



การแก้เฟสของวงจรกรองผ่านความถี่ต่ำชนิดเจนเนอรัไวท์เบสเซล

PHASE EQUALIZATION OF GENERALIZED BESSEL LOW PASS FILTER

โดย

สรรเสริญ สงวนศักดิ์

อาจารย์ที่ปรึกษา ผ.ศ. นิกร สุขุมตันติ

ปฏิญานินพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาคเทคนิคอุตสาหกรรม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไปว่ากรณีโดยข้เริ่ม สิ่งซึ่งช่วยทำให้ลัดแปลงไปว่า และต้องว่าถึงวิธีลัดของเอกสารเหล่านี้ที่มีอาร์กไปได้

การแก้เฟสของวงจรกรองผ่านความถี่ต่ำชนิดเจนเนอริไรซ์เบสเซล
PHASE EQUALIZATION OF GENERALIZED BESSEL LOW PASS FILTER



สรรเสริญ สงวนศักดิ์

ได้รับการพิจารณาอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาอดศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาเทคนิคอุตสาหกรรม คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

คณะกรรมการตรวจสอบปริญญาโท

ประธานกรรมการ

(หงษ์พิภร จุฑาจันทร์)

กรรมการ

()

กรรมการ

()

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทคัดย่อ

เนื่องจาก Generalized Bessel filter ให้คุณลักษณะที่ดีทาง phase เพราะฉะนั้นการดูการเปลี่ยนแปลงของ phase และ phase error ที่ order ต่างๆ และ alpha ที่ค่าต่างๆ ที่ความถี่สูงๆ จะมีผลต่อวงจรอย่างไรจึงเป็นสิ่งจำเป็น ปรินทิงทอมนี้ จะช่วยให้การดู response ง่ายขึ้นเมื่อใช้วงจร filter จะต้องมี phase shift เกิดขึ้นซึ่งแก้ไขได้โดยใช้ all pass filter มาแก้ phase shift เพื่อให้ phase linear มากที่สุด โดยไม่ให้คุณลักษณะทางขนาดเปลี่ยนแปลง การ plot graph ที่ความถี่ต่างๆ สามารถทำได้โดยใช้ Microcomputer เข้าช่วย ซึ่งจะช่วยให้เกิดความสะดวกและรวดเร็ว มากยิ่งขึ้น แทนที่จะต้องคำนวณซ้ำกันหลายๆ ครั้ง

ABSTRACT

Generalized Bessel Filter has the optimum characteristic for the phase. The alternation of phase and phase error is effective at variable order and alpha parameter. This project displays the responsibility of phase and phase error. A filter circuit has the phase shift which is corrected by all pass filter for the phase compensation. It assists the phase linearity but magnitude of characteristic doesn't change.

The variable frequency is plotted by microcomputer which is convenient and accurate instead of a repeated manual calculation.

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 active filter	1
1.2 Operation amplifier	1
1.3 ตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ	2
บทที่ 2 Low pass filter	3
2.1 วงจรและสมการทั่วไป	3
2.2 Low pass Butterworth filter	5
2.3 Low pass Chebyshev filter	6
2.4 Low pass Butterworth และ Chebyshev filter	8
บทที่ 3 การแก้เฟสของวงจร G.B.P. filter	9
3.1 ที่มาของ G.B.P.	9
3.2 คุณสมบัติโดยทั่วไปของ G.B.P.	9
3.3 การหาค่า transfer function ของ G.B.P.	10
3.3.1 คุณลักษณะทางขนาด	10
3.3.2 คุณลักษณะของ group delay	11
3.4 ผลตอบสนองของ pulse sine กำลังสองต่อ G.B.P.	14
3.5 ขั้นตอนการทำ Normalize	17
3.6 ขั้นตอนการออกแบบการแก้ phase	21

3.7 การหา transfer function ของ all pass filter	22
3.8 การคำนวณ phase error	24
FLOW CHART	27
PROGRAM	32
ผลการ plot PHASE กับความถี่	48
ผลการ plot PHASE ERROR กับความถี่	57
กิตติกรรมประกาศ	67
หนังสืออ้างอิง	68



บทที่ 1

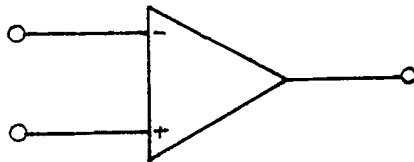
บทนำ

1.1 Active filters

วงจร filter เป็นวงจรที่ทำหน้าที่ให้ความถี่ที่ต้องการผ่านและตัดสัญญาณความถี่ที่ไม่ต้องการทิ้ง วงจร passive filter จะประกอบไปด้วย inductors, capacitor และ resister แต่ย่านความถี่ของ inductor จะถูกจำกัดด้วยคุณสมบัติและขนาด ต่อมาได้มีการพัฒนาโดย inductor จะถูกแทนด้วย active filter ซึ่งจะให้ผลเหมือนกับ inductor แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงจะทำให้เที่ยงตรงยิ่งขึ้นและราคาของ active filter ก็ถูกกว่าด้วย

1.2 Operational Amplifier

อุปกรณ์พื้นฐานที่เราจะใช้ในการต่อวงจร active filter คือ Operation amplifier (op-amp) ซึ่งแสดงสัญลักษณ์ดังรูป 1.1 จะเห็นว่ามี 3 ขา มีขา inverting input , noninverting input และขา output อย่างไรก็ตามขาของ op-amp ที่ใช้งานจริงๆจะมีขามากกว่านี้ (14ขา) ซึ่งก็มีขา power supply ขาชดเชยความถี่และขาปรับ offset null



รูป 1.1 differential op-amp

ในการ derive สมการเราจะสมมติให้แรงดันและกระแสระหว่างขา input ทั้ง 2 เป็น 0 ซึ่งก็คือ ideal op-amp และการประมาณค่าที่ใกล้เคียงเมื่อนำการคำนวณว่ากรอที่ได้ขึ้นกับค่า spec. ของโรงงานผลิตเงินเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในคู่มือของ op-amp จะอธิบายถึงคุณลักษณะและการใช้งาน เช่น Data book ที่ชื่อ Linear Integrated Circuit ของ Derivation และ Fabulation Association และผู้ผลิต IC op-amp ก็มี Burr-Brown Research Corp. , Fairchild Semiconductor , Motorola , National Semiconductor , RCA , Signetics Corp. , Texas Instruments

op-amp ในรูป 1.1 คือ differential op-amp ซึ่งเป็นชนิดที่มีการผลิตอยู่ทั่วไปซึ่ง op-amp พวกนี้ต้องการการชดเชยความถี่ เช่น เบอร์ 741 มีการชดเชยภายใน ส่วนเบอร์ μ A741 , AD741 , MC1741 , LM741 , RC741 , SN72741 , CA3056A จะมีคุณสมบัติเหมือน 741 op-amp รวมทั้ง 536 , 107 , 5556 , 740 และ 747 (dual 741) ส่วน op-amp แบบที่มีการชดเชยภายนอกผู้ผลิตจะเป็นผู้กำหนดมาให้ใน spec. แต่โดยทั่วไปจะใช้ประโยชน์ที่ความถี่และ gain สูง เช่น 709 , 748 , 101 และ 531

การออกแบบควรจะใช้ op-amp ให้อยู่ในย่านความถี่และ gain ให้เพียงพอตามความต้องการ

1.3 ตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ

จะมีความต้านทานอยู่ 3 ชนิดที่ใช้กันปกติ resistor (R) แบบ carbon จะใช้กันอย่างกว้างขวางและแพร่หลายในวงจร filter ความต้านทานเหล่านี้จะไม่เปลี่ยนแปลงค่าเมื่อใช้ที่อุณหภูมิห้องและค่าจะผิดพลาด โดยมากประมาณ 5% เมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลงซึ่งการผลิตก็มีเหตุผลทางการค้าและทางเศรษฐศาสตร์ (R เหล่านี้ราคาถูก) แต่ถ้าใช้งานความถี่สูงหรือวงจรที่การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิมีผลมากควรใช้ R แบบ metal film หรือ wire-wound

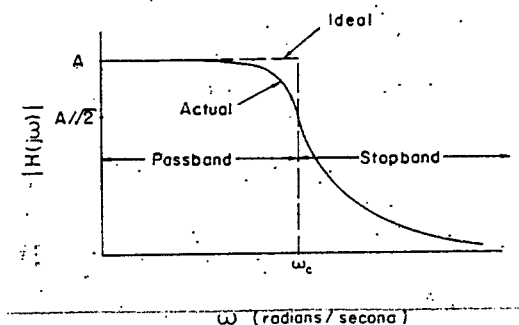
ส่วน capacitor (C) แบบ ceramic disk จะถูกใช้ในงานทั่วไปอย่างไรก็ตาม C แบบ Mylar จะนิยมใช้งานมากกว่า ส่วนที่ความถี่สูงหรืองานที่ต้องการความแน่นอน ควรใช้ C แบบ polystyrene หรือ Teflon

บทที่ 2

Low Pass Filter

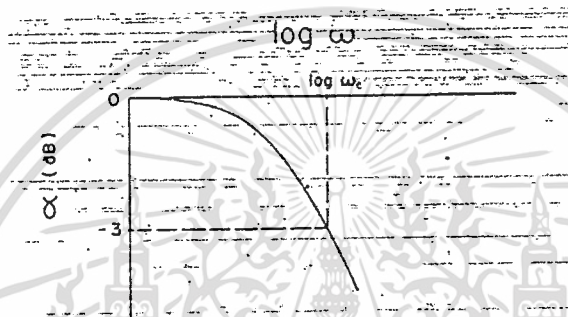
2.1 วงจรและสมการทั่วไป

วงจร Low pass filter จะเป็นวงจรที่ทำให้สัญญาณความถี่ต่ำผ่านและกำจัดสัญญาณความถี่สูง ซึ่งสามารถอธิบายได้โดยการตอบสนองต่อขนาด (Amplitude) การ plot amplitude จะอยู่ในรูป transfer function $H(s)$ ต่อความถี่ ω (radians/sec) หรือ f (Hz) ที่ $\omega = 2\pi f$ และ $H(s) = V_2(s)/V_1(s)$ โดยที่ $V_2(s)$ คือ output voltage และ $V_1(s)$ เป็น input voltage ดังรูป 2.1 เส้นประเป็นการตอบสนองใน ideal op-amp และเส้นทึบเป็นการตอบสนองโดยประมาณที่ได้จริงๆ ค่า ω_c (หรืออยู่ในรูป f_c , $f_c = \omega_c / 2\pi$) คือความถี่ cutoff ที่ถูกกำหนดที่จุดซึ่ง $H(j\omega)$ คือ $1/2 = 0.707$



ซึ่งก็คือจุด A passband คือช่วง $0 \leq \omega < \omega_c$ และ stopband อยู่ในช่วง $\omega > \omega_c$

การตอบสนองการเปลี่ยนแปลงทางขนาดสามารถ plot ให้อยู่ในรูป decibels(dB) ซึ่งเราแสดงในรูปค่า α คือความถี่ ω (หรือ f) หรือต่อ $\log \omega$ (หรือ $\log f$) ตัวอย่างแสดงในรูป 2.2 ที่แสดงว่าการ cutoff ที่ $\alpha = -3\text{dB}$



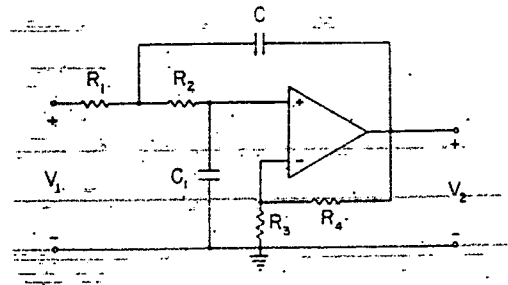
รูปที่ 2.2 Amplitude response ใน dB

ใน ideal low pass filter ของ second order แสดงในรูป transfer function ดังนี้

$$V_2(s)/V_1(s) = k/(s^2 + as + b) \quad (2.1)$$

โดยที่ a , b และ k เป็นค่าคงที่ เทอมของ second order แสดงโดยจำนวนยกกำลังที่สูงสุดของ s ที่เป็นตัวส่วนที่ order สูงขึ้นจะมี transfer function เหมือนสมการ 2.1 แต่จำนวน degree จะสูงขึ้น gain ของ low pass filter คือค่าของ transfer function ที่ $s = 0$ และแสดงในสมการ 2.1 โดยที่ $\text{gain} = k/b$

มีอยู่หลายวิธีที่จะประกอบวงจร low pass filter โดยใช้อุปกรณ์ active แทน inductor ตามทฤษฎี Sallen และ Key ที่เขียนไว้ในหนังสือเรื่อง "A practical method of designing RC active filter" ซึ่งใช้ op-amp lowpassfilter แบบ second order ของ Sallen และ Key แสดงดังรูป 2.3 มี R และ C ถูกเลือกตามค่า a และ b ในสมการ 2.1 op-amp กับ R_3 และ R_4 จะอยู่ในรูป Voltage Controlled Voltage Source (VCVS) ดังนั้น



รูปที่ 2.3 วงจร low pass filter ชนิด order 2

วงจร filter ที่ order สูงๆอาจจะต่อโดยใช้ filter order 2 จำนวน 2 ชุด หรือมากกว่านั้น เช่น filter order 4 จะต้องนำมา cascade กัน 2 ชุด เป็นต้น

วิเคราะห์รูป 2.3 เปรียบเทียบกับสมการ 2.1

$$k = \mu / R_1 R_2 C C_1$$

$$a = (1/R_2 C_1)(1-\mu) + (1/R_1 C) + (1/R_2 C)$$

$$b = 1/R_1 R_2 C C_1$$

เมื่อ $\mu = 1 + R_4/R_3$

แต่ μ เท่ากับ gain ของ VCVS ซึ่งก็คือ gain ของ filter ดังนั้น $\mu = k/b$

filter มีหลายชนิดแต่ที่นิยมใช้มี 2 ชนิดคือ Butterworth filter และ Chebyshev filter ดังนี้

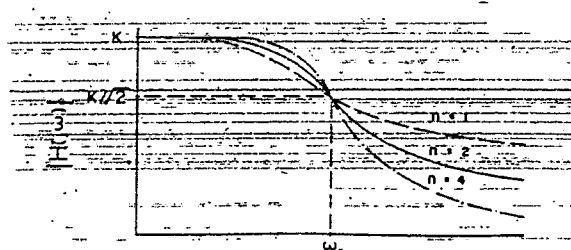
2.2 Low pass Butterworth filter

สมการของ amplitude ของ low pass Butterworth filter มีดังนี้

$$H(j\omega) = k / (1+(\omega/\omega_c)^{2n})^{1/2} \tag{2.3}$$

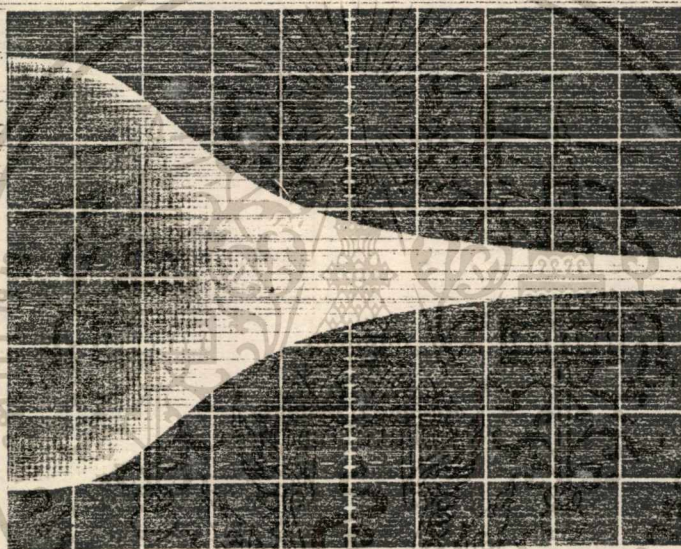
เมื่อ n เป็นจำนวน order ของ filter response ของ H(j ω)

และ ω ที่ n ค่าต่างๆแสดงได้ดังรูป



รูปที่ 2.4 Butterworth amplitude response

Butterworth filter มีข้อดีในเรื่องของการ flat และการตอบสนอง ในช่วง passband จะไม่เปลี่ยนระดับ อย่างไรก็ตามคุณลักษณะของการ cutoff จะดีกว่า Chebyshev filter amplitude ของ Butterworth filter แสดงดัง รูป 2.4 จะมีอัตราการลดลงประมาณ $-20*n$ dB/decade ซึ่งเปรียบเทียบกับ Chebyshev filter จะมีอัตราการลดลงน้อยกว่า



รูปที่ 2.5 response ของ low pass Butterworth ชนิด order 2

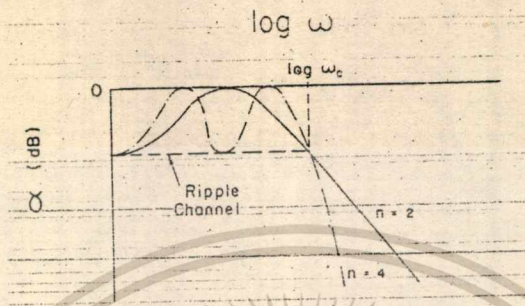
2.3 Low pass Chebyshev filter

response ทาง amplitude ของวงจร low pass Chebyshev filter มีสมการดังนี้

$$H(j\omega) = k / (1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega/\omega_c))^{1/2} \quad (2.4)$$

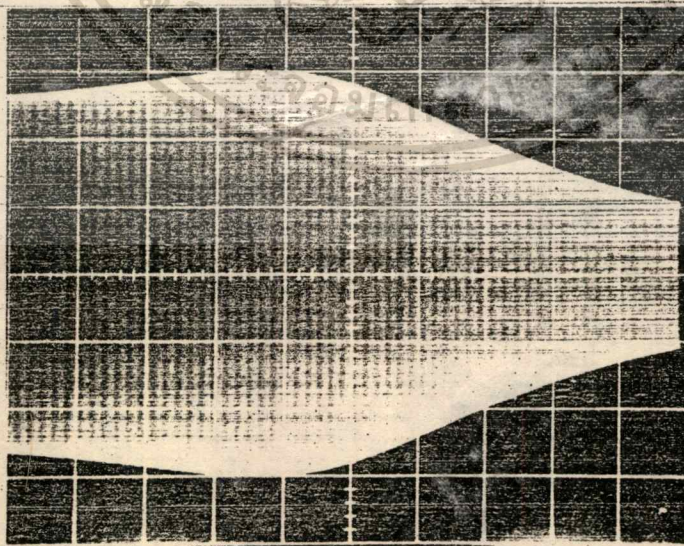
เมื่อ ϵ คือค่าคงที่และ C_n คือ Chebyshev polynomial ของ order 1 และ ripple ถูกกำหนดโดย และอาจจะใช้ในการบอกคุณลักษณะของ filter เช่น a 1/2 dB ดังนั้น ω_c (หรือ f_c) คือความถี่ cutoff ในช่วงของความถี่ ripple

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ห้ามทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



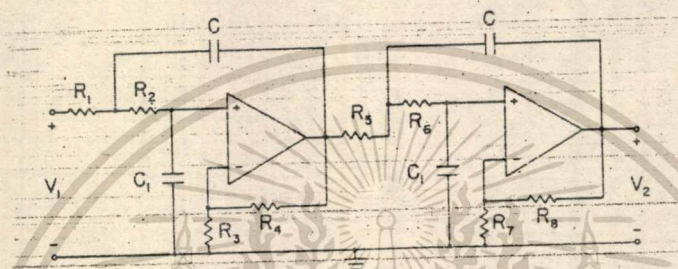
รูปที่ 2.6 response ของ Chebyshev filter

Chebyshev filter จะมีข้อเสียเมื่อเปรียบเทียบกับ Butterworth filter คือจะมี ripple เกิดขึ้นใน passband อย่างไรก็ตามเมื่อเปรียบเทียบกับใน filter order เดียวกันแล้ว Chebyshev filter จะดีที่สุด

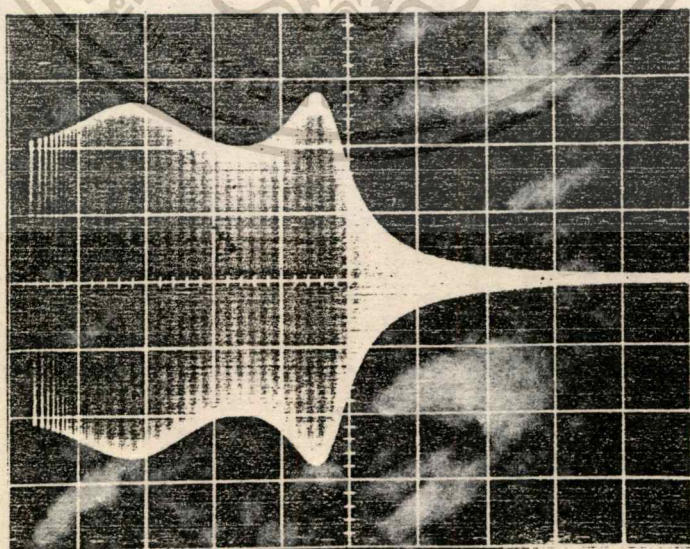


2.4 วงจร low pass Butterworth และ Chebyshev filter หนึ่ด order 4

เราสามารถต่อเป็น order 4 ได้โดยนำ วงจรที่เป็น order 2 มาต่อ cascade กันดังรูป



รูปที่ 2.8 วงจร low pass filter หนึ่ด order 4 และ response ของ Chebyshev filter แสดงได้ดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น **รูปที่ 2.9 response ของ low pass Chebyshev หนึ่ด order 4**



บทที่ 3

การแก้เฟสของวงจรกรองผ่านความถี่ต่ำชนิดเจนเนอรัไลซ์เบสเซล

PHASE EQUALIZATION OF GENERALIZED BESSEL LOW PASS FILTER

3.1 ที่มาของ Generalized besel

Kiyasuzen และ Thomson เป็นผู้ริเริ่มในการใช้เบสเซล โพลีโนเมียล ในการออกแบบวงจรเพื่อให้วงจรดังกล่าวมีกรูนด์เลย์ที่ราบเรียบ ต่อมา D.E.Johnson ได้นำเอาเจนเนอรัไลซ์ เบสเซล โพลีโนเมียล (generalized Bessel polynomial) หรือใช้ชื่อย่อว่า G.B.P. มาใช้ จากบทความดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า G.B.P. สามารถปรับขนาดและกรูนด์เลย์ได้ราบเรียบ สำหรับ besel polynomial ใน order ที่เท่ากัน

3.2 คุณสมบัติโดยทั่วไปของ G.B.P.

