



ปีการศึกษา 2532

การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกเลเตอร์พล็อบเบิลัม

โดย

นาย มนตรี จังชนลมบัติ

นาย กลยุทธ์ สบประเสริฐ

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์

๒๕๓๒

๒๕๓๒

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลิมเบิ้ล  
CONTROLLER DESIGN BY REGULATOR FLIMBLE METHOD

โดย

นาย มนตรี จังธนสมบัติ

นาย กลยุทธ ลุขประเสริฐ

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์

ปริญญานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2532

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2582

ภาควิชา วิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลีดแบ็ค

ผู้จัดทำ

1. นาย มนตรี จังจนลมบัติ
2. นาย กลยุทธ ลุขประเสริฐ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์พล็อบเบลล์

มนตรี จังจนลมบัติ

กลยุทธ ลุขประเสริฐ

ผศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษา  
ปีการศึกษา 2532

### บทคัดย่อ

ปัญหานี้ได้ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด (suboptimal controller) จากระบบอันดับลด (reduced-order system) โดยใช้วิธีเรกกูเลเตอร์พล็อบเบลล์ (Regulator Problem Method) ให้กับระบบอันดับสูง (High-Order System) ที่ได้เพิ่มอินทิเกรเตอร์ (integrator) ที่เอาต์พุต (output) และศึกษาโครงสร้างของตัวสังเกต (observer) ในกรณีทีสถานะ (state) ของระบบอันดับสูงไม่สามารถเข้าถึงได้ (inaccessible) จากการศึกษาพบว่า การตอบสนองทางเวลา (time response) ต่ออินพุตที่เป็นขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วย (unit-step input) ของระบบป้อนกลับ (feedback system) ที่ใช้ตัวควบคุมย่อยดังกล่าวไม่แตกต่างไปจากการใช้ตัวควบคุมที่ดีที่สุด (optimal controller) มากนักและออฟเซต (offset) อันเนื่องมาจากสิ่งรบกวนคงที่จากภายนอก (constant disturbance) จะถูกกำจัดหายไป

# CONTROLLER DESIGN BY REGULATOR PROBLEM METHOD

MONTRE JUNKTANASOMBUT  
GOLAYOOT SUKPRASERT

JONGOL NGAMWIWIT  
ASST.PROF. DR.  
ADVISOR  
ACADEMIC YEAR 1989

## ABSTRACT

This is the study on suboptimal controller design by Regulator Problem Method applied to reduced-order model derived from the high-order system which an integrator connected at the output. The structure of observer when the state variables of those system are not accessible is also studied. It is found that the unit-step time response of the feedback systems using suboptimal controller are not so different from those responses using optimal controller and that the offset due to output constant disturbance is cancelled.

## สารบัญ

หน้า

### บทคัดย่อ

#### บทที่ 1 บทนำ

- 1.1 กล่าวนำ 1
- 1.2 ที่มาและปัญหาของงาน 1
- 1.3 ขอบเขตของงาน 1

#### บทที่ 2 เทคนิคการรวม

- 2.1 กล่าวนำ 3
- 2.2 แบบจำลองที่ลดอันดับแล้ว 3

#### บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ลูปแบล็ม

- 3.1 กล่าวนำ 10
- 3.2 การป้อนกลับตัวแปรสถานะเชิงเส้น 10
- 3.3 ควบคุมเรกกูเลเตอร์ลูปแบล็ม 12
- 3.4 การออกแบบตัวควบคุมเมื่อมีสัญญาณรบกวนจากภายนอกด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ลูปแบล็ม 16

#### บทที่ 4 ตัวสังเกต

- 4.1 กล่าวนำ 21
- 4.2 โครงสร้างและคุณสมบัติของตัวสังเกต 22

#### บทที่ 5 ตัวอย่างของระบบและผลตอบสนองของระบบ

- 5.1 กล่าวนำ 40
- 5.2 ระบบที่ใช้ศึกษา 40
- 5.3 ผลการศึกษาในระบบและผลตอบสนอง 41

#### บทที่ 6 สรุปและวิจารณ์ผล

#### เอกสารอ้างอิง

#### กิตติกรรมประกาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ

หน้า

รูปที่ 2.1	บล็อกไดอะแกรมแสดงหลักการของการรวม	4
รูปที่ 3.1	ระบบสถานะป้อนกลับด้วยตัวแปรสถานะ	11
รูปที่ 3.2	ตัวอย่างการตอบสนองของระบบ	12
รูปที่ 3.3	ระบบเรกเกิลเตอร์ที่มีเอาต์พุตที่ดีที่สุด	14
รูปที่ 3.4	ระบบป้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	15
รูปที่ 3.5	ระบบขยายเพิ่มป้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมที่ดีที่สุด	16
รูปที่ 3.6	ระบบขยายเพิ่มป้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	20
รูปที่ 4.1	บล็อกไดอะแกรมของตัวลิ่งเกิดกับระบบพลวัต	22
รูปที่ 4.2	บล็อกไดอะแกรมของตัวลิ่งเกิดเชิงเส้น	24
รูปที่ 4.3	ระบบการประมาณเชิงเอ็กซ์โพเนนเชียลรูปแบบเปิด	25
รูปที่ 4.4	ค่าจริงกับค่าที่ประมาณได้จากตัวลิ่งเกิด	26
รูปที่ 4.5	โครงสร้างของตัวลิ่งเกิดที่เป็นรูปแบบของระบบ	27
รูปที่ 4.6	ระบบที่มีตัวลิ่งเกิดอันดับเต็มและมีลิ่งรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ	29
รูปที่ 4.7	โครงสร้างของตัวลิ่งเกิดที่ลดอันดับแล้ว	33
รูปที่ 4.8	ระบบรวมที่มีตัวลิ่งเกิดอันดับลด	35
รูปที่ 4.9	ระบบรวมที่มีตัวลิ่งเกิดอันดับเต็ม	37
รูปที่ 4.10	ระบบที่มีตัวลิ่งเกิดอันดับลดและมีลิ่งรบกวนที่เอาต์พุตของระบบ	38
รูปที่ 5.1 ก.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบอันดับเต็มแบบที่ 1	53
รูปที่ 5.1 ข.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบอันดับลดแบบที่ 1	53
รูปที่ 5.2 ก.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบอันดับเต็มแบบที่ 2	54
รูปที่ 5.2 ข.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบอันดับลดแบบที่ 2	54
รูปที่ 5.3 ก.	เอาต์พุตของระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	55
รูปที่ 5.3 ข.	เอาต์พุตของระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	55
รูปที่ 5.4 ก.	เอาต์พุตของระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	56
รูปที่ 5.4 ข.	เอาต์พุตของระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	56
รูปที่ 5.5 ก.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	57

## ลารัญรูปภาพ (ต่อ)

		หน้า
รูปที่ 5.5 ข.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	57
รูปที่ 5.6 ก.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	58
รูปที่ 5.6 ข.	ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	58
รูปที่ 5.7 ก.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวลิ่งเกตอันดับเต็ม	59
รูปที่ 5.7 ข.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรลิ่งเกตอันดับเต็ม	59
รูปที่ 5.8 ก.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวลิ่งเกตอันดับลด	60
รูปที่ 5.8 ข.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรลิ่งเกตอันดับลด	60
รูปที่ 5.9 ก.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวลิ่งเกตอันดับเต็ม	61
รูปที่ 5.9 ข.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรลิ่งเกตอันดับเต็ม	61
รูปที่ 5.10 ก.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวลิ่งเกตอันดับลด	62
รูปที่ 5.10 ข.	ตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรลิ่งเกตอันดับลด	62
รูปที่ 5.11 ก.	เอาท์พุทของระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	63
รูปที่ 5.11 ข.	เอาท์พุทของระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด	63
รูปที่ 5.12 ค.	เอาท์พุทของระบบแบบที่ 1 ที่ใช้ตัวลิ่งเกตอันดับเต็ม และมีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	63
รูปที่ 5.12 ง.	เอาท์พุทของระบบแบบที่ 1 ที่ใช้ตัวลิ่งเกตอันดับลด และมีตัวควบคุมที่ดีที่สุด	63

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 กล่าวนำ

พารามิเตอร์ต่างๆของระบบควบคุมมีผลต่อการทำงานของระบบนั้นๆ ระบบควบคุมจะมีเสถียรภาพ (stability) ดีเพียงใด ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของโพล (pole) ระบบที่มีเสถียรภาพตำแหน่งของโพลทั้งหมดจะอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ  $s$  ( $s$ -plane) สำหรับระบบควบคุมแบบดั้งเดิม การที่จะออกแบบระบบเพื่อการเคลื่อนย้ายโพลของระบบควบคุมไปทางซ้ายของระนาบ  $s$  ทำได้โดยการเคลื่อนโพลไปตามทางเดินราก (root locus) ของระบบเท่านั้น ส่วนทฤษฎีสมัยใหม่ (Modern Control Theory) สามารถเคลื่อนย้ายโพลไปได้ในทุกที่ในระนาบ  $s$  โดยไม่คำนึงถึงทางเดินรากเหมือนกับทฤษฎีแบบดั้งเดิม (Classical Control Theory) การเลือกค่าตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้กับระบบจึงเป็นสิ่งจำเป็นในการออกแบบระบบควบคุมให้มีสมรรถนะที่ดีที่สุด ปรินซิปลินฉบับนี้จะศึกษาถึงการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลอบเบิ้ลัม ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งในหลายๆ วิธีที่มีใช้กันอยู่

#### 1.2 ที่มาและปัญหาของงาน

จากที่กล่าวมาข้างต้นว่า ทฤษฎีแบบดั้งเดิมนั้นมีข้อจำกัด ทฤษฎีการควบคุมสมัยใหม่จึงเข้ามามีบทบาทอย่างมาก การออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้กับระบบจะต้องเสียเวลาในการหาค่าของตัวควบคุมเพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดให้กับระบบ ซึ่งอาจต้องทำกันหลายครั้งกว่าจะได้ค่าที่พอใจ ดังนั้นทฤษฎีการควบคุมที่ดีที่สุด (Optimum Control Theory) จึงได้ถูกนำมาใช้เพื่อลดเวลาในการออกแบบให้รวดเร็วยิ่งขึ้น แต่การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลอบเบิ้ลัม จะเสียเวลาในการคำนวณหาอย่างมาก การลดอันดับของระบบที่มีอันดับสูงให้มีอันดับลดลงจะช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวได้

#### 1.3 ขอบเขตของงาน

ขอบเขตของงานจะศึกษาเกี่ยวกับ

- การลดอันดับของระบบอันดับสูงให้ลดลงเป็นระบบอันดับลด ด้วยเทคนิคการรวม (Aggregation Techniques)
- การออกแบบตัวควบคุม ด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลอบเบิ้ลัมให้กับระบบอันดับสูงจากระบบอันดับลด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี เรกเกเลเตอร์ลูปเบิ้ลมีให้กับระบบเมื่อมีสัญญาณรบกวนคงที่จากภายนอกทั้งระบบอันดับสูงและระบบอันดับลด
- การออกแบบตัวควบคุมเมื่อไม่สามารถวัดตัวแปรสถานะ (state variable) ได้ทั้งหมด ด้วยทฤษฎีตัวสังเกต ทั้งตัวสังเกตอันดับเต็ม (full-order observer หรือ identity observer) และตัวสังเกตอันดับลด



## บทที่ 2 เทคนิคการรวม

### 2.1 กล่าวนำ

ระบบขนาดใหญ่ เช่น ระบบการขนส่ง , ระบบการสื่อสาร , ระบบกำลัง , การวางแผนผังเมือง , ระบบเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งระบบเหล่านี้มีความสำคัญต่อความเป็นอยู่ของมนุษย์ การที่จะหาแบบจำลอง (model) ระบบซึ่งมีขนาดใหญ่และซับซ้อนเหล่านี้เพื่อการวิเคราะห์ทำได้ยาก เนื่องจากจำนวนของตัวแปรมีมาก และยากแก่การเข้าใจในพฤติกรรมของระบบเหล่านี้ ซึ่งการวิเคราะห์จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีขนาดของหน่วยความจำใหญ่และใช้เวลาในการเลียนแบบ (simulation) ระบบเหล่านี้มากในขณะที่กลยุทธ์ในการควบคุมแบบจำลองบางอย่างถูกพัฒนาขึ้นมาด้วยราคาแพง และบางครั้งก็มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น

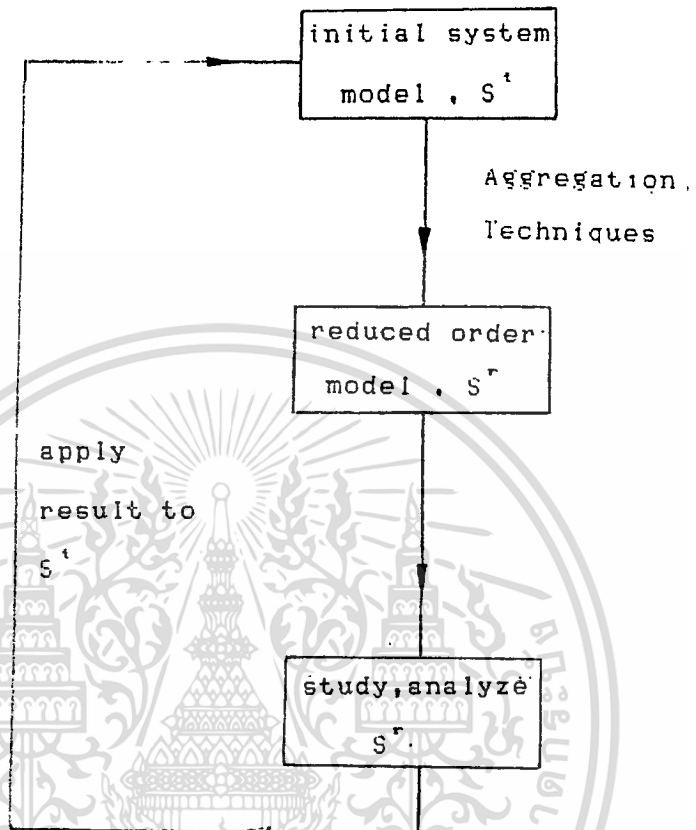
เนื่องจากจำเป็นที่จะต้องแปลง (transform) แบบจำลองเหล่านี้ไปสู่รูปแบบที่ง่ายขึ้นแต่ละขณะเดียวกันก็ยังคงเป็นตัวแทนของระบบเดิม ซึ่งจะต้องมีการควบคุมและวิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบ หลักการพื้นฐานของหลักการที่มีความสามารถพอๆกันที่จะทำให้ตัวแทนของระบบง่ายขึ้น คือ เทคนิคการรวม (Aggregation Techniques) และวิธีเพอทุเบชัน (Perturbation methods)

### 2.2 แบบจำลองที่ลดอันดับแล้ว

"การรวม" ถูกใช้เป็นครั้งแรกโดยนักเศรษฐศาสตร์ (economists) และนักเศรษฐมิติ (econometricians) จุดประสงค์เพื่อแสดง วิเคราะห์และแก้ปัญหาในด้านต่างๆ ซึ่งสัมพันธ์กันกับการลดอันดับของแบบจำลองของระบบพลวัตขนาดใหญ่ (large dynamic system)

#### 2.2.1 หลักของการรวม

เทคนิคการรวมจะแทนแบบจำลองระบบเริ่มต้นเป็น  $s^+$  และแทนแบบจำลองระบบที่ลดอันดับแล้วเป็น  $s^-$  ซึ่งยังคงรักษาคุณลักษณะสำคัญของระบบไว้ ดังรูปที่ 2.1 เป็นการรวม  $s^+$  แล้วแปลงโดยใช้เทคนิคการรวมกลายเป็น  $s^-$  แล้วทำการศึกษาและวิเคราะห์ระบบ  $s^-$  และประยุกต์ผลลัพธ์กลับไปยังระบบเริ่มต้น  $s^+$



รูปที่ 2.1 บล็อกไดอะแกรมแสดงหลักการของการรวม

โดยทั่วไป,  $s^i$  สามารถแทนโดยเวกเตอร์สถานะ (state variable)  $x(t)$  ซึ่งมีมิติเป็น  $n$  และ  $s^r$  แทนด้วยเวกเตอร์สถานะ  $z(t)$  ซึ่งมีมิติเป็น  $m$  (ซึ่ง  $m \ll n$ ) เทคนิคการรวมจะแปลงสถานะ  $x(t)$  ไปสู่สถานะ  $z(t)$  โดยความสัมพันธ์

$$z = f(x) \quad (2.1)$$

ซึ่ง  $f$  เป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นทั่วไป

ในส่วนี้เราจำกัดขอบเขตที่จะวิเคราะห์กรณีที่

1. แบบจำลอง  $s^i$  และ  $s^r$  เป็นแบบจำลองพลวัตเชิงเส้น

2. การรวม เป็นแบบเชิงเส้น (เช่น  $x$  เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ  $z$ )  
 แม้ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่การรวมแบบเชิงเส้น ความสัมพันธ์ในสมการ (2.1) เขียนได้เป็น

$$z(t) = L*x(t) \quad (2.2)$$

ซึ่งเรียกเมตริกซ์  $L$  ว่า เมตริกซ์การรวม (Aggregation Matrix) และมีมิติเป็น  $m*n$  แบบจำลองเริ่มต้น  $s'$  สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\dot{x}(t) = A*x(t) + B*u(t) \quad (2.3)$$

$$y(t) = C*x(t) \quad (2.4)$$

ซึ่ง

$x(t) \in R^n$  : เป็นเวกเตอร์สถานะ

$u(t) \in R^q$  : เป็นเวกเตอร์ควบคุม (control vector)

$y(t) \in R^p$  : เป็นเวกเตอร์เอาต์พุต (output vector)

$A \in R^{n*n}$ ,  $B \in R^{n*q}$ ,  $C \in R^{p*n}$  : เป็นเมตริกซ์คงที่

แบบจำลองระบบอันดับลด มีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\dot{z}(t) = F*z(t) + G*u(t) \quad (2.5)$$

$$y^r(t) = H*z(t) \quad (2.6)$$

ซึ่ง

$z(t) \in R^m$  : เป็นเวกเตอร์สถานะ

$y^r(t) \in R^n$  : เป็นเวกเตอร์เอาต์พุต

$F \in R^{m*m}$ ,  $G \in R^{m*q}$ ,  $H \in R^{n*m}$  : เป็นเมตริกซ์คงที่

### 2.2.2 การกำหนดแบบจำลองระบบอันดับลด

จากความสัมพันธ์ (2.2) นำมาแทนในแบบจำลองของระบบอันดับลดใน (2.5) จะได้เป็นดังนี้

$$L\dot{x}(t) = F*L*x(t) + G*u(t) \quad (2.7)$$

เปรียบเทียบความสัมพันธ์ (2.4) และ (2.7) จะได้ความสัมพันธ์

$$F*L = L*A \quad (2.8)$$

$$G = L*B \quad (2.9)$$

ความสัมพันธ์ (2.8) และ (2.9) รับรองได้ว่า เมตริกซ์การรวม  $L$  มีค่าเกิดขึ้นจริง  
พิจารณาแบบจำลองอันดับลด (2.6) และ (2.7) ปัญหา 2 ข้อที่จะเกิดขึ้น คือ

1. การพิจารณาหาค่าเมตริกซ์  $F$
2. การพิจารณาหาค่าเมตริกซ์การรวม  $L$

#### การหาค่าและคุณสมบัติของเมตริกซ์ $F$

ถ้า  $v_i$  เป็นไอเกนเวกเตอร์ (eigenvector) ของเมตริกซ์  $A$  ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าไอเกน (eigenvalue) จะได้

$$A*v_i = \lambda_i * v_i \quad (2.10)$$

คูณสมการ (2.10) ด้วยเมตริกซ์  $L$  และพิจารณาความสัมพันธ์ (2.8)

$$F*(L*v_i) = \lambda_i *(L*v_i) \quad (2.11)$$

จากสมการ (2.11) ได้ว่า  $L*v_i \neq 0$  ซึ่ง  $L*v_i$  นี้เป็นไอเกนเวกเตอร์ของเมตริกซ์  $x(t)$  ส่วน  $F$  มีค่าไอเกนเป็น  $\lambda_i$  ซึ่งหมายความว่า เมตริกซ์  $F$  ยังคงมีค่าไอเกนจำนวน  $m$  ตัวของแบบจำลองระบบเริ่มต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### โครงสร้างของเมตริกซ์การรวม L

แนวความคิดในรูปแบบทั่วไปของเมตริกซ์ L จากความสัมพันธ์ (2.3) สามารถแปลงให้เป็นรูปแบบทแยงมุม (canonical form) ซึ่งจะใช้ในการแปลง

$$\dot{x} = T*W \quad (2.12)$$

ซึ่ง T เป็นโมดัลเมตริกซ์ (modal matrix) และประกอบด้วยไอเกนเวกเตอร์ของเมตริกซ์ A ดังนั้นรูปแบบทแยงมุมของสมการ (2.3) จะแทนได้โดย

$$\dot{W} = \alpha*W + \beta*u \quad (2.13)$$

$$\text{ซึ่ง } \alpha = T^{-1}*A*T = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}$$

ซึ่ง  $\alpha$  เป็นเมตริกซ์ค่าไอเกนของเมตริกซ์ A

$$T^{-1}*B = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix}^T$$

$$\alpha_1 \in R^{m*m}$$

$$\alpha_2 \in R^{(n-m)*(n-m)}$$

ประมาณค่าไอเกนของ F สมนัยกับส่วนสำคัญของสเปกตรัม (spectrum) ของ  $\alpha$  ซึ่งอยู่ในกลุ่มของ  $\alpha_1$  และแยกออกเป็นส่วนของ W ดังนี้คือ  $[W_1 \quad W_2]^T$  เราจะได้

$$\dot{W}_1 = \alpha_1*W_1 + \beta_1*u \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \begin{bmatrix} I_m & 0 \end{bmatrix}*W \\ &= \begin{bmatrix} I_m & 0 \end{bmatrix}*T^{-1}*x \\ &= L_0*x \end{aligned} \quad (2.15)$$

ซึ่ง  $I_m$  เป็นเมตริกซ์หนึ่งหน่วย (unit matrix) ที่มีมิติ  $m*m$  แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของโครงการวิจัยเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L_0 = [ I_m \quad 0 ] * T^{-1} \quad (2.16)$$

ดังนั้นแบบจำลองอันดับลดอยู่ในรูปทั่วไป จากการแปลง

$$\begin{aligned} z &= M * W_1 \\ &= L * x \end{aligned} \quad (2.17)$$

แล้วจะได้

$$\begin{aligned} L &= M * L_0 \\ &= M * [ I_m \quad 0 ] * T^{-1} \end{aligned} \quad (2.18)$$

M เป็นเมตริกซ์ที่มีมิติ  $m * m$  และสามารถเลือกค่าได้ตามใจชอบ เมตริกซ์ของแบบจำลองระบบอันดับลดจาก (2.4) และ (2.5) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} F &= M * L_0 * A * L_0^{-1} * M^{-1} \\ &= M * \alpha_1 * M^{-1} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$G = M * L_0 * B \quad (2.20)$$

จาก (2.4)  $y = C * x$

จาก (2.2)  $z = L * x$

ซึ่งจะได้  $x = L^+ * z \quad (2.21)$

ซึ่ง  $L^+$  เรียกว่า Pseudo Inverse Matrix หรือ Generalized Inverse Matrix

โดยที่  $L^+ = L^T * (L * L^T)^{-1} \quad (2.22)$

จาก (2.21) แทนใน (2.4) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$y = C * L^+ * z$$

$$y^r = H * z$$

เมื่อเปรียบเทียบกับ (2.6)

จะได้

$$y = C * L^+ * z$$

$$H = C * L^+$$

(2.23)

