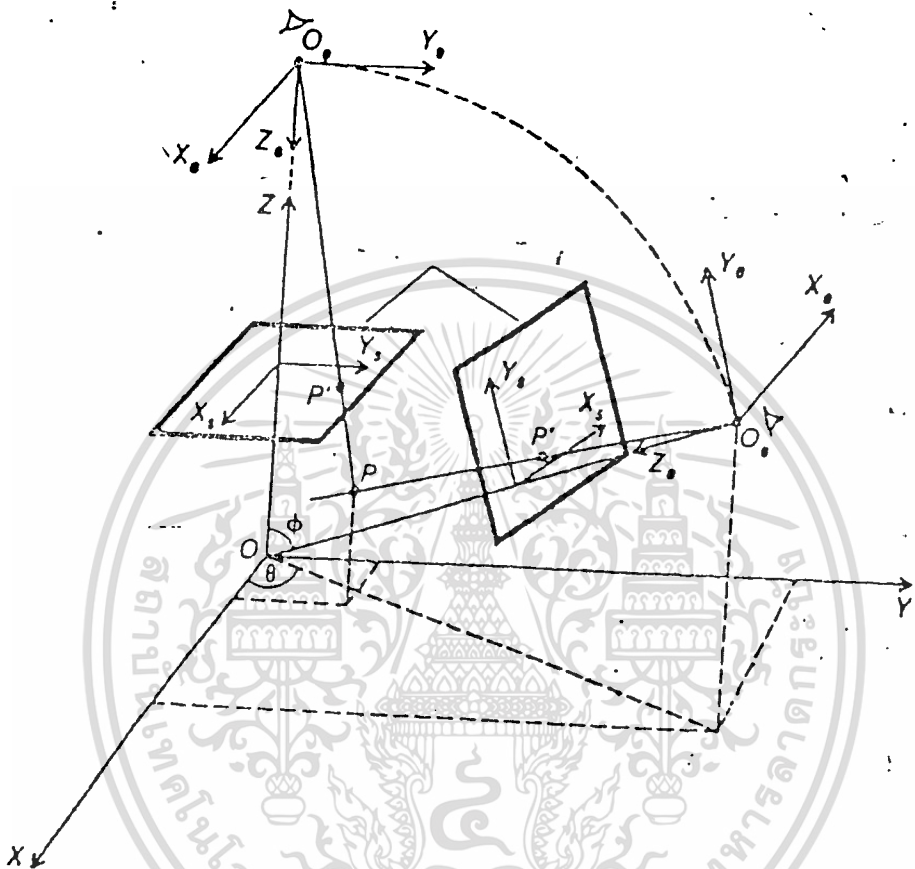
การมองภาพจากจุดใด ๆ ที่ห่างเป็นระยะ D จากจุดกำเนิดของแกนจริงนั้น กระทำได้โดยการย้ายจุดกำเนิดของแกนจริงมายังจุดที่เป็นจุดมอง โดยมีแกน Z พุ่งเข้าหาจุดกำเนิด และแกน X อยู่ในแนวอนันต์ไปทางขวาของผู้มอง แกน Y ชี้ขึ้น ดังระบบแกนระบบแกนของตา (X_u, Y_u, Z_u) ในรูป 2.12

เราจะแสดงขั้นตอนการย้ายแกนของรูป 2.12 โดยจุด O_u ซึ่งเป็นจุดมองจะมีระยะห่างจากจุดกำเนิด เป็นระยะทาง D และเส้น $O_u O$ ทำมุม θ กับระนาบ XZ และทำมุม ϕ กับแกน Z ดังแสดงในรูปที่ 2.13 และขั้นตอนการย้ายแกนมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เราจะย้ายแกนไปยังจุด O_u จะมีเมตริกซ์ในการแปลงดังนี้

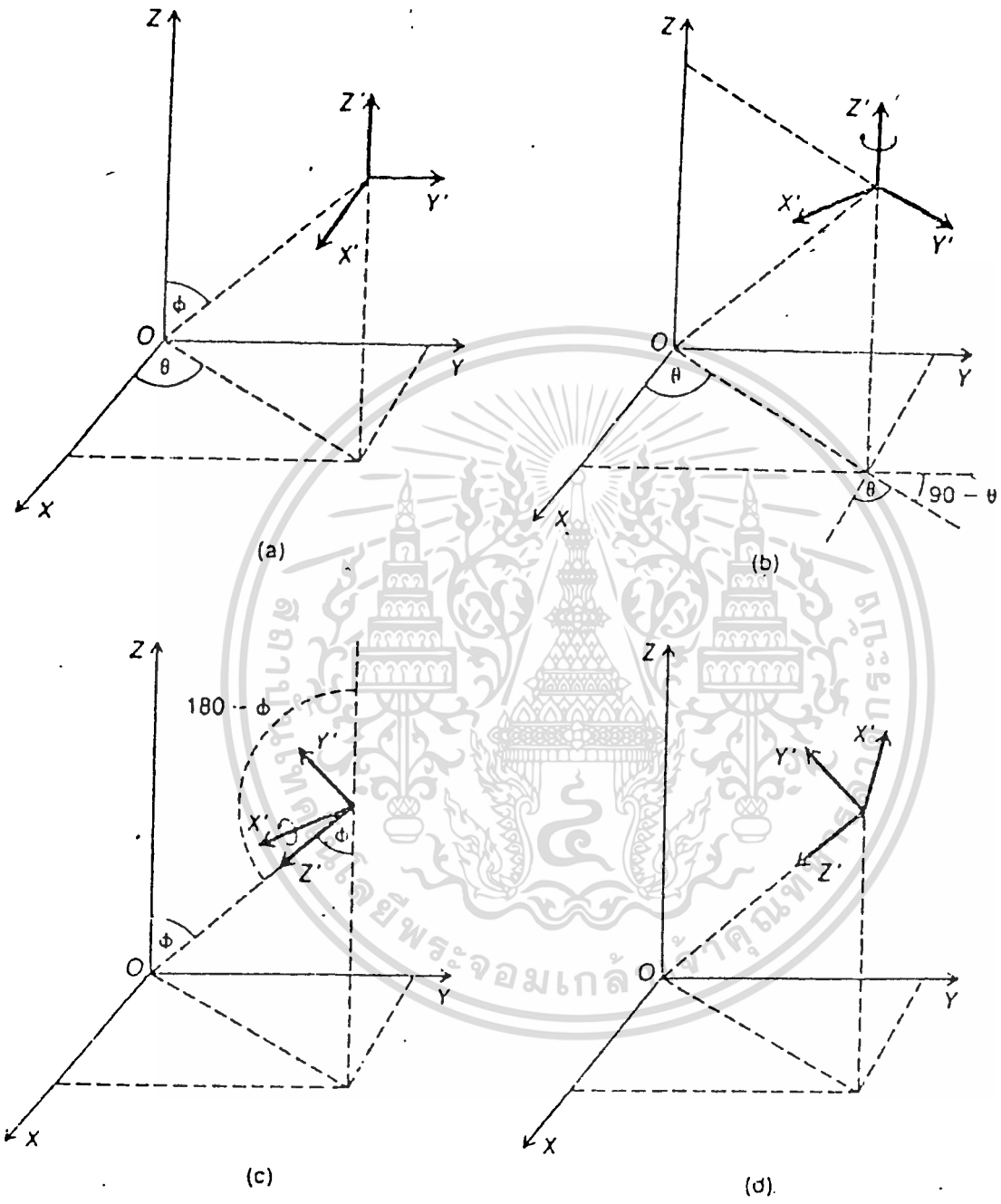
$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -D \sin \phi \cos \theta & -D \sin \phi \sin \theta & -D \cos \phi & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ดังรูป (a)}$$

2



รูป 2.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6

รูป 2.13

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2 เราจะหมุนแกนรอบแกน Z ไปเป็นมุม $90^\circ - \theta$ จะได้เมตริกซ์
ในการแปลง ดังรูป

$$T_2 = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ -\cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ดังรูป (b)}$$

ขั้นตอนที่ 3 เราจะหมุนแกนรอบแกน X' ไปเป็นมุม $180^\circ - \phi$ จะได้
เมตริกซ์ในการแปลง คือ

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & -\cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ดังรูป (c)}$$

ขั้นตอนที่ 4 เราจะแปลงโคออร์ดิเนตโดยเปลี่ยนแกน X ไปในทางตรงกันข้าม
จะได้เมตริกซ์ในการแปลง ดังรูป

$$T_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ดังรูป (d)}$$

จากนั้นเราจะได้ เมตริกซ์ในการแปลงรวมเป็น

$$T1 * T2 * T3 * T4 = \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta \cos \phi & -\sin \theta \sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & -\cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(X_o, Y_o, Z_o, 1) = (X, Y, Z, 1) * T$$

หรือ

$$\begin{aligned} X_o &= -X \sin \theta + Y \cos \theta \\ Y_o &= -X \cos \theta \cos \phi - Y \sin \theta \cos \phi + Z \sin \phi \\ Z_o &= -X \cos \theta \sin \phi - Y \sin \theta \sin \phi - Z \cos \phi + D \end{aligned}$$

และเมื่อนำไปพลอต (plot) ลงบนจอภาพ เราจะได้

$$X = d \frac{X_o}{Z_o}, \quad Y = d \frac{Y_o}{Z_o}$$

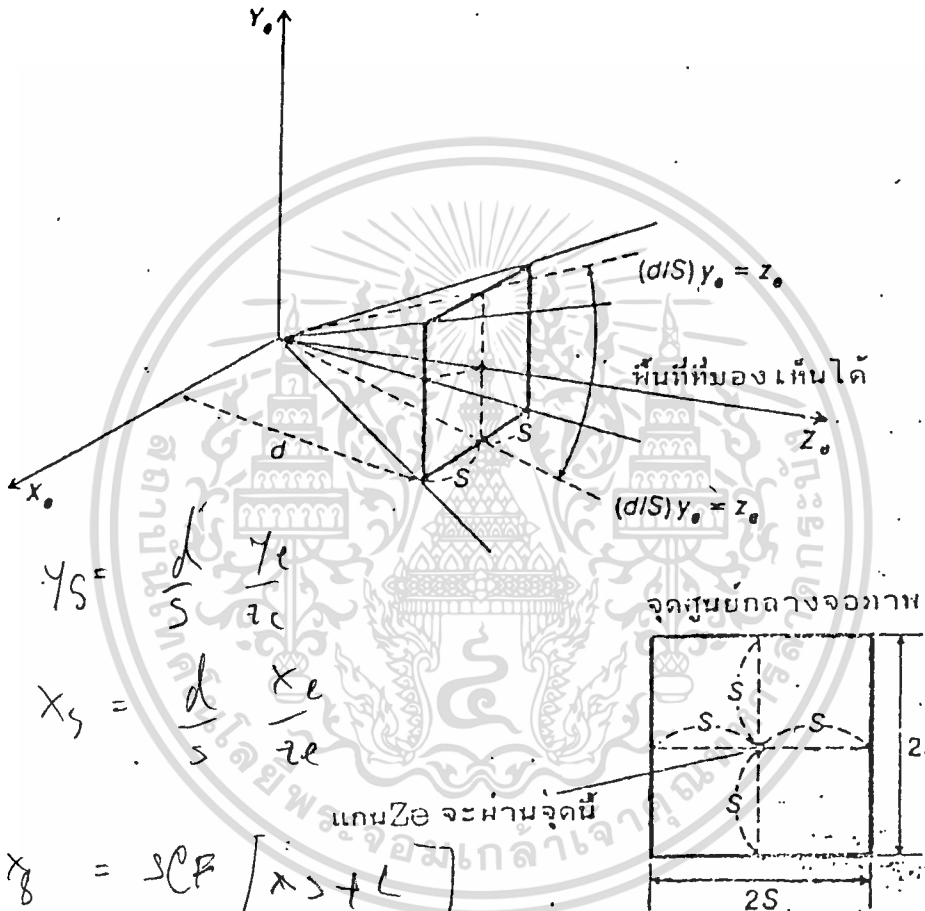
โดย d คือระยะจากจุดมองไปยังจอภาพ

2.2.3.3 ระบบแกนจอภาพแบบไฮโมจีเนียส

ในระบบแกนจอภาพจากจุดกำเนิดเราจะใช้ ค่า D และ d เป็นตัวควบคุมขนาดของภาพ แต่ต่อไปเราจะเปลี่ยนโดยใช้อัตราส่วนของจุดกำเนิดจอภาพ กับระยะ d แทน ดังแสดงในรูป 2.14 และมีสมการดังนี้

$$x = \begin{bmatrix} d \\ - \\ S \end{bmatrix} \frac{X_o}{Z_o}, \quad y = \begin{bmatrix} d \\ - \\ S \end{bmatrix} \frac{Y_o}{Z_o}$$

ซึ่งอัตราส่วน d/S นี้จะมีผลต่อขนาดของรูปที่จะปรากฏบนจอ เปรียบเสมือน



$$y_s = \frac{d}{S} \frac{y_e}{z_e}$$

$$x_s = \frac{d}{S} \frac{x_e}{z_e}$$

$$x_s = PCF [x_s + L]$$

$$y_s = -[y_s + M]$$

$L = 320$
 $M = 240$
 $d = 600$

$\frac{PCF}{200}$

รูป 2.14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[Handwritten signature and a circled number 1]

