



**การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในฉนวนเนื้อเดียว**  
**( ELECTRIC FIELD ANALYSIS IN HOMOGENEOUS DIELECTRIC )**

โดย

นาย คงคา อูณพันธ์ รหัส 821038 ✓

นาย ชีระยุทธ อธิบุญยศิลป์ รหัส 821128 ✓

นาย พงศ์พันธ์ รัตนเมธาชาติ รหัส 821197 ✓

ปริญญาบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2535

ปริญญาโทปีการศึกษา 2535

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
เรื่อง การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในฉนวนเนื้อเดียว

( ELECTRIC FIELD ANALYSIS IN HOMOGENEOUS DIELECTRIC )

ผู้จัดทำ

- 1) นาย กงคา ฤกษ์พันธ์ รหัส 321038
- 2) นาย ศิระยุทธ ลิ่วณย์ศิลป์ รหัส 321128
- 3) นาย พงศ์พันธ์ รัตนเมธาชาติ รหัส 321197



อาจารย์ที่ปรึกษา

( อาจารย์ ศิริวัฒน์ โพธิเวชกุล )

อาจารย์ที่ปรึกษา

( อาจารย์ อานันท์วัฒน์ ฤกษ์กร )

# สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	1
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	2
บทที่ 1 บทนำทั่วไป	
1.1) บทนำ	1-1
1.2) วัตถุประสงค์	1-2
บทที่ 2 สนามไฟฟ้า	
2.1) อิเล็กโตรดแบบต่างๆ	2-1
2.2) ขอบอิเล็กโตรดแผ่นระนาบเส้น สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ	2-7
2.3) อิเล็กโตรดระนาบทรงกอฟสกี	2-9
2.4) เบรคดาวน์ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ	2-11
2.5) รูปลักษณะอิเล็กโตรด	2-12
บทที่ 3 การหาค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีจำลองประจุ	
3.1) หลักการพื้นฐานของวิธีจำลองประจุ	3-2
3.2) การเพิ่มประสิทธิภาพของการจำลองประจุ	3-9
3.3) การหาค่าสนามไฟฟ้าในอิเล็กโตรดแบบ ROD กับ ROD	3-10
3.4) การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของ ROD	3-12
3.5) การหาค่าสนามไฟฟ้าในอิเล็กโตรดแบบ ทรงกลมกับทรงกลม	3-16
3.6) การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของทรงกลม	3-19
บทที่ 4 หลักการออกแบบและใช้โปรแกรมวิเคราะห์ สนามไฟฟ้า	
4.1) ส่วนประกอบของโปรแกรมแสดงค่าความ เข้มสนามไฟฟ้า	4-1
4.2) หลักในการแทนค่าสีของสนามไฟฟ้า	4-3

## เรื่อง

หน้า

- 4.3) หลักในการสร้างรูปสองมิติ , สามมิติและกราฟ 4-3
- 4.4) การใช้เมนู 4-5
- 4.5) โพลีชาร์ตแสดงลำดับขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม 4-11

### บทที่ 5 ผลการทดลอง

- 5.1) ภาพการกระจายของสนามไฟฟ้าของทรงกลมกับทรงกลมแบบสองมิติ 5-1
- 5.2) ภาพการกระจายของสนามไฟฟ้าของทรงกลมกับทรงกลมแบบสามมิติ 5-3
- 5.3) ภาพการกระจายของสนามไฟฟ้าของรูปแท่งกับรูปแท่งแบบสองมิติ 5-5
- 5.4) ภาพการกระจายของสนามไฟฟ้าของรูปแท่งกับรูปแท่งแบบสามมิติ 5-7
- 5.5) กราฟระหว่างค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับระยะห่างระหว่างอิเล็กโตรด 5-9
- 5.6) กราฟระหว่างค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับโวลเตจที่ป้อนให้ 5-10
- 5.7) กราฟระหว่างค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับรัศมีของอิเล็กโตรด 5-11
- 5.8) ตารางค่าที่ได้จากการคำนวณค่าโวลเตจที่จุดใด ๆ เทียบกับผลการคำนวณของ ABOU-SEADA 5-12

### บทที่ 6 สรุปผลและวิเคราะห์

- 6.1) สรุปผลการทดลอง 6-1
- 6.2) บทวิจารณ์และข้อเสนอแนะ 6-2

ภาคผนวก 3

กิตติกรรมประกาศ 4

เอกสารอ้างอิงสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่น ๆ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**การวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในฉนวนเนื้อเดียว**  
**(ELECTRIC FIELD ANALYSIS IN HOMOGENEOUS DIELECTRIC)**

นาย กงคา อุดพันธ์

นาย พงศ์พันธ์ รัตนเมษชาติ

นาย ชีระยุทธ ฉวีบุญศิลป์

อ. ศิริวัฒน์ โทษิเวรกุล อาจารย์ที่ปรึกษา

**บทคัดย่อ**

CHARGE SIMULATION METHOD เป็นวิธีการคำนวณหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดต่าง ๆ ซึ่งจะได้ค่าที่ไม่ถูกต้อง 100 เปอร์เซ็นต์ ( มีความผิดพลาดประมาณ 3 เปอร์เซ็นต์ ) แต่ง่ายต่อการศึกษาให้เข้าใจ และเหมาะกับการวิเคราะห์แบบนี้ก็คือ ไม่มีขอบเขตของฉนวนซึ่งในที่นี้จะใช้อากาศแทนฉนวนเนื้อเดียว ส่วนการคำนวณแบบวิธี FINITE ELEMENT METHOD ถึงแม้ว่าจะสามารถหาค่าได้ละเอียดกว่า แต่วิธีนี้ก็เหมาะสมกับฉนวนที่มีหลายเนื้อหรือสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งจะใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าวิธี CHARGE SIMULATION METHOD เมื่อเรานำมาใช้คำนวณในโปรแกรมแล้วจะต้องคำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการคำนวณเสมอ ดังนั้น วิธี CHARGE SIMULATION METHOD จึงเป็นวิธีที่เหมาะสมที่จะใช้ในโปรแกรมแสดงภาพได้ดีที่สุด โดยภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรมนี้ จะใช้ภาษาซี ซึ่งจะช่วยสร้างภาพการกระจายของสนามไฟฟ้าในฉนวนเนื้อเดียว ภาพเหล่านี้จะถูกแสดงเป็นรูป 2 มิติและ 3 มิติ ประกอบด้วยกราฟที่ใช้คู่อค่า E ที่จุดต่าง ๆ เมื่อค่าของโวลเตจที่ป้อน , รัศมี และ ระยะห่างระหว่างอิเล็กโทรด เปลี่ยนไป รวมทั้งโปรแกรมย่อยที่ใช้คำนวณค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ โดยต้องป้อน ค่า (x,y,z) ซึ่งสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้จะช่วยให้เรามองเห็นการกระจายของสนามไฟฟ้าได้ดีขึ้น

## ELECTRIC FIELD ANALYSIS IN HOMOGENEOUS INSULATOR

MR. KHONGKHA KOONPAN

MR. PONGPUAN RATTANAMETACHAT

MR. TEERAYUT LEEWIBOONSILP

PROFESSOR SIRIWAT PHOTHIWECHAKUL ADVISOR

1993

### ABSTARCT

Charge Simulation Method (CSM) is the calculation in order to find electric field at the whole of coordinate. That isn't very accuracy because of estimation. When it was compared with the electric field which Finite Element Method (FEM) calculated , it was accuracy less than the another method. But also, in this project which is the electric field analysis in homogeneous insulator that was, in the result which did the calculated electric field of CSM with the calculated electric field of FEM in same. The value of error of electric field equal three percents.

When this method become the program of the calculation , the time is considerable. because time of the calculation of CSM is less than the calculation of FEM , the calaulation of CSM is choosen.

For this program is written with C - language which could be created image of the distribution of the electric field. This could be displayed image of two-dimention and three dimention. Include the graph which plot between the electric field at any position with gap, radius and voltage input. The calculation of electric field at any coordinate by input value of position(x,y,z) is included too.

# บทที่ 1

## บทนำทั่วไป

### 1.1) บทนำ

การออกแบบสร้างอุปกรณ์ไฟฟ้าแรงสูงให้ได้ผลดี มีประสิทธิภาพสูงและประหยัด หรือสามารถทำการวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นได้ง่ายและถูกต้อง จำเป็นต้องทราบลักษณะการกระจายของสนามไฟฟ้าเสียก่อน แต่ในทางปฏิบัติโครงสร้างของอิเล็กโทรดของอุปกรณ์มักจะมีลักษณะที่ยู่ยากเกินกว่าจะสามารถหาคำตอบในรูปเชิงวิเคราะห์ได้

วิศวกรจึงหลีกเลี่ยงมาใช้ในการหาคำตอบโดยวิธี numerical ซึ่งวิธีหนึ่งที่ Steinbigler [8] ได้เป็นผู้ริเริ่มและใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบันคือ วิธีการจำลองประจุ (Charge Simulation Methode) โดยอาศัยหลักพื้นฐานของเกาส์ โดยการสมมติให้ประจุที่กระจายอยู่ทั่วไปในอิเล็กโทรด เป็นประจุแบบใดแบบหนึ่ง หรือหลายแบบรวมกัน ซึ่งสามารถวิเคราะห์ได้โดยใช้ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการคำนวณจะต้องทำ หลายขั้นตอน และใช้เวลามากจึงต้องใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ซึ่ง Abou-Seada [ 7 ] ได้เสนอเป็นตัวอย่างไว้

การหาค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีการจำลองประจุสามารถ ให้คำตอบได้รวดเร็วและใช้เวลาคำนวณไม่มากนัก เมื่อเทียบกับวิธี FDM และ FEM โดยเฉพาะอย่างยิ่งในระบบที่มีความสมมาตรและขอบเขตของระบบไม่จำกัด วิธีการจำลองประจุจะใช้ได้ดีกว่าวิธี FDM FEM โดยความถูกต้องไม่แตกต่างกันมากนัก

นอกจากนี้ วิธีการจำลองประจุยังสามารถใช้ได้กับระบบที่ไม่สมมาตร และระบบที่มีตัวกลางหลายชนิดได้ด้วย [8]

แต่วิธีการจำลองประจุนี้อาจมีข้อเสียคือ เมื่อระบบมีความซับซ้อนมากขึ้น ประจุสมมติจะซับซ้อนตามไปด้วย และทำให้ต้องกำหนดเงื่อนไขขอบเขตมากขึ้น ซึ่งจะใช้เวลาคำนวณมากขึ้นและความแม่นยำจะน้อยกว่าการคำนวณโดยวิธี FDM หรือ FEM

เมื่อหาค่าศักย์ไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ ดังที่กล่าวมาแล้ว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งในการศึกษาทางวิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูงคือ การเปรียบเทียบข้อมูลที่คำนวณได้เป็นตัวเลข หรือตารางไม่สามารถสนองตอบความต้องการโดยทันทีทันใด ดังนั้น ปริมาณนิพจน์ฉบับนี้จะแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่ได้ในรูปของความเข้มของระดับสีและรูปภาพ ทำให้การศึกษาระยะกระจายของสนามไฟฟ้าของอิเล็กโทรดแบบต่าง ๆ สามารถทำได้ง่าย

## 1.2 วัตถุประสงค์

การคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีต่าง ๆ ทั้งการแก้ปัญหเชิงวิเคราะห์ และเชิงคำตอบจะให้ค่าสนามไฟฟ้าและการกระจายศักย์ไฟฟ้าในระบบแต่เราไม่สามารถเปรียบเทียบผลของสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าได้ทันทีเพราะคำตอบจะอยู่ในรูปเชิงตัวเลข ทำให้การเปรียบเทียบเพื่อศึกษาการกระจายของสนามไฟฟ้าทำได้ลำบาก

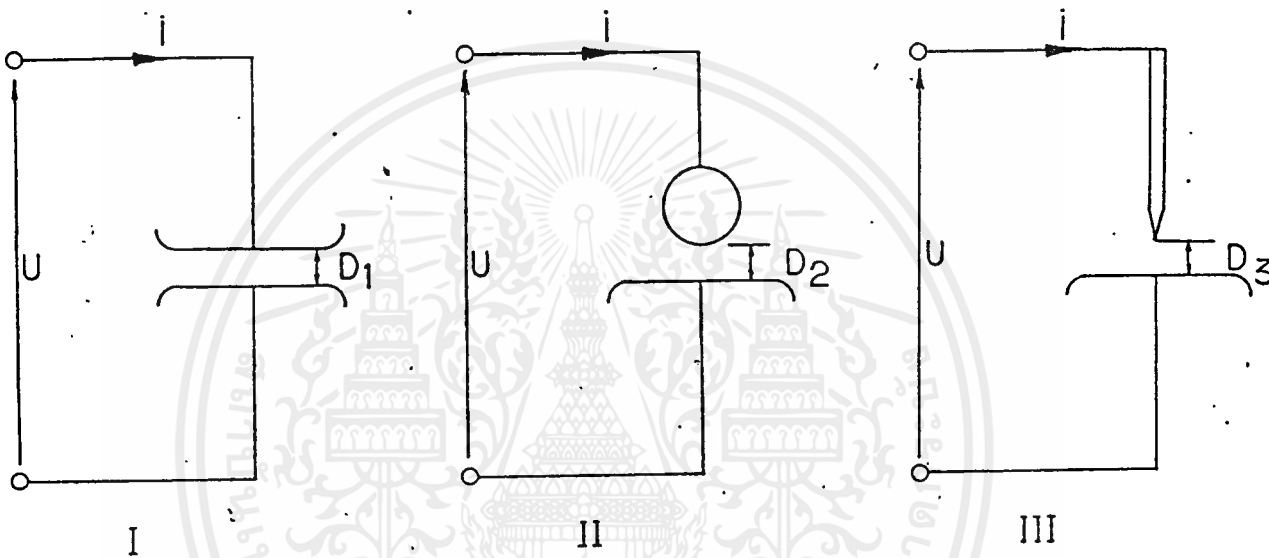
ในเมื่อการเปรียบเทียบการกระจายของศักย์ไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าเป็นสิ่งจำเป็น วิธีที่ง่ายที่สุดและเห็นผลได้อย่างชัดเจนคือ การแสดงผลด้วยความแตกต่างของระดับสี และรูปภาพโดยปริยูนานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้ระดับสีแต่ละระดับถึง 256 สี จาก 512 สี ในการแทนค่าศักย์ไฟฟ้าและค่าความเข้มสนามไฟฟ้าค่าหนึ่งในรูปแบบ per unit โดยไม่พิจารณาค่าจริง ๆ ของศักย์ไฟฟ้าหรือความเข้มสนามไฟฟ้า



## บทที่ 2

### สนามไฟฟ้า

#### 1. ELECTRODE แบบต่าง ๆ



รูปที่ 2.1 อิเล็กโทรดที่มีลักษณะสนามไฟฟ้าแบบต่าง ๆ กัน

- I) สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ (Uniform field)
- II) สนามไฟฟ้าที่ไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย (Slightly nonuniform field)
- III) สนามไฟฟ้าที่ไม่สม่ำเสมอสูง (Highly nonuniform field)

ถ้าป้อนแรงดันให้กับอิเล็กโทรดลักษณะต่าง ๆ ที่วางในอากาศดังรูป 2.1 จะพบว่าแรงดันที่ทำให้เกิดเบรคดาวน์จะไม่เท่ากัน ถึงแม้ว่าจะจัดระยะ  $d_1$ ,  $d_2$  และ  $d_3$  ให้เท่ากันก็ตามค่าแรงดันที่ทำให้เกิดเบรคดาวน์สามารถวัดได้ง่าย ฉนวนแต่ละชนิดจะมีค่าความคงทนต่อแรงดันไฟฟ้ามิใช่ตายตัวค่าใดค่าหนึ่ง ส่วนใหญ่จะเป็นค่าสถิติ หรือค่าโดยประมาณ มักกำหนดหรือระบุด้วยค่าความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด  $E_{max}$  ที่เกิดขึ้น ณ จุดใดจุดหนึ่งระหว่างอิเล็กโทรดในขณะที่เบรคดาวน์เริ่มเกิดขึ้น ซึ่งจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับแฟคเตอร์ต่าง ๆ หลายประการ

### อิเล็กโตรดสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ ( I )

อิเล็กโตรดสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ หมายถึง อิเล็กโตรดที่มีสนามไฟฟ้าทุก ๆ จุดในช่องอิเล็กโตรดเท่ากัน ซึ่งคำนวณได้จากความสัมพันธ์

$$E_{\max} = E = \frac{U}{d} \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

เมื่อ  $U$  คือ แรงดันที่ป้อนเข้าไประหว่างอิเล็กโตรด

$d$  คือ ระยะห่างระหว่างอิเล็กโตรด

$E$  คือ ความเครียดสนามไฟฟ้า ณ จุดใด ๆ ระหว่างอิเล็กโตรด

$E_{\max}$  คือ ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด

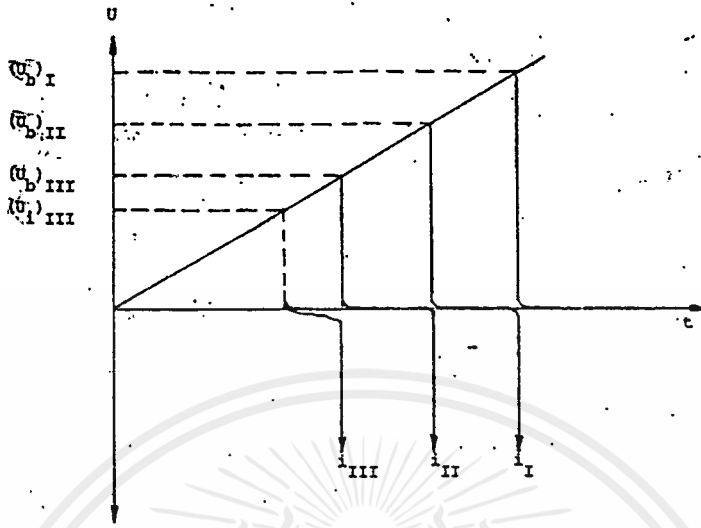
นั่นหมายความว่า เมื่อป้อนแรงดันให้กับอิเล็กโตรดสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ จะเกิดเบรคควาน์หรือสปาร์กทันทีที่ความเครียดสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโตรด ( ซึ่งเท่ากันทุกจุด ) ถึงค่าที่กำหนดค่าหนึ่งโดยประมาณและกระแสเพิ่มขึ้นอย่างมากในทันทีทันใด ค่ากระแสเบรคควาน์นี้จะถูกจำกัดด้วยค่าอิมพีแดนซ์ของตัวจ่ายและวงจรภายนอกเท่านั้น ซึ่งก่อนจะเกิดเบรคควาน์นั้นค่ากระแสจะวัดไม่ได้ดัง รูป 2.2 (แบบ I) และค่าความเครียดสนามไฟฟ้าที่เกิดจากแรงดันขณะจะเกิดเบรคควาน์นี้ก็คือค่าความคงทนทางไฟฟ้า หรือความคงทนต่อแรงดันไฟฟ้าของการฉนวนนั่นเอง ซึ่งคำนวณได้จาก

$$E_b = \frac{U_b}{d} \quad \dots\dots\dots ( 2.2 )$$

เมื่อ  $U_b$  คือ แรงดันที่ทำให้เกิดเบรคควาน์ด้วยสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

$E_b$  คือ ความเครียดสนามไฟฟ้าที่ทำให้เกิดเบรคควาน์ ซึ่งเรียกว่าความคงทนทางไฟฟ้า ของการฉนวน

อย่างไรก็ตาม  $E_b$  นี้ของไดอิเล็กตริกชนิดหนึ่งก็มีค่าไม่คงตัวเสมอไปเพราะขึ้นอยู่กับแฟคเตอร์ต่าง ๆ เช่น แม้แต่ความหนาหรือระยะห่าง  $d$  ที่ไม่เท่ากัน ค่า  $E_b$  ก็ไม่เท่ากันฉะนั้นในมาตรฐานที่กำหนด ค่าความคงทนทางไฟฟ้าของฉนวน มักจะกำหนดความหนาของไดอิเล็กตริกไว้ด้วยเสมอ



รูป 2.2 เปรียบเทียบแรงดันที่ทำให้เกิดเบรคควาน์ในอิลেকทริกตามลักษณะสนามไฟฟ้า

**อิลেকโตรดสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ ( II , III )**

อิลেকโตรดแบบนี้ ความเครียดสนามไฟฟ้าแต่ละจุดมีค่าแตกต่างกันขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดนั้นความแตกต่างกัน ณ จุดต่าง ๆ จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับลักษณะแห่งเรขาคณิตของอิลেকโตรดที่มีสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอมากหรือน้อย ดังเช่น อิลেকโตรดในรูป 2.1 (II) ถ้าเขียนเส้นสนามไฟฟ้าและเส้นศักย์เท่า จะได้ดังในรูป 2.3 จะเห็นได้ว่าความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดจะเกิดขึ้นที่ผิวของอิลেকโตรดทรงกลม อาจคำนวณได้จากสมการ

$$E_{max} = \frac{U}{d\eta^*} \dots\dots\dots (2.3)$$

เมื่อ  $\eta^*$  คือ แฟกเตอร์สนามไฟฟ้า (field utilization factor) มีนิยามว่า

$$\eta^* = \frac{E_{av}}{E_{max}} \leq 1$$

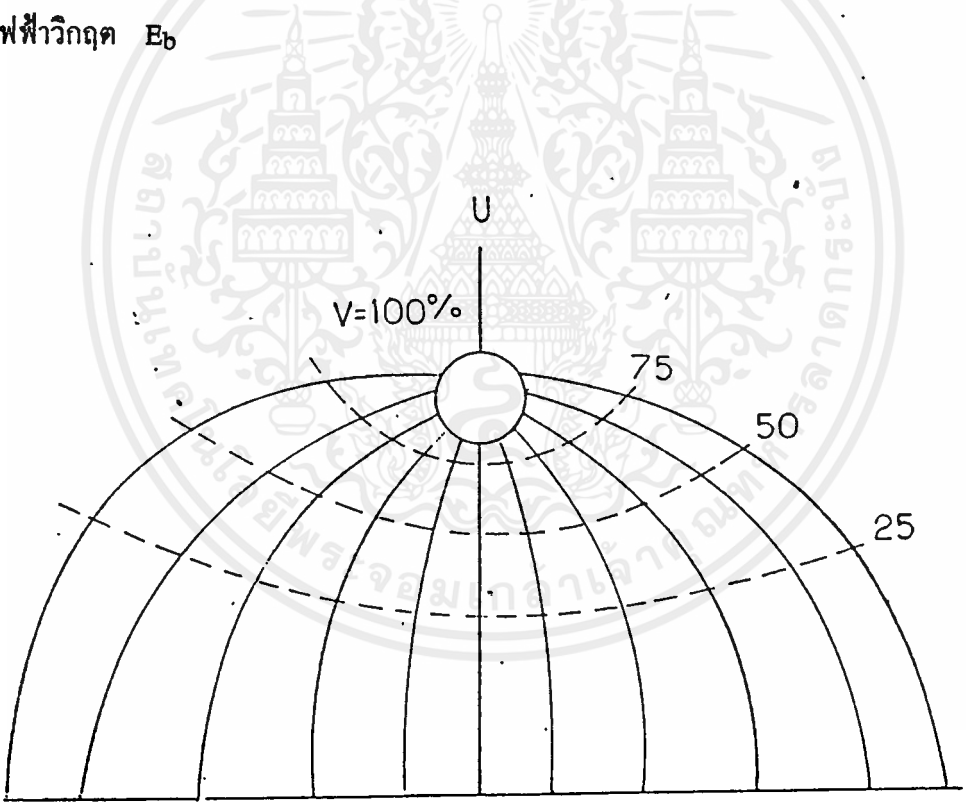
โดยที่  $E_{av}$  คือค่าเฉลี่ยของสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากับ  $\frac{U}{d}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จึงอาจกล่าวได้ว่า  $\eta^*$  ก็คือ ครรชนที่บอกให้ทราบว่าอิเล็กโตรดนั้น มีลักษณะสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอมากน้อยเพียงใด และโดยอาศัยแฟกเตอร์สนามไฟฟ้านี้เอง จึงคำนวณหาความเครียดเบรคความของฉนวนในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอได้ คือ

$$E_b = \frac{U_b}{d\eta^*} \dots\dots\dots ( 2.4 )$$

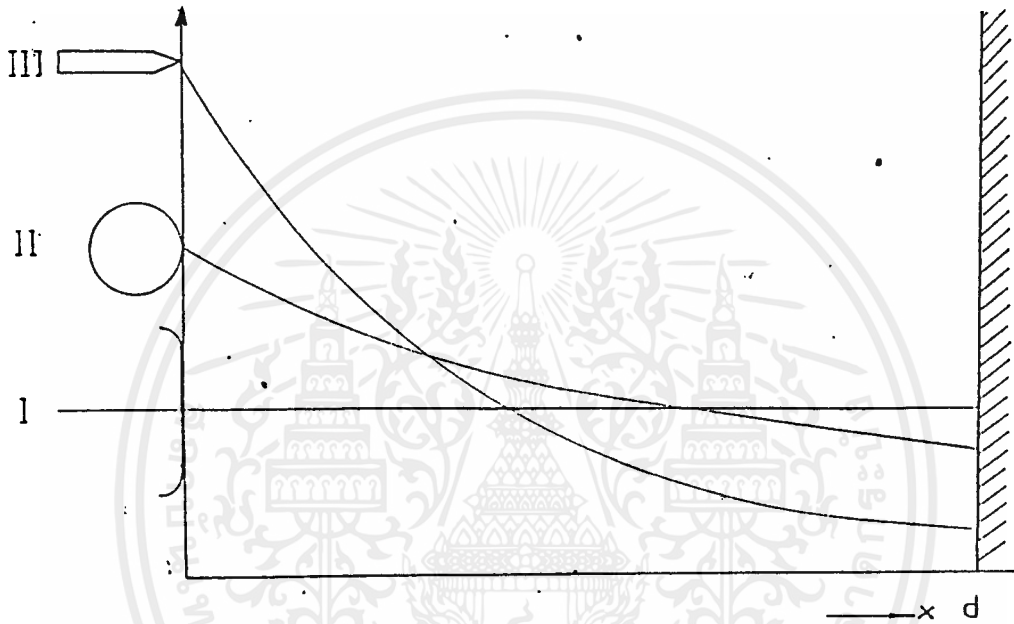
สมการนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีทีอิเล็กโตรดมีสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย หรือใช้กับกรณีที่ไม่มีความโคโรนาหรือพรีดีสชาร์จ (predischsrge) เกิดก่อนเบรคความ ดังอิเล็กโตรด รูป 2.1 II กล่าวคือ ก่อนเกิดเบรคความจะไม่ปรากฏว่ามีกระแสไหลระหว่างอิเล็กโตรดเลย และลักษณะสนามไฟฟ้าจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง จะเกิดเบรคความทันทีที่ที่ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงถึงค่าหนึ่ง คือค่าสนามไฟฟ้าวิกฤต  $E_b$



รูป 2.3 สนามไฟฟ้าและเส้นศักย์เท่า  
 ————— เส้นสนามไฟฟ้า  
 - - - - - เส้นศักย์เท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีที่ อิเล็กโตรดมีสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอสูง (highly nonuniform field) ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงจะอยู่ในบริเวณใกล้เคียงกับผิวอิเล็กโตรดที่มีพื้นผิวน้อยที่สุด เช่น ปลายแหลมดังในรูป 2.1 III เมื่อระยะห่างออกไปจากผิวอิเล็กโตรดค่าความเครียดสนามไฟฟ้า จะลดลงอย่างรวดเร็ว ดังในรูป 2.4 อิเล็กโตรดแบบนี้ถึงแม้ว่าความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดจะมีค่าถึงค่าวิกฤตแล้วก็ตาม จะไม่เกิดเบรคดาวน์แต่จะเกิดโคโรนา หรือ ฟริคชันชาร์จขึ้น



รูป 2.4 เปรียบเทียบสนามไฟฟ้าของอิเล็กโตรดลักษณะต่าง ๆ

ในบริเวณใกล้ ๆ ผิวอิเล็กโตรด คือ บริเวณที่มีความเครียดไฟฟ้าสูงสุด ส่วนบริเวณอื่น ๆ ยังมีความเครียดสนามไฟฟ้าต่ำจะไม่เกิดโคโรนา ฉะนั้นในช่องว่างระหว่างอิเล็กโตรดจะเกิดดิสชาร์จที่ไม่สมบูรณ์ (คือ ไม่ตลอดแนวระหว่างอิเล็กโตรด) เรียกว่า ดิสชาร์จบางส่วน (partial discharge) ปรากฏการณ์อาจเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องหรือเป็นช่วง ๆ จึงทำให้มีกระแสไหลในวงจรที่ป้อนแรงดันให้กับอิเล็กโตรด กระแสนี้จะเกิดขึ้นและวัดได้ก่อนเกิดเบรคดาวน์เรียกว่า กระแสโคโรนา (corona current) หรือกระแสฟริคชันชาร์จ ดังในรูป 2.2 แบบ III การเกิดโคโรนาจึงทำให้สนามไฟฟ้าแห่งเรขาคณิตเปลี่ยนไป เพราะมีประจุค้าง (space charge) แต่ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดยังคำนวณได้จากสมการ (2.3) แต่  $\eta^*$  จะเปลี่ยนไป ดังนั้น ค่าความเครียดเบรคดาวน์ของการฉนวนจะคำนวณจากสมการ (2.4) ไม่ได้ อย่างไรก็ตามสมการ (2.4) นี้อาจใช้คำนวณหาความเครียดสนามไฟฟ้าที่แรงดันโคโรนาเริ่มเกิดได้ เพราะสนามไฟฟ้าแห่งเรขาคณิตยังไม่เปลี่ยนแปลง นั่นคือ

$$E_i = \frac{U_i}{d\eta^*} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

เมื่อ  $E_i$  คือ ความเครียดสนามไฟฟ้าโคโรนาเริ่มเกิด

$U_i$  คือ แรงดันป้อนที่โคโรนาเริ่มเกิด (corona inception)

โดยที่  $E_i$  และ  $U_i$  เป็นค่าความเครียดสนามไฟฟ้า และแรงดันไฟฟ้าที่โคโรนาเริ่มเกิด ฉะนั้นสมการ (2.5) จึงใช้ได้เฉพาะกรณีที่ไม่มีประจุหมอกระหว่างอิเล็กโทรด (free of space charge) หรือกล่าวง่าย ๆ ก็คือ สมการ (2.5) นี้ ใช้สำหรับคำนวณหาความเครียดสนามไฟฟ้า หรือแรงดันเริ่มต้น (starting voltage \*, threshold voltage, inception voltage) ซึ่งหมายถึงแรงดันที่ทำให้เริ่มเกิดการเปลี่ยนแปลงในช่องระหว่างอิเล็กโทรด อาจจะเป็นเบรคดาวน์ (ในกรณีที่อิเล็กโทรดเป็นแบบสม่ำเสมอ หรือไม่สม่ำเสมอเพียงเล็กน้อย) หรือเป็นแรงดันที่โคโรนาเริ่มเกิด (ในกรณีที่อิเล็กโทรดเป็นแบบสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอสูง ค่าแรงดันเบรคดาวน์จะมีค่าสูงกว่าแรงดันเริ่มต้น) ค่าแรงดันเริ่มต้นจึงอาจเขียนในรูปสมการทั่วไปได้ว่า

$$U_i = E_i \cdot d \cdot \eta^* \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

เมื่อ  $U_i$  คือ แรงดันเริ่มต้น

$E_i$  คือ ความเครียดสนามไฟฟ้าที่เกิดจากแรงดันเริ่มต้น  $U_i$

ในกรณีอิเล็กโทรดสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ หรือสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย ค่า  $U_i$  คือ  $U_b$  และ  $E_i$  คือ  $E_b$  ถ้าเป็นอิเล็กโทรดสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอสูง  $U_b > U_i$  ค่าแรงดันเบรคดาวน์นี้ไม่อาจจะคำนวณได้ง่าย ๆ ทั้งนี้เพราะไม่ทราบถึงการกระจายของประจุหมอกว่าเป็นอย่างไร ฉะนั้น การคำนวณความคงทนต่อแรงดันไฟฟ้าของการฉนวนที่อิเล็กโทรดสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอสูง มักจะกำหนดด้วยค่าแรงดันเริ่มต้น หรือความเครียดสนามไฟฟ้าเริ่มต้นเป็นตัวบอกถึงค่าความคงทนการฉนวนต่อแรงดันไฟฟ้า อย่างไรก็ตาม ความคงทนการฉนวนต่อแรงดันไฟฟ้านี้ นอกจากจะขึ้นอยู่กับลักษณะแห่งเรขาคณิตของอิเล็กโทรด เช่น ระยะห่างของอิเล็กโทรด, รัศมีความโค้งงอของอิเล็กโทรด, ลักษณะพื้นผิวของอิเล็กโทรด แล้วยังขึ้นอยู่กับแฟคเตอร์อื่น ๆ อีกหลายประการ

