



ok.

ตัวควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศ

A SUBOPTIMAL CONTROLLER



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2535

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

032749

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2535

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม


คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง ตัวควบคุมสมรรถนะไกล์เล็ค

ผู้จัดทำ

1. นาย วิทิตวงศ์ หิรัญวงศ์ 281170




..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผศ.ดร. จงกล จามวิทัยกุล)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

032749

ตัวควบคุมสมรรถนะใกล้เคียง

วิทิตวงศ์ หิรัญวงศ์

ผศ.ดร.จงบกล งามวิวิทย์
อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2535

บทคัดย่อ

ปริญาานิพนธ์ฉบับนี้ได้ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมสมรรถนะใกล้เคียง (suboptimal controller) ด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์พรีอบเบิลิม (regulator problem method) โดยอาศัยแบบจำลองลดอันดับ (reduced-order model) ด้วยวิธีการย่อรวม (aggregation) วิธีการย่อรวมที่นำมาเสนอนี้จะต่างกับวิธีการย่อรวมแบบของอาโอกิ (Aoki) โดยจะนำระบบของคัพกรอบส่วนโพลเด่น ซึ่งเป็นระบบย่อย (subsystem) ภายในระบบเดิมมาใช้เป็นแบบจำลองลดอันดับ ปริญาานิพนธ์นี้ยังได้แสดงด้วยว่าสำหรับวิธีเดิมในการออกแบบระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง ให้กับระบบที่มีสัญญาณรบกวนคงที่ (constant disturbance) วิธีการย่อรวมแบบที่ต้องรักษานัยยงค์ทางโครงสร้าง (structural constraints) ที่เกิดขึ้น อาจจะทำให้ระบบไม่เสถียรได้ ซึ่งปริญาานิพนธ์นี้ได้แสดงวิธีแก้ไขไว้แล้วโดยอาศัยแนวคิดและวิธีการของการย่อรวมแบบที่ใช้ระบบของคัพกรอบส่วนโพลเด่นดังกล่าวของอาโอกินี้ สำหรับการป้อนกลับที่ใช้จะใช้การป้อนกลับผ่านตัวสังเกต (observer) ซึ่งตัวสังเกตในปริญาานิพนธ์นี้จะมีการจัดรูปแบบแบบใหม่ ที่สามารถให้จำนวนการแปลงของค่าประมาณของสถานะของระบบเพิ่มเป็นสองเท่าในจำนวนอันดับตัวสังเกตเท่ากัน ทำให้ประหยัดจำนวนตัวสังเกตลงกว่าเดิม

A Suboptimal Controller

WITITWONG HIRANWONG

ASST. PROF. DR JONGKOL NGAMWIWIT

ADVISOR

ACADEMIC YEAR 1992

ABSTRACT

The study on suboptimal controller designed by regulator problem method is presented. The suboptimal design is based on a reduced-order model approximation i.e. aggregation. A different method from classical Aoki's aggregation is introduced. This method uses dominant pole subsystem of the original system for its reduced-order model. This work reveals that when using the former method of designing suboptimal feedback controlled system for the system with constant disturbance, the aggregated model with structural constraints may cause instability. This work also demonstrates that by help of the aggregation declared, we can cancel the instability effect. The feedback in this work is through observer that has the new arrangement. This new arrangement causes an observer to double the usual number of approximate system state transformations. We can save the number of observer required by this method.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ก็ด้วยความอนุเคราะห์และคำแนะนำอันมีค่าจาก
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จงกล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งผู้จัดทำขอพระคุณมา
ณ ที่นี้ด้วย

ผู้จัดทำ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	
กิตติกรรมประกาศ	
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 กล่าวนำ	1
1.2 ลักษณะของงาน	1
1.3 ขอบเขตของงาน	1
บทที่ 2 การย่อรวม	3
2.1 กล่าวนำ	3
2.2 โครงสร้างของระบบและการย่อรวมแบบใช้องค์ประกอบส่วนโพลีเด่น	3
2.3 คุณสมบัติต่างๆของการย่อรวมแบบองค์ประกอบส่วนโพลีเด่น	10
2.4 การย่อรวมแบบฮาโอเกิ	13
2.5 การศึกษาระบบในรูปที่แยกเป็นองค์ประกอบส่วนโพลีเด่นและย่อย	16
2.6 การย่อรวมในกรณีที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง	18
2.7 การลดเซตระบบเพื่อให้เสมือนกับเป็นระบบแบบจำลองลดอันดับ	24
2.8 ค่าการแปลงที่เนื่องด้วยโพลีเด่นและโพลีต้อย	28
บทที่ 3 ตัวสังเกต	29
3.1 กล่าวนำ	29
3.2 ตัวเกิดในรูปกลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่ง	29
3.2.1 กรณีที่โพลีของตัวสังเกตเป็นจำนวนจริงไม่ซ้ำ	29
3.2.2 กรณีที่โพลีของตัวสังเกตเป็นโพลีซ้ำ	33
3.2.3 กรณีที่โพลีของตัวสังเกตเป็นจำนวนเชิงซ้อน	34
3.3 การจัดรูปตัวสังเกตให้มีจำนวนการแปลงเป็นสองเท่า	35
บทที่ 4 กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศ	38
4.1 กล่าวนำ	38
4.2 การหากฎการควบคุมสมรรถนะเลิศ	38
4.2.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	38
4.2.2 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน	39
4.3 การนำการย่อรวมมาใช้ในการหากฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศ	41
4.3.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	41

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ใดๆ ทั้งสิ้น
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ต่อ)

	หน้า
4.3.2 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน	44
4.4 เสถียรภาพของระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง	48
4.4.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	48
4.4.2 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน	49
4.5 สมรรถนะที่เอาต์พุตของระบบ	49
บทที่ 5 การชดเชยระบบป้อนกลับที่มีสัญญาณรบกวน	51
5.1 กล่าวนำ	51
5.2 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงในรูปของระบบ $Z + Z_c$	51
5.2.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	51
5.2.2 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน	52
5.3 สาเหตุที่ทำให้ไม่มีเสถียรภาพ และแนวทางแก้ไข	54
5.4 วิธีชดเชย	56
5.4.1 กรณีที่ใช้กฎการควบคุมที่ใช้แบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น	56
5.4.2 กรณีที่ใช้กฎการควบคุมที่ใช้แบบจำลองแบบอาโอกี	59
บทที่ 6 สมการของระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง	61
6.1 กล่าวนำ	61
6.2 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	61
6.3 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวนและได้มีการชดเชยแล้ว	62
6.3.1 เมื่อใช้กฎการควบคุมจากแบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น	64
6.3.2 เมื่อใช้กฎการควบคุมจากแบบจำลองแบบอาโอกี	65
6.4 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวนแต่ไม่มีการชดเชย	66
บทที่ 7 ตัวอย่าง	68
7.1 กล่าวนำ	68
7.2 ข้อมูลของตัวอย่าง	68
7.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการป้อนกลับ	72
7.3.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	72
7.3.2 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน	73
7.4 ข้อมูลของระบบป้อนกลับ	75
7.4.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน	75
7.4.2 กรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน	78
บทที่ 8 สรุปและวิจารณ์	125

เอกสารอ้างอิง

เอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการศึกษา
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

- รูปที่ 2.1 ระบบ X
- รูปที่ 2.2 ระบบ X^*
- รูปที่ 2.3 ระบบ Z
- รูปที่ 2.4 ระบบ Z_c
- รูปที่ 2.5 ระบบ X^* ในรูปขององค์ประกอบวางขนานของระบบ Z และระบบ Z_c
- รูปที่ 2.6 ระบบ Z
- รูปที่ 2.7 ระบบ Z_c
- รูปที่ 2.8 แสดงระบบที่ประกอบด้วยระบบย่อยสองระบบประกอบกัน
- รูปที่ 2.9 แบบจำลองลดอันดับที่รักษาข้อบังคับทางโครงสร้างของรูปที่ 2.6.1
- รูปที่ 2.10 ระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุต
- รูปที่ 2.11 แสดงระบบในรูปที่ 2.10 เมื่อระบบ X อยู่ในรูปของระบบ $Z + Z_c$
- รูปที่ 2.12 ระบบย่อยรวมของรูปที่ 2.10
- รูปที่ 2.13 ระบบ X ที่ถูกต่อเข้ากับระบบภายนอกอื่น ๆ
- รูปที่ 2.14 การลดขั้วระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลองแบบองค์ประกอบ ส่วนโพลเด่น
- (ก) . เมื่ออยู่ในรูประบบ X
- (ข) . เมื่ออยู่ในรูประบบ $Z + Z_c$
- รูปที่ 2.15 การลดขั้วระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลอง แบบองค์ประกอบ ส่วนโพลเด่น โดยอาศัยตัวสังเกต
- รูปที่ 2.16 การลดขั้วระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลองแบบฮาโอเกิ
- (ก) . เมื่ออยู่ในรูประบบ X
- (ข) . เมื่ออยู่ในรูประบบ $Z + Z_c$
- รูปที่ 2.17 การลดขั้วระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลองแบบฮาโอเกิ โดยอาศัยตัวสังเกต
- รูปที่ 3.1 กลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่ง
- รูปที่ 3.2 การใช้ตัวสังเกตอันดับเต็ม
- รูปที่ 3.3 การใช้ตัวสังเกตอันดับลด
- รูปที่ 3.4 การจัดรูปตัวสังเกตเพื่อให้จำนวนการแปลงเป็นสองเท่า
- รูปที่ 4.1 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน
- รูปที่ 4.2 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวน
- รูปที่ 4.3 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ Z

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ต่อ)

- รูปที่ 4.4 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน
- รูปที่ 4.5 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน ในรูปของระบบ $\hat{Z} + \hat{Z}_c$
- รูปที่ 4.6 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศ ของระบบ Z ที่มีสัญญาณรบกวน
- รูปที่ 4.7 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง ของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวน
- รูปที่ 4.8 ระบบป้อนกลับของระบบที่มี 2 เอาต์พุต แต่มีสัญญาณรบกวน เพียงเอาต์พุตเดียว
- รูปที่ 5.1 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน ในรูปของระบบ $\hat{Z} + \hat{Z}_c$
- รูปที่ 5.2 แสดงการจัด รูปที่ 5.1 เสียใหม่ ให้อยู่ในรูประบบป้อนกลับ ของระบบ Z ต่ออนุกรมกับระบบ \hat{Z}_c
- รูปที่ 5.3 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงที่ยังไม่ชัดเจน ของระบบที่มี สัญญาณรบกวนในรูปของระบบ $\hat{Z} + \hat{Z}_c$
- รูปที่ 5.3 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงที่ยังไม่ได้ชัดเจนของระบบ X ที่มี สัญญาณรบกวน ในรูปของระบบ $\hat{Z} + \hat{Z}_c$
- รูปที่ 5.4 แสดงการจัดรูปที่ 5.3 ให้อยู่ในรูประบบป้อนกลับของระบบ \hat{Z} ที่มีสัญญาณรบกวน โดยถูกป้อนกลับด้วยสัญญาณจากระบบ \hat{Z}_c อีกทีหนึ่ง
- รูปที่ 5.5 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น ที่ได้ชัดเจนแล้ว ของระบบที่มีสัญญาณรบกวนในรูปของระบบ $\hat{Z} + \hat{Z}_c$
- รูปที่ 5.6 ระบบที่มีสัญญาณรบกวน ที่เตรียมการชัดเจนให้เป็นระบบแบบ จำลองแบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่น (\hat{Z}) แต่ยังไม่ป้อนกลับ
- รูปที่ 5.7 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงแบบเอา อออีกที่ได้ชัดเจนแล้ว ของระบบที่มีสัญญาณรบกวน ในรูปของระบบ $\hat{Z} + \hat{Z}_c$
- รูปที่ 5.8 ระบบที่มีสัญญาณรบกวน ที่เตรียมการชัดเจนให้เป็นระบบแบบ แบบจำลองแบบเอา อออีก (\hat{Z}) แต่ยังไม่ป้อนกลับ
- รูปที่ 6.1 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง โดยผ่านตัวสังเกตของระบบ ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน
- รูปที่ 6.2 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง โดยผ่านตัวสังเกตของระบบ ที่มีสัญญาณรบกวนและมีการชัดเจน
- รูปที่ 6.3 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง โดยผ่านตัวสังเกตของระบบ มีสัญญาณรบกวน ที่ไม่มีการชัดเจน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ต่อ)

รูปที่ 7.1 รูปภาพระบบตัวอย่างที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

รูปที่ 7.2 รูปภาพระบบตัวอย่างที่มีสัญญาณรบกวน

รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจากแบบจำลองแบบ
อาโออิของระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

รูปที่ 7.3 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$

รูปที่ 7.4 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$

รูปที่ 7.5 สถานะ $x_5(t), \hat{x}_5(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_5(t)$

รูปที่ 7.6 สถานะ $x_1(t), x_2(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t)$ (ภาพระยยะใกล้)

รูปที่ 7.7 สถานะ $x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_3(t)$ (ภาพระยยะใกล้)

รูปที่ 7.8 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$ (ภาพระยยะใกล้)

รูปที่ 7.9 สถานะ $x_5(t), x_5(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_5(t), \hat{x}_5(t)$ (ภาพระยยะใกล้)

รูปที่ 7.10 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_1}(t), e_{x_2}(t), e_{x_3}(t)$

รูปที่ 7.11 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_4}(t)$

รูปที่ 7.12 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_5}(t), e_{x_5}(t)$

รูปที่ 7.13 สถานะตัวสังเกต $\xi_1(t), \xi_2(t)$

รูปที่ 7.14 สถานะตัวสังเกต $\mu_1(t), \mu_2(t)$

รูปที่ 7.15 ค่าคลาดเคลื่อนสถานะตัวสังเกต $e_1(t), e_2(t)$

รูปที่ 7.16 เวกเตอร์ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อไม่มีสัญญาณอินพุทภายนอก

รูปที่ 7.17 เวกเตอร์ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อมีสัญญาณอินพุทภายนอก $v = (1, 1)$

รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจากแบบจำลอง
แบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่นของระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

รูปที่ 7.18 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$

รูปที่ 7.19 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$

ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ต่อ)

- รูปที่ 7.20 สถานะ $x_1(t), x_2(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t)$
- รูปที่ 7.21 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณ-
สถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$ (ภาพระยยะใกล้)
- รูปที่ 7.22 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$
- รูปที่ 7.23 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณ-
สถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$ (ภาพระยยะใกล้)
- รูปที่ 7.24 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_1}(t), e_{x_2}(t), e_{x_3}(t)$
- รูปที่ 7.25 ค่าเคลื่อนค่าประมาณ $e_{x_4}(t)$
- รูปที่ 7.26 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_5}(t), e_{x_6}(t)$
- รูปที่ 7.27 สถานะตัวสังเกต $z_1(t), z_2(t)$
- รูปที่ 7.28 สถานะตัวสังเกต $w_1(t), w_2(t)$
- รูปที่ 7.29 ค่าคลาดเคลื่อนสถานะตัวสังเกต $e_{z_1}(t), e_{z_2}(t)$
- รูปที่ 7.30 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อไม่มีสัญญาณอินพุทภายนอก
- รูปที่ 7.31 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อมีสัญญาณอินพุทภายนอก $v = (1, 1)$
-
- รูปที่ 7.32 เอาท์พุทสมรรถนะเลิศ $y_{\text{opt}}(t), y_{\text{subopt}}(t)$ ของระบบที่-
ไม่มีสัญญาณรบกวน เมื่อมีสัญญาณอินพุทภายนอก $v = (1, 1)$

รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เลิศจากแบบจำลองแบบ
อาโอกิของระบบที่มีสัญญาณรบกวน

- รูปที่ 7.33 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$
- รูปที่ 7.34 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$
- รูปที่ 7.35 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$
- รูปที่ 7.36 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$ (ภาพระยยะใกล้)
- รูปที่ 7.37 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$ (ภาพระยยะใกล้)
- รูปที่ 7.38 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ
 $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$ (ภาพระยยะใกล้)
- รูปที่ 7.39 สถานะ $q_1(t)$

(ต่อ)

- รูปที่ 7.40 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $ex_1(t), ex_2(t), ex_3(t)$
รูปที่ 7.41 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $ex_4(t)$
รูปที่ 7.42 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $ex_{\square}(t), ex_{\circ}(t)$
รูปที่ 7.43 สถานะตัวสังเกต $\xi_1(t)$
รูปที่ 7.44 สถานะตัวสังเกต $\xi_2(t), \xi_{\square}(t)$
รูปที่ 7.45 สถานะตัวสังเกต $\mu_1(t)$
รูปที่ 7.46 สถานะตัวสังเกต $\mu_2(t), \mu_{\square}(t)$
รูปที่ 7.47 ค่าคลาดเคลื่อนสถานะตัวสังเกต $\nu_1(t), \nu_2(t), \nu_{\square}(t)$
รูปที่ 7.48 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 0$
รูปที่ 7.49 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 1$
รูปที่ 7.50 เอาท์พุท $y_1^{\#}(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 0$

รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจากแบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่นของระบบที่มีสัญญาณรบกวน

- รูปที่ 7.51 สถานะ $x_1(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t)$
รูปที่ 7.52 สถานะ $x_2(t), \hat{x}_2(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_2(t), \hat{x}_{\square}(t)$
รูปที่ 7.53 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$
รูปที่ 7.54 สถานะ $x_{\square}(t), x_{\circ}(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_{\square}(t), \hat{x}_{\circ}(t)$
รูปที่ 7.55 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$ (ภาพระยะใกล้)
รูปที่ 7.56 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$ (ภาพระยะใกล้)
รูปที่ 7.57 สถานะ $x_{\square}(t), x_{\circ}(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_{\square}(t)$ (ภาพระยะใกล้)
รูปที่ 7.58 สถานะ $q_1(t)$
รูปที่ 7.59 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_1}(t), e_{x_2}(t), e_{x_3}(t)$
รูปที่ 7.60 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_4}(t)$
รูปที่ 7.61 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_{\square}}(t), e_{x_{\circ}}(t)$
รูปที่ 7.62 สถานะตัวสังเกต $\xi_1(t)$
รูปที่ 7.63 สถานะตัวสังเกต $\xi_2(t), \xi_{\square}(t)$
รูปที่ 7.64 สถานะตัวสังเกต $\mu_1(t)$
รูปที่ 7.65 สถานะตัวสังเกต $\mu_2(t), \mu_{\square}(t)$

เรียนขออภัยที่การพิมพ์เอกสารฉบับนี้ยังไม่สมบูรณ์พอสำหรับการศึกษานี้ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ต่อ)

รูปที่ 7.66 ค่าตลาดเคลื่อนสถานะตัวสังเกต $e_1(t), e_2(t), e_3(t)$

รูปที่ 7.67 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 0$

รูปที่ 7.68 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 1$

รูปที่ 7.69 เอาท์พุท $y_1^*(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 0$

รูปที่ 7.70 เอาท์พุทสมรรถนะเลิศ $y_{opt}(t)$ ของระบบที่มีสัญญาณรบกวน-
เมื่อมีสัญญาณรบกวน $N = 1$

รูปที่ 7.71 เอาท์พุทสมรรถนะใกล้เคียงเลิศ $y_1^*(t)$ แบบเอาโอกีของระบบที่มีสัญญาณรบกวน-
เทียบกับเอาท์พุทสมรรถนะเลิศ $y_{opt}(t)$

รูปที่ 7.72 เอาท์พุทสมรรถนะใกล้เคียงเลิศ $y_1^*(t)$ แบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น-
ของระบบที่มีสัญญาณรบกวนเทียบกับเอาท์พุทสมรรถนะเลิศ $y_{opt}(t)$

บทที่ 1

บทนำ

1.1 กล่าวนำ

ปริญญาโทฉบับนี้ได้ศึกษาเรื่องราวสืบต่อจากปริญญาโท ปีการศึกษา 2532 ของมนตรี จังจนสมบัติ และกฤษฎ์ สุขประเสริฐ เรื่อง การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์หรือเบลิ้ม (Controller Design by Regulator Problem Method) ซึ่งเนื้อหาได้กล่าวถึงการนำการย่อรวม (aggregation) มาใช้หาแบบจำลองลดอันดับ (reduced-order model) แล้วเอาแบบจำลองไปออกแบบกฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียง (suboptimal control law) เพื่อใช้ในการป้อนกลับแทนที่จะเอาแบบของระบบจริงไปออกแบบกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศ (optimal control law) ทำให้ลดความยุ่งยากในการคำนวณ เนื่องจากระบบเล็กลง

ในปริญญาโทฉบับนี้ก็ยังยึดแนวทางเดียวกับของมนตรีคือ ใช้การย่อรวมหาแบบจำลอง แต่ว่าการย่อรวมที่ใช้ นอกจากจะใช้แบบที่ใช้อยู่เดิมคือแบบของอาโอกิ (Aoki) แล้ว ยังได้นำวิธีย่อรวมโดยใช้อันดับประกอบส่วนโพลเด่นมานำเสนอไว้ด้วย

1.2 ลักษณะของงาน

ลักษณะของระบบที่ศึกษาในปริญญาโทฉบับนี้ จะเป็นระบบป้อนกลับที่ไม่สามารถเข้าถึงสถานะของระบบได้โดยตรงจึงต้องป้อนผ่านตัวสังเกตซึ่งจะช่วยสร้างค่าประมาณของสถานะ แล้วป้อนกลับผ่าน เมทริกซ์กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียง ที่อาศัยแบบจำลองจากการย่อรวมในการคำนวณ โดยแสดงให้เห็นทั้งระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน และมีสัญญาณรบกวน

สำหรับตัวสังเกตที่ใช้มีการจัดรูปให้สามารถให้ การแปลง (transformation) ของสถานะ เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าจากปกติ ดังนั้นจึงใช้อันดับของตัวสังเกตน้อยลง

1.3 ขอบเขตของงาน

ในปริญญาโทฉบับนี้ จะทำการศึกษาและครอบคลุมเนื้อหาดังนี้

ก. ศึกษาองค์ประกอบภายในระบบว่าอาจแยกได้เป็นสองส่วนคือ ส่วนที่เป็นระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่น และองค์ประกอบส่วนโพลตัวขย ซึ่งทั้งสองระบบย่อยนี้ แม้จะไม่มีอยู่จริงในทางกายภาพ แต่เราก็สามารถสร้างแบบจำลองขึ้นมาได้ในทางคณิตศาสตร์

ข. จากข้อ ก. เราจะเอาองค์ประกอบส่วนโพลเด่นนี้มาเป็นแบบจำลองลดอันดับของการย่อรวมแบบที่นำเสนอขึ้นมาใหม่เพื่อมาเปรียบเทียบกับแบบของอาโอกิ ซึ่งแบบจำลองของอาโอกิ แม้จะใช้เป็นแบบจำลองได้ แต่ก็มิใช่ระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นที่แท้จริงของระบบเดิม

ค. แสดงคุณสมบัติต่าง ๆ ของการย่อรวมแบบใช้อันดับประกอบส่วนโพลเด่น และของเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้อง

ง. นำแบบจำลองลดอันดับทั้งของอาโอกิและแบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นไปใช้หากฎ

การควบคุมสมรรถนะใกล้เคียงกับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จ. นำเสนอการจัดรูปแบบของตัวสังเกต เพื่อให้จำนวนการแปลงเป็นสองเท่าของการใช้ตามปกติ และนำไปป้อนกลับตามข้อ ง.

ฉ. แสดงการย่อรวมแบบที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง และแสดงให้เห็นว่าระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่มีสัญญาณรบกวนของมนตรี อาจไม่เสถียรได้ และได้แสดงวิธีชดเชยแก้ไขไว้ด้วย

ช. นำเรื่องขององค์ประกอบส่วนโพลเด่นและต้อยของระบบ มาประยุกต์ใช้ในการชดเชยระบบในข้อ ฉ.

ซ. ทำการเลียนแบบผล (simulation) โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ สำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงทั้งระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน และมีสัญญาณรบกวน (ที่ชดเชยแล้ว) โดยป้อนผ่านตัวสังเกต

อนึ่ง เพื่อความสะดวก จะกำหนดให้ระบบที่ศึกษาชื่อว่าระบบ X มีระบบแบบจำลองโพลเด่นเป็น $Z_1, \tilde{Z}_1, \hat{Z}_1, \hat{Z}_1$ (แล้วแต่กรณี) ระบบแบบจำลองโพลต้อยเป็น $Z_2, \tilde{Z}_2, \hat{Z}_2, \hat{Z}_2$ (แล้วแต่กรณี) ดังจะกล่าวต่อไป

บทที่ 2

การย่อรวม

2.1 กล่าวนำ

บทนี้เป็นส่วนสำคัญที่สุดส่วนหนึ่งของปริญญาในพนธ์ฉบับนี้ เนื่องด้วยต้องนำเสนอวิธีการย่อรวมในแบบที่ต่างไปจากแบบเดิมของอาโอกิ โดยแบบที่เสนอในบทนี้ จะอาศัยระบบของค้ประกอบส่วนโพลเด่นภายในระบบที่เราสนใจมาใช้เป็นแบบจำลองลดอันดับ และต้องแสดงการนำแมททริกซ์ที่จะใช้แทนอินเวอร์สเทียมของแมททริกซ์ย่อรวมที่อาโอกินำมาใช้ รวมทั้งคุณสมบัติของแมททริกซ์ดังกล่าว นอกจากนี้ในบทนี้ยังได้แสดงการย่อรวมเมื่อต้องมีการรักษาความสัมพันธ์ทางโครงสร้างภายในของระบบที่เราจะหาแบบจำลอง อีกทั้งยังได้แสดงวิธีการลดขยระบบให้เสมือนกับมีอันดับน้อยลง เพื่อเตรียมไปใช้ในการแก้ปัญหาเสถียรภาพของระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่มีสัญญาณรบกวนในบทที่ 5 อีกด้วย

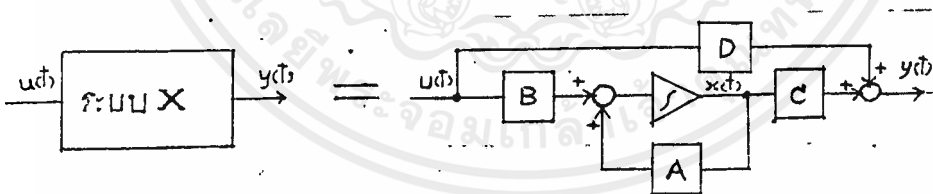
2.2 โครงสร้างของระบบและการย่อรวมแบบใช้ระบบของค้ประกอบส่วนโพลเด่น

กำหนดระบบเชิงเส้น X เป็นดังสมการ (2.2.1) (2.2.2) และแสดงดังรูปที่ 2.1

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.2.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.2.2)$$

โดยที่ A เป็น $n \times n$, B เป็น $n \times p$, C เป็น $q \times n$, D เป็น $q \times p$, x เป็น $n \times 1$, u เป็น $p \times 1$ และ y เป็น $q \times 1$



รูปที่ 2.1 ระบบ X

กำหนดแมททริกซ์โมเดล (model matrix) T โดยที่

$$\dot{x}(t) = Tx(t) \quad (2.2.3)$$

$$T = [t_1 \ t_2 \ \dots \ t_{n-1} \ t_n] \quad (2.2.4)$$

เมื่อ t_i เป็นไอเก้นเวคเตอร์ (eigenvector) ที่สมนัยกับค่าไอเก้น (eigenvalue) ของ A โดยเรียงค่า t_i ตามค่าไอเก้น $\mu_i : i=1, 2, \dots, n-1, n$ จากค่ามาก (คือเป็นลบน้อย) ซึ่งถือเป็นโพลเด่น (dominant pole) ไปสู่ค่าน้อย (คือเป็นลบมาก) ซึ่งถือเป็นโพลด้อย (non-dominant pole) ที่สว่นไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราจะได้ระบบโมเดล \tilde{X} ซึ่งสมมูลกับระบบ X ตามรูปที่ 2.2 และสมการข้างล่างนี้

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + Bu(t) \tag{2.2.5}$$

$$y(t) = C\tilde{x}(t) + Du(t) \tag{2.2.6}$$

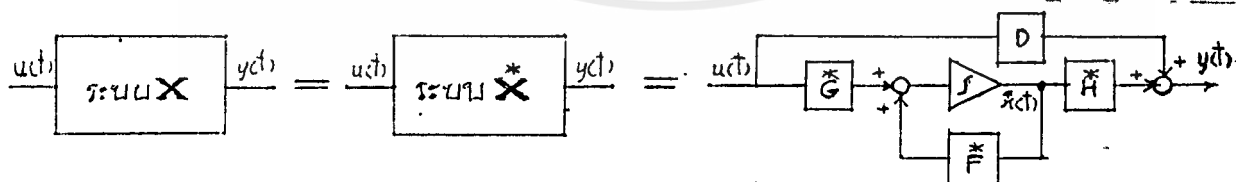
โดยที่ A เป็น $n \times n$, B เป็น $n \times p$, C เป็น $q \times n$, x เป็น $n \times 1$ และ

$$A = T^{-1}AT \quad , \quad B = T^{-1}B \quad , \quad C = CT \tag{2.2.7}$$

$$A = \left[\begin{array}{cccc|cccc} \rho_1 & 0 & \dots & 0 & & & & \\ 0 & \rho_2 & \dots & 0 & & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & & & \\ 0 & 0 & \dots & \rho_m & & & & \\ \hline & & & & \rho_{m+1} & 0 & \dots & 0 \\ & & & & 0 & \rho_{m+2} & \dots & 0 \\ & & & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & 0 & 0 & \dots & \rho_n \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} F & 0 \\ \hline 0 & F \end{array} \right] \tag{2.2.8}$$

$$F = \left[\begin{array}{cccc} \rho_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \rho_m \end{array} \right] \quad F_c = \left[\begin{array}{cccc} \rho_{m+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_{m+2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \rho_n \end{array} \right] \tag{2.2.9}$$

โดย ρ_1 ถึง ρ_m ใน F จัดเป็นกลุ่มโพลเด่น และ ρ_{m+1} ถึง ρ_n ใน F_c จัดเป็นกลุ่มโพลต้อย โดยจะต้องจัดให้โพลในกลุ่มโพลต้อย อยู่ทางซ้ายของระนาบเชิงซ้อนเสมอ (ดูหัวข้อ 5.3)



รูปที่ 2.2 ระบบ \tilde{X}

เมื่อให้ส่วนของ \tilde{x} ที่สมนัยกับโพลเด่นเป็น \tilde{x}_d ส่วนที่สมนัยกับโพลต้อยเป็น \tilde{x}_c จะได้

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_d \\ \tilde{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{x}_d + \begin{bmatrix} 0 \\ I_{(n-m)} \end{bmatrix} \tilde{x}_c \tag{2.2.10}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับครูผู้ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า

$$A^* = \begin{bmatrix} F^* & 0 \\ 0 & F_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} F^* \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{(n-m)} \end{bmatrix} F_c^* \begin{bmatrix} 0 & I_{(n-m)} \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

$$B^* = \begin{bmatrix} G^* \\ G_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} G^* + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_{(n-m)} \end{bmatrix} G_c^* \quad (2.2.12)$$

$$C^* = [H^* \ H_c^*] = H^* [I_m \ 0] + H_c^* [0 \ I_{(n-m)}] \quad (2.2.13)$$

จาก (2.2.10) ถึง (2.2.13) จะเห็นได้ชัดว่า

$$\dot{z}^* = [I_m \ 0] \dot{x}^* \quad (2.2.14 \text{ ก})$$

$$\dot{z}_c^* = [0 \ I_{(n-m)}] \dot{x}^* \quad (2.2.14 \text{ ข})$$

$$F^* = [I_m \ 0] A^* \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.15 \text{ ก})$$

$$F_c^* = [0 \ I_{(n-m)}] A^* \begin{bmatrix} 0 \\ I_{(n-m)} \end{bmatrix} \quad (2.2.15 \text{ ข})$$

$$G^* = [I_m \ 0] B^* \quad , \quad G_c^* = [0 \ I_{(n-m)}] B^* \quad (2.2.16 \text{ ก, ข})$$

$$H^* = C^* \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad H_c^* = C^* \begin{bmatrix} 0 \\ I_{(n-m)} \end{bmatrix} \quad (2.2.17 \text{ ก, ข})$$

นอกจากนี้จะเห็นได้ว่า

$$F^* [I_m \ 0] = [I_m \ 0] A^* \quad (2.2.18)$$

ดังนั้นเราอาจเขียน (2.2.5), (2.2.6) ได้ใหม่ เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{z}^*(t) \\ \dot{z}_c^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^* & 0 \\ 0 & F_c^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^*(t) \\ z_c^*(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^* \\ G_c^* \end{bmatrix} u(t) \quad (2.2.19)$$

$$y(t) = [H^* \ H_c^*] \begin{bmatrix} z^*(t) \\ z_c^*(t) \end{bmatrix} + Du(t) \quad (2.2.20)$$

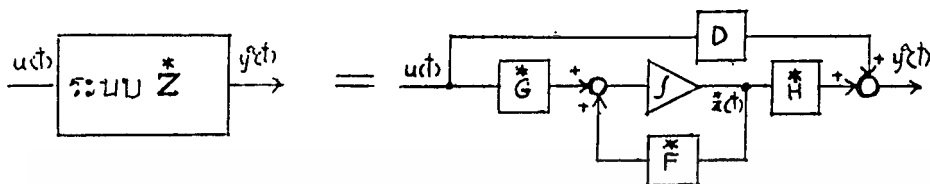
จาก (2.2.19), (2.2.20) เราสามารถแยกระบบ \dot{z}^* เป็นระบบ \dot{z}^* กับระบบ \dot{z}_c^* วางขนานกันได้ดังรูปที่ 2.5, ส่วนระบบ \dot{z}^* และระบบ \dot{z}_c^* แสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบ Z^* : $\dot{z}^*(t) = F^* z^*(t) + G^* u(t)$ (2.2.21)

$y^*(t) = H^* z^*(t) + Du(t)$ (2.2.22)

โดยที่ F^* เป็น $m \times m$, G^* เป็น $m \times p$, H^* เป็น $1 \times m$, z^* เป็น $m \times 1$ และ y^* เป็น $q \times 1$

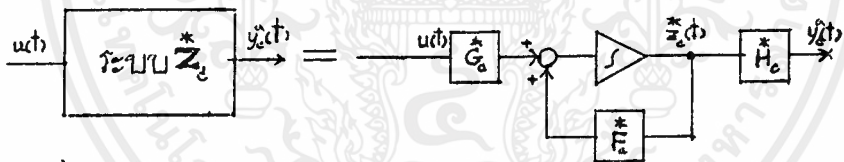


รูปที่ 2.3 ระบบ Z^*

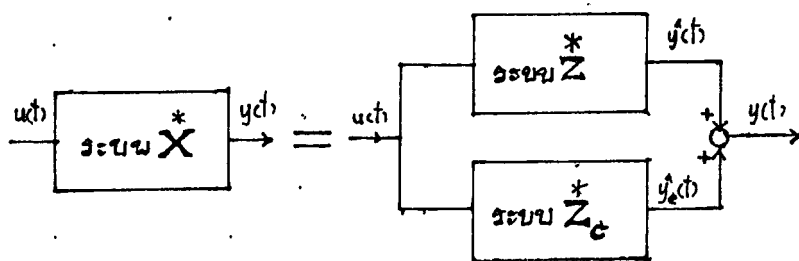
ระบบ Z_c^* : $\dot{z}_c^*(t) = F_c^* z_c^*(t) + G_c^* u(t)$ (2.2.23)

$y_c^*(t) = H_c^* z_c^*(t)$ (2.2.24)

โดยที่ F_c^* เป็น $(n-m) \times (n-m)$, G_c^* เป็น $(n-m) \times p$, H_c^* เป็น $q \times (n-m)$, z_c^* เป็น $(n-m) \times 1$ และ y_c^* เป็น $q \times 1$



รูปที่ 2.4 ระบบ Z_c^*



รูปที่ 2.5 ระบบ X^* ในรูปขององค์ประกอบวางขนานของระบบ Z^* และระบบ Z_c^*

เนื่องจากระบบ Z^* บรรจุโพลเด่นของระบบ X^* (ซึ่งก็คือระบบ X^*) ไว้ เราจึงอาจเรียกระบบ Z^* ว่าเป็นระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่น (dominant pole subsystem) ของ X^* ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบ X ส่วนระบบ \dot{z}_c ซึ่งบรรจุโพลต์้อยจะเรียกว่า ระบบองค์ประกอบส่วนโพลต์้อย (non-dominant pole subsystem) เนื่องจากระบบ \dot{z} กับระบบ \dot{z}_c รวมกันแล้วเป็นระบบ \dot{x} เราจึงอาจกล่าวว่า ระบบ \dot{z} และระบบ \dot{z}_c เป็นส่วนเติมเต็ม (complement) ซึ่งกันและกัน

การย่อรวมที่นำมาเสนอในหัวข้อ 2.2 นี้ มีหลักการอยู่ว่าจะใช้ระบบองค์ประกอบส่วนโพลต์้อยของระบบเติมเป็นแบบจำลองลดอันดับ ดังนั้นในทางทฤษฎีเราอาจใช้ระบบ \dot{z} เป็นแบบจำลองได้ แต่ในทางปฏิบัติอาจจะไม่เหมาะสมดังจะกล่าวต่อไป

กำหนดอินเวอร์สเทียมทางขวา (right pseudoinverse) แก่ แมทริกซ์ M โดย n ซึ่งจำนวนแถวน้อยกว่าหรือเท่ากับจำนวนหลักได้ดังนี้

อินเวอร์สเทียมทางขวาของ M คือ

$$M^+ = M^T(MM^T)^{-1} \tag{2.2.25}$$

จะมีคุณสมบัติ

$$MM^+ = (MM^T)(MM^T)^{-1} = I \tag{2.2.26}$$

แต่โดยทั่วไป

$$M^+M = M^T(MM^T)^{-1}M \neq I \tag{2.2.27}$$

เพราะโดยทั่วไป

$$(MM^T)^{-1} = M^{-T}M^{-1} \tag{2.2.28}$$

กำหนดให้

$$\tilde{L} = [I_m \mid 0] \tag{2.2.29 ก}$$

$$\tilde{L}_c = [0 \mid I_{(n-m)}] \tag{2.2.29 ข}$$

จะได้

$$\begin{aligned} \tilde{L}^+ &= \tilde{L}^T(\tilde{L}\tilde{L}^T)^{-1} \\ &= [I_m \mid 0] \{ [I_m \mid 0] \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix} \}^{-1} = I_m \end{aligned} \tag{2.2.30 ก}$$

$$\begin{aligned} \tilde{L}_c^+ &= \tilde{L}_c^T(\tilde{L}_c\tilde{L}_c^T)^{-1} \\ &= [0 \mid I_{(n-m)}] \{ [0 \mid I_{(n-m)}] \begin{bmatrix} I_{(n-m)} \\ 0 \end{bmatrix} \}^{-1} = I_{(n-m)} \end{aligned} \tag{2.2.30 ข}$$

ดังนั้นเราสามารถเขียน (2.2.10) ถึง (2.2.17) ใหม่ดังนี้

$$\dot{x} = \tilde{L}^+ \dot{z} + \tilde{L}_c^+ \dot{z}_c = [\tilde{L}^+ \quad \tilde{L}_c^+] \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} \tag{2.2.31}$$

$$A = \tilde{L}^+ F \tilde{L} + \tilde{L}_c^+ F \tilde{L}_c = [\tilde{L}^+ \quad \tilde{L}_c^+] \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{L} \\ \tilde{L}_c \end{bmatrix} \tag{2.2.32}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\dot{z} = \dot{L}z + \dot{L}_c z_c = \begin{bmatrix} \dot{L} & \dot{L}_c \\ \dot{L}_c^* & \dot{L}_c^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ z_c \end{bmatrix} \quad (2.2.33)$$

$$\dot{C} = \dot{H}L + \dot{H}_c L_c = [H \mid H_c] \begin{bmatrix} L \\ L_c \end{bmatrix} \quad (2.2.34)$$

$$\dot{z} = \dot{L}x \quad ; \quad \dot{z}_c = \dot{L}_c x \quad (2.2.35 \text{ ก.ข})$$

$$\dot{F} = \dot{L}A L^* \quad ; \quad \dot{F}_c = \dot{L}_c A L_c^* \quad (2.2.36 \text{ ก.ข})$$

$$\dot{G} = \dot{L}B \quad ; \quad \dot{G}_c = \dot{L}_c B \quad (2.2.37 \text{ ก.ข})$$

$$\dot{H} = \dot{C}L^* \quad ; \quad \dot{H}_c = \dot{C}L_c^* \quad (2.2.38 \text{ ก.ข})$$

แทน (2.2.3) ลงใน (2.2.35) จะได้

$$\dot{z} = L T^{-1} x \quad \dot{z}_c = L_c T^{-1} x \quad (2.2.39 \text{ ก.ข})$$

เมื่อนำ (2.2.7) แทนลงใน (2.2.36) ถึง (2.2.38) จะได้

$$\dot{F} = \dot{L} T^{-1} A T L^* \quad \dot{F}_c = \dot{L}_c T^{-1} A T L_c^* \quad (2.2.40 \text{ ก.ข})$$

$$\dot{G} = \dot{L} T^{-1} B \quad \dot{G}_c = \dot{L}_c T^{-1} B \quad (2.2.41 \text{ ก.ข})$$

$$\dot{H} = \dot{C} T L^* \quad \dot{H}_c = \dot{C} T L_c^* \quad (2.2.42 \text{ ก.ข})$$

และจาก (2.2.18) จะได้

$$\dot{F} L_c^* = \dot{L}_c A \quad (2.2.43)$$

การใช้ระบบ \dot{Z} (หรือระบบ \dot{Z}^c ก็ตาม) ยังไม่เป็นรูปทั่วไปเพราะว่าอาจจะเป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งเราไม่อาจกำหนดค่าเชิงซ้อนเช่นนั้นให้แก่อุปกรณ์ในชีวิตจริงได้ จึงจะต้องแปลงให้เป็นระบบ Z ซึ่งสมมูลกับระบบ \dot{Z} ด้วยแมททริกซ์โมดัล π โดยที่

$$z(t) = \pi \dot{z}(t) \quad (2.2.44)$$

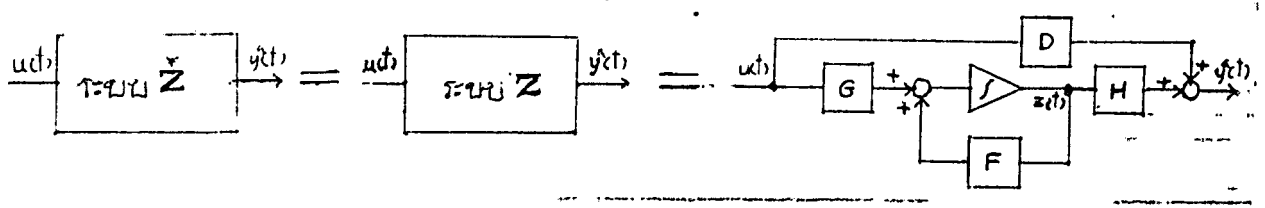
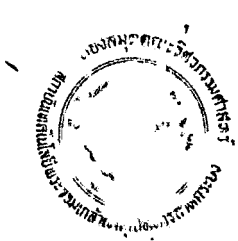
ระบบ Z :

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Gu(t) \quad (2.2.45)$$

$$y^*(t) = Hz(t) + Du(t) \quad (2.2.46)$$

F เป็น $m \times m$, G เป็น $m \times p$, H เป็น $q \times m$, z เป็น $m \times 1$ และ y^* เป็น $q \times 1$

$$F = \pi \dot{F} \pi^{-1} \quad ; \quad G = \pi \dot{G} \quad ; \quad H = \dot{H} \pi^{-1} \quad (2.2.47)$$



รูปที่ 2.6 ระบบ Z

ในทำนองเดียวกัน ก็สามารถแปลงระบบ Z^* เป็นระบบ Z_c ได้โดยที่

$$\dot{z}_c(t) = \pi_c \dot{z}^*(t) \tag{2.2.48}$$

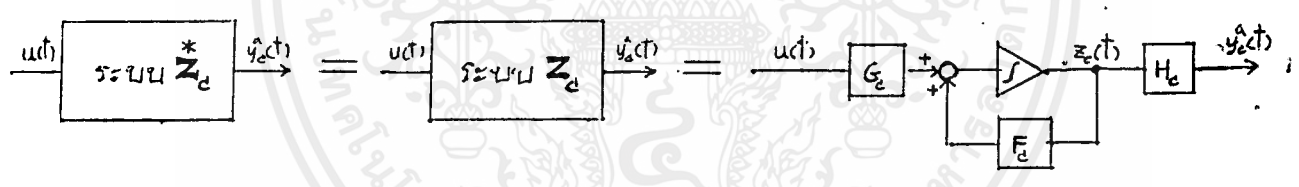
ระบบ Z_c :
$$z_c(t) = F_c z_c(t) + G_c u(t) \tag{2.2.49}$$

$$y^*(t) = H_c z_c(t) \tag{2.2.50}$$

F เป็น $(n-m) \times (n-m)$, G เป็น $(n-m) \times p$, H เป็น $q \times (n-m)$, x เป็น $(n-m) \times 1$

และ y^* เป็น $q \times 1$

$$F_c = \pi_c F_c^* \pi_c^{-1} \quad | \quad G_c = \pi_c G_c^* \quad | \quad H_c = H_c^* \pi_c^{-1} \tag{2.2.51}$$



รูปที่ 2.7 ระบบ Z_c

แทน (2.2.39 ก) ลงใน (2.2.44) จะได้

$$z(t) = \pi L T^{-1} x(t) = L x(t) \tag{2.2.52}$$

โดยกำหนดให้

$$L = \pi L^* T^{-1} \tag{2.2.53}$$

โดยจะเรียก L ว่าเป็นแมทริกซ์ย่อยรวม (aggregation matrix) และจากการที่ L คูณ $x(t)$ แล้วได้ $z(t)$ ซึ่งมีแต่เฉพาะ โมด(mode) ของโพลเด่นเท่านั้น จึงกล่าวได้ว่า L ทำการกรองเอาโมดของโพลเด่นออกมา

แทน (2.2.39 ข) ลงใน (2.2.48) จะได้

$$\dot{z}_c(t) = \pi L T^{-1} \dot{x}(t) = L \dot{x}(t) \tag{2.2.54}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยกำหนดให้

$$L_c = \Pi_c L_c T^{-1} \quad (2.2.55)$$

ดังนั้น L_c จะกรองหรือคัดเลือกรเอาโหมดของโพลต์้อยออกมา

แทน (2.2.40)-(2.2.43) ลงใน (2.2.47), (2.2.51) จะได้

$$F = \Pi_c^* L_c^* T^{-1} A^* L_c^* \Pi_c^{-1} = L_c A^* \quad (2.2.56 ก)$$

$$F_c = \Pi_c^* L_c^* T^{-1} A^* L_c^* \Pi_c^{-1} = L_c A^* \quad (2.2.56 ข)$$

$$G = \Pi_c^* L_c^* T^{-1} B = L_c B \quad (2.2.57 ก)$$

$$G_c = \Pi_c^* L_c^* T^{-1} B = L_c B \quad (2.2.57 ข)$$

$$H = C T L^* \Pi^{-1} = C L^* \quad (2.2.58 ก)$$

$$H_c = C T L_c^* \Pi_c^{-1} = C L_c^* \quad (2.2.58 ข)$$

โดยกำหนดให้

$$L^* = T L^* \Pi^{-1} \quad (2.2.59 ก)$$

$$L_c^* = T L_c^* \Pi_c^{-1} \quad (2.2.59 ข)$$

โดยที่เครื่องหมาย "X" นี้จะขออ่านว่า "กากบาท" หรือ "cross"

ดังนั้นเราจะได้ระบบ Z เป็นองค์ประกอบส่วนโพลต์นของระบบ X ซึ่งระบบ Z นี้ จะกำหนดพฤติกรรมส่วนใหญ่ของระบบ X และจะได้ระบบ Z_c เป็นองค์ประกอบส่วนโพลต์นของระบบ X_c และกล่าวได้ว่า ระบบ Z และ ระบบ Z_c เป็นส่วนเติมเต็มซึ่งกันและกัน และดังที่ได้กล่าวไว้แล้วว่าหลักการของการย่อรวมที่นำมาเสนอไว้ก็คือ การประมาณระบบ X ด้วยองค์ประกอบส่วนโพลต์นของ X คือ Z ดังนั้น ณ ค่า $u(t)$ เดียวกัน นอจะถือได้ว่า

$$y(t) \approx y_c(t) \quad (2.2.60)$$

และจะเขียนได้ว่า

$$\text{ระบบ } X \approx \text{ระบบ } Z \quad (2.2.61)$$

2.3 คุณสมบัติต่าง ๆ ของการย่อรวมแบบองค์ประกอบส่วนโพลต์น

จาก (2.2.26) เราทราบแล้วว่า

$$L L^* = I_m \quad (2.3.1 ก)$$

$$L_c L_c^* = I_{(n-m)} \quad (2.3.1 ข)$$

การศึกษาเรื่องของ L , L_c เป็นการศึกษาที่เกี่ยวข้องด้วยระบบ Z^* และ Z_c^* ต่อไป

เราจะลองมาศึกษาเรื่องของ L , L_c ตูบ้าง

นำ Π คูณทางซ้ายและ Π^{-1} คูณทางขวาของ (2.3.1 ก) จะได้

$$\Pi L L^* \Pi^{-1} = I_m$$

$$\Pi L T^{-1} T L^* \Pi^{-1} = I_m$$

$$L L^* = I_m$$

$$(2.3.2 ก)$$

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินทางปัญญาของสถาบันวิจัยและพัฒนาพื้นที่สูง (องค์การมหาชน) และสงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \pi_c \tilde{L}_c^* \tilde{L}_c^+ \pi^{-1} &= I_{(n-m)} \\ \pi_c L_c T^{-1} T L_c \pi^{-1} &= I_{(n-m)} \\ L_c L_c^* &= I_{(n-m)} \end{aligned} \tag{2.3.2 ข}$$

เราจึงได้ว่าคุณสมบัติของ (2.3.2) คล้ายคลึงกับของ (2.3.1) ลองพิจารณา \tilde{L}^* , \tilde{L}_c^* ต่อไปดังนี้

$$\tilde{L}^+ \tilde{L}^* = \begin{bmatrix} I_m & \\ 0 & \end{bmatrix} [I_m \ 0] = \begin{bmatrix} I_m & | & 0 \\ \hline 0 & & 0 \end{bmatrix} \tag{2.3.3 ก}$$

$$\tilde{L}_c^+ \tilde{L}_c^* = \begin{bmatrix} 0 & \\ \hline I_{(n-m)} & \end{bmatrix} [0 \ | \ I_{(n-m)}] = \begin{bmatrix} 0 & | & 0 \\ \hline 0 & & I_{(n-m)} \end{bmatrix} \tag{2.3.3 ข}$$

ดังนั้นจะเห็นได้ชัดว่า

$$\tilde{L}^+ \tilde{L}^* + \tilde{L}_c^+ \tilde{L}_c^* = \begin{bmatrix} I_m & | & 0 \\ \hline 0 & & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & | & 0 \\ \hline 0 & & I_{(n-m)} \end{bmatrix} = I_n \tag{2.3.4}$$

ลองพิจารณาผลคูณของ $L^* L$ และ $L_c^* L_c$ จะได้

$$\begin{aligned} L^* L &= T \tilde{L}^+ \pi^{-1} \pi \tilde{L}^* T^{-1} \\ &= T \tilde{L}^+ \tilde{L}^* T^{-1} = T \begin{bmatrix} I_m & | & 0 \\ \hline 0 & & 0 \end{bmatrix} T^{-1} \end{aligned} \tag{2.3.5 ก}$$

$$\begin{aligned} L_c^* L_c &= T \tilde{L}_c^+ \pi^{-1} \pi \tilde{L}_c^* T^{-1} \\ &= T \tilde{L}_c^+ \tilde{L}_c^* T^{-1} = T \begin{bmatrix} 0 & | & 0 \\ \hline 0 & & I_{(n-m)} \end{bmatrix} T^{-1} \end{aligned} \tag{2.3.5 ข}$$

นำ T คูณทางซ้ายและ T^{-1} คูณทางขวาของ (2.3.4) และจาก (2.3.5) จะได้

$$\begin{aligned} T \tilde{L}^+ \tilde{L}^* T^{-1} + T \tilde{L}_c^+ \tilde{L}_c^* T^{-1} &= T I_n T^{-1} \\ L^* L + L_c^* L_c &= I_n \end{aligned} \tag{2.3.6}$$

ต่อไปจะลองพิจารณาผลคูณการคูณของ $L L_c^*$ และ $L_c L^*$

$$\text{จาก } L^* L_c^* = [I_m \ | \ 0] \begin{bmatrix} 0 & \\ \hline I_{(n-m)} & \end{bmatrix} = 0 \tag{2.3.7 ก}$$

และจากที่เป็น $\tilde{L}_c^* \tilde{L}^*$ ที่สแกนไป $[0 \ | \ I_{(n-m)}]$ ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำ π คูณทางซ้ายและ π_c^{-1} คูณทางขวาของ (2.3.7 ก) จะได้

$$\begin{aligned} \pi L_c^* \pi_c^{-1} &= \pi O \pi_c^{-1} \\ \pi L_c^* T^{-1} T L_c \pi_c &= O \\ L L_c^* &= O \end{aligned} \tag{2.3.8 ก}$$

นำ π_c คูณทางซ้ายและ π^{-1} คูณทางขวาของ (2.3.7 ข) จะได้

$$\begin{aligned} \pi_c L_c^* L^* \pi^{-1} &= \pi_c O \pi^{-1} \\ \pi_c L_c^* T^{-1} T L^* \pi^{-1} &= O \\ L_c L^* &= O \end{aligned} \tag{2.3.8 ข}$$

จะเห็นว่า คุณสมบัติของ (2.3.8) คล้ายคลึงกับของ (2.3.7)

จาก (2.3.1), (2.3.3), (2.3.4) จะได้

$$\begin{bmatrix} L^* \\ L_c^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* & L_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & O \\ O & I_{(n-m)} \end{bmatrix} = I_n \tag{2.3.9 ก}$$

$$L^* \begin{bmatrix} L^* \\ L_c^* \end{bmatrix} = I_n \tag{2.3.9 ข}$$

ดังนั้น $\begin{bmatrix} L^* & L_c^* \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} L^* \\ L_c^* \end{bmatrix}$ จึงเป็นอินเวอร์สซึ่งกันและกัน

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณา (2.3.2), (2.3.6), (2.3.7) จะได้

$$\begin{bmatrix} L \\ L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* & L_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & O \\ O & I_{(n-m)} \end{bmatrix} = I_n \tag{2.3.10 ก}$$

$$L^* \begin{bmatrix} L \\ L_c \end{bmatrix} = I_n \tag{2.3.10 ข}$$

จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} L^* & L_c^* \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} L \\ L_c \end{bmatrix}$ เป็นอินเวอร์สซึ่งกันและกัน

นำ T คูณทางซ้ายของ (2.2.31) และแทนค่า \hat{x}, \hat{z}_c จาก (2.2.44), (2.2.48) จะได้

$$T \hat{x} = T L^* \pi^{-1} z + T L_c^* \pi_c^{-1} z_c$$

$$x = L^* z + L_c^* z_c = [L^* \quad L_c^*] \begin{bmatrix} z \\ z_c \end{bmatrix} \quad (2.3.11)$$

นำ T คูณทางซ้าย T^{-1} , คูณทางขวาของ (2.2.32) และแทนค่า F^*, F_c^* จาก (2.2.47) และ (2.2.51) จะได้

$$\begin{aligned} TAT^{-1} &= TL^* \pi^{-1} F \pi LT^{-1} + TL_c^* \pi_c^{-1} F_c \pi_c L_c^* T^{-1} \\ A &= L^* FL + L_c^* F_c L_c = [L^* \quad L_c^*] \left(\begin{array}{c|c} F & 0 \\ \hline 0 & F_c \end{array} \right) \begin{bmatrix} L \\ L_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

นำ T คูณทางซ้ายของ (2.2.38) และแทนค่า G^*, G_c^* จาก (2.2.47), (2.2.51) จะได้

$$\begin{aligned} TB &= TL^* \pi^{-1} G + TL_c^* \pi_c^{-1} G_c \\ B &= L^* G + L_c^* G_c = [L_c^* \quad L^*] \begin{bmatrix} G \\ G_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

นำ T^{-1} คูณทางขวาของ (2.2.34) และแทนค่า H^*, H_c^* จาก (2.2.47), (2.2.51) จะได้

$$\begin{aligned} CT^{-1} &= H \pi LT^{-1} + H_c \pi_c L_c^* T^{-1} \\ C &= HL + H_c L_c = [H \quad H_c] \begin{bmatrix} L \\ L_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3.14)$$

2.4 การย่อรวมแบบของอาโวกิ

เราทราบแล้วว่าเราจะตัดเอาโมดของโพลเด่นออกมาในรูปสถานะ $z(t)$ จากสถานะ $x(t)$ ได้ โดยใช้สมการ (2.2.52) คือ

$$z(t) = Lx(t) \quad (2.2.52)$$

เมื่อแทน (2.2.52) ลงใน (2.2.45), (2.2.46) จะได้

$$\dot{L}x(t) = FLx(t) + Gu(t) \quad (2.4.1)$$

$$y^*(t) = HLx(t) + Du(t) \quad (2.4.2)$$

จากนั้นคูณ L เข้าข้างซ้ายของ (2.2.1) จะได้

$$L\dot{x}(t) = LAx(t) + LBu(t) \quad (2.4.3)$$

และจาก (2.2.2) คือ

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2.4.2)$$

เทียบ (2.4.1) กับ (2.4.3) จะได้

$$FL = LA \quad (2.4.4a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ G และ LB เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อถือตาม(2.2.60) เมื่อเทียบ(2.4.2)กับ(2.2.2)จะได้

$$C \approx HL \tag{2.4.4ง}$$

จะเห็นว่า(2.4.4ง)เป็นการเท่ากันโดยประมาณ แต่เพื่อใช้เรากำหนดความสัมพันธ์ระหว่าง C และ HL เพื่อหาค่า H เราจะเขียนว่า

$$C = HL \tag{2.4.4ค}$$

เมื่อนำวิธีของอินเวอร์สเทียมทางขวามาใช้จะได้ว่า

$$FLL^+ = F = LAL^+ \tag{2.4.5ก}$$

$$HLL^+ = H = CL^+ \tag{2.4.5ข}$$

จะเห็นได้ว่า เมื่อทราบพารามิเตอร์ของระบบ X ก็จะสามารถหาค่าพารามิเตอร์ระบบ Z (ของอาไอกิ)ได้ แต่ทว่าการโยง(mapping)จาก A ไป F และจาก B ไป G และจาก C ไป H เป็นฟังก์ชันหลายไปสู่หนึ่ง(many to one) มิใช่ แบบหนึ่งต่อหนึ่ง(one to one)เนื่องจากโดยทั่วไปแล้ว

$$L^+L \neq I \tag{2.4.6}$$

ดังนั้น

$$L^+FL = L^+LAL^+L \neq A \tag{2.4.7ก}$$

$$L^+G = L^+LB \neq B \tag{2.4.7ข}$$

$$HL = CL^+L \neq C \tag{2.4.7ค}$$

เนื่องจาก L ของทั้งการย่อรวมแบบเก่าและแบบใหม่นี้เป็นตัวเดียวกัน ดังนั้น G จึงเป็นค่าเดียวกันแน่นอน เหลือแต่ F กับ H เท่านั้นที่จะต้องพิสูจน์ให้เห็นว่าเท่ากันหรือไม่

เพื่อเป็นการแยกความแตกต่างของพารามิเตอร์ของระบบ Z ของการย่อรวมทั้งสองแบบ จะขอกำหนดให้สัญลักษณ์ "α" (อัลฟา) ที่อยู่บนตัวอักษรพารามิเตอร์ แทนความหมายว่า เป็นการย่อรวมแบบของอาไอกิ ส่วน "β" (เบต้า) แทนการย่อรวมแบบของค้ประกอบส่วนโพลเด่น(ตั้งนั้นตั้งแต่หัวข้อ 2.2 ถึง 2.3 จึงต้องถือเสมือนว่ามีอักษร "β" อยู่บนพารามิเตอร์นั้นด้วย) ในกรณีที่ไม่ได้เขียนตัวอักษร "α"หรือ"β"ไว้ จะเป็น "α" หรือ "β" ให้ถือตามเนื้อความ(Context) ของเรื่อง

เราจะเริ่มด้วยการทดสอบว่า F , F เท่ากันหรือไม่ แต่ก่อนอื่นจะลองกระจาย

L⁺ ดูก่อน

$$\begin{aligned} L^+ &= L^+(LL^+)^{-1} \\ &= (\eta(L^+L)^{-1})^T (\eta(L^+L)^{-1}) (\eta(L^+L)^{-1})^T)^{-1} \tag{จาก (2.2.58)} \\ &= T^{-T} L^+ (L^+ T^{-T} L^+)^{-1} \eta^{-1} \\ &= T^{-T} L^+ (L^+ (T^T T)^{-1} L^+)^{-1} \eta^{-1} \tag{2.4.8} \end{aligned}$$

ต่อไปทดสอบ F^α , F^β

$$F^{\beta} = LAL^{\beta} \tag{จาก(2.2.56ก)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= \pi^* L T^{-1} A T L^* \pi^{-1} \\
 &= \pi^* L A L^* \pi^{-1} && \text{(จาก (2.27))} \\
 &= \pi^* F L L^* \pi^{-1} && \text{(จาก (2.2.18))} \\
 &= \pi^* F (L T^{-1} T^{-T} L^*) (L T^{-1} T^{-T} L^*)^{-1} \pi^{-1} \\
 &= \pi^* L A T^{-1} T^{-T} L^* (L T^{-1} T^{-T} L^*)^{-1} \pi^{-1} \\
 &= \pi^* L T^{-1} A T T^{-1} T^{-T} L^* (L T^{-1} T^{-T} L^*)^{-1} \pi^{-1} && \text{(จาก (2.2.7))} \\
 &= \pi^* L T^{-1} A (T T^{-1} T^{-T} L^*) (L (T^T T)^{-1} L^*)^{-1} \pi^{-1} \\
 &= L A L^* && \text{(จาก (2.4.8))}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$F^\beta = F^\alpha$$