เป็นความยาวโฟกัสของกล้องถ่ายรูป ซึ่งถ้าโฟกัสยาว (เลนส์เทเลโฟโต้) รูปก็จะมีขนาดใหญ่ และถ้าโฟกัสสั้น (เลนส์ไวด์แองเกิ้ล) รูปก็จะมีขนาดเล็กลง

2.2.4 ความลึกของภาพ (Perspective Depth)

ในการมองภาพแบบเปอร์สเปคตีฟนั้น ความลึกหรือระยะ Z_u นี้มีผลต่อขนาดของภาพที่ปรากฏ โดยจุดที่ปรากฏนั้น ถ้ามีค่า Z_u มาก ก็จะมีค่าน้อยทำให้ขนาดของภาพเล็กลง แต่ในการมองภาพแบบขนาน ความลึกจะไม่มีผลต่อขนาดของภาพ ดังนั้น

$$X = X_0 \quad \text{และ} \quad Y = Y_0$$

เนื่องจากภาพที่มองแบบเปอร์สเปคตีฟนั้น ความลึกของภาพปรากฏอยู่ จะมีผลทำให้เราไม่สามารถมองเห็นรูปทรงอื่นได้ทุก ๆ หนึ่งผิว อันเนื่องมาจากมุมของพื้นผิวนี้ทำกับมุมมองของสายต่าเกินกว่าที่จะมองเห็นได้ (ดังจะแสดงต่อไป) หรือแกนพื้นผิวอื่นที่อยู่ใกล้สายตามากกว่าบิดบังไป ดังนั้น เราจึงต้องพิจารณาว่าความลึกของแต่ละจุดที่จะพลอตลงบนจอภาพด้วย

จากสมการทั่วไปของพื้นผิว คือ

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

ถ้าเราแทนค่า x และ y จากโคออร์ดิเนตของจอภาพลงไป เราจะได้

$$Z_u = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\alpha}{Z_0}$$

โดย $\alpha = -D/C$ และ $\beta = (d/CS) (AX_0 + BY_0)$

เนื่องจากค่า A, B, C, D เราไม่สามารถกำหนดได้ ดังนั้นเราจึงต้องอาศัยการแทนค่าเข้าช่วย ถ้าเราให้ Z_u ซึ่งเป็นโคออร์ดิเนต ของแกนระบบสายต่า มีค่า

$$K_1 \leq Z_u \leq K_2$$

จากนั้นเราจะกำหนดค่า Z_u ดังนี้

$$0 \leq Z_u \leq 1$$

เมื่อแทนค่า Z_u ลงไปในสมการหา Z_u เราจะได้สมการ

$$0 = \alpha - \frac{\beta}{K_1}$$

$$1 = \alpha - \frac{\beta}{K_2}$$

แก้สมการหาค่า และ

$$\alpha = \frac{K_2}{K_2 - K_1}, \quad \beta = \frac{K_1 K_2}{K_2 - K_1}$$

แทนค่า หา $Z_u = \frac{K_2 (Z_u - K_1)}{(K_2 - K_1) Z_u}$; $0 \leq Z_u \leq 1$

ซึ่งเป็นความลึกของแต่ละจุด (X_u, Y_u)

2.3 การกำจัดเส้นและพื้นผิวที่ทับซ้อน (Hidden-line and Surface Removals)

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า การมองภาพในแบบ 3 มิติ ในความเป็นจริงนั้น เราไม่สามารถที่จะมองเห็นเส้นทุกเส้นและพื้นผิวทุกด้าน อันเนื่องมาจากการบังของพื้นผิวที่ใกล้ตากว่า และจากจุดที่มอง (view) ไม่สามารถมองเห็นได้ ดังนั้นในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึงการกำจัดเส้น และพื้นผิวที่ตาไม่สามารถมองเห็น

2.3.1 พื้นผิวที่ไม่สามารถมองเห็นได้ (Invisible surface)

ถ้าเรากำหนดจุดการมองดังในรูป 2.15 ที่จุด P เรามีความจริงที่ว่า

" ถ้ามุมของเวกเตอร์ตั้งฉากกับพื้นผิวที่มองที่ทำกับเวกเตอร์ของจุดมองกับจุดที่ตั้งฉากนั้นน้อยกว่า 90 องศา (ไม่คิดเครื่องหมาย) แล้ว และพื้นผิวนั้นมิได้ถูกบังด้วยพื้นผิวอื่นที่ใกล้จุดสายตาทากว่าแล้ว พื้นผิวนั้นจะมองไม่เห็น"

ดังนั้นจากรูป 2.15 เราจะสามารถหาเวกเตอร์ n จาก

$$n = u \times v$$

ถ้าให้ เวกเตอร์จากจุดสายตาไปยังจุดที่เวกเตอร์ n ตั้งฉากกับพื้นผิว คือ l เราจะได้ว่า

$$n \cdot l = |n| |l| \cos \theta$$

โดย θ จะเป็นมุมระหว่าง n กับ l ซึ่งจะต้องน้อยกว่า 90 องศา (ไม่คิดเครื่องหมาย)

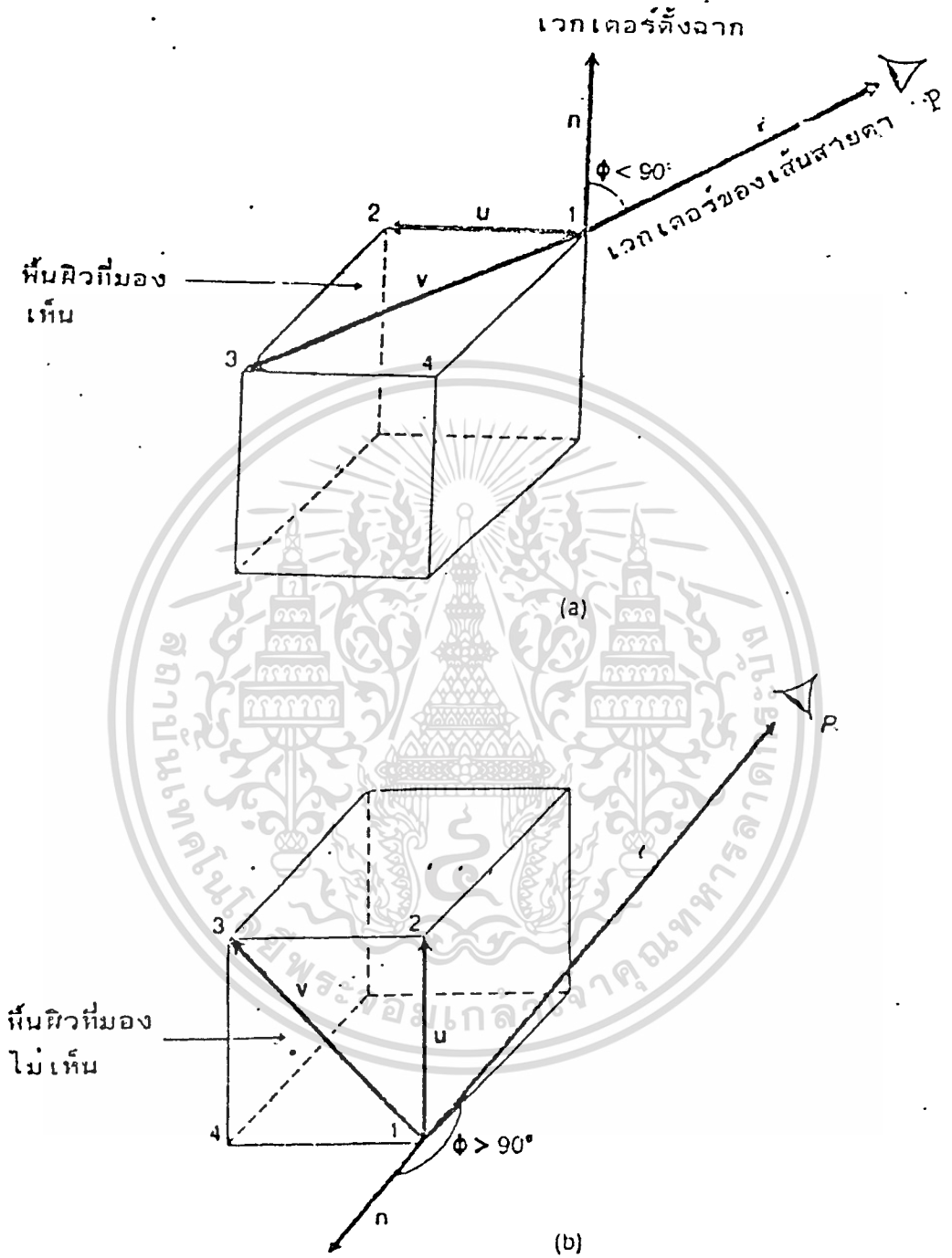
ดังนั้น ถ้า $\cos \theta > 0$ แล้ว $n \cdot l$ จะต้อง > 0 ด้วย

เราจึงเพียงพิจารณาค่า $n \cdot l$ เท่านั้นก็พอ ซึ่งหาค่าในทางคอมพิวเตอร์ได้ไม่ยากนัก

2.3.2 การซ้อนและบดบังกันของพื้นผิว

ถ้าเรามีการวาดภาพ 3 มิติ ของวัตถุหลาย ๆ ชิ้น หรือวาดภาพของวัตถุที่มีลักษณะซับซ้อนจนทำให้เกิดมีบางส่วนของวัตถุไปบังส่วนอื่น ๆ (ถึงแม้ว่าค่า $n \cdot l > 0$ ก็ตาม) เราจึงต้องมีการพิจารณาส่วนนี้เพิ่มเติมขึ้นมา

ก่อนอื่น เราจะพิจารณาการพลอตรูปลงบนจอภาพ ในลักษณะของระนาบหลายๆระนาบ



รูป 2.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่เป็นรูปเหลี่ยมต่าง ๆ กัน และมีการซ้อนกัน และทับกัน และเราจะพยายามที่จะลบเส้นที่ ถูกทับออกไปจากจอภาพ ตัวอย่างของระนาบรูปเหลี่ยมต่าง ๆ ดังรูป 2.16

จากนั้น เราจะทำการแก้ปัญหาดตามขั้นตอนในรูป 2.17 ซึ่งจะพิจารณาวิธีการต่างๆ ดังต่อไปนี้

2.3.2.1 การทดสอบค่ามากที่สุด น้อยสุด (Minimax Test)

ขั้นตอนนี้จะเป็นการทดสอบว่า รูปเหลี่ยม 2 รูปนี้มีการซ้อนกัน (Overlap) กันหรือไม่ และตามขั้นตอนการแก้ปัญหา ถ้ารูปเหลี่ยมใดไม่มีการซ้อนกับรูปเหลี่ยมอื่นเลย รูปเหลี่ยมก็สามารถวาดได้ทันที

จากรูป 2.18 เราจะได้ข้อกำหนดว่า ถ้าข้อกำหนดข้อใดเป็นจริงแล้วรูปเหลี่ยมจะไม่ซ้อนกัน

$$\begin{aligned} \max X_A &< \min X_B \\ \max X_B &< \min X_A \\ \max Y_A &< \min Y_B \\ \max Y_B &< \min Y_A \end{aligned}$$

ในกรณีที่ทดสอบแล้ว ปรากฏว่าไม่พบว่าข้อกำหนดใดไม่เป็นจริงเลยนั้น เรา จะยังไม่สามารถสรุปได้ว่า รูปเหลี่ยม 2 รูปนี้ซ้อนกัน ซึ่งจะเห็นได้จากการที่ในรูป 2.19

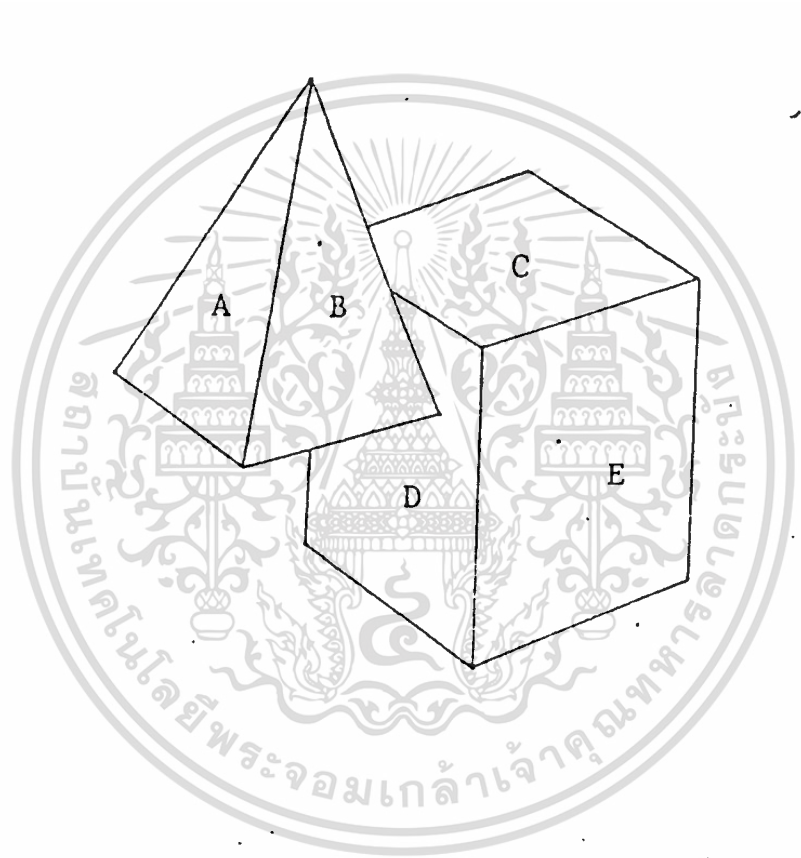
2.3.2.2 การทดสอบจุดตัดกัน (Intersection Test)