Generalized besel polynomial เขียนในรูปของสมการ differential ได้ดังนี้คือ

$$s^2 \frac{d^2 y_n}{ds^2} + (as+2) \frac{dy_n}{ds} - n(n+a-1)y_n = 0 \quad (1)$$

จากสมการ(1)ผลลัพธ์ของ G.B.P. คือ

$$y_n(a, 2, s) = {}_2F_0(-n, a+n-1; -s/2)$$

หรือ

$$y_n(a, 2, s) = \sum_{k=0}^n \frac{(-n)_k \cdot (a+n-1)_k \cdot (-s/2)^k}{K!} \quad (2)$$

โดยที่

$$(a)_n = \prod_{i=1}^n (a+i-1)$$

ในการประมาณค่า delay network function เราจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$H_n(s) = \frac{(-n)_k \cdot (a+n-1)_k \cdot (-s/2)^k}{K!} \quad (3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา K! ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้ง

จากสมการ(4)ผลลัพธ์ของ G.B.P. คือ

$$S d^2 H_n / ds^2 + (2-a-2n-2s)dH_n / ds + 2nH_n = 0 \quad (4)$$

3.3 การหาค่า Transfer function ของ G.B.P.

มี parameter ที่ต้องพิจารณาดังนี้

3.3.1 คุณลักษณะทางขนาด(Amplitude characteristic)

จากสูตรของ Braffman ในรูปผลคูณ / function ของ hypergeometric เขียนได้ว่า

$$= \sum_{k=0}^{\infty} {}_2F_0 \left[-n, c+n; -x/2 \right] {}_2F_0 \left[-n, c+n; -y/2 \right] \\ = \sum_{k=0}^{\infty} (-n)_k (c+n)_k / k! * {}_2F_0 \left[-n, c+n; -r/2 \right] t^k \quad (5)$$

$$\text{โดยที่ } x = -\{ t - (t^2 - 4rt)^{1/2} \}$$

$$y = -\{ t + (t^2 - 4rt)^{1/2} \}$$

$$\text{และ } c = a - 1$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง r, t กับ x, y เขียนได้ว่า

$$t = -(x + y) / 2$$

$$r = -(xy) / (2(x+y))$$

แทนลงในสมการ(5) จะได้ว่า

$$y_n(x)y_n(y) = \sum_{k=0}^{\infty} (-n)_k \frac{(a+n-1)_k}{k!} \frac{[-x+y]^k}{2} y_k \left[\frac{xy}{x+y} \right] \quad (6)$$

จากสมการ (3) ซึ่งเขียนได้ว่า

$$H_n(s) = s^n y_n(1/s)$$

แทนค่าลงในสมการ(6) จะได้ว่า

$$H_n(x)H_n(y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (-n)_k \cdot (a+n-1)_k \cdot (xy)^{n-k} \cdot H_k(x+y)}{k! 2^k}$$

ซึ่งเป็นสมการสูตรสำเร็จสำหรับคุณลักษณะทางขนาดของ G.B.P. transfer function สามารถหาได้โดยใช้ผลคูณ 2 function ของ Hypergeometric function

ในสมการ(6)ถ้ากำหนดให้ $y = -x = s$ แล้วจะได้ว่า

$$H_k(x+y) = H_k(0) = (1/2)^k \cdot (a+k-1)_k \quad (7)$$

แทนค่า(7)ลงในสมการ(6)และเรากำหนดให้ $A_n(s) = H_n(s)H_n(-s)$

ดังนั้นสมการ(6)เขียนได้ใหม่เป็น

$$A_n(s) = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k (-n)_k (a+n-1)_k (a+n-1)_k (-s^2)^{n-k}}{k! 2^k} \quad (8)$$

หรือ

$$A_n(s) = \sum_{k=0}^n \frac{C_{n-k}^m (a+2n-k-2)! (a+2n-2k-2)! (-s^2)^k}{(a+n-2)! (a+n-k-2)! 2^{2(n-k)}} \quad (9)$$

โดยที่ C_{n-k}^m เป็น binomial Coefficient

และ a เป็นค่า alpha ซึ่งค่า alpha ดังกล่าวจะเป็นตัวปรับค่าคุณลักษณะทางขนาดและได้เลย

3.3.2 คุณลักษณะของกรุปดีเลย์(Group delay characteristic)

สมการกรุปดีเลย์ นิยามได้ดังนี้

$$T_n(s) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{H'_n(s)}{H_n(s)} + \frac{H'_n(-s)}{H_n(-s)} \right\}$$

เราสามารถที่จะคำนวณหาค่าสูตรสำเร็จของ group delay โดยใช้ความสัมพันธ์ของรีคอร์เรนซ์สำหรับ $H_n(s)$ คือ

$$(2n+a-2)H'_n(s) = 2n \cdot H_n(s) - 2n \cdot s \cdot H_{n-1}(s)$$

รวม 2 สมการข้างบนจะได้ดังนี้

$$T_n(s) = \frac{2n}{2n+a-2} + \frac{2ns}{2n+a-2} \frac{\{H_n(s)H_{n-1}(-s) - H_n(-s)H_{n-1}(s)\}}{2H_n(s)H_n(-s)}$$

หลังจากผ่านขั้นตอนการคำนวณแล้ว สามารถเขียนเป็นสูตรสำเร็จได้ดังต่อไปนี้

$$T_n(s) = \frac{2n}{2n+a-2} \left\{ 1 + \frac{s^2 C_n(s)}{A_n(s)} \right\}$$

โดยที่

$$C_n(s) = (-1)^{n+1} \frac{s^{2(n-1)}}{n} + (a-2) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k C_k^{n-1} (a+n-k-2)_{n-k-2} (a+n-1)_{n-k-1} s^{2k}}{2^{2(n-k-1)}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น 2 หน้าไปรษณีย์หน้าไปรษณีย์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ ($n \geq 2$)

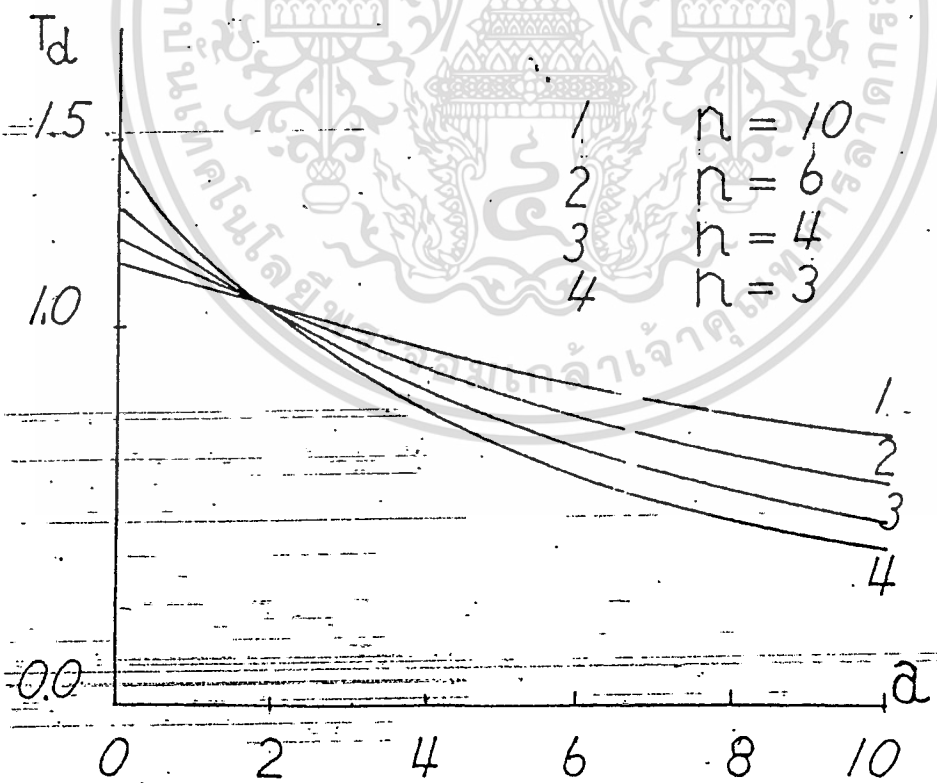
ค่า delay time สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

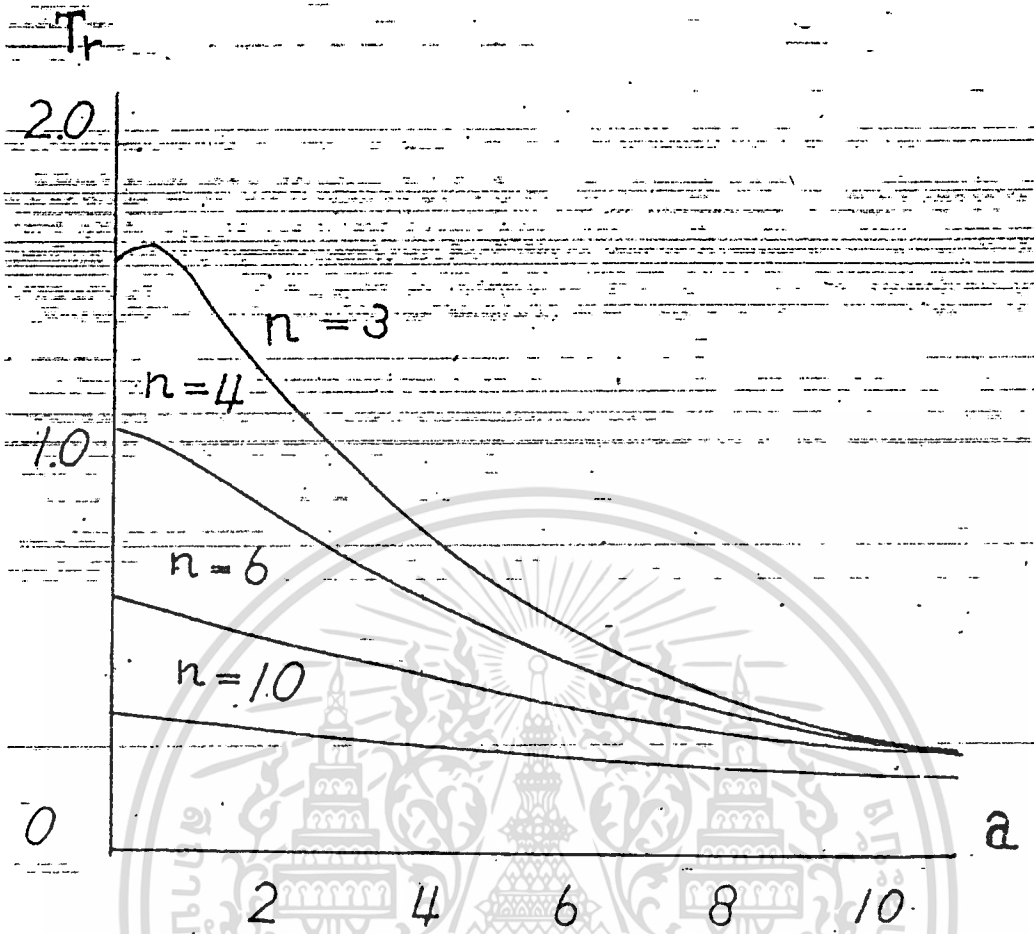
$$T_d = T_d(0) = 2n / (2n + a - 2)$$

และไรส์ไทม์สามารถหาได้โดยอาศัยเทคนิคของ Elmore จะได้

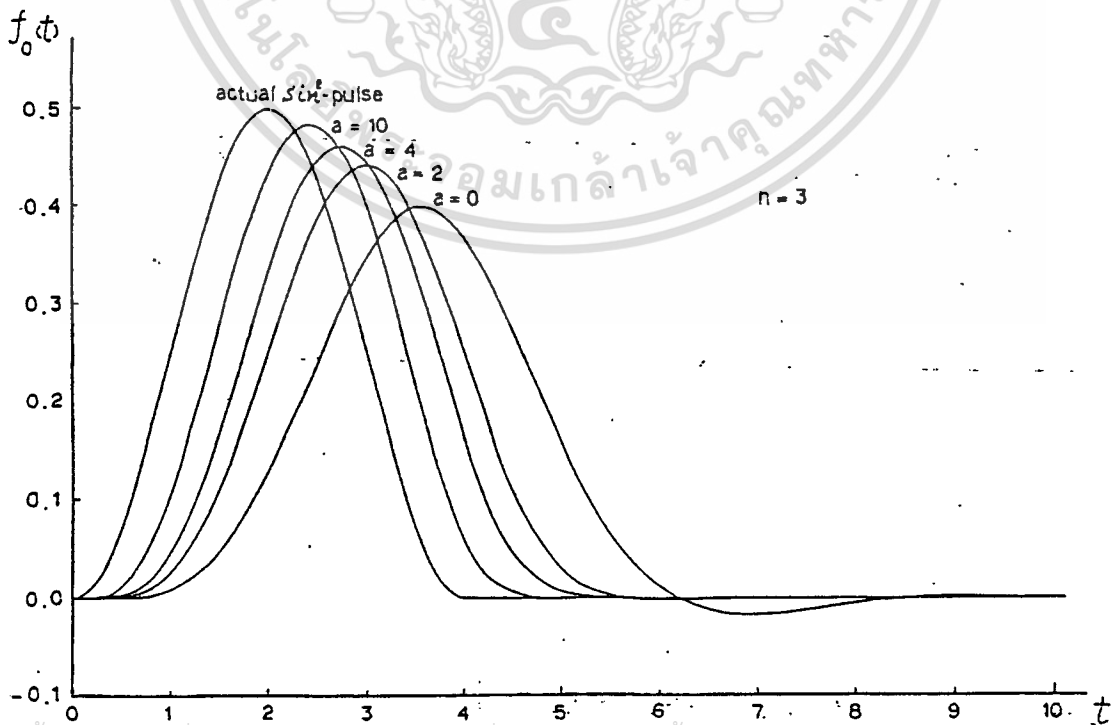
$$T_r = 2 \sqrt{ \frac{4n(a + n - 2)}{(a + 2n - 2)^2 (a + 2n - 3)} }$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง parameter "a" กับ rise time และ delay time สามารถแสดงเป็น graph ดังแสดงในรูปที่ 1 และ 2 ตามลำดับ จากความสัมพันธ์ดังกล่าวจะเห็นได้ชัดว่า ถ้า parameter a ของ G.B.P. มีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า rise time และ delay time ลดลง ซึ่งเป็นผลให้ผลตอบสนอง(response) ในระบบ(system)ดีขึ้น





รูปที่ 3.2 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง rise time กับ alpha



รูปที่ 3.3 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความถี่($f_0(t)$) กับ เวลา

3.4 ผลตอบสนองของ pulse sine กำลังสองต่อ G.B.P.

จุดประสงค์ในการนำเอา pulse sine กำลังสองมาใช้ในการพิจารณาผลตอบสนองต่อ G.B.P. เนื่องจากว่า G.B.P. ถูกนำมาใช้ในการออกแบบวงจร delay line ในย่านความถี่วิดีโอ(video band) โดย pulse sine มีช่วง bandwidth เท่ากับ video band นอกจากนี้ pulse ดังกล่าวยังมีความไว (sensitivity) ต่อความผิดเพี้ยน(distortion) อย่างมากเมื่อเทียบกับพัลส์สี่เหลี่ยม (square wave) ที่ใช้กันอยู่โดยทั่วไป

สมการของ pulse sine กำลังสอง นิยามได้ว่า

$$f_1(t) = \begin{cases} (1/2) \sin^2 (\pi t/2t_0) & (0 \leq t \leq 2t_0) \\ 0 & (t < 0, 2t_0 < t) \end{cases}$$

โดย t_0 เป็น half Amplitude duration และ Spectral density หาได้โดย Laplace transform ซึ่งเขียนได้ว่า

$$F(s) = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 \left\{ \frac{1 - \exp(-2t_0 s)}{s(s+j\frac{\pi}{t_0})(s-j\frac{\pi}{t_0})} \right\}$$

เราต้องการหา phase และ phase error ที่ order 2, 3 และ 4 จากสมการ(9) จะได้ Amplitude ที่ order ต่างๆ ได้ดังนี้
ที่ order 2

$$\begin{aligned} A_2(s) &= \frac{2!}{0!.2!} \frac{(a+4-0-2)! (a+4-0-2)! (-s^2)^0}{(a+0)! (a+2-0-2)! 2^{2(2)}} \\ &+ \frac{2!}{1!.1!} \frac{(a+4-1-2)! (a+4-2-2)! (-s^2)^1}{(a+2-2)! (a+2-1-2)! 2^{2(1)}} \\ &+ \frac{2!}{2!.0!} \frac{(a+4-2-2)! (a+4-4-2)! (-s^2)^2}{(a+2-2)! (a+2-2-2)! 2^{2(0)}} \\ &= s^4 - (a/2)(a+1)s^2 + [(a+1)(a+2)/4]^2 \end{aligned} \quad (10)$$

ที่ order 3

$$\begin{aligned}
 A_3(s) &= \frac{3!}{0!.3!} \frac{(a+6-0-2)! (a+6-0-2)! (-s^2)^0}{(a+1)! (a+3-0-2)! 2^{2(3-0)}} \\
 &+ \frac{3!}{1!.2!} \frac{(a+6-1-2)! (a+6-2-2)! (-s^2)^1}{(a+3-2)! (a+3-1-2)! 2^{2(3-1)}} \\
 &+ \frac{3!}{2!.1!} \frac{(a+6-2-2)! (a+6-4-2)! (-s^2)^2}{(a+3-2)! (a+3-2-2)! 2^{2(3-2)}} \\
 &+ \frac{3!}{3!.0!} \frac{(a+6-3-2)! (a+6-6-2)! (-s^2)^3}{(a+3-2)! (a+3-3-2)! 2^{2(3-3)}} \\
 &= s^6 + (3/4)(a+2)a.s^4 + (3/16)(a+3)(a+2)^2(a+1)s^2 \\
 &+ [(a+4)(a+3)(a+2)/8]^2 \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_4(s) &= \frac{4!}{0!.4!} \frac{(a+8-0-2)! (a+8-0-2)! (-s^2)^0}{(a+4-2)! (a+4-0-2)! 2^{2(4-0)}} \\
 &+ \frac{4!}{1!.3!} \frac{(a+8-1-2)! (a+8-2-2)! (-s^2)^1}{(a+4-2)! (a+4-1-2)! 2^{2(4-1)}} \\
 &+ \frac{4!}{2!.2!} \frac{(a+8-2-2)! (a+8-4-2)! (-s^2)^2}{(a+4-2)! (a+4-2-2)! 2^{2(4-2)}} \\
 &+ \frac{4!}{3!.1!} \frac{(a+8-3-2)! (a+8+6-2)! (-s^2)^3}{(a+4-2)! (a+4-3-2)! 2^{2(4-3)}} \\
 &+ \frac{4!}{4!.0!} \frac{(a+8-4-2)! (a+8+8-2)! (-s^2)^4}{(a+4-2)! (a+4-4-2)! 2^{2(4-4)}} \\
 &= s^8 - [(a+3).a/2]s^6 + (6/2^4)(a+4)(a+3)(a+2)(a+1)s^4 \\
 &+ (1/2^6)(a+5)(a+4)^2(a+3)^2(a+2)s^2 \\
 &+ [(a+6)(a+5)(a+4)(a+3)/2^4]^2 \tag{12}
 \end{aligned}$$

สมการที่ได้อยู่ในรูป Amplitude ยกกำลังสองซึ่งจะทำให้การ plot Amplitude
ง่ายขึ้นเนื่องจากไม่อยู่ในรูป imaginary แต่เราต้องการ plot phase ดังนั้นเรา
สามารถหาสมการของ G.B.P. ที่อยู่ใน left plan ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ order 2

$$H_2(s) = s^2 + (a+1)s + [(a+1)(a+2)/4] \quad (13)$$

เราให้ค่า alpha เป็น 1, 2 และ 3 ตามลำดับเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของ curve