## 2. ขอบอิเลคโตรดแผ่นระนาบเส้นสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

ตามนิยามของความคงทนต่อแรงดันไฟฟ้าของฉนวนนั้น เป็นค่าความเครียดสนามไฟฟ้าแบบสม่ำเสมอสูงสุดที่ฉนวนนั้นทนได้ ฉะนั้นการทดลองหาความคงทนต่อแรงดันไฟฟ้าของฉนวนจำเป็นต้องใช้อิเลคโตรดที่สร้างสนามไฟฟ้าสม่ำเสมออย่างแท้จริง นั่นคือสนามไฟฟ้าในปริมาตรระหว่างอิเลคโตรดนั้นจะต้องเท่ากันทุกจุด ดังเช่น อิเลคโตรดแผ่นระนาบขนานของแคปซิเตอร์ ความเครียดสนามไฟฟ้านอกปริมาตรนี้แล้ว จะต้องมีความน้อยกว่ามิฉะนั้นจะทำให้เกิดเบรคความฉนวนขึ้นในบริเวณที่ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงขึ้น ดังนั้นใช้อิเลคโตรดแผ่นระนาบธรรมดาโดยที่ไม่มีการทำขอบพิเศษมาวางขนานกันเท่านั้นไม่พอ เพราะความเครียดสนามไฟฟ้าที่ขอบระนาบนั้นจะมีค่าสูงกว่าในบริเวณภายในระหว่างอิเลคโตรด

ในทางภาคปฏิบัติ จะได้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอจากอิเลคโตรดแผ่นระนาบที่ทำโค้ง แบบ Regowski profile ขอบโค้งอิเลคโตรดนี้หาได้โดยอาศัยการวิเคราะห์หาแนวเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่า (equipotential line) ตามวิธีคอนฟอร์มัลแมปปิง (conformal mapping)

### 2.1 เทคนิคคอนฟอร์มัลแมปปิง

โดยทั่วไปในระบบอิเลคโตรดมักจะกำหนดศักย์ไฟฟ้าที่ขอบเขตให้ แล้วหาการกระจายของศักย์ไฟฟ้า และสนามไฟฟ้าระหว่างอิเลคโตรดนั้น วิเคราะห์ด้วยการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับหาสนามไฟฟ้าบนพื้นระนาบทั้งหลาย ซึ่งหมายถึงสนามไฟฟ้าสองมิติ ก็คือวิธีคอนฟอร์มัลแมปปิงของ Cauchy และ Riemann

การทำอิเลคโตรดให้มีภาคตัดตามแนวเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่า โดยการวิเคราะห์ฟังก์ชันที่สามารถคิดเฟอเรนซีเอท คือ  $z = f(w)$  ซึ่งมีตัวแปรคอมเพล็กซ์  $z$  ทุก ๆ ค่าของ  $z = x+jy$  จะกำหนดค่าคอมเพล็กซ์ของ  $w = u+jv$  อันเป็นการแมปปิงระนาบคอมเพล็กซ์ จากระนาบ  $z$  ไปสู่ระนาบ  $w$  ในลักษณะเดียวกันก็อาจจะแมปปิงกลับจากฟังก์ชัน  $z = f(w)$  ในระนาบ  $w$  ไปสู่ระนาบ  $z$  ได้ ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่ไม่สม่ำเสมอในระนาบ  $z$  เมื่อวิเคราะห์แล้วจะได้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอในระนาบ  $w$  การวิเคราะห์ฟังก์ชัน  $w = f(z)$  ซึ่งเป็นคอมเพล็กซ์ฟังก์ชันที่สอดคล้องกับสมการดิฟเฟอเรนเชียลของ Cauchy Riemann เมื่อ

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} , \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad \dots\dots\dots ( 2.7 )$$

ฉะนั้น ถ้าคิฟเฟอเรนเชียลสองครั้งจาก  $w = u+jv = f(x+jy)$  โดยใช้สมการ (2.7) จะได้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x+jy) - f(x+jy) = 0 \quad \Delta x \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -f(x+jy) - jf(x+jy) = 0 \quad \Delta x \dots\dots\dots (2.9)$$

ในที่นี้เส้น  $u$  จะตั้งฉากกับเส้น  $v$  จึงสามารถให้เส้นกราฟคงตัว  $u$  เป็นสนามไฟฟ้าและจะได้เส้นกราฟคงตัว  $v$  เป็นเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าหรือกลับกัน ฉะนั้นจะเห็นได้ว่าทุกคอมเพล็กซ์ฟังก์ชัน  $w = f(x+jy) = (u+jv)$  เป็นผลเฉลย (solution) ของสมการศักย์ไฟฟ้าสองมิติ

## 2.2 การคำนวณหาความเครียดสนามไฟฟ้า

เทคนิคของคอนฟอร์มัลแมปปิงสามารถใช้คำนวณหาความเครียดสนามไฟฟ้าของอิเล็กโทรดที่มีลักษณะยุ่งยากในระนาบ  $z$  ไปสู่อิเล็กโทรดที่มีลักษณะง่าย ๆ ในระนาบ  $w$  ได้

ในระบบ  $v/u$  สามารถหาความเครียดสนามไฟฟ้าของจุดใด ๆ ได้ โดยใช้สมการดังต่อไปนี้คือ

แบบที่ 1 ความเครียดสนามไฟฟ้าคอมเพล็กซ์  $\{ v = f(x,y) , u = f(x,y) \}$

$$\vec{E}_z = E_x + jE_y = -\text{grad } v = -\left(\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y}\right) \dots\dots\dots (2.10)$$

สมการแบบที่ 1 นี้ จะต้องคิฟเฟอเรนเชียลจาก  $v(x,y)$  เทียบกับ  $x$  และ  $y$  นั่นคือจะต้องทราบค่า  $v = f(x,y)$

แบบที่ 2 คอนจูเกตสนามไฟฟ้าคอมเพล็กซ์

แบบนี้จะต้องทราบฟังก์ชัน  $w = f(z)$  เพราะคำนวณหาคอนจูเกตสนามไฟฟ้าคอมเพล็กซ์

$\vec{E}_z^*$  จากคิฟเฟอเรนเชียลทั้งหมด  $\frac{dw}{dz}$  อาศัยสมการคิฟเฟอเรนเชียลของ Cauchy-Riemann จะได้

$$\vec{E}_z^* = -\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} + j\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = j\frac{dw}{dz}$$



นั่นคือ

$$\vec{E}_z^* = E_x - jE_y = j \frac{dw}{dz} = j \frac{dz}{dw} \dots\dots\dots (2.11)$$

ขนาดของสนามไฟฟ้าของสมการแบบที่ 1 และ 2 คือ

$$|\vec{E}_z| = |\vec{E}_z^*| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \dots\dots\dots (2.12)$$

แบบที่ 3 สมการแบบที่ 3 เมื่อทราบค่า  $x = f(u,v)$  และ  $y = f(u,v)$

$$|\vec{E}_z| = E_z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2}} \dots\dots\dots (2.13)$$

โดยที่ค่า  $u$  และ  $v$  ไม่มีหน่วย ดังนั้น ถ้าต้องการหาค่าสัมบูรณ์เป็นค่าความเครียดสนามไฟฟ้า จะได้สมการ

$$E_z \text{ {kV/cm}} = E_x ; E_w \text{ {kv/cm}} \dots\dots\dots (2.14)$$

เมื่อ

$$|\vec{E}_w| = \frac{U}{V_{II} - V_I}$$

โดยที่  $U$  คือ แรงดันที่ป้อนระหว่างอิเล็กโทรดที่มี  $V_I$  กับ  $V_{II}$  เป็นขอบเขตของอิเล็กโทรด

**3. อิเล็กโทรดระนาบของโรกอฟสกี (Rogowski profile)**

อิเล็กโทรดระนาบของโรกอฟสกี เป็นอิเล็กโทรดมีขอบตามแนวเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าที่ ทำให้สนามไฟฟ้านอกแผ่นระนาบมีค่าน้อยกว่าค่าสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอระหว่างภายในอิเล็กโทรดจากสมการ

$$|\vec{E}_z|_{edge} = \frac{\pi}{d\sqrt{1+e^{2U} + 2e^U \cos v}}$$

จากรูปที่ 2.5 จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอจะอยู่ในย่าน  $u \leq -5$

$$|\vec{E}_z|_{unif} = \frac{\pi}{d}$$

ดังนั้น

$$\frac{|\vec{E}_z|_{edge}}{|\vec{E}_z|_{unif}} = \frac{1}{\sqrt{1+e^{2U} + 2e^U \cos v}}$$

อิลคโตรครระนามที่ให้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอจะต้องได้ตามเงื่อนไข

$$\frac{|\bar{E}_z|_{\text{edge}}}{|\bar{E}_z|_{\text{unif}}} \leq 1$$

นั่นคือ  $0 < \nu \leq \frac{\pi}{2}$

โรกทอฟสก็ก็ได้แสดงให้เห็นว่าตามแนวเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าที่  $0 < \nu \leq \frac{\pi}{2}$  จะมีความเครียดสนาม

ไฟฟ้าในระนาบ  $z$  แบบสม่ำเสมอ

ฉะนั้น อิลคโตรครระนามของโรกทอฟสก็ คือ อิลคโตรครที่มีขอบริมตามแนวเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าที่  $\nu = \pi/2$  คือ

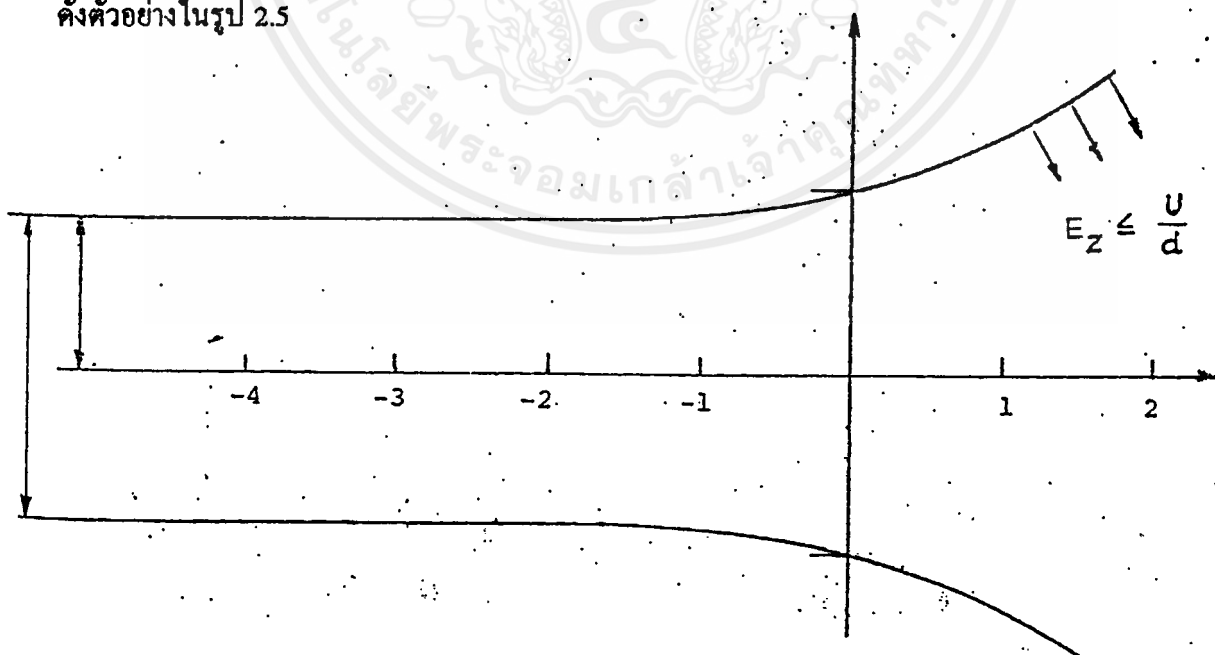
$$\frac{\bar{E}_{z\text{edge}}}{\bar{E}_{z\text{unif}}} = \frac{1}{\sqrt{1+e^{2u}}} \leq 1$$

ความเครียดสนามไฟฟ้า  $E_z$  รวมทั้งที่ริมขอบจะมีค่าลดลงเมื่อ  $u$  เพิ่มขึ้น ฉะนั้น ขอบของอิลคโตรครของโรกทอฟสก็จะหาได้จากค่าโคออร์ดิเนท ( $\nu = \pi/2$ ) ซึ่งคำนวณหาได้ง่ายจาก

$$x = \frac{d}{\pi}(u+1)$$

$$y = \frac{d}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} + e^u\right) = \frac{d}{2} + \frac{d}{\pi}e^u$$

ดังตัวอย่างในรูป 2.5



รูปที่ 2.5 ขอบอิลคโตรครโรกทอฟสก็

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูป 2.5 จะเห็นได้ว่าแกน  $x$  เป็นเส้นสมมาตรของแผ่นระนาบขนานกันสองแผ่น การทำ  
อิลেকโตรดแผ่นให้ได้สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ ทำได้โดยหมุนรอบแกนในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ  
( $v < 5, x < -1.3$ )

#### 4. เบรคดาวน์ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ (Breakdown in nonuniform field)

ในแถบที่มีแฟกเตอร์สนามไฟฟ้า (field utilization factor  $\eta^* = \frac{E_{av}}{E_{max}}$ ) มากกว่า 20%

ขึ้นไป การเกิดเบรคดาวน์ในอากาศจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับที่เกิดในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ แต่ถ้า  
สนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอมากกว่านี้ ( $\eta^* < 20\%$ ) จะมีปรากฏการณ์แตกต่างไปจากสนามไฟฟ้า  
สม่ำเสมอเกิดขึ้น จะมีโคโรนาเกิดขึ้นในบริเวณที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงและเกิดขึ้นที่แรงดัน  
ต่ำกว่าแรงดันเบรคดาวน์ โคโรนานี้อาจคงสภาพอยู่ได้ในบางจุดโดยไม่เกิดเบรคดาวน์จากการวิจัย  
ลักษณะเบรคดาวน์ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอของก๊าซ SF<sub>6</sub> ที่ความดันตั้งแต่ 0.2 บาร์ถึง 6 บาร์  
จะพบว่า ในสนามไฟฟ้าทุกรูปแบบ ทุกความดันก๊าซ ถ้าแฟกเตอร์สนามไฟฟ้ามีค่ามากกว่า 40%  
( $\eta^* > 40\%$ ) โคโรนาจะไม่เกิดขึ้นก่อนเบรคดาวน์ คือ จะเกิดเบรคดาวน์โดยตรง

จากรูป 2.4 จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าของอิลেকโตรดที่มี  $\eta^*$  ยิ่งต่ำความเครียดสนามไฟฟ้า  
สูงสุด ( $E_{max}$ ) ที่ผิวอิลেকโตรดจะมีน้อยจะยังมีค่ามาก และความเครียดสนามจะลดลงอย่างรวดเร็ว  
ฉะนั้น ไอออนในเซชันจะเกิดได้เฉพาะบริเวณผิวอิลেকโตรดที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงเท่านั้น  
ที่ระยะห่างออกไปความเครียดสนามไฟฟ้าต่ำเกินไปที่จะเกิดไอออนในเซชัน จึงไม่อาจเกิดเบรคดาวน์  
ได้ ฉะนั้นจะมีโคโรนาเกิดขึ้นที่บริเวณผิวอิลেকโตรดที่มีรัศมีเล็กก่อนที่เกิดเบรคดาวน์และจัดเป็น  
เบรคดาวน์แบบโคโรนา (corona breakdown)

เมื่อมีโคโรนาเกิดขึ้น สนามไฟฟ้าในแถบจะบิดเบือนไปจากสนามไฟฟ้าที่เป็นแบบอิลেকโตรด  
สแตติกส์ หรือสนามไฟฟ้าที่คำนวณจากเรขาคณิตของแถบ แรงดันเบรคดาวน์แบบโคโรนาจะยุ่งยาก  
ต่อการคำนวณ อาจกล่าวได้ในเชิงสัมพันธ์เปรียบเทียบทั่ว ๆ ไปได้ ซึ่งจะกล่าวในข้อต่อ ๆ ไป  
อย่างไรก็ตามแรงดันโคโรนาเริ่มเกิดขึ้นสามารถคำนวณได้ถ้าทราบรูปลักษณะสนามไฟฟ้าในแถบ ใน  
ที่นี้จะได้แสดงวิธีการคำนวณแรงดันเบรคดาวน์โดยตรง หรือแรงดันโคโรนาเริ่มเกิดในอากาศและ  
ก๊าซ SF<sub>6</sub> ให้ดูเป็นตัวอย่างในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอมีความสัมพันธ์ของแรงดันเบรคดาวน์กับผลคูณ  
p.d (กฏของพาสเชน) ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอความสัมพันธ์ลักษณะนี้ จะเป็น  $U_b = f(p,r)$   
ซึ่งเรียกว่ากฎแห่งความคล้ายคลึงกัน และจะชี้ให้เห็นว่าในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอนั้นแรงดันเริ่มต้น  
ขึ้นอยู่กับ ขั้วแรงดันที่ป้อนให้กับอิลেকโตรดที่มีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด

## 5. รูปลักษณะอิเล็กโทรด (Electrode configuration)

รูปลักษณะอิเล็กโทรดจะมีผลต่อแรงดันเบรคควานมากหรือน้อย ขึ้นอยู่กับลักษณะสนามไฟฟ้าว่าเป็นแบบสม่ำเสมอ ไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย หรือไม่สม่ำเสมอมาก ในกรณีสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย ความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดกับค่าเฉลี่ยจะแตกต่างกันไม่มาก ค่าแรงดันเริ่มต้น (threshold-voltage) กับค่าแรงดันเบรคควานเป็นค่าเดียวกัน กล่าวคือเมื่ออะวาลานซ์วิกฤตได้ตามเงื่อนไขก็จะเกิดเบรคควานทันที จะไม่มีโคโรนาเกิดขึ้นก่อนเบรคควาน จึงเรียกรูปลักษณะเบรคควานแบบนี้ว่า เบรคควานโดยตรง (direct breakdown) เช่น เบรคควานที่เกิดขึ้นในแก๊สของทรงกลมที่มีระยะห่างไม่มากนักเมื่อเทียบกับเส้นผ่าศูนย์กลาง ( $d < D/2$ ) ความแตกต่างของขั้วแรงดันมีผลต่อค่าแรงดันเบรคควานเพียงเล็กน้อย

ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอสูง (highly nonuniform field) ระยะแก๊พห่างเมื่อเทียบกับรัศมีของอิเล็กโทรด ค่าแรงดันเริ่มต้นจะต่ำกว่าแรงดันเบรคควานอย่างเห็นได้ชัด ในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอแบบสมมาตร เช่น แท่งกลม-แท่งกลมมีปลายเหมือนกัน รูปลักษณะอิเล็กโทรดไม่มีผลต่อแรงดันเบรคควานจะมีผลในกรณีที่ไม่สมมาตร เป็นแบบไม่สมมาตรมาก ๆ เช่น แท่งกลมกับแผ่นระนาบ

เบรคควานจะเกิดขึ้นเมื่อความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด  $E_m$  เท่ากับความเครียดสนามไฟฟ้าเบรคควาน  $E_b$  นั่นคือแรงดันเบรคควานคำนวณได้จากสมการ 2.6 คือ

$$U_b = E_b \cdot d \cdot n^*$$

เมื่อ  $d$  คือ ระยะแก๊พ และ  $n^*$  = แฟกเตอร์สนามไฟฟ้า

สมการนี้ใช้ได้เฉพาะสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย คือ แบบเกิดเบรคควานโดยตรงเท่านั้น ในกรณีสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอสูง คือ เกิดโคโรนาก่อนเบรคควาน สมการ (2.6) นี้ ใช้คำนวณแรงดันเบรคควานไม่ได้ แต่ใช้สำหรับคำนวณหาแรงดันโคโรนาเริ่มต้นเท่านั้น

### บทที่ 3

## การหาค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีจำลองประจุ ( CHARGE SIMULATION METHOD )

วิธีการหาค่าสนามไฟฟ้าเชิงคำตอบซึ่งใช้ได้กว้างขวางอีกวิธีหนึ่งคือ วิธีการจำลองประจุ ( Charge Simulation Method) วิธีนี้ใช้กันมากในการหาค่าตอบของสนามไฟฟ้าในเชิงวิศวกรรมซึ่งมีหลักการพื้นฐานมาจากสมการของแมกเวลล์เช่นเดียวกับวิธีหาแบบอื่นๆ

จากสมการของแมกเวลล์รูปดิฟเฟอเรนเชียล

$$\text{div}(-\mathcal{E} \text{ grad } \phi) = \text{div } \mathbf{D} = \rho \quad \text{..... ( 3.1 )}$$

เมื่อ  $D$  คือ ความหนาแน่นฟลักซ์

$\rho$  คือ ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตร

ซึ่งสมการ ( 3.1 ) ก็คือสมการของปัวซองนั่นเอง เมื่อนำมาใช้ในระบบโคออร์ดิเนตคาทีเซียนสมการ ( 3.1 ) จะเป็น

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = f(x, y) \quad \text{..... ( 3.2 )}$$

สมการ ( 3.2 ) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอินทิกรัลได้ดังนี้

$$\int_V \text{div } D \, dV = \oint_A D \, dA = \int_V \rho \, dV \quad \text{..... ( 3.3 )}$$

ซึ่งก็คือการอินทิเกรตเชิงปริมาตรของไดเวอร์เจนดถูกแปลงให้อยู่ในรูปของการอินทิเกรตเชิงผิวที่ผิวปิด  $A$  และพื้นที่ผิวปิดนี้จะครอบคลุมประจุทั้งหมดในปริมาตร  $V$  รู้จักกันโดยทั่วไปว่าคือกฎของเกาส์ กฎของเกาส์จะให้คำตอบที่แท้จริงของสมการปัวซอง และวิธีอื่นๆอีกหลายวิธีในการคำนวณหาสนามก็มีพื้นฐานมาจากกฎของเกาส์

วิธี FDM และวิธี FEM[14]เป็นวิธีการหาค่าตอบโดยใช้รูปดิฟเฟอเรนเชียลของสมการแมกเวลล์ การหาค่าตอบของสมการดิฟเฟอเรนเชียลทั้งในรูปเชิงวิเคราะห์และเชิงคำตอบความยากง่ายจะขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของเงื่อนไขขอบเขตและความแม่นยำในการคำนวณก็จะลดลงเมื่อมีการคำนวณมากขึ้นหรือเงื่อนไขขอบเขตซับซ้อนขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณโดยใช้กฎของเกาส์จะง่ายกว่าเมื่อเทียบกับการคำนวณโดยวิธี FDM และ FEM โดยเฉพาะกรณีที่เงื่อนไขขอบเขตมีการสมมาตรหรือ กรณีที่ขอบเขตไม่จำกัด ซึ่งความได้เปรียบอันนี้เองทำให้เราเลือกใช้วิธี การจำลองประจุ ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้า ใน coaxial cylindrical หรือ ใน Spherical field โดยการสมมติว่าประจุทั้งหมดที่กระจายอยู่ทั่วตัวนำเป็นประจรรวมอันหนึ่งที่มีลักษณะไม่ซับซ้อน เช่น ประจุแบบจุด ประจุแบบเส้น ประจุแบบวงแหวน ประจุแบบระนาบ ตามลักษณะที่เหมาะสมของอิเล็กโตรดที่เราพิจารณา

Steinbigler [ 8 ] ได้เสนอเทคนิคในการคำนวณหาสนามไฟฟ้า โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าซึ่งวิธีที่ Steinbigler ใช้ก็คือวิธีการจำลองประจุ นั่นเอง

วิธีการจำลองประจุถึงแม้จะใช้ได้ดีกว่า FEM และ FDM ในยุคนั้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อต้องการความแม่นยำในการคำนวณสูง ในสนามที่มีความแตกต่างกันมากๆ แต่จนถึงปัจจุบันวิธีการจำลองประจุไม่ได้ถูกพัฒนาขึ้นมากกว่าเดิมเลย ทั้งนี้อาจเนื่องจากความสามารถของคอมพิวเตอร์เพิ่มมากขึ้นทำให้การคำนวณโดยใช้ FEM และ FDM เพิ่มความแม่นยำมากขึ้น และใช้เวลาสั้นลงกว่าเดิมมาก

#### หลักการพื้นฐานของวิธีจำลองประจุ

สูตรพื้นฐานของวิธีจำลองประจุสามารถแสดงได้ง่ายมากโดยอาศัยหลักการของซูเปอร์โพสิชัน ซึ่งกล่าวไว้ว่า ศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ หาได้จากผลรวมของศักย์ไฟฟ้าที่มาจากประจุแต่ละตัวในระบบ

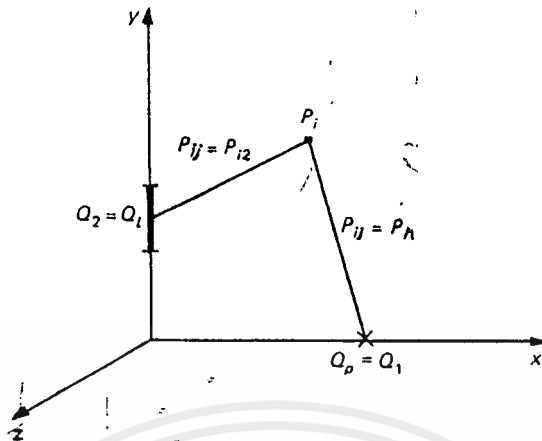
ถ้าให้  $Q_j$  แทนประจุในระบบที่มีอยู่  $n$  ตัว

$\phi_i$  แทน ศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ (ขึ้นอยู่กับโคออร์ดิเนตที่ใช้)

จะได้ว่า

$$\phi_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} Q_j \quad \dots\dots\dots ( 3.4 )$$

เมื่อ  $p_{ij}$  เป็นสัมประสิทธิ์ความต่างศักย์ซึ่งสามารถทราบค่าได้จากชนิดของประจุโดยใช้วิธีหาจากสมการปัวซองหรือ สมการลาปลาซ



รูปที่ 3.1 แสดง finite line charge  $Q_l$  และ จุดประจุ  $Q_p$  ซึ่งจะหาค่าสนามที่จุด  $P_i$

รูปที่ 1 จะแสดงจุดประจุ  $Q_p$  และ ประจุแบบเส้น  $Q_l$  ในระนาบโคออร์ดิเนต  $x, y, z$  และ

จุด  $P_i$  คือ จุดใดๆ ที่มีศักย์เท่ากับ  $\phi_i$

เมื่อ สัมประสิทธิ์ความต่างศักย์สามารถหาได้ ดังนั้นถ้าทราบเงื่อนไขขอบเขตก็จะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $\phi_i$  กับ  $Q$  ได้ถ้าประจุแต่ละตัวอยู่นอกขอบเขตที่เราจะหาค่าสนาม (หรืออยู่ในอิเล็กโทรดซึ่งผิวของอิเล็กโทรดมีศักย์เท่ากัน) ขนาดของประจุจะสัมพันธ์กับการกระจายของประจุในอิเล็กโทรดและศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของอิเล็กโทรดนั้น

ถ้ามีประจุสมมติอยู่  $n$  ตัว (แต่ละตัวอาจจะเป็นประจุต่างชนิดกันก็ได้) เราจะต้องทราบศักย์ไฟฟ้าที่จุดต่างๆ อย่างน้อย  $n$  จุด ซึ่งเราก็จะได้สมการเชิงเส้น  $n$  สมการ เพื่อมาแก้สมการหาค่าประจุที่เป็นคำตอบ

เราจะแสดงให้ดูง่ายๆ โดยกำหนดให้ ศักย์  $\phi_i$  ตำแหน่งบนผิวตัวนำ (จุดเหล่านี้เรียกว่า Contour point) ซึ่งมีค่าเท่ากันและให้เท่ากับ  $\phi_c$  เราจะเขียนสมการ ใหม่ได้ดังนี้

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} Q_j = \phi_c \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งสมการนี้จะกลายเป็นสมการเชิงเส้น  $n$  ตัวแปร ดังนี้

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}$$

หรือ เขียนในรูปเมตริกได้ ดังนี้

$$[\mathbf{P}][\mathbf{Q}] = [\boldsymbol{\phi}] \quad \dots\dots\dots (3.6)$$

การแก้สมการเชิงเส้น  $n$  ตัวแปรเพื่อหาค่าประจุ  $Q$  นี้ทำได้หลายวิธี แต่เพื่อลดความผิดพลาดในการปิดเศษ และตัดปัญหาการหารด้วยศูนย์ เราจึงใช้วิธีของ Gaussian elimination with maximum pivoting เมื่อสามารถหาคำตอบของสมการได้แล้ว เราจำเป็นต้องตรวจสอบว่าค่าของประจุที่คำนวณได้ถูกต้องมากน้อยเพียงใด และใช้ได้อย่างเหมาะสมกับเงื่อนไขขอบเขตหรือไม่ เราจึงจำเป็นต้องกำหนด จุดทดสอบ  $m$  จุด เรียกว่า check point แล้วนำค่าประจุที่ได้จากการคำนวณข้างต้นมาหาค่าศักย์ที่จุดทดสอบเหล่านี้โดยใช้วิธีของ Superposition เช่นเดิม

ความแตกต่างระหว่างค่าของศักย์ที่หาได้ที่จุดทดสอบเหล่านี้กับค่าจริงของมันที่เราทราบ( ปรกติมักจะเลือกจุดทดสอบที่ผิววงโคจรซึ่งเราทราบค่าศักย์อยู่แล้ว ) จะแสดงถึงความแม่นยำ และถูกต้องของการจำลองประจุ

ถ้าความผิดพลาดในการจำลองประจุอยู่ในย่านที่ยอมรับได้เราจะนำค่าขนาดและตำแหน่งของประจุที่ได้ไปคำนวณหาค่าศักย์และสนามไฟฟ้าที่จุดใดๆ ได้ โดยศักย์หาได้จากวิธีของ Superposition และสนามหาได้จาก Superposition ของขนาดและทิศทางของแต่ละส่วนประกอบตามแนวแกน ตัวอย่างเช่น

ในระบบคาที่เขียน ที่  $x$  โคออร์ดิเนต

$E_x$  จะสามารถหาได้จาก

$$E_x = \sum_{j=1}^n \frac{\partial P}{\partial x} Q_j = \sum_{j=1}^n (f_{ij})_x Q_j \dots\dots\dots (3.7)$$

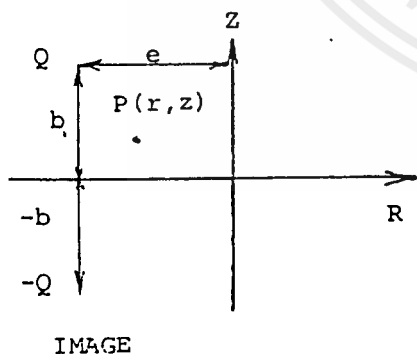
เมื่อ  $f_{ij}$  คือ field intensity coefficients ในแกน x

หลักที่สำคัญในการคำนวณโดยวิธีจำลองประจุคือ

1. การเลือกชนิดของประจุจำลองให้เหมาะสมกับระบบที่พิจารณา
2. เลือกตำแหน่งที่เหมาะสมของประจุแต่ละตัวและ contour point

สำหรับชนิดของประจุที่ใช้ในการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของความต่างศักย์เพื่อวิเคราะห์หาคำตอบโดยทั่วไปมีดังนี้

1. จุดประจุ ( point charge )

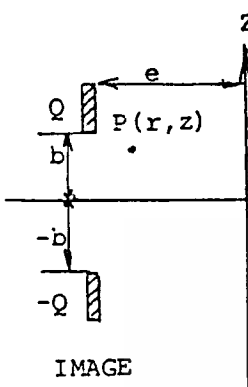


$$\begin{aligned} \phi(r, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{\sqrt{(r-e)^2 + (z-b)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(r-e)^2 + (z+b)^2}} \right] \\ E_R(r, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{r-e}{\left(\sqrt{(r-e)^2 + (z-b)^2}\right)^3} - \frac{r-e}{\left(\sqrt{(r-e)^2 + (z+b)^2}\right)^3} \right] \\ E_Z(r, z) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{z-b}{\left(\sqrt{(r-e)^2 + (z-b)^2}\right)^3} - \frac{z+b}{\left(\sqrt{(r-e)^2 + (z+b)^2}\right)^3} \right] \end{aligned}$$

รูปที่ 3.2 ประจุจำลองแบบจุด ( point charge )