ขั้นตอนนี้ จะพิจารณาการหาจุดตัดของเส้นตรง 2 เส้น (ซึ่งเส้นหนึ่งจะเป็น ของรูปเหลี่ยมรูปหนึ่ง) เพื่อที่จะเป็นจุดตัดของระนาบที่ซ้อนกันและเป็นจุดเริ่มของเส้นที่ถูก บัง หรือเส้นที่มองเห็นบางส่วน ซึ่งการตัดกันของเส้นตรงจะมีกรณีต่าง ๆ กัน ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ให้ } L_1 &= A_1X + B_1Y + C_1 = 0 \\ L_2 &= A_2X + B_2Y + C_2 = 0 \end{aligned}$$

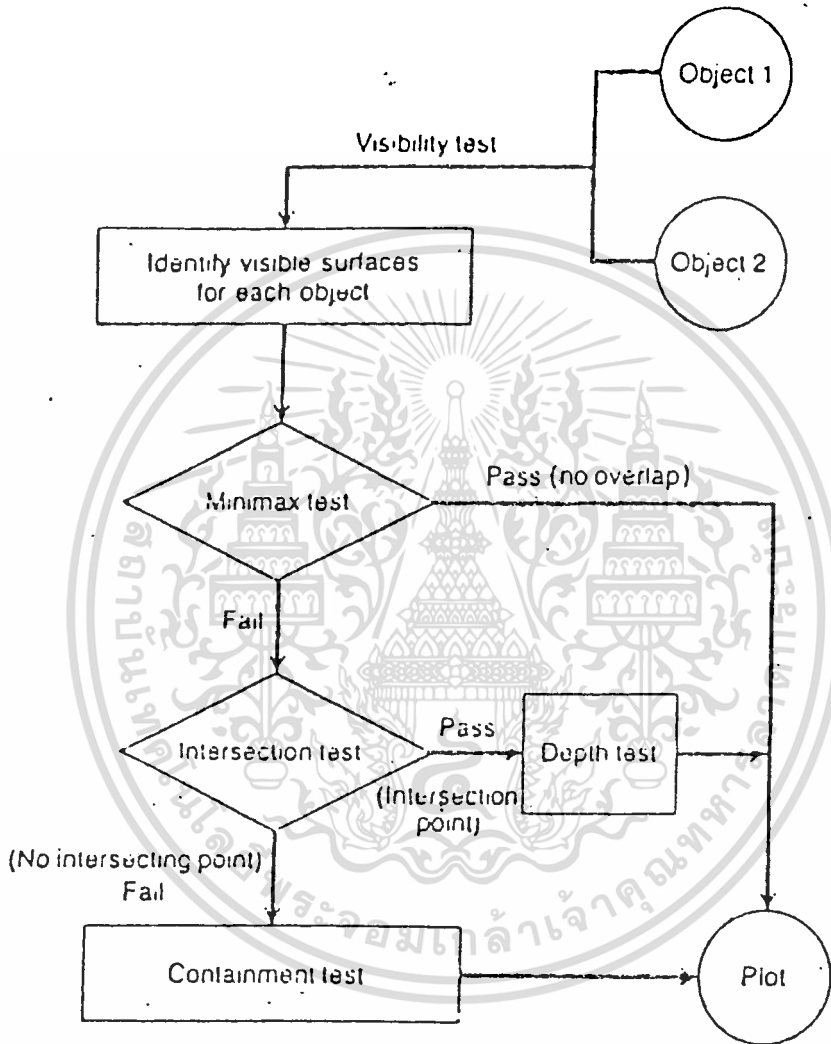
เราพิจารณาได้ 3 กรณี คือ

1. L_1 และ L_2 ทนกัน ในกรณีนี้



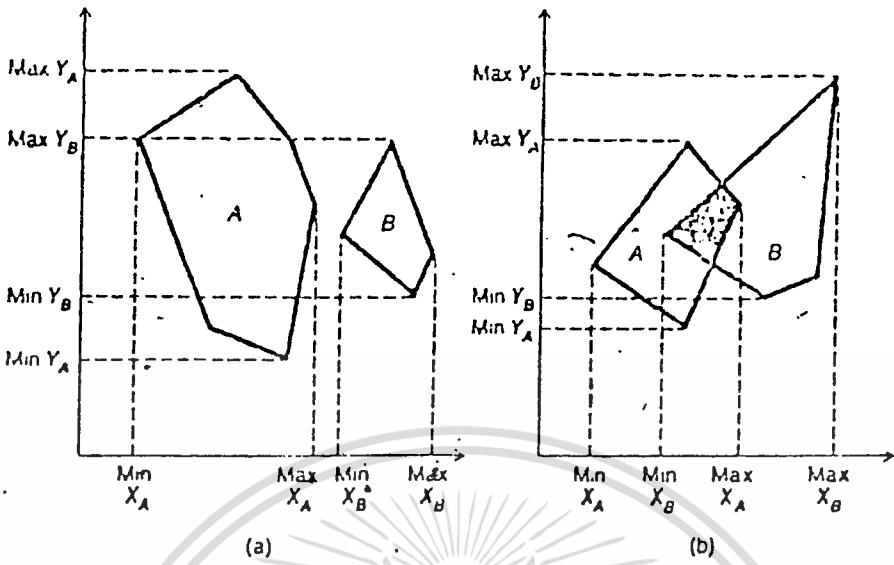
รูป 2.16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 2.17

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 2.18



รูป 2.19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = 0$$

ซึ่ง L_1 และ L_2 จะไม่ตัดกัน

2. L_1 และ L_2 ทับกัน ในกรณีนี้

$$A_1/A_2 = B_1/B_2 = C_1/C_2$$

3. นอกจากนั้นแล้ว เราจะหาจุดตัดได้โดยให้ (X_1, Y_1) เป็นจุดตัด

$$X_1 = \frac{B_1 C_2 - B_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, \quad Y_1 = \frac{C_1 A_2 - C_2 A_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}$$

แต่ก่อนที่จะหาจุดตัดนั้น เราควรจะพิจารณาว่า เส้นตรงนี้จะตัดกันหรือไม่ (นอกเหนือจากกรณีขนาน หรือทับกัน) เนื่องจากเส้นตรงทั้งสองแต่ละเส้น ถูกกำหนดโดยใช้จุดปลายที่แน่นอนจึงมีโอกาสที่จุดตัดจะอยู่นอกขอบเขตของเส้น 2 เส้นนี้ดังรูป 2.20 ดังนั้นเราจะใช้วิธีการทดสอบค่ามากที่สุด น้อยสุด (Minimax Test) ทดสอบเสียก่อน ในทางปฏิบัติที่กำหนดจุดปลายของเส้นตรงทั้งสองมาให้ เรามักจะหาจุดตัดโดยการหาความชัน (Slope) ของเส้นตรงทั้งสองแล้วจึงนำมาแก้สมการ ดังสมการของ (X_1, Y_1) ดังนี้

$$X_1 = \frac{(Y_1 - Y'_1) - (mX_1 - m'X'_1)}{m' - m}$$

$$Y_1 = \frac{(Y_1 - mX_1) m' - (Y'_1 - m'X'_1) m}{m' - m}$$

โดย $m = (Y_2 - Y_1) / (X_2 - X_1)$

$m' = (Y'_2 - Y'_1) / (X'_2 - X'_1)$

2.3.2.3 การทดสอบการบรรจุอยู่ภายใน (Containment Test)

ขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาว่า จุดใด ๆ จะปรากฏอยู่ในรูปเหลี่ยมรูปหนึ่งหรือไม่ ซึ่งในกรณีที่ไม่ว่าไม่มีการตัดกันของเส้นในการทำการทดสอบการตัดกัน (Intersection Test) แล้ว ถ้าทุกจุดของรูปเหลี่ยม A อยู่ในรูปเหลี่ยม B แล้ว รูปเหลี่ยม A จะอยู่ในรูปเหลี่ยม B ทั้งหมด (Containment) เรามีวิธีการทดสอบ 2 วิธีดังนี้

- ถ้าผลรวมของมุมที่จุดที่ทดสอบ ซึ่งมีด้านของรูปเหลี่ยมเป็นด้านตรงข้ามมุมมีค่า = 360 องศาแล้ว จุดนั้นจะอยู่ในรูปเหลี่ยม
- วิธีการนี้จะเป็นการทดสอบว่า จุดใด ๆ อยู่ทางซ้าย หรือทางขวาของเส้นตรง ถ้าเรากำหนดให้ เส้นตรงในรูปเหลี่ยมนั้นมีทิศทางไปตาม เข็มนาฬิกาแล้ว
- ถ้าจุดนั้นอยู่ทางขวาของด้านแต่ละด้านของรูปเหลี่ยม จุดนั้นจะอยู่ในรูปเหลี่ยมนั้น
- ถ้าจุดนั้นอยู่ทางซ้ายของด้านใดด้านหนึ่งของรูปเหลี่ยม อย่างน้อย 1 ด้าน จุดนั้นจะอยู่นอกรูปเหลี่ยม การหาว่าจุดใดอยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของเส้นตรงเราทำได้โดยใช้วิธีการที่เรียกว่า "Half Plane Method" ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

ให้ u เป็นเวกเตอร์ของด้านของรูปเหลี่ยม และ v เป็นเวกเตอร์ของจุดปลาย เริ่มต้นของด้านที่มีกับจุดที่จะพิจารณา เราจะพิจารณา u, v ว่าเป็นเวกเตอร์ใน 3 มิติ จึงเขียน u, v ได้เป็น

$$u = (X_1, Y_1, 0), \quad v = (X_2, Y_2, 0)$$

$$\text{และ } u \times v = (0, 0, Z)$$

ถ้า $Z > 0$ แล้ว จุดนั้นจะอยู่ทางซ้ายของเส้นตรง

และถ้า $Z < 0$ แล้ว จุดนั้นจะอยู่ทางขวาของเส้นตรง

ไม่เอาจุดนั้นแล้ว
by plane

2.3.2.4 การทดสอบความลึก (Depth Test)

หลังจากการทดสอบจุดตัดกัน (Intersection Test) หรือทดสอบการ-

บรรจุอยู่ภายใน (Containment Test) แล้ว เราต้องทดสอบว่า จุดใดของระนาบหนึ่ง จะบังอีกระนาบหนึ่ง ได้หรือไม่ ในที่นี้เราจะหาค่า Z ซึ่งเป็นความลึก ณ จุดใด ๆ ของจอ จากสมการของระนาบ (Plane Equation)

ถ้าที่ระนาบใด ๆ เรามีเวกเตอร์ u และ v และมีสมการระนาบเป็น

$$AX + BY + CZ + D = 0 \quad \text{แล้ว}$$

$$(A, B, C) = u \times v$$

และ $D = -AX_1 - BY_1 - CZ_1$ โดย (X_1, Y_1, Z_1) เป็นจุดที่ทราบ ก่อนแล้ว

จากค่า A, B, C, D ที่หาได้ เราจะสามารถหาค่า Z ได้ในที่สุด ในระบบ โคออร์ดิเนต ของจอภาพหาค่า Z ที่มีค่าน้อยจะอยู่ที่ใกล้กว่าและสามารถบังจุดที่ไกลกว่าได้ การทดสอบความลึกนี้ เราจึงใช้คำว่า จุดที่ถูกรูปเหลี่ยมนี้ครอบคลุม จะบังรูป เหลี่ยมนั้น หรือจะถูกรูปเหลี่ยมนี้บังเสีย

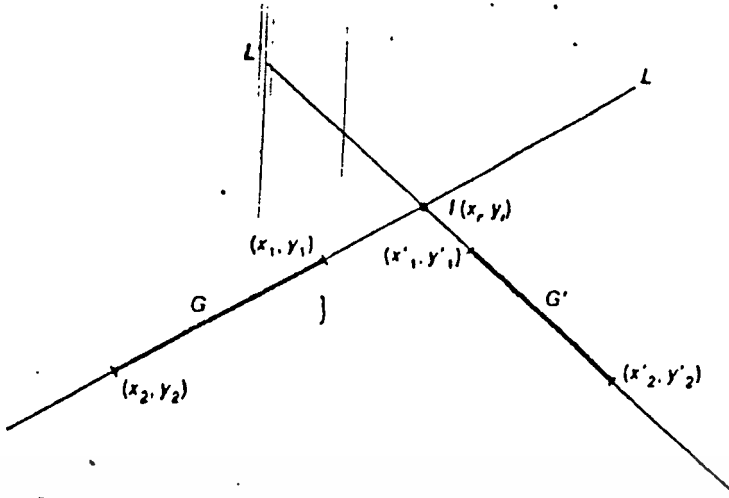
2.3.3 การแก้ปัญหาเรื่องการบังเส้นและพื้นผิววิธีอื่น ๆ

2.3.3.1 เทคนิคการมาสก์กิ้ง (Masking Technique)