ที่ alpha = 1

$$H_2(s) = s^2 + 2s + (3/2) \quad (14)$$

ที่ alpha = 2

$$H_2(s) = s^2 + 3s + 3 \quad (15)$$

ที่ alpha = 3

$$H_2(s) = s^2 + 4s + 5 \quad (16)$$

ที่ order 3

$$H_2(s) = s^3 + (3/2)(a+2)s^2 + (3/4)(a+2)(a+3)s + [(a+2)(a+3)(a+4)/8] \quad (17)$$

เราให้ค่า alpha เป็น 1, 2 และ 3 ตามลำดับเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของ curve

ที่ alpha = 1

$$H_3(s) = s^3 + (9/2)s^2 + 9s + (15/2) \quad (18)$$

ที่ alpha = 2

$$H_3(s) = s^3 + 6s^2 + 15s + 15 \quad (19)$$

ที่ alpha = 3

$$H_3(s) = s^3 + (15/2)s^2 + (45/2)s + (105/4) \quad (20)$$

ที่ order 4

$$H_4(s) = s^4 + 2(a+3)s^3 + (3/2)(a+3)(a+4)s^2 + (1/2)(a+3)(a+4)(a+5)s + [(a+3)(a+4)(a+5)(a+6)/16] \quad (21)$$

เราให้ค่า alpha เป็น 1, 2 และ 3 ตามลำดับเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของ curve

ที่ alpha = 1

$$H_4(s) = s^4 + 8s^3 + 30s^2 + 60s + (105/2) \quad (22)$$

ที่ alpha = 2

$$H_4(s) = s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105 \quad (23)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ที่ alpha = 3

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_4(s) = s^4 + 12s^3 + 63s^2 + 168s + 189 \quad (24)$$

3.5 ขั้นตอนการทำ Normalize

ในการวิเคราะห์หา Transfer function ของ B.G.B.P. นั้น เราจะหาค่า normalize โดยผลตอบแทนที่ความถี่ศูนย์จะมีค่าเป็นหนึ่งหน่วย(unity)

สมมติให้ Transfer function ดังกล่าวเขียนอยู่ในรูป

$$T_n(s) = 1/[(s+a_1)(s+a_2)(s+a_3)\dots\dots(s+a_n)] \quad (25)$$

จากสมการ(6) ค่า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็น pole ของ Transfer function และเพื่อให้ผลคูณของ pole จากจุดกำเนิด(origin)เป็นหนึ่ง ค่าของ pole จะต้องสัมพันธ์กันดังต่อไปนี้

$$\prod_{k=1}^n a_k = 1 \quad (26)$$

ส่วน Transfer function ของ G.B.P. Filter โดยทั่วไปมีสูตรว่า

$$T_n(s) = b_0/[s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0] \quad (27)$$

หรือ $T_n(s) = [(s^n/b_0) + (b_{n-1}/b_0)s^{n-1} + \dots + (b_1/b_0)s + 1]^{-1} \quad (28)$

เพื่อเป็นการเปรียบเทียบระหว่างสมการ(25)และสมการ(28) กำหนดให้

$$S^n = s^n/b_0$$

หรือ $S = s/(b_0)^{1/n} \quad (29)$

แทนค่าสมการ(29)ลงในสมการ(28)จะได้

$$T_n(s) = 1/[S^n + C_{n-1}S^{n-1} + C_{n-2}S^{n-2} + \dots + C_nS + 1] \quad (30)$$

โดยที่ $C_{n-1} = b_{n-1}(b_0)^{-1/n}$
 $C_{n-2} = b_{n-2}(b_0)^{-2/n}$
:
:
:
 $C_1 = b_1(b_0)^{-(1-(1/n))}$

หรืออยู่ในรูป

$$T_n(s) = H/[\prod_{i=1}^{n/2} (s^2 + (w_{o1}/Q_1)s + (w_{o1})^2)] \quad (31)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

และ $T_n(s) = H/[(s+w_{on}) \prod_{i=1}^{(n-1)/2} (s^2 + (w_{o1}/Q_1)s + (w_{o1})^2)] \quad (32)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้นหากมีเหตุที่เปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ n : ลำดับ order ของ filter

H : เป็นค่าคงที่ที่มีค่าพอดีที่ทำให้ $T_n(j\omega) = 1$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$H = W_{on} \cdot (W_{o1})^2 \cdot (W_{o2})^2 \quad (33)$$

จากสมการ(14)ถึงสมการ(22)ทำการ normalize จะได้ดังนี้

นำสมการ(14)มาเปรียบเทียบกับสมการ(31)จะได้

$$\begin{aligned} H &= (W_{o1})^2 = 3/2 = 1.5 \\ W_{o1}/Q_1 &= 2, \quad W_{o1} = (3/2)^{1/2} \quad \text{จะได้ } Q_1 = 0.6123724 \\ T_2 &= \frac{1.5}{[s^2 + ((3/2)^{1/2}/(0.6123724))s + 1.5]} \end{aligned} \quad (34)$$

และจากสมการ(14)แทนค่า s ด้วย jw

$$\begin{aligned} T_2 &= 1.5/[(1.5-w^2)+j2w] \\ \phi_2 &= \arctan[2w/(1.5-w^2)] \end{aligned} \quad (35)$$

นำสมการ(15)มาเปรียบเทียบกับสมการ(31)จะได้

$$\begin{aligned} H &= (W_{o1})^2 = 3 \\ W_{o1}/Q_1 &= 3, \quad W_{o1} = (3)^{1/2} \quad \text{จะได้ } Q_1 = 1/(3)^{1/2} \\ T_2 &= \frac{3}{[s^2 + ((3)^{1/2}/(1/(3)^{1/2}))s + 3]} \end{aligned} \quad (36)$$

และจากสมการ(15)แทนค่า s ด้วย jw

$$\begin{aligned} T_2 &= 3/[(3-w^2)+j3w] \\ \phi_2 &= \arctan[3w/(3-w^2)] \end{aligned} \quad (37)$$

นำสมการ(16)มาเปรียบเทียบกับสมการ(31)จะได้

$$\begin{aligned} H &= (W_{o1})^2 = 5 \\ W_{o1}/Q_1 &= 4, \quad W_{o1} = (5)^{1/2} \quad \text{จะได้ } Q_1 = (5)^{1/2}/4 \\ T_2 &= \frac{5}{[s^2 + ((5)^{1/2}/((5)^{1/2}/4))s + 5]} \end{aligned} \quad (38)$$

และจากสมการ(16)แทนค่า s ด้วย jw

$$\begin{aligned} T_2 &= 5/[(5-w^2)+j4w] \\ \phi_2 &= \arctan[4w/(5-w^2)] \end{aligned} \quad (39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 จากสมการ(17)แก้สมการหารากของ s โดยจะแยก factor ได้ดังนี้
 ไม่ว่าจะแก้สมการอย่างไรก็ตามให้มันเกิดแต่ผลลบเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
 (s+1.81891713)(s^2+2(1.3405144)s+4.12332148)

นำสมการ(17)มาเปรียบเทียบกับสมการ(32)จะได้

$$H = W_{on} \cdot (W_{o1})^2 = 15/2 = 7.5$$

$$W_{on} = 1.81891713, W_{o1} = 2.030598963 \text{ จะได้ } Q_1 = 0.757380153$$

$$T_3 = \frac{7.5}{(s+1.81891713)(s^2+(2.0305/0.75732)s+(2.030598)^2)} \quad (40)$$

และจากสมการ(17)แทนค่า s ด้วย jw

$$T_3 = 7.5 / [(7.5 - 4.5w^2) + j(9w - w^3)]$$

$$\phi_3 = \arctan[(9w - w^3) / (7.5 - 4.5w^2)] \quad (41)$$

จากสมการ(18)แก้สมการหารากของ s โดยจะแยก factor ได้ดังนี้

$$(s+2.32218535)(s^2+2(1.8389073)s+6.45943268)$$

นำสมการ(18)มาเปรียบเทียบกับสมการ(32)จะได้

$$H = W_{on} \cdot (W_{o1})^2 = 15$$

$$W_{on} = 2.32218535, W_{o1} = 2.545141399 \text{ จะได้ } Q_1 = 0.691046626$$

$$T_3 = \frac{15}{(s+2.32218583)(s^2+(2.54514/0.69104)s+(2.54514)^2)} \quad (42)$$

และจากสมการ(18)แทนค่า s ด้วย jw

$$T_3 = 15 / [(15 - 6w^2) + j(15w - w^3)]$$

$$\phi_3 = \arctan[(15w - w^3) / (15 - 6w^2)] \quad (43)$$

จากสมการ(19)แก้สมการหารากของ s โดยจะแยก factor ได้ดังนี้

$$(s+5.10722399)(s^2+2(1.1963880)s+10.27955698)$$

นำสมการ(19)มาเปรียบเทียบกับสมการ(32)จะได้

$$H = W_{on} \cdot (W_{o1})^2 = 105/4 = 26.5$$

$$W_{on} = 5.10722399, W_{o1} = 3.206174821 \text{ จะได้ } Q_1 = 1.339939393$$

$$T_3 = \frac{26.5}{(s+5.10722399)(s^2+(3.20617/1.339939)s+(3.20617)^2)} \quad (44)$$

และจากสมการ(19)แทนค่า s ด้วย jw

$$T_3 = 26.5 / [(26.5 - 7.5w^2) + j(22.5w - w^3)]$$

$$\phi_3 = \arctan[(22.5w - w^3) / (26.5 - 7.5w^2)] \quad (45)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ต่อสาธารณะ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ(20)แก้สมการหารากของ s โดยจะแยก factor ได้ดังนี้

$$s = -2.39359655+j0.7837821$$

$$s = -2.39359655-j0.7837821$$

$$s = -1.60640345+j2.38654375$$

$$s = -1.60640345-j2.38654375$$

หรือ ไปอยู่ในรูป

$$(s^2+2(2.39359)+2.5186405)^2(s^2+2(1.606403)s+(2.876825)^2)$$

นำสมการ(20)มาเปรียบเทียบกับสมการ(31)จะได้

$$H = (W_{o1})^2 \cdot (W_{o2})^2 = 105/2 = 26.5$$

$$W_{o1} = 2.518640511 \text{ จะได้ } Q_1 = 0.526120517$$

$$W_{o2} = 2.87682518 \text{ จะได้ } Q_2 = 0.895424241$$

$$T_4 = \frac{26.5}{(46)}$$

$$[(s^2+(2.5186/0.5261)s+(2.5186)^2)(s^2+(2.8768/0.8954)s+(2.8768)^2)]$$

และจากสมการ(20)แทนค่า s ด้วย jw

$$T_4 = 52.5/[(52.5-30w^2+w^4)+j(60w-w^3)]$$

$$\phi_4 = \arctan[(60w-w^3)/(52.5-30w^2+w^4)] \quad (47)$$

จากสมการ(21)แก้สมการหารากของ s โดยจะแยก factor ได้ดังนี้

$$s = -2.89621060+j0.8672341$$

$$s = -2.89621060-j0.8672341$$

$$s = -2.10378940+j2.65741804$$

$$s = -2.10378940-j2.65741804$$

หรือ ไปอยู่ในรูป

$$(s^2+2(2.89621)+3.0232649)^2(s^2+2(2.103789)s+(3.389365)^2)$$

นำสมการ(21)มาเปรียบเทียบกับสมการ(31)จะได้

$$H = (W_{o1})^2 \cdot (W_{o2})^2 = 105$$

$$W_{o1} = 3.023264936 \text{ จะได้ } Q_1 = 0.521934581$$

$$W_{o2} = 3.389365793 \text{ จะได้ } Q_2 = 0.80553828$$

$$T_4 = \frac{105}{(48)}$$

$$[(s^2+(3.0232/0.5219)s+(3.0232)^2)(s^2+(3.3893/0.8055)s+(3.3893)^2)]$$

และจากสมการ(21)แทนค่า s ด้วย jw

$$T_4 = 105/[(105-45w^2+w^4)+j(105w-10w^3)]$$

$$\phi_4 = \arctan[(105w-10w^3)/(105-45w^2+w^4)] \quad (49)$$

จากสมการ(22)แก้สมการหารากของ s โดยจะแยก factor ได้ดังนี้

$$s = -3.39802938+j0.94332463$$

$$s = -3.39802938-j0.94332463$$

$$s = -2.60197062+j2.90292842$$

$$s = -2.60197062-j2.90292842$$

หรือ ไปอยู่ในรูป

$$(s^2+2(3.39803)+(3.5265372)^2)(s^2+2(2.601971)s+(3.898364)^2)$$

นำสมการ(22)มาเปรียบเทียบกับสมการ(31)จะได้

$$H = (W_{o1})^2 \cdot (W_{o2})^2 = 189$$

$$W_{o1} = 3.526537257 \text{ จะได้ } Q_1 = 0.518909176$$

$$W_{o2} = 3.898364339 \text{ จะได้ } Q_2 = 0.749117670$$

$$T_4 = \frac{189}{(s^2+(3.5265/0.5189)s+(3.5265)^2)(s^2+(3.8983/0.7491)s+(3.8983)^2)} \quad (50)$$

และจากสมการ(22)แทนค่า s ด้วย jw

$$T_4 = 189/[(189-63w^2+w^4)+j(168w-12w^3)]$$

$$\phi_4 = \arctan[(168w-12w^3)/(189-63w^2+w^4)] \quad (51)$$

3.6 ขั้นตอนการออกแบบการแก้เฟส

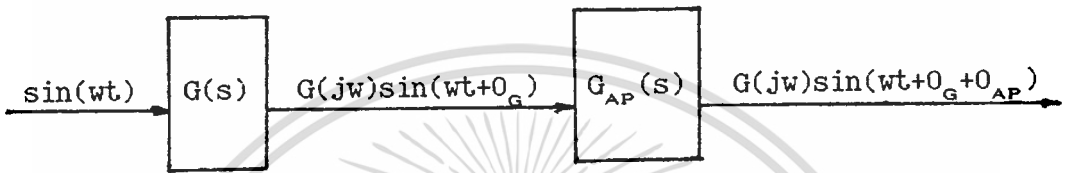
จุดประสงค์ของการแก้เฟสคือต้องการทำให้เฟสของ filter ในช่วง pass band มีคุณลักษณะเป็นเชิงเส้นมากที่สุด จึงต้องอาศัย function ของ all pass ซึ่ง zero ใน right hand plane เป็น mirror image ของ pole

พิจารณา all pass function ใน order ที่ 2 ข้างล่างนี้

$$G_{AP}(s) = \frac{s^2 - (W_{OAP}/Q_{AP})s + (W_{OAP})^2}{s^2 + (W_{OAP}/Q_{AP})s + (W_{OAP})^2} \quad (52)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และข้อมูลอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
 วิธีการ Phase equalize กระทำโดยนำ all pass function กับ low

pass function มาต่อ cascade กันตามรูป



รูปแสดง function ของ phase equalization

3.7 การหา transfer function ของ all pass filter

ต้องการให้เฟสมีคุณลักษณะเป็นเชิงเส้นมากที่สุดเท่าที่จะมากได้ ที่จุด origin $\omega = 0$ เท่ากับทำให้ time delay คงที่ ที่ $\omega = 0$

จากสมการ(31)และสมการ(32)ได้ $\theta(\omega)$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่และเป็นจำนวนคี่ ดังนี้

$$\theta_c(\omega) = - \sum_{i=1}^{n/2} \arctan[(\omega \cdot \omega_{o1} / Q_1) / (\omega_{o1}^2 - \omega^2)] \quad (54)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

$$\theta_c(\omega) = - \arctan(\omega / \omega_{on}) - \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \arctan[(\omega \cdot \omega_{o1} / Q_1) / (\omega_{o1}^2 - \omega^2)] \quad (55)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

อาศัย Maclaren's series กระจายสมการ (54)และ(55)ได้

$$\theta_c(\omega) = - \sum_{i=1}^{n/2} (\omega / \omega_{o1} Q_1) - \sum_{i=1}^{n/2} (\omega^3 / (\omega_{o1}^3 Q_1) (1 - (1/3)(Q_1)^2)) - \sum_{i=1}^{n/2} (\omega^5 / (\omega_{o1}^5 Q_1) (1 - 1/(Q_1)^2 + 1/5(Q_1)^4)) - \dots \quad (56)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

$$\theta_c(\omega) = -[(1/\omega_{on}) + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (1/\omega_{o1} Q_1)]\omega - [-(1/3)(\omega_{on})^3 + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (1/\omega_{o1}^3 Q_1) (1 - (1/3)(Q_1)^2)]\omega^3 - [(1/5)(\omega_{on})^5 + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} 1/\omega_{o1}^5 Q_1 (1 - 1/(Q_1)^2 + 1/5(Q_1)^4)]\omega^5 - \dots \quad (57)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ ทั้งสมการ(56)และสมการ(57)สามารถเขียนในรูปฟอร์มทั่วไปได้ดังนี้

$$\theta_0(w) = k_1 w + k_3 w^3 + k_5 w^5 + k_7 w^7 + \dots \quad (58)$$

ซึ่ง $\theta_0(w)$ จะเป็นเชิงเส้นได้ก็ต่อเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ k ทุกตัวยกเว้น k_1 เป็นศูนย์อาศัย all pass function order 2 ที่มีตัวแปรปรับค่าได้เพียง 2 ตัวคือ W_{OAP} และ Q_{OAP} สัมประสิทธิ์ k ที่หายไปคือ k_3 กับ $k_5 \dots$

อาศัย Maclauren's series กระจายสมการ(53) ;

$$\theta_{AP}(w) = -(2w/Q_{AP}W_{OAP}) - (2/Q_{AP}(W_{OAP})^3)(1 - (1/3(Q_{AP})^2))W^3 - (2/Q_{AP}(W_{OAP})^5)(1 - 1/(Q_{AP})^2 + 1/5(Q_{AP})^4)W^5 - \dots \quad (59)$$

และ over all phase $\theta(w)$

$$\theta(w) = \theta_0(w) + \theta_{AP}(w) \quad (60)$$

แทน (58) , (59) ใน (60) ได้

$$\theta(w) = [k_1 - \frac{2}{Q_{AP}W_{OAP}}] \cdot W + [k_3 - \frac{2}{Q_{AP}(W_{OAP})^3} (1 - \frac{1}{3(Q_{AP})^2})] \cdot W^3 + [k_5 - \frac{2}{Q_{AP}(W_{OAP})^5} (\frac{1}{(Q_{AP})^2} + \frac{1}{5(Q_{AP})^4})] \cdot W^5 \quad (61)$$

ปรับค่า W_{OAP} และ Q_{AP} เพื่อให้

$$k_3 - (2/Q_{AP}(W_{OAP})^3)(1 - 1/3(Q_{AP})^2) = 0 \quad (62)$$

$$\text{และ } k_5 - (2/Q_{AP}(W_{OAP})^5)(1 - 1/(Q_{AP})^2 + 1/5(Q_{AP})^4) = 0 \quad (62)$$

จาก (62) , (63) หา W_{OAP}

$$(Q_{AP})^{12} - (3 + 4k)(Q_{AP})^{10} + (18/5 + 20k/3)(Q_{AP})^8 - (11/5 + 40k/9)(Q_{AP})^6 + (18/25 + 40k/27)(Q_{AP})^4 - (3/25 + 20k/81)(Q_{AP})^2 + (1/125 + 4k/243) = 0 \quad (63)$$

เมื่อ $k = (k_5)^3 / (k_3)^5$

$$\text{จะได้ } W_{OAP} = \left[\frac{(3k_3(5(Q_{AP})^4 - 5(Q_{AP})^2 + 1))}{(5k_5(Q_{AP})^2(3(Q_{AP})^2 - 1))} \right]^{1/2} \quad (64)$$

หารากของสมการ นิจรรณาเฉพาะราก real ที่เกินมาก

$$Q_{AP} = 0.5393 \text{ หา } W_{OAP} \text{ จาก (64) } W_{OAP} = 1.57046$$

เมื่อได้สมการเหล่านี้ก็สามารถนำไปเขียน Program ได้โดยสรุปได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

phase ของ low pass filter ชนิด unequalize

Order 2

$$\alpha = 1 ; \quad = \arctan[2w/(1.5-w^2)]$$

$$\alpha = 2 ; \quad = \arctan[3w/(3-w^2)]$$

$$\alpha = 3 ; \quad = \arctan[4w/(5-w^2)]$$

Order 3

$$\alpha = 1 ; \quad = \arctan[(9w-w^3)/(7.5-4.5w^2)]$$

$$\alpha = 2 ; \quad = \arctan[(15w-w^3)/(15-6w^2)]$$

$$\alpha = 3 ; \quad = \arctan[(22.5w-w^3)/(26.5-7.5w^2)]$$

Order 4

$$\alpha = 1 ; \quad = \arctan[(60w-w^3)/(52.5-30w^2+w^4)]$$

$$\alpha = 2 ; \quad = \arctan[(105w-10w^3)/(105-45w^2+w^4)]$$

$$\alpha = 3 ; \quad = \arctan[(168w-12w^3)/(189-63w^2+w^4)]$$

phase ของ all pass filter ชนิด unequalize (order 2)