### 2.2.3 เงื่อนไขของการเลือกกลุ่มโพลเพื่อใช้ในเทคนิคการรวม

เทคนิคการรวมจะให้คุณลักษณะของระบบอันดับลดนั้นใกล้เคียงกับระบบอันดับเต็มหรือไม่ขึ้นอยู่กับการพิจารณาแบ่งกลุ่มโพลของระบบให้แยกจากกันเป็น 2 ส่วน โดยที่โพลกลุ่มหนึ่งจะอยู่ใกล้แกนจินตภาพในระนาบ  $s$  โพลอีกกลุ่มหนึ่งอยู่รวมกันต่างหากจากโพลกลุ่มแรก กลุ่มที่อยู่ใกล้แกนจินตภาพจะมีผลต่อระบบมากกว่ากลุ่มที่อยู่ห่างออกไปจากแกนจินตภาพ ถ้าระยะห่างจากแกนจินตภาพของกลุ่มโพลที่อยู่ใกล้แกนจินตภาพและระยะห่างจากแกนจินตภาพของกลุ่มโพลที่อยู่ไกลจากแกนจินตภาพต่างกันมากๆ เมื่อแทนระบบอันดับลดไปเป็นระบบที่เลียนแบบระบบอันดับเต็ม ระบบที่เลียนแบบนี้จะมีคุณสมบัติใกล้เคียงกับระบบอันดับเต็มมากขึ้นเท่านั้น

## บทที่ 3

## การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลอปเบิ้ล

3.1 กล่าวนำ

ในการออกแบบระบบควบคุม สิ่งที่ต้องคำนึงถึงอันหนึ่งก็คือ ตัวควบคุมของระบบ ความยากง่ายในการออกแบบตัวควบคุมขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของระบบ เมื่อระบบมีอันดับ (order) สูงขึ้น การออกแบบตัวควบคุมก็จะใช้เวลามากจึงต้องหาทางลดอันดับสูงของระบบเหล่านั้นให้เป็นระบบที่มีอันดับน้อยลงมา เพื่อให้ง่ายแก่การออกแบบ โดยระบบใหม่มีสมรรถนะต่างๆใกล้เคียงกับระบบเดิม วิธีการนั้นมีอยู่หลายวิธีทั้งในรูปของ frequency-domain และ time-domain วิธีเทคนิคการรวมเป็นวิธีหนึ่งในการลดอันดับของระบบลงมา ในการออกแบบตัวควบคุมจะใช้วิธีเรกกูเลเตอร์ฟลอปเบิ้ล ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งที่ใช้ออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุด ในการลดอันดับสูงๆ นี้จะพิจารณาถึงจำนวนโพลทั้งหมดที่สามารถแบ่งออกได้เป็นสองกลุ่มภายใต้เงื่อนไขที่ว่า อัตราส่วนของระยะทางของกลุ่มโพลที่ไกลแกนจินตภาพกับกลุ่มโพลที่อยู่ไกลจากแกนจินตภาพต้องน้อยกว่า 1 มากๆ ถ้ากลุ่มของโพลอีกกลุ่มหนึ่งอยู่ไกลจากแกนจินตภาพ สามารถที่จะไม่คิดถึงกลุ่มโพลกลุ่มนี้ได้ เมื่อตัดโพลกลุ่มนี้ทิ้งไปอันดับของระบบเดิมจะลดลง จากนั้นนำระบบที่ลดรูปแล้วมาออกแบบตัวควบคุม ซึ่งผลสุดท้ายตัวควบคุมใหม่นี้จะกลายเป็นตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด

3.2 การป้อนกลับตัวแปรสถานะเชิงเส้น (linear state variable feedback)

เป็นการชดเชย (compensate) หรือ ควบคุม (control) ระบบทางกายภาพให้ได้สมรรถนะตามที่ต้องการ โดยใช้ เทคนิค state space ลมมตีให้ระบบพลวัต

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}*\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}*\mathbf{u}(t) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}*\mathbf{x}(t) \quad (3.2)$$

ซึ่งสามารถควบคุมได้ (controllable); และ สามารถสังเกตได้ (observable) เมื่อตัวแปรสถานะ  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  ทุกตัวสามารถเข้าถึงได้ (accessible) จะเขียนสถานะควบคุมป้อนกลับ (state feedback control) หรือ control  $u(t)$  ได้เป็น

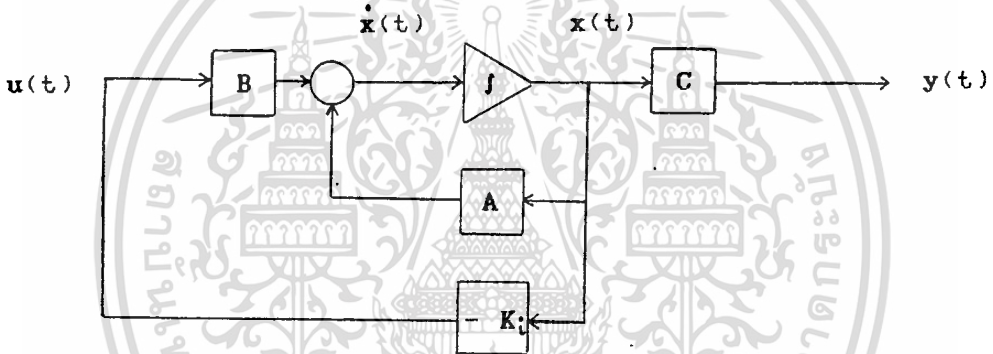
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u(t) = -K_f x(t) \quad (3.3)$$

เมื่อ  $K_f$  เป็นเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ป้อนกลับ (feedback coefficient matrix) ถ้าระบบมีอินพุตเป็น 1,  $K_f$  จะกลายเป็นเวกเตอร์แถว (row vector) และเรียกว่า เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ป้อนกลับ (feedback coefficient vector) เมื่อแทน (3.3) ใน (3.1) จะได้

$$\dot{x}(t) = (A - B K_f) x(t) \quad (3.4)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (3.5)$$



รูปที่ 3.1 ระบบป้อนกลับด้วยตัวแปรสถานะ

สมการ (3.4) จะเป็นระบบแบบลูปปิด (closed-loop system) ส่วน

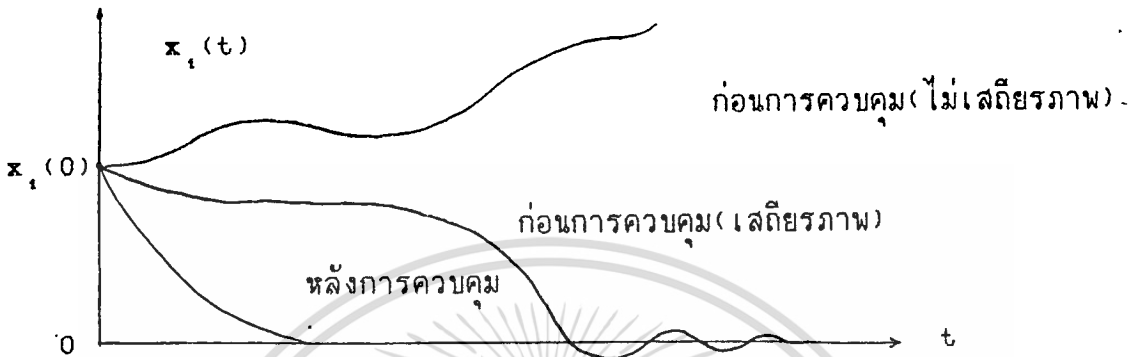
สมการ (3.1) จะเป็นระบบแบบลูปเปิด (open-loop system)

คำตอบสำหรับสมการ (3.4) คือ

$$x(t) = \exp(A - B K_f) x(0) \quad (3.6)$$

$x(0)$  คือสภาวะเริ่มต้น (initial condition) ถ้าสามารถเลือกค่า  $K_f$  ให้  $A - B K_f$  เป็นเมตริกซ์เสถียรภาพ (stable matrix) ได้แล้ว เมื่อ  $x(t)$  เข้าใกล้ศูนย์ (เวลาเข้าใกล้อนันต์) ค่าของตัวแปรสถานะทุกตัวจะเข้าใกล้ (asymptotically) จุดกำเนิด (origin) ได้ ถ้า  $x(0)$  ไม่เท่ากับศูนย์ ดังที่กล่าวมาแล้วว่า สามารถหาค่า  $K_f$  ให้  $A - B K_f$  เป็นเมตริกซ์เสถียรภาพ นั่นคือสามารถกำหนดโพลของ  $A - B K_f$  ให้

อยู่ด้านครึ่งซ้ายของระนาบได้ ถ้าค่าของโพลยังอยู่ห่างออกไปทางซ้ายมากเท่าไร  $x(t)$  จะเข้าสู่ศูนย์เร็วมากขึ้น ซึ่งหมายความว่าสามารถออกแบบระบบแบบลูปปิด ให้มีการตอบสนองเร็วขึ้นได้ (ดูรูปที่ 3.2 ประกอบ)



รูปที่ 3.2 ตัวอย่างการตอบสนองของระบบ

### 3.3 ควอดราติกเรกกูเลเตอร์ล้อยเบิ้ล (Quadratic Regulator Problem)

#### 3.3.1 เรกกูเลเตอร์ล้อยเบิ้ลสำหรับระบบที่ยังไม่ได้ลดอันดับ

จากหัวข้อ 3.2 การหาค่า  $K$  เพื่อให้ได้เมตริกซ์เสถียร  $A - B*K$  ซึ่งต้องใช้เวลาในการคำนวณหลายครั้งกว่าจะได้ control  $u(t)$  ที่เหมาะสมได้ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีหา control  $u(t)$  ด้วยวิธี ควอดราติกเรกกูเลเตอร์ล้อยเบิ้ลจากระบบ (3.1) และ (3.2) สมมติให้  $\{A, B\}$  สามารถควบคุมได้โดยสมบูรณ์ (completely controllable),  $\{A, C\}$  สามารถสังเกตได้โดยสมบูรณ์ (completely observable) และ  $B$  เป็น full rank  $m \leq n$  ต้องการหา control  $u^*(t)$  ที่น้อยที่สุด ที่ minimizes the quadratic index  $J$

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t) * Q * x(t) + u^T(t) * R * u(t)] dt \quad (3.7)$$

เมื่อ  $R(m \times m)$  เป็น ค่าจริงและเป็นโพสิทีฟเดฟนิทเมตริกซ์ (positive definite matrix) เรียกเมตริกซ์ว่า เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม (Control Weighting Matrix) โดยให้  $C^T * C = Q (n \times n)$  เป็นค่าจริงและเป็นโพสิทีฟเซมิเดฟนิทเมตริกซ์ (positive semidefinite matrix) เรียกเมตริกซ์  $Q$  นี้ว่า เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ (state weighting matrix)

เอกสารนี้เป็นเอกสารทสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า การเลือกค่า  $R$  แบบนั้น จะได้ว่า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} & \mathbf{u}^T(t) * \mathbf{R} * \mathbf{u}(t) > 0 \quad \text{สำหรับทุกค่าของ } \mathbf{u}(t) \neq 0 \\ \text{และ} & \mathbf{u}^T(t) * \mathbf{R} * \mathbf{u}(t) = 0 \quad \text{เฉพาะ} \quad \mathbf{u}(t) = 0 \end{aligned}$$

การสมมติให้ระบบสามารถควบคุมได้ ก็เพื่อประกันว่า สามารถหาค่าที่ดีที่สุด (optimal)  $\mathbf{u}^*(t)$  ได้แบบค่าเดียว (unique)

การสมมติให้ระบบสามารถสังเกตได้ ก็เพื่อประกันว่า จำนวน  $n$  สเตทของระบบจะเข้าสู่ (contribute) ค่าสุดท้ายของ  $J$

ในหลายกรณีมักเลือกค่าของ  $\mathbf{R}$  (หรือ  $\mathbf{C}^T * \mathbf{C}$ ) เป็น diagonal matrix

ทฤษฎีที่ 1

ให้ control  $\mathbf{u}^*(t)$  ที่ minimizes performance index (2.1) เป็น

$$\mathbf{u}^*(t) = - \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{B}^T * \mathbf{P} * \mathbf{x}(t) \quad (3.8)$$

เมื่อ  $\mathbf{P}(n * n)$  มีค่าเดียว และเป็นผลเฉลยของ positive definite ของสมการรีคัตตีเมตริกซ์ (Matrix Riccati Equation)

$$\mathbf{P} * \mathbf{A} + \mathbf{A}^T * \mathbf{P} - \mathbf{P} * \mathbf{B} * \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{B}^T * \mathbf{P} = - \mathbf{C}^T * \mathbf{C} \quad (3.9)$$

$\mathbf{u}^*(t)$  จะเป็นการควบคุมที่ดีที่สุด (optimal control) และ

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{B}^T * \mathbf{P} \quad (3.10)$$

เมื่อ  $\mathbf{K}$  ( $m * n$ ) เป็นเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ป้อนกลับที่ดีที่สุด (optimal feedback coefficient matrix) เมื่อแทนลงใน (3.8) ลงใน (3.7) จะได้

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B} * \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{B}^T * \mathbf{P}) * \mathbf{x}(t) \quad (3.11)$$

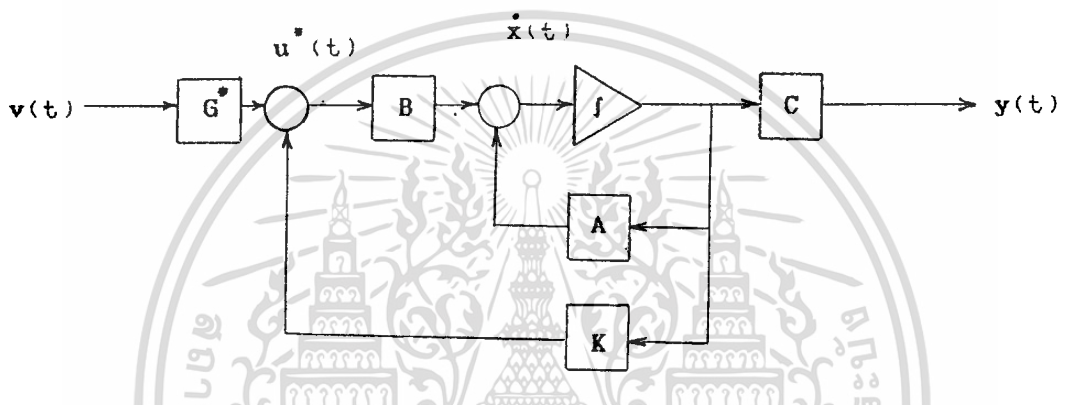
และเรียกว่า optimal regulator system และจะเป็น asymptotically stable นั่นคือ

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^* &= \mathbf{A} - \mathbf{B} * \mathbf{K} \\ &= \mathbf{A} - \mathbf{B} * \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{B}^T * \mathbf{P} \end{aligned} \quad (3.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นเมตริกซ์เสถียรภาพ และ ค่าไอเก้น (eigen value) ซึ่งเรียกว่า optimal pole ของเมตริกซ์เสถียรภาพนี้ กำหนดได้จากค่าของ R และ Q ที่เราถ่วงน้ำหนักอย่างอิสระซึ่งจะอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ s และค่าต่ำสุด (minimum value) ของดัชนีสมรรถนะ J มีค่าเป็น

$$J_{\min} = \mathbf{x}^T(0) * \mathbf{P} * \mathbf{x}(0) \quad (3.13)$$



รูปที่ 3.3 ระบบเรกกูเลเตอร์ที่มีเอาท์พุทที่ดีที่สุด

จากรูปที่ 3.3 external feedforward control  $v(t)$  ให้เป็นศูนย์ ซึ่งตามปรกติจะไม่เขียนไว้ อย่างไรก็ตามในการหาเมตริกซ์การโอนย้ายแบบลูปปิด (closed-loop transfer matrix) เมื่อมีตัวแปรสแตทป้อนกลับเชิงเส้นจะต้องสมมติให้มี external input  $v(t)$  เช่น

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{K} * \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}^* * v(t) \quad (3.14)$$

### 3.3.2 เรกกูเลเตอร์ล้อยอบเบิ้ลล์สำหรับระบบอันดับลด

การออกแบบตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุดให้กับระบบอันดับเต็ม ทำได้โดยหาจากรบบอันดับลด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบที่ได้รับการลดอันดับลงจะเป็นดังสมการ (2.5) คือ

$$\dot{z}(t) = F*z(t) + G*u(t)$$

$$y^r(t) = H*z(t)$$

control law ที่จะ minimize index

$$J_z = \int_0^{\infty} (z(t)^T * Q_z * z(t) + u^T(t) * R * u(t)) dt$$

เมื่อ

$$\bar{P}*F + F^T*\bar{P} - \bar{P}*G*R^{-1}*G^T*\bar{P} = -H^T*H \quad (3.15)$$

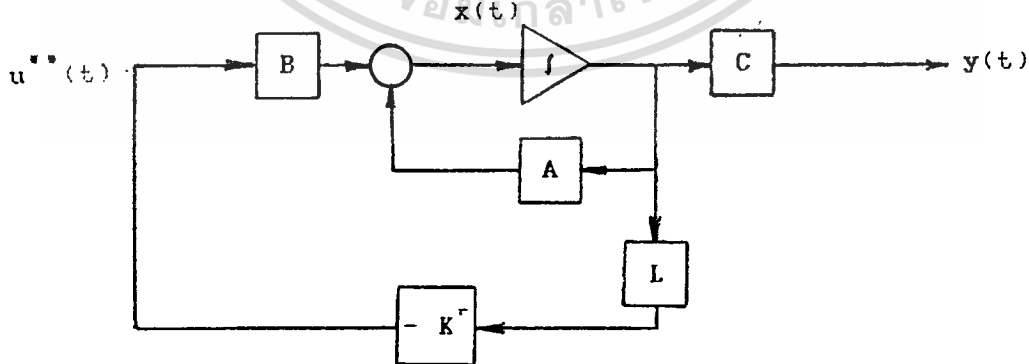
จะเป็น

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -R^{-1}*G^T*\bar{P}*z(t) \\ &= -K^r*L*x(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

ซึ่งเป็นตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุดสำหรับระบบ (3.1), (3.2) ดังนั้น

$$\dot{x}(t) = (A - B*R^{-1}*G^T*\bar{P}*L)*x(t) \quad (3.17)$$

เมื่อแทนพารามิเตอร์ใหม่จากระบบอันดับลดกลับไปยังระบบอันดับเต็ม ดังรูปที่ 3.4



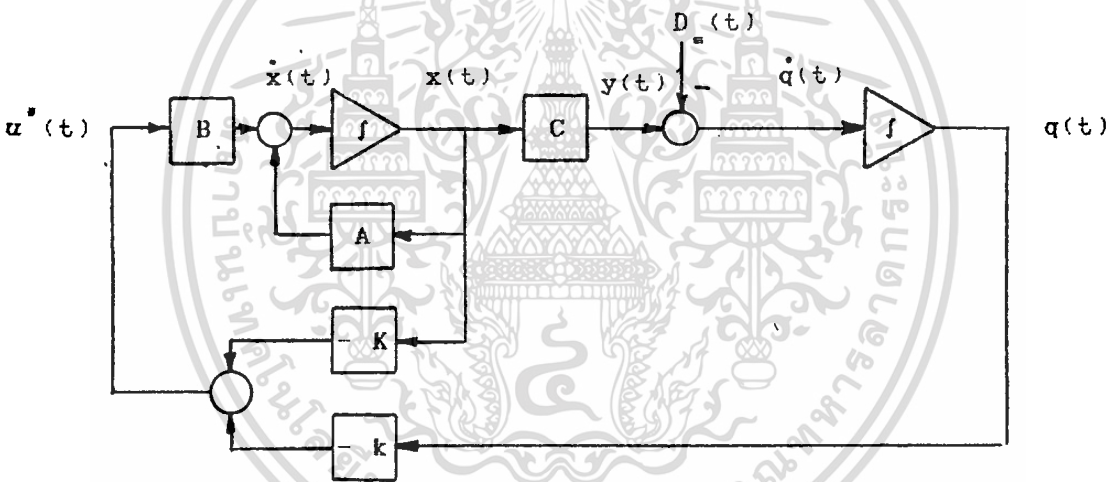
รูปที่ 3.4 ระบบป้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด

### 3.4 การออกแบบตัวควบคุมเมื่อมีสัญญาณรบกวนจากภายนอกด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟีดแบ็ค

ในระบบควบคุมต่างๆ สัญญาณรบกวนจากภายนอก (disturbance) เป็นสิ่งที่ไม่ปรารถนาและมีผลต่อเสถียรภาพของระบบ ดังนั้นจึงต้องหาวิธีที่จะลดสัญญาณรบกวนเหล่านี้ ซึ่งในหัวข้อนี้จะศึกษาถึง การลดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีการเพิ่มอินทิเกรเตอร์เพื่อลดสัญญาณรบกวนดังกล่าว

#### 3.4.1 การออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้ระบบอันดับเต็มเมื่อมีสัญญาณรบกวนคงที่จากภายนอก

สมมติว่ามีสัญญาณรบกวนคงที่จากภายนอก เข้ามาที่เอาต์พุตของระบบ การลดสัญญาณรบกวนคงที่จากภายนอก ทำได้โดยการเติมตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไป ซึ่งจะทำให้อันดับของระบบสูงขึ้นอีก 1 เรียกว่าระบบขยายเพิ่ม (augmented system) อันดับของตัวควบคุมของระบบก็จะเปลี่ยนแปลงไปจากระบบเดิมที่ยังไม่มีสัญญาณรบกวนจากภายนอก โดยจะมีตัวควบคุมสำหรับระบบที่เพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไป ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ระบบขยายเพิ่มป้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมที่ดีที่สุด

จากรูปที่ 3.5 จะได้

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A*x(t) + B*u^*(t) \\ \dot{q}(t) &= y(t) - D_u(t) \\ &= C*x(t) - D_u(t)\end{aligned}\quad (3.18)$$

หรือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [u^*(t)] + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} D_u(t) \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

โดยให้

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} = A, \quad [B \ 0]^T = B, \quad \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = C$$

control law ที่จะ minimize

$$J = \int_0^{\infty} \left[ \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C^T * C & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + u^T(t) * R * u(t) \right] dt$$

เมื่อ  $P (n+1 * n+1)$  มีค่าเดียว และเป็นผลเฉลยของ positive definite ของสมการรีคัตซีเมตริกซ์ (Matrix Riccati Equation)

$$P * A + A^T * P - P * B * R^{-1} * B^T * P = -C^T * C \quad (3.21)$$

โดยที่มีข้อแตกต่างจากระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวนคงที่จากภายนอกคือ เมตริกซ์  $C^T * C$  ซึ่งมีมิติ  $(n+1) * (n+1)$  โดยที่ element ที่  $(n+1), (n+1)$  ของ  $-C^T * C$  สามารถเปลี่ยนค่าไปได้ โดยค่าที่เปลี่ยนไปนี้มีผลต่อผลตอบสนองของระบบ แล้ว

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -R^{-1} * B^T * P * [x(t) \quad q(t)]^T \\ &= -F_u * [x(t) \quad q(t)]^T \\ &= -[K \quad k] [x(t) \quad q(t)]^T \end{aligned}$$

ซึ่งจะเป็นตัวควบคุมที่ดีที่สุดสำหรับระบบ (3.19) และ (3.20) และระบบย้อนกลับคือ

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K} & -\mathbf{B}^* \mathbf{k} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \mathbf{D}_u(t) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{F}_B = [\mathbf{K} \quad \mathbf{k}] = \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{B}^T * \mathbf{P} \quad (3.23)$$

### 3.4.2 การออกแบบตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุดด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์พลีแบล็ม

ดังที่กล่าวมาแล้วว่าการออกแบบตัวควบคุมให้กับระบบที่ใหญ่จะทำได้ช้า และเสียเวลา ไม่รวดเร็วเท่ากับระบบที่มีขนาดเล็ก จึงต้องออกแบบตัวควบคุมจากระบบอันดับลดของระบบขยายเพิ่ม ซึ่งจะเป็น

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{F} * \mathbf{z}(t) + \mathbf{G} * \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) &= \mathbf{y}^T(t) - \mathbf{D}_u(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 \\ \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \mathbf{D}_u(t) \quad (3.25)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}^T(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