วิธีการนี้ เป็นการพิจารณาค่าสูงสุด และต่ำสุดของรูปในแต่ละจุดในแนวนอน โดยจะทำการลากเส้นตรงที่อยู่ข้างหน้าสุด (Foreground) เสียก่อน (เส้นที่อยู่ใกล้ตา หรือ Z_u มีค่าน้อยที่สุด) จากนั้นจะหาค่า $Y_u \min$ และ $Y_u \max$ ของแต่ละจุดในแนวนอนจากเส้นที่ลากลงไป เมื่อเส้นที่วาดทีหลังมีส่วนที่มีค่า Y_u อยู่ระหว่าง $Y_u \min$ และ $Y_u \max$ ของจุดนั้นแล้ว ส่วนของเส้นตรงนั้นจะไม่ถูกวาด ดังรูป 2.21

ข้อเสียของวิธีการนี้

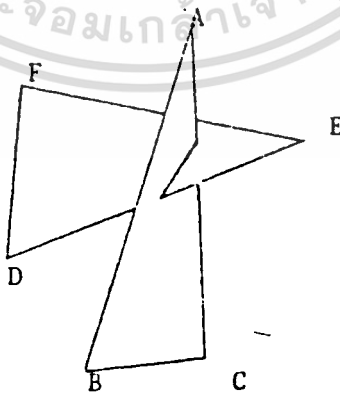
- เราต้องเตรียมหน่วยความจำสำหรับเก็บค่า $Y_u \max$ และ $Y_u \min$ ของแต่ละจุดในแนวนอนทุกจุด เช่น จอภาพสีของ IBM Personal Computer มีจุดในแนวนอน 640 จุด จึงต้องมี $Y_u \max$ และ $Y_u \min$ อย่างละ 640 ตัว
- จำเป็นต้องมีการเรียงลำดับเส้นที่จะวาดก่อนหรือหลังซึ่งบางครั้งไม่



รูป 2.20



รูป 2.21



รูป 2.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- สามารถจัดเรียงได้ เพราะอาจมีเส้นบางเส้นมีค่า Z_u ที่เหลื่อมล้ำกัน เช่น ในรูป 2.22 เส้น AB กับ DE มีค่า Z_u ที่เหลื่อมล้ำกัน
- ยุ่งยากกว่า ในการนำไปแสดงผลบนอุปกรณ์อื่น นอกเหนือจากจอภาพ เช่น พล็อตเตอร์ (Plotter) หรือเครื่องพิมพ์ (Printer) เพราะ เนื่องจากต้องพิจารณาการวาดทุก ๆ จุด ซึ่งต่างกับวิธีการที่กล่าวคือ พิจารณาเฉพาะจุดปลายทั้งสองของเส้นเท่านั้น

2.3.3.2 Image Space Algorithm

วิธีการนี้ถูกออกแบบมาให้ใช้กับจอภาพแบบราสเตอร์ (Raster Display) ซึ่งจะทำให้การพิจารณาในลักษณะของระนาบเช่นเดียวกับวิธีการทางเรขาคณิต โดยสีของแต่ละจุดบนจอภาพนั้นขึ้นกับการถ่วงของระนาบนั้น เช่น ถ้า ณ จุดหนึ่งเป็นจุดภายในรูปเหลี่ยมซึ่งซ่อนอยู่ ถ้ารูปเหลี่ยม A มีสีแดง และรูปเหลี่ยม B มีสีน้ำเงิน ณ จุดนั้น ถ้าค่าของ Z_u ในรูปเหลี่ยม A มีค่าน้อยกว่า Z_u ในรูปเหลี่ยม B จุดนั้นจะมีสีตามรูปเหลี่ยม A (Z_u อยู่ใกล้ตามากกว่า) วิธีการนี้แก้ปัญหาได้ค่อนข้างรวดเร็ว แต่ต้องใช้หน่วยความจำมาก และจะต้องมีสีประจำรูปเหลี่ยมแต่ละรูป ซึ่งจำนวนสีที่แสดงได้ในเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์นั้นมีข้อจำกัด เช่น ใน IBM PC มีสีได้เพียง 3 สี เท่านั้น อีกประการหนึ่ง วิธีการนี้ก็ยังคงยุ่งยากในการนำไปแสดงผลบนพล็อตเตอร์หรือเครื่องพิมพ์ เพราะมีการพิจารณาเป็นจุด ๆ เหมือนกับเทคนิคการมาสคิง (Masking Technique)

2.4 การกำหนดแสงและการให้แสงเงา (Shading)

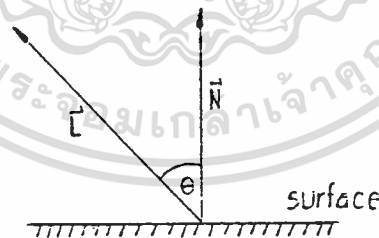
หลังจากทำการกำจัดเส้นและพื้นผิวที่ถูกบดบังออกเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนไปในการสร้างภาพให้เหมือนจริง คือ การกำหนดแสง (Shading) แก่พื้นผิวที่มองเห็นซึ่งขึ้นอยู่กับแหล่งกำเนิดแสง โดยมีรายละเอียดดังนี้

การสะท้อนแสง (Reflection) ของพื้นผิวแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1. การสะท้อนแบบแพร่กระจาย (Diffuse Reflection) พื้นผิว

ของวัตถุกับแสงจะแสดงคุณสมบัติที่เรียกว่า "การสะท้อนแบบแพร่กระจาย" (Diffuse Reflection) โดยแสงจะกระจายออกจากพื้นผิวเท่า ๆ กันในทุกทิศทาง ทำให้มองเห็นพื้นผิวมีความสว่างเท่ากันหมดในทุกมุมมอง

จากกฎโคไซน์ของแลมเบิร์ต (Lambert's law) แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณแสงที่สะท้อนออกมากับโคไซน์ (Cosine) ของมุม θ ซึ่งเป็นมุมระหว่างทิศทาง L ซึ่งไปยังแหล่งกำเนิดแสงแบบจุด (Point Source) ของความเข้ม I_p และ N ซึ่งเป็นเวกเตอร์ตั้งฉากกับพื้นผิว ดังแสดงดังรูป 2.23



รูป 2.23

จากรูป จะเห็นได้ว่าแสงที่ผู้มองสังเกตเห็นสะท้อนออกมาเห็น ไม่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของผู้มอง

$$\text{Diffuse Illumination} = I_d = I_p k_d \cos \theta \dots\dots(1)$$

สัมประสิทธิ์ k_d เป็นค่าคงที่ที่อยู่ระหว่าง 0 กับ 1 และเปลี่ยนแปลงไปตามวัตถุ

ต่าง ๆ สมมติให้เวกเตอร์ L และ N ถูกนอร์มอลไลซ์ (Normalized) ดังนั้นเขียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการ (1) ใหม่ได้โดยใช้ผลคูณเชิงจุด (Dot Product) ดังนี้

$$I_d = I_p k_d (\vec{L} \cdot \vec{N})$$

แต่ในสภาพแวดล้อมจริง จะมีแสงจากสภาพแวดล้อมประกอบด้วย ซึ่งเป็นแสงที่เกิดจากการสะท้อนมากมายของวัตถุหลายอย่าง ดังนั้น กฎการให้แสง (Shading Rule) จะเป็น

$$I = I_a k_a + I_p k_d (\vec{L} \cdot \vec{N})$$

I_a เป็นแสงจากสภาพแวดล้อม

k_a เป็นค่าคงที่ที่แสดงให้เห็นว่า สภาพแวดล้อมนั้นสะท้อนจากผิววัตถุมากน้อยเพียงใด เนื่องจากแสงที่กระทบวัตถุมีลักษณะขนาน ดังนั้น ถ้าผิวมีการเกยกันอยู่จะ

ทำให้ได้รับแสงเท่ากัน ไม่สามารถแยกได้ ดังนั้นจึงต้องใช้คุณสมบัติที่ว่า "พลังงานของแสงจะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะทาง (R) จะได้

$$I = I_a k_a + I_p k_d (\vec{L} \cdot \vec{N}) / R^2$$

แต่ทางปฏิบัติ แสงที่มาจากระยะทาง R จะมีค่าเป็นอนันต์ด้วย (เป็นการไปร จดแบบขนาน) และสำหรับการโปรเจคแบบเปอร์สเปคตีฟ ค่า $1/R^2$ จะมีช่วงค่ากว้าง เพราะจุดมอมมีค่าใกล้กับวัตถุ ดังนั้น เพื่อให้ใกล้เคียงความจริง จึงแทนค่า R^2 เป็น $r+k$ เมื่อ

k = ค่าคงที่

r = ระยะทางจากจุดมอมแบบเปอร์สเปคตีฟไปยังพื้นผิว

$$I = I_a k_a + I_p k_d (\vec{L} \cdot \vec{N}) / (r+k)$$

สำหรับพื้นผิวที่เป็นสีจะหาได้จากสมการข้างต้น แยกเป็นสำหรับแสงสีน้ำเงิน, เขียวและเหลือง ด้วยค่าคงที่การสะท้อน (k_{dc}, k_{dm}, k_{dy}) ในแต่ละสี และกฎการหักล้างจะนำมาใช้ด้วย เนื่องจากการสะท้อนของแสงเป็นลักษณะของการหักล้างกัน การหักล้างกันของแสงสีทั้งสามก็จะถูกสะท้อนออกมาอยู่กับค่า k_{dc}, k_{dm} และ k_{dy} ตัวอย่างของแสงสีน้ำเงิน เขียนเป็นสมการดังนี้

$$I_{cn} = I_{mc} k_{mc} + I_{pc} k_{dc} (\vec{L} \cdot \vec{N}) / (r+k)$$

สำหรับ I_m และ I_v ก็สามารเขียนเป็นสมการได้ในทำนองเดียวกัน

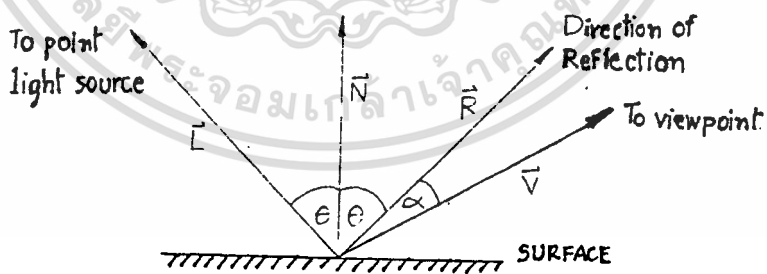
2. การสะท้อนแบบสเปคูลาร์ (Specular Reflection) การสะท้อนแบบนี้จะสังเกตเห็นได้บนผิวที่เป็นมันวาว เช่นการส่องแสงลงบนลูกแอปเปิ้ล จะเห็นแสงสว่างซึ่งเกิดจากการสะท้อนแบบสเปคูลาร์ ในขณะที่แสงสะท้อนมาจากส่วนอื่น ๆ เป็น การสะท้อนแบบแพร่กระจาย

ลักษณะที่แตกต่างจากการสะท้อนแบบแพร่กระจาย คือ เมื่อเปรียบเทียบจะ ทำให้เห็นแสงสว่างที่เปลี่ยนแปลงไปด้วย เพราะผิวมันสะท้อนแสงได้ในทิศทางต่าง ๆ กัน ถ้าผิวสะท้อนเป็นแบบสะท้อนสมบูร์น เช่น กระจก แสงจะสะท้อนไปในทิศทางเดียวกัน จากรูป 2.24 จะต้องมีค่าเป็น 0 เท่านั้น แต่ถ้าผิวสะท้อนไม่สมบูร์น แสงสะท้อนจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อมุม θ เพิ่มขึ้น

สำหรับวัตถุจริง ๆ นั้น ปริมาณแสงที่ตกกระจายแบบสเปคูลาร์ จะขึ้นอยู่กับมุมตกกระทบ θ ถ้าให้ $w(\theta)$ คือ Specular Reflected Light จะได้

$$I = I_s k_s + I_p [k_d \cos \theta + w(\theta) \cos^n \alpha] / (r+k)$$

n ขึ้นอยู่กับผิว (ผิวสะท้อนสมบูร์น n จะเป็นอนันต์)



รูป 2.24

เมื่อเรามีเวกเตอร์ (normalized) \vec{R} และ \vec{V} แล้ว $\cos \alpha = \vec{R} \cdot \vec{V}$ ให้ $w(\theta)$ เป็นค่าคงที่ k_s จะได้สมการดังนี้

$$I = I_s k_s + I_p [k_d (\vec{L} \cdot \vec{N}) + k_s (\vec{R} \cdot \vec{V})^n] / (r+k)$$

เมื่อพิจารณาพื้นผิวที่เป็นสี เช่น สีน้ำเงิน (cyan) จะได้

$$I_c = I_{sc} k_{sc} + I_{pc} [k_{dc} (\vec{L} \cdot \vec{N}) + k_{sc} (\vec{R} \cdot \vec{V})^n] / (r+k)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับอาจารย์ในคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี การนำเอกสารนี้ไปใช้ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่า ๕ ไม่ขึ้นกับสี่ของหน้า