จากสมการ(53)และค่า W_{OAP} , Q_{AP} ที่คำนวณได้ จะได้

$$= -2*\arctan[(1.57046/5393)W/((1.57046)^2 - (W)^2)]$$

phase ของ low pass filter ที่ equalize แล้ว

$$\theta(w) = \theta_G(w) + \theta_{AP}(w)$$

3.8 การคำนวณหา phase error

สำหรับ phase error หรือ phase linearity พิจารณาจาก phase error function ซึ่งแสดงค่าแตกต่างระหว่าง actual phase กับค่าที่เริ่มจาก $w=0$

$$\theta_E(w) = \theta_a(w) - \theta_{app}(w) \quad (65)$$

$\theta_a(w)$: actual phase

$\theta_{app}(w)$: approximate phase

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

total phase error $\theta_{ET}(w)$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\theta_{ET}(w) = \theta_{EAP}(w) + \theta_{ELP}(w) \quad (66)$$

โดยที่ θ_{EAP} เป็น phase error ของ all pass function

θ_{ELP} เป็น phase error ของ unequalize low pass filter

จากสมการ(69) หา θ_{EAP} และ θ_{ELP}

$$\theta_{EAP} = - \frac{2W}{Q_{AP} W_{OAP}} + 2 \arctan \left[\frac{W \cdot W_{OAP} / Q_{AP}}{(W_{OAP})^2 - (W)^2} \right] \quad (67)$$

แทนค่า W_{OAP} และ Q_{AP}

$$= - \frac{2W}{(0.54)(1.57)} + 2 \arctan \left[\frac{W \cdot 1.57 / 0.54}{(1.57)^2 - (W)^2} \right] \quad (67)$$

และค่าของ θ_{ELP} คู่และ θ_{ELP} คู่จะมีค่าดังสมการ

$$\theta_{ELP} = - \sum_{i=1}^{n/2} \frac{W}{Q_1 \cdot W_{o1}} + \sum_{i=1}^{n/2} \arctan \frac{W \cdot W_{o1} / Q_1}{(W_{o1})^2 - (W)^2} \quad (68)$$

$$\theta_{ELP} = - \frac{W}{W_{on}} - \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \frac{W}{Q_1 \cdot W_{o1}} + \arctan \frac{W}{W_{on}} + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \arctan \frac{W \cdot W_{o1} / Q_1}{(W_{o1})^2 - (W)^2} \quad (69)$$

n เป็นจำนวนเลขคี่

ที่ order 2

alpha = 1 จาก $W_{o1} = (3/2)^{1/2}$, $Q_1 = 0.6123724$ และสมการ(69)จะได้

$$= - \frac{W}{0.61 \cdot 1.22} + \arctan \frac{W \cdot 1.22 / 0.61}{(1.22)^2 - (W)^2}$$

alpha = 2 จาก $W_{o1} = (3)^{1/2}$, $Q_1 = 1/(3)^{1/2}$ จะได้

$$= - \frac{W}{0.577 \cdot 1.732} + \arctan \frac{W \cdot 1.732 / 0.577}{(1.732)^2 - (W)^2}$$

alpha = 3 จาก $W_{o1} = 2.030598963$, $Q_1 = 0.757380153$ จะได้

$$= - \frac{W}{0.75 \cdot 2.03} + \arctan \frac{W \cdot 2.03 / 0.75}{(2.03)^2 - (W)^2}$$

ที่ order 3

alpha = 1 จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

$W_{on} = 1.81891713$, $W_{o1} = 2.030598963$, $Q_1 = 0.757380153$ จะได้

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดเบสลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= - W - \frac{W}{W_{on}} + \arctan(W) + \arctan \frac{W \cdot 2.03 / 0.75}{(2.03)^2 - (W)^2}$$

alpha = 2 จาก

$$W_{on} = 2.32218535, W_{o1} = 2.545141399, Q_1 = 0.691046626 \text{ จะได้}$$

$$= -\frac{W}{2.322} - \frac{W}{0.69 \times 2.54} + \arctan\left(\frac{W}{2.32}\right) + \arctan\left(\frac{W \times 2.54 / 0.69}{(2.54)^2 - (W)^2}\right)$$

alpha = 3 จาก

$$W_{on} = 5.10722399, W_{o1} = 3.206174821, Q_1 = 1.339939393 \text{ จะได้}$$

$$= -\frac{W}{5.11} - \frac{W}{3.21 \times 1.34} + \arctan\left(\frac{W}{5.11}\right) + \arctan\left(\frac{W \times 3.21 / 1.34}{(3.21)^2 - (W)^2}\right)$$

ที่ order 4

alpha = 1 จาก $W_{o1} = 2.518640511, Q_1 = 0.526120517$
 $W_{o2} = 2.87682518, Q_2 = 0.895424241$ จะได้

$$= -\frac{W}{0.526 \times 2.518} + \arctan\left(\frac{W \times 2.518 / 0.526}{(2.518)^2 - (W)^2}\right)$$

$$- \frac{W}{0.895 \times 2.876} + \arctan\left(\frac{W \times 2.876 / 0.895}{(2.876)^2 - (W)^2}\right)$$

alpha = 2 จาก $W_{o1} = 3.023264936, Q_1 = 0.521934581$
 $W_{o2} = 3.389365793, Q_2 = 0.80553828$ จะได้

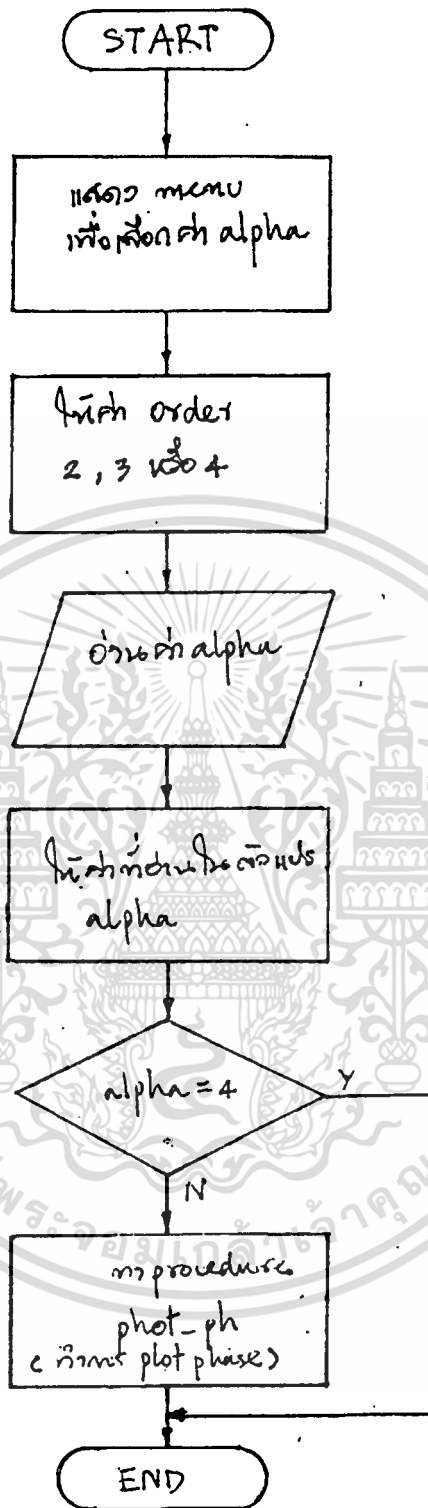
$$= -\frac{W}{3.023 \times 0.522} + \arctan\left(\frac{W \times 3.023 / 0.522}{(3.023)^2 - (W)^2}\right)$$

$$- \frac{W}{0.805 \times 3.389} + \arctan\left(\frac{W \times 3.389 / 0.805}{(3.389)^2 - (W)^2}\right)$$

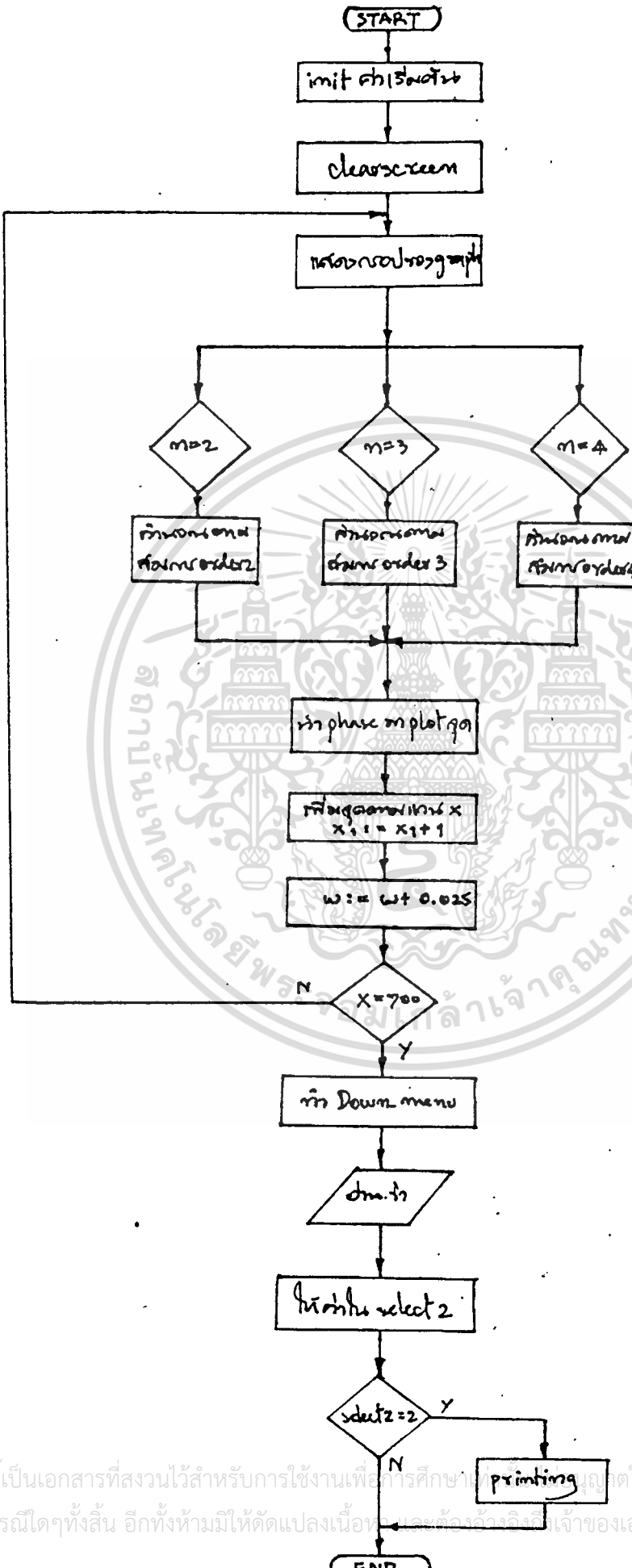
alpha = 3 จาก $W_{o1} = 3.526537257, Q_1 = 0.518909176$
 $W_{o2} = 3.898364339, Q_2 = 0.749117670$ จะได้

$$= -\frac{W}{0.519 \times 3.526} + \arctan\left(\frac{W \times 3.526 / 0.519}{(3.526)^2 - (W)^2}\right)$$

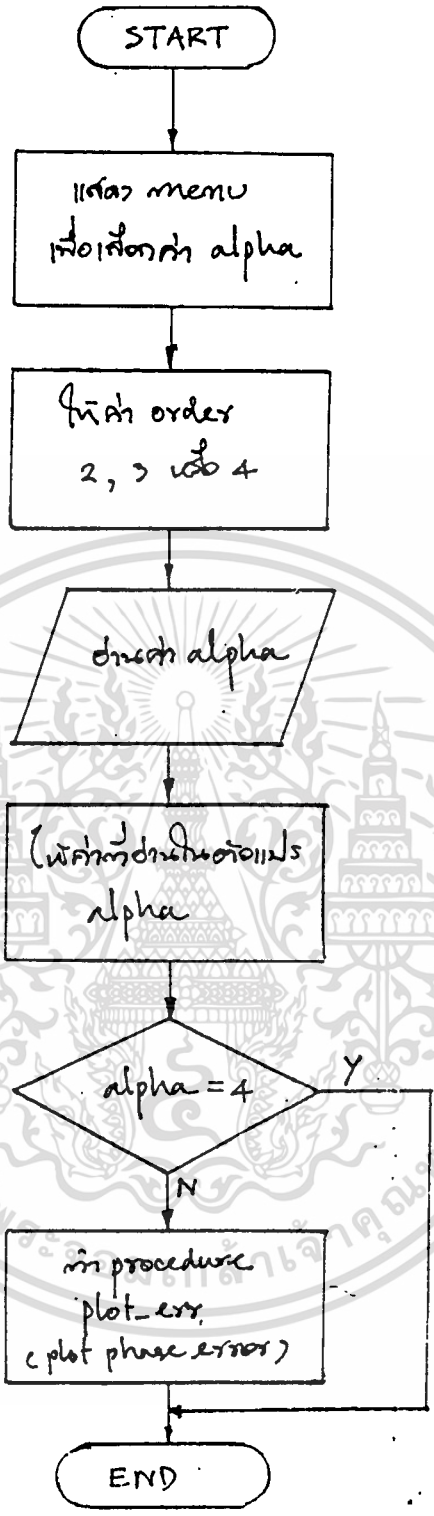
$$- \frac{W}{0.749 \times 3.898} + \arctan\left(\frac{W \times 3.898 / 0.749}{(3.898)^2 - (W)^2}\right)$$



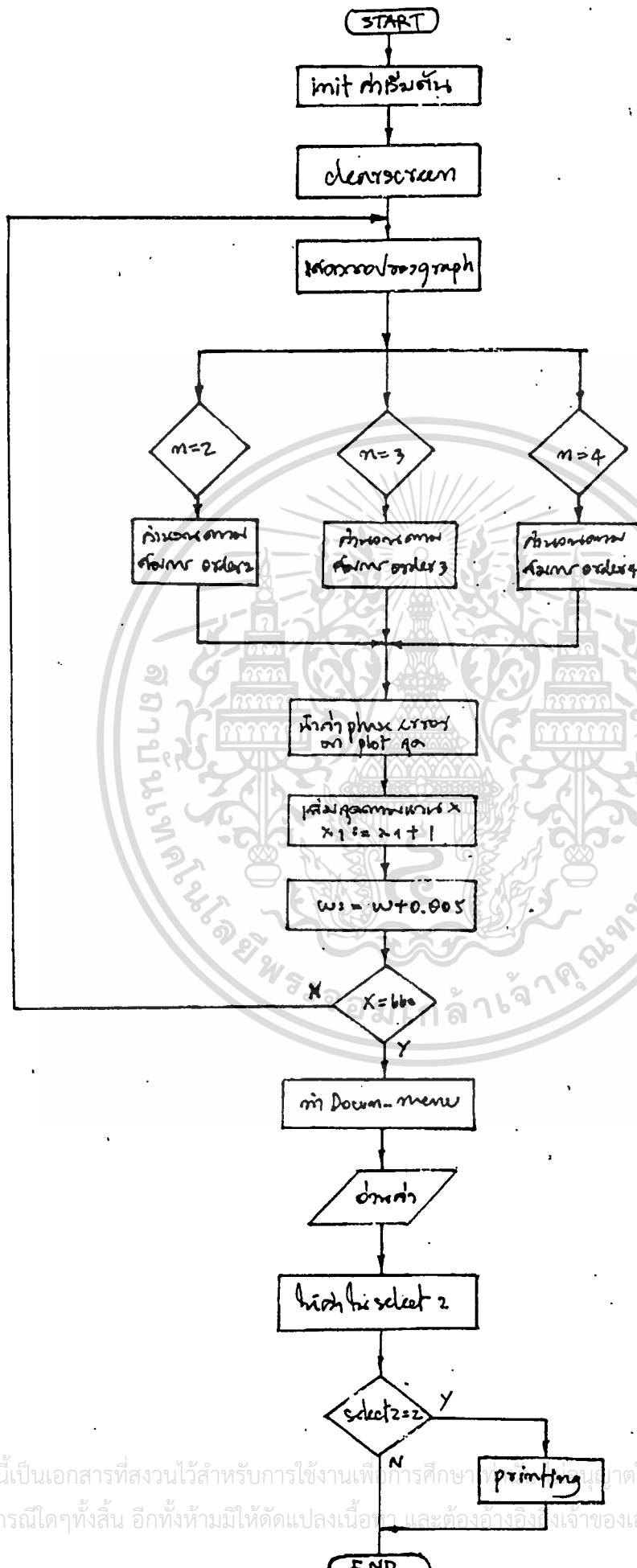
FLOW CHART ของ procedure ph-n2, ph-n3 และ ph-n4



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาและวิจัยเท่านั้น ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาหรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



FLOW CHART ของ procedure err_m2, err_m3 และ err_m4



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพียงการศึกษาเท่านั้น กรุณาอย่าเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
PROGRAM project2(input,output);
```

```
USES crt,graph,prt,plotft;
```

```
VAR
```

```
    GraphMode : integer;
```

```
    GraphDriver : integer ;
```

```
    Selection : integer ;
```

```
    IOcode :integer ;
```

```
    a      : integer;
```

```
    G,w    : real;
```

```
Function power(x,n:real):real;
```

```
begin
```

```
    power := exp(ln(x)*n);
```

```
    if n=0 then power:=1 ;
```

```
end;
```

```
Procedure Main_Menu;
```

```
begin
```

```
    ClearDevice;
```

```
    SetViewPort(0,0,GetMaxX,GetMaxY,true);
```

```
    Rectangle(119,49,581,347);
```

```
    SetViewPort(140,50,580,330,true);
```

```
    OutTextxy(50,20,'GENERALIZED BESSEL FILTER RESPONSE');
```

```
    OutTextxy(70,58,'1) Phase equalized of order 2');
```

```
    OutTextxy(70,86,'2) Phase equalized of order 3');
```

```
    OutTextxy(70,114,'3) Phase equalized of order 4');
```

```
    OutTextxy(70,142,'4) Phase error equalized of order 2');
```

```
    OutTextxy(70,170,'5) Phase error equalized of order 3');
```

```
    OutTextxy(70,198,'6) Phase error equalized of order 4');
```

```
    OutTextxy(70,220,'Q : Quit');
```

```
    OutTextxy(70,248,'Enter your selection');
```

```
end;
```

```

Function Select : integer;
Var ch : char ;
begin
  Repeat
    ch := Readkey;
    Case ch of
      '1' : Select := 1 ;
      '2' : Select := 2 ;
      '3' : Select := 3 ;
      '4' : Select := 4 ;
      '5' : Select := 5 ;
      '6' : Select := 6 ;
      'Q' : Select := 7 ;
      'q' : Select := 7 ;
    end;
  Until ch in ['1','2','3','4','5','6','Q','q'];
end;

Procedure Menu;
begin
  ClearDevice;
  SetViewPort(0,0,GetMaxX,GetMaxY,true);
  Rectangle(119,49,581,301);
  SetViewPort(140,50,580,300,true);
  OutTextxy(140,20,'Please chose ALPHA ');
  OutTextxy(160,58,'1) ALPHA = 1');
  OutTextxy(160,86,'2) ALPHA = 2');
  OutTextxy(160,114,'3) ALPHA = 3');
  OutTextxy(160,142,'Q : Quit');
  OutTextxy(140,200,'Enter your selection');

```

```
Var ch : char;
```

```
begin
```

```
  Repeat
```

```
    ch:= Readkey ;
```

```
    Case ch of
```

```
      '1' : Select1 :=1;
```

```
      '2' : Select1 :=2;
```

```
      '3' : Select1 :=3;
```

```
      'Q' : Select1 :=4;
```

```
      'q' : Select1 :=4;
```

```
    end;
```

```
  Until ch in ['1','2','3','Q','q'];
```

```
end;
```

```
Procedure Initph(order,alpha:integer);
```

```
var i,j : integer ;
```

```
  s_order,s_alpha : string[5] ;
```

```
begin
```

```
  Rectangle(140,0,700,270);
```

```
  OutTextxy(40,5,'PHASE');
```

```
  OutTextxy(32,15,'(degree)');
```

```
  OutTextxy(92,0,' 0 ');
```

```
  OutTextxy(92,42,' -30 -');
```

```
  OutTextxy(92,87,' -60 -');
```

```
  OutTextxy(92,135,' -90 -');
```

```
  OutTextxy(92,177,'-120 -');
```

```
  OutTextxy(92,222,'-150 -');
```

```
  OutTextxy(92,267,'-180 -');
```

```
  j := 21;
```

```
  while j < 260 do
```

```
    begin
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

```
    line(141,j,145,j);
```

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    j := j+45;
```

```

end;
OutTextxy(127,285,' 0');
OutTextxy(167,285,'0.1');
OutTextxy(207,285,'0.2');
OutTextxy(247,285,'0.3');
OutTextxy(287,285,'0.4');
OutTextxy(327,285,'0.5');
OutTextxy(367,285,'0.6');
OutTextxy(407,285,'0.7');
OutTextxy(447,285,'0.8');
OutTextxy(487,285,'0.9');
OutTextxy(527,285,' 1');
OutTextxy(567,285,'1.1');
OutTextxy(607,285,'1.2');
OutTextxy(647,285,'1.3');
OutTextxy(687,285,'1.4');
OutTextxy(630,300,' W(RAD/SEC)');
OutTextxy(260,315,'GENERALIZED BESSEL FILTER order alpha');
str(order,s_order);str(alpha,s_alpha);
OutTextxy(527,315,s_order);
OutTextxy(592,315,s_alpha);
i:=140;
while i <= 700 do
begin
    line(i,265,i,270);
    i:=i+40;
end;
end;

```

Procedure Down_Menu;