และจากการที่ G เป็นตัวเดียวกันคือ

$$\frac{\alpha}{G} = \frac{\beta}{G} \tag{2.4.10}$$

ทำให้การย่อรวมทั้งสองแบบมีค่าพารามิเตอร์เท่ากันในสมการ (2.2.45) ดังนั้น

$$z = \frac{\alpha}{z} = \frac{\beta}{z} \tag{2.4.11}$$

จาก (2.2.58ก) และ (2.4.5ข) จะได้ว่า

$$H^\alpha = C L^* \tag{2.4.5ข}$$

$$H^\beta = C L^* \tag{2.2.58ก}$$

ดังนั้น H^α, H^β เท่ากันหรือไม่จะขึ้นอยู่กับ L^*, L^* เท่ากันหรือไม่

จาก (2.4.8) จะเห็นว่า เราไม่อาจกระจายพจน์ $T^{-T} L^* (L (T^T T)^{-1} L^*)^{-1}$ ออกมาเป็น $T L^*$ ได้ นั่นคือโดยทั่วไป

$$T^{-T} L^* (L (T^T T)^{-1} L^*)^{-1} \neq T L^*$$

ทำให้โดยทั่วไป

$$L^* \neq L^* \tag{2.4.12}$$

ดังนั้น

$$H^\alpha \neq H^\beta \tag{2.4.13ก}$$

ดังนั้น

$$y^\alpha(t) \neq y^\beta(t) \tag{2.4.13ข}$$

การที่ H^β เป็นพารามิเตอร์ของระบบของคู่ประกอบส่วนโพลเด่น Z_c ของระบบ X และ $H^\alpha \neq H^\beta$ ทำให้ทราบว่าระบบ Z_c ซึ่งอาโวกิ ทำการประมาณ ระบบ X ด้วยระบบ Z_c นี้ เป็นการประมาณระบบ X ด้วยระบบที่มีได้เป็นองค์ประกอบที่มีอยู่จริงภายในระบบ X แต่เป็นระบบที่รักษาโพลเด่นของระบบ X ไว้เท่านั้นไม่อาจถือว่าการประมาณ Z_c ของอาโวกิเป็นระบบของคู่ประกอบส่วนโพลเด่นของระบบ X ได้

ในทำนองเดียวกัน เราอาจกำหนดระบบ Z_c โดยวิธีเดียวกันได้โดยเมื่อเราถือว่ามีช่วงเวลา $y(t) \approx y_c(t)$ ได้แล้ว เราย่อมได้

$$F_c^\alpha = L_c A_c L_c^* \tag{2.4.14ก}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_c = GL_c^+ \tag{2.4.14a}$$

$$G_c = Gc = G_c \tag{2.4.14b}$$

$$z_c = z_c = z_c \tag{2.4.15}$$

โดยที่

$$L_c^+ = T^{-1} L_c^{*+} (L_c^* (T^T T)^{-1} L_c^{*+})^{-1} \Pi_c^{-1} \tag{2.4.16}$$

ซึ่ง $L_c^+ \neq L_c^x \tag{2.4.17}$

ดังนั้น $H_c \neq H_c \tag{2.4.18}$

และสามารถพิสูจน์โดยขั้นตอนคล้ายๆกันได้ว่า

$$F_c = F_c = F_c \tag{2.4.19}$$

อย่างไรก็ตามแม้ว่า HL จะไม่เท่ากับ C เนื่องจากการโยงจาก C ไปสู่ H เป็นฟังก์ชัน หลายไปสู่หนึ่งก็ตาม แต่เราสามารถแสดงให้เห็นได้ว่า FL = LA เสมอ ดังนี้

$$FL = LA \tag{จาก(2.2.43)}$$

$$\Pi_c^{-1} F \Pi_c^* = L_c^* T^{-1} A T \tag{จาก(2.2.7), (2.2.47)}$$

$$F (\Pi_c^* L_c^{-1}) = (\Pi_c^* L_c^{-1}) A$$

ดังนั้น $FL = LA \tag{2.4.20}$

2.5 การศึกษาระบบในรูปที่แยกเป็นองค์ประกอบส่วนโพลเด่นและส่วนโพลด้อย

บางครั้งการวิเคราะห์หรือทำเข้าใจระบบในรูประบบ \dot{x} ซึ่งเป็นรูปโมดัลของระบบ x นั้นก็ทำให้เข้าใจง่ายขึ้นโดยเราสามารถจะมองระบบแยกออกเป็น องค์ประกอบส่วนโพลเด่นและส่วนโพลด้อย ได้อย่างง่ายดาย แต่ก็จะมีอุปสรรคตรงที่ระบบ \dot{x} นั้น พารามิเตอร์ $F^* G^* H^*$ นั้นอาจเป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่งไม่อาจกำหนดค่าได้ในโลกแห่งความเป็นจริง

แทนที่เราจะใช้ระบบ \dot{x} โดยตรง เราสามารถใช้ระบบของสถานะ $[z^T z_c^T]^T$

แทนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{z}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & F_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G_c \end{bmatrix} u(t) \tag{2.5.1}$$

$$y(t) = [H \quad H_c] \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} + Du(t) \tag{2.5.2}$$

แม้ว่าจะไม่ใช่รูปทแยงมุมเลยก็เดียว แต่ก็แยกเป็นองค์ประกอบส่วนโพลเด่นและด้อยได้

เนื่องจากการวางขนานกันของระบบ Z และ Z_c นี้ทำให้ $y(t) = y^d(t) + y_c^d(t)$ จึงจะขอใช้สัญลักษณ์แทนระบบ x ในรูปแบบของระบบของสถานะ $[z^T z_c^T]^T$ นี้ว่า ระบบ $\overset{d}{Z} + \overset{c}{Z}_c$

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกันระบบ X^* ซึ่งก็คือระบบของสถานะ $[z^T \ z_c^T]^T$ (ดูสมการ (2.2.10)) จึงอาจใช้สัญลักษณ์ว่าเป็น ระบบ $Z + Z_c$

มีข้อสังเกตว่าสถานะ $x^*(t)$ คือสถานะ $[z^T \ z_c^T]^T$ เนื่องจาก ระบบ X ในปริภูมิตวินธ์ฉบับนี้ โพลที่วางในแนวทแยงมุมของแมทริกซ์ A ได้จัดให้โพลเด่นและด้อยแยกจากกันเป็นกลุ่ม ผิดกับสถานะ $x(t)$ และ $[z^T \ z_c^T]^T$ ซึ่ง

$$x \neq \begin{bmatrix} z \\ z_c \end{bmatrix} \quad (2.5.3)$$

แต่

$$x = [L^x \ | \ L_c^x] \begin{bmatrix} z \\ z_c \end{bmatrix} \quad (2.3.11)$$

แต่อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะระบบ X , X^* , $Z + Z_c$, $Z + Z_c$ ก็ล้วนแต่สมมูลกันทั้งสิ้น คือถ้ามองเป็นกล่องดำ (Black box) แล้วมันก็คือระบบเดียวกันนั่นเอง

จะเห็นข้อเหมือนได้อย่างหนึ่งคือ ไม่ว่าจะศึกษาระบบในรูป X^* (ระบบ $Z + Z_c$) หรือศึกษาในระบบ $Z + Z_c$ ก็ตาม ล้วนเป็นการศึกษาระบบในรูปที่แยกเป็นองค์ประกอบส่วนโพลเด่น และด้อยทั้งคู่ ตรงนี้จะเห็นประโยชน์ของการนำ L^x L_c^x มาใช้เพราะ H^x H_c^x นั้นหาได้โดย L^x L_c^x เท่านั้นจึงจะได้ระบบ Z และระบบ Z_c ออกมา แต่ถึงเราใช้ L^x L_c^x ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการย่อรวมแบบของอาอิกิ ระบบที่ได้คือระบบ $Z + Z_c$ จะไม่สมมูลกับระบบ X ดังได้กล่าวไว้แล้ว

โดยที่การจะแปลงระบบ X มาเป็นระบบ $Z + Z_c$ เราจะอาศัยการแปลงด้วยแมทริกซ์ $[L^x \ L_c^x]$ ดังได้แสดงไว้แล้วตามสมการ (2.3.11) และจาก (2.3.10) เราจะเขียน (2.3.12)-(2.3.14) ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} F & | & 0 \\ \hline 0 & | & F_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ \hline L_c \end{bmatrix} A [L \ L_c] \quad (2.5.4)$$

$$\begin{bmatrix} G \\ \hline G_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \\ \hline L_c \end{bmatrix} B \quad (2.5.5)$$

$$[H^x \ | \ H_c^x] = C [L^x \ | \ L_c^x] \quad (2.5.6)$$

โดยจาก (2.69) จะได้

$$\begin{bmatrix} L \\ \hline L_c \end{bmatrix}^{-1} = [L^x \ | \ L_c^x] \quad (2.5.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6 การย่อรวมในกรณีที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง

เมื่อกำหนดให้ T เป็นฟังก์ชันสำหรับการย่อขนาดจากระบบเดิมไปสู่ระบบแบบจำลองลดอันดับ (ในที่นี้การย่อขนาดเป็นแบบการย่อรวม) เราจะได้

$$T(X) = Z \tag{2.6.1}$$

เป็นการหาระบบแบบจำลอง Z ของระบบ X โดย Z จะเป็น Z^β หรือ Z^k ก็ได้แต่กรณี

ในกรณีที่มีระบบย่อย X^1 และ X^2 มาประกอบกันเป็นระบบประกอบรวม (composite system) คือระบบ X โดยมีปฏิสัมพันธ์ทางโครงสร้าง (คือต่อเข้าด้วยกันแบบใดแบบหนึ่ง) ที่แทนด้วยสัญลักษณ์ " \otimes " จะได้

$$X = X^1 \otimes X^2 \tag{2.6.2}$$

ถ้าเรามอง X เป็นหนึ่งระบบไปเลย ไม่สนใจรักษาข้อบังคับทางโครงสร้าง (structural constraints) จะได้แบบจำลองลดอันดับที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง Z_{uncon}

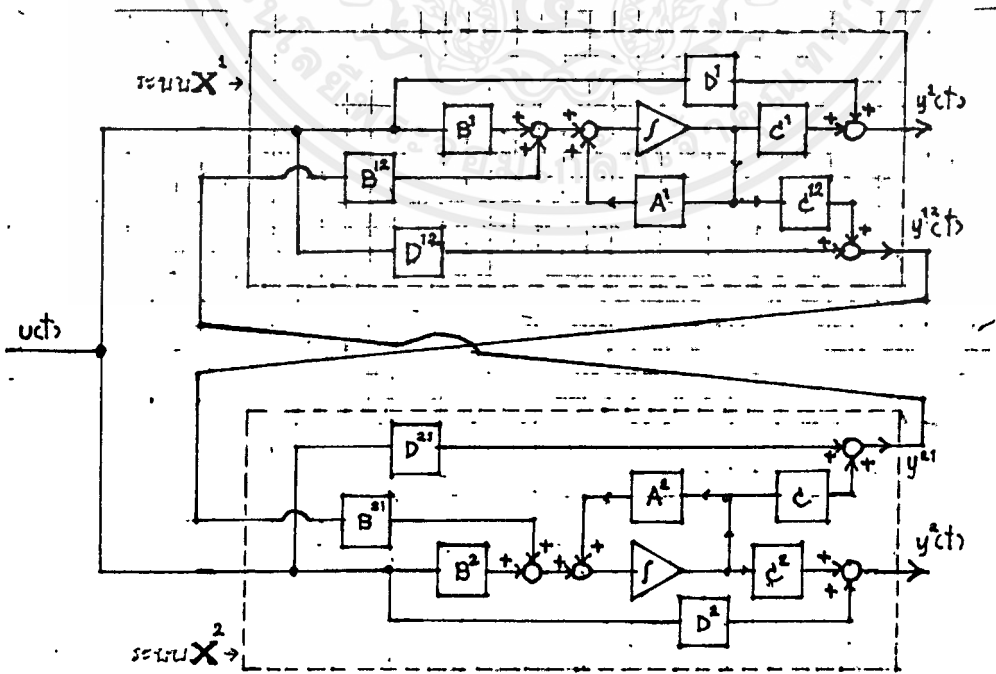
$$Z_{uncon} = T(X) = T(X^1 \otimes X^2) \tag{2.6.3}$$

สำหรับแบบจำลองลดอันดับที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง Z_{con} จะเป็น

$$Z_{con} = T(X^1) \otimes T(X^2) \tag{2.6.4}$$

จะเห็นว่าเราทำการย่อขนาดของระบบย่อยแต่ละระบบก่อน, ส่วนโครงสร้าง " \otimes " ก็ยังคงอยู่ในการย่อขนาดแบบนี้ การทำเช่นนี้ทำให้ระบบแบบจำลองมีระบบแบบจำลองย่อยภายใน ทำให้ระบบแบบจำลองแบ่งเป็นสัดส่วนเป็นส่วนใดมาจากระบบย่อยของระบบเดิมส่วนไหน

ในกรณีที่มีระบบย่อยมากกว่าสอง ก็เป็นไปในทำนองเดียวกัน



$$\text{ระบบ } Z^1: \quad \dot{z}^1(t) = F^1 z^1(t) + G^1 u(t) + G^{12} y^{21}(t) \quad (2.6.13)$$

$$y^{11}(t) = H^1 z^1(t) + D^1 u(t) \quad (2.6.14)$$

$$y^{12}(t) = H^{12} z^1(t) + D^{12} u(t) \quad (2.6.15)$$

$$\text{ระบบ } Z^2: \quad \dot{z}^2(t) = F^2 z^2(t) + G^2 u(t) + G^{21} y^{11}(t) \quad (2.6.16)$$

$$y^{21}(t) = H^2 z^2(t) + D^2 u(t) \quad (2.6.17)$$

$$y^{22}(t) = H^{21} z^2(t) + D^{21} u(t) \quad (2.6.18)$$

โดยที่

$$F^1 = L^1 A^1 L^{1X} \quad (2.6.19)$$

$$G^1 = L^1 B^1 \quad (2.6.20)$$

$$G^{12} = L^1 B^{12} \quad (2.6.21)$$

$$\text{กรณี } Z^1: \quad H^1 = C^1 L^{1+} \quad (2.6.22ก)$$

$$\text{กรณี } Z^1: \quad H^1 = C^1 L^{1X} \quad (2.6.22ข)$$

$$\text{กรณี } Z^1: \quad H^{12} = C^{12} L^{1+} \quad (2.6.23ก)$$

$$\text{กรณี } Z^1: \quad H^{12} = C^{12} L^{1X} \quad (2.6.23ข)$$

$$\text{โดยที่ } L^i = \Pi^i L^i T^{-1} \quad (2.6.24)$$

โดย $i \in \{1, 2\}$ และ $j \neq i$

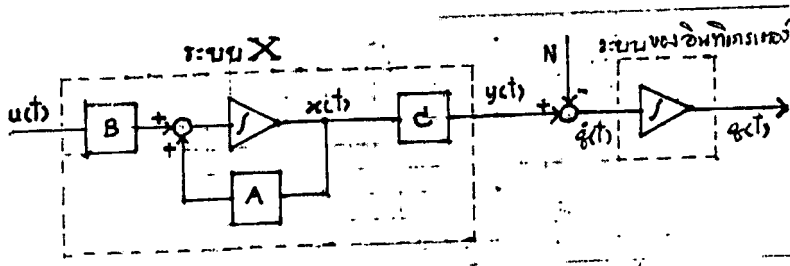
ค่า Π^i มาจาก F^i , T^i มาจาก A^i ในลักษณะเดียวกับที่ได้แสดงมาแล้ว และจะได้ระบบประกอบรวมของแบบจำลองลดอันดับเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{z}^1(t) \\ \dot{z}^2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^1 & G^{12} H^{21} \\ G^{21} H^{12} & F^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^1(t) \\ z^2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^1 + G^{12} D^{21} \\ G^2 + G^{21} D^{12} \end{bmatrix} u(t) \quad (2.6.25)$$

$$\begin{bmatrix} y^{11}(t) \\ y^{12}(t) \\ y^2(t) \\ y^{21}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^1 & 0 \\ H^{12} & 0 \\ 0 & H^2 \\ 0 & H^{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^1(t) \\ z^2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D^1 \\ D^{12} \\ D^2 \\ D^{21} \end{bmatrix} u(t) \quad (2.6.26)$$

สำหรับระบบประกอบรวมที่จะทำการย่อรวมโดยรักษาข้อบังคับทางโครงสร้าง ในปริภูมิสถานะฉบับนี้จะเป็นระบบ X ที่เมทริกซ์ D ของมันมีค่าเป็นศูนย์ และระบบ x ดังกล่าว มีสัญญาณรบกวนค่าคงที่ N ที่เอาที่พุ่ม $y(t)$ และผลต่าง $y(t) - N$ จะผ่านระบบย่อยอีกระบบซึ่งเป็นตัวอินทิเกรเตอร์ แสดงได้ดังรูปที่ 2.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 ระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวนที่เอาที่พุก

เราจะได้ระบบ ประกอบรวมเป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{g}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ g(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (2.6.27)$$

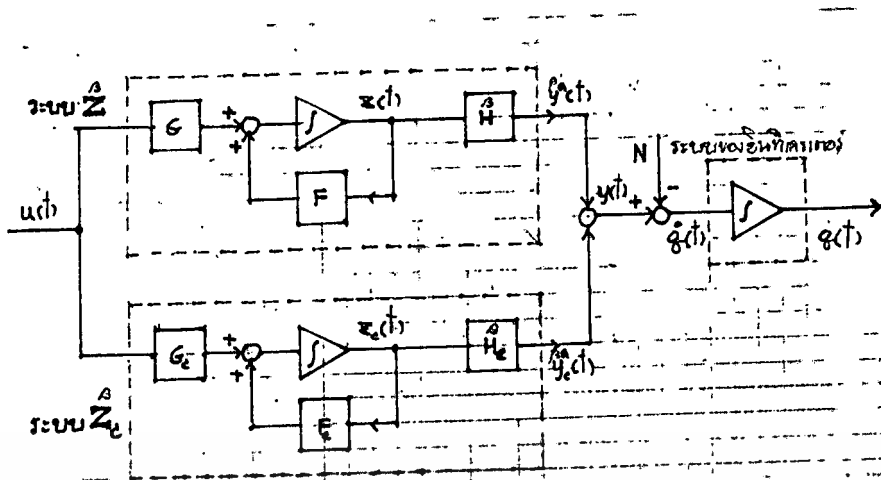
$$y(t) = [C \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ g(t) \end{bmatrix} \quad (2.6.28)$$

เมื่อเราทำให้ระบบ X เป็นในรูประบบ $Z + Z_c$ ดังแสดงในรูปที่ 2.11 จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{z}_c(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & F_c & 0 \\ \beta & \beta & 0 \\ H & H_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G_c \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (2.6.29)$$

$$y(t) = [H \ H_c \ 0] \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (2.6.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



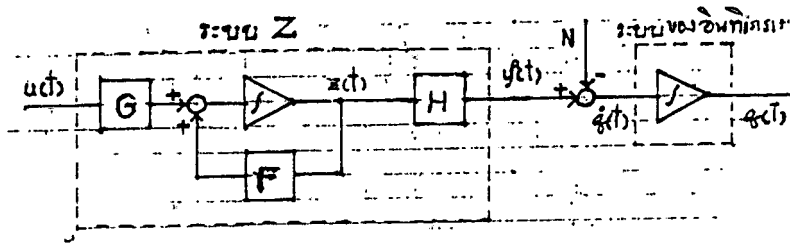
รูปที่ 2.11 แสดงระบบในรูปที่ 2.10 เมื่อระบบ X อยู่ในรูประบบ $Z + Z_e$

เมื่อจะทำการย่อรวมโดยรักษายับังคับทางโครงสร้าง ก็เพียงแต่ย่อรวมระบบ X ให้เป็นระบบ Z และคงระบบอินทิเกรเตอร์ไว้อย่างเดิม จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (2.6.31)$$

$$y''(t) = [H \ 0] \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (2.6.32)$$

ซึ่ง H , y'' หรือ α , α'' ก็แล้วแต่ระบบ Z ว่าเป็น α หรือ β สมการ (2.6.31), (2.6.32) จะแสดงได้ดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 ระบบย่อยรวมของรูปที่ 2.10

โดยวิธีการตามรูปที่ 2.8, 2.9 และสมการ (2.5.4) - (2.5.7) จะได้
กรณีแบบจำลองแบบเอาโออีก

$$\begin{bmatrix} F & 0 \\ \alpha & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^+ & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.6.33ก)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha & H \\ H & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^+ & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.6.34ก)$$

กรณีแบบจำลองแบบของค้ประกอบส่วนโพลเด่น

$$\begin{bmatrix} F & 0 \\ \beta & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.6.33ข)$$

$$\begin{bmatrix} \beta & H \\ H & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^* & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.6.34ข)$$

ละทั้งสองกรณีจะได้

$$\begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (2.6.35)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.36)$$

เราจะได้ $\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ เป็น แมททริกซ์ย่อรวมที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง (aggregation matrix with structural constraints)

แม้ว่าเราจะแสดงสมการ (2.6.33) - (2.6.36) ได้เหมือนกับคุณสมบัติของแมททริกซ์ย่อรวมที่ไม่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง แต่จริง ๆ แล้ว ก็มีคุณสมบัติที่ต่างกันอยู่ดังนี้

$$\begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} LA & 0 \\ HL & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.37)$$

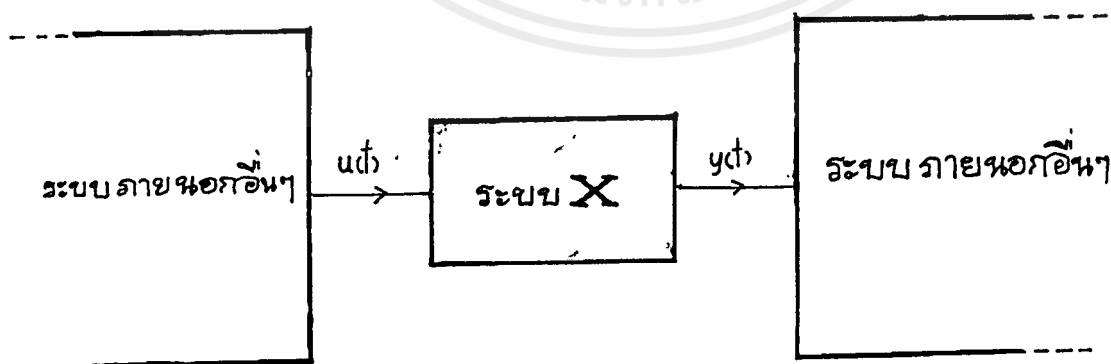
$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} LA & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.38)$$

จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6.39)$$

2.7 การลดเซรระบบเพื่อให้เหมือนกับเป็นระบบแบบจำลองลดอันดับ

เมื่อระบบ X ถูกต่อเข้ากับระบบภายนอกอื่น ๆ ดังรูป 2.13 อาจจะมีกรณีที่เราจำเป็นต้องลดเซรระบบ X เพื่อให้เป็นเสมือนระบบแบบจำลองลดอันดับ (ดังเช่นกรณีที่จะพบต่อไปในบทที่ 5)

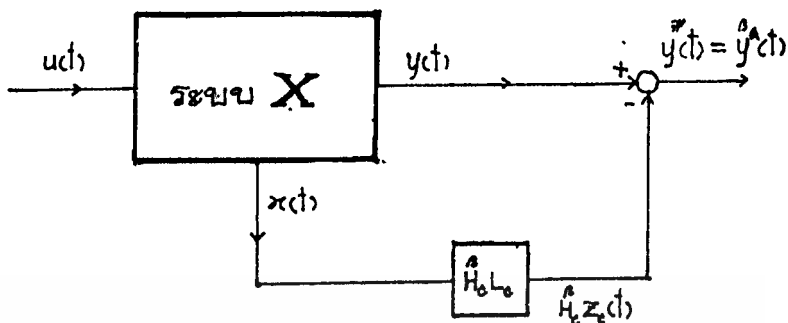


รูปที่ 2.13 ระบบ X ที่ถูกต่อเข้ากับระบบภายนอกอื่น ๆ

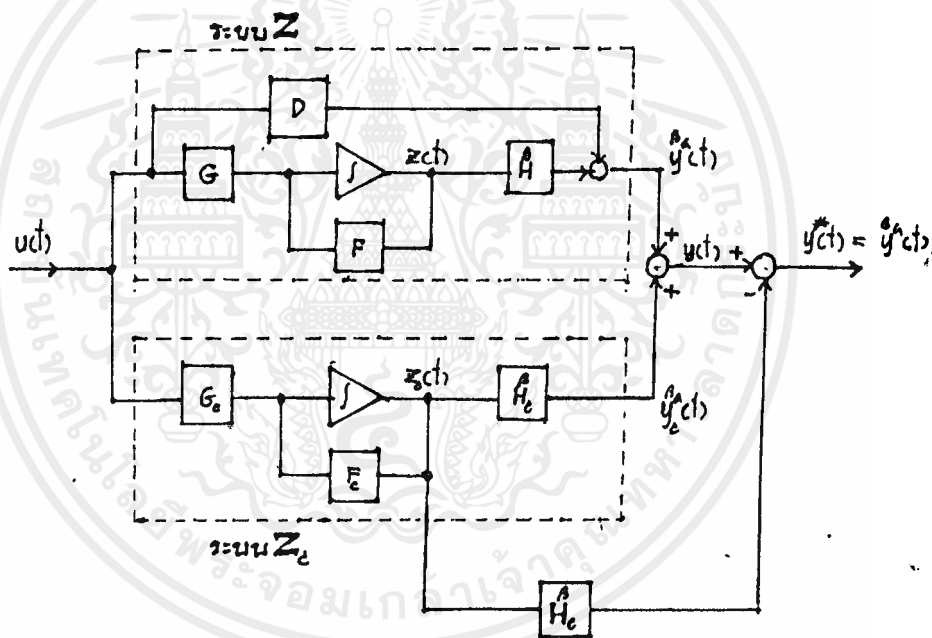
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.1 กรณีชดเชยให้เป็นระบบแบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น (Z^β)

เราจะทำการชดเชยตามรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 (ก) เมื่ออยู่ในรูประบบ X



รูปที่ 2.14 (ข) เมื่ออยู่ในรูประบบ $Z + Z_c$

รูปที่ 2.14 การชดเชยระบบเดิมให้เป็นระบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น :

(ก) เมื่ออยู่ในรูประบบ X, (ข) เมื่ออยู่ในรูประบบ $Z + Z_c$

กรณีเช่นนี้เราจะได้

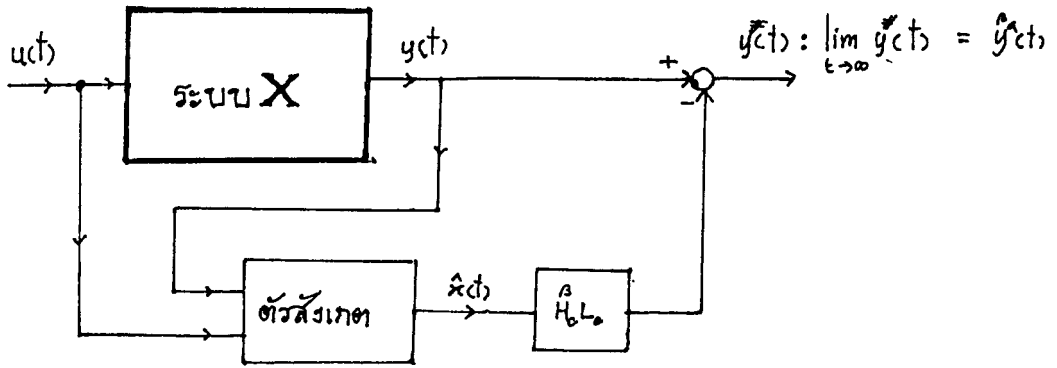
$$y^F(t) = y(t) - H_c L_c X(t) = y^*(t) \tag{2.7.1}$$

ทำให้ระบบ X ที่ชดเชยแล้วกลายเป็นระบบ Z_c ไป

จะเห็นว่าการทำเช่นนี้ก็เหมือนกับตัดระบบ Z_c ออกจากเอาที่พิกขของระบบ X นั้นเอง
ในกรณีที่เราไม่อาจเข้าถึงสถานะ $x(t)$ ได้โดยตรง จำเป็นจะต้องอาศัยตัวดั่งเกต

เราจะทำตามรูปที่ 2.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.15 การลดขนาดระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่นโดยอาศัยตัวสังเกต

โดยที่คุณสมบัติของตัวสังเกตตั้งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 3 จะมีว่า

จะได้

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) = x(t) \tag{2.7.2}$$

ดังนั้น

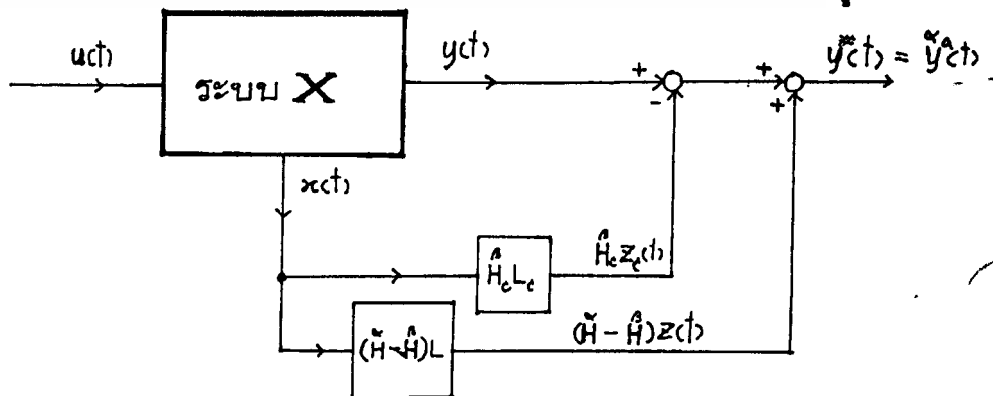
$$y^*(t) = y(t) - H_c L_c \hat{x}(t) \tag{2.7.3}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y^*(t) = y^*(t) \tag{2.7.4}$$

ทำให้ ณ เวลาที่มากพอระบบ X ที่ถูกลดขนาดแล้วจะกลายเป็นระบบ Z

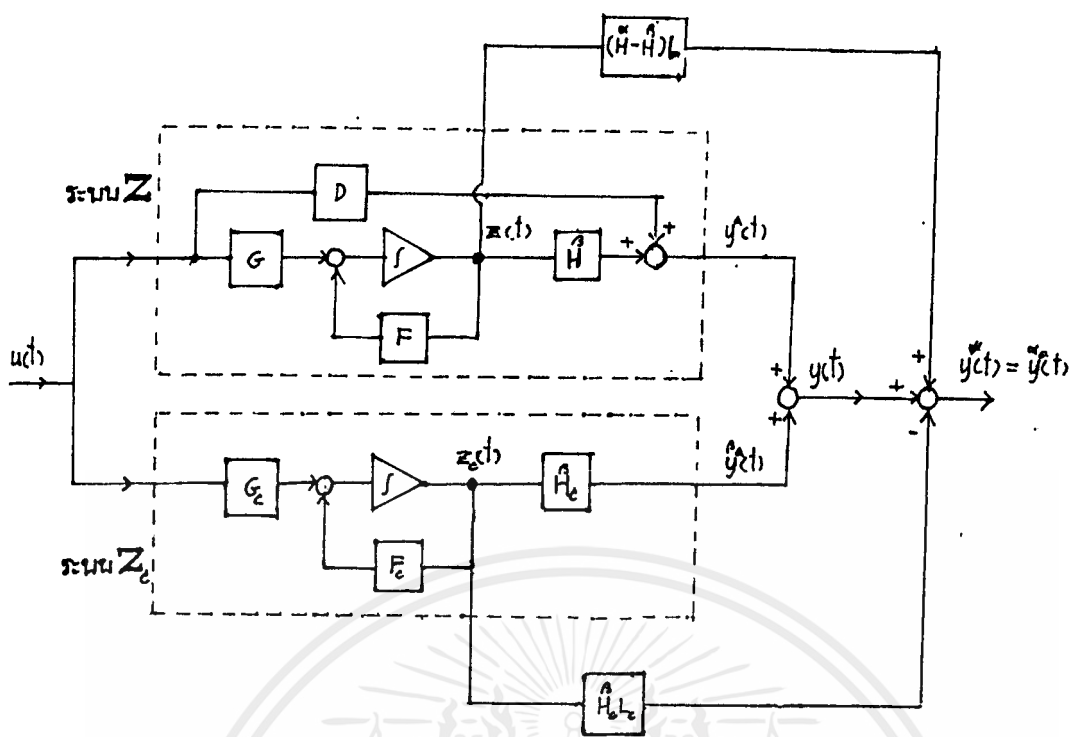
2.7.2 กรณีลดขนาดให้เป็นระบบแบบจำลองแบบฮาโอเกิ

การลดขนาดระบบ X ให้กลายเป็นระบบแบบจำลองแบบฮาโอเกินั้นนอกจากที่เราจะลดขนาดโดยตัดระบบ Z_c ออกแล้ว เรายังจะต้องทำการลดขนาดเพื่อให้ระบบ Z กลายเป็นระบบ Z^α ด้วยโดยการทำเสมือนกับการเปลี่ยนค่า H^α ให้กลายเป็น H^α วิธีการนี้แสดงดังรูปที่ 2.16



(ก) • เมื่ออยู่ในรูประบบ X

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเฉพาะเท่านั้น กรุณาอย่าให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ข). เมื่ออยู่ในระบบ $Z + Z_c$

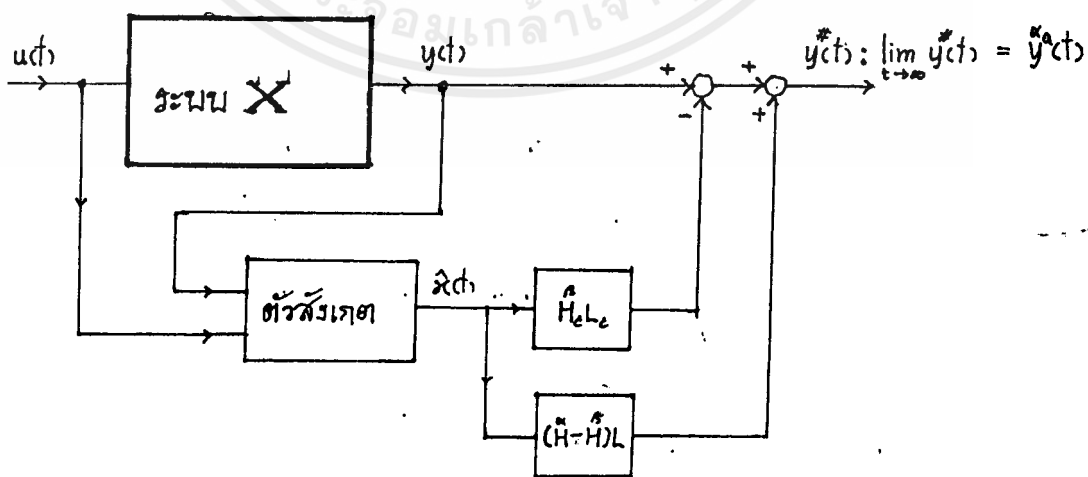
รูปที่ 2.16 การลดเซชระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลองแบบฮาโอเกิ : (ก) เมื่ออยู่ในระบบ X , (ข) เมื่ออยู่ในระบบ $Z + Z_c$

กรณีเช่นนี้เราจะได้

$$y^*(t) = y(t) + (H_cL - HL - H_cL_c)x(t) = \hat{y}^*(t) \quad (2.7.5)$$

ทำให้ระบบ X ที่ชดเชยแล้วกลายเป็นระบบ Z

ในกรณีที่เราไม่อาจเข้าถึงสถานะ $x(t)$ ได้โดยตรง จำเป็นจะต้องอาศัยตัวสังเกต เราจะทำตามรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.17 การลดเซชระบบเดิมให้เป็นระบบแบบจำลองแบบฮาโอเกิโดยอาศัยตัวสังเกต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y^*(t) = y(t) + (\hat{H}L - \hat{H}L - \hat{H}_c L_c) \hat{x}(t) \tag{2.7.6}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y^*(t) = \hat{y}^*(t) \tag{2.7.7}$$

ทำให้ ณ เวลาที่มากพอระบบ x ที่ถูกชดเชยแล้วจะกลายเป็นระบบ z

2.8 ค่าการแปลงที่เนื่องด้วยโพลเด่นและโพลด้อย

เมื่อเราใช้ระบบ \hat{x} ซึ่งก็คือระบบ $\hat{z} + \hat{z}_c$ ถ้าเราสนใจค่าการแปลง M ของ $\hat{x}(t)$ คือ $Mx(t)$ เราจะเห็นส่วนของ M ที่เกี่ยวข้องเนื่องกับโพลเด่นและด้อยในสมการได้โดยง่ายเมื่อเรากำหนดให้

$$M = [W \ W_c] \tag{2.8.1}$$

จะได้

$$Mx(t) = [W \ W_c] \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} = Wz(t) + W_c z_c(t) \tag{2.8.2}$$

ดังนั้น W เป็นค่าการแปลงที่เนื่องด้วยโพลเด่นในรูปสถานะ $z(t)$ และ W_c เป็นค่าการแปลงที่เนื่องด้วยโพลด้อยในรูปสถานะ $z_c(t)$

แต่เมื่อเราใช้ในระบบ x เราจะได้การแปลง $Mx(t)$ โดยจาก (2.3) จะได้

$$Mx(t) = MT \hat{x}(t) = MX(t) \tag{2.8.3}$$

ดังนั้น

$$M = XT^{-1} \tag{2.8.4}$$

เมื่อเราต้องการทราบค่าการแปลงที่เนื่องด้วยโพลเด่น ในรูปของ $z(t)$ และค่าการแปลงที่เนื่องด้วยโพลด้อยในรูปของ $z_c(t)$ เราจะกำหนดให้

$$Mx(t) = [W \ W_c] \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} \tag{2.8.5}$$

จาก (2.3.11) จะได้

$$Mx(t) = M(L^* z(t) + L_c^* z_c(t))$$

$$= [ML^* \ ML_c^*] \begin{bmatrix} z(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} \tag{2.8.6}$$

ดังนั้น

$$[W | W_c] = [ML^* | ML_c^*] \tag{2.8.7}$$

$$W = ML^* \tag{2.8.8}$$

$$W_c = ML_c^* \tag{2.8.10}$$

จากเรื่องนี้ทำให้เราเห็นประโยชน์ของการใช้ L^*, L_c^* ได้อีกอย่างหนึ่ง

บทที่ 3

ตัวสังเกต

1.1 กล่าวนำ

เนื่องจากระบบป้อนกลับที่จะใช้ในปริภูมิตฤษฎีฉบับนี้จะสมมติว่าไม่อาจจะเข้าถึงสถานะของระบบได้โดยตรง ทำให้จะต้องอาศัยความรู้เรื่องตัวสังเกต(observer)ในบทนี้ เพื่อประมาณค่าสถานะแล้วนำไปป้อนกลับ ตัวสังเกตที่ใช้จะมีรูปแบบเป็นกลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่ง ซึ่งการจัดรูปแบบเช่นนี้ดูเรียบง่าย และไม่ยากแก่การทำคามเข้าใจ นอกจากนี้ ในบทนี้ยังได้ทำการจัดรูปแบบตัวสังเกตให้ส่งการแปลง(transformation)ของสถานะ ออกมาเป็นจำนวนสองเท่าของตัวสังเกตที่เราเคยใช้แต่สัญญาณเอาท์พุทจากอินทิเกรเตอร์ของตัวสังเกตมาเป็นใช้สัญญาณก่อนเข้าอินทิเกรเตอร์มาร่วมในการหาสถานะโดยประมาณของระบบอีกด้วย

3.2 ตัวสังเกตในรูปกลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่ง

ก่อนที่กล่าวถึงตัวสังเกตที่จัดรูปเพื่อให้จำนวนการแปลงเป็นสองเท่าซึ่งจะนำมาใช้ในการป้อนกลับระบบสำหรับปริภูมิตฤษฎีฉบับนี้ จะขอกล่าวถึงรูปแบบพื้นฐานของตัวสังเกตในรูปกลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่งที่ทำให้จำนวนการแปลงจำนวนปรกติเสียก่อน สำหรับตัวสังเกตในรูปกลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่งนี้จะต่างกับรูปแบบตัวสังเกตที่มนตรีได้ใช้ในปริภูมิตฤษฎีของเขาตั้งจะได้แสดงต่อไป

3.2.1 กรณีที่โพลของตัวสังเกตเป็นจำนวนจริงไม่ซ้ำ

พิจารณาสมการของตัวสังเกต ที่มีสถานะตัวสังเกต (ξ) ดังนี้

$$\dot{\xi}(t) = \Gamma \xi(t) + \phi y(t) + \Omega u(t) \quad (3.2.1)$$

เมื่อต้องการให้ ξ ทำการประมาณค่า Mx ซึ่งเราใช้สัญลักษณ์เป็น

$$\xi(t) \rightarrow Mx(t)$$

เริ่มต้นเราจะพิจารณาการลู่เข้าของการสังเกต โดยสมการต่อไปนี้

$$M\dot{x}(t) - \dot{\xi}(t) = (MA - \phi C)x(t) - \Gamma \xi(t) + (MB + \phi D - \Omega)u(t) \quad (3.2.2)$$

เมื่อให้

$$\Gamma M = MA - \phi C \quad (3.2.3)$$

$$\Omega = MB - \phi D \quad (3.2.4)$$

จะได้

$$M\dot{x} - \dot{\xi} = \Gamma (Mx - \xi) \quad (3.2.5)$$

เมื่อกำหนดค่าคลาดเคลื่อน

$$e(t) = Mx(t) - \xi(t) \quad (3.2.6)$$

จะได้

$$\dot{e}(t) = \Gamma e(t) \quad (3.2.7)$$

เมื่อ Γ มีโพลอยู่ในระนาบเชิงซ้อนฝั่งซ้ายทั้งหมด ค่าคลาดเคลื่อน $e(t)$ จะเข้าสู่ศูนย์เมื่อ t เข้าเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใกล้อนันต์ ซึ่งเป็นลักษณะของการสังเกตที่ลู่เข้า (asymptotically observation) นั่นคือ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}(t) = Mx(t) \quad (3.2.8ก)$$

จะแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\hat{\xi}(t) \rightarrow Mx(t) \quad (3.2.8ข)$$

เป็นจริงดังประสงค์ เมื่อให้ r เป็นค่าอันดับของตัวสังเกตแล้วเราจะกำหนดมิติของพารามิเตอร์ใน (3.2.1) เป็น

Γ เป็น $r \times r$, ϕ เป็น $r \times q$ และ Ω เป็น $r \times p$

ในกรณี $r = 1$ เราจะได้อันดับของตัวสังเกตเป็น 1 ดังนี้

$$\dot{\xi} = \Gamma \xi + \phi^T y(t) + \Omega^T u(t) \quad (3.2.9)$$

โดยที่

$$\Gamma m^T = m^T A - \phi^T C \quad (3.2.10)$$

$$\Omega^T = m^T B - \phi^T D \quad (3.2.11)$$

และได้

$$\hat{\xi}(t) \rightarrow m^T x(t) \quad (3.2.12)$$

จากสมการ (3.4.10) จัดสมการเสียใหม่จะได้

$$m^T = \phi^T C (A - \Gamma I)^{-1} \quad (3.2.13)$$

จะเห็นว่า ในกรณีอันดับ $r = 1$ เช่นนี้ เราใช้ ϕ^T กับ Γ เป็นตัวแปรอิสระ ที่ใช้กำหนดค่า m^T และ Ω^T

ตัวสังเกตตาม (3.2.9) ถึง (3.2.13) จะขอเรียกว่าตัวสังเกตอันดับหนึ่ง (first order observer) ในกรณีที่มี ตัวสังเกตอันดับหนึ่งหลาย ๆ ตัว คือ ตัวที่ $i = 1, 2, \dots, r$ จะได้

$$\dot{\xi}_i = \Gamma_i \xi_i + \phi_i^T y(t) + \Omega_i^T u(t) \quad (3.2.14)$$

$$\Gamma_i m_i^T = m_i^T A - \phi_i^T C \quad (3.2.15ก)$$

$$m_i^T = \phi_i^T C (A - \Gamma_i I)^{-1} \quad (3.2.15ข)$$

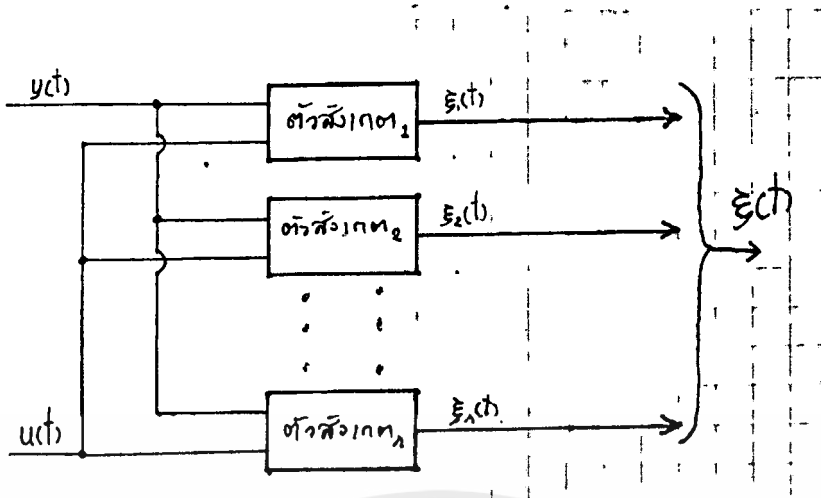
$$\Omega_i^T = m_i^T B - \phi_i^T D \quad (3.2.16)$$

$$\hat{\xi}_i(t) \rightarrow m_i^T x(t) \quad (3.2.17)$$

ต่อไปลองพิจารณาว่า ถ้าเอาตัวสังเกตอันดับหนึ่งตั้งกล่าวมาวางขนานกัน คือให้

$$\hat{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_r \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 กลุ่มวางขนานของตัวสังเกตอันดับหนึ่ง

ซึ่งเมื่อจัดเป็นสมการ (3.2.1) จะได้

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Gamma_2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & \dots & \Gamma_r \end{bmatrix} \quad \phi = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \vdots \\ \phi_r^T \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

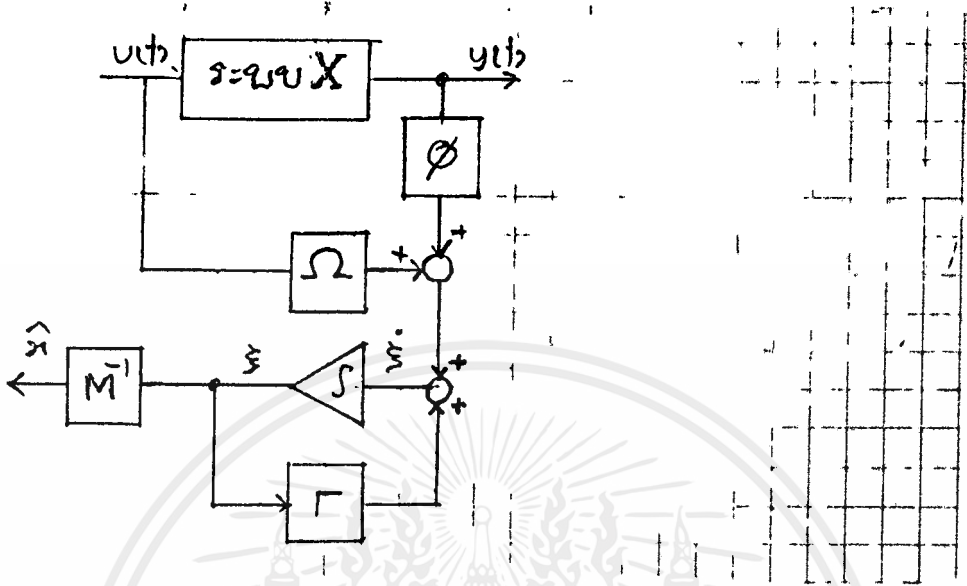
$$D = \begin{bmatrix} D_1^T \\ D_2^T \\ \vdots \\ D_r^T \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ \vdots \\ m_r^T \end{bmatrix}$$

เราจะเรียกตัวสังเกตที่มีสถานะ $\xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_n]^T$ นี้ว่า กลุ่มวางขนานของสังเกตอันดับหนึ่ง (collection of parallel first order observers)

ในกรณีที่อันดับของตัวสังเกต $r = n$ ซึ่งเป็นอันดับของระบบ x ที่ถูกสังเกต จะได้ M เป็น $n \times n$ และถ้าค่า $m_1^T, m_2^T, \dots, m_n^T$ เป็นอิสระเชิงเส้นซึ่งกันและกัน ก็จะได้ M เป็นนอนซิงกูลาร์ ดังนั้นจาก(3.2.8)จะได้

$$M^{-1} \xi(t) \rightarrow x(t) \quad (3.2.20)$$

ดังนั้นจะได้ตัวสังเกตอันดับเต็ม (full order observer) ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ใช้ตัวสังเกตอันดับเต็ม

ในกรณีที่ $r < n$ แต่เรามีเอาต์พุตจำนวน $q = n - r$ เมื่อเรานำสถานะตัวสังเกต และ $y(t) - Du(t)$ มาวางขนานกัน จะได้

$$\begin{bmatrix} \xi(t) \\ y(t) - Du(t) \end{bmatrix} \xrightarrow{\quad\quad\quad} \begin{bmatrix} M \\ C \end{bmatrix} x \tag{3.2.21}$$

เพราะฉะนั้นจะทำการประมาณค่า $x(t)$ ได้ ถ้า $\begin{bmatrix} M \\ C \end{bmatrix}$ เป็นนอนซิงกูลาร์ โดยที่

$$\begin{bmatrix} M \\ C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ y(t) - Du(t) \end{bmatrix} \longrightarrow x(t) \tag{3.2.22}$$

ถ้าให้

$$[\psi \ \phi] \begin{bmatrix} M \\ C \end{bmatrix} = I_n \tag{3.2.23}$$

จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

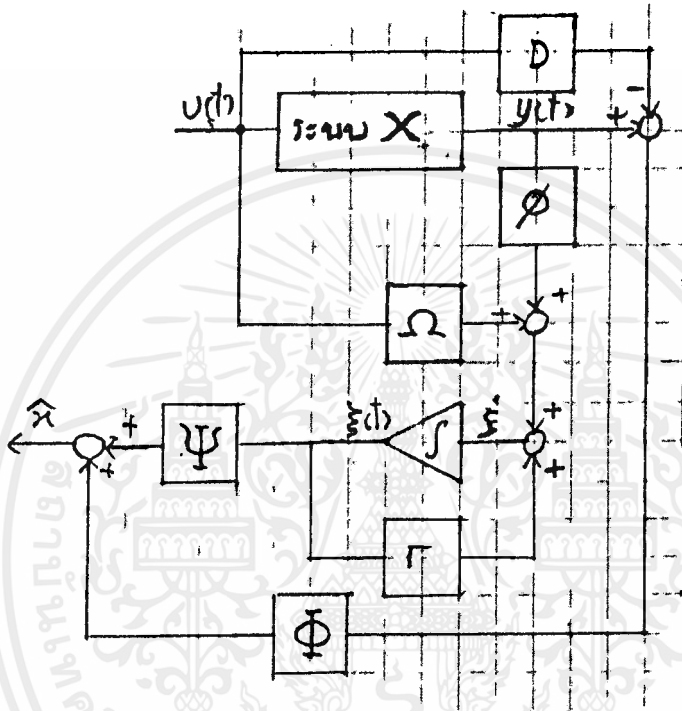
$$\hat{x}(t) = [\psi \ \phi] [y(t) - Du(t)] \tag{3.2.24}$$

โดยที่ $\hat{x}(t)$ หมายถึง ค่าประมาณ หรือค่าสังเกตที่ใช้ประมาณค่า $x(t)$

ในกรณีที่ไม่มี ใช้ เอาท์พุท $y(t)$ เลย ก็จะเป็นตัวสังเกตอันดับเต็ม โดยจะได้

$$\hat{x}(t) = M^{-1}y(t) \tag{3.2.25}$$

ในกรณีของสมการ (3.2.21) ถึง (3.2.24) จะเป็นตัวสังเกตอันดับลด (reduced order observer) ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 การใช้ตัวสังเกตอันดับลด

3.2.2 กรณีที่โพลของตัวสังเกตเป็นโพลซ้ำ

ในกรณีนี้สมมติว่าโพลค่า Γ ซ้ำกันอยู่ k ค่า เราจะให้แมทริกซ์ เป็น

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \Gamma & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \tag{3.2.26}$$

จากสมการ (3.2.3) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \Gamma & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ \vdots \\ m_{j-1}^T \\ m_k^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ \vdots \\ m_{j-1}^T \\ m_k^T \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \vdots \\ \phi_{j-1}^T \\ \phi_k^T \end{bmatrix} C \quad (3.2.27)$$

จาก (3.2.27) จะได้

$$\left. \begin{aligned} m_j^T &= \phi_j^T C (A - \Gamma I)^{-1} \\ m_{j-1}^T &= (\phi_{j-1}^T C + m_j^T) (A - \Gamma I)^{-1} \\ m_2^T &= (\phi_2^T C + m_3^T) (A - \Gamma I)^{-1} \\ m_1^T &= (\phi_1^T C + m_2^T) (A - \Gamma I)^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.28)$$

ส่วนสมการของ Ω ก็เป็นดัง (3.2.4), (3.2.11) เช่นเดิม

3.2.3 กรณีโพลเป็นจำนวนเชิงซ้อน

กรณีเช่นนี้เราจะให้แมทริกซ์ Γ มีค่าไอเกนอยู่ที่โพลที่เราต้องการคือ $-\alpha \pm j\omega$ ซึ่งแมทริกซ์ Γ จะมีได้หลายแบบที่ให้ค่าโพลดังกล่าว ในปริภูมินี้เราจะขอแสดง Γ เพียงแบบเดียวคือ

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\alpha^2 + \omega^2) & -2\alpha \end{bmatrix} \quad (3.2.29)$$

จาก (3.2.3) จะได้

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\alpha^2 + \omega^2) & -2\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \end{bmatrix} A - \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \end{bmatrix} C \quad (3.2.30)$$

จาก (3.2.30) จะได้

$$m_2^T = m_1^T A - \phi_1^T C \quad (3.2.31)$$

$$-(\alpha^2 + \omega^2)m_1^T - 2\alpha m_2^T = m_1^T A - \phi_2^T C \quad (3.2.32)$$

นำ (3.2.31) ไปแทนใน (3.2.32) จะได้

$$m_1^T = [\phi_1^T C (2\alpha I + A) + \phi_2^T C] [(\alpha^2 + \omega^2)I + 2\alpha A + A^2]^{-1} \quad (3.2.32)$$

นำ (3.2.32) แทนใน (3.2.31) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_2^T = [\phi_1^T C(2\alpha I + A) + \phi_2^T C] [(\alpha^2 + \omega^2)I + 2\alpha A + A^2]^{-1} A - \phi_1^T C \quad (3.2.33)$$

ส่วนสมการของ Ω ก็เป็นดัง (3.2.4), (3.2.11) เช่นเดิม

3.3 การจัดรูปตัวสังเกตให้มีจำนวนการแปลงเป็นสองเท่า

จากหัวข้อ 3.2 ถ้าเรามีตัวสังเกตอันดับหนึ่งก็ตัวก็ทำให้การแปลงเท่านั้นค่า, เมื่อพิจารณาดูให้ดีแล้วตัวสังเกตตัวหนึ่ง ๆ นอกจะให้การแปลงหนึ่งค่าออกมาจากเอาท์พุทของอินทิเกรเตอร์แล้ว เราอาจจะหาการแปลงอีกหนึ่งค่าจากสัญญาณที่เข้าสู่อินพุทของอินทิเกรเตอร์ได้

จาก (3.2.1) และข้อกำหนดตาม (3.2.3), (3.2.4) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \Gamma z(t) + \phi Cx(t) + MBu(t) \\ &= MAx(t) - \Gamma E(t) + MBu(t) \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

กำหนดให้

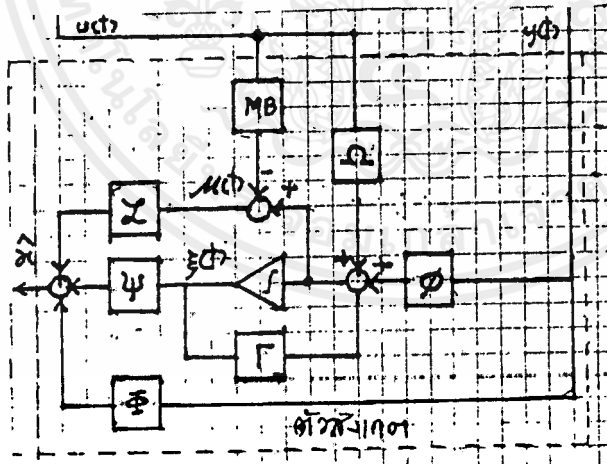
$$\mu(t) = \dot{z}(t) - MBu(t) \quad (3.3.2ก)$$

ดังนั้น

$$\mu(t) = \Gamma z(t) + \phi Cx(t) \quad (3.3.2ข)$$

$$\mu(t) = MAx(t) - \Gamma E(t) \quad (3.3.2ค)$$

แสดงได้ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 3.4 การจัดรูปตัวสังเกตเพื่อให้จำนวนการแปลงเป็นสองเท่า

ดังนั้นเราจะได้การแปลงทั้งหมด รวมทั้งจากเอาท์พุทด้วย ดังแสดงโดยสมการข้างล่างนี้

$$\begin{bmatrix} \xi \\ u(t) \\ y(t) - Du(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ MA \\ C \end{bmatrix} x(t) - \begin{bmatrix} I \\ \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} \epsilon(t) \quad (3.3.3)$$

$$\begin{bmatrix} \xi(t) \\ u(t) \\ y(t) - Du(t) \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} M \\ MA \\ C \end{bmatrix} \quad (3.3.4)$$

ซึ่งจะกรองเอา $x(t)$ ออกมาได้เมื่อ

$$\begin{aligned} 2r + q &> n \\ r &> \frac{n - q}{2} \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

เมื่อ n เป็น อันดับของระบบที่ถูกสังเกต
 q เป็น จำนวนเอาต์พุตของระบบที่ถูกสังเกต
 r เป็น อันดับของตัวสังเกต หรือจำนวนตัวสังเกตอันดับหนึ่งที่ต้องใช้
 กำหนดให้

$$[\psi \ \mathcal{L} \ \phi] \begin{bmatrix} M \\ MA \\ C \end{bmatrix} = I \quad (3.3.6)$$

จาก (3.3.6) และ (3.3.4) จะได้

$$[\psi \ \mathcal{L} \ \phi] \begin{bmatrix} \xi(t) \\ u(t) \\ y - Du(t) \end{bmatrix} = x(t) - [\psi \ \mathcal{L} \ \phi] \begin{bmatrix} I \\ \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} \epsilon(t) \quad (3.3.7)$$

$$[\psi \ \mathcal{L} \ \phi] \begin{bmatrix} \xi(t) \\ u(t) \\ y - DU \end{bmatrix} \longrightarrow x(t) \quad (3.3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่า การนำตัวสังเกตมาใช้แบบนี้ทำให้ประหยัดจำนวนตัวสังเกตลงไปได้ถึงสองเท่า ในจำนวนการแปลงของตัวสังเกตเท่า ๆ กัน

ดังนั้น ค่าประมาณสังเกตของ $x(t)$ คือ

$$\hat{x}(t) = [\psi \quad \mathcal{L} \quad \phi] \begin{bmatrix} \frac{\xi(t)}{\mu(t)} \\ Cx(t) \end{bmatrix} \quad (3.3.9)$$

จะได้

$$\hat{x}(t) = x(t) - (\psi + \mathcal{L}\Gamma)E(t) \quad (3.3.10ก)$$

$$\hat{x}(t) = (\mathcal{L}\phi + \phi)Cx(t) + (\psi + \mathcal{L}\Gamma)\xi(t) \quad (3.3.10ข)$$

เมื่อกำหนดค่าคลาดเคลื่อนของ $x(t)$ เป็น

$$e_x(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (3.3.11)$$

จะได้

$$e_x(t) = (\psi + \mathcal{L}\Gamma)E(t) \quad (3.3.12ก)$$

$$e_x(t) = [I - (\mathcal{L}\phi + \phi)C]x(t) - (\psi + \mathcal{L}\Gamma)\xi(t) \quad (3.3.12ข)$$

ซึ่งเราสามารถที่จะหาค่าประมาณ $z(t)$ ของ $x(t)$ จาก $\hat{x}(t)$ โดยที่

$$\hat{z}(t) = L\hat{x}(t) \quad (3.3.13)$$

และได้ค่าคลาดเคลื่อนของ $\hat{z}(t)$ เป็น

$$\begin{aligned} e_z(t) &= z(t) - \hat{z}(t) \\ &= Le_x(t) \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

ซึ่งจาก (3.3.10), (3.3.12) จะได้

$$\hat{z}(t) = Lx(t) - L(\psi + \mathcal{L}\Gamma)E(t) \quad (3.3.15ก)$$

$$\hat{z}(t) = L(\mathcal{L}\phi + \phi)Cx(t) + L(\psi + \mathcal{L}\Gamma)\xi(t) \quad (3.3.15ข)$$

$$e_z(t) = L(\psi + \mathcal{L}\Gamma)E(t) \quad (3.3.16ก)$$

$$e_z(t) = L[C I - (\mathcal{L}\phi + \phi)C]x(t) - L(\psi + \mathcal{L}\Gamma)\xi(t) \quad (3.3.16ข)$$