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

เนื้อหาเกี่ยวกับการทดลองและประยุกต์ใช้ทฤษฎีต่าง ๆ

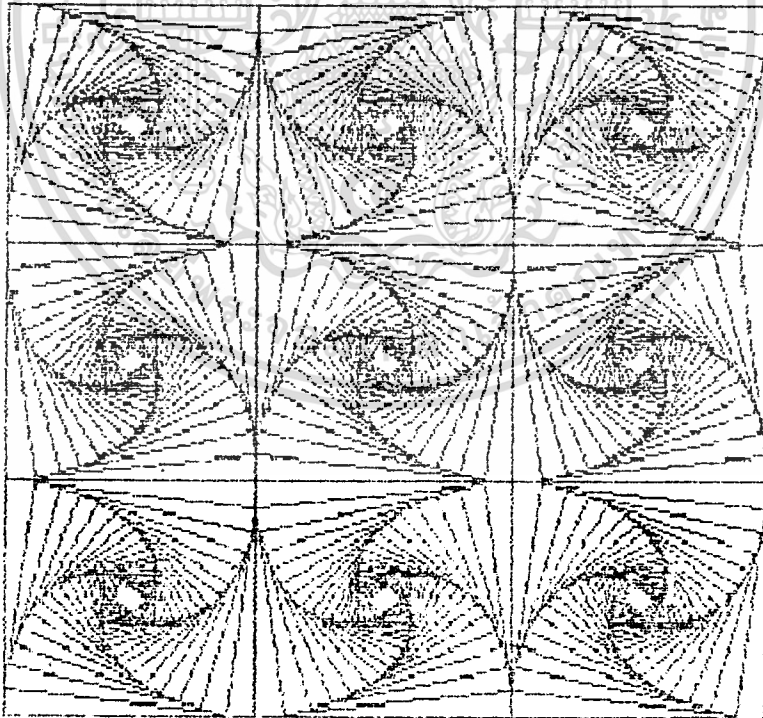
3.1 ขั้นตอนและวิธีการในการพัฒนาโปรแกรม

ภาคการศึกษา 1 ทำการศึกษา เทคนิคต่าง ๆ ดังนี้

1. ศึกษาเทคนิคการสร้างแบบจำลองทางกราฟฟิคทั้ง 2 มิติและ 3 มิติ
2. ศึกษา เทคนิคการแสดงผลแบบจำลองที่มีหลายวัตถุซ้อนกัน
3. รวบรวมเทคนิคต่าง ๆ ที่ศึกษาเข้ามาสร้างเป็นแบบจำลองกราฟฟิคที่ซับซ้อน

1. เมื่อศึกษาถึง เทคนิคการสร้างแบบจำลองทางกราฟฟิค 2 มิติได้ทำการสร้าง

Nest Square ซึ่งมีลักษณะดังรูป 3.1

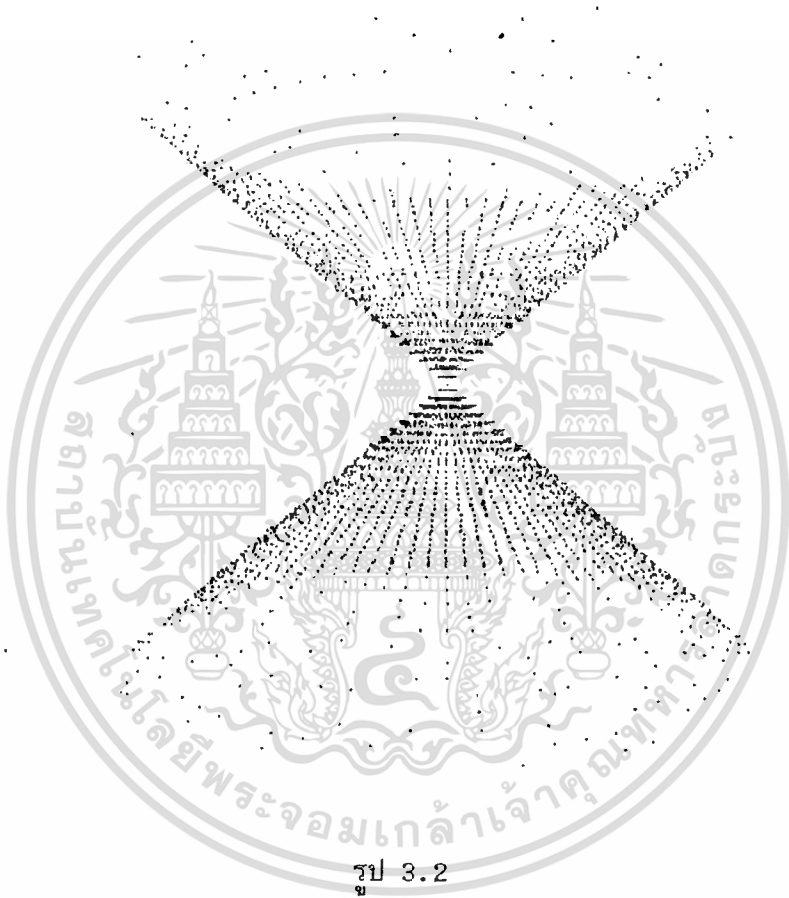


รูป 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

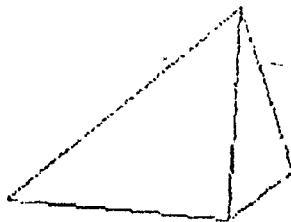
2. เมื่อศึกษาถึงเทคนิคการสร้างแบบจำลองทางกราฟิก 3 มิติได้ทำการสร้างภาพ

- วัตถุเดี่ยวที่ไม่กำจัดเส้นและพื้นผิวที่ทึบบัง ซึ่งมีลักษณะดังรูป 3.2



รูป 3.2

- วัตถุเดี่ยวที่กำจัดเส้นและพื้นผิวที่ทึบบังออก ซึ่งมีลักษณะดังรูป 3.3



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อรูป 3.3 เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- วัตถุ 2 จัดดูที่กำจัดเส้นและพื้นผิวที่ดูบังออก ซึ่งมีลักษณะดังรูป 3.4



รูป 3.4

ภาคการศึกษา 2 ทำการศึกษาและสร้างแบบจำลองดังนี้

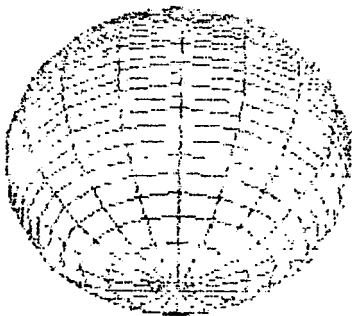
1. ทำการสร้างแบบจำลองใหม่เป็นทรงกลม ซึ่งแตกต่างจากภาคการศึกษา 1 โดยแบบจำลองนี้จะประกอบไปด้วยพื้นผิวที่ประกอบกันขึ้นมาเป็นทรงกลมจำนวนมาก เมื่อรองรับการการสร้างแบบจำลองที่เหมือนจริง กล่าวคือ ทำให้พื้นผิวแต่ละพื้นผิวมีความเข้มของแสงต่าง ๆ กัน เมื่อมีแหล่งกำเนิดแสงส่องมา
2. ทำการศึกษากำหนดความเข้มแสง ให้แต่ละพื้นผิว โดยสามารถกำหนดแหล่งกำเนิดแสงและมุมมองได้ตามต้องการ ในระบบพิกัดทรงกลม แสดงดังรูป 3.5



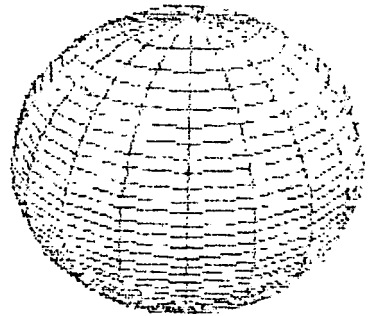
$\theta = 0, \phi = 135^\circ$



$\theta = 0, \phi = 56^\circ$



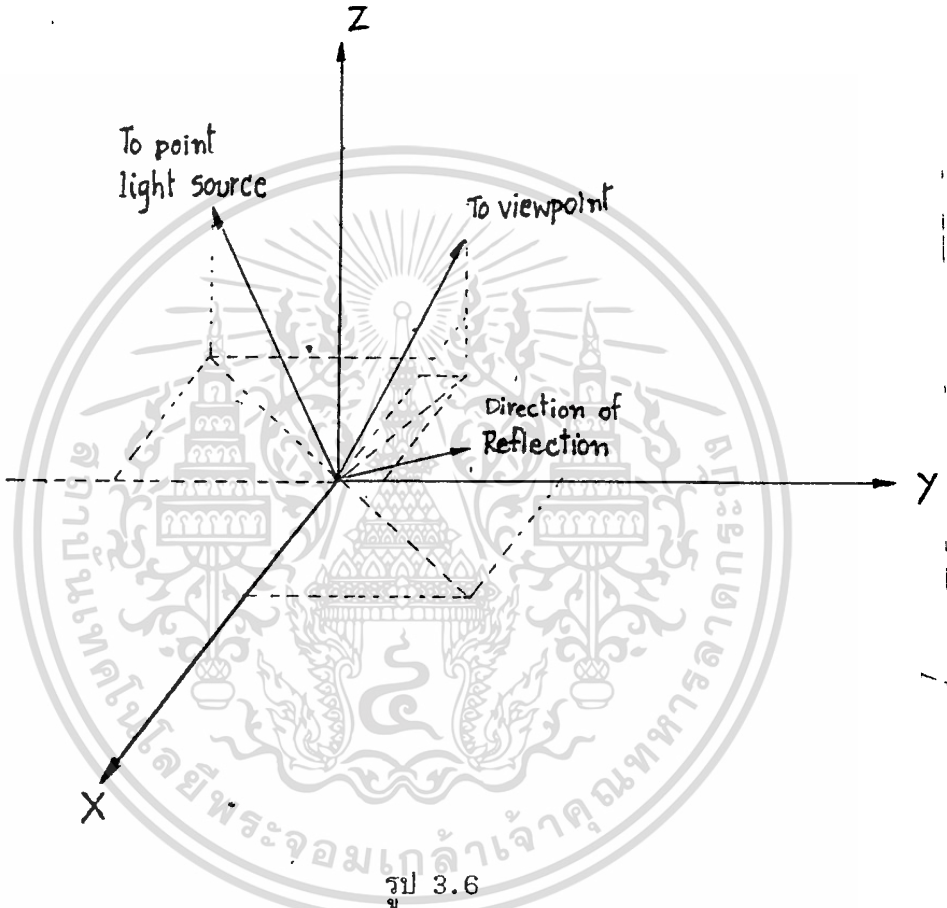
Hidden $\theta = 0, \phi = 135^\circ$



Hidden $\theta = 0, \phi = 56^\circ$

3.2 ผลการหาค่าโปรแกรม

หลักการที่ใช้ในการกำหนดความเข้มของแสงสำหรับแต่ละพื้นผิว (Surface) ที่ประกอบด้วยชิ้นมา มีรูปทรงกลม แสดงดังรูป 3.6



รูป 3.6

เมื่อมีการกำหนดแหล่งกำเนิดแสง (Light Source) ให้อยู่ในตำแหน่งที่ปรากฏดังรูปแล้ว เราจะถือว่าจุดที่เป็นจุดกำเนิด (Origin) เป็นจุดที่แทนพื้นผิวด้วย ดังนั้นความเข้มที่ได้จากจุดนี้ ก็คือ ความเข้มของพื้นผิวมันเอง

ขั้นแรก ทำการสะท้อนเวกเตอร์ที่มาจากแหล่งกำเนิดแสง โดยการสะท้อนจะสะท้อนกับแกน Z

ขั้นที่สอง ทำการหาเวกเตอร์ซึ่งลากจากจุดมองใด ๆ (Viewpoint)

ขั้นที่สาม ทำการโปรเจกต์ (Project) เวกเตอร์ที่ลากจากจุดมองที่ลงมาายังเวกเตอร์ที่สะท้อนมาจากแหล่งกำเนิดแสง

ขั้นที่สี่

กำหนดความเข้มของแสงได้จากขนาดของเวกเตอร์ที่ดูโปรเจกลงมา แล้ว ซึ่งจะได้ว่า ขนาดเวกเตอร์ยาวกว่าจะมีความเข้มของแสง หรือ ความสว่างมากกว่า

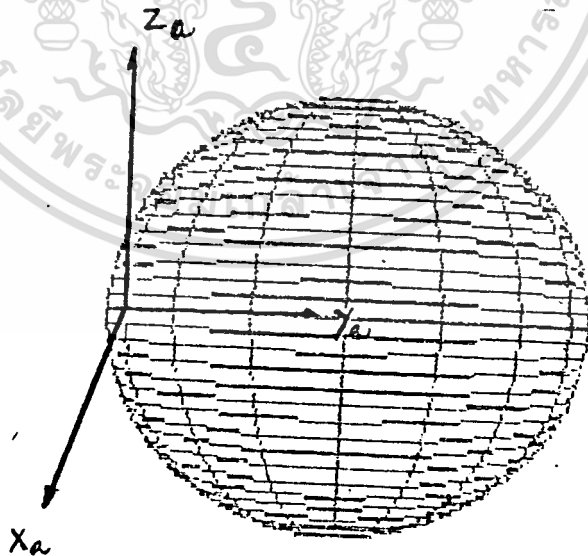
ขั้นที่ห้า

ทำเช่นเดียวกับข้อ 1 ถึงข้อ 4 กับทุก ๆ พื้นผิว จะทำให้สามารถกำหนดความเข้มของทุก ๆ พื้นผิว

อย่างไรก็ตาม ขั้นตอนในการกำหนดความเข้มของแสง 5 ขั้นตอน ดังที่กล่าวมานี้ เป็นวิธีการใหญ่ ๆ ที่ใช้โดยการพิจารณา ซึ่งในการเขียนโปรแกรมเพื่อนำภาพมาปรากฏบนจอภาพก็ใช้วิธีการที่ละเอียดอ่อนอยู่พอสมควร โดยจะกล่าวลักษณะการทำงานของ routine ต่าง ๆ ในส่วนของการกำหนดความเข้มแสง (Shading) ดังนี้