2. ประจุแบบเส้น

- Finite straight line charge



เมื่อ  $Q'$  เป็นความหนาแน่นของประจุจำลองต่อความยาว

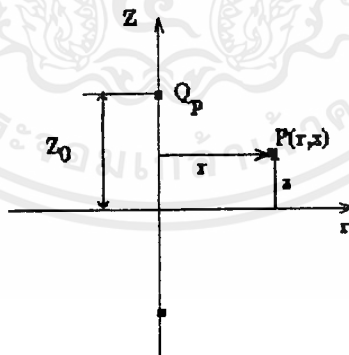
$$\phi(r, z) = \frac{Q'}{4\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{(b+z)/(r+e) + \sqrt{((b+z)/(r-e))^2 + 1}}{(b-z)/(r-e) + \sqrt{1 + ((b-z)/(r-e))^2}} \right]$$

$$E_z(r, z) = \frac{Q'}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{1}{\sqrt{(b+z)^2 + (r-e)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(b-z)^2 + (r-e)^2}} \right]$$

$$E_r(r, z) = \frac{Q'}{4\pi\epsilon} \left[ \frac{r-e}{((b+z) + \sqrt{(b+z)^2 + (r-e)^2})\sqrt{(b+z)^2 + (r-e)^2}} - \frac{r-e}{((b-z) + \sqrt{(b-z)^2 + (r-e)^2})\sqrt{(b-z)^2 + (r-e)^2}} \right]$$

รูปที่ 3.3 ประจุเชิงเส้นแบบอนันต์ ( infinite straight line charge )

- Semifinite straight line charge



รูปที่ 3.4 ประจุเชิงเส้นแบบกึ่งอนันต์ ( semifinite straight line charge )

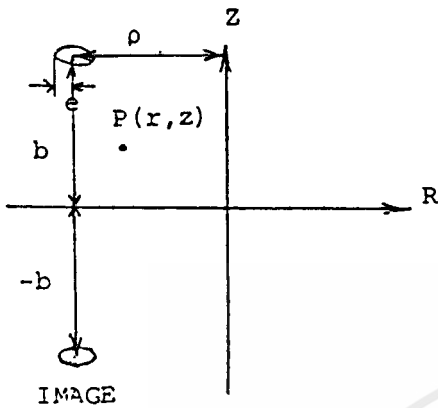
$$P(r, z, z_0) = \text{Ln} \left( \frac{z_0 + z + \sqrt{r^2 + (z_0 + z)^2}}{z_0 - z + \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}} \right)$$

$$E_r(r, z, z_0) = \frac{Q_l}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + (z_0 + z)^2} [z_0 + z + \sqrt{r^2 + (z_0 + z)^2}]} - \frac{r}{\sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2} [z_0 - z + \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}]} \right\}$$

$$E_z(r, z, z_0) = \frac{Q_l}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{1 + (z_0 + z) / \sqrt{r^2 + (z_0 + z)^2}}{z_0 + z + \sqrt{r^2 + (z_0 + z)^2}} + \frac{1 + (z_0 - z) / \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}}{z_0 - z + \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}} \right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ประจุแบบวงแหวน (Ring charge)



$$\phi(r, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\text{CEL } 1(K_1)}{\sqrt{(r+e)^2 + (z-d)^2}} - \frac{\text{CEL } 1(K_2)}{\sqrt{(r+e)^2 + (z+d)^2}} \right]$$

เมื่อ  $d = b - z$

$$r = \rho - R'$$

$$K_1 = \frac{4re}{\sqrt{(z-d)^2 + (r+e)^2}}$$

$$K_2 = \frac{4re}{\sqrt{(z+d)^2 + (r+e)^2}}$$

รูปที่ 3.5 ประจุเชิงเส้นแบบวงแหวน

$$E_z(r, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{2}{\pi} \left[ \frac{(z-d) \text{CEL } 1(K_1)}{\sqrt{(r+e)^2 + (z-d)^2} \sqrt{(r-e)^2 + (z-d)^2}} - \frac{(z+d) \text{CEL } 1(K_2)}{\sqrt{(r+e)^2 + (z+d)^2} \sqrt{(r-e)^2 + (z-d)^2}} \right]$$

$$E_R(r, z) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{\pi r} \left[ \frac{(e^2 - r^2 + (z-d)^2) \text{CEL } 1(K_1) - ((r-e)^2 + (z-d)^2) \text{CEL } 2(K_1)}{\sqrt{(r+e)^2 + (z-d)^2} \sqrt{(r-e)^2 + (z-d)^2}} - \frac{(e^2 - r^2 + (z+d)^2) \text{CEL } 1(K_2) - ((r-e)^2 + (z+d)^2) \text{CEL } 2(K_2)}{\sqrt{(r+e)^2 + (z+d)^2} \sqrt{(r-e)^2 + (z+d)^2}} \right]$$

โดยที่ CEL 1 (K) และ CEL 2 (K) เป็นอีลิปติกอินทิกรัลประเภทที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ คือ

$$\begin{aligned} \text{CEL } 1(K) &= \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{1}{4} K^2 + \frac{9}{64} K^4 + \frac{25}{256} K^6 + \frac{1225}{16384} K^8 + \dots \right) \\ &= \frac{\pi}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{(1/2)_m K^m}{m!} \right]^2 \end{aligned}$$

เมื่อ  $(1/2)_m$  คือ ผลคูณ จำนวนของ  $(1/2)(1/2+1)(1/2+2) \dots$

2) CEL 2 (K) is the complete elliptic integral of the second kind

$$\begin{aligned} \text{CEL } 2(K) &= \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{4} K^2 - \frac{3}{64} K^4 - \frac{5}{256} K^6 - \frac{175}{16385} K^8 - \dots \right) \\ &= \frac{\pi}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{1-2m} \frac{(-1/2)^2 K^{2m}}{m!} \end{aligned}$$

เมื่อ  $(-1/2)_m$  คือ  $\frac{(-1/2)(-1/2-1)\dots(-1/2-m+1)}{m!}$

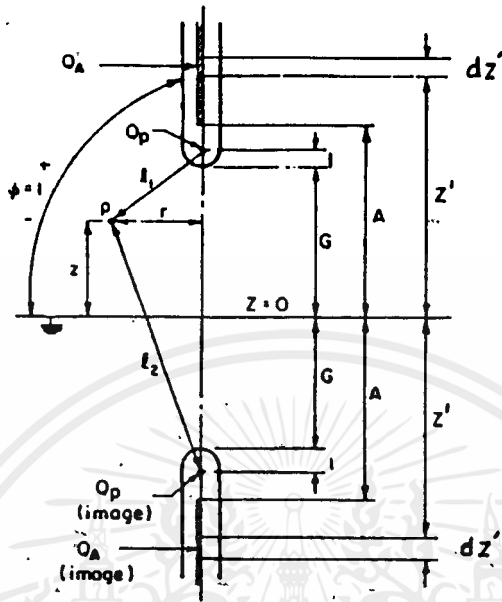
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### การเพิ่มประสิทธิภาพของการจำลองประจุ

เนื่องจากเราแทนประจุทั้งหมดในระบบด้วย discrete charge ดังนั้นจึงต้องเลือกตำแหน่งและจำนวนรวมทั้งชนิดของประจุให้ถูกต้องและเหมาะสมกับระบบที่พิจารณา เพื่อจะสามารถให้ความถูกต้องได้เท่าที่ต้องการ การเลือกชนิดของประจุที่ซับซ้อนจะทำให้การคำนวณซับซ้อนไปด้วย การใช้จำนวนประจุมากเกินไปจะเสียเวลาในการคำนวณมากขึ้น ซึ่งการเพิ่มประสิทธิภาพของการจำลองประจุผู้อ่านสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก A. Yialisis และ E. Kuffel



การหาค่าสนามไฟฟ้าในอิเล็กโทรดแบบ rod - rod



รูปที่ 3.6 แสดงการใช้ประจุเลียนแบบพร้อมทั้ง image charge

เพื่อให้่ายในการคำนวณและให้สามารถใช้ได้กับระยะแยกและขอบเขตที่แตกต่างกันเราจะใช้การคำนวณในรูป Per unit ซึ่งแสดงตามรูปที่ 3.6 เมื่อรัศมีปลาย rod เท่ากับ 1 หน่วยและระยะแยกเป็นอัตราส่วนของระยะแยกจริงต่อขนาดรัศมีจริง ระนาบในระบบจะแทนโดยใช้วิถีภาพเสมือนและศักย์ไฟฟ้าเท่ากับ 1 และให้ค่าคงตัวของฉนวนมีค่าคงที่

โดยวิธี Superposition ศักย์ไฟฟ้าที่จุด P(x,z) ใด ๆ หาได้จากผลรวมของศักย์เนื่องมาจากประจุแต่ละตัว ซึ่งประจุใน rod เราจะจำลองด้วยจุดประจุ 1 จุด ที่อยู่ที่จุดศูนย์กลางของส่วนโค้งวงกลม หรือจุด (0,G+1) เมื่ออยู่ในโคออร์ดิเนต r,z และ จำลองท่อทรงกระบอกด้วยประจุแบบเส้นแบบ Semi infinite ที่อยู่ในแนวแกน z หรือ จุด (0,A) เมื่อ  $A \geq G+1$

ดังนั้น จะได้ค่าศักย์ไฟฟ้า  $\phi$  ที่จุด (x,z) ใด ๆ คือ

$$\begin{aligned} \phi(r, z) &= \left(\frac{Q_p}{l_1} - \frac{Q_p}{l_2}\right) + \sum_{j=1}^n \left[ Q_j \int_{A_j}^{\infty} \frac{dz'}{\sqrt{r^2 + (z'-z)^2}} - Q_j \int_{A_j}^{\infty} \frac{dz'}{\sqrt{r^2 + (z'+z)^2}} \right] \\ &= Q_p P(r, z) + \sum_{j=1}^n Q_j V(r, z; A_j) \quad \dots\dots\dots (3.8) \end{aligned}$$

เมื่อ  $Q_p$  คือ ประจุแบบจุด

$Q_j$  คือ ประจุแบบเส้นต่อความยาวซึ่งมี n ตัว โดยเริ่มที่จุด (0, A<sub>j</sub>)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในที่สุด เมื่อกระจายพจน์ออกจะได้ว่า

$$P(r,z) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+1-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+1+z)^2}} \dots\dots\dots ( 3.9 )$$

และ

$$V(r,z;A_j) = Ln\left(\frac{A_j + z + \sqrt{r^2 + (A_j + z)^2}}{A_j - z + \sqrt{r^2 + (A_j - z)^2}}\right) \dots\dots\dots ( 3.10 )$$

ค่าสนามไฟฟ้า E ที่จุด ( r, z ) ใด ๆ จะเป็นดังนี้

$$E(r,z) = -\nabla \phi(r,z) = -\left[ \frac{\partial}{\partial r} \phi(r,z)r + \frac{\partial}{\partial z} \phi(r,z)z \right]$$

แทนค่าสมการ ( 3.6 ) จะได้

$$E(r,z) = -\left\{ \left[ Q_p \frac{\partial}{\partial r} P(r,z) + \sum_{j=1}^n Q_j \frac{\partial}{\partial r} V(r,z;A_j) \right] \cdot r + \left[ Q_p \frac{\partial}{\partial z} P(r,z) + \sum_{j=1}^n Q_j \frac{\partial}{\partial z} V(r,z;A_j) \right] \cdot z \right\} \dots\dots\dots(3. 11 )$$

เมื่อ

$$\frac{\partial}{\partial r} P(r,z) = \frac{-r}{\sqrt{[r^2 + (G+1-z)^2]^3}} + \frac{r}{\sqrt{[r^2 + (G+1+z)^2]^3}}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} P(r,z) = \frac{G+1-z}{\sqrt{[r^2 + (G+1-z)^2]^3}} + \frac{G+1+z}{\sqrt{[r^2 + (G+1+z)^2]^3}}$$

$$\frac{\partial V(r,z;A)}{\partial r} = \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + (A+z)^2} [A+z + \sqrt{r^2 + (A+z)^2}]} - \frac{r}{\sqrt{r^2 + (A-z)^2} [A-z + \sqrt{r^2 + (A-z)^2}]} \right\}$$

$$\frac{\partial V(r,z;A)}{\partial r} = \left\{ \frac{1+(A+z)/\sqrt{r^2 + (A+z)^2}}{A+z + \sqrt{r^2 + (A+z)^2}} + \frac{1+(A-z)/\sqrt{r^2 + (A-z)^2}}{A-z + \sqrt{r^2 + (A-z)^2}} \right\}$$

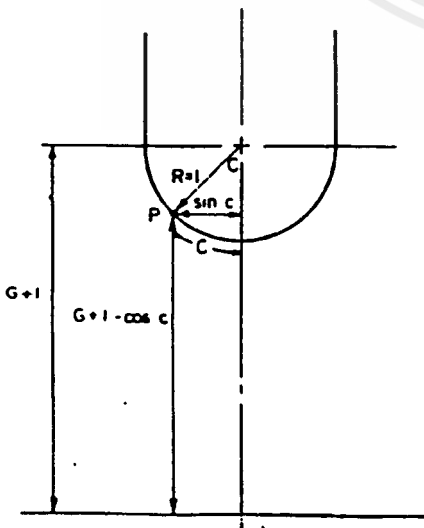
**การกำหนดเงื่อนไขขอบเขต**

เงื่อนไขขอบเขตของแท่งขั้วไฟฟ้าสมมุติว่ามีสองส่วน คือ ส่วนที่เป็นทรงกระบอกและส่วนที่เป็นครึ่งทรงกลม เงื่อนไขขอบเขตอันอื่นได้แก่ ระบายที่ผ่านจุด  $z = 0$  ดังนี้

ส่วนที่เป็นทรงกระบอกของแท่งขั้วไฟฟ้า

ค่าศักดาที่ผิวของส่วนที่เป็นแท่งทรงกระบอกของแท่งขั้วไฟฟ้าถูกสมมติให้มีค่าเท่ากับค่าศักดาไฟฟ้าของแท่งขั้วไฟฟ้าซึ่งมีค่าเป็น 1 ดังนั้น

$$\phi(r, z_i) = 1, \quad z_i \geq G+1 \quad \dots\dots\dots (3.12)$$



รูปที่ 3.7 โคออร์ดิเนตของปลายแท่งขั้วไฟฟ้าในทอมพารามิเตอร์ C

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนที่เป็นปลายครึ่งทรงกลมของแท่งขั้วไฟฟ้า

ค่าศักดาที่จุดใด ๆ ของส่วนที่เป็นครึ่งทรงกลมของแท่งขั้วไฟฟ้าถูกสมมุติให้เป็น 1

พิจารณารูป 3.6

$$r = \sin c$$

$$z = G + 1 - \cos c$$

เพราะฉะนั้น

$$\phi(c) = Q_p P(c) + \sum_{j=1}^n Q_j V(c; A_j)$$

เมื่อ

$$P(c) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\sin^2 c + (2F - \cos c)^2}}$$

และ

$$V(c; A) = \text{Ln} \left[ \frac{A + F - \cos c + \sqrt{\sin^2 c + (A + F - \cos c)^2}}{A - F + \cos c + \sqrt{\sin^2 c + (A - F + \cos c)^2}} \right]$$

เมื่อ  $F = G + 1$

$$\phi(c)|_{c=0} = \phi(0) = 1 \dots\dots\dots ( 3.13 )$$

$$\left. \frac{d^n \phi(c)}{dc^n} \right|_{c=0} = \phi_{nc}(0) = Q_p P_{nc}(0) + \sum_{j=1}^n Q_j V_{nc}(0; A_j) = 0$$

$$n = 2, 4, \dots$$

เลือกค่า  $n = 2$  และ  $n = 4$  ก็พอเพียงสำหรับเงื่อนไขของ equipotential surf.ace ขนาด 1 หน่วยของส่วนปลายครึ่งทรงกลมของไฟฟ้า ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{1c}(0) = 0 \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

$$P_{2c}(0) = \frac{2F}{(2F-1)^3} \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

$$P_{4c}(0) = \frac{-2F}{(2F-1)^3} - \frac{36F^2}{(2F-1)^5} \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

$$V_{1c}(0; A_j) = 0 \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

$$V_{2c}(0; A_j) = \left\{ \left[ \frac{1}{A_j + G} - \frac{1}{A_j - G} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(A_j + G)^2} - \frac{1}{(A_j - G)^2} \right] \right\} \dots (3.18)$$

$$V_{4c}(0; A_j) = \left\{ \frac{9}{4} \left[ \frac{-1}{(A_j + G)^4} + \frac{1}{(A_j - G)^4} \right] - 6 \left[ \frac{1}{(A_j + G)^3} + \frac{1}{(A_j - G)^3} \right] \right. \\ \left. + 5 \left[ \frac{-1}{(A_j + G)^2} + \frac{1}{(A_j - G)^2} \right] - \left[ \frac{1}{(A_j + G)} + \frac{1}{(A_j - G)} \right] \right\} \dots\dots\dots (3.19)$$

**ส่วนที่เป็นระนาบ**

ค่าศักดาไฟฟ้าของจุดใด ๆ บนระนาบที่  $z=0$  ถูกกำหนดให้มีค่าเป็น 0 ซึ่งเงื่อนไขนี้จะสอดคล้องพอดีกับการกำหนด image charge ซึ่งถูกวางอย่างสมมาตร เมื่อเทียบกับระนาบอันนี้

**การเลือกตัวแปร  $A_j$  และ  $z_i$ .**

เพื่อที่จะได้ค่า equipotential surface มีค่าหนึ่งหน่วยบนผิวของแท่งขั้วไฟฟ้าจะต้องทำการเลือกค่าตัวแปร  $z_i$  และ  $A_j$  ให้เหมาะสมกล่าวคือจะต้องทำการเลือกตำแหน่งของ  $z_i$  บนผิวของแท่งขั้วไฟฟ้าและตำแหน่งของ  $A_j$  ตามแนวแกน รวมทั้งต้องทำการพิจารณาจำนวนของจุด  $z_i$  และ  $A_j$  ว่าควรใช้กี่จุดจึงจะเหมาะสมที่สุด

ได้มีการคำนวณหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าตามผิวของแท่งขั้วไฟฟ้าโดยเลือก  $z_i$  และ  $A_j$  ต่าง ๆ กันโดยใช้ค่า  $G$  อยู่ระหว่าง 50 และ 500 ผลการคำนวณสามารถพิจารณาได้ว่าจะได้รับ

equipotential surface ขนาด 1 หน่วยตามผิวของไฟฟ้าเมื่อ  $i=7$  และ  $j=9$  และเมื่อ A1 ถึง A5 ถูกวางอยู่ระหว่างช่วง  $z_1 = G+1$  ถึง  $z_2 = G+2$  และ A6 ถึง A9 ถูกวางสลับกันอยู่ระหว่างจุด  $Z_3$  ถึง  $Z_7$

$z_i$	$G+1$	$G+2$	$G+5$	$G+15$	$G+40$	$G+140$	$G+440$		
$A_j$	$G+1$	$G+1.1$	$G+1.2$	$G+1.5$	$G+2$	$G+10$	$G+25$	$G+90$	$G+240$

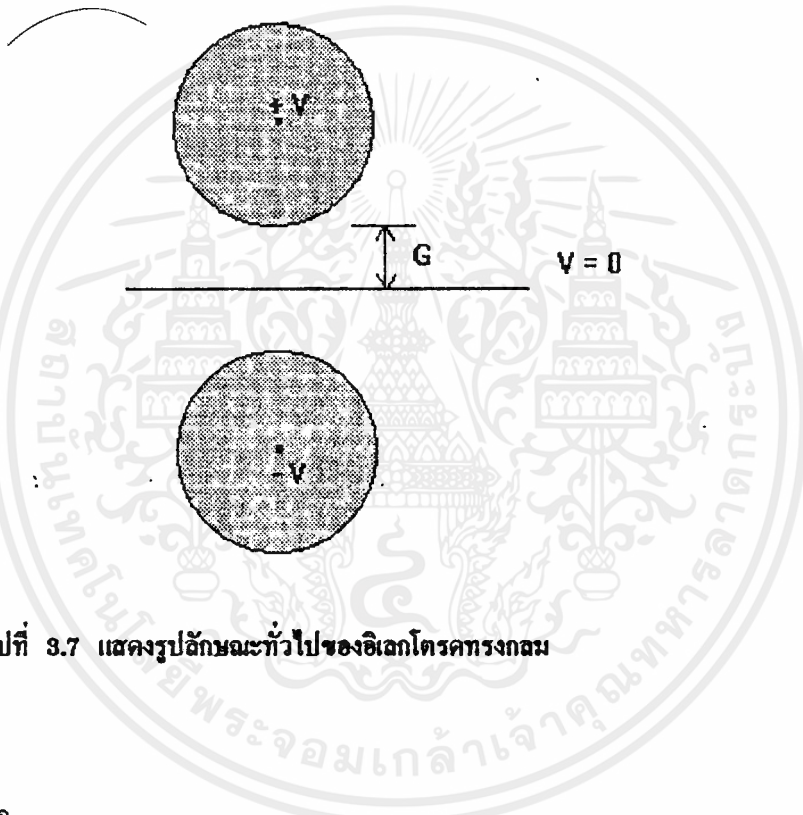
ตารางที่ 3.1 แสดงค่าตำแหน่งของประจุบนแผ่นและ contour point

ค่าของ  $z_i$  และ  $A_j$  ที่เลือกในตารางที่ 3.1 สำหรับ  $z_j$  และ  $A_j$  สามารถให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดและใกล้เคียงกับเงื่อนไขขอบเขตของผิวของแท่งขั้วไฟฟ้าสำหรับ equipotential surface ขนาดหนึ่งหน่วย

สำหรับโปรแกรมและโปรแกรมที่ได้แสดงไว้แล้วในบทที่ 4

## การหาค่าสนามไฟฟ้าในอิเล็กโตรดทรงกลม

อิเล็กโตรดทรงกลมได้ถูกใช้กันมากในการทดลองหรือทดสอบทางไฟฟ้าแรงดันสูงซึ่งจะให้สนามไฟฟ้าที่ไม่สม่ำเสมอ สำหรับการหาสนามไฟฟ้าในปริภูมิภายในเล่มนี้จะใช้วิธีคำนวณโดยใช้วิธี การจำลองประจุ ( Charge Simulation Method ) ซึ่งเพื่อความสะดวกเราจะคำนวณในรูป Per unit เพื่อดูการกระจายของศักย์และสนาม ในแก๊ปที่อยู่ระหว่างอิเล็กโตรดทรงกลม

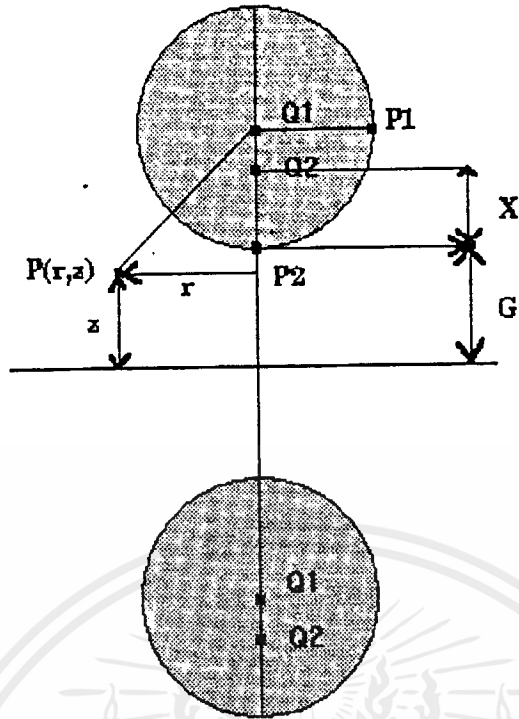


รูปที่ 3.7 แสดงรูปลักษณะทั่วไปของอิเล็กโตรดทรงกลม

### หลักการเบื้องต้น

#### 1. การสมมติประจุ

เนื่องจากอิเล็กโตรดเป็นรูปทรงกลมดังนั้นประจุจำลองที่เหมาะสมน่าจะเป็นประจุแบบจุด เราจึงสร้างการจำลองประจุขึ้นมา โดยจำลองว่าศักย์และสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในแก๊ป จะเกิดขึ้นเนื่องมาจากประจุ 2 ตัว โดยตัวที่ 1 อยู่ที่จุดศูนย์กลางทรงกลมและประจุตัวที่สองอยู่ระหว่างประจุตัวแรกกับผิวทรงกลมตามแนวแกนคิง ตามรูปที่ 3.8



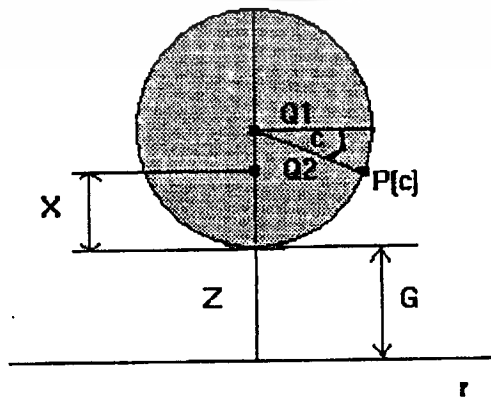
รูปที่ 3.8 แสดงการจำลองประจุและ contour point

2. การกำหนด Contour point

เนื่องจากเราสนใจศักย์และสนามไฟฟ้าที่อยู่ในแถบระหว่างทรงกลมดังนั้นเพื่อให้ Contour point ของเราครอบคลุมพื้นที่ได้พอเพียงเราจึงกำหนด Contour point ที่ จุด P1 และ P2 ที่ตำแหน่ง  $(0, G)$  และ  $(1, G+1)$  เมื่อพิจารณาตามโคออร์ดิเนต  $r, z$  ตามรูปที่ 3.8

3. การตรวจสอบความแม่นยำ

เราจะใช้จุดทดสอบ 19 จุดบนผิววงกลมทรงกลม โดยเริ่มจากจุดที่  $C = 0$  ( ดูรูป 3.9 ประกอบ ) เลื่อนค่า  $C$  ไปทีละ 5 องศา จนกว่าจะถึง 90 องศา ถ้าต้องการความละเอียดมากกว่านี้ก็สามารถทำได้โดยให้เลื่อนค่า  $C$  น้อยกว่า 5 องศาตามที่เรากำลังต้องการ



### ขั้นตอนการคำนวณ

พิจารณารูป 3.8 เราให้จุดกึ่งกลางของอิลิปโตรด์ทั้งสองอยู่ที่จุดตัดโคออร์ดิเนตเพื่อให้ง่ายในการพิจารณาและเนื่องจากระบบนี้สมมาตรแบบทรงกระบอกดังนั้น เราสามารถแทนจุดใด ๆ ในระบบนี้ด้วยแกนเพียง 2 แกน คือ  $r$  และ  $z$  และที่ระนาบ  $z = 0$  จะมีศักย์เป็นศูนย์เสมอ

จาก Superposition ศักย์ไฟฟ้า  $\phi$  ที่จุด  $P(r,z)$  ใดๆ จะเท่ากับผลรวมของศักย์ที่มาจากประจุแต่ละตัวซึ่งในระบบที่เรากำลังพิจารณาเราแทนด้วยจุดประจุ 2 ตัว

ตัวที่ 1  $Q_1$  อยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมหรือที่จุด  $(0, G+1)$

ตัวที่ 2  $Q_2$  อยู่บนแกน  $z$  ระหว่างประจุตัวที่ 1 กับผิวทรงกลมไปตามแนวแกน  $z$  หรือแทนด้วย จุด  $(0, G+x)$

พิจารณารูปที่ 3.8 ศักย์ไฟฟ้า  $\phi$  ที่จุด  $P(r,z)$  ใดๆ หาได้จาก

$$\phi(r,z) = P_{Q_1}(r,z) \cdot Q_1 + P_{Q_2}(r,z) Q_2 \dots\dots\dots (3.20)$$

เมื่อ  $P_{Q_1}$  คือ สัมประสิทธิ์ความต่างศักย์ของระหว่างจุด  $P(r,z)$  กับ ประจุ  $Q_1$

$P_{Q_2}$  คือ สัมประสิทธิ์ความต่างศักย์ของระหว่างจุด  $P(r,z)$  กับ ประจุ  $Q_2$

$Q_1, Q_2$  คือ จุดประจุสมมติ

ซึ่งค่า  $P_{Q_1}, P_{Q_2}$  สามารถหาได้จาก

$$P_{Q_1}(r,z) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+1-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+1+z)^2}} \dots\dots\dots (3.21)$$

$$P_{Q_2}(r,z,x) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+x-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+x+z)^2}} \dots\dots\dots (3.22)$$

และจะได้ว่าสนามไฟฟ้าที่จุด  $(r,z)$  ใดๆ เท่ากับ

$$E(r,z,x) = -\nabla\phi(r,z,x) = -\left\{ \frac{\partial}{\partial r} \phi(r,z,x) \cdot r + \frac{\partial}{\partial z} \phi(r,z,x) \cdot z \right\} \dots\dots\dots (3.23)$$

จากสมการ 3.20 จะได้

$$E(r,z,x) = -\left\{ \frac{\partial}{\partial r} (Q_1 \cdot P_{Q_1}(r,z) + Q_2 \cdot P_{Q_2}(r,z,x)) \cdot r + \frac{\partial}{\partial z} (Q_1 \cdot P_{Q_1}(r,z) + Q_2 \cdot P_{Q_2}(r,z,x)) \cdot z \right\}$$

ซึ่งเมื่อกระจายให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแล้วจะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial r} P_{Q_1}(r,z) = \frac{-r}{\sqrt{(r^2 + (G+1-z)^2)^3}} + \frac{r}{\sqrt{(r^2 + (G+1+z)^2)^3}}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} P_{Q2}(r, z, x) = \frac{-r}{\sqrt{(r^2 + (G+x-z)^2)^3}} + \frac{r}{\sqrt{(r^2 + (G+x+z)^2)^3}}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} P_{Q1}(r, z) = \frac{(G+1-z)}{\sqrt{(r^2 + (G+1-z)^2)^3}} + \frac{(G+1+z)}{\sqrt{(r^2 + (G+1+z)^2)^3}}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} P_{Q2}(r, z, x) = \frac{(G+x-z)}{\sqrt{(r^2 + (G+x-z)^2)^3}} + \frac{(G+x+z)}{\sqrt{(r^2 + (G+x+z)^2)^3}} \dots\dots\dots ( 3.24 )$$

**เงื่อนไขขอบเขต**

เนื่องจาก Contour point ที่เราเลือกคือ ที่จุด P1 และ P2 นั้น เมื่อแปลงให้อยู่ในโคออร์ดิเนต (r,z) จะได้ว่าจุด P1 และ P2 อยู่ที่ตำแหน่ง (0,G) และ (1, G+1) ตามลำดับ ถ้าให้ Pij คือ สัมประสิทธิ์ความต่างศักย์ที่จุด i เนื่องจากประจุ j จะได้ว่า

$$P_{11} = 1 - \frac{1}{2G+1}$$

$$P_{12} = \frac{1}{x} - \frac{1}{2G+x}$$

$$P_{21} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+4(G+1)^2}}$$

$$P_{22} = \frac{1}{\sqrt{1+(1-x)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+(2G+x+1)^2}}$$

เราจะได้สมการเชิงเส้น 2 สมการซึ่งเขียนในรูปเมทริกได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots ( 3.25 )$$

**การเลือกตำแหน่งของประจุ Q2 ที่เหมาะสมที่สุด**

เราจะใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ที่ง่าย ๆ ในการหาจุดที่เหมาะสมที่สุดโดยการกำหนดจุดทดสอบ 19 จุดบนผิวอิลลิปโตรคดั่งที่ได้กล่าวมาแล้ว จากรูปที่ 3. จะได้ว่า

สำหรับประจุ Q1 จะได้ 
$$P_1(c) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\cos^2 c + (2F - \sin c)^2}} \dots\dots\dots ( 3.26 )$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับประจ  $Q_2$  จะได้

$$P_2(c) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 c + (y - \sin x)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\cos^2 c + (2(G+x) + y - \sin c)^2}} \dots\dots\dots (3.27)$$