ในปริภูมิพหุนามนี้ จะใช้ตัวสังเกตที่จัดรูปเพื่อให้จำนวนการแปลงเป็นสองเท่านี้ ใน การป้อนกลับระบบ

บทที่ 4

กฎการควบคุมสมรรถนะโกล์เลียส

4.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะแสดงวิธีการนำเอาแบบจำลองลดอันดับจากการย่อรวมมาใช้หากกฎการควบคุมสมรรถนะโกล์เลียสของระบบเดิม ทั้งระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน และระบบที่มีสัญญาณรบกวน ทั้งยังแสดงให้เห็นด้วยว่า สำหรับระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวนแล้ว ระบบป้อนกลับสมรรถนะโกล์เลียสที่ได้จะเสถียร แต่ในกรณีระบบที่มีสัญญาณรบกวน ซึ่งเราใช้การย่อรวมที่มีข้อบังคับทางโครงสร้าง จะได้แสดงให้เห็นว่า ไม่อาจยืนยันเสถียรภาพได้ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงการคำนวณน้ำหนัก สำหรับสมรรถนะที่เอาท์พุทของระบบนั้น ไม่จำเป็นว่าต้องสนใจทุกเอาท์พุทที่ระบบมีอยู่ แต่ถ่วงน้ำหนักเฉพาะเอาท์พุทที่สนใจก็ได้ อนึ่ง เพื่อลดความยุ่งยากของระบบลง จะให้ระบบที่ใช้ ไม่มีการเชื่อมต่อเอาท์พุทโดยตรงจากอินพุท คือจะให้แมททริกซ์ D เป็นศูนย์

4.2 การหากฎการควบคุมสมรรถนะโกล์เลียส

4.2.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน

เมื่อมีระบบ X

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{4.2.1}$$

$$y(t) = Cx(t) \tag{4.2.2}$$

โดยที่ (A, B) มีสภาพ ควบคุมได้โดยสมบูรณ์ (completely controllable)

และ (A, C) มีสภาพ สังเกตได้โดยสมบูรณ์ (completely observable)

จะสามารถหาสัญญาณควบคุม $u(t)$ ซึ่ง

$$u(t) = -Kx(t) \tag{4.2.3}$$

ที่ทำให้ระบบป้อนกลับมีสมรรถนะดีที่สุดได้

โดยเมื่อแทน (4.2.3) ลงใน (4.2.1) จะได้ระบบป้อนกลับลูปปิด (closed loop system) เป็น

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \tag{4.2.4}$$

ซึ่งสมรรถนะ (performance) ดังกล่าว กำหนดโดยดัชนีสมรรถนะ (performance index) J โดยที่

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \tag{4.2.5}$$

ซึ่งสัญญาณควบคุม $u(t)$ จากกฎการควบคุมสมรรถนะโกล์เลียส K จะทำให้ค่า J มีค่าน้อยที่สุด โดยที่

แมททริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ (control weighting matrix) R จะต้องเป็นค่าจริง และเป็นแมททริกซ์จำกัดบวก (positive definite)

แมททริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ (state weighting matrix) Q เป็นแมททริกซ์กึ่งจำกัดบวก (semi-positive definite) โดยมีกจะสนใจสมรรถนะที่เอาท์พุทคือ $x^T Q x = y^T y$ ทำให้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Q = C^T C \quad (4.2.6)$$

และการเลือก R เช่นนี้ทำให้

$$\begin{aligned} u^T(t) R u(t) &> 0 \quad \text{เมื่อ } u \neq 0 \\ &= 0 \quad \text{เมื่อ } u = 0 \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

กฎการควบคุมสมรรถนะเลิศ K จะหาได้จาก

$$K = R^{-1} B^T P \quad (4.2.8)$$

โดย P เป็นผลเฉลยของสมการแมทริกซ์รีคัตตี (Riccati matrix equation)

$$P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P = -Q = -C^T C \quad (4.2.9)$$

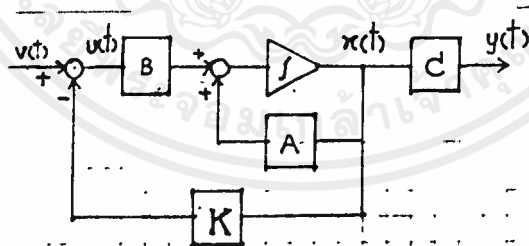
โดยจะได้ค่า ดัชนีสมรรถนะที่น้อยที่สุดเป็น

$$J_{\min} = x^T(0) P x(0) \quad (4.2.10)$$

โพลของระบบลูปปิด ตาม (4.2.4) จะถูกเรียกโพลสมรรถนะเลิศ (optimal pole) ซึ่งแน่นอนว่าจะต้องอยู่ฝั่งซ้ายของระนาบเชิงซ้อน นั่นคือ $(A - BK)$ เป็นแมทริกซ์เสถียร (stable matrix) และเมื่อคำนึงถึงสัญญาณควบคุมภายนอก (external control) $v(t)$ จะได้

$$\dot{x}(t) = -Kx(t) + v(t) \quad (4.2.11)$$

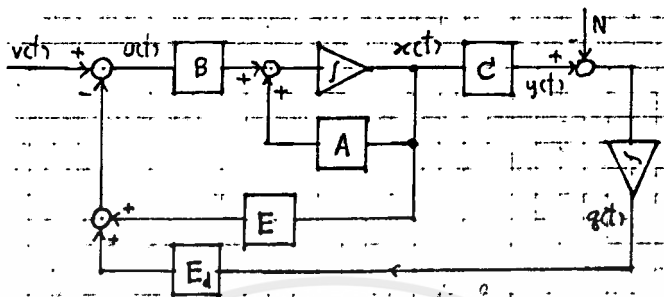
แสดงได้ดังรูปที่ 4.1 ดังนี้



รูปที่ 4.1 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ x ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

4.2.2 กรณีระบบมีสัญญาณรบกวน

ในกรณีที่สัญญาณรบกวนคงที่ (constant disturbance) จากภายนอกเราจะใส่ อินทิเกรเตอร์ เข้าไปเพื่อลดสัญญาณรบกวนนั้น ดังแสดงในรูปที่ 4.2 นี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สแกนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวน

ซึ่งเมื่อเข้าสู่สภาวะสภาวะเสถียร (steady state) จะได้

$$y(\infty) = N \quad (4.2.12)$$

การที่ $y(t)$ เท่ากับสัญญาณรบกวน $N(t)$ เช่นนี้จะหักล้างกันพอดี แสดงให้เห็นว่า
สามารถลดสัญญาณรบกวนได้จริง

ในกรณีที่มีสัญญาณรบกวนนี้ เราจะใช้สัญลักษณ์ของกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศ เป็น E, E_1, E_2 แทนที่จะใช้ K เพื่อให้ต่างจากกรณีไม่มีสัญญาณรบกวน โดยที่

$$E = [E \quad E_2] \quad (4.2.13)$$

และจะได้สัญญาณควบคุมสมรรถนะเลิศ (optimal control) $u(t)$ เป็น

$$u(t) = -E \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = -Ex(t) - E_2 q(t) \quad (4.2.14)$$

และในกรณีที่สนใจสัญญาณควบคุมจากภายนอก $v(t)$ ด้วยก็จะเป็น

$$u(t) = -E \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + v(t) \quad (4.2.15)$$

พิจารณาระบบประกอบรวม (composite system) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (4.2.16)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (4.2.17)$$

$$A = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.2.18)$$

มีดัชนีสมรรถนะ J เป็น

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + u^T(t) R u(t) \right\} dt \quad (4.2.19)$$

โดยที่ $Q = C^T C$ ตามอย่างสมการ (4.2.6)

โดยเมทริกซ์ Q_u จะถ่วงน้ำหนักสถานะ $q(t)$

โดยที่

$$P = R^{-1} B^T P \quad (4.2.20)$$

โดย P เป็นคำตอบของ

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P = - \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_u \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C^T C & 0 \\ 0 & Q_u \end{bmatrix} \quad (4.2.21)$$

4.3 การนำการย่อขนาดมาใช้ในการกฎควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศ

4.3.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน

เมื่อเราประมาณระบบ X เป็นระบบ Z คือ

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Gu(t) \quad (4.3.1)$$

$$y^*(t) = Hz(t) \quad (4.3.2)$$

จะหาการควบคุมสมรรถนะเลิศ K^* ของระบบ Z โดยที่ดัชนีสมรรถนะ J^* คือ

$$J^* = \int_0^{\infty} \left(z^T(t) Q^* z(t) + u^T(t) R u(t) \right) dt \quad (4.3.3)$$

โดยที่

$$Q^* = H^T H \quad (4.3.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K^* = R^{-1}G^T P^* \tag{4.3.5}$$

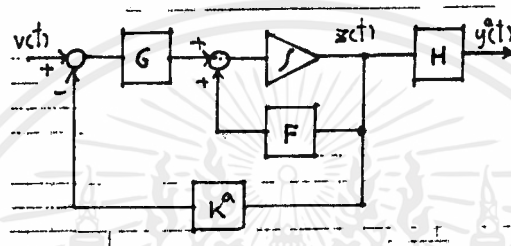
โดย P^* เป็นคำตอบของ

$$P^*F + F^T P^* - P^*GR^{-1}G^T P^* = -Q^* = -H^T H \tag{4.3.6}$$

จะได้

$$u(t) = -K^*z(t) + v(t) \tag{4.3.7}$$

เมื่อพิจารณาระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ Z โดยใช้ K^* จะได้ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ Z

โดยที่ถ้าระบบ Z เป็นระบบ α จะใช้ K^* แต่ถ้าเป็นระบบ β จะใช้ \hat{K}^*
จากรูปที่ 4.3 เราจะได้สมการของระบบป้อนกลับเป็น

$$\dot{z}(t) = (F - GK^*)z(t) + Gv(t) \tag{4.3.8}$$

$$y^*(t) = Hz(t) \tag{4.3.9}$$

เมื่อเรานำกฎการควบคุม K^* มาใช้ป้อนกลับระบบ Z มีสิ่งที่ควรสังเกตอยู่ว่า \hat{K}^* จะทำให้ระบบ Z คือระบบ $(F, G, H = CL^*)$ มีสมรรถนะเลิศ แต่ \hat{K}^* จะไม่ทำให้ระบบ \hat{Z} คือระบบ $(F, G, \hat{H} = CL^+)$ มีสมรรถนะเลิศ เนื่องจาก \hat{K}^* ถูกออกแบบมาโดยใช้พารามิเตอร์เป็น (F, G, H) ไม่ใช่ (F, G, \hat{H}) ส่วนการป้อนกลับด้วย \hat{K}^* ก็เป็นไปทำนองเดียวกันคือ \hat{K}^* จะทำให้ระบบ \hat{Z} คือ ระบบ $(F, G, \hat{H} = CL^+)$ มีสมรรถนะเลิศ แต่จะไม่ทำให้ระบบ Z มีสมรรถนะเลิศ เนื่องจาก \hat{K}^* ถูกออกแบบมาโดยใช้พารามิเตอร์เป็น (F, G, \hat{H}) ไม่ใช่ (F, G, H) แต่ในความเป็นจริงนั้น ระบบ \hat{Z} ไม่มีอยู่จริงภายในระบบ X ระบบ \hat{Z} ต่างหากที่เป็นระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นของระบบ X ตรงนี้เองที่เป็นจุดต่างของการคำนวณกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศโดยอาศัยการย่อรวมแบบใช้องค์ประกอบส่วนโพลเด่น กับแบบของอาโอกิ

เมื่อเราจะนำกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศ ของระบบ Z คือ K^* ไปประยุกต์ใช้เป็นกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศของระบบ X เราจะใช้ความสัมพันธ์ระหว่าง $z(t)$ และ $x(t)$ คือ

$$z(t) = Lx(t) \tag{4.3.10}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

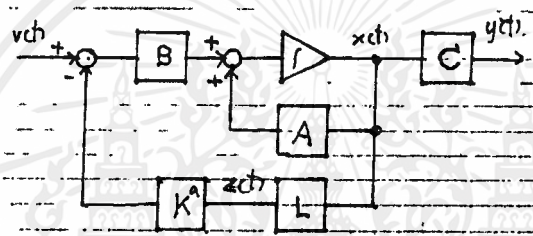
จะได้

$$u(t) = -K^* L \bar{x} \quad (4.3.11)$$

จะได้กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศ K ของระบบ X คือ

$$\bar{K} = K^* L \quad (4.3.12)$$

ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า จากการใช้การย่อขนาดแบบเทคนิคการรวมเราสามารถนำกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศของระบบ Z คือ K^* ไปใช้หากกฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศของระบบ X คือ \bar{K} โดยการคำนวณจะลดความยุ่งยากไปได้มาก และสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เลิศของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

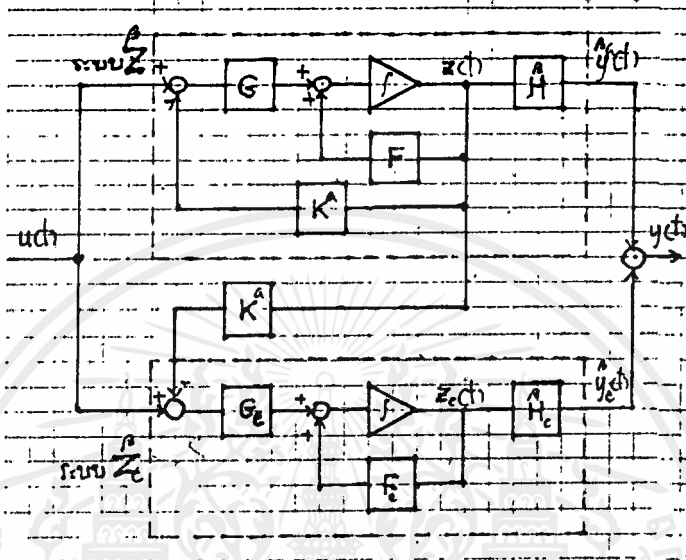
จากรูปที่ 4.3.2 เราจะได้สมการระบบป้อนกลับเป็น

$$\dot{x}(t) = (A - BK^*L)x(t) + Bv(t) \quad (4.3.13)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.3.14)$$

เมื่อเราแปลงรูปที่ 4.4 โดยให้ระบบ X อยู่ในรูปของระบบ $Z + Z_c$ เราจะได้

ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน ในรูปของระบบ $Z + Z_c$

เนื่องจากระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นที่แท้จริงของระบบ X คือ Z^β ไม่ใช่ Z^α ดังนั้น ระบบในกรอบเส้นประด้านของรูปที่ 4.5 จะเป็นระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ Z^β ได้ก็ต่อเมื่อ K^a ที่ใช้เป็น K^a เท่านั้น ความมีสมรรถนะเลิศของระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่น (Z^β) จะไม่เกิดขึ้นถ้าใช้กฎการควบคุม K^a ของอาโอกิ แต่อย่างไรก็ตามมิได้หมายความว่า ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่ใช้กฎการควบคุมจากแบบจำลองแบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นนี้จะต้องมีสมรรถนะดีกว่าแบบของอาโอกิ เพราะในความเป็นจริงระบบ X ยังประกอบด้วยระบบของค์ประกอบส่วนโพลด้วย Z_c^β ด้วย ซึ่งจะมีผลต่อสมรรถนะโดยรวมของระบบ X เมื่อเราทำการป้อนกลับ

4.3.2 การมีระบบมีสัญญาณรบกวน

เมื่อเรามีระบบประกอบด้วยรวมของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวนซึ่งต่อประกอบด้วยอินทิเกรเตอร์ดังที่ได้เคยแสดงไว้แล้วในรูปที่ 4.2 เมื่อเราจะประมาณระบบประกอบด้วยรวมดังกล่าวด้วยการย่อรวมที่รักษาข้อบังคับทางโครงสร้าง เราจะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (4.3.15)$$

$$\begin{bmatrix} y^*(t) \\ q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (4.3.16)$$

โดย H จะเป็น H^α หรือ H^β , y^* จะเป็น $y^{\alpha*}$ หรือ $y^{\beta*}$ ก็แล้วแต่ที่เราเลือกแบบจำลอง Z เป็น Z^α หรือ Z^β ให้

$$F = \begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (4.3.17)$$

โดยที่ (4.3.15), (4.3.16) จะควบคุมได้ เมื่อ

L และ $\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ เป็นแรงค์สูงสุด (maximum rank)

และจะสังเกตได้ เมื่อ L เป็น แรงค์สูงสุด ดัชนีสมรรถนะ J^* กำหนดโดย

$$J^* = \int_0^\infty \left\langle \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H^T H & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + u^T(t) R u(t) \right\rangle dt \quad (4.3.18)$$

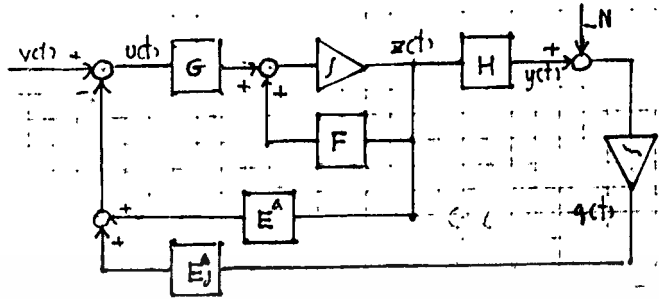
โดยที่ $Q^* = H^T H$ ตามอย่างสมการ (4.3.3) และ Q จะถ่วงน้ำหนัก สถานะ $q(t)$ โดยที่

$$E^* = R^{-1} G P^* \quad (4.3.19)$$

โดยที่ P^* เป็นคำตอบของ

$$P^* F + F^T P^* - P^* G R^{-1} G^T P^* = - \begin{bmatrix} Q^* & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H^T H & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} \quad (4.3.20)$$

เมื่อพิจารณาระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบ Z ที่มีสัญญาณรบกวน โดยใช้ E^* จะได้ดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศของระบบแบบจำลองอันดับที่มีสัญญาณรบกวน

ในทำนองเดียวกัน กรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวน สมรรถนะเลิศจะเกิดเมื่อใช้ E^* กับระบบ Z หรือใช้ E^* กับระบบ Z' ถ้าใช้สลับกันจะไม่เกิดสภาพสมรรถนะเลิศขึ้น

จากรูปที่ 4.3.4 จะเขียนสมการระบบป้อนกลับได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F - GE^* & -GE_d^* \\ H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (4.3.21)$$

$$y(t) = [H \ 0] \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (4.2.22)$$

เมื่อเรานำกฎควบคุมสมรรถนะเลิศของระบบแบบจำลองมาประยุกต์ใช้เป็นกฎการควบคุมสมรรถนะเลิศ จะเป็นดังนี้
กำหนดให้

$$E^* = [E^* \ E_d^*] \quad (4.3.23)$$

$$\begin{aligned} u(t) &= -E^* \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \\ &= -E^* z(t) - E_d^* q(t) \end{aligned} \quad (4.3.24)$$

ดังนั้น

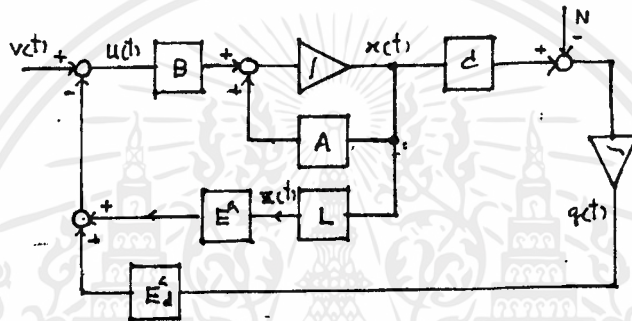
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u(t) = -E^* \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (4.2.25)$$

ดังนั้น กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศ E จะเป็น

$$E^* = [E \ E_d] = [E^*L \ E_d^*] \quad (4.3.26)$$

เมื่อเรานำกฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เลิศมาใช้กับระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวนจะได้



รูปที่ 4.7 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เลิศของระบบที่มีสัญญาณรบกวน

จากรูปที่ 4.7 จะได้สมการระบบป้อนกลับ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BE^*L & -BE_d^* \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} N \quad (4.3.27)$$

$$y(t) = [C \ 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \end{bmatrix} \quad (4.3.28)$$

ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เลิศ ของระบบที่มีสัญญาณรบกวนที่กล่าวมาในหัวข้อนี้ เรียบเรียงมาจากปริญญาโท ปริญญาตรี ปีพ.ศ. 2532 ของ มนตรี ซึ่งต่อไปจะแสดงให้เห็นว่า ระบบป้อนกลับที่ได้อาจจะไม่มีเสถียรภาพได้ และจะได้กล่าวถึง วิธีแก้ไขชดเชยให้ระบบมีเสถียรภาพ ในบทที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 เสถียรภาพของระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง

4.4.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน

เราสามารถจะพิสูจน์ให้เห็นได้ว่าการนำกฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียง (ไม่ว่าจะเป็น K^* หรือ \tilde{K}^* ก็ตาม) มาใช้กับระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวนนั้นเสถียรอย่างแน่นอนดังนี้

จาก (4.3.6) คือ

$$P^*F + F^TP^* - P^*GR^{-1}G^TP^* = -Q^* \quad (4.4.1)$$

เมื่อนำ L^T คูณทางซ้ายและ L คูณทางขวาจะได้

$$L^TP^*FL + L^TF^TP^*L - L^TP^*GR^{-1}G^TP^*L = -L^TQ^*L \quad (4.4.2)$$

จาก $FL = LA$ และ $G = LB$ จะได้

$$(L^TP^*L)A + A^T(L^TP^*L) - (L^TPL)BR^{-1}B^T(L^TP^*L) = -L^TQ^*L \quad (4.4.3)$$

นั่นคือเมื่อเรากำหนดให้

$$\bar{Q} = L^TQ^*L \quad (4.4.4)$$

$$\bar{P} = L^TP^*L \quad (4.4.5)$$

จาก (4.2.8), (4.2.9) จะได้

$$\bar{P}A + A^T\bar{P} - \bar{P}BR^{-1}B^T\bar{P} = -\bar{Q} \quad (4.4.6)$$

$$\bar{K} = R^{-1}B^T\bar{P} \quad (4.4.7)$$

จะเห็นว่า ลำดับขั้นตอนของสมการเป็นไปในทำนองเดียวกับการหากฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียง K ทุกอย่าง (เพียงแต่เราเปลี่ยนค่าจาก Q ซึ่งเป็นค่าที่แท้จริงที่ต้องการถ่วงน้ำหนักมาเป็นค่า \bar{Q} ซึ่งเป็นค่าที่ถูกเปลี่ยนแปลงมาใหม่ อันเนื่องมาจากผลของการใช้แบบจำลองลดอันดับแทนระบบจริง) ดังนั้นระบบป้อนกลับจะต้องเสถียรด้วย ถ้าระบบ X ควบคุมได้

จะเห็นว่าไม่ว่าจะเป็น K^* หรือ \tilde{K}^* ก็พิสูจน์ตามนี้ได้ทั้งสิ้น เพราะไม่มีการใช้ L^* หรือ L^+ ให้แตกต่างกันเลย

4.4.2 กรณีระบบมีสัญญาณรบกวน

จาก (4.3.19), (4.2.21) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$P^* \begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix}^T P^* - P^* \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix}^T P^* = - \begin{bmatrix} Q^* & 0 \\ 0 & Q_u \end{bmatrix} \tag{4.4.8}$$

$$P \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}^T P - P \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}^T P = - \begin{bmatrix} Q^* & 0 \\ 0 & Q_f \end{bmatrix} \tag{4.4.9}$$

เมื่อนำ $\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T$ คูณทางซ้ายและ $\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ คูณทางขวาของ (4.4.8) เพื่อหวังให้

$$\begin{bmatrix} F & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & I \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

ตามอย่างหัวข้อ 4.4.1 จะพบว่าทำไม่ได้ ดังได้แสดงไว้แล้ว

ตาม (2.6.37) - (2.6.39) อันเนื่องมาจากผลของข้อบังคับทางโครงสร้างในการย่อรวม

การที่เราไม่สามารถยืนยันเสถียรภาพของระบบป้อนกลับตามหัวข้อ 4.4.2 นี้ได้ทำให้เราไปสู่การศึกษาในบทที่ 5 และตัวอย่างเชิงตัวเลขในบทที่ 7 ที่แสดงกรณีที่ระบบป้อนกลับดังกล่าวไม่เสถียร

4.5 สมรรถนะที่เอาท์พุทของระบบ

หัวข้อนี้เป็นการบอกกล่าวเพื่อเตรียมการสำหรับตัวอย่างเชิงตัวเลขในบทที่ 7 ซึ่งจะต้องมีการดัดแปลงวิธีการของหัวข้อที่กล่าวมาแล้วในบทนี้เล็กน้อย

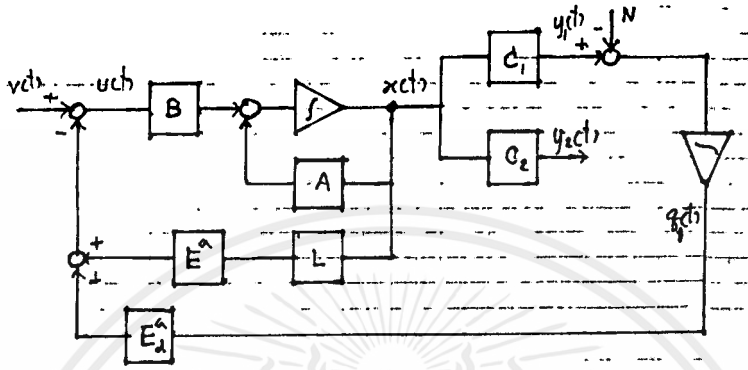
ในหัวข้อ 4.2, 4.3 ได้แสดงการนำ $C^T C$ $H^T H$ มาใช้แทน Q , Q^* ตามลำดับที่เป็นเช่นนี้เพราะในกรณีเช่นนี้เราสนใจค่าดัชนีสมรรถนะที่เกิดขึ้นที่เอาท์พุท $y(t)$ หรือ $y^*(t)$

ในความเป็นจริงระบบหนึ่งๆ เราอาจเข้าถึงค่าการแปลงของสถานะของระบบได้หลายค่า และอาจมองว่าทุกค่าการแปลงที่เข้าถึงได้ เป็นเอาท์พุทก็ได้ แต่การหากฎการควบคุมโดยพิจารณาสมรรถนะที่เอาท์พุท เราอาจสนใจเพียงเอาท์พุทบางตัวไม่จำเป็นต้องทั้งหมดก็ได้ เช่น ถ้าเราสนใจเฉพาะ $y_2(t)$ ใน $y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$ เราก็นำเอา $C_2^T C_2$ เท่านั้นมาใช้คำนวณกฎ

การควบคุม ไม่จำเป็นต้องใช้ $C^T C$ ทั้งหมด หรือระบบที่มีสัญญาณรบกวนระบบหนึ่ง มีสัญญาณรบกวนที่ $y_1(t)$ เท่านั้น เอาท์พุทอีกส่วนคือ $y_2(t)$ ไม่มีสัญญาณรบกวน ดังรูปที่ 4.8 ถ้าเราสนใจสมรรถนะในการลดสัญญาณรบกวนของ $y_1(t)$ เท่านั้น เราก็จะใช้ $Q = C_1^T C_1$ หรือ $Q = H^T H$ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการหากฎควบคุมสมรรถนะ เลิศหรือใกล้เคียง ตามแต่เราจะต้องการ



รูปที่ 4.8 ระบบป้อนกลับของระบบที่มีสองเอาต์พุต แต่มีสัญญาณรบกวนเพียงเอาต์พุตเดียว



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

การชดเชยระบบป้อนกลับที่มีสัญญาณรบกวน

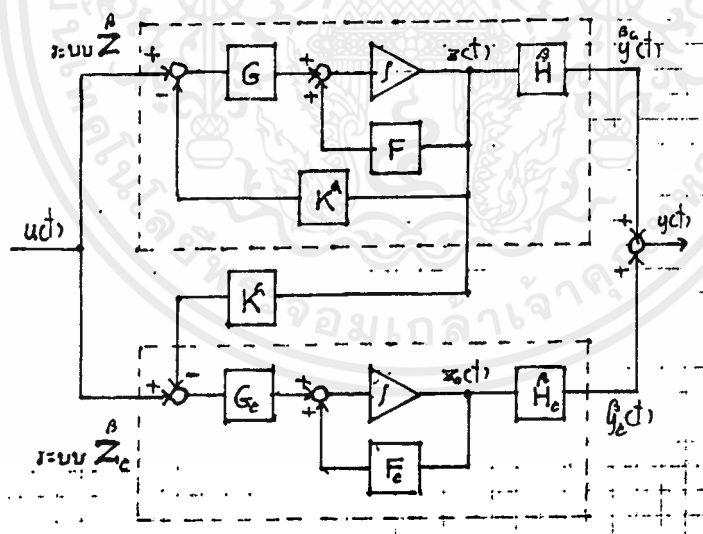
5.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะแสดงให้เห็นถึงการที่ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่มีสัญญาณรบกวนไม่เสถียรด้วยสาเหตุใดให้ดีขึ้นโดยกระจายออกมาในรูปของการปฏิสัมพันธ์ระหว่างระบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นและต้อย และด้วยสมการคุณลักษณะ (characteristic equation) ของระบบป้อนกลับ และยังได้นำวิธีชดเชยในบทที่ 2 มาใช้แก้ไขปัญหาเสถียรภาพดังกล่าวด้วย

5.2 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงในรูปของระบบ $Z + Z_c$

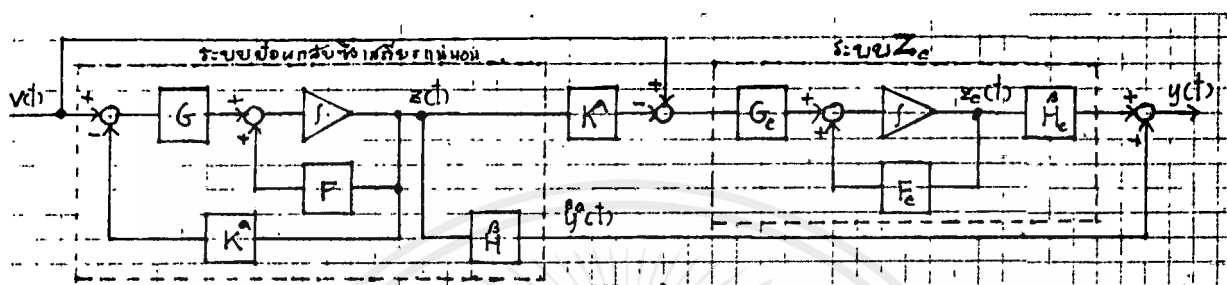
5.2.1 กรณีไม่มีสัญญาณรบกวน

เมื่อมองระบบ X ในรูประบบ $Z + Z_c$ และใช้กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียงในการป้อนกลับดังในรูปที่ 4.5 ซึ่งนำมาเขียนอีกครั้งในรูปที่ 5.1 จะได้



รูปที่ 5.1 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่ไม่มีสัญญาณรบกวน
ในรูปของระบบ $Z + Z_c$

จากรูป 5.1 เราสามารถจัดรูปใหม่ให้มีลักษณะที่ระบบป้อนกลับของ Z ถูกต่ออนุกรมกับระบบ Z_c ดังรูปที่ 5.2
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.2 แสดงการจัดรูปที่ 5.1 เสียใหม่ให้อยู่ในรูประบบป้อนกลับ
ของระบบ Z ต่ออนุกรมกับระบบ Z_c

จากรูปที่ 5.2 กรอบเส้นประทางซ้ายเป็นระบบป้อนกลับของ Z ซึ่งเสถียรแน่นอน (ไม่ว่า K^* ที่ใช้จะเป็น K^* หรือ K^* ก็ตาม) ส่วนระบบ Z_c (ซึ่งไม่ถูกป้อนกลับ) ก็เป็นองค์ประกอบส่วนโพลต์อยของระบบ X (ซึ่งโพลต์อยอยู่ทางซ้ายของระนาบเชิงซ้อน) ก็เสถียรด้วย ทำให้ระบบประกอบรวมแบบอนุกรม คือระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X นี้เสถียรแน่นอน

5.2.2 กรณีมีสัญญาณรบกวน

เมื่อมองระบบ X ในรูประบบ $Z + Z_c$ และ จาก

$$\dot{q}(t) = y(t) - N = H_z z + H_c z_c - N \quad (5.2.1)$$

จะให้

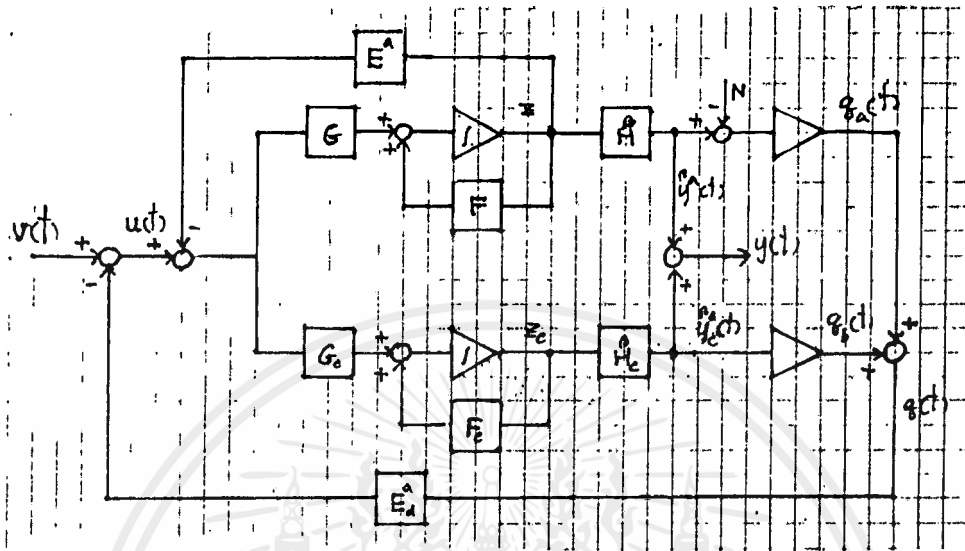
$$\dot{q}(t) = \dot{q}_z(t) + \dot{q}_c(t) \quad (5.2.2)$$

โดยที่

$$\dot{q}_z(t) = H_z z(t) - N \quad (5.2.3ก)$$

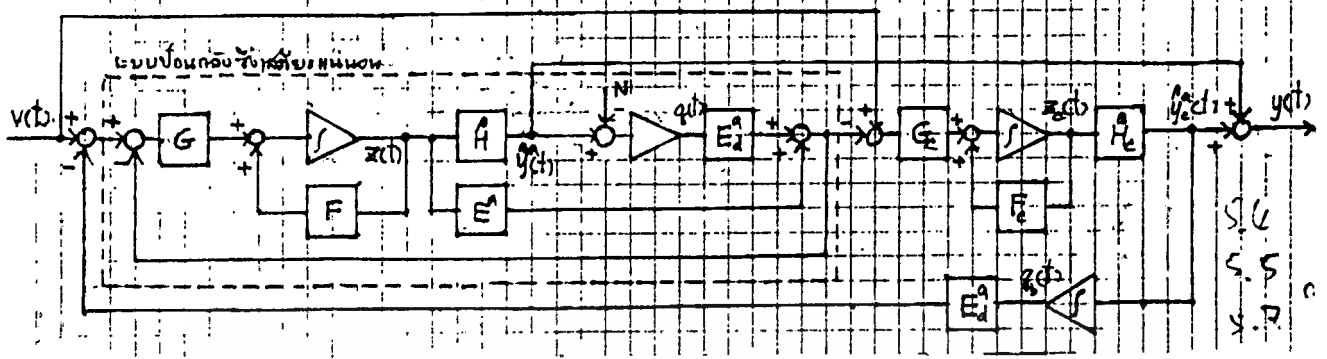
$$\dot{q}_c(t) = H_c z_c(t) \quad (5.2.3ข)$$

เราจะได้ดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงที่ขดเคี้ยวของระบบที่มีสัญญาณรบกวน
ในรูปของระบบ $Z + Z_c$

จากรูปที่ 5.3 เราสามารถจัดรูปใหม่ให้มีลักษณะที่เป็น ระบบป้อนกลับของระบบ Z ที่มีสัญญาณรบกวน ถัดอยู่กับระบบ Z_c (ที่ถูกป้อนกลับผ่าน E_d^* และอินทิเกรเตอร์) และมีการส่งสัญญาณจากระบบ Z_c ที่ผ่าน E_d^* และอินทิเกรเตอร์ ไปป้อนกลับระบบ Z ซึ่งระบบประกอบรวมทั้งหมดเราแสดงได้ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 แสดงการจัดรูป 5.3 เสียใหม่ให้อยู่ในรูประบบป้อนกลับของระบบ Z ที่มีสัญญาณรบกวน ถูกป้อนกลับโดยสัญญาณจากระบบ Z_c

จากรูปที่ 5.4 กรอบเส้นประทางซ้ายเป็นระบบป้อนกลับของระบบ Z ที่มีสัญญาณรบกวน ซึ่งจะต้องเสถียรแน่นอน ไม่ว่า E^* จะเป็น E_1^* หรือ E_2^* ก็ตาม แต่ขั้นนี้ระบบ Z_c มิได้เพียงต่ออนุกรมกับกรอบเส้นประทางด้านซ้ายเท่านั้น แต่มันส่งสัญญาณผ่านอินทิเกรเตอร์ และ E_2^* กลับมาป้อนกลับด้วย ตรงจุดนี้เองที่ทำให้ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่มีสัญญาณรบกวนซึ่งหากการควบคุมจากแบบจำลองลดอันดับที่รักษาน้ำหนักของโครงสร้าง อาจจะไม่เสถียรได้ ดังที่ได้แสดงไว้แล้วตามบทที่ 4 ว่ายังไม่อาจพิสูจน์ได้ว่าระบบจะเสถียรอย่างแน่นอน

5.3 สาเหตุที่ทำให้ไม่มีเสถียรภาพและแนวทางแก้ไข

เมื่อเราจัดรูปของสมการ (2.6.29) เสียใหม่จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{z}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ \beta & 0 & \beta \\ 0 & 0 & F_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G_c \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (5.3.1)$$

จากบทที่ 4 เมื่อทำการป้อนกลับด้วย

$$u(t) = -[E^* \quad E_2^*] \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \end{bmatrix} + v(t) \quad (5.3.2)$$

จะได้ระบบป้อนกลับเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{z}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F-GE^* & -GE_d^* & 0 \\ \beta & 0 & \beta \\ H & 0 & H_c \\ -G_c E^* & -G_c E_d^* & F_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ q(t) \\ z_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ G_c \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N$$

พิจารณาสมการคุณลักษณะ จาก

$$sI - \begin{bmatrix} F-GE^* & -GE^* & 0 \\ \beta & 0 & \beta \\ H & 0 & H_c \\ -G_c E^* & -G_c E_d^* & F_c \end{bmatrix} \quad (5.3.4)$$

จะเห็นว่ากรวยย่อยด้านซ้ายบน (5.3.4) คือ

$$sI - \begin{bmatrix} F-GE^* & -GE^* \\ \beta & 0 \\ H & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3.5)$$

ซึ่ง (5.3.5) คือ สมการคุณลักษณะของระบบ Z ที่มีสัญญาณรบกวนที่ถูกป้อนกลับด้วย E^* นั้นเอง ในส่วนนี้ถ้า E^* เป็น E^* ระบบป้อนกลับจะมีสมรรถนะเลิศ และจะเสถียรอย่างแน่นอน ส่วนกรวยย่อยด้านซ้ายล่างของ (5.3.4) คือ

$$sI - F_c \quad (5.3.6)$$

จะเป็นสมการคุณลักษณะของระบบ Z_c ที่ยังไม่ถูกป้อนกลับซึ่งเป็นองค์ประกอบส่วนโพลดีของระบบ X ซึ่งกำหนดให้มีโพลอยู่ทางซ้ายของระนาบเชิงซ้อน ดังนั้น (5.3.6) เสถียรแน่นอน

ดังนั้นเมื่อพิจารณา (5.3.4) จะเห็นได้ว่า ถ้าเราสามารถหาค่า H เท่ากับศูนย์ได้ (5.3.4) จะเป็นไปตามกฎการแยก (seperation principle) ทำให้สมการคุณลักษณะของ (5.3.4) กลายเป็น

$$sI - \begin{bmatrix} F-GE^* & -GE_d^* \\ H & 0 \end{bmatrix} (sI - F_c) \quad (5.3.7)$$

ตาม(5.3.7)นี้ ถ้าเราใช้ E^* ในการควบคุมระบบป้อนกลับของระบบ X สัญญาณรบกวนที่มีทั้งระบบจะเสถียรอย่างแน่นอน ส่วนในกรณีที่เราจะใช้ E^* ในการควบคุมเราจะ
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตเห็นาเบะจะเอะเขินด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต้องการวิธีชดเชยให้ระบบ Z^β กลายเป็นระบบ Z^α ให้ได้คือ ทำให้เสมือนกับว่า H^β ถูกชดเชยให้กลายเป็น H^α) ระบบป้อนกลับของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวนทั้งระบบก็จะเสถียรอย่างแน่นอน ซึ่งวิธีชดเชยเช่นนั้นได้แสดงไว้แล้วในหัวข้อ 2.7 ของบทที่ 2 ซึ่งจะได้นำมาใช้ชดเชยระบบ ดังจะแสดงให้เห็นต่อไปในหัวข้อ 5.4

แต่ในลักษณะของระบบป้อนกลับของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวน ดังที่ได้แสดงไว้ในปริกฏยานิพนธ์ของมนตรี และในบทที่ 4 ของปริกฏยานิพนธ์ฉบับนี้ ไม่ได้มีการชดเชยค่า H_c หรือ ค่า E^* ไว้เลย ทำให้ตัวอย่างที่มนตรีแสดงไว้ว่าเสถียรนั้นเป็นเพียงกรณีบังเอิญเฉพาะ (special case) เท่านั้น เนื่องจากย่อยระบบลงไม่มากคือจากระบบ X อันดับ 3 เป็นระบบ Z อันดับ 2 เท่านั้น

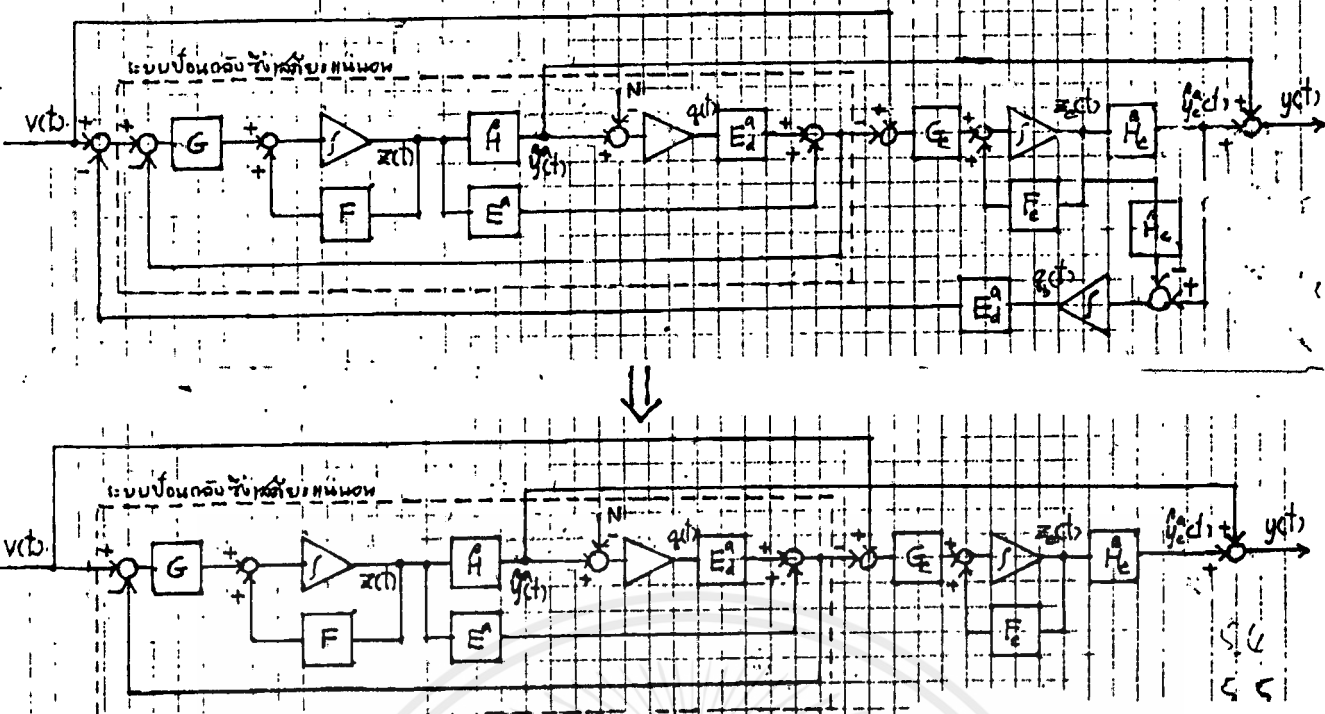
สรุปได้จาก (5.3.4) ว่าผลของการปฏิสัมพันธ์ของระบบตาม (5.3.5) และ (5.3.6) โดยผ่าน H_c และผลของการที่ E^* ไม่ตรงกับระบบ Z ที่มีอยู่จริง นี้เองเป็นผลให้ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบ X ที่มีสัญญาณรบกวน อาจจะไม่เสถียรได้ ดังจะแสดงให้เห็นเป็นตัวอย่างเชิงตัวเลขในบทที่ 7

5.4 วิธีชดเชย

เราจะแก้ไขให้ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงที่คำนวณจากแบบจำลองลดอันดับ โดยรักษาข้อบังคับทางโครงสร้าง ของระบบที่มีสัญญาณรบกวนค่าคงที่ที่เอาก้นพ ด้วยวิธีชดเชยให้ระบบ X เดิมเป็นเสมือน ระบบแบบจำลองลดอันดับโดยจะเป็น Z^β หรือ Z^α ก็แล้วแต่กรณี

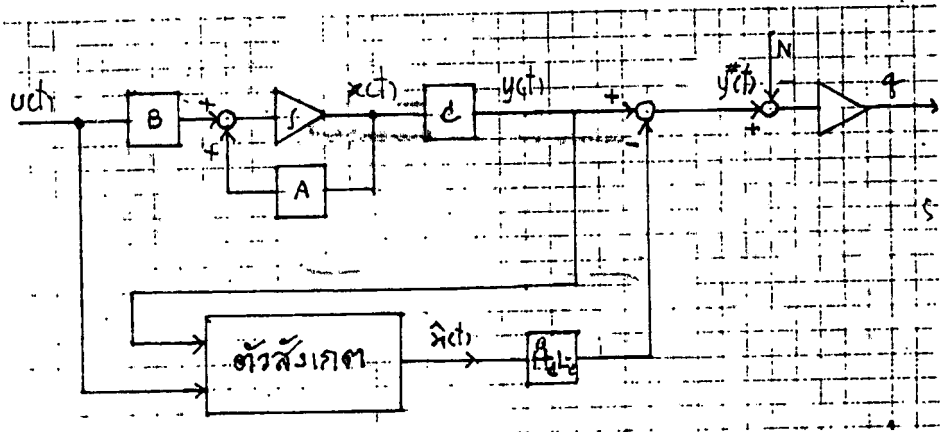
5.4.1 กรณีที่ใช้กฎการควบคุมที่ใช้แบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น

เราจะใช้วิธีชดเชยตามหัวข้อ 2.7.1 ทำให้สัญญาณ $y_c^*(t)$ ที่จะเข้าสู่อินทิเกรเตอร์ ในรูปที่ 5.4 หายไปคือเป็นศูนย์ ทำให้ไม่มีสัญญาณป้อนกลับสู่ระบบ Z^β อีกต่อไปอีก ทั้งยังทำให้ระบบ Z_c^β ที่เคยถูกป้อนกลับด้วย E_c^* ผ่านอินทิเกรเตอร์ไม่ถูกป้อนกลับอีกต่อไปทำให้กรอบเส้นประทางด้านซ้ายของรูปที่ 5.4 กลายเป็นระบบ Z_c^β ธรรมดาที่ไม่ถูกป้อนกลับเราสามารถแสดงการชดเชยนี้ได้ตามรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงกับแบบของค้ประกอบส่วนโพลเด่นที่ได้รับชด
 เชยแล้วของระบบที่มีสัญญาณรบกวนในรูปของระบบ $Z + Z_c$

แต่ในปริภูมิตวินัยฉบับนี้ เราจะไม่สามารถเข้าถึงสถานะของระบบได้โดยตรง จะต้องอาศัยตัวสังเกต สำหรับระบบที่มีสัญญาณรบกวนที่จัดรูปไว้สำหรับเตรียมการชดเชยแต่ยังไม่ป้อนกลับจะเป็นดังรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 ระบบที่มีสัญญาณรบกวน ที่เตรียมการชดเชยให้เป็นระบบแบบจำลองแบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่น (Z) แต่ยังไม่ป้อนกลับ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ \beta HL & 0 & H_c L_c (\psi + \lambda \Gamma) \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (5.4.1)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ \beta HL & 0 & H_c L_c (\psi + \lambda \Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (5.4.2)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ (I - H_c L_c (\lambda \phi + \lambda \Gamma)) C & 0 & -H_c L_c (\psi + \lambda \Gamma) \\ c & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$$

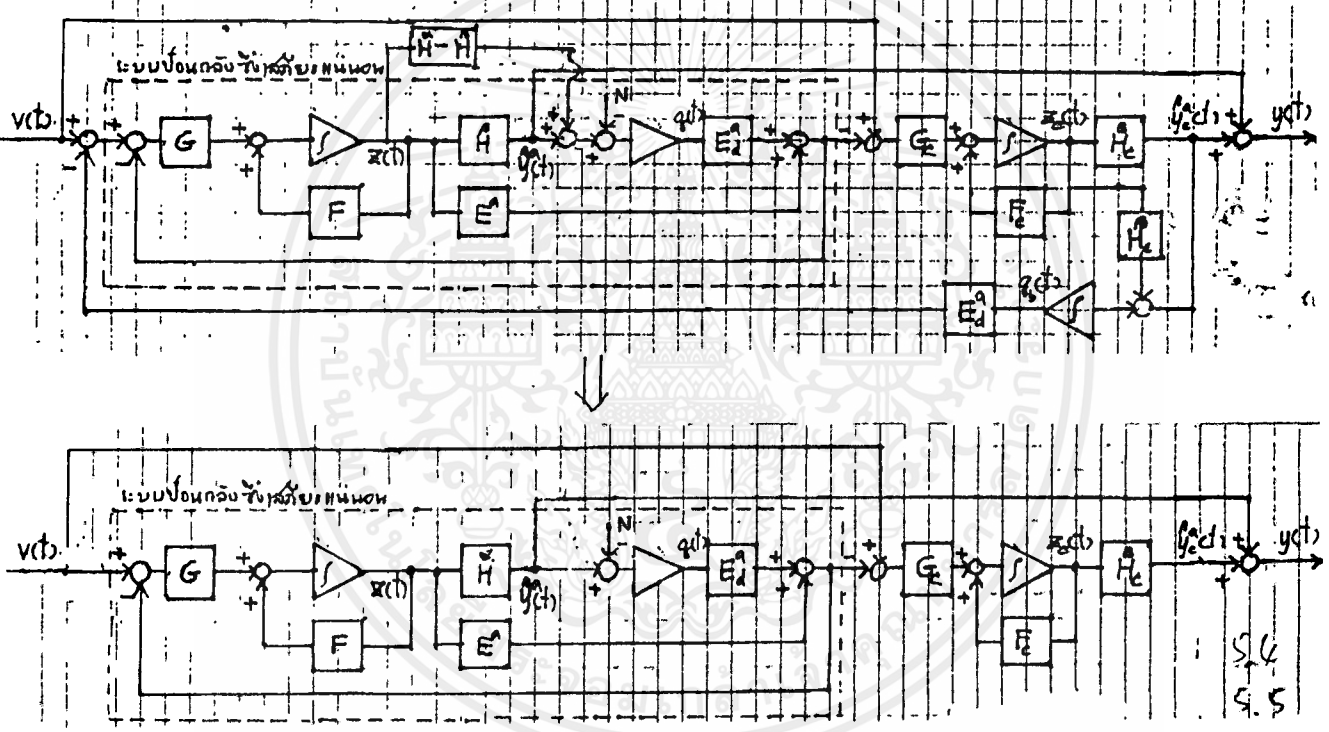
$$+ \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ MB \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (5.4.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สวอนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ \Phi & (I - H_c L_c (\Psi + \Upsilon \Gamma)) C & 0 \\ & & -H_c L_c (\Psi + \Upsilon \Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (5.4.4)$$

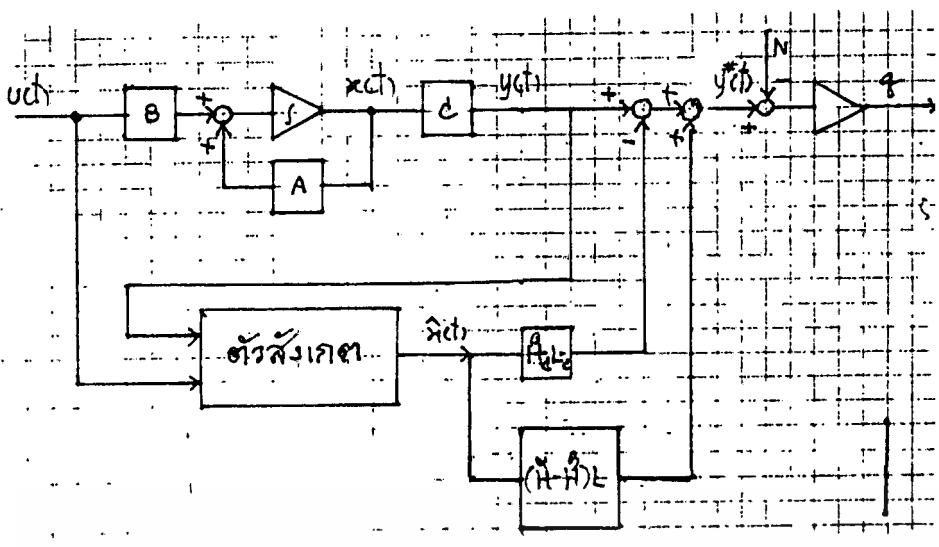
5.4.2 กรณีที่ใช้กฎการควบคุมที่ใช้แบบจำลองแบบเอาโอเกิ

เราจะใช้วิธีลดขนาดตามหัวข้อ 2.7.2 โดยทำให้สัญญาณ $y^*(t)$ ที่จะเข้าสู่อินทิเกรเตอร์หายไปคือเป็นศูนย์ ในลักษณะเดียวกับหัวข้อ 5.4.1 นอกจากนี้ยังทำการลดขนาดระบบ Z ให้เป็นระบบ Z ด้วยการป้อน $(H - H_c)LX(t)$ เข้าที่เอาท์พุท ซึ่งวิธีการลดขนาดเช่นนี้ จะเป็นไปตามรูปที่ 5.7



รูปที่ 5.7 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงกับแบบเอาโอเกิที่ได้รับการลดขนาดแล้ว ของระบบที่มีสัญญาณรบกวนในรูปของระบบ $Z + Z_c$

แต่เนื่องจากในปริศยานิพนธ์ฉบับนี้ เราไม่อาจเข้าถึงสถานะของระบบได้โดยตรงจะต้องอาศัยตัวสังเกต สำหรับการเตรียมการลดขนาด แต่ยังไม่ได้อ้อนกลับ จะเป็นดังรูปที่ 5.8



รูปที่ 5.8 ระบบที่มีสัญญาณรบกวน ที่เตรียมการชดเชยให้เป็นระบบแบบ
แบบจำลองแบบอาโอกี (Z) แต่ยังไม่ป้อนกลับ

จากรูปที่ 5.2.8 และแบบที่ 3 จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ \alpha & HL & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (5.5.5)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ \alpha & HL & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (5.5.6)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ (I + (HL - HL - H_c L_c)(\alpha\phi + \Phi))C & 0 & (HL - HL - H_c L_c)(\psi + \Gamma) \\ C & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ MB \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (5.5.7)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ (I + (HL - HL - H_c L_c)(\alpha\phi + \Phi))C & 0 & (HL - HL - H_c L_c)(\psi + \Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (5.5.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สแกนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ใดๆ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

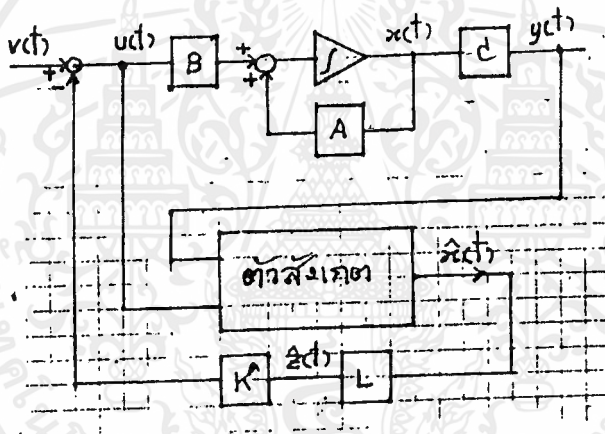
สมการของระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียง

6.1 กล่าวนำ

ในบทนี้ ได้แสดงสมการของระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน และที่มีสัญญาณรบกวนที่มีการชดเชยแล้ว โดยอาศัยตัวสังเกตในการส่งผ่านการป้อนกลับสถานะ โดยในบทนี้ จะเป็นการเตรียมการสำหรับตัวอย่างเชิงตัวเลขในบทที่ 7 สมการที่แสดงไว้นี้ จะมีทั้งแบบที่ใช้สถานะของตัวสังเกต $\hat{x}(t)$ คือ แบบ $[x^T \ \hat{x}^T]^T$, $[x^T \ \hat{x}^T \ \hat{y}^T]^T$ และแบบที่ใช้ค่าคลาดเคลื่อนของสถานะตัวสังเกต $e(t)$ คือแบบ $[x^T \ e^T]^T$, $[x^T \ \hat{x}^T \ e^T]^T$

6.2 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน

ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจะแสดงดังรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงโดยผ่านตัวสังเกตของระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

จากบทที่ 3 เราจะได้สมการเอาต์พุทของตัวสังเกตเป็น

$$\hat{x}(t) = x(t) - (\phi + \lambda \Gamma) e(t) \quad (6.2.1ก)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = (\lambda \phi + \lambda \Gamma) C x(t) + (\phi + \lambda \Gamma) \xi(t) \quad (6.2.1ข)$$

โดยกรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวนนี้

$$u(t) = -K^* \hat{x}(t) + v(t) \quad (6.2.2)$$

แทน (6.2.1) ลงไปใน (6.2.2) จะได้

$$u(t) = -K^* L x(t) + K^* \Gamma (\phi + \lambda \Gamma) e(t) + v(t) \quad (6.2.3 ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u(t) = -K^*L(\lambda\phi+\bar{\phi})Cx(t) - K^*L(\psi+\lambda\Gamma)\xi(t) + v(t) \quad (6.2.3 \text{ ข})$$

จากรูปที่ 6.1 และสมการ (6.2.3 ก) เราจะได้สมการป้อนกลับแบบ $[x^T \ \xi^T]^T$ คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BK^*L & BK^*L(\psi+\lambda\Gamma) \\ 0 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \quad (6.2.4)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ \xi(t) \\ \mu(t) \\ \hat{x}(t) \\ e_x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ M & -I \\ MA & -\Gamma \\ I & -(\psi+\lambda\Gamma) \\ 0 & \psi+\lambda\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (6.2.5)$$

เมื่อใช้สมการ (6.2.3 ข) จะได้สมการป้อนกลับแบบ $[x^T \ \xi^T]^T$ คือ

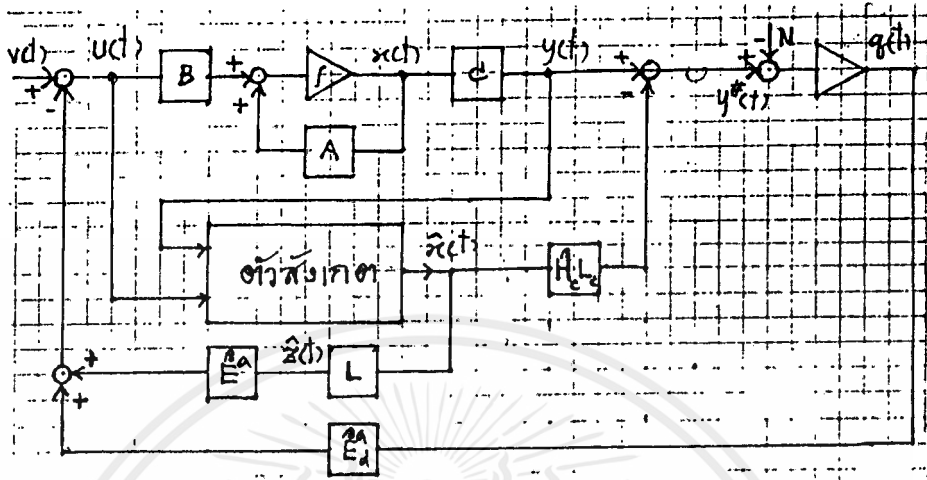
$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BK^*L(\lambda\phi+\bar{\phi})C & -BK^*L(\psi+\lambda\Gamma) \\ C-MBK^*L(\lambda\phi+\bar{\phi})C & \Gamma-MBK^*L(\psi+\lambda\Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ MB \end{bmatrix} v(t) \quad (6.2.6)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ \mu(t) \\ \hat{x}(t) \\ \xi(t) \\ e_x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ \phi C & \Gamma \\ (\lambda\phi+\bar{\phi})C & \psi+\lambda\Gamma \\ M & -I \\ I-(\lambda\phi+\bar{\phi})C & -(\psi+\lambda\Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (6.2.7)$$