1. New_System (XXX,YYY,ZZZ:Real): routine นี้จะทำหน้าที่ดังนี้

1.1 ทำการย้ายระบบโคออร์ดิเนตจากตรงกลางภายในทรงกลมมาอยู่ที่จุดใด ๆ ซึ่งจุดใด ๆ นี้ก็คือ จุดที่ 1 (endpoint ที่ 1) ของแต่ละพื้นผิว (ที่ถูกกำหนดมาตั้งแต่เริ่มสร้างแบบจำลองทรงกลมนี้แล้ว) ดังรูป 3.7



รูป 3.7

จะได้เมตริกซ์ในการแปลงดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

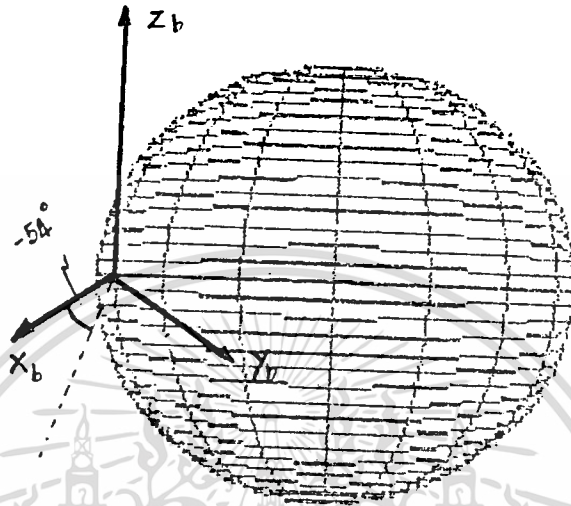
$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\text{point}[i,1] & -\text{point}[i,2] & -\text{point}[i,3] & 1 \end{bmatrix}$$

1.2 หลังจากทำตามข้อ 1.1 แล้ว โคออร์ดิเนตที่ได้จะไม่อยู่ในตำแหน่งที่ควรเป็น กล่าวคือ โคออร์ดิเนตที่ได้จะมีแกนที่ขนานกับแกนเดิมทั้งหมด ดังนั้น จึงต้องทำการหมุนระนาบ XY เมื่อมองจากแกน Z โดยที่ทิศทางแกน Z นั้นเป็นแกน Z เมื่อเริ่มจากพื้นผิวที่ 1 จะได้ว่า จะเริ่มโดยหมุนไป -90 องศา ก่อน และค่อย ๆ เพิ่มขั้นครั้งละ 18 องศาต่อ 1 พื้นผิว (ถูกกำหนดไว้ตั้งแต่เริ่มสร้างแบบจำลองทรงกลมแล้ว) ดังนั้นจะได้ว่า เมื่อหมุนไปครบรอบจะได้ความแตกต่างของรูปแบบการหมุน 20 รูปแบบ หรือ 20 พื้นผิวนั่นเอง จุดประสงค์ของการทำซ้ำเดอนี้ ก็เพื่อที่จะทำให้แกน X อยู่ในแนวเดียวกับเส้นลองจิจูดนั่นเอง

เมื่อทำการกำหนดพารามิเตอร์ XXX, YYY, ZZZ โดยการผ่านค่ามายังรูทีนนี้แล้ว ผลที่ได้ก็คือ จุด (XXX, YYY, ZZZ) นี้จะถูกมองโดยเปรียบเทียบกับระบบพิกัดตัวเอง ซึ่งเราสามารถกำหนดแหล่งกำเนิดแสง โดยการใส่ตำแหน่งของแหล่งกำเนิดแสง (light X, light Y, light Z) แสดงดังรูป 3.8

จะได้เมตริกซ์ในการแปลงดังนี้

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

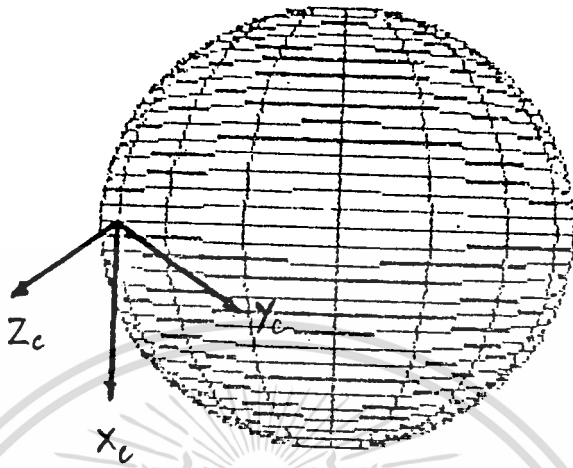


รูป 3.8

1.3 ทำการหมุนระนาบ XZ เมื่อมองจากแกน Y จะได้ว่า หมุนทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุมต่าง ๆ เริ่มจากขั้นณิวที่ 1 ซึ่งอยู่ด้านล่างสุด ซึ่งพิจารณาแล้วต้องหมุนเป็นมุม 180 องศาเป็นจำนวน 20 ครั้ง นั่นก็คือ โลกทั้งแถวจะประกอบไปด้วยขั้นณิว 20 ขั้นณิว เมื่อขั้นณิวที่ 21 มุมที่จะต้องหมุนทวนเข็มนาฬิกาจะลดลง 6 องศา (ถูกกำหนดไว้ตั้งแต่เริ่มสร้างแบบจำลองทรงกลมแล้ว) นั่นคือ จะต้องหมุนทวนเข็มนาฬิกา 174 องศา ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ ไปเมื่อจะเริ่มขั้นณิวที่ 41, 61, ..., 581 ดังรูป 3.9

จะได้เมตริกซ์ของการแปลงดังนี้

$$T_3 = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



รูป 3.9

จุดประสงค์ของขั้นตอนที่ 1 ก็เพื่อจะทำให้แกน Z เป็นเวกเตอร์ปกติ (Normal Vector) ซึ่งจะต้องตั้งฉากกับพื้นผิวทุก ๆ พื้นผิว และมีทิศทางชี้ออกจากพื้นผิวขึ้น

2. Reflect_Z_Axis เป็น routine ที่ทำหน้าที่ในการสะท้อนเวกเตอร์ที่ลากจากแหล่งกำเนิดแสง ซึ่งแหล่งกำเนิดแสงขณะนี้ เป็นแหล่งกำเนิดแสงที่เทียบกับระบบใหม่แล้ว ($T_1 \cdot T_3$)

3. Vector_Reflect เป็น routine ที่กำหนดเวกเตอร์สะท้อน โดยลากจากจุดกำเนิดของระบบใหม่ไปยังจุดซึ่งได้จากข้อ 2.

4. Viewpoint เป็น routine ที่ทำหน้าที่ในการแปลงจุดมองจากระบบเกิดทรงกลม (ซึ่งถูกกำหนดมา) ให้อยู่เป็นจุดในระบบเกิดฉาก

5. Find_Angle เป็น routine ที่ทำหน้าที่ในการหามุมที่จะต้องทำการหมุนแกน Y_u ให้อยู่ขนานกับกับเวกเตอร์ที่สะท้อนมาจากแหล่งกำเนิดแสง ซึ่งมุมที่กล่าวถึงนี้มีอยู่ 2 มุม

มุมที่ 1 คือ มุม θ_1 ในรูป 3.10 กล่าวคือ กรอบหมุนระนาบ $Y_u Z_u$ เมื่อมองจากแกน X_u ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม θ_1 ซึ่งหาได้จาก

$$\theta_1 = \arctan (\text{ค่าของ } z \text{ ของเวกเตอร์นั้น} / \text{ขนาดของเวกเตอร์}$$

ที่ไปรเจคลงบนระนาบ XY) เมื่อค่าของ y ของเวกเตอร์สะท้อน มีมากกว่า 0

$$\theta_1 = \text{Pi} - \arctan (\text{ค่าของ } z \text{ ของเวกเตอร์นั้น} / \text{ขนาดของ}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตเห็นาใบใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เวกเตอร์ที่โปรเจกต์ลงบนระนาบ XY) เมื่อค่าของ y ของเวกเตอร์สะท้อนนี้ น้อยกว่า 0

$$\phi_1 = 0 \quad \text{เมื่อเวกเตอร์สะท้อนนี้มาซ้อนทับแกน } Y_u \text{ ทางด้านบวกพอดี}$$

$$\phi_1 = \text{Pi} / 2 \quad \text{เมื่อเวกเตอร์สะท้อนนี้อยู่บนระนาบ } Z_u$$

และ $\phi_1 = \text{Pi}$ เมื่อเวกเตอร์สะท้อนนี้มาซ้อนทับแกน Y_u ทางด้านลบพอดี

เมื่อทำการหมุนระนาบ $Y_u Z_u$ จากแกน X_u ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา เป็นมุม

ϕ_1 จะได้ระบบใหม่ดังรูป 3.11 และจะได้เมตริกซ์ในการแปลงดังนี้

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 \\ 0 & \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

มุมที่ 2 คือ มุม ϕ_2 ในรูป 3.12 กล่าวคือ การหมุนระนาบ $X_u Y_u$ เมื่อมองจากแกน Z_u ตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม ϕ_2 ซึ่งหาได้จาก

$\phi_2 = \arctan$ (ค่าของ x / ค่าของ y) เมื่อค่าของ y ของเวกเตอร์ที่สะท้อนนี้มากกว่า 0

$\phi_2 = -\arctan$ (ค่าของ x / ค่าของ y) เมื่อขนาดของ y ของเวกเตอร์ที่สะท้อนนี้น้อยกว่า 0

$$\phi_2 = 0 \quad \text{เมื่อเวกเตอร์สะท้อนนี้อยู่บนระนาบ } Y_u Z_u$$

$$\phi_2 = \text{Pi} / 2 \quad \text{เมื่อเวกเตอร์สะท้อนนี้ซ้อนทับกับแกน } X_u \text{ ด้านบวกพอดี}$$

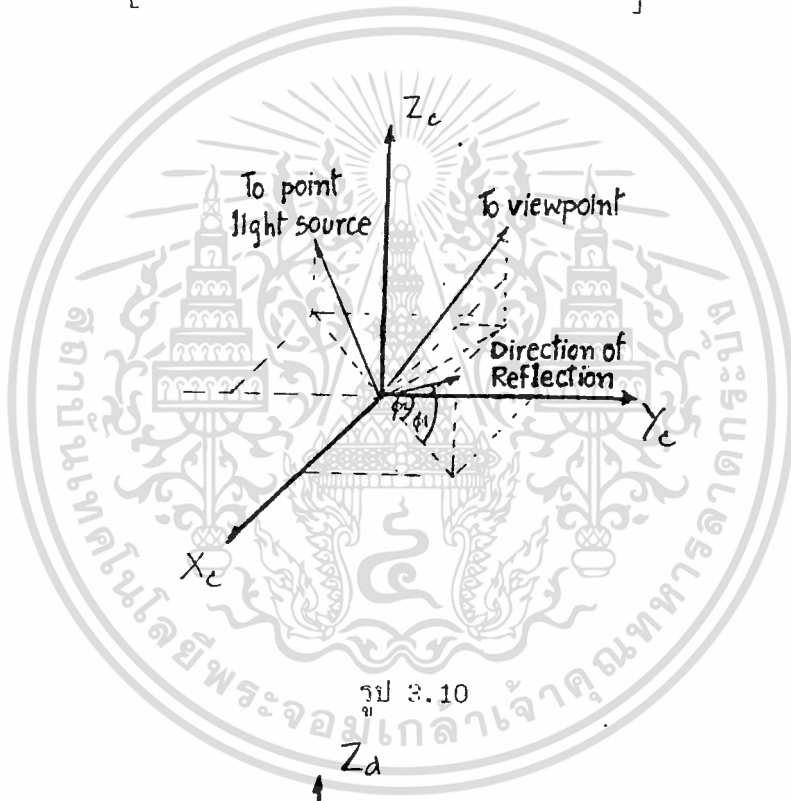
และ $\phi_2 = -\text{Pi} / 2$ เมื่อเวกเตอร์สะท้อนนี้ซ้อนทับกับแกน X_u ด้านลบพอดี

เมื่อทำการหมุนระนาบ $X_u Y_u$ ตามเข็มนาฬิกา เมื่อมองจากแกน Z_u ในทิศทางทวน

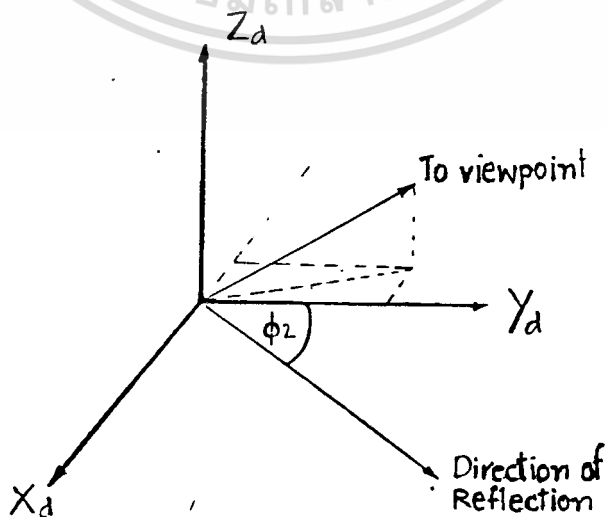
เข็มนาฬิกาแล้ว จะได้ระบบใหม่ ดังรูป 3.12