โดยที่ให้

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F} & 0 \\ \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{F}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{G}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{H} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{z}(t)$$

และระบบ (3.25), (3.26) จะสามารถควบคุมได้เมื่อ

1.  $\mathbf{L}$  เป็นแรงค์สูงสุด (maximum)
2.  $\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$  เป็นแรงค์สูงสุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และสามารถสังเกตได้ เมื่อ  $L$  เป็น แรงค์สูงสุด  
และ control law ที่ minimize

$$J_z = \int_0^{\infty} \left[ \begin{matrix} z(t) \\ q(t) \end{matrix} \right]^T \begin{bmatrix} H^T * H & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + u^T(t) * R * u(t) \right] dt$$

เมื่อ

$$\bar{P} * F + F^T * \bar{P} - \bar{P} * G * R^{-1} * \bar{P} = - H^T * H \quad (3.27)$$

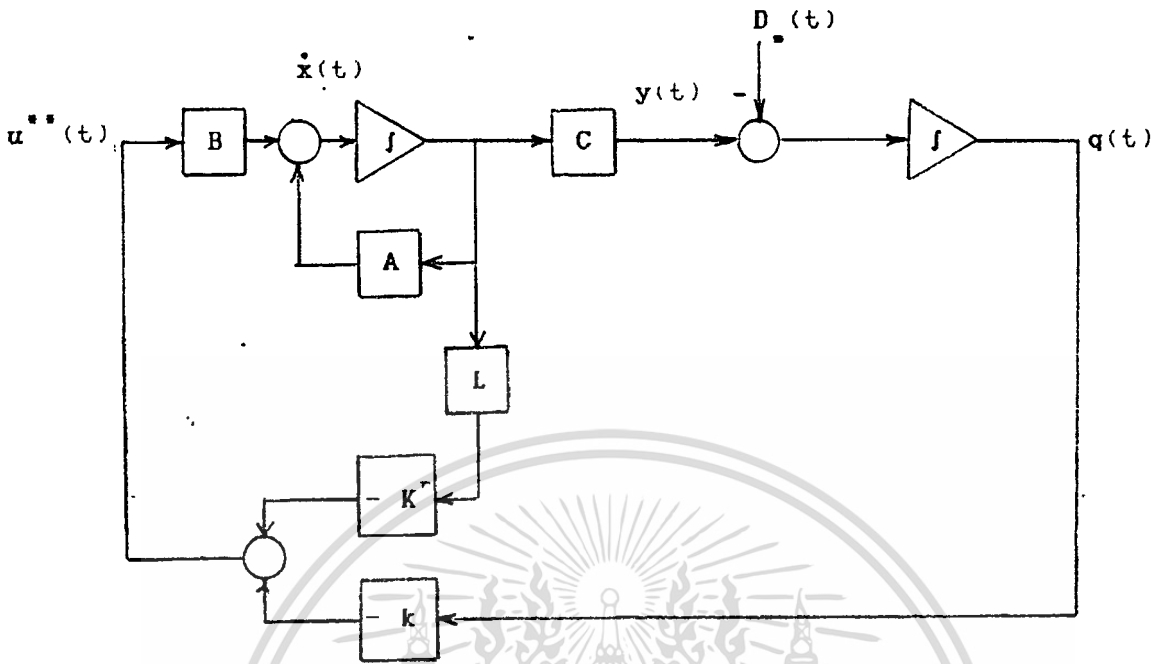
และเมตริกซ์  $H^T * H$  ในสมการ (3.27) จะแปรค่า element สุดท้ายได้เหมือนกับหัวข้อ 3.4.1 ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned} u^*(t) &= - R^{-1} * G^T * \bar{P} * z(t) \\ &= - F^T * z(t) \\ &= - [ K^T * L \quad k ] \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (3.28)$$

$u(t)$  เป็นตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุดสำหรับระบบขยายเพิ่ม (3.19), (3.20) ดังนั้นจะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B * K^T * L & - B * k \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} D_u(t) \quad (3.29)$$

ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ระบบขยายเพิ่มย้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมย่อยที่ตัดลด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### ตัวสังเกต

#### 4.1 กล่าวนำ

ตัวสังเกตมีความจำเป็นอย่างไร การเลือกค่าอัตราขยายการป้อนกลับ (feedback gains) ในระบบแบบลูปปิด เพื่อให้โพลอยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ โดยการเคลื่อนย้ายโพลของระบบป้อนกลับไปยังตำแหน่งที่ต้องการ จำเป็นที่จะต้องมีความแปรสถานะสำหรับการป้อนกลับที่หาค่าได้ แต่แน่นอนว่ามีหลายระบบที่การวัดตัวแปรสถานะไม่สามารถทำได้ ถ้าเป็นระบบที่สามารถสังเกตได้ เป็นไปได้ที่จะประมาณ (estimate) ตัวแปรสถานะเหล่านั้น โดยที่ไม่ต้องเข้าถึงโดยตรงเพื่อวัด โดยใช้ข้อมูลการวัดจากตัวแปรสถานะที่เข้าถึงได้ทุกตัว และใช้การประมาณตัวแปรสถานะที่เหลือนั้นเป็นเรื่องที่จะยอมรับได้และบางครั้งการประมาณตัวแปรสถานะในบางเหตุการณ์ก็ดีกว่าการวัดโดยตรงเสียอีก เพราะความคลาดเคลื่อน (error) เนื่องจากการวัดโดยตรงมีค่ามากกว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการประมาณค่าตัวแปรเสียอีก ระบบพลวัต ซึ่งทำหน้าที่ประมาณค่าตัวแปรสถานะของระบบอื่น เรียกว่า ตัวสังเกต ซึ่งทฤษฎีตัวสังเกตถูกแนะนำขึ้นในทฤษฎีระบบเชิงเส้น (linear system theory) โดย D. Luenberger ในปี 1963 Luenberger ได้แสดงให้เห็นว่า สำหรับระบบเชิงเส้นใดๆที่สามารถสังเกตได้ ตัวสังเกตก็สามารถออกแบบได้โดยใช้คุณสมบัติของ การประมาณความคลาดเคลื่อน (estimation error) เช่น ความแตกต่างระหว่างสถานะของระบบจริงกับสถานะของตัวสังเกต สามารถทำให้เข้าสู่ศูนย์ได้เร็วหรือช้าขึ้นอยู่กับ การออกแบบ เทคนิคการออกแบบเหมือนกันกับการเคลื่อนโพลในการออกแบบระบบป้อนกลับ

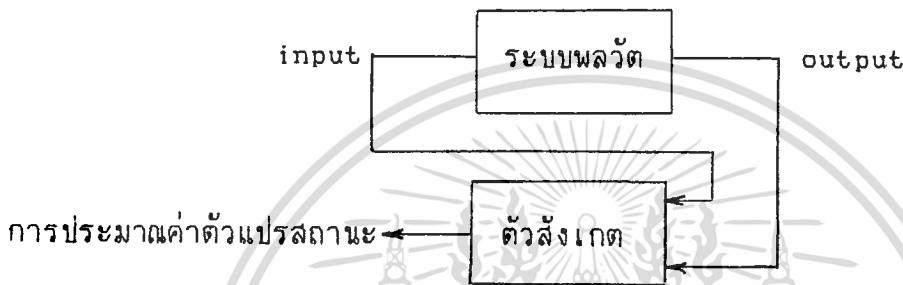
หลายปีก่อนที่ Luenberger จะแนะนำให้รู้จักกับตัวสังเกต R.E. Kalman และ R. Buch ได้ประกาศผลงานที่มีชื่อเสียงเกี่ยวกับเรื่อง Linear Filtering and Prediction) ซึ่งผลงานนี้ได้อธิบายถึงการประมาณสถานะที่ดีที่สุดเปรียบเทียบกับสิ่งรบกวนกระบวนการ (Process noise) สิ่งรบกวนการสังเกต (observation noise) ตัวประมาณสถานะ (state estimation) ซึ่งปัจจุบันเรียกว่า Kalman Filter มีโครงสร้างเป็นตัวสังเกตเชิงเส้น (linear observer) โดยทั่วไปแล้ว ตัวสังเกตเชิงเส้นอาจถูกมองว่าเป็น Suboptimal Kalman Filter และในทางกลับกัน Kalman Filter อาจถูกมองว่าเป็นตัวสังเกตที่ดีที่สุด (optimal observer)

#### 4.2 โครงสร้างและคุณสมบัติของตัวสังเกต

ตัวสังเกตแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

1. ตัวสังเกตอันดับเต็ม ( full-order observer หรือ identity observer )
2. ตัวสังเกตอันดับลด ( reduced-order observer )

โครงสร้างของตัวสังเกตจะแสดงดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 บล็อกไดอะแกรมของตัวสังเกตกับระบบพลวัต

##### 4.2.1 ตัวสังเกตอันดับเต็ม (full-order observer)

เราสมมติให้มีระบบพลวัต ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการสถานะ ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.1)$$

ซึ่งเราได้ออกแบบ control law  $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$  ภายใต้สมมติฐานว่า  $\mathbf{x}(t)$  สามารถเข้าถึงได้ (หาค่าได้) โดยการวัด แต่แทนที่จะวัดสถานะ  $\mathbf{x}(t)$  สามารถวัดได้เพียง

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (4.2)$$

ซึ่งมีมิติ  $p$  ของเวกเตอร์การสังเกต (observation vector)  $\mathbf{y}(t)$  น้อยกว่ามิติของ  $\mathbf{x}(t)$   $\epsilon$  แท้จริงแล้วคือ แรงค์ (rank) ของ  $\mathbf{C}$  น้อยกว่ามิติของเวกเตอร์สถานะ  $n$  ถ้าเราทำการผกผัน (inverse) เมตริกซ์  $\mathbf{C}$  เราสามารถหาค่า  $\mathbf{x}(t)$  ได้โดยตรงเมื่อให้  $\mathbf{y}(t)$  มา แต่ถ้า  $\mathbf{C}$  เป็นซิงกูลาร์เมตริกซ์ (singular matrix) ดังนั้นจึงไม่สามารถ

พิจารณา  $\mathbf{x}(t)$  โดยการให้  $\mathbf{y}(t)$  แต่เพียงอย่างเดียว นั่นไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณ ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการที่ดีกว่าคือ การประมาณค่า  $x(t)$  โดยการประมาณเวกเตอร์สถานะ  $x(t)$  เป็น  $x_{r_o}(t)$  เพื่อหาเอาท์พุทของระบบพลวัต ซึ่งเป็น

$$\dot{x}_{r_o}(t) = A_{r_o} * x(t) + B_{r_o} * u(t) + K_{r_o} * y(t) \quad (4.3)$$

โดยการวัด  $y(t)$  และอินพุท  $u(t)$  เลือกเมตริกซ์  $A_{r_o}$ ,  $B_{r_o}$  และ  $K_{r_o}$  ความคลาดเคลื่อน  $e(t)$  จะเป็น

$$e(t) = x(t) - x_{r_o}(t) \quad (4.4)$$

ซึ่งยอมรับได้ว่า ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นน้อยมาก ซึ่งเป็นวิธีการของ Luenberger สำหรับความคลาดเคลื่อน หาได้จากผลต่างของสมการ (4.1) ถึง (4.4)

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{x}_{r_o}(t) \\ &= A * x(t) + B * u(t) - A_{r_o} * [x(t) - e(t)] \\ &\quad - B_{r_o} * u(t) - K_{r_o} * C * x(t) \\ &= A_{r_o} * e(t) + (A - K_{r_o} * C - A_{r_o}) * x(t) \\ &\quad + (B - B_{r_o}) * u(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

ถ้าต้องการให้ความคลาดเคลื่อนเข้าใกล้ศูนย์ โดยที่ไม่ขึ้นกับ  $x(t)$  และ  $u(t)$  ดังนั้นสัมประสิทธิ์ของ  $x(t)$  และ  $u(t)$  ในสมการ (4.5) ต้องเป็นศูนย์ และ  $A_{r_o}$  ต้องเป็นเมตริกซ์พลวัตของระบบที่มีเสถียรภาพ ซึ่งหมายความว่า

$$A_{r_o} = A - K_{r_o} * C \quad (4.6)$$

$$B_{r_o} = B \quad (4.7)$$

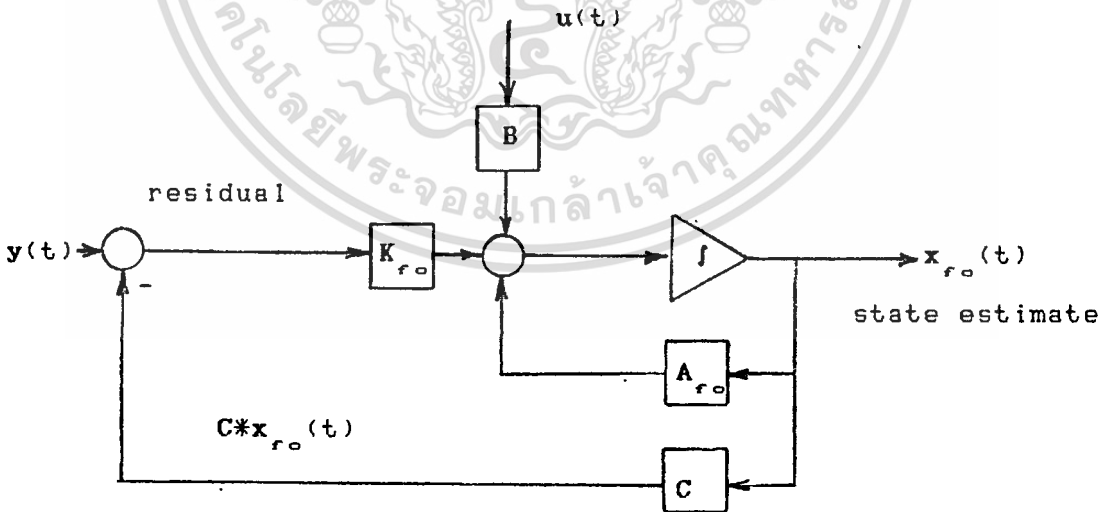
ดังนั้นจึงไม่สามารถเลือกค่า  $A_{r_o}$ ,  $B_{r_o}$  และ  $K_{r_o}$  โดยไม่มีกฎเกณฑ์ จะไม่มีการเลือกค่า  $B_{r_o}$  เพราะต้องควบคุมเมตริกซ์  $B$  วิธีหนึ่งคือการเลือกค่า  $K_{r_o}$  เมื่อพิจารณาเมตริกซ์  $A_{r_o}$  เราสามารถเลือกเมตริกซ์  $K_{r_o}$  ตัวเดียวเท่านั้นอย่างอิสระ ข้อจำกัดเหล่านี้ถูกรวมไว้ด้วยกันเป็นตัวสังเกต โดยเขียนสมการ (4.3) ได้ใหม่เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{r_o}(t) &= (A - K_{r_o} * C) * \hat{x}_{r_o}(t) + B * u(t) + K_{r_o} * y(t) \\ &= A * \hat{x}_{r_o}(t) + B * u(t) + K_{r_o} * \{y(t) - C * \hat{x}_{r_o}(t)\} \end{aligned} \tag{4.8}$$

ความหมายของตัวสังเกต ได้แสดงรูปแบบเหมือนกับระบบเริ่มต้นในสมการ (4.1) เว้นแต่ว่าได้เพิ่มอินพุต  $K_{r_o} * \{y(t) - C * \hat{x}_{r_o}(t)\}$  เข้าไป ปริมาณ

$$\begin{aligned} r(t) &= y(t) - C * \hat{x}_{r_o}(t) \\ &= C * \{x(t) - \hat{x}_{r_o}(t)\} \\ &= C * e(t) \end{aligned}$$

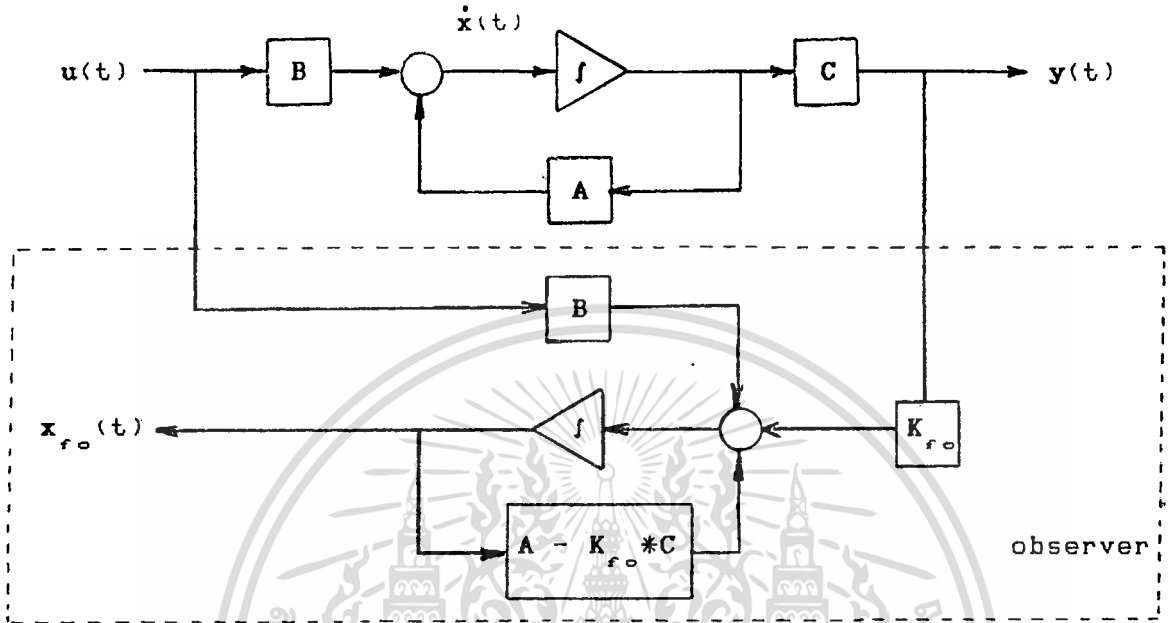
ผลต่างของค่า  $y(t)$  ที่วัดได้จริงกับค่าที่ประมาณเรียกว่า ค่าที่เหลืออยู่ (residual) ถ้าความคลาดเคลื่อน  $e(t) = x(t) - \hat{x}_{r_o}(t)$  เข้าสู่ศูนย์แล้ว ค่าที่เหลืออยู่ ก็จะเข้าสู่ค่าศูนย์เช่นเดียวกัน



รูปที่ 4.2 บล็อกไดอะแกรมของตัวสังเกตเชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเป็นระบบการประมาณเชิงเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบเปิด (open-loop exponential estimation) จะได้ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 ระบบการประมาณเชิงเอ็กซ์โพเนนเชียลแบบเปิด

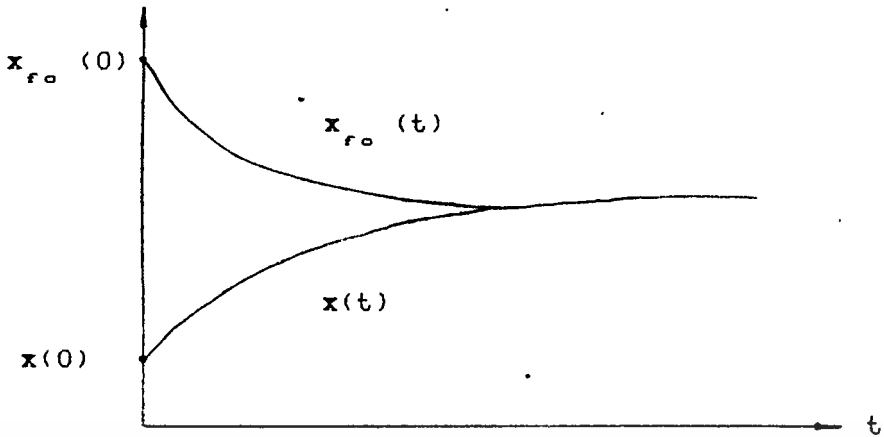
ถ้าตัวสังเกตอยู่ในรูปตัวป้อนกลับ ซึ่งค่าที่เหลืออยู่  $r(t)$  มีบทบาทต่อความคลาดเคลื่อนจากเมตริกซ์พลวัตระบบปิด (closed-loop dynamics matrix) เห็นว่า  $A_{fo}$  ซึ่ง  $A_{fo} = A - K_{fo} * C$  ซึ่งเมตริกซ์เดียวกันได้ปรากฏในสมการที่ (4.5) ในส่วนของความคลาดเคลื่อนของระบบ จากสมการที่ (4.6) และ (4.7) สมการ (4.5) จะกลายเป็นสมการ homogeneous

$$\dot{e}(t) = A_{fo} * e(t) \tag{4.9}$$

จากสมการ (4.9) จะได้คำตอบของสมการดังนี้

$$e(t) = \exp [(A - K_{fo} * C) * t] * e(0) \tag{4.10}$$

เพื่อความคลาดเคลื่อนจะได้เข้าสู่ศูนย์ จึงจำเป็นที่  $A_{fo}$  จะเป็นเมตริกซ์เสถียรภาพ คือค่าไอเก้นของเมตริกซ์ระบบปิด  $A_{fo}$  (ซึ่ง  $A_{fo} = A - K_{fo} * C$ ) ต้องอยู่ทางระนาบครึ่งซ้ายของระนาบ s จะเห็นว่าไม่ว่า  $e(0)$  มีค่าเท่าไร เมื่อเวลาเข้าใกล้อนันต์ได้  $e(t)$  เข้าใกล้ศูนย์ หมายความว่า  $x_{fo}(t)$  เข้าหา  $x(t)$  ดังรูปที่ 4.4

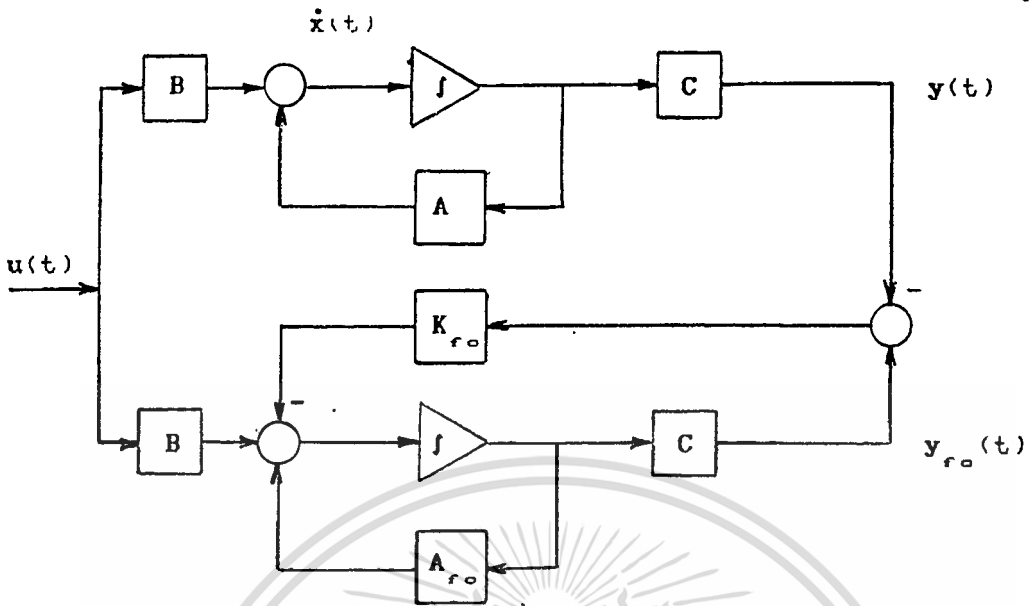


รูปที่ 4.4 ค่าจริงกับค่าที่ประมาณได้จากตัวสังเกต

พิจารณาการป้อนกลับ เมตริกซ์  $K_{fo}$  เป็นการเคลื่อนย้ายโพลเพื่อให้ได้การตอบสนองตามที่ต้องการ ค่าไอเก้นของระบบควบคุมป้อนกลับแบบอันดับเต็ม สามารถย้ายโพลมายังตำแหน่งที่เราพอใจ ถ้าเมตริกซ์การทดสอบการสังเกตได้ (observability test matrix)

$$Q_o = [C \quad C*A \quad \dots \quad C*A^{n-1}]^T \quad (4.11)$$

ต้องมีแรงค์เป็น  $n$  ถ้าเอาท์พุทเป็นเอาท์พุทเดียว (single output) เมตริกซ์อัตราขยายของตัวสังเกต (observer gain matrix)  $K_{fo}$  จะกลายเป็น เวกเตอร์หลัก (column vector) และมีเพียงค่าเดียวสำหรับค่าไอเก้นของ  $A$  ที่ต้องการ จากรูปที่ 4.3 จะเขียนใหม่ได้เป็นรูปที่ 4.5 ดังนี้