```

begin
    SetViewPort(20,339,719,347,true);
    Moveto(270,0);

```

```

OutText('[1] : Menu');
OutText('      [2] : Print');
SetViewPort(0,0,GetMaxX,GetMaxY,true);
end;

```

```

Function Select2 : integer;

```

```

Var ch : char ;

```

```

begin

```

```

  ch := Readkey;

```

```

  Repeat

```

```

    Case ch of

```

```

      '1' : Select2 := 1;

```

```

      '2' : Select2 := 2;

```

```

    end;

```

```

  Until ch in ['1','2'];

```

```

end;

```

```

Procedure cal(var G,A,P : integer ;num,w:real);

```

```

var ap : real;

```

```

  G1 ,G11 : real;

```

```

  A1,A11 : real;

```

```

begin

```

```

  G1:= arctan(num);

```

```

  if G1<0 then G11:=(G1*1260/22)+180

```

```

  else G11:=(G1*1260)/22;

```

```

  G := Round(G11*1.5);

```

```

  ap:= (1.57046*w/0.5393)/(sqr(1.57046)-sqr(w));

```

```

  A1:=2*arctan(ap);

```

```

  if A1<0 then A11:=(A1*180/pi)+180

```

```

  else A11:=(A1*180/pi);

```

```

  A:= Round(A11*1.5);

```

```

  P:=G+A;

```

```

  if P>=270 then P:=270;

```

end;

Procedure order2(var G,A,P:integer;alpha:integer; w:real);

var num : real;

al : integer;

begin

al:=alpha;

if al=1 then num := (2*w) / (1.5 - sqr(w))

else if al=2 then num := ((3*w) / (3 - sqr(w)))

else if al=3 then num := ((4*w) / (5 - sqr(w)));

cal(G,A,P,num,w);

end;

Procedure order3(var G,A,P:integer; alpha:integer ; w:real);

var num : real;

al : integer;

begin

al:=alpha;

if al=1 then num := ((9*w - sqr(w)*w) / (7.5 - 4.5*sqr(w)))

else if al=2 then num := ((15*w - sqr(w)*w) / (15 - 6*sqr(w)))

else if al=3 then num := ((22.5*w - sqr(w)*w) / (52 - 7.5*sqr(w)));

cal(G,A,P,num,w);

end;

Procedure order4(var G,A,P:integer; alpha:integer ;w:real);

var num : real ;

al : integer;

begin

al:=alpha;

if al=1 then num:=((60*w-sqr(w)*w)/(105/2 -30*sqr(w)+sqr(w)*sqr(w)))

else if al=2 then num:=(105*w-10*sqr(w)*w)/(105-45*sqr(w)+sqr(w)*sqr(w))

else if al=3 then num:=(168*w-12*sqr(w)*w)/(189-63*sqr(w)+sqr(w)*sqr(w));

cal(G,A,P,num,w);

end;

Procedure plot_ph(alpha,order:integer);

Var w : real;

al,x1,G,A,P : integer ;

n :integer;

begin

w:=0 ; al:=alpha ; x1:=140 ;

G:=0; A:=0;

P:=0;n:=order;

setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,true);

clearviewport;

Repeat

initph(n,al);

if n = 2 then order2(G,A,P,al,w)

else if n = 3 then order3(G,A,P,al,w)

else if n = 4 then order4(G,A,P,al,w);

putpixel(x1,G,1);

putpixel(x1,A,1);

putpixel(x1,P,1);

x1:= x1+1 ;

w:= w+0.0025;

Until x1=700;

OutTextxy(290,180,'Equalized');

OutTextxy(300,195,'LOW PASS');

OutTextxy(510,160,'ALL PASS');

OutTextxy(540,57,'LOW PASS');

Repeat

Down_Menu ;

Selection := Select2;

Case Selection of

2 : Printing;

end;

```
Until Selection = 1;
end;
```

```
Procedure Ph_n2 ;
var alpha,order : integer;
begin
```

```
    Menu; order := 2;
    alpha:=select1;
    if alpha <> 4 then
        plot_ph(alpha,order);
```

```
end;
```

```
Procedure Ph_n3 ;
var alpha,order : integer;
```

```
begin
```

```
    Menu;order := 3 ;
    alpha:=select1;
    if alpha <> 4 then
        plot_ph(alpha,order);
```

```
end;
```

```
Procedure Ph_n4 ;
```

```
var alpha,order : integer;
```

```
begin
```

```
    Menu; order := 4;
    alpha:=select1;
    if alpha <> 4 then
        plot_ph(alpha,order);
```

```
end;
```

```
Procedure initerr(order,alpha:integer);
```

```
var i:integer;
```

```
    s_order,s_alpha : string[5] ;
```

begin

```

Rectangle(140,0,660,280);
OutTextxy(40,5,'PHASE');
OutTextxy(40,15,'ERROR');
OutTextxy(30,25,'(degree)');
OutTextxy(100,0,'+20  ');
OutTextxy(100,37,'+15  -');
OutTextxy(100,77,'+10  -');
OutTextxy(100,117,' +5  -');
OutTextxy(100,157,' 0  -');
OutTextxy(100,197,' -5  -');
OutTextxy(100,237,'-10  -');
OutTextxy(100,277,'-15  -');
OutTextxy(140,295,'0  ');
OutTextxy(180,295,'0.2');
OutTextxy(220,295,'0.4');
OutTextxy(260,295,'0.6');
OutTextxy(300,295,'0.8');
OutTextxy(340,295,'1.0');
OutTextxy(380,295,'1.2');
OutTextxy(420,295,'1.4');
OutTextxy(460,295,'1.6');
OutTextxy(500,295,'1.8');
OutTextxy(540,295,'2.0');
OutTextxy(580,295,'2.2');
OutTextxy(620,295,'2.4');
OutTextxy(660,295,'2.6');
OutTextxy(635,310,'W(RAD/SEC)');
OutTextxy(220,325,'GENERALIZED BESSEL FILTER  order  alpha');
str(order,s_order);str(alpha,s_alpha);
OutTextxy(488,325,s_order);
OutTextxy(551,325,s_alpha);

```

```

while i <= 660 do
begin
  line(i,275,i,280);
  i:=i+40 ;
end;
end;

```

```

Procedure cal_err(var Elp,Eap,Et : integer ; Eo,w : real);
var ap1,ap2,Ea :real ;
begin
  Elp := Round(161-(8*Eo));
  ap1 := (2*w)/(0.5393*1.57046);
  ap2 := (w*1.57046/0.5393)/(sqr(1.57046)-sqr(w));
  Ea := (- ap1 + (2*arctan(ap2))*180/pi ;
  if Ea < -360 then Ea := Ea+360 ;
  Eap := Round(160+(8*abs(Ea)));
  if Eap >= 280 then
begin
  Et := (Elp + Eap) div 2 ;
  if Elp > 280 then Elp := 280;
  Eap := 280;
end
else Et := (Elp + Eap) div 2 ;
if Et >= 280 then
  Et := 280 ;
end;

```

```

Procedure err2 (var Elp,Eap,Et:integer;alpha:integer;w:real);
var al :integer;
    w21,w22,w23 :real;

```

เอกสารนี้เป็น **Eo:real** ;ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ **begin** คิดทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

al := alpha ;

```

```

if al = 1 then
begin
  w21 := (w*1.2247/0.61237)/(sqr(1.2247)-sqr(w));
  Eo := (- w/(0.61237*1.2247) + arctan(w21))*180/pi;
  if Eo < -180 then Eo := Eo + 180 ;
end
else if al = 2 then
begin
  w22 := (w*3)/(3-sqr(w));
  Eo := (- w + arctan(w22))*180/pi;
  if Eo < -180 then Eo := Eo + 180 ;
end
else if al = 3 then
begin
  w23 := (w*4)/(5-sqr(w));
  Eo := (- (w*4/5) + arctan(w23))*180/pi;
  if Eo < -180 then Eo := Eo + 180 ;
end;
cal_err(Elp,Eap,Et,Eo,w);
end;

```

```

Procedure err3(var Elp,Eap,Et:integer;alpha:integer;w:real);

```

```

var al : integer ;

```

```

  w31,w32,w33,w34,w35 : real ;

```

```

  Eo : real ;

```

```

begin

```

```

al := alpha ;

```

```

if al = 1 then

```

```

begin

```

```

  w31 := w/1.81892;

```

```

  w33 := (w*2.0306/0.75738)/(sqr(2.0306)-sqr(w));

```

```

  w32 := w/(0.75738*2.0306);

```

```

{ w31 := w/1.2299 ;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของกรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพาณิชย์ หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างสูง และขอสงวนสิทธิ์ในข้อมูลที่มีอยู่

ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างสูง และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

w32 := w/(1.25182*0.5879);
w33 := (w*1.25182/0.5879)/(sqr(1.25182)-sqr(w));
w34 := w/(1.32946*1.16005);
w35 := (w*1.32946/1.16005)/(sqr(1.32946)-sqr(w));
if Eo < 0 then Eo := Eo+180 ;
if Eo < 0 then Eo := Eo+180;}
end
else if al = 2 then
begin
w31 := w/2.32218;
w33 := (w*2.54154/0.69105)/(sqr(2.54154)-sqr(w));
w32 := w/(2.54154*0.69105);
end
else if al = 3 then
begin
w31 := w/5.10722399 ;
w33 := (w*3.206174821/1.339939393)/(sqr(3.206174821)-sqr(w));
w32 := w/(3.206174821*1.339939393);
end;
Eo := (-w31-w32+arctan(w31)+arctan(w33))*180/pi;
if Eo < -180 then Eo := Eo + 180 ;
cal_err(Elp,Eap,Et,Eo,w);
end;

```

```

Procedure err4(var Elp,Eap,Et :integer ; alpha:integer ; w:real );

```

```

var al : integer ;

```

```

w01,w02,w41,w42 : real ;

```

```

Eo : real ;

```

```

begin

```

```

al := alpha ;

```

```

if al = 1 then

```

```

begin

```

```

w01 := w/(2.518640511*0.526120517);

```

```

w41 := (w*2.518640511/0.526120517)/(sqr(2.518640511)-sqr(w));
w02 := w/(2.87682518*0.895424241);
w42 := (w*2.87682518/0.895424241)/(sqr(2.87682518)-sqr(w));
Eo := (- w01 + arctan(w41) - w02 + arctan(w42))*180/pi;
if Eo < -180 then Eo := Eo + 180 ;
if Eo < 0 then Eo := Eo + 180 ;
end
else if al = 2 then
begin
w01 := w/(3.023264936*0.521934581);
w41 := (w*3.023264936/0.521934581)/(sqr(3.023264936)-sqr(w));
w02 := w/(3.389365793*0.80553828);
w42 := (w*3.389365793/0.80553828)/(sqr(3.389365793)-sqr(w));
Eo := (- w01 + arctan(w41) - w02 + arctan(w42))*180/pi;
if Eo > 0 then Eo := Eo - 180 ;
end
else if al = 3 then
begin
w01 := w/(3.526537257*0.518909176);
w41 := (w*3.526537257/0.518909176)/(sqr(3.526537257)-sqr(w));
w02 := w/(3.898364339*0.74911767);
w42 := (w*3.898364339/0.74911767)/(sqr(3.898364339)-sqr(w));
Eo := (- w01 + arctan(w41) - w02 + arctan(w42))*180/pi;
end;
cal_err(Elp,Eap,Et,Eo,w);
end;

Procedure plot_err( alpha,order:integer );
Var w : real;
al,x1,Elp,Eap,Et : integer ;
n : integer;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะในรูปแบบใดก็ตาม; al:=alpha; ด้ดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

x1:=140 ; n := order ;
Elp:=0; Eap:=0; Et:=0;
setviewport(0,0,getmaxx,getmaxy,true);
clearviewport;
Repeat
  initerr(n,al);
  if n = 2 then err2(Elp,Eap,Et,al,w)
  else if n = 3 then err3(Elp,Eap,Et,al,w)
  else if n = 4 then err4(Elp,Eap,Et,al,w);
  putpixel(x1,Elp,1);
  putpixel(x1,Eap,1);
  putpixel(x1,Et,1);
  x1:= x1+1 ;
  w:= w+0.005 ;
Until x1=660;
OutTextxy(280,220,'Eap');
if n = 2 then
begin
OutTextxy(390,220,'Et');
if alpha = 1 then OutTextxy(448,220,'Elp')
else OutTextxy(483,220,'Elp');
end;
if n = 3 then
begin
OutTextxy(423,220,'Et');
if alpha = 3 then OutTextxy(520,100,'Elp')
else OutTextxy(520,195,'Elp');
end;
if n = 4 then
begin
OutTextxy(415,220,'Et');
OutTextxy(530,175,'Elp');

```

```

Repeat
  Down_Menu ;
  Selection := Select2;
  Case Selection of
    2 : Printing;
    end;
  Until Selection = 1;
end;

```

```

Procedure Err_n2 ;
var alpha,order : integer;
begin
  Menu; order:=2;
  alpha:=select1;
  if alpha <> 4 then
    plot_err(alpha,order);
  end;

```

```

Procedure Err_n3 ;
var alpha,order : integer;
begin
  Menu; order := 3 ;
  alpha:=select1;
  if alpha <> 4 then
    plot_err(alpha,order);
  end;

```

```

Procedure Err_n4 ;
var alpha,order : integer;
begin

```

```

  Menu; order := 4 ;

```

```

  alpha:=select1;

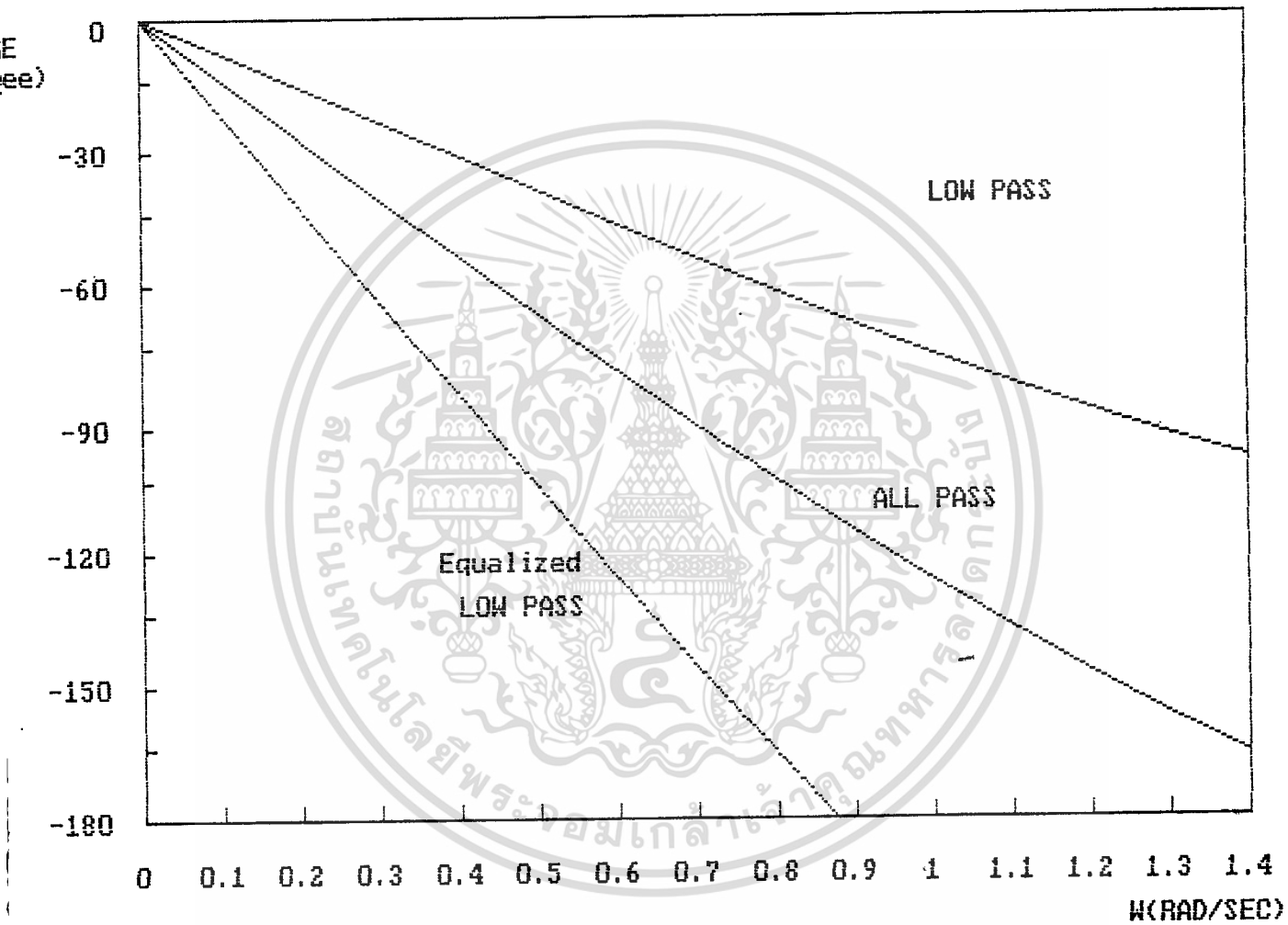
```

```

  if alpha <> 4 then

```

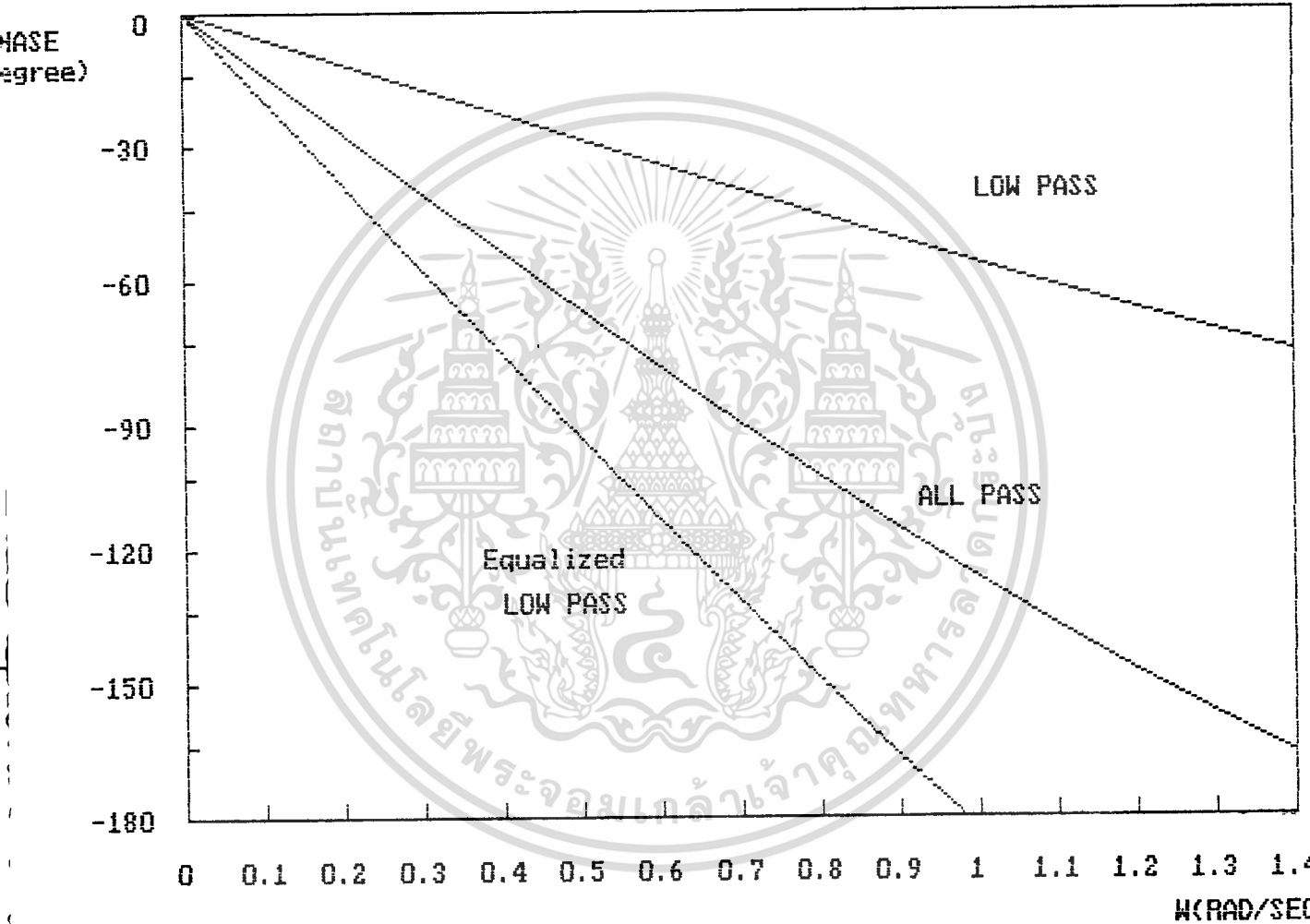
เอกสารนี้เป็นเอกสารหลวงไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