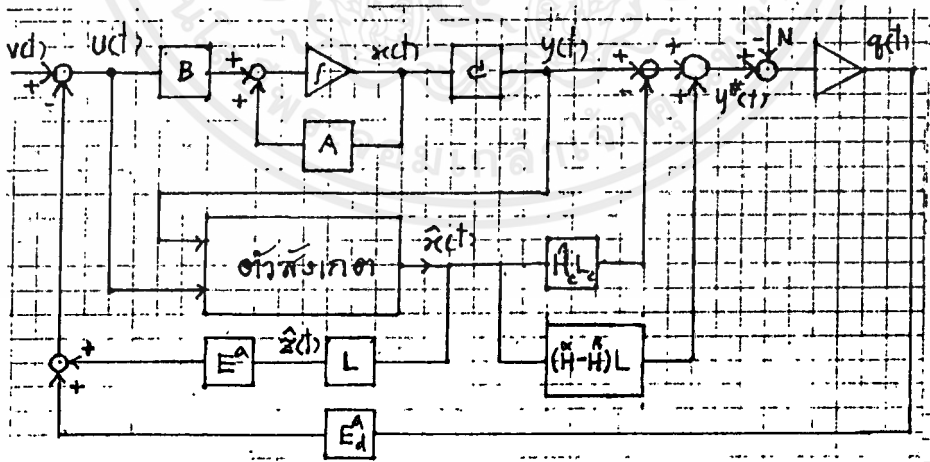
6.3 กรณีสหพจน์ที่มีลักษณะรบกวนและมีการชดเชย

ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจะเป็นดังรูปที่ 6.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) เมื่อใช้กฎการควบคุมจากแบบจำลองแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น



(ข) เมื่อใช้กฎการควบคุมจากแบบจำลองแบบขาคือ

รูปที่ 6. 2 ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงโดยผ่านตัวสังเกต

ของระบบที่มีสัญญาณรบกวนและมีการชดเชยแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการแข่งขันเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีระบบมีสัญญาณรบกวนนี้จะได้ว่า

$$u(t) = -E^* L \hat{x}(t) - E_d^* q(t) + v(t) \tag{6.3.1}$$

เมื่อแทน (6.2.1) ลงใน (6.2.8) จะได้

$$u(t) = -E^* L x(t) - E_d^* q(t) + E^* L (\psi + \gamma \Gamma) e(t) + v(t) \tag{6.3.2ก}$$

$$u(t) = -E^* L (\gamma \phi + \Phi) C x(t) - E_d^* q(t) - E^* L (\psi + \gamma \Gamma) \xi(t) + v(t) \tag{6.3.2ข}$$

สมการของระบบมีสัญญาณรบกวนที่เตรียมการชดเชยไว้แล้ว แต่ยังไม่ป้อนกลับได้แสดงไว้แล้วในหัวข้อ 5.4 บทที่ 5 การหาสมการระบบป้อนกลับทำได้โดย แทนค่า $u(t)$ ตาม (6.3.2) ลงในสมการของหัวข้อดังกล่าว

6.3.1 เมื่อใช้กฎการควบคุมแบบองค์ประกอบส่วนโพลเด่น

สมการแบบ $[x^T \ q^T \ e^T]^T$: แทน (6.3.2ก) ลงใน (5.4.1), (5.4.2) จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - \beta E^* L & -\beta E_d^* & \beta E^* L (\psi + \gamma \Gamma) \\ \beta HL & 0 & \beta H_e L_e (\psi + \gamma \Gamma) \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \tag{6.3.3}$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \\ \xi(t) \\ \mu(t) \\ \hat{x}(t) \\ \underline{e}_x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ \beta & 0 & \beta \\ HL & 0 & H_e L_e (\psi + \gamma \Gamma) \\ M & 0 & -I \\ MA & 0 & -\Gamma \\ I & 0 & -(\psi + \gamma \Gamma) \\ 0 & 0 & \psi + \gamma \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \tag{6.3.4}$$

สมการแบบ $[x^T \ q^T \ \xi^T]^T$: แทน (6.3.2ข) ลงใน (5.4.3), (5.4.4) จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - \beta E^* L (\gamma \phi + \Phi) & -\beta E_d^* & -\beta E^* L (\psi + \gamma \Gamma) \\ (I - (E^* L + H_e L_e) (\gamma \phi + \Phi)) C & 0 & -(E^* L + H_e L_e) (\psi + \gamma \Gamma) \\ \phi C - M \beta E^* L (\gamma \phi + \Phi) C & -M \beta E_d^* & \Gamma - M \beta E^* L (\psi + \gamma \Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ MB \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \tag{6.3.5}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \\ \mu(t) \\ \hat{x}(t) \\ e(t) \\ e_{\infty}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ (I - (E^{\beta} L + H_{\underline{c}} L_{\underline{c}})(\alpha\phi + \bar{\Phi}))C & 0 & -(E^{\beta} L + H_{\underline{c}} L_{\underline{c}})(\psi + \alpha\Gamma) \\ \phi C & 0 & \Gamma \\ (\alpha\phi + \bar{\Phi})C & 0 & (\psi + \alpha\Gamma) \\ M & 0 & -I \\ I - (\alpha\phi + \bar{\Phi})C & 0 & -(\psi + \alpha\Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (6.3.5)$$

6.3.2 เมื่อใช้กฎการควบคุมจากแบบจำลองแบบอาโอกิ

สมการแบบ $[x^T \ q^T \ e^T I^T]^T$ แทน (6.3.2ก) ลงใน (5.4.5), (5.4.6)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B E^{\alpha} L & -B E^{\alpha} & B E^{\alpha} L (\psi + \alpha\Gamma) \\ \alpha HL & 0 & (C - HL)(\psi + \alpha\Gamma) \\ 0 & 0 & -\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (6.3.7)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \\ \xi(t) \\ \mu(t) \\ x(t) \\ e_{\infty}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ \alpha HL & 0 & (C - HL)(\psi + \alpha\Gamma) \\ M & 0 & -I \\ MA & 0 & -\Gamma \\ I & 0 & -(\psi + \alpha\Gamma) \\ 0 & 0 & \psi + \alpha\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (6.3.8)$$

สมการแบบ $[x^T \ q^T \ \xi^T I^T]^T$ แทน (6.3.2ข) ลงใน (5.4.7), (5.4.8)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - B E^{\alpha} L (\alpha\phi + \bar{\Phi})C & -B E^{\alpha} & -B E^{\alpha} L (\psi + \alpha\Gamma) \\ (I + S(\alpha\phi + \bar{\Phi}))C & 0 & S(\psi + \alpha\Gamma) \\ \phi C - M B E^{\alpha} L (\alpha\phi + \bar{\Phi})C & -M B E^{\alpha} & \Gamma - M B E^{\alpha} L (\psi + \alpha\Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ MB \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (6.3.9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ y^*(t) \\ \mu(t) \\ \hat{x}(t) \\ e(t) \\ e_x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ (I+S(\alpha\phi+\theta)) & 0 & S(\psi+\alpha\Gamma) \\ \phi C & 0 & \Gamma \\ (\alpha\phi+\theta)C & 0 & \psi+\alpha\Gamma \\ M & 0 & -I \\ I-(\alpha\phi+\theta)C & 0 & -(\psi+\alpha\Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (6.3.10)$$

โดยที่กำหนดให้

$$S = HL - \beta HL - H_c L_c - E^* L \quad (6.3.11)$$

จากสมการที่แสดงทั้งหมด ได้แสดงพารามิเตอร์ของตัวสังเกตในรูปทั่วไป ถ้าต้องการจะใช้ตัวสังเกตอันดับเต็ม ก็ตั้งค่าให้เป็นศูนย์คือหายไป เพราะไม่มีส่วนที่รับสัญญาณ $x(t)$ จากเอาท์พุท ถ้าหากต้องการตัวสังเกตอันดับลด ก็คงพารามิเตอร์ไว้ในสมการ

สมการทั้งแบบ $[x^T \ e^T]^T [x^T \ q^T \ e^T]^T$ กับ $[x^T \ \xi^T]^T [x^T \ q^T \ \xi^T]^T$ นั้นสมมูลกัน ดังนั้นอาจเลือกแบบใดแบบหนึ่งมาเป็นสมการทำการก็ได้ ไม่จำเป็นต้องใช้ทั้งสองแบบ

6.4 กรณีระบบมีสัญญาณรบกวน แต่ไม่มีการชดเชย

จากบทที่ 3 และ (6.3.1)-(6.3.2) จะได้ตามรูปที่ 6.3 และสมการข้างล่าง

สมการแบบ $[x^T \ q^T \ \xi^T]^T$ คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BE^*L & -BE_d^* & BE^*L(\psi+\alpha\Gamma) \\ C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (6.4.1)$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ \xi(t) \\ \mu(t) \\ \hat{x}(t) \\ e_x(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ M & 0 & -I \\ MA & 0 & -\Gamma \\ I & 0 & -(\psi+\alpha\Gamma) \\ 0 & 0 & \psi+\alpha\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (6.4.2)$$

สมการแบบ $[x^T \ q^T \ \xi^T]^T$ คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A-BE^*L(\alpha\phi+\theta)C & -BE_d^* & -BE^*L(\psi+\alpha\Gamma) \\ C & 0 & 0 \\ \phi C-MBE^*L(\alpha\phi+\theta) & -MBE_d^* & \Gamma-MBE^*L(\psi+\alpha\Gamma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ q(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} N \quad (6.4.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

ตัวอย่าง

7.1 กล่าวนำ

หลังจากที่ได้กล่าวแต่ทฤษฎีมาตั้งแต่บทที่ 1 ถึง 6 แล้วในบทนี้จะแสดงตัวอย่างในเชิงตัวเลขให้เห็น ในบทจะแสดงค่าตัวเลขของแมทริกซ์ และพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ ค่าต่าง ๆ ที่ได้สามารถแทนค่าในสูตรและสมการต่าง ๆ ที่ผ่านว่ามีคุณสมบัติตรงตามนั้นจริง ๆ และที่สำคัญคือแสดงการเขียนผลตอบสนองออกมาเป็นกราฟของระบบป้อนกลับ ของทั้งแบบฮาโยกและแบบของค์ประกอบส่วนโพลเด่นไว้

7.2 ข้อมูลของตัวอย่าง

เราจะให้ระบบ X เป็นระบบอันดับ 6 มี 2 อินพุต 2 เอาท์พุต ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4 & -1 & 0 & 25.2 & 3 & 0 \\ 0.06 & 0 & -1 & 56.12 & 0 & -3 \\ -0.004 & 0 & 0 & 155.992 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -13 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 56 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -78 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.3 & -0.3 \\ -0.4 & 0.6 \\ -0.2 & -0.7 \\ -0.1 & 0.6 \\ 0.2 & -0.1 \\ -0.2 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.2 & 0.3 & 0.7 & -0.6 & 0.5 \\ -0.1 & 0.5 & 0.2 & -0.2 & 0.4 & -0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

โดยมีโพลอยู่ที่ $-0.1 \pm j0.1$, -0.2 , -3 , $-5 \pm j1$

โดยจะให้โพล $-0.1 \pm j0.1$, -0.2 เป็นโพลเด่น ที่เหลือเป็นโพลด้อย จะได้

<<< Matrix T >>>
 -9.5288D-01 -j 2.1345D-02 -9.5288D-01 +j 2.1349D-02
 -4.4166D-02 +j 3.3384D-02 2.8373D-01 +j 1.0169D-01
 2.8373D-01 +j 1.0169D-01 2.8373D-01 -j 1.0169D-01
 -1.5997D-01 +j 1.5562D-01 -1.8631D-02 +j 1.9484D-02
 -1.8631D-02 -j 1.9484D-02 -1.8631D-02 +j 1.9484D-02
 -5.6234D-01 +j 6.3326D-01 -6.8200D-21 +j 1.2573D-21
 -6.8200D-21 -j 1.2573D-21
 +2.2083D-02 -j 1.6692D-02 -3.6690D-19 +j 1.5538D-20
 -3.6690D-19 -j 1.5538D-20
 -1.5997D-01 +j 1.5562D-01 -8.7517D-19 +j 1.0555D-19
 -8.7517D-19 -j 1.0555D-19

9.8039D-01 +j 0.0000D+00 3.3403D-02 +j 0.0000D+00 -4.4166D-02 -j 3.3384D-02
 -1.9608D-01 +j 0.0000D+00 1.6702D-01 +j 0.0000D+00 -1.5997D-01 -j 1.5562D-01
 1.9608D-02 +j 0.0000D+00 8.6848D-01 +j 0.0000D+00 -5.6234D-01 -j 6.3326D-01
 -3.1330D-20 +j 0.0000D+00 -1.6702D-02 +j 0.0000D+00 2.2083D-02 +j 1.6692D-02
 -1.2997D-18 +j 0.0000D+00 1.6702D-01 +j 0.0000D+00 -1.5997D-01 -j 1.5562D-01
 -3.7151D-18 +j 0.0000D+00 -4.3424D-01 +j 0.0000D+00 2.8117D-01 +j 3.1663D-01

Matrix π

3.59473D-01+j 8.82728D-01 3.59473D-01-j 8.82728D-01
 1.95690D-02+j 3.00766D-01 1.95690D-02-j 3.00766D-01
 1.04651D-02+j 2.48440D-02 1.04651D-02-j 2.48440D-02
 9.80392D-01+j 0.00000D+00
 1.96078D-01+j 0.00000D+00
 1.96078D-02+j 0.00000D+00

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(7.1.5ก)

$$Lc = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(7.1.5ข)

$$L^+ = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \\ 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L^T c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (7.2.6\text{ข})$$

$$L^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.2.7\text{ก})$$

$$L^* c = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.2.7\text{ข})$$

เราจะได้ระบบ Z เป็นระบบอันดับ 3 มีโพลอยู่ที่ $-0.1 \pm j0.1$ -0.2
กรณีเป็นระบบ Z จะได้

$$\dot{z}_1(t) = Fz(t) + Gu(t) \quad (7.2.8)$$

$$y^m(t) = Hz(t) \quad (7.2.9)$$

คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4 & 1 & 0 \\ -0.06 & 0 & 1 \\ -0.004 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.6 & -0.7 \\ -0.6 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.10)$$

$$\begin{bmatrix} y_1^m(t) \\ y_2^m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.35 & -0.2 & 0.26 \\ -0.1 & -0.05 & -0.28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีเป็นระบบ Z จะได้

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Gu(t) \quad (7.2.12)$$

$$y^\beta(t) = H^\beta z(t) \quad (7.2.13)$$

คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.4 & 1 & 0 \\ -0.06 & 0 & 1 \\ -0.004 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.6 & -0.7 \\ -0.6 & 0.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.14)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.3 \\ -0.1 & -0.5 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.15)$$

และจะได้ระบบ Z_c เป็นระบบอันดับ 3 มีโพลอยู่ที่ $-3, -5 \pm j1$ ดังนี้

กรณีเป็นระบบ Z_c จะได้

$$\dot{z}_c(t) = F_c z_c(t) + G_c u(t) \quad (7.2.16)$$

$$y_c^\alpha(t) = H_c^\alpha z_c(t) \quad (7.2.17)$$

คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{c1}(t) \\ \dot{z}_{c2}(t) \\ \dot{z}_{c3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 1 & 0 \\ -56 & 0 & 1 \\ -78 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{c1}(t) \\ z_{c2}(t) \\ z_{c3}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.1 & -0.6 \\ 0.2 & -0.1 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.18)$$

$$\begin{bmatrix} y_{c1}^\alpha(t) \\ y_{c2}^\alpha(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.7 & -0.6 & -0.5 \\ 0.2 & 0.4 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{c1}(t) \\ z_{c2}(t) \\ z_{c3}(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.19)$$

กรณีเป็นระบบ Z_c จะได้

$$\dot{z}_c(t) = F_c z_c(t) + G_c u(t) \quad (7.2.20)$$

$$y_c^\beta(t) = H_c^\beta z_c(t) \quad (7.2.21)$$

คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{c1}(t) \\ \dot{z}_{c2}(t) \\ \dot{z}_{c3}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 1 & 0 \\ -56 & 0 & 1 \\ -78 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{c1}(t) \\ z_{c2}(t) \\ z_{c3}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2 & -0.6 \\ 0.2 & -0.6 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.22)$$

$$\begin{bmatrix} y_{c1}^\beta(t) \\ y_{c2}^\beta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.9 & 1.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{c1}(t) \\ z_{c2}(t) \\ z_{c3}(t) \end{bmatrix} \quad (7.2.23)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น กรุณาให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น เมื่อลองแทนค่าลงในสมการในหัวข้อ 2.3, 2.4 บทที่ 2 เพื่อพิสูจน์คุณลักษณะที่ปรากฏ
ว่าเป็นจริงตามนั้นทุกประการ

7.3 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการป้อนกลับ

7.3.1 กรณีไม่มีสัญญาณรบกวน

จะให้ระบบถ่วงน้ำหนักที่เอาต์พุต ทั้ง 2 เอาต์พุต ดังนี้

$$q = \begin{bmatrix} C_1^T \\ C_2^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_1^T \\ C_2^T \end{bmatrix} \quad (7.3.1)$$

$$q^a = \begin{bmatrix} H_1^T \\ H_2^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H_1^T \\ H_2^T \end{bmatrix} \quad (7.3.2)$$

โดยใช้

$$R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (7.3.3)$$

โดยจะใช้ตัวสังเกตอันดับสอง อันดับสอง ในการป้อนกลับ โดยจัดรูปเพื่อให้จำนวนการแปลงเป็นสองเท่า มี พารามิเตอร์ Γ เป็น

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -12 & 0 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \quad (7.3.4)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.3.5)$$

$$K = \begin{bmatrix} -2.72412E-01 & 1.40238E+00 & - & - \\ -6.36791E-01 & 1.28056E+00 & - & - \\ -2.61326E+00 & -4.76868E+00 & -5.20093E-01 & -3.70752E+00 \\ 1.56067E+00 & 1.98390E+01 & 1.33643E+00 & 4.31309E-03 \end{bmatrix} \quad (7.3.6)$$

$$K^a = \begin{bmatrix} -1.59975E-01 & -9.08031E-01 & -2.97750E+00 \\ .8.05541E-01 & -2.48754E-01 & 5.54844E-01 \end{bmatrix} \quad (7.3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\beta K^a = \begin{bmatrix} -2.50564E-01 & -2.69510E+00 & -6.38068E+00 \\ 1.66438E-01 & -1.54581E+00 & -1.09517E+00 \end{bmatrix} \quad (7.3.11)$$

7.3.2 กรณีมีสัญญาณรบกวน

ลักษณะระบบจะมีสัญญาณรบกวน N ที่เอาต์พุต $y_i(t)$ เพียงตัวเดียว และ จะทำการถ่วงน้ำหนักที่เอาต์พุต $y_i(t)$ เพียงตัวเดียว ดังนั้น

$$Q = C_1^T C_1 \quad (7.3.9)$$

$$Q^a = H_1^T H_1 \quad (7.3.10)$$

โดยให้

$$Q^r = 100 \quad (7.3.11)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (7.3.12)$$

โดยใช้ตัวสังเกตอันดับเต็ม อันดับสาม ในการป้อนกลับโดยจัดรูปให้มีจำนวนการแปลงเป็นสองเท่า โดยมีพารามิเตอร์ Γ เป็น

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -12 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{bmatrix} \quad (7.3.13)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \phi_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.3.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$E = [E \quad E_d] = \dots$$

(7.3.15)

$$\begin{bmatrix} 1.52598E+00 & -1.11057E+01 & 7.80173E-01 \\ 2.78305E+00 & -7.18195E+00 & -3.13719E+01 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5.25306E-01 & 2.65417E+00 & -5.54694E+00 & -1.60084E+00 \\ -3.75476E+00 & 2.04437E+00 & -3.04877E+00 & 1.05585E+01 \end{bmatrix}$$

$$E^{\alpha} = [E^{\alpha} \quad E_d^{\alpha}] = \dots \tag{7.3.16}$$

$$\begin{bmatrix} -9.56897D-01 & -6.29303D-01 & -3.71118D+00 \\ 3.59465D+00 & -1.86310D+00 & 1.29276D+00 \\ & & -1.07456E+0D \\ & & 2.97411E+0D \end{bmatrix}$$

$$E^{\beta} = [E^{\beta} \quad E_d^{\beta}] = \dots \tag{7.3.17}$$

$$\begin{bmatrix} -9.80439D-01 & -4.72714D+00 & -8.48324D+00 \\ 5.37747D+00 & 4.50551D+00 & 5.59904D+00 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4.67320E-01 \\ 3.16193E+0D \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.4 ข้อมูลระบบป้อนกลับ

เนื่องจากสมการแบบ $[x^T \ e^T]^T$, $[x^T \ v^T \ e^T]^T$ กับแบบ $[x^T \ \xi^T]^T$, $[x^T \ v^T \ \xi^T]^T$ สมมูลกัน จึงจะขอเลือกใช้ สมการแบบ $[x^T \ e^T]^T$ หรือ $(x^T \ v^T \ e^T)^T$ ในการทดลอง

7.4.1 กรณีระบบไม่มีสัญญาณรบกวน

จะได้ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศเป็น

$$[A - BK]$$

(7.4.1)

>>>

-5.09314D-01	-1.03655D+00	1.25218D+00	3.25823D+01	3.55696D+00	1.11355D+00
3.33110D-01	-2.07382D-01	-2.98171D+00	4.23091D+01	-1.00990D+00	-4.48560D+00
-5.04236D-01	1.17687D+00	5.69817D-01	1.68926D+02	8.31483D-01	-7.38485D-01
3.54833D-01	-6.28096D-01	-1.19773D+00	-2.53803D+01	-1.85387D+00	-3.73340D-01
-9.19665D-03	-1.52421D-01	6.78719D-01	5.89376D+01	2.37662D-01	-2.58065D-01
2.63913D-01	-3.59802D-01	-1.30299D+00	-8.88732D+01	-7.72234D-01	-7.43661D-01

ซึ่งมีโพลอยู่ที่

$$\begin{bmatrix} -6.93219D-01+j & 0.00000D+00 \\ -3.20130D-01+j & 1.23633D+00 \\ -1.22236D+01+j & 1.09416D+01 \\ -1.22236D+01-j & 1.09416D+01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3.20130D-01-j & 1.23633D+00 \\ -2.52526D-01+j & 0.00000D+00 \end{bmatrix}$$

ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศที่เกิดที่ป้อนผ่านตัวส่งเกิดตาม (6.2.4), (6.2.5) คือ

$$\begin{bmatrix} A-BK^\alpha L & BK^\alpha L(\psi+\xi\Gamma) \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} =$$

(7.4.2)

-1.10345D-01	-1.19778D+00	1.05970D+00	2.57793D+01	3.19778D+00	2.11940D+00
-4.87315D-01	2.13959D-01	-2.52391D+00	5.50254D+01	-2.13959D-01	-6.04782D+00
5.27884D-01	3.55735D-01	-2.07109D-01	1.57056D+02	-3.55735D-01	-4.14218D-01
-4.99322D-01	-5.84499D-02	-6.30656D-01	-1.39986D+01	-9.41550D-01	-1.26131D+00
1.12549D-01	-1.56731D-01	6.50984D-01	5.62251D+01	1.56731D-01	3.01970D-01
-4.34765D-01	5.72287D-02	-8.72922D-01	-7.88695D+01	-5.72287D-02	-1.74584D+00
				1.74275D+02	-7.11484D+01
				-1.44701D+02	4.45260D+01
				-5.10678D+02	2.73956D+02
				1.61071D+02	-1.02130D+02
				1.60016D+02	-7.26014D+01
				1.53136D+01	-2.80748D+01

ซึ่งมีโพลอยู่ที่

$$\begin{bmatrix} -3.22693D-01+j & 4.91470D-01 \\ -3.22693D-01-j & 4.91470D-01 \\ -2.99886D+00+j & 0.00000D+00 \\ -2.04620D+00+j & 0.00000D+00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5.00038D+00+j & 1.00102D+00 \\ -5.00038D+00-j & 1.00102D+00 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A-BK^\beta L & BK^\beta L(\psi+\xi\Gamma) \\ 0 & \Gamma \end{bmatrix} =$$

(7.4.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

74899D-01 -1.34479D+00 1.58535D+00 2.54502D+01 3.34479D+00 3.17070D+00
 10088D-01 1.50554D-01 -2.89457D+00 5.57198D+01 -1.50554D-01 -6.78914D+00
 23938D-02 1.62109D+00 -2.04345D+00 1.56125D+02 -1.62109D+00 -4.08690D+00
 24919D-01 -6.57976D-01 1.96340D-02 -1.32498D+01 -3.42024D-01 3.92680D-01
 57566D-02 -3.84439D-01 1.16652D+00 5.61335D+01 3.84439D-01 1.33304D+00
 5332D-01 -2.33885D-01 -7.28051D-01 -7.82667D+01 2.33885D-01 -1.45610D+00

) 4.10052D+02 -1.90735D+02
 -2.48564D+02 1.01821D+02
 = -1.61515D+03 8.13379D+02
 6.08748D+02 -3.17655D+02
 4.22455D+02 -2.03404D+02
) 1.73890D+02 -1.01583D+02
 -12 0
 0 -10

0

ซึ่งมีโพลอยู่ที่ $-8.55543D-01 + j 6.11498D-01 - 5.00012D+00 + j 1.00032D+00$
 $-8.55543D-01 - j 6.11498D-01 - 5.00012D+00 - j 1.00032D+00$
 $-2.99950D+00 + j 0.00000D+00$
 $-1.77843D+00 + j 0.00000D+00$ $-12, -10$

$M = \begin{bmatrix} 3.45623D+01 & -1.57865D+01 & 2.38511D+01 \\ 1.17774D+01 & -1.58223D+01 & 2.84176D+01 \\ 3.85126D+02 & 1.51198D+01 & 3.94800D+01 \\ 1.71871D+03 & 9.93386D+01 & 5.51871D+01 \end{bmatrix}$ (7.4.4)

$MA = \begin{bmatrix} -1.47475D+01 & -3.45623D+01 & 1.37865D+01 \\ -1.77740D+01 & -4.17774D+01 & 1.58223D+01 \\ -9.92152D+03 & -7.81439D+02 & 2.62397D+01 \\ -1.64871D+04 & -1.59338D+03 & -5.18717D+01 \end{bmatrix}$ (7.4.5)

$\Psi + \mathcal{L}\Gamma = \begin{bmatrix} 3.40000D+02 & -2.00000D+02 \\ 7.80000D+02 & -4.00000D+02 \\ -5.80000D+02 & 3.00000D+02 \\ 4.34082D+00 & -1.60059D+00 \\ -7.60000D+01 & 4.30039D+00 \\ 2.40000D+02 & -1.30000D+02 \end{bmatrix}$ (7.4.6)

และใช้

$[x^T(0) \ e^T(0)]^T = [0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ -0.1 \ -0.2 \ -0.3 \ 10 \ -20]$ (7.4.7)

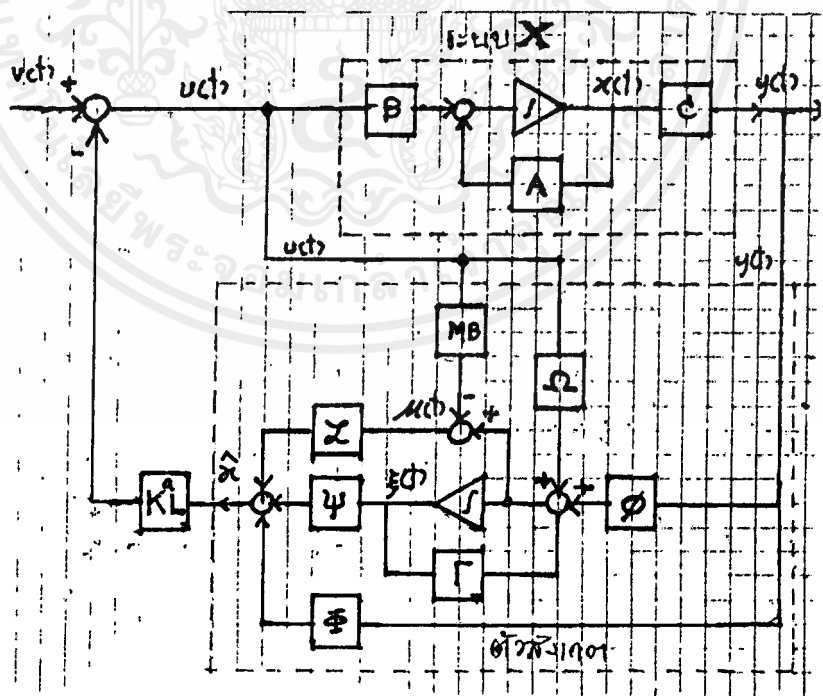
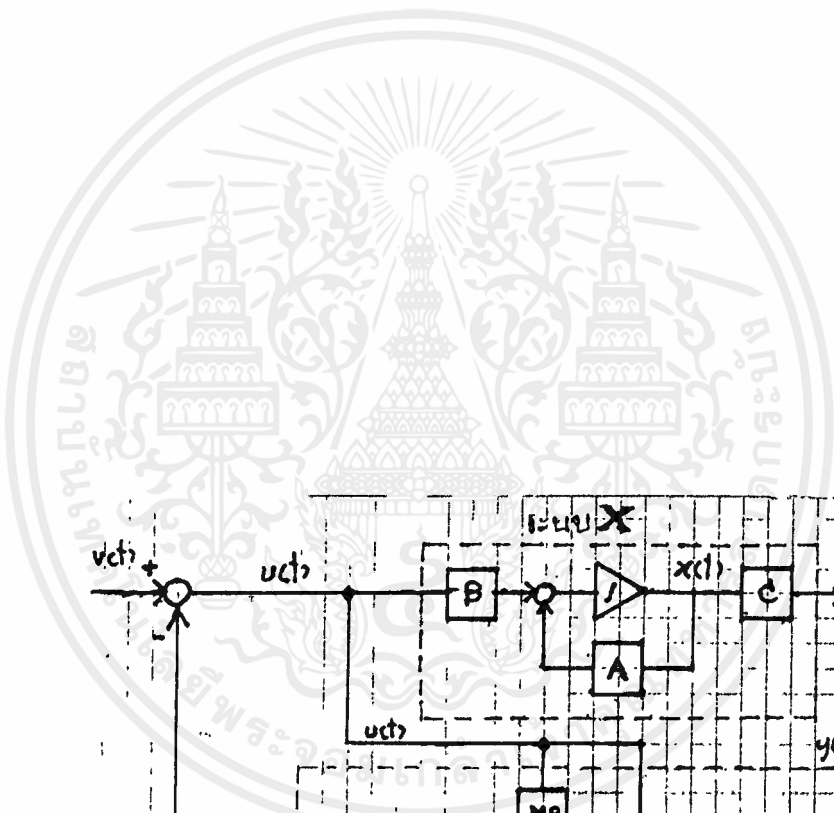
นอกจากนี้จากคำอธิบายรูปกราฟจะบอกสถานะเริ่มต้นไว้เป็นอย่างอื่น

จะได้ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวนของระบบตัวอย่าง

เป็นดังรูปที่ 7.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.1 รูปภาพระบบตัวอย่างที่ไม่มีสัญญาณรบกวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.4.2 การวิเคราะห์มีลักษณะรวมกัน

จะได้ระบบป้อนกลับสมรรถนะเลิศเป็น

$$\begin{bmatrix} A-BE & -BE \\ C^T & 0 \end{bmatrix} =$$

(7.4.11)

1.56884D+00	-1.00294D+00	5.69452D-01	2.88478D+01	4.68391D+00	1.17711D+00
2.10273D-00	-5.24952D-01	-1.02951D+00	4.91446D+01	-2.80182D+00	-3.13309D+00
2.73739D+00	2.38189D+00	-3.66353D+00	1.63063D+02	1.38214D+00	-7.24850D+00
2.20083D+00	-1.32120D+00	1.63457D+00	-1.94952D+01	-2.95283D+00	3.19861D+00
2.70415D-01	-2.00397D-01	7.44512D-01	5.73760D+01	-8.74430D-01	5.02936D-01
1.77232D+00	-7.91349D-01	7.14997D-01	-8.35994D+01	-1.95752D+00	1.36984D+00
1.00000D-01	-2.00000D-01	3.00000D-01	7.00000D-01	-6.00000D-01	5.00000D-01

0.4	-0.2	0.3	0.7	-0.6	-9.64562D+00
					1.91352D+01
					-2.18043D+01
					1.89011D+01
					-3.29322D+00
					1.58420D+01
					0.00000D+00
					0.5
					0

ซึ่งมีโพลอยู่ที่

-8.12641D+00+j	0.00000D+00
-5.75216D+00-j	6.17789D+00
-5.75216D+00+j	6.17789D+00
-1.83074D+00+j	0.00000D+00
-7.90151D-01+j	0.00000D+00
-2.93381D-01+j	9.77330D-01
-2.93381D-01-j	9.77330D-01

สำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงไม่ลดเลยจะไม่เสถียร คือ จาก (4.3.27)

จะได้

$$\begin{bmatrix} A-BE^{\alpha}L & -BE_d^{\alpha} \\ C^T & 0 \end{bmatrix} =$$

(7.4.9)

1.55460D-01	-6.29801D-01	1.50118D+00	2.79309D+01	2.62986D+00	3.00236D+00
1.17955D+00	-8.06139D-01	-3.26013D+00	5.10409D+01	8.66139D-01	-7.52026D+00
1.32088D+00	1.43003D+00	1.62696D-01	1.60642D+02	-1.43003D+00	3.25392D-01
1.25248D+00	-1.05493D+00	-1.14677D+00	-1.75050D+01	5.49300D-02	-2.29354D+00
1.50814D-01	0.04494D-02	8.71512D-01	5.71017D+01	-6.04494D-02	7.43020D-01
1.98870D+00	-8.05689D-01	-1.38862D+00	-8.19774D+01	8.05689D-01	-2.77724D+00
1.00000D-01	-2.00000D-01	3.00000D-01	7.00000D-01	-6.00000D-01	5.00000D-01

0.4	-0.2	0.3	0.7	-0.6	1.21460D+01
					-2.21429D+01
					1.86696D+01
					-1.89192D+01
					5.12323D+00
					-1.70197D+01
					0.00000D+00
					0.5
					0

มีโพลอยู่ที่

-9.77458D+00+j	7.76058D+00
-9.77458D+00-j	7.76058D+00
-1.71435D+00+j	0.00000D+00
-7.45809D-01+j	1.13808D+00
-7.45809D-01-j	1.13808D+00
2.40856D-01+j	0.00000D+00
2.43361D+00+j	0.00000D+00

$$\begin{bmatrix} A-BE^{\beta}L & -BE_d^{\beta} \\ C & 0 \end{bmatrix} =$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่น (7.4.10) ถ้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

0737D+00	-3.70380D+00	4.22468D+00	2.90147D+01	5.76980D+00	8.44936D+00
5866D+00	4.59416D+00	-7.73272D+00	4.88827D+01	-4.59416D+00	-1.65054D+00
6.11D+00	-2.20843D+00	2.22268D+00	1.63128D+02	2.20843D+00	4.44536D+00
2453D+00	3.17602D+00	-4.23775D+00	-1.90491D+01	-4.17602D+00	-8.41550D+00
3835D+00	-1.35598D+00	2.25055D+00	5.74677D+01	1.39598D+00	3.51310D+00
8.182D+00	3.10318D+00	-4.49017D+00	-8.37696D+01	-3.19818D+00	-8.99234D+00
0.000D+00	-2.00000D+01	3.00000D+01	7.00000D+01	-6.00000D+01	5.00000D+00

0.4 -0.2 0.3 0.7 -0.6 9.62599D+00

มีโพลอย์ที่

-9.13429D+00+j 7.73258D+00
 -9.13429D+00-j 7.73258D+00
 -1.76026D+00+j 0.00000D+00
 -8.56293D-01+j 0.00000D+00
 -6.38647D-01+j 1.15176D+00
 -6.38647D-01-j 1.15176D+00
 3.24117D+00+j 0.00000D+00

-1.91585D+01
 2.20400D+01
 -1.90183D+01
 3.25539D+00
 -1.59031D+01
 0.00000D+00

0.5
0

สำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงที่มีการชดเชยจะเสถียร คือจากสมการ(6.3.11)

(6.3.4), (6.3.7), (6.3.8) จะได้

$$\begin{bmatrix} A - BE^{\alpha} L & -BE^{\alpha} d & BE^{\alpha} L(\psi + \alpha \Gamma) \\ \alpha HL & 0 & (C - \alpha HL)(\psi + \alpha \Gamma) \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} = \quad (7.4.11)$$

(7.4.9)

1.21460D+01	-7.35589D+01	-2.99944D+01	1.33752D+01
-2.21429D+01	3.27883D+02	8.89709D+01	-2.89178D+01
1.86696D+01	-9.85079D+02	-2.00405D+02	4.09617D+01
-1.89192D+01	5.99031D+02	1.32444D+02	-3.21687D+01
5.12323D+00	6.58624D+01	4.49271D+00	3.37475D+00
-1.70197D+01	3.93743D+02	9.34631D+01	-2.55430D+01

(6.3.7)

0	-7.92294D-02	-1.74445D-02	5.98408D-03
0	-12	0	0
0	0	-10	0
0	0	0	-8

จะมีโพลอย์ที่

-3.21264D+00+j 2.90215D+00
 -3.21264D+00-j 2.90215D+00
 -3.27664D-01+j 4.78648D-01
 -3.27664D-01-j 4.78648D-01

, -3, -5 ± j1
, -12, -10, -8

$$\begin{bmatrix} A - BE^{\beta} L & -BE^{\beta} d & BE^{\beta} L(\psi + \beta \Gamma) \\ \beta HL & 0 & H_{\beta} L_{\beta} (\psi + \beta \Gamma) \\ 0 & 0 & \Gamma \end{bmatrix} = \quad (7.4.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(7.4.10)	9.62599D+00 (1)	1.16083D+03	1.83586D+02	-3.14952D+01
	-1.91585D+01 (2)	-1.70252D+03	-2.60934D+02	4.70058D+01
	2.20400D+01 (3)	-7.75186D+01	-4.97010D+01	-1.55814D+00
	-1.90183D+01 (4)	-7.73814D+02	-1.01578D+02	2.30288D+01
	3.25539D+00 (5)	6.96513D+02	1.14314D+02	-1.84907D+01
	-1.59031D+01 (6)	-1.00601D+03	-1.46620D+02	2.85150D+01
(6.3.3)	0	-2.93899D-03	-3.73467D-03	9.64160D-04
0	0	-12	0	0
0	0	0	-10	0
0	0	0	0	-8

จะมีไฟลอยู่ที่

-4.99892D+00+j 9.96378D-01
 -4.99892D+00-j 9.96378D-01
 -3.00115D+00+j 0.00000D+00
 -2.28565D+00+j 2.13273D+00
 -2.28565D+00-j 2.13273D+00
 -6.75478D-01+j 7.92053D-01
 -6.75478D-01-j 7.92053D-01

, -12, -10, -8

M =

(7.4.13)

45623D+01	-1.37865D+01	2.38511D+01	8.85126D+02	1.51198D+01	3.94800D+01
07121D+01	4.89288D+01	2.48928D+01	-7.54779D+03	-7.11566D+02	-1.36478D+01
36207D+01	6.07975D+01	3.25997D+01	-2.16632D+04	-2.65280D+03	-4.08801D+01

MA =

(7.4.14)

47475D+01	-3.45623D+01	1.37865D+01	-9.92152D+03	-7.81439D+02	2.62397D+01
12100D+00	1.07121D+01	-4.89288D+01	7.52779D+04	7.51565D+03	5.64780D+01
96575D+00	1.36207D+01	-6.07975D+01	1.73105D+05	2.16223D+04	2.47041D+01

$\psi + \alpha \Gamma =$

(7.4.15)

3.26323D+02	6.89844D+01	-1.00000D+01
1.96693D+02	4.00000D+01	-1.40000D+01
-3.08001D+02	-6.23999D+01	1.00000D+01
-5.99744D+01	-7.00195D+01	-1.39648D+01
2.90552D+00	4.00391D+00	-7.96875D-01
6.74550D+00	-6.01563D+00	-3.40625D+00

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

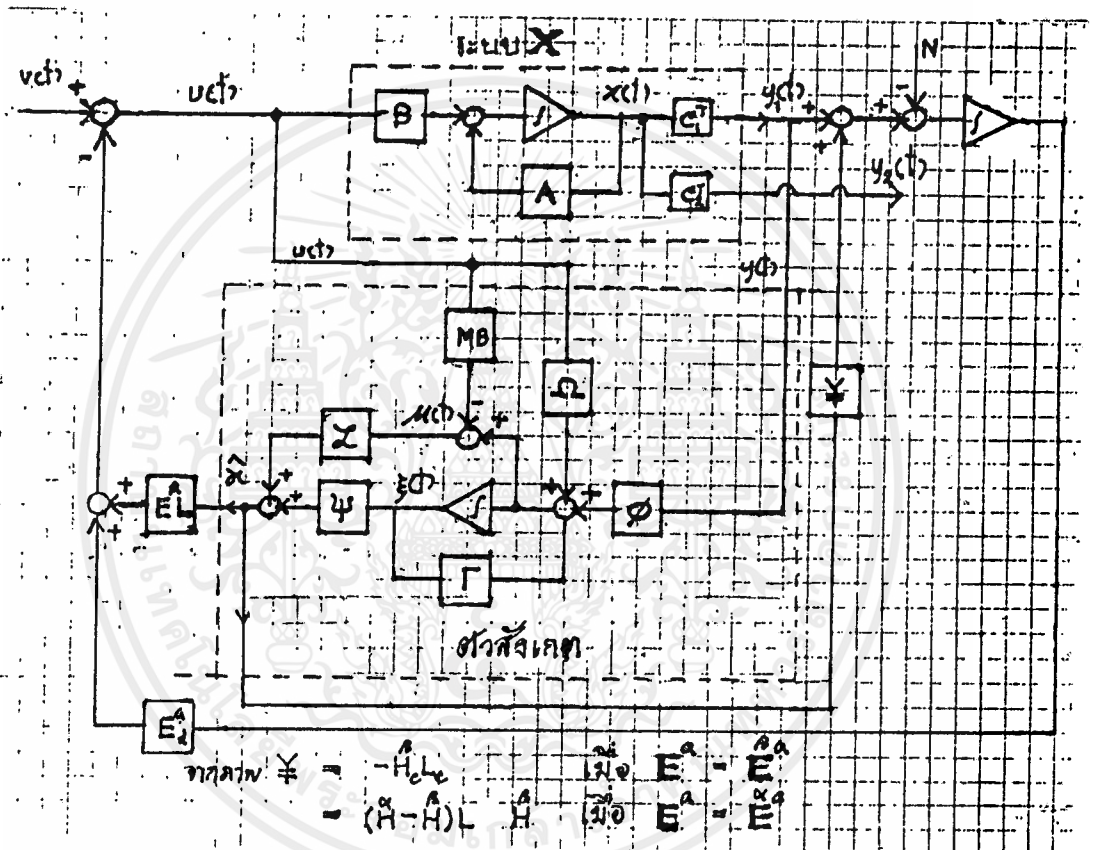
และใช้

$$[x^T(0) \quad q^T(0) \quad e^T(0)] = [0.1, 0.2, 0.3, -0.1, -0.2, -0.3, 0.4, 10, 20, -30]$$

(7.4.16)

นอกจากคำอธิบายบนรูปภาพจะบอกสถานะเริ่มต้นไว้เป็นอย่างไร

จะได้ระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงของระบบที่มีสัญญาณรบกวนและได้รับการชดเชยแล้วของระบบตัวอย่างเป็นดังรูปที่ 7.2



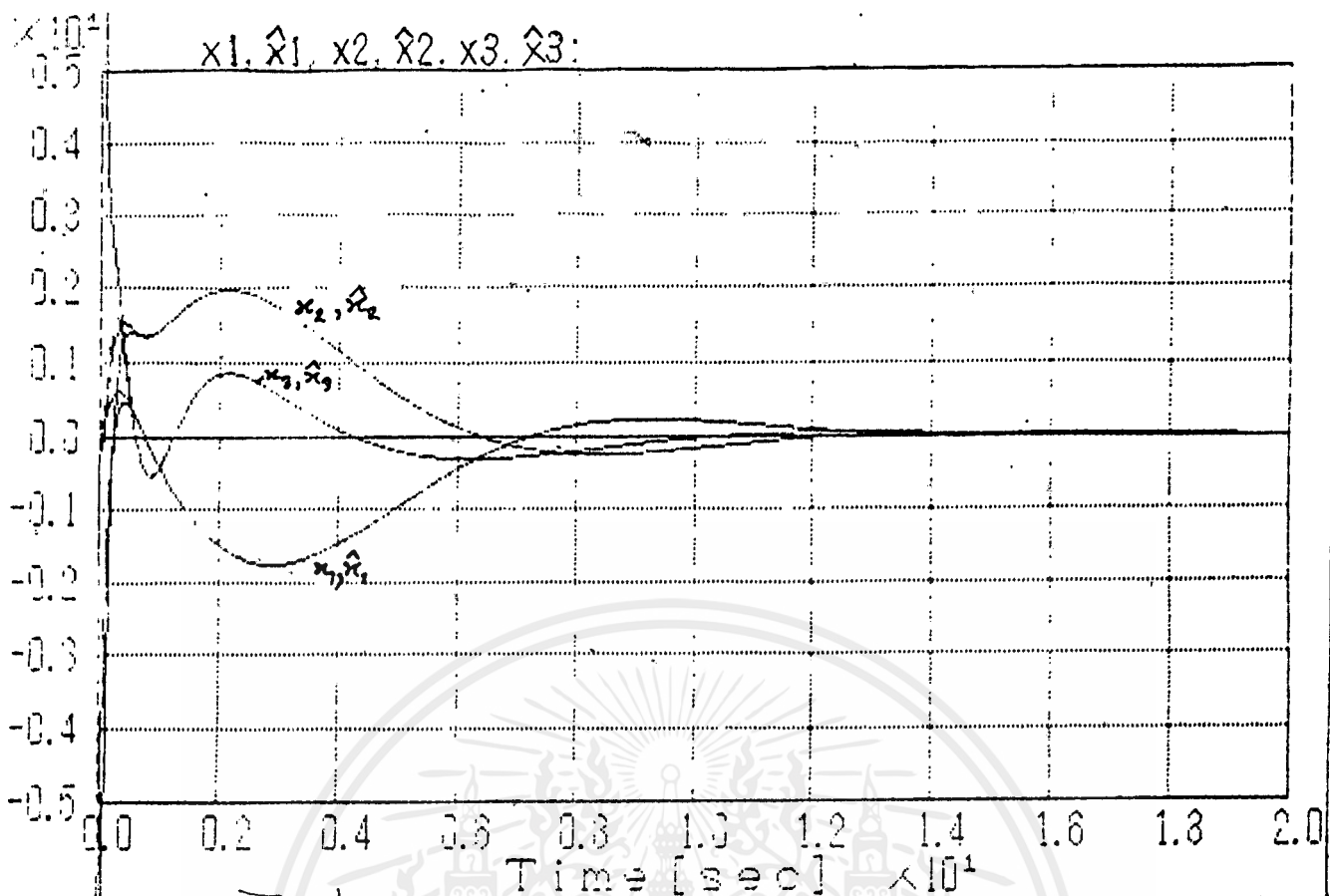
รูปที่ 7.2 รูปภาพระบบตัวอย่างที่มีสัญญาณรบกวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

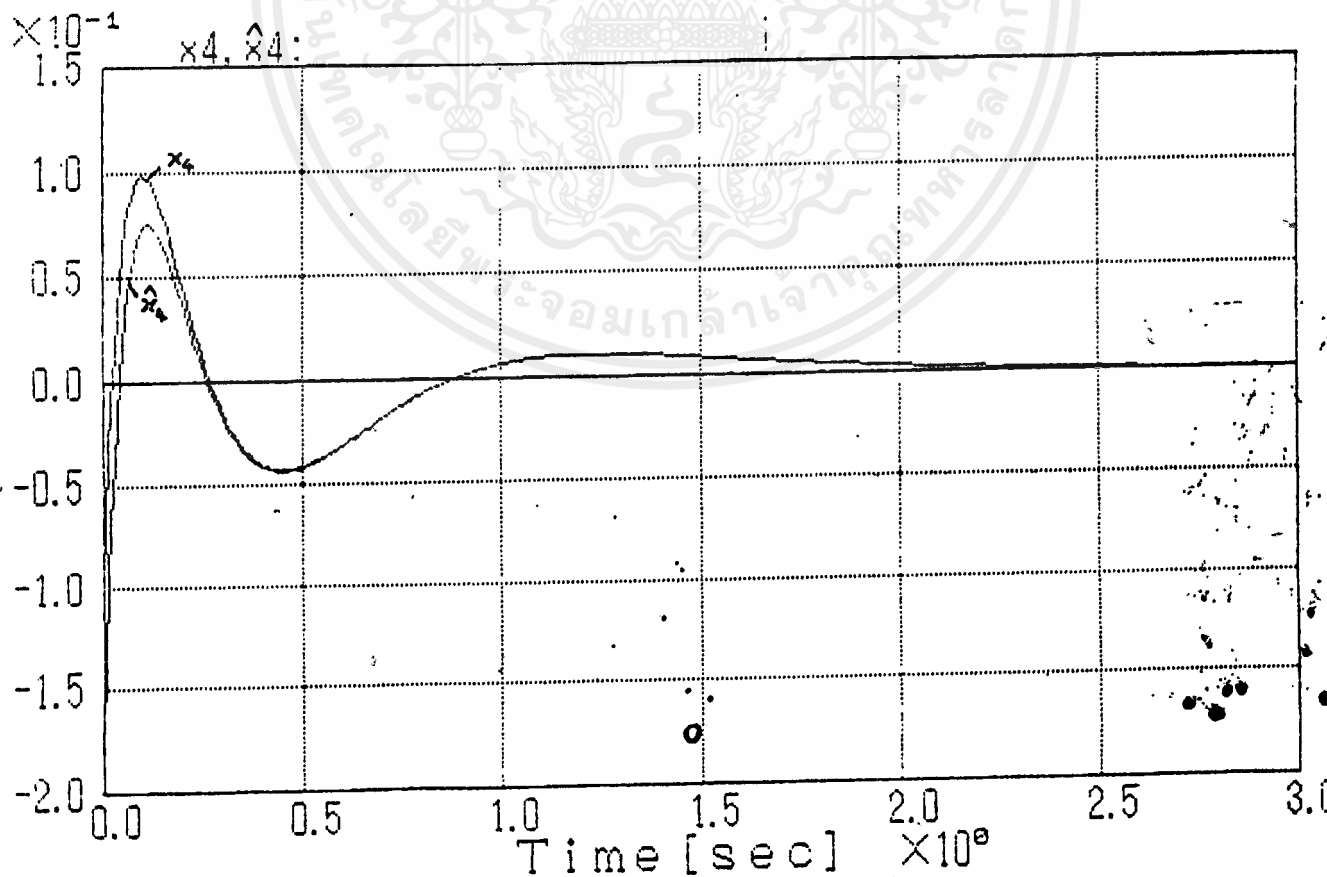
รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจากแบบจำลองแบบ
ฮาไอเกิของระบบที่ไม่มีลักษณะการกวาน (หน้า)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

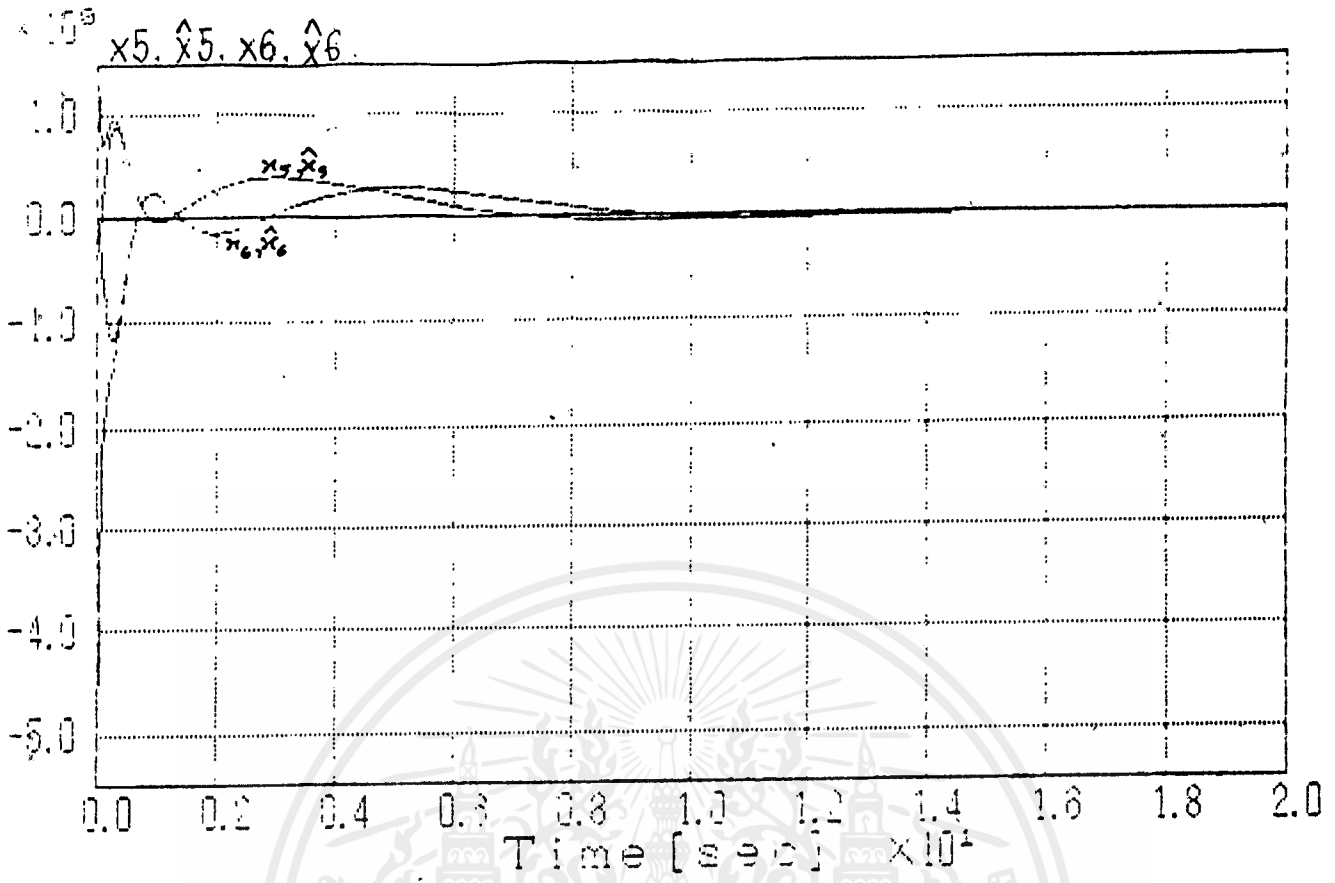


รูปที่ 7.3 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$

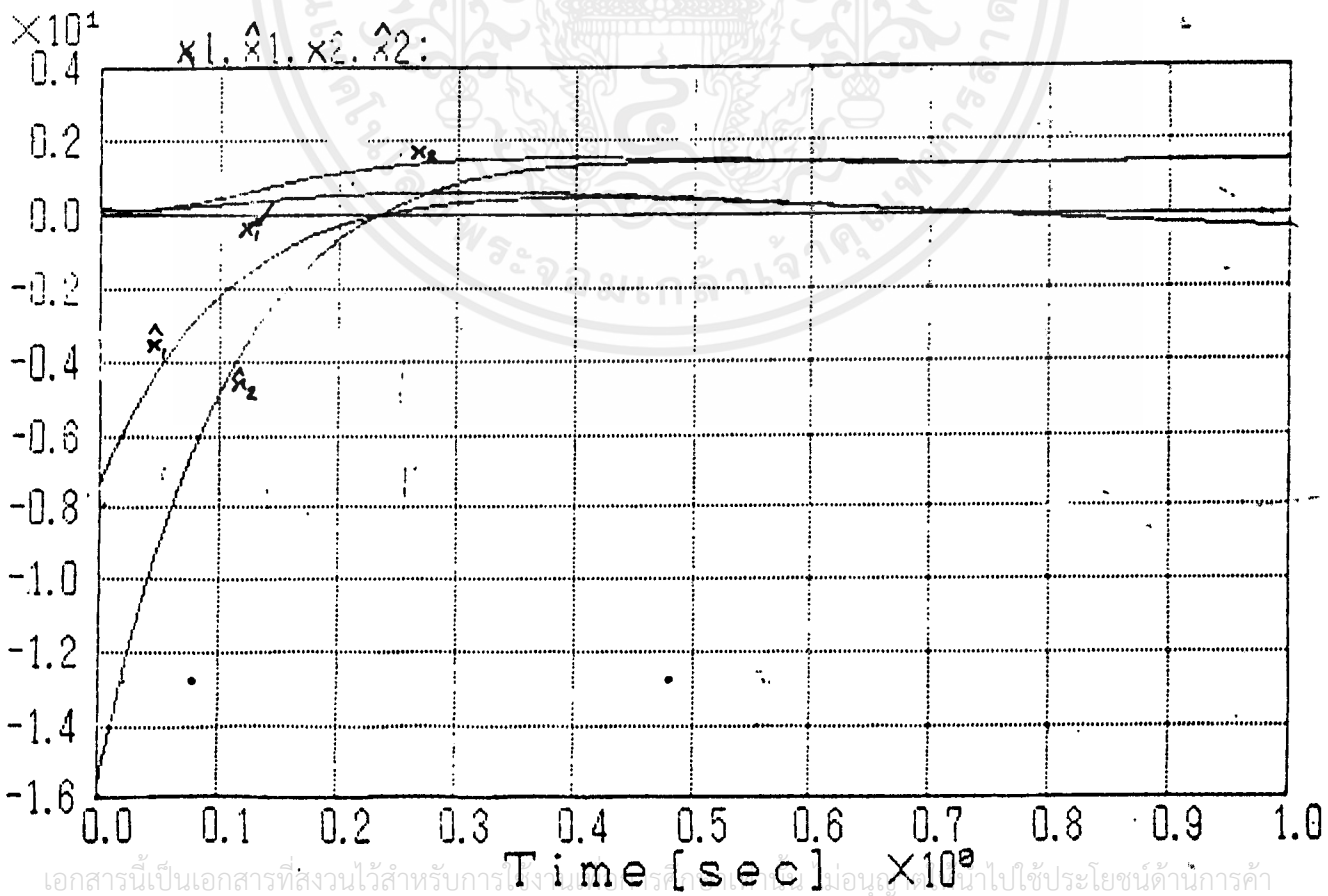


รูปที่ 7.4 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น หากมีข้อสงสัยประการใด กรุณาติดต่ออาจารย์ประจำวิชาหรือแจ้งเจ้าหน้าที่ที่ทำการนำใบเข้า