เมื่อ  $P_1, P_2$  คือสัมประสิทธิ์ความต่างศักย์เนื่องจาก  $Q_1$  และ  $Q_2$

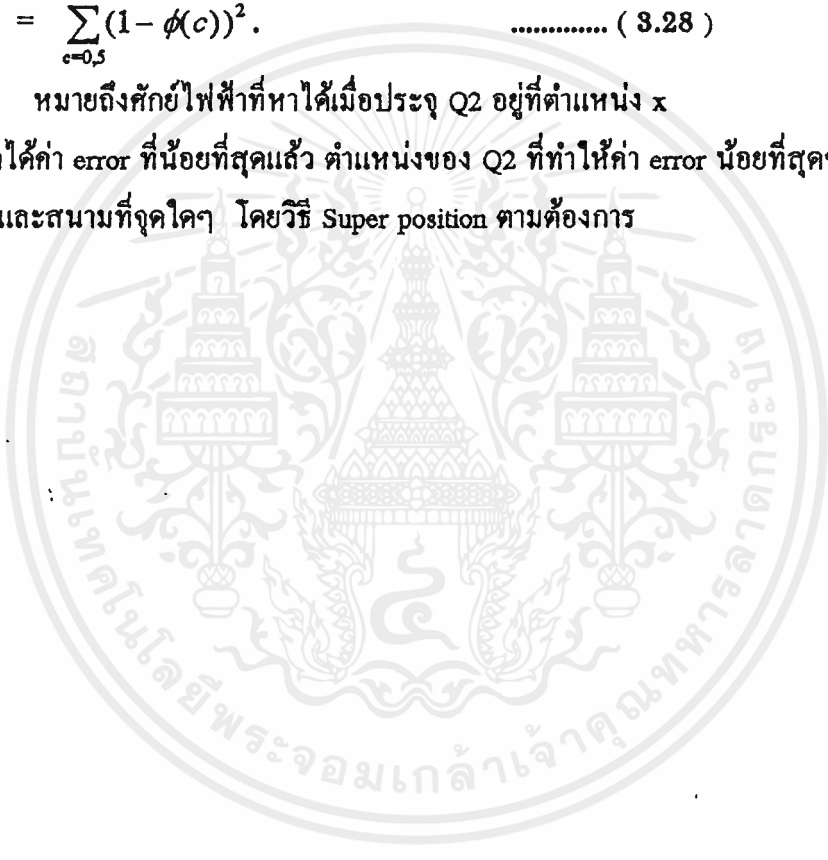
$$\text{และ } F = G+1, y=1-x$$

โดยอาศัยหลักว่าตำแหน่งที่เหมาะสมที่สุดย่อมได้ค่าความผิดพลาดน้อยที่สุดดังนั้น สำหรับค่า  $x$  ค่าหนึ่งจะให้ผลรวมความผิดพลาดมาค่าหนึ่งสำหรับจุดทดสอบที่เรากำหนดเราจะเลื่อนค่า  $x$  ไปตามแนวแกน  $z$  จาก 0 ถึง 1 เพื่อเลือกค่า error ที่น้อยที่สุดตามสมการ

$$\text{error} = \sum_{c=0.5}^{90} (1 - \phi(c))^2 \dots\dots\dots (3.28)$$

เมื่อ  $\phi(c)$  หมายถึงศักย์ไฟฟ้าที่หาได้เมื่อประจ  $Q_2$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $x$

เมื่อเราได้ค่า error ที่น้อยที่สุดแล้ว ตำแหน่งของ  $Q_2$  ที่ทำให้ค่า error น้อยที่สุดจะถูกใช้เพื่อคำนวณหาศักย์และสนามที่จุดใดๆ โดยวิธี Super position ตามต้องการ



## บทที่ 4

### หลักการออกแบบโปรแกรม

เหตุที่ต้องใช้ภาษาซีในการเขียนโปรแกรมเพราะเป็นภาษาชั้นสูงที่ทำงานได้เร็วเท่าภาษาชั้นต่ำ เช่นภาษาแอสเซมบลี ยังมี library ที่มีคำสั่งมาตรฐานไว้มากมายสามารถประยุกต์ใช้กับงานโปรแกรมได้อย่างกว้างขวาง รวมทั้งสามารถ link กับภาษาอื่น ๆ ได้ง่าย และสามารถติดต่อกับระบบ hardware ของเครื่องได้เช่นเดียวกับภาษาแอสเซมบลี

#### ส่วนประกอบของโปรแกรมแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้า

เนื่องจากโปรแกรมนี้อาศัยระดับสีค่อนข้างมาก จึงต้องใช้กับจอคอมพิวเตอร์ที่เป็น Supervga color เท่านั้น โดยโปรแกรมนี้อาศัยความละเอียดของจอเท่ากับ 640 x 480 pixel เท่านั้น มิฉะนั้นภาพที่ได้จะมีขนาดเล็กหรือใหญ่เกินไปเมื่อเทียบกับจอ และโปรแกรมนี้อาจประกอบด้วยโปรแกรมย่อย ๆ หลายโปรแกรม ซึ่งมีดังนี้คือ

1) โปรแกรมเลือก Driver โดยจะต้องเลือก Driver ที่เหมาะสมกับการ์ด VGA ของเครื่อง เหตุที่ต้องทำการเลือก driver เพราะสีที่ใช้ในโปรแกรมนี้อาจให้เลือกถึง 16 สี (แต่จะใช้สีบนจอได้เพียง 256 สีเท่านั้น) การที่จะทำให้แต่ละจุดมีค่าความเข้มของสีได้มากขนาดนี้ จะต้องใช้โปรแกรมที่สามารถเปลี่ยนระบบของหน้าจอคอมพิวเตอร์ให้เก็บค่าสีได้มากถึง 256 สีในแต่ละครั้ง โดยที่ Driver ที่ถูก Load ลงระบบนั้นจะต้องเหมาะสมกับ VGA card ซึ่งจะใช้ได้อยู่ 4 ยี่ห้อเท่านั้นคือ TESENG ET4000, TRIDENT 8900, S3 VESA VGA , VESA VGA.

ดังนั้น ก่อนการ RUN โปรแกรมทุกครั้ง จะต้อง Load driver ซึ่งเป็นไฟล์ .EXE ที่เหมาะสมกับ VGA card ก่อน.

2) โปรแกรม EVEL.C เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโตรดที่เป็นรูปแท่ง(ROD) กับรูปแท่ง(ROD) โดยใช้สูตรตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น

3) โปรแกรม STOS.C เป็นโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโตรดที่เป็นทรงกลม(SPHERE) กับ ทรงกลม(SPHERE) โดยใช้สูตรตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น

4) โปรแกรม SCREEN.C เป็นโปรแกรมที่รวบรวมคำสั่งในการสร้างภาพกราฟฟิกไว้ เช่นเดียวกับ GRAPHICS.H ของภาษาซีเอง แต่สามารถกำหนดสีของภาพที่สร้างได้มากกว่า มีคำสั่ง setdac ในการกำหนดค่าของสี โดยคำสั่งนี้จะส่งข้อมูลที่ไปยังพอร์ตเพื่อไปกำหนดค่าของสีใน VGA card โดยตรง ทำให้สามารถเลือกสีได้ตามต้องการ ซึ่งมีวิธีใช้ดังนี้

จากคำสั่ง `setdac(A,R,G,B)` นี้ ตัวอักษรแต่ละตัวในคำสั่งจะมีความหมายดังนี้

A คือ ค่าดัชนี(index) ที่ใช้ในการบอกสี โดยแต่ละค่าของ A ก็จะมีค่าสีต่างกัน ซึ่งขึ้นอยู่กับค่า R,G,B ของเลขดัชนี A นั้น ซึ่ง A จะเป็นตัวเลขตั้งแต่ 0 - 255 เท่านั้น

โดยที่ R คือ ค่าของสีแดง ซึ่งจะบอกค่าระดับความเข้มเป็นตัวเลขตั้งแต่ 0 - 255

โดยที่ G คือ ค่าความเข้มที่เข้มที่สุด ส่วน 255 จะเป็นค่าความเข้มที่อ่อนที่สุด

G คือ ค่าของสีเขียว ซึ่งจะบอกค่าความเข้มเป็นตัวเลขเช่นเดียวกับ R

B คือ ค่าของสีน้ำเงิน ซึ่งจะบอกค่าความเข้มเป็นตัวเลขเช่นเดียวกับ R , G

ดังนั้น เมื่อใช้คำสั่งนี้แล้ว ก็จะได้ว่า ค่าดัชนี A นั้นมี สีแดง (R), สีเขียว(G) และสีน้ำเงิน (B) อย่างละเท่าไร เช่น `setdac(3,100,100,100)` ก็จะหมายความว่า ที่ค่าดัชนีเลข 3 นั้น มีสีแดง, สีเขียว และสีน้ำเงิน ซึ่งมีค่าระดับความเข้มเท่ากับ 100 ปนกันอยู่ ดังนั้นถ้าคำสั่งใดใช้ค่าเลขดัชนีสีดังกล่าวนี้ ก็จะได้สีที่ประกอบด้วยค่าสีดังกล่าว

ในโปรแกรมนี้ยังมีคำสั่งที่ใช้วาดภาพกราฟฟิก ดังต่อไปนี้คือ

`circle(x,y,radius,radio,color)` ใช้วาดวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับ radius และมีเลขดัชนี เท่ากับ color

`floodcircle(x,y,radius,radio,color)` ใช้วาดวงกลมทึบที่มีรัศมีเท่ากับ radius

`box(x1,y1,x2,y2,color)` ใช้วาดบล็อกจากจุดเริ่มต้น (x1,y1) ไปยังจุดปลาย (x2,y2)

`botton(x1,y1,x2,y2,main color,low color,bright color)` ใช้วาดปุ่มซึ่งมีขอบเป็นสี low color และ bright color โดยสีของปุ่มเป็น main color

`frame(x1,y1,x2,y2,color)` ใช้วาดกรอบรูป ซึ่งมีเลขดัชนีสี color

`putpixel(x,y,color)` ใช้ในการลงจุดสีที่ตำแหน่ง (x,y)

`outtextxy(x,y,size of characteristic,characteristic)` ใช้เขียนตัวหนังสือบนกราฟฟิกโหมด

5) โปรแกรมหลักซึ่งประกอบด้วย ส่วนของเมนู (menu) และส่วนแสดงผล (display) ทั้งรูปภาพฟิก 3 มิติและ 2 มิติ รวมทั้งการแสดงกราฟที่พล็อต (plot) ระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับ โวลเตจที่ป้อนเข้าไป , รัศมี และระยะระหว่างอิเล็กโตรดทั้งสอง (gap) ซึ่งจะได้อ่านในตอนต่อไป

### หลักในการใช้สีแทนค่าสีของสนามไฟฟ้า

ค่าสนามไฟฟ้าแต่ละค่าจะถูกแทนด้วยสีแต่ละสี แต่เนื่องจากสีมีมากถึง 16 ล้านสี จึงเลือก range ของสีออกมาเพียง 512 สี แต่บนจอคอมพิวเตอร์จะแสดงได้ทีละ 256 สีเท่านั้น ดังนั้นสีที่ได้อาจจะดูไม่เรียบเท่าที่ควร ซึ่งในโปรแกรมนี้อาจใช้สูตรหาสีดังนี้

$color = (30 - 1.5 * e) * 37.5 / 2.2$  ซึ่งค่า e คือ ค่าสนามไฟฟ้าที่คำนวณได้ เมื่อได้ค่า e มาแล้ว (ซึ่งจะมีค่าระหว่าง 0 - 512) เนื่องจากได้ทำตารางสีของเลขดัชนี 0 - 512 ไว้แล้ว ดังนั้นเมื่อได้ color มาแล้วเอาไปเทียบกับตารางก็จะได้ค่าสีที่เราต้องการตามดัชนีนั้น ๆ

การแสดงค่าความเข้มของสีจะเริ่มจากค่า ซึ่งแทนด้วยค่าสนามไฟฟ้าสูงสุด ต่อมาก็เป็นสีแดง, สีส้ม, สีเหลือง, สีเขียว, สีม่วง(บานเย็น), ฟ้า, น้ำเงิน, เทา, ขาว

### หลักในการสร้างรูป 3 มิติ , 2 มิติ และ กราฟ

1) การสร้างภาพ 2 มิติ เนื่องจากขนาดจอที่กำหนดไว้มีขนาดจำกัดในที่นี้จึงแสดงภาพของสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากอิเล็กโตรดได้แค่ 150 เซนติเมตร เท่านั้น ( โดยเอาอิเล็กโตรดเป็นจุดศูนย์กลาง ) ทำให้ระยะที่ไกลออกไปเกิน 150 เซนติเมตร ไม่ได้แสดงเอาไว้ในภาพ ส่วนภาพที่ใช้แสดงนั้นเป็นภาพที่เกิดจากการตัดภาพตามแนวอนที่ผิวของอิเล็กโตรดซึ่งมีความเข้มของสนามไฟฟ้าสูงกว่าทุกระดับของ gap การเทียบสีกับค่าความเข้มของสนามไฟฟ้าก็ใช้วิธีตามที่ได้กล่าวมาแล้วตามข้างต้น

ภาพที่ได้จะเกิดจากการคำนวณหาค่า  $E(x,y,z)$  ที่จุดใด ๆ ตามสูตรของแต่ละแบบของอิเล็กโตรด แล้วนำไปใส่ในสูตรที่ใช้หาค่าดัชนีสี ได้ค่าเท่าไรเอาไปเทียบกับตารางสีก็จะได้ค่าสีนั้นมา แล้วค่อยนำมาพล็อตลงบนจอ ซึ่งจะค่อย ๆ พล็อตทีละจุดบนจอ ทำให้เสียเวลาในการพล็อตพอสมควร และเนื่องจากลักษณะอิเล็กโตรดเป็นรูปร่างที่สมมาตร ทำให้สนามไฟฟ้าที่ระยะเดียวจากอิเล็กโตรด มีความเข้มสนามไฟฟ้าเท่ากันแต่ข้อพึงระวังก็คือสูตรที่ใช้ในการคำนวณ หาค่าสนามไฟฟ้าระหว่าง ROD กับ ROD ต้องป้อนค่า radius น้อยกว่า 1/3 เท่าของ gap และ SPHERE กับ SPHERE ต้องป้อนให้ radius มากกว่าหรือเท่ากับ gap เท่านั้น ค่าสนามไฟฟ้าที่ได้จากสูตรจึงจะมีค่าผิดพลาดน้อยที่สุดที่สามารถยอมรับได้

2) การแสดงภาพ 3 มิติ ทำได้โดยการหมุนแกน  $y$  กับ  $z$  ( แกน  $z$  ตั้งฉากกับหน้าจอ ) ทำให้เกิดแกนใหม่ขึ้นมาที่อยู่ระหว่าง  $y$  กับ  $z$  โดยให้แกน  $y$  ทำมุมกับหน้าจอเท่ากับ  $30$  องศาซึ่ง coordinate ของแกนใหม่( $y'$ ) จะเปลี่ยนตามค่าของ  $y$ ,  $z$  และค่า  $\cos$  ของ มุมที่ก้มลงจากเดิม การหา coordinate ใหม่ จะใช้สูตร

$$y' = y \cdot \cos(\theta) + z \cdot \sin(\theta)$$

โดยที่  $x' = x$  (เนื่องจากแกน  $x$  ยังอยู่ที่เดิม)

จากหลักการดังกล่าวทำให้เราสามารถสร้างภาพ 3 มิติ ที่มีมุมมองเปลี่ยนไปจากแนวที่ตั้งฉากกับจอคอมพิวเตอร์  $\theta$  องศา รูปภาพที่ได้จะเกิดจากอิเล็กโตรด 2 อิเล็กโตรด ที่มีขั้วต่างกัน แต่โวลเตจเท่ากันคือ  $+V$  และ  $-V$  ทำให้ภาพที่ได้มีลักษณะสมมาตรกันทั้งแนวตั้งและแนวนอน การเทียบค่าสีกับค่าความสนามไฟฟ้าก็ใช้หลักการเดียวกับการสร้างภาพ 2 มิติ โดยค่า gap สามารถป้อนได้สูงสุดได้แค่  $80$  เซนติเมตร เท่านั้นเนื่องจากขนาดจอจำกัด ส่วนค่าสนามไฟฟ้าสามารถแสดงได้แค่ค่าสนามไฟฟ้าที่ระยะห่างจากศูนย์กลางของอิเล็กโตรดเท่ากับ  $150$  เซนติเมตรและควรป้อนรัศมีของอิเล็กโตรดไม่เกิน  $30$  เซนติเมตร เพราะจะมีค่าสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงอยู่ในระยะที่เกิน  $150$  เซนติเมตรขึ้นไป ทำให้รูปภาพสนามไฟฟ้าง่ายๆ ไม่เหมือนจริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งอิเล็กโตรดที่เป็นทรงกลมทั้งคู่

ในการพล็อตค่าสนามไฟฟ้าในรูป 3 มิตินั้น จะใช้เวลาค่อนข้างมากโดยเฉพาะทรงกลมกับทรงกลม เนื่องจากต้องใช้เวลาในการหาค่าตำแหน่งของประจุที่มีผลต่อสนามไฟฟ้าที่ผิวมากที่สุด เมื่อเราป้อนค่า gap ยิ่งมากเท่าไร ก็จะใช้เวลามากในการสร้างภาพซึ่งส่วนนี้เป็นข้อเสียของโปรแกรมนี้

3) การแสดงกราฟ จากโปรแกรมเราสามารถเลือกกราฟได้ 3 แบบคือ

3.1) กราฟระหว่างความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับค่าโวลเตจที่ป้อนเข้า โดยจะหาค่าสนามไฟฟ้า ที่จุดหนึ่ง ในขณะที่เรากำลังเปลี่ยนค่าโวลเตจไป จาก  $0 - 100$  kv

3.2) กราฟระหว่างความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับค่าระยะระหว่างอิเล็กโตรด โดยจะหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่ง ในขณะที่เรากำลังเปลี่ยนค่าระยะระหว่างอิเล็กโตรด ไปตั้งแต่  $0 - 100$  kv

3.3) กราฟระหว่างความเข้มของสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับค่ารัศมีของอิเล็กโตรด โดยจะหาค่าสนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่ง ในขณะที่เรากำลังเปลี่ยนค่ารัศมี ไปตั้งแต่  $0 - 100$  kv นอกจากนี้ยังมีส่วนที่แสดงค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ โดยการป้อนตำแหน่งที่เราต้องการ  $(x,y,z)$  ลงไปโปรแกรมจะ คำนวณหาค่าสนามไฟฟ้ามาแสดงให้ดู

## การใช้เมนู

การเปลี่ยนเมนูสามารถทำได้โดยการกดคีย์ F1 เพื่อทำการเปลี่ยนจากเมนูหลักมาเป็นเมนูรอง และกดคีย์ F2 เพื่อเปลี่ยนจากเมนูรองให้เป็นเมนูหลัก

การป้อนค่าต่างๆที่เป็นตัวเลขเมื่อป้อนค่าที่ต้องการแล้วให้กดคีย์ ENTER เพื่อให้โปรแกรมทำการรับค่าเข้าไปเพราะถ้าไม่กดคีย์ ENTER โปรแกรมจะคงค่าเดิมไว้

### 1) เมนูหลัก

เมนูหลักเป็นส่วนรับข้อมูลต่าง ๆ ซึ่งได้แก่ ชนิดของอิเล็กโตรด , ค่าระยะห่างระหว่างอิเล็กโตรด , ค่าโวลเตจ และรูปแบบการแสดงผลเพื่อที่จะนำไปทำการวิเคราะห์และแสดงผลออกมา

การเลือกเมนูทำได้โดยการกดคีย์ลูกศร เพื่อเลื่อนแถบสีให้ตรงกับชื่อเมนูที่ต้องการแล้วกด คีย์ ENTER เมื่อกดคีย์ ENTER แล้วจะปรากฏเมนูย่อยบนหน้าจอ ถ้าไม่ต้องการเมนูย่อยที่ปรากฏ ให้กด คีย์ ESC เพื่อออกจากเมนูย่อยนั้นและกลับสู่เมนูเดิมหรือกดคีย์ ลูกศรเพื่อเปลี่ยนเมนูย่อย

#### 1.1) เลือกชนิดอิเล็กโตรด

เลือกเมนูชื่อ SHAPE จากนั้นจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 1

X location :		cm
Y location :		cm
Z location :		cm
E =		kv/cm
Emax =		kv/cm
Voltage :		kv
Gap :		cm
Radius :		cm
ELECTRODE		
UPPER		
LOWER		
SHAPE	GAP	VOLTAGE
DISPLAY		

รูปที่ 1

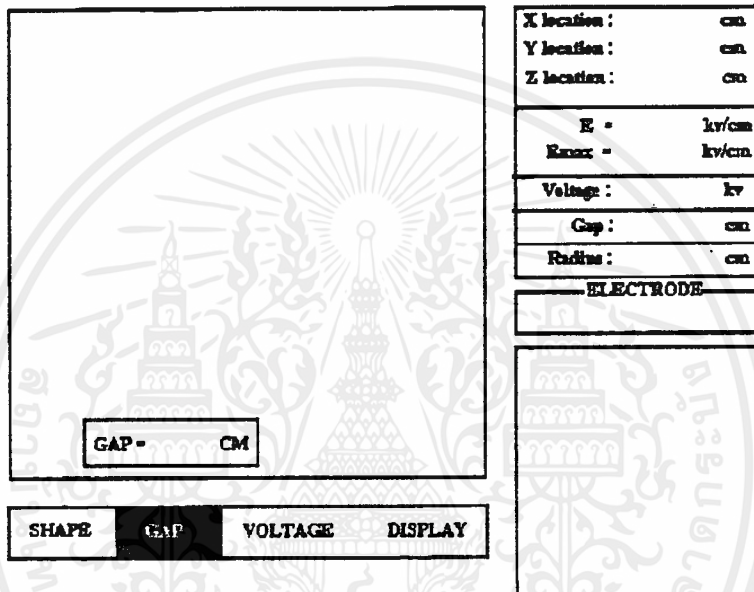
ถ้าต้องการเลือกชนิดอิเล็กโตรดอันบนให้เลือกเมนูย่อยชื่อ UPPER หรือถ้าต้องการเลือกชนิดอิเล็กโตรดอันล่างให้เลือกเมนูย่อยชื่อ LOWER ซึ่งจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 2



เพื่อให้ป้อนค่ารัศมีของอิเล็กโทรด

1.2) การป้อนค่าระยะห่างระหว่างอิเล็กโทรดหรือค่าโวลเตจ

การป้อนค่าระยะห่างระหว่างอิเล็กโทรดให้เลือกเมนูที่ชื่อ GAP ซึ่งจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4

เพื่อให้ป้อนค่าระยะห่างระหว่างอิเล็กโทรด

ส่วนการป้อนค่าโวลเตจให้เลือกเมนูชื่อ VOLT ซึ่งจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 5

<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: 100px; margin: 0 auto;"> VOLTAGE - KV </div>	X location :	cm
	Y location :	cm
	Z location :	cm
	E =	kv/cm
	E <sub>max</sub> =	kv/cm
	Voltage :	kv
	Gap :	cm
	Radius :	cm
	ELECTRODE	

SHAPE	GAP	VOLTAGE	DISPLAY
-------	-----	---------	---------

รูปที่ 5

เพื่อให้ป้อนค่าโวลเตจ

1.3) การแสดงผล เลือกเมนูที่ชื่อ DISPLAY จากนั้นจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 6

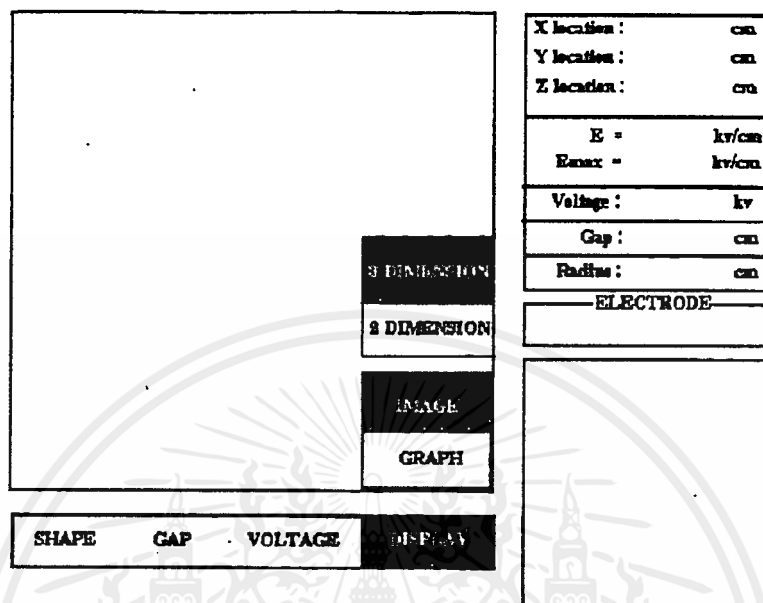
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: 100px; margin: 0 auto;"> <div style="background-color: black; color: white; padding: 2px;">IMAGE</div> <div style="background-color: black; color: white; padding: 2px;">GRAPH</div> </div>	X location :	cm
	Y location :	cm
	Z location :	cm
	E =	kv/cm
	E <sub>max</sub> =	kv/cm
	Voltage :	kv
	Gap :	cm
	Radius :	cm
	ELECTRODE	

SHAPE	GAP	VOLTAGE	DISPLAY
-------	-----	---------	---------

รูปที่ 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

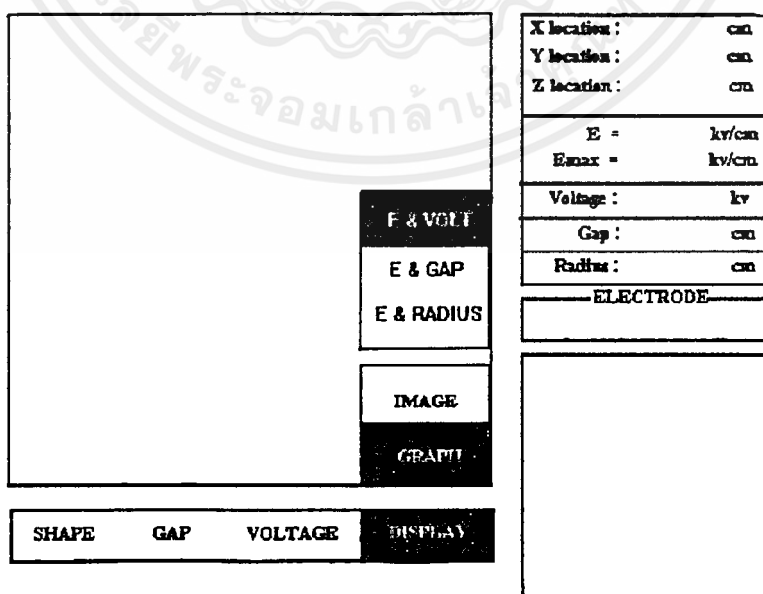
ถ้าต้องการให้แสดงผลกราฟฟิค ให้เลือกเมนูย่อยที่ชื่อ IMAGE ต่อจากนั้นจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 7



รูปที่ 7

หากจะให้แสดงผลเป็นกราฟฟิค 2 มิติ ให้เลือกเมนูย่อยชื่อ 2-DIMENSION แต่ถ้าจะให้แสดงผลเป็นกราฟฟิค 3 มิติ ให้เลือกเมนูย่อยที่ชื่อ 3-DIMENSION

แต่ถ้าต้องการให้แสดงผลเป็นกราฟ ให้เลือกเมนูย่อยชื่อ GRAPH ซึ่งจะปรากฏเมนูย่อย ดังรูปที่ 8

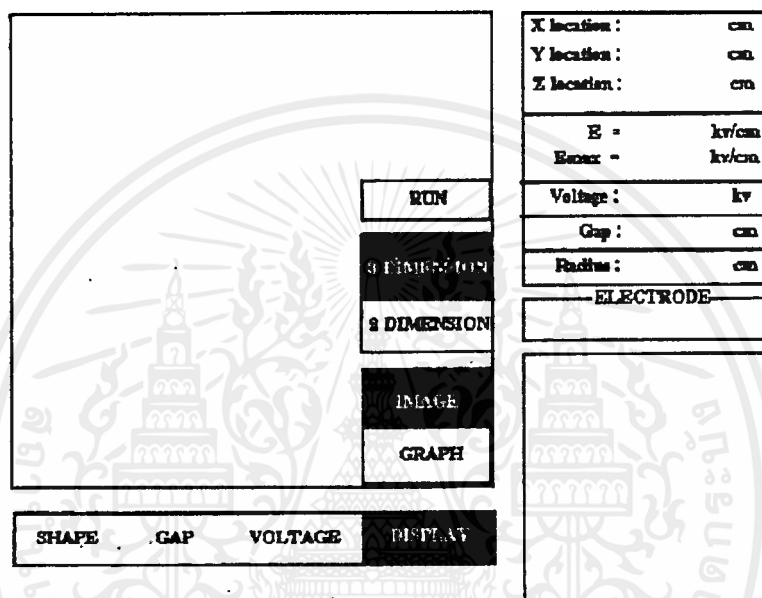


รูปที่ 8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากต้องการจะให้แสดงผลเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับค่ารัศมีของอิเล็กโตรดก็ให้เลือกเมนูย่อยที่ชื่อ E & RADIUS เช่นเดียวกัน ถ้าต้องการให้แสดงผลเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเข้มสนามไฟฟ้ากับค่าโวลเตจ หรือกับค่าระยะห่างระหว่างอิเล็กโตรด ให้เลือกเมนูย่อยชื่อ E & VOLT หรือ E & GAP

หลังจากเลือกแบบการแสดงผลแล้วจะปรากฏเมนูย่อยที่ชื่อ RUN ดังรูปที่ 9



รูปที่ 9

ให้กด ENTER เพื่อแสดงผลออกมา

## 2) เมนุรอง

เมนุรองจะเป็นส่วนของการรับค่าตำแหน่ง และนำมาคำนวณหาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งนั้น ๆ

การแสดงผลเป็นกราฟต่าง ๆ จะต้องป้อนค่าตำแหน่งก่อนเพื่อจะได้รู้ตำแหน่งที่จะใช้หาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าและทำการหาความสัมพันธ์ของกราฟต่อไป

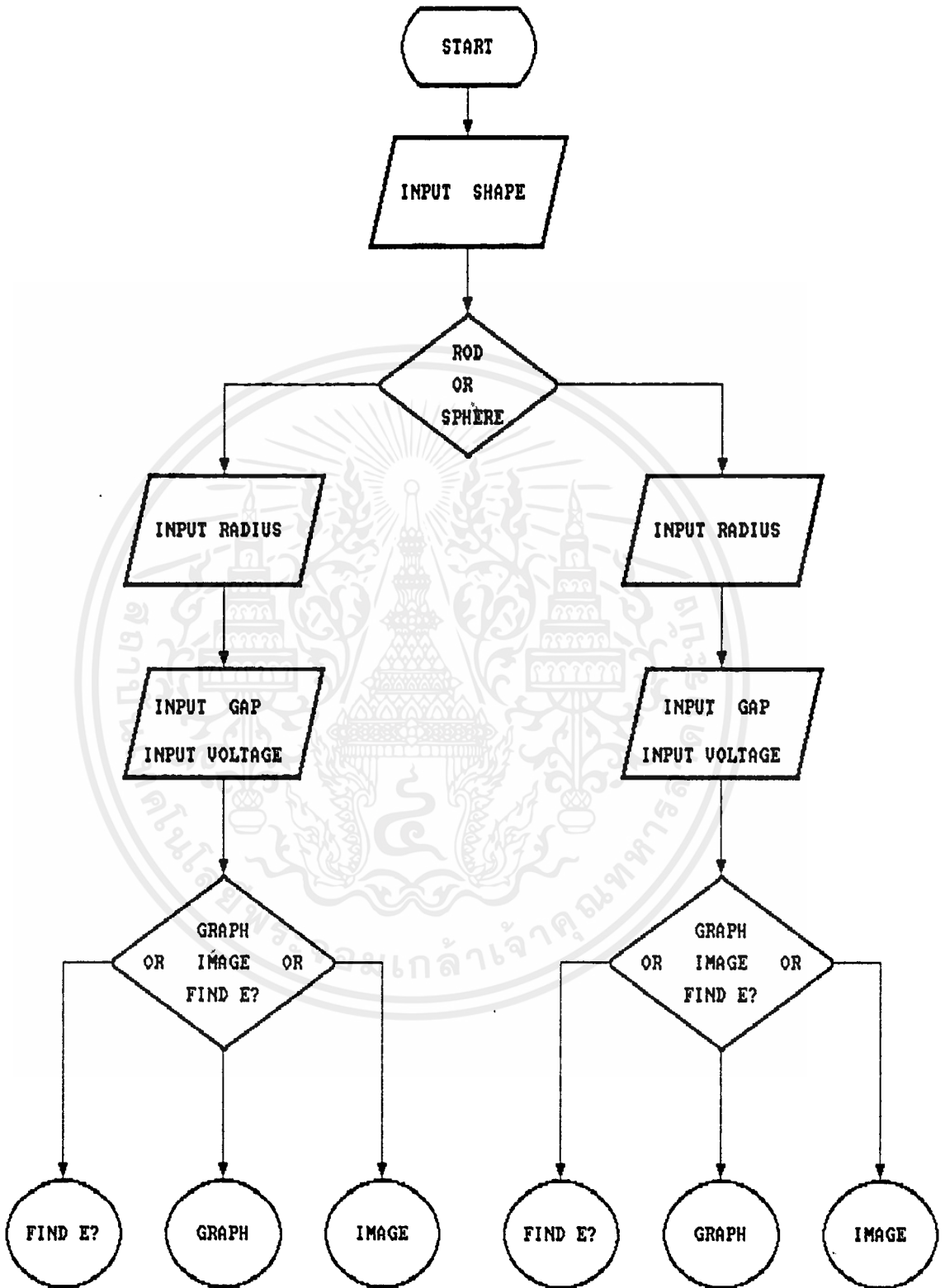
### 2.1) การป้อนค่า x , y และ z

กดคีย์ลูกศรเพื่อเลือกตัวที่จะรับค่าจนตรงตามที่ต้องการจึงทำการป้อนค่า และเมื่อป้อนค่าตัวใดตัวหนึ่งเสร็จ ให้เลือกตัวรับค่าตัวไปและป้อนจนครบทุกตัว