GENERALIZED BESSEL FILTER order 2 alpha 1

[1] : Menu

[2] : Print

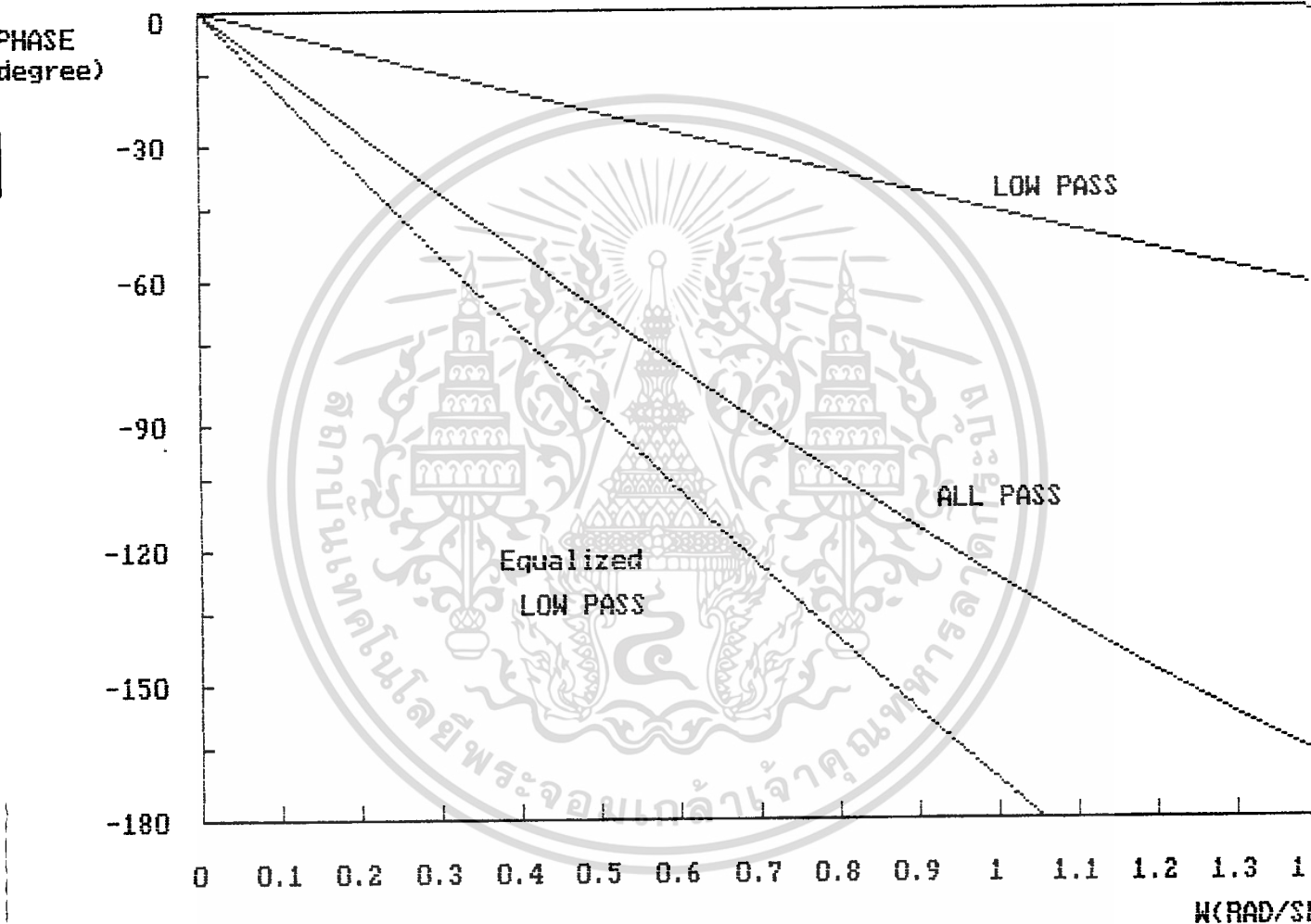


GENERALIZED BESSEL FILTER order 2 alpha 2

[1] : Menu

[2] : Print

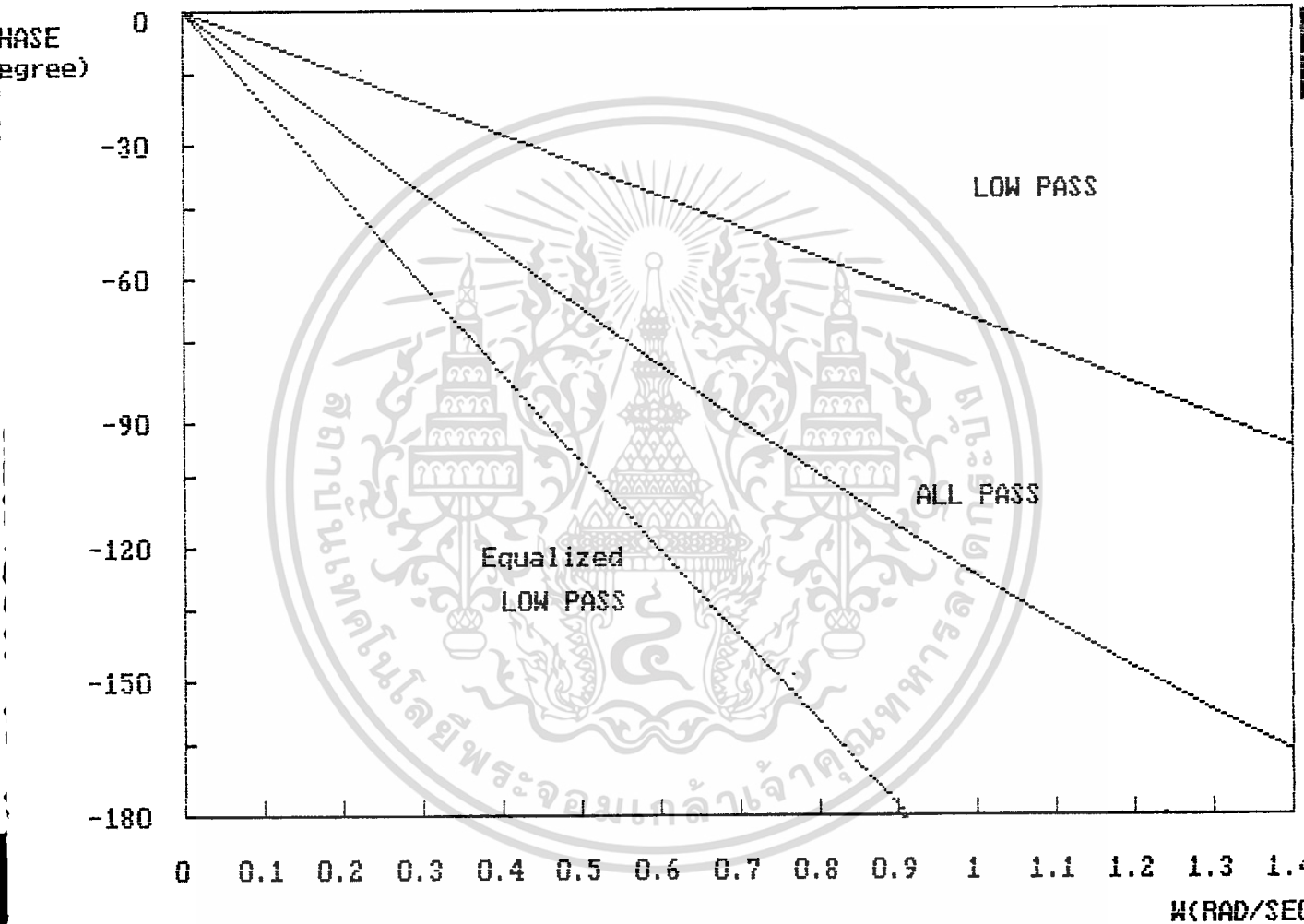
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



GENERALIZED BESSEL FILTER order 2 alpha 3

[1] : Menu

[2] : Print

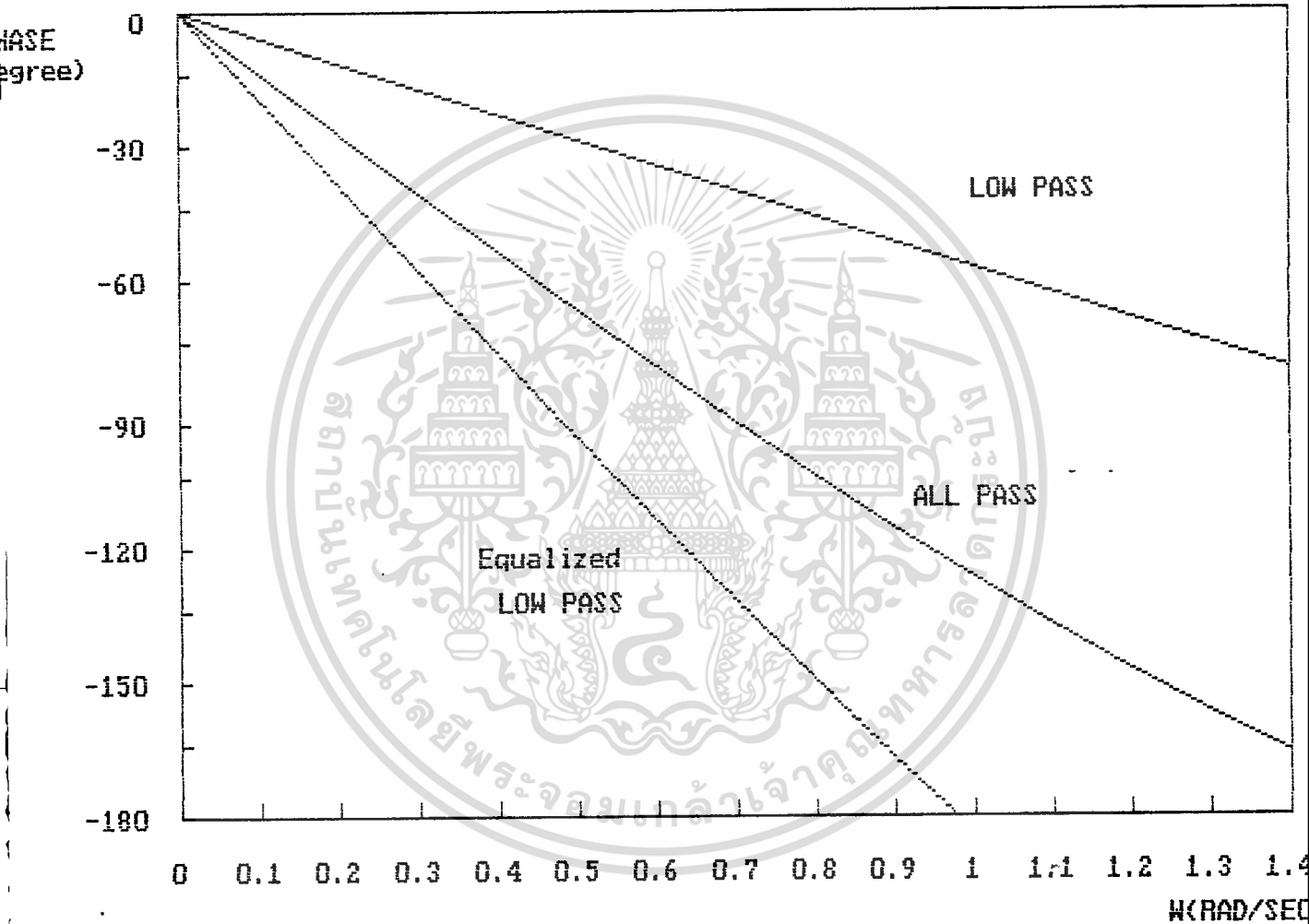


GENERALIZED BESSEL FILTER order 3 alpha 1

[1] : Menu

[2] : Print

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

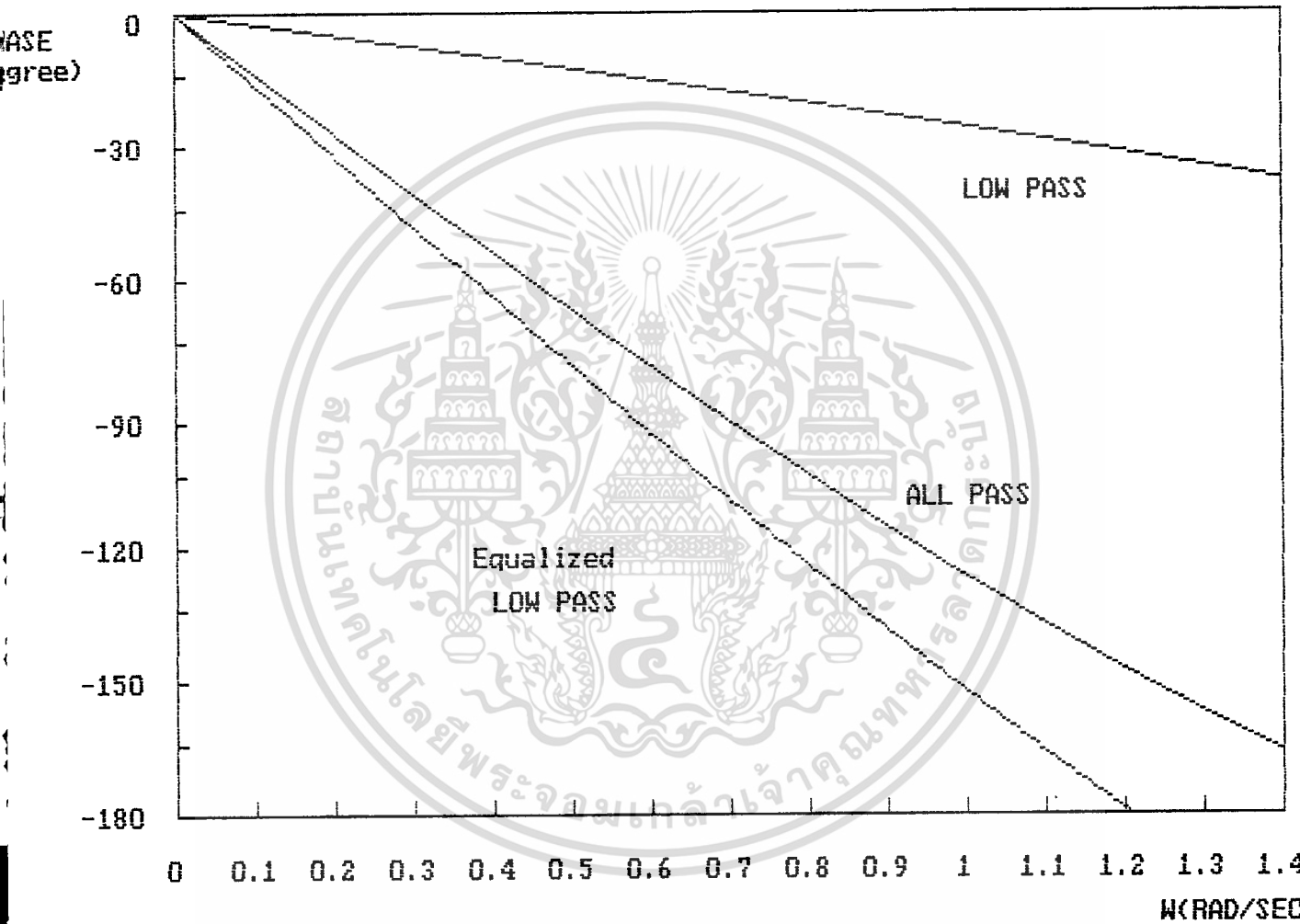


GENERALIZED BESSEL FILTER order 3 alpha 2

[1] : Menu

[2] : Print

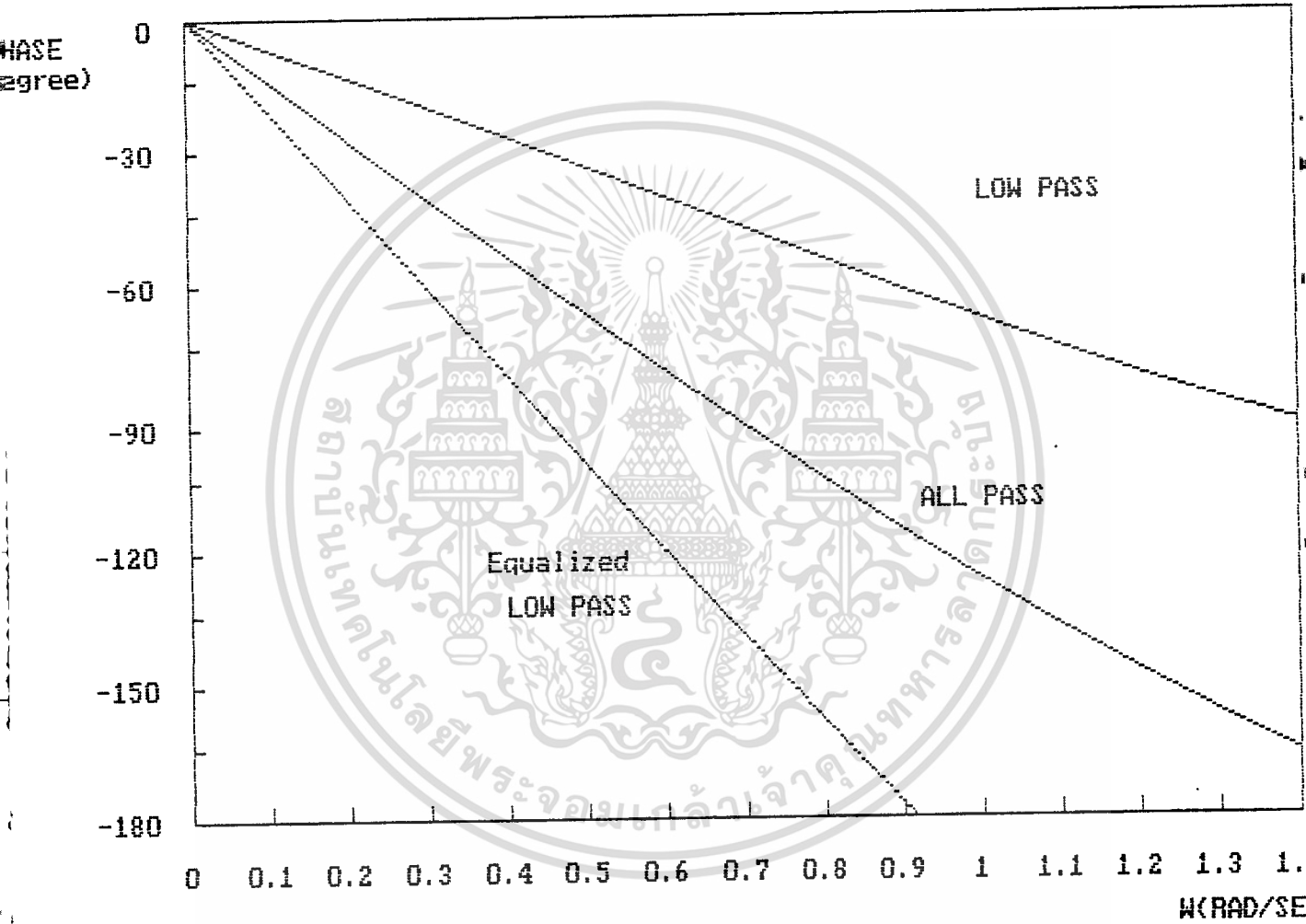
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