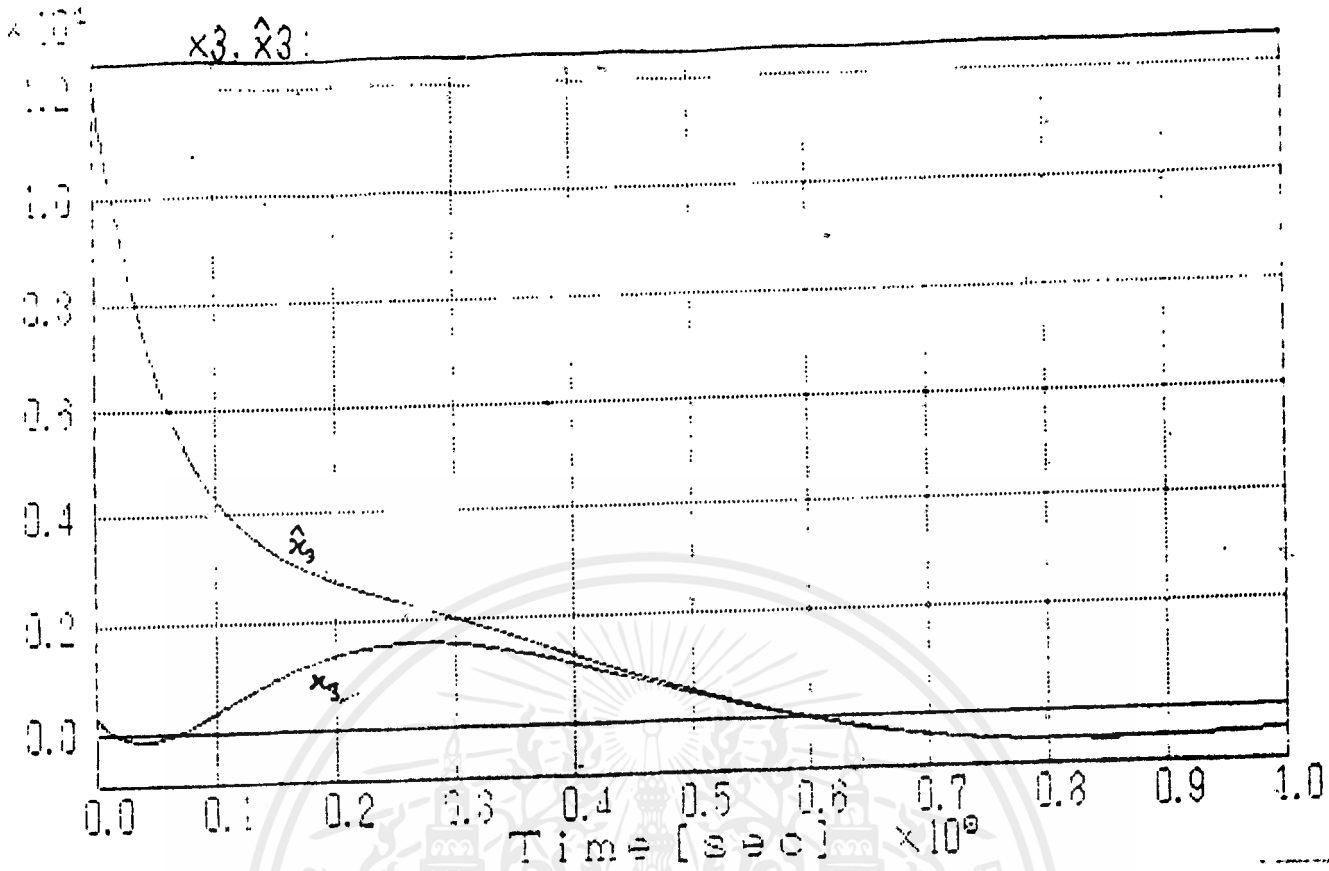


รูปที่ 7.5 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$

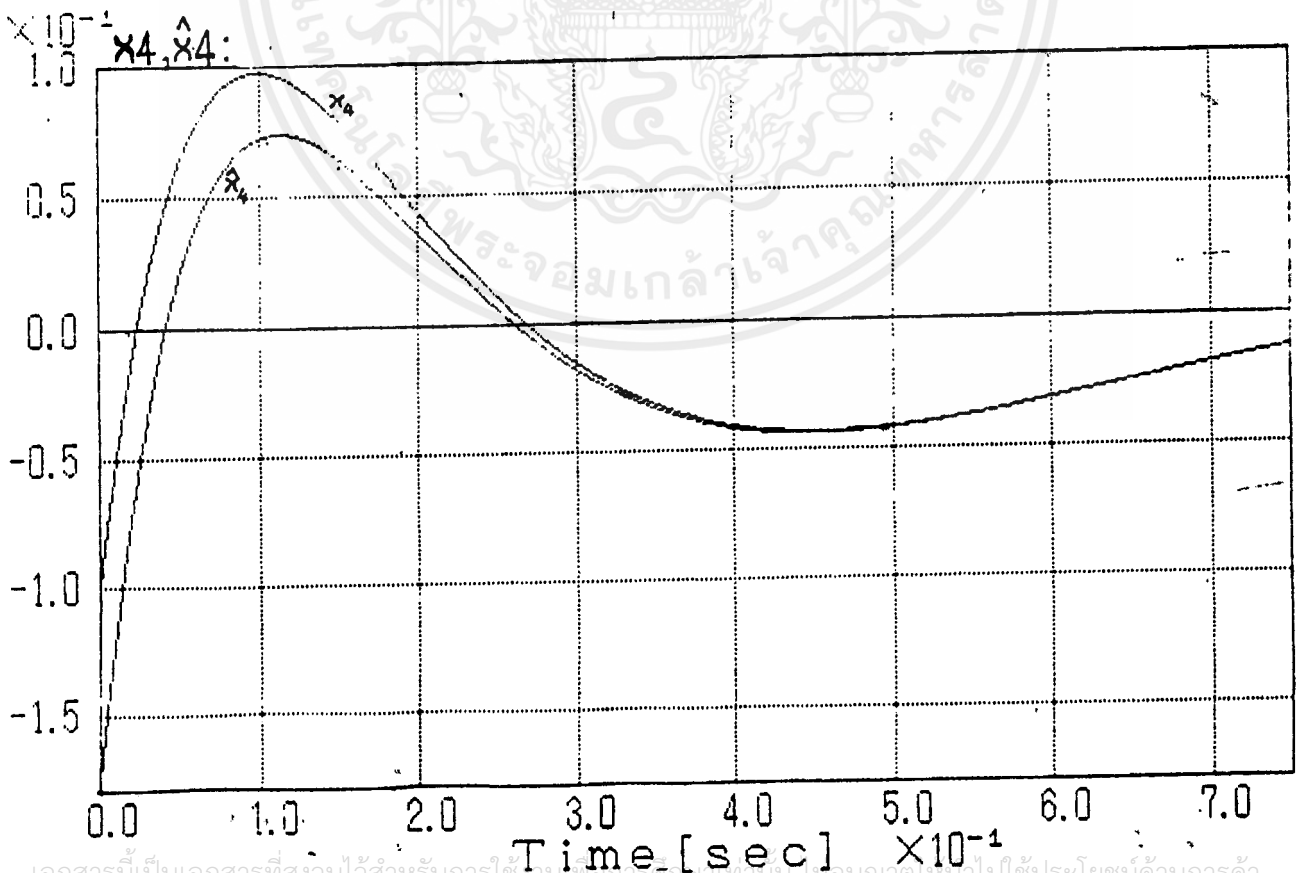


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานภายในเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

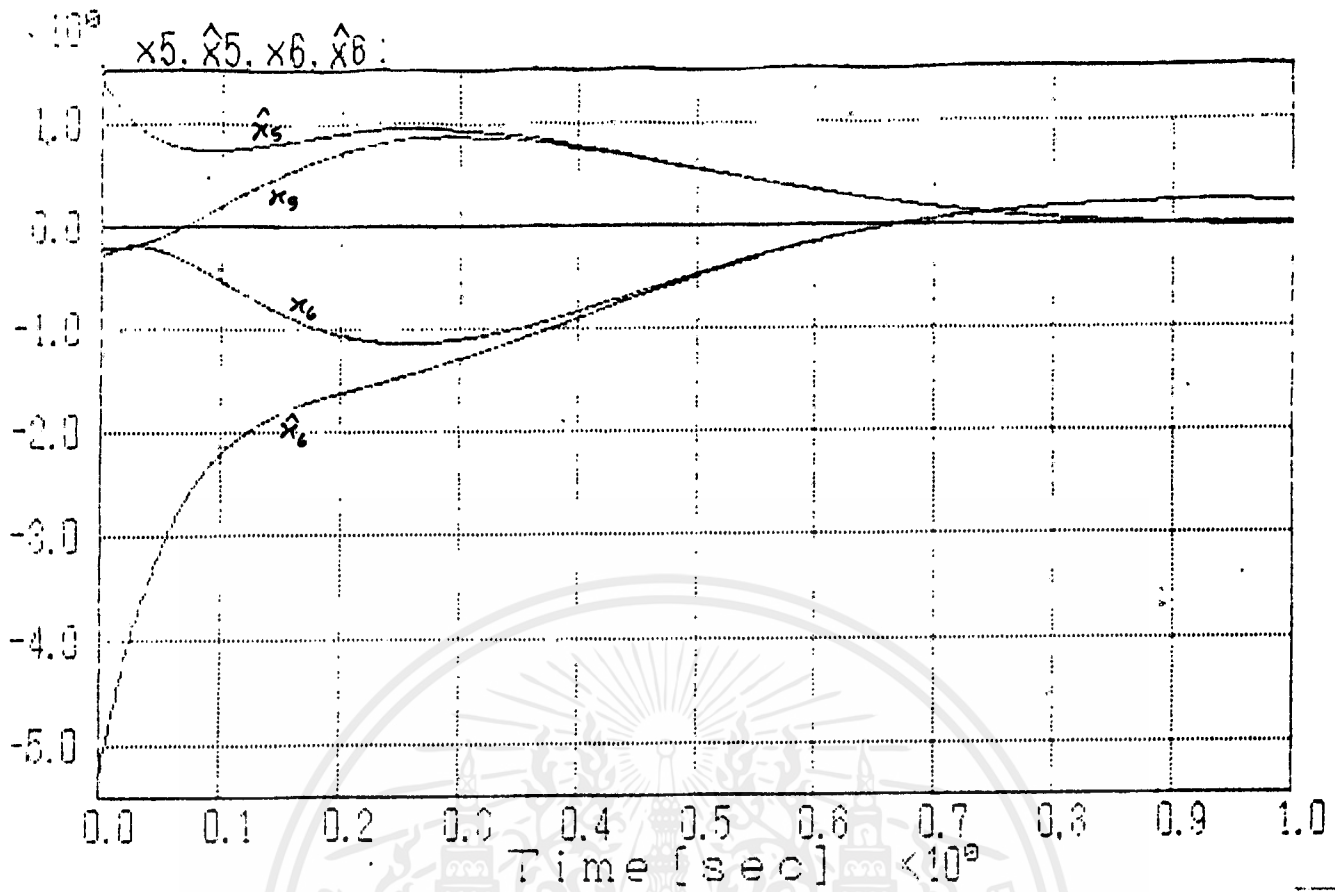
รูปที่ 7.6 สถานะ $x_1(t), x_2(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t)$ (ภาพขยายใกล้)



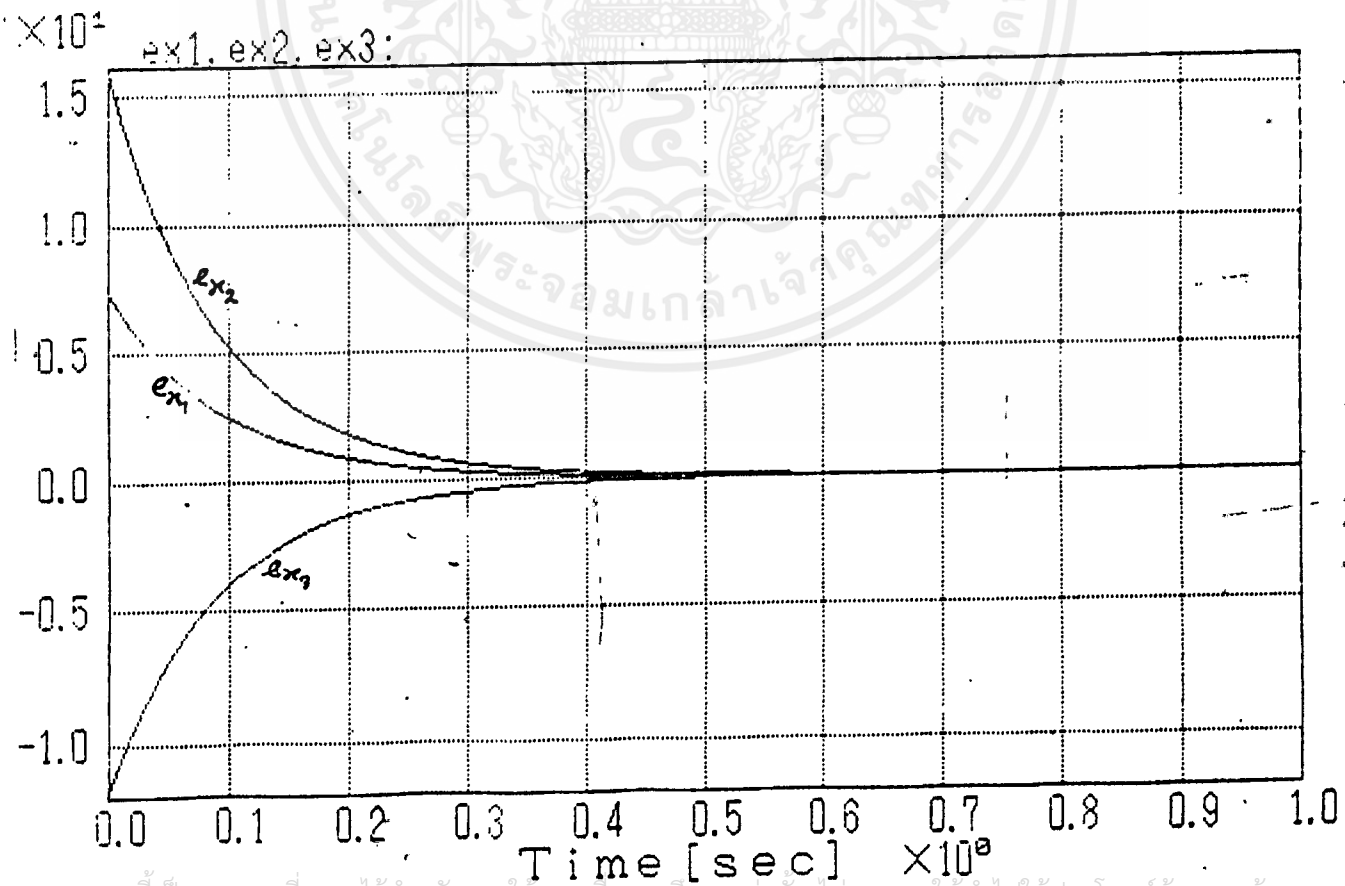
รูปที่ 7.7 สถานะ $x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_3(t)$ (ภาพขยายใกล้)



รูปที่ 7.8 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$ (ภาพขยายใกล้)

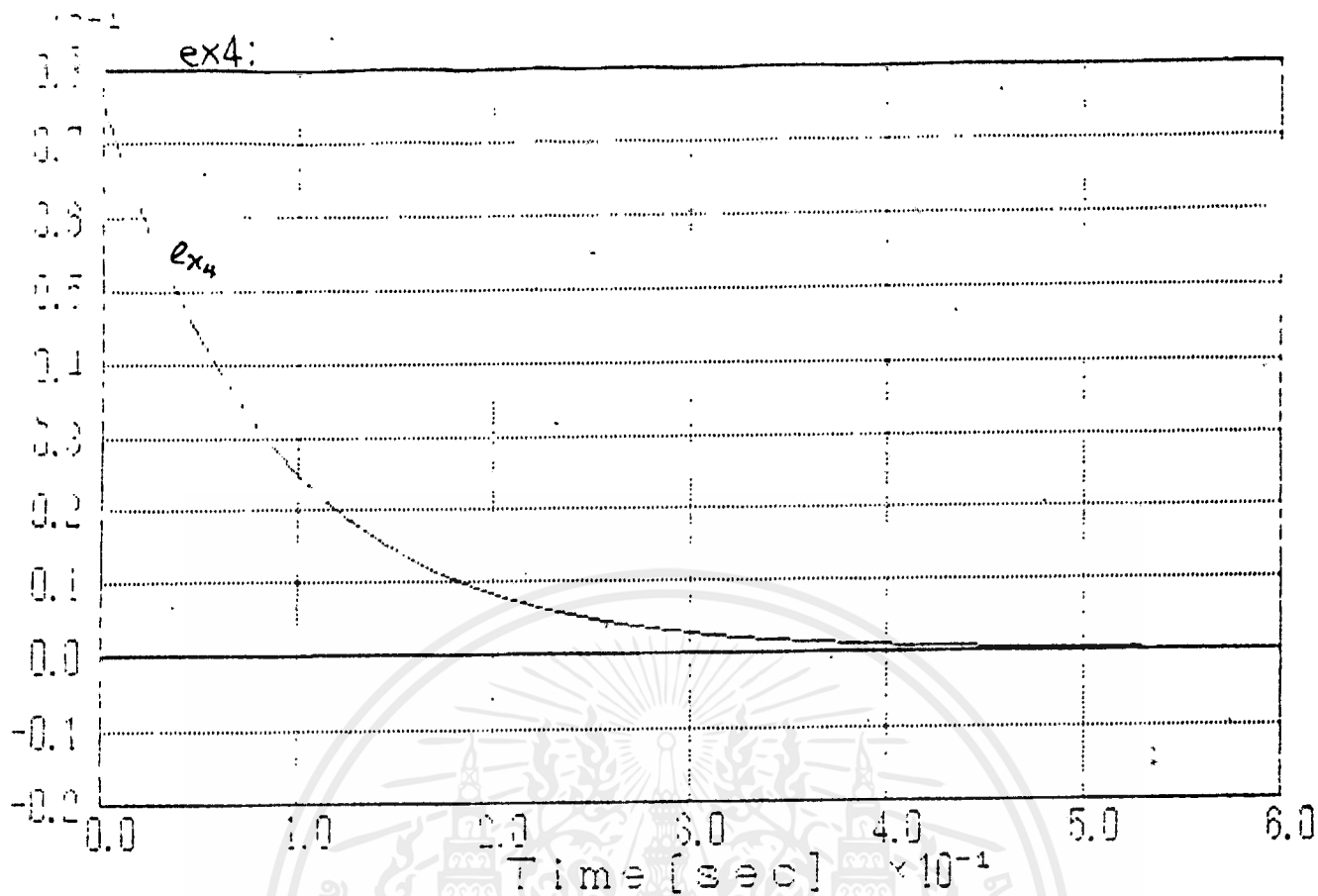
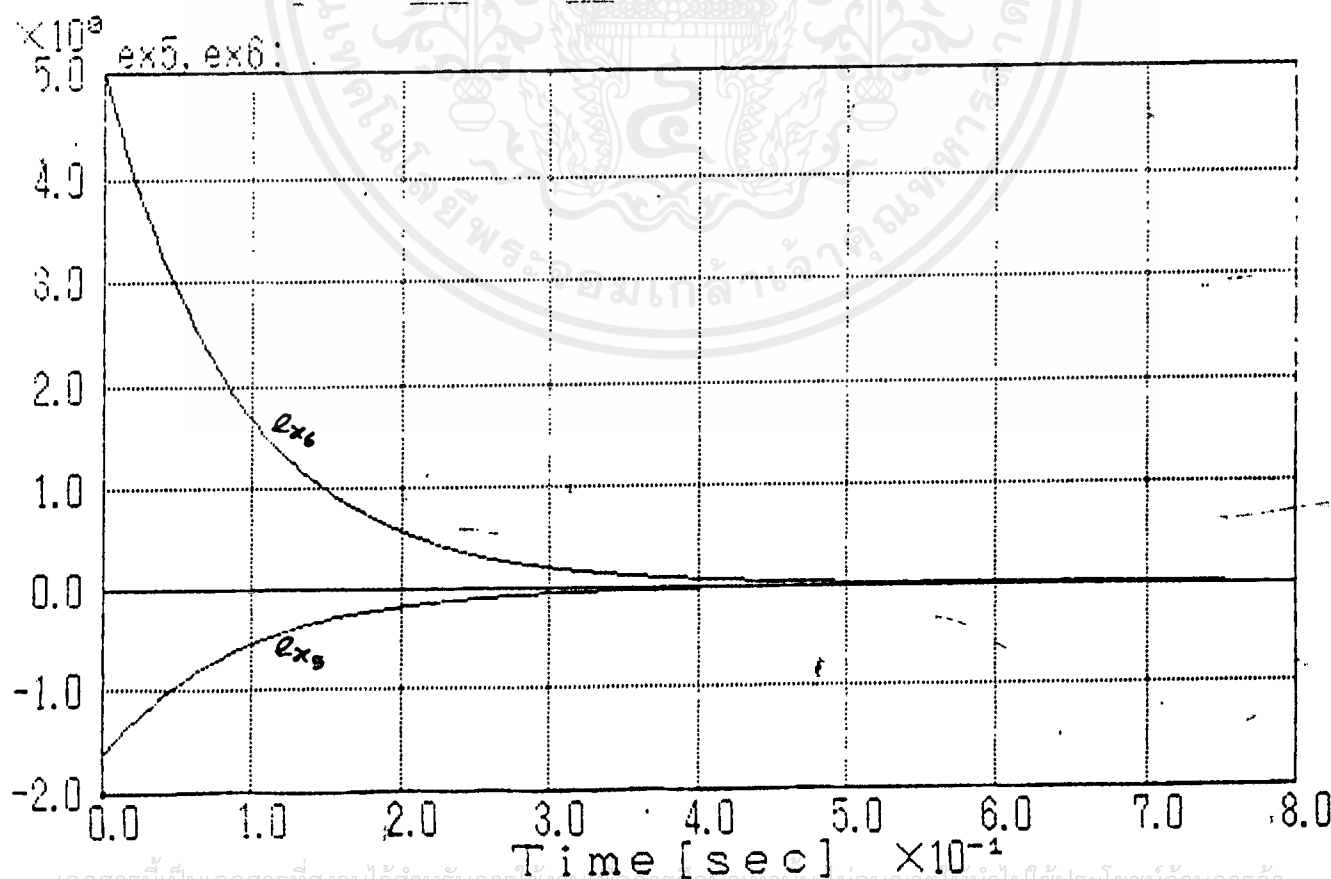


รูปที่ 7.9 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$ (ภาพขยายใกล้)

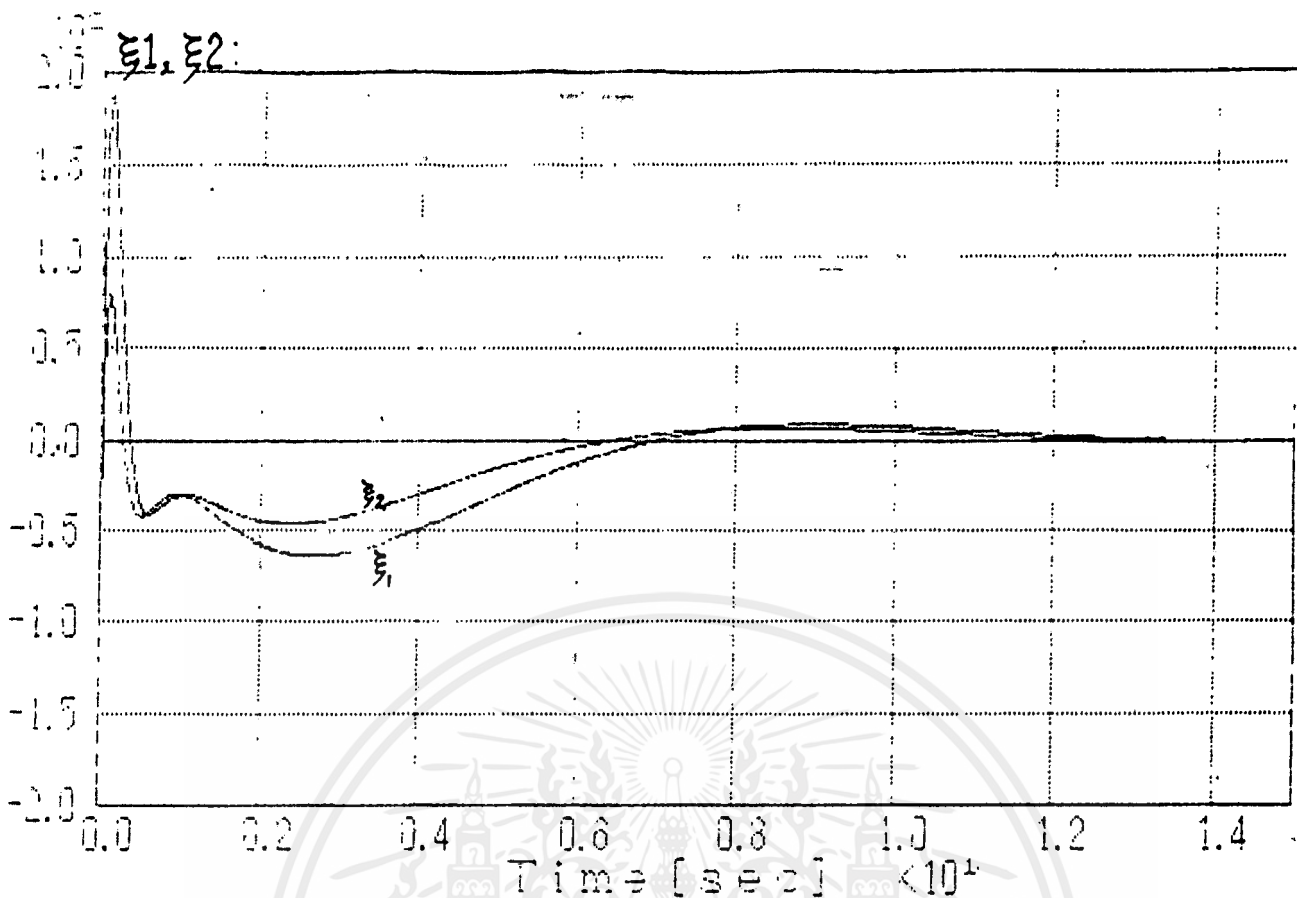


รูปที่ 7.10 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_1}(t), e_{x_2}(t), e_{x_3}(t)$

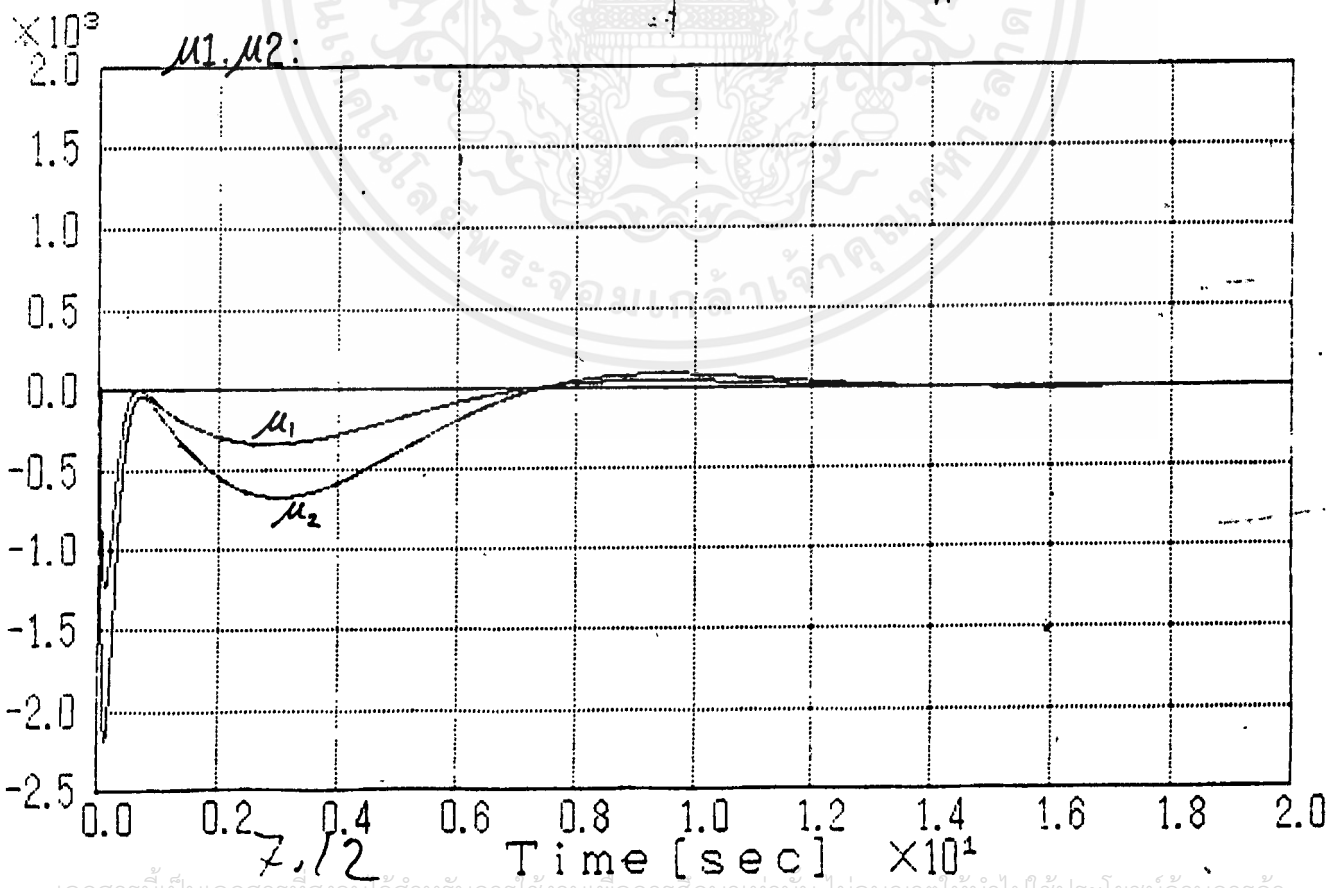
ex4:

รูปที่ 7.11 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{xx}(t)$ รูปที่ 7.12 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{xx}(t), e_{xy}(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานในชั้นเรียนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น



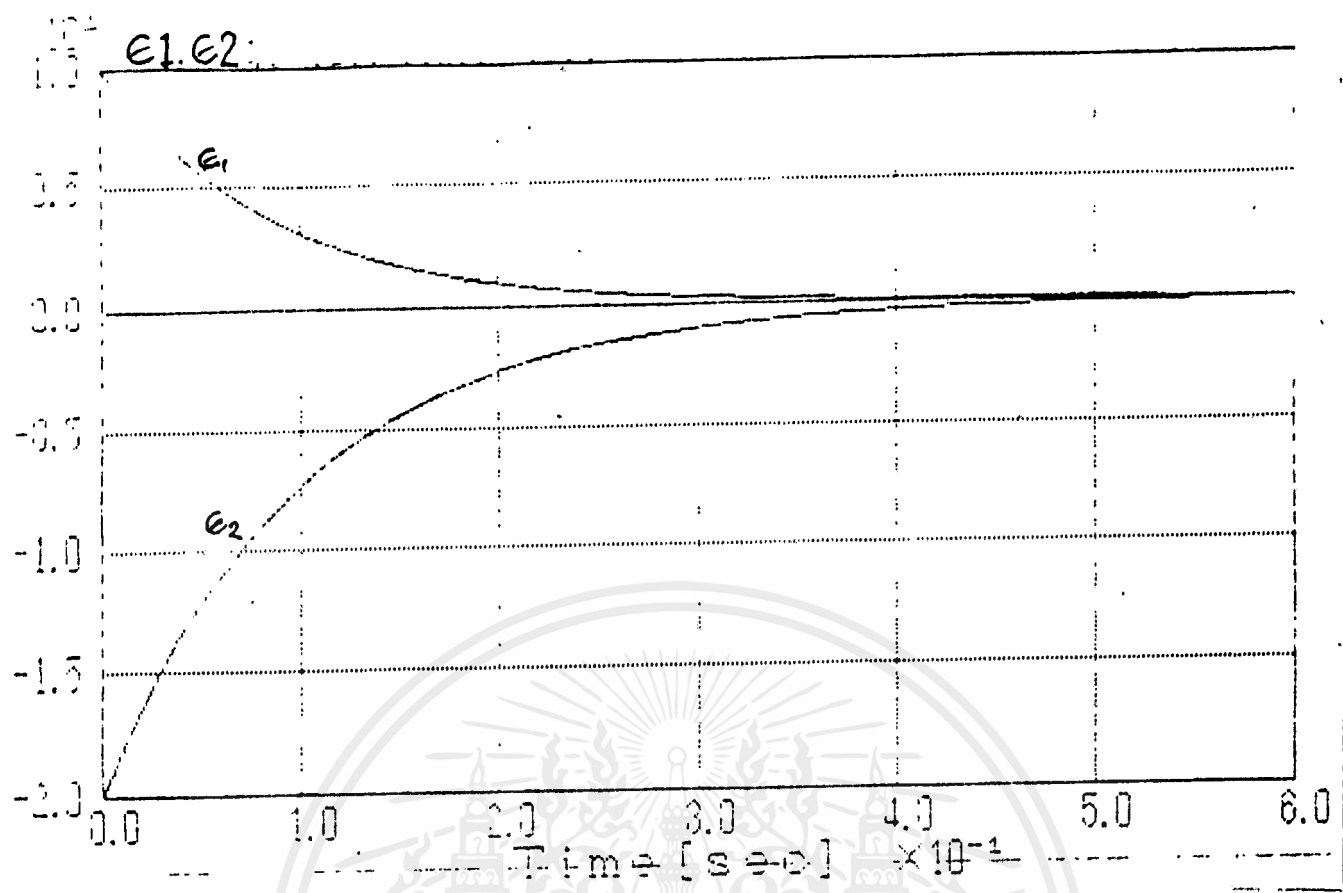
รูปที่ 7.13 สถานะตัวลิ่งเกิด $\xi_1(t), \xi_2(t)$



7.12

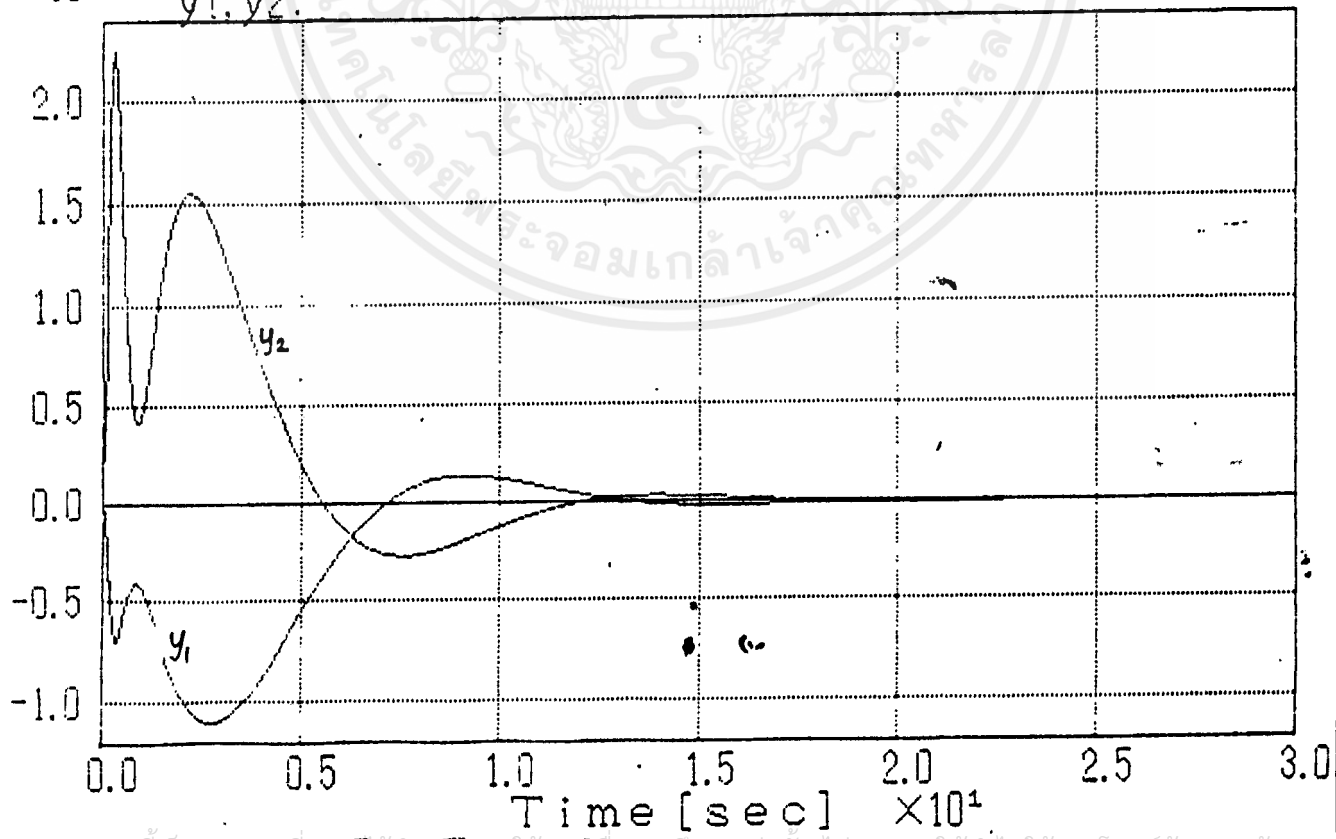
รูปที่ 7.14 สถานะตัวลิ่งเกิด $\mu_1(t), \mu_2(t)$

e1, e2:



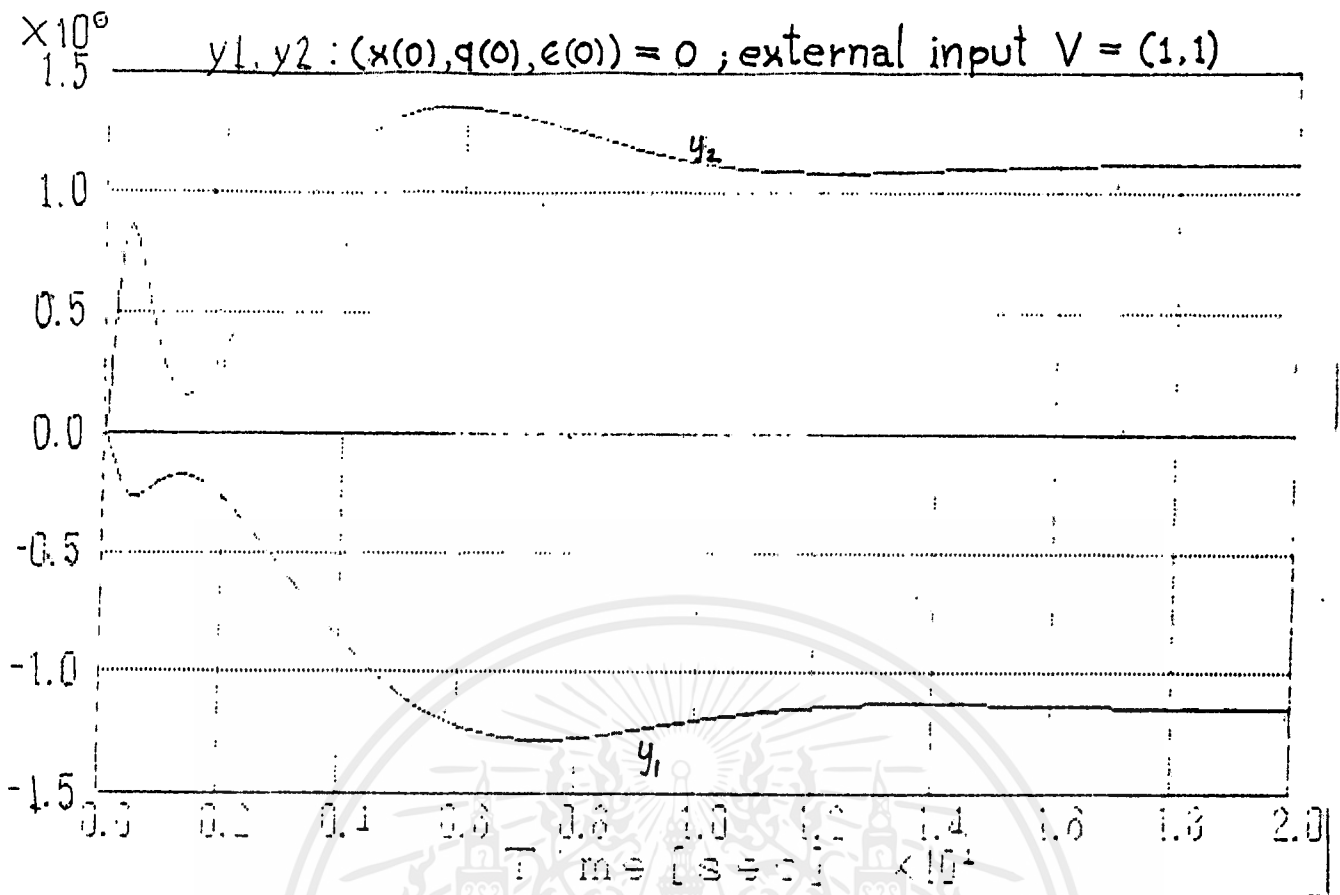
รูปที่ 7.15 ค่าคลาดเคลื่อนสถานะตัวสังเกต $e_1(t), e_2(t)$

y_1, y_2 :



รูปที่ 7.16 เอกภาพ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อไม่มีสัญญาณอินพุทภายนอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานในโครงการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำออกจำหน่ายหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

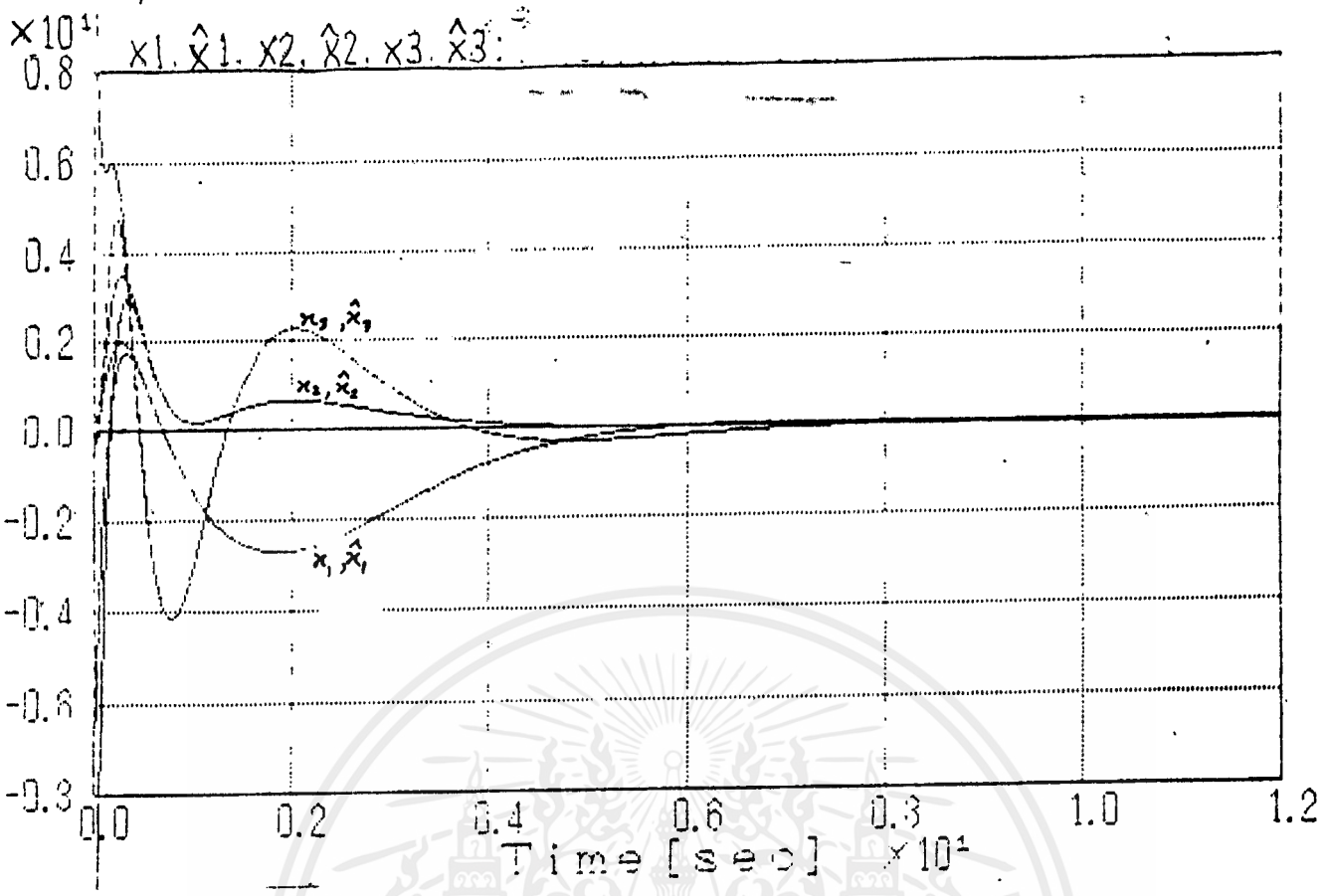


รูปที่ 7.17 เวก์พิก $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อมีสัญญาณอินพุตภายนอก $V = (1, 1)$

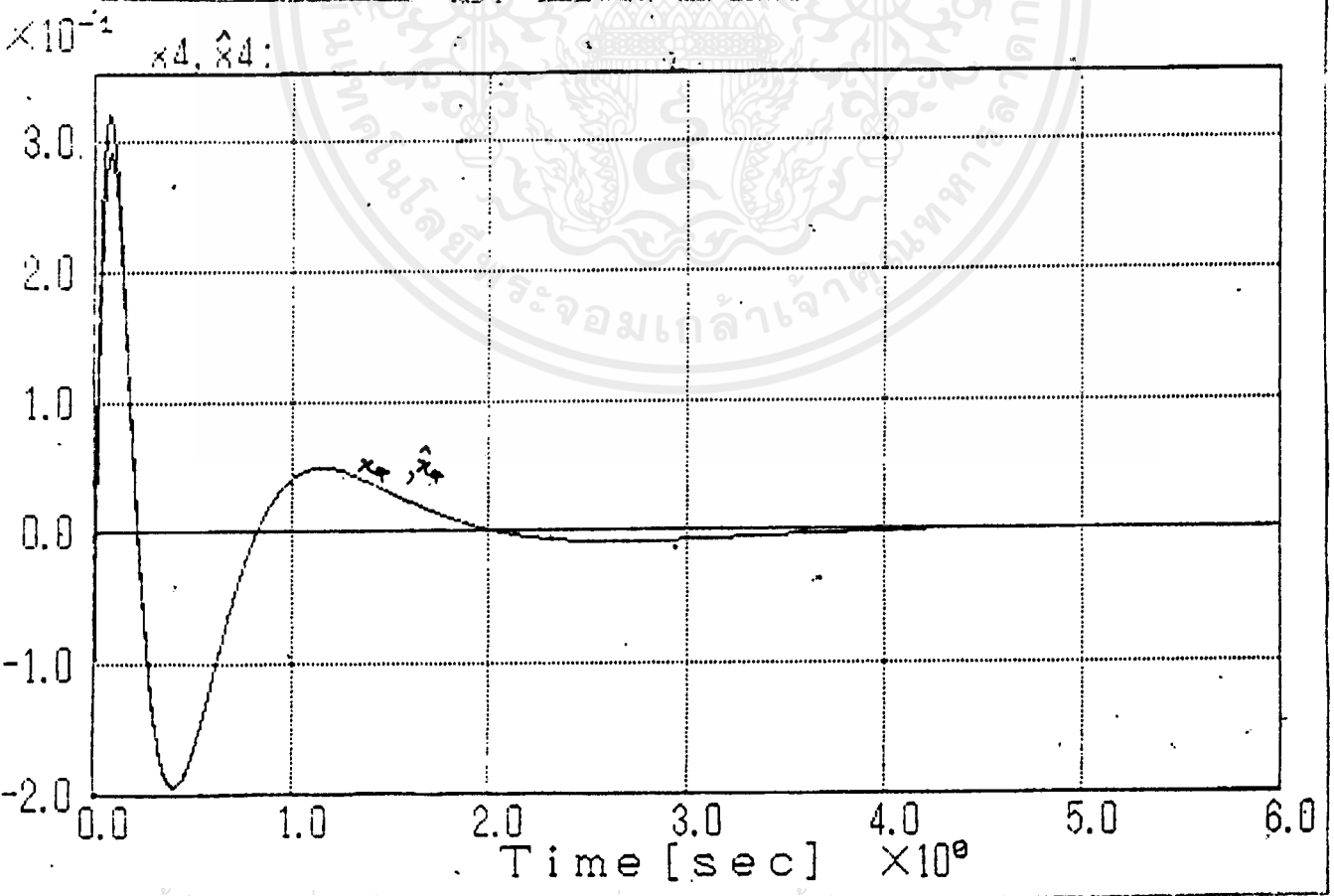
รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้อนกลับสมรรถนะใกล้เคียงจากแบบจำลอง
แบบองค์ประกอบส่วนโพลีเด่นของระบบที่ไม่มีลักษณะการรบกวน (หน้า)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

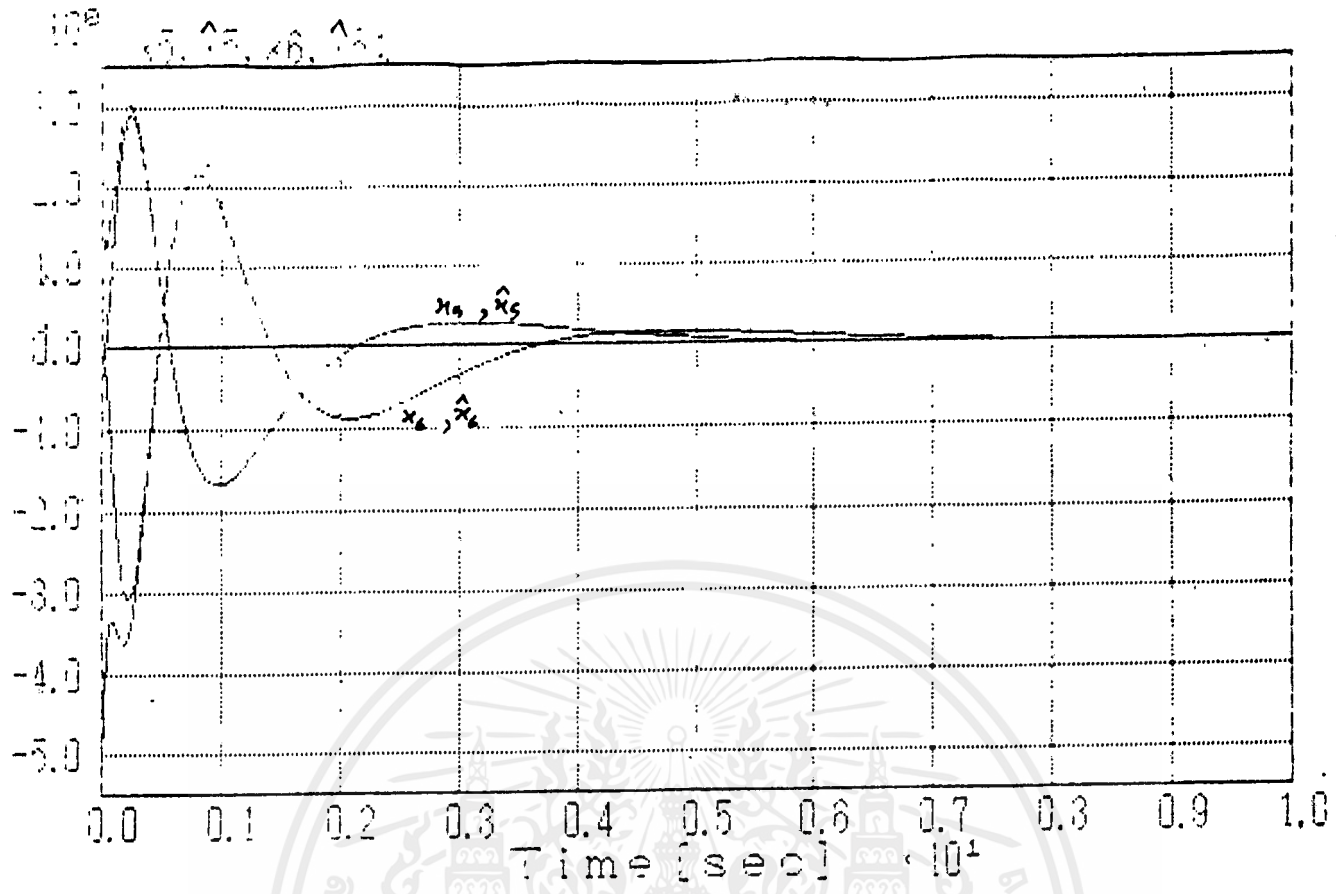


รูปที่ 7.18 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$

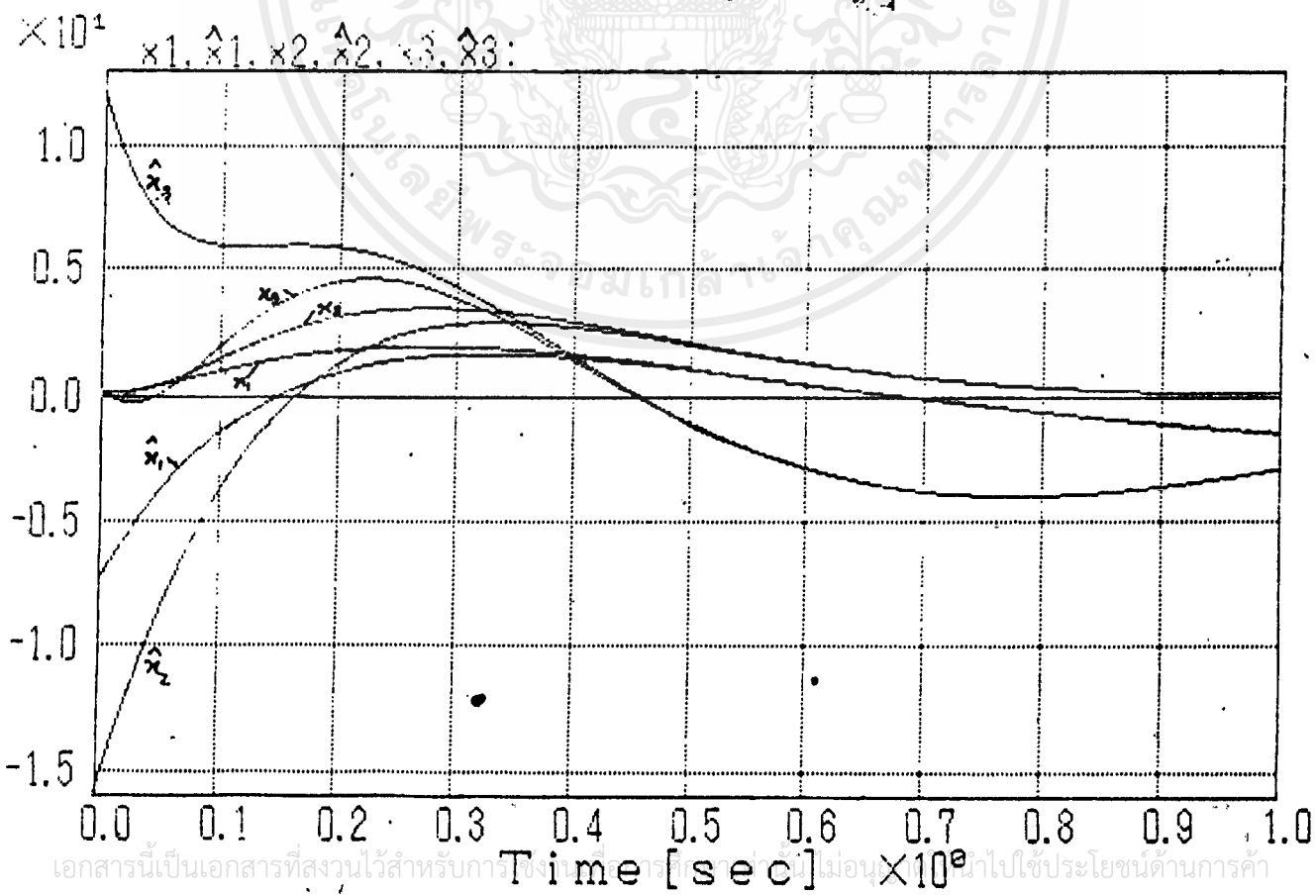


รูปที่ 7.19 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือนำไปใช้ในการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



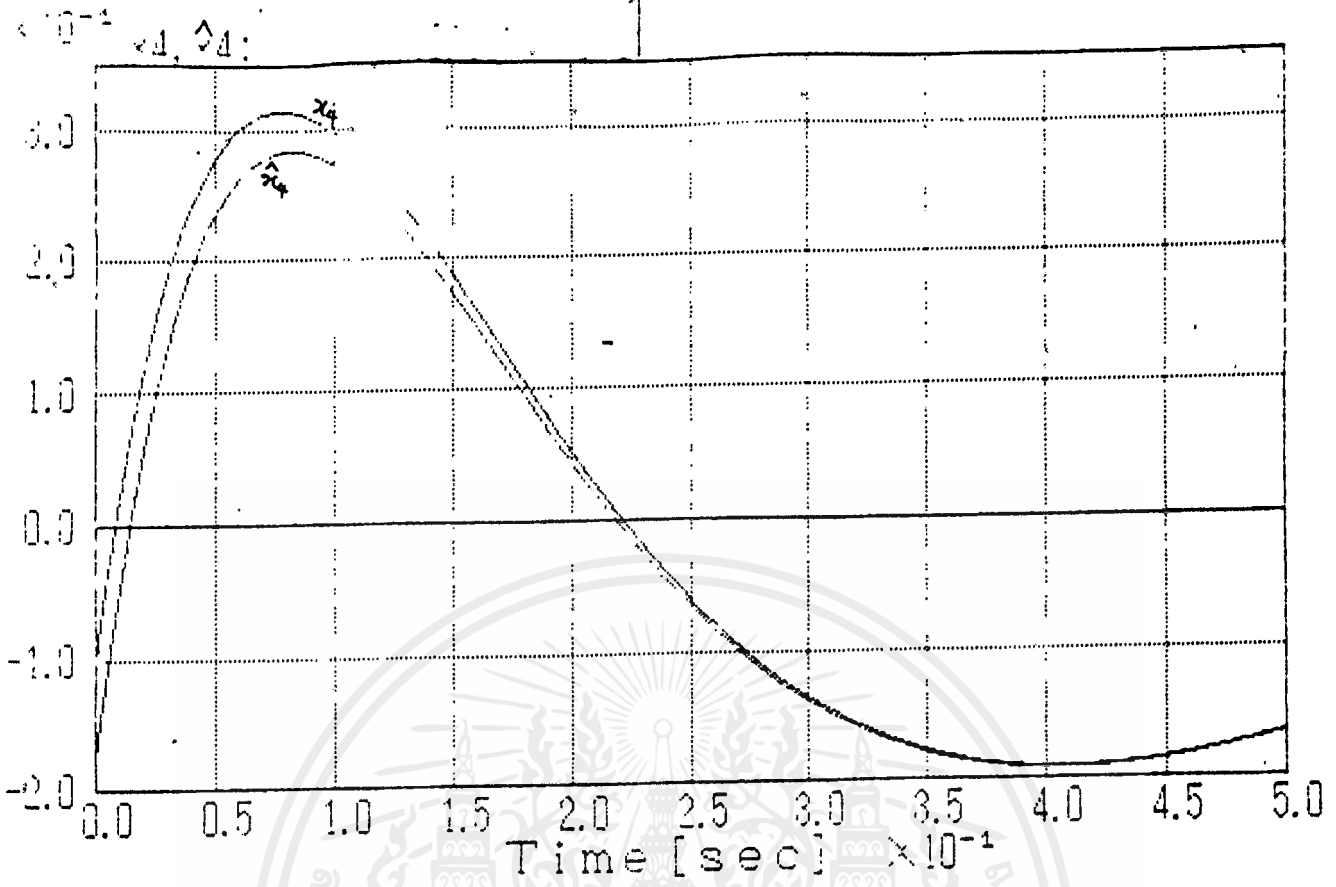
รูปที่ 7.20 สถานะ $x_1(t), x_2(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t)$



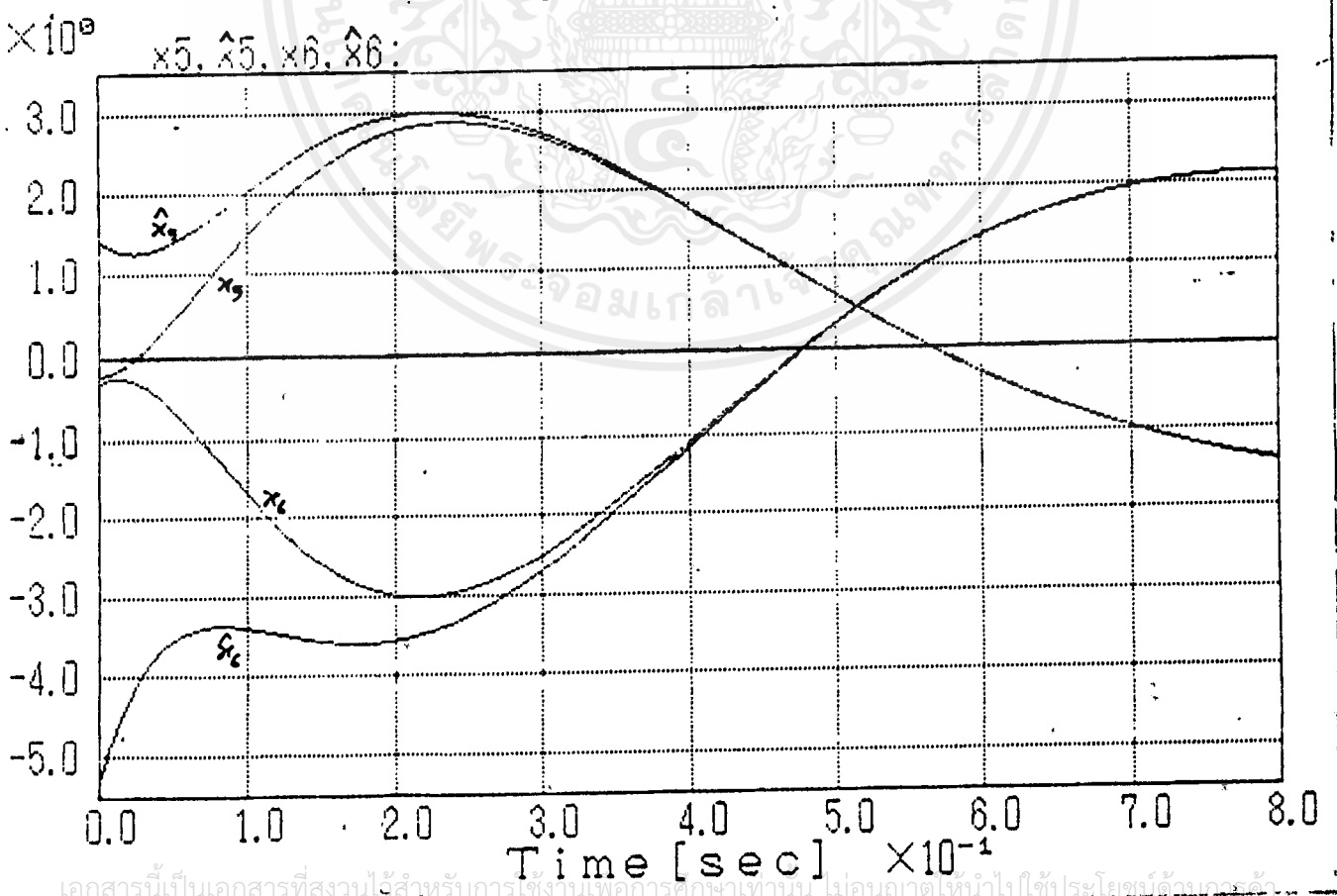
รูปที่ 7.21 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$ (ภาพระยฆใกล้)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานที่ไม่ใช่ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ กรุณาแจ้งให้คณาจารย์ทราบและดำเนินการแก้ไขเอกสารทุกครั้งที่มีการแก้ไข



