ปีการศึกษา 2532

ชุดทดลองการสื่อสารข้อมูลแบบดิจิตอล

โดย

นาย เจริญสันต์ ทรงสโรจน์ 313302

นาย ทวีศักดิ์ สุขนิวัตรศิริ 313304

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร. กนก เจนจิระพงษ์เวช

อ. กฤดากร กล่อมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

026899

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2532
ภาควิชา เทคนิคอุตสาหกรรม สาขา เทคโนโลยีอิเล็คทรอนิคส์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เรื่อง ชุดทดลองการสื่อสารข้อมูลแบบดิจิตอล
ผู้จัดทำ 1. นาย เจริญสันต์ ทรงสุโรจน์
2. นาย ทวีศักดิ์ สุขนิวัตรศิริ

/

_____ อาจารย์ที่ปรึกษา
( )

_____ อาจารย์ที่ปรึกษา
( )

_____ อาจารย์ที่ปรึกษา
( )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

026899

DIGITAL COMMUNICATION EXPERIMENT SETS

CHAREONSON SONGSUROJ
THAWEESAK SUKNIVATSIRI

ASS.PROF.DR. KANOK JENJIRAPONGVAJ
KITDAKORN KLOMKARN
ADVISOR

1989

ABSTRACT

Nowaday, data managment has been developed,That is necessary familiarization to study the operation in concent for commication system. This thesis present a design and construction of Digital Communication Experiment Sets Fundamental of digital modulatior ; amplitude shift keying, phase shift keying ,frequency shift keying are designed by basic circuit.

Each circuit of modulation and Demodulation type can be model by mathematics , that use to evaluation of each transmission in theory Experiment results of each type with bit error rate meter and frequency counter can be set up .So that is suitable of this experiment set communiction laboratory.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชุดทดลองการสื่อสารข้อมูลแบบดิจิตอล

นาย เจริญสันต์ ทรงสุโรจน์
นาย ทวีศักดิ์ สุขนิวัตรศิริ

ผศ.ดร. กนก เจนจิระพงษ์เวช
อ. กฤดากร กล่อมการ
อาจารย์ที่ปรึกษา
ปีการศึกษา 2532

บทคัดย่อ

การสื่อสารด้วยไฟฟ้านั้น จัดว่าเป็นวิทยาการที่สำคัญอย่างหนึ่งในปัจจุบัน ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่จะรู้จักเพื่อศึกษาหลักการทำงานของระบบไฟฟ้าสื่อสาร ซึ่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ออกแบบและสร้างชุดทดลองนี้ขึ้น เพื่อใช้ในการศึกษาการติดต่อการส่งข้อมูลพื้นฐาน ในชุดทดลองนี้ประกอบด้วยการส่งข้อมูลแบบแอมปลิจูดชิพคีย์อิ่ง(amplitude shife keying), เฟสชิพคีย์อิ่ง(phase shift keying), ฟรีเค็วนซี่ชิพคีย์อิ่ง(frequency shift keying).

แต่ละรูปแบบของการส่งและรับข้อมูลนั้น สามารถแสดงด้วยหลักการของสมการทางคณิตศาสตร์ได้ตามโครงสร้างทางทฤษฎีและผลลัพธ์ของการทดลองสามารถที่จะตรวจสอบโดยใช้ error rate meter, frequency counter. ดังนั้นจึงนับว่าชุดทดลองนี้จึงเหมาะสมที่จะนำไปใช้เป็นชุดทดลองการติดต่อการสื่อสารในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

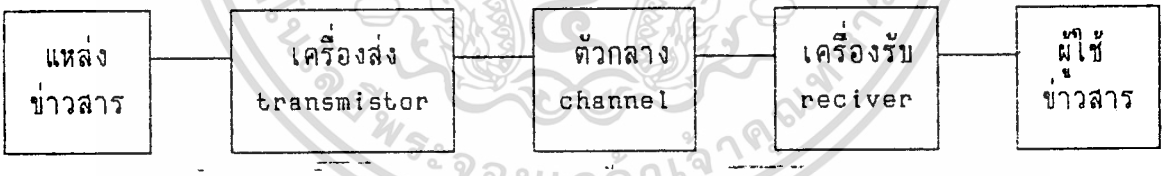
		หน้า
บทที่ 1	บทนำ	1
บทที่ 2	ดิจิตอลโมดูเลชั่น	3
	2.1 เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมั่ม	3
	2.2 ASK	16
	2.2.1 โคฮีเร็นท์ ASK	17
	2.2.2 นอนโคฮีเร็นท์ ASK	19
	2.3 FSK	24
	2.3.1 โคฮีเร็นท์ FSK	24
	2.3.2 นอนโคฮีเร็นท์ FSK	26
	2.3.3 ดิจิตอล FM	28
	2.3.4 ตัวกำเนิดสัญญาณ FSK	43
	2.3.5 FSK ดีโมดูเลชั่น	49
	2.3.6 การออกแบบ FSK เยนเนอเรเตอร์	50
	2.4 PSK	54
	2.4.1 Differential PSK	61
บทที่ 3	การสร้างและการทำงาน	70
	3.1 การทำงานของชุด ASK	70
	3.2 การทำงานของชุด PSK	71
	3.3 การทำงานของชุด FSK	72
บทที่ 4	การทดลอง	75
	4.1 การทดลองที่ 1 เรื่อง PSK Mod	75
	4.2 การทดลองที่ 2 เรื่อง Carrier recovery	76
	4.3 การทดลองที่ 3 เรื่อง Coherent detector	77
	4.4 การทดลองที่ 4 เรื่อง ASK Mod	78
	4.5 การทดลองที่ 5 เรื่อง PLL	79
	4.6 การทดลองที่ 6 เรื่อง ASK Demod	80
	4.7 การทดลองที่ 7 เรื่อง FSK Mod	81
	4.8 การทดลองที่ 8 เรื่อง FSK Demod แบบ Tuned IF Amp.	82
	4.9 การทดลองที่ 9 เรื่อง FSK Demod แบบ Narrow BPF	83
บทที่ 5	บทวิจารณ์และสรุป	84
วงจรจริงของชุดทดลอง DIGICOM 3133		85
ภาคผนวก		87
กิตติกรรมประกาศ		
บรรณานุกรม		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

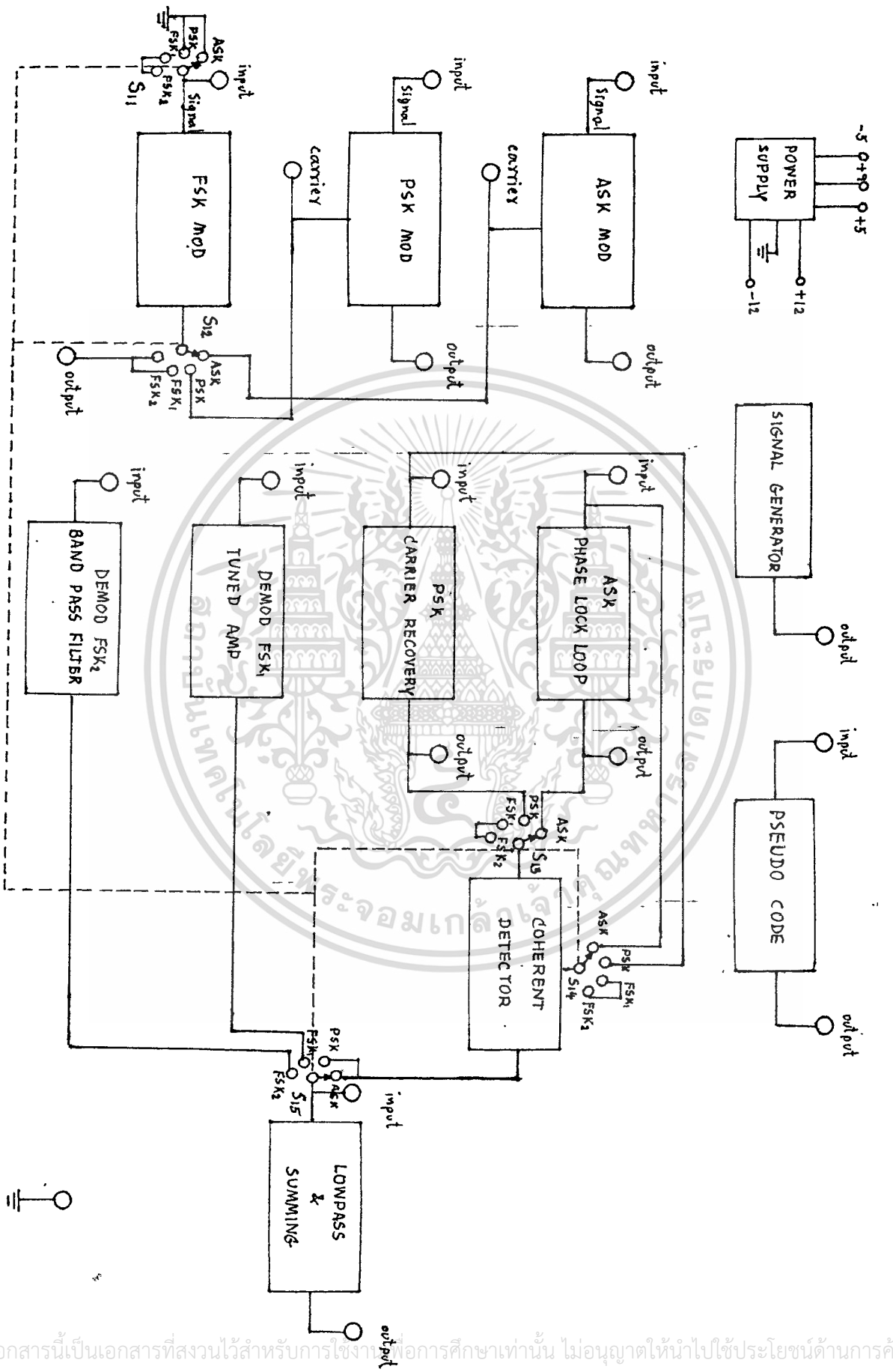
บทที่ 1
บทนำ

ระบบสื่อสารข้อมูล เราสามารถอธิบายการทำงานอย่างง่ายๆ ตามรูปข้างล่างดังนี้ ข่าวสารจากแหล่งข่าว จะถูกแปลงให้อยู่ในรูปของกระแสไฟฟ้า เรียกว่า สัญญาณโมดูเลชั่น (modulation) สัญญาณ modulation นี้จะถูกแปลงให้อยู่ในรูปของ code ตามวิธีสื่อสารแบบดิจิตอล (digital) หรือส่งตรงเข้าเครื่องส่ง transmistor ตามวิธีการสื่อสารแบบอนาล็อค(analog)ก็ได้ ในเครื่องส่งก็จะมีเครื่องโมดูเลเตอร์ (modulator) ที่ทำหน้าที่โมดูเลต(modulate) สัญญาณเข้ากับตัวพาห์ (carrier) ตัวพาห์นี้มีกำลังส่งสูงพอที่จะพาสัญญาณโมดูเลติ้ง (modulating) ไปที่ไกลๆได้ ด้วยความถี่สูง ตามกระบวนการ modulation

จากนั้นสัญญาณจะถูกคลับปิ้ง(coupling)ออกอากาศหรือส่งตามสายก็ได้ สัญญาณที่ผ่านตัวกลางซึ่งไม่ว่าจะเป็นการออกอากาศหรือสายส่งก็จะถูกรบกวนสัญญาณ(noise) เมื่อสัญญาณไปถึงเครื่องรับของผู้ใช้เมื่ออยู่ปลายทาง เสาอากาศของเครื่องรับจะแปลงสัญญาณจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเป็นกระแสไฟฟ้า แต่ถ้าส่งตามสายเครื่องรับในรูปของกระแสและแรงดันได้ทันที จากนั้นเครื่อง demodulator ในเครื่องรับจะแปลงสัญญาณที่มีความถี่สูงให้มีความถี่ต่ำลงและแยกสัญญาณ modulating ออกจากตัวพาห์ ตามกระบวนการ demodulation และถูกถอดcode (decode) กลับมาเป็นสัญญาณอนาล็อค (analog) ตามเดิม ตามวิธีการสื่อสารแบบดิจิตอล



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



BLOCK DIAGRAM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ดิจิตัลโมดูเลชั่น

ปัจจุบันการสื่อสารนิยมใช้ดิจิตัลโมดูเลชั่นมากขึ้นเพราะระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นมีความเชื่อถือสูงและมีราคาถูกลง เนื่องจากได้มีการพัฒนาทางดิจิตัลอิเล็กทรอนิกส์และไอซีอย่างรวดเร็วทำให้ต้นทุนการผลิตถูกลง นอกจากนี้ดิจิตัลโมดูเลชั่นยังสามารถใช้วิธีการลงรหัสพัลส์ก่อนโมดูเลชั่นเพื่อลดพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดให้ต่ำลง การโมดูเลทตัวพาด้วยข่าวสารดิจิตัลนี้ทำได้หลายวิธีด้วยกัน ในที่นี้เราจะศึกษาเทคนิคการโมดูเลทที่ข่าวสารดิจิตัลเปลี่ยนแปลงขนาด ความถี่และเฟสของตัวพา

รูปที่ 1 แสดงรูปคลื่นของดิจิตัลโมดูเลชั่นวิธีต่างๆ ที่ใช้ในการส่งข่าวสารไบนารีผ่านช่องสื่อสาร (communication channel) ซึ่งโดยมากจะมีการตอบสนองไม่ดีบริเวณความถี่ใกล้ศูนย์ จึงคำนึงได้ว่าเป็นช่องความถี่ผ่านแคบ (bandpass channel) ในรูปที่ 1(ก) สัญญาณดิจิตัล "1" และ "0" จะสวิทช์ขนาดของตัวพาให้มีค่าสองค่าคือเปิดและปิด รูปคลื่นที่ประกอบด้วยพัลส์เปิดหรือมาร์ค (mark) จะแทนเลขไบนารี "1" และพัลส์ปิดหรือสเปส (space) จะแทนเลขไบนารี "0" ดิจิตัลโมดูเลชั่นนี้เรียกว่าแอมปลิจูดชิฟคีอิ่ง (amplitude shift keying หรือ ASK)รูปที่ 1(ข) แสดงรูปคลื่นของฟรีเคว็นซี่ชิฟคีอิ่ง (frequency shift keying หรือ FSK) ที่มีการเปลี่ยนความถี่ของตัวพาระหว่างสองความถี่ตามสัญญาณดิจิตัล "1" และ "0" สัญญาณมาร์คที่มีความถี่สูงจะแทนพัลส์ "1" และสัญญาณสเปสที่มีความถี่ต่ำจะแทนด้วยพัลส์ "0" ส่วนรูปที่ 1(ค) แสดงรูปคลื่นของเฟสชิฟคีอิ่ง (phase shiftkeying หรือ PSK) ที่มีการเปลี่ยนเฟสของตัวพาระหว่างสองเฟสคือ 0° และ 180° ตามสัญญาณดิจิตัล "1" และ "0" เฟสชิฟคีอิ่งชนิดนี้เรียกว่า สองเฟสพีเอสเค (2ϕPSK) มีข้อสังเกตว่าในกรณีของเอฟเอสเคและพีเอสเค ขนาดของตัวพามีค่าคงที่เสมอและรูปคลื่นที่ถูกโมดูเลทแล้วของดิจิตัลโมดูเลชั่นทั้งสามวิธีมีค่าต่อเนื่องทุกเวลา-

ในบทนี้เราจะศึกษาวิสัยความสามารถของระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นทั้งสามระบบในขณะที่มีเสียงรบกวน วิสัยความสามารถของระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นมักจะวัดในรูปของพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด เพื่อให้เกิดความเข้าใจง่ายขึ้นเราจะศึกษาเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัม (optimum filter) ซึ่งเป็นเครื่องกรองความถี่แบบแม็ช (matched filter) หรือเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่น(correlation receiver) ที่ใช้ในการดีโมดูเลทเอเอสเค เอฟเอสเค และพีเอสเค ก่อนแล้วจึงศึกษาเครื่องรับแบบนอนโคฮีเร็นท์ (noncoherent receiver)

เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัม

เครื่องรับในระบบสื่อสารไบนารีทำหน้าที่แยกความแตกต่างระหว่างสัญญาณที่ส่งสองตัวคือ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ ซึ่งเป็นสัญญาณมาร์คและสเปสที่ถูกรบกวนด้วยเสียงรบกวน วิสัยความสามารถของเครื่องรับนั้นวัดกันเป็นค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด เครื่องรับแบบอ็อพติมัมคือเครื่องรับที่ให้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำสุดเครื่องรับแบบอ็อพติมัมนี้ประกอบด้วยเครื่องกรองความถี่ที่ให้อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนมากที่สุด เครื่องสุ่มตัวอย่าง (sampler) และอุปกรณ์ตรวจค่าเทรสโฮลด์ (threshold device) ดังแสดงในรูปที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 13(ข) จะให้การเปรียบเทียบพรอบบะบิวลิตี้ของเครื่องดิสครีมิเนเตอร์เอฟเอ็ม, เครื่องกรองความถี่แบบแม็ช และเครื่องรับแบบนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคที่ค่าดัชนีโมดูเลชั่น β = 0.5, 0.715 และ 1 จะเห็นได้ว่าการรับสัญญาณแบบเครื่องดิสครีมิเนเตอร์นั้นจะให้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดน้อยที่สุดที่ดัชนีโมดูเลชั่นเท่ากับ 0.5 และมีพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเข้าใกล้โคฮีเร็นท์เอฟเอสเคในย่านที่ค่า E/N_0 สูง ในขณะที่ถ้ารับสัญญาณเอฟเอสเคที่มีดัชนีโมดูเลชั่นเท่ากับหนึ่งจะมีพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเกือบเท่ากับนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค ในกรณีนี้นอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคและโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค (ที่ใช้เครื่องกรองความถี่แบบแม็ชที่มีดัชนีโมดูเลชั่น β = 0.715)สามารถคิดเสมือนหนึ่งว่าเป็นขอบเขตบนและขอบเขตล่างของสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มแบบแถบความถี่แคบที่มีดัชนีโมดูเลชั่นระหว่าง 0.5 ถึง 1 รูปที่ 13 จะแสดงพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเทียบกับดัชนีโมดูเลชั่นสำหรับเครื่องดิสครีมิเนเตอร์เอฟเอ็มและเครื่องรับสัญญาณที่ใช้เครื่องกรองความถี่แบบแม็ช พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดน้อยที่สุดสำหรับเครื่องดิสครีมิเนเตอร์เอฟเอ็มเกิดที่ดัชนีโมดูเลชั่นเท่ากับ 0.5 และสำหรับเครื่องรับสัญญาณที่ใช้เครื่องกรองความถี่แบบแม็ชที่ดัชนีโมดูเลชั่นเท่ากับ 0.715 (β = 0.715) ในทางปฏิบัติเราเปรียบเทียบพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดที่ค่า E/N_0 กำหนดโดย CCIR ซึ่งเท่ากับ 13.4 dB จะเห็นได้ว่าเครื่องดิสครีมิเนเตอร์เอฟเอ็มไม่เพียงแต่สนองความต้องการของ CCIR ที่ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเท่ากับ 10^{-6} ที่ E/N_0 = 13.4 dB โดยมีดัชนีโมดูเลชั่น β = 0.715 แต่ยังมีค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดที่มีค่าต่ำกว่าถ้าใช้ดัชนีโมดูเลชั่นเท่ากับ 0.5 (β = 0.5) เครื่องกรองความถี่แบบแม็ชมีวิสัยความสามารถเหนือกว่าเครื่องดิสครีมิเนเตอร์เอฟเอ็มเฉพาะในย่านเสียงรบกวนคลิ๊ค สำหรับค่าดัชนีโมดูเลชั่นที่ต่ำกว่า 0.6 หรือในย่านเสียงรบกวนคลิ๊ค เครื่องดิสครีมิเนเตอร์จะมีวิสัยความสามารถดีกว่าเครื่องกรองความถี่แบบแม็ชเล็กน้อย

เทคนิคการรับส่งข้อมูลดิจิตัลเอฟเอสเคและแนวทางการออกแบบใช้งาน

การรับ-ส่งข้อมูลในรูปของสัญญาณดิจิตัลสามารถกระทำได้สองวิธีคือ วิธีการทางไบนารี (binary) คือสัญญาณดิจิตัลจะถูกส่งออกไปยังปลายทางได้ทันทีโดยไม่ต้องผ่านขบวนการแปลงสัญญาณแต่อย่างใด ดังรูปที่ 14(ก) และวิธีการทางอะนาล็อก(analog) คือสัญญาณดิจิตัลจะถูกแปลงเป็นสัญญาณอะนาล็อกก่อนแล้วจึงส่งออกไปยังปลายทาง ดังรูปที่ 14(ข)

วิธีการในลักษณะแรกจะกระทำในลักษณะที่มีการติดต่อในระยะทางสั้นๆ และให้ความรวดเร็วมากกว่า ส่วนวิธีการในลักษณะหลังจะเกี่ยวข้องไปถึงลักษณะการเชื่อมโยง (link) สัญญาณเข้ากับระบบการสื่อสารทั่วๆ ไป ลักษณะทั้งสองวิธีแสดงดังรูปที่ 14

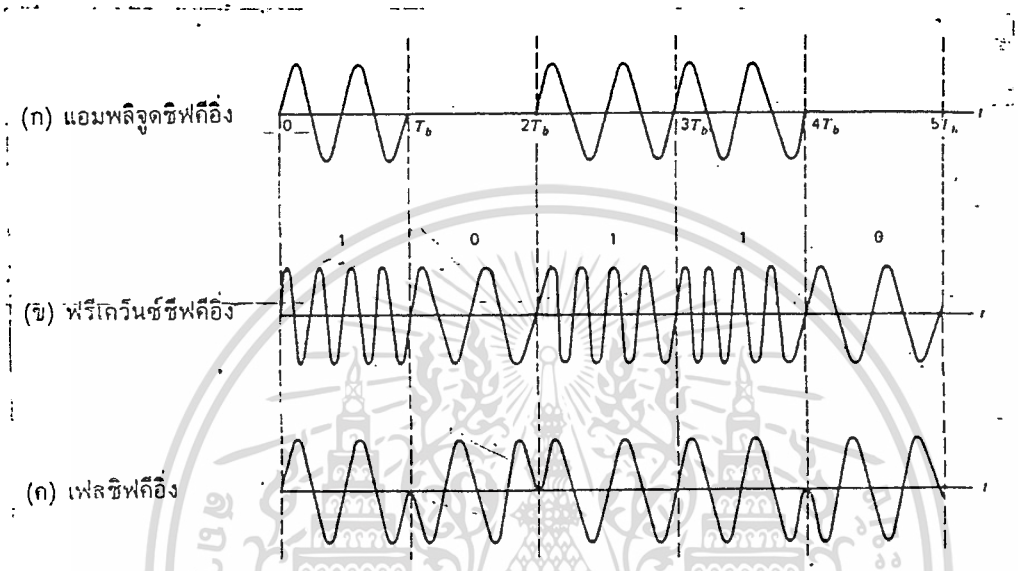
ขบวนการแปลงสัญญาณดิจิตัลเป็นอะนาล็อก

(Digital to Analog Converter: DAC)

ในการสร้างสัญญาณอะนาล็อกที่เป็นผลมาจากสัญญาณดิจิตัลหรือสัญญาณข่าวสารในรูปอื่นจะได้มาจากหลักการพื้นฐานของวิธีการสามแบบคือ

1. หลักการของแอมพลิจูดโมดูเลชั่น (amplitude modulation)
2. หลักการของฟรีเคว็นซีโมดูเลชั่น (frequency modylation)
3. หลักการของเฟสโมดูเลชั่น (phase modulation)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



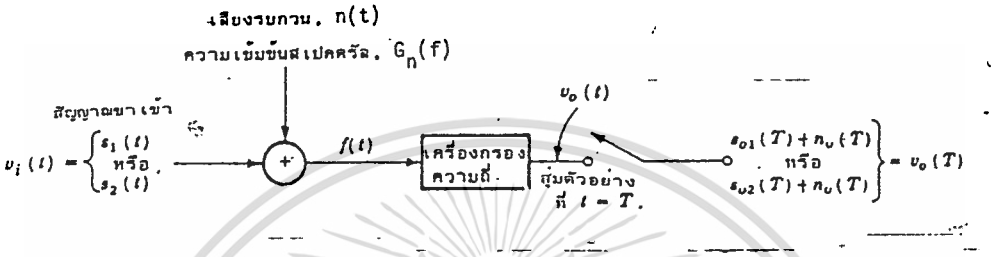
รูปที่ 1 รูปคลื่นของดิจิตัลโมดูเลชั่นที่ใช้ในการส่งข้อมูลไบนารี

ในรูปที่ 2 สัญญาณขาเข้าของเครื่องรับแบบอ็อพติมัม $S_1(t)$ หรือ $S_2(t)$ ถูกรบกวนด้วยเสียงรบกวนแบบเก๊าเซียนที่มีความเข้มข้นสเปคตรัล $G_n(f) = n/2$ สัญญาณและเสียงรบกวนผ่านเครื่องกรองความถี่และถูกสุ่มตัวอย่างที่ช่วงปลายของพัลส์

สัญญาณและเสียงรบกวนที่ขาออกของเครื่องสุ่มตัวอย่างที่เวลาสุ่มตัวอย่างใดๆ $t = T_1$ จะเป็น

$$V_o(T) = S_{o1}(T) + n_o(T) \qquad (1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2 เครื่องรับแบบอ็อพติมัม

หรือ $$V_o(T) = S_{o2}(T) + n_o(T)$$

สมมติว่าทันทีที่หลังจากสุ่มตัวอย่างแล้ว เครื่องกรองความถี่จะคายประจุสะสมที่มีอยู่ออกจนหมด ในกรณีเช่นนี้จะเกิดการรบกวนระหว่างพัลส์ (Intersymbol interference, ISI) น้อยมากจนไม่ต้องคำนึงถึงได้

เราลองพิจารณาว่าในขณะที่ไม่มีเสียงรบกวนจะมีแต่สัญญาณอย่างเดียวที่ขาออกของเครื่องสุ่มตัวอย่าง $V_o(T) = S_{o1}(T)$ หรือ $S_{o2}(T)$ ในขณะที่มีเสียงรบกวน เราจะสมมติว่าเราได้ส่ง $S_1(t)$ ถ้า $V_o(T)$ อยู่ใกล้ $S_{o1}(T)$ มากกว่า $S_{o2}(T)$ และเราจะสมมติว่าเราได้ส่ง $S_2(t)$ ถ้า $V_o(T)$ อยู่ใกล้ $S_{o2}(T)$ มากกว่า $S_{o1}(T)$ ดังนั้นอาณาเขตของการตัดสินใจ (decision boundary) ก็ควรจะอยู่ระหว่างกึ่งกลางของ $S_{o1}(T)$ และ $S_{o2}(T)$ หรือในทางคณิตศาสตร์เขียนได้ดังนี้

$$V_o(T) = \frac{S_{o1}(T) + S_{o2}(T)}{2} \qquad (2)$$

สมมติว่าเราได้ส่งสัญญาณ $S_{o2}(T)$ ความผิดพลาดจะเกิดขึ้นเมื่อ $S_{o1}(T) > S_{o2}(T)$ ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความผิดพลาดในการตัดสินใจจะเกิดขึ้นเมื่อเสียงรบกวนมีค่าเป็นบวกและมีขนาดมากกว่าผลต่างของแรงดัน $(1/2)*[S_{o1}(T)+S_{o2}(T)]-S_{o2}(T)$ นั่นคือ

$$n_o(T) \geq \frac{S_{o1}(T) - S_{o2}(T)}{2} \qquad (3)$$

ฉะนั้นพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดจะเท่ากับ

$$P_e = \int_{S_{o1}(T)-S_{o2}(T)]/2}^{\infty} \frac{e^{-n_o(T)/2\sigma_o}}{\sqrt{2\pi}(\sigma_o)^2} dn_o(T) \qquad (4)$$

แทนค่า $x = n_o(T)/(\sqrt{2})\sigma_o$ สมการ (4) จะได้

$$P_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{[S_{o1}(T)-S_{o2}(T)]/2(\sqrt{2})\sigma_o}^{\infty} e^{-x} dx \qquad (5)$$

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{S_{o1}(T) - S_{o2}(T)}{2(\sqrt{2})\sigma_o}\right] \qquad (6)$$

เนื่องจากคอมพลีเมนทารีเออเรอร์ฟังก์ชั่น (complementary error function : erfc( )) เป็นฟังก์ชั่นที่มีค่าลดลงตลอดเมื่อค่าในวงเล็บมีค่าเพิ่มขึ้น พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด P_e ก็จะมีค่าลดลง เมื่อความแตกต่างระหว่าง $S_{o1}(T)-S_{o2}(T)$ มากขึ้นและแรงดันของเสียงรบกวน σ_o ลดน้อยลง ดังนั้น เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมคือ เครื่องกรองความถี่ที่ทำให้อัตราส่วน δ^2 หรืออัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนมีค่ามากที่สุด ในที่นี้ δ มีค่าดังนี้

$$\delta = \frac{S_{o1}(T) - S_{o2}(T)}{\sigma_o} \qquad (7)$$

ต่อไปเราจะคำนวณหาทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่น H(f) ของเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมนี้

ทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่นของเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัม

หน้าที่สำคัญของเครื่องรับแบบอ็อพติมัมคือ การแยกความแตกต่างระหว่างรูปคลื่นที่รู้จักทั้งสอง $S_i(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ $S_2(t)$ ที่ขาเข้าของเครื่องรับ เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมจะแยกความแตกต่างของแรงดันระหว่าง $S_1(t)+n(t)$ และ $S_2(t)+n(t)$ โดยมีพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำที่สุด พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดจะต่ำที่สุดถ้าเราเลือกทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่นของเครื่องกรองความถี่ $h(t)$ ได้ถูกต้องเพื่อให้ค่า δ^2 มากที่สุด ค่า δ นี้จะเป็นสัดส่วนกับผลต่างของแรงดันระหว่าง $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ เมื่อ

$$p(t) = S_1(t) - S_2(t) \qquad (8)$$

ถ้าสมมติให้ $p(t)$ เป็นสัญญาณขาเข้า สัญญาณขาออกของเครื่องกรองความถี่จะได้

$$p_o(t) = S_{o1}(t) - S_{o2}(t) \qquad (9)$$

ถ้าให้ $P(f)$ เป็นฟูเรียร์ทรานซ์ฟอร์มของ $p(t)$ และ $H(f)$ เป็นฟูเรียร์ทรานซ์ฟอร์มของทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$P_o(f) = P(f)\,H(f) \qquad (10)$$

และที่เวลาสุ่มตัวอย่าง

$$p_o(T) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)\,H(f)\,e^{j2\pi fT}\,df \qquad (11)$$

ถ้าเราใช้ทฤษฎีพาร์ซีวัล (Parseval's theorem) กำลังของเสียงรบกวนที่ขาออกของเครื่องสุ่มตัวอย่างจะได้

$$(\sigma_o)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} G_{no}(f)\,df = \int_{-\infty}^{\infty} \left|H(f)\right|^2 G_n(f)\,df \qquad (12)$$

แทนสมการ (11) และสมการ (12) ลงในสมการ (7) δ^2 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\delta^2 = \frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2} = \left|\frac{\int_{-\infty}^{\infty} H(f)\,P(f)\,e^{j2\pi fT}\,df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left|H(f)\right|^2 G_n(f)\,df}\right|^2 \qquad (13)$$

เราสามารถทำให้ δ^2 มีค่ามากที่สุดโดยใช้สูตรไม่เท่ากันของชวาช (Schwarz's inequality) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} A(f)B(f)\,df\right|^2 \le \int_{-\infty}^{\infty} \left|A(f)\right|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} \left|B(f)\right|^2 df \qquad (14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในที่นี้ A(f) และ B(f) เป็นฟังก์ชั่นคอมเพล็กซ์ใดๆ ที่มีตัวแปร f(frequency) เหมือนกัน