รูปที่ 4.5 โครงสร้างของตัวสังเกตที่เป็นรูปแบบของระบบ

จากรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่าโครงสร้างของตัวสังเกตเป็นรูปแบบ (model) ของระบบเดิมนั่นเอง

สำหรับค่า  $K_{r0}$  ที่ทำให้  $A - K_{r0} * C$  เป็นเมตริกซ์เสถียรภาพ ซึ่งหาได้จาก  $f$  ซึ่งทำให้  $A_f - B_f * f^T$  เป็นเมตริกซ์เสถียรภาพ แล้วให้

$$K_{r0} = f^T \tag{4.12}$$

ขั้นตอนในการออกแบบตัวสังเกตอันดับเต็ม

จากระบบพลวัตเต็ม

$$\dot{x}(t) = A * x(t) + B * u(t)$$

$$y(t) = C * x(t)$$

เนื่องจาก

$$A^T = A_f \tag{4.13}$$

$$C^T = B_f \tag{4.14}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นสามารถหา  $f$  ที่ทำให้ค่าไอเกนของ  $A_1 - B_1 * f$  เท่ากับ  $\lambda_{o_1}, \lambda_{o_2}, \dots, \lambda_{o_n}$  (ออกแบบโดยให้ค่าไอเกนของตัวสังเกตอยู่ที่ค่าไอเกนดังกล่าว) โดยที่

$$f = [ f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_n ] \quad (4.15)$$

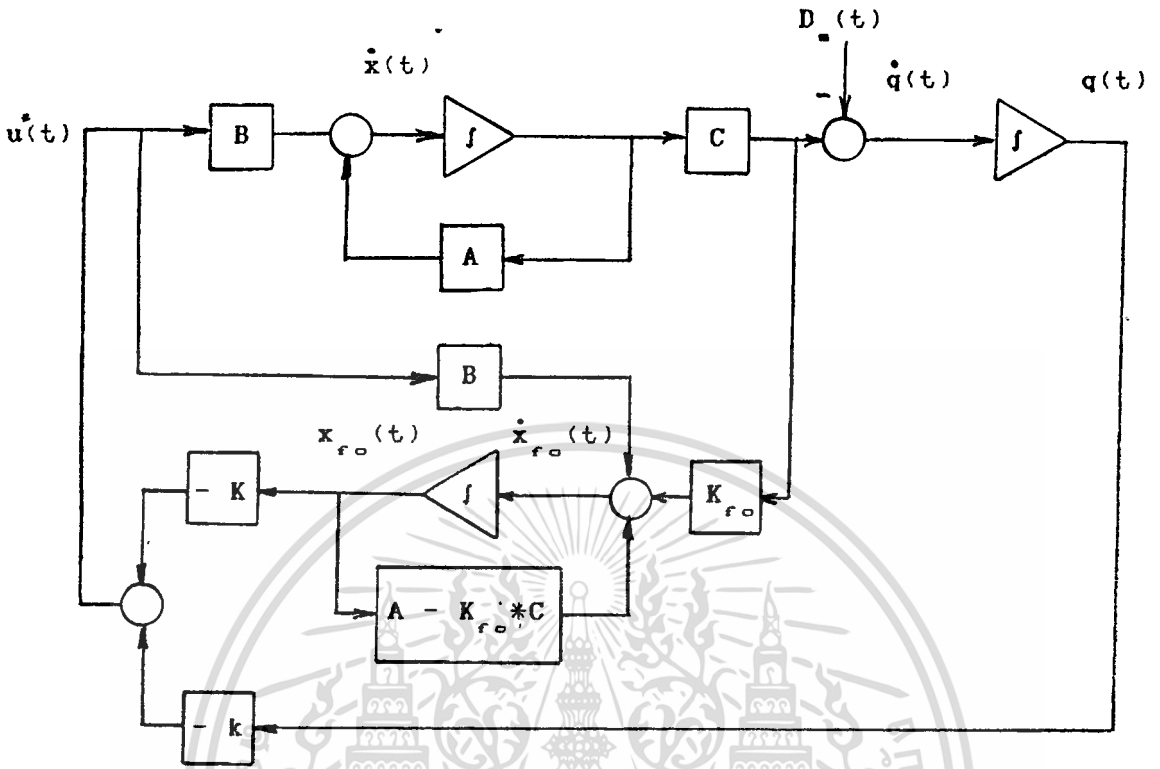
จะได้

$$\begin{aligned} |\lambda * I - (A_1 - B_1 * f)| &= (\lambda + \lambda_{o_1})(\lambda + \lambda_{o_2}) \\ &\dots (\lambda + \lambda_{o_n}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

แล้วเทียบกับสัมประสิทธิ์หา  $f_1, f_2, \dots, f_n$  ออกมา และเวกเตอร์อัตราขยายของตัวสังเกต  $K_{fo}$  ซึ่ง  $K_{fo} = f^T$  โครงสร้างของตัวสังเกตจะเป็นดังสมการ (4.8) คือ

$$\begin{aligned} \dot{x}_{fo}(t) &= (A - K_{fo} * C) * x_{fo}(t) + B * u(t) \\ &\quad + K_{fo} * y(t) \end{aligned}$$

ระบบรวม (composite system) ของระบบที่มีตัวสังเกตอันดับเต็มและมีสิ่งรบกวนคงที่  
ภายนอกที่เอาที่พหุของระบบ  
บล็อกไดอะแกรมเป็นดังนี้



รูปที่ 4.6 ระบบที่มีตัวสังเกตอันดับเต็มและสิ่งรบกวนที่เอาที่พหุของระบบ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_{r0}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B*K & -B*k \\ K_{r0}*C & A - B*K - K_{r0}*C & -B*k \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{r0}(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} D(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ x_{r0}(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{r0}(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$$

จากรูปแบบดังกล่าวสามารถจัดให้อยู่ในอีกรูปแบบเพื่อดูค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบจริงกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวสังเกต

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B*K & -B*K & -B*k \\ 0 & A - K_{r0}*C & -B*k \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} D(t)$$

นี่เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนในหลักสูตรนี้เท่านั้น ไม่สามารถเผยแพร่หรือใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากอาจารย์ผู้สอนได้

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ e(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$$

#### 4.2.2 ตัวล้งเกตอันดับลด

ตัวล้งเกตในสมการ (4.8) ซึ่งมีอันดับเดียวกับระบบ ซึ่งให้ออกพุทที่ล้งเกตได้ และไม่ได้ขึ้นอยู่กับจำนวนของเอาพุท แต่ล้งเกตว่า ระบบมีเพียง 1 เอาพุทสำหรับทุกตัวแปรสถานะ

$$y(t) = C * x(t)$$

ซึ่ง  $C$  เป็นนอซิงกูลาร์เมทริกซ์ (nonsingular matrix) ในกรณีนี้ ไม่มีความจำเป็นต้องมีตัวล้งเกต หา  $x(t)$  ได้โดยตรงจาก  $y(t)$

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0(t) \\ &= C^{-1} * y(t) \end{aligned} \quad (4.17)$$

ถ้าตัวแปรสถานะทุกตัวสามารถวัดได้โดยตรงทุกตัว ตัวล้งเกตก็ไม่จำเป็น แต่ถ้ามีตัวแปรสถานะอย่างน้อย 1 ตัวที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรง จะต้องมิตัวล้งเกตที่มีอันดับเท่ากับอันดับของระบบหรือไม่ การล้งเกตตัวล้งเกตขึ้นมา โดยล้งเกตตัวแปรประมาณสถานะ (state estimation variable) ให้มีจำนวนเท่ากับจำนวนตัวแปรสถานะที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรงก็เพียงพอแล้ว ทำให้อันดับของตัวล้งเกตลดลงเหลือเท่ากับตัวแปรสถานะที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรง ตัวล้งเกตนี้เรียกว่า ตัวล้งเกตอันดับลด

#### เงื่อนไขการล้งเกตตัวล้งเกตทั่วไป

เงื่อนไขต่อไปนี้ เป็นเงื่อนไขที่ Luenberger ได้กำหนดขึ้นเพื่อล้งเกตตัวล้งเกตที่ทำหน้าที่ประมาณค่าของตัวแปรสถานะที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรง

ระบบ

$$\dot{\phi}(t) = A_{ro} * \phi(t) + K_{ro} * y(t) + B_{ro} * u(t) \quad (4.18)$$

$$x_{ro}(t) = D_{ro} * \phi(t) + H_{ro} * y(t) \quad (4.19)$$

จะเป็น ตัวลั้งเกตของ Luenberger ในลักษณะที่  $x_{ro}(t)$  มีค่าเข้าใกล้  $x(t)$  เมื่อเวลาเข้าใกล้อนันต์ เมื่อสอดคล้องกับเงื่อนไขข้างล่างนี้

(1) มี เมตริกซ์  $M$  ซึ่งสอดคล้องกับสมการข้างล่างนี้

$$A_{ro} * M = M * A - K_{ro} * C \quad (4.20)$$

$$I_n = D_{ro} * M + H_{ro} * C \quad (4.21)$$

$$B_{ro} = M * B \quad (4.22)$$

(2)  $A_{ro}$  ต้องเป็นเมตริกซ์ที่เสถียร

เนื่องจาก  $\phi(t)$  เป็น ตัวแปรที่ถูกประมาณค่า (estimated variable) ของ  $M * x(t)$  ดังนั้นผลต่างระหว่าง  $\phi(t)$  และ  $M * x(t)$  คือ

$$\xi(t) = \phi(t) - M * x(t) \quad (4.23)$$

$$\dot{\xi}(t) = \dot{\phi}(t) - M * \dot{x}(t) \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= A_{ro} * \phi(t) + K_{ro} * C * x(t) + M * B * u(t) \\ &\quad - M * [A * x(t) + B * u(t)] \\ &= A_{ro} * \phi(t) - [M * A - K_{ro} * C] * x(t) \end{aligned} \quad (4.25)$$

จากสมการ 4.20 จะได้

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= A_{ro} * \phi(t) - A_{ro} * M * x(t) \\ &= A_{ro} * \xi(t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าและให้  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$e(t) = x_{r_o}(t) - x(t) \quad (4.27)$$

จะได้

$$\begin{aligned} e(t) &= D_{r_o} * \phi(t) + H_{r_o} * C * x(t) - x(t) \\ &= D_{r_o} * \phi(t) - [I_n - H_{r_o} * C] * x(t) \\ &= D_{r_o} * \phi(t) - D_{r_o} * M * x(t) \\ &= D_{r_o} * \xi(t) \end{aligned} \quad (4.28)$$

จากสมการ 4.26 และสมการ 4.28 จะได้

$$e(t) = D_{r_o} * \exp[A_{r_o} * t] * \xi(0) \quad (4.29)$$

จากเงื่อนไขที่ 2  $A_{r_o}$  จะต้องเป็นเมทริกซ์ที่เสถียร ดังนั้นไม่ว่า  $\xi(0)$  จะมีค่าเป็นเท่าไร  $e(t)$  จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งหมายความว่า  $x_{r_o}(t)$  จะมีค่าเข้าสู่  $x(t)$  เมื่อเวลาเข้าสู่อันต์

มิติของ  $\phi(t)$  จะเป็นมิติของตัวสังเกต ค่าไอเก้นของ  $A_{r_o}$  เรียกว่า โพลของตัวสังเกต สามารถถอดออกแบบตัวสังเกตได้หลายแบบตามค่าของ  $M$  ถ้า  $M = D_{r_o} = I_n$ ,  $H_{r_o} = 0$  และ  $A_{r_o} = A - K_{r_o} * C$  ซึ่งจะกลายเป็น ตัวสังเกตอันดับเต็ม

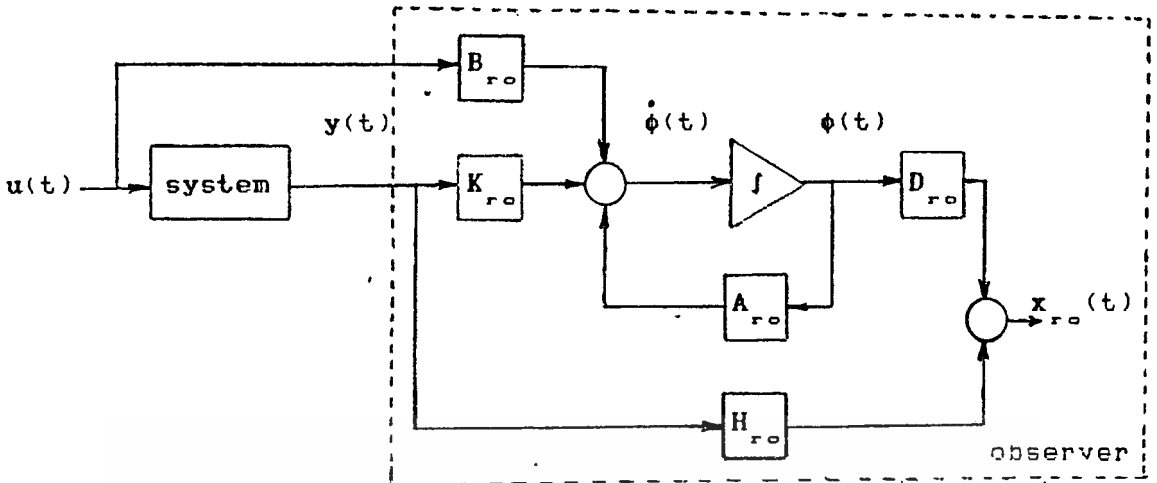
### ขั้นตอนในการออกแบบตัวควบคุมอันดับลด

เป็นการประยุกต์จากทฤษฎีที่กล่าวมาแล้ว เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบตัวสังเกตอันดับลด จาก

$$\dot{\phi}(t) = A_{r_o} * \phi(t) + K_{r_o} * y(t) + B_{r_o} * u(t) \quad (4.30)$$

$$x_{r_o}(t) = D_{r_o} * \phi(t) + H_{r_o} * y(t) \quad (4.31)$$

ซึ่งจะเป็นดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 โครงสร้างของตัวสังเกตที่ลดอันดับแล้ว

การออกแบบตัวสังเกตอันดับลด ขึ้นอยู่กับการออกแบบ  $A_{ro}$  ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข 2 เงื่อนไข และความสัมพันธ์ ของ  $A_{ro}, K_{ro}, B_{ro}, D_{ro}, H_{ro}, M$  โดยที่เงื่อนไขทั้งสอง มีดังนี้

- 1.) 
$$\begin{aligned} A_{ro} * M &= M * A - K_{ro} * C \\ I_n &= D_{ro} * M + H_{ro} * C \\ B_{ro} &= M * B \end{aligned}$$
- 2.)  $A_{ro}$  ต้องเป็น stable matrix

ขั้นตอนที่ 1

ให้

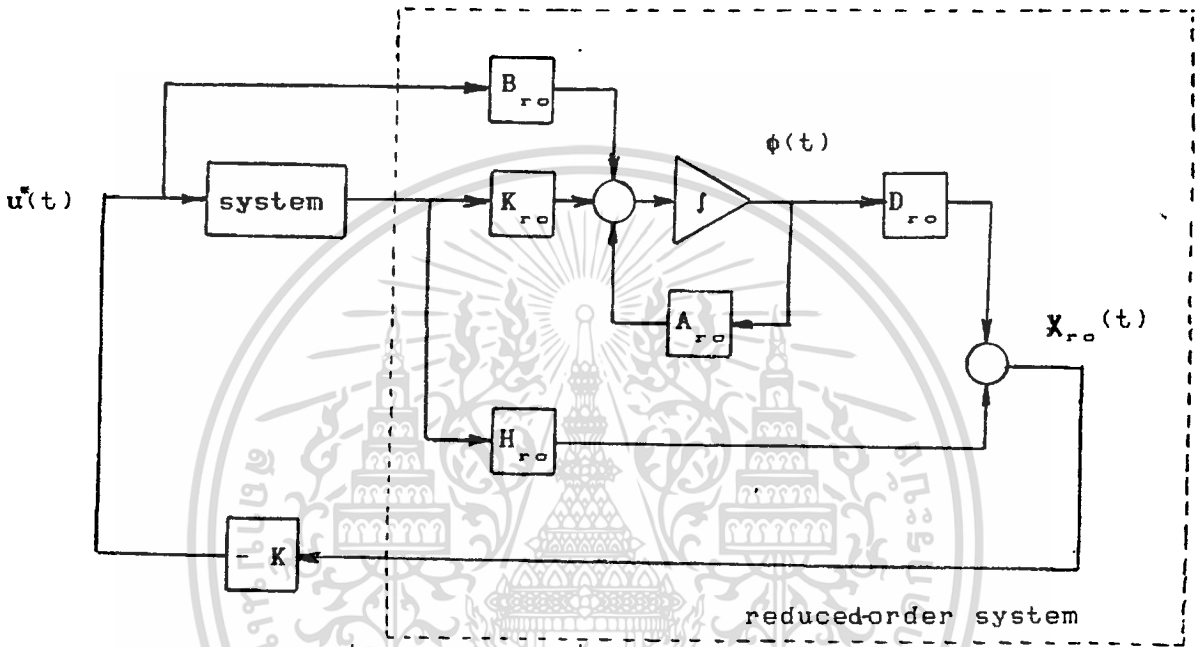
$$s = \begin{bmatrix} C \\ \dots \\ N \end{bmatrix}$$

โดยเลือก ค่า  $N$  ที่ทำให้  $|s| \neq 0$  โดย  $N$  มีมิติเป็น  $(n-1) * n$



$$\dot{u}(t) = -K * x_{ro}(t) \tag{4.40}$$

ระบบที่มีตัวล้งเกิดอันดับลดเป็นดังนี้



รูปที่ 4.8 ระบบรวมที่มีตัวล้งเกิดลดอันดับ

แทนสมการ (4.40) ในสมการ (4.1) และ (4.18) ได้เป็น

$$\dot{x}(t) = (A - B * K * H_{ro} * C) * x(t) - B * K * D_{ro} * \phi(t) \tag{4.41}$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}(t) &= (K_{ro} * C - M * B * K * H_{ro} * C) * x(t) \\ &+ (A_{ro} - M * B * K * D_{ro}) * \phi(t) \end{aligned} \tag{4.42}$$

ซึ่งจะเป็นระบบรวม หรือ ระบบลูปปิด กำหนดให้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ -M & I_{n-m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้ในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นการแปลงตัวแปร (variable transformation) และนำมาแปลง

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{H}_{r_0}^* \mathbf{C} & -\mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{D}_{r_0} \\ \mathbf{K}_{r_0}^* \mathbf{C} - \mathbf{M}^* \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{H}_{r_0}^* \mathbf{C} & \mathbf{A}_{r_0} - \mathbf{M}^* \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{D}_{r_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\phi}(t) \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

จะได้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 & \mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{H}_{r_0}^* \mathbf{C} & -\mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{D}_{r_0} \\ -\mathbf{M}^* \mathbf{I}_{n-1} & \mathbf{K}_{r_0}^* \mathbf{C} - \mathbf{M}^* \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{H}_{r_0}^* \mathbf{C} & \mathbf{A}_{r_0} - \mathbf{M}^* \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{D}_{r_0} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ \mathbf{M}^* \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K}^* & -\mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{D}_{r_0} \\ 0 & \mathbf{A}_{r_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.45)$$

และสมการคุณลักษณะ (characteristic equation) ของสมการ (4.45)

$$\begin{vmatrix} s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K}^*) & -\mathbf{B}^* \mathbf{K}^* \mathbf{D}_{r_0} \\ 0 & s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{r_0} \end{vmatrix} = \left| s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K}^*) \right| * \left| s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{r_0} \right| = 0 \quad (4.46)$$

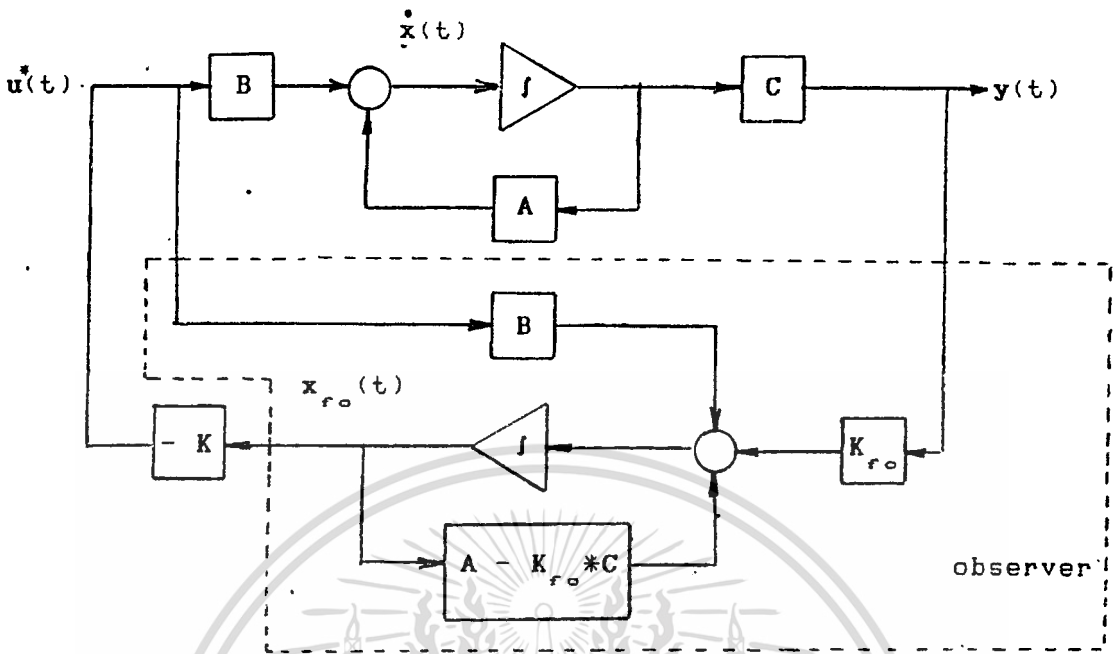
ซึ่งเห็นว่า ค่าไอเกนของระบบปิดประกอบด้วย ค่าไอเกนของ  $\mathbf{A} - \mathbf{B}^* \mathbf{K}^*$  (โพลของ เรกกูเลเตอร์) และ ค่าไอเกนของ  $\mathbf{A}_{r_0}$  (โพลของตัวสังเกต) ดังนั้นปัญหาในการออกแบบ asymptotically stable observer และ asymptotically stable state feedback control law แยกเป็นอิสระจากกันได้

ระบบรวมที่มีตัวสังเกตอันดับเต็ม

ในกรณีของ ตัวสังเกตอันดับเต็ม (รูปที่ 4.3) ก็เช่นเดียวกัน เมื่อ control law อยู่ในรูป

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{K}^* \mathbf{x}_{r_0}^*(t) \quad (4.47)$$

ระบบรวมที่มีตัวสังเกตเต็มอันดับ เป็นดังนี้



รูปที่ 4.9 ระบบรวมที่มีตัวสังเกตอันดับเต็ม

ได้สมการระบบรวม เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_{fo}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}*\mathbf{K} \\ \mathbf{K}_{fo}*\mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{B}*\mathbf{K} - \mathbf{K}_{fo}*\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_{fo}(t) \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{e}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}*\mathbf{K} & -\mathbf{B}*\mathbf{K} \\ 0 & \mathbf{A} - \mathbf{K}_{fo}*\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