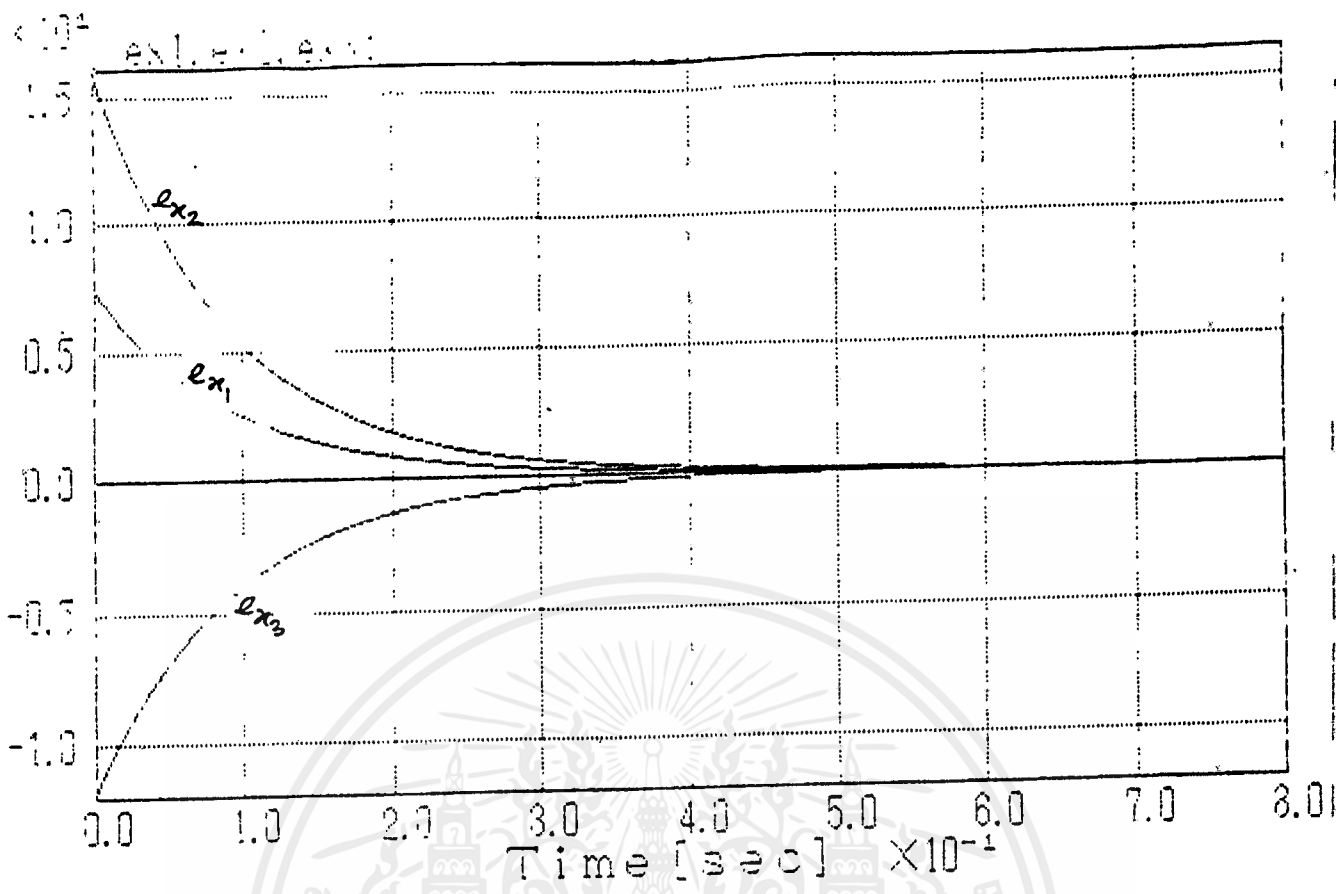
รูปที่ 7.22 สถานะ $x_1(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t)$



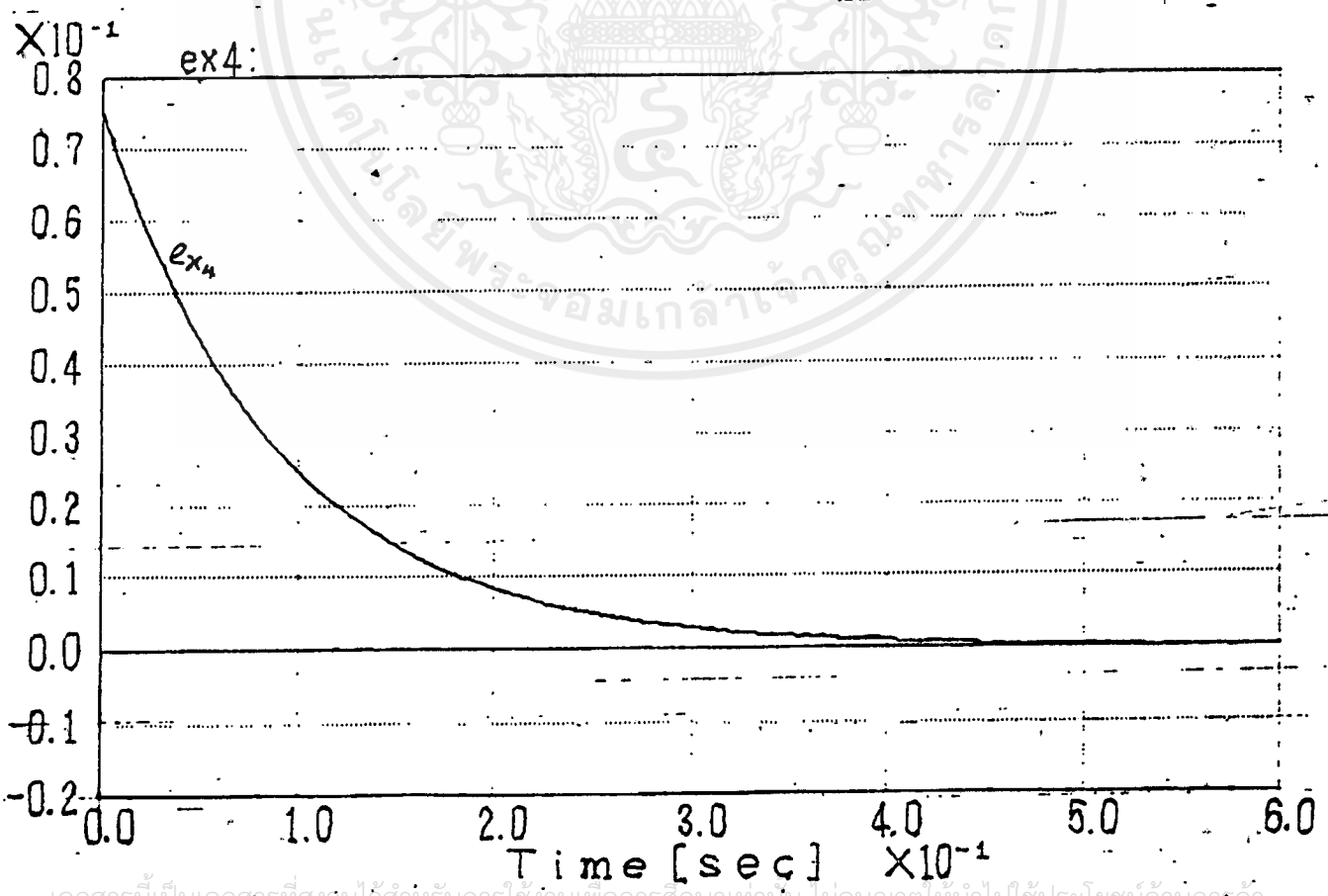
x_5, x_5, x_6, x_6 :

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้วยวิธีใด ๆ

รูปที่ 7.23 สถานะ $x_3(t), x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_3(t), \hat{x}_4(t)$ (ภาพขยายใกล้)

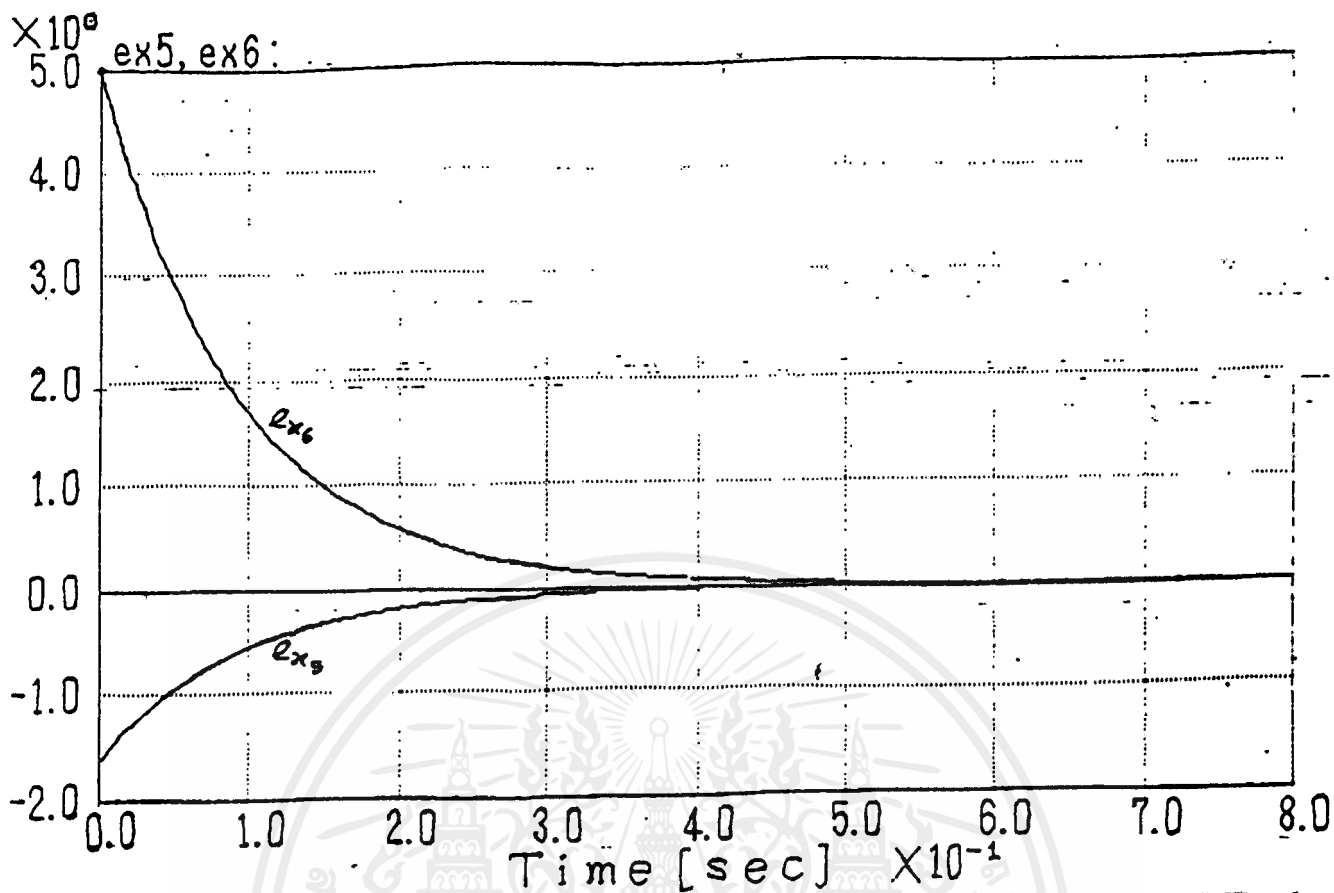


รูปที่ 7.24 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x1}(t), e_{x2}(t), e_{x3}(t)$

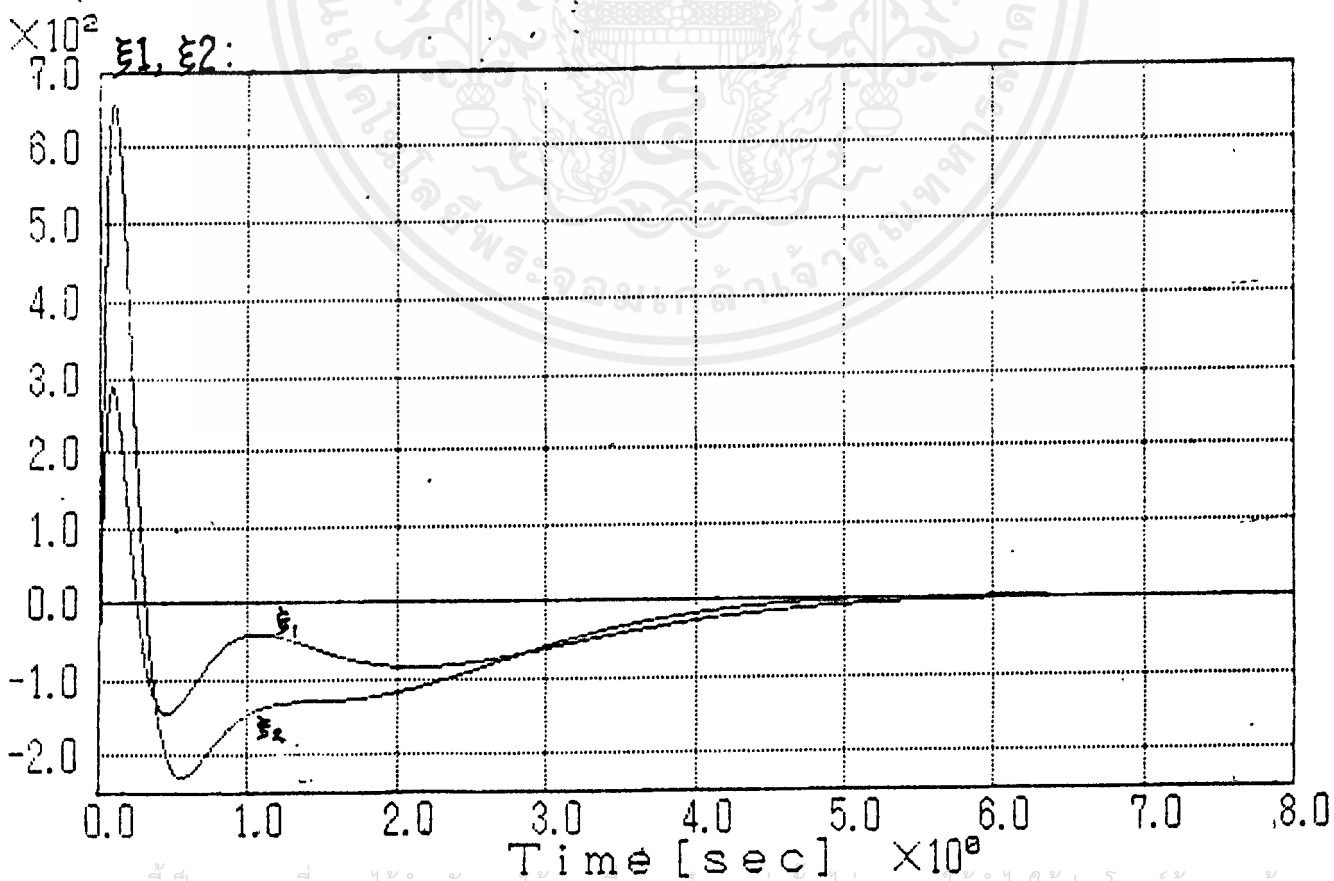


รูปที่ 7.25 ค่าเคลื่อนค่าประมาณ $e_{x4}(t)$

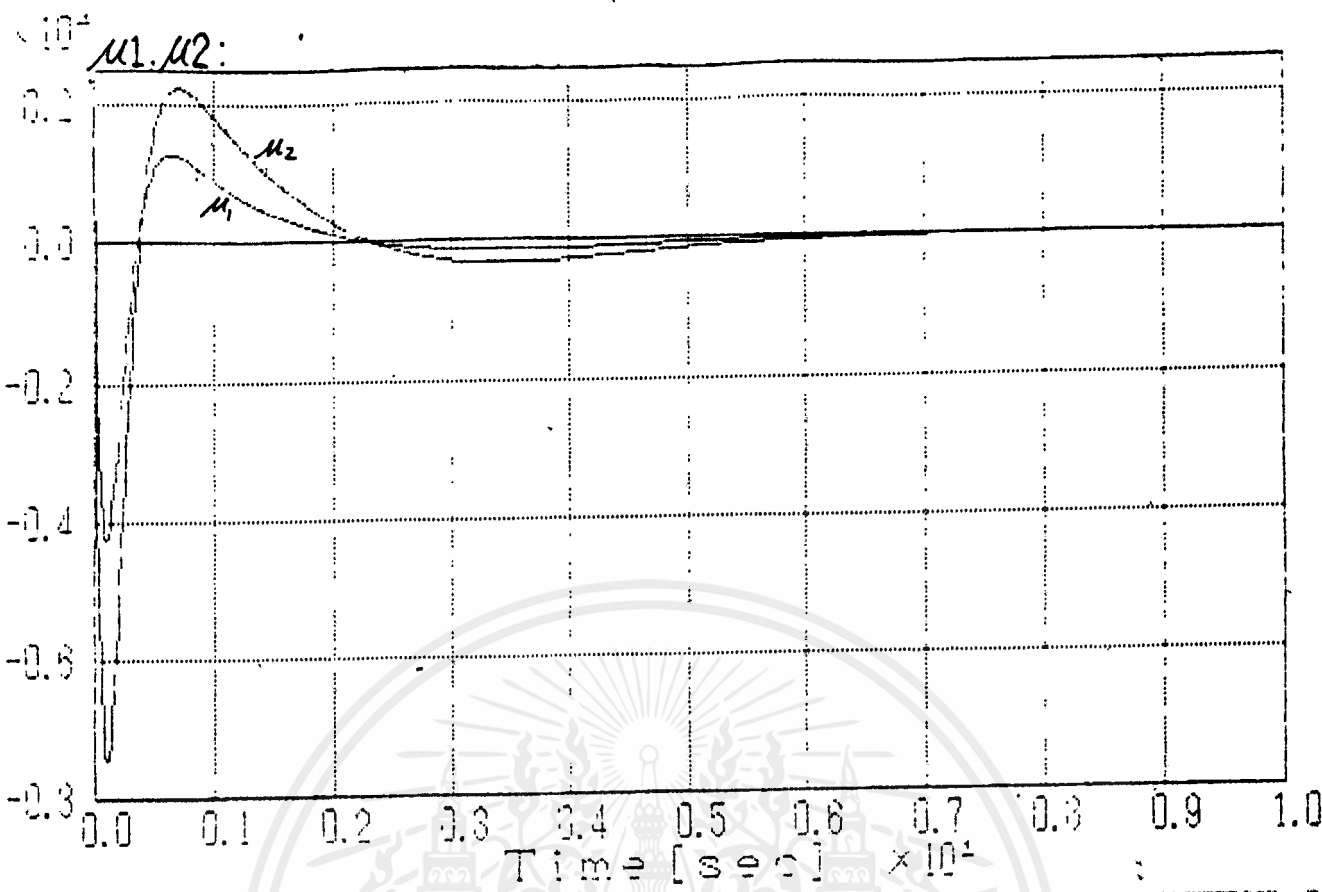
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากสำนักพิมพ์



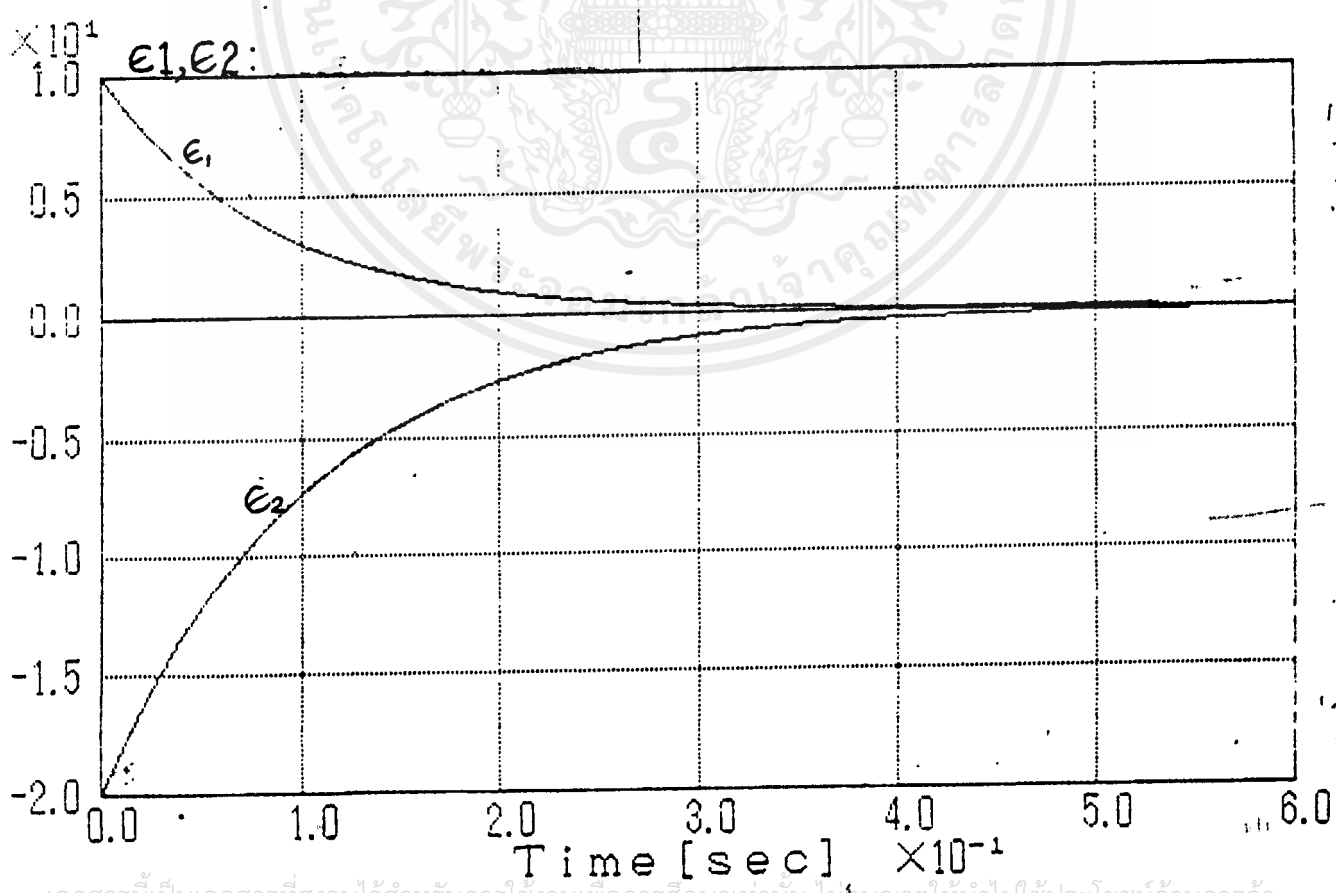
รูปที่ 7.26 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_5}(t), e_{x_6}(t)$



รูปที่ 7.27 สถานะตัวลิ่งเกต $\xi_1(t), \xi_2(t)$

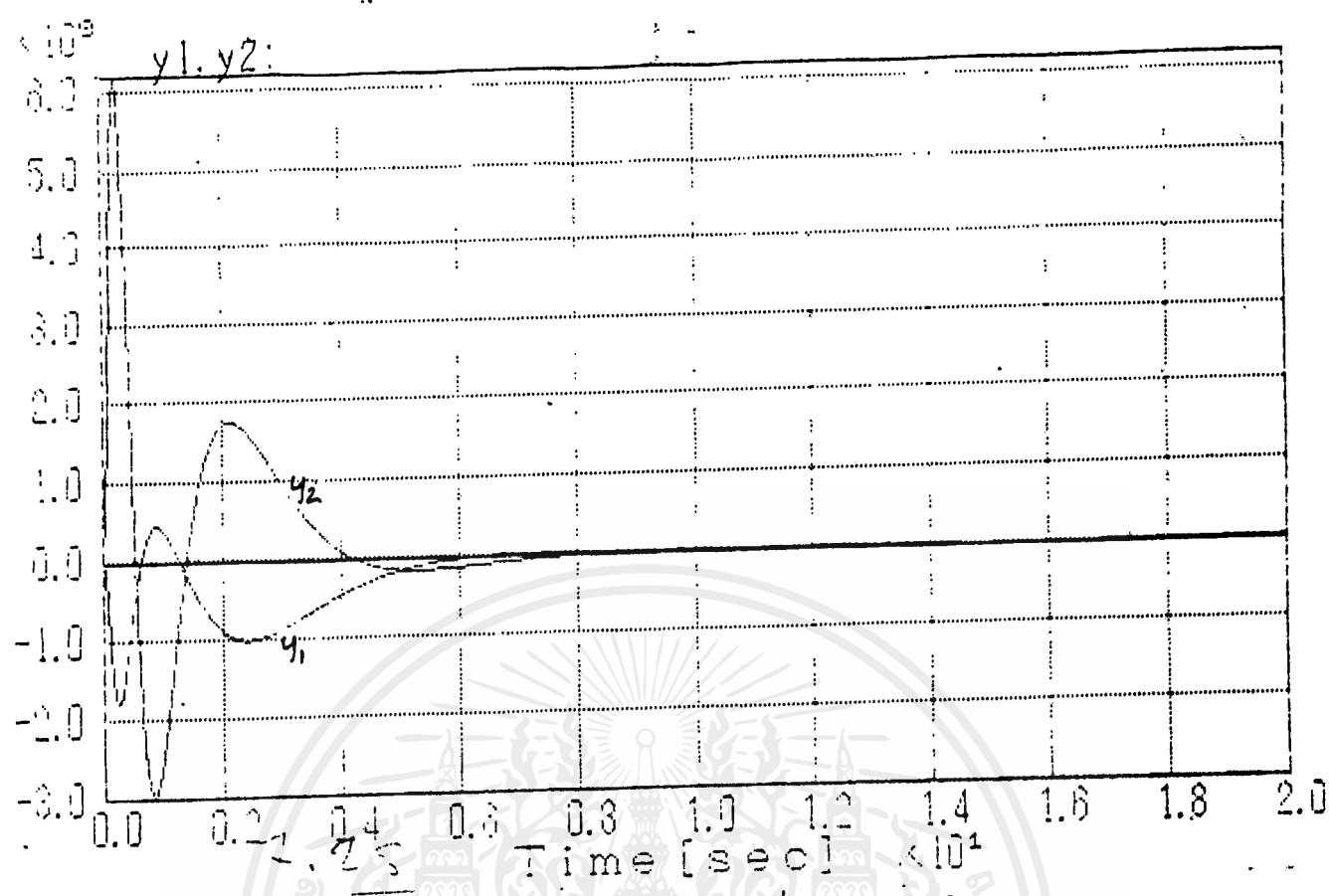


รูปที่ 7.28 สถานะตัวลึงเกต $u_1(t), u_2(t)$

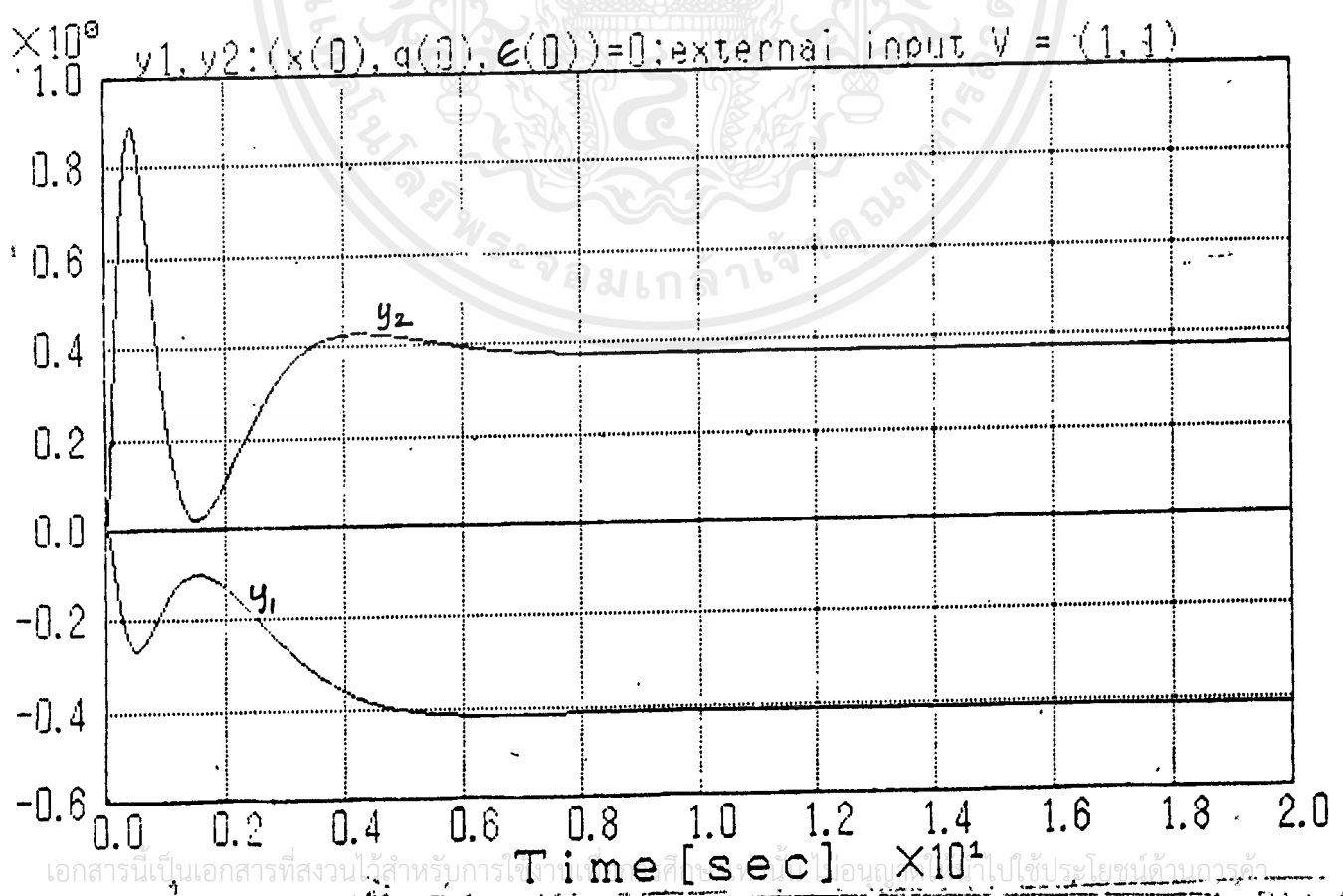


รูปที่ 7.29 ค่าตลาดเคลื่อนสถานะตัวลึงเกต $e_1(t), e_2(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้คัดแปลงหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากผู้นิพนธ์เอกสารที่จัดทำขึ้น



รูปที่ 7.30 เอกซ์พลาต์ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อไม่มีสัญญาณอินพุตภายนอก



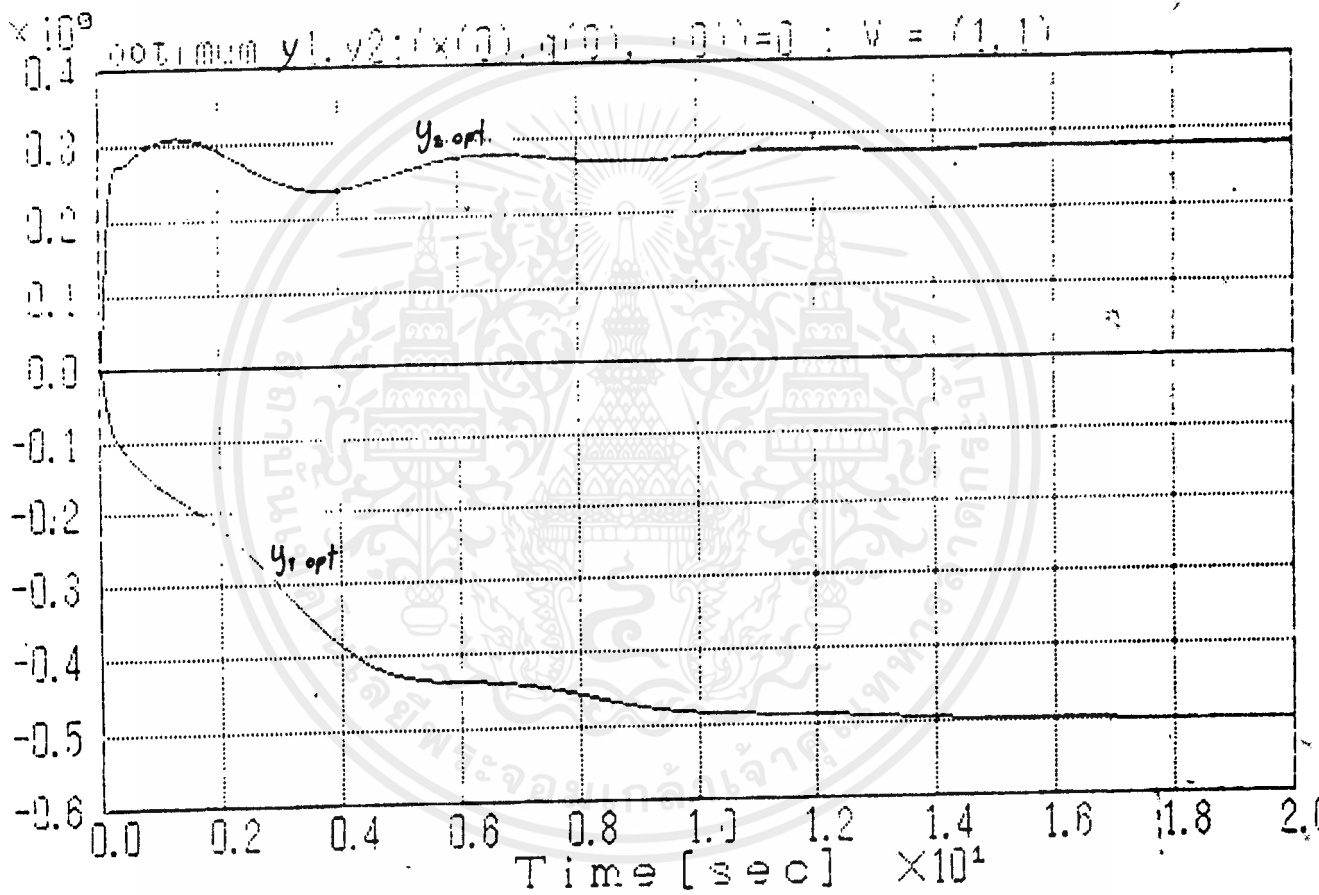
รูปที่ 7.31 เอกซ์พลาต์ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อมีสัญญาณอินพุตภายนอก $v = (1, 1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ทางวิชาการเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

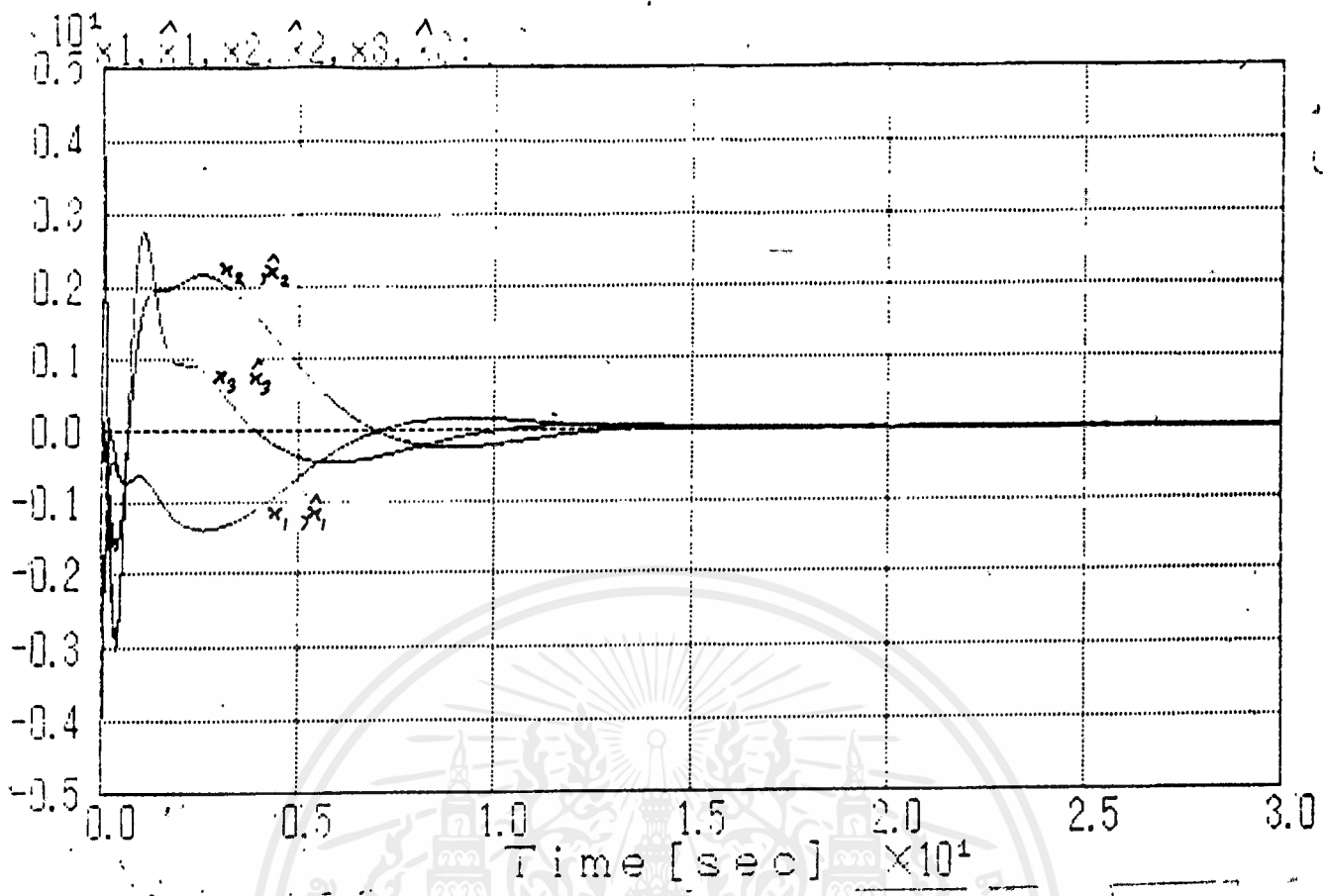


รูปที่ 7.32 เวก์พหุสมรรถนะเลิศ $y_{1, \text{opt}}(t), y_{2, \text{opt}}(t)$ ของระบบที่-
ไม่มีสัญญาณรบกวน เมื่อมีสัญญาณอินพุทภายนอก $V = (1, 1)$

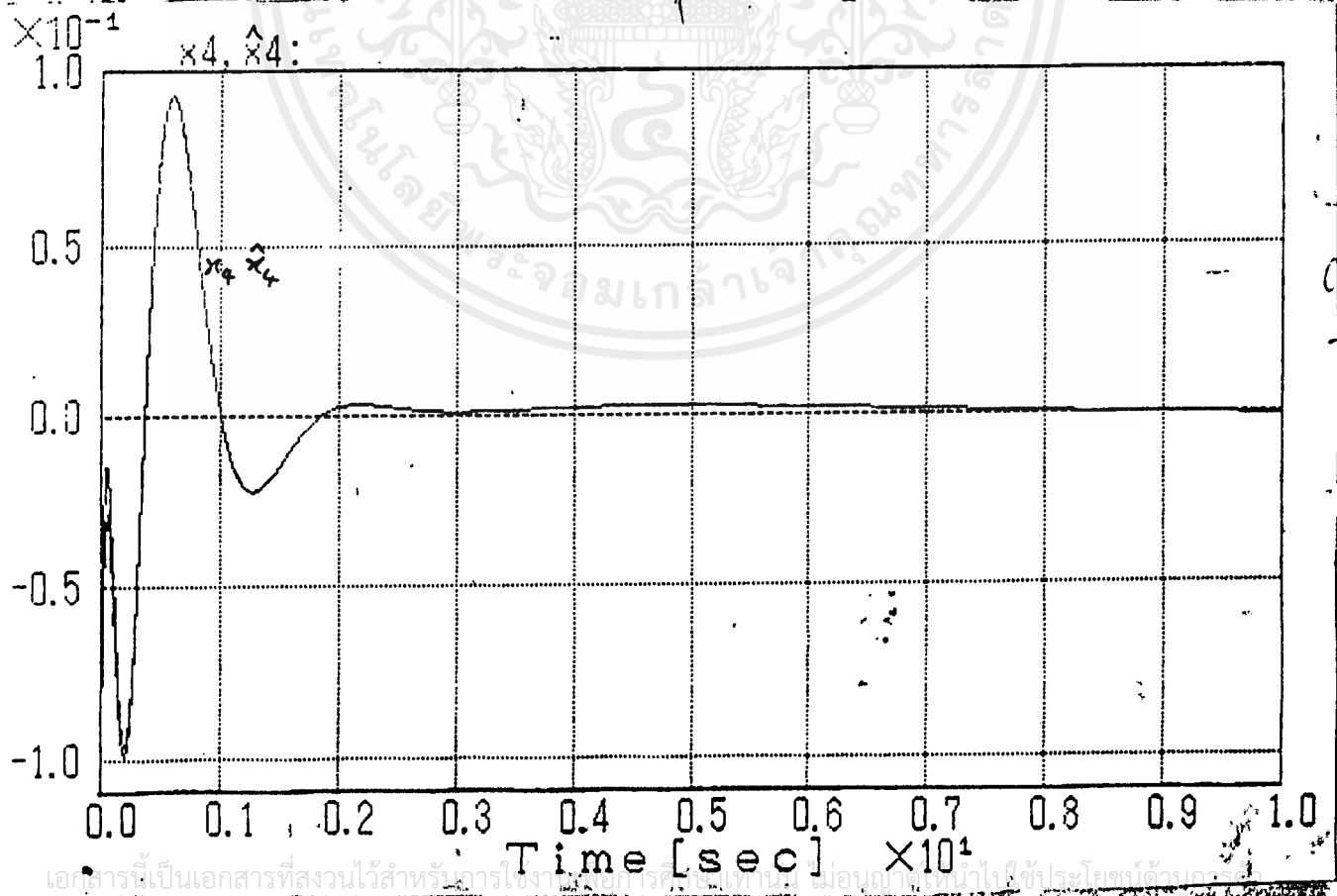
รูปภาพกราฟสำหรับระบบปีนกลับลมรณะใกล้เลิศจากแบบจำลองแบบ
ฮาโอภิของระบบที่มีลักษณะรบกวนและได้รับการชดเชยแล้ว(หน้า)



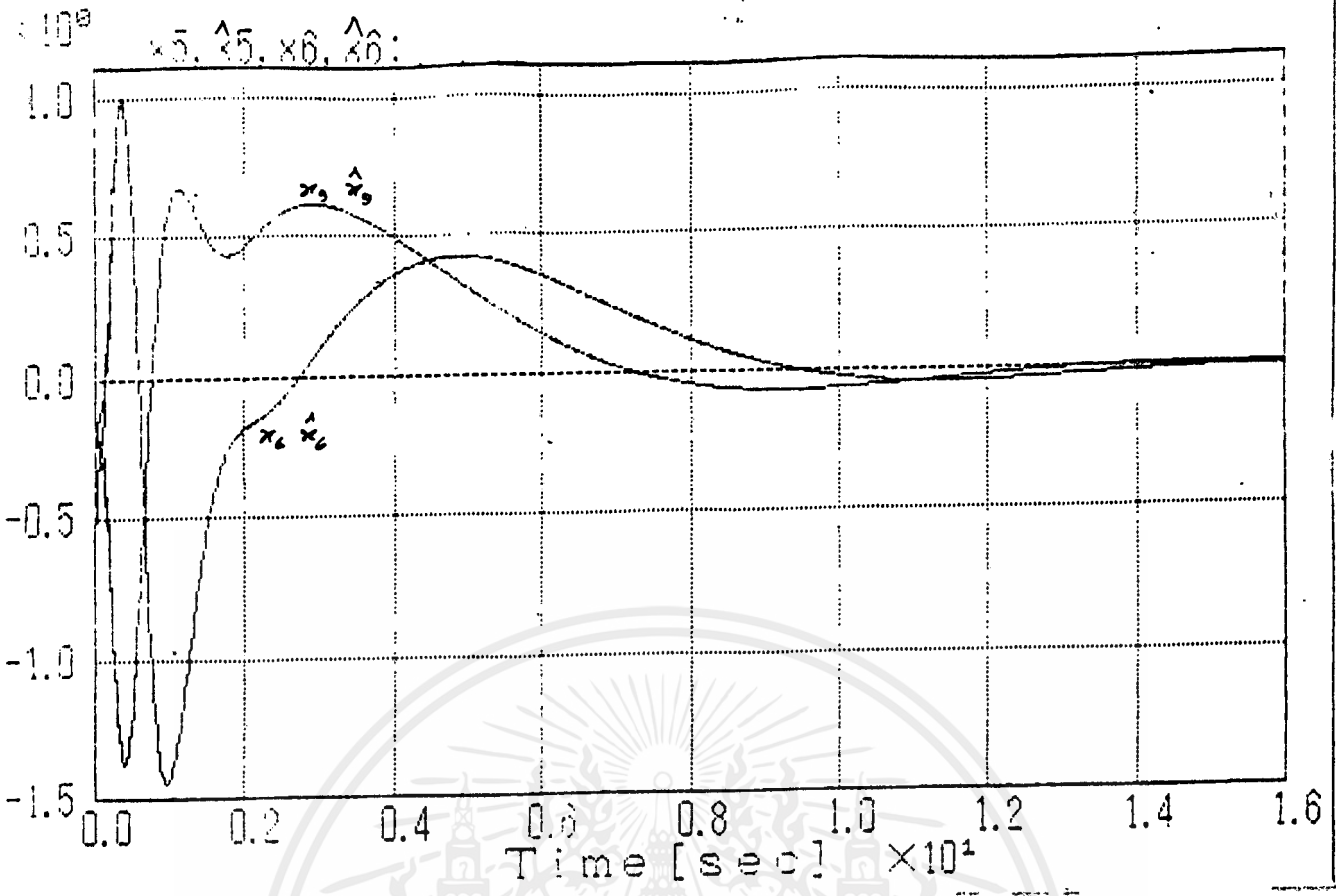
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



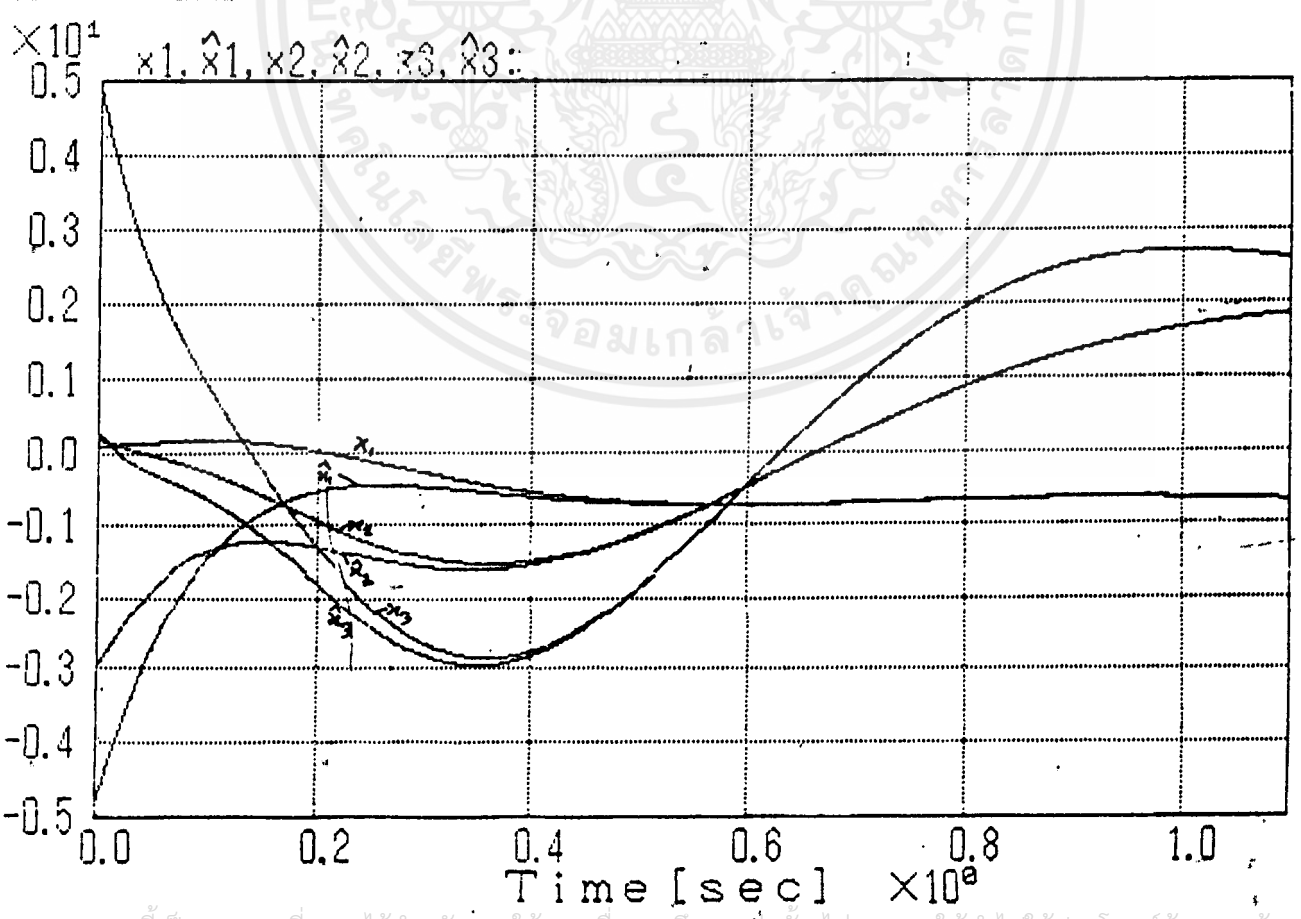
รูปที่ 7.33 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$



รูปที่ 7.34 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$

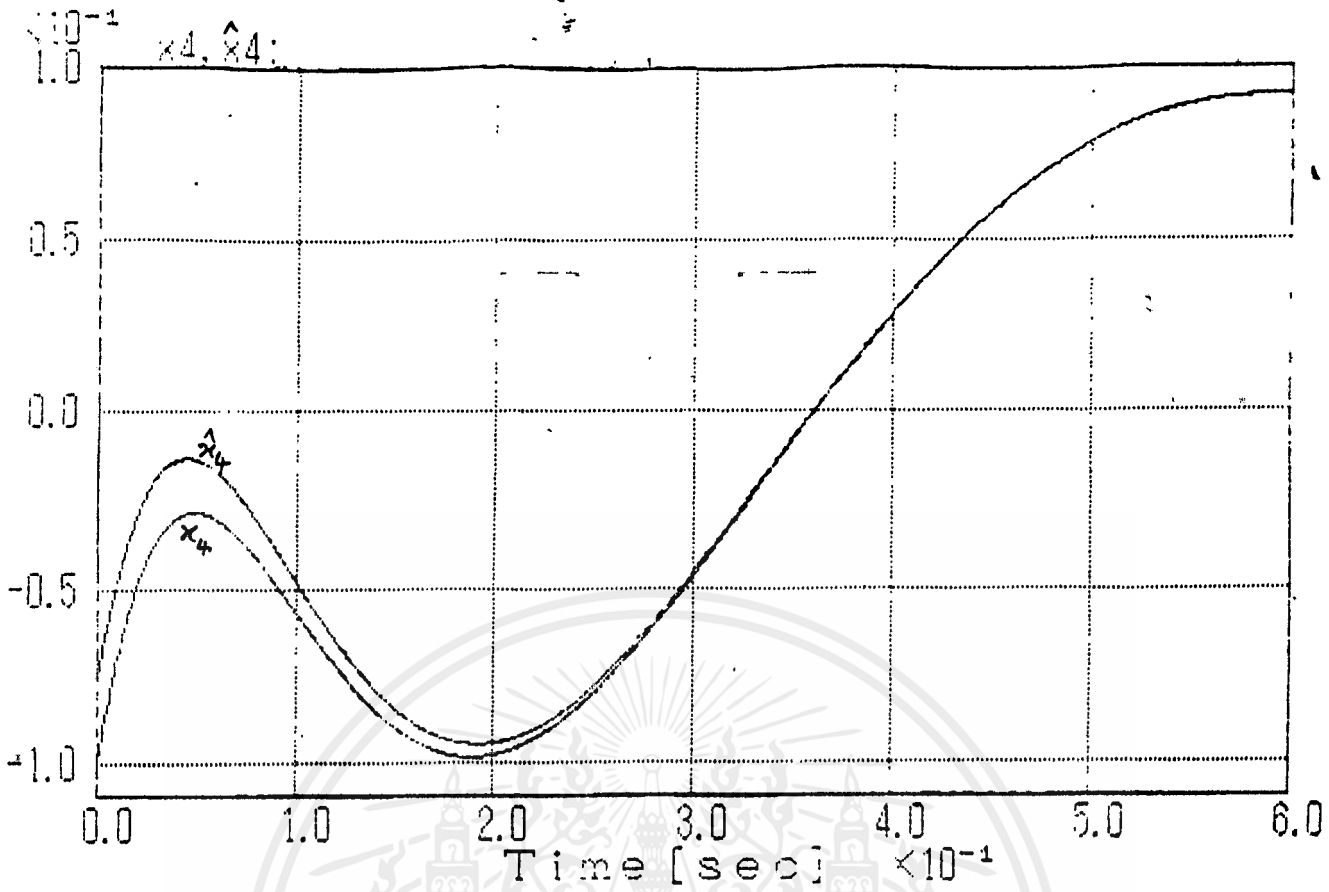


รูปที่ 7.35 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$

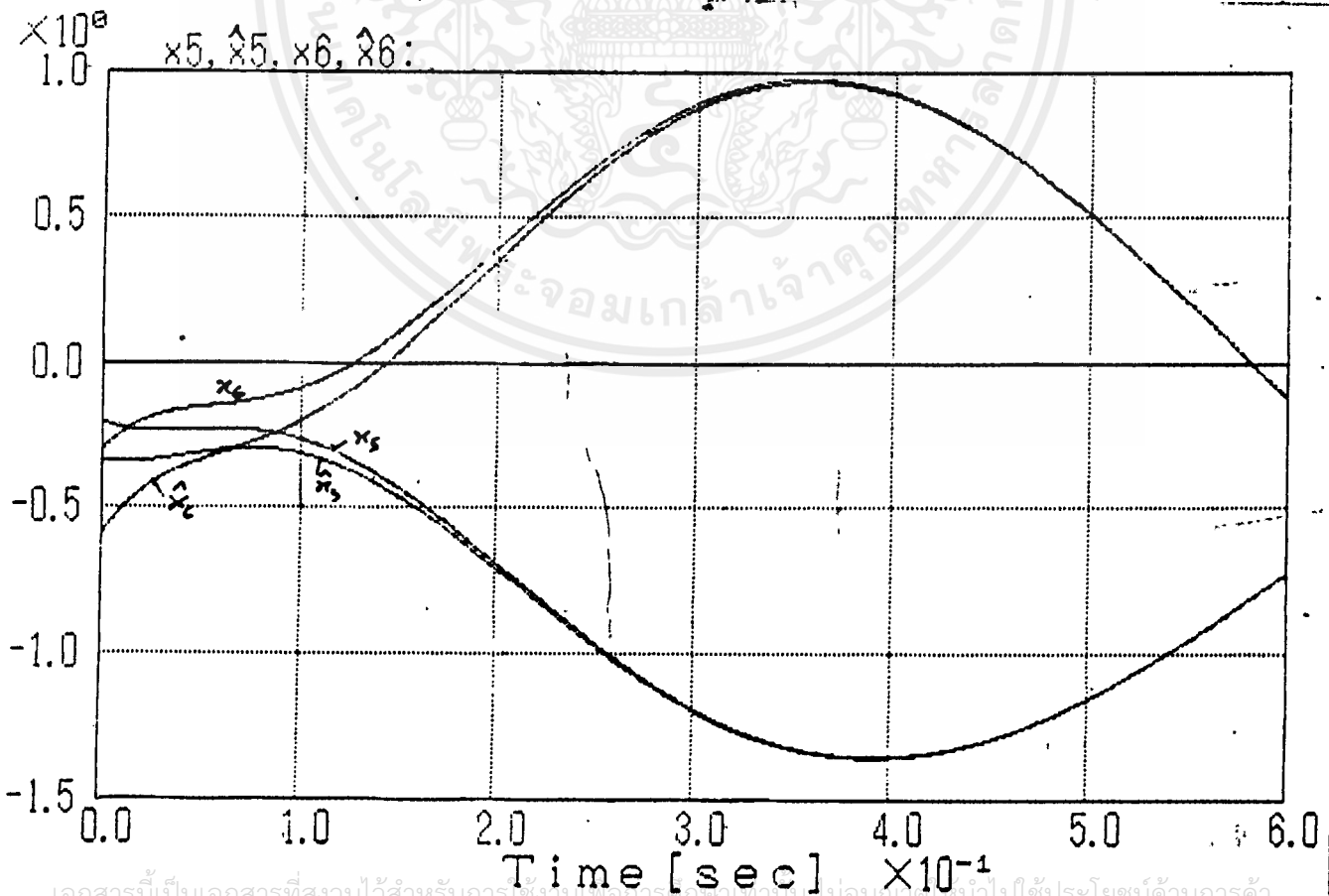


รูปที่ 7.36 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$ (ภาพระยิบไถล)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่งานวิจัยสำหรับใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งนี้ อีกทั้งห้ามมิให้เผยแพร่ในสื่อใดๆ และต้องแจ้งชื่อของเอกสารนี้แก่หน่วยงานต้นสังกัด

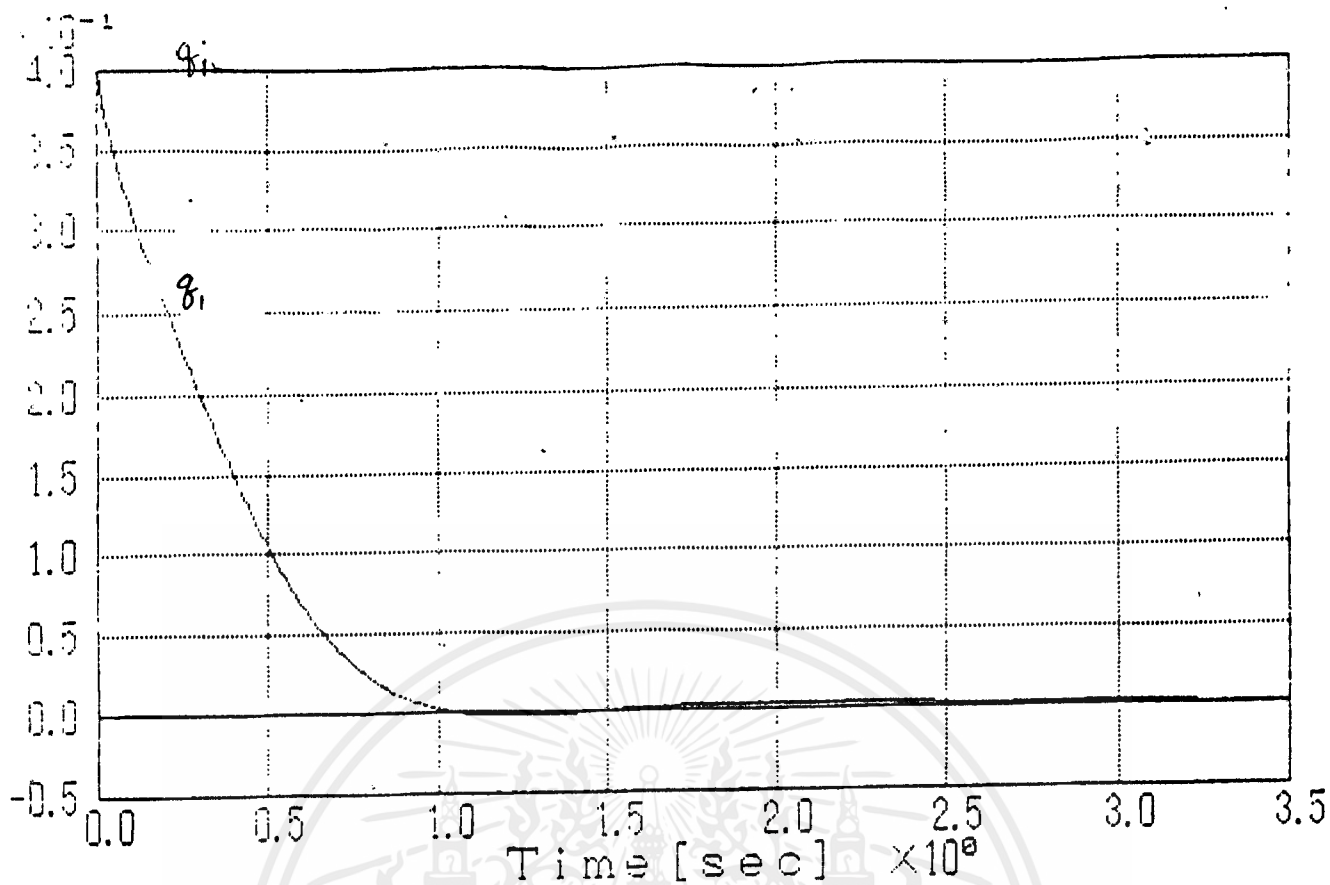


รูปที่ 7.37 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\dot{x}_4(t)$ (ภาพระยะใกล้)