สูตรไม่เท่ากันของชวาซจะมีค่าเท่ากันก็ต่อเมื่อ

$$A(f) = K B^{*}(f) \qquad (15)$$

ในที่นี้ K เป็นค่าคงที่ใดๆ และ $B^{*}(f)$ เป็นคู่ร่วมคอมเพล็กซ์ (complex conjugate) ของ B(f) ถ้าเราใช้สูตรไม่เท่ากันของชวาซในสมการ (15) จะได้

$$A(f) = \sqrt{G_n(f)}H(f) \qquad (16)$$

และ

$$B(f) = \frac{1}{\sqrt{G_n(f)}} P(f)\, e^{j2\pi fT} \qquad (17)$$

แทนสมการ (16) และสมการ (17) ลงในสมการ (13) จะได้

$$\frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2} = \frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} A(f)B(f)df\right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty}|A(f)|^2 df} \leq \int_{-\infty}^{\infty}|B(f)|^2 df \qquad (18)$$

แทนสมการ (17) ในสมการ (18) เราจะได้ค่า δ^2 ดังนี้

$$\delta^2 \leq \frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2} = \int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{P(f)}{G_n(f)}\right|^2 df \qquad (19)$$

อัตราส่วน $(p_o)^2(T)/(\sigma_o)^2$ จะมีค่ามากที่สุดเมื่อใช้เครื่องหมายเท่ากันดังเช่นในกรณีที่ A(f) = $KB^{*}(f)$ จากสมการ (16) และ (17) เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมจะให้อัตราส่วน $(p_o)^2(T)/(\sigma_o)^2$ มากที่สุดเมื่อมีทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่น

$$H(f) = \frac{K P^{*}(f)}{G_n(f)} e^{-j2\pi fT} \qquad (20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีนี้ อัตราส่วนที่มากที่สุดจากสมการ (19) จะได้

$$(\delta^2)_{max} = \left[\frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2}\right]_{max} = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{P(f)}{G_n(f)}\right|^2 df \qquad (21)$$

ในหัวข้อต่อไป จะแสดงให้เห็นว่าเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมในทางปฏิบัติสามารถแทนด้วยเครื่องกรองความถี่แม็ชและเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่น

กรณีที่เป็นเครื่องกรองความถี่แบบแม็ช

ถ้าเสียงรบกวนในช่องสื่อสารเป็นไวท์นอยส์ นั่นคือ $G_n(f) = n/2$ ทราสซ์เฟอร์ฟังก์ชั่นในกรณีนี้จากสมการ (20) จะได้

$$H(f) = K \frac{P^*(f)}{n/2} e^{-j2\pi fT} \qquad (22)$$

อิมพัลส์เรสพอนส์ของเครื่องกรองความถี่แม็ช คือ

$$h(t) = \frac{2K}{n} \int_{-\infty}^{\infty} \left|P^*(f)e^{-j2\pi fT}\right| e^{j2\pi ft} df \qquad (23)$$

เครื่องกรองความถี่ที่สร้างได้ในทางปฏิบัติต้องมีอิมพัลส์เรสพอนส์เป็นจริง(real)ไม่ใช่คอมเพล็กซ์ (complex) ฉะนั้น $h(t) = h^*(t)$ จะได้

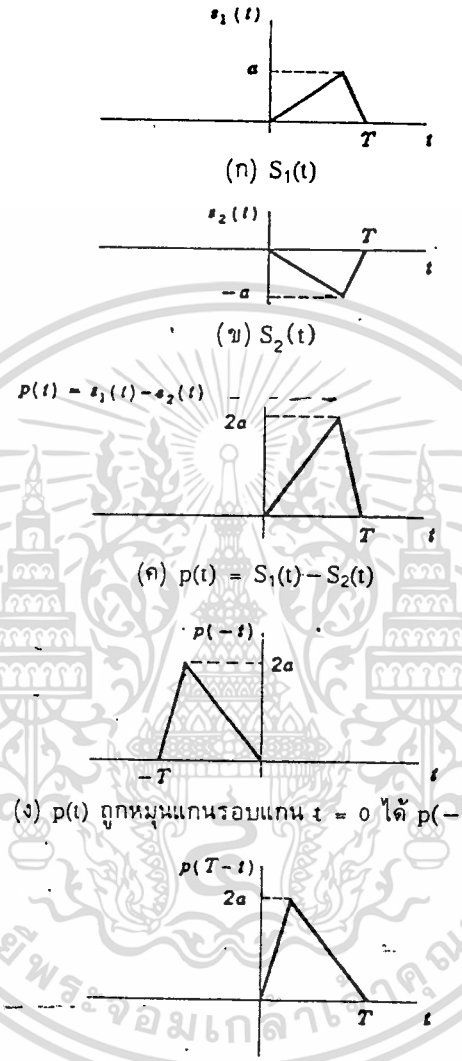
$$h(t) = \frac{2K}{n} \int_{-\infty}^{\infty} P(f)e^{j2\pi f(t-T)} df = \frac{2K}{n} p(T-t) \qquad (24)$$

จากคำจำกัดความในสมการ (8) $p(t) = S_1(t) - S_2(t)$ $h(t)$ จะได้

$$h(t) = \frac{2K}{n} [S_1(T-t) - S_2(T-t)] \qquad (25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นได้ว่าอิมพัลส์เรสพอนส์ h(t) ในสมการ (25) ถูกสร้างให้แม็ชกับสัญญาณ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ เราจึงเรียกเครื่องกรองความถี่นี้ว่าเครื่องกรองความถี่แม็ช



รูปที่ 3 อิมพัลส์เรสพอนส์ของเครื่องกรองความถี่แม็ชสัญญาณ

เราจะแสดงขั้นตอนการทำงานของเครื่องกรองความถี่แม็ชโดยยกตัวอย่างรูปที่ 3 ประกอบ ในรูปที่ 3(ก) และ (ข) แสดงสัญญาณ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ ในช่วง T ส่วน $p(t) = S_1(t) - S_2(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แสดงในรูปที่ 3(ค) และถ้าหมุนรูปคลื่น p(t) รอบแกน t = 0 จะได้ p(-t) ดังในรูปที่ 3(ง) รูปคลื่น p(-t) จะถูกย้ายไปทางแกนเวลา t ที่เป็นบวกเท่ากับ T ซึ่งคิดได้ว่าเป็นเวลาล่าช้า (time delay) ที่นานพอทำให้เครื่องกรองความถี่ทำงานได้ เวลาล่าช้าที่มากกว่าค่า T ก็จะไม่กระทบกระเทือนวิสัยความสามารถของเครื่องกรองความถี่ เพราะทั้งสัญญาณและเสียงรบกวนถูกทำให้ล่าช้าไปเท่าๆ กัน อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนที่เวลาสุ่มตัวอย่างจึงมีค่าเท่าเดิมไม่เปลี่ยนแปลง

ในทางปฏิบัติเป็นการยากมากที่จะสังเคราะห์เครื่องกรองความถี่แม็ชให้มีทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่นใกล้เคียงกับสมการ (24) ในหัวข้อต่อไปเราจะใช้เครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นซึ่งมีวงจรง่ายกว่าแทนเครื่องกรองความถี่แม็ช ----

กรณีที่เป็นเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่น

ต่อไปนี้เราจะคำนวณทรานซ์เฟอร์ฟังก์ชั่นของเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นซึ่งจัดเป็นเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมชนิดหนึ่ง ในรูปที่ 4 สัญญาณขาเข้าเป็นรูปคลื่นพีซีเอ็มไบนารี $S_1(t)$ หรือ $S_2(t)$ ที่ถูกรบกวนโดยเสียงรบกวน $n(t)$ เสียงรบกวนนี้สมมติว่าเป็นไวท์นอยส์ ถ้าให้ความกว้างของบิตเท่ากับ T สัญญาณที่ได้รับบวกกับเสียงรบกวน $V_i(t)$ จะผ่านเครื่องคูณ(multiplier) และถูกคูณด้วยรูปคลื่นที่สร้างขึ้นโดยเครื่องกำเนิดสัญญาณของเครื่องรับ $S_1(t)-S_2(t)$ สัญญาณที่ขาออกของเครื่องคูณจะผ่านเข้าเครื่องอินติเกรทและถูกสุ่มตัวอย่างที่ $t = T$ ในที่นี้เราสมมติว่าทุกครั้งที่เครื่องอินติเกรททำงานแล้วจะคายพลังงานไฟฟ้า ทำให้ไม่เกิดการรบกวนระหว่างบิต (intersymbol interference) เครื่องรับแบบนี้เรียกว่าเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นซึ่งทำหน้าที่คอร์รีเลทสัญญาณและเสียงรบกวนที่ได้รับกับรูปคลื่น $S_1(t)-S_2(t)$

สัญญาณและเสียงรบกวนที่ขาออกของเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นในรูปที่ 4 คือ

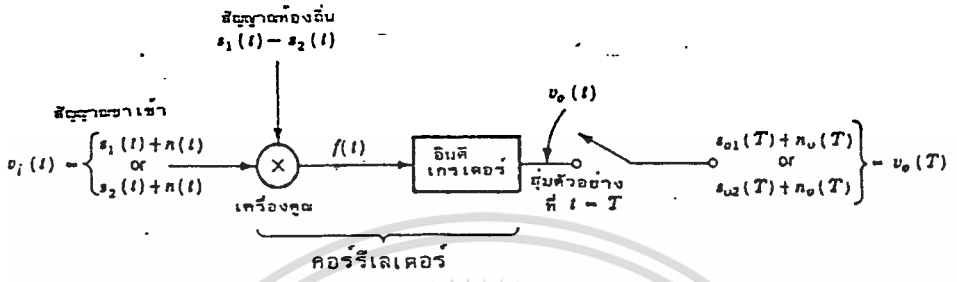
$$S_o(T) = \frac{1}{T}\int_0^T S_i(t)[S_1(t)-S_2(t)]dt \qquad (26)$$

$$n_o(T) = \frac{1}{T}\int_0^T n(t)[S_1(t)-S_2(t)]dt \qquad (27)$$

ในที่นี้ $S_i(t)$ จะเป็น $S_1(t)$ หรือ $S_2(t)$ ก็ได้ และ T คือค่าคงที่ของเครื่องอินติเกรท

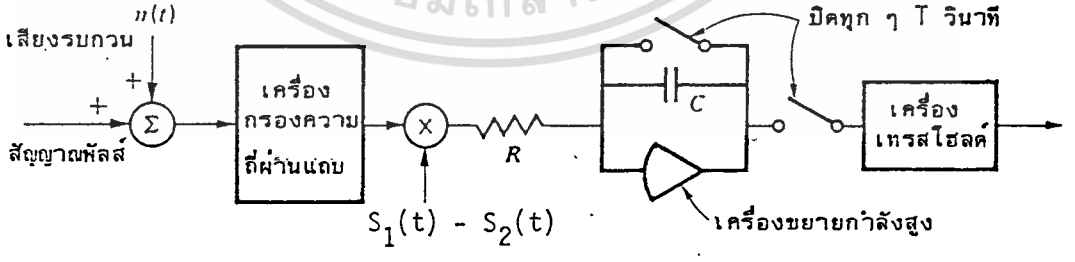
เป็นที่น่าสังเกตว่าสมการ (26) และเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นในรูปที่ 4 จะเริ่มอินติเกรทที่สภาวะเริ่มต้นเท่ากับศูนย์ ในทางปฏิบัติเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นจะสร้างด้วยเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์ดังในรูปที่ 5 เครื่องอินติเกรทนี้จะถูกเซทค่าให้เท่ากับศูนย์ (เซทค่าของคาพาซิเตอร์เท่ากับศูนย์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4 เครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่น

เมื่ออินติเกรทครบหนึ่งพัลส์แล้วเพื่อหลีกเลี่ยงการรบกวนระหว่างบิต ถ้า RC >> T วงจรในรูปที่ 5 จะทำงานแทนอินติเกรเตอร์อุดมการณ์ได้



รูปที่ 5 เครื่องรับคอร์รีเลชั่นแบบอินติเกรทและดัมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อไปจะเปรียบเทียบสัญญาณขาออกของเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นกับสัญญาณขาออกของเครื่องกรองความถี่แม็ช ถ้าให้ h(t) เป็นอิมพัลส์เรสพอนส์ของเครื่องกรองความถี่แม็ช สัญญาณขาออกของเครื่องกรองความถี่แม็ชจะได้โดยการทำคอนโวลูชั่นระหว่างสัญญาณขาเข้าและอิมพัลส์เรสพอนส์ h(t) ดังนี้

$$V_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} V_i(\ )h(t-\ )d = \int_{0}^{T} V_i(\ )h(t-\ )d \quad (28)$$

สมการ (28) เปลี่ยนขอบเขตการอินติเกรทมาเป็น 0 ถึง T เพราะความกว้างของพัลส์มีค่าเท่ากับ T เท่านั้น

ถ้าใช้ h(t) ในสมการ (25) แล้ว h(t-) จะได้

$$h(t-\ ) = \frac{2K}{n}[S_1(T-t+\ ) - S_2(T-t+\ )] \quad (29)$$

แทนสมการ (29) ในสมการ (28) จะได้

$$V_o(t) = \frac{2K}{n}\int_{0}^{T} V_i(\ )[S_1(T-t+\ ) - S_2(T-t+\ )]d \quad (30)$$

เนื่องจาก $V_i(\ ) = S_i(\ )+n(\ )$ และ $V_o(t) = S_o(t)+n_o(t)$ ให้ t = T จะได้

$$S_o(T) = \frac{2K}{n}\int_{0}^{T} S_i(\ )[S_1(\ ) - S_2(\ )]d \quad (31)$$

ในที่นี้ $S_i(\ )$ เท่ากับ $S_1(\ )$ หรือ $S_2(\ )$ ทำนองเดียวกัน $n_o(T)$ จะได้

$$n_o(T) = \frac{2K}{n}\int_{0}^{T} n(\ )[S_1(\ ) - S_2(\ )]d \quad (32)$$

ฉะนั้น จะเห็นได้ว่า $S_o(T)$ และ $n_o(T)$ ในสมการ (31) และสมการ (32) เหมือนกับสมการ (26) และสมการ (27) นั่นคือวิวัยความสามารถของเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นเหมือนกับเครื่องกรองความถี่แม็ช

เครื่องกรองความถี่แม็ชและเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่นเป็นเทคนิคที่ต่างกันแต่ให้ผลอย่างเดียวกัน เทคนิคทั้งสองต่างก็สังเคราะห์เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัม

เครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัมในรูปของเครื่องกรองความถี่แม็ชหรือเครื่องรับแบบคอร์รีเลชั่น จะให้อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนมากที่สุด ต่อไปนี้เราจะเลือกสัญญาณ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ อย่างไรจึงจะให้อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนมีค่ามากที่สุดจากสมการ *(21)* และทฤษฎีพาชีวาล จะได้

$$\int_{-\infty}^{\infty} |P(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} p^2(t)dt = \int_{0}^{T} p^2(t)dt \quad (33)$$

แทนค่า $p(t) = S_1(t)-S_2(t)$ และ $t = T$ แล้วเราสามารถเขียนสมการ *(21)* ได้ดังนี้

$$\left[\frac{(p_o)^2(T)}{(\ )^2}\right]_{max} = \frac{2}{n}\int_{0}^{T}[S_1(t) - S_2(t)]^2 dt$$

$$= \frac{2}{n}\left[\int_{0}^{T}(S_1)^2(t)dt + \int_{0}^{T}(S_2)^2(t)dt - 2\int_{0}^{T}S_1(t)S_2(t)dt\right]$$

$$= \frac{2}{n}(E_{s1} + E_{s2} + 2E_{s12}) \quad (34)$$

ในที่นี้ E_{s1} และ E_{s2} คือ พลังงานใน $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ ตามลำดับและ E_{s12} คือพลังงานร่วมของรูปคลื่นที่เกิดจากผลคูณของ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ เพื่อให้ผลลัพธ์ของพลังงานในสมการ *(34)* มีค่ามากที่สุด ต้องเลือกพลังงาน E_{s12} ที่เกิดจากผลคูณของ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ มีค่าเป็นบวก ในกรณีนี้เลือก

$$S_2(t) = -S_1(t) \quad (35)$$

เราเรียกสัญญาณ $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ ว่าเป็นสัญญาณที่อยู่คนละขั้วกัน (antipodal) สัญญาณสองเฟสพีเอสเค (PSK) ก็จัดอยู่ในจำพวกสัญญาณที่อยู่คนละขั้วกันด้วยเหตุนี้ สัญญาณพีเอสเคจึงมีพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดน้อยที่สุด

ให้ $S_2(t) = -S_1(t)$ จะได้

$$E_{s1} = E_{s2} = -E_{s12} = E_s \quad (36)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนสมการ (36) ใน (35) จะได้

$$\left[\frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2}\right]_{max} = \frac{8E_s}{n} \qquad (37)$$

แทนสมการ (37) ในสมการ (6) จะได้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left[\frac{1}{8}\left[\frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2}\right]_{max}\right]^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\,(E_s/n)^{1/2} \qquad (38)$$

จากสมการ (38) จะเห็นได้ว่า พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดขึ้นกับพลังงานของสัญญาณไม่ขึ้นกับรูปร่างของสัญญาณ

เอเอสเค

การจัดสัญญาณเอเอสเค (ASK signal)

สัญญาณเอเอสเค (ASK) เป็นสัญญาณดิจิตัลโมดูเลชั่นที่ค้นพบก่อนระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นอื่น โดยอาศัยหลักการของแอมพลิจูดโมดูเลชั่น สัญญาณเอเอสเคนี้ เวลามีสัญญาณมาร์คหรือสัญญาณเปิดจะส่งสัญญาณพัลส์ เวลามีสัญญาณสเปสหรือสัญญาณปิดจะไม่ส่งสัญญาณ ซึ่งมีรูปคลื่นดังนี้

$$S_1(t) = A\cos w_c t \quad \text{สำหรับสัญญาณมาร์ค}$$

(39)

$$S_2(t) = 0 \quad \text{สำหรับสัญญาณสเปส}$$

สัญญาณมาร์คที่ส่งไม่จำเป็นต้องเป็นพัลส์สี่เหลี่ยมเสมอไป อาจเป็นพัลส์ที่ผ่านเครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำแล้วเป็นพัลส์ที่จัดรูปร่าง (shaped pulse) ก็ได้ สัญญาณเอเอสเคอาจใช้เป็นสัญญาณโทรเลข หรือใช้เป็นสัญญาณดิจิตัลโมดูเลชั่นแบบต่างๆ ที่ไม่ต้องการความเร็วในการส่ง (bit rate) สูง

สัญญาณเอเอสเคเมื่อส่งผ่านช่องสื่อสาร จะถูกรบกวนโดยเสียงรบกวนเก๊าเซียนจะได้สัญญาณรวม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_i(t) = \begin{cases} A\cos w_c t + n(t) & \text{สำหรับสัญญาณมาร์ค} \\ n(t) & \text{สำหรับสัญญาณสเปส} \end{cases} \qquad (40)$$

โคฮีเร็นท์เอเอสเค

เครื่องรับโคฮีเร็นท์ดังในรูปที่ 4 สามารถนำมาใช้ในการดีโมดูเลทเอเอสเคได้

สัญญาณขาออก

$$S_{o1}(T) = \int_0^T S_1(t)[S_1(t) - S_2(t)]dt = \frac{A^2 T}{2} \qquad (41)$$

และ

$$S_{o2}(T) = \int_0^T S_2(t)[S_1(t) - S_2(t)]dt = 0 \qquad (42)$$

จากสมการ (2) อ็อพติมัมเทรสโฮลด์ควรอยู่กึ่งกลางระหว่างสัญญาณ $S_{o1}(T)$ และ $S_{o2}(T)$ ดังนี้

$$V_o = \frac{S_{o1}(T) + S_{o2}(T)}{2} = \frac{A^2 T}{4} \qquad (43)$$

ที่อ็อพติมัมเทรสโฮลด์ จะได้อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนมากที่สุด $(\gamma_{max})^2$ จากสมการ (21) จะได้

$$(\gamma_{max})^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{P(f)}{G_n(f)}\right|^2 df$$

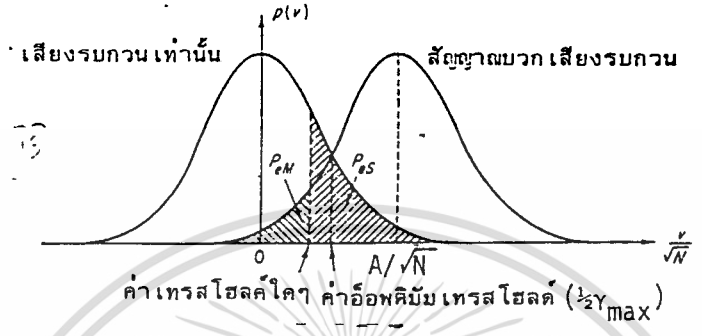
$$= \frac{2}{n}\int_0^T p^2(t)dt$$

$$= \frac{2}{n}\int_0^T A^2\cos^2 w_c t dt$$

$$= \frac{A^2 T}{n} \qquad (44)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเนื่องจากพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นของผลบวกของสัญญาณและเสียงรบกวนเก๊าเซียนจะได้พรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นเป็นเก๊าเซียนโดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับแอมพลิจูดของสัญญาณ ดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 พรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นสำหรับการรับสัญญาณโคฮีเร็นท์เอเอสเค

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดจะได้

$$P_e = \int_{(1/2)a}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{Z^2}{2})dz = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}(\sqrt{(A^2T/4n)}) \quad (45)$$

สัญญาณ $S_1(t)$ จะปรากฏที่ขาเข้าของเครื่องรับเท่ากับครึ่งหนึ่งของเวลาโดยเฉลี่ยและอีกครึ่งหนึ่งของเวลาที่เหลือจะไม่มีสัญญาณเนื่องจาก $S_2(t) = 0$ ฉะนั้นกำลังเฉลี่ยของสัญญาณที่ขาเข้าของเครื่องรับจะเท่ากับ

$$S_{av} = \frac{A^2}{4} \quad (46)$$

และพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดในรูปของกำลังเฉลี่ยของสัญญาณ จะได้

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}(\sqrt{(S_{av}T/n)}) \quad (47)$$

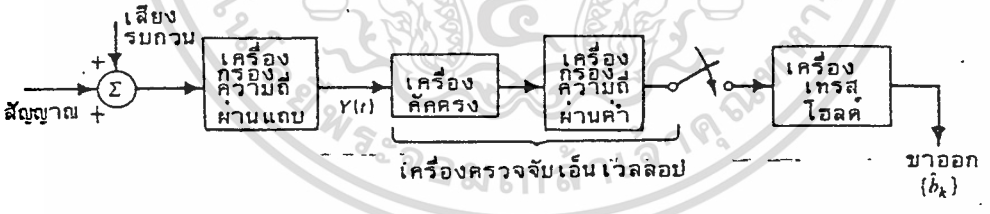
บางครั้งพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดก็แสดงในรูปของพลังงานเฉลี่ยของสัญญาณต่อบิต $E_{av} = (S_{av})T$ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}(\sqrt{(E_{bv}/n)}) \qquad (48)$$

นอนโคฮีเร็นท์เอเอสเค

ในการรับสัญญาณเอเอสเคแบบโคฮีเร็นท์นั้นเราจำเป็นต้องสร้างสัญญาณท้องถิ่นให้เหมือนสัญญาณขาเข้าที่เครื่องรับโดยมีเฟสและความถี่เหมือนกัน ในการนี้ต้องใช้เครื่องกำเนิดสัญญาณที่มีเสถียรภาพสูงทั้งเครื่องรับและเครื่องส่ง ทำให้มีราคาแพงจึงมีคนสนใจนำวิธีการรับสัญญาณเอเอสเคแบบนอนโคฮีเร็นท์มาใช้ เพราะราคาถูกลงเนื่องจากไม่ต้องการเครื่องกำเนิดสัญญาณที่มีความเสถียรภาพสูง รูปที่ 7 แสดงส่วนประกอบของเครื่องรับนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเค เครื่องรับนี้จะประกอบด้วยเครื่องกรองความถี่ผ่านแถบและเครื่องรับเอ็นเวลลอป (envelope detector) ซึ่งประกอบด้วยเครื่องตัดตรง (rectifier) เครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำ(Lowpass filter) เครื่องสุ่มตัวอย่างและอุปกรณ์เทรสโฮลด์ (threshold device)



รูปที่ 7 เครื่องรับนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเค

ที่ขาเข้าของเครื่องรับแบบนอนโคฮีเร็นท์จะมีสัญญาณบวกเสียงรบกวนเก๊าเซียนดังสมการ (40) เสียงรบกวนเก๊าเซียนนี้สามารถแตกเป็นส่วนประกอบอินเฟสและควอดราเจอร์ได้ดังสมการ (33) ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$n(t) = x_c(t) \cos w_c t - x_s(t) \sin w_c t \qquad (49)$$

แทนสมการ (49) ในสมการ (33) จะได้

$$V_i(t) = S_i(t) + n(t)$$

$$V_i(t) = A \cos w_c t + x_c(t) \cos w_c t - x_s(t) \sin 2\pi f_c t$$
$$= [A + x_c(t)] \cos w_c t - x_s(t) \sin w_c t \qquad (50)$$

เนื่องจากเครื่องรับนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคประกอบด้วยเครื่องเอ็นเวลลอปสัญญาณมาร์คบวกเสียงรบกวนที่ขาเข้าของเครื่องรับจึงต้องอยู่ในรูปของเอ็นเวลลอป จะได้

$$V_i(t) = r(t) \cos [w_c t - \theta(t)]$$

ในที่นี้

$$r(t) = \sqrt{([A + x_c(t)]^2 + (x_s)^2(t))} \qquad (51)$$

ในขณะเดียวกัน สัญญาณสเปสซึ่งมีค่าเท่ากับศูนย์ บวกกับเสียงรบกวนที่ขาเข้าของเครื่องรับจะมีเพียงเสียงรบกวนเท่านั้น

$$V_i(t) = S_2(t) + n(t)$$
$$= x_c(t) \cos w_c t - x_s(t) \sin w_c t \qquad (52)$$

เอ็นเวลลอปของสัญญาณมาร์คบวกเสียงรบกวนจะได้การกระจายแบบไรเซียน (Rician distribution)

$$p(r) = \frac{r}{N} I_0 \left(\frac{Ar}{N}\right) \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2N}\right), \quad r > 0 \qquad (53)$$

ส่วนเอ็นเวลลอปของสัญญาณสเปสบวกเสียงรบกวนก็คือเอ็นเวลลอปของเสียงรบกวนอย่างเดียวนั่นเอง จะได้การกระจายแบบเรย์เล่ย์ (Rayleigh distribution)

$$p(r) = \frac{r}{N} \exp\left(-\frac{r^2}{2N}\right), \quad r > 0 \qquad (54)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในที่นี้ N คือกำลังของเสียงรบกวนที่ขาออกของเครื่องกรองความถี่ผ่านแถบ

$$N = nB \simeq 2n/T \qquad (55)$$

และ $I_0(x)$ คือ เบสเซลฟังก์ชั่นที่ถูกดัดแปลง (modified Bessel function)ของชนิดที่หนึ่งและอันดับศูนย์ ซึ่งมีคำจำกัดความดังนี้

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\exp(x\cos(u))du \qquad (56)$$

เพื่อให้เครื่องรับเอ็นเวลลอปทำงานได้ดีที่ค่ามากกว่าค่าเทรสโฮลด์ของเสียงรบกวนแอมพลิจูดของตัวพาที่ขาเข้าของเครื่องจะต้องมีค่า A^2 มากกว่า $N(A^2 >> N)$ ถ้าเราสมมติว่า $A^2 >> N$ แล้วเราสามารถประมาณค่าเบสเซลฟังก์ชั่นดังนี้

$$I_0\left(\frac{Ar}{N}\right) \simeq \left(\sqrt{(N/2\pi Ar)}\right)\exp\left(\frac{Ar}{N}\right)$$

ฉะนั้นสมการ (53) สามารถประมาณค่าดังนี้

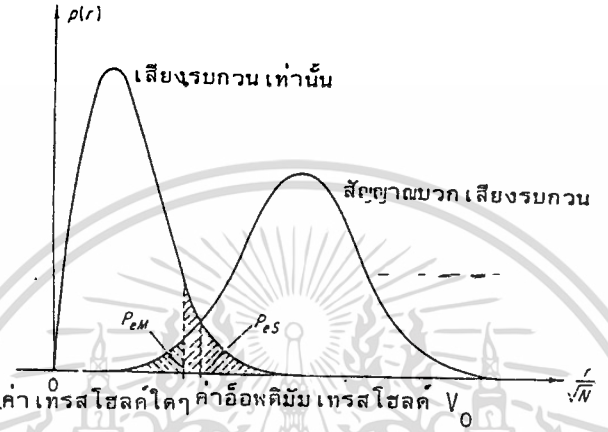
$$p(r) \simeq \left(\sqrt{(r/2\pi AN)}\right)\exp\left(-\frac{(r-A)^2}{2N}\right), \quad r > 0 \qquad (57)$$

ซึ่งก็คือการกระจายแบบเก๊าเซียนที่มีค่าเฉลี่ย A และแวเรียนซ์ N เพราะ $r/(2\pi AN) \simeq 1/(2\pi N)$ ในละแวก $r = A$ พรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นของเอ็นเวลลอปของสัญญาณบวกเสียงรบกวนและของเสียงรบกวนอย่างเดียวแสดงในรูป 8 จะเห็นได้ว่า จุดตัดระหว่างพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นทั้งสองจะให้ค่าอ็อพติมัมเทรสโฮลด์ V_0

เครื่องรับนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคจะเปรียบเทียบ R(t) ที่ขาออกของเครื่องรับเอ็นเวลลอปกับค่าเทรสโฮลด์ V_0 และจะถอดรหัสสัญญาณที่ได้รับเป็น $S_1(t)$ ถ้า $R(t) \leq V_0$ และเป็น $S_2(t)$ ถ้า $R(t) > V_0$ ดังนั้นค่าเทรสโฮลด์ V_0 ควรจะมีค่าระหว่าง 0 และ A ที่ให้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุด ค่าเทรสโฮลด์ V_0 ที่ให้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดน้อยที่สุดคือค่าที่จุดตัดของพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นของเอ็นเวลลอปของสัญญาณบวกเสียงรบกวนและเสียงรบกวน

$$p(r_1 = V_0) = p(r_0 = V_0) \qquad (58)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 8 พรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นสำหรับการรับสัญญาณนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเค

ในที่นี้ r_1 แสดงเอ็นเวลลอปของสัญญาณมาร์คบวกเสียงรบกวนและ r_0 แสดงเอ็นเวลลอปของเสียงรบกวนอย่างเดียว ในกรณีนี้ V_0 จะมีความสัมพันธ์กับ A และ N ดังนี้

$$V_0 \simeq \frac{A}{2}\left(\sqrt{1+(8N/A^2)}\right) \qquad (59)$$

ซึ่งจะประมาณคำตอบของสมการ (58) ได้ใกล้เคียง เมื่อแอมปลิจูดของตัวพาที่ขาเข้าของเครื่องรับมีค่า $A^2 >> N$ แล้ว $V_0 \simeq A/2$

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด (P_e) คือพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดในการตัดสินสัญญาณมาร์คเป็นสัญญาณสเปสและสัญญาณสเปสเป็นสัญญาณมาร์ค ในกรณีที่สัญญาณมาร์คและสัญญาณสเปสมีพรอบบะบิวลิตี้การ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เกิดเท่ากันจะได้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด

$$P_e = \frac{1}{2} P_{eM} + \frac{1}{2} P_{eS} \qquad (60)$$

ในที่นี้

$$P_{eM} = \int_{-\infty}^{A/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \exp\left(-\frac{(r-A)^2}{2N}\right) dr$$

$$= \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{N}}\right) \qquad (61)$$