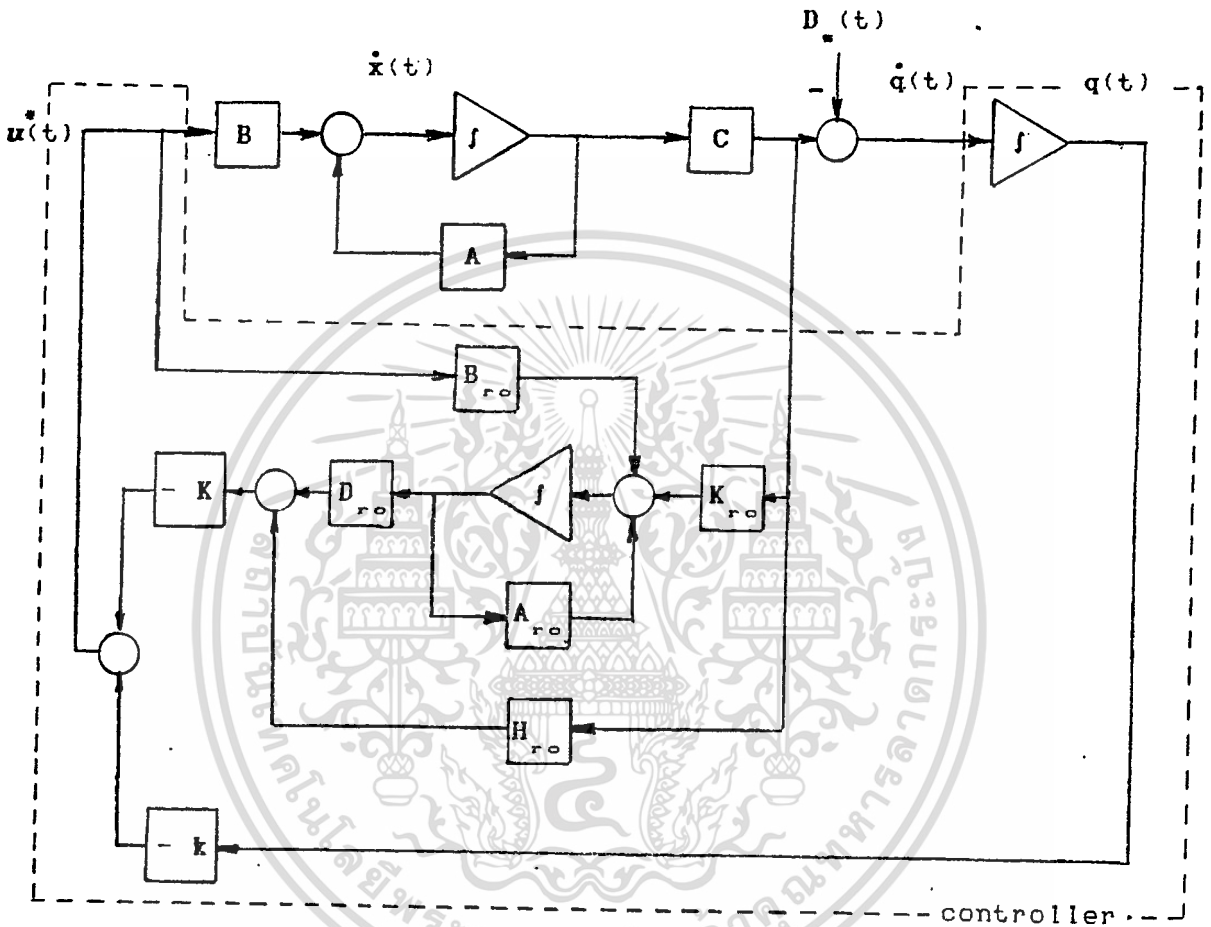
หรือ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 \\ -\mathbf{I}_n & \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_{fo}(t) \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบที่มีตัวล้งเกิดอันดับลดและมีสิ่งรบกวนคงที่จากภายนอกที่เอาที่พทของระบบ

บล็อกไดอะแกรมเป็นดังนี้



รูปที่ 4.10 ระบบที่มีตัวล้งเกิดอันดับลดและมีสิ่งรบกวนที่เอาที่พทของระบบ

ระบบรวม (composite system) ของที่มีตัวล้งเกิดอันดับลดและมีสิ่งรบกวนภายนอก

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_{ro}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B*K*K*H_{ro}*C & -B*K*K*D_{ro} & -B*k \\ K_{ro}*C - M*B*K*K*H_{ro}*C & A_{ro} - M*B*K*K*D_{ro} & -M*B*k \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{ro}(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} D_s(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ x_{ro}(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ H_{ro} * C & D_{ro} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{ro}(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$$

จากรูปแบบดังกล่าวสามารถจัดให้อยู่ในอีกรูปแบบเพื่อดูค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบจริงกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวสังเกตอันดับลด

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B*K & -B*K*D_{ro} & -B*k \\ 0 & A_{ro} & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} D_{ro}(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ \xi(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

## ตัวอย่างของระบบและผลตอบสนองของระบบ

5.1 กล่าวนำ

จากทฤษฎีที่ได้ศึกษามาจากบทที่ 1 ถึงบทที่ 4 มาประยุกต์กับระบบตัวอย่าง เพื่อทำการศึกษาดำเนินการของกลุ่มโพล ว่ามีผลต่อผลตอบสนองของระบบอย่างไร และศึกษาระบบที่มีตัวล่งเกิดว่าตัวแปรสถานะของตัวล่งเกิดเข้าสู่ค่าของตัวแปรสถานะของระบบได้อย่างไร ใช้เวลานานเพียงใด และมีความคลาดเคลื่อนมากน้อยเพียงใด

5.2 ระบบที่ใช้ศึกษา

ในบทนี้ได้ทำการศึกษาระบบ 2 ระบบดังนี้

ระบบที่ 1

ระบบที่ 1 เป็นระบบลูปเปิด ที่มีทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.025*(s + 2)}{s^3 + 3.3*s^2 + 0.92*s + 0.06}$$

หรือ

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.025*(s + 2)}{(s + 0.1)*(s + 0.2)*(s + 3)}$$

(5.1)

จากระบบในสมการ (5.1) มีโพลอยู่ที่ตำแหน่ง  $-0.1$ ,  $-0.2$ ,  $-3$  และมีซีโร (zero) อยู่ที่ตำแหน่ง  $-2$  ในระนาบ  $s$

ระบบที่ 2

ระบบที่ 2 เป็นระบบลูปเปิด ที่มีทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.08*(s + 2)}{s^3 + 10.3*s^2 + 3.02*s + 0.2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.08*(s + 2)}{(s + 0.1)*(s + 0.2)*(s + 10)}$$

(5.2)

จากระบบในสมการ (5.2) มีโพลอยู่ที่ตำแหน่ง  $-0.1$ ,  $-0.2$ ,  $-10$  และมีซีโรอยู่ที่ตำแหน่ง  $-2$  ในระนาบ  $s$

จากระบบในสมการ (5.1) และ (5.2) เห็นได้ว่า ตำแหน่งโพลของทั้งสองสมการแตกต่างกันตรงที่ตำแหน่งโพลที่อยู่ทางด้านซ้ายมือสุดของระนาบ  $s$  คือระบบที่หนึ่ง ตำแหน่งโพลที่อยู่ซ้ายสุดอยู่ที่  $-3$  ส่วนระบบที่สอง ตำแหน่งโพลที่อยู่ซ้ายมือสุดอยู่ที่  $-10$  เห็นได้ว่าโพลที่ตำแหน่ง  $-3$  ของระบบที่หนึ่งอยู่ใกล้กับกลุ่มโพลที่อยู่ใกล้แกนจินตภาพ (ซึ่งกลุ่มโพลที่อยู่ใกล้แกนจินตภาพเรียกว่า กลุ่มโพลเด่น (dominant poles)) มากกว่าโพลที่อยู่ตำแหน่ง  $-10$  ในระบบที่สองซึ่งอยู่ห่างจากกลุ่มโพลเด่นมากกว่า

จากการแบ่งระบบออกเป็นสองระบบดังกล่าวนี้ เพื่อประโยชน์ในการศึกษาพฤติกรรมของกลุ่มโพลที่อยู่ไกลและอยู่ใกล้จากตำแหน่งของกลุ่มโพลเด่น

### 5.3 ผลการศึกษาาระบบและผลตอบสนอง

ในหัวข้อนี้กล่าวถึงการศึกษาาระบบในเรื่องของ

- การลดอันดับของระบบลงโดยใช้เทคนิคการรวม
- การออกแบบตัวควบคุมย่อยด้วยวิธี เรกกูเลเตอร์ลูปเบสึม
- การออกแบบตัวสังเกต

#### การลดอันดับของระบบลงโดยใช้เทคนิคการรวม

การศึกษาาระบบที่ 1 และระบบที่ 2 ข้างต้นโดยใช้เทคนิคการรวมในบทที่ 2 เป็นดังนี้

ระบบที่ 1

ระบบที่ 1 ที่ยังไม่ได้ลดอันดับลง เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -0.060 & -0.920 & -3.300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 1.000 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [0.050 \quad 0.025 \quad 0.000] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

จากระบบที่ 1 ที่ยังไม่ได้ลดอันดับลง คำนวณหา L จากบทที่ 2 ได้

$$L = \begin{bmatrix} 2.069 & 11.034 & 3.448 \\ -1.071 & -11.071 & -3.571 \end{bmatrix}$$

ระบบที่ 1 ที่ลดอันดับแล้วด้วยเทคนิคการรวม เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.100 & 0.000 \\ 0.000 & -0.200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.448 \\ -3.571 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y^r(t) = [0.048 \quad 0.046] [z_1(t) \quad z_2(t)]^T$$

ผลตอบสนองของระบบอันดับเต็มกับระบบอันดับลดของระบบที่ 1 แสดงในรูปที่ 5.1 ก. และ 5.1 ข. ตามลำดับ

ระบบที่ 2

ระบบที่ 2 ที่ยังไม่ได้ลดอันดับลง เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -0.200 & -3.020 & -10.300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 1.000 \end{bmatrix} u(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = [0.160 \quad 0.080 \quad 0.000] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

จากระบบที่ 2 ที่ยังไม่ได้ลดอันดับลง คำนวณหา  $L$  จากบทที่ 2 ได้

$$L = \begin{bmatrix} 2.020 & 10.303 & 1.010 \\ -1.020 & -10.306 & -1.020 \end{bmatrix}$$

ระบบที่ 2 ที่ลดอันดับแล้วด้วยเทคนิคการรวม เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.100 & 0.000 \\ 0.000 & -0.200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.010 \\ -1.020 \end{bmatrix} u(t)$$

$$\mathbf{y}^T(t) = [0.152 \quad 0.144] [z_1(t) \quad z_2(t)]^T$$

ผลตอบสนองของระบบอันดับเต็มกับระบบอันดับลดของระบบที่ 2 แสดงในรูปที่ 5.2 ก. และ 5.2 ข. ตามลำดับ

จากรูปที่ 5.2 จะเห็นว่าตัวแปรสถานะของระบบอันดับลดเข้าสู่ค่าคงที่ เช่นเดียวกับกับตัวแปรสถานะของระบบอันดับเต็ม ด้วยเวลาที่ช้ากว่าเล็กน้อย

**การออกแบบตัวควบคุมย่อยด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์พล็อบเบิ้ล**

ในการศึกษาการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์พล็อบเบิ้ล ได้ออกแบบไว้หลายตัวอย่าง โดยการเปลี่ยนค่า เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม  $R$  หลายค่า แต่ในที่นี้จะแสดงให้เห็นเพียงค่าเดียวเท่า คือ  $R = 0.1$

ระบบที่ 1

คำนวณหา  $\mathbf{u}^*(t)$  โดยใช้หลักการที่กล่าวในหัวข้อ 3.3 แล้วจะได้

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^*(t) &= -\mathbf{K}^* \mathbf{x}(t) \\ &= [0.120 \quad 0.390 \quad 0.120] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T \end{aligned}$$

ระบบควบคุมย้อนกลับที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -0.180 & -1.310 & -3.420 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = [0.050 \quad 0.025 \quad 0.000] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-3.004$  ,  $-0.208 + 0.129j$  ,  $-0.208 - 0.129j$

ผลตอบสนองของระบบเมื่อกำหนดสภาวะเริ่มต้นให้ และกำหนดอินพุต  $v(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.3 ก.

ในทำนองเดียวกัน  $u^*(t) = K^T * z(t) = K^T * L * x(t)$  โดย

$$K^T = [0.096 \quad 0.028]$$

ระบบควบคุมย้อนกลับที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -0.228 & -1.666 & -3.530 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

$$y^T(t) = [0.050 \quad 0.025 \quad 0.000] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-3.000$  ,  $-0.265 + 0.076j$  ,  $-0.265 - 0.076j$

ผลตอบสนองของระบบเมื่อกำหนดสภาวะเริ่มต้นให้ และกำหนดอินพุต  $v(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.3 ข.

### ระบบที่ 2

คำนวณหา  $u^*(t)$  โดยใช้หลักการที่กล่าวในหัวข้อ 3.3 แล้วจะได้

$$u^*(t) = [0.350 \quad 1.040 \quad 0.100] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

ระบบควบคุมย้อนกลับที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -0.550 & -4.060 & -10.400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = [0.160 \quad 0.080 \quad 0.000] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-9.999$  ,  $-0.200 + 0.122j$  ,  $-0.200 - 0.122j$

ผลตอบสนองของระบบเมื่อกำหนดสถานะเริ่มต้นให้ และกำหนดอินพุต  $v(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.4 ก.

ในทำนองเดียวกัน  $u^{**}(t) = K^T * z(t) = K^T * L * x(t)$  โดย

$$K^T = [0.024 \quad 0.015]$$

ระบบควบคุมย่อยย้อนกลับที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \\ -0.233 & -3.112 & -10.309 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

$$y^T(t) = [0.160 \quad 0.080 \quad 0.000] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-10.000$  ,  $-0.131$  ,  $-0.178$

ผลตอบสนองของระบบเมื่อกำหนดสถานะเริ่มต้นให้ และกำหนดอินพุต  $v(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.4 ข.

การศึกษาระบบที่มีสิ่งรบกวนคงที่จากภายนอกที่เอาต์พุตของระบบ

ในกรณีนี้ การออกแบบตัวควบคุมต้องกำหนดค่าเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ  $Q$  เพิ่มเข้าไป สำหรับตัวอย่างที่แสดงต่อไปนี้ ใช้การถ่วงน้ำหนัก  $R = 0.1$  และ  $Q = 100$  ระบบแบบที่ 1

$$\text{จากหัวข้อ 3.4 } \ddot{x}(t) = -F_B * [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

$$F_B = [3.680 \quad 5.360 \quad 1.350 \quad 31.620]$$

ระบบควบคุมย้อนกลับที่ดีที่สุด

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -3.740 & -6.280 & -4.650 & -31.620 \\ 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ -1.000 \end{bmatrix} D_u(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-3.000$  ,  $-0.420 + 0.690j$  ,  $-0.420 - 0.690j$  ,  $-0.800$

ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะ เมื่อกำหนดสภาวะเริ่มต้นให้ และ  $D_s(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.5 ก.

จากการคำนวณ  $F_s^* = [3.680 \quad 2.783 \quad ; \quad 31.611] = [K^* \quad k]$

จากสมการ (3.28) ได้  $u^{*T}(t) = - [3.680 \quad 2.783 \quad ; \quad 31.611] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$

$u^{*T}(t) = - [4.633 \quad 9.795 \quad 2.751 \quad 31.611] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$   
ระบบควบคุมย้อนกลับที่ดีที่สุด

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -3.814 & -6.169 & -4.630 & -31.611 \\ 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ -1.000 \end{bmatrix} D_s(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-3.050$ ,  $-0.436 + 0.735j$ ,  $-0.436 - 0.735j$ ,  $-0.709$

ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะ เมื่อกำหนดสภาวะเริ่มต้นให้ และ  $D_s(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.5 ข.

### ระบบแบบที่ 2

จากหัวข้อ 3.4  $u^{*T}(t) = - F_s^* [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$

$$F_s^* = [10.890 \quad 14.640 \quad 1.330 \quad 31.620]$$

ระบบควบคุมย้อนกลับที่ดีที่สุด

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -11.090 & -17.660 & -11.630 & -31.620 \\ 0.160 & 0.080 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ -1.000 \end{bmatrix} D_s(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.160 & 0.080 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-9.990$ ,  $-0.424 + 0.680j$ ,  $-0.424 - 0.680j$ ,  $-0.780$

ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะ เมื่อกำหนดสภาวะเริ่มต้นให้ และ  $D_s(t) = 0$  แสดงในรูปที่ 5.6 ก.

จากการคำนวณ  $F'_{\text{u}} = [9.315 \quad 7.915 \quad 1 \quad 31.625] = [K' \quad k]$

จากสมการ (3.28) ได้  $u^{**}(t) = - [9.315 \quad 7.915 \quad 31.625] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$

$u^{**}(t) = - [10.743 \quad 14.400 \quad 1.335 \quad 31.625] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$

ระบบควบคุมก่อกำเนิดที่ต่ำที่สุด

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -10.942 & -17.420 & -11.634 & -31.625 \\ 0.160 & 0.080 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ 1.000 \end{bmatrix} D_{\text{u}}(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.160 & 0.080 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-10.000 \pm 0.414j$  ,  $-0.690 \pm 0.690j$  ,  $-0.414 \pm 0.690j$  ,  $-0.780$   
 ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะ เมื่อกำหนดสถานะเริ่มต้นให้ และ  $D_{\text{u}}(t) = 0$   
 แสดงในรูปที่ 5.6 ข.

**การออกแบบตัวสังเกต**

การออกแบบตัวสังเกตให้กับระบบ ได้ออกแบบตัวสังเกตไว้หลายแบบโดย  
 เปลี่ยนตำแหน่งของโพลของตัวสังเกต แต่ได้เลือกนำมาแสดงเพียงบางส่วน  
 ระบบรวมของระบบที่ 1 ซึ่งมีโพลของตัวสังเกตอันดับเต็มอยู่ที่  $-4$  ,  $-5$  ,  $-6$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_{r01}(t) \\ \dot{x}_{r02}(t) \\ \dot{x}_{r03}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.060 & -0.920 & -3.300 & -3.680 & -5.860 & -1.350 \\ -12.035 & -6.018 & 0.000 & 12.035 & 7.018 & 0.000 \\ 47.470 & 23.735 & 0.000 & -47.470 & -23.735 & 1.000 \\ -26.000 & -13.000 & 0.000 & 22.260 & 6.720 & -4.650 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_{r01}(t) \\ x_{r02}(t) \\ x_{r03}(t) \end{bmatrix}$$

ซึ่งได้แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะของตัวสังเกต ( $x_{r0}(t)$ ) เปรียบเทียบกับตัว  
 แปรสถานะเดิมในรูปที่ 5.7 ก.

นอกจากนี้ ยังได้แสดงความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับ  
 ตัวแปรสถานะของตัวสังเกต ดังสมการลตทต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \\ \dot{e}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -3.740 & -6.280 & -4.650 & -3.680 & -5.360 & -1.350 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 12.035 & 7.018 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -47.470 & -23.735 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 25.940 & 12.080 & -3.300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}$$

ความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวสังเกต แสดงในรูปที่ 5.7 ข.

ระบบรวมของระบบที่ 1 ซึ่งมีโพลของตัวสังเกตอันดับสุดท้ายที่  $-4, -5$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -26.526 & -14.154 & -3.300 & -3.520 & -1.350 \\ -58.035 & -29.018 & 0.000 & -9.018 & -3.509 \\ 25.164 & 12.581 & 0.000 & 2.225 & -1.332 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix}$$

ซึ่งได้แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะของตัวสังเกต ( $\phi(t)$ ) ที่ออกแบบไว้ในรูปที่ 5.8 ก.

นอกจากนี้ ยังได้แสดงความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวสังเกต ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{\epsilon}_1(t) \\ \dot{\epsilon}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -3.740 & -6.280 & -4.650 & -3.520 & -1.350 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -9.018 & -3.509 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 5.745 & 0.018 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \epsilon_1(t) \\ \epsilon_2(t) \end{bmatrix}$$

ซึ่งได้แสดงความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวสังเกต ดังรูปที่ 5.8 ข.

ระบบรวมของระบบที่ 2 ซึ่งมีโพลของตัวลึงเกตอันดับเต็มอยู่ที่ - 11, - 12, - 13

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_{r01}(t) \\ \dot{x}_{r02}(t) \\ \dot{x}_{r03}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.200 & -3.020 & -10.300 & -10.890 & -14.640 & -1.330 \\ -70.368 & -35.184 & 0.000 & 70.368 & 36.184 & 0.000 \\ 192.144 & 96.072 & 0.000 & -192.144 & -96.072 & 1.000 \\ -57.734 & -28.867 & 0.000 & 46.644 & 11.207 & -11.630 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_{r01}(t) \\ x_{r02}(t) \\ x_{r03}(t) \end{bmatrix}$$

ซึ่งได้แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะของตัวลึงเกต ( $x_{r0}(t)$ ) ที่ออกแบบไว้ในรูปที่ 5.9 ก.

นอกจากนี้ ยังได้แสดงความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวลึงเกต ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \\ \dot{e}_1(t) \\ \dot{e}_2(t) \\ \dot{e}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -11.090 & -17.660 & -11.630 & -10.890 & -14.640 & -1.330 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 70.368 & 36.184 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -192.144 & -96.072 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 57.534 & 25.847 & -10.300 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}$$

ความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวลึงเกต แสดงในรูปที่ 5.9 ข.

ระบบรวมของระบบที่ 2 ซึ่งมีโพลของตัวลึงเกตอันดับลดอยู่ที่ - 11, - 12

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -143.930 & -74.890 & -10.300 & -9.195 & -1.330 \\ -197.421 & -98.711 & 0.000 & -15.158 & -6.579 \\ -75.127 & -37.568 & 0.000 & -7.199 & -9.172 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix}$$

ซึ่งได้แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะของตัวลั้งเกต  $(\phi(t))$  ที่ออกแบบไว้ในรูปที่ 5.10 ก.

นอกจากนี้ ยังได้แสดงความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวลั้งเกตดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \\ \dot{\hat{e}}_1(t) \\ \dot{\hat{e}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ -11.090 & -17.660 & -11.630 & -9.195 & -1.330 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -15.158 & -6.579 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.996 & -7.842 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

ความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะของระบบกับตัวแปรสถานะของตัวลั้งเกตดังรูปที่ 5.10 ข.

การศึกษากรณีที่มีสิ่งรบกวนคงที่จากภายนอกที่เอาท์พุทของระบบ

เอาท์พุทของระบบควบคุมป้อนกลับที่ติดตั้ง

โครงสร้างของระบบแบบที่ 1 เมื่อมีตัวควบคุมที่ติดตั้ง เป็นดังนี้

เมื่อ weighting  $R = 0.100$  และ  $Q = 100.000$

และเมตริกซ์ลัมประสิทธิ์การป้อนกลับ

$$\begin{aligned} F &= [3.680 \quad 5.360 \quad 1.350 \quad 31.620] \\ u^*(t) &= -[3.680 \quad 5.360 \quad 1.350 \quad 31.620] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T \\ \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \\ \dot{\hat{x}}_3(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -3.740 & -6.280 & -4.650 & -31.620 \\ 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ -1.000 \end{bmatrix} D_u(t) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-3.000$  ,  $-0.420 + 0.690j$  ,  $-0.420 - 0.690j$  ,  $-0.800$  ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะแสดงไว้ในรูป 5.11 ก.