GENERALIZED BESSEL FILTER order 3 alpha 3

[1] : Menu

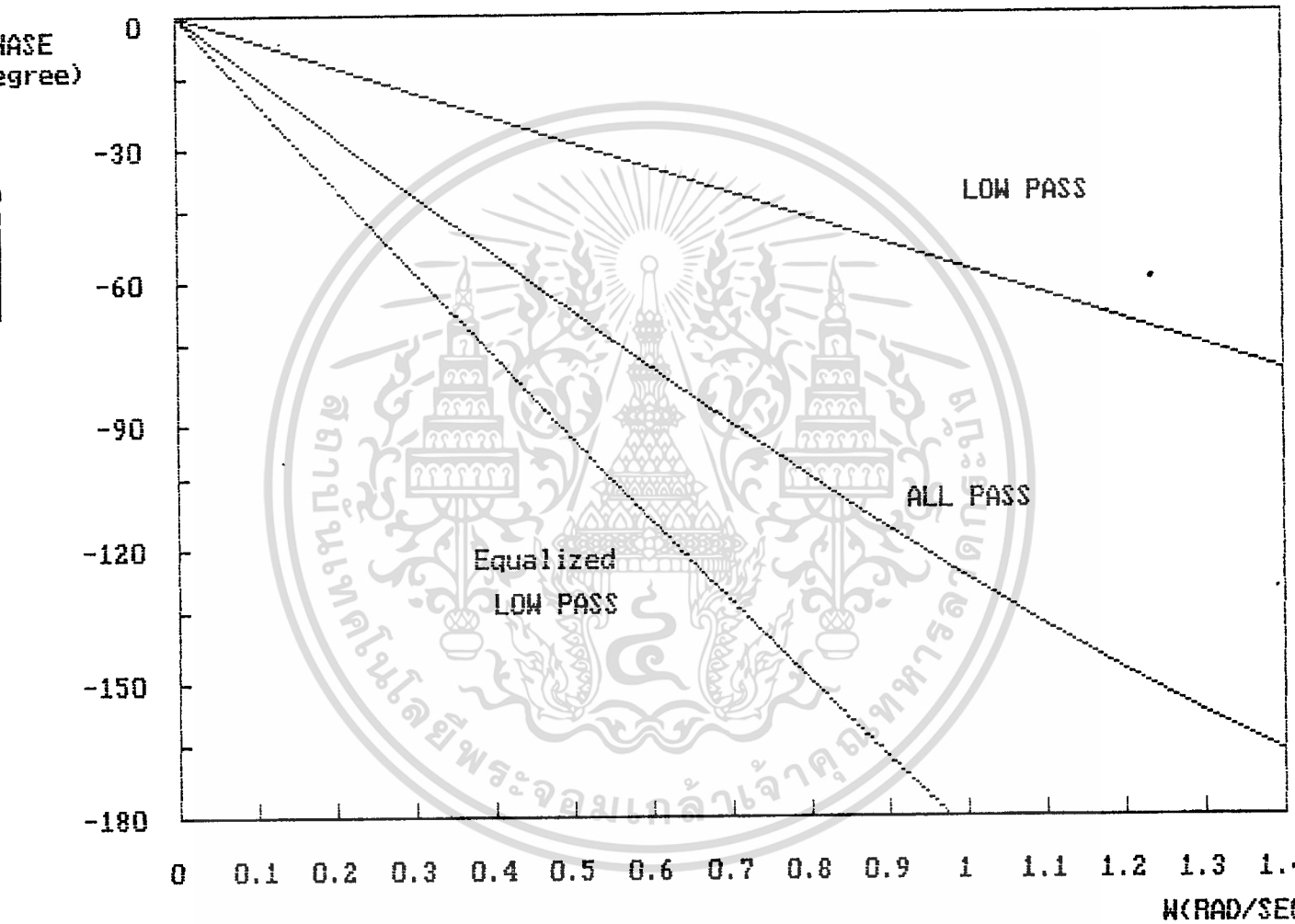
[2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 4 alpha 1

[1] : Menu

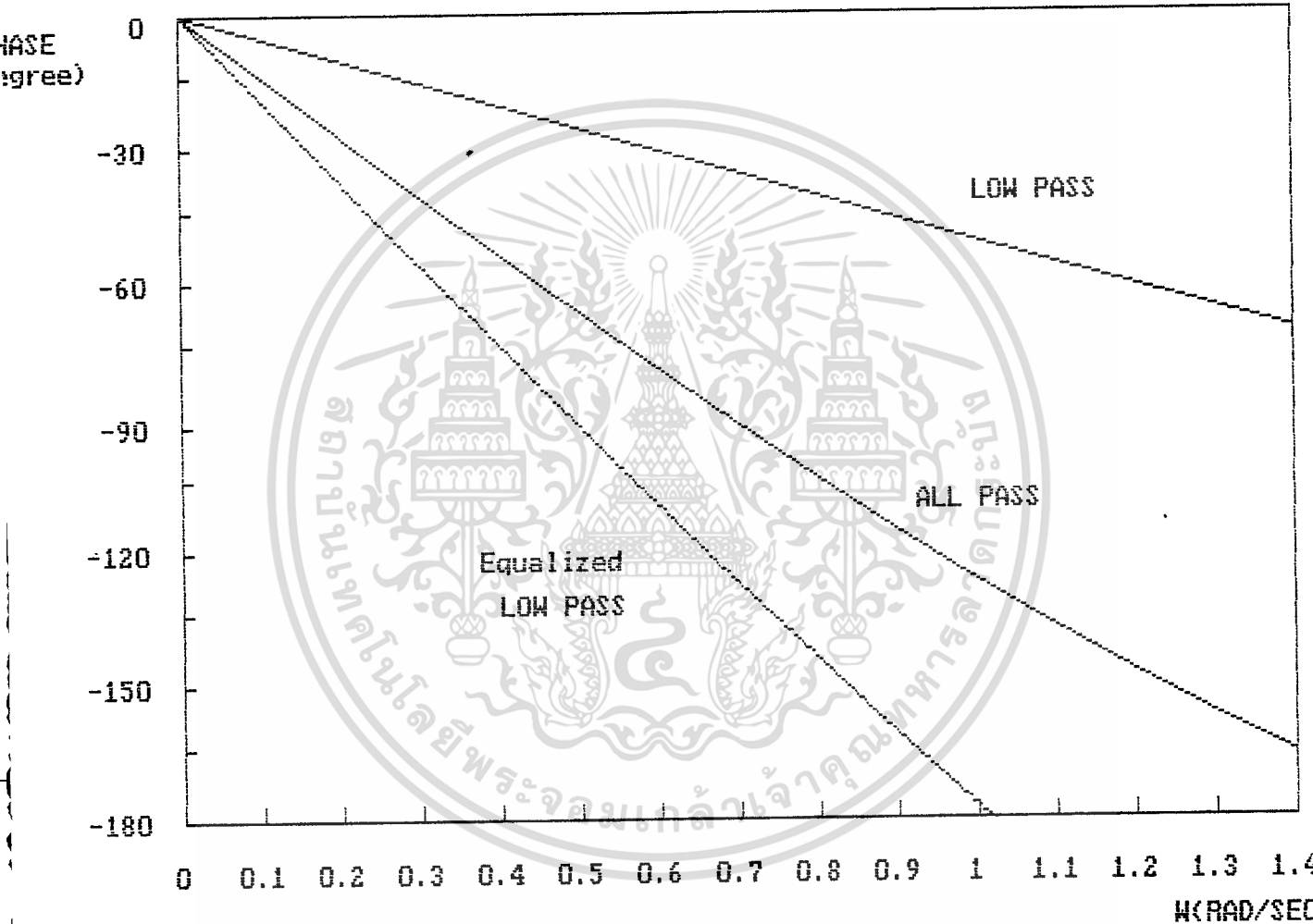
[2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 4 alpha 2

[1] : Menu

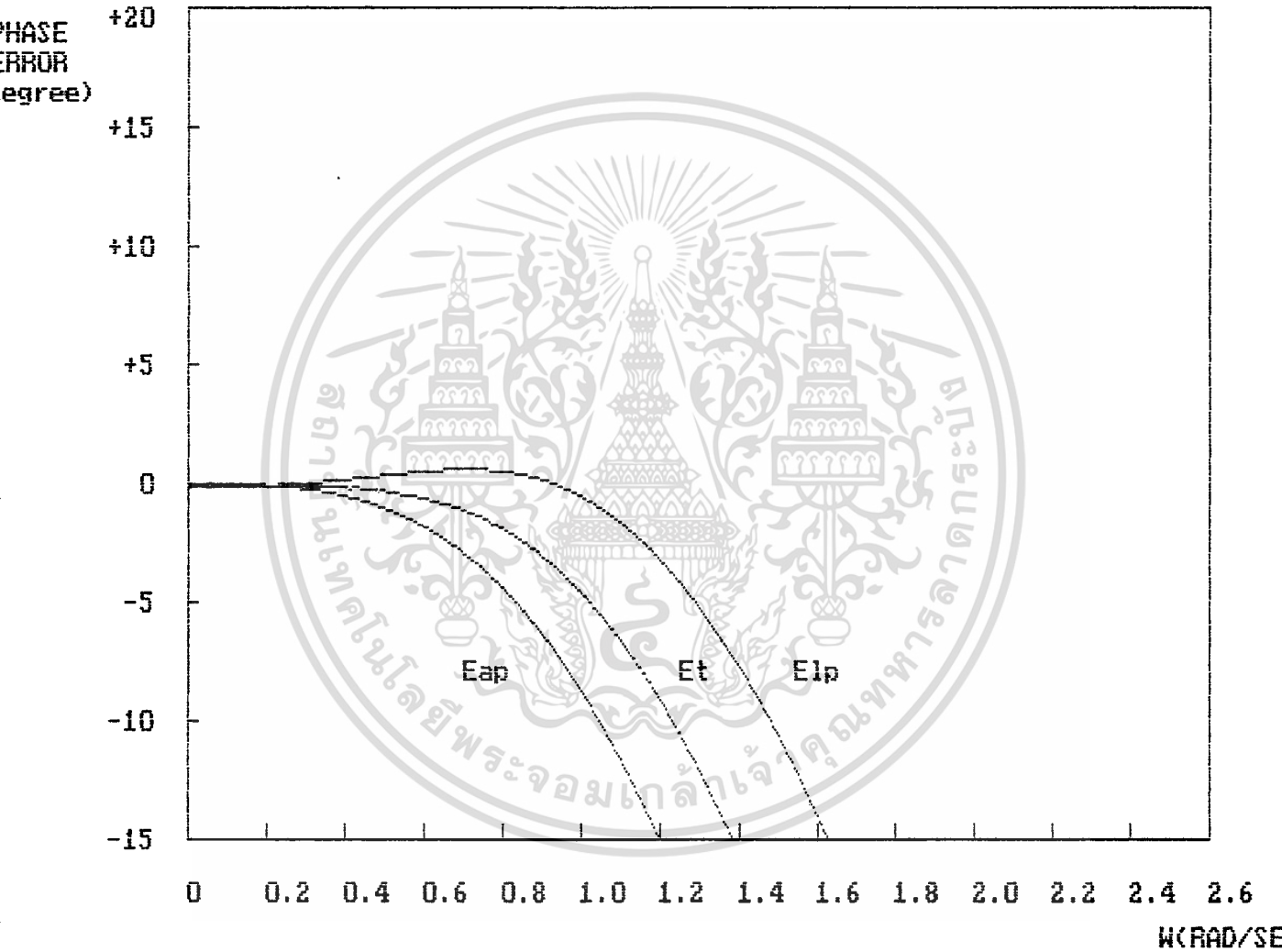
[2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 4 alpha 3

[1] : Menu

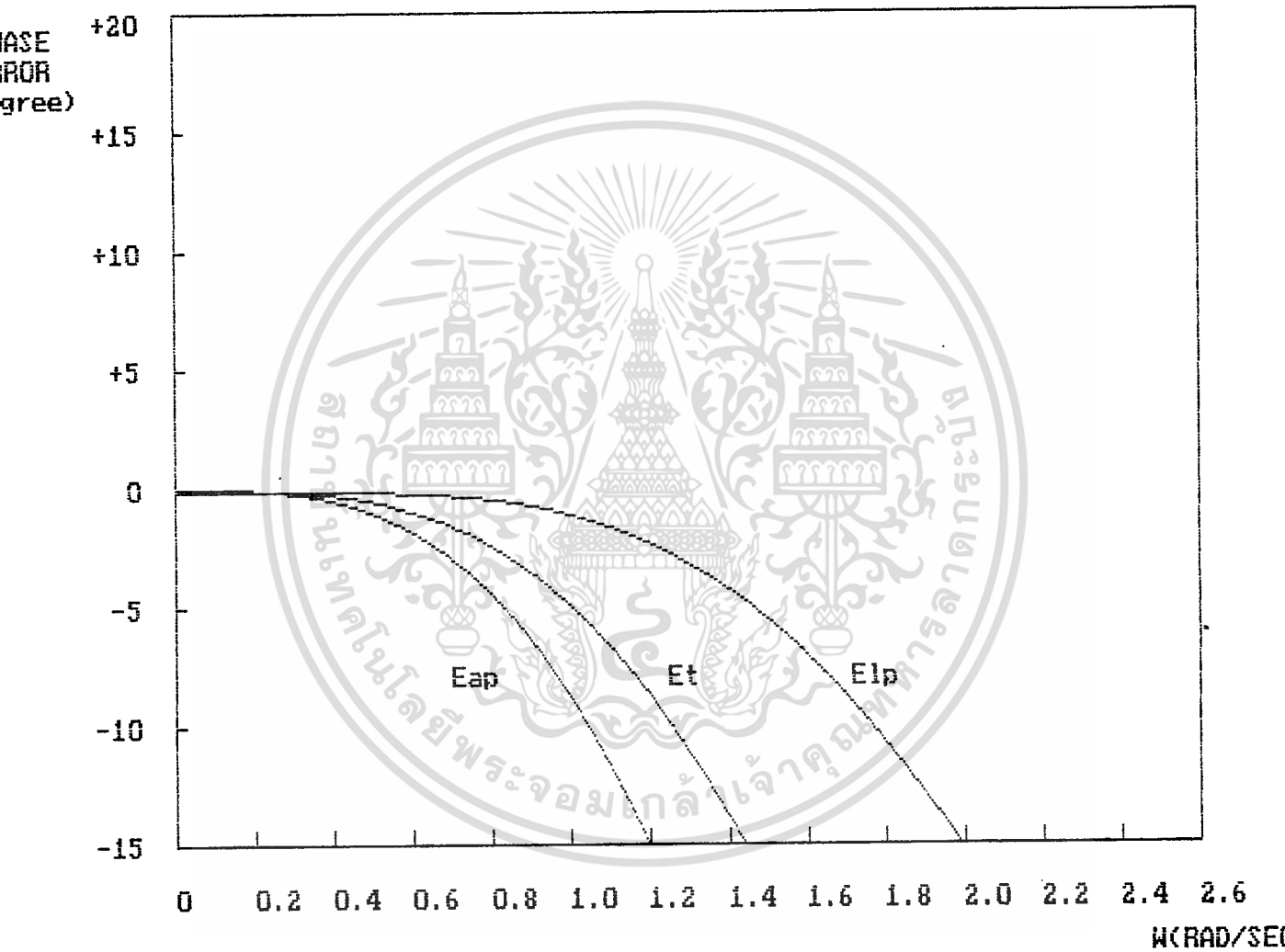
[2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 2 alpha 1

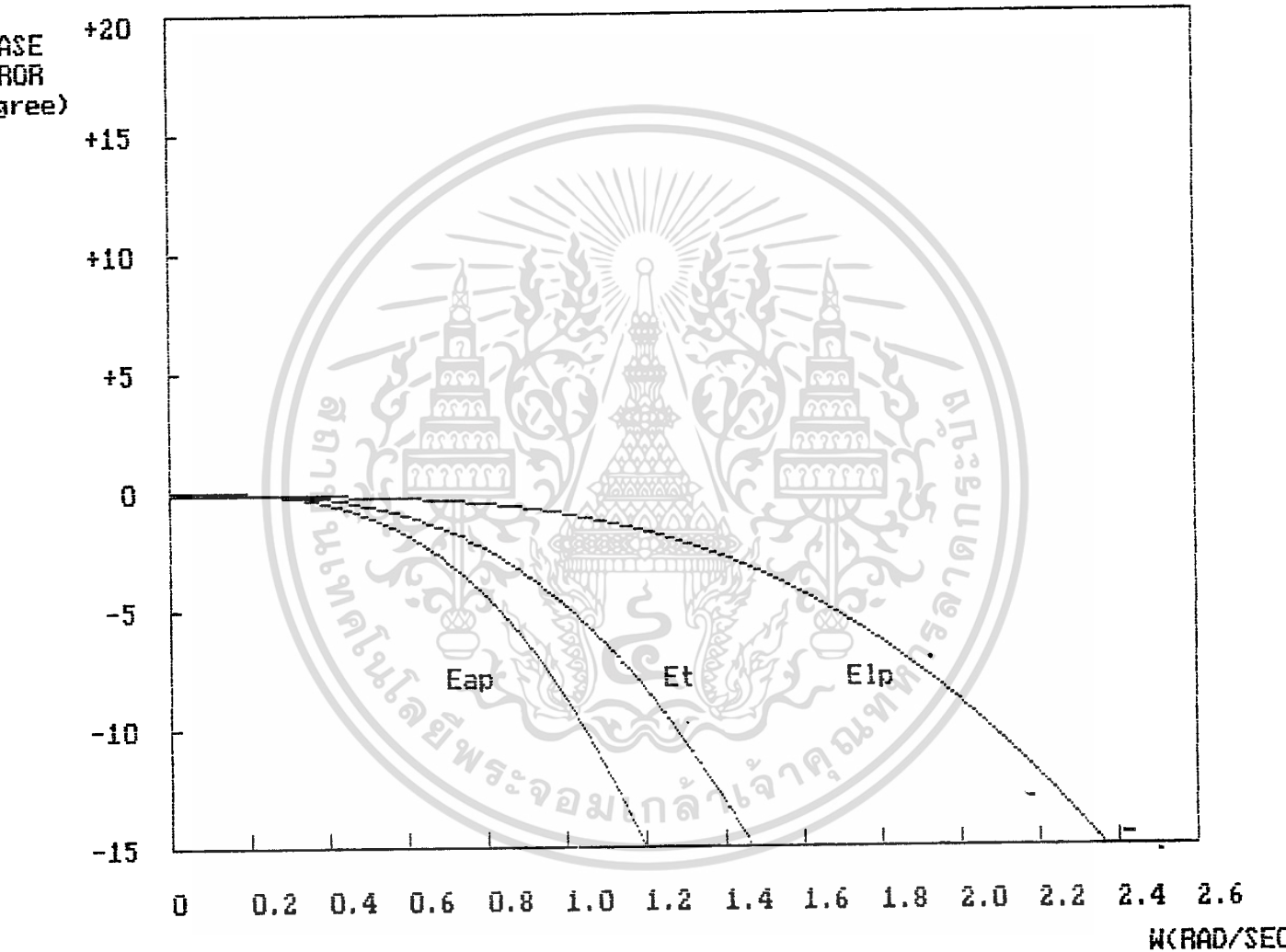
[1] : Menu

[2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 2 alpha 2
[1] : Menu [2] : Print