และ

$$P_{eS} = \int_{A/2}^{\infty} \frac{r}{N} \exp\left(-\frac{r^2}{2N}\right) dr$$

$$= \exp\left(-\frac{A^2}{8N}\right) \qquad (62)$$

สำหรับค่า $x \to \alpha$: $\operatorname{erfc}(x) \simeq \frac{\exp(-x^2/2)}{x\sqrt{2\pi}}$ (63)

ในกรณีที่ $A^2 >> N$ สมการ (61) สามารถประมาณค่าได้ดังนี้

$$P_{eM} \simeq \left(\sqrt{(4N/2\pi A^2)}\right) \exp\left(-\frac{A^2}{8N}\right) \qquad (64)$$

ดังนั้น แทนสมการ (64) และ (62) ในสมการ (60) จะได้ P_e ที่อ็อพติมัมเทรสโฮลด์ดังนี้

$$P_e \simeq \frac{1}{2}\left[1 + \sqrt{(4N/2\pi A^2)}\right] \exp\left(-\frac{A^2}{8N}\right)$$

$$\simeq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{8N}\right), \quad A^2 >> N \qquad (65)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเครื่องรับแบบนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคจะมีค่ามากกว่าพรอบบะบิวลิตี้ของเครื่องรับแบบโคฮีเร็นท์เอเอสเค ที่ทำงานที่กำลังของสัญญาณ ความเร็วในการส่งและพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นของเสียงรบกวนที่ค่าเดียวกันเสมอ อย่างไรก็ตาม เครื่องรับแบบนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคมีวงจรง่ายกว่าเครื่องรับแบบโคฮีเร็นท์มาก พึงสังเกตว่าในระบบนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเค พรอบบะบิวลิตี้ของการถอดรหัสสัญญาณ "1" ผิด จะมีค่าแตกต่างกับพรอบบะบิวลิตี้ของการถอดรหัสสัญญาณ "0" ผิด

เอฟเอสเค

การจัดสัญญาณเอฟเอสเค (FSK signalling)

สัญญาณเอฟเอสเคเป็นสัญญาณดิจิตัลที่ความถี่เปลี่ยนแปลงตามขนาดของเบสแบนด์พัลส์พีซีเอ็ม โดยทั่วไปเอฟเอสเคมักใช้ในการส่งข้อมูลที่อัตราความเร็วต่ำตามข้อกำหนดรายละเอียด CCITT V.21 และนิยมใช้เอฟเอสเคชนิดสองความถี่เท่านั้นเพราะเอฟเอสเคนอนโคฮีเร็นท์ชนิดสองความถี่สามารถกำเนิดและรับได้ง่าย ทำให้มีราคาถูก

$$S_1(t) = A\cos(w_c + w_d)t \text{ , สำหรับสัญญาณมาร์ค}$$

และ $0 < t < T$ (66)

$$S_2(t) = A\cos(w_c - w_d)t \text{ , สำหรับสัญญาณสเปส}$$

ในที่นี้ w_d คือ ความถี่เบี่ยงเบน

จะเห็นได้ว่า สัญญาณมาร์คมีความถี่ $w_1 = w_c + w_d$ และสัญญาณสเปสมีความถี่ $w_2 = w_c - w_d$ สัญญาณเอฟเอสเคจึงเป็นสัญญาณดิจิตัลที่กำเนิดได้ง่ายโดยการสวิตช์ไปมาของเครื่องกำเนิดสัญญาณ w_1 และเครื่องกำเนิดสัญญาณ w_2 สัญญาณเอฟเอสเคดังกล่าวจะมีเฟสไม่ต่อเนื่อง (discontinuous phase) ที่รอยต่อสวิทช์ แต่ถ้าค่อยๆ เปลี่ยนเฟสของสัญญาณเอฟเอสเคตามขนาดของพัลส์พีซีเอ็ม เช่น เอฟเอสเคที่เกิดจากการเอฟเอ็มโมดูเลทพัลส์พีซีเอ็ม เป็นต้น

โคฮีเร็นท์เอฟเอสเค (Coherent FSK)

ถ้าเราดีโมดูเลทสัญญาณเอฟเอสเคด้วยเครื่องรับคอร์รีเลชั่นดังรูป 4 สัญญาณตัวพาท้องถิ่นที่ต้องการคือ

$$S_1(t) - S_2(t) = A\cos(w_c t + w_d t) - A\cos(w_c t - w_d t) \quad (67)$$

สัญญาณขาออก ณ เวลาสุ่มตัวอย่าง $t = kT$ คือ $S_{o1}(kT)$ และ $S_{o2}(kT)$ ในที่นี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S_{o1}(kT) = \int_0^T S_1(t)[S_1(t) - S_2(t)]dt$$

$$S_{o2}(kT) = \int_0^T S_2(t)[S_1(t) - S_2(t)]dt \qquad (68)$$

ถ้าพลังงานของสัญญาณ E_1 และ E_2 เท่ากัน $S_{o1}(kT) = -S_{o2}(kT)$ ฉะนั้นเทรสโฮลด์ของเครื่องรับจึงตั้งไว้ที่ค่าศูนย์ พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด P_e สำหรับเครื่องรับคอร์รีเลชั่น จากสมการ(6)

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}(\delta_{max}/2) \qquad (69)$$

ในที่นี้

$$(\delta_{max})^2 = \frac{2}{n}\int_0^T [S_1(t) - S_2(t)]^2 dt$$

แทน $S_1(t)$ และ $S_2(t)$ จากสมการ (66) และอินทิเกรท จะได้

$$(\delta_{max})^2 = \frac{2A^2T}{n}\left[1 - \frac{\sin^2 w_d T}{2w_d T} + \frac{1}{2}\frac{\sin[2(w_c+w_d)T]}{2(w_c+w_d)T} - \frac{1}{2}\frac{\sin[2(w_c-w_d)T]}{2(w_c-w_d)T} - \frac{\sin 2w_c T}{2w_c T}\right] \qquad (70)$$

สมมติว่า $w_c T >> 1$, $w_c >> w_d$

ซึ่งเป็นจริงในทางปฏิบัติและสามเทอมหลังในสมการ (70) มีค่าน้อยจนไม่ต้องคำนึงถึงได้ เราจะได้

$$(\delta_{max})^2 = \frac{2A^2T}{n}\left(1 - \frac{\sin 2w_d T}{2w_d T}\right) \qquad (71)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า $(\delta_{max})^2$ จะมีค่ามากที่สุด ถ้าเลือกความถี่เบี่ยงเบนให้ $2w_dT = 3\pi/2$ที่ค่า w_z ค่านี้ จะได้

$$(\delta_{max})^2 = (2.42)(A^2T/n)$$

และ

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}(\sqrt{[0.61(A^2T/n)]}) \qquad (72)$$

ถ้าเรากำหนด $S_{av} = A^2/2$ และ $E_{av} = A^2T/2$ เราสามารถแสดง P_e ในรูปของ

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}(\sqrt{1.2\ S_{av}T/n})$$

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}(\sqrt{1.2\ E_{av}/n}) \qquad (73)$$

เปรียบเทียบพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดสำหรับโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคกับพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของโคฮีเร็นท์พีเอสเค (สมการ (126)) จะเห็นได้ว่าโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคต้องการกำลังมากกว่าโคฮีเร็นท์พีเอสเคเท่ากับ 2.2 dB ที่ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเดียวกัน สัญญาณเอฟเอสเคใช้แถบความถี่กว้างกว่าสัญญาณพีเอสเค โคฮีเร็นท์เอฟเอสเคจึงไม่มีข้อได้เปรียบกว่าโคฮีเร็นท์พีเอสเค

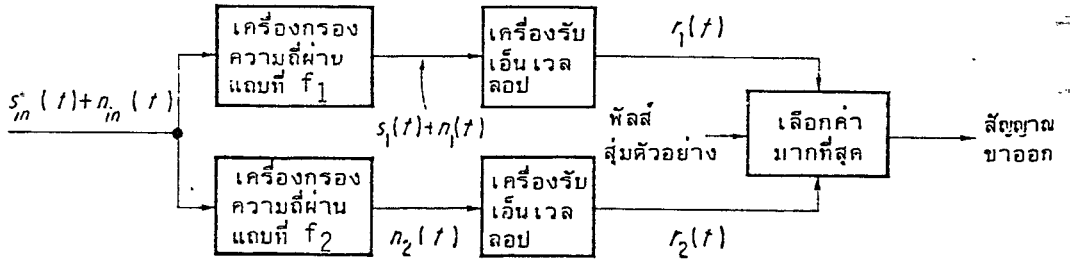
นอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค

ในการรับนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค เราใช้เครื่องกรองความถี่ผ่านแถบ (bandpass filters) สองตัวที่มีความถี่ศูนย์กลางอยู่ที่ f_1 และ f_2 ตามด้วยเครื่องรับเอ็นเวลลอป(envelope detector) ในแต่ละกิ่ง (branch) เอ็นเวลลอปแต่ละกิ่งจะถูกสุ่มตัวอย่างพัลส์ละหนึ่งครั้ง แล้วนำมาเปรียบเทียบว่าเอ็นเวลลอปของสัญญาณมาร์คบวกเสียงรบกวนหรือของสัญญาณสเปสบวกเสียงรบกวนจะมากกว่ากันแล้วจะตัดสินสัญญาณขาออกเป็นของสัญญาณที่มีค่ามากกว่าดังรูปที่ 9 นอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคสามารถคิดเสมือนหนึ่งว่าเป็นสัญญาณเอเอสเคสองตัวที่มีความถี่ f_c+f_d และ f_c-f_d ซึ่งเราจะเปรียบเทียบวิสัยความสามารถของนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคกับนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคต่อไป

สมมติสัญญาณที่ส่งเป็นสัญญาณมาร์ค $S_1(t) = A\cos(w_c+w_d)t$ พรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่น (pdf) ของเอ็นเวลลอป r_1 คือ

$$p(r_1) = \frac{r_1}{N} I_0\left(\frac{Ar_1}{N}\right) \exp\left(-\frac{(r_1)^2 + A^2}{2N}\right), \quad r_1 > 0 \qquad (74)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9 การดีโมดูเลทแบบนอนโคฮีเร็นท์ของสัญญาณไบนารีเอฟเอสเค

ในที่นี้ $N = nB_T$ และ B_T คือแถบความถี่ของเครื่องกรองความถี่

ในขณะเดียวกันเครื่องกรองความถี่ผ่านแถบที่กิ่งข้างล่างจะมีเฉพาะเสียงรบกวนเก๊าเซียนที่ผ่านเท่านั้น เอ็นเวลลอปของเสียงรบกวนจะมี pdf เป็นเรย์เล่ย์ดังนี้

$$p(r_2) = \frac{r_2}{N} \exp\left(-\frac{(r_2)^2}{2N}\right), \quad r_2 > 0 \qquad (75)$$

ความผิดพลาดจะเกิดขึ้นเมื่อ $r_2 > r_1$ และพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดหาได้ดังนี้

$$P_e = p(r_2 > r_1) = \int_{r=0}^{\infty} p(r_1)\left[\int_{r=r}^{\infty} p(r_2)dr_2\right]dr_1 \qquad (76)$$

อินทิกรัลในวงเล็บจะได้ $\exp(-(r_1)^2/2N)$ ดังนี้

$$P_e = \int_0^{\infty} \frac{r_1}{N} I_0\left(\frac{Ar_1}{N}\right) e^{-r^2/N} e^{-A^2/2N} dr_1 \qquad (77)$$

จากสูตรฟังก์ชั่นคิว (Q-function)

$$Q(\alpha,0) = \int_0^{\infty} t\, I_0(\alpha t)\, e^{-(\alpha^2+t^2)/2} dt = 1 \qquad (78)$$

และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Q(0,\alpha) = \int_{\beta}^{\infty} t\, e^{-t^2/2} dt = e^{-\beta^2/2} \qquad (79)$$

และสมมติสัญญาณมาร์คและสัญญาณสเปสมีโอกาสเกิดเท่าๆ กัน พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดโดยเฉลี่ยสำหรับสัญญาณนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคจะได้

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{4N}\right) \qquad (80)$$

จะเห็นได้ว่านอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคได้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดในรูปของฟังก์ชั่นเอ็กซ์โพเนนเชียลเหมือนกับพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเอเอสเคที่อ็อพติมัมเทรสโฮลด์ดังสมการ (65) แต่นอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคใช้อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนเพียงครึ่งหนึ่งของนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคเท่านั้น ในกรณีที่อัตราความเร็วในการส่งพัลส์ของสองระบบเท่ากัน และแถบความถี่ของเครื่องกรองของทั้งสองระบบเท่ากันซึ่งหมายความว่า กำลังของเสียงรบกวนของทั้งสองระบบเท่ากัน อัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนในระบบเอเอสเคมีค่าเฉพาะในกรณีที่ส่งสัญญาณมาร์คเท่านั้น ในการส่งสัญญาณสเปสจะมีกำลังของสัญญาณที่ส่งเท่ากับศูนย์ กำลังเฉลี่ยของเอเอสเคจึงมีค่าเพียงครึ่งหนึ่งของค่าที่ใช้ในคำจำกัดความอัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวน ฉะนั้นที่พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำทั้งนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคและนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคจะได้ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเท่ากันที่ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนของกำลังของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนเท่ากัน นอกจากนั้นเนื่องจากเอฟเอสเคต้องใช้ความถี่สองโทน เอฟเอสเคจึงถูกกำหนดให้ใช้แถบความถี่กว้างขึ้นอย่างน้อยสองเท่า อย่างไรก็ตาม เพื่อบรรลุถึงวิสัยความสามารถนี้ เอเอสเคก็มีข้อเสียที่สำคัญคือจำเป็นต้องอ็อพติไมซ์เทรสโฮลด์ในการรับที่ค่าของอัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวนค่าหนึ่งๆ ส่วนเอฟเอสเคใช้การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่าง r_2 และ r_1 (r_2-r_1) เทียบกับเทรสโฮลด์เป็นศูนย์ ทำให้เทรสโฮลด์ของเอฟเอสเคเป็นอิสระไม่ขึ้นต่ออัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวน จึงเป็นเทรสโฮลด์ที่เหมาะสมเสมอ โดยเฉพาะในกรณีที่เกิดเฟดดิ่ง (fading) เอฟเอสเคจะเหมาะสมมากกว่า เพราะไม่มีเทรสโฮลด์จึงไม่ต้องปรับเทรสโฮลด์เนื่องจากผลกระทบของเฟดดิ่งที่มีต่อระดับสัญญาณ

ดิจิตัลเอฟเอ็ม

การสื่อสารดิจิตัลแบบง่ายๆ ที่ดัดแปลงระบบเอฟเอ็มมาใช้ในการโมดูเลท และส่งสัญญาณดิจิตัลไบนารี "1" หรือ "0" นี้เรียกว่า ดิจิตัลเอฟเอ็ม (Digital FM)หรือไบนารีเอฟเอสเค (binary FSK) การสื่อสารดิจิตัลเอฟเอ็มนี้นิยมใช้กันในสมัยเริ่มแรกของการพัฒนาระบบสื่อสารดิจิตัล ในปัจจุบันก็ยังคงใช้กันอยู่ในวงการสื่อสารดิจิตัลที่ต้องการการส่งข้อมูลในอัตราความเร็ว (bit rate) ต่ำกว่า 1200 บิตต่อวินาที และที่ประหยัดค่าใช้จ่าย ความแตกต่างระหว่างอะนาล็อกเอฟเอ็มและดิจิตัลเอฟเอ็ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คือ อะนาล็อกเอฟเอ็มส่วนมากเป็นระบบเอฟเอ็มที่มีแถบความถี่กว้าง (wideband FM) ส่วนดิจิตัลเอฟเอ็มส่วนมากเป็นระบบเอฟเอ็มที่มีแถบความถี่แคบ(narrowband FM)

เครื่องรับของระบบดิจิตัลเอฟเอ็มส่วนมากใช้ลิมิตเตอร์ดิสคริมิเนเตอร์ตามด้วยเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์ (integrated-and-dump filter) ดังรูปที่ 10 สัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มที่ขาเข้าของเครื่องรับจะถูกรบกวนด้วยเสียงรบกวนเก๊าเซียนและผ่านเครื่องกรองความถี่กลาง (IF Filter) ที่มีความถี่ศูนย์กลางเท่ากับ f_0 และมีแถบความถี่กว้าง 2B และจะถูกดีโมดูเลทโดยเครื่องลิมิตเตอร์ดิสคริมิเนเตอร์ ในที่นี้เราสมมติว่าแถบความถี่ของเครื่องกรองความถี่กลางกว้างพอที่จะให้สัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มผ่านโดยไม่มีความเพี้ยน สัญญาณขาออกจากเครื่องลิมิตเตอร์ดิสคริมิเนเตอร์จะผ่านเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์ และเครื่องสุ่มตัวอย่างที่ตัดสินขนาดของพัลส์ผสมกับสัญญาณที่มีค่ามากกว่าค่าเทรสโฮลด์ ซึ่งอาจตั้งไว้ที่ค่าศูนย์ให้เป็นพัลส์บวกและที่มีค่าน้อยกว่าค่าเทรสโฮลด์เป็นพัลส์ลบดังรูปที่ 10

รูปที่ 10 แผนภาพของเครื่องรับดิจิตัลเอฟเอ็ม

สัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มที่ขาเข้าของเครื่องรับคือ

$$S(t) = A\cos(w_c t + D(t) + \theta) \qquad (81)$$

ในที่นี้ A คือแอมพลิจูดของตัวพา

w_c คือความถี่เชิงมุมของตัวพา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

θ คือเฟสเริ่มต้นของตัวพา

$D(t)$ คือสัญญาณโมดูเลตติ่งดิจิตัลเอฟเอ็ม

$$D(t) = w_d \int_0^t x(t')dt' \qquad (82)$$

และสัญญาณข้อมูลเบสแบนด์ $x(t)$ เป็นพัลส์ชีเคว็นซ์ชนิดไบนารี $g(t)$ ที่มีขนาดเป็นบวกหรือลบ $a_n g(t)$ นี้จะมีแรงดันเปลี่ยนตามความถี่เบี่ยงเบน w_d ของสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็ม ดังสมการข้างล่างนี้

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT) \qquad (83)$$

เสียงรบกวนที่ขาเข้าของเครื่องรับคือ

$$\begin{aligned} n(t) &= \alpha(t)\cos(w_c t + \phi(t)) \\ &= n_1(t)\cos w_c t - n_2(t)\sin w_c t \end{aligned} \qquad (84)$$

ในที่นี้ $\alpha(t)$ เป็นเอ็นเวลลอปของเสียงรบกวนแบบเก๊าเซียน $n(t)$ ซึ่งมีการกระจายแบบเรย์เล่ย์ (Rayleigh distribution) $\phi(t)$ เป็นเฟสของเสียงรบกวนที่มีการกระจายแบบสม่ำเสมอระหว่างค่า 0 และ 2π n_1 และ n_2 เป็นส่วนประกอบอินเฟสและควอดราเจอร์ของ $n(t)$ เทียบกับความถี่ของตัวพา

สัญญาณผสมเสียงรบกวนที่ขาเข้าของเครื่องลิมิตเตอร์ เขียนสมการได้ดังนี้

$$V_i(t) = S(t) + n(t) = R(t)\cos(w_c t + \phi(t)) \qquad (85)$$

ในที่นี้

$$R(t) = \left(\sqrt{[A + x]^2 + y^2}\right) \qquad (86)$$

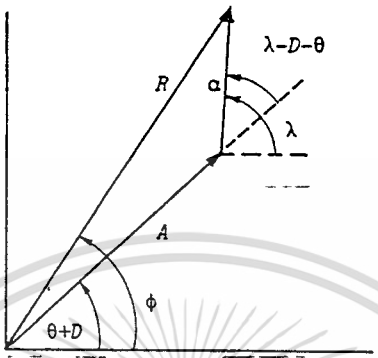
$$\phi(t) = D + \theta + \tan^{-1}\frac{y}{A + x} \qquad (87)$$

ดังแสดงในรูปที่ 11

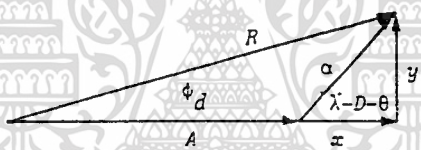
ในที่นี้เสียงรบกวนถูกแยกออกเป็นส่วนประกอบอินเฟสและควอดราเจอร์กับสัญญาณดังนี้

$$\begin{aligned} x &\triangleq \alpha\cos(\lambda - D - \theta) \\ y &\triangleq \alpha\sin(\lambda - D - \theta) \end{aligned} \qquad (88)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) การเปรียบเทียบอัตราความผิดพลาดเทียบกับระบบเอฟเอสเคแบบไบนารี่



(ข) การเปรียบเทียบเครื่องดิสคริมิเนเตอร์เอฟเอ็มและเครื่องกรองความถี่แบบแม็ช

รูปที่ 11 ภาพแสดงความสัมพันธ์ทางเฟสเซอร์ระหว่างสัญญาณและเสียงรบกวน

เครื่องลิมิตเตอร์จะตัดเอ็นเวลลอปของสัญญาณผสมระหว่างสัญญาณและเสียงรบกวนให้เรียบที่ขาออกของเครื่องลิมิตเตอร์ที่ตามด้วยเครื่องกรองความถี่ผ่านแถบ (bandpass limiter) จะได้

$$V_d(t) = \cos(w_c t + \phi(t))$$

ที่ขาออกของเครื่องดิสคริมิเนเตอร์คือ

$$\phi' = D' + \phi'_d \qquad (89)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในที่นี้ D คือสัญญาณที่ถูกดีโมดูเลทตามต้องการ และ ϕ'_d คือเสียงรบกวนขาออกพฤติกรรมของเสียงรบกวนในระบบดิจิตัลเอฟเอ็มก็มีลักษณะเดียวกับพฤติกรรมของเสียงรบกวนในระบบอะนาล็อกเอฟเอ็ม กล่าวคือ ที่ขาออกของเครื่องรับเอฟเอ็มเสียงรบกวนจะประกอบด้วยเสียงรบกวนสองชนิด ชนิดแรกเป็นเสียงรบกวนแบบเก๊าเซียน และชนิดหลังเป็นเสียงรบกวนแบบอิมพัลส์ หรือเรียกว่าเสียงรบกวนคลิ๊คเพราะเวลาเกิดเสียงรบกวนคลิ๊คจะได้ยินเสียงคลิ๊คๆ จากเครื่องรับ เสียงรบกวนแบบเก๊าเซียนจะมีอิทธิพลต่อสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็ม ที่ค่าของอัตราส่วนของกำลังของตัวพาต่อกำลังของเสียงรบกวน (CNR) สูง ส่วนที่ค่าของอัตราส่วนของกำลังของตัวพาต่อกำลังของเสียงรบกวนต่ำ เสียงรบกวนแบบคลิ๊คจะมีอิทธิพลต่อสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มมากกว่าเสียงรบกวนแบบเก๊าเซียน

ในขณะที่ขนาดของ x และ y สั่นกระเพื่อมอย่างเรนดัม $\phi_d(t)$ ก็จะสั่นกระเพื่อมตามด้วย ที่ค่าของอัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวน ρ มาก นั่นคือ $\alpha(t) << A$ การสั่นกระเพื่อมของ $\phi_d(t)$ จะน้อย ดังนั้น เราสามารถแทน $\phi_d(t)$ ด้วยสมการข้างล่างนี้

$$\phi_d(t) = \tan^{-1} \frac{\alpha\sin(\lambda - D - \theta)}{A + \alpha\cos(- D - \theta)}$$

$$\simeq \frac{\alpha\sin(\lambda - D - \theta)}{A} = \frac{y}{A} \qquad (90)$$

เสียงรบกวนที่ขาออกของเครื่องดิสคริมิเนเตอร์คือ

$$\phi'_d(t) = \frac{\dot{y}}{A} \qquad (91)$$

เนื่องจาก y เป็นตัวแปรเรนดัมแบบเก๊าเซียน การแปลงเชิงเส้นของตัวแปรเรนดันแบบเก๊าเซียนก็ยังคงเป็นตัวแปรเก๊าเซียนอยู่ ฉะนั้น $\phi_d(t)$ จึงเป็นเก๊าเซียนด้วย

ในขณะที่สัญญาณมีกำลังลดลง ในบางเวลาขนาดของเสียงรบกวนจะมีค่ามากกว่าขนาดของสัญญาณ และมีโอกาสที่ $R(t)$ ซึ่งเป็นเอ็นเวลลอปรวมของสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มกับเสียงรบกวนจะหมุนไปทางซ้ายมือล้อมรอบจุดศูนย์กลางอย่างรวดเร็วเกิดการเปลี่ยนมุมเป็น 2π เครื่องดิสคริมิเนเตอร์จะเปลี่ยนจากมุม 2π เป็นพัลส์แหลมเล็กที่มีพื้นที่ $\pm 2\pi$ และมีความกว้างเล็กกว่า $1/(2B)$ เมื่อผ่านเครื่องกรองความถี่เบสแบนด์ที่ติดกับเครื่องดิสคริมิเนเตอร์ ซึ่งมีแถบความถี่น้อยกว่าแบบความถี่ที่จะยอมให้เสียงรบกวนแบบคลิ๊คผ่านได้สะดวก เสียงรบกวนแบบคลิ๊คจึงสามารถแทนด้วยอิมพัลส์ที่มีพื้นที่ 2π ได้ดังนี้

$$\phi'_d(t) \triangleq Z_+ - Z_- = 2\pi\left[\sum_{k=-\infty} (t-t_k) - \sum_{i=-\infty} t-t_i)\right] \qquad (92)$$

ในที่นี้ Z_+ และ Z_- เป็นเสียงรบกวนแบบคลิ๊คบวกและลบ t_k และ t_i เป็นเวลาที่เสียงรบกวนแบบคลิ๊คบวกและลบเกิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เสียงรบกวนแบบคลิ๊คนี้จะมีการกระจายแบบปอยซอน (Poisson distribution) ซึ่งเราจำเป็นต้องทราบอัตราการเกิดของเสียงรบกวนแบบคลิ๊คเพื่ออธิบายลักษณะสมบัติเชิงสถิติของเสียงรบกวนแบบคลิ๊คได้ สมมติว่าความเข้มข้นสเปคตรัลของเสียงรบกวนขาเข้าสมมาตรกับความถี่ศูนย์กลางของสัญญาณเอฟเอ็ม f_c จำนวนเฉลี่ยของเสียงรบกวนแบบคลิ๊คบวกและลบในหนึ่งวินาทีนั้น วิศวกรสื่อสารชาวอเมริกันชื่อไรซ์ (Rice) ได้คำนวณค่าไว้ดังนี้

$$N_+ = \frac{1}{2}\{(\sqrt{r^2 + (f_d)^2})[1 - \mathrm{erf}(\sqrt{(\rho + \rho(f_d)^2/r)})]$$

$$- f_d \exp(-\rho)\,[1 - \mathrm{erf}(f(\sqrt{\rho}/r))]\} \qquad (93)$$

ในขณะที่จำนวนเฉลี่ยของเสียงรบกวนแบบคลิ๊คลบในหนึ่งวินาทีคือ

$$N_- = N_+ + f_d \exp(-\rho) \qquad (94)$$

ในขณะที่ คือแถบความถี่อาร์เอ็มเอส (rms bandwidth) ของเสียงรบกวนขาเข้ามีหน่วยเป็นเฮิรตซ์/วินาที ดังนั้น

$$= \frac{1}{2\pi}(\sqrt{[b_2/b_o]}) \qquad (95)$$

$$b_o = \sigma^2 = \int_o^{\infty} G_n(f)df \qquad (96)$$

$$b_2 = (2\pi)^2 \int_o^{\infty} (f-f_c)^2 G_n(f)df$$

ρ คือ CNR

$$\rho = \frac{A^2}{2(\sigma_n)^2} \qquad (97)$$

ในที่นี้ $G_n(f)$ คือ ความเข้มข้นสเปคตรัลของกำลังข้างหนึ่ง (one-sided powerspectral density) ของเสียงรบกวนขาเข้า, $f_d = w_d/2\pi$ และ erfc(x) คือฟังก์ชั่นความผิดพลาดเสริม (complimentary error function) ซึ่งมีคำจำกัดความตามสมการ (26)

จะเห็นได้ว่าอัตราการเกิดของเสียงรบกวนแบบคลิ๊คเป็นฟังก์ชั่นของ ρ, D(t) หรือ f_d และแถบความถี่อาร์เอ็มเอสของเสียงรบกวนขาเข้า

ที่ขาออกของเครื่องดิสคริมิเนเตอร์ จะมีทั้งสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็ม เสียงรบกวนแบบเก๊าเซียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเสียงรบกวนแบบคลิ๊ค ดังนี้

$$\phi^{\cdot} = \phi^{\cdot}_{e} + (Z_{+} + Z_{-}) \qquad (98)$$

ในที่นี้

$$\phi_{e} \triangleq D + \theta + \frac{\alpha \sin(\lambda - D - \theta)}{A} \qquad (99)$$

ขยายเทอม $\alpha\sin(\lambda - D - \theta)$ ในสมการ (99) ออกเป็นส่วนประกอบอินเฟสและควอดราเจอร์ของเสียงรบกวนแบบเก๊าเซียน n_1, n_2 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีแวเรียนซ์ $(\sigma_n)^2$ เท่ากัน จะได้

$$\phi_{e} = D + \theta + a\frac{\cos\theta}{A} - b\frac{\sin\theta}{A} \qquad (100)$$

ในที่นี้

$$a \triangleq n_2 \cos D - n_1 \sin D$$

$$b \triangleq n_1 \cos D + n_2 \sin D$$

ซึ่งมีค่าโคแวเรียนซ์เมื่อสเปคตรัลของเสียงรบกวนสมมาตรกับ w_c ดังนี้

$$R_a(t_1,t_2) = E[a(t_1)a(t_2)] = R_n(t_2,t_1)\cos(D_2 - D_1)$$
$$= R_b(t_1,t_2)$$

$$R_{a,b}(t_1,t_2) = E[b(t_1)b(t_2)] = R_n(t_2,t_1)\sin(D_2 - D_1)$$

และ $E[\ ]$ คือค่าเฉลี่ยทางเอ็นเซมเบิล (ensemble average) สัญญาณขาออกของเครื่องดิสคริมิเนเตอร์คือ

$$\phi^{\cdot} \sim D^{\cdot} + a^{\cdot}\frac{\cos\theta}{A} - b^{\cdot}\frac{\cos\theta}{A} + (Z_{+} - Z_{-}) \qquad (101)$$

ในกรณีนี้ให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u' = a' \frac{\cos\theta}{A} - b' \frac{\sin\theta}{A}$$

u' ก็คือเก๊าเซียนนั่นเองและพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่น $p(u')$ คือ

$$p(u') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}M} \exp\left(-\frac{u'^2}{2M^2}\right) \qquad (102)$$

ในที่นี้

$$M^2 = E[u'^2] = E[a'^2] / A^2$$

สัญญาณขาออกจากเครื่องดิสครีมิเนเตอร์จะผ่านเครื่องกรองความถี่แบบอินทิเกรทและดัมพ์อิมพัลส์เรสพอนส์ของเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์คือ

$$h(\quad) = \begin{cases} 1/T, & 0 \leq \quad \leq T \\ 0, & \text{ค่าอื่นๆ} \end{cases} \qquad (103)$$

สมมติว่าช่วงเวลาอินติเกรท T มีค่าเท่ากับช่วงเวลาของพัลส์บิตพอดีซึ่งทำให้ไม่เกิดการรบกวนระหว่างบิตที่เวลาของการสุ่มตัวอย่าง

สัญญาณขาออกของเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์ที่ถูกสุ่มตัวอย่างตรงปลายบิต ณ เวลา $t_s = (n+1)T$ คือ

$$V'_o = D'_o + u'_o + Z_o \qquad (104)$$

สัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มขาออก ณ เวลาสุ่มตัวอย่าง (ดูรูปที่ 13(ก)) จะได้

$$D_o = \begin{cases} w_d, & \text{"สัญญาณมาร์ค"} \\ -w_d, & \text{"สัญญาณสเปส"} \end{cases} \qquad (105)$$

ในที่นี้ w_d คือ ความถี่เชิงมุมเบี่ยงเบนที่ค่ามากที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เสียงรบกวนเก๊าเซียนขาออก u'_o จะได้

$$u'_o = a'_o \frac{\cos\theta}{A} - b'_o \frac{\sin\theta}{A} \qquad (106)$$

ในที่นี้ $a_o = [a(t)^* h(t)]_{t=t}$, $b_o = [b(t)^* h(t)]_{t=t}$ และเครื่องหมายดอกจันแสดงการคอนโวลูททางแกนเวลา (time convolution) เสียงรบกวนแบบคลิ๊คขาออกจะได้

$$Z_o = \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi\,(t-t_k)dt$$

$$- \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} 2\pi\,(t-t_i)dt \qquad (107)$$

ให้ x และ y เป็นจำนวนคลิ๊คบวกและคลิ๊คลบที่เกิดในช่วงเวลาของพัลส์บิต n จะได้

$$Z_o = \frac{2\pi(x-y)}{T}$$

พรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่น (pdf) ของ Z_o

$$p(Z_o) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[-(\lambda_+ + \lambda_-)]\left(\frac{\lambda_+}{\lambda_-}\right)^{n/2} I_n[2(\sqrt{\lambda_+ \lambda_-})] * (Z_o - \frac{2\pi\mu}{T}) \qquad (108)$$

ในที่นี้ $\lambda_+ = N_+ T$ และ $\lambda_- = N_- T$ คือจำนวนเฉลี่ยของคลิ๊คในช่วงเวลาของพัลส์บิตใดๆ ที่สนใจ จะเห็นได้ว่า pdf ของผลต่างของกระบวนการปอยซอน x และ y จะไม่ได้กระบวนการปอยซอนอีก

pdf $p(v'_o \triangleq D'_o + u'_o)$ จากสมการ (105) และ (106) จะได้

$$p(v'_o \,|\, D'_o = \pm w_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}M_o} \exp\left(-\frac{(v_o \mp w_d)^2}{2(M_o)^2}\right) \qquad (109)$$

ในที่นี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(M_o)^2 = E[(u'_o)^2] = E[(a'_o)^2] / A^2 \qquad (110)$$

และ $E([a'_o]^2)$ คือกำลังของเสียงรบกวน ณ เวลาสุ่มตัวอย่าง

$$E([a'_o]^2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} w^2 G_n(w)[H(w)]^2 dw$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi B}^{2\pi B} w^2 \frac{o^2 n}{2B} \left[\frac{\sin(wT/2)}{(wT/2)}\right]^2 dw$$

แทนค่า

$$2B = 2(\beta+1)f_m$$

$$f_m = 1/2T, \ \beta = \Delta f/f_m$$

จะได้

$$E([a'_o]^2) = \frac{2(o_n)^2}{T^2} f_o(\beta)$$

ในที่นี้

$$f_o(\beta) = 1 - \frac{\sin\pi(\beta+1)}{\pi(\beta+1)}$$

สมมติว่าสัญญาณมาร์คและสัญญาณสเปสมีโอกาสเกิดเท่ากัน ถ้าเราตั้งเทรสโฮลด์ไว้ที่ 0 โวลท์ เครื่องรับเอฟเอ็มจะตัดสินว่า $D'_o = w_d$ ถ้า $V_o > 0$ และ $D_o = -w_d$ ถ้า $V_o < 0$

$p(V_o)$ ได้มาจากการคอนโวลูทสมการ *(108)* และ *(109)* ดังนี้

$$p(V_o \mid D'_o = \pm w_d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[-(\lambda_+ + \lambda_-)](\frac{\lambda_+}{\lambda_-})^{\mu/2}$$

$$* I_\mu[2(\sqrt{\lambda_+ \lambda_-})]$$

$$* \frac{1}{\sqrt{2\pi}M_o} \exp\left(-\frac{(V_o \mp w_d - [2\pi\mu/T])^2}{2(M_o)^2}\right) \qquad (111)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดคือ พรอบบะบิวลิตี้ที่ส่งสัญญาณมาร์ค $D'_0 = w_d$ แต่เครื่องรับตัดสินเป็นสัญญาณสเปสเพราะ $V_0 < 0$ และตัดสินเป็นสัญญาณมาร์คเพราะ $V_0 > 0$ ในขณะที่ส่งสัญญาณสเปส $D'_0 = -w_d$ นั่นคือ

$$P_{eM} = P(V_0 < 0 \mid D'_0 = w_d) = \int_{-\infty}^{0} p(V_0 \mid D'_0 = w_d)dV_0$$

และ (112)

$$P_{eS} = P(V_0 > 0 \mid D'_0 = -w_d) = \int_{0}^{\infty} p(V_0 \mid D'_0 = -w_d)dV_0$$

แทนสมการ (111) ลงในสมการ (112) และอินติเกรทเทียบกับ V_0 จะได้

$$P_{e-} = \sum_{n=-\infty}^{0} \exp[-(\lambda_+ + \lambda_-)]\left(\frac{\lambda_+}{\lambda_-}\right)^{n/2} I_n[2(\sqrt{\lambda_+\lambda_-})] \quad (113)$$

$$P_{eS} * \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{[w_d + (2\pi\mu/T)]}{\sqrt{2M_0}}\right)$$

ในที่นี้ผลของเสียงรบกวนต่อเนื่องขาออกที่มีต่อพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดนั้นแสดงอยู่ในรูปของฟังก์ชั่นความผิดพลาดเสริมซึ่งมีส่วนที่ถูกย้ายไป $\pm 2\pi/T$ ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการคอนโวลูทกับคลิ็ค เป็นที่น่าสังเกตว่าจำนวนเฉลี่ยของคลิ็คลบที่เกิดในช่วงเวลาของพัลส์บิตบวก T เท่ากับจำนวนเฉลี่ยของคลิ็คบวกที่เกิดในช่วงเวลาของพัลส์บิตลบ T ดังนั้นถ้าแทน ของ P_{eS} ในสมการ(113) ด้วยค่า - ผลที่ได้จะเท่ากับ P_{eM} ฉะนั้นสำหรับโอกาสการเกิดของสัญญาณมาร์คและสัญญาณสเปสที่เท่ากัน พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด P_e จะได้

$$P_e = (1/2)P_{eM} + (1/2)P_{eS} = P_{eM} \quad (114)$$

แทนสมการ (114) ในสมการ (113) พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด

$$P_e = P_{eM} = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{0} \exp[-(\lambda_+\lambda_-)]\left(\frac{\lambda_+}{\lambda_-}\right)^{n/2}$$

$$* I_n[2(\sqrt{\lambda_+\lambda_-})]\operatorname{erfc}\left(\frac{[w_d + (2\pi\mu/T)]}{\sqrt{2M_0}}\right) \quad (115)$$

ดูค่อนข้างยุ่งยากทางคณิตศาสตร์ แต่ตามความเป็นจริงแล้วสมการนี้แก้ได้ค่อนข้างง่ายถ้าเราใช้หลักความจริงที่ว่า สำหรับสัญญาณมาร์คคลิ็คส่วนมากจะเกิดในทิศทางลบ ดังนั้นเราสามารถตัดคลิ็คบวกออกได้สมการ (93) และสมการ (94) จะถูกทอนให้เหลือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$N_+ \ll N_-$$

$$N_- \sim f_d \exp(-\rho) \qquad (116)$$

แล้ว

$$\lambda_+ = N_+ T \ll \lambda_-$$

$$\lambda_- = N_- T \sim (\beta/2)\exp(-\rho) \qquad (117)$$

ในที่นี้ $\beta = 2f_d T$

นอกจากนี้ถ้าเราพิจารณากรณีที่อัตราส่วนของกำลังของตัวพาต่อกำลังของเสียงรบกวน (CNR) ที่ค่ามากพอสมควร โอกาสที่คลื่นบวกและคลื่นลบจะเกิดมากกว่าหนึ่งคลื่นในหนึ่งช่วงเวลาของพัลส์บิต T น้อยมาก นั่นคือ λ_+ และ λ_- << 1 จะได้

$$I_\mu[2(\sqrt{\lambda_+ \lambda_-})] \sim (\lambda_+ \lambda_-)^{|\mu|/2}, \quad \exp[-(\lambda_+ \lambda_-)] \sim 1 \qquad (118)$$

สมมติว่าในหนึ่งช่วงเวลาของพัลส์บิต T จะมีคลื่นเกิดมากที่สุดไม่เกินหนึ่งคลื่น และแทนสมการ (116), (117) และ (118) ในสมการ (115) จะได้

$$P_e = \frac{1}{2}\sum_{\mu=0}^{1}\left(\frac{\beta}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{2(\sigma_n)^2}\right)\right)^{\mu} \operatorname{erfc}\left(\frac{[w_d - (2\pi\mu/T)]A}{\sqrt{2(a'_0)^2}}\right) \qquad (119)$$

หรือ

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{\pi\beta\rho_0^{1/2}}{(\sqrt{2f_0})(\beta)}\right) + \frac{\beta}{4}\exp(-\rho_0)\operatorname{erfc}\left(\frac{\pi\beta(1-[2/\beta]\rho_0^{1/2})}{(\sqrt{2f_0})(\beta)}\right) \qquad (120)$$

ในที่นี้ $\beta = w_d/\pi/T = w_d/w_m$ คือดัชนีโมดูเลชั่น (modulation index)

$f_m = \frac{1}{2}T$ คือความถี่ของสัญญาณและแวเรียนซ์ของเสียงรบกวน

$$(a'_0)^2 = \frac{2(\sigma_n)^2}{T^2} f_0(\beta)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นที่น่าสังเกตว่าอัตราความผิดพลาด P_e ในสมการ (12ø) นั้นเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากเสียงรบกวนเก๊าเซียนที่ต่อเนื่องอย่างเดียว (เทอมแรกของสมการ (12ø) ที่ค่า = 0) บวกกับความผิดพลาดที่เกิดจากเสียงรบกวนคลิ๊คและเสียงรบกวนเก๊าเซียนที่ต่อเนื่อง (เทอมที่สองของสมการ (12ø) ที่ค่า = 1) อัตราความผิดพลาดนี้แสดงไว้ในรูปที่ 13(ข) เป็นฟังก์ชั่นของดัชนีโมดูเลชั่น β ที่อัตราส่วนระหว่างพลังงานสัญญาณต่อกำลังสเปสตรัลของเสียงรบกวนเท่ากับ 13.4 dB ดัชนีโมดูเลชั่นที่อ็อพติมัมซึ่งให้อัตราความผิดพลาดน้อยที่สุดมีค่าประมาณ 0.6 ต่อไปนี้จะอธิบายกลไกของความผิดพลาดที่เกิดจากคลิ๊คในช่วงเวลาของพัลส์บิต T และผลของมันที่มีต่ออัตราความผิดพลาดโดยส่วนรวม ดังแสดงในรูปที่ 12 พัลส์บิตบวกที่ถูกดีโมดูเลทแล้วจะคลิ๊คลบหลังจากผ่านเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์จะมีขนาด f_c และ $1/T$ ที่ขาออกของเครื่องกรองความถี่ ณ เวลาสุ่มตัวอย่าง ตามลำดับ เนื่องจากความสูงของพัลส์บิตบวกที่ผ่านเครื่องกรองความถี่เป็นฟังก์ชั่นของดัชนีโมดูเลชั่น $\beta = w_d/\pi/T$ ในกรณีพิเศษที่ค่า $\beta = 2$ นั่นคือ $f_c = 1/T$ ขนาดของสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มที่ผ่านเครื่องกรองความถี่และขนาดของคลิ๊คจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้น ณ เวลาสุ่มตัวอย่างขนาดของสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มที่ผ่านเครื่องกรองความถี่มีแนวโน้มว่าจะถูกหักล้างโดยขนาดของคลิ๊คและเกิดปรากฏการณ์ดังนี้

1. สำหรับ $\beta \geq 2$ เนื่องจากอัตราการเกิดของคลิ๊คเป็นฟังก์ชั่นของ β การเพิ่มดัชนีโมดูเลชั่น β ก็เท่ากับการเพิ่มจำนวนคลิ๊คด้วย ถ้าเราพิจารณาถึงผลของการเกิดคลิ๊คมากกว่าหนึ่งคลิ๊คแล้ว ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจะเกิดจากการกระทำร่วมกันของจำนวนคลิ๊คที่เพิ่มขึ้นและการกระเพื่อมของเสียงรบกวนเก๊าเซียนพร้อมกัน

2. ที่ค่าดัชนีโมดูเลชั่นต่ำ $\beta < 0.6$ เนื่องจาก f_c^+ หรือ f_c^- เป็นฟังก์ชั่นของ β โอกาสที่คลิ๊คเกิดในช่วงเวลาของพัลส์บิต T หนึ่งบิตนั้นมีน้อยมากจนเกือบไม่มีดังนั้นเสียงรบกวนเก๊าเซียนจึงเป็นตัวสำคัญที่ทำให้เกิดความผิดพลาดขึ้นในย่านที่ $\beta < 0.6$ นี้

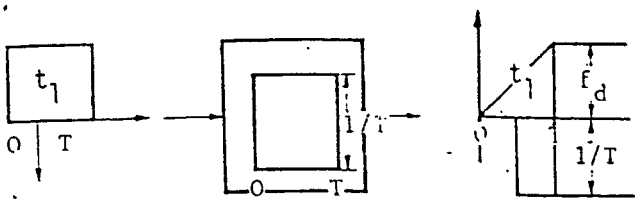
3. เมื่อ β มีค่ามากกว่า 0.6 เช่น $\beta = 1$ ขนาดของคลิ๊คจะมีค่าเป็นสองเท่าของขนาดของสัญญาณ ณ เวลาสุ่มตัวอย่าง ดังนั้นเราสามารถคาดหมายได้ว่า ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้นเกิดจากคลิ๊คเพียงอย่างเดียว

4. สำหรับ β ที่มีค่าใกล้เคียงกับ 0.6 และ 2 ซึ่งเป็นย่านที่มีการเปลี่ยนแปลงคือเปลี่ยนจากความผิดพลาดที่เกิดจากเสียงรบกวนเก๊าเซียนมาเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากคลิ๊ค ในกรณีที่ β มีค่าใกล้เคียงกับ 0.6 และมีผลกลับกันในกรณีที่ β มีค่าใกล้เคียงกับ 2 ระหว่างค่า $\beta = 0.6$ และ $\beta = 2$ นั่นคือ $0.6 < \beta < 2$

ก็คือกรณีในหัวข้อที่สามที่ได้กล่าวแล้ว

ความผิดพลาดที่เกิดในสามย่านนี้คือ $\beta < 0.6$, $0.6 < \beta < 2$ และ $\beta > 2$ สามารถเห็นได้ชัดในรูปที่ 13(ข) ดังนั้นเราสามารถสรุปได้ว่าในการใช้เครื่องรับเอฟเอ็มธรรมดาเป็นเครื่องรับสัญญาณที่ตั้งฉากกัน (orthogonal signal) ในกรณีของเราคือเอฟเอสเค (FSK) การเพิ่มค่า β หรือพูดอีกนัยหนึ่งว่าการเพิ่มแถบความถี่ของเครื่องกรองความถี่กลาง อาจจะไม่จำเป็นต้องเพิ่มวิสัยความสามารถของระบบก็ได้ ทั้งนี้เพราะแถบความถี่ของเครื่องกรองความถี่กลางเพิ่มขึ้นก็จะรับเสียงรบกวนมากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 12 กลไกของความผิดพลาดที่เกิดจากคล็อค

การเปรียบเทียบการทำงานของระบบ

ในหัวข้อนี้จะเปรียบเทียบพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของระบบดิจิตัลเอฟเอ็มที่ใช้เครื่องดิสคริมิเนเตอร์ในการรับสัญญาณกับระบบเอฟเอสเคไบนารีอื่น

ในการเปรียบเทียบกับระบบเอฟเอสเคไบนารีอื่น เราควรใช้พารามิเตอร์อัตราส่วนพลังงานของสัญญาณในช่วงพัลส์หนึ่งบิต T ต่อความเข้มข้นของกำลังของเสียงรบกวน ฉะนั้นถ้าเราใช้กฎของคาร์สันในการกำหนดแถบความถี่ เราต้องมีแฟคเตอร์การแปลงในการคำนวณอัตราความผิดพลาดในสมการ (120) ดังนี้

$$\rho_o = (E/N_o)(1/(\beta+1)) \qquad (121)$$

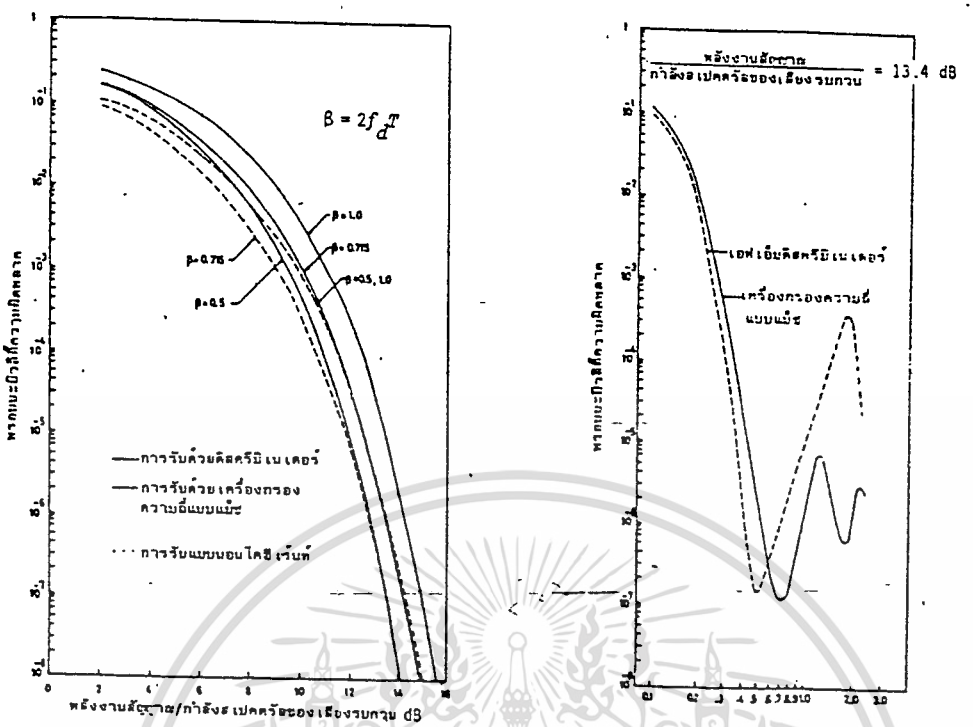
พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดในการใช้เครื่องกรองความถี่แบบแม็ชเพื่อรับสัญญาณเอฟเอสเคไบนารีคือ

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\{\sqrt{(0.5(E/N_o)(1-(\sin 2\pi\beta)/(2\pi\beta))}\} \qquad (122)$$

ในที่นี้ค่าอ็อพติมัม $\beta = 0.715$ เครื่องกรองความถี่แบบแม็ชจะเป็นเครื่องรับสัญญาณแบบโคฮีเร็นท์ (coherent detector) เพราะมีค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำสุด ส่วนพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดสำหรับนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคคือ

$$P_e = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E}{2N_o}\right) \qquad (123)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) การเปรียบเทียบอัตราความผิดพลาดเทียบกับระบบเอฟเอสเคแบบไบนารี่

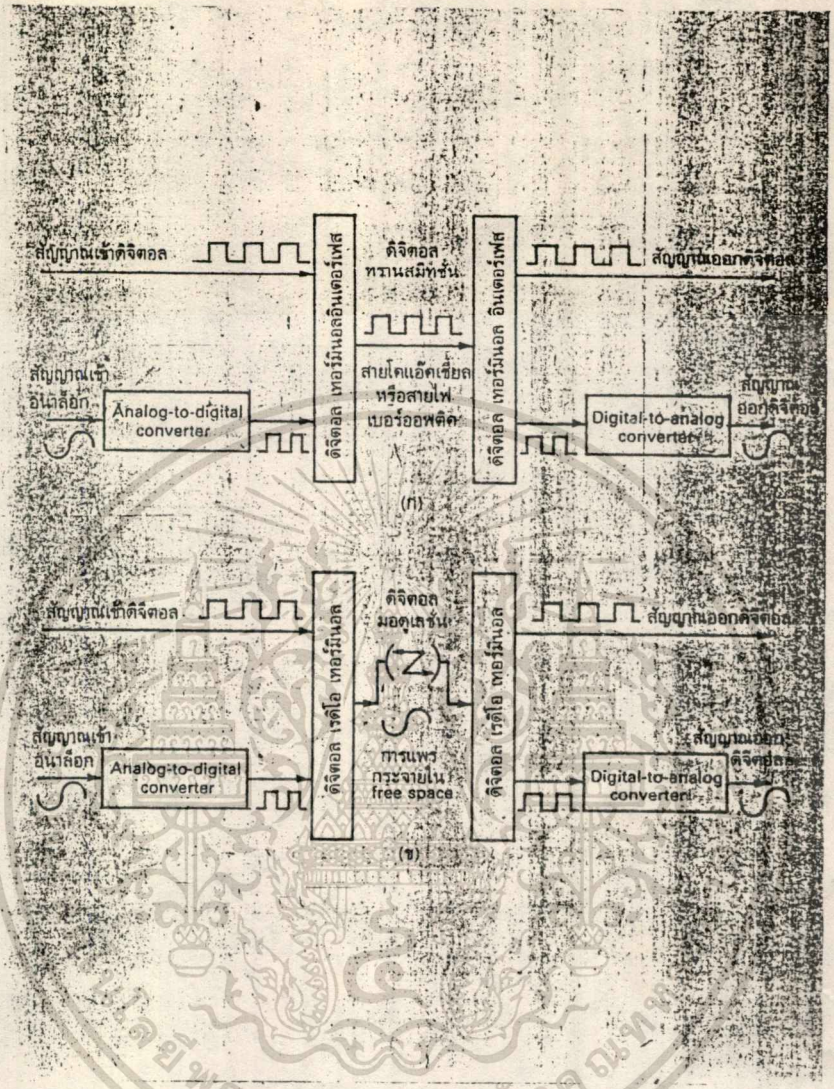
(ข) การเปรียบเทียบเครื่องดิสครีมิเนเตอร์เอ็ฟเอ็มและเครื่องกรองความถี่แบบแม็ช

รูปที่ 18

โดยสัญญาณที่จะส่งออกไป (สัญญาณดิจิตัลหรือสัญญาณข่าวสารต่างๆ) จะถูกโมดูเลททางด้านส่งและดีโมดูเลททางด้านรับเพื่อแยกสัญญาณข่าวสารเดิมที่ส่งมาออกจากสัญญาณพาห์ (carrier signal) เทคนิคการรวมสัญญาณทางดิจิตัล (digital modulation techniques) ที่ถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางคือ

1. แบบเอฟเอสเค (frequency shift keying: FSK)
2. แบบพีเอสเค (phase shift keying: PSK)
3. แบบคิวเอเอ็ม (quadrature amplitude modulation: QAM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 14 การส่งดิจิตัล

ตัวกำเนิดสัญญาณเอฟเอสเค (FSK Generator)

ตัวกำเนิดสัญญาณเอฟเอสเคก็คือ ตัวส่งสัญญาณเอฟเอสเค (FSK transmitter) ซึ่งมีหลักการที่ว่าเมื่อข้อมูลที่เป็นสัญญาณดิจิตัลที่มีลักษณะเป็นข้อมูลไบนารีจะทำให้ความถี่เลื่อนหรือเบี่ยงเบนไปตามการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลไบนารีที่เข้ามา ดังนั้นสัญญาณทางเอ้าท์พุทของตัวกำเนิดเอฟเอสเคจะอยู่ในรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของความถี่ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง (frequency continuous) เมื่อข้อมูลไบนารีด้านอินพุทเปลี่ยนแปลงจากสถานะลอจิก "1" เป็นลอจิก "0"(หรือในทางกลับกันคือลอจิก "0"เป็นลอจิก "1") สัญญาณเอ้าท์พุทจากเอฟเอสเคก็จะเลื่อนความถี่ระหว่างสองความถี่ด้วยกัน คือ ความถี่ที่ลอจิก "1" หรือความถี่มาร์ค (mark frequency: f_m) และความถี่ที่ลอจิก "0" หรือความถี่สเปส (space frequency: f_s)

การเปลี่ยนแปลง (หรือการเลื่อน) ของความถี่แต่ละครั้งจะเกิดขึ้นเมื่อสถานะของลอจิกด้านสัญญาณเข้าเปลี่ยนแปลง นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณออกจะเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงสัญญาณเข้า ซึ่งในดิจิตัลโมดูเลชั่นนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณด้านอินพุทของเอฟเอสเคเยนเนอเรเตอร์ (FSK generator) จะเรียกว่า "อัตราบิต (bit rate)" มีหน่วยเป็นบิตต่อวินาที (bps) ส่วนอัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณด้านเอ้าท์พุทของเอฟเอสเคเยนเนอเรเตอร์เรียกว่า "อัตราบอร์ด(baud rate)" ดังนั้นในการส่งข้อมูลด้วยเทคนิคเอฟเอสเคอัตราบิตจะเท่ากับอัตราบอร์ดเสมอ

แบนด์วิทในเอฟเอสเค (FSK Bandwidth)

ในระบบการสื่อสารข้อมูลด้วยสัญญาณอะนาล็อกหรือสัญญาณความถี่นั้น แบนด์วิท (bandwidth) เป็นสิ่งที่ต้องพิจารณาเป็นอันดับแรก เนื่องจากวิธีการของเอฟเอสเคอยู่บนพื้นฐานเดียวกันกับวิธีการของเอฟเอ็ม ดังนั้นการอธิบายถึงสูตรต่างๆก็ใช้หลักการของเอฟเอ็มทุกอย่าง

จากรูปที่ 16 แสดงถึงตัวเอฟเอสเคโมดูเลเตอร์ (FSK modulator) ซึ่งใช้หลักการเดียวกับเอฟเอ็มโมดูเลเตอร์ (FM modulator) คือใช้หลักการของโวลท์เตจคอนโทรลออสซิลเลเตอร์ (voltage control oscillator: VCO) จะเห็นว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เร็วที่สุดของสัญญาณอินพุทจะเกิดขึ้นเมื่อข้อมูลไบนารีมีลักษณะเป็น "1" และ "0" สลับกัน ซึ่งก็คือ สัญญาณสี่เหลี่ยมนั่นเอง (square wave) ตามตัวอย่างในรูปที่ 16 เป็นสัญญาณในช่วง T_1

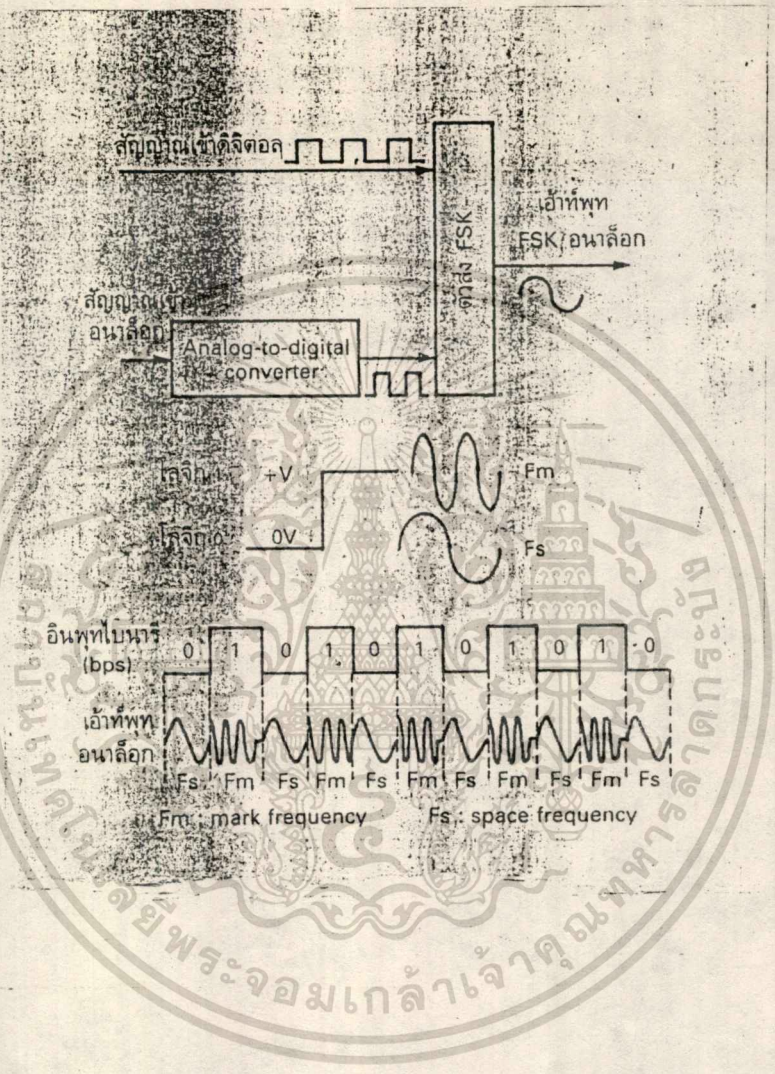
ความถี่หลักของคลื่นสี่เหลี่ยมจะมีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของอัตราบิต ดังนั้นถ้าพิจารณาเฉพาะความถี่หลักเพียงอย่างเดียวแล้ว ความถี่สูงสุดของสัญญาณดิจิตัลที่ต้องการนำมาโมดูเลทแบบเอฟเอสเคจะเท่ากับครึ่งหนึ่งของอัตราบิตคือ

$$(F_a)_{max} = \text{Bit Rate} / 2$$

เมื่อ $(F_a)_{max}$ คือ ความถี่สูงสุดของสัญญาณดิจิตัลที่จะนำมาโมดูเลท

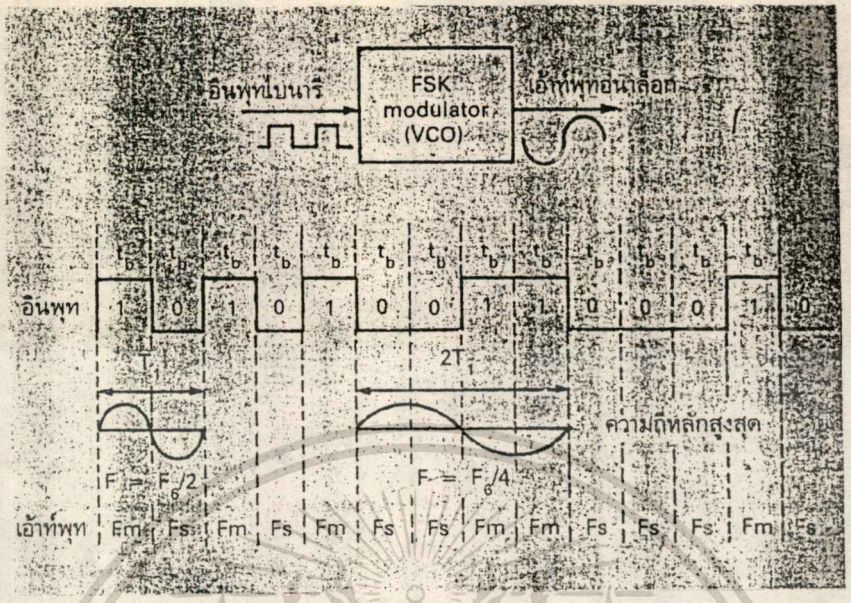
ความถี่กลาง (centre frequency: f_o) ของโวลท์เตจคอนโทรลออสซิลเลเตอร์จะอยู่ในตำแหน่งกลางระหว่างความถี่มาร์ค (mark frequency: f_m) กับความถี่สเปส (space fre-