เอาทพุทของระบบควบคุมย่อยป้อนกลับที่ดีที่สุด

โครงสร้างของระบบแบบที่ 1 เมื่อมีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด เป็นดังนี้

เมื่อ weighting  $R = 0.1$  และ  $Q = 100$

เมตริกซ์ลัมประสิทธิ์การป้อนกลับสำหรับระบบอันดับลด

จากการคำนวณ  $F^T = [3.680 \quad 2.783 \quad ; \quad 31.611] = [K^T \quad k]$

จากสมการ (3.28) ได้  $u^{**}(t) = - [3.680 \quad 2.783 \quad 31.611] \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$

$u^{**}(t) = - [4.633 \quad 9.795 \quad 2.751 \quad 31.611] [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 \\ -3.814 & -6.169 & -4.630 & -31.611 \\ 0.050 & -0.025 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.000 \\ -1.000 \end{bmatrix} D_u(t)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix} [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad q(t)]^T$$

โพลของระบบอยู่ที่  $-3.050, -0.436 + 0.735j, -0.436 - 0.735j, -0.709$   
 ผลตอบสนองของตัวแปรสถานะแสดงไว้ในรูป 5.11 ข.

เอาทพุทของระบบอันดับเต็มที่มีตัวสังเกตอันดับเต็ม

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_{r01}(t) \\ \dot{x}_{r02}(t) \\ \dot{x}_{r03}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.060 & -0.920 & -3.300 & -3.680 & -5.360 & -1.350 & -31.620 \\ -12.035 & -6.018 & 0.000 & 12.035 & 7.018 & 0.000 & 0.000 \\ 47.470 & 23.735 & 0.000 & -47.470 & -23.735 & 1.000 & 0.000 \\ -26.000 & -13.000 & 0.000 & 22.260 & 6.720 & -4.650 & -31.620 \\ 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_{r01}(t) \\ x_{r02}(t) \\ x_{r03}(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} D_u(t)$$

$$y(t) = [0.050 \quad 0.025 \quad 0.000 \quad 0.000 \quad 0.000 \quad 0.000 \quad 0.000] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_{r01}(t) \\ x_{r02}(t) \\ x_{r03}(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$$

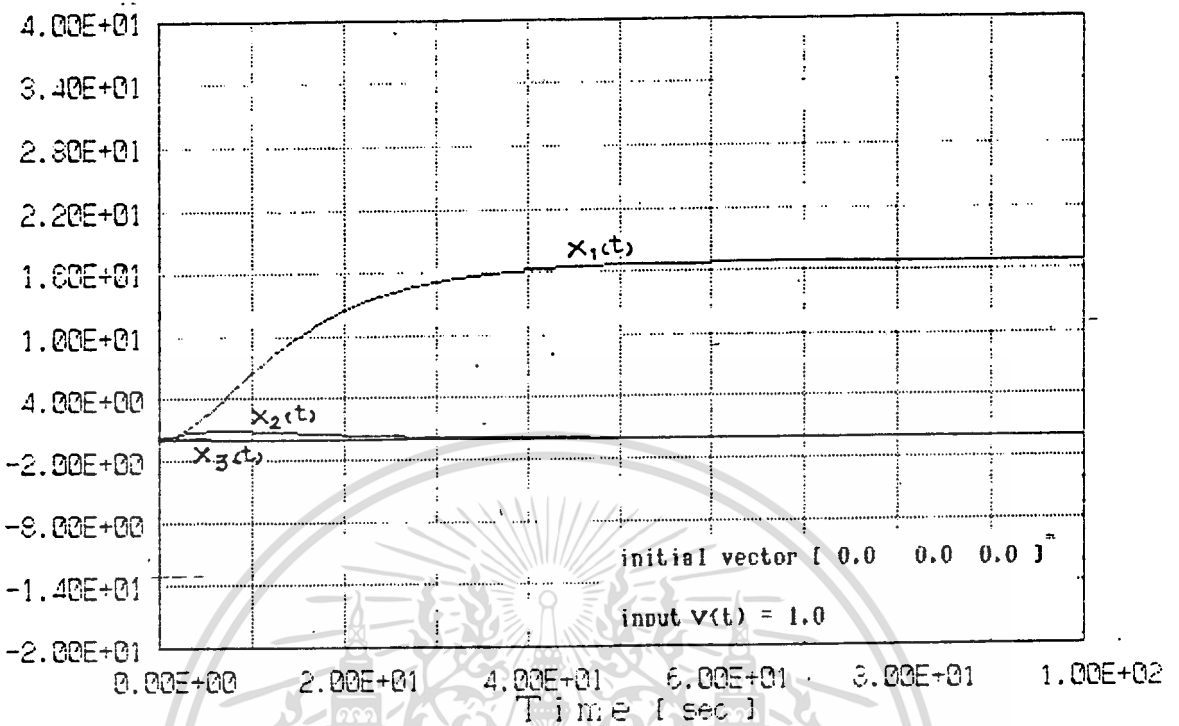
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้...  
 ไม่ว่าการณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งได้แสดงผลตอบสนองของระบบอันดับเต็มแบบที่ 1 ที่มีตัวสังเกตอันดับเต็ม ดังรูปที่ 5.12 ค.  
เอาท์พุทของระบบอันดับเต็มที่มีตัวสังเกตอันดับลด

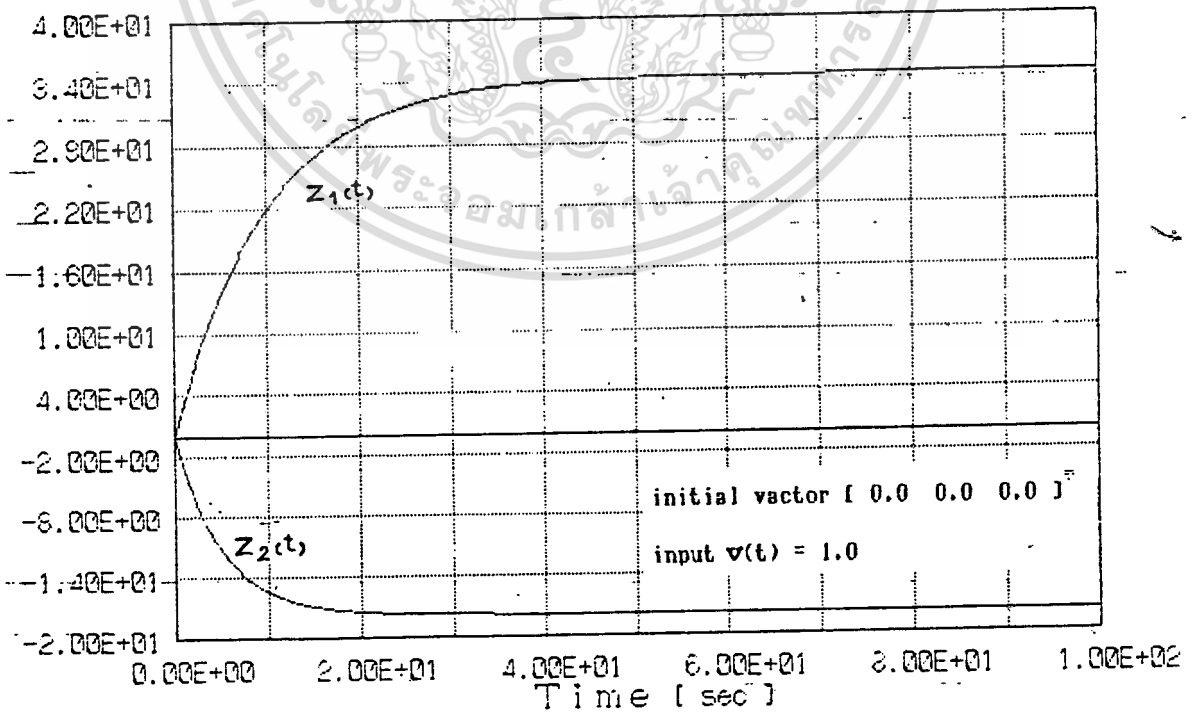
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -26.526 & -14.154 & -3.300 & -3.520 & -1.350 & -31.620 \\ -58.035 & -29.018 & 0.000 & -9.018 & -3.509 & 0.000 \\ 25.164 & 12.581 & 0.000 & 2.225 & -1.332 & -31.620 \\ 0.050 & 0.025 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} U_s(t)$$

$$y(t) = [ 0.050 \quad 0.025 \quad 0.000 \quad 0.000 \quad 0.000 \quad 0.000 ] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ q(t) \end{bmatrix}$$

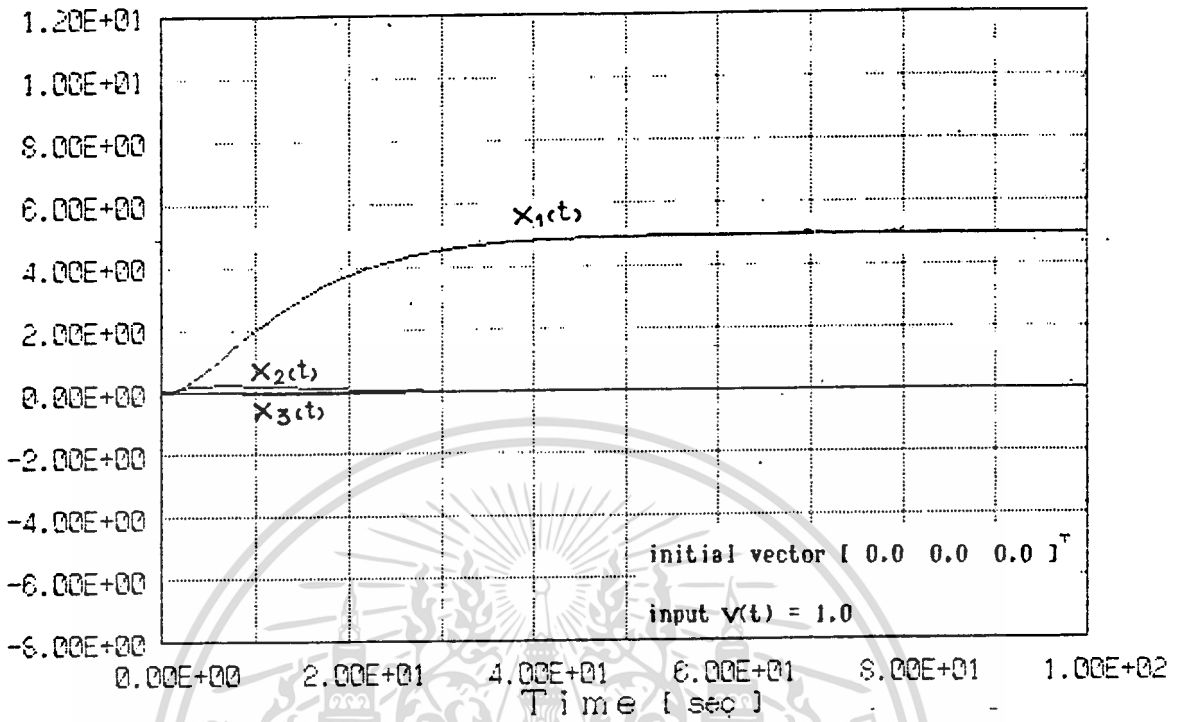
ซึ่งได้แสดงผลตอบสนองของระบบอันดับเต็มแบบที่ 1 ที่มีตัวสังเกตอันดับลด ดังรูปที่ 5.12 ง.



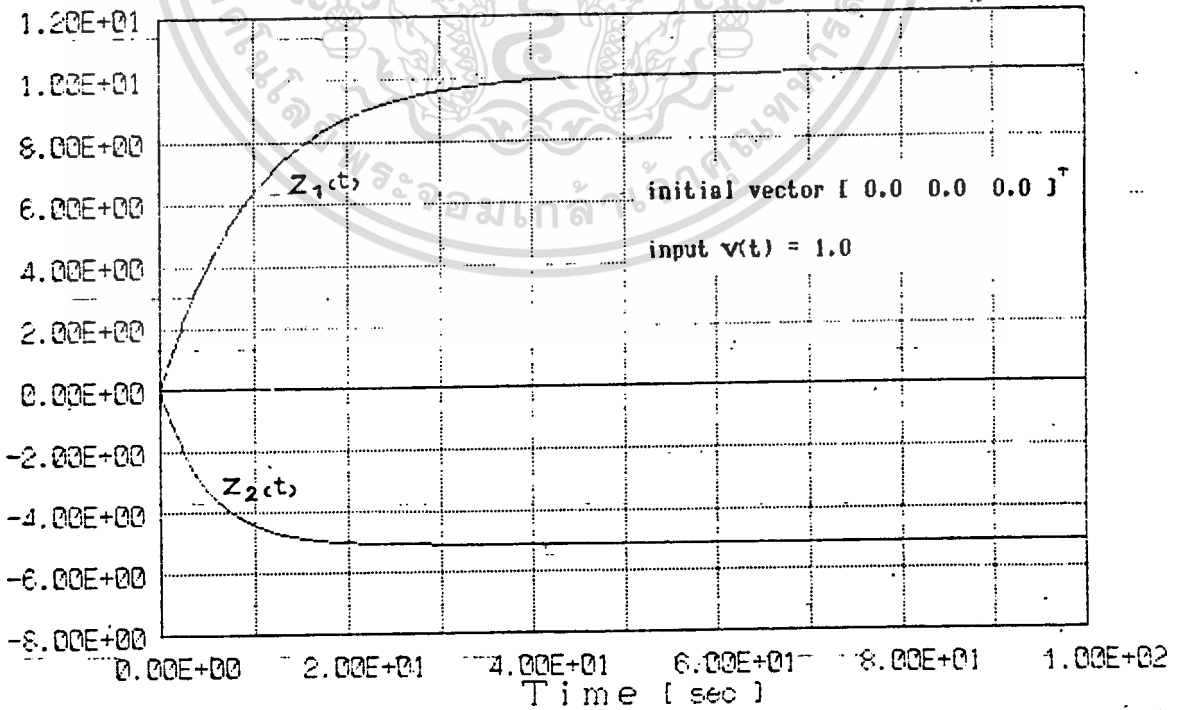
รูปที่ 5.1 ก. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบตัวอย่างแบบที่ 1



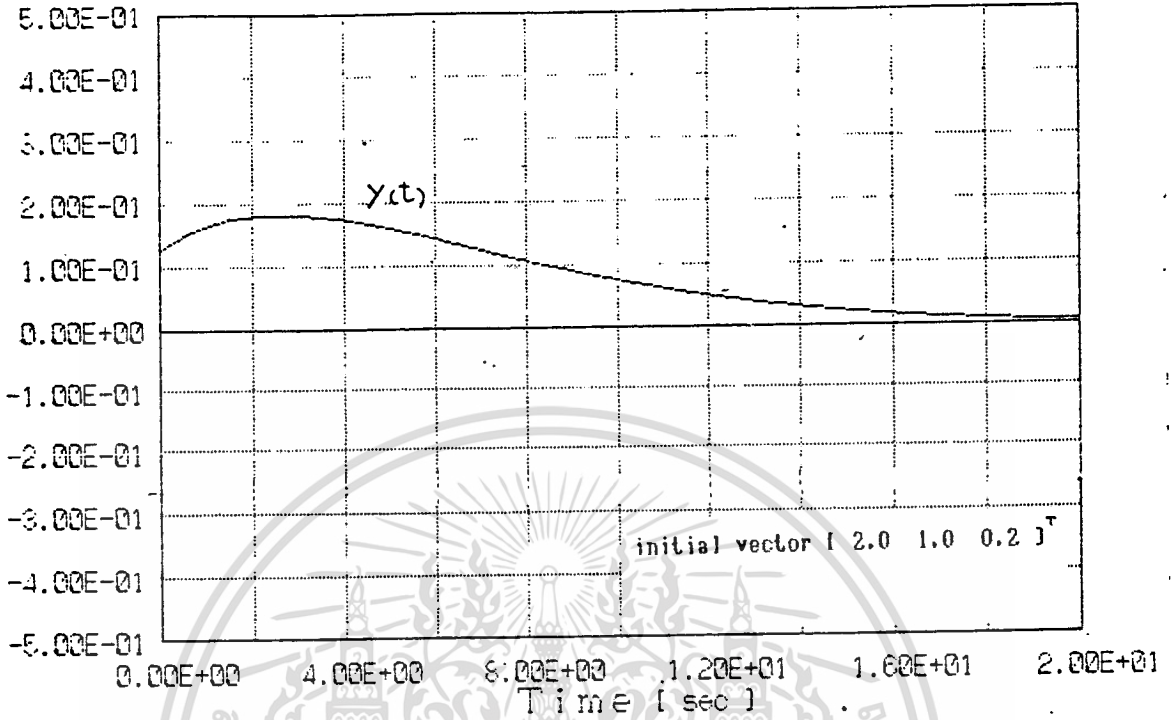
เอกสารนี้รูปที่ 5.1 ก. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบลดอันดับของระบบแบบที่ 1  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



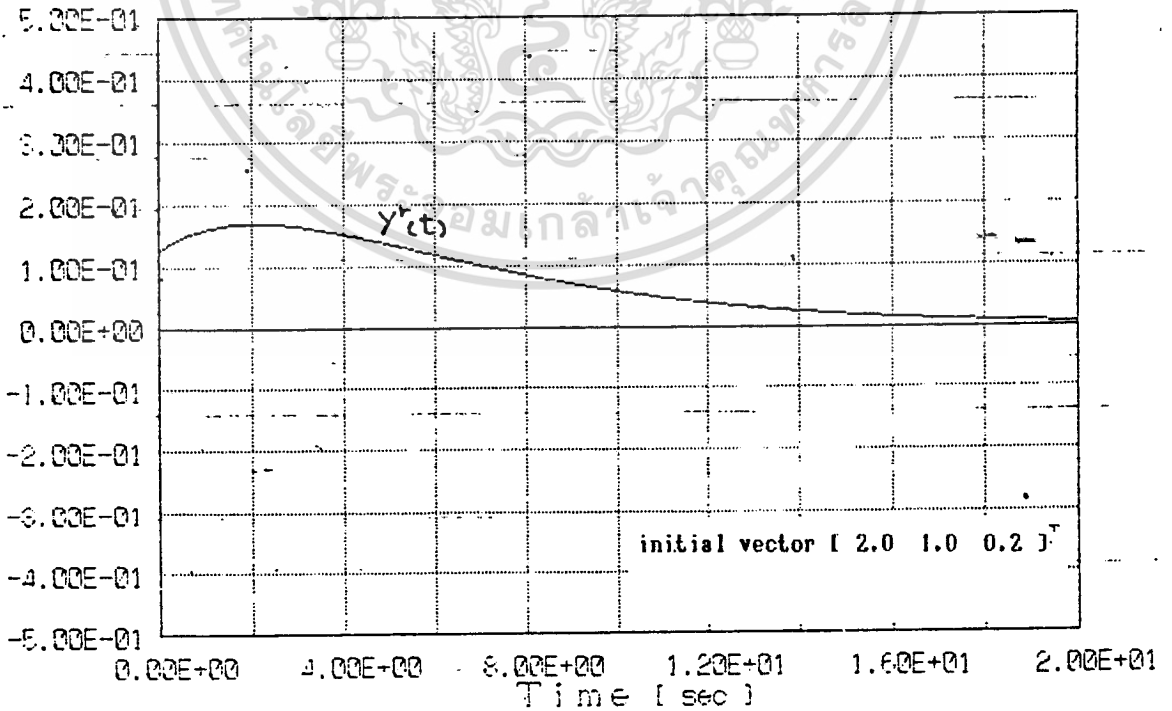
รูปที่ 5.2 ก. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบตัวอย่างแบบที่ 2



เอกสารนี้เป็นรูปที่ 5.2 สอน แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบลดอันดับของระบบแบบที่ 2  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



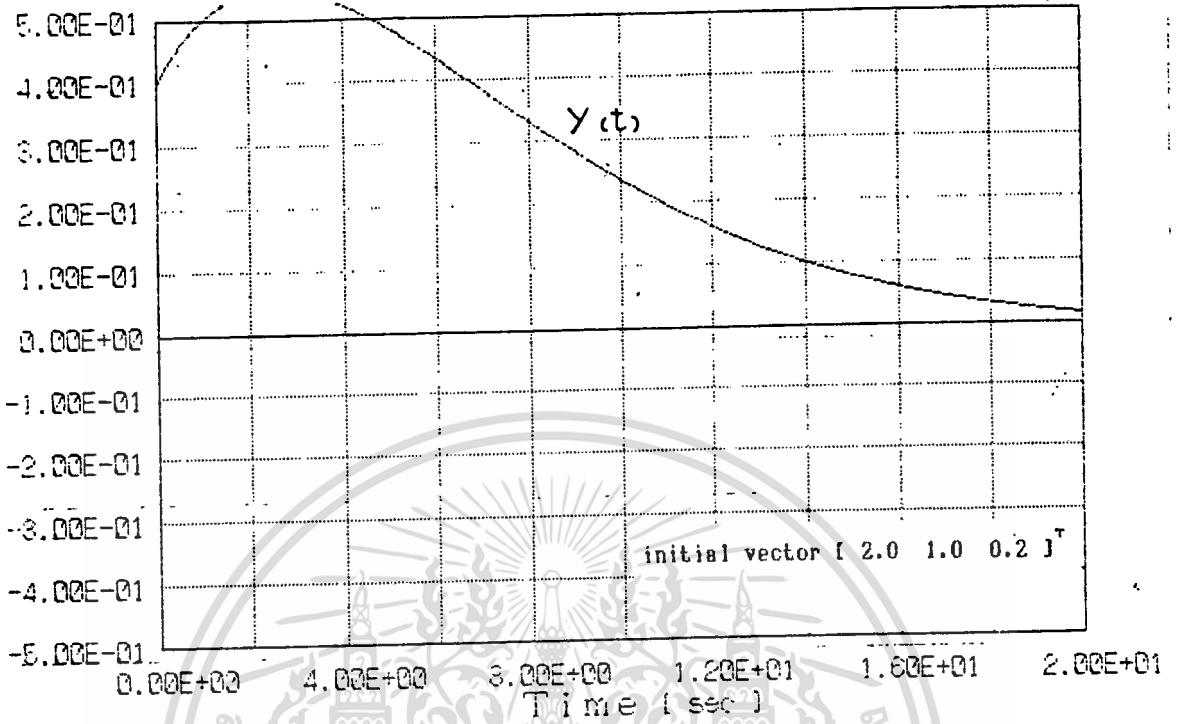
รูปที่ 5.3 ก. แสดงเอาต์พุตของระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด



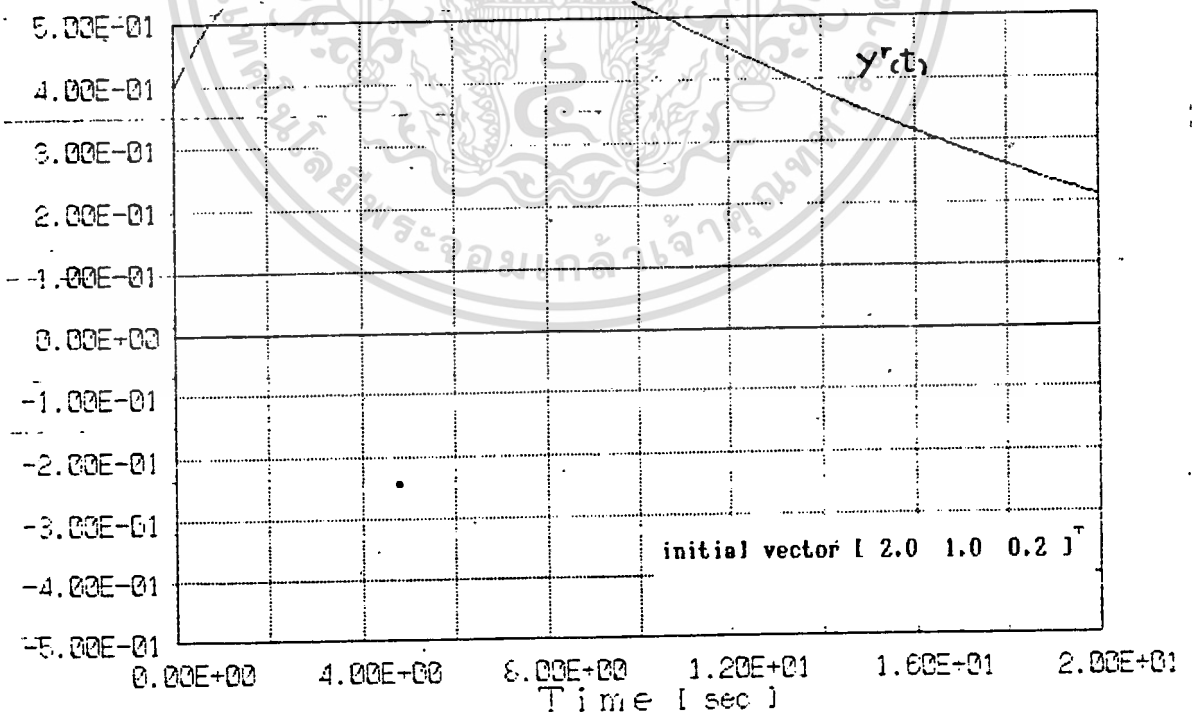
รูปที่ 5.3 ข. แสดงเอาต์พุตของระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นำไปเผยแพร่ในเชิงพาณิชย์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