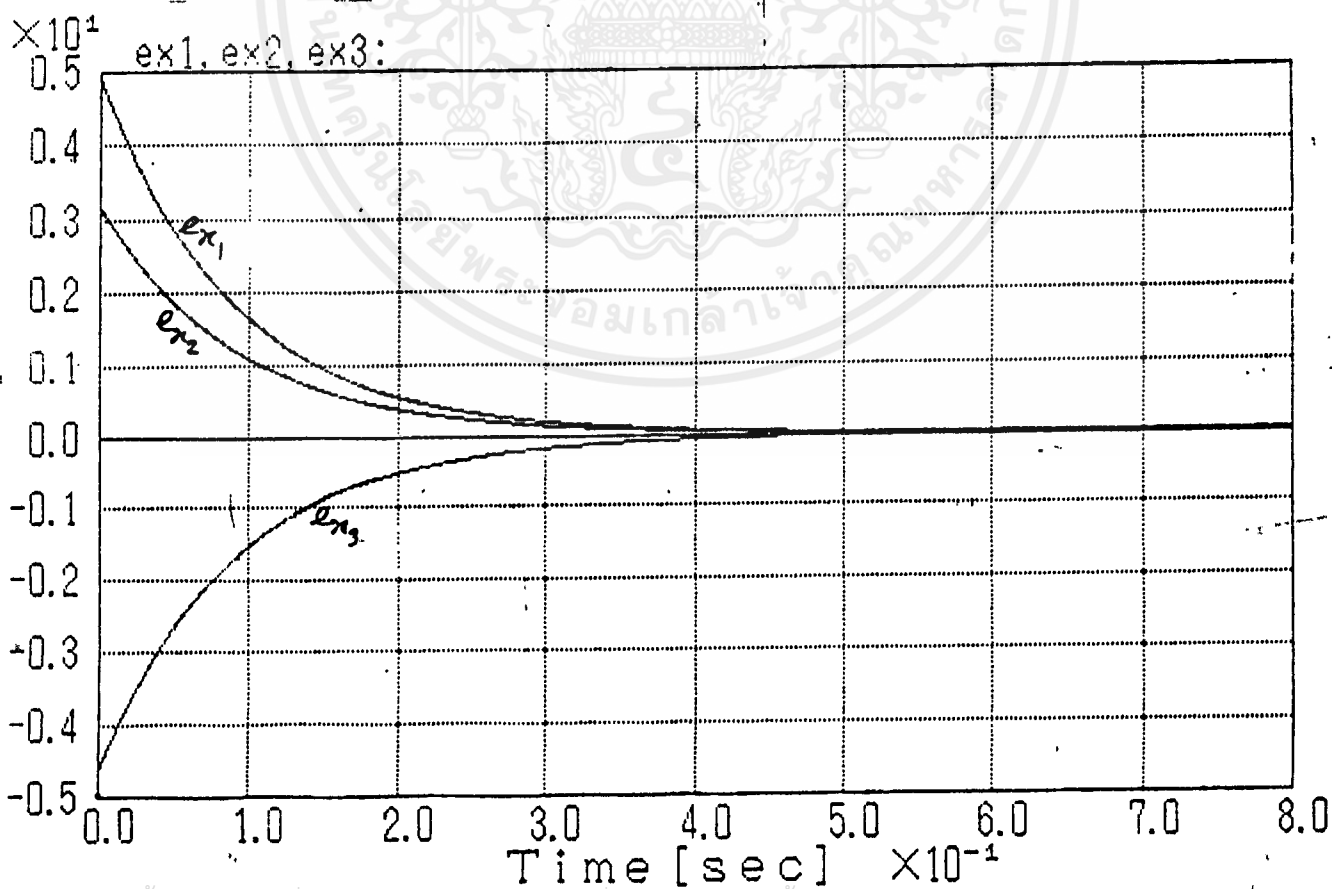


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น (รูปที่ 7.38 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\dot{x}_5(t), \dot{x}_6(t)$ (ภาพระยะใกล้)

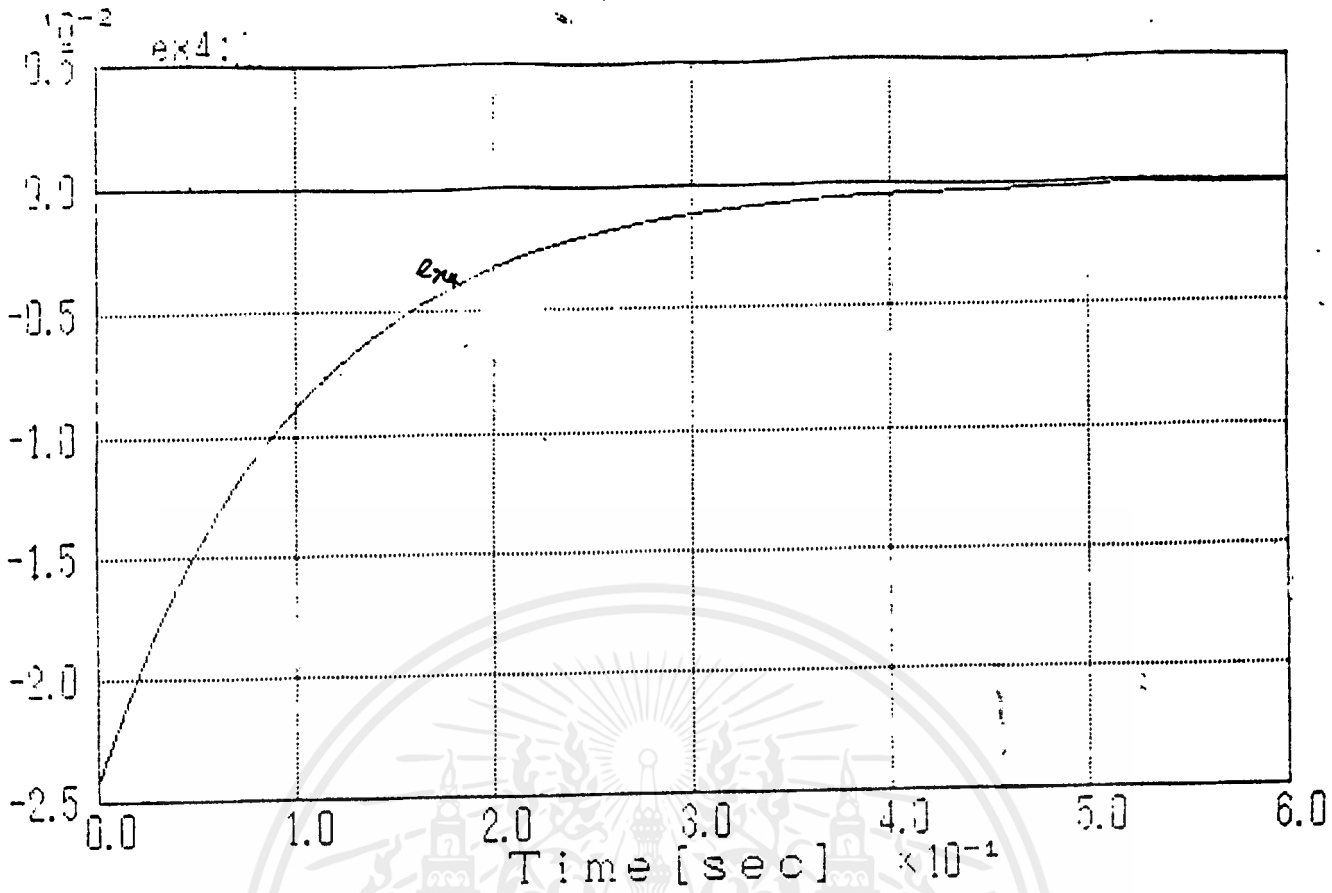


รูปที่ 7.39 สถานะ $q_i(t)$

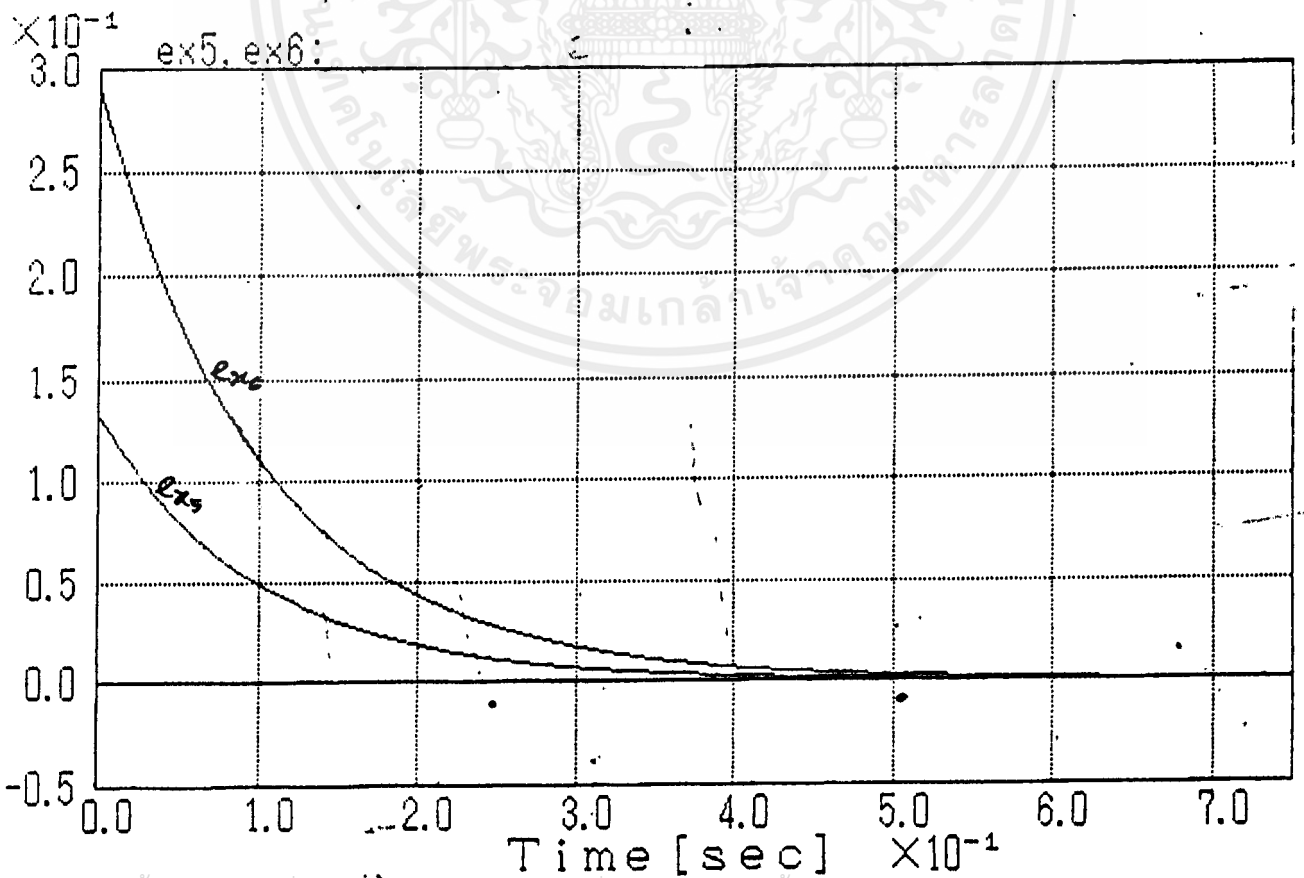


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้วยการค้า

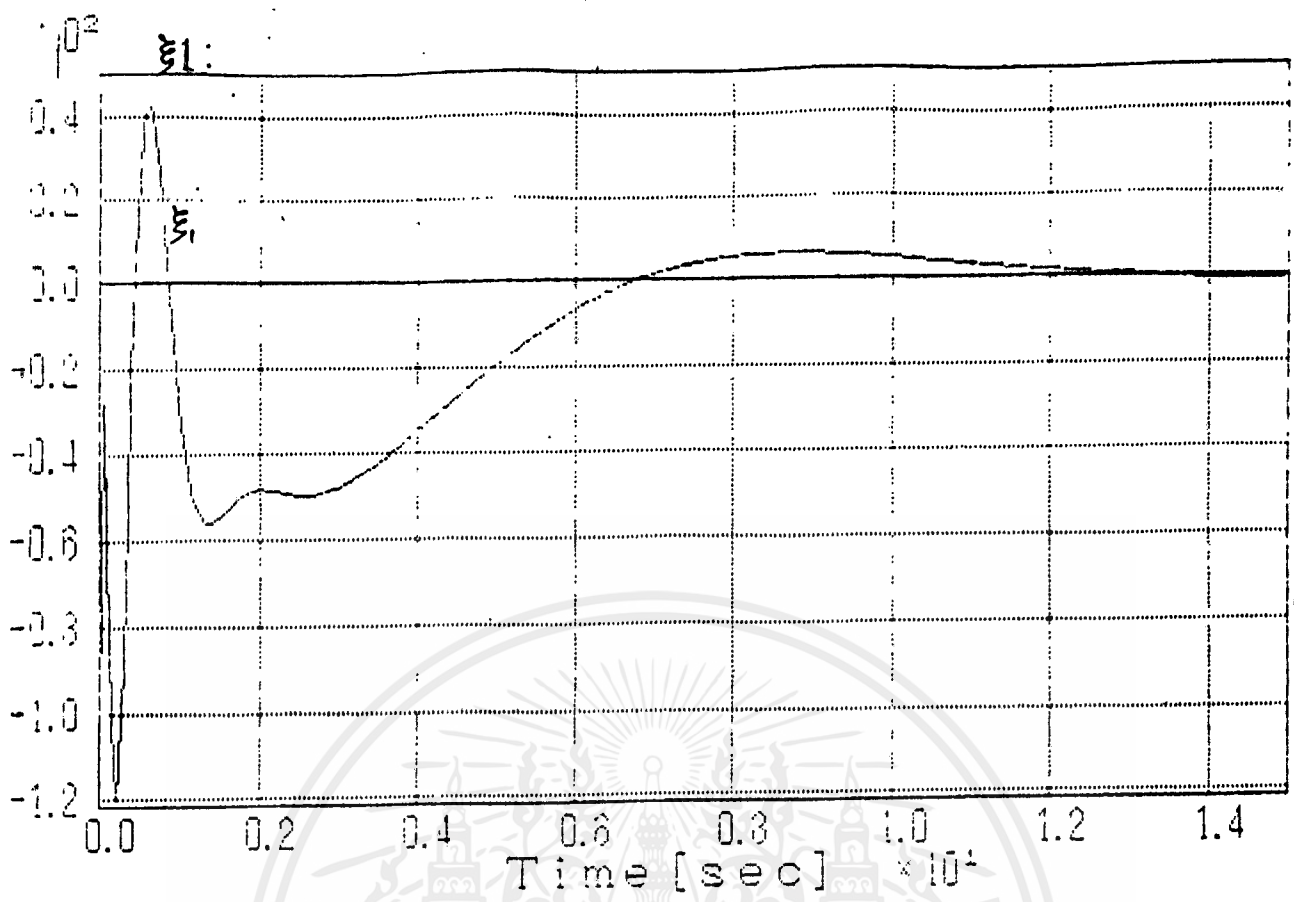
รูปที่ 7.40 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $ex_1(t), ex_2(t), ex_3(t)$



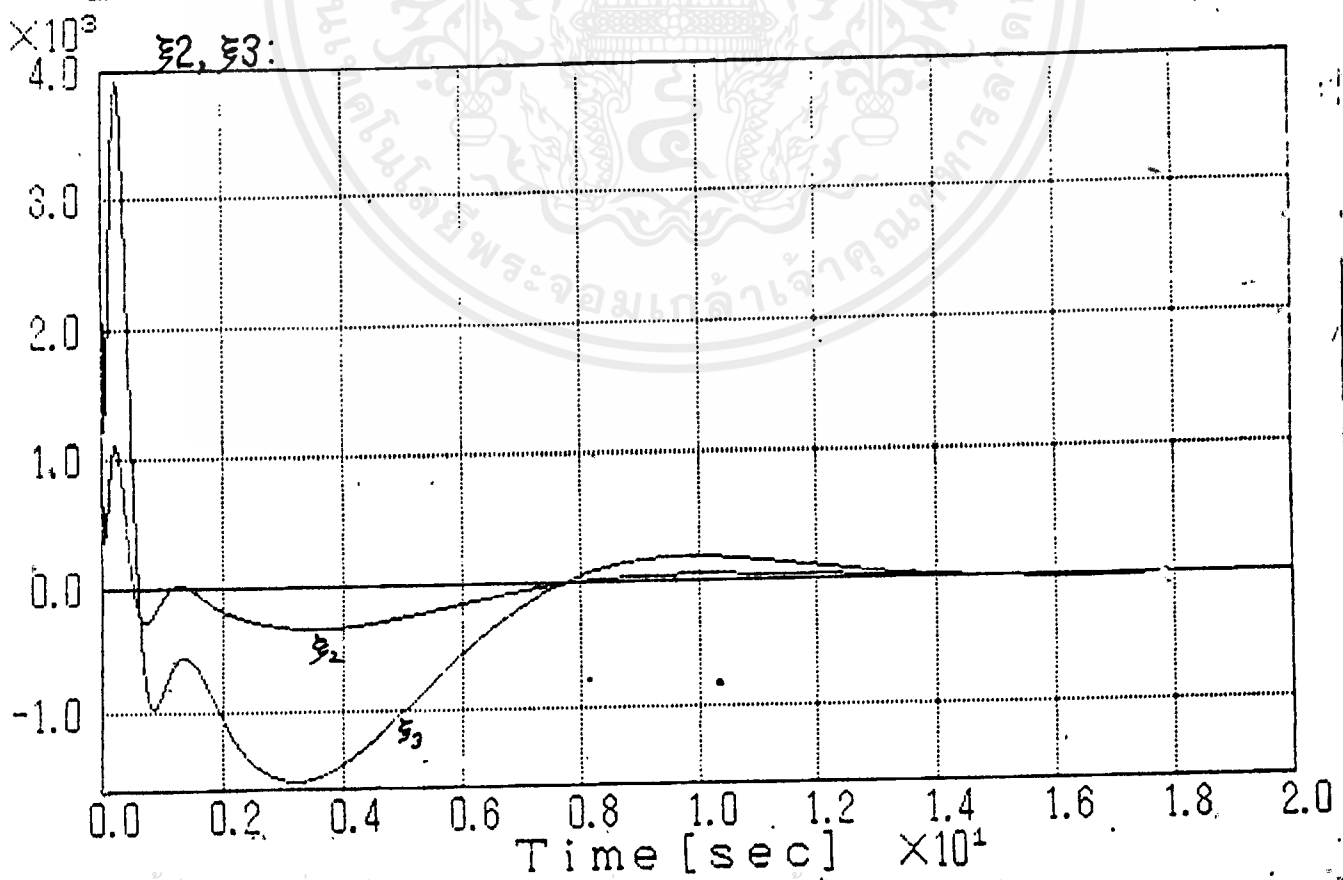
รูปที่ 7.41 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $ex_4(t)$



รูปที่ 7.42 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $ex_5(t), ex_6(t)$

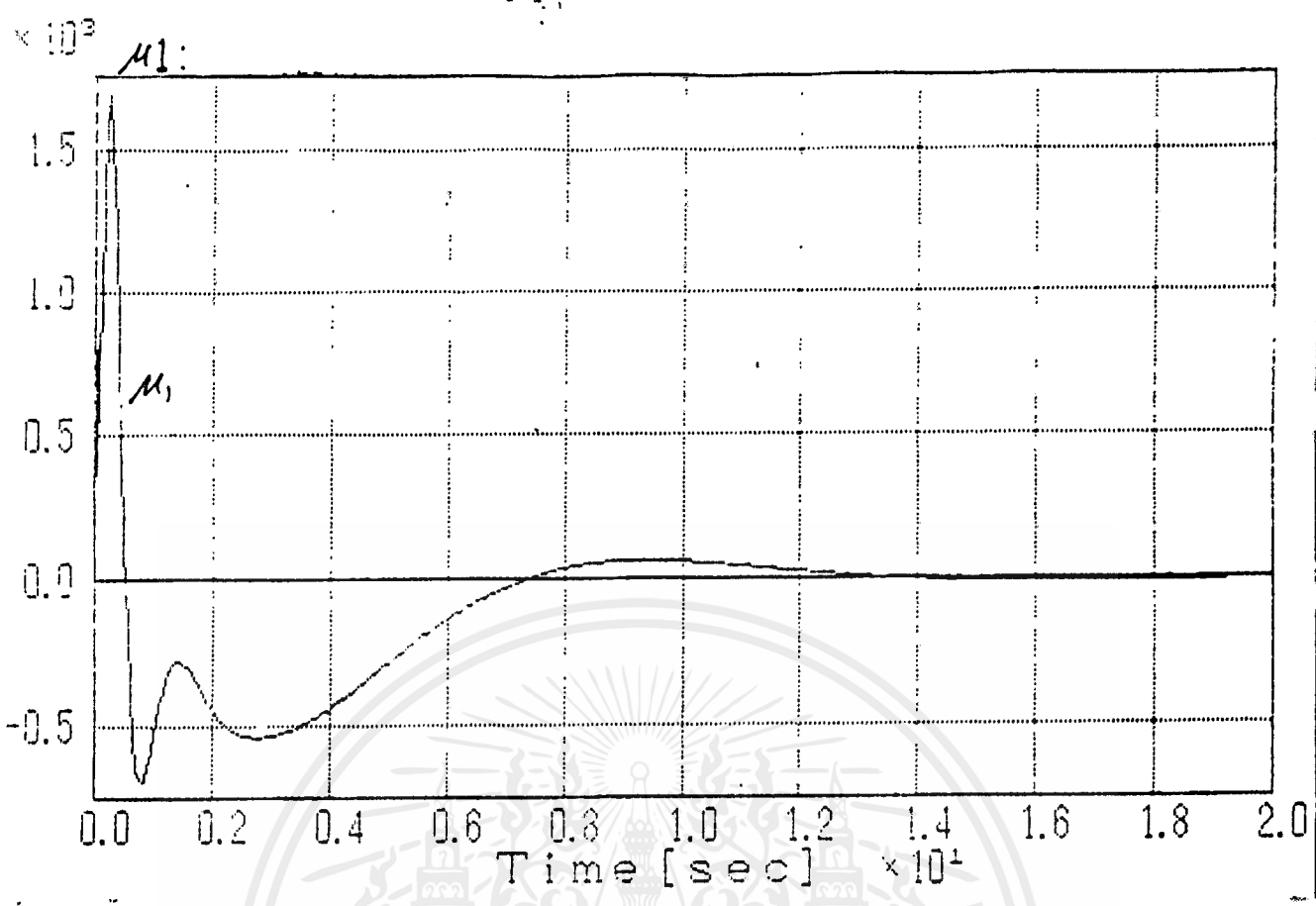


รูปที่ 7.43 สถานะตัวสิ่งเกต (๕)

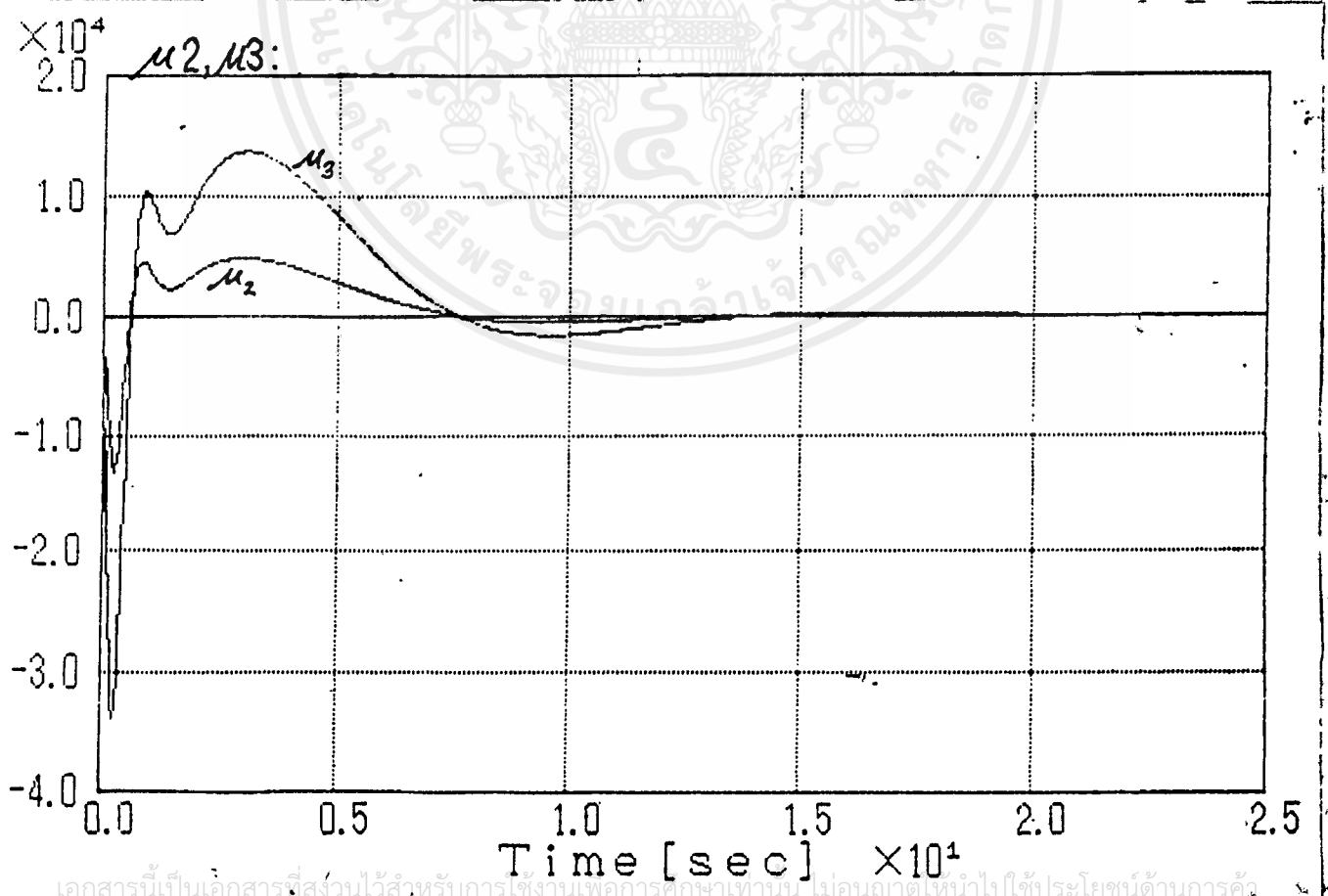


รูปที่ 7.44 สถานะตัวสิ่งเกต (๕), (๕)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

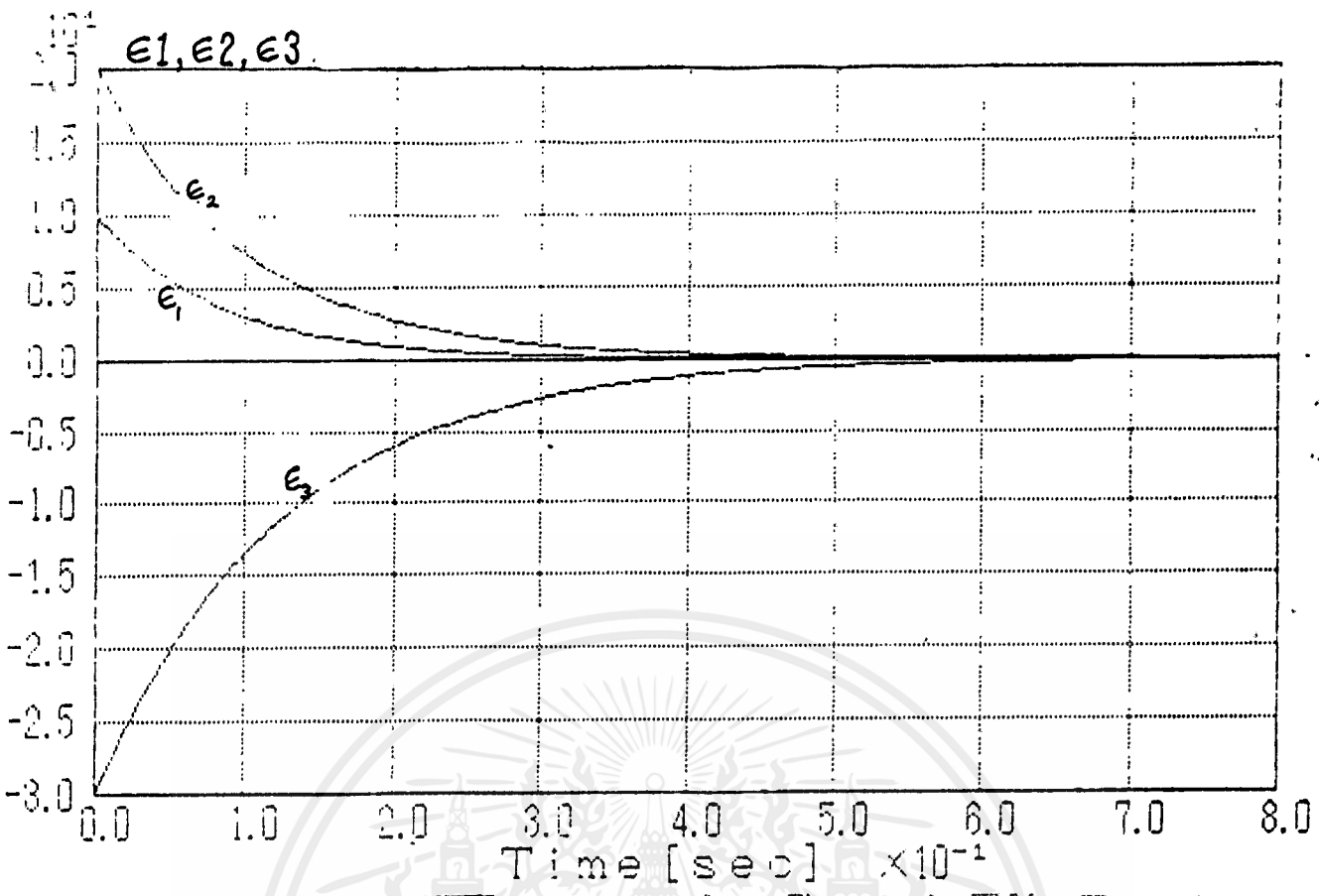


รูปที่ 7.45 สถานะตัวสังเกตุ (๕)

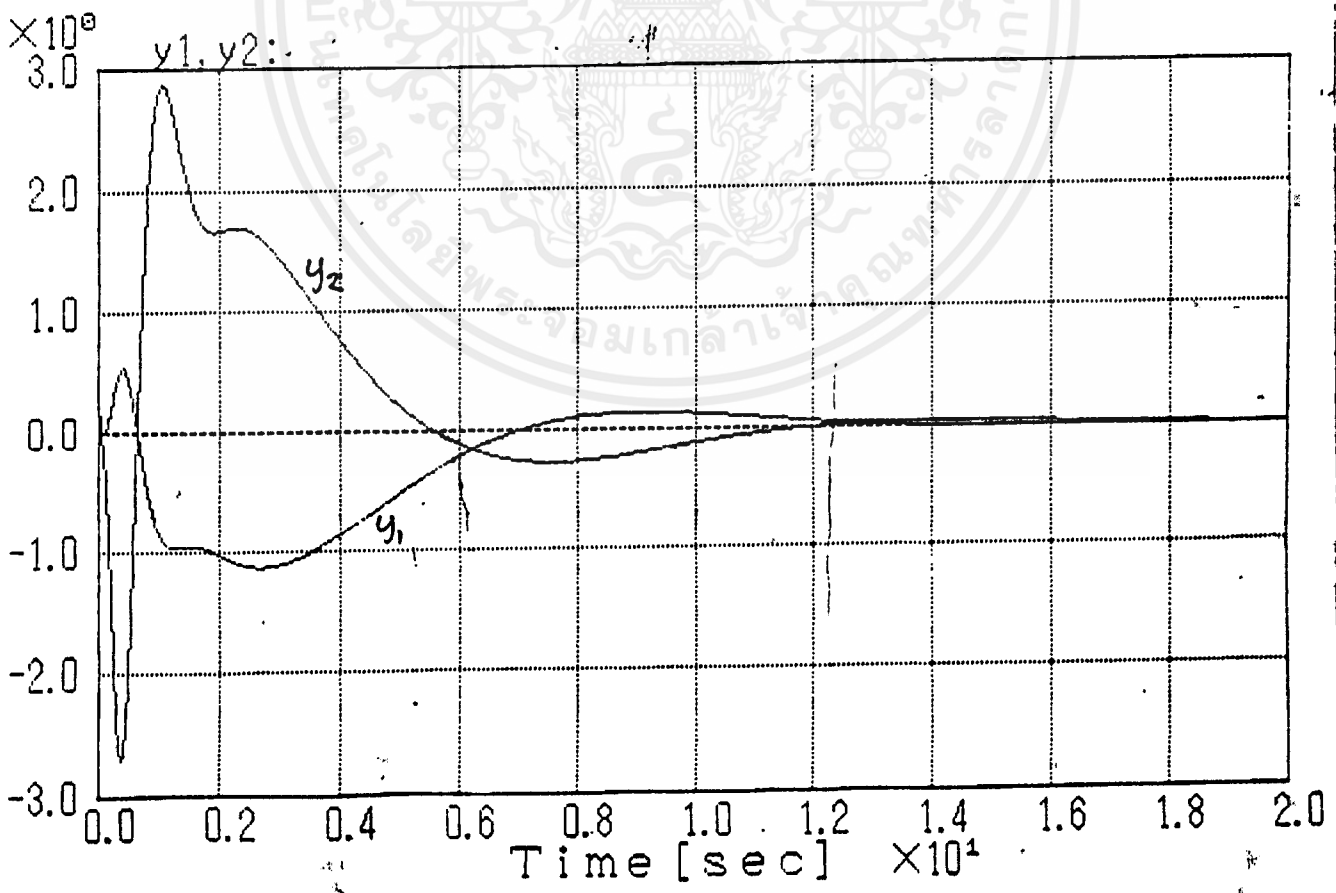


รูปที่ 7.46 สถานะตัวสังเกตุ (๕), (๖)

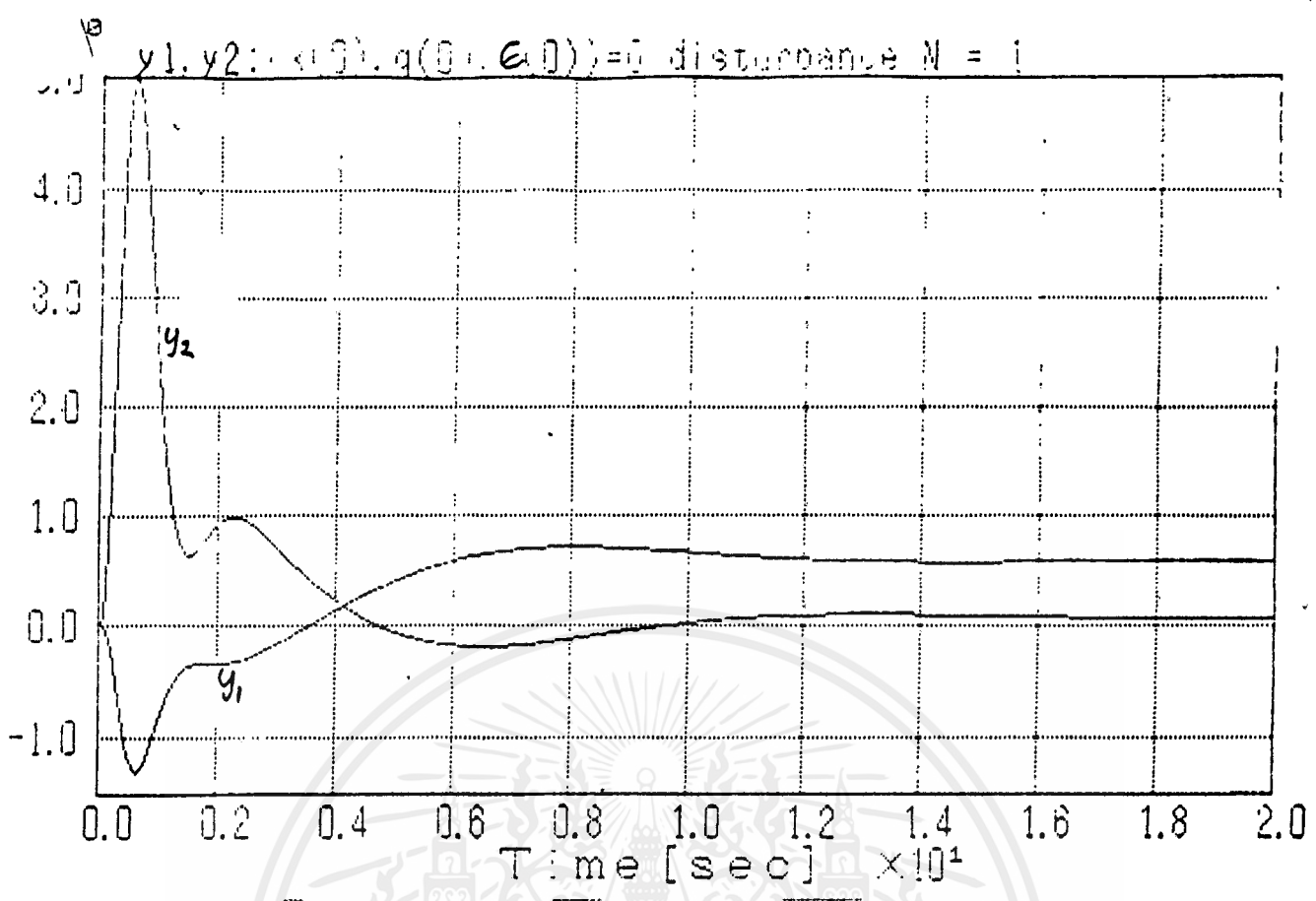
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้าม
รูปที่ 7.46 สถานะตัวสังเกตุ (๕), (๖) การครั้งที่มีการนำไปใช้



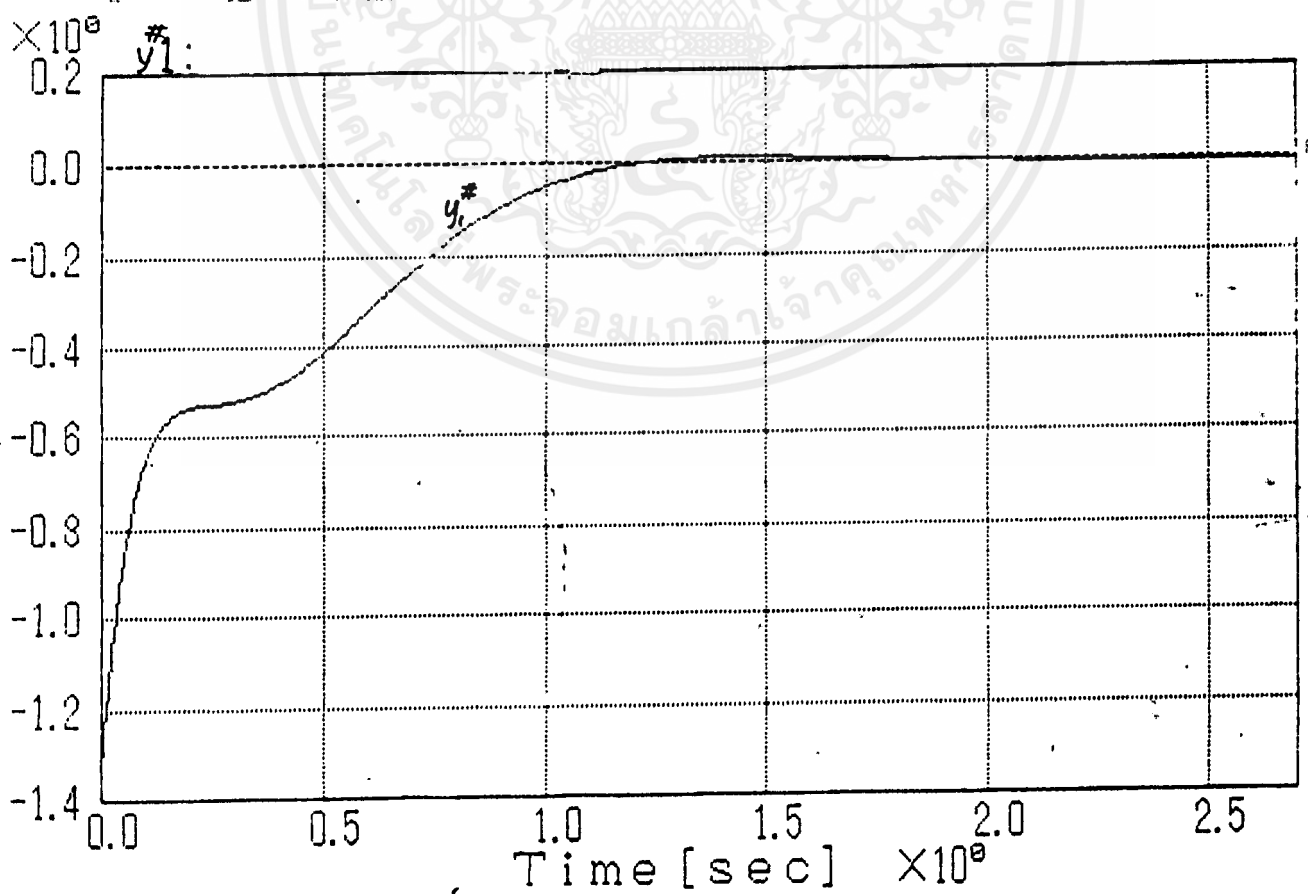
รูปที่ 7.47 ค่าคลาดเคลื่อนสถานะตัวลิ่งเกิด $e_1(t), e_2(t), e_3(t)$



รูปที่ 7.48 เอาท์พุท $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N=0$ นิด



รูปที่ 7.49 เขาค่พุก $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อลัษณะรบกวน $N = 1$

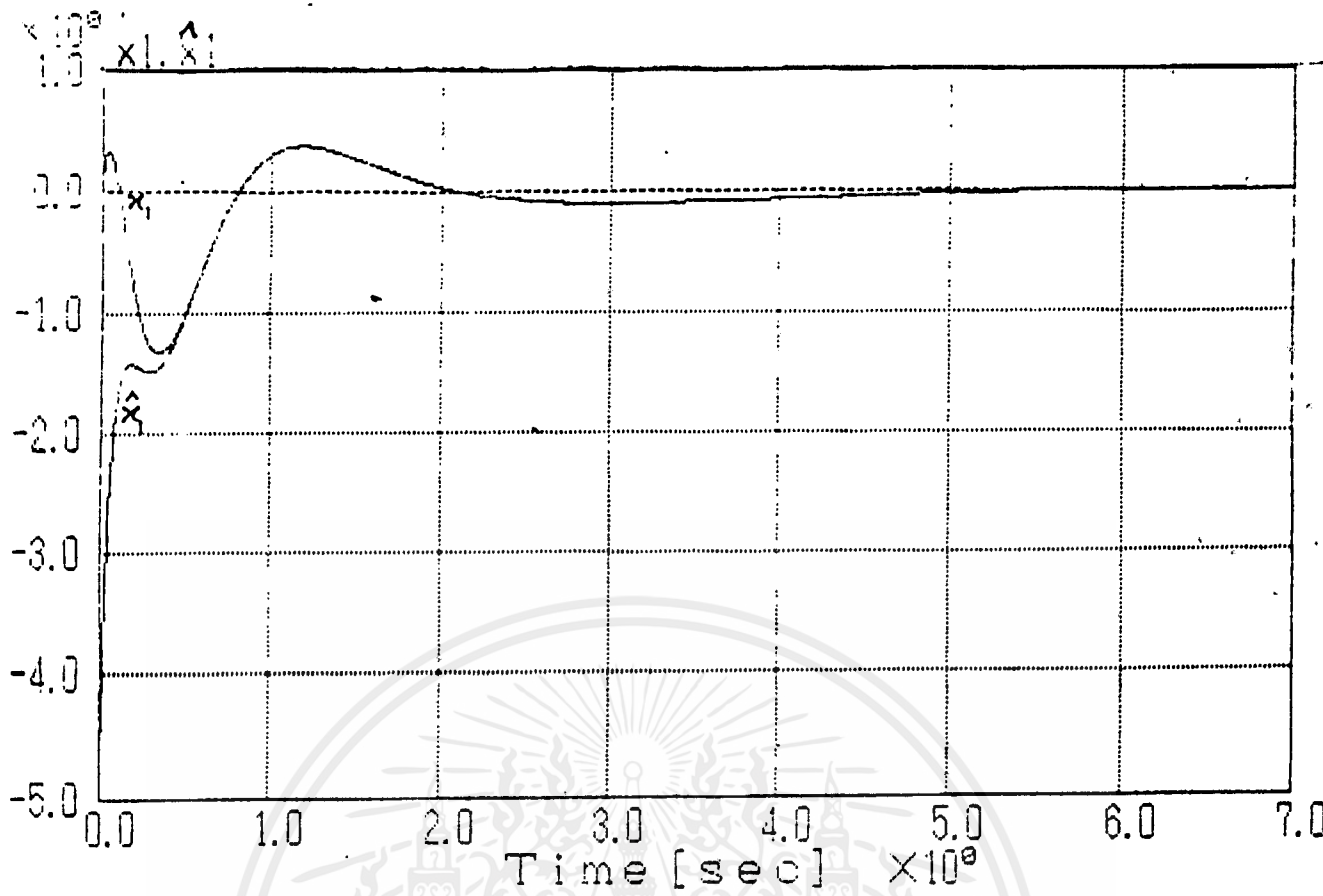


รูปที่ 7.50 เขาค่พุก $y_1(t)$ เมื่อลัษณะรบกวน $N = 0$

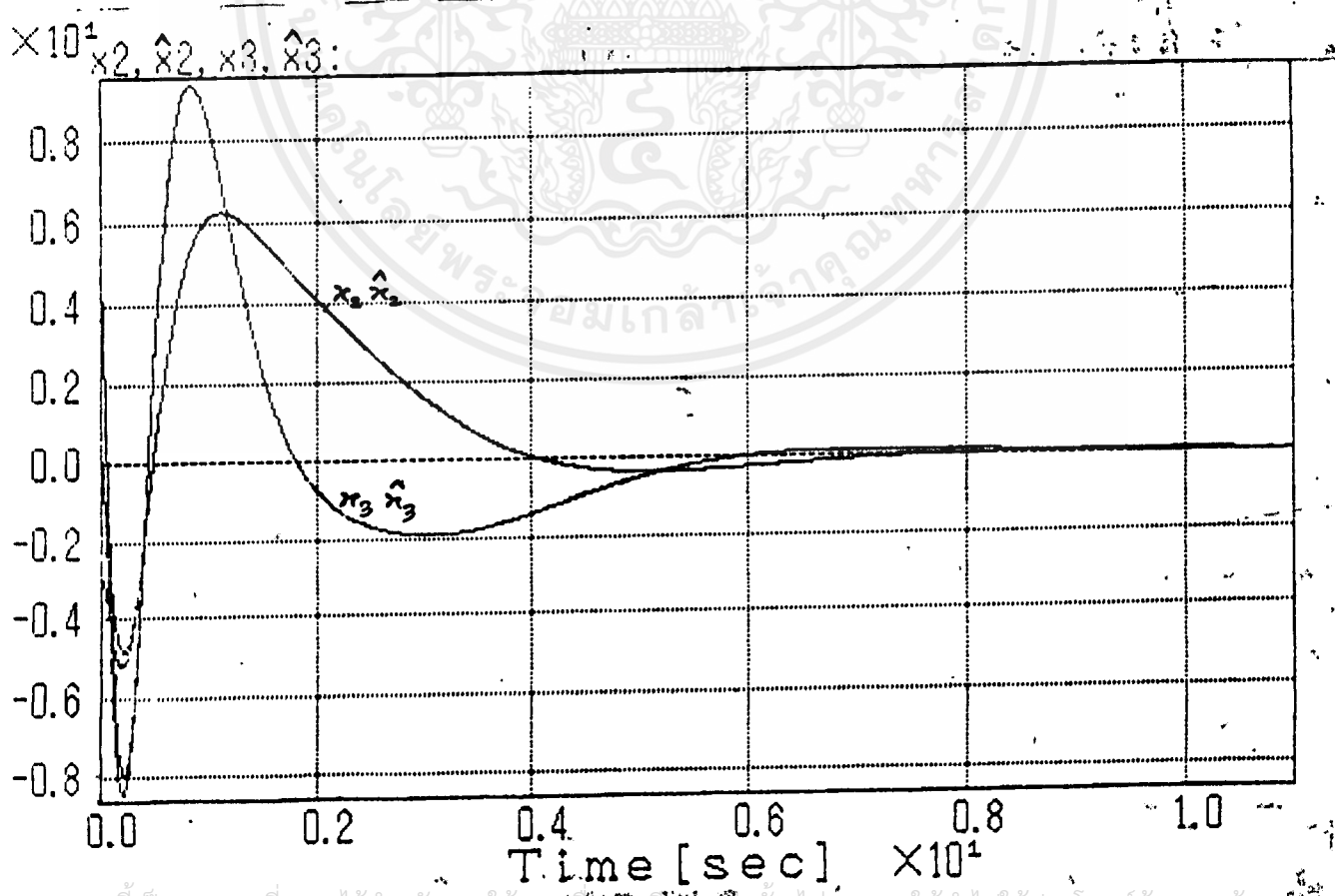
รูปภาพกราฟสำหรับระบบป้องกันลมรณะใกล้เลิศจากแบบจำลองแบบ
องค์ประกอบส่วนโพลเด่นของระบบที่มีสัญญาณรบกวนและได้รับการชดเชยแล้ว (หน้า



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.51 สถานะ $x_1(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\dot{x}_1(t)$

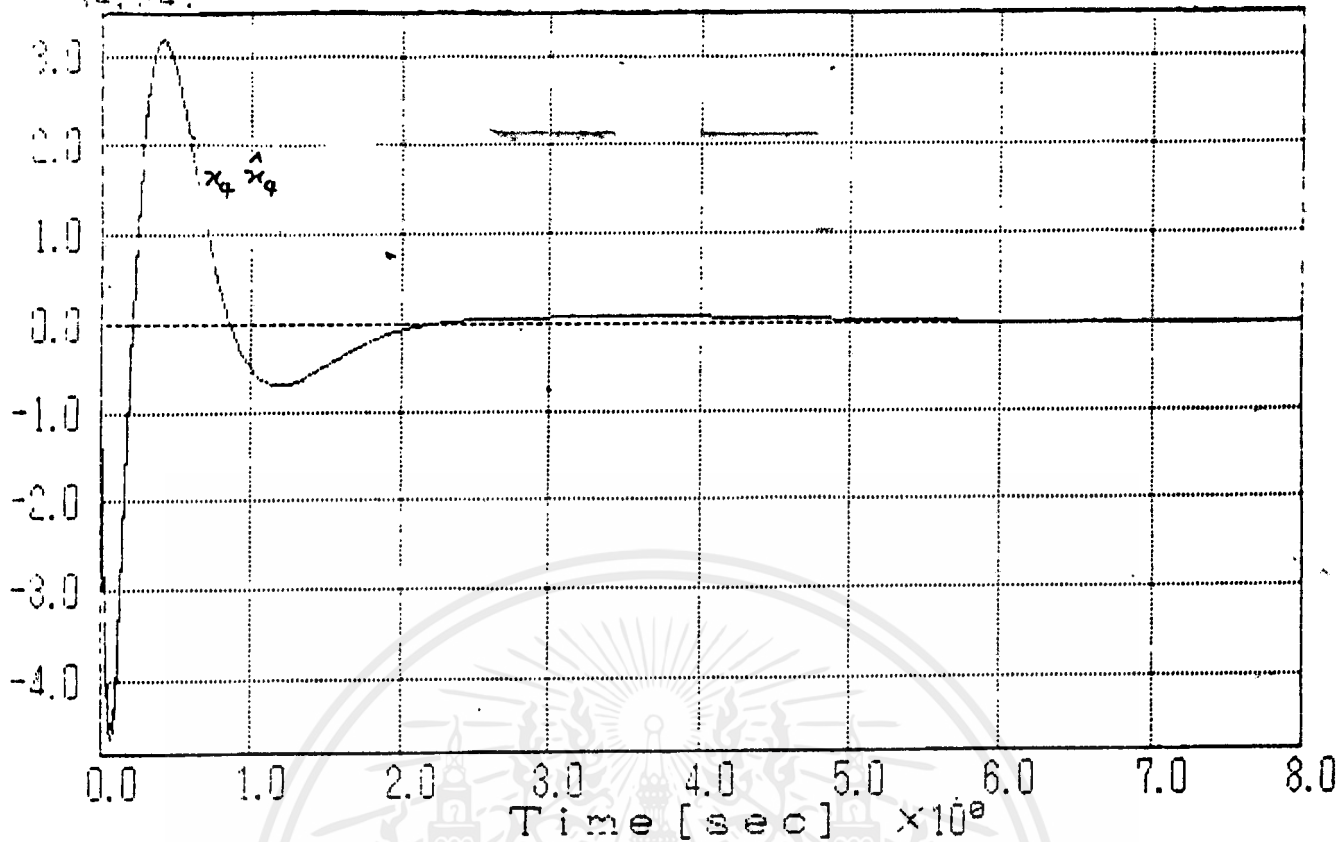


รูปที่ 7.52 สถานะ $x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\dot{x}_2(t), \dot{x}_3(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเท่านั้น ไม่ควรนำออกไปใช้ประโยชน์ด้านอื่น

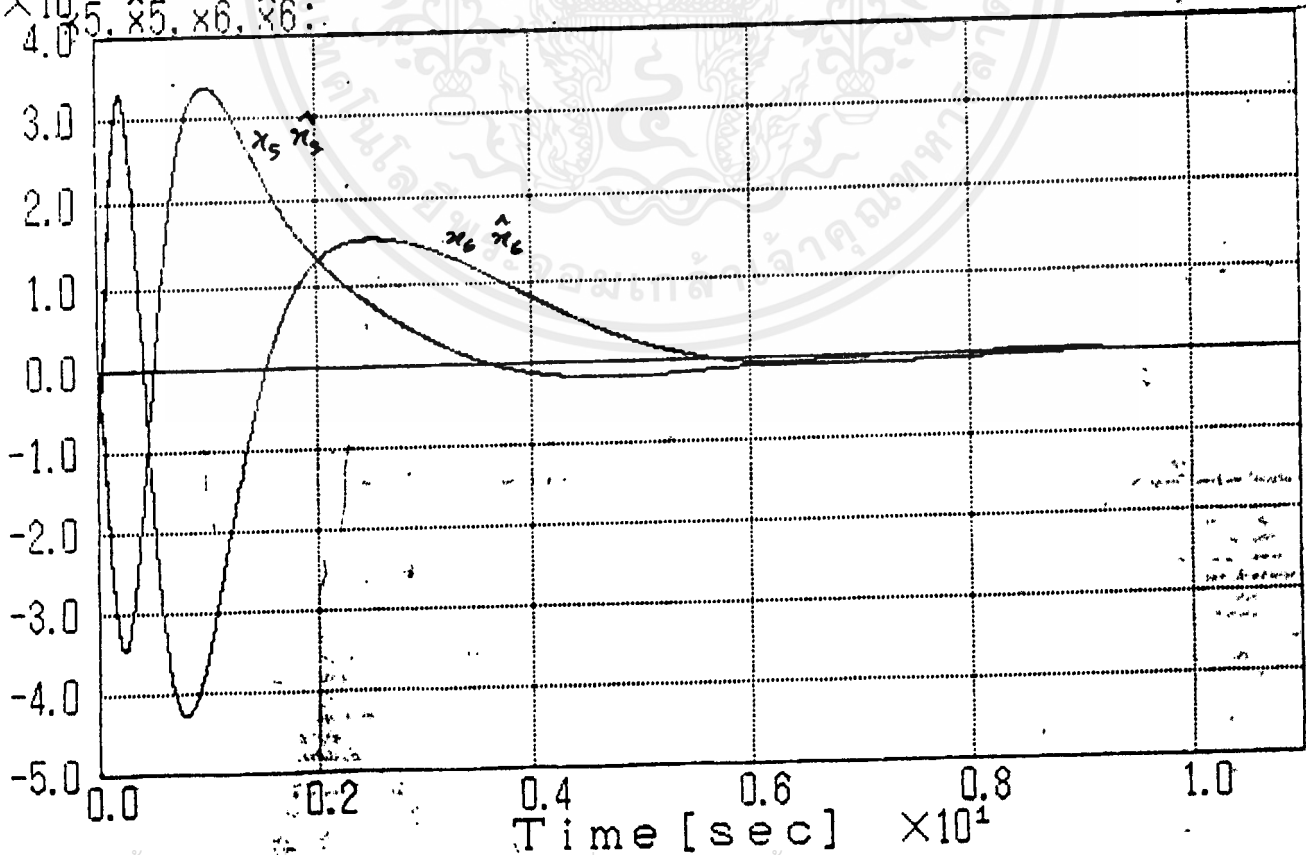
ไม่ใช่อกรณบัตร

$\times 10^{-1}$ 7.53

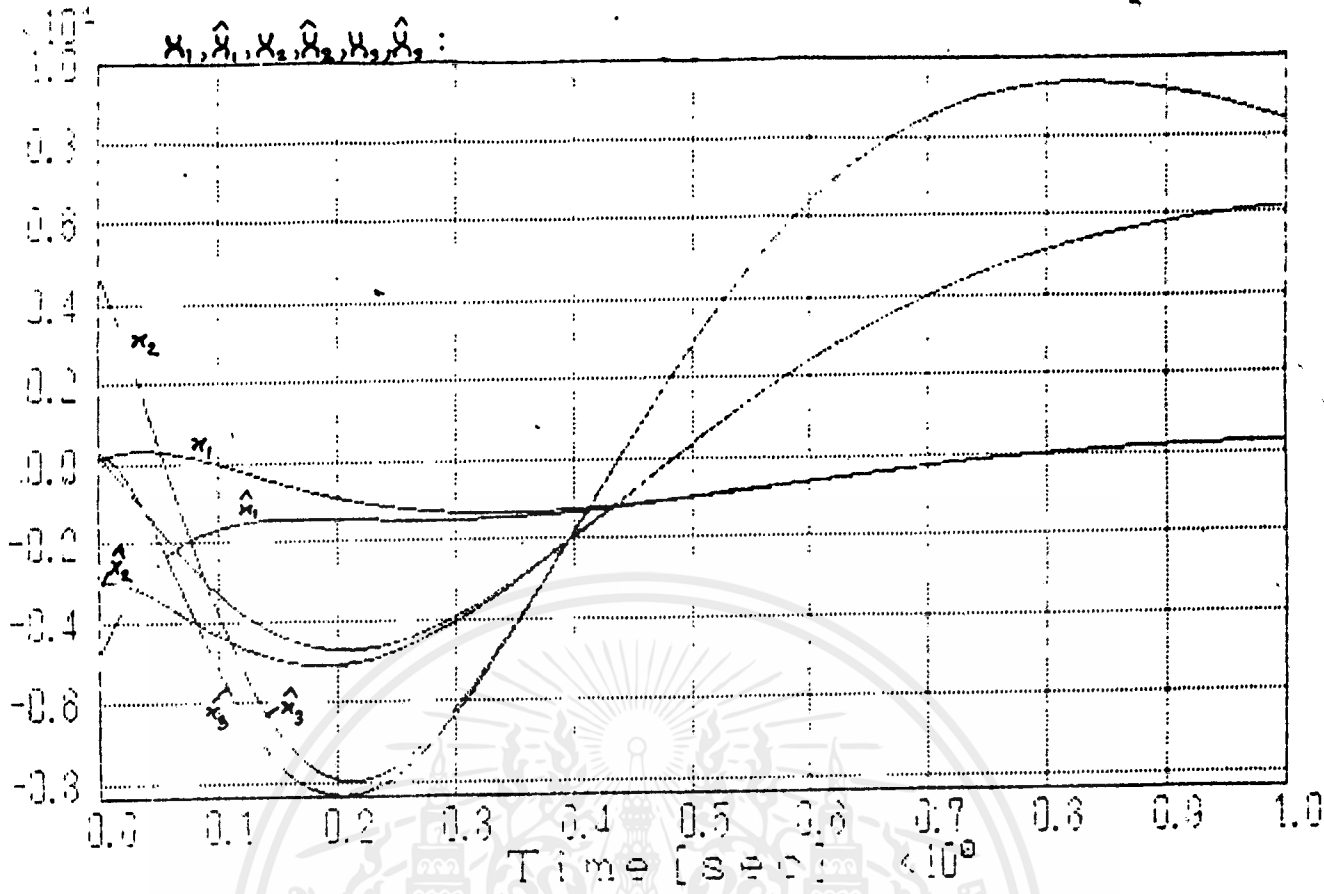


รูปที่ 7.53 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$

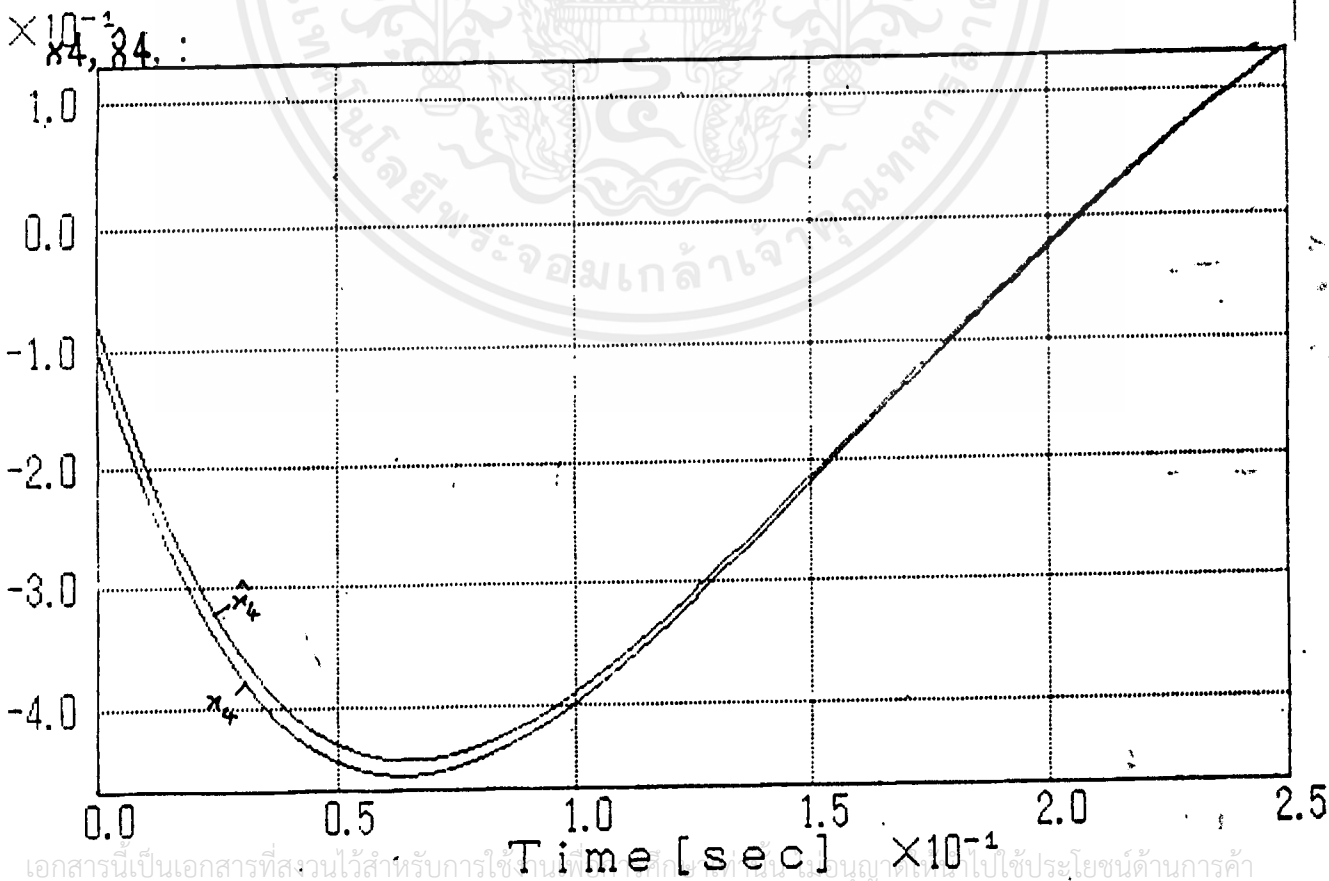
$\times 10^0$ 5.85, 5.86



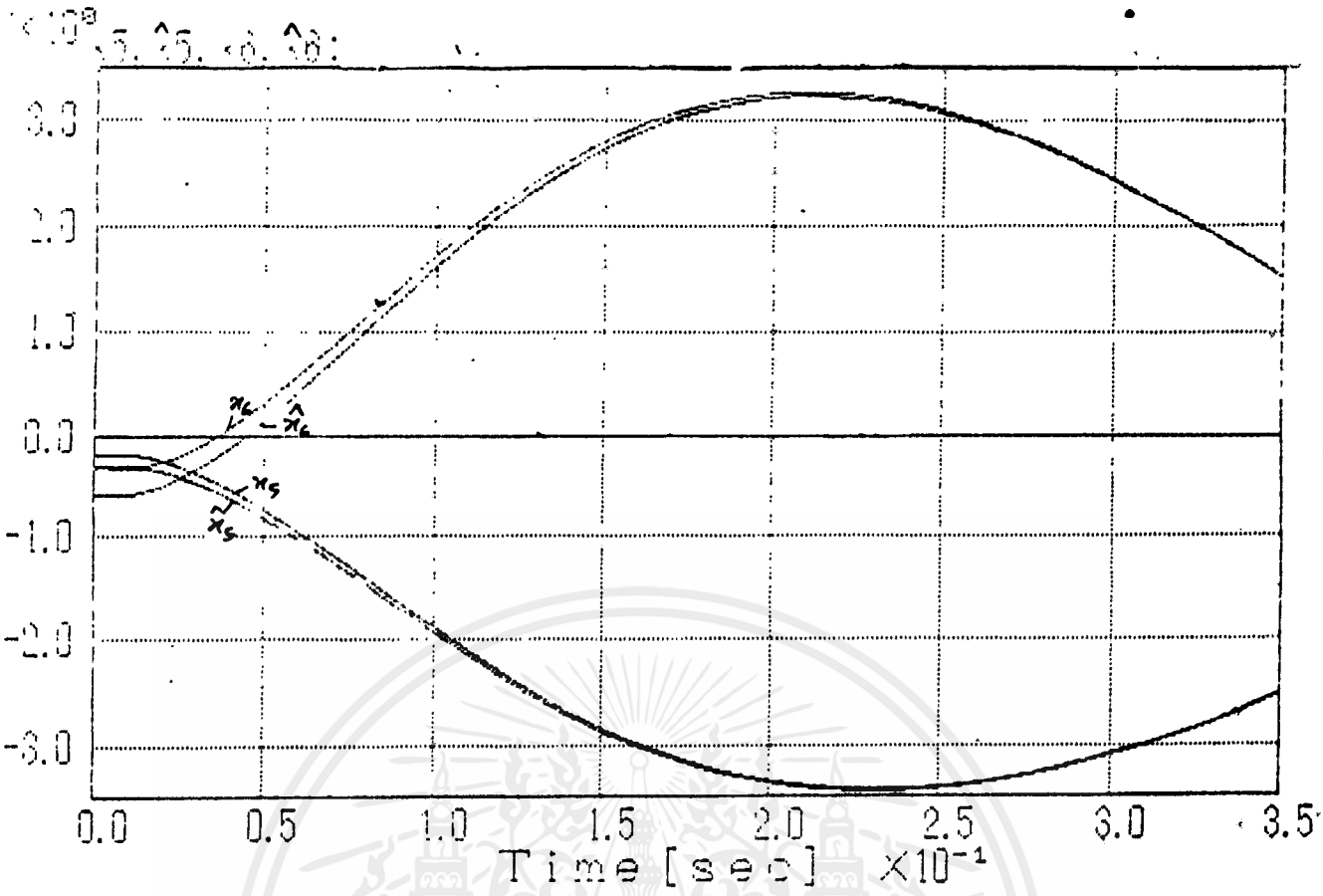
รูปที่ 7.54 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_5(t), \hat{x}_6(t)$