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 15 หลักการและสัญญาณอินพุท-เอ้าท์พุทของเอฟเอสเค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 16 เอฟเอสเคโมดูเลเตอร์

quency: f_s) ดังรูปที่ 17

ลอจิก "1" ด้านอินพุทจะเลื่อนความถี่ของโวลท์เตจคอนโทรลออสซิลเลเตอร์จาก f_o ไปเป็น f_s จะเห็นว่าการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลไบนารีด้านอินพุทจาก "1" ไป "0" หรือ "0" ไป "1" จะทำให้ความถี่เอ้าท์พุทของโวลท์เตจคอนโทรลออสซิลเลเตอร์เลื่อนหรือเบี่ยงเบนกลับไป-มาระหว่าง f_m กับ f_s เนื่องจากได้กล่าวมาแล้วว่าเอฟเอสเคนั้นก็คือ การโมดูเลทแบบเอฟเอ็ม ดังนั้นดัชนีการโมดูเลท (modulation index = MI) ในเอฟเอสเคก็ทำได้จากเอฟเอ็มคือ

$$MI = \Delta F / F_a$$

เมื่อ MI คือ ดัชนีการโมดูเลท

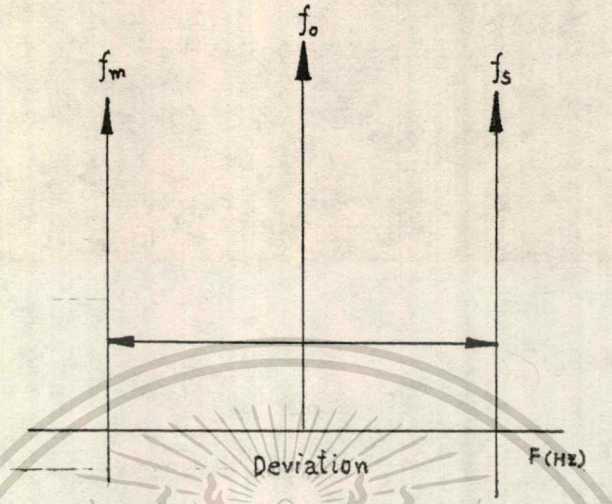
ΔF คือ การเบี่ยงเบนของความถี่ใดๆ จากความถี่กลาง (Hz)

F_a คือ ความถี่ของสัญญาณที่นำมาโมดูเลท (Hz)

ค่า MI ที่ยอมให้มีได้สูงสุดคือ ค่า MI ที่ทำให้แบนด์วิทกว้างที่สุด ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อการเบี่ยงเบนของความถี่ถูกโมดูเลทแล้วและความถี่ของสัญญาณที่นำมาโมดูเลทมีค่าสูงสุด

ในเอฟเอสเคโมดูเลท ค่า ΔF เป็นการเบี่ยงเบนของความถี่สูงสุด (peak frequency deviation) ของสัญญาณที่ถูกโมดูเลทแล้วซึ่งมีค่าเท่ากับความแตกต่างระหว่าง f_o กับ f_m หรือ f_o กับ f_s

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 17 การเบี่ยงเบนความถี่

ซึ่งก็คือ ครึ่งหนึ่งของความแตกต่างระหว่าง f_m กับ f_s นั่นคือ

$$\Delta F = \frac{f_s - f_m}{2}$$

การเบี่ยงเบนของความถี่สูงสุดขึ้นอยู่กับขนาดหรือแอมพลิจูดของสัญญาณที่นำมาโมดูเลท (สัญญาณดิจิตัล) เมื่อสถานะทางลอจิกเป็น "1" ก็จะให้แรงดันออกมาค่าหนึ่งคงที่ตามสถานะ (เช่น 5 V) หรือถ้าเป็นลอจิก "0" ก็จะให้แรงดันออกมาคงที่ในระดับลอจิก "0" เช่นกัน (เช่น 0 V) ดังนั้นความถี่ที่เบี่ยงเบนของเอฟเอสเคโมดูเลทจะเบี่ยงเบนคงที่และอยู่ในระดับการเบี่ยงเบนของความถี่สูงสุดเสมอ

F_b เป็นความถี่หลักของข้อมูลไบนารีด้านอินพุทซึ่งจะทำให้แบนด์วิทกว้างที่สุดเมื่อ F_b = Bit Rate/2 เท่านั้น เพราะฉะนั้นเราสามารถหาค่า MI ได้จาก

$$MI = \frac{f_s - f_m}{2} \Big/ \frac{f_b}{2}$$

$$MI = \frac{f_s - f_m}{f_b}$$

เมื่อ $f_s - f_m$ คือ ความถี่เบี่ยงเบนสูงสุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

F_b คือ อัตราบิตของไบนารีอินพุท

ในการส่งสัญญาณเอฟเอ็มโดยทั่วๆ ไป ความกว้างของแบนด์วิทจะแปรผันตรงกับค่า MI ซึ่งเช่นเดียวกับเอฟเอสเคที่ค่า MI โดยทั่วๆ ไปจะต้องมีค่าต่ำกว่า 1.0 เพื่อให้เป็นเอฟเอ็มแบบแคบ (narrow band FM) ค่าแบนด์วิทที่แคบที่สุดเรียกว่า Minimum Nyquist Bandwidth (F_n) ตัวอย่างเช่น การส่งข้อมูลแบบเอฟเอสเคมีความถี่กลาง (f_c) = 7 kHz, ความถี่สเปส (f_s) = 6 kHz และความถี่มาร์ค (f_m) = 8 kHz ข้อมูลไบนารีอินพุทมีอัตราบิต = 2 kHz สามารถหา F_n ได้ดังนี้

$$MI = \frac{f_s - f_m}{F_b}$$

$$MI = \frac{6\ kHz - 8\ kHz}{2\ kHz}$$

$$Mi = \frac{2\ kHz}{2\ kHz}$$

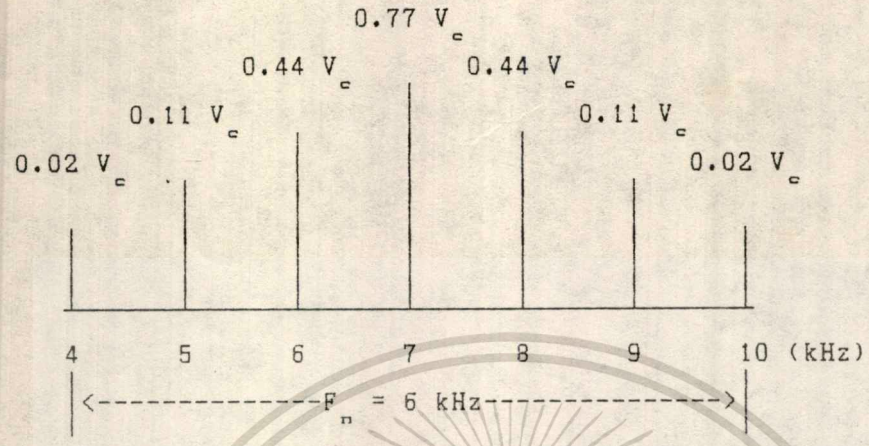
$$MI = 1.0$$

จากตาราง Bassel Function ในตารางที่ 1 เมื่อ MI = 1.0 จะได้แถบความถี่ข้าง (sideband frequency) ออกมาข้างละสามความถี่ โดยแต่ละความถี่จะห่างจากความถี่กลาง (f_c) ช่วงละ 1 kHz (ซึ่งก็คือ $F_b/2$ เมื่อ F_b คืออัตราบิต = 2 kHz) สามารถเขียนเป็นสเป็คตรัมความถี่ได้ดังรูปที่ 18

MI	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4
0.0	1.0				
0.25	0.98	0.12			
0.5	0.94	0.24	0.03		
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03

ตารางที่ 1 Bassel Function Table

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 18 สเป็คตรัมความถี่ของตัวอย่าง

มีข้อน่าสังเกตคือ MI ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0.5 ถึง 1.0 จะทำให้แบนด์วิทมีค่าประมาณสองถึงสามเท่าของอัตราบิตเสมอ

เอฟเอสเคดีโมดูเลเตอร์ (FSK Demodulator)

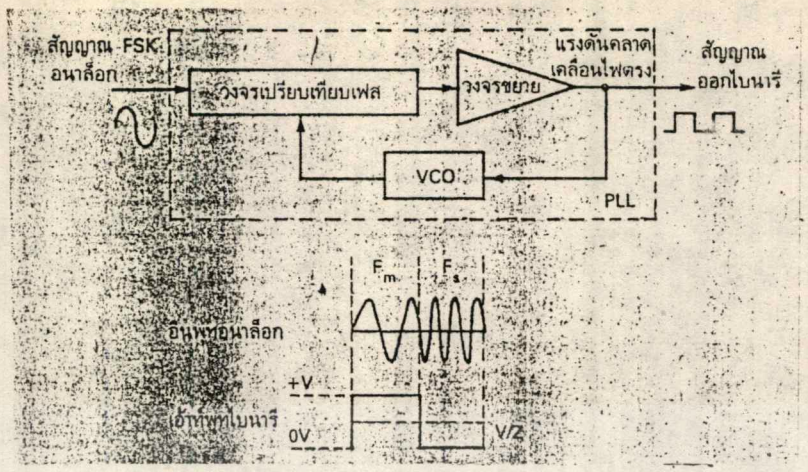
เอฟเอสเคดีโมดูเลเตอร์คือ ตัวรับสัญญาณเอฟเอสเค (FSK Receiver) จะเป็นตัวแยกสัญญาณไบนารีออกจากสัญญาณเอฟเอสเคโดยส่วนมากจะใช้วงจรเฟสล็อกลูป (phase lock loops: PLL) ดังรูปที่ 19

เฟสล็อกลูปในเอฟเอสเคดีโมดูเลเตอร์มีหลักการทำงานเหมือนกับเฟสล็อกลูปในเอฟเอ็มดีเทคเตอร์ (FM detector) ทุกอย่าง คือจะมีความถี่ฟรีรันนิ่ง (freeruning frequency) เท่ากับความถี่กลาง (centre frequency: f_o) และในขณะที่ความถี่อินพุทของเฟสล็อกลูปเลื่อนไป-มาระหว่าง f_1 กับ f_2 จะทำให้เกิดแรงดันคลาดเคลื่อนไฟตรง (DC error voltage) ซึ่งเป็นผลมาจากการเปรียบเทียบทางเฟส (phase comparator) ของสัญญาณอินพุท เนื่องจากความถี่อินพุทที่เข้ามายังเฟสล็อกลูปมีเพียงสองความถี่คือ f_1 และ f_2 ดังนั้นค่าแรงดันดังกล่าวจึงมีเพียงสองระดับเท่านั้นซึ่งสามารถแทนด้วยลอจิก "1" และลอจิก "0" เมื่อความถี่ทางอินพุทเป็น f_1 และ f_2 ตามลำดับ เราจึงได้สัญญาณเอ้าท์พุทจากเฟสล็อกลูปกลับมาเป็นข้อมูลไบนารีเหมือนกับตอนแรกที่ส่งมาทุกประการ

แนวทางการออกแบบเอฟเอสเคเพื่อใช้งาน

หลังจากที่ได้ทราบถึงหลักการและรายละเอียดของการรับ-ส่งข้อมูลด้วยเอฟเอสเคมาพอสมควรแล้ว ก็มาดูถึงการนำไปใช้งานในทางปฏิบัติซึ่งก็คือ เราจะออกแบบวงจรเอฟเอสเคได้อย่างไร เมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 19 เฟสล็อกลูป-เอฟเอสเคดีโมดูเลเตอร์

ก่อนการออกแบบวงจรเอฟเอสเคจะใช้อุปกรณ์ประเภททรานซิสเตอร์ และอุปกรณ์พาสซีฟต่างๆ มาต่อเป็นวงจรเอฟเอสเคทั้งด้านรับและส่ง แต่เนื่องจากปัจจุบันเทคโนโลยีด้านไอซี (integrate circuit) ได้พัฒนาไปมากทำให้สามารถรวมวงจรต่างๆ เข้าด้วยกันบรรจุภายในชิพเล็กๆ เช่น ไอซี, ออปแอมป์, ไอซีเฟสล็อกลูป เป็นต้น

การออกแบบเอฟเอสเคเยนเนอเรเตอร์ (FSK Generator)

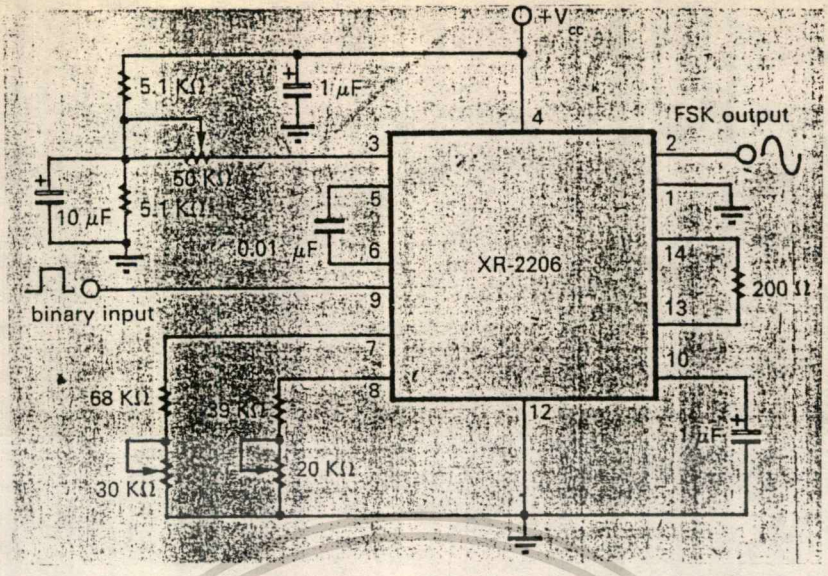
ในการออกแบบเอฟเอสเคเยนเนอเรเตอร์ได้นำเอาไอซีเบอร์ XR-2206 ซึ่งเป็นโมโนลิธิคฟังก์ชั่นเยนเนอเรเตอร์ (monolithic function generator) กำเนิดรูปคลื่นเอาท์พุทได้ทั้งคลื่นซายน์ (sine wave), คลื่นสามเหลี่ยม (triangle wave), คลื่นสี่เหลี่ยม (square wave) หรือแรมป์ (Ramp) โดยมีย่านความถี่ตั้งแต่ 0.01 Hz ถึง 1.0 MHz

ในกรณีนี้เราจะใช้ XR-2206 เป็นตัวกำเนิดคลื่นรูปซายน์ในลักษณะเอฟเอสเคเยนเนอเรเตอร์ โดยใช้ไทม์มิ่ง, รีซิสเตอร์ R_1, และ R_2 ที่ต่อระหว่างขาเจ็ดและขาแปดกับกราวด์ (ground) ตามลำดับ โดยที่สัญญาณดิจิตัล (หรือ keying signal) ที่ป้อนมายังขาเก้าของไอซี เป็นตัวกำหนดสัญญาณทางเอาท์พุท (ขาสอง) ถ้าขาเก้าอยู่ในสถานะวงจรเปิดหรือมี $V_{in} \geq 2$ V แล้ว R_1 จะเป็นตัวกำหนดไทม์มิ่งรวมกับตัวเก็บประจุ (capacitor) ที่ต่อคร่อมระหว่างขาห้ากับขาหก (หรือในทำนองกลับกัน ถ้าขาเก้ามี $V_{in} \leq 1$ V แล้ว R_2 จะเป็นตัวกำหนดไทม์มิ่งรวมกับตัวเก็บประจุระหว่างขาห้ากับขาหกเช่นเดียวกัน) จึงทำให้ความถี่เอาท์พุทจะอยู่ในช่วงระหว่าง f_m กับ f_s โดยทั้ง f_m และ f_s จะอิสระต่อกันและสามารถเปลี่ยนแปลงความถี่ได้โดยการเลือกค่า R_1 หรือ R_2 ตามสมการข้างล่าง

$$f_m = 1 / R_1 C$$

$$f_s = 1 / R_2 C$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 20 วงจรเอฟเอสเคโมดูเลเตอร์

เนื่องจากเราต้องสามารถปรับความถี่ได้อิสระ ดังนั้นจึงใช้โพเท็นชิโอมิเตอร์ 30 kOhm ต่ออนุกรมกับค่าความต้านทาน 68 kOhm ระหว่างขาเจ็ดกับกราวด์

และสามารถหา R_2 ได้จากสมการเดียวกัน

$$R_2 = 1 / f_s C$$
$$= 1 / 2200 * 0.01 * 10^{-6}$$
$$= 45.45 \text{ kOhm}$$

ใช้โพเท็นชิโอมิเตอร์ 20 kOhm อนุกรมกับค่าความต้านทาน 39 kOhm ต่อระหว่างขาแปดกับกราวด์ วงจรจะเป็นดังรูปที่ 20

การปรับแต่งระดับเอ้าท์พุทไฟตรง

ระดับแรงดันไฟตรงที่ขาเอ้าท์พุท (ขาสอง) จะมีค่าโดยประมาณเท่ากับแรงดันไบอัสที่ขาสาม จากวงจรจะเห็นว่าแรงดันที่ขาสามจะได้จากการแบ่งแรงดันระหว่างค่าความต้านทาน 5.1 kOhm สองตัวกับแรงดันไฟเลี้ยงประมาณ 6 V เมื่อแรงดันไฟเลี้ยงในวงจรเป็น +12 V และสามารถปรับโดยโพเท็นชิโอมิเตอร์ 50 kOhm ที่อนุกรมที่ขาสาม ดังนั้นการปรับที่ขาสามก็เป็นการปรับระดับของสัญญาณเอ้าท์พุทขาสองให้อยู่ในระดับที่ต้องการส่ง

การปรับการผิดเพี้ยนรูปคลื่นของสัญญาณเอ้าท์พุท

ขาสิบสามและสิบสี่มีไว้สำหรับปรับแต่งรูปคลื่นเพื่อปรับการผิดเพี้ยน (distortion) ของรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวเก็บประจุระหว่างขาห้ากับขาหกจะอยู่ในช่วง 1,000 pF - 100 uF
ตัวต้านทาน R_1 และ R_2 จะอยู่ในช่วง 4 kOhm - 200 kOhm

ในการออกแบบด้านส่งนั้นเราจำเป็นต้องกำหนดค่า f_m และ f_s ก่อน ซึ่งจะกำหนดเองก็ได้ แต่ในทางปฏิบัติจริงแล้วบางครั้งการกำหนด f_m และ f_s เองนั้นมักจะเป็นปัญหาในเรื่องความถี่ฮาร์โมนิค (harmonic frequency) และการกำหนด f_m และ f_s นั้นจะเกี่ยวข้องไปถึงอัตราแบนด์ (band rate) ในการรับ-ส่งด้วย ดังนั้นจึงมีการกำหนด fm และ f_s ซึ่งเรียกว่าเอฟเอสเคแบนด์ (FSK band) และจะแตกต่างกันตามอัตราแบนด์ดังตารางที่ 2

75 Band	f_m = 1110 Hz	f_s = 1170 Hz
300 Band	f_m = 1070 Hz	f_s = 1270 Hz
1200 Band	f_m = 1200 Hz	f_s = 2200 Hz

ตารางที่ 2 เอฟเอสเคแบนด์

ทีนี้เรามาดูการออกแบบเอฟเอสเคด้านส่งที่ความเร็วของข้อมูล 1,200 Band, f_m = 1,200 Hz, f_s = 2,200 Hz เมื่อทราบค่า f_m และ f_s ก็สามารถหาค่าความต้านทาน R_1 และ R_2 ได้โดยกำหนดให้ตัวเก็บประจุระหว่างขาสี่กับขาห้าเป็น 0.01 F (ยังอยู่ในช่วงที่กำหนด)

จากสมการ

$$f_m = 1 / R_1 C$$

ดังนั้น

$$R_1 = 1 / f_m C$$
$$= 1 / 1200 * 0.01 * 10^{-6}$$
$$= 83.3 \text{ kOhm}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ร่างสัญญาณอันเนื่องมาจากความผิดเพี้ยนฮาร์โมนิค โดยการต่อค่าความต้านทานเข้าไประหว่างขาสิบสามและสิบสี่ แต่ในคู่มือ XR-2206 แนะนำให้ใช้ค่า 200 Ohm โดยไม่มีการปรับแต่งแต่อย่างใด

พิจารณาค่าแบนด์วิท

ในการหาค่าแบนด์วิทที่แคบที่สุดจำเป็นต้องรู้ค่า f_3, f_2 และอัตราบิตจากตัวอย่างที่ความเร็ว 1,200 Band เราหา F_n ได้ดังนี้

จาก $$MI = \Delta F / F_a$$

เมื่อ $$\Delta F = |f_3 - f_2|$$

$$= |1200 - 2200|$$

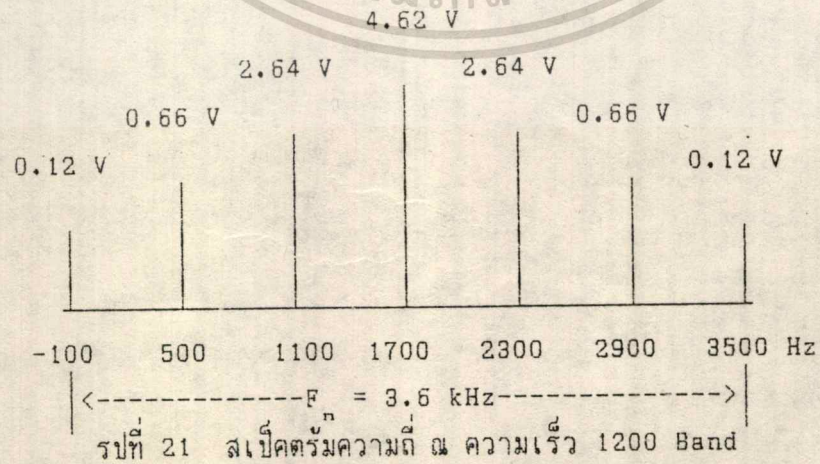
$$\Delta F = 1000 \text{ Hz}$$

$$F_a = \text{Bit Rate} = \text{Band Rate}$$

$$= 1200 \text{ bps.}$$

ดังนั้น $$MI = \frac{1,000 \text{ Hz}}{1,200 \text{ Hz}} = 0.83$$

จากตาราง Bassel Function นั้นค่า MI = 0.83 ไม่มีจึงประมาณเป็น 1.0 ซึ่งจะได้ความถี่ไซด์แบนด์ออกมาข้างละสามความถี่ โดยแต่ละช่วงจะห่างกันเท่ากับ อัตราบิต/2 คือ 600 Hz จากสเป็คตรัมความถี่เอ้าท์พุทจะได้ F_n = 3,600 Hz และมีลักษณะดังรูปที่ 21



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่าด้านโลว์เวอร์ไซด์แบนด์ (lower sideband: LSB) ค่าความถี่ที่ติดลบเป็นไปไม่ได้ แต่เกิดขึ้นเพราะเราประมาณค่า MI เป็น 1.0 จะได้แบนด์วิทประมาณสามเท่าของอัตราแบนด์ แต่จริงๆ แล้ว MI เป็น 0.83 ดังนั้นแบนด์วิทจริงๆ ไม่ถึงสามเท่าของอัตราแบนด์ ซึ่งก็จะไม่มีความถี่ -100Hz ให้ปรากฏแต่อย่างใด

พีเอสเค

เราได้กล่าวแล้วว่า รปคลื่นของเฟสชิฟคีอิ่ง (phase shift keying: PSK) จะเปลี่ยนเฟสเป็น 0° เมื่อสัญญาณดิจิตัลเป็น "1" และเปลี่ยนเฟสเป็น 180° เมื่อสัญญาณดิจิตัลเป็น "0" เราสามารถเขียนสัญญาณพีเอสเคชนิดสองเฟส (2ϕPSK) ได้ดังนี้

$$S_1(t) = A\cos w_c t \ , \quad S_2(t) = -A\cos w_c t \qquad (124)$$

สัญญาณพีเอสเคผ่านเครื่องรับคอร์รีเลชั่นดังรูปที่ 4 ซึ่งมีสัญญาณอ้างอิงท้องถิ่น (local reference signal) $S_1(t)-S_2(t) = 2A\cos w_c t$ ที่ซิงโครไนซ์เชิงเฟสและความถี่กับสัญญาณขาเข้าพีเอสเค สัญญาณที่ขาออกของเครื่องรับ ณ เวลา $t = kT$ จะได้

$$S_{o1}(kT) = \int_{(k-1)T}^{kT} S_1(t)[S_1(t)-S_2(t)]dt = A^2T$$
$$S_{o2}(kT) = \int_{(k-1)T}^{kT} S_2(t)[S_1(t)-S_2(t)]dt = -A^2T \qquad (125)$$

เทรสโฮลด์อ็อพติมัมจะตั้งที่ $V_o = 0$ ซึ่งไม่ขึ้นกับกำลังของตัวพาที่ขาเข้าของเครื่องรับ พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเครื่องกรองความถี่แบบอ็อพติมัม P_e ตามสมการ (38) จะได้

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left\{\frac{1}{8}\left[\frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2}\right]_{max}\right\}^{1/2}$$

ในที่นี้

$$\left[\frac{(p_o)^2(T)}{(\sigma_o)^2}\right]_{max} = \frac{2}{n}\int_0^T (2A\cos w_c t)^2 dt = \frac{4A^2T}{n}$$

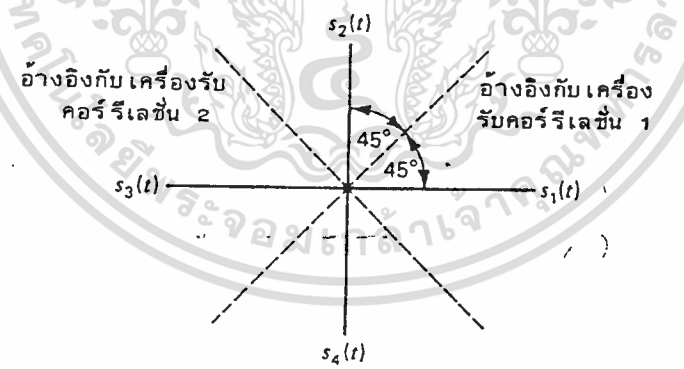
นั่นคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_e = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}(\sqrt{[A^2T/2n]}) \qquad (126)$$

ในการเปรียบเทียบพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของโคฮีเร็นท์พีเอสเค (สมการ (126))กับโคฮีเร็นท์เอเอสเค (สมการ (45)) จะเห็นได้ว่าที่ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเท่ากัน กำลังเฉลี่ยของสัญญาณของเอเอสเคจะต้องใช้มากกว่ากำลังเฉลี่ยของสัญญาณพีเอสเคถึงสองเท่า นั่นคือโคฮีเร็นท์พีเอสเคได้เปรียบกว่าโคฮีเร็นท์เอเอสเค 3 dB

เรามักใช้สัญญาณพีเอสเคในการสื่อสารข้อมูลที่อัตราความเร็วของบิตสูง ทั้งนี้เพราะพีเอสเคมีค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำและต้องการแถบความถี่ประมาณสองเท่าของอัตราความเร็วของบิต ($B = 2r_b$) พีเอสเคใช้เป็นวิธีการโมดูเลชั่นในโมเด็ม (modem) ที่มีความเร็วสูงตามข้อกำหนดรายละเอียดของ CCITT V.26 แต่เป็นพีเอสเคชนิดสี่เฟสซึ่งมีทั้ง Alternative A และ Alternative B ตามรูปที่ 22 แสดงรายละเอียดการจัดเฟสดังนี้



รูปที่ 22 พีเอสเคชนิดสี่เฟส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณพีเอสเคชนิด M เฟสนั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$S_k(t) = A \cos(w_c t + k2\pi/M) \qquad (127)$$
$$k = 0, 1, \ldots, M-1, \ 0 \leq t \leq T$$

สำหรับกรณีพีเอสเคชนิดสี่เฟส Alternative A มุม θ มีค่าใดค่าหนึ่งจาก 0°, 90°, 180° และ 270°

ส่วนพีเอสเคชนิดสี่เฟส Alternative B มุม θ มีค่าใดค่าหนึ่งจาก 45°, 135°, 225° และ 315°

ส่วนประกอบของสัญญาณพีเอสเคชนิด M เฟส สามารถแตกให้อยู่ในรูปของควอดราเจอร์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} S(t) &= A \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(t-kT)\cos(w_c t+\phi_k) \\ &= A \cos w_c t \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\cos\phi_k) g(t-kT) \\ &\quad - A \sin w_c t \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\sin\phi_k) g(t-kT) \end{aligned} \qquad (128)$$

ในที่นี้ $g(t)$ คือพัลส์สี่เหลี่ยมที่มีขนาดเท่ากับหนึ่งและมีช่วงเวลาเท่ากับ T และเฟส ϕ_k จะแสดงข่าวสารดิจิตัลอยู่

ในกรณีของสี่เฟสพีเอสเค (4ϕPSK) เราสามารถเขียนสมการ (128) ได้ดังนี้

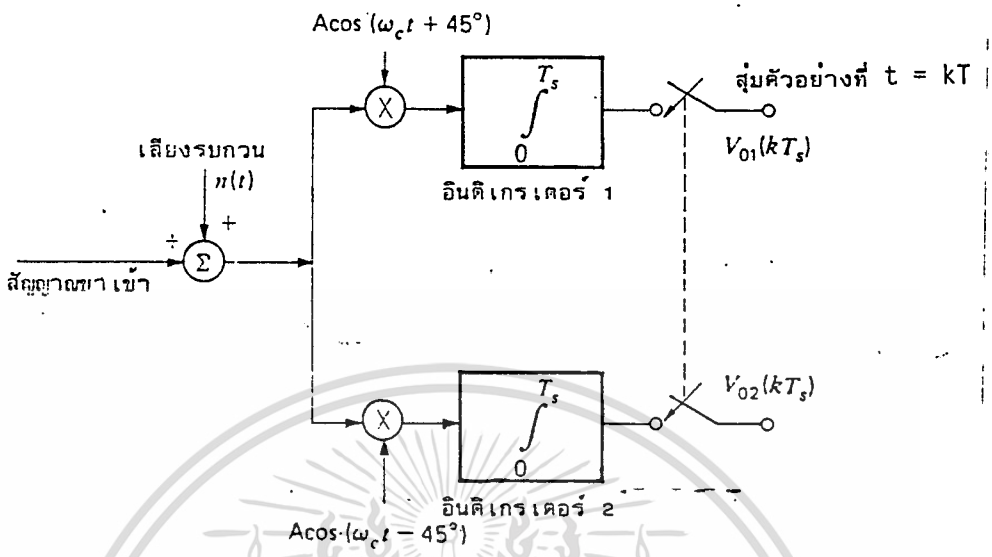
$$\begin{aligned} S_1(t) &= A \cos w_c t \\ S_2(t) &= -A \sin w_c t \\ S_3(t) &= -A \cos w_c t \quad \text{สำหรับ } 0 \leq t \leq T \\ S_4(t) &= A \sin w_c t \end{aligned} \qquad (129)$$

สมการ (129) เทียบกับสมการ (127) รูปคลื่นพีเอสเคชนิดสี่เฟสมีเฟสชิฟเท่ากับ 0°, 90°, 180° และ 270° เนื่องจากสัญญาณพีเอสเคชนิดสี่เฟสมีเฟสตั้งฉากกับเส้นแบ่งอาณาเขตการตัดสินใจจึงเป็นเส้นทแยงมุม 45°, 135° ดังรูปที่ 22 เครื่องรับสัญญาณพีเอสเคชนิดสี่เฟสจึงประกอบด้วยเครื่องคอร์รีเลชั่นสองชุด โดยมีสัญญาณอ้างอิงท้องถิ่น $A \cos(w_c t+45^\circ)$ และ $A \cos(w_c t-45^\circ)$ ที่ได้กำเนิดจากสัญญาณท้องถิ่น $A \cos w_c t$ ดังรูปที่ 23