จะได้เมตริกซ์ในการแปลงดังนี้

$$T_5 = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 & \sin \phi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \phi_2 & \cos \phi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

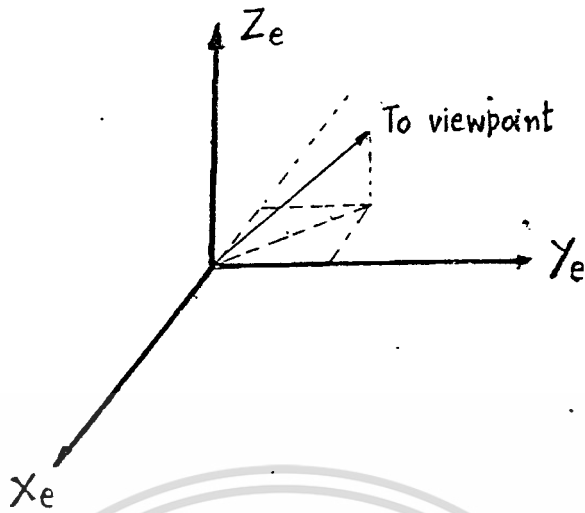


รูป 3.10



รูป 3.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 3.12

6. Viewpoint_Rotate_X_and_Z_New (View_X, View_Y, View_Z)

รูปที่นี้ จะทำหน้าที่ในการเปลี่ยนการอ้างอิงของจุดมองให้อยู่ในระบบใหม่ล่าสุด (X_r, Y_r, Z_r) ซึ่งจะต้องผ่านขั้นตอนหลาย ๆ ขั้นตอน ดังนี้

6.1 ย้ายระบบโคออร์ดิเนตแรกเริ่มที่อยู่ที่จุดรวม (endpoint) ที่ 1 ของพื้นผิวชั้น (พื้นผิวที่ต้องการจะหาความเข้ม) ดังรูป 3.7 (T_1)

6.2 หมุนระนาบต่าง ๆ เพื่อให้อยู่ในรูปที่เหมาะสม ดังแสดงให้เห็นจากรูปที่ New_System แล้ว ดังรูป 3.8 และ 3.9 (T_2 และ T_3)

6.3 เมื่อทราบค่าของมุม θ_1 และ θ_2 ดังรูป 3.10 แล้วจะทำการหมุนระนาบ $Y_d Z_d$ เมื่อมองจากแกน X_d ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม θ_1 และทำการหมุนระนาบ $X_d Y_d$ เมื่อมองจากแกน Z_d ในทิศทางตามเข็มนาฬิกาเป็นมุม θ_2 ดังรูป 3.11 ซึ่ง θ_1 และ θ_2 ได้มาจากรูปที่ Find_Angle นั้นเอง

เมื่อสิ้นสุดขบวนการในรูปที่นี้จะได้ว่า จุดมองซึ่งแต่เดิมเคยถูกมองโดยอ้างอิงกับระบบแกนของวัตถุเดิม จะถูกมองโดยอ้างอิงกับระบบใหม่ล่าสุด (X_r, Y_r, Z_r) นั้นเอง ดังรูป 3.12

7. Projection_and_Adjust รูปที่นี้ จะทำการโปรเจกชันขนาดของเวกเตอร์ที่

ลากจากจุดมอง โดยโปรเจกมายังแกน Y แล้วนำมาเทียบกับขนาดของเวกเตอร์ที่ลากจากจุดมองนั้น จากนั้นจะนำมาปรับค่า (adjust) ให้อยู่ในระดับ (level) 0 - 255 ซึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นระดับที่สามารถนำไปปรากฏบนจอภาพ (Image Display) ได้โดยการอินเทอร์เฟสกับ DigiImage Card ซึ่งจะให้ความเข้มที่มีระดับต่าง ๆ กันถึง 256 ระดับต่อ 1 จุด และ 1 จอภาพ จะประกอบไปด้วย 256 X 256 จุด

8. Mapping_to_Image1 รูทีนนี้จะทำการกำหนดระดับความเข้มของแสงที่ตำแหน่งต่าง ๆ บนจอภาพ โดยที่ขณะที่เราทราบแล้วว่า แต่ละพิกเซลมีความเข้มเท่าใด (จากขั้นตอนที่ 1 - 7) วิธีการทำจะเป็นไปตามขั้นตอนต่อไปนี้

8.1 ทำการปรับอัตราส่วนของจอภาพ (monochrome) กับจอภาพ (image) ให้พอดีกัน โดยโมดที่นี้จะได้อาไรแนวแกน X ของจอภาพ มีอัตราส่วนเป็น 256 / 720 และ ค่าไอนแนวแกน Y ของจอภาพจะมีอัตราส่วนเป็น 256 / 348

<u>หมายเหตุ</u>	จอภาพโมโนโครมมีขนาด	720 x 348	จุด
	จอภาพอิมเมจ (Image)	256 x 256	จุด

8.2 กำหนดกรอบเพื่อที่จะทำการตรวจสอบว่า แต่ละจุดภายในกรอบนั้นอยู่ภายในพิกเซลใด หรือ ไม่อยู่ภายในทรงกลมเลย โดยการหาค่า X min, Y min, X max, Y max ของรูปทรงกลมนี้ (ในระบบแกนของจอภาพที่ถูกตัดแปลงด้วย SCF และ Tx, Ty เรียบร้อยแล้ว)

8.3 ทำการกำหนดค่าเริ่มต้นต่าง ๆ ในอาร์เรย์ (Array) ชื่อ TonePtr[^][j,k] ด้วยค่าความสว่างสูงสุด (255)

8.4 ทำการตรวจสอบแต่ละจุด โดยเริ่มจากจุด (X min_block, Y min_block) ของกรอบที่สร้างขึ้น จนถึงจุด (X max_block, Y max_block) ของกรอบ ขณะนี้จะได้อาไรความเข้มที่พิกเซล 1 พิกเซลแล้ว ซึ่งปรากฏอยู่ในรูปของค่าที่อยู่ในอาร์เรย์ชื่อ TonePtr[^][j,k] แล้ว

9. Mapping_to_Image2 รูทีนนี้จะทำการส่งค่าที่อยู่ในอาร์เรย์ชื่อ TonePtr[^][j,k] ออกไปยังหน่วยควบคุมจอภาพของ DigiImage Card โดยมีขั้นตอนดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสาร 9.1 ทำการติดต่อกับ DigiImage Card โดยการส่งค่า 01H ออกทางไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พอร์ต 300H บล็อกทั้งฉบับจอภาพ

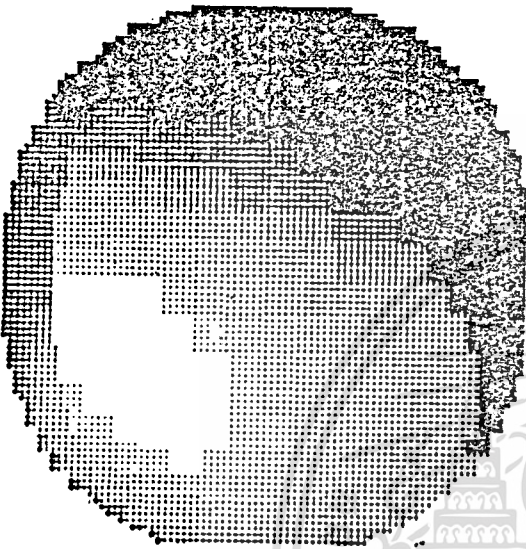
9.2 ทำการลบจอภาพหรือทำให้จอภาพมืดสนิทโดยการส่งค่า 00H ออกไป
ยังหน่วยความจำที่เริ่มต้นด้วย 0d000H : 0000H โดยตำแหน่ง (Address) ต่าง ๆ
ของหน่วยความจำจอภาพนี้ จะอยู่ในรูปของอาร์เรย์ชื่อ Image_Screen [row,column]

9.3 ทำการส่งค่าทั้งหมดที่อยู่ในอาร์เรย์ TonePtr^[j,k] ไปไว้ที่อาร์เรย์
Image_Screen [row,column]

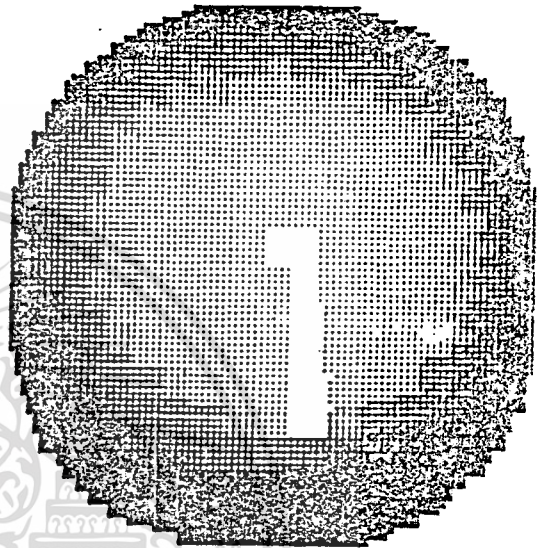
9.4 แสดงภาพด้วยการส่งค่า 08H ออกไปทางพอร์ต 0300H

จากผลการทดลองรันโปรแกรม จะได้แบบจำลองที่สามารถกำหนดแหล่งกำเนิดแสง
และตำแหน่งของมุมมอง ได้ดังรูป 3.13

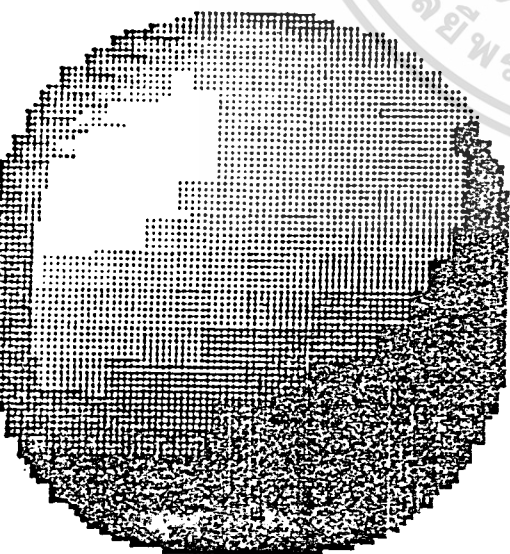




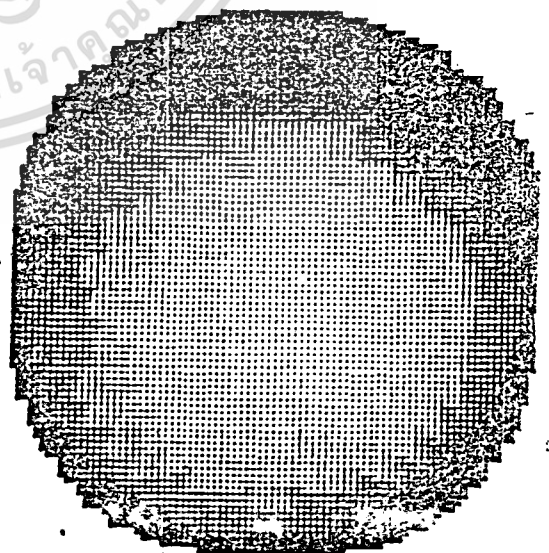
$\theta_{\text{VIEWPOINT}} = 0^\circ$, $\phi_{\text{VIEWPOINT}} = 90^\circ$
 $\theta_{\text{LIGHTSOURCE}} = -45^\circ$, $\phi_{\text{LIGHTSOURCE}} = 135^\circ$