## 2.2) การแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้า

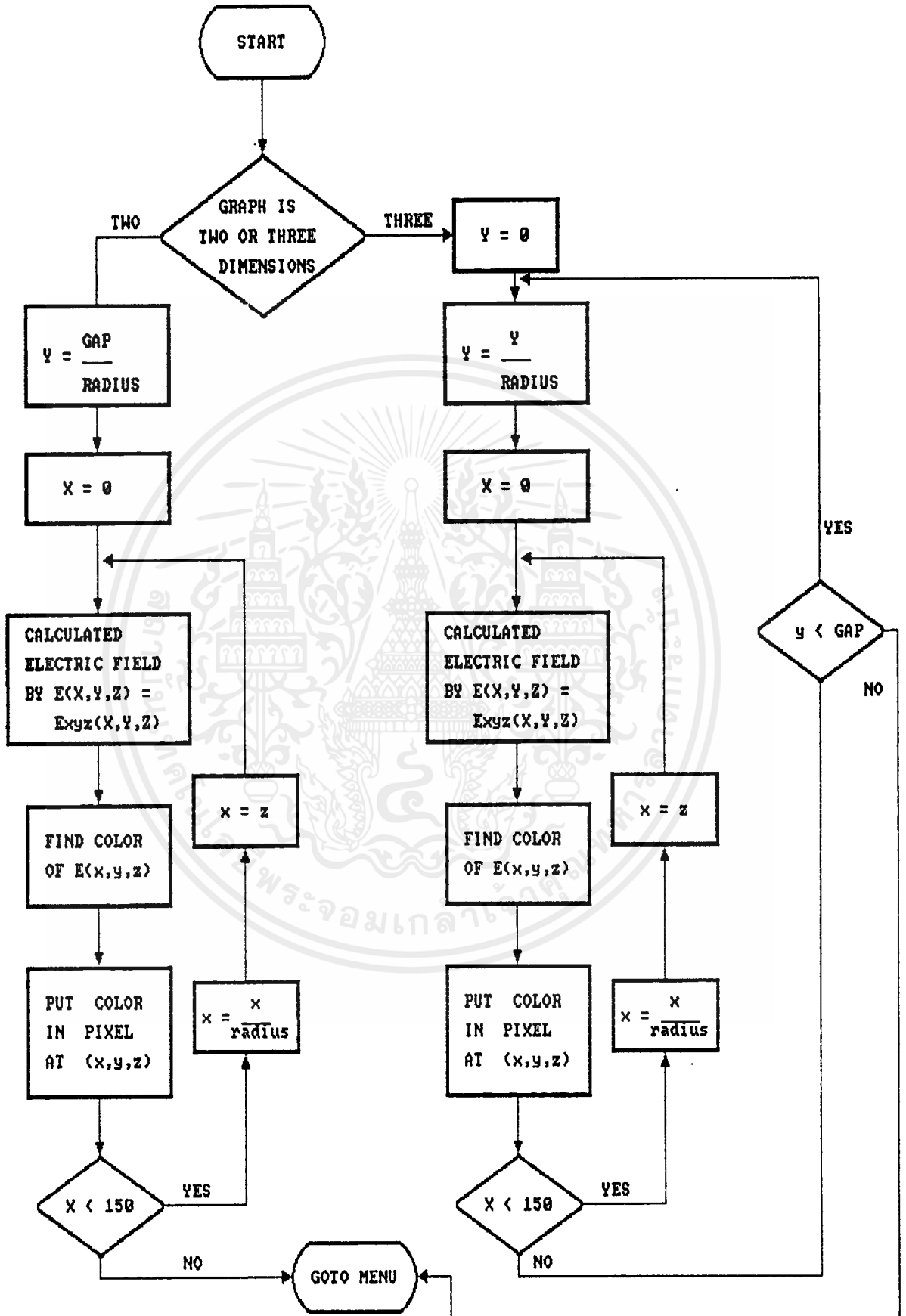
เมื่อป้อนค่า  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ครบแล้วให้กดคีย์ ESC เพื่อแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่ ตำแหน่ง  $x$ ,  $y$ ,  $z$  นั้น ถ้าต้องการให้คำนวณค่าความเข้มสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งใหม่ ให้กดคีย์ ENTER เพื่อกลับไปปรับค่า  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ใหม่



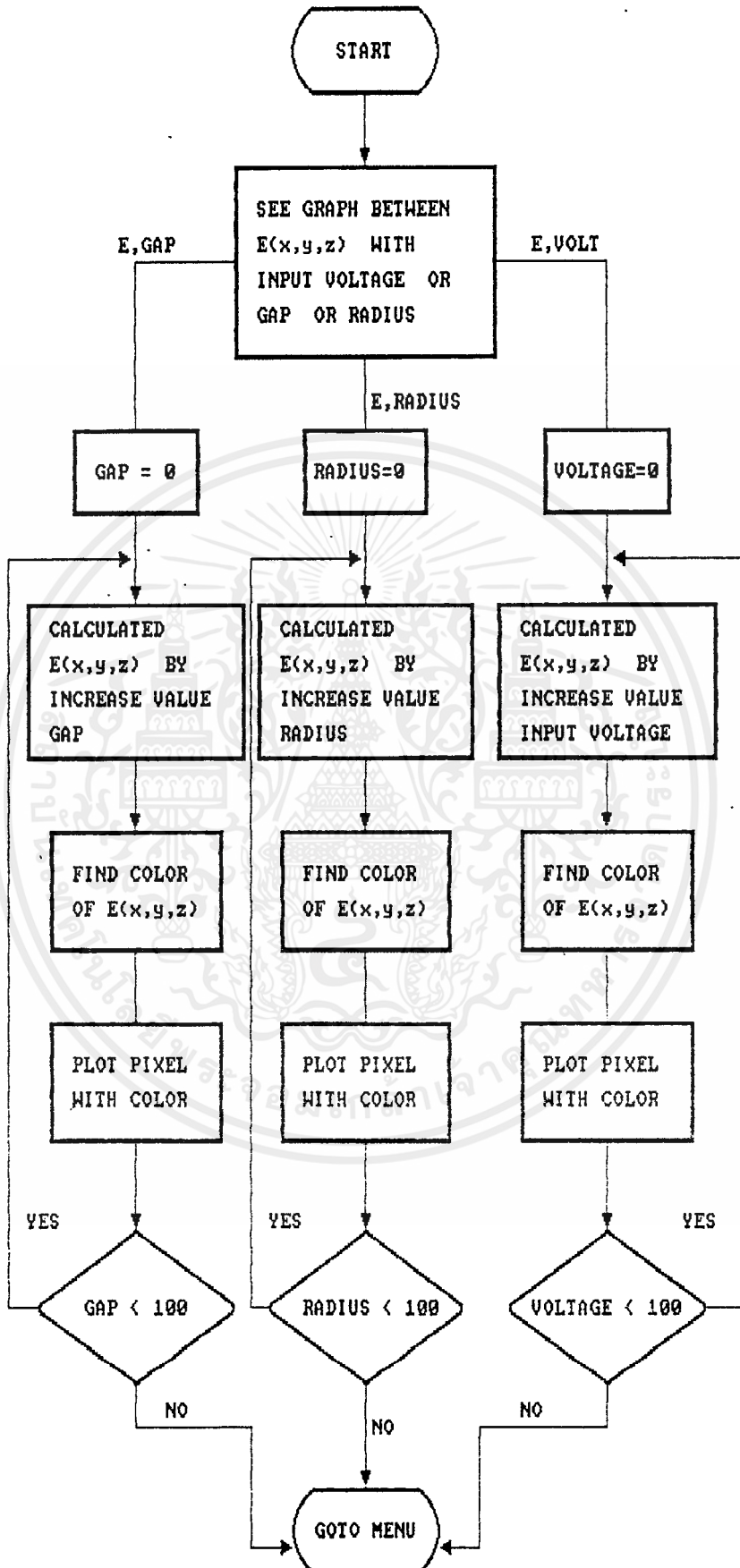


FLOWCHART DISPLAY ABOUT MENU

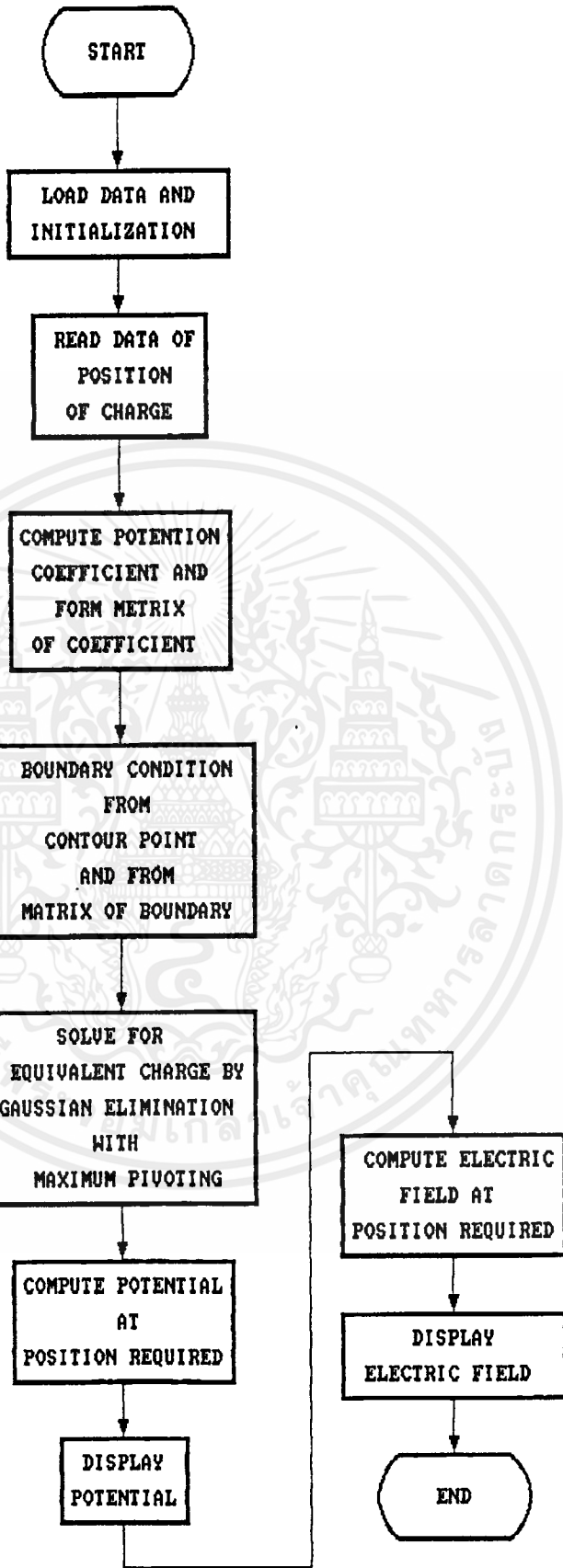
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



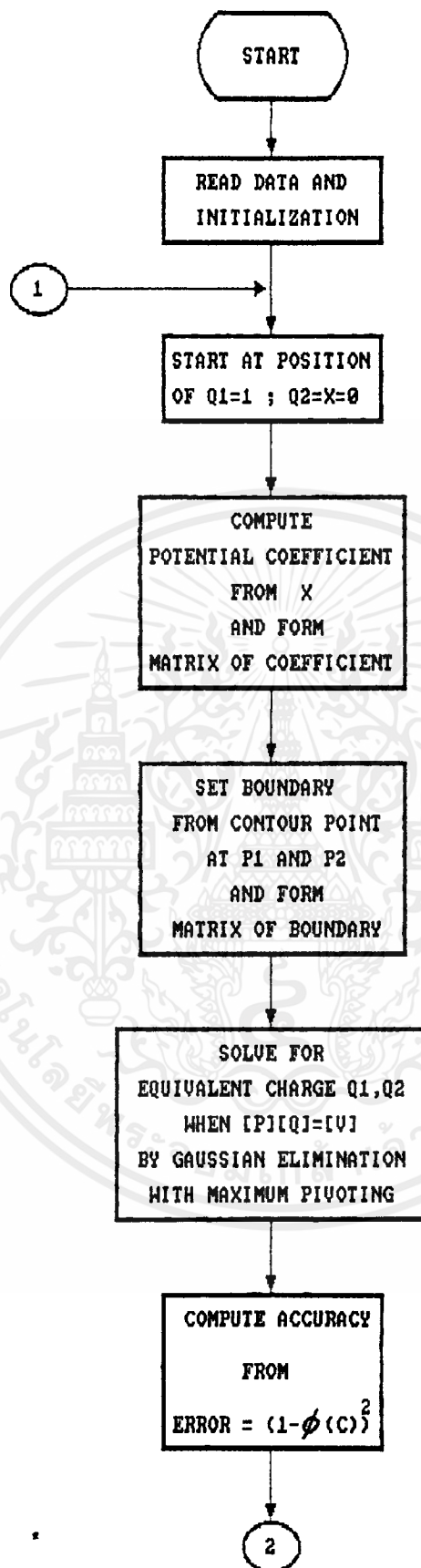
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับงานวิจัยเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**FLOWCHART DISPLAY ABOUT IMAGE**  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ FLOWCHART DISPLAY THE PLOTTING OF GRAPH ใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

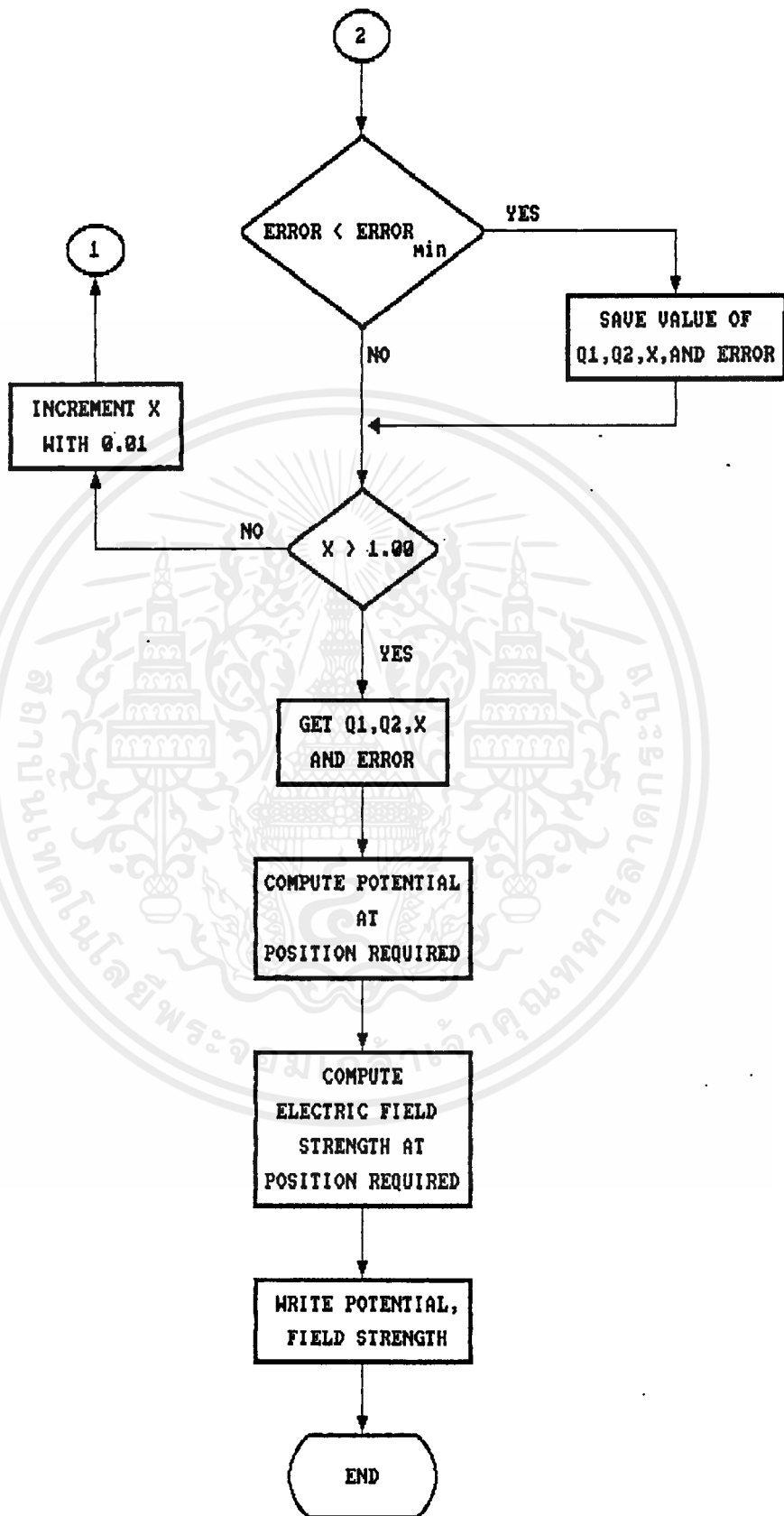


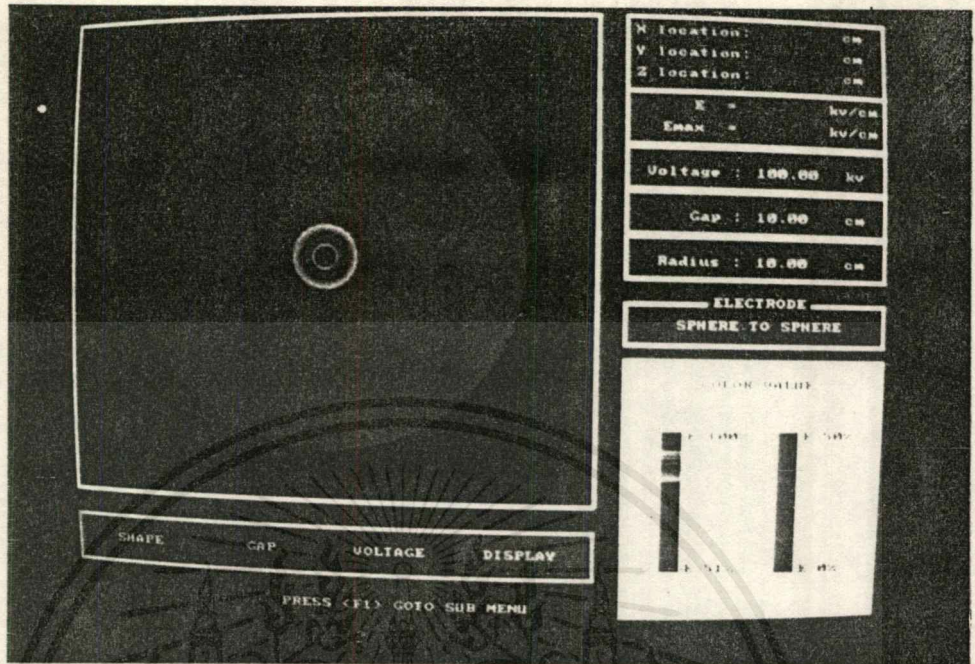
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรณียกเว้นการเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
**FLOWCHART DISPLAY THE CALCULATION OF ROD-RD** โยชนด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



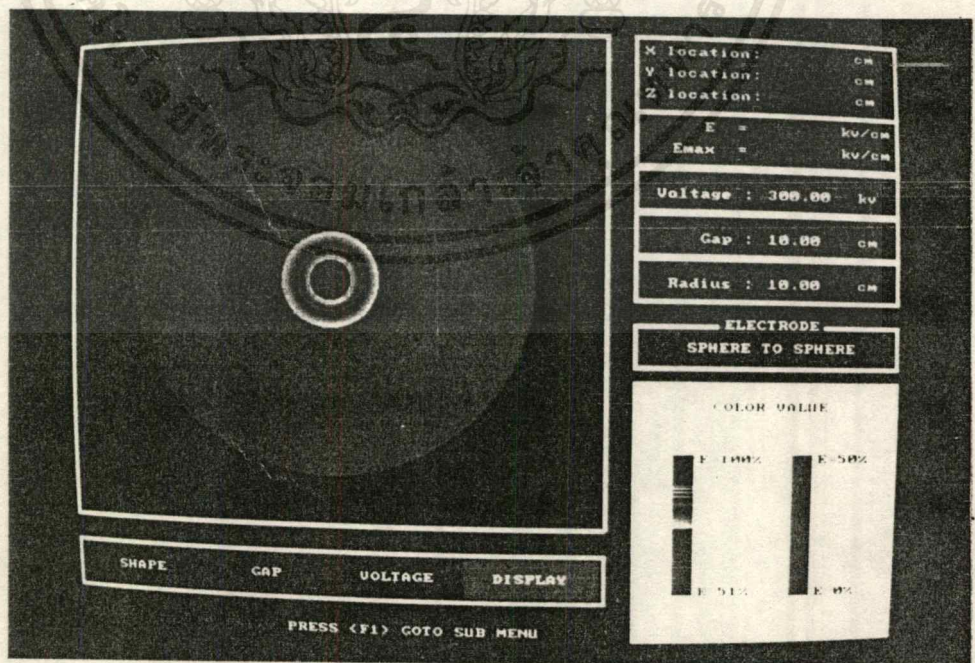
### FLOWCHART DISPLAY THE CALCULATION OF SPHERE - SPHERE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

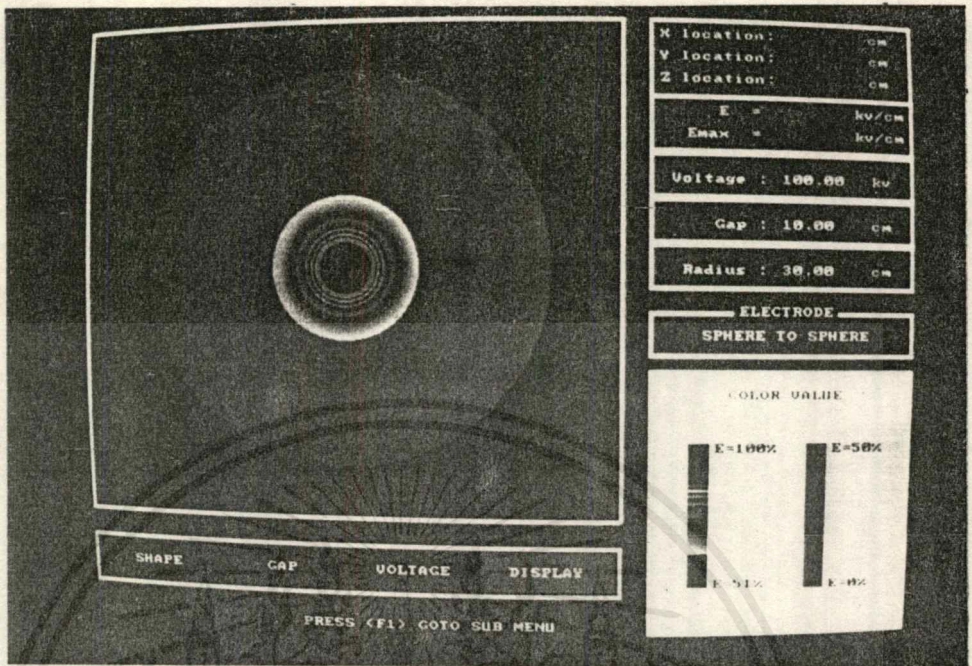




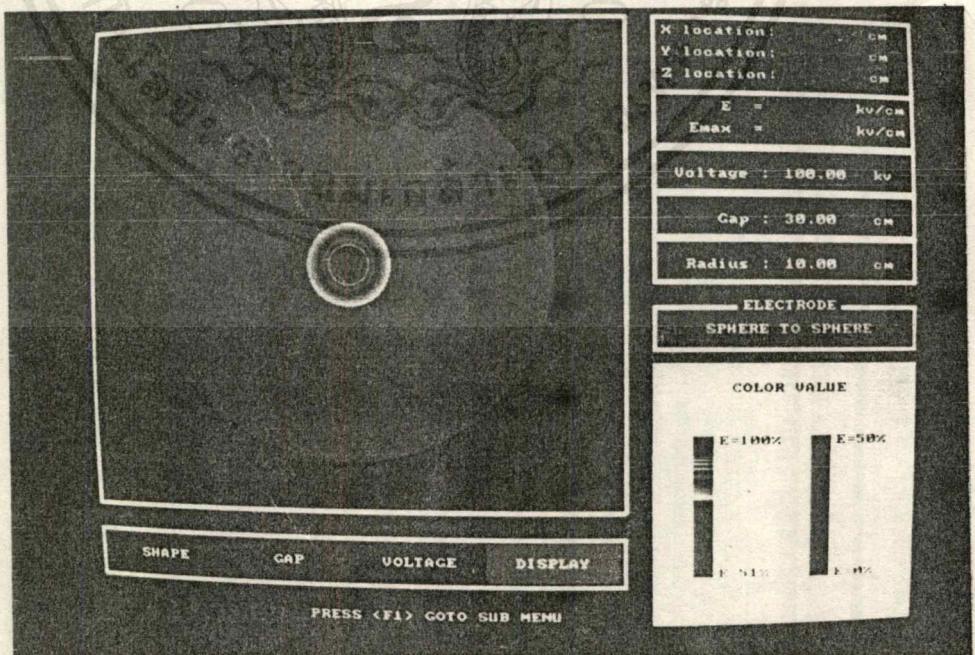
กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลมกับทรงกลม โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 10 cm , Radius = 10 cm



กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลมกับทรงกลม โดยที่ Voltage = 300 kv , Gap = 10 cm , Radius = 10 cm

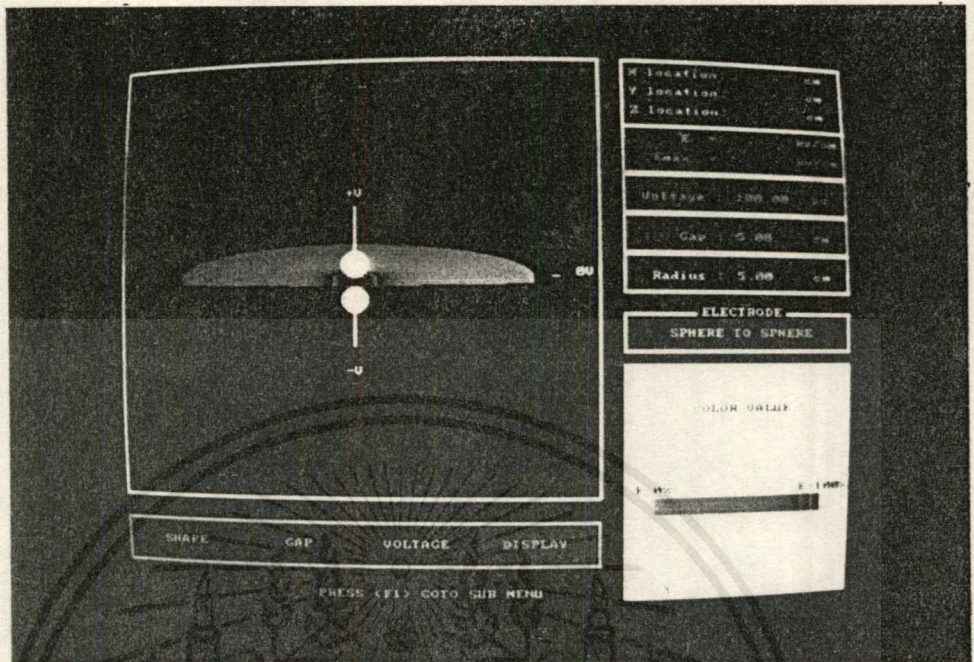


กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลมกับทรงกลม โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 10 cm , Radius = 30 cm

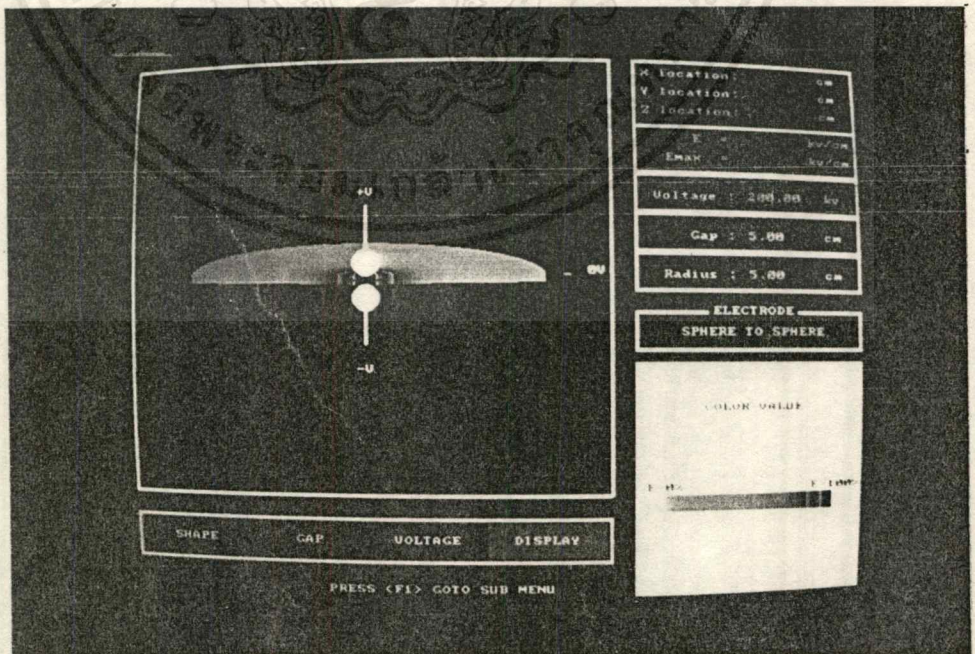


กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลมกับทรงกลม โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 30 cm , Radius = 10 cm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับใช้ในเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



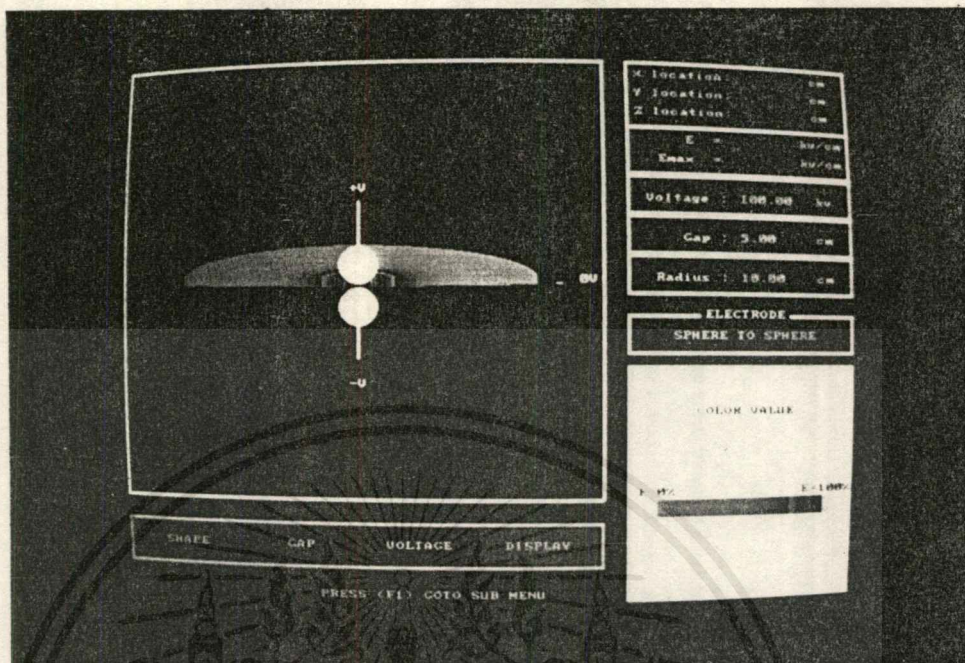
กราฟฟิก 3 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลม  
กับทรงกลม โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 5 cm , Radius = 5 cm