สมมติว่าในขณะที่ไม่มีเสียงรบกวน เราได้รับสัญญาณ $S_1(t)$ ในช่วงเวลาของสัญญาณ (0,T) สัญญาณขาออกที่เครื่องคอร์รีเลเตอร์หนึ่งและสองจะได้

$$\begin{aligned} S_{o1}(T) &= \int_0^T (A \cos w_c t)\, A \cos(w_c t + (\pi/4))dt \\ &= \frac{A^2}{2} T \cos\frac{\pi}{4} = V_o \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 23 เครื่องรับคอร์รีเลชั่นสำหรับสัญญาณพีเอสเคชนิดสี่เฟส

และ $$S_{o2}(T) = \int_0^T (A \cos w_c t)\, A \cos(w_c t - (\pi/4))\,dt$$

$$= \frac{A^2}{2} T \cos\frac{\pi}{4} = V_o$$

ตารางที่ 3 แสดงสัญญาณขาออก $S_{o1}(t)$ และ $S_{o2}(t)$ ที่ตรงกับสัญญาณขาเข้าแต่ละสัญญาณ $S_1(t)$, $S_2(t)$, $S_3(t)$ และ $S_4(t)$

สัญญาณขาออก	สัญญาณขาเข้า			
	$S_1(t)$	$S_2(t)$	$S_3(t)$	$S_4(t)$
$S_{o1}(T)$	$+V_o$	$-V_o$	$-V_o$	V_o
$S_{o2}(T)$	$+V_o$	V_o	$-V_o$	$-V_o$

ตารางที่ 3 ระดับของสัญญาณที่ขาออก ณ เวลาสุ่มตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระดับของสัญญาณขาออกในตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า เราสามารถรู้สัญญาณที่ส่งได้โดยพิจารณาจากขั้วของสัญญาณขาออกที่เครื่องคอร์รีเลเตอร์ทั้งสอง (ในกรณีที่ตั้งเทรสโฮลด์ไว้ที่ระดับเท่ากับศูนย์) ฉะนั้นพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของพีเอสเคชนิดสี่เฟสจึงสามารถคำนวณได้จากค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของพีเอสเคชนิดสองเฟสได้ ดังนั้นสมมติว่าในขณะที่มีเสียงรบกวนเก๊าเซียนที่ขาเข้าของเครื่องคอร์รีเลเตอร์ ที่ขาออกของเครื่องคอร์รีเลเตอร์หนึ่งและสอง เสียงรบกวนเก๊าเซียนขาออกจะได้

$$N_{o1}(T) = \int_0^T n(t)\, A \cos(w_c t + 45^\circ)dt$$

และ

$$N_{o2}(T) = \int_0^T n(t)\, A \cos(w_c t - 45^\circ)dt$$

ในกรณีที่เสียงรบกวนเก๊าเซียนที่เครื่องคอร์รีเลเตอร์หนึ่งและสองมีค่าสถิติเป็นอิสระต่อกัน เสียงรบกวนเก๊าเซียนขาออกสามารถคำนวณได้ว่ามีกำลังของเสียงรบกวนเท่ากับ

$$N_o = \frac{n}{4} A^2 T \qquad (130)$$

ในที่นี้ n คือความเข้มข้นสเปคตรัลของกำลังของเสียงรบกวนเก๊าเซียนที่ขาเข้า พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเครื่องคอร์รีเลเตอร์หนึ่งหรือสองจากสมการ (126) จะได้

$$\begin{aligned} P_{e1} = P_{e2} = P'_e &= P(n_{o1}(T) < -V_o) \\ &= P(n_{o1}(T) > V_o) \\ &= \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{V_o}{\sqrt{N_o}}\right) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}(\sqrt{A^2T/2n}) \end{aligned}$$

พรอบบะบิวลิตี้ P_e ที่ทั้งเครื่องคอร์รีเลเตอร์หนึ่งและสองให้ผลของการรับสัญญาณถูกต้องคือ

$$\begin{aligned} P_c &= (1 - P'_e)(1 - P'_e) \\ &= 1 - 2P'_e + (P'_e)^2 \end{aligned} \qquad (131)$$

ในกรณีปกติ $P'_e \ll 1$ เทอมสุดท้ายในสมการ (131) มีค่าน้อยมากจนตัดทิ้งได้ฉะนั้นพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของพีเอสเคชนิดสี่เฟสจะได้

$$P_e = 1 - P_c = 2P'_e = \operatorname{erfc}(\sqrt{A^2T/2n}) \qquad (132)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทียบสมการ (132) กับ (126) จะเห็นได้ว่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของพีเอสเคชนิดสี่เฟสมีค่าเป็นสองเท่าของพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของพีเอสเคชนิดสองเฟส แต่พีเอสเคชนิดสี่เฟสมีอัตราความเร็วในการส่งข้อมูล (data transmission rate) สูงกว่าพีเอสเคชนิดสองเฟสสองเท่าโดยไม่ต้องเพิ่มแถบความถี่หรือกำลังส่งต่อหนึ่งบิต

สำหรับพีเอสเคชนิด M เฟสนั้นถ้าเฟสของสัญญาณพัลส์ใดๆ เปลี่ยนไปมากกว่า π/M เรเดียนก็จะเกิดความผิดพลาดขึ้น (ดูรูปที่ 24) ฉะนั้นพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด P_e ของพีเอสเคชนิด M เฟสก็คือ พรอบบะบิวลิตี้ที่เฟสของสัญญาณพัลส์ใดๆ เปลี่ยนไปมากกว่า π/M เรเดียนนั่นเอง ถ้าเราทราบพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นของเฟส $p_\theta(\theta)$ เราสามารถหาพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดได้ดังนี้

$$P_e = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p_\theta(\theta)\,dx \qquad (133)$$

ในที่นี้ $M = 2^k$ และ k คือจำนวนพัลส์บิตที่แทนหนึ่งสัญลักษณ์ (symbol)

รูปที่ 24 การจัดสัญญาณพีเอสเคชนิด M เฟส (M = 8)

คาห์น (Cahn) เป็นคนแรกที่คำนวณหา PDF $p_\theta(\theta)$ ได้ เมื่อแทน $p_\theta(\theta)$ จะได้พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของสัญลักษณ์ (symbol error rate) ดังนี้

$$P_e = 1 - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/M}^{M} e^{-\gamma}[1 + (\sqrt{4\pi\gamma})\cos\theta e^{\gamma\cos^2\theta}\,$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$* \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{(\sqrt{2\gamma}\cos\theta)} e^{-x^2/2} dx \, d\theta \qquad (134)$$

ในที่นี้ γ คืออัตราส่วนของกำลังของสัญญาณต่อกำลังของเสียงรบกวน (SNR) ที่ขาเข้าของเครื่องรับ

$$\gamma = S / N$$

สมมติว่าเราใช้เครื่องกรองความถี่แบบแม็ช

$$\gamma = \frac{S}{N} = \frac{E}{V} \qquad (135)$$

ในที่นี้ E คือพลังงานของสัญญาณที่ได้รับในแต่ละสัญลักษณ์ของ M เฟส รูปที่ 25 แสดงพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของสัญลักษณ์ P_e ซึ่งเป็นฟังก์ชั่นของ SNR เทียบกับหนึ่งบิตข้อมูลดังนี้

$$\gamma_b = \frac{\gamma}{k} = \frac{\gamma}{\log_2 M} \qquad (136)$$

หรือในกรณีของเครื่องกรองความถี่แบบแม็ช

$$\gamma_b = \frac{E_b}{n} = \frac{1}{k} \frac{E}{n} = \frac{1}{\log_2 M} \frac{E}{n} \qquad (137)$$

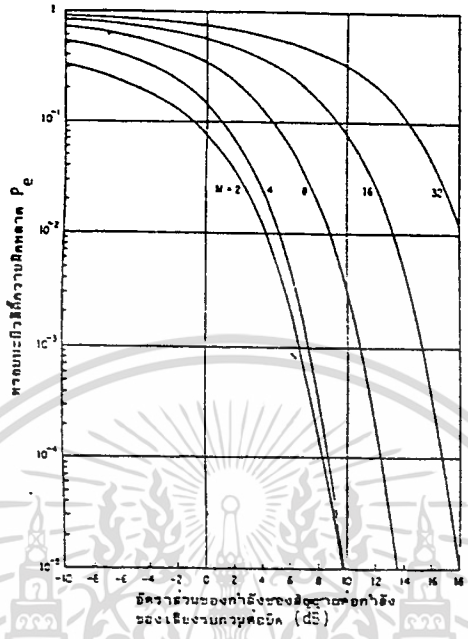
สำหรับ $\gamma >> 1$ และ $M >> 2$ สมการ *(134)* สามารถแทนได้ดังนี้

$$P_e = \operatorname{erfc}(\sqrt{[2A^2T/2n]}\sin^2(\pi/M)) \qquad (138)$$

รูปที่ 25 แสดงให้เห็นว่า ถ้าเราให้ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของสัญลักษณ์คงที่ และสมมติว่าเอ็มพีเอเค (MPSK) ทุกระบบส่งที่อัตราความเร็วเดียวกันและ SNR γ_0 เดียวกันแล้ว ถ้าเพิ่มเฟสของเอ็มพีเอสเคจะต้องเพิ่มกำลังส่ง (transmitter power) ด้วย (ดูสมการ *(136)* และสมการ *(138)*)

เอ็มพีเอสเคนี้ใช้ในการส่งข้อมูลที่ต้องการอัตราการส่ง เช่น สี่เฟสพีเอสเคใช้ในโมเด็มตามข้อเสนอแนะ CCITT V.26 และ V.26 bis ที่อัตราการส่ง 2400 บิตต่อวินาที และแปดเฟสพีเอสเค (8ϕPSK) ใช้ในโมเด็มตามข้อแนะนำของ CCITT V.27 ที่อัตราการส่ง 4800 บิตต่อวินาที นอกจากนี้คิวพีเอสเค (QPSK) ยังนิยมใช้กันในระบบ SPADE (Single Channel Per Carrier, Pulse

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 25 พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเอ็มพีเอสเค

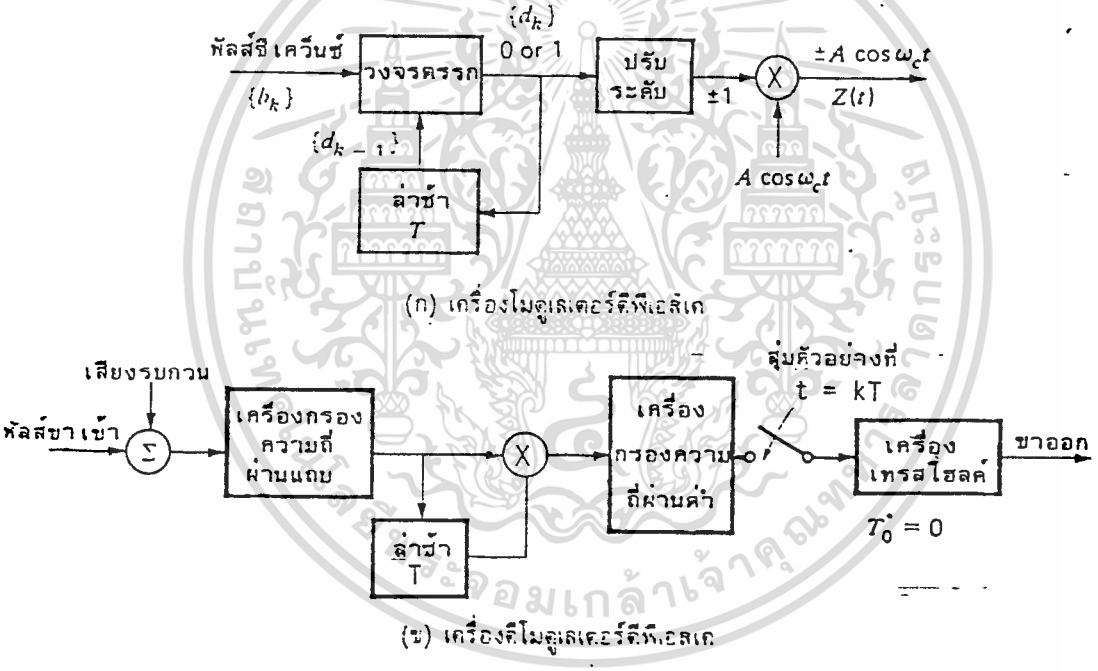
Code Modulation, Multiple Access, Demand Assignment Equipment) ของดาวเทียมสื่อสารและในดิจิตัลไมโครเวฟทั่วไป

ดิฟเฟอเรนเชียลพีเอสเค

ระบบพีเอสเคแม้จะมีวิสัยความสามารถสูงหรือมีพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำ เมื่อเทียบกับระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นอื่นที่ค่า SNR หรือ E/n เดียวกัน แต่ก็มีข้อเสียที่ต้องมีสัญญาณอ้างอิงที่มีความถี่เดียวกับสัญญาณพีเอสเคขาเข้าหรือที่เรียกว่า การรับแบบโคฮีเร็นท์ ในทางปฏิบัติสัญญาณอ้างอิงนั้นกำเนิดได้ยากเพราะไม่มีเครื่องสั่นความถี่ (oscillator) ใดที่จะกำเนิดความถี่คงที่ได้ตลอดเวลา จึงมีการวิจัยค้นพบดิฟเฟอเรนเชียลพีเอสเคขึ้นโดยใช้หลักการเปรียบเทียบความแตกต่างของขั้วของบิตที่เข้ามาเทียบกับบิตก่อนที่ถูกป้อนกลับโดยมีการล่าช้าทางเวลาเท่ากับหนึ่งช่วงเวลาของพัลส์บิตพอดี T ถ้าไม่มีความแตกต่างให้ได้พัลส์ "1" และถ้ามีความแตกต่างให้ได้พัลส์ "0" และเฟสของดิฟเฟอเรนเชียงพีเอสเคให้มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อได้พัลส์ "1" และเท่ากับ π เมื่อได้พัลส์ "0" ดังรูปที่ 26 การลงรหัสนั้นแสดงในตารางที่ 4 ส่วนทางภาครับของดีพีเอสเค (DPSK)ก็เช่นเดียวกับภาคส่งสัญญาณดีพีเอสเคที่มีเฟสเท่ากับ 0 หรือ π หรือมีขั้วเป็น 1 และ -1 (ถ้าค่าไม่นอร์มัลไลซ์จะได้ +A

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ -A) นั้นจะถูกคูณกับบิตก่อนที่ถูกป้อนไปข้างหน้าโดยมีการล่าช้าทางเวลาเท่ากับ T ผลคูณเลขฐานสองก็จะให้พัลส์เป็น 1 หรือ 0 ตามต้องการ ซึ่งตรงกับพัลส์ซีเคว็นซ์ทางภาคส่ง ในกรณีที่เกิดปรากฏการณ์เฟดดิ่งช้าๆ เมื่อเทียบกับอัตราการส่งบิตจะทำให้เฟสของพัลส์ S(t) และ S(t-T) ได้รับผลกระทบเท่ากัน ข่าวสารที่ได้จากการเปรียบเทียบความแตกต่างของเฟสระหว่างสองพัลส์นี้ก็ยังคงอยู่ไม่เปลี่ยนแปลงดังรูปที่ 27



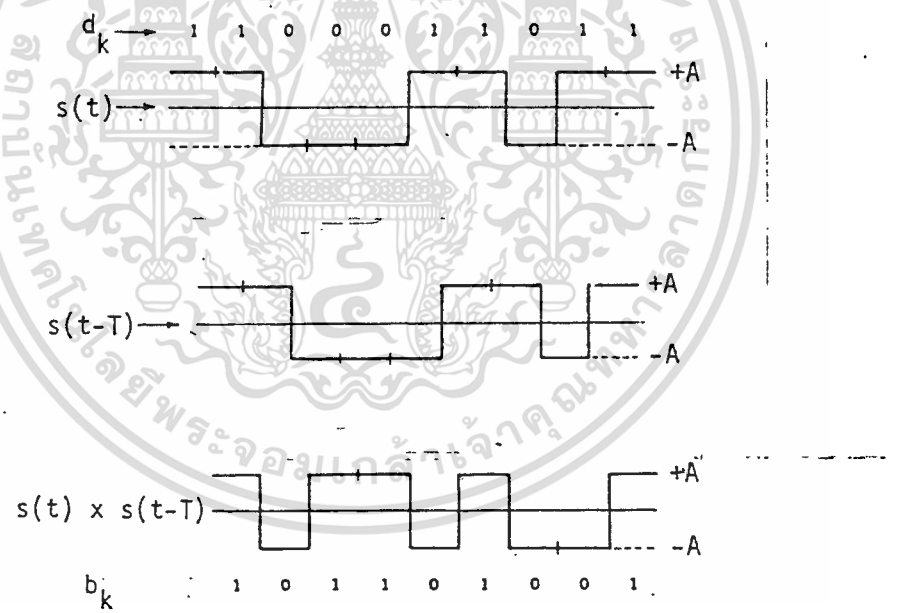
รูปที่ 26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซีเคว็นซ์ขาเข้า (b_k)	1 0 1 1 0 1 0 0 1
ซีเคว็นซ์การลงรหัส (d_k)	1* 1 0 0 0 1 1 0 1 1
เฟสที่ส่ง	0 0 π π π 0 0 π 0 0
ขาออกของเฟสที่เปรียบเทียบ	+ - + + - + - - +
ซีเคว็นซ์ของบิตขาออก	1 0 1 1 0 1 0 0 1

* บิตอ้างอิงเริ่มต้นที่ค่าใดๆ ก็ได้

ตารางที่ 4 การลงรหัสแบบดิฟเฟอเรนเชียลและการถอดรหัส



รูปที่ 27 การรับสัญญาณดีพีเอสเค

ความแตกต่างอย่างมากระหว่างระบบดีพีเอสเคและระบบพีเอสเคไม่ได้อยู่ที่การลงรหัสแบบดิฟเฟอเรนเชียล (differential encoding) แต่อยู่ที่ระบบดีพีเอสเคสามารถสร้างสัญญาณอ้างอิงท้องถิ่นจากสัญญาณขาเข้าเครื่องรับอย่างง่ายได้

ต่อไปนี้จะคำนวณหาพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของดีพีเอสเค สมมติว่าเฟสของตัวพาระหว่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ช่วงเวลา (k-1) และ k พัลส์มีค่าเท่ากับ "0" นั่นคือ ไม่เท่ากับ $\theta_{k-1} = \theta_k = 0$ ความผิดพลาดในการถอดรหัส k บิตจะเกิดขึ้นถ้าสัญญาณขาออกของเครื่องเปรียบเทียบเฟส (phase comparator) เป็นค่าติดลบ สัญญาณขาเข้าที่เครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำในรูปที่ 26 เขียนได้ดังนี้

$$S(t) = [A\cos w_c t + n_i(t)][A\cos w_c t' + n_i(t')] \qquad (139)$$
$$(k-1)T \leq t \leq kT$$

ในที่นี้ $t' = t-T$ และ $n_i(t)$ คือเสียงรบกวนที่ผ่านเครื่องกรองความถี่ผ่านแถบ แล้ว $n_i(t)$ สามารถแตกเป็นส่วนประกอบอินเฟสและควอดราเจอร์

$$n_i(t) = n_c(t)\cos w_c t - n_s(t)\sin w_c t \qquad (140)$$

แทนสมการ (140) ในสมการ (139) จะได้

$$\begin{aligned} S(t) = {} & [A + n_c(t)]\cos w_c t[A + n_c(t')]\cos w_c t' \\ & -[A + n_c(t)]\cos w_c t[n_s(t')\sin w_c t] \\ & -n_s(t)\sin w_c t[A + n_c(t')\cos w_c t'] \\ & +n_s(t)n_s(t')\sin w_c t\sin w_c t' \end{aligned} \qquad (141)$$

สัญญาณ S(t) จะผ่านเครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำ เครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำจะยอมให้สัญญาณที่มีความถี่ต่ำกว่าความถี่ตัดออก (cutoff frequency) ของเครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำผ่านได้ ส่วนสัญญาณที่มีความถี่สองเท่าของ w_c จะถูกกรองออกไปเนื่องจากเราสมมติว่าเฟสของพัลส์ (k-1) และ k มีค่าเท่ากับ "0" เหมือนกัน $\sin w_c t = \sin w_c t'$ และ $\cos w_c t = \cos w_c t'$ สัญญาณขาออกของเครื่องกรองความถี่ผ่านต่ำ $S_o(kT)$ จะได้

$$S_o(kT) = C[A + n_c(t)][A + n_c(t')] + n_s(t)n_s(t') \qquad (142)$$

ในที่นี้ C คือค่าคงที่ที่เป็นบวก $t = kT$ และ $t' = (k-1)T$ พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด P_e หาได้ดังนี้

$$P_e = P[S_o(kT) < 0] = [\frac{1}{C} S_o(kT) < 0]$$

เพื่อให้สมการของพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดง่ายขึ้น ให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u_1 = A + \frac{n_c(t) + n_c(t')}{2} \quad , \quad u_2 = \frac{n_c(t) - n_c(t')}{2}$$

$$v_1 = \frac{n_s(t) + n_s(t')}{2} \quad , \quad v_2 = \frac{n_s(t) - n_s(t')}{2} \qquad (143)$$

แทนสมการ (143) ในสมการ (142) จะได้

$$\frac{1}{C} S_o(kT) = -([u_1]^2+[u_2]^2) - ([v_1]^2+[v_2]^2)$$

$$P\left(\frac{1}{C} S_o(kT) < 0\right) = P([u_1]^2+[u_2]^2 < [v_1]^2+[v_2]^2)$$

$$= P([R_1]^2 < [R_2]^2)$$

$$= P(R_1 < R_2) \qquad (144)$$

ในที่นี้ $R_1 = \sqrt{([u_1]^2+[u_2]^2)}$

$R_2 = \sqrt{([v_1]^2+[v_2]^2)}$

R_1 เป็นเอ็นเวลลอปของสัญญาณบวกเสียงรบกวนและ R_2 เป็นเอ็นเวลลอปของเสียงรบกวน อย่างเดียว R_1 จึงมีพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นเป็นไรเซียน (Rician) และ R_2 จึงมีพรอบบะบิวลิตี้เดนซิตี้ฟังก์ชั่นเป็นเรย์เล่ย์ (Rayleigh)

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด P_e จะมีสมการดังนี้

$$P_e = P(R_1 < R_2) = \int_0^\infty P(R_2 < r_1 \,|\, R_1 = r_1) p(r_1) dr_1 \qquad (145)$$

ในที่นี้

$$P(R_2 > r_1 \,|\, R_1 = r_1) = \int_{r_1}^\infty p(r_2) dr_2$$

เนื่องจาก R_1 และ R_2 มีสถิติเป็นอิสระกัน $p(r_1)$ และ $p(r_2)$ มีสมการเหมือนสมการ (74) และ (75) สมการ (144) อยู่ในรูปแบบเดียวกับสมการ (76) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์พรอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บะบิวลิตี้ความผิดพลาดของเอฟเอสเค ฉะนั้นพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของดีพีเอสเค จะได้

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2 T}{2n}\right) \qquad (146)$$

หรือ

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{2N}\right)$$

เทียบสมการ (146) กับสมการ (80) จะเห็นได้ว่า ดีพีเอสเคใช้ SNR น้อยกว่านอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค 3 dB ที่ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด 10^{-4} ดีพีเอสเคต้องการกำลังของสัญญาณมากกว่าพีเอสเคประมาณ 1 dB แต่ดีพีเอสเคมีข้อดีกว่าพีเอสเคที่ไม่ต้องใช้สัญญาณอ้างอิง ขณะเดียวกันดีพีเอสเคก็มีข้อเสียว่าถ้าเกิดความผิดพลาดของพัลส์หนึ่งบิตแล้ว ความผิดพลาดจะขยายไปอีกหนึ่งบิต ทั้งนี้เพราะใช้สัญญาณบิตก่อนเป็นสัญญาณอ้างอิงคูณกับสัญญาณบิตที่ตามมา เมื่อสัญญาณบิตก่อนผิด สัญญาณบิตที่ตามมาก็พลอยผิดไปด้วย ดีพีเอสเคจะมีวิสัยความสามารถเกือบทัดเทียมกับพีเอสเคที่ค่า SNR หรือ E/n สูง

ตัวอย่างที่ 1 ดิจิตัลไมโครเวฟระบบหนึ่งส่งข้อมูลไบนารีที่อัตราความเร็ว 10^6 bps ถ้าแถบความถี่เท่ากับ 3 MHz และสมมติความเข้มข้นสเปคตรัลของกำลังของเสียงรบกวนที่ขาเข้าของเครื่องรับ $n/2 = 10^{-10}$ วัตต์/เฮิรตซ์

จงหากำลังของตัวพาโดยเฉลี่ยที่ขาเข้าของเครื่องรับสำหรับระบบโคฮีเร็นท์พีเอสเคและดีพีเอสเค เพื่อให้ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดต่ำกว่า 10^{-4} ($P_e \leq 10^{-4}$)

คำตอบ

พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของพีเอสเคคือ

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{[A^2 T/2n]}) \leq 10^{-4}$$

$$(\sqrt{[A^2 T/2n]}) \geq 3.75$$

$$\left(\frac{A^2}{2}\right)_{PSK} \geq (3.75)^2 (10^{-10}) (10^6) = 1.48 \text{ dB}_w$$

สำหรับดีพีเอสเค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(P_e)_{DPSK} = \frac{1}{2}\exp[-(A^2T/2n)] \leq 10^{-4}$$

ดังนั้น

$$\frac{A^2T}{2n} \geq 8.57$$

หรือ

$$\left(\frac{A^2}{2}\right)_{DPSK} \geq 2.313 \text{ dB}$$

ตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นว่า ดีพีเอสเคต้องใช้กำลังของสัญญาณมากกว่าพีเอสเค 3 dB ที่ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเท่ากับ 10^{-4}

การเปรียบเทียบระบบดิจิตัลโมดูเลชั่น

ในการเปรียบเทียบวิสัยความสามารถของระบบดิจิตัลโมดูเลชั่น เราต้องพิจารณาในแง่ทฤษฎีหัวข้อต่อไปนี้

1. แถบความถี่ (bandwidth)
2. พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาด (probability of error)

แต่ในแง่ปฏิบัติเวลาเราเลือกระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นเพื่อใช้งานนั้น เราควรคำนึงถึงหัวข้ออื่นนอกเหนือจากหัวข้อที่ได้กล่าวข้างต้นด้วย เช่น อัตราความเร็วในการส่งข้อมูล, ราคา, ความยากง่ายของอุปกรณ์ในการใช้และการซ่อมบำรุงรักษา, ความเข้ากันได้ของอุปกรณ์ที่จะจัดซื้อกับระบบเก่าที่มีอยู่, ภูมิต้านทาน (immunity) ของระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นที่มีต่อเสียงรบกวนและความเสื่อมโทรมของช่องสัญญาณ(channel impairment) เช่น ความไม่เป็นเชิงเส้น, การสั่นของเฟส (phase jitter), เฟดดิ่ง (fading) และความเสถียรภาพของความถี่ (frequency stability)

หัวข้อเหล่านี้มีความสำคัญต่อการเลือกซื้อระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นมากเช่น ถ้าช่องสัญญาณ(channel) เกิดเฟดดิ่งอยู่เสมอ ถ้าเราเลือกส่งข้อมูลด้วยสัญญาณพีเอสเคจะได้ค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดมากกว่าการเลือกส่งข้อมูลด้วยสัญญาณนอนโคฮี้เร็นท์เอฟเอสเค เพราะในขณะที่เกิดเฟดดิ่งสัญญาณอ้างอิงโคฮีเร็นท์สำหรับพีเอสเคจะเพี้ยนไป ทำให้เกิดความผิดพลาดมาก เป็นต้น ในกรณีที่มีข้อจำกัดทางด้านกำลังของสัญญาณ (power limitation) เช่น การรับส่งสัญญาณดาวเทียมควรเลือกใช้แบบโคฮีเร็นท์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพราะแบบโคฮีเร็นท์ใช้กำลังของสัญญาณน้อยกว่าแบบนอนโคฮีเร็นท์ที่อัตราการส่งและค่าพรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดเดียวกัน

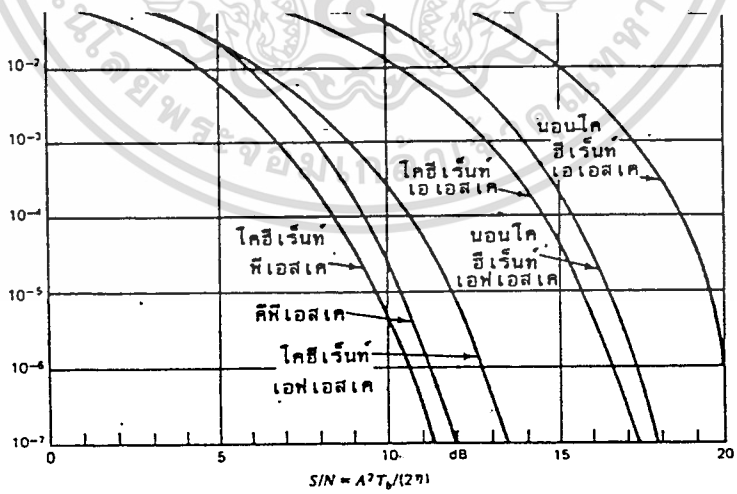
ความต้องการแถบความถี่ (Bandwidth requirements)

สัญญาณเอเอสเค, ดีพีเอสเค และพีเอสเค จะมีความต้องการความถี่ประมาณสองเท่าของอัตราความเร็วในการส่งข้อมูล (data rate r_b) สัญญาณเอฟเอสเคต้องการแถบความถี่มากกว่าสองเท่าของอัตราความเร็วในการส่งข้อมูล ส่วนสัญญาณดิจิตัลเอฟเอ็มที่นิยมใช้กันส่วนมากเป็นแบบแถบความถี่แคบ (narrowband) นั้น ต้องการแถบความถี่อยู่ระหว่างสองถึงสามเท่าของอัตราความเร็วในการส่งข้อมูล ฉะนั้นถ้าต้องการเลือกใช้ระบบดิจิตัลโมดูเลชั่นในงานที่มีข้อจำกัดทางด้านแถบความถี่ (bandwidth limitation) ก็ไม่ควรเลือกระบบเอฟเอสเค

- ความต้องการของกำลังของสัญญาณ (Power requirements)

ในรูปที่ 28 โคฮีเร็นท์พีเอสเคต้องการกำลังของสัญญาณน้อยที่สุดตามด้วยพีเอสเคโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค, โคฮีเร็นท์เอเอสเค, นอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเค และนอนโคฮีเร็นท์เอเอสเค ถ้าเปรียบเทียบในแง่ของความต้องการของกำลังเฉลี่ย(average power) ของสัญญาณเอเอสเคต้องการกำลังของสัญญาณเท่ากับเอฟเอสเค เนื่องจากราคาของอุปกรณ์มักจะขึ้นอยู่กับกำลังสูงสุดมากกว่ากำลังเฉลี่ย ฉะนั้น ถ้ามีความต้องการของกำลังสูงสุดมากก็ไม่ควรเลือกใช้ระบบเอเอสเค

โดยทั่วไปดีพีเอสเคต้องการกำลังของสัญญาณมากกว่าโคฮีเร็นท์พีเอสเค 1 dB และนอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคต้องการกำลังของสัญญาณประมาณมากกว่าโคฮีเร็นท์พีเอสเคประมาณ 7 dB การประหยัดกำลังของสัญญาณเพียงหนึ่งหรือสองดีบี (dB) ในข่ายโทรคมนาคมขนาดใหญ่จะประหยัดค่าใช้จ่ายได้ปีละหลายสิบล้านบาท