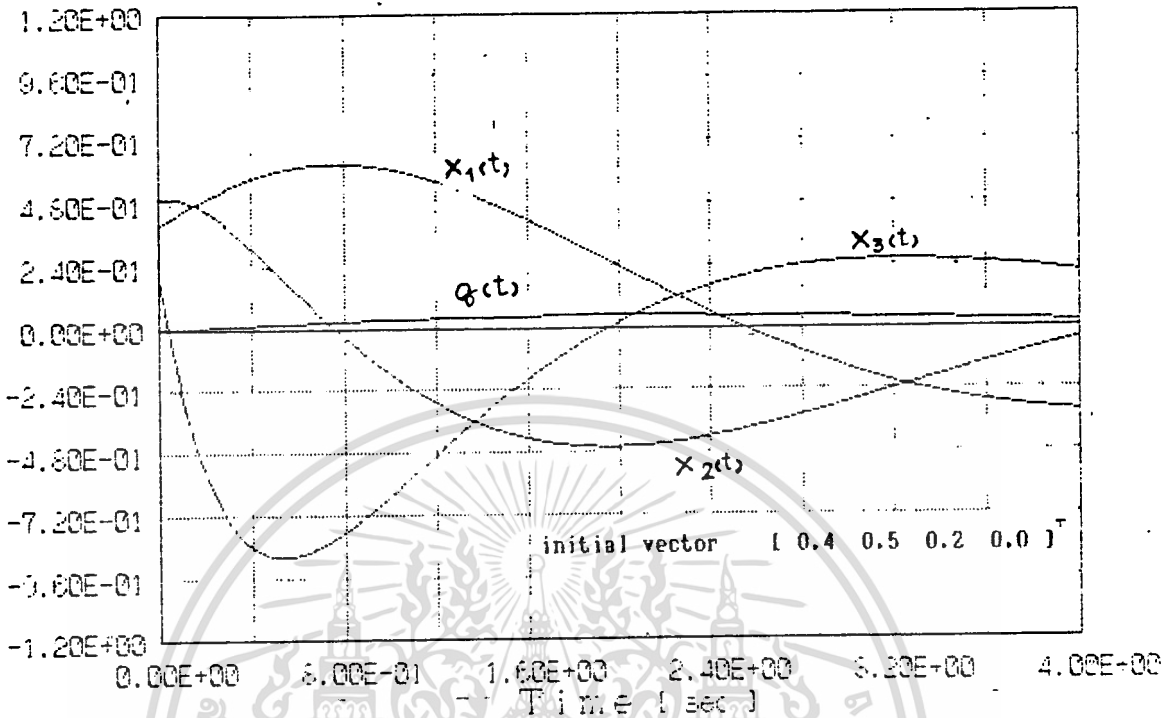


รูปที่ 5.4 ก. แสดงเอาต์พุตของระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมที่ตีที่สุด

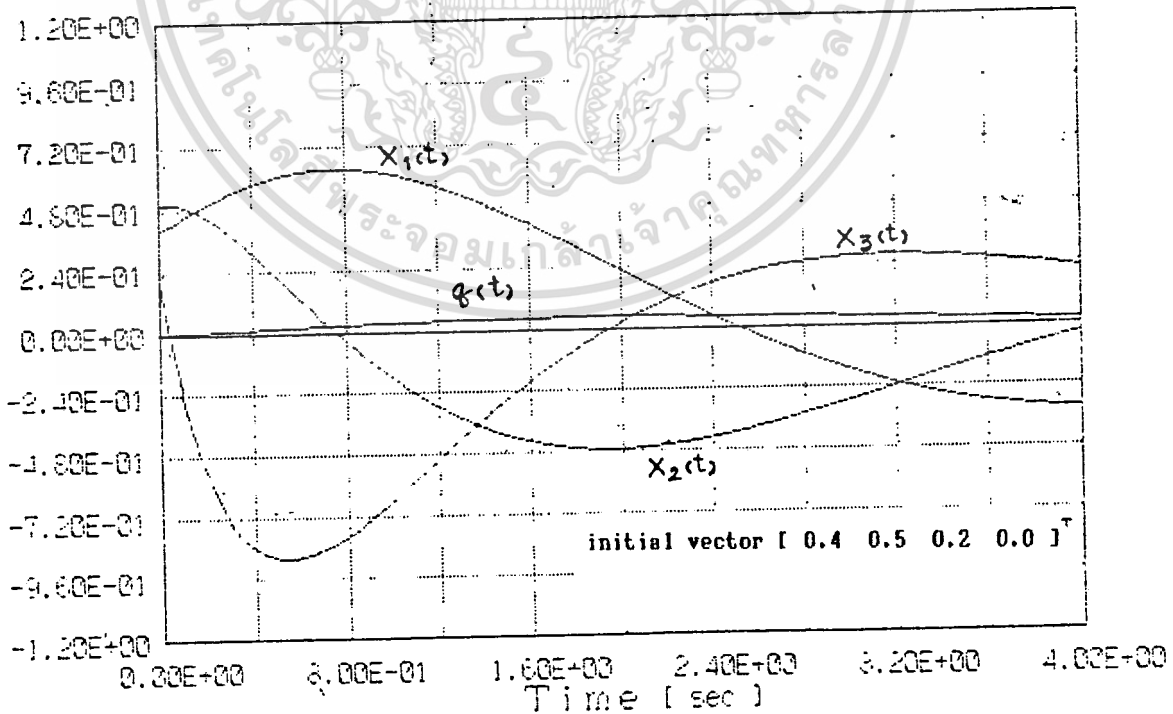


รูปที่ 5.4 ข. แสดงเอาต์พุตของระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมย่อยที่ตีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

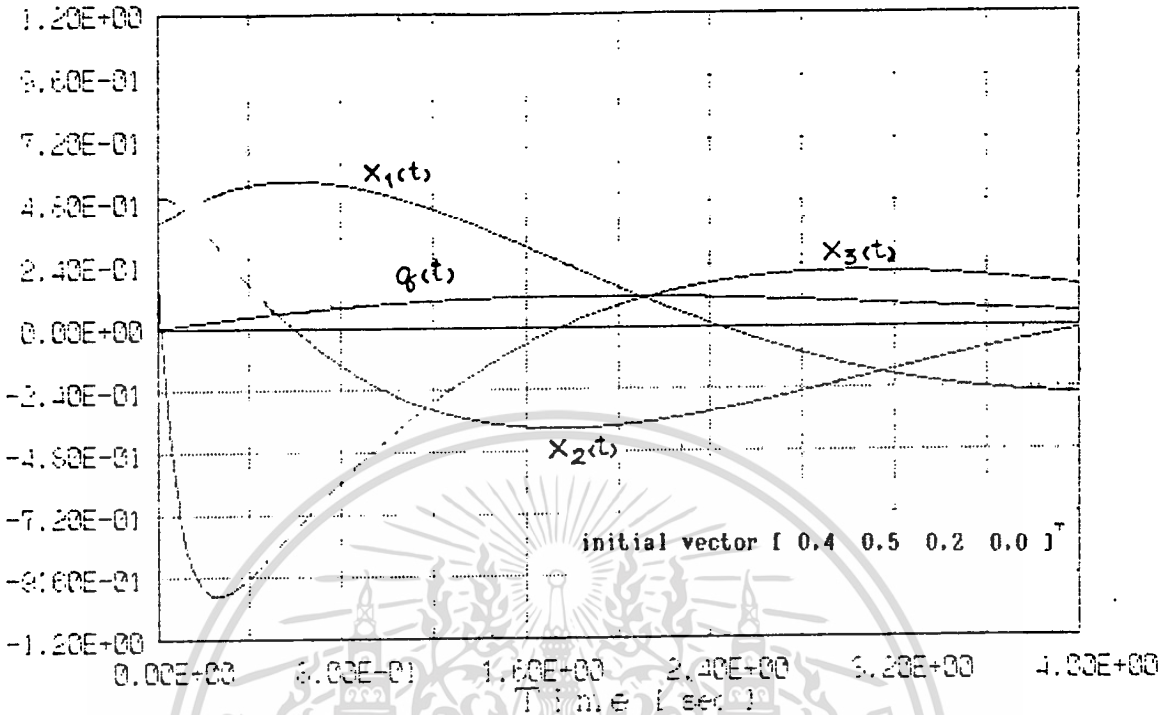


รูปที่ 5.5 ก. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบแบบที่ 1 ที่มีตัวควบคุมที่ตีที่สุด

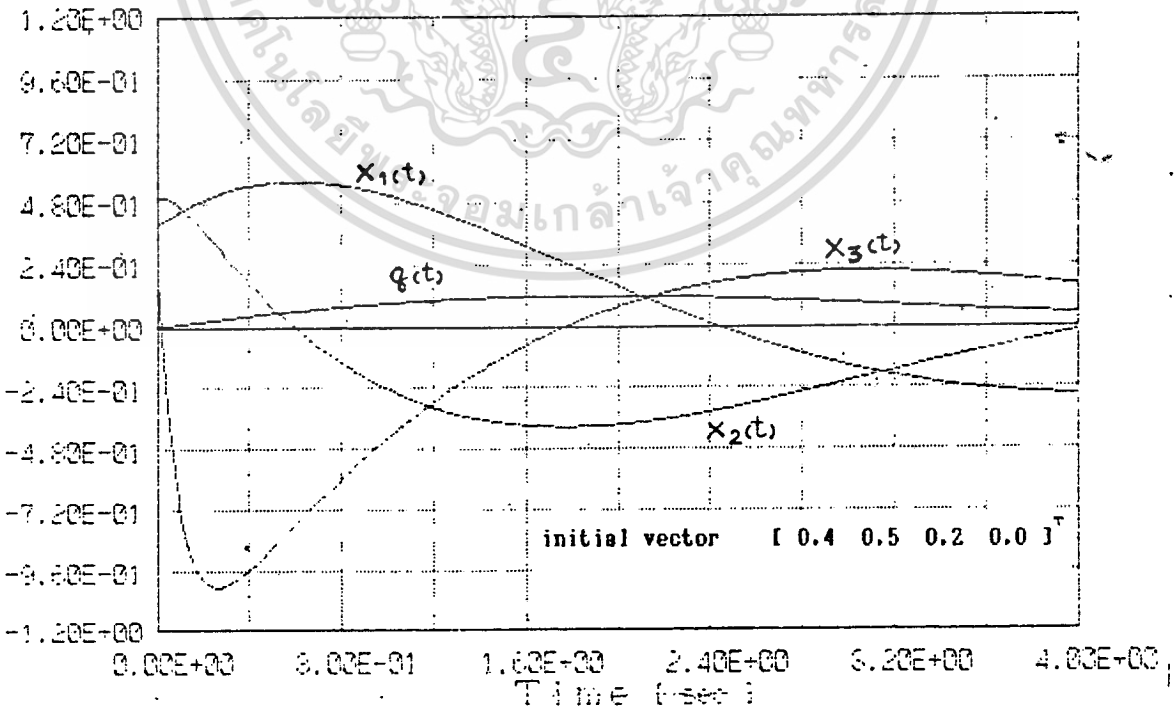


รูปที่ 5.5 ข. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบที่มีตัวควบคุมย่อยที่ตีที่สุดแบบที่ 1

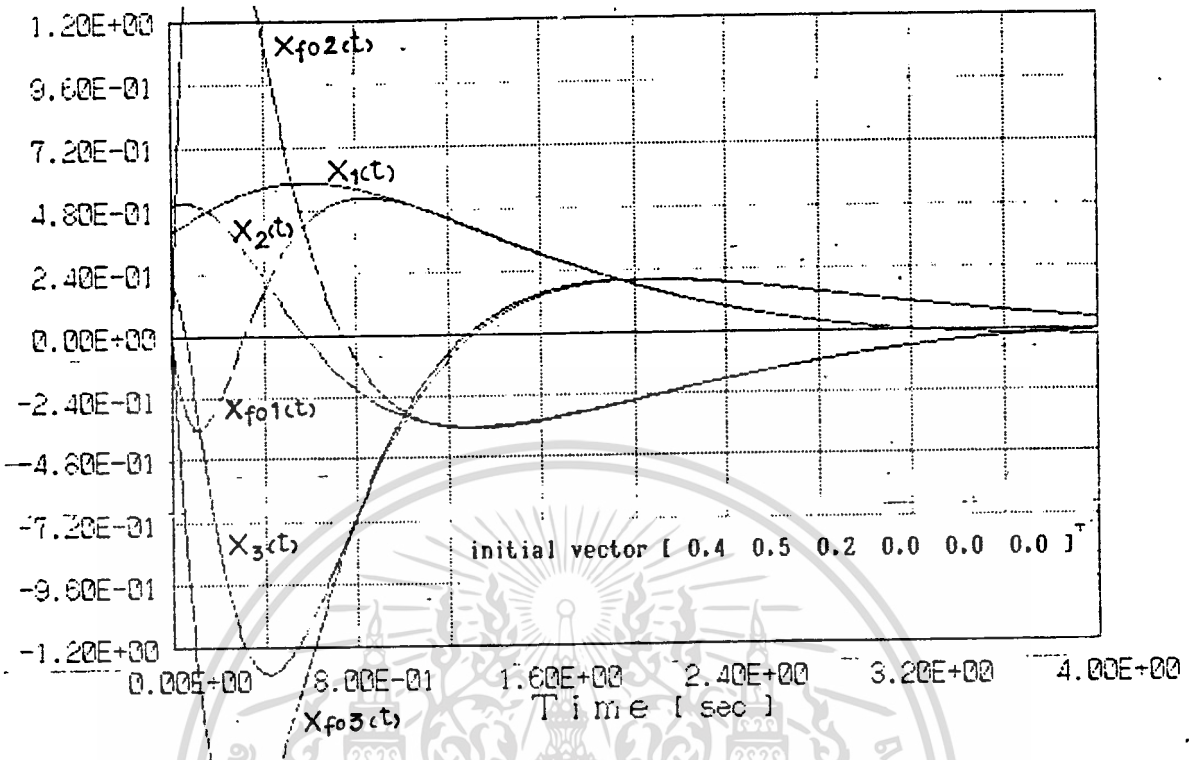
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



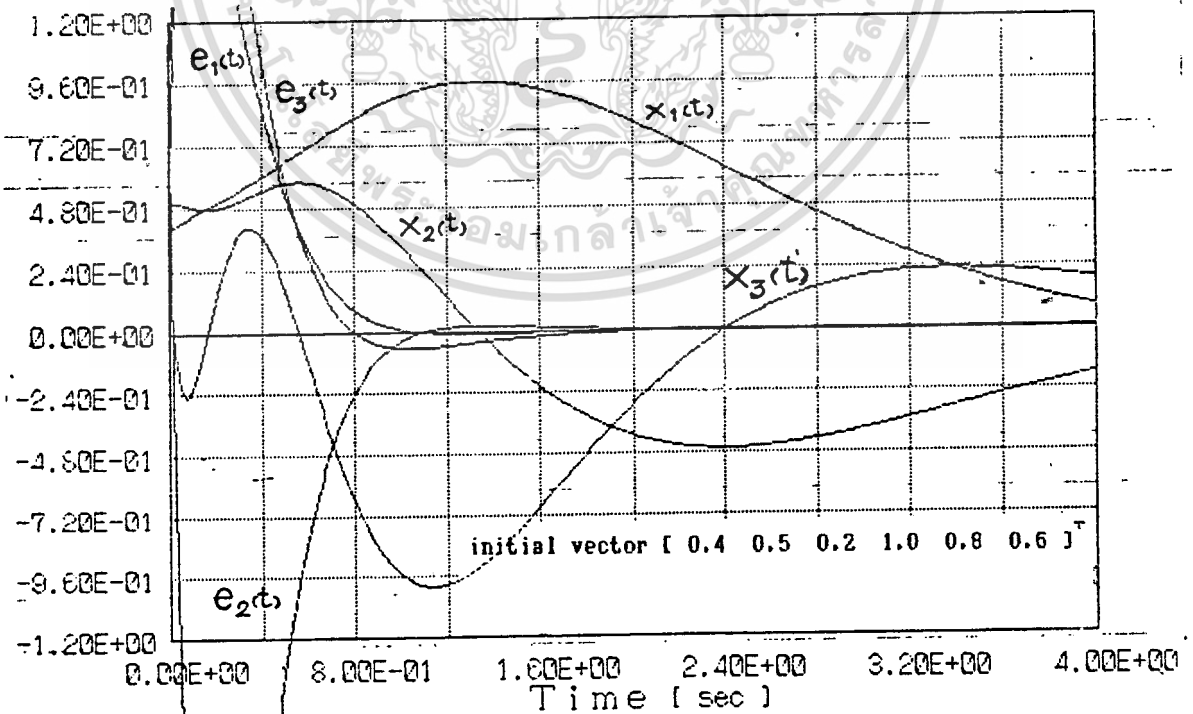
รูปที่ 5.6 ก. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบแบบที่ 2 ที่มีตัวควบคุมที่ดีที่สุด



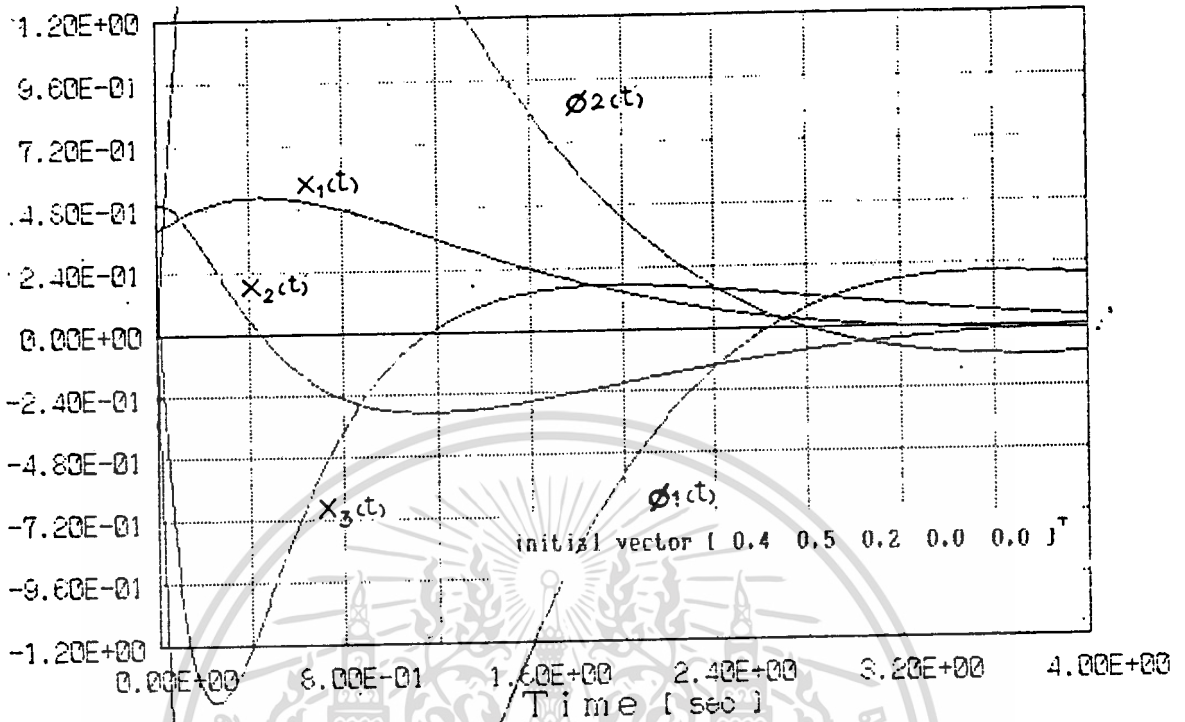
รูปที่ 5.6 ข. แสดงผลตอบสนองของตัวแปรสถานะในระบบที่มีตัวควบคุมย้อยที่ดีที่ระบบที่ 2  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การเป็นเจ้าของโดยคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



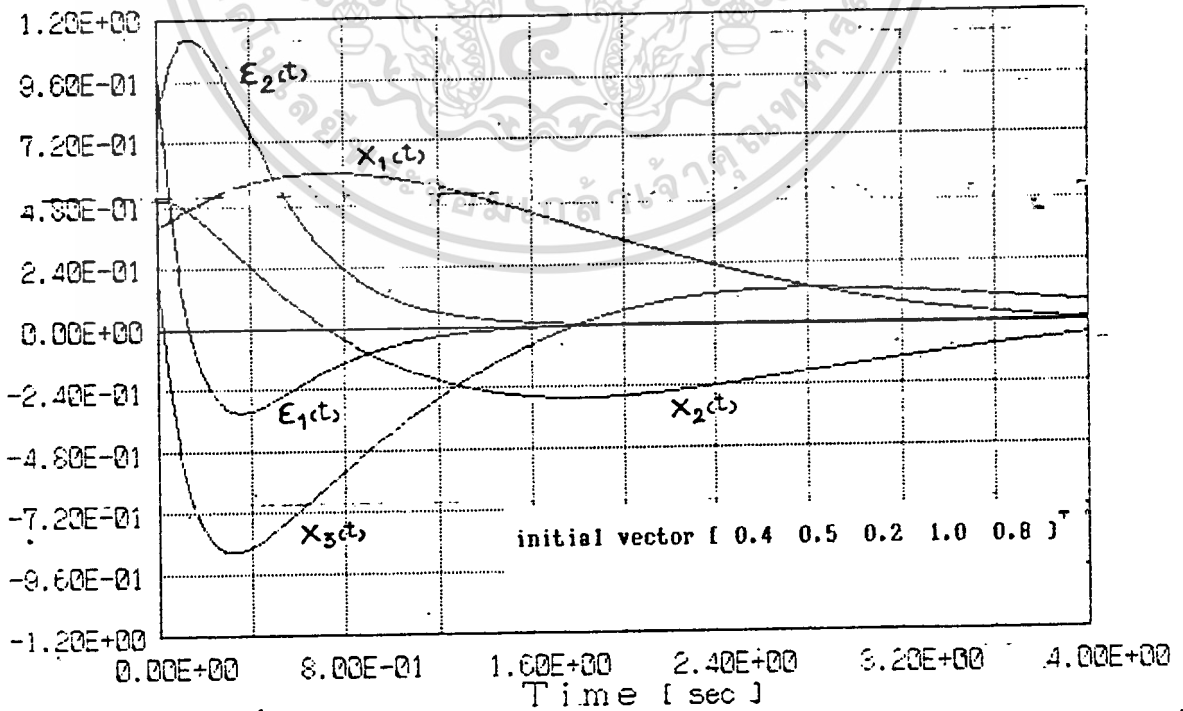
รูปที่ 5.7 ก. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวสั่งเกตอันดับเต็ม