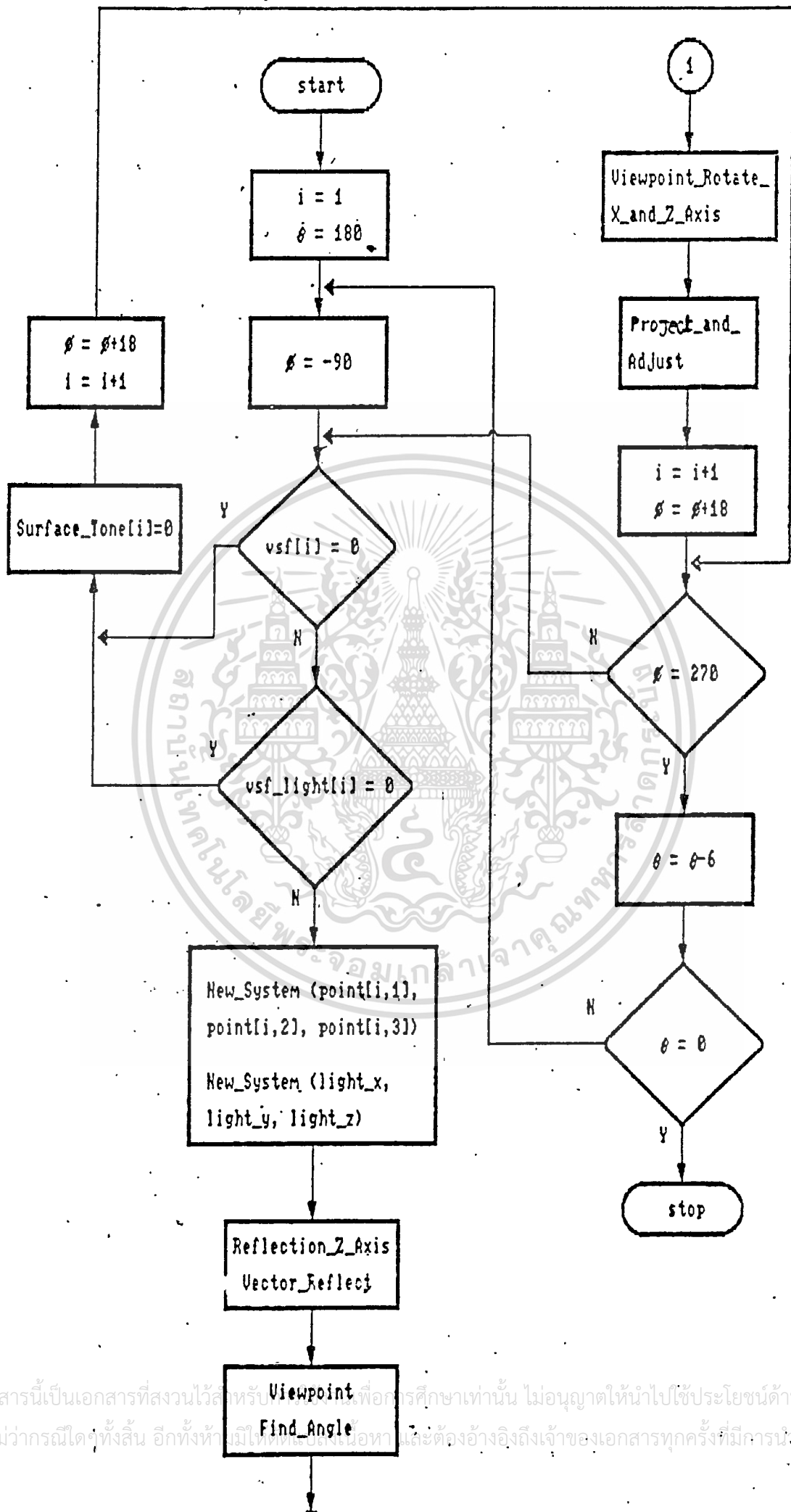
$\theta_{\text{VIEWPOINT}} = 56^\circ$, $\phi_{\text{VIEWPOINT}} = 56^\circ$
 $\theta_{\text{LIGHTSOURCE}} = 60^\circ$, $\phi_{\text{LIGHTSOURCE}} = 50^\circ$



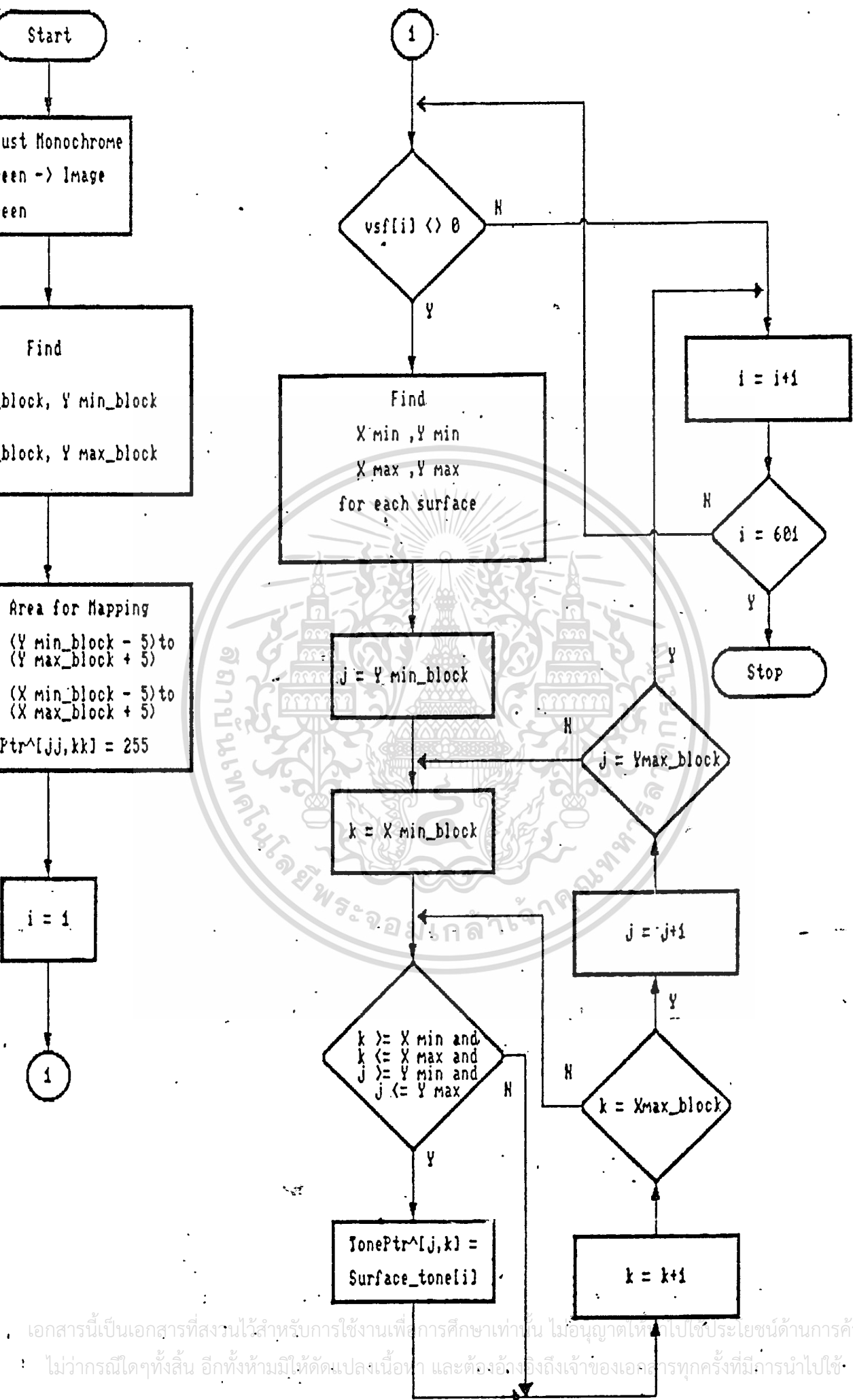
$\theta_{\text{VIEWPOINT}} = 0^\circ$, $\phi_{\text{VIEWPOINT}} = 90^\circ$
 $\theta_{\text{LIGHTSOURCE}} = -45^\circ$, $\phi_{\text{LIGHTSOURCE}} = 45^\circ$



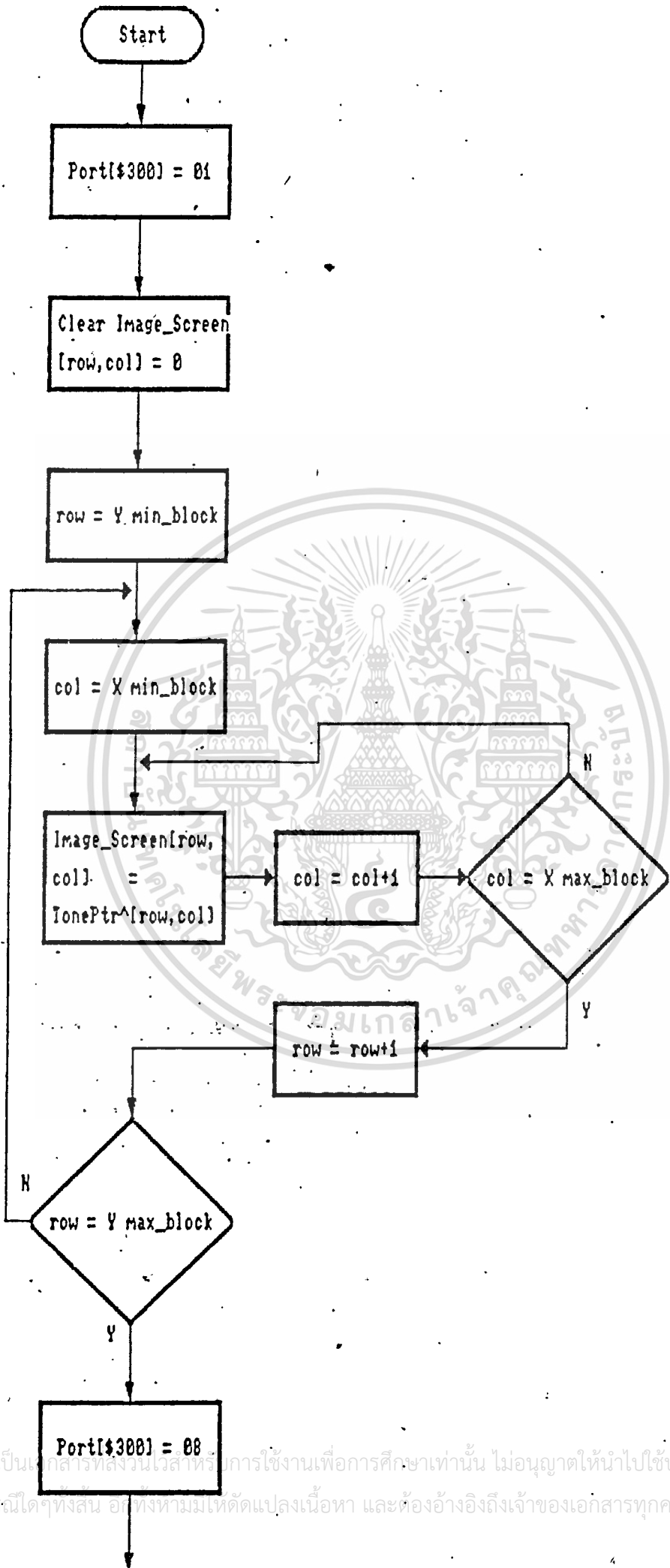
$\theta_{\text{VIEWPOINT}} = -45^\circ$, $\phi_{\text{VIEWPOINT}} = 120^\circ$
 $\theta_{\text{LIGHTSOURCE}} = -45^\circ$, $\phi_{\text{LIGHTSOURCE}} = 135^\circ$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ข้อมูลนี้ออกไปและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

สรุปและวิจารณ์

ปริญญาโทฉบับนี้ ได้ถูกจัดทำขึ้นเพื่อวัตถุประสงค์ที่จะศึกษาจากด้านกราฟิกบน
ไมโครคอมพิวเตอร์ โดยได้แสดงถึงทฤษฎีและวิธีการพื้นฐานต่างๆ รวมถึงทฤษฎีขั้นสูง เช่น
ทฤษฎีการไล่แสง (Shading) ด้วย ซึ่งเป็นภาคแรกของปริญญาโท ส่วนในภาคหลังก็
ได้แสดงโปรแกรมต่างๆซึ่งได้นำทฤษฎีและวิธีการพื้นฐานเหล่านั้นมาพัฒนาขึ้นเป็นแบบจำลอง
เพื่อให้เป็นแนวทางในการศึกษาและสามารถพัฒนาให้เกิดประโยชน์ในการนำไปใช้งานจริง
ได้ โดยหวังว่าจะได้มีผู้นำไปพัฒนาต่อไปโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มศึกษาใหม่กับอีกครั้งซึ่งคงจะ
เป็นประโยชน์ต่อผู้ที่มีความสนใจทางด้านนี้ เพราะขอบเขตทางด้านกราฟิกนั้นยังมีอีกมาก-
มายที่น่าสนใจศึกษา โดยเฉพาะเมื่ออุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานกราฟิกมีราคาถูกลงและ
ความสามารถเพิ่มขึ้น ทฤษฎีต่างๆที่มีความซับซ้อนกว่านี้ก็จะได้รับการศึกษาและพัฒนาจนสา-
มารถนำไปใช้งานได้โดยที่สุด ทำให้เกิดการประยุกต์ใช้งานได้อย่างกว้างขวางและจริงจัง
ขึ้นกว่าที่เป็นอยู่โดยปัจจุบัน

กิติกรรมประกาศ

ผู้จัดทำปริญญาโทฉบับนี้ต้องขอขอบพระคุณบุคคลเหล่านี้ ที่มีส่วนทำให้ปริญญาโทสำเร็จลุล่วงลงไปได้

- ดร. บุญวัฒน์ อัดชู สำหรับความคิตรีเริ่มของปริญญาโท การสนับสนุนด้านวิชาการ รวมทั้งการเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาด้วย
- คณะจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำด้านความรู้ต่าง ๆ ในการทำปริญญาโท
- วิโรจน์ สถาปนิกกุล, ตักดิ์ ว่องธนาการ, กำเริบ นานิชปฐมพงศ์ และเพื่อน ๆ ทุกคนที่เป็นกำลังใจ และให้ความช่วยเหลือในโอกาสที่อำนวย

ผู้จัดทำ

บรรณานุกรม

1. กาญจนา กระแสร์ญาน และ รศ. มหัทธ ภัทรวรศิลป์, "การจำลองภาพด้วยวิธี Linear Shading", วารสารการประสมวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 10, เล่ม 2, หน้า 2-386 - 2-399.
2. Chan S. Park, "Interactive Microcomputer Graphics", Addison-Wesley Publishing Company, 458 p., 1985.
3. Steven Harrington, "Computer Graphics. A Programming Approach.", McGraw-Hill, 466 p., 1987.
4. Borland International Inc., "Turbo Pascal Reference Manual (Version 4.00)", 654 p., 1987.