รูปที่ 28 พรอบบะบิวลิตี้ความผิดพลาดของระบบไบนารีดิจิตัลโมดูเลชั่น (สังเกตว่ากำลังเฉลี่ยของสัญญาณเอเอสเคเท่ากับ $A^2/4$ ในขณะที่กำลังเฉลี่ยของสัญญาณอื่นเท่ากับ $A^2/2$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความซับซ้อนของอุปกรณ์

ในอุปกรณ์ภาคส่งของระบบพีเอสเค, เอฟเอสเค และเอเอสเค จะมีความซับซ้อนของอุปกรณ์ไม่ต่างกันมากนัก ส่วนอุปกรณ์ภาครับนั้น ความซับซ้อนนั้นขึ้นอยู่กับวิธีการดีโมดูเลทว่าใช้แบบโคฮีเร็นท์หรือนอนโคฮีเร็นท์ การดีโมดูเลทแบบโคฮีเร็นท์จะมีความซับซ้อนมากกว่าในระบบนอนโคฮีเร็นท์ด้วยกัน ดีพีเอสเคจะมีความซับซ้อนของอุปกรณ์มากกว่านอนโคฮีเร็นท์เอฟเอสเคซึ่งจะซับซ้อนกว่านอนโคฮีเร็นท์เอเอสเคส่วนดิจิตัลเอฟเอ็มนั้นมักจะดัดแปลงใช้กับเครื่องรับเครื่องส่งเอฟเอ็มมากกว่า โดยเพิ่มส่วนที่เป็นเครื่องกรองความถี่แบบอินติเกรทและดัมพ์ที่เครื่องรับ ความซับซ้อนของอุปกรณ์จะทำให้ราคาของอุปกรณ์สูงขึ้น ขณะเดียวกันทำให้ยากแก่การบำรุงรักษาด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
การสร้างและการทำงาน

การสร้าง

ในการจัดสร้างชุดทดลอง Digital Communication นี้ จะต้องศึกษาคุณลักษณะของการส่งสัญญาณทั้ง 3 แบบซึ่งใช้ในการส่งข้อมูล Digital ให้เป็นสัญญาณ carrier ความถี่สูงได้แก่

1. การส่งสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงแรงดันด้วยความถี่เท่าเดิมหรือเรียกว่า Amplitude Shift Keying (ASK)

2. การส่งสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงเฟสที่ใช้ในการส่งหรือเรียกว่า Phase Shift Keying (PSK)

3. การส่งสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงความถี่ที่ใช้ในการส่งข้อมูลหรือเรียกว่า Frequency Shift Keying (FSK)

ส่วนในชุด demod ของทั้ง 3 แบบนั้นได้ใช้หลักการดังนี้คือ

1. การ demod สัญญาณ ASK นั้นเราใช้ PLL ในการดึง carrier ออกจากสัญญาณ ASK Mod ที่ส่งมาและนำเข้าวงจร coherent detector โดยนำ carrier ที่ดึงออกมานั้นคูณกับสัญญาณ ASK Mod ด้วยชุด coherent detector

2. การ demod สัญญาณ PSK นั้นเราใช้ชุดวงจร carrier recovery ในการดึง carrier ออกจากสัญญาณ PSK Mod ที่ส่งมาและนำเข้าวงจร coherent detector โดยนำ carrier ที่ดึงออกมานั้นคูณกับสัญญาณ PSK Mod ด้วยชุด coherent detector เช่นเดียวกับ ASK

3. การ demod สัญญาณ FSK นั้นเราใช้หลักการ Band Pass Filter ในการ demod สัญญาณซึ่งชุด Band Pass นั้นเราใช้ชุด IF coil และ Active Filter ที่ใช้ IC ในการ demod

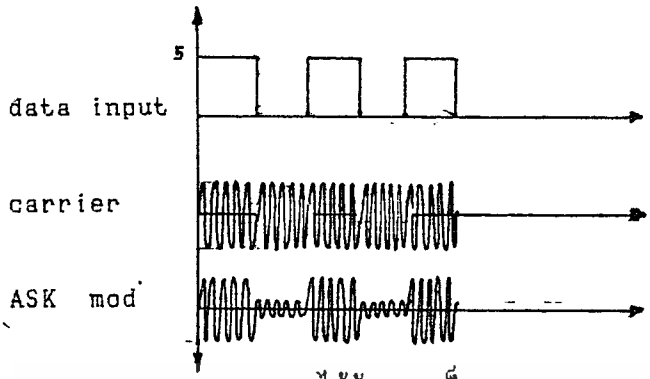
การทำงานของวงจร

จากชุดทดลองนี้จะใช้การอธิบายการทำงานของวงจรเป็น 3 ส่วนคือ

การทำงานของชุด ASK

การ mod สัญญาณ ASK นั้นจะใช้ IC # MC1496 ซึ่งทำหน้าที่เป็นวงจรคูณเป็นตัวทำหน้าที่ mod สัญญาณ carrier กับสัญญาณ digital signal จะได้สัญญาณ output ที่ขา 6 ของ IC เป็นรูปสัญญาณ mod ซึ่งประกองด้วย carrier ที่อยู่ในสัญญาณ digital signal ที่มี amplitude สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยการปรับ adj จากชุดทดลองนี้เราจะให้ค่าเปอร์เซ็นต์การ modulation ของ ASK มีค่าเท่ากับ 90% เพราะถ้าเราให้ค่าเปอร์เซ็นต์การ modulation มีค่าเท่ากับ 100% แล้วจะทำให้ตัว PLL ไม่สามารถ lock ความถี่ carrier ได้เนื่องจาก amplitude ของ carrier เมื่อ data เป็น low มีค่าเป็นศูนย์ ในชุดทดลองนี้ใช้ IC PLL # NE565 ซึ่งมีความถี่ lock สูงสุดที่ 500 KHz ให้ output เป็นสัญญาณ triangle มี capture range ประมาณ 150 KHz เมื่อเราได้ carrier จาก PLL แล้ว เราก็นำ carrier ไปคูณกับวงจร coherent detector กับสัญญาณ ASK Mod แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

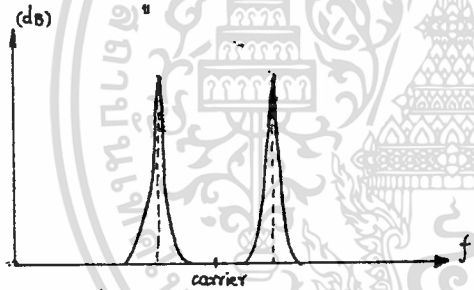


รูปที่ 29 แสดง ASK Mod

ผ่านเข้าวงจร lowpass filter ได้สัญญาณเป็น digital signal แล้วผ่านเข้าวงจรขยายด้วย IC Opamp # LF357 ซึ่งมี slewrate สูงถึง 20 V/μs

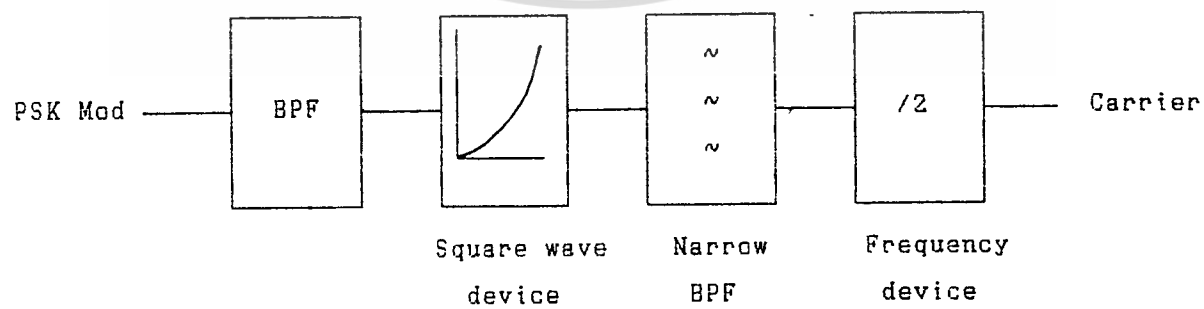
การทำงานของชุด PSK

การ mod สัญญาณ PSK นั้นจะใช้หลักการ mod เหมือนกับสัญญาณ ASK ต่างกันตรงที่ว่าสัญญาณ PSK นั้นจะไม่มี carrier ที่เรานำมา mod ด้วย จะมีแต่เฉพาะ upper sideband และ lower sideband เท่านั้นตามรูป



รูปที่ 30 แสดง sideband ของ PSK

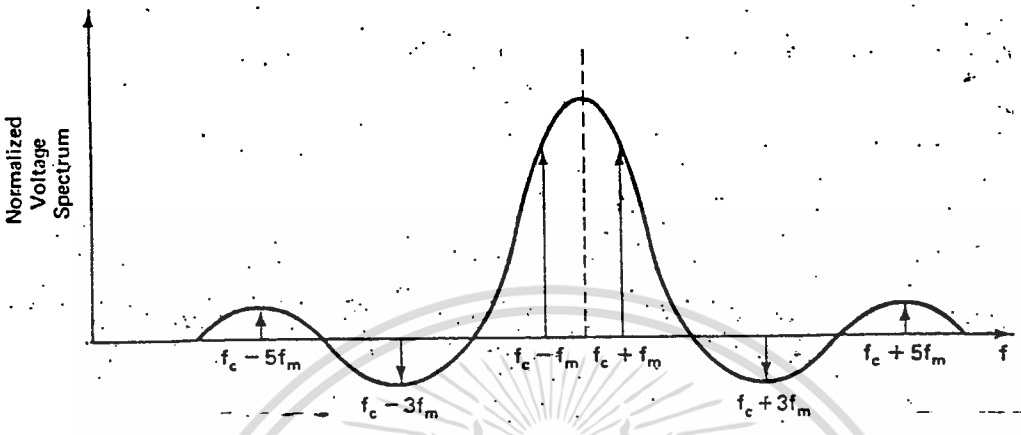
ดังนั้นในการที่เราจะดึง carrier ออกจากสัญญาณ PSK Mod จึงทำไม่ได้ จึงจำเป็นต้องสร้างวงจรที่สามารถสร้าง carrier ที่มีความถี่เท่ากับความถี่ carrier จากเครื่องส่งซึ่งเราเรียกวงจรที่สร้าง carrier จากสัญญาณ PSK Mod นี้ว่าวงจร carrier recovery ซึ่งวงจรนี้เราจะสร้างจาก block diagram ตามรูป



รูปที่ 31 แสดงชุด Carrier Recovery

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากในการ Mod PSK นั้นสัญญาณ digital signal นั้นประกอบด้วย sinewave harmonic คี่อยู่มากมาย ดังนั้นจึงทำให้เกิด sideband ขึ้นเป็นจำนวนมากทั้งทางด้าน upper และ lower ดังรูป



รูปที่ 32 แสดง Spectrum ของสัญญาณ Mod PSK

ดังนั้นก่อนที่จะเข้าวงจร carrier recovery จึงต้อง filter เอาเฉพาะส่วนที่ต้องการออกไปเฉพาะ sideband 2 ข้างเท่านั้น สำหรับชุด BPF นี้เราใช้ IC Opamp # LF357 ทำหน้าที่ band pass พร้อมทั้งขยายด้วย จากนั้นจึงนำเข้าวงจรคูณโดยใช้ IC # MC1495 ซึ่งเหมาะที่จะใช้กับการคูณสัญญาณที่มีแรงดังสูง โดยที่วงจรคูณนี้จะทำหน้าที่แยก carrier ออกจากสัญญาณ modulating signal ซึ่ง carrier ที่แยกออกมาได้นั้นจะมีค่าความถี่เป็น 2 เท่าของ carrier ที่ mod มา โดยสามารถปรับการ balance รูปคลื่นที่เกือกม้าของ MC1495 ทั้ง 2 ตัว จากนั้นจึงเข้าวงจร narrow bpf อีกทีเพื่อดึงเฉพาะ carrier ที่เป็น 2 เท่าออกมาโดยใช้ IC # LF357 แต่เนื่องจากสัญญาณที่ออกมานั้นยังมี noise มารบกวนอยู่บ้าง ดังนั้นจึงนำ carrier ที่ได้นี้ไปเข้า PLL ซึ่งใช้ IC # 4046 ซึ่งสามารถใช้ lock ความถี่ได้สูงถึง 1.5 MHz และสามารถปรับ capture range ได้ เมื่อได้ carrier เป็น 2 เท่าแล้วก็นำมาเข้าวงจรหาร 2 โดยใช้ IC # 7474 ที่เป็น D Flip-Flop โดยที่ output ของ D Flip-Flop จะได้ความถี่เท่ากับ carrier ของเครื่องส่ง จากนั้นก็นำไปเข้าวงจร coherent detector คูณกับสัญญาณ PSK Mod แล้วผ่านเข้าวงจร Lowpass filter ได้เป็นสัญญาณ digital signal แล้วจึงนำไปขยายด้วย IC Opamp # LF357

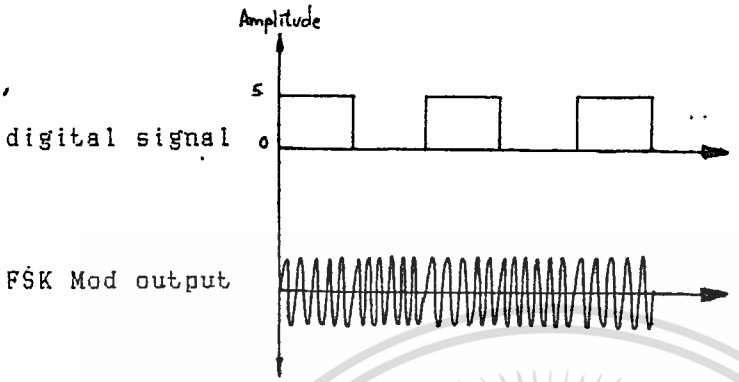
การทำงานของ FSK

ในการ mod สัญญาณ FSK นี้คือการส่ง carrier ที่แตกต่างกัน 2 ความถี่ ซึ่งใช้แทนมาร์ค (mark) และสเปส (space) แทนความถี่ 1 โดยที่การส่งข้อมูลที่เป็น digital นั้นก็จะส่งไปพร้อมกับ 2 ความถี่ตามการเปลี่ยนแปลงของ Data

สำหรับในชุดทดลองนี้ได้ใช้ IC # R2206 ทำหน้าที่เป็น FSK Mod โดยความถี่ที่ส่งออกนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะมีค่าความถี่เท่ากับ 462 KHz และ 356 KHz สำหรับ space และ mark ตามลำดับซึ่งค่า amplidude ของสัญญาณที่ส่งออกนั้นสามารถปรับได้โดยเกือกม้าที่ขา 3

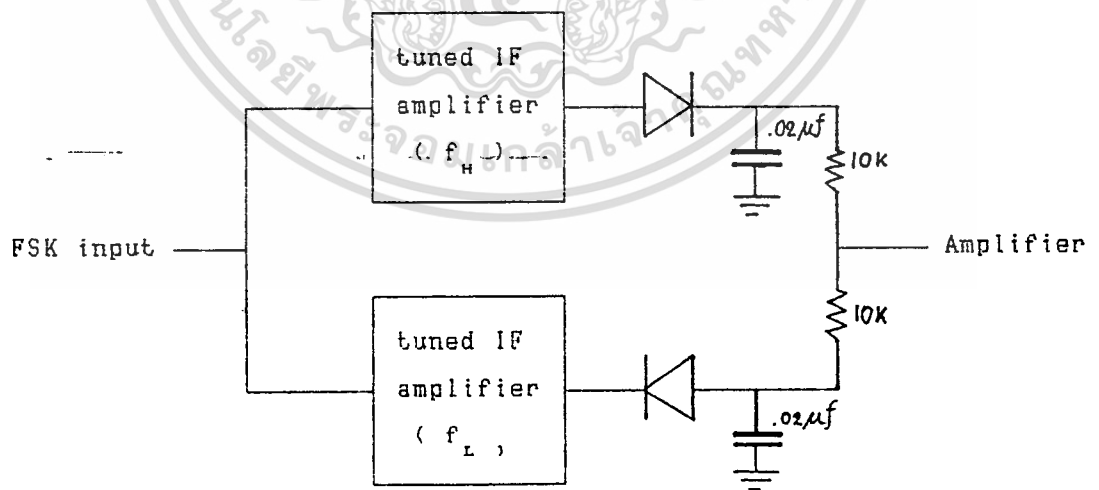


รูปที่ 33 แสดง FSK Mod

สำหรับชุด demod นั้นจะมี 2 ชุดได้แก่

1. แบบที่ใช้ IF Coil เป็นตัว tuned ความถี่ซึ่งการใช้ IF Coil นั้นจะมีคุณสมบัติที่ให้ค่า Q สูงทำให้เกิดมี Band width ที่แคบ ซึ่งเหมาะที่จะนำไปใช้ในการ demod ในกรณีที่การส่งนั้นต้องการ band width แคบ แต่มีข้อเสียคือ ไม่สามารถส่งข้อมูลด้วย boud rate ที่สูงมากได้เนื่องจากการยุบตัวของเส้นแรงแม่เหล็กภายใน coil เปลี่ยนแปลงไม่ทัน

ที่ output ของ IF Coil ที่ได้จะถูกนำมา summing กันโดยผ่าน R 10K จากนั้นจึงนำมาเข้าวงจร lowpass filter และนำไปเข้าวงจรขยายต่อไป

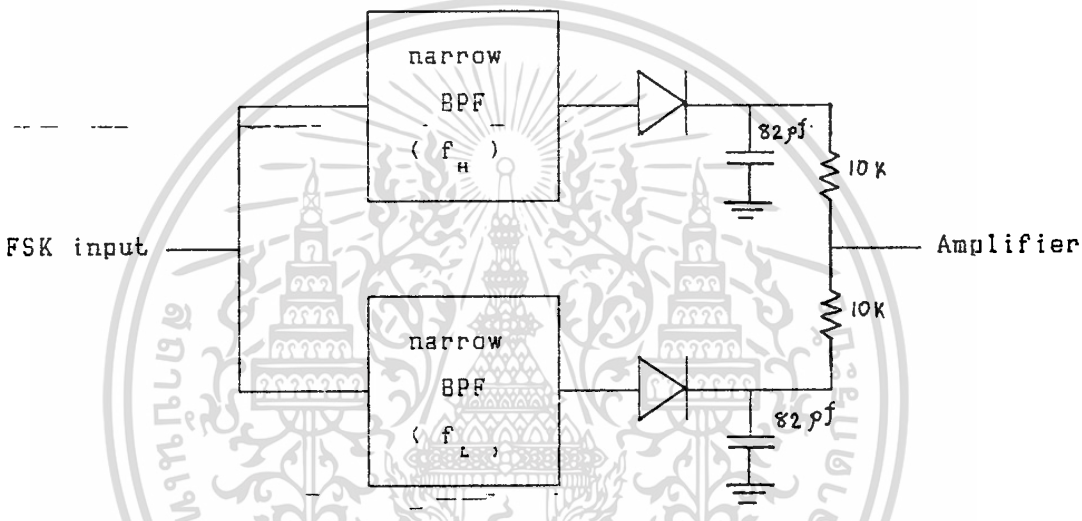


รูปที่ 34 แสดงการ Demod FSK โดยใช้วิธี Tuned IF Amplifier

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. แบบที่ใช้ Bandpass Filter แบบ Active Filter ที่ IC Opamp # LF357 ในการ demod นั้นจะมีการรับอัตราการส่งข้อมูลที่สูงกว่าแบบใช้ IF Coil คือสามารถรับ boud rate ได้สูงกว่า แต่มีข้อเสียคือในการออกแบบให้ใช้ Bandpass ความถี่สูงนั้นเป็นไปได้ยาก จะต้องใช้ IC ที่มีค่า slewrate และค่า Q สูงๆด้วย ซึ่งต่างกับ IF Coil ที่สามารถ tuned เลือกความถี่ carrierได้สูงกว่า

ที่ output ของ BPF แบบ active filter นี้ใช้ Opamp # LF357 ทำหน้าที่เป็น BPF ที่มี f_c เท่ากับ 467 KHz และ 356 KHz output จาก BPF จะนำมา summing กันโดยผ่าน R 10K จากนั้นจึงนำมาเข้าวงจร lowpass filter และนำไปเข้าวงจรขยายต่อไป



รูปที่ 35 แสดงการ Demod FSK โดยใช้วิธี Narrow BPF

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
การทดลอง

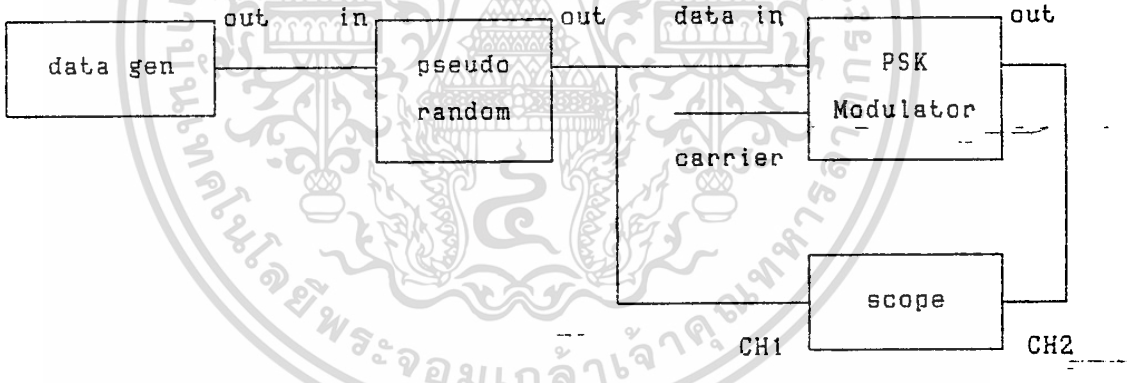
การทดลองที่ 1 เรื่อง PSK Mod

วัตถุประสงค์

เพื่อให้รู้จัก waveforms ของ PSK และศึกษาการทำงานของการส่งข้อมูล digital โดยใช้การส่งแบบ PSK modulator

ขั้นตอนการทดลอง

1. เลือก selector ไปที่ PSK
2. ปรับ generator ไปที่ square wave ปรับ output ให้ได้ประมาณ 5V
3. ต่อ output ของ generator เข้า input ของ pseudo ใช้ scope CH1 จับที่ output ต่อ output เข้า data input ของ PSK Mod จากนั้นใช้ scope CH 2 จับที่ output ของ PSK Mod ตามรูป



4. บันทึก และสังเกตการเปลี่ยนเฟสของ PSK Mod
5. เปลี่ยนความถี่ของ gen ไปที่ 5,10,15,20 KHz
6. ทดลองดึงความถี่ data input เข้าออก สังเกตความถี่ที่ output

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

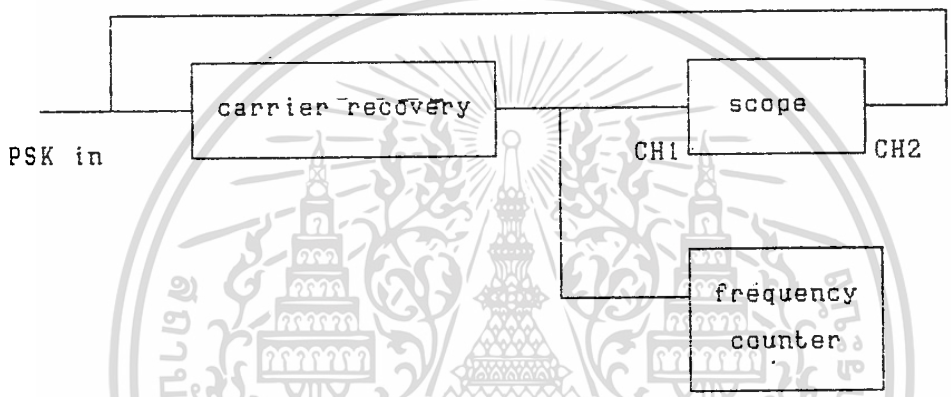
การทดลองที่ 2 เรื่อง Carrier Recovery

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการทำงานของชุด Carrier recovery ในการ Detect สัญญาณ binary จากชุด PSK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

1. ต่อ block diagram ดังรูป โดยใช้สัญญาณ PSK out ที่ได้จากการทดลองที่ 1 ป้อนเข้า input ของ carrier recovery



2. ใช้ scope CH1 และ CH2 จับที่ input และ output ของ carrier secorery ตามลำดับสังเกตรูปคลื่นที่ได้

3. ทดลองปรับความถี่ของ data input ของ PSK Mod สังเกตการเปลี่ยนแปลงของรูปคลื่นที่ scope

4. ใช้ scope CH1 จับที่ carrier Input ของ PSK Mod และสังเกตความถี่ที่ได้เปรียบเทียบกับ CH2 บันทึกค่าความถี่ที่วัดได้จาก frequency counter ที่วัดที่ CH1 และ CH2 พร้อมทั้งสังเกต phase ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

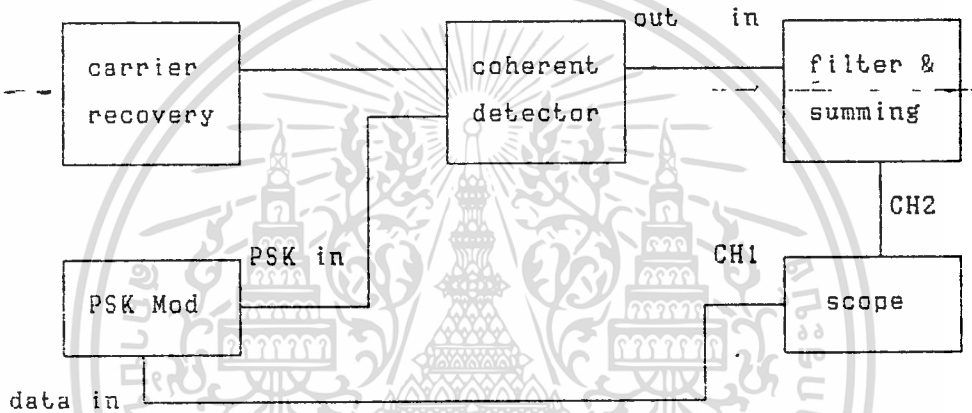
การทดลองที่ 3 เรื่อง Coherent Detector

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการทำงานของชุด coherent detector ในการ Detect สัญญาณ binary จากชุด PSK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

1. ต่อ Block diagram ดังรูป โดยใช้ผลของการทดลองจากข้อ1,2 มาใช้



2. ต่อ scope CH 1 และ CH2 เข้ากับ data input ของ PSK และ output ของ summing amp. เปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ทั้งสอง

3. ทดลองเพิ่มค่าความถี่ของ generator แล้วสังเกตความถี่ output จากการ demod เปรียบเทียบสัญญาณ data input บันทึกค่าความถี่สูงสุดที่รูปคลื่น output ยังเหมือนกับของ data input อยู่

4. ทดลองลดค่าความถี่ต่ำสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

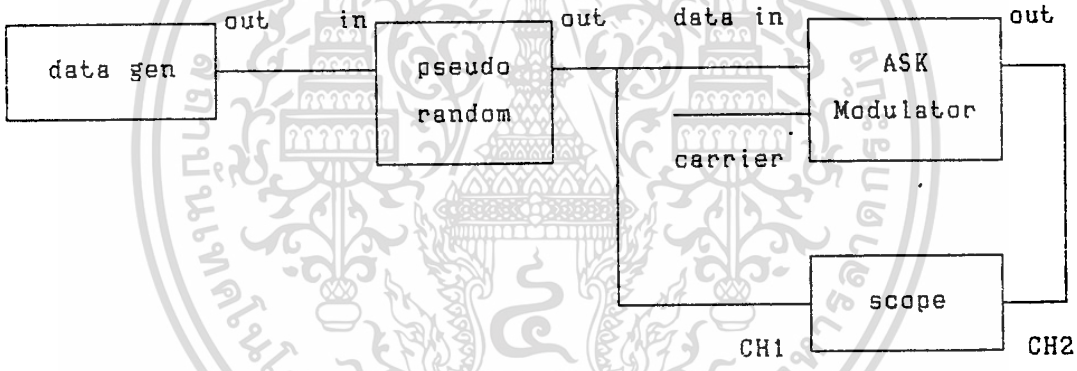
การทดลองที่ 4 เรื่อง ASK Mod

วัตถุประสงค์

เพื่อให้รู้จัก waveforms ของ ASK และศึกษาการทำงานของการส่งข้อมูล digital โดยใช้การส่งแบบ ASK modulator

ขั้นตอนการทดลอง

1. เลือก Selector ไปที่ ASK
2. ปรับ generator ไปที่ square wave ปรับ output ให้ได้ประมาณ 5 V_{p-p}
3. ต่อ output ของ generator เข้า input ของ pseudo ใช้ scope CH1 จับที่ output
4. ต่อ output เข้า data input ของ ASK Mod จากนั้นใช้ scope CH2 จับที่ output ของ ASK Mod ตามรูป



5. บันทึก และสังเกตการเปลี่ยนเฟส และamplitudeของ ASK Mod
6. เปลี่ยนความถี่ของ gen ไปที่ 5,10,15,20 KHz
7. ทดลองดึงความถี่ data input เข้าออก สังเกตความถี่ที่ output

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

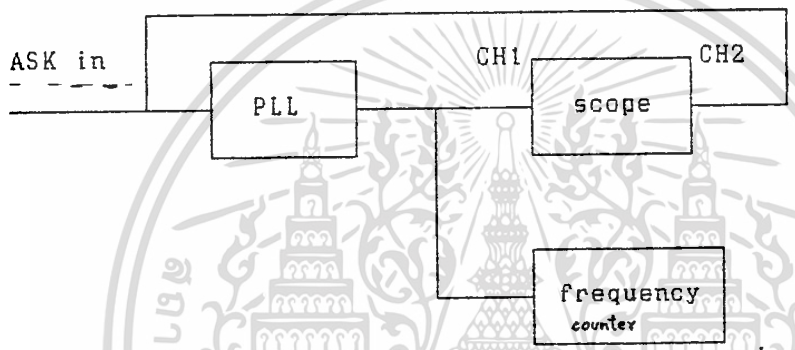
การทดลองที่ 5 เรื่อง PLL

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการทำงานของชุด PLL ในการ Detect สัญญาณ binary จากชุด ASK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

1. ต่อ block diagram ดังรูป โดยใช้สัญญาณ ASK out ที่ได้จากการทดลองที่ 4 ต่อเข้าที่ input ของ PLL



2. ใช้ scope CH1 และ CH2 จับที่ input และ output ของ PLL ตามลำดับ สังเกตรูปคลื่นที่ได้บันทึกผล

3. ทดลองปรับความถี่ของ data input ASK mod สังเกตความถี่ที่ได้จาก CH1 เปรียบเทียบกับ CH2

4. ใช้ scope CH1 จับที่ carrier input ของ ASK mode สังเกตความถี่ที่ได้เปรียบเทียบกับ CH2 บันทึกค่าความถี่ ที่วัดได้จาก frequency countor

5. ทดลองถอดสัญญาณ input ของ carrier recovery เข้าออก 20 ครั้งแล้วสังเกตที่ output