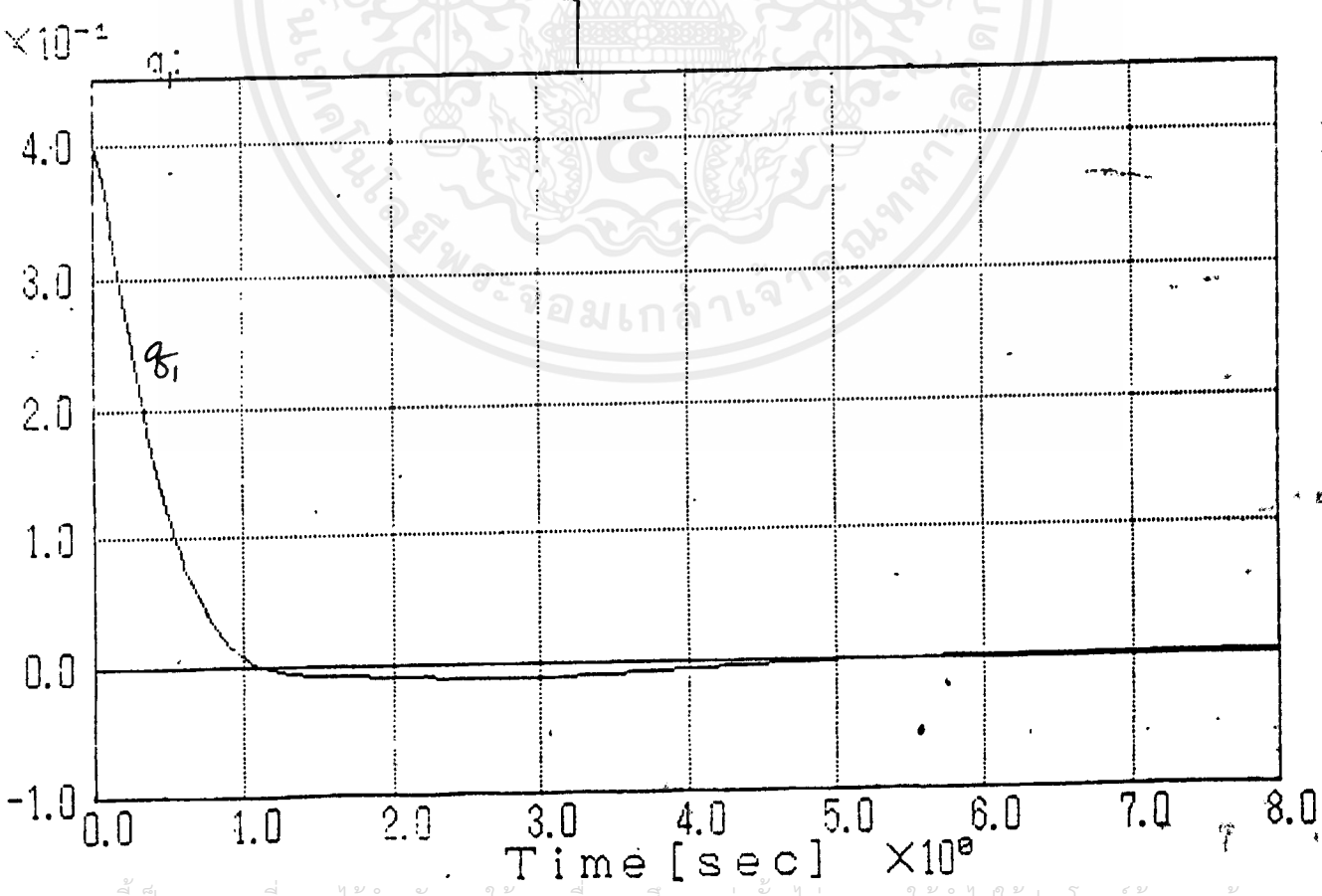
รูปที่ 7.55 สถานะ $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$ และค่าประมาณ-
สถานะ $\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t), \hat{x}_3(t)$ (ภาพขยายใกล้)



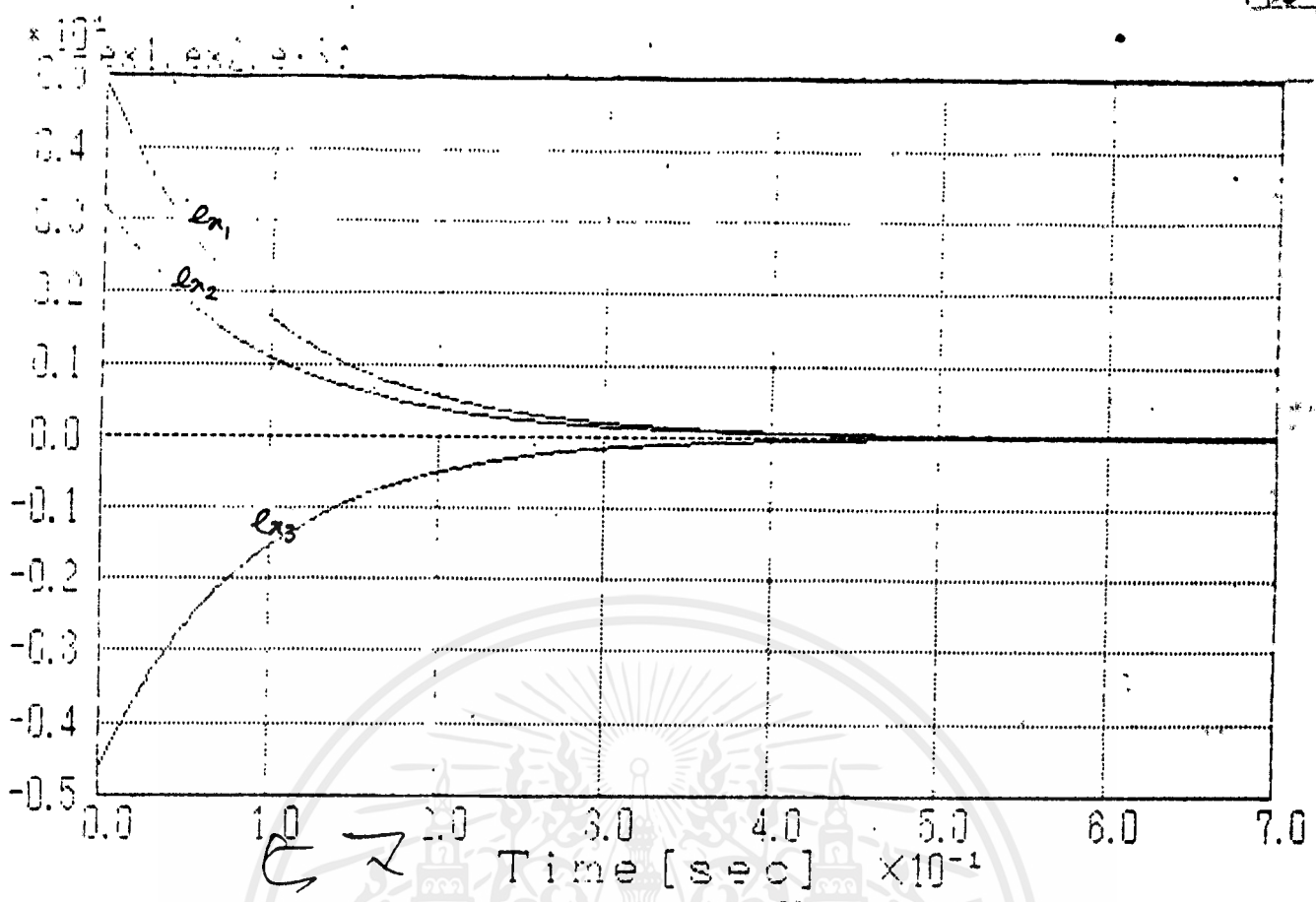
รูปที่ 7.56 สถานะ $x_4(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\hat{x}_4(t)$ (ภาพขยายใกล้)



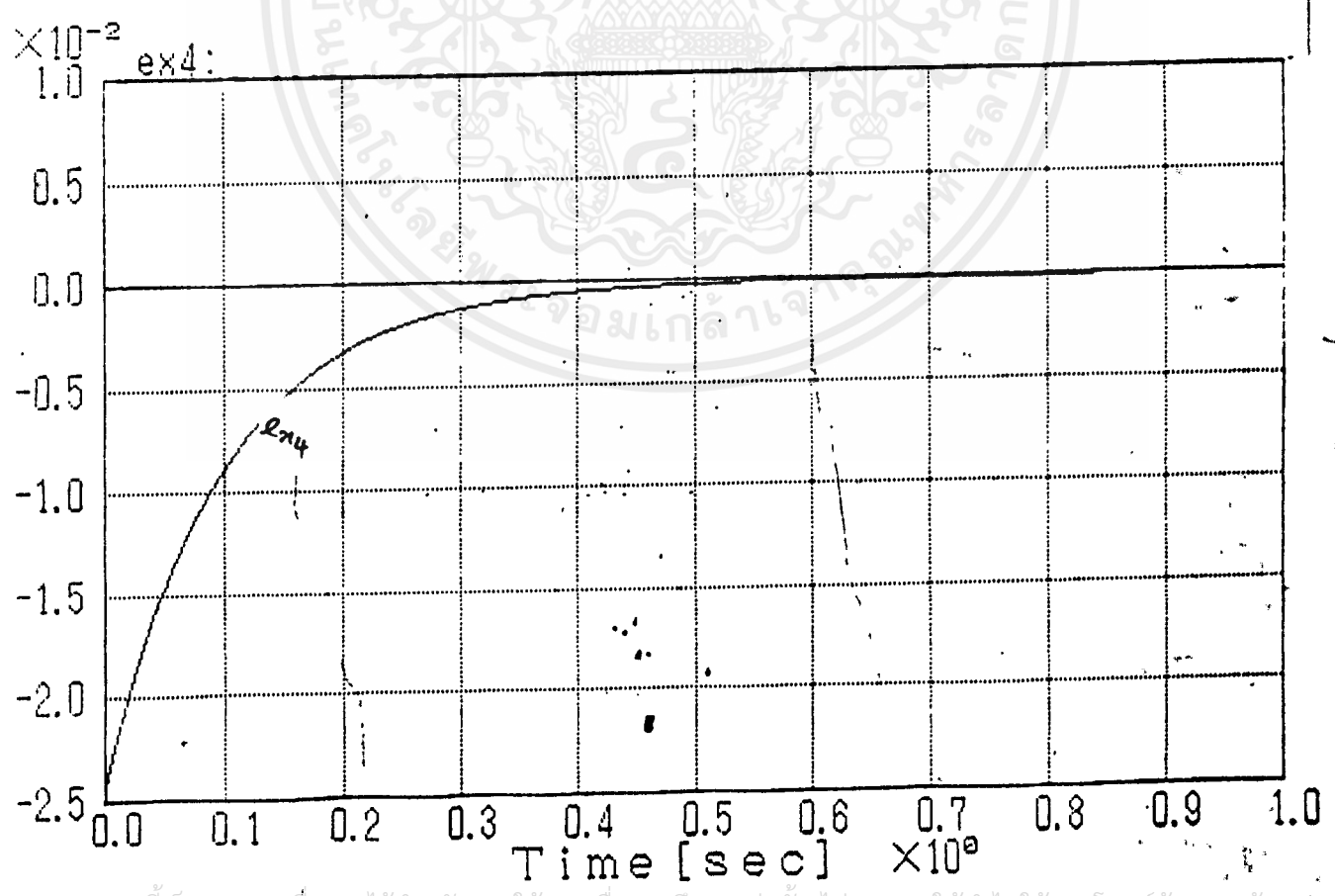
รูปที่ 7.57 สถานะ $x_5(t), x_6(t)$ และค่าประมาณสถานะ $\dot{x}_5(t)$ (ภาพระยใกล้).



รูปที่ 7.58 สถานะ $\alpha_i(t)$

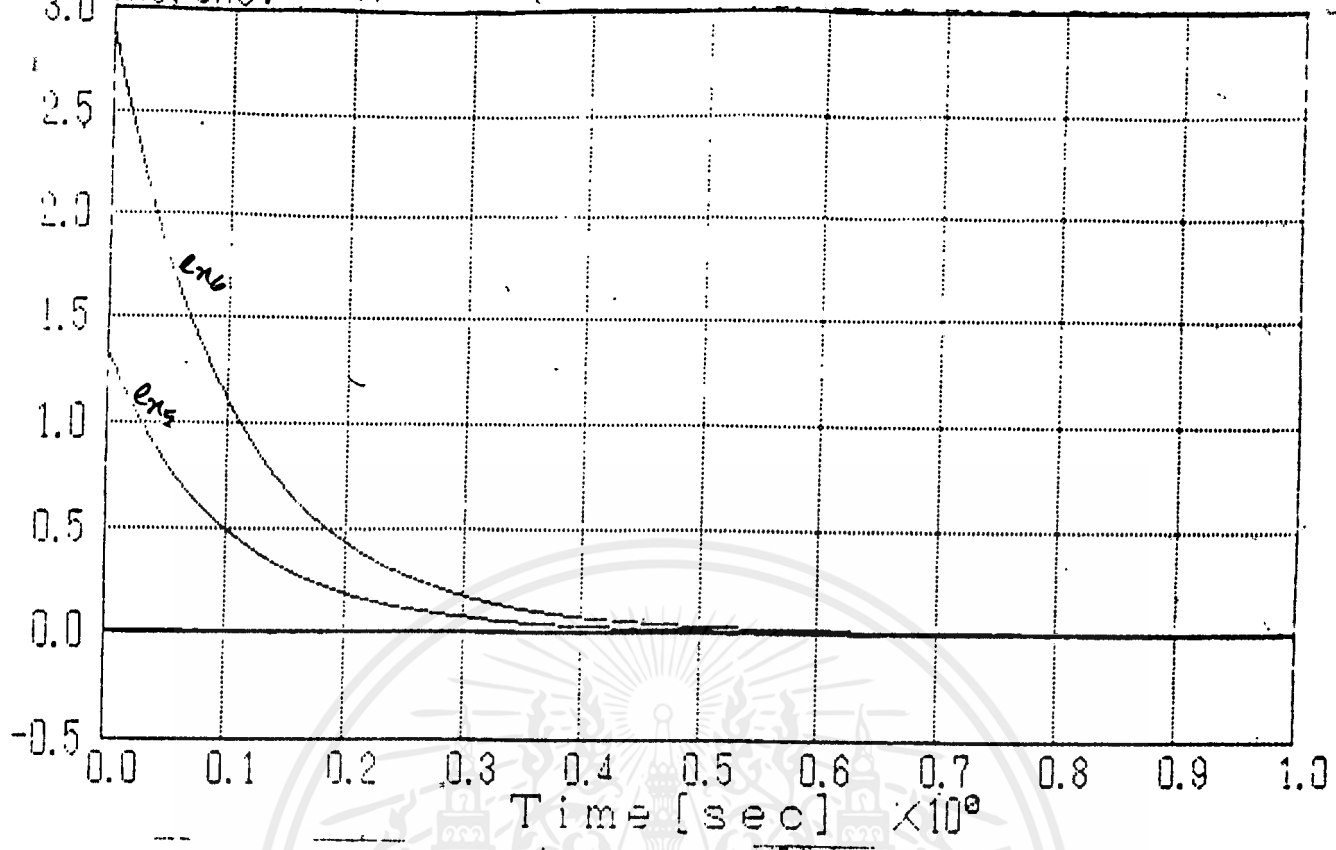


รูปที่ 7.59 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{n1}(t), e_{n2}(t), e_{n3}(t)$



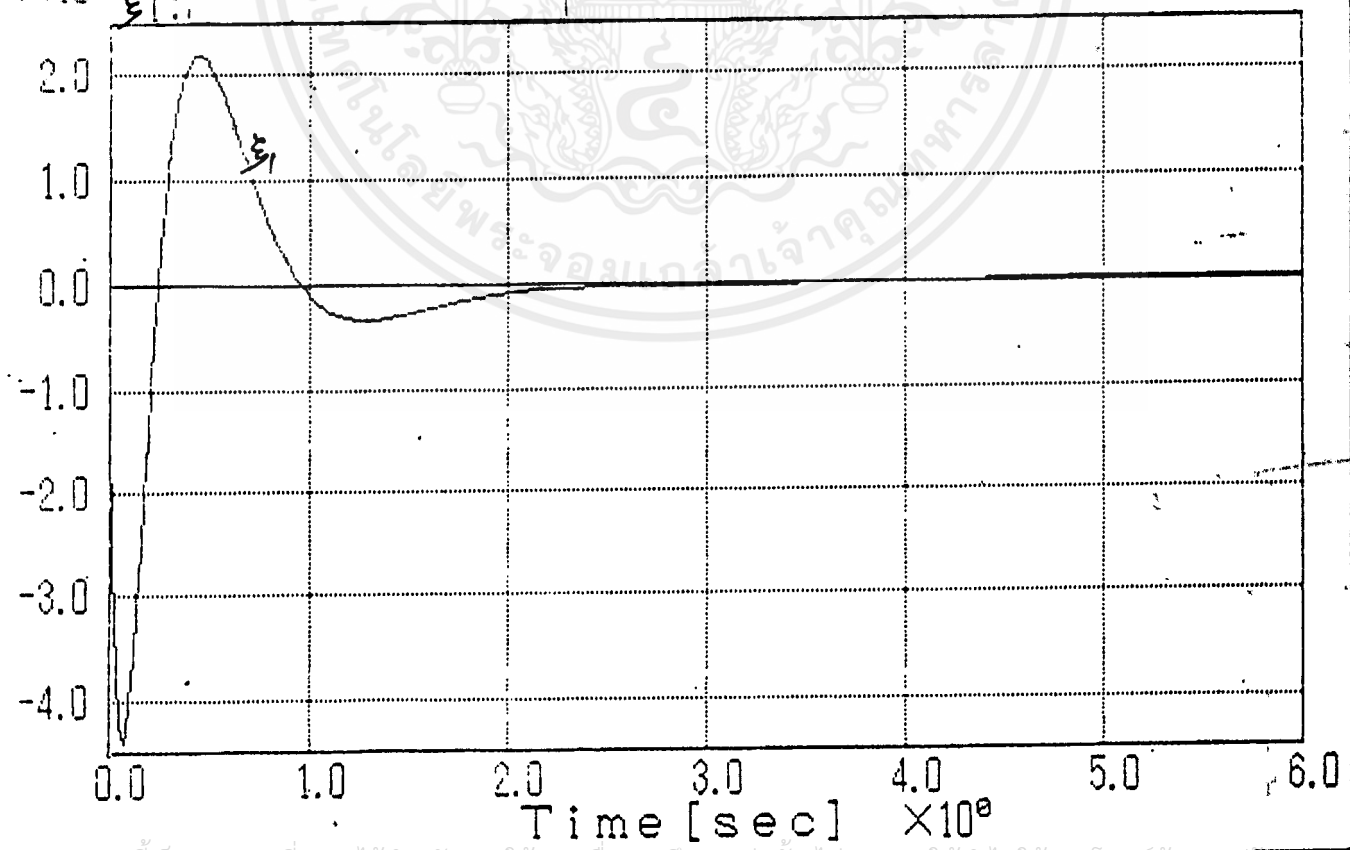
รูปที่ 7.60 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{n4}(t)$

$\times 10^{-1}$
ex5, ex6:



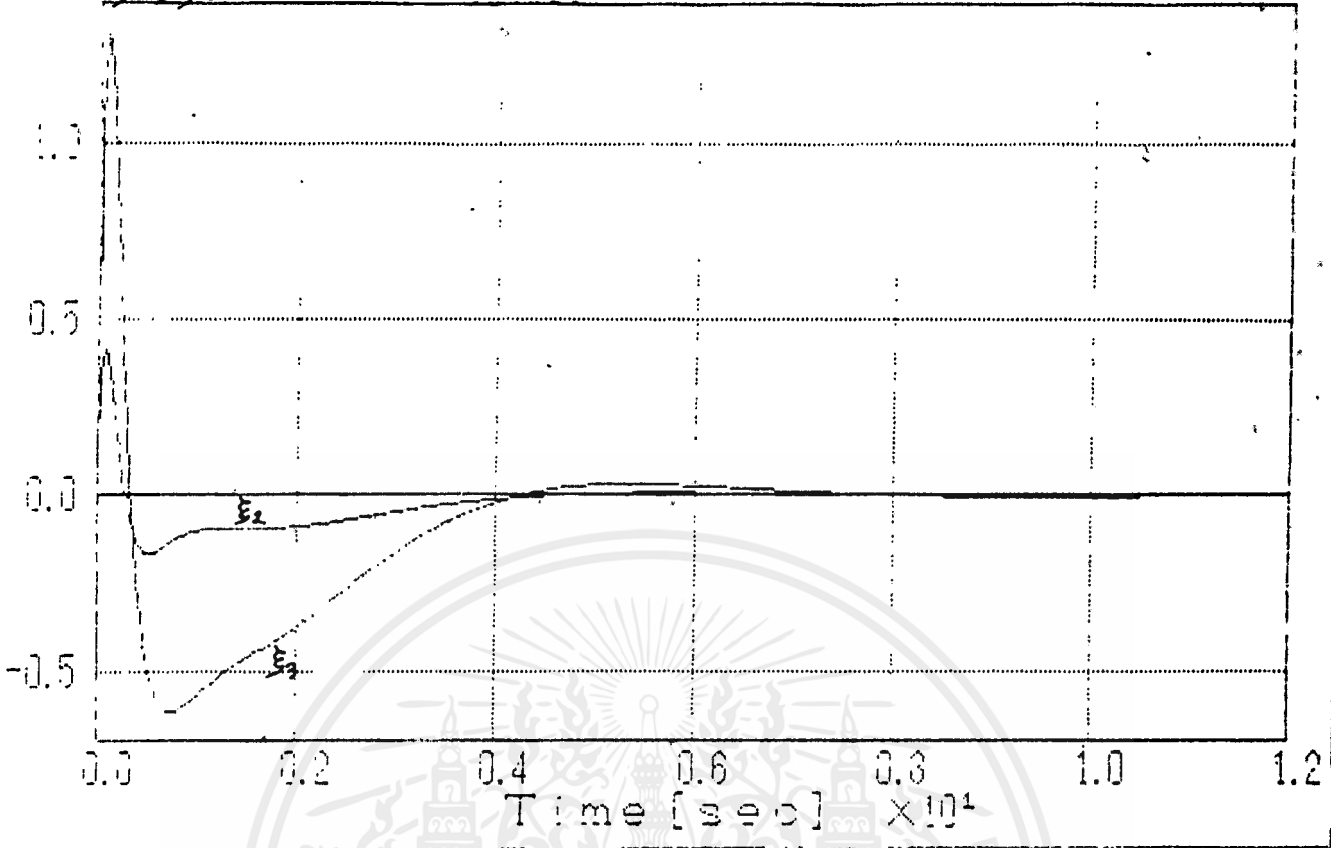
รูปที่ 7.61 ค่าคลาดเคลื่อนค่าประมาณสถานะ $e_{x_5}(t), e_{x_6}(t)$

$\times 10^2$
 ξ_1 :



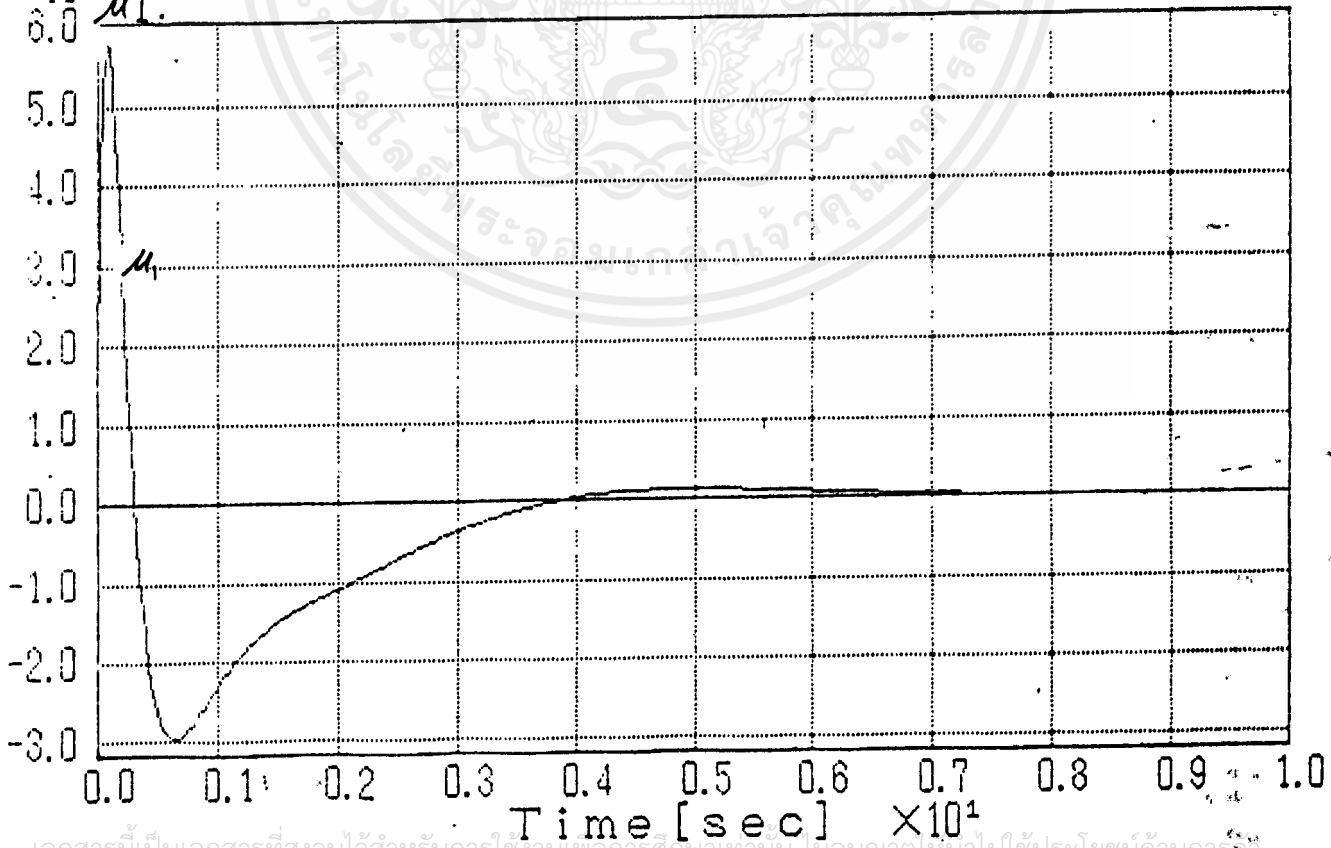
รูปที่ 7.62 สถานะตัวลึงเกต $\xi_1(t)$

รูปที่ 7.63

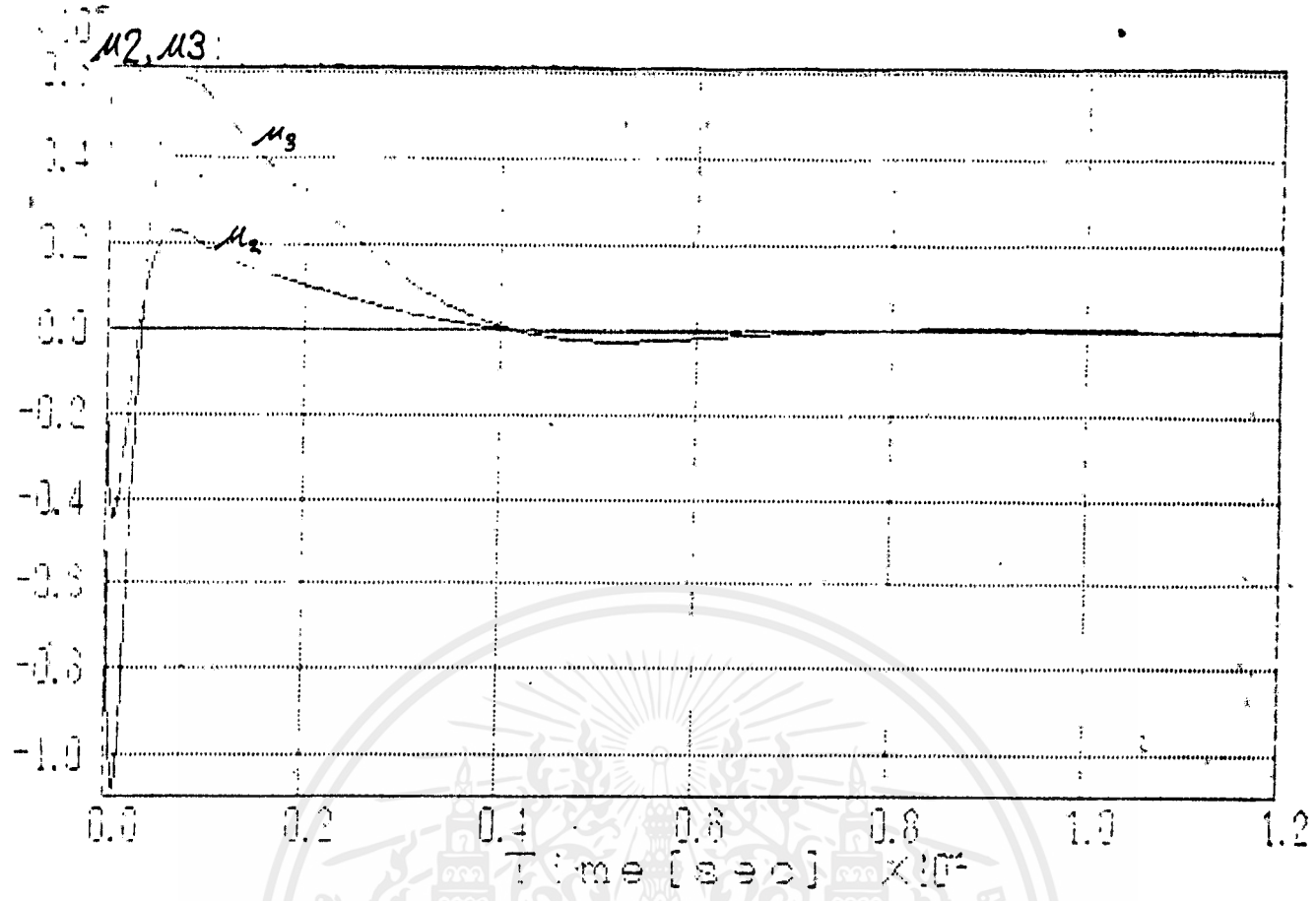


รูปที่ 7.63 สถานะตัวสั่งเกต $\epsilon_2(t), \epsilon_3(t)$

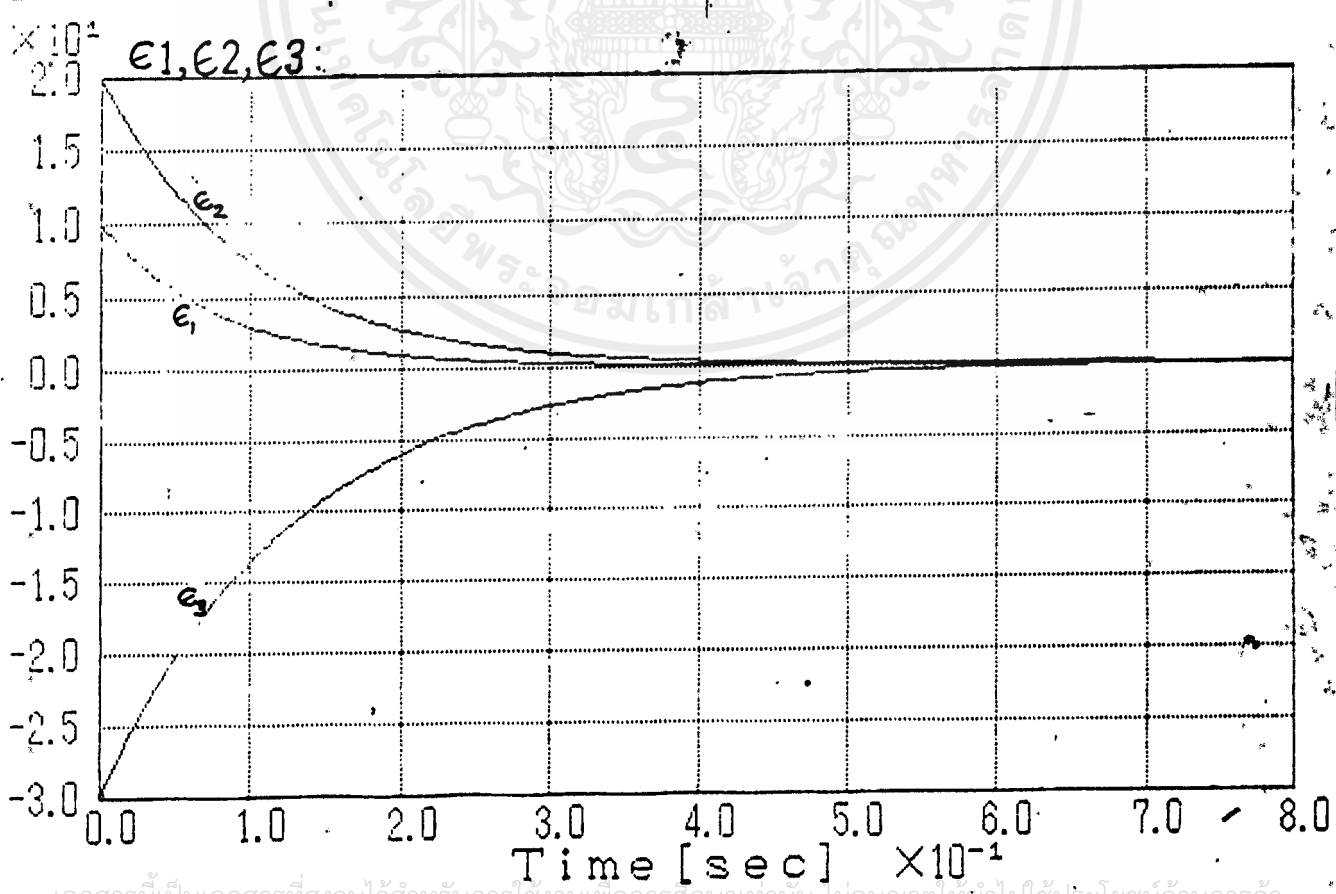
รูปที่ 7.64



รูปที่ 7.64 สถานะตัวสั่งเกต $u(t)$



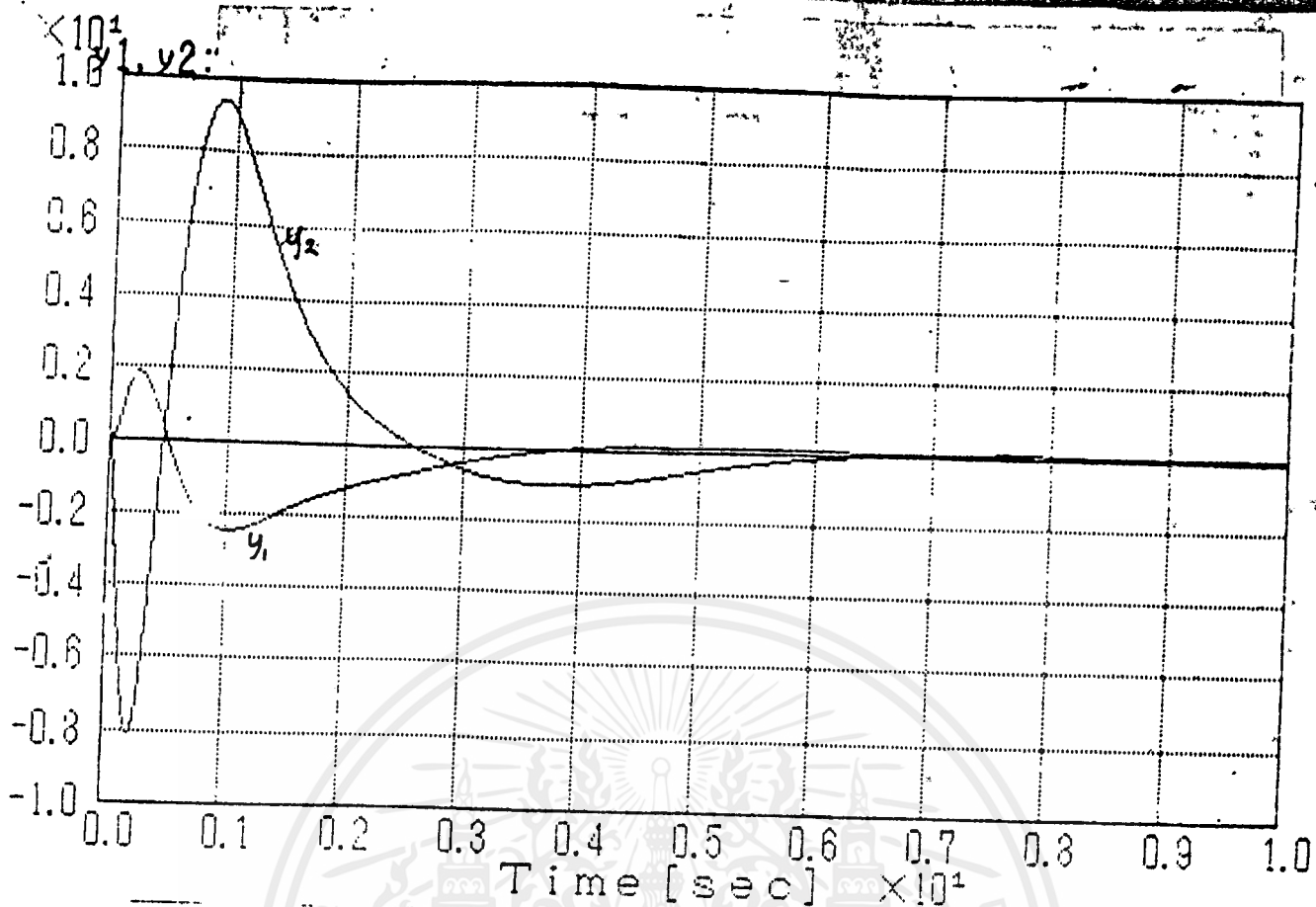
รูปที่ 7.65 สถานะตัวสั่งเกต $\mu_2(t), \mu_3(t)$



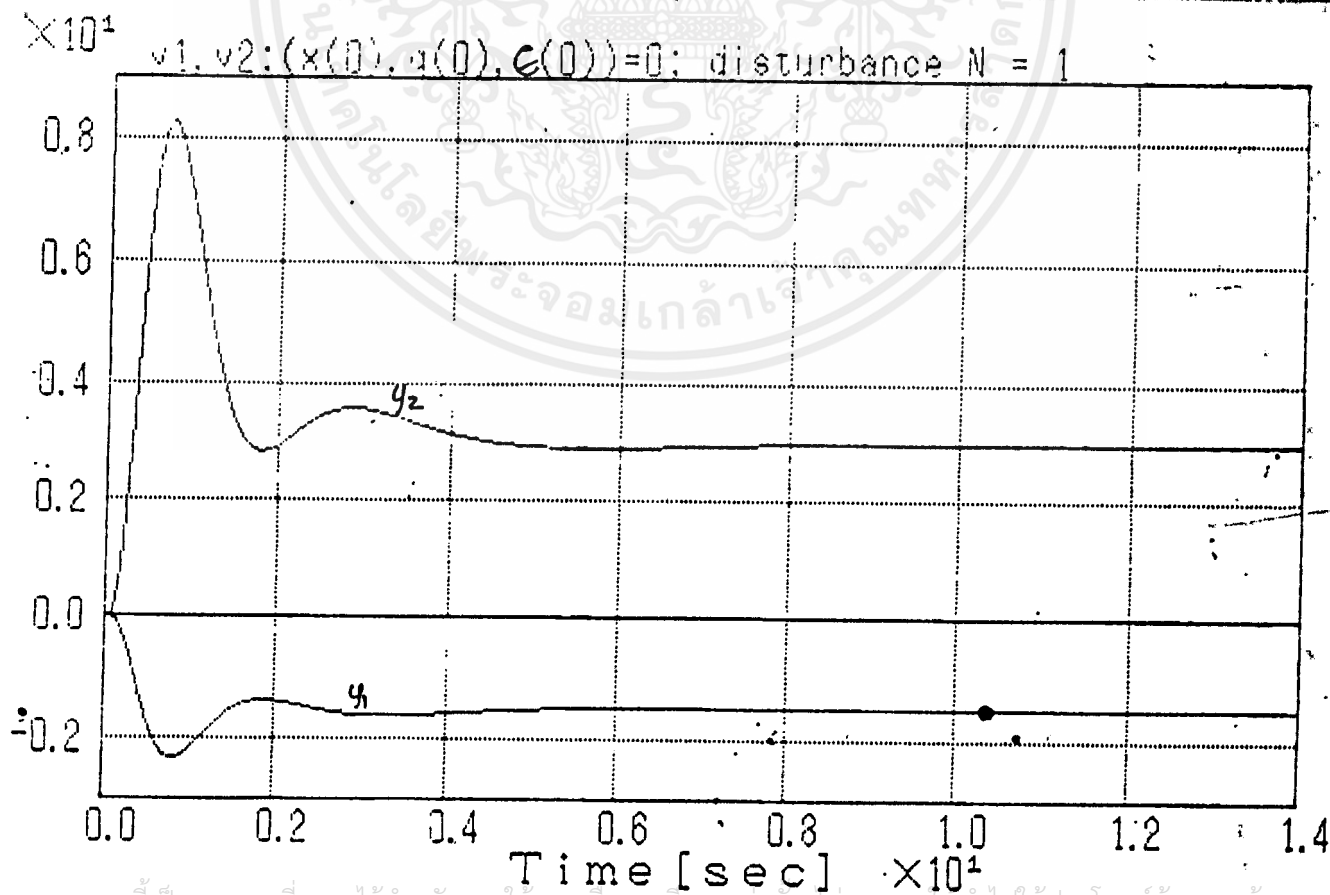
รูปที่ 7.66 ค่าคลาดเคลื่อนสถานะตัวสั่งเกต $\epsilon_1(t), \epsilon_2(t), \epsilon_3(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

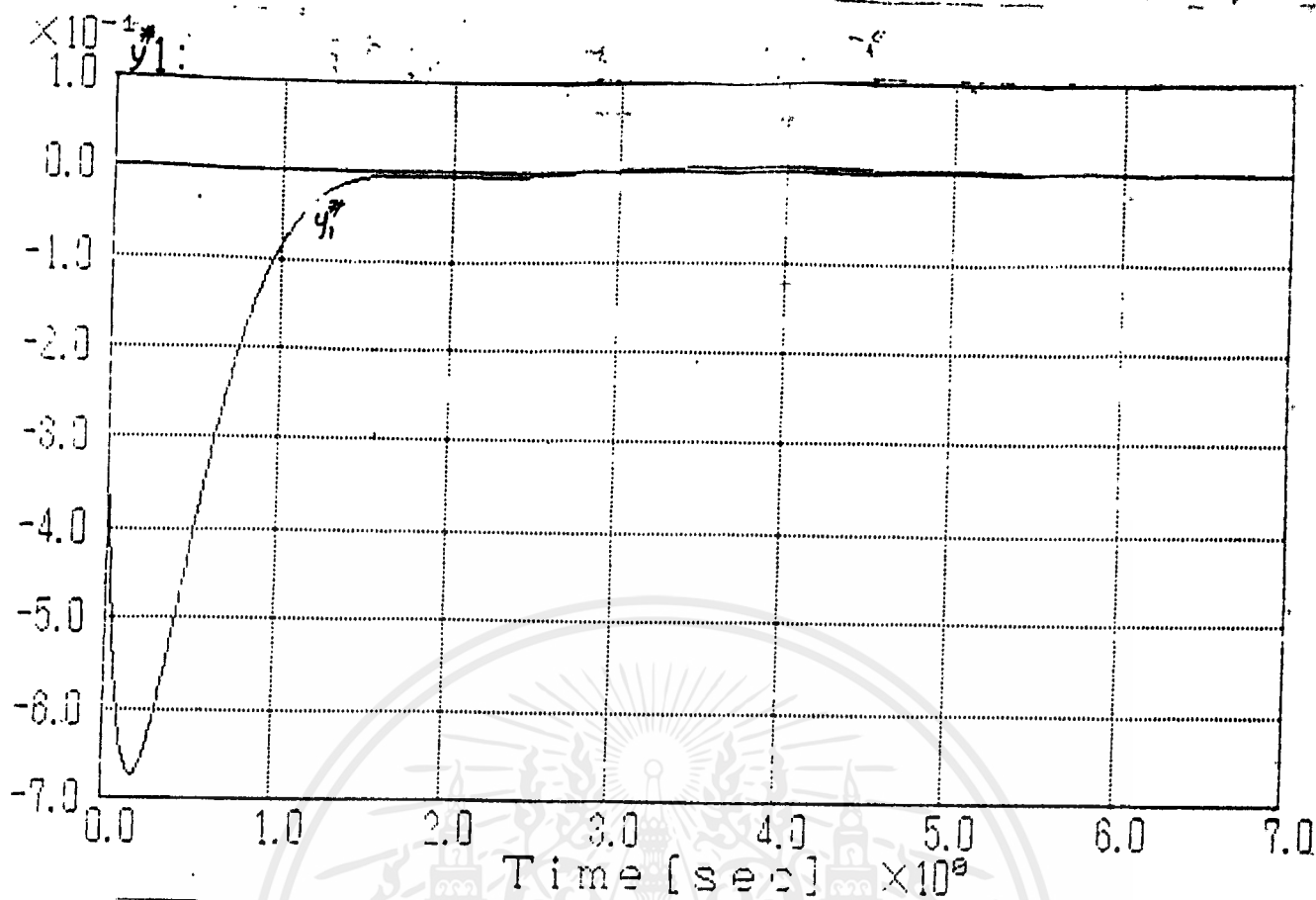
ในการผลิตและจำหน่าย ซึ่งหากมีการเปลี่ยนแปลงเนื้อหาและข้อมูลอ้างอิงของเอกสารที่ตรงกัน



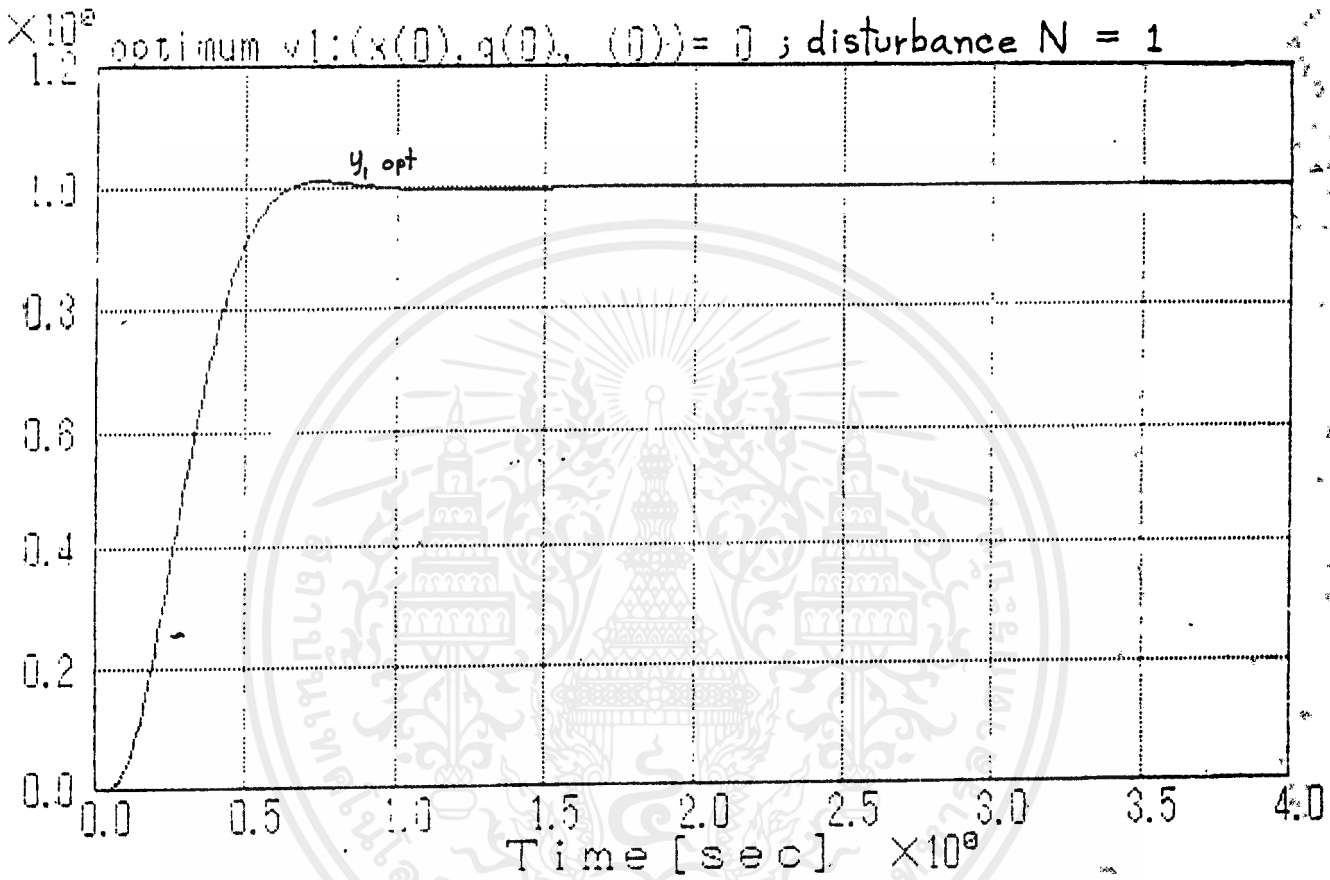
รูปที่ 7.67 เอกภพ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 0$



รูปที่ 7.68 เอกภพ $y_1(t), y_2(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 1$



รูปที่ 7.69 เอกลักษณ์ $y_1(t)$ เมื่อสัญญาณรบกวน $N = 0$



รูปที่ 7.70 เอกลักษณ์สมรรถนะเลิศ y_1, opt (๖) ของระบบที่มีสัญญาณรบกวน-
เมื่อมีสัญญาณรบกวน $N = 1$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8

สรุปและวิจารณ์

ในงานของปริญาณิพนธ์ฉบับนี้ พอลสรุปและวิจารณ์เนื้อหาที่ได้ศึกษาไปแล้วได้ดังนี้

ก. เนื่องจากระบบหนึ่งๆ เราอาจจะพอยึดกลุ่มของโพลเป็นกลุ่มโพลเด่น และกลุ่มโพลด้อยได้ทำให้เราอาจจะมองว่าระบบนั้นประกอบด้วยองค์ประกอบย่อยสองระบบคือ ระบบที่เป็นของกลุ่มโพลเด่น และของกลุ่มโพลด้อยได้ เรียกได้ว่าเป็น ระบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่น และระบบขององค์ประกอบส่วนโพลด้อยได้ตามลำดับ ซึ่งพฤติกรรมส่วนใหญ่ของระบบ ย่อมจะขึ้นกับระบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่นนี้เป็นสำคัญ ตรงจุดนี้เองที่นำไปสู่วิธีการย่อรวมแบบใช้ขององค์ประกอบส่วนโพลเด่น โดยเอาระบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่น มาใช้เป็นแบบจำลองลดอันดับ

ข. เมื่อเรานำแบบจำลองของการย่อรวมแบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่น มาเทียบกับการย่อรวมแบบเดิมที่เคยใช้ คือแบบของอาโอกิ พบว่าในหลักการที่จะรักษาโพลเด่นไว้นั้นเหมือนกัน และเมื่อจัดให้แมททริกซ์สถานะคือ แมททริกซ์ F เหมือนกันแล้ว แมททริกซ์ที่เชื่อมอินพุตเข้าสู่ระบบคือ G ก็เป็นค่าเดียวกัน แต่แมททริกซ์ที่เชื่อมสถานะของระบบออกสู่เอาต์พุต คือ H นั้นมีค่าต่างกัน ตรงจุดนี้เอง เราจึงกล่าวได้ว่าแม้แบบจำลองของอาโอกิ จะรักษาโพลเด่นของระบบเดิมไว้ แต่ก็ไม่ใช่ระบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่นจริงๆ ของระบบเดิม

ค. ในวิธีของอาโอกิ จะใช้แมททริกซ์ย่อรวม L และอินเวอร์สเทียมทางขวาของแมททริกซ์ย่อรวม L ในการกระทำขั้นตอนต่างๆของการย่อรวม ในการย่อรวมแบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่น นี้จะใช้ L แทน L ซึ่ง L นี้มีคุณสมบัติที่น่าสนใจ หลายประการ

ง. เนื่องจากในปริญาณิพนธ์ของมนตรี ได้นำแบบจำลองรวมแบบอาโอกิไปใช้หากฎการควบคุมสมรรถนะเลิศของแบบจำลอง อันนำไปสู่กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียงเลิศของระบบเดิม จึงได้ลองเอาแบบจำลองย่อรวมแบบขององค์ประกอบส่วนโพลเด่นไปใช้หากฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียงเลิศตามอย่างบ้าง ปรากฏว่า เมื่อนำวิธีของแบบจำลอง ทั้งสองไปทดสอบสมการ พบว่า ในกรณีระบบที่ไม่มีสัญญาณรบกวนนั้น ถ้าระบบเดิมควบคุมได้ กฎการควบคุมสมรรถนะใกล้เคียงเลิศจากแบบจำลองทั้งสองแบบจะเสถียร แต่ในกรณีระบบมีสัญญาณรบกวน ปรากฏว่าไม่ อาจยืนยันเสถียรภาพได้ และเมื่อนำไปทดสอบตัวอย่างเชิงตัวเลขในบทที่ 7 ก็ปรากฏว่าเสถียร ทำให้เกิดแนวความคิดว่า อะไรคือสาเหตุและควรจะทำอย่างไร

จ. ในการย่อรวมที่มีข้อคิดทางโครงสร้าง เราจะทำการย่อรวมระบบย่อยทุกระบบภายในระบบที่เราศึกษาก่อน แล้วจึงประกอบแบบจำลองเหล่านั้นด้วยวิธีทางโครงสร้างตามอย่างระบบเดิม เราพบว่า การย่อรวมแบบนี้เองที่ทำให้การควบคุมป้อนกลับของระบบที่มีสัญญาณรบกวนตามข้อ ง ไม่เสถียร

ฉ. เราสามารถแก้ไขปัญหาเสถียรภาพของระบบตามข้อ ง ได้ โดยใช้วิธีในเรื่ององค์ประกอบของระบบ รวมทั้งความรู้ในเรื่องแบบจำลองย่อยรวมแบบองค์ประกอบส่วนโพลีเด่น และแบบจำลองที่สร้างจากองค์ประกอบส่วนโพลีต่อขึ้นมาใช้

ช. ในการศึกษาาระบบย้อนกลับในปริภูมิมิติหนึ่ง เรามุ่งหมายที่จะศึกษาการย้อนกลับผ่านตัวสังเกต แต่การนำตัวสังเกตมาใช้ นั้น เราอาจจะต้องใช้ข้อจำกัดของตัวสังเกตสูงก็ได้ถ้าระบบใหญ่มีขนาดใหญ่ ทำให้เกิดแนวความคิดว่า ทำอย่างไรจึงจะประหยัดอันดับของตัวสังเกตลง เมื่อลองจัดรูปแบบตัวสังเกต โดยเอาสัญญาณก่อนเข้าอินพุทของอินทิเกรเตอร์ของตัวสังเกตมาใช้ร่วมกับสัญญาณเอาต์พุทจากอินทิเกรเตอร์ดังกล่าว ก็จะทำให้ได้การแปลงรวมกันเป็นสองเท่าของที่เคยใช้อยู่เดิม เราจึงสามารถใช้ตัวสังเกตให้มีอันดับน้อยลงครึ่งหนึ่งจากเดิมได้



เอกสารอ้างอิง

- 1 มนตรี จังจนสมบัติ, กลยุทธ์ สุขประเสริฐ การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเรกกุลเลเตอร์พร้อมเบลิ้ม วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2532
- 2 Ogata, K. Modern Control Engineering, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1970
- 3 Hostetter, J., Digital Control System, Prentice-Hall, 1980



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้