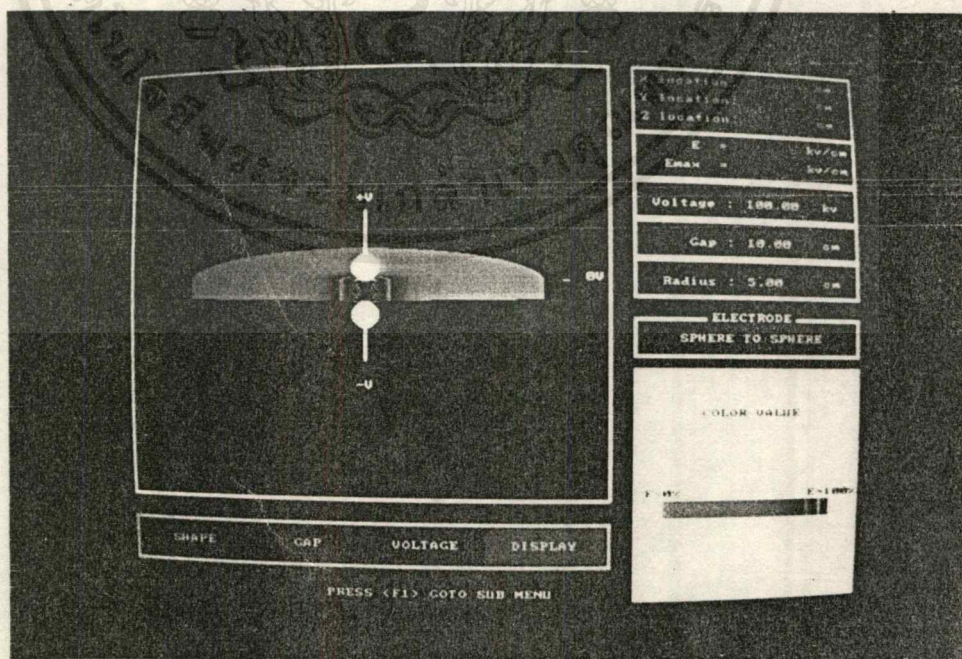
กราฟฟิก 3 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลม

กับทรงกลม โดยที่ Voltage = 200 kv , Gap = 5 cm , Radius = 5 cm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การเชิงพาณิชย์ที่จัดทำขึ้นโดยศูนย์เทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

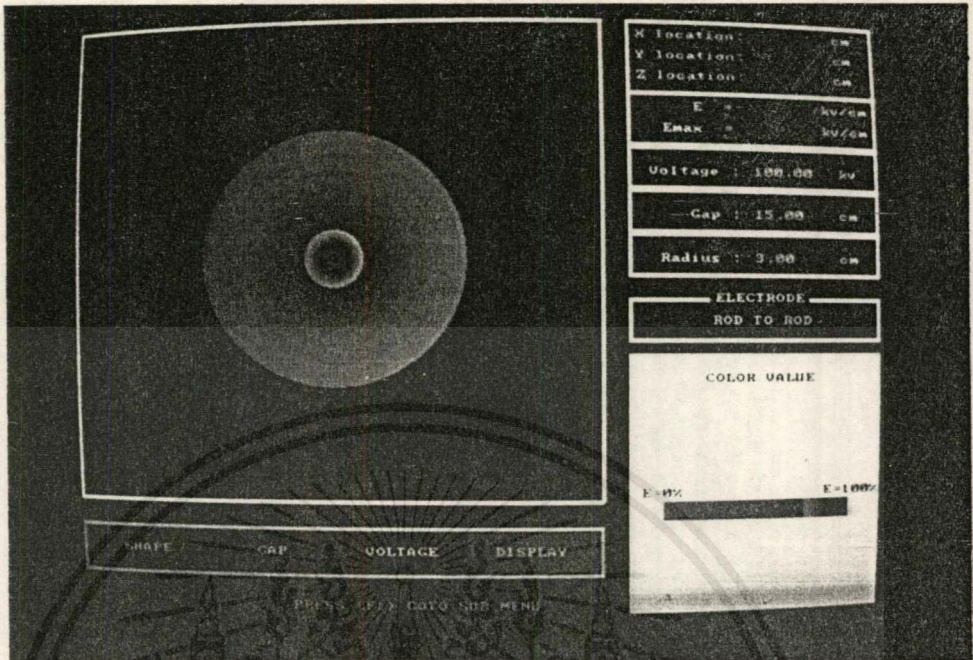


กราฟฟิก 8 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลม  
กับทรงกลม โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 5 cm , Radius = 10 cm

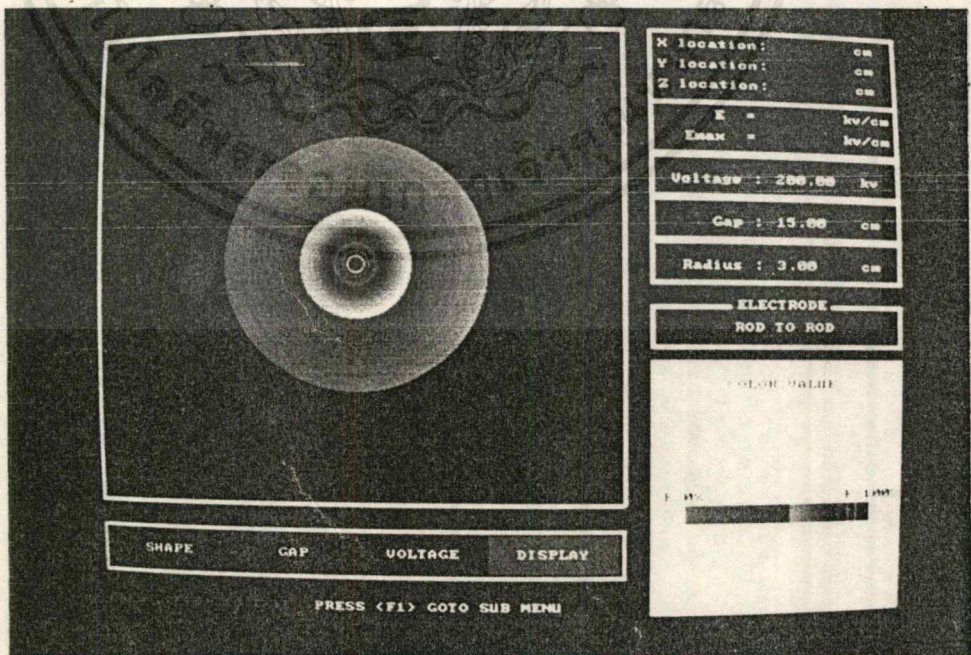


กราฟฟิก 8 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบทรงกลม  
กับทรงกลม โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 10 cm , Radius = 5 cm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

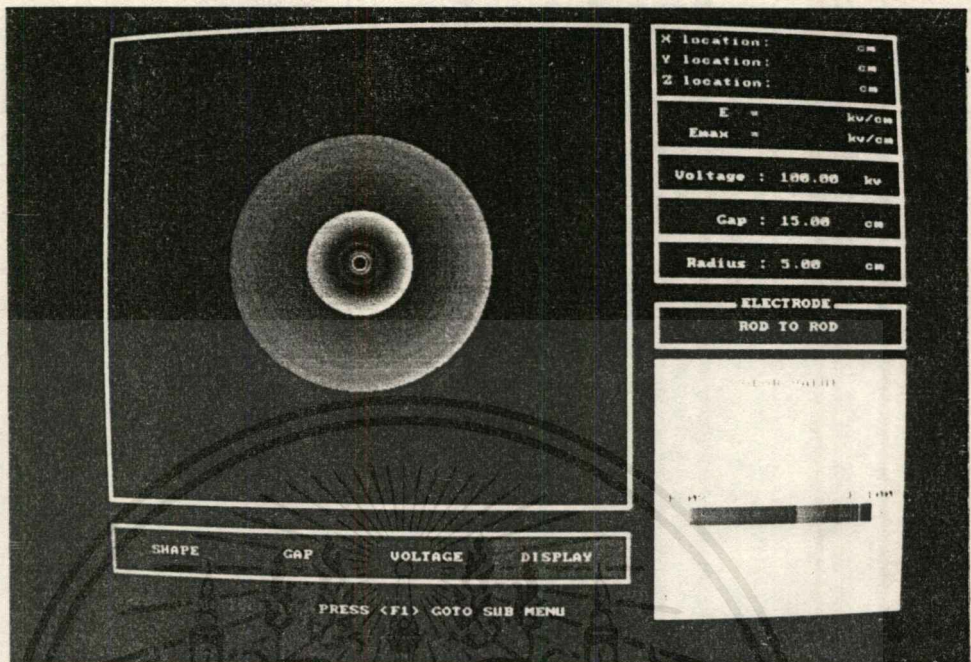


กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD กับ ROD โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 15 cm , Radius = 3 cm

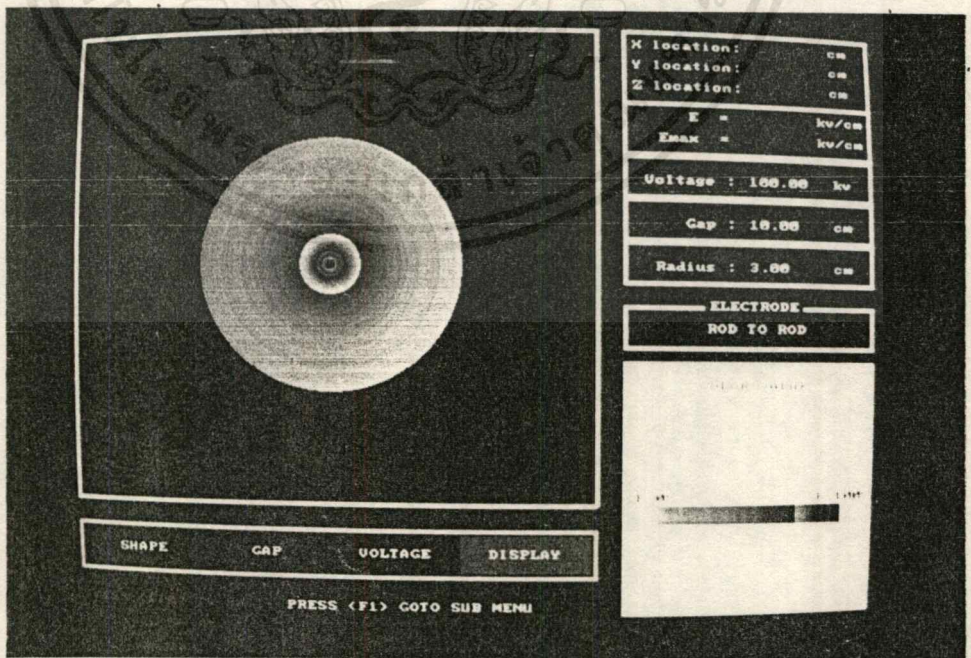


กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD กับ ROD โดยที่ Voltage = 200 kv , Gap = 15 cm , Radius = 3 cm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือที่สงวนลิขสิทธิ์ของผู้อื่น. เมื่อผู้ยืมที่นำเอกสารฉบับนี้ไปใช้ในการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

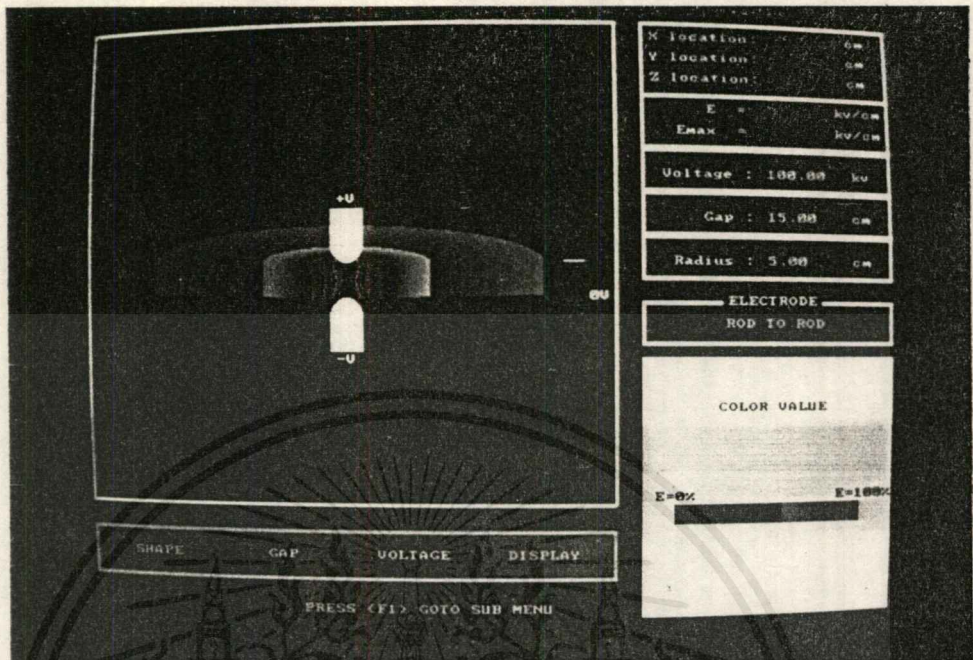


กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD กับ ROD โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 15 cm , Radius = 5 cm

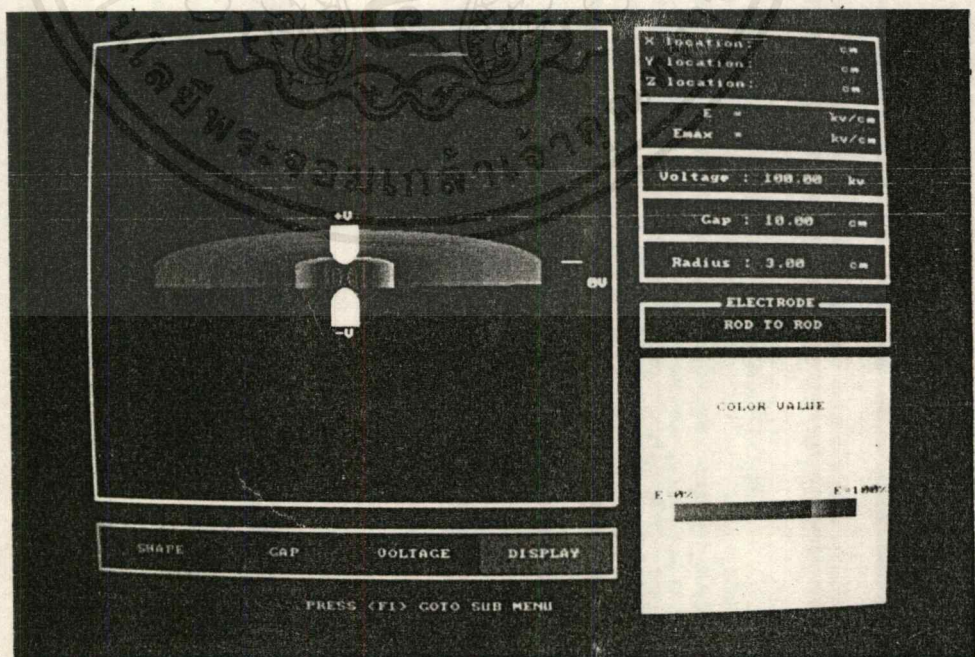


กราฟฟิก 2 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD

กับ ROD โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 10 cm , Radius = 3 cm ซึ่งด้านการคำนวณ  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

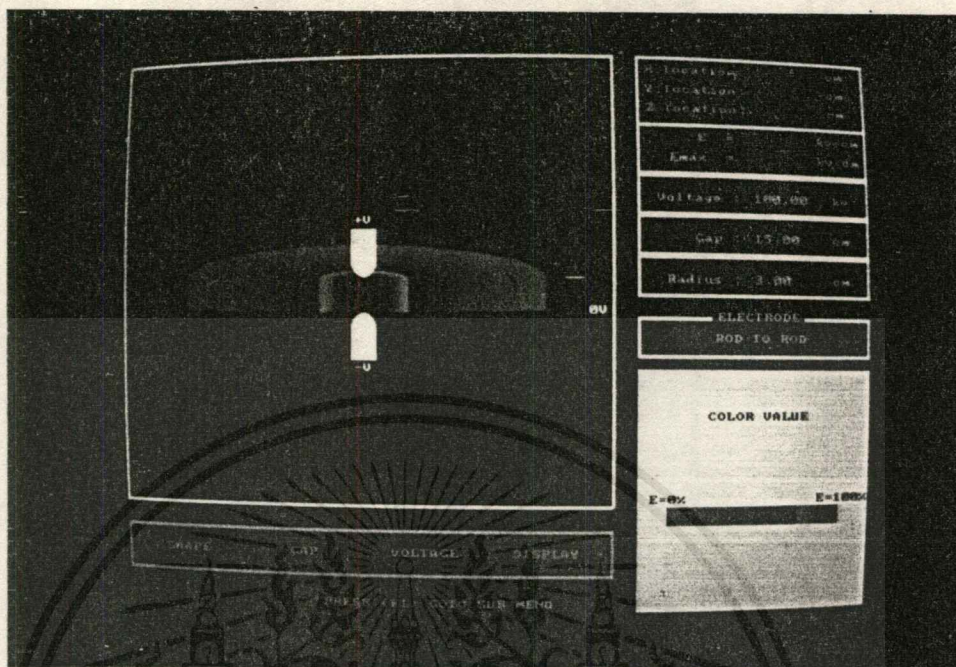


กราฟฟิก 3 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD กับ ROD โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 15 cm , Radius = 5 cm

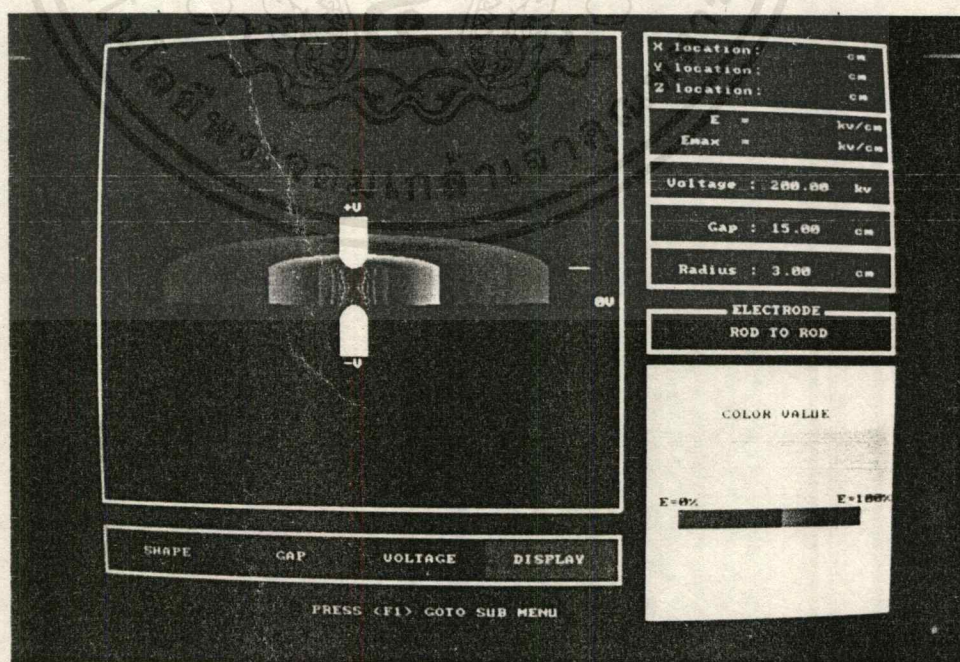


กราฟฟิก 3 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ ก๊อบ ROD โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 10 cm , Radius = 3 cm ซึ่งด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

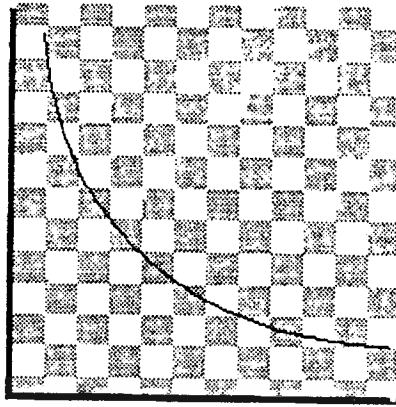


กราฟฟิก 3 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD กับ ROD โดยที่ Voltage = 100 kv , Gap = 15 cm , Radius = 3 cm



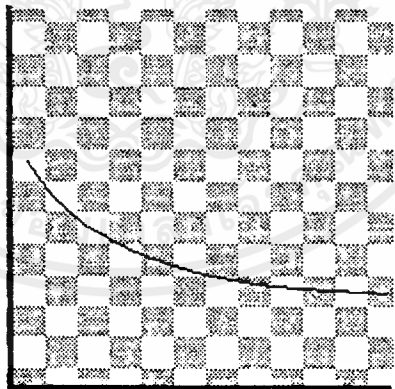
กราฟฟิก 3 มิติแสดงค่าความเข้มสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโทรดแบบ ROD

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ กับ ROD โดยที่ Voltage = 200 kv , Gap = 15 cm , Radius = 3 cm ซึ่งด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$E(x,y,z)$ 

GAP

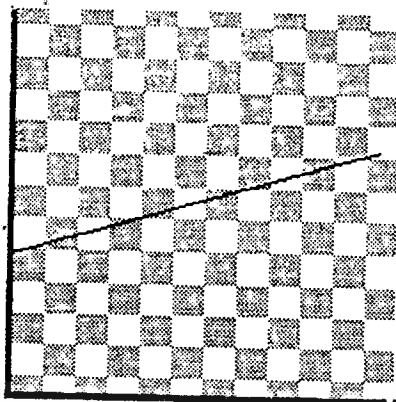
กราฟระหว่างค่าตามมโหฬารที่จุดใด ๆ กับระยะห่าง  
ระหว่างอิเลกโตรนแบบ ROD กับ ROD

 $E(x,y,z)$ 

GAP

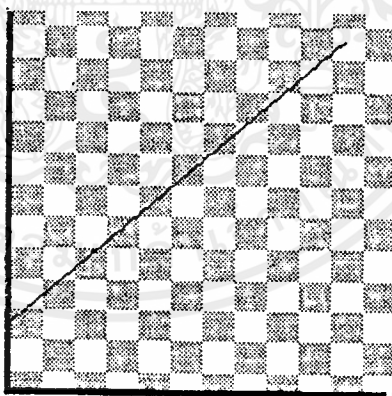
กราฟระหว่างค่าตามมโหฬารที่จุดใด ๆ กับระยะห่าง  
ระหว่างอิเลกโตรนแบบ SPHERE กับ SPHERE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$E(x,y,z)$ 

VOLTAGE

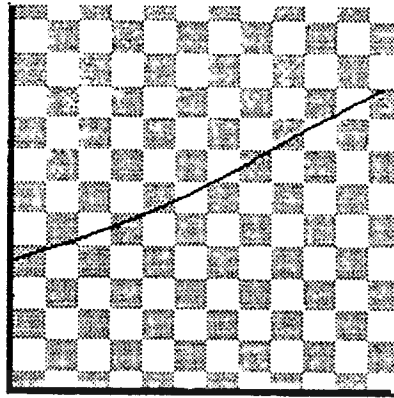
กราฟ ระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าใด ๆ กับโวลเตจ  
ที่ป้อนให้อิเล็กโตรดทั้งสองแบบ ROD กับ ROD

 $E(x,y,z)$ 

VOLTAGE

กราฟ ระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าใด ๆ กับโวลเตจ  
ที่ป้อนให้อิเล็กโตรดทั้งสองแบบ SPHERE กับ

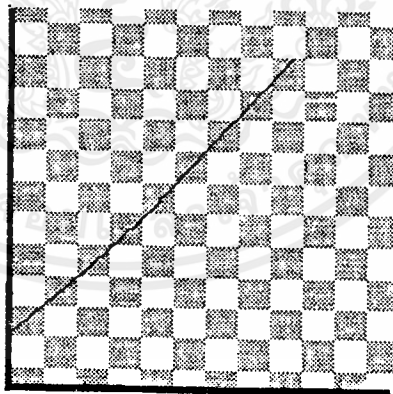
SPHERE

$E(x,y,z)$ 

RADIUS

กราฟ ระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าใด ๆ กับ รัศมีของ

อิเล็กโตรดทั้งสองแบบ ROD กับ ROD

 $E(x,y,z)$ 

RADIUS

กราฟ ระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าใด ๆ กับ รัศมีของ

อิเล็กโตรดทั้งสองแบบ SPHERE กับ SPHERE

เปรียบเทียบผลการคำนวณของโปรแกรม

เนื่องจากเรามีผลการคำนวณที่อ้างอิงได้เพียงชุดเดียวคือของ ABOU-SEADA [ 7 ] ดังนั้น  
เราก้จะเปรียบเทียบเท่าที่มีอยู่ได้ดังนี้

1. การกระจายของศักย์ไฟฟ้าที่  $G/r = 200$

ผลการคำนวณของ ABOU-SEADA

6--36--67 91

Z / R	POTENTIAL DISTRIBUTION IN GAP										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	1.0000	0.9971	0.9886	0.9753	0.9587	0.9386	0.9176	0.8960	0.8746	0.8538	0.8340
199.90	0.9963	0.9942	0.9778	0.9277	0.9147	0.8994	0.8827	0.8652	0.8475	0.8305	0.8130
199.80	0.9914	0.9894	0.8950	0.8872	0.8770	0.8649	0.8514	0.8371	0.8223	0.8076	0.7930
199.70	0.8634	0.8421	0.8583	0.8521	0.8440	0.8343	0.8233	0.8115	0.7991	0.7866	0.7740
199.60	0.8305	0.8295	0.8264	0.8215	0.8150	0.8070	0.7979	0.7881	0.7777	0.7670	0.7561
199.50	0.8014	0.8010	0.7945	0.7945	0.7871	0.7825	0.7750	0.7667	0.7579	0.7497	0.7413
199.40	0.7765	0.7758	0.7737	0.7704	0.7660	0.7605	0.7541	0.7471	0.7395	0.7316	0.7234
199.30	0.7539	0.7533	0.7516	0.7488	0.7451	0.7405	0.7351	0.7291	0.7226	0.7157	0.7085
199.20	0.7336	0.7331	0.7317	0.7293	0.7262	0.7222	0.7176	0.7124	0.7068	0.7008	0.6945
199.10	0.7157	0.7148	0.7134	0.7116	0.7089	0.7055	0.7015	0.6971	0.6921	0.6869	0.6813
199.00	0.6985	0.6992	0.6971	0.6954	0.6931	0.6901	0.6867	0.6827	0.6785	0.6738	0.6689

ผลการคำนวณของปริญญานิพนธ์

POTENTIAL DISTRIBUTION IN GAP

Z/R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	1.000	0.997	0.989	0.975	0.958	0.939	0.918	0.896	0.875	0.854	0.834
199.90	0.946	0.944	0.938	0.928	0.915	0.899	0.883	0.865	0.847	0.830	0.813
199.80	0.901	0.900	0.895	0.887	0.877	0.865	0.851	0.837	0.822	0.808	0.793
199.70	0.863	0.862	0.858	0.852	0.844	0.834	0.823	0.811	0.799	0.787	0.774
199.60	0.831	0.829	0.826	0.822	0.815	0.807	0.798	0.788	0.778	0.767	0.756
199.50	0.802	0.801	0.798	0.794	0.789	0.783	0.775	0.767	0.758	0.749	0.739
199.40	0.776	0.776	0.774	0.770	0.766	0.760	0.754	0.747	0.740	0.732	0.723
199.30	0.754	0.753	0.752	0.749	0.745	0.740	0.735	0.729	0.723	0.716	0.709
199.20	0.734	0.733	0.732	0.729	0.726	0.722	0.718	0.712	0.707	0.701	0.695
199.10	0.715	0.715	0.714	0.712	0.709	0.706	0.702	0.697	0.692	0.687	0.681
199.00	0.699	0.698	0.697	0.695	0.693	0.690	0.687	0.683	0.678	0.674	0.669
198.90	0.683	0.683	0.682	0.681	0.678	0.676	0.673	0.669	0.666	0.662	0.657
198.80	0.669	0.669	0.668	0.667	0.665	0.663	0.660	0.657	0.654	0.650	0.646
198.70	0.656	0.656	0.655	0.654	0.652	0.650	0.648	0.645	0.642	0.639	0.636
198.60	0.644	0.644	0.643	0.642	0.641	0.639	0.637	0.635	0.632	0.629	0.626

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. การกระจายของสนามไฟฟ้าตามแนวรัศมี (r) ที่ G/r = 200

ผลการคำนวณของ ABOU-SEADA

Z / R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	0.0	0.0561	0.1107	0.1538	0.1852	0.2050	0.2145	0.2159	0.2136	0.2094	0.1991
199.70	0.0	0.0432	0.0835	0.1169	0.1431	0.1613	0.1722	0.1768	0.1766	0.1728	0.1667
199.40	0.0	0.0330	0.0634	0.0908	0.1126	0.1289	0.1398	0.1459	0.1481	0.1472	0.1441
199.10	0.0	0.0254	0.0501	0.0718	0.0900	0.1043	0.1146	0.1213	0.1249	0.1258	0.1248
198.80	0.0	0.0205	0.0401	0.0578	0.0731	0.0855	0.0950	0.1017	0.1060	0.1080	0.1084
198.50	0.0	0.0166	0.0328	0.0472	0.0601	0.0709	0.0795	0.0860	0.0905	0.0932	0.0944
198.20	0.0	0.0137	0.0268	0.0391	0.0500	0.0594	0.0672	0.0732	0.0777	0.0808	0.0816
197.90	0.0	0.0114	0.0224	0.0327	0.0421	0.0503	0.0572	0.0628	0.0672	0.0704	0.0723
197.60	0.0	0.0096	0.0189	0.0277	0.0357	0.0429	0.0491	0.0543	0.0584	0.0616	0.0639
197.30	0.0	0.0082	0.0161	0.0236	0.0306	0.0369	0.0425	0.0472	0.0511	0.0542	0.0566
197.00	0.0	0.0073	0.0138	0.0204	0.0265	0.0320	0.0370	0.0413	0.0449	0.0479	0.0503

ผลการคำนวณของปริญญาพันธ์

RADIAL COMPONENT OF ELECTRIC FIELD (Er)

Z\R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	0.000	0.058	0.111	0.154	0.185	0.205	0.214	0.216	0.212	0.203	0.193
199.90	0.000	0.043	0.083	0.117	0.143	0.161	0.172	0.177	0.177	0.173	0.167
199.80	0.000	0.033	0.064	0.091	0.113	0.129	0.140	0.146	0.148	0.147	0.144
199.70	0.000	0.026	0.050	0.072	0.090	0.104	0.115	0.121	0.125	0.126	0.125
199.60	0.000	0.021	0.040	0.058	0.073	0.086	0.095	0.102	0.106	0.108	0.108
199.50	0.000	0.017	0.033	0.047	0.060	0.071	0.080	0.086	0.090	0.093	0.094
199.40	0.000	0.014	0.027	0.039	0.050	0.059	0.067	0.073	0.078	0.081	0.083
199.30	0.000	0.011	0.022	0.033	0.042	0.050	0.057	0.063	0.067	0.070	0.073
199.20	0.000	0.010	0.019	0.028	0.036	0.043	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064
199.10	0.000	0.008	0.016	0.024	0.031	0.037	0.042	0.047	0.051	0.054	0.057
199.00	0.000	0.007	0.014	0.020	0.026	0.032	0.037	0.041	0.045	0.048	0.050
198.90	0.000	0.006	0.012	0.018	0.023	0.028	0.032	0.036	0.040	0.043	0.045
198.80	0.000	0.005	0.010	0.015	0.020	0.025	0.029	0.032	0.035	0.038	0.040
198.70	0.000	0.005	0.009	0.014	0.018	0.022	0.025	0.029	0.031	0.034	0.036
198.60	0.000	0.004	0.008	0.012	0.016	0.019	0.023	0.026	0.028	0.031	0.033

8. การกระจายของสนามไฟฟ้าตามแนวแกน Z ที่ G/r = 200

ผลการคำนวณของ ABOU-SEADA

Z / R	0.0	0.1	0.2	0.3	AXIAL COMPONENT OF FIELD			0.7	0.8	0.9	1.0
					0.4	0.5	0.6				
200.00	0.5902	0.5910	0.5950	0.5157	0.4687	0.4183	0.3686	0.3224	0.2810	0.2449	0.2141
199.90	0.4884	0.4872	0.4946	0.4175	0.4041	0.3674	0.3301	0.2942	0.2610	0.2312	0.2050
199.80	0.4118	0.4076	0.3957	0.3780	0.3517	0.3249	0.2962	0.2681	0.2415	0.2170	0.1942
199.70	0.3528	0.3479	0.3408	0.3268	0.3089	0.2884	0.2666	0.2445	0.2231	0.2029	0.1843
199.60	0.3064	0.3041	0.2975	0.2871	0.2736	0.2579	0.2409	0.2239	0.2081	0.1894	0.1737
199.50	0.2691	0.2674	0.2624	0.2545	0.2442	0.2320	0.2186	0.2046	0.1905	0.1767	0.1635
199.40	0.2387	0.2374	0.2336	0.2275	0.2194	0.2098	0.1992	0.1879	0.1763	0.1648	0.1537
199.30	0.2138	0.2126	0.2098	0.2048	0.1985	0.1908	0.1822	0.1730	0.1635	0.1539	0.1445
199.20	0.1927	0.1919	0.1895	0.1857	0.1806	0.1744	0.1674	0.1599	0.1520	0.1439	0.1359
199.10	0.1749	0.1743	0.1724	0.1693	0.1652	0.1601	0.1544	0.1482	0.1416	0.1348	0.1280
199.00	0.1597	0.1592	0.1577	0.1552	0.1518	0.1477	0.1429	0.1377	0.1322	0.1264	0.1206