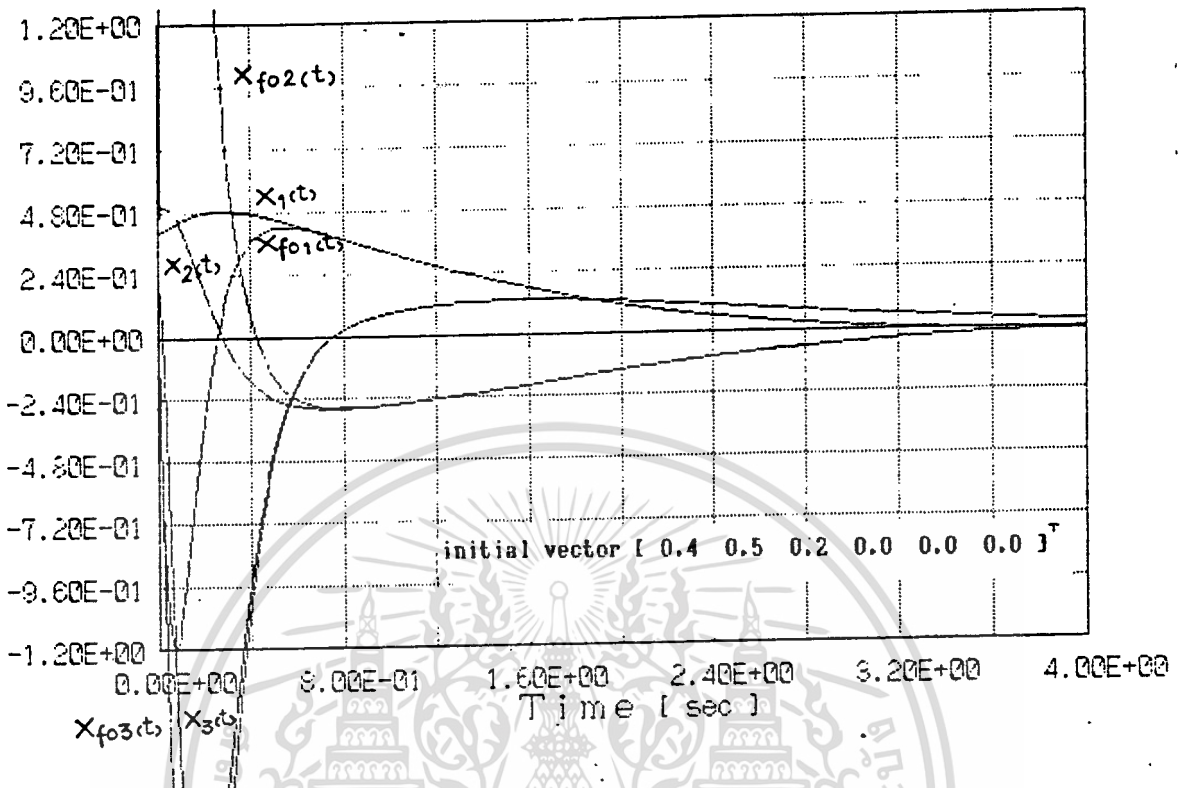
เอกสารที่ 5.7 ข. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรสั่งเกตอันดับเต็ม  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



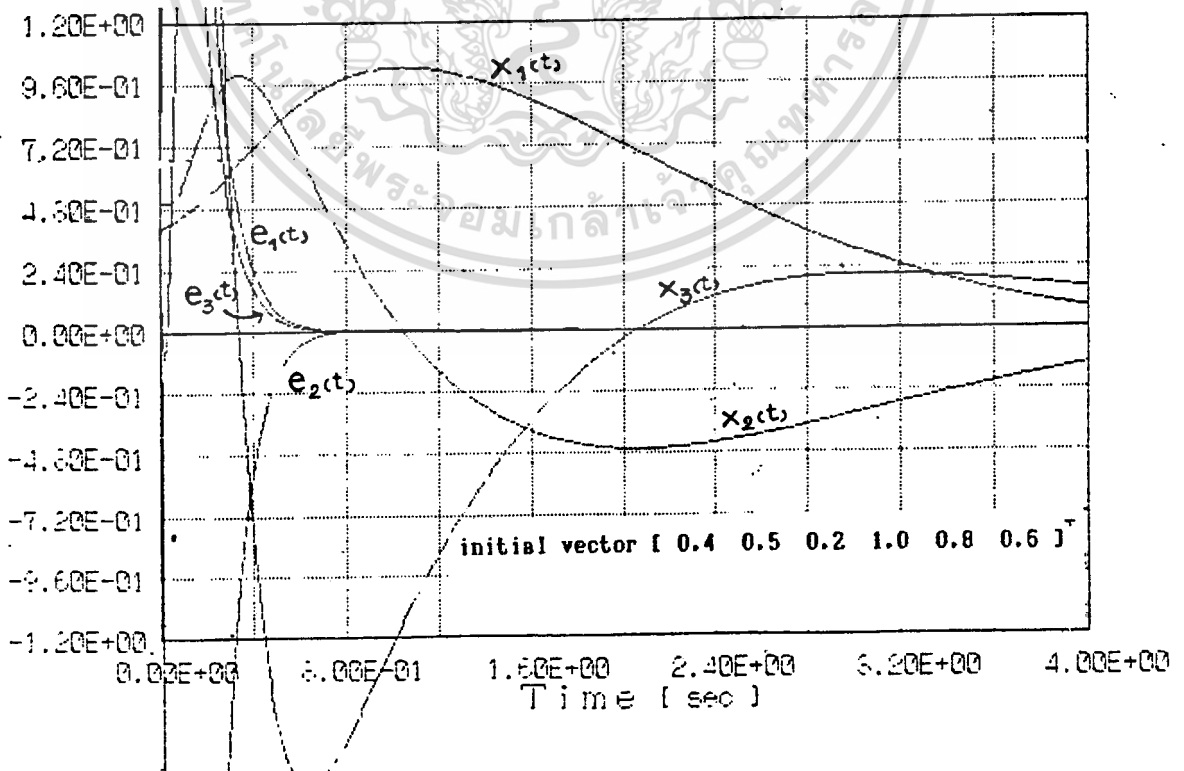
รูปที่ 5.8 ก. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวสั่งเกิดอันดับลด



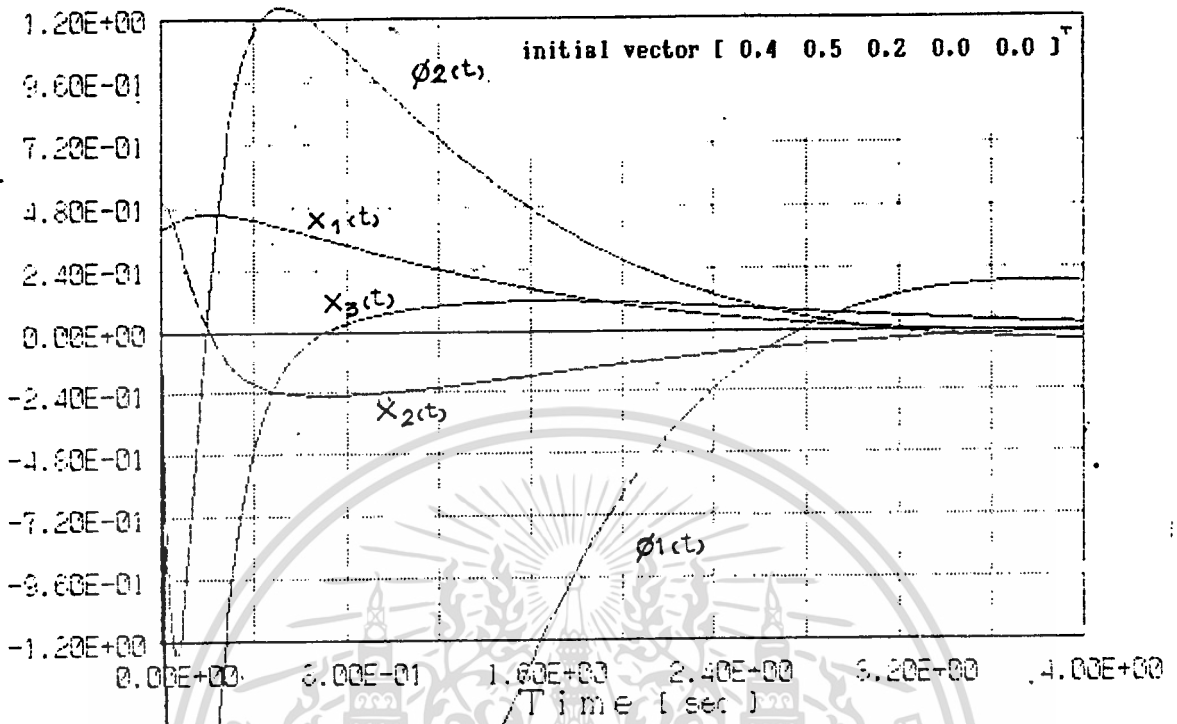
รูปที่ 5.8 ข. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 1 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรสั่งเกิดอันดับลด  
 เอกสารฉบับนี้ออกสารตั้งต้นและมีการแก้ไขเพิ่มเติม เมื่อผู้ดูแลเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



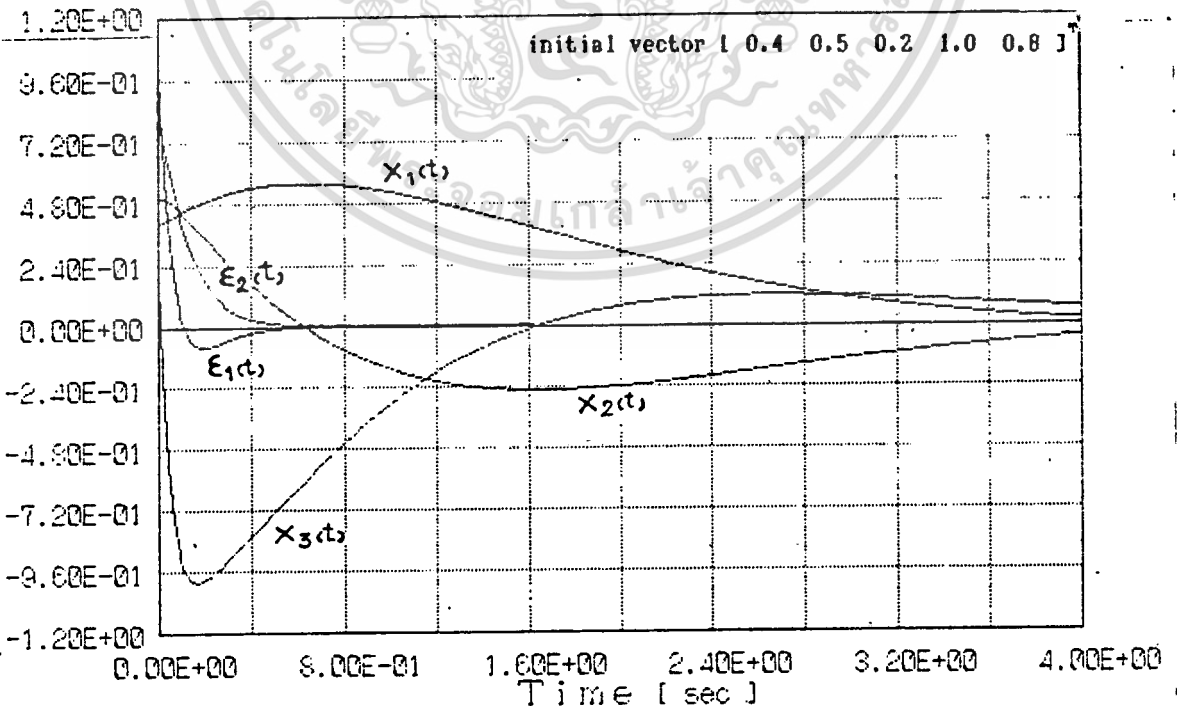
รูปที่ 5.9 ก. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 เทียบกับตัวแปรสถานะที่ได้จากตัวสังเกตอันดับเต็ม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้วางไปใช้ประโยชน์ด้วยวิธีใด ๆ  
รูปที่ 5.9 ข. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรสังเกตอันดับเต็ม  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

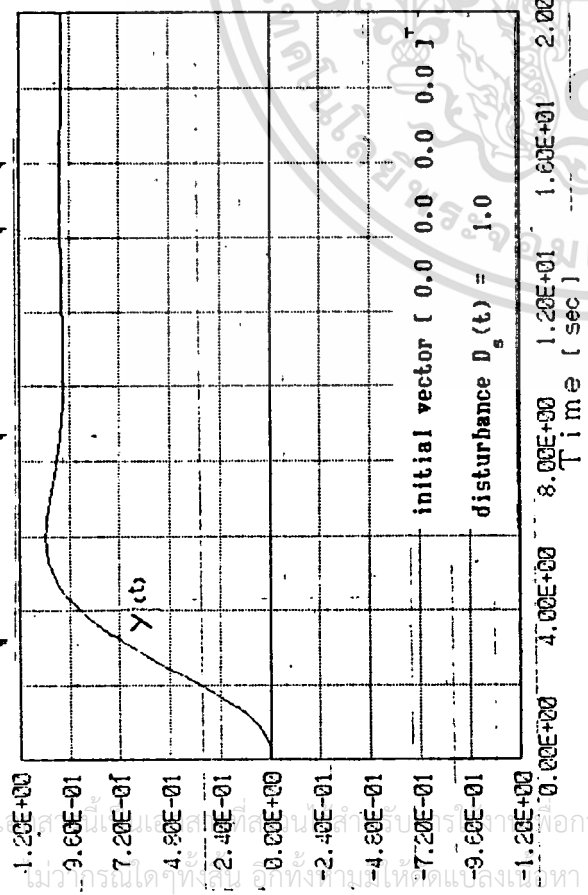


รูปที่ 5.10 ก. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 เทียบกับตัวแปรสถานะของตัวลั้งเกตอันดับลัด

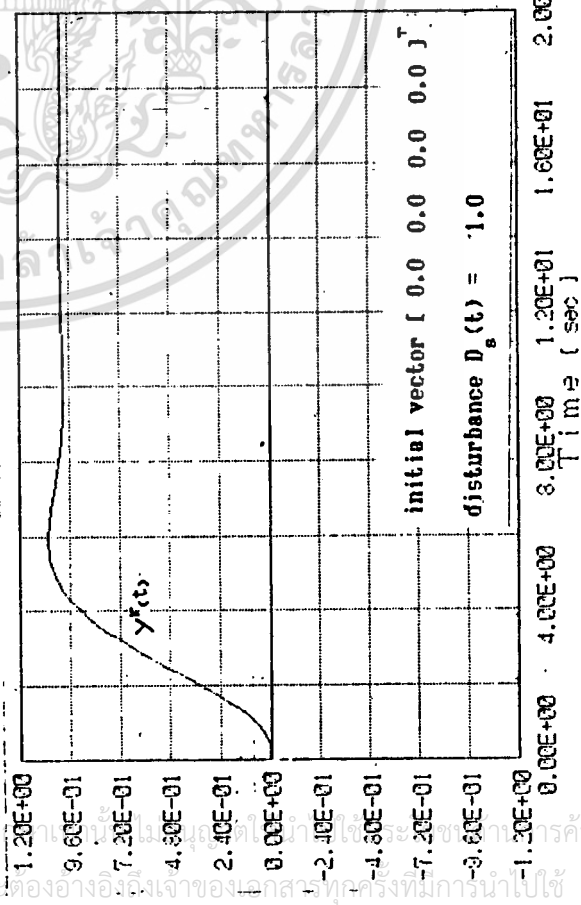


รูปที่ 5.10 ข. แสดงตัวแปรสถานะของระบบแบบที่ 2 และค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างตัวแปรสถานะจริงกับตัวแปรลั้งเกตอันดับลัด  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

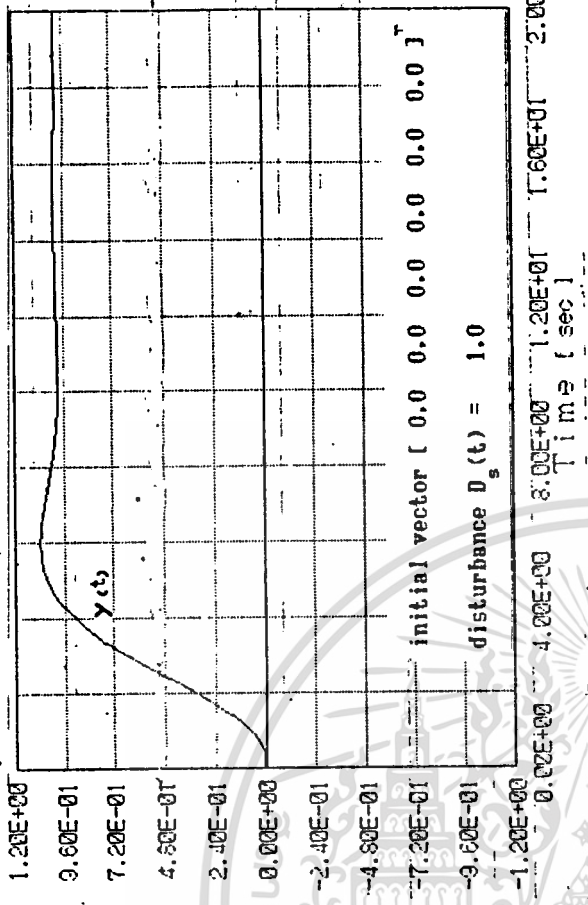
รูปที่ 5.11 ก. เอกพจน์ของระบบที่มีตัวควบคุมที่ผิดพลาด



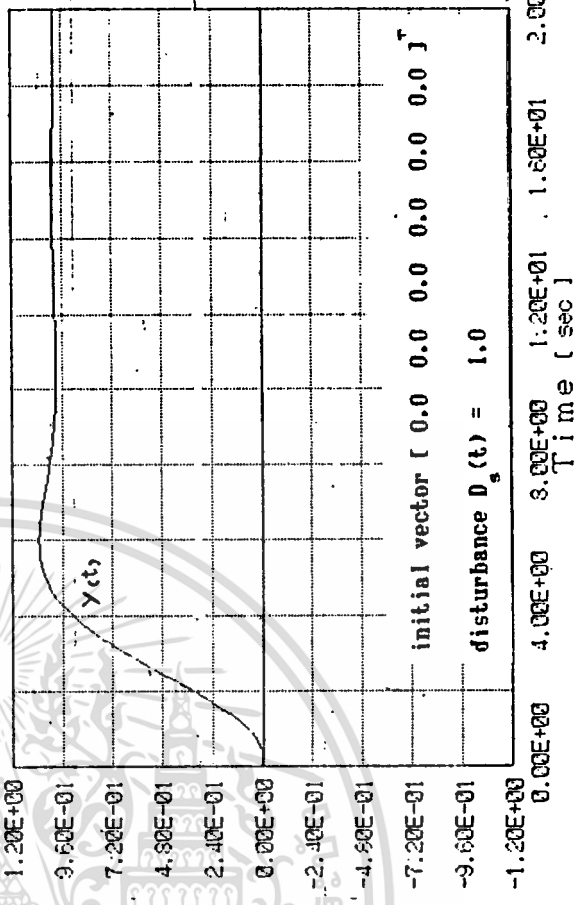
รูปที่ 5.11 ข. เอกพจน์ของระบบที่มีตัวควบคุมชดเชยที่ผิดพลาด



รูปที่ 5.11 ค. เอกพจน์ของระบบที่ใช้ตัวส่งเกอเดอเด้นแบบเต็มและไม่มีตัวควบคุมที่ผิดพลาด



รูปที่ 5.11 ง. เอกพจน์ของระบบที่ใช้ตัวส่งเกอเดอเด้นแบบเต็มและมีตัวควบคุมที่ผิดพลาด



## บทที่ 6

## สรุปและวิจารณ์ผล

ในปริศยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ศึกษาการหาตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้กับระบบโดยวิธี เรกกูเลเตอร์ฟลอปเบิ้ล และ ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้เปลี่ยนค่า  $R$  และ  $Q$  ในกรณีต่างๆกัน เพื่อศึกษาว่าผลตอบสนองของระบบเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร ซึ่งในบทที่ 5 นั้นได้ยกตัวอย่างระบบซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของระบบที่ได้ศึกษา ตัวอย่างของระบบที่ได้นำมาแสดงได้ทดลองถ่วงน้ำหนัก  $R$  และ  $Q$  นั้น ยังไม่มีการกำหนดลงไปแน่นอนว่า  $R$  และ  $Q$  ควรจะมีค่าเป็นเท่าใด ผลตอบสนองของระบบเมื่อถ่วงน้ำหนัก  $R$  และ  $Q$  ด้วยค่าต่างกันก็จะมีผลตอบสนองของระบบต่างกันออกไป การที่จะเลือกค่า  $R$  และ  $Q$  ค่าใดนั้นขึ้นอยู่กับ การนำระบบนั้นๆ ไปใช้งานมากกว่า ว่าต้องการให้ระบบมีสมรรถนะเป็นแบบใด

นอกจากนี้ยังศึกษาการหาตัวควบคุมด้วยวิธี เรกกูเลเตอร์ฟลอปเบิ้ล ในกรณีที่มีสัญญาณรบกวนคงที่จากภายนอกที่เอาท์พุทของระบบ และได้ศึกษาในเรื่องของ ตัวลิ่งเกตอีกด้วย ในเรื่องของตัวลิ่งเกตนั้น ได้แยกการวิเคราะห์โดยการหาตัวลิ่งเกตแบบเต็มอันดับ และตัวลิ่งเกตแบบลดอันดับ แล้วเปรียบเทียบผลที่ได้ด้วย

จากการศึกษาเห็นได้ว่าเอาท์พุทของระบบที่มีการรบกวนระบบด้วยลิ่งรบกวนคงที่ การออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้กับระบบอันดับเต็ม หรือ ระบบที่ลดอันดับแล้ว หรือ ในกรณีของระบบที่มีตัวลิ่งเกตอันดับเต็ม และ ระบบที่มีตัวลิ่งเกตที่ลดอันดับแล้ว ผลตอบสนองของระบบที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังเห็นได้จากระบบที่ได้แสดงไว้ในบทที่ 5 ในการออกแบบตัวควบคุมให้กับระบบนั้น สามารถที่จะลดความยุ่งยากในกรณีที่ระบบนั้นเป็นระบบใหญ่มีความซับซ้อนมาก ให้ออกแบบตัวควบคุมได้ง่ายขึ้นด้วยวิธีการลดอันดับของระบบลงด้วยเทคนิคการรวม และในการหาตัวลิ่งเกตให้กับระบบนั้น สามารถที่จะลดอันดับตัวลิ่งเกตของระบบได้เช่นกัน ทั้งทั้งสองกรณีนี้ จะเป็นส่วนช่วยให้สามารถออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้ระบบโดยวิธี เรกกูเลเตอร์ฟลอปเบิ้ล ได้สะดวกขึ้น ซึ่งก็คือการออกแบบตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด ถึงแม้ว่า ตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุดที่ออกแบบมานั้น จะไม่ได้หามาจากระบบจริง แต่หามาจากระบบที่เราจำลองระบบให้มีอันดับน้อยๆ เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ แต่จากการศึกษาพบว่า ผลตอบสนองของระบบย้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุดนั้นใกล้เคียง กับผลตอบสนองของระบบย้อนกลับที่ใช้ตัวควบคุมที่ดีที่สุด อย่างไรก็ตาม การศึกษา ว่าระบบที่ใช้ตัวควบคุมย่อยที่ดีที่สุด มีความเลวลง (degradation) อย่างไรนั้น เป็นหัวข้อที่ควรศึกษาต่อไป

## เอกสารอ้างอิง

1. Friedland, B., Control System Design : An introduction to State-Space Methods, Mc Graw-Hill Book Co., New York 1987.
2. Magdi S. Mahmoud , Mohamed F. Hassan and Mohamed G. Darwish., Large-Scale Systems : Theories and Techniques, Marcel Dekker, Inc., 1985.
3. Ogata, K., Modern Control Engineering, Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, Inc., 1970.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลงด้วยความเอาใจใส่และให้คำแนะนำอย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งผู้จัดทำขอขอบพระคุณไว้ ณ.ที่นี้ และขอขอบคุณ พี่ๆ นักศึกษาปริญญโทภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมที่ช่วยชี้แนะในการทำปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ ทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจด้วยดีมาตลอด

ผู้จัดทำ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้