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

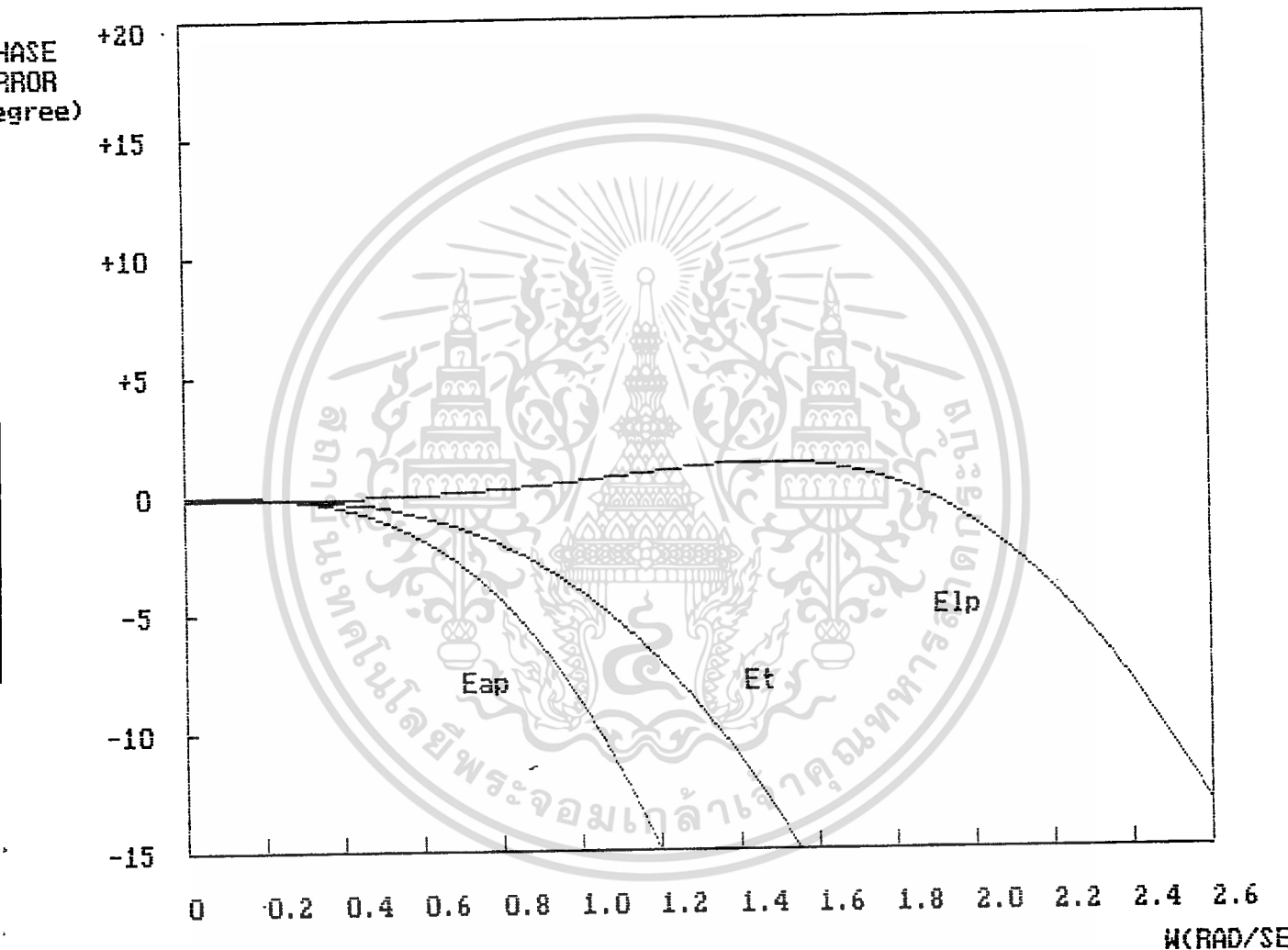


GENERALIZED BESSEL FILTER order 2 alpha 3

[1] : Menu

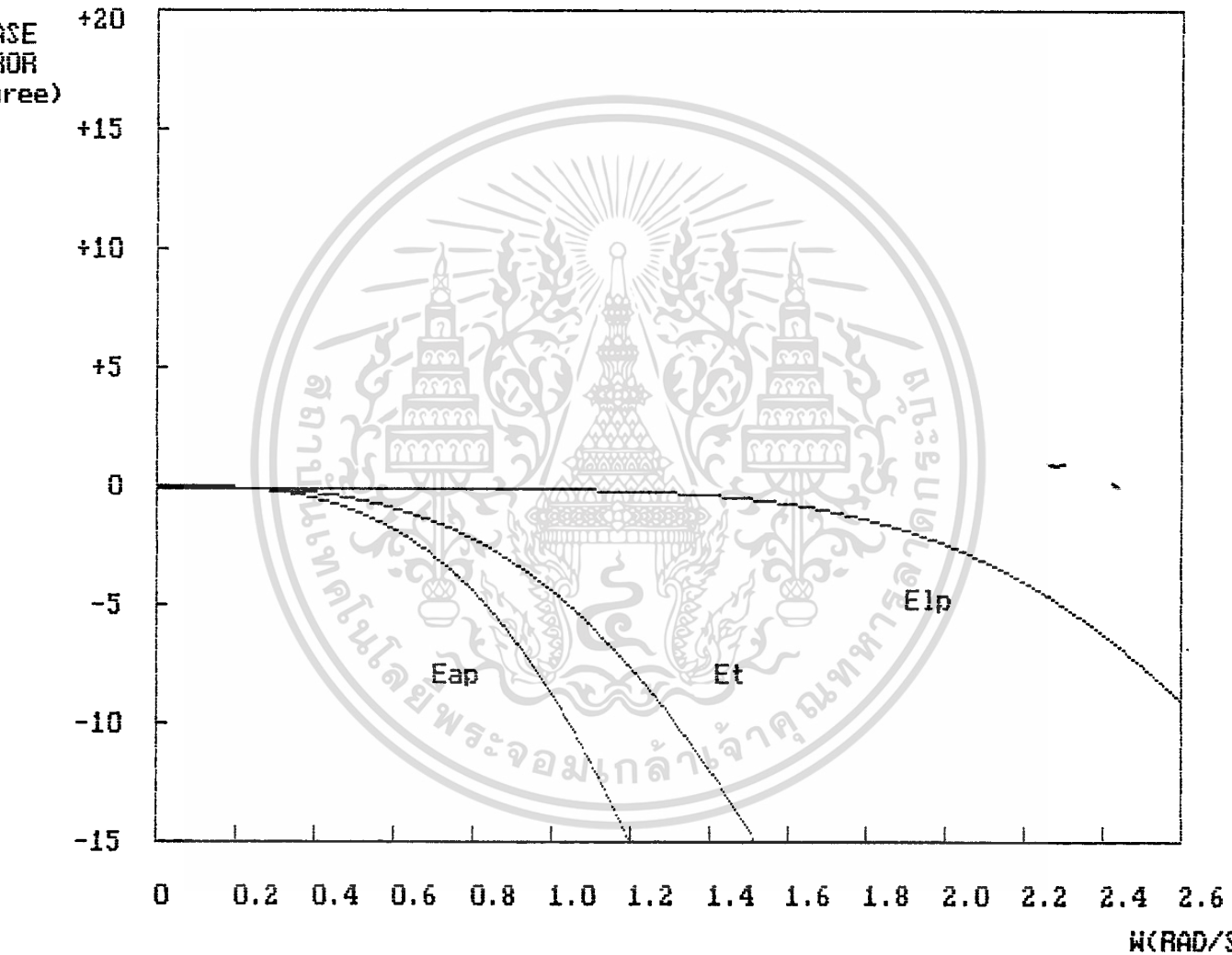
[2] : Print

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



GENERALIZED BESSEL FILTER order 3 alpha 1
[1] : Menu [2] : Print

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

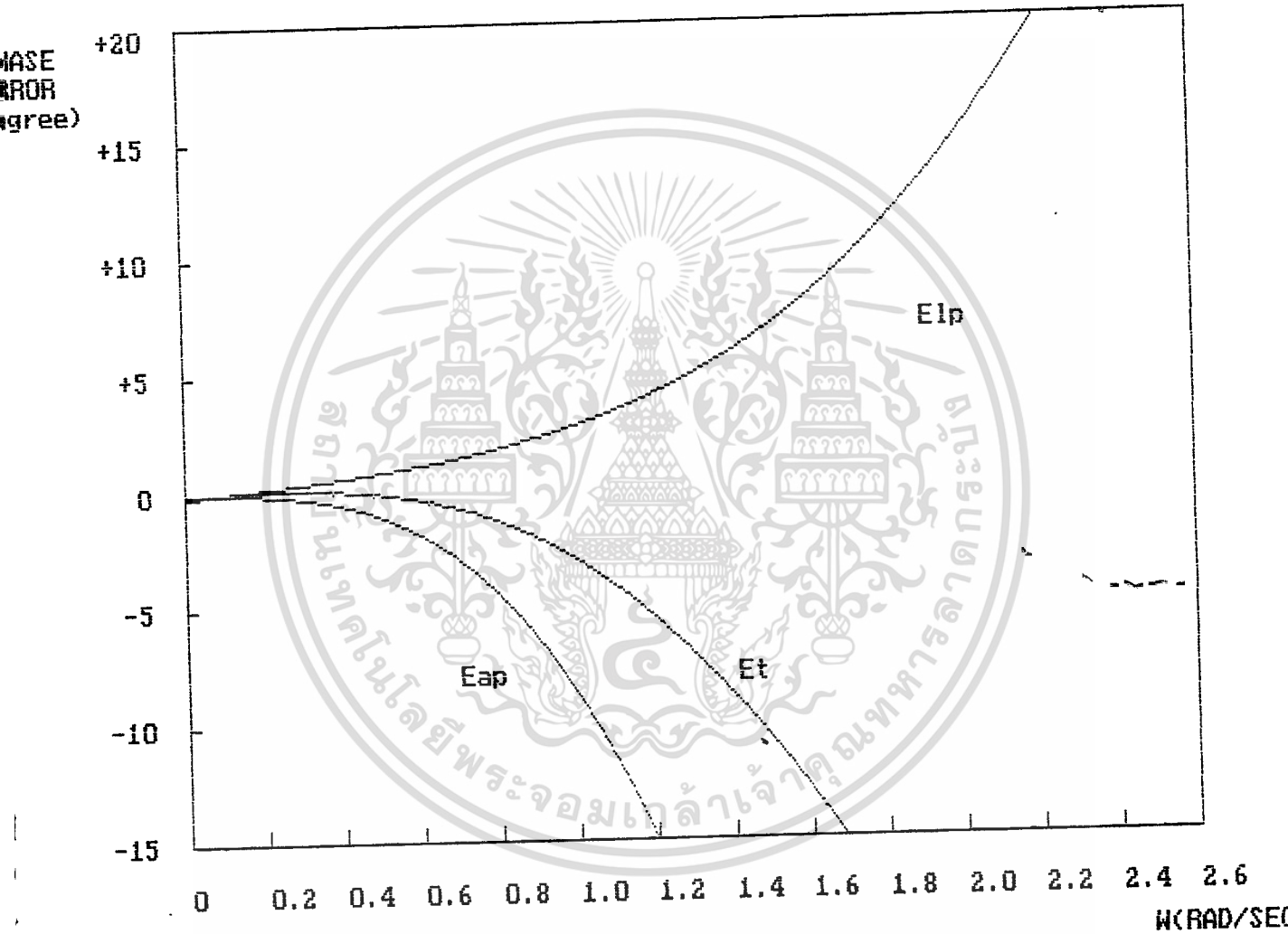


GENERALIZED BESSEL FILTER order 3 alpha 2

[1] : Menu

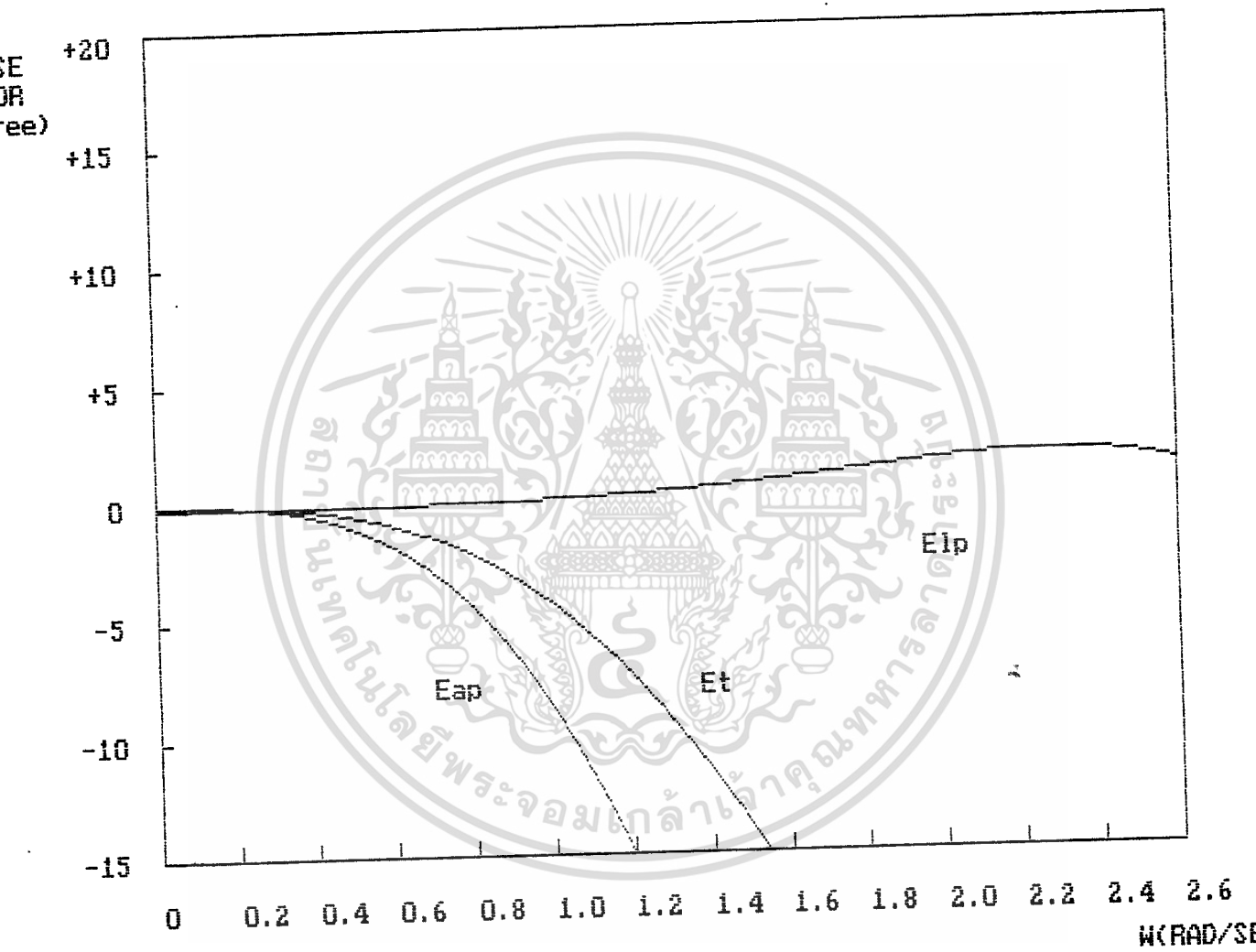
[2] : Print

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

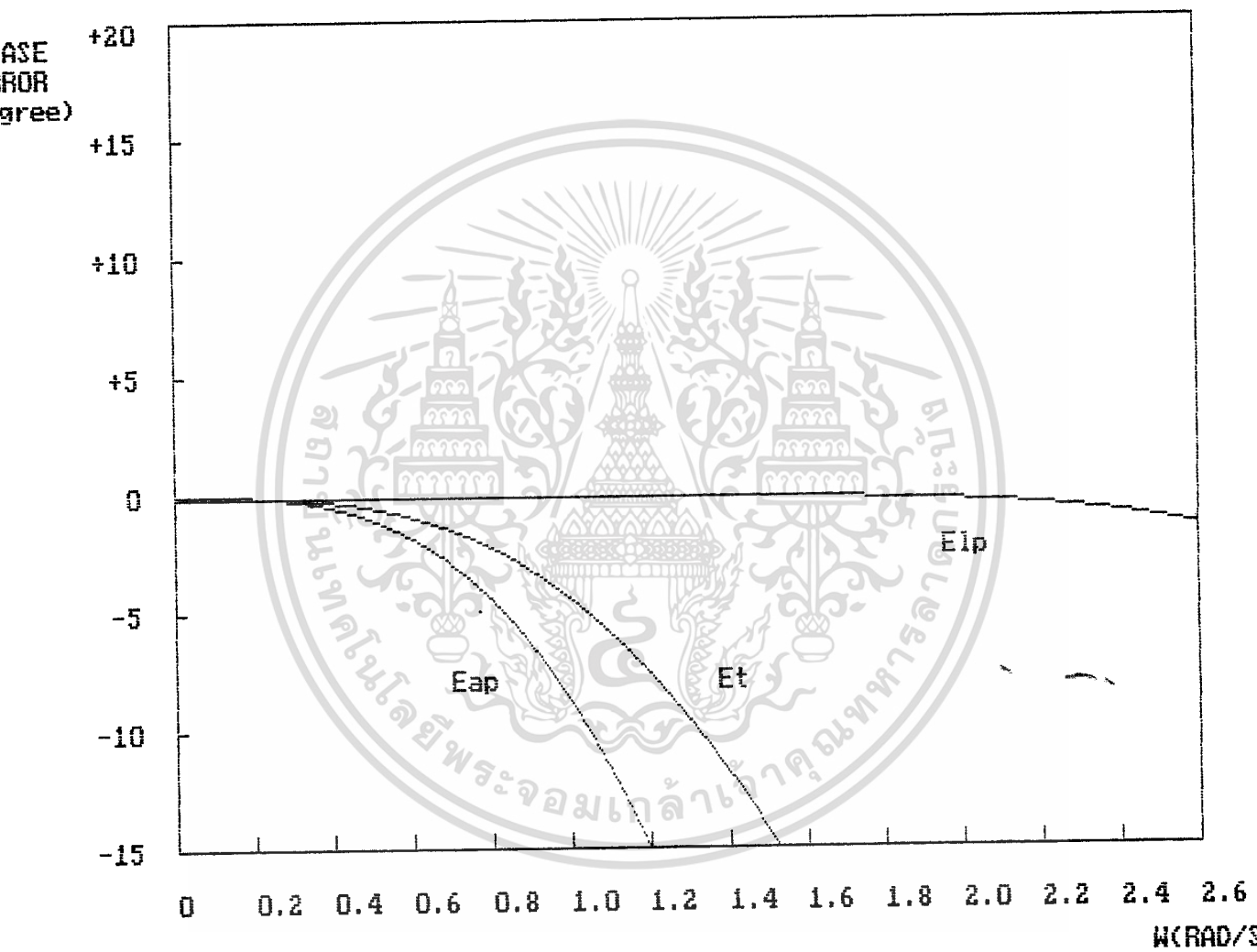


GENERALIZED BESSEL FILTER order 3 alpha 3
[1] : Menu [2] : Print

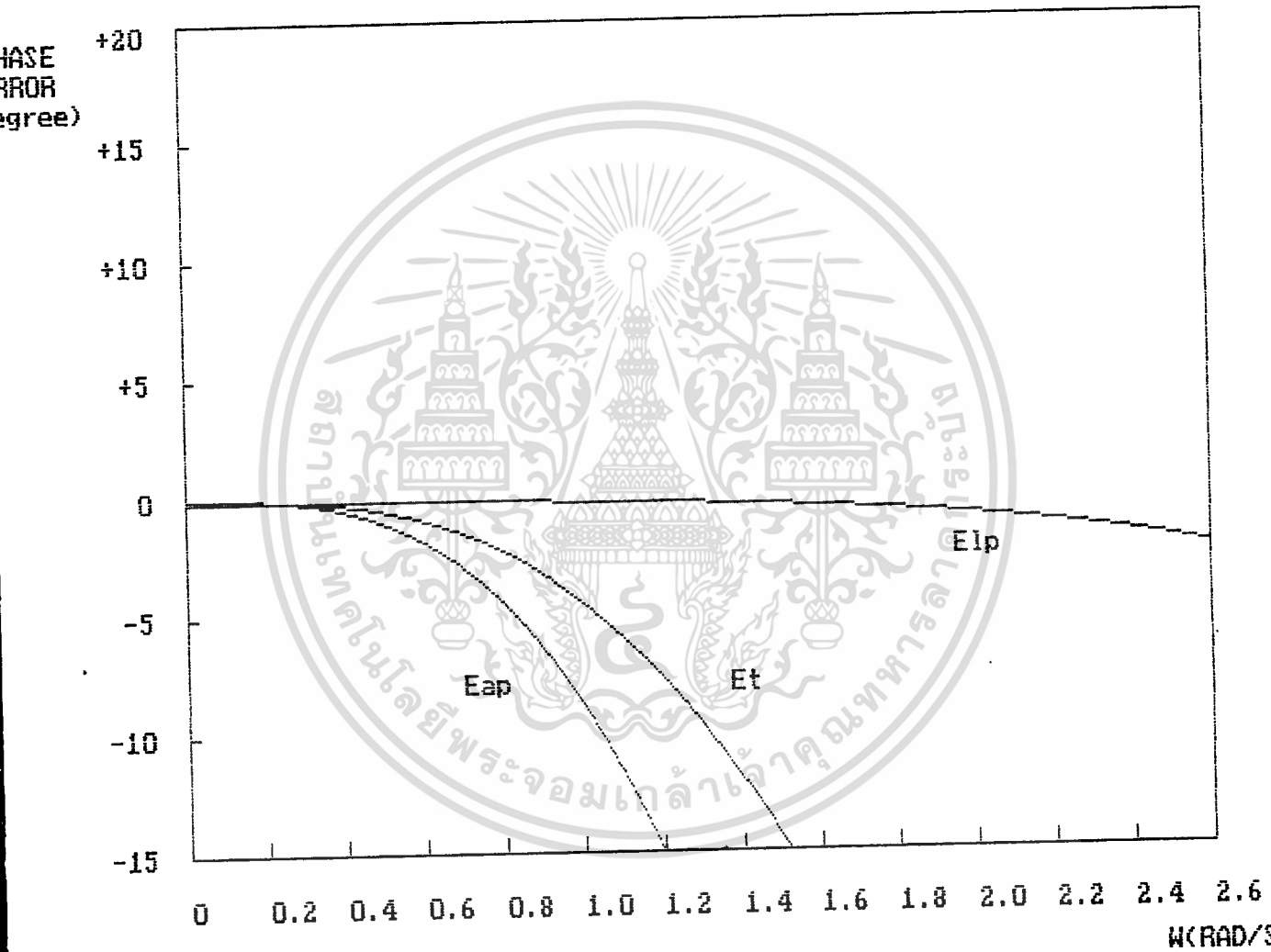
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



GENERALIZED BESSEL FILTER order 4 alpha 1
[1] : Menu [2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 4 alpha 2
[1] : Menu [2] : Print



GENERALIZED BESSEL FILTER order 4 alpha 3
[1] : Menu [2] : Print

กิตติกรรมประกาศ

การที่ปริญาานิพนธ์เรื่อง " Phase Equalization of Generalized Bessel Filter สำเร็จลงได้ด้วยดี ผู้จัดทำต้องขอขอบคุณท่านอาจารย์ นิกร สุขุตมตันติ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาในการทำปริญาานิพนธ์ครั้งนี้ที่ได้ให้รายละเอียดและคำปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้นตลอดทั้ง ได้ให้ความสะดวกในการจัดหาเครื่องมือในการทำปริญาานิพนธ์และขอขอบคุณ อาจารย์กนก เจริญพงษ์เวช ที่ได้ให้คำที่ปรึกษาเพิ่มเติมจึงเป็นทำให้ปริญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ผู้จัดทำ

หนังสืออ้างอิง

เอกสารอ้างอิงภาษาไทย

1. พ.ศ.นิกร สุขุดมตันติ , พ.ศ.ประกิจ ตั้งติสานนท์ ; " การแก้เฟสของ Butterworth Bessel Filter "
2. พ.ศ.ดร. กนก เจนจิระวงศ์เวช , พ.ศ.นิกร สุขุดมตันติ ; " Butterworth-Generalized Bessel Polynomials Filter "
3. พ.ศ.ดร. กนก เจนจิระวงศ์เวช , พ.ศ.วิเชียร ศรีเสือขาม ; " คุณลักษณะของ Generalized Bessel polynomial "

เอกสารอ้างอิงที่เป็นหนังสือภาษาอังกฤษ

1. John L. Hilburn , David E. Johnson ; " Manual of Active Filter Design " MCGRAW-HILL BOOK COMPANY "pp 1-14 .