ผลการคำนวณของปริญญาโท

AXIAL COMPONENT OF ELECTRIC FIELD (Ez)

Z\R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	0.590	0.581	0.555	0.516	0.469	0.418	0.369	0.322	0.281	0.245	0.214
199.90	0.488	0.482	0.465	0.438	0.404	0.367	0.330	0.294	0.261	0.231	0.205
199.80	0.412	0.408	0.395	0.376	0.352	0.325	0.296	0.268	0.242	0.217	0.195
199.70	0.353	0.350	0.341	0.327	0.309	0.288	0.267	0.245	0.223	0.203	0.184
199.60	0.306	0.304	0.298	0.287	0.274	0.258	0.241	0.223	0.206	0.189	0.174
199.50	0.269	0.267	0.262	0.255	0.244	0.232	0.219	0.205	0.190	0.177	0.163
199.40	0.239	0.237	0.234	0.227	0.219	0.210	0.199	0.188	0.176	0.165	0.154
199.30	0.214	0.213	0.210	0.205	0.198	0.191	0.182	0.173	0.164	0.154	0.145
199.20	0.193	0.192	0.189	0.186	0.181	0.174	0.167	0.160	0.152	0.144	0.136
199.10	0.175	0.174	0.172	0.169	0.165	0.160	0.154	0.148	0.142	0.135	0.128
199.00	0.160	0.159	0.158	0.155	0.152	0.148	0.143	0.138	0.132	0.126	0.121
198.90	0.147	0.146	0.145	0.143	0.140	0.137	0.133	0.128	0.124	0.119	0.114
198.80	0.135	0.135	0.134	0.132	0.130	0.127	0.124	0.120	0.116	0.112	0.107
198.70	0.125	0.125	0.124	0.123	0.121	0.118	0.116	0.112	0.109	0.105	0.102
198.60	0.117	0.116	0.116	0.114	0.113	0.111	0.108	0.106	0.103	0.100	0.096

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 6

### สรุปผลและวิเคราะห์

วิธีการหาค่าศักย์ไฟฟ้าและความเข้มสนามไฟฟ้าโดยวิธีการจำลองประจุสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. เลือกประจุสมมติที่เหมาะสมกับระบบที่พิจารณา ซึ่งอาจจะเป็นประจุแบบจุด , ประจุแบบเส้น หรือประจุแบบอื่นที่เหมาะสมกับระบบที่พิจารณา
2. กำหนด contour point ที่ผิวอิลลิปโตรคที่ทราบค่า
3. ใช้วิธีของซูเปอร์โพลีชันซึ่งจะให้สมการเชิงเส้น  $n$  สมการ เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนประจุที่พิจารณา
4. แก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าประจุแต่ละตัว ซึ่งในปริปัญญานิพนธ์นี้ใช้วิธีของ Gaussian elimination with maximum pivoting
5. นำค่าประจุที่ได้มาคำนวณที่จุดทดสอบแล้วพิจารณาค่า error ถ้าอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ก็นำค่าประจุไปคำนวณ ถ้ายังยอมรับไม่ได้ให้เลือกการสมมติประจุใหม่ หรือเลือกตำแหน่งของประจุและ contour point ใหม่แล้วคำนวณตามขั้นตอนเดิมจนกว่าจะค่า error จะอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้
6. คำนวณค่าศักย์และสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่งที่ต้องการจากประจุที่คำนวณได้ในข้อ 5 โดยใช้วิธีซูเปอร์โพลีชัน

เราจะพบว่าหลักที่สำคัญที่สุดในการใช้วิธีจำลองประจุคือ

1. การเลือกชนิดของประจุให้เหมาะสมกับระบบที่พิจารณา
2. การเลือกตำแหน่งของประจุและ contour point ที่เหมาะสม

ซึ่งวิธีการเลือกนี้ไม่มีหลักตายตัว และผู้สนใจสามารถศึกษาได้จากวิธีการของ A. Yializis และ E. Kuffel [9]

การคำนวณหาค่าศักย์และสนามไฟฟ้าในปริปัญญานิพนธ์เล่มนี้ เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณของ Abou-Seada ที่ได้คำนวณไว้ [7] ในบทที่ผ่านมาจะพบว่า ผลของการคำนวณของปริปัญญานิพนธ์นี้ให้ความแม่นยำได้เท่าๆ กัน และเมื่อพิจารณาการแสดงผลที่เป็นระดับสีพบว่ามีการกระจายของสีได้ถูกต้องโดยอิลลิปโตรคทรงกลมจะมีการกระจายค่อนข้างสม่ำเสมอ(ดูผลการทดลองในบทที่แล้วประกอบ) ความแตกต่างระหว่างสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงสุด กับสนามไฟฟ้าเฉลี่ยมีค่าต่างกันไม่มากนัก สังเกตได้จากแถบสีแต่ละสีจะกว้างและกระจายอย่างไม่แตกต่างกันมาก แต่เมื่อเปรียบเทียบกับอิลลิปโตรคแบบ rod-rod พบว่ามีการกระจายไปสู่สนามที่มีค่าน้อย(หรือแทนด้วยสีเทา)อย่างรวดเร็ว ซึ่งตรงกับความ

## เป็นจริง

การหาค่าศักย์และสนามไฟฟ้าโดยวิธีจำลองประจุสามารถใช้ได้กับระบบที่มีความสมมาตรและขอบเขตไม่จำกัด ซึ่งถ้าใช้วิธีของ FEM หรือ FDM จะทำการคำนวณได้ยุ่งยากกว่าและใช้เวลามาก แต่วิธีนี้เมื่อนำไปใช้กับระบบที่มีขอบเขตซับซ้อนมากขึ้นจะทำให้ต้องสมมติประจุและกำหนด contour point มากขึ้น ซึ่งจะทำให้การคำนวณซับซ้อนและให้เวลามากขึ้นในการใช้งานจริงก็มักจะเลือกวิธีอื่น เช่น FEM หรือ FDM แทน

## ประโยชน์และการใช้งาน

โปรแกรมที่ใช้ในปริญญาณิพนธ์เล่มนี้สามารถนำไปเพื่อใช้หาค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้าที่จุดใดๆ ของอิเล็กโตรดแบบ ทรงกลม-ทรงกลม, ทรงกลมกับระนาบ, rod-rod, rod- plane ได้ และอาจนำไปใช้เพื่อการศึกษาการกระจายของศักย์และสนามไฟฟ้าใน gap ของอิเล็กโตรดคั้งที่ได้กล่าวไว้แล้ว

## บทวิจารณ์

1. การใช้วิธีจำลองประจุในการคำนวณหาค่าศักย์และสนามไฟฟ้า ทำให้สามารถคำนวณได้รวดเร็ว แต่ความถูกต้องมีจำกัดเมื่อเทียบกับวิธีของ FEM และ FDM แต่ความผิดพลาดก็อยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้
2. การแสดงค่าศักย์และสนามไฟฟ้าด้วยความแตกต่างของระดับสี ทำให้สามารถเปรียบเทียบการกระจายของศักย์และสนามไฟฟ้าได้ง่ายและรวดเร็วกว่า
3. การใช้งานโปรแกรมเป็นแบบเมนูและโปรแกรมเป็นแบบตอบสนองทันทีทันใด (Interactive) ทำให้ใช้งานได้ง่ายผู้ใช้ไม่จำเป็นต้องมีความรู้ทางเทคนิคมากนัก
4. สามารถนำโปรแกรมไปใช้เพื่อการเรียนการสอนทางไฟฟ้ากำลังได้
5. การใช้ภาษาซีในการเขียนโปรแกรมซึ่งเป็นภาษาที่ค่อนข้างมาตรฐานและเป็นที่ยอมรับทำให้ง่ายต่อการนำไปพัฒนาและเชื่อมโยงกับภาษาอื่น

## ข้อเสนอแนะ

1. โปรแกรมน่าจะเพิ่มวิธีการคำนวณแบบอื่นเช่น FEM และ FDM เข้าไปด้วยเพื่อจะได้เปรียบเทียบผลการคำนวณของแต่ละวิธี
2. โปรแกรมน่าจะแสดงผลทางเครื่องพิมพ์ได้ด้วย เพื่อสามารถนำผลไปใช้งานได้ทันที
3. อิเล็กโตรดที่ใช้มีเพียง 3 แบบ น่าจะเพิ่มแบบอื่นๆ เข้าไปด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

#include <math.h>
#include <alloc.h>
#include <conio.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include "f:\sdk\svgadrv\driver\screen.c" /* รวมเอาไฟล์ screen.c ,evel.c, */
#include "f:\evel.c" /* stos.c เข้ามาโปรแกรมหลักด้วย */
#include "f:\stos.c" /* โดยระบุตำแหน่งที่ไฟล์นั้นอยู่ */

void sub_shape11(int *i,int x1,int y1,char *h1);
void sub_shape1(int *i,int x1,int y1,char *h,char *h1);
void sub(int *i,int x1,int y1,char *h1,int q1);
void sub_display1(int *i,int x1,int y1,char *h,char *h1);
void sub_display11(int *i,int x1,int y1,char *h1,int *answer);
void sub_display12(int *i,int x1,int y1,char *h1,int *answer);
int sub_run(int x1,int y1);
void get_num(int cond,int x,int y,char *ch,double *ans,char sss[18],int *dig);
void get_xyz(int x,int y,char *ch,int *ans,char sss[],int *dig);
void findE(int cond,int x0,int y0,char *h,double radius,double g,double Qx,
double kv);
void text(char charac,int number,int x,int y,int color);
void location(int *x1,int *x2,int *x3,int *y0,int *y1,int *y2,int *y3,
int *y4,int *y5,int *y6,int *y7,int *y8,int *y9);
void locat_num(int *x1g,int *x2g,int *x1v,int *x2v,int *x1r,int *x2r,
int *y1rs,int *y2rs,int *y1rr,int *y2rr,int *y1gv,int *y2gv);
void centertext(int numchar,int *delx,int *dely);
int centerhor(int wideframe);
void P1c2D(double kv,double g,double radius,int s,double *Qx);
void P1c3D(double emax,double g,double radius,int s,double *Qx);
int findcolor(double e);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

void sed(int n);
void sed1(int k);
void sphere(double radius,double g);
void rod(double radius,double g);
void frame1();
void axis();
void plg1(double x,double y,double z,double radius,double g,double vmax,
    int s);
void plg2(double x,double y,double z,double radius,double g,double vmax,
    int s);
void plg3(double x,double y,double z,double radius,double g,double vmax,
    int s);
void settable1();
void puttable(int order,int r, int g, int b);

#define SHAPE 0
#define GAP 3
#define VOLT 2
#define DISPLAY 1

#define UPPER 0
#define LOWER 1

#define SPHERE 0
#define PLANE 2
#define ROD 1

#define IMAGE 0
#define GRAPH 1

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

#define YES      1
#define NO      0

int table256[3500][3],table448[512][3],j[10000];

double aspect=500./1200;

double x01,y01;

int digit=5,point=3;

int blankttoi=10;

int x=0,y=400,          /* set location of menu */
    width=30,length=100,      /* set bar */
    blankx=0,blanky=15,      /* set blank between bar in submenu */
    between=20,              /* set blank between submenu */
    fblankx=5,fblanky=5,     /* set blank between frame and bar in submenu */
    framewidth=40,          /* set width of get_num */
    frameblankx=15,         /* set blank between text and frame in get_num */
    fbetweenx=40,fbetweeny=50; /* set blank between get_num and submenu */

int colordel=0,
    colorin=235,
    colorval=236,
    colorbar=237,
    colortext=238,
    colortswap=239,
    colorframe=240;

int x00=430,y00=0,
    width00=17;

```

```
void main()
```

```
{
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 double Qx;  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

double volt = 0,gap = 0;
double up_rsphe = 0,lo_rsphe = 0;
double up_rrod = 0,lo_rrod = 0;
int display = 0,up_shape=0,lo_shape=0;
char ch1=0,ch3=0,ch5 = 0; /* second byte of key */
char ch=0,ch01 = 0; /* first byte of key */
char srp=0,ch02=0; /* first byte of key */
int z = 0,a = 0,s = 0;
int a1 = 0,s1 = 0,s2=0;
char sgap[18],svolt[18];
char s_upsphe[18],s_losphe[18];
char s_uprod[18],s_lorod[18];
int dgap=0,dvolt=0;
int d_upsphe=0,d_losphe=0;
int d_uprod=0,d_lorod=0;
int x1,x2,x3,y0,y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8,y9;
int xg1,xg2,xv1,xv2,xr1,xr2,yrs1,yrs2,yrr1,yrr2,ygv1,ygv2;
int run=0;
int xx0,yy0;
char stri[8]; /* use in sprintf() */
double radius;
if(!opengraph()) {
printf("Not installed driver");
exit(0); }
setdac(0,0,0,0);
setdac(235,250,0,0); setdac(236,0,250,0);
setdac(237,0,0,250); setdac(238,250,250,0);
setdac(239,0,250,250); setdac(240,250,250,250);

location(&x1,&x2,&x3,&y0,&y1,&y2,&y3,&y4,&y5,&y6,&y7,&y8,&y9);

```

```

frame1();
xx0 = x00 + width00/2;
yy0 = y00 + width00/2;
frame(x00,y00,x00+202,y00+6*width00,colorframe);
frame(x00,y00+6*width00,x00+202,y00+8*width00,colorframe);
frame(x00,y00+8*width00,x00+202,y00+10*width00,colorframe);
frame(x00,y00+10*width00,x00+202,y00+12*width00,colorframe);
line(x00,y00+7*width00/2,x00+202,y00+7*width00/2,colorframe);
line(x00,y00+7*width00/2+1,x00+202,y00+7*width00/2+1,colorframe);
line(x00,y00+7*width00/2+2,x00+202,y00+7*width00/2+2,colorframe);
outtextxy(xx0+20,yy0+9*width00/2,colortext,"Emax =      kv/cm");
outtextxy(xx0+44,yy0+7*width00/2,colortext,"E =      kv/cm");
box(430,265,632,470,colorval);
outtextxy(xx0,yy0,colortext,"X location:      cm");
outtextxy(xx0,yy0+width00,colortext,"Y location:      cm");
outtextxy(xx0,yy0+2*width00,colortext,"Z location:      cm");
outtextxy(xx0+9,yy0+13*width00/2,colortext,"Voltage :      kv");
outtextxy(xx0+41,yy0+17*width00/2,colortext,"Gap :      cm");
outtextxy(xx0+17,yy0+21*width00/2,colortext,"Radius :      cm");
outtextxy(xx0+92,yy0+13*width00/2,colortswap,"0.00");
outtextxy(xx0+92,yy0+17*width00/2,colortswap,"0.00");
outtextxy(xx0+92,yy0+21*width00/2,colortswap,"0.00");

/*****/
frame(x00,y00+13*width00,x00+202,y00+15*width00,colorframe);
box(x00+63,y00+13*width00-5,x00+142,y00+13*width00+5,colordel);
outtextxy(x00+68,y00+13*width00-4,colortext,"ELECTRODE");

/*****/

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 outtextxy(1,460,colorin,"PRESS <F10> TO EXIT");  
 ไม่ควรแก้ไขสิ่งอื่นอีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

do {
ch = 0;
srp = 0;
ch02 = 0;
ch5 = 0;
ch3 = 0;
if(ch1 == 59 || ch1 == 68)
ch1 = 0;
outtextxy(170,460,colortext,"PRESS <F1> GOTO SUB MENU");

sub(&z,x,y,&ch,ch1); /* sub -> x,y,x3,y0 */
if(ch == 13 || ch1 == 75 || ch1 == 77)
{
if(ch == 13)
box(3,3,407,377,colordel); /* delete picture */

if(z == SHAPE)
{
do{
sub_shape1(&a,x,y2,&ch1,&ch01); /* sub_shape1 -> x,y2,x1,y1 */
if(ch01 == 13) /* sub_shape1 -> x,y5,x1,y3 */
{
do {
sub_shape11(&s,x,y5,&srp);
if(srp == 13)
{
if(a == UPPER) {
up_shape = s;
lo_shape = s;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if(s == SPHERE)
get_num(z,xr1,yrs1,&ch5,&up_rsphe,s_upsphe,&d_upsphe);

else if(s == ROD)
get_num(z,xr1,yrr1,&ch5,&up_rrod,s_uprod,&d_uprod);

else
break; }

/**  ในโปรแกรมนี้ไม่จำเป็นต้องใช้ส่วนข้างล่างเพราะอีเลคโตรดเหมือนกัน  ***/

/*     else if(a == LOWER) {
lo_shape = s;
if(s == SPHERE)
get_num(z,xr1,yrs1,&ch5,&lo_rsphe,s_losphe,&d_losphe);
else if(s == ROD)
get_num(z,xr1,yrr1,&ch5,&lo_rrod,s_lorod,&d_lorod);
else
break; }
*/

}

} while(srp != 27 && srp != 59 && srp != 68 && ch5 != 13
&& ch5 != 59 && ch5 != 68);
if(ch5 == 13) {
box(x00+5,y00+14*width00-5,x00+197,y00+15*width00-5,colordel);
if(up_shape == SPHERE)
outtextxy(x00+40,y00+14*width00-3,colortswap,"SPHERE TO SPHERE");
if(lo_shape == ROD)
outtextxy(x00+66,y00+14*width00-3,colortswap,"ROD TO ROD"); }

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

box(x+3,y5,x1,y3,colordel);          /* delete all box of sub_shape11 */
}

} while(ch01 != 27 && ch1 != 77 && ch1 != 75 && ch1 != 59 && ch1 != 68
&& srp != 59 && srp != 68 && ch5 != 59 && ch5 != 68);

box(x+3.y2,x1,y1-2,colordel);        /* delete all box of sub_shape1
}

else if(z == DISPLAY)
{
do {                                  /* sub_display1 -> x2.y2,x3,y1 *
sub_display1(&a1,x2,y2,&ch1,&ch01);

if(ch01 == 13)
{
if(a1 == IMAGE)
{
do {
sub_display11(&s1,x2,y4,&ch02,&display); /* if display = 0, it' s 2-
if(ch02 == 13)
run = sub_run(x2,y7);
} while(ch02 != 27 && ch02 != 59 && ch02 != 68 && run != YES
&& run != -1 && run != -2);
box(x2,y4,x3-2,y3,colordel); }

else,if(a1 == GRAPH) {
do {
sub_display12(&s2,x2,y5,&ch02,&display);
if(ch02 == 13)
run = sub_run(x2,y9);
} while(ch02 != 27 && ch02 != 59 && ch02 != 68 && run != YES
&& run != -1 && run != -2);
box(x2,y5,x3-2,y3,colordel); }

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 } ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

} while(ch01 != 27 && ch1 != 77 && ch1 != 75 && ch1 != 59 && ch1 != 68
&& ch02 != 59 && ch02 != 68 && run != YES && run != -1
&& run != -2);
box(x2,y2,x3-2,y1-2,colordel);          /* delete all box of sub_displa
}

else if(z == VOLT) {
get_num(z,xv1,ygv1,&ch1,&volt,svolt,&dvolt);          /* get voltage value */
box(xx0+92,yy0+13*width00/2,xx0+157,yy0+13*width00/2+10,colordel);
sprintf(stri,"%4.2lf",volt);
outtextxy(xx0+92,yy0+13*width00/2,colortswap,stri); }

else if(z == GAP) {
get_num(z,xg1,ygv1,&ch1,&gap,sgap,&dgap);          /* get gap length */
box(xx0+92,yy0+17*width00/2,xx0+150,yy0+17*width00/2+10,colordel);
sprintf(stri,"%3.2lf",gap);
outtextxy(xx0+92,yy0+17*width00/2,colortswap,stri); }

if(run == YES)
{
run = NO;
if(up_shape == SPHERE && lo_shape == SPHERE)
radius = up_rsphe;
else if(up_shape == ROD && lo_shape == ROD)
radius = up_rrod;
box(170,460,428,470,colordel);
outtextxy(340,460,colortext,"< WAIT! >");

switch(display) {
case 1 : PIC2D(volt,gap,radius,up_shape,&Qx); break;          /*สร้างภาพสองมิติ*/
case 2 : PIC3D(volt,gap,radius,up_shape,&Qx); break;          /*สร้างภาพสามมิติ*/
}
}

```

```

/* วาดกราฟระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับ รวดแดงที่ค่อย ๆ เปลี่ยนไป */
case 3 : box(430,265,632,470,colorval);
axis();
plg2(x01,y01,x01,radius,gap,volt,up_shape); break;

/* วาดกราฟระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับ รัศมีของอิเล็กตรอนที่ค่อย ๆ เปลี่ยนไป */
case 4 : box(430,265,632,470,colorval);
axis();
plg3(x01,y01,x01,radius,gap,volt,up_shape); break;

/* วาดกราฟระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับ ระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนที่ค่อย ๆ เปลี่ยนไป */
case 5 : box(430,265,632,470,colorval);
axis();
plg1(x01,y01,x01,radius,gap,volt,up_shape); break; }
}
if(ch == 59 || ch1 == 59 || ch02 == 59 || run == -1 || srp == 59
|| ch5 == 59) {
box(170,460,428,470,colordel);
frame(x,y,x3,y0,colorframe);

/* ใช้หาค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ พร้อมทั้งที่แสดงค่าที่คำนวณได้ลงบนจอด้วย */
findE(up_shape,x00,y00,&ch3,radius,gap,Qx,volt);

box(170,460,428,470,colordel);
run = NO; }
} while(ch != 68 && ch1 != 68 && ch02 != 68 && run != -2 && srp != 68
&& ch5 != 68 && ch3 != 68);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ฌีวการณใด ๆ ทงสนธิ อักทงทามีให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

closegraph();
}

void PIC3D(double emax,double g,double radius,int s,double *Qx)
{
register i,r; /* ฟังก์ชันย่อยที่ใช้ */
int color,ordercolor,m,l,n,e2; /* วาดภาพสามมิติ */
double e,a,b,a1,x,y,z,x1,y1,er,error,e1;
char ch,tre[10];
int ycol;

for(i=0;i<234;i++)
{
setdac(i,0,0,0);
}
if(s==0){
Q=(double *)calloc(2, sizeof(double));
initial_Q_StoS(g,radius,Qx,&error);}
else{
Q1=(double *)calloc(9, sizeof(double));
initialQ(g/radius,1);}
settable1();
l=0;
a = cos(-1.3813); /* มุมที่ใช้ในการหมุนแกน z (ซึ่งตั้งฉากกับจอ)ไป 30 องศา กับ */
/* แกน z เดิม (หมุนไปในทิศทางออกจากตัว */
/* สร้างภาพสามมิติ จาก -V -> 0 */
for(y=g;y>0;y--){
y1 = y/radius;
for(x=150;x>0;x--){

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
    x1 = x/radius;
    z = x1;
    if(s==1){
        e = Exyz(x1,y1,z);}
    else{
        e1 = Exyz_StoS(x1,y1,z,*Qx);
        e = e1/Exyz_StoS(0,g/radius,0,*Qx);}
    er = e*emax;
    ordercolor=findcolor(er);
    j[1] = ordercolor/2.2;
    table256[j[1]][0]=table448[ordercolor][0];
    table256[j[1]][1]=table448[ordercolor][1];
    table256[j[1]][2]=table448[ordercolor][2];

    for(a1=0;a1<x;a1++){
b = sqrt(x*x - a1*a1);
b = b*a;

putpixel(a1+205,-b+190+y+g,j[1]); /* วาดจุดสีลงบนจอเพื่อให้เกิดภาพสามมิติ */
putpixel(-a1+205,-b+190+y+g,j[1]);

    }

    l++;
}}

n = 1;

box(430,265,632,470,colorframe);

/* สร้างภาพที่สมมาตรกับภาพที่เกิดจากข้างบน คือ จาก 0 -> +V */

for(y=1;y<=g;y++){

```

```

for(x=150;x>0;x--)
{
for(a1=0;a1<x;a1++){
b = sqrt(x*x - a1*a1);
b = b*a;
putpixel(a1+205,-b+190-y+g+2,j[m]);
putpixel(-a1+205,-b+190-y+g+2,j[m]);
}

if(y==g){
line(455+ycol,380,455+ycol,395,j[m]);
}

m++;ycol++;}}

sed(n);
outtextxy(340,460,colordel,"< WAIT! >");
if(s==0){
sphere(radius,2*g);}
else{
rod(radius,2*g);}
if(s==1){
e = Exyz(0,g/radius,0);}
else{
e = Exyz_StoS(0,g/radius,0,*Qx);}
er = e*emax;
e2 = 100*er/20;
if(e2>=100)
e2 = 100;

outtextxy(490,300,colorin,"COLOR VALUE");
sprintf(tre,"%3d",e2);

```

```

    outtextxy(601,370,colorval,tre):
    outtextxy(585,370,colorval,"E=  %"):
    outtextxy(440,370,colorval,"E=0%");
}

/* ฟังก์ชันที่ใช้งานการสร้างภาพสองมิติ */
void PIC2D(double kv,double g,double radius,int s,double *Qx)
{
    register i,k,r:
    int color.ordercolor,d,e2:
    double E.x.y.z,x1,Er,error,E1:
    char ch,tre[10];
    int ycol;

    for(i=0;i<235;i++)
    {
        setdac(i,0,0,0);
    }
    if(s==0){
        Q=(double *)calloc(2, sizeof(double));
        initial_Q_StoS(g,radius,Qx,&error);}
    else{
        Q1=(double *)calloc(9, sizeof(double));
        initialQ(g/radius,1);}
    settable1();
    k=0;y=g/radius;
    for(x=0;x<150;x++)
    {
        x1 = x/radius;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 $z = x1;$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if(s==1)
E = Exyz(x1,y,z);
else{
E1 = Exyz_StoS(x1,y,z,*Qx);
E = E1/Exyz_StoS(0,g/radius,0,*Qx);}
Er = E * kv;
ordercolor=findcolor(Er);
table256[k][0]=table448[ordercolor][0];
table256[k][1]=table448[ordercolor][1];
table256[k][2]=table448[ordercolor][2];
circle(205,190,2*x/3,aspect,k);
k++;
}
sed1(k);
outtextxy(340,460,coloridel,"< WAIT! >");
box(430,265,632,470,colorframe);
outtextxy(490,280,colorin,"COLOR VALUE");
for(ycol=0;ycol<150;ycol++)
line(605-ycol,380,605-ycol,395,ycol);
if(s==1){
E = Exyz(0,g/radius,0);}
else{
E = Exyz_StoS(0,g/radius,0,*Qx);}
Er = E*kv;
e2 = 100*Er/20;
if(e2>=100)
e2 = 100;
sprintf(tre,"%3d",e2);
outtextxy(601,370,colorbar,tre);

```

```

        outtextxy(440,370,colorbar,"E=0%");
    }

    /* ฟังก์ชันที่ใช้ในการเทียบสี */
    int findcolor(double e)
    {
        double x;
        int order;
        x=(30-1.5*e)*35.5/2.2;
        order = (int) x;
        if(order<=0) order = 0;
        if(order>=511) order=511;
        return order;
    }

    /* ใช้ในการใส่สีลงบนภาพสามมิติที่ได้พล็อตไปแล้วจากข้างต้นแต่ยังไม่ได้กำหนดค่าสี */
    void sed(int n)
    {
        int i;
        for(i=0;i<n;i++)
        {
            setdac(j[i],table256[j[i]][0],table256[j[i]][1],table256[j[i]][2]);
        }
        setdac(255,255,255,255);
        setdac(0,0,0,0);
    }

    /* ใช้ในการใส่สีลงบนภาพสองมิติที่ได้พล็อตไปแล้วจากข้างต้นแต่ยังไม่ได้กำหนดค่าสี */
    void sed1(int k)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

int i;
for(i=0;i<k;i++)
{
setdac(i,table256[i][0],table256[i][1],table256[i][2]);
}
setdac(255,255,255,255);
setdac(0,0,0,0);
}

```

/\* ฟังก์ชันในการวาดอิเล็กตรอนที่เป็นทรงกลม \*/

```

void sphere(double radius,double g)
{
int temp_r,d;

if(radius == 1)
temp_r=5;
else
if (radius >= 20)
temp_r=25;
else
temp_r=radius+5;

floodcircle(205,180,temp_r,aspect,255);
floodcircle(205,190+temp_r+g,temp_r,aspect,255);
for(d=0;d<40;d++){
xpixel(205,180-temp_r-d,255);
xpixel(205,d+g+2*temp_r+180,255);}
outtextxy(197,180-temp_r-54,255,"+V");
outtextxy(197,47+g+2*temp_r+190,255,"-V");

```

เอกสารนี้เป็น line(370,180+temp\_r,375,180+temp\_r,255); ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    outtextxy(390,180+temp_r-7,255,"0V");
}

/* ฟังก์ชันในการวาดอิเล็กทรอนิกส์ที่เป็นรูปแท่ง */
void rod(double radius,double g)
{
    int tempr,d,x;

    tempr = radius+5;
    floodcircle(205,180,tempr,aspect,255);
    floodcircle(205,190+tempr+g,tempr,aspect,255);
    box(203-tempr,180-g,207+tempr,180,colorframe);
    box(203-tempr,190+tempr+g,207+tempr,190+tempr+2*g,colorframe);
    outtextxy(197,185-g-16,255,"+V");
    outtextxy(197,185+tempr+2*g+8,255,"-V");
    line(370,185+tempr/2,385,185+tempr/2,255);
    outtextxy(390,185+tempr/2+g-7,255,"0V");
}

/* ฟังก์ชันที่ใช้วาดกรอบรูปที่แสดงภาพสามมิติและสองมิติ */
void frame1()
{
    int x,y;
    for(x=0,y=1;x<410;x++)
        xpixel(x,y,240);
    for(y=0,x=1;y<380;y++)
        xpixel(x,y,240);
    for(x=0,y=380;x<410;x++)
        xpixel(x,y,240);
    for(y=0,x=410;y<380;y++)

```

```

    xpixel(x,y,240);
}

void axis()
{
    line(450,290,450,450,colorin);
    line(450,450,620,450,colorin);
}

/* วาดกราฟระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับ ระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนที่ค่อย ๆ เปลี่ยนไป */
void plg1(double x,double y,double z,double radius,double g,double vmax,
    int s)
{
    double e,f,e1,error,Qx,x1,x2,y1,y2,a=0;

    outtextxy(340,460,colordel,"< WAIT! >");
    outtextxy(447,277,colorin,"E");
    outtextxy(581,455,colorin,"GAP");
    for(f=g;f<150;f++){
        if(s==ROD){
            Ql=(double *)calloc(9, sizeof(double));
            initialQ(f/radius,1);
            e = Exyz(x/radius,y/radius,z/radius);}
        else if(s == SPHERE){
            initial_Q_StoS(f,radius,&Qx,&error);
            e = Exyz_StoS(x/radius,y/radius,z/radius,Qx);}
        e1 = e*vmax;

        if(a==0)
            if(s==1){