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

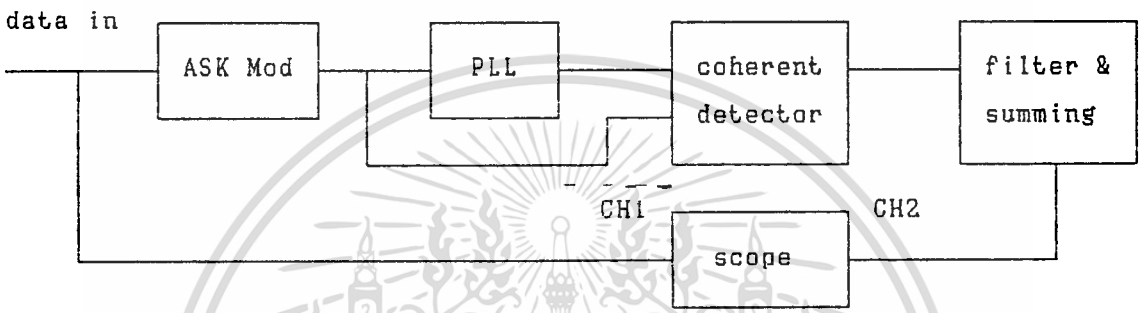
การทดลองที่ 6 เรื่อง ASK Demod

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการทำงานของชุด ASK Demod ในการ Detect สัญญาณ binary จากชุด ASK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

1. ต่อ block diagram ดังรูป โดยใช้ผลการทดลองที่ 4 และ 5 มาใช้



2. ต่อ scope CH1 และ CH2 เข้าที่ data input ASK Mod และ output ของ summing เปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ทั้งสอง

3. ทดลองเพิ่มค่าความถี่ของ generator เพิ่มขึ้นแล้วสังเกตความถี่ output จากการ demod เปรียบเทียบกับสัญญาณ data input บันทึกค่าความถี่สูงสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

4. ทดลองลดค่าความถี่ต่ำสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

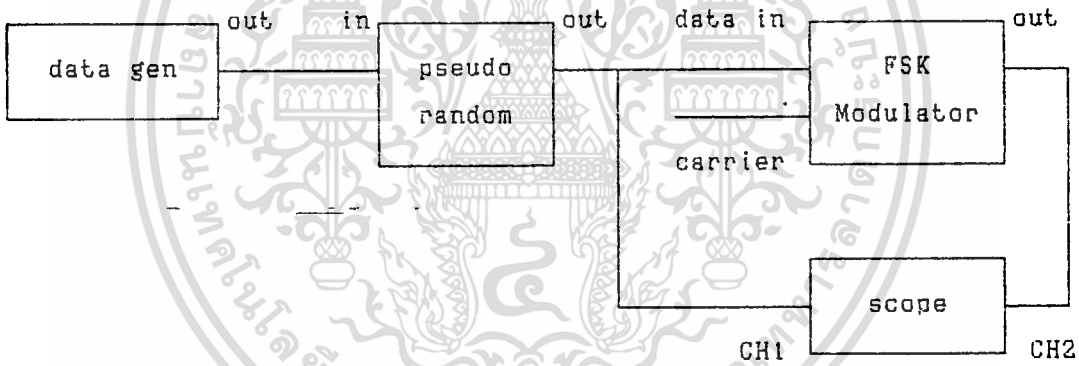
การทดลองที่ 7 เรื่อง FSK Mod

วัตถุประสงค์

เพื่อให้รู้จักการทำงานของการส่งสัญญาณแบบ FSK Modulator และศึกษารูปคลื่นของ FSK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

1. เลือก Selector ไปที่ FSK 1
2. ปรับ generator ไปที่ square wave ปรับ output ให้ได้ประมาณ 5V
3. ต่อ output ของ generator เข้า input ของ pseudo ใช้ scope CH1 จับที่ output ต่อ output เข้า data input ของ FSK Mod จากนั้นใช้ scope CH 2 จับที่ output ของ FSK Mod ตามรูป



4. บันทึก และสังเกตการเปลี่ยนเฟสของ FSK Mod
5. เปลี่ยนความถี่ของ gen ไปที่ 5,10,15,20 KHz
6. ทดลองดึงความถี่ data input เข้าออก สังเกตความถี่ที่ output

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 8 เรื่อง FSK Demod แบบใช้ Tuned IF Amplifier

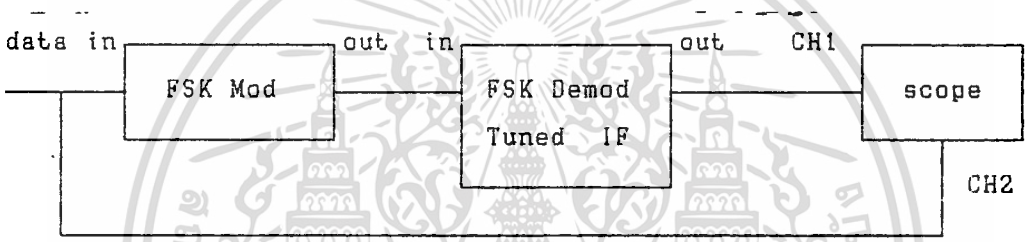
วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการทำงานของชุด FSK Demod ในการ Detect สัญญาณ binary จากชุด FSK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

ปรับ Selector ไปที่ FSK1

นำ output จาก FSK Mod ที่ได้จากการทดลองที่ 7 นำมาต่อเข้าที่ input ของ FSK Demod แบบใช้วงจร Tuned IF Amplifier ตามรูป



2. ต่อ scope CH1 และ CH2 เข้าที่ data input FSK Mod และ output ของ summing เปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ทั้งสอง

3. ทดลองเพิ่มค่าความถี่ของ generator เพิ่มขึ้นแล้วสังเกตความถี่ output จากการ demod เปรียบเทียบกับสัญญาณ data input บันทึกค่าความถี่สูงสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

4. ทดลองลดค่าความถี่ต่ำสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 9 เรื่อง FSK Demod แบบใช้ Narror Bandpass Filter

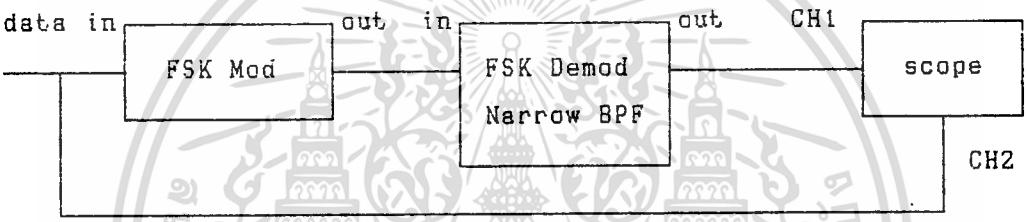
วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาการทำงานของชุด FSK Demod ในการ Detect สัญญาณ binary จากชุด FSK Mod

ขั้นตอนการทดลอง

1. ปรับ Selector ไปที่ FSK2

2. นำ output จาก FSK Mod ที่ได้จากการทดลองที่ 7 นำมาต่อเข้าที่ input ของ FSK Demod แบบใช้วงจร Narrow Bandpass Filter ตามรูป



2. ต่อ scope CH1 และ CH2 เข้าที่ data input FSK Mod และ output ของ summing เปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้ทั้งสอง

3. ทดลองเพิ่มค่าความถี่ของ generator เพิ่มขึ้นแล้วสังเกตความถี่ output จากการ demod เปรียบเทียบกับสัญญาณ data input บันทึกค่าความถี่สูงสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

4. ทดลองลดค่าความถี่ต่ำสุดที่รูปคลื่นที่ output ยังเหมือนกับทาง data input

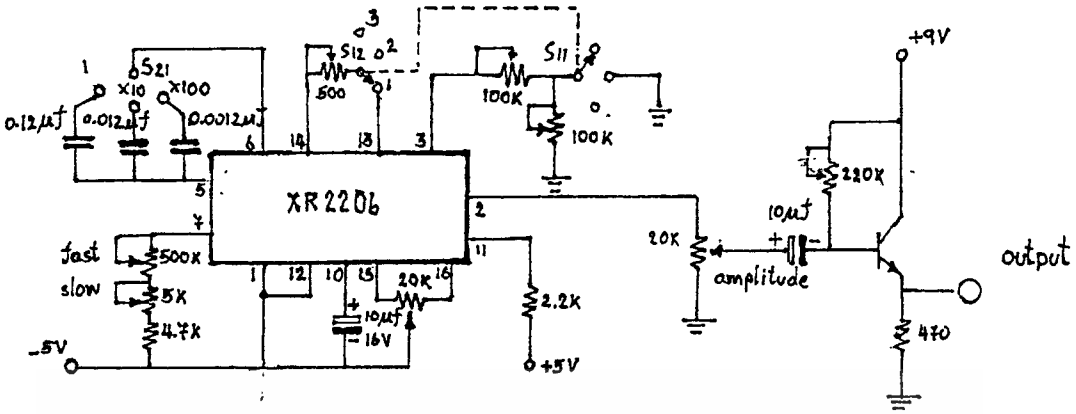
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
บทวิจารณ์และสรุป

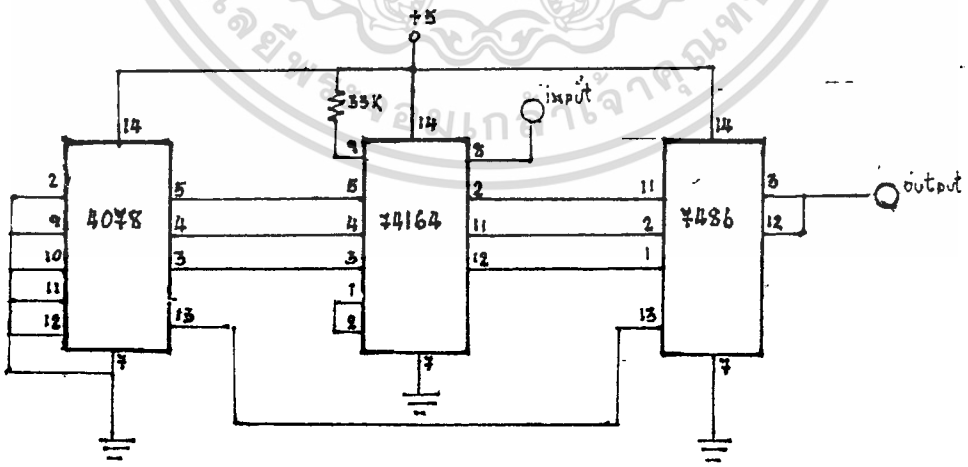
จากการจัดทำชุดทดลอง DIGITAL COMMUNICATION นี้เหมาะที่จะนำไปใช้ในการศึกษาการส่งข้อมูลระบบต่าง ๆ ในการส่งออกอากาศซึ่งแต่ละวิธีจะมีความยุ่งยากในการ Mod และ Demod ต่างกัน รวมทั้งอัตราการส่งข้อมูล การสิ้นเปลืองพลังงานในการส่งออกอากาศด้วย

เนื่องจากชุดทดลองนี้ทำรวมอยู่ในกล่องเดียวกัน ดังนั้นการใช้งานจึงง่ายและสะดวกสำหรับปัญหาที่เกิดขึ้นในชุดทดลองนี้จะพบมากในการทำชุด carrier recovery ซึ่งจะมีความถี่ค่อนข้างสูงประมาณ 1 MHz ทำให้เกิดปัญหาเรื่องnoise ซึ่งมารบกวนและการออกแบบวงจร BPF ในการกรองเอาสัญญาณที่ต้องการออกมา แต่เราก็สามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยใช้ IC ที่มี slewrate และความถี่การใช้งานสูงๆ เช่น IC Opamp # LF357 เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

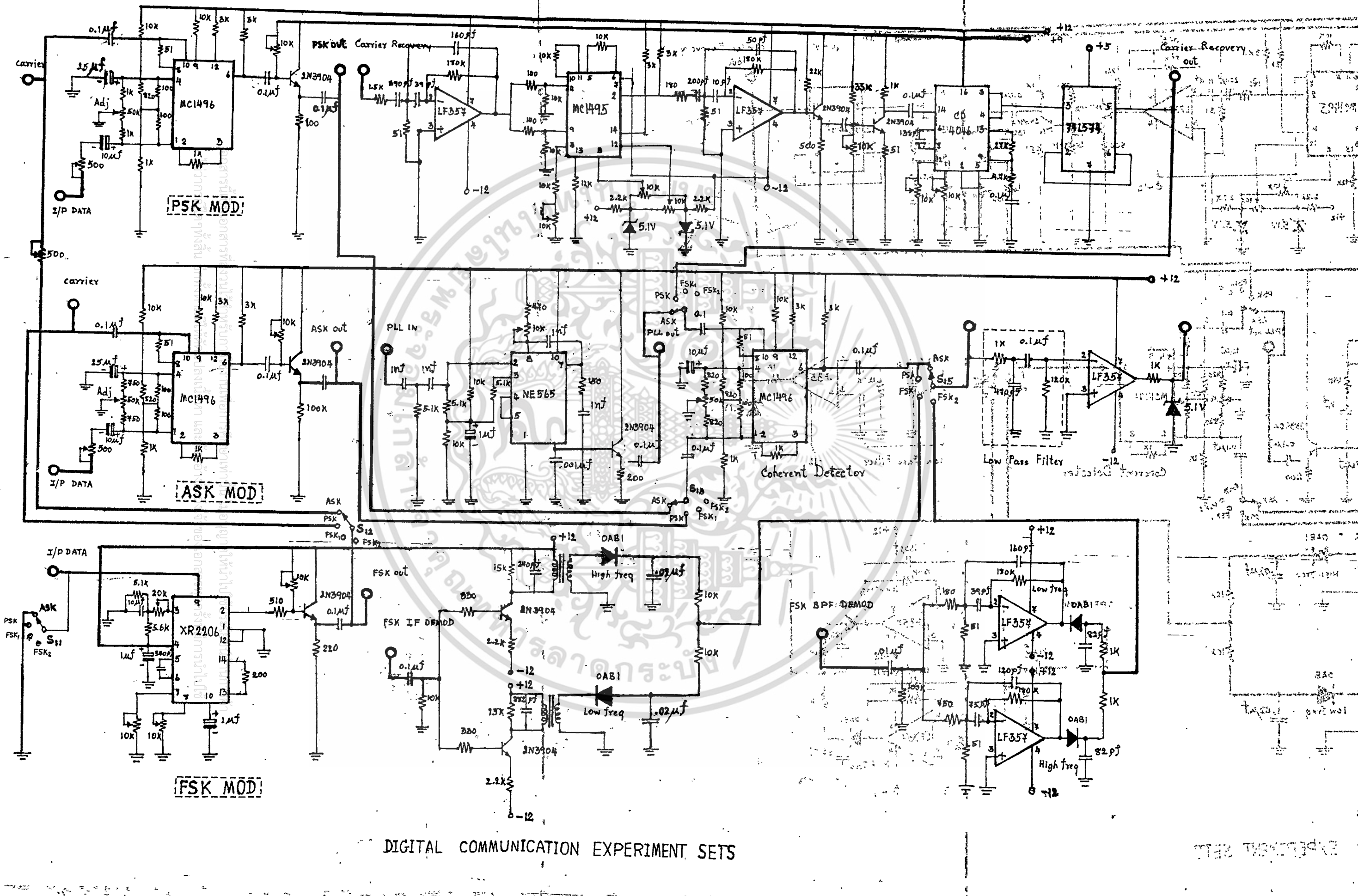


SIGNAL GENERATOR



PSEUDO CODE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



DIGITAL COMMUNICATION EXPERIMENT SETS

National Semiconductor Corporation

LM565/LM565C Phase Locked Loop

General Description

The LM565 and LM565C are general purpose phase locked loops containing a stable, highly linear voltage controlled oscillator for low distortion FM demodulation, and a double balanced phase detector with good carrier suppression. The VCO frequency is set with an external resistor and capacitor, and a tuning range of 10:1 can be obtained with the same capacitor. The characteristics of the closed loop system—bandwidth, response speed, capture and pull in range—may be adjusted over a wide range with an external resistor and capacitor. The loop may be broken between the VCO and the phase detector for insertion of a digital frequency divider to obtain frequency multiplication.

The LM565H is specified for operation over the −55°C to +125°C military temperature range. The LM565CH and LM565CN are specified for operation over the 0°C to +70°C temperature range.

Features

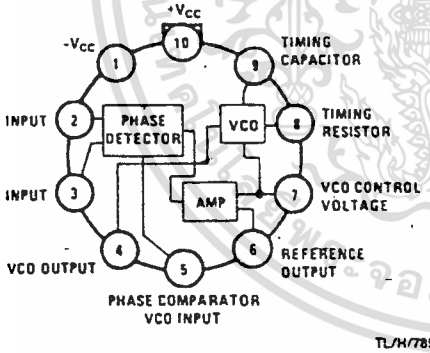
- 200 ppm/°C frequency stability of the VCO
- Power supply range of ±5 to ±12 volts with 100 ppm/% typical
- 0.2% linearity of demodulated output
- Linear triangle wave with in phase zero crossings available
- TTL and DTL compatible phase detector input and square wave output
- Adjustable hold in range from ±1% to > ±60%

Applications

- Data and tape synchronization
- Modems
- FSK demodulation
- FM demodulation
- Frequency synthesizer
- Tone decoding
- Frequency multiplication and division
- SCA demodulators
- Telemetry receivers
- Signal regeneration
- Coherent demodulators

Connection Diagrams

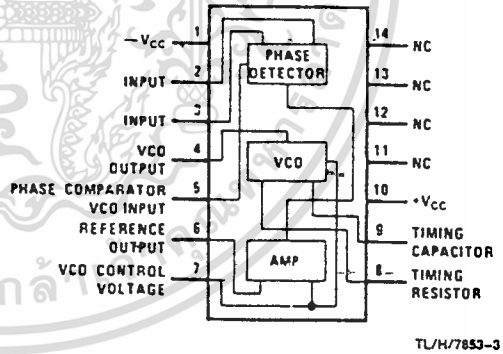
Metal Can Package



TL/H/7853–2

Order Number LM565H or LM565CH
See NS Package Number H10C

Dual-In-Line Package



TL/H/7853–3

Order Number LM565CN
See NS Package Number N14A

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Absolute Maximum Ratings

If Military/Aerospace specified devices are required, contact the National Semiconductor Sales Office/ Distributors for availability and specifications.

Supply Voltage	±12V	Operating Temperature Range	
Power Dissipation (Note 1)	1400 mW	LM565H	−55°C to +125°C
Differential Input Voltage	±1V	LM565CH, LM565CN	0°C to +70°C
		Storage Temperature Range	−65°C to +150°C
		Lead Temperature (Soldering, 10 sec.)	260°C

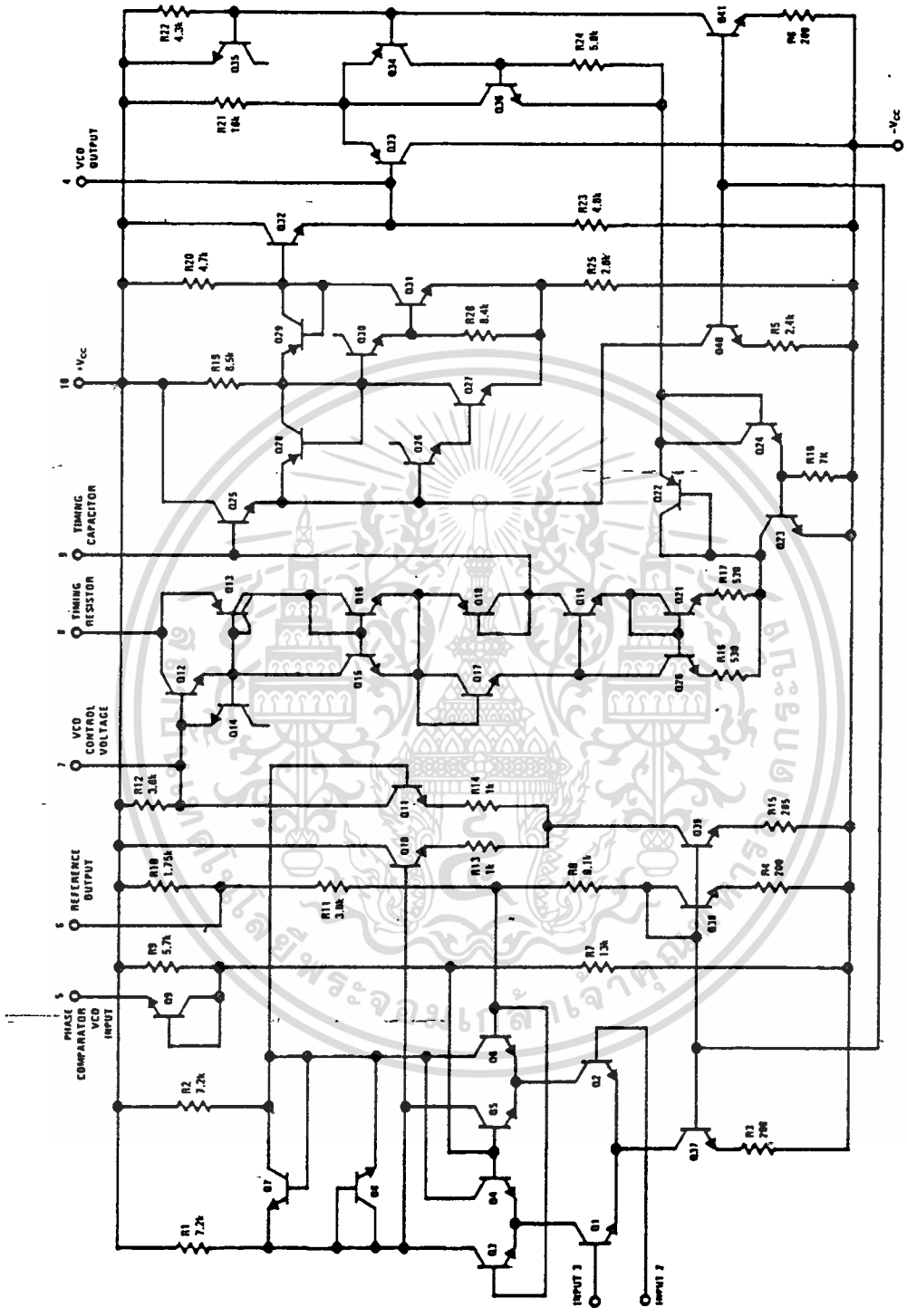
Electrical Characteristics AC Test Circuit, $T_A = 25°C$, $V_{CC} = \pm 6V$

Parameter	Conditions	LM565			LM565C			Units
		Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
Power Supply Current			8.0	12.5		8.0	12.5	mA
Input Impedance (Pins 2, 3)	$-4V < V_2, V_3 < 0V$	7	10			5		kΩ
VCO Maximum Operating Frequency	$C_o = 2.7$ pF	300	500		250	500		kHz
VCO Free-Running Frequency	$C_o = 1.5$ nF $R_o = 20$ kΩ $f_o = 10$ kHz	−10	0	+10	−30	0	+30	%
Operating Frequency Temperature Coefficient			−100			−200		ppm/°C
Frequency Drift with Supply Voltage			0.1	1.0		0.2	1.5	%/V
Triangle Wave Output Voltage		2	2.4	3	2	2.4	3	V_{p-p}
Triangle Wave Output Linearity			0.2			0.5		%
Square Wave Output Level		4.7	5.4		4.7	5.4		V_{p-p}
Output Impedance (Pin 4)			5			5		kΩ
Square Wave Duty Cycle		45	50	55	40	50	60	%
Square Wave Rise Time			20			20		ns
Square Wave Fall Time			50			50		ns
Output Current Sink (Pin 4)		0.6	1		0.6	1		mA
VCO Sensitivity	$f_o = 10$ kHz		6600			6600		Hz/V
Demodulated Output Voltage (Pin 7)	±10% Frequency Deviation	250	300	400	200	300	450	mV_{p-p}
Total Harmonic Distortion	±10% Frequency Deviation		0.2	0.75		0.2	1.5	%
Output Impedance (Pin 7)			3.5			3.5		kΩ
DC Level (Pin 7)		4.25	4.5	4.75	4.0	4.5	5.0	V
Output Offset Voltage $\lvert V_7 - V_6 \rvert$			30	100		50	200	mV
Temperature Drift of $\lvert V_7 - V_6 \rvert$			500			500		µV/°C
AM Rejection		30	40			40		dB
Phase Detector Sensitivity K_D			.68			.68		V/radian

Note 1: The maximum junction temperature of the LM565 and LM565C is +150°C. For operation at elevated temperatures, devices in the TO-5 package must be derated based on a thermal resistance of +150°C/W junction to ambient or +45°C/W junction to case. Thermal resistance of the dual-in-line package is +85°C/W.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Schematic Diagram



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Applications Information

In designing with phase locked loops such as the LM565, the important parameters of interest are:

FREE RUNNING FREQUENCY

$$f_o \approx \frac{0.3}{R_o C_o}$$

LOOP GAIN: relates the amount of phase change between the input signal and the VCO signal for a shift in input signal frequency (assuming the loop remains in lock). In servo theory, this is called the "velocity error coefficient."

$$\text{Loop gain} = K_o K_D \left(\frac{1}{\text{sec}}\right)$$

K_o = oscillator sensitivity $\left(\frac{\text{radians/sec}}{\text{volt}}\right)$

K_D = phase detector sensitivity $\left(\frac{\text{volts}}{\text{radian}}\right)$

The loop gain of the LM565 is dependent on supply voltage, and may be found from:

$$K_o K_D = \frac{33.6\, f_o}{V_c}$$

f_o = VCO frequency in Hz

V_c = total supply voltage to circuit

Loop gain may be reduced by connecting a resistor between pins 6 and 7; this reduces the load impedance on the output amplifier and hence the loop gain.

HOLD IN RANGE: the range of frequencies that the loop will remain in lock after initially being locked.

$$f_H = \pm\frac{8\, f_o}{V_c}$$

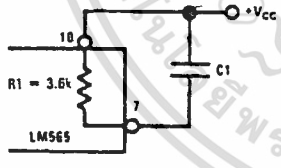
f_o = free running frequency of VCO

V_c = total supply voltage to the circuit

THE LOOP FILTER

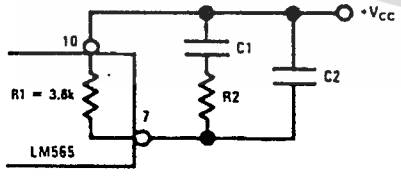
In almost all applications, it will be desirable to filter the signal at the output of the phase detector (pin 7); this filter may take one of two forms:

Simple Lag Filter



TL/H/7853–11

Lag-Lead Filter



TL/H/7853–12

A simple lag filter may be used for wide closed loop bandwidth applications such as modulation following where the frequency deviation of the carrier is fairly high (greater than 10%), or where wideband modulating signals must be followed.

The natural bandwidth of the closed loop response may be found from:

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_o K_D}{R_1 C_1}}$$

Associated with this is a damping factor:

$$\delta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{R_1 C_1 K_o K_D}}$$

For narrow band applications where a narrow noise bandwidth is desired, such as applications involving tracking a slowly varying carrier, a lead lag filter should be used. In general, if $1/R_1C_1 < K_o K_D$, the damping factor for the loop becomes quite small resulting in large overshoot and possible instability in the transient response of the loop. In this case, the natural frequency of the loop may be found from

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_o K_D}{\tau_1 + \tau_2}}$$

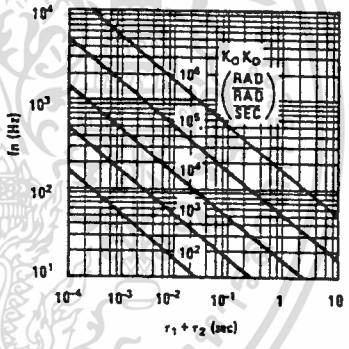
$$\tau_1 + \tau_2 = (R_1 + R_2)\, C_1$$

R_2 is selected to produce a desired damping factor δ, usually between 0.5 and 1.0. The damping factor is found from the approximation:

$$\delta \simeq \pi\, \tau_2 f_n$$

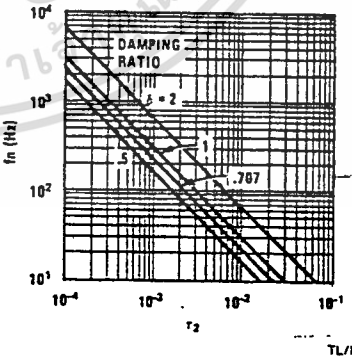
These two equations are plotted for convenience.

Filter Time Constant vs Natural Frequency



TL/H/7853–13

Damping Time Constant vs Natural Frequency



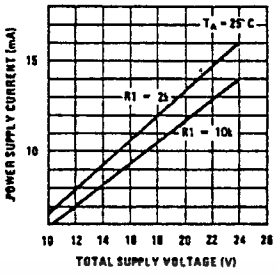
TL/H/7853–14

Capacitor C_2 should be much smaller than C_1 since its function is to provide filtering of carrier. In general $C_2 \leq 0.1\ C_1$.

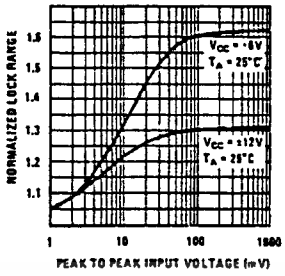
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Typical Performance Characteristics

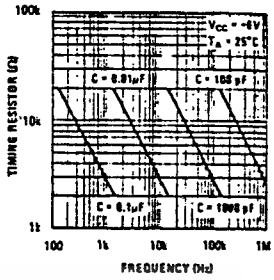
Power Supply Current as a Function of Supply Voltage



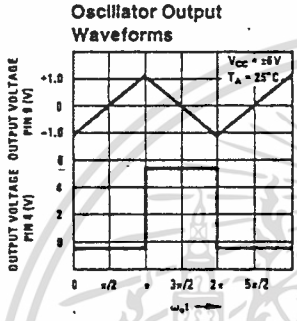
Lock Range as a Function of Input Voltage



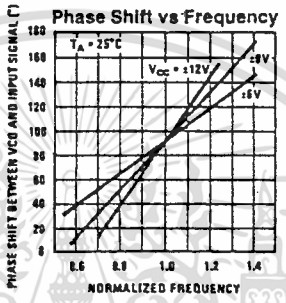
VCO Frequency



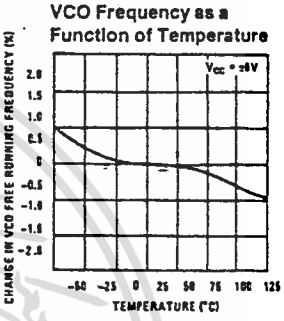
Oscillator Output Waveforms



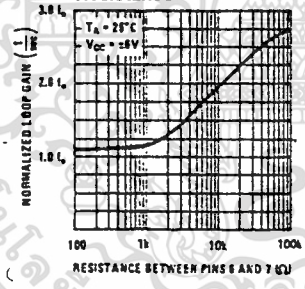
Phase Shift vs Frequency



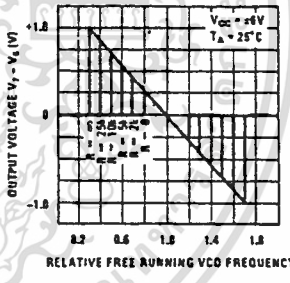
VCO Frequency as a Function of Temperature



Loop Gain vs Load Resistance



Hold in Range as a Function of R_{6-7}



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

การทำปริญญานิพนธ์เรื่อง ชุดทดลอง DIGITAL COMMUNICATION (DIGICOM 3133) นี้ ข้าพเจ้าและเพื่อนขอขอบคุณอาจารย์ กฤดากร กล่อมการ ในฐานะอาจารย์ที่ปรึกษาที่ช่วยให้คำแนะนำ ชี้แนะวิธีการหลักการสร้างตลอดจนแนวทางแก้ไข ทั้งยังเป็นที่ปรึกษาทางด้านทฤษฎีของระบบการส่งทั้งหมดนี้ด้วย

สุดท้ายนี้ หวังว่าชุดทดลองชุดนี้คงจะมีประโยชน์สำหรับผู้ที่ต้องการศึกษาระบบการส่งข้อมูลแบบต่าง ๆ ถ้าโครงการนี้มีส่วนดีอันใดข้าพเจ้าขอมอบให้อาจารย์ทุกท่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

ประสิทธิ์ ประพินมงคลการ หลักการระบบสื่อสาร ,ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด,กรุงเทพฯ,2533

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้