```

```

x1 = f+445;y1 = 450-6*e1;
x2 = x1;y2 = y1;
a++;}
else {
x1 = f+445;y1 = 450-e1/1.5;
x2 = x1;y2 = y1;
a++;}
else
if(s==1){
x2 = f+450;y2 = 450-6*e1;}
else{
x2 = f+450;y2 = 450-e1/1.5;}
line(x1,y1,x2,y2,colorin);
x1=x2;y1=y2;}
}

/* วาดกราฟระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ กับ โวลเตจที่ค่อย ๆ เปลี่ยนไป */
void plg2(double x,double y,double z,double radius,double g,double vmax,
int s)
{
double e,f,e1,Qx,error,x1,x2,y1,y2,a=0;

outtextxy(340,460,colordel,"< WAIT! >");
outtextxy(447,277,colorin,"E");
outtextxy(581,455,colorin,"VOLT");
if(s==ROD){
Ql=(double *)calloc(9, sizeof(double));
initialQ(g/radius,1);
e = Exyz(x/radius,y/radius,z/radius);}
else if(s==SPHERE){

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Q=(double *)calloc(2, sizeof(double));
initial_Q_StoS(g,radius,&Qx,&error);
e = Exyz_StoS(x/radius,y/radius,z/radius,Qx);}
for(f=0;f<=vmax;f++){
e1 = e*f;
if(a==0) {
if(s==1){
x1 = f+440;y1 = 420-e1;
x2 = x1;y2 = y1;
a++;}
else {
x1 = f+440;y1 = 420-e1/2;
x2 = x1;y2 = y1;
a++;} }
else {
if(s==1){
x2 = f+440;y2 = 420-e1;}
else{
x2 = f+440;y2 = 420-e1/2;}}
line(x1,y1,x2,y2,colorin);
x1=x2;y1=y2;}
}

/* วาดกราฟระหว่าง ค่าสนามไฟฟ้าที่จุดใด ๆ ด้วย รัศมีของอิเล็กตรอนที่ค่อย ๆ เปลี่ยนไป */
void plg3(double x,double y,double z,double radius,double g,double vmax,
int s)
{
double e,f,e1,error,Qx,x1,x2,y1,y2,a=0;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 outtextxy(340,460,coloridel,"< WAIT! >");รออ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

outtextxy(447,277,colorin,"E");
outtextxy(581,455,colorin,"RADIUS");
for(f=1;f<20+radius;f++){
if(s==ROD){
Ql=(double *)calloc(9, sizeof(double));
initialQ(g/f,1);
e = Exyz(x/f,y/f,z/f);}
else if(s==SPHERE){
Q=(double *)calloc(2, sizeof(double));
initial_Q_StoS(g,f,&Qx,&error);
e = Exyz_StoS(x/f,y/f,z/f,Qx);}
e1 = e*vmax;
if(a==0)
if(s==1){
x1 = 3*f+425;y1 = 415-3*e1;
x2 = x1;y2 = y1;
a++;}
else {
x1 = 3*f+425;y1 = 415-e1/1.5;
x2 = x1;y2 = y1;
a++;}
else
if(s==1){
x2 = 3*f+425;y2 = 415-3*e1;}
else{
x2 = 3*f+425;y2 = 415-e1/1.5;}
line(x1,y1,x2,y2,colorin);
x1=x2;y1=y2;}
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

/* สร้างตารางมาตรฐานของค่าสีที่ดัชนีหนึ่ง ๆ ไว้เพื่อใช้เทียบสีที่คำนวณได้ */
void settable1()
{
    int i,j,k;

    puttable(0,0,0,0);
    for(i=1;i<64;i++)
    {
        j=2*i+20;
        puttable(i,j,0,0);
    }
    for(i=0;i<64;i++)
    {
        j=3*i+60;
        k=3*i+60;
        puttable(i+128,j,k,0);
    }

    for(i=0;i<64;i++)
    {
        j=3*i+60;k=3*i+20;
        puttable(i+64,j,k,0);
    }

    for(i=0;i<64;i++)
    {
        j=4*i+9;
        puttable(i+192,0,j,0);
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**for(i=0;i<64;i++)**  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
    j=3*i+40;k=4*i+9;
    puttable(i+256,j,0,k);
}
for(i=0;i<64;i++)
{
    j=4*i+9;
    puttable(i+320,0,0,j);
}
for(i=0;i<64;i++)
{
    j=3*i+30;
    puttable(i+384,0,j,j);
}
for(i=0;i<64;i++)
{
    j=7*i/3+100;
    puttable(i+448,j,j,j);
}
}

void puttable(int order,int r, int g, int b)
{
    table448[order][0]=r;
    table448[order][1]=g;
    table448[order][2]=b;
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**void findE(int cond,int x0,int y0,char \*h,double radius,double g,double Qx,**  
 ไม้วารณใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

double kv)
{
char ch7;
char h1;
char lastx[5],lasty[5],lastz[5];
int xdig=0,ydig=0,zdig=0;
int xlocate=0,ylocate=0,zlocate=0;
int i,s;

double e=0.0,emax=0.0;
int z1,width=17;
char stre[10],stremax[10];
int x,y;
    x = x0 + width/2;
    y = y0 + width/2;
    frame(x0,y0,x0+202,y0+6*width,colortswap);
    frame(x0,y0+6*width,x0+202,y0+8*width,colortswap);
    frame(x0,y0+8*width,x0+202,y0+10*width,colortswap);
    frame(x0,y0+10*width,x0+202,y0+12*width,colortswap);
    line(x0,y0+7*width/2,x0+202,y0+7*width/2,colortswap);
    line(x0,y0+7*width/2+1,x0+202,y0+7*width/2+1,colortswap);
    line(x0,y0+7*width/2+2,x0+202,y0+7*width/2+2,colortswap);
    outtextxy(170,460,colortext,"PRESS <F2> GOTO MAIN MENU");
    box(x+92,y+9*width/2,x+148,y+9*width/2+9,colordel);
    *h = 0;
    h1 = 13;
    do {
        if(h1 == 13)
            {

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 i = 0;  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

box(x+92,y+7*width/2,x+148,y+7*width/2+9,colorde1);
outtextxy(x,y,colortswap,"X location:          cm");
outtextxy(x,y+width,colortext,"Y location:          cm");
outtextxy(x,y+2*width,colortext,"Z location:          cm");
get_xyz(x+105,y,&ch7,&xlocate,lastx,&xdig);
do {
if(ch7 == 72) {
switch(i) {
case 2: outtextxy(x,y,colortswap,"X location:          cm");
outtextxy(x,y+width,colortext,"Y location:          cm");
get_xyz(x+105,y,&ch7,&xlocate,lastx,&xdig);
break;
case 1: outtextxy(x,y+width,colortswap,"Y location:          cm");
outtextxy(x,y+2*width,colortext,"Z location:          cm");
get_xyz(x+105,y+width,&ch7,&ylocate,lasty,&ydig);
break;
case 0: outtextxy(x,y+2*width,colortswap,"Z location:          cm");
outtextxy(x,y,colortext,"X location:          cm");
get_xyz(x+105,y+2*width,&ch7,&zlocate,lastz,&zdig); }
i = (i + 1) % 3; }

if(ch7 == 80) {
i = (i + 2) % 3;
switch(i) {
case 0: outtextxy(x,y,colortswap,"X location:          cm");
outtextxy(x,y+2*width,colortext,"Z location:          cm");
get_xyz(x+105,y,&ch7,&xlocate,lastx,&xdig);
break;

```

```

outtextxy(x,y,colortext,"X location:          cm");
get_xyz(x+105,y+width,&ch7,&ylocate,lasty,&ydig);
break;
case 1: outtextxy(x,y+2*width,colortswap,"Z location:          cm");
outtextxy(x,y+width,colortext,"Y location:          cm");
get_xyz(x+105,y+2*width,&ch7,&zlocate,lastz,&zdig); } }
} while(ch7 != 27 && ch7 != 60 && ch7 != 68);
if(ch7 == 27)
{
switch(i) {
case 0: outtextxy(x,y,colortext,"X location:          cm");
break;
case 2: outtextxy(x,y+width,colortext,"Y location:          cm");
break;
case 1: outtextxy(x,y+2*width,colortext,"Z location:          cm"); }

x01 = xlocate/radius;
z1 = x01;
y01 = ylocate/radius;
if(cond==ROD){
e = Exyz(x01,y01,z1);
e = e*kv;
emax = Exyz(0.0,g/radius,0.0);
emax = emax*kv;}
else if(cond == SPHERE){
e = Exyz_StoS(x01,y01,z1,Qx);
e = e*kv;
emax = Exyz_StoS(0.0,g/radius,0.0,Qx);
emax = emax*kv;}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**sprintf(stremax,"%4.2lf",emax);**  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    outtextxy(x+92,y+9*width/2,colortswap,stremax);
    sprintf(stre,"%4.2lf",e);
    outtextxy(x+92,y+7*width/2,colortswap,stre); }
}

if(ch7 != 60 && ch7 != 68) {
    h1 = getch();
    if(h1 == 0)
        *h = getch(); }
} while(*h != 60 && *h != 68 && ch7 != 60 && ch7 != 68);
if(*h == 60 || ch7 == 60) {
    frame(x0,y0,x0+202,y0+6*width,colorframe);
    frame(x0,y0+6*width,x0+202,y0+8*width,colorframe);
    frame(x0,y0+8*width,x0+202,y0+10*width,colorframe);
    frame(x0,y0+10*width,x0+202,y0+12*width,colorframe);
    line(x0,y0+7*width/2,x0+202,y0+7*width/2,colorframe);
    line(x0,y0+7*width/2+1,x0+202,y0+7*width/2+1,colorframe);
    line(x0,y0+7*width/2+2,x0+202,y0+7*width/2+2,colorframe); }
if(ch7 == 68)
    *h = ch7;
}

```

```

void sub_shape11(i,x1,y1,h1)
char *h1;
int *i,x1,y1;
{
    int dx1,dx2,dx3,dy;                /* set location of text */
    int x,y;
    char h;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 x = x1 + fblankx;  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

sss[0] = '0';
box(x,y,x+9*b,y+8,color1); } }
for(n=0;n<*dig;n++)
text(sss[n],n,x,y,colorval); }
if(c == 27)
*ch = c;
} while(c != 27 && *ch != 72 && *ch != 80 && *ch != 60 && *ch != 68);
box(x,y,x+9*(ndigit+1),y+8,color1);
for(n=0;n<*dig;n++)
text(sss[n],n,x,y,colorval);
}

```

```

void text(charac,number,x,y,color)
char charac;
int number,x,y,color;
{
switch(charac) {
case '0':outchar(9*number+x,y,color,'0');break;
case '1':outchar(9*number+x,y,color,'1');break;
case '2':outchar(9*number+x,y,color,'2');break;
case '3':outchar(9*number+x,y,color,'3');break;
case '4':outchar(9*number+x,y,color,'4');break;
case '5':outchar(9*number+x,y,color,'5');break;
case '6':outchar(9*number+x,y,color,'6');break;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

y = y1 + fblanky;
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+2*blanky+3*width,colordel);
frame(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+2*blanky+3*width,colorframe);
centertext(6,&dx1,&dy);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"SPHERE");
centertext(5,&dx2,&dy);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortext,"PLANE");
centertext(3,&dx3,&dy);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortext,"ROD");
switch(*i) {
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"SPHERE");
    break;
    case 2:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
    outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortswap,"PLANE");
    break;
    case 1:box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colorbar);
    outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortswap,"ROD");
    break; }
do {
    h = 0;    /* reset second byte */
    *h1 = getch();
    if(*h1 == 0)                /* if it's special key */
        h = getch();          /* get second byte */
    if(h == 72) {                /* arrow key is up */
        switch(*i) {
            case 2:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);    /* delet
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortext,"PLANE");
box(x+2,y,x+length,y+width,colorbar);                /* create new

```

```

break;
    case 1:box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colordel);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortext,"ROD");
box(x+2,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortswap,"PLANE");
break;
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"SPHERE");
box(x+2,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colorbar);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortswap,"ROD");
break; }
*i = (*i + 1) % 3 ; }
else if(h == 80) { /* arrow key is down */
*i = (*i+2) % 3;
switch(*i) {
    case 0:box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colordel);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortext,"ROD");
box(x+2,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"SPHERE");
break;
    case 2:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"SPHERE");
box(x+2,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortswap,"PLANE");
break;
    case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortext,"PLANE");
box(x+3,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colorbar);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortswap,"ROD");
break; } }

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

} while(*h1 != 13 && *h1 != 27 && h != 59 && h != 68);

if(h == 59 || h == 68)

*h1 = h;

}

```

```

void sub_shapel(i,x1,y1,h,h1)                /* h1 is first byte of key */
char *h,*h1;
int *i,x1,y1;                               /* h is second byte of key */
{
int dx,dy;
int x,y;
x = x1 + fblankx;
y = y1 + fblanky;
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colorde1);
frame(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colorframe);
centertext(5,&dx,&dy);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortext,"UPPER");
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortext,"LOWER");
switch(*i) {
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortswap,"UPPER");
break;
    case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortswap,"LOWER");
break; }

do {
    *h = 0;                                /* set second byte of last key from external */
    *h1 = getch();

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    *h = getch();
if(*h == 72 || *h == 80) {
switch(*i) {
    case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortext,"LOWER");
box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortswap,"UPPER");
break;
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortext,"UPPER");
box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortswap,"LOWER");
break; }
*i = (*i + 1) % 2; }
} while(*h1 != 13 && *h1 != 27 && *h != 75 && *h != 77 && *h != 59
&& *h != 68);
}

void sub(i,x1,y1,h1,q1)
char *h1;
int *i,x1,y1,q1;
{
    int dx1,dx2,dx3,dy;
    int x,y;
    char h;
    x = x1 + fblankx;
    y = y1 + fblanky;
    frame(x1,y1,x1+2*fblankx+3*blankx+4*length,y1+2*fblanky+width,colortswap);
    centertext(5,&dx1,&dy);
    outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"SHAPE");

```

```

centertext(3,&dx2,&dy);
outtextxy(x+dx2+blankx+length,y+dy,colortext,"GAP");
centertext(7,&dx3,&dy);
outtextxy(x+dx3+2*blankx+2*length,y+dy,colortext,"VOLTAGE");
outtextxy(x+dx3+3*blankx+3*length,y+dy,colortext,"DISPLAY");
switch(*i) {
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"SHAPE");
    break;
    case 3:box(x+blankx+length,y,x+blankx+2*length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx2+blankx+length,y+dy,colortswap,"GAP");
    break;
    case 2:box(x+2*blankx+2*length,y,x+2*blankx+3*length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx3+2*blankx+2*length,y+dy,colortswap,"VOLTAGE");
    break;
    case 1:box(x+3*blankx+3*length,y,x+3*blankx+4*length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx3+3*blankx+3*length,y+dy,colortswap,"DISPLAY");
    break; }

do {
h = 0;
if(q1 != 75 && q1 != 77) {
    *h1 = getch();
    if(*h1 == 0)
        h = getch(); }
if(h == 75 || q1 == 75) {
    switch(*i) {
        case 3:box(x+blankx+length,y,x+blankx+2*length,y+width,colordel);
        outtextxy(x+dx2+blankx+length,y+dy,colortext,"GAP");

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"SHAPE");
break;
    case 2:box(x+2*blankx+2*length,y,x+2*blankx+3*length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx3+2*blankx+2*length,y+dy,colortext,"VOLTAGE");
box(x+blankx+length,y,x+blankx+2*length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx2+blankx+length,y+dy,colortswap,"GAP");
break;
    case 1:box(x+3*blankx+3*length,y,x+3*blankx+4*length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx3+3*blankx+3*length,y+dy,colortext,"DISPLAY");
box(x+2*blankx+2*length,y,x+2*blankx+3*length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx3+2*blankx+2*length,y+dy,colortswap,"VOLTAGE");
break;
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"SHAPE");
box(x+3*blankx+3*length,y,x+3*blankx+4*length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx3+3*blankx+3*length,y+dy,colortswap,"DISPLAY");
break; }
*i = (*i + 1) % 4 ; }
else if(h == 77 || q1 == 77) { /* arrow key is right */
*i = (*i+3) % 4;
    switch(*i) {
        case 0:box(x+3*blankx+3*length,y,x+3*blankx+4*length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx3+3*blankx+3*length,y+dy,colortext,"DISPLAY");
box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"SHAPE");
break;
        case 3:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"SHAPE");
box(x+blankx+length,y,x+blankx+2*length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx2+blankx+length,y+dy,colortswap,"GAP");

```

```

break;

    case 2:box(x+blankx+length,y,x+blankx+2*length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx2+blankx+length,y+dy,colortext,"GAP");

box(x+2*blankx+2*length,y,x+2*blankx+3*length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx3+2*blankx+2*length,y+dy,colortswap,"VOLTAGE");

break;

    case 1:box(x+2*blankx+2*length,y,x+2*blankx+3*length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx3+2*blankx+2*length,y+dy,colortext,"VOLTAGE");

box(x+3*blankx+3*length,y,x+3*blankx+4*length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx3+3*blankx+3*length,y+dy,colortswap,"DISPLAY");

break; } }

} while(*h1 != 13 && *h1 != 27 && h != 59 && h != 68 && q1 != 75
&& q1 != 77);

    if(h == 59 ||h == 68)
        *h1 = h;

}

```

```

void sub_display1(i,x1,y1,h,h1)
char *h,*h1;
int *i,x1,y1;
{
int dx,dy;
int x,y;
x = x1 + fblankx;
y = y1 + fblanky;
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colordel);
frame(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colorframe);

centertext(5,&dx,&dy);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีโทษตราบหากละเมิดและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortext,"GRAPH");
switch(*i) {
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortswap,"IMAGE");
break;
    case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortswap,"GRAPH");
break; }

do {
    *h = 0;
    *h1 = getch();
    if(*h1 == 0) {
        *h = getch();
        if(*h == 72 || *h == 80) {
            switch(*i) {
                case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortext,"GRAPH");
box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortswap,"IMAGE");
break;
                case 0:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortext,"IMAGE");
box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortswap,"GRAPH");
break; }
            *i = (*i + 1) % 2; } }
}while(*h1 != 13 && *h1 != 27 && *h != 75 && *h != 77 && *h != 59
&& *h != 68);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 }  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

void sub_display11(i,x1,y1,h1,answer)
char *h1;
int *i,x1,y1,*answer;
{
int dx,dy;
int x,y;
char h;
x = x1 + fblankx;
y = y1 + fblanky;
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colordel);
frame(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colorframe);
centertext(11,&dx,&dy);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortext,"2-DIMENSION");
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortext,"3-DIMENSION");
switch(*i) {
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx,y+dy,colortswap,"2-DIMENSION");
    break;
    case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
    outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortswap,"3-DIMENSION");
    break; }
do {
    h = 0;
    *h1 = getch();
    if(*h1 == 0) {
        h = getch();
        if(h == 72 || h == 80) {

```

```

switch(*i) {
    case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortext,"3-DIMENSION");
box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortswap,"2-DIMENSION");
break;
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx,y+dy,colortext,"2-DIMENSION");
box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx,y+dy+blanky+width,colortswap,"3-DIMENSION");
break; }
    *i = (*i + 1) % 2; } }
}while(*h1 != 13 && *h1 != 27 && h != 59 && h != 68);
//box(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colordel);
if(*h1 == 13)
*answer = *i+1;
if(h == 59 || h == 68)
*h1 = h;
}

```

```

void sub_display12(i,x1,y1,h1,answer)
char *h1;
int *i,x1,y1,*answer;
{
int dx1,dx2,dx3,dy; /* set location of text */
int x,y;
char h;
x = x1 + fblankx;
y = y1 + fblanky;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 box(x1,y1,x1+2\*fblankx+length,y1+2\*fblanky+2\*blanky+3\*width,colordel);  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

frame(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+2*blanky+3*width,colorframe);
centertext(8,&dx1,&dy);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"E & VOLT");
centertext(7,&dx2,&dy);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortext,"E & GAP");
centertext(10,&dx3,&dy);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortext,"E & RADIUS");
switch(*i) {
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
    outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"E & VOLT");
    break;
    case 2:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
    outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortswap,"E & GAP");
    break;
    case 1:box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colorbar);
    outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortswap,"E & RADIUS");
    break; }
do {
    h = 0;    /* reset second byte */
    *h1 = getch();
    if(*h1 == 0)    /* if it's special key */
        h = getch();    /* get second byte */
    if(h == 72) {    /* arrow key is up */
        switch(*i) {
            case 2:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);    /* delete
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortext,"E & GAP");
            box(x,y,x+length,y+width,colorbar);    /* create new b
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"E & VOLT");
            break;
            case 1:box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colordel);

```

```

outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortext,"E & RADIUS");
box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortswap,"E & GAP");
break;
    case 0:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"E & VOLT");
box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colorbar);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortswap,"E & RADIUS");
break; }
    *i = (*i + 1) % 3 ; }
    else if(h == S0) { /* arrow key is down */
    *i = (*i+2) % 3;
    switch(*i) {
        case 0:box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colordel);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortext,"E & RADIUS");
box(x,y,x+length,y+width,colorbar);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortswap,"E & VOLT");
break;
        case 2:box(x,y,x+length,y+width,colordel);
outtextxy(x+dx1,y+dy,colortext,"E & VOLT");
box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colorbar);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortswap,"E & GAP");
break;
        case 1:box(x,y+blanky+width,x+length,y+blanky+2*width,colordel);
outtextxy(x+dx2,y+dy+blanky+width,colortext,"E & GAP");
box(x,y+2*blanky+2*width,x+length,y+2*blanky+3*width,colorbar);
outtextxy(x+dx3,y+dy+2*blanky+2*width,colortswap,"E & RADIUS");
break; } }
} while(*h1 != 13 && *h1 != 27 && h != 59 && h != 68);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 if(\*h1 == 13)  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

*answer = *i + 3;
else if(h == 59 || h == 68)
*h1 = h;
}

int sub_run(int x1,int y1)
{
int dx,dy;
int x,y;
char h1,h;
int n;
x = x1 + fblankx;
y = y1 + fblanky;
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+width,color1);
frame(x1,y1,x1+2*fblankx+length,y1+2*fblanky+width,colorframe);
centertext(7,&dx,&dy);
outtextxy(x+dx,y+dy,colorbar,"R U N");
outtextxy(x+dx-4,y+dy-4,colortswap,"R U N");
do {
h1 = getch();
if(h1 == 0)
h = getch();
} while(h1 != 13 && h1 != 27 && h != 59 && h != 68);
if(h1 == 13) {
for(n=4;n>0;n--) {
box(x,y,x+length,y+width,color1);
outtextxy(x+dx,y+dy,colorbar,"R U N");
outtextxy(x+dx-(n-1),y+dy-(n-1),colortswap,"R U N");
delay(40); }

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ในการค้า  
 box(x1,y1,x1+2\*fblankx+length-2,y1+2\*fblanky+blanky+2\*width,color1);  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

return 1; }
else if(h1 == 27) {
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length-2,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colordel);
return 0; }
else if(h == 59) {
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length-2,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colordel);
return -1; }
else {
box(x1,y1,x1+2*fblankx+length-2,y1+2*fblanky+blanky+2*width,colordel);
return -2; }
}

```

```

void get_num(cond,x,y,ch,ans,sss,dig)
char *ch;
char sss[]; /* keep last input */
int cond,x,y;
int *dig; /* number of characters of last input */
double *ans;
{
char s[18]; /* get characters of input */
int i2,i3,i35,w,e,g,h,m,n;
int sign,a,b;
int sipoi; /* number of sign(-) and point(.) */
int x1,y1; /* begin point of text */
int yd;
char c;
char cc;

double i[16],power[6];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 int x2,y2;  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

char stremax[8];

x2 = x00 + width00/2;
y2 = y00 + width00/2;
x1 = x + frameblankx;
yd = centerhor(framewidth);
y1 = y + yd;
if(cond == VOLT) {
sipoi = 2;
box(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+64+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth
frame(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+64+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth
outtextxy(x1,y1,colortext,"Voltage:");
outtextxy(x1+9*(digit+point+sipoi)+64+2*blankttoi,y1,colortext,"kv.");
h = x1+64+blankttoi; }
else if(cond == GAP) {
sipoi = 1;
box(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+88+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth
frame(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+88+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth
outtextxy(x1,y1,colortext,"Gap length:");
outtextxy(x1+9*(digit+point+sipoi)+88+2*blankttoi,y1,colortext,"cm.");
h = x1+88+blankttoi; }
else if(cond == SHAPE) {
sipoi = 1;
box(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+56+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth
frame(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+56+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth
outtextxy(x1,y1,colortext,"Radius:");
outtextxy(x1+9*(digit+point+sipoi)+56+2*blankttoi,y1,colortext,"cm.");
h = x1+56+blankttoi; }
for(n=0;n<*dig;n++)
text(sss[n],n,h,y1,colorval);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

sign = 1;
i2 = 0;
i3 = 0;
b = 0;
e = 0;
g = 0;
i[Q] = 0;
power[0] = 1.0;
do {
    *ch = 0;
    cc = 0;
    c = getch();
    if(b == 0) {
        if((c >= '0' && c <= '9') || (c == '-' && cond == VOLT))
            box(h,y+1,h+9*(digit+point+sipoi),y+framewidth-1,color1); }
if(c == 0) { /* if it's spacial key */
    if(cond == SHAPE)
        cc = getch();
    else
        *ch = getch(); } /* get second byte */
    if(e < digit || c == '.' || i3 == 1) {
        if(g < point) {
            if(cond != SHAPE && cond != GAP) { /* because radius or gap is
if(c == '-') { /* if it's negative */
if(b == 0) { /* if it's first character */
sign = -1; /* set sign to be -1 */
s[b] = c;
text(c,b++,h,y1,colorin); } } }
        if(c == '0') { /* if it's '0' */

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if(i2 == 0 || i[e] != 0.0 || i3 == 1) { /* if it's never be '0' */
s[b] = c; /* or it follow point or the value isn't
text(c,b++,h,y1,colorin);
i2 = 1; /* show that it's ever be '0' */
i[e+1] = 10.0 * i[e] + c - '0';
e++; } }
    if(c == '.') { /* if it's point('.') */
        if(i3 == 0) { /* if it's never be point */
if(e > 0) { /* if it isn't first or second character
s[b] = c;
text(c,b++,h,y1,colorin);
i3 = 1; } } } /* show that it's ever be point */
    if(c >= '1' && c <= '9') {
        if(e > 0 && i[e] > 0.0) { /* if it's integer */
s[b] = c; /* (it hasn't point) */
text(c,b++,h,y1,colorin);
i[e+1] = 10.0 * i[e] + c - '0';
e++; }
else if(e == 0 || i3 == 1) { /* if it's first digit */
s[b] = c; /* or follow point */
text(c,b++,h,y1,colorin);
i[e+1] = 10.0 * i[e] + c - '0';
e++; }
    else if(e == 1 && i[e] == 0.0) { /* if first digit = '0' */
b--;
e--;
        if(b == 0) /* if '0' is first character */
            box(h,y1,h+9,y1+8,colordel); /* delete it */
        else /* if '0' is second character */

```

เอกสารนี้เป็น box(h+9,y1,h+18,y1+8,colordel); ภาษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

s[b] = c;
text(c,b++,h,y1,colorin);
i[e+1] = 10.0 * i[e] + c - '0';
e++; } }
if(i3 == 1) {
if(c >= '0' && c <= '9') {
power[g+1] = 10.0 * power[g];g++; } } } }
if(c == 8) {                                     /** if key is backspace **/
if(b > 0) {
box(h+9*(b-1),y1,h+9*b,y1+8,colordel);          /** delete character **/
b--;                                             /** decrease b **/
if(s[b] == '.')                               /** if character is point */
i3 = 0;                                         /** set i3 for get point again */
if(s[b] != '.' && s[b] != '-' )
e--;                                           /** decrease b */
if(g > 0)
g--;                                           /** decrease b */
if(b == 0)                                     /** if it's first */
sign = 1;                                       /** set sign is 1 */
if(e == 0)
i2 = 0;
} }
} while(c != 13 && c != 27 && *ch != 75 && *ch != 77 && *ch != 59
&& *ch != 68 && cc != 59 && cc != 68);
if(c == 13)
{
if(b != 0) {
*ans = sign * i[e] / power[g];
for(n=0;n<b;n++)

```

เอกสาร sss[n] = s[n]; นี้ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

n--;
    if(s[n] != '.')
        *dig = n + 1;
    else {
        *dig = n;
        box(h+9*(b-1),y1,h+9*b,y1+8,colordel); }
if(i[e] == 0.0) {
*dig = 1;
sss[0] = '0';
box(h,y1,h+9*b,y1+8,colordel); } }
    for(n=0;n<*dig;n++)
        text(sss[n],n,h,y1,colorval);
switch(cond) {
    case VOLT : box(x2+92,y2+13*width00/2,x2+157,y2+13*width00/2+10,colordel);
printf(stremax,"%4.2lf",*ans);
outtextxy(x2+92,y2+13*width00/2,colortswap,stremax);
break;
    case GAP : box(x2+92,y2+17*width00/2,x2+150,y2+17*width00/2+10,colordel);
printf(stremax,"%3.2lf",*ans);
outtextxy(x2+92,y2+17*width00/2,colortswap,stremax);
break;
    case SHAPE : box(x2+92,y2+21*width00/2,x2+150,y2+21*width00/2+10,colordel);
printf(stremax,"%3.2lf",*ans);
outtextxy(x2+92,y2+21*width00/2,colortswap,stremax); }
}
if(cond == SHAPE) {
if(c == 13 || c == 27)
*ch = c;
else if(cc == 59 || cc == 68)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

box(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+56+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth,
} while(c != 27 && *ch != 75 && *ch != 77 && *ch != 59 && *ch != 68
&& cc != 59 && cc != 68 && cond != SHAPE);
    if(cond == VOLT)
        box(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+64+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewid
else if(cond == GAP)
box(x,y,x+9*(digit+point+sipoi)+88+2*blankttoi+24+2*frameblankx,y+framewidth,c
}

```

```

void get_xyz(x,y,ch,ans,sss,dig)
int x,y;
char *ch; /* keep last input */
int *ans;
char sss[];
int *dig; /* number of characters of last input */
{
void text();
char s[7];
char c; /* get characters of input */
int i2,b,e,n;
int sign;
int ndigit=3; /* blank between text and input */
int i[6];
do {
sign = 1;
i2 = 0;
b = 0;
e = 0;
i[0] = 0;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

do {
*ch = 0;
c = getch();
if(c == 0)      /* if it's spacial key */
    *ch = getch(); /* get second byte */
if(b == 0) {
    if((c >= '0' && c <= '9') || c == '-')
        box(x,y,x+9*(ndigit+1),y+8,colordel); }

    if(e < ndigit) {
if(c == '-') { /* if it's negative */
if(b == 0) { /* if it's first character */
sign = -1; /* set sign to be -1 */
s[b] = c;
text(c,b++,x,y,colorin); } }
    if(c == '0') { /* if it's '0' */
if(i2 == 0 || i[e] != 0) { /* if it's never be '0' */
s[b] = c; /* or it follow point or the value is r
text(c,b++,x,y,colorin);
i2 = 1; /* show that it's ever be '0' */
i[e+1] = 10 * i[e] + c - '0';
e++; } }

    if(c >= '1' && c <= '9') {
        if(e == 0 || (e > 0 && i[e] > 0)) { /* if it's integer */
            s[b] = c;
            text(c,b++,x,y,colorin);
            i[e+1] = 10 * i[e] + c - '0';
            e++; }

        else if(e == 1 && i[e] == 0) { /* if first digit = '0' */

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

e--;
    if(b == 0)                /* if '0' is first character */
        box(x,y,x+9,y+8,colordel);        /* delete it */
    else                      /* if '0' is second character */
        box(x+9,y,x+18,y+8,colordel);    /* and '-' is first character */
    s[b] = c;
    text(c,b++,x,y,colorin);
    i[e+1] = 10 * i[e] + c - '0';
    e++; } } }

if(c == 8) {                  /** if key is backspace **/
    if(b > 0) {
        box(x+9*(b-1),y,x+9*b,y+8,colordel);    /** delete character **/
        b--;                                    /** decrease b **/
    if(s[b] != '-' )
e--;                                        /* decrease b */
        if(b == 0)                            /* if it's first */
            sign = 1;                          /* set sign is 1 */
        if(e == 0)
            i2 = 0;
    } }
} while(c != 13 && c != 27 && *ch != 72 && *ch != 80 && *ch != 60
&& *ch != 68);

if(c == 13) {
    if(b != 0) {
        *ans = sign * i[e];
for(n=0;n<b;n++)
sss[n] = s[n];
*dig = n;
if(i[e] == 0) {

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

case '7':outchar(9*number+x,y,color,'7');break;
case '8':outchar(9*number+x,y,color,'8');break;
case '9':outchar(9*number+x,y,color,'9');break;
case '-':outchar(9*number+x,y,color,'-');break;
case '.':outchar(9*number+x,y,color,'.');
```

```

}

void location(x1,x2,x3,y0,y1,y2,y3,y4,y5,y6,y7,y8,y9)
int *x1,*x2,*x3,*y0,*y1,*y2,*y3,*y4,*y5,*y6,*y7,*y8,*y9;
{
*x1 = x + length + 2*fblankx;
*x2 = x + 3*length + 3*blankx;
*x3 = *x2 + length + 2*fblankx;
*y0 = y + width + 2*fblanky;
*y1 = y - between;
*y2 = *y1 - 2*width - blanky - 2*fblanky;
*y3 = *y2 - between;
*y4 = *y3 - 2*width - blanky - 2*fblanky;
*y5 = *y4 - width - blanky;
*y6 = *y4 - between;
*y7 = *y6 - width - 2*fblanky;
*y8 = *y5 - between;
*y9 = *y8 - width - 2*fblanky;
if(x<0 || *x3>639 || *y0>479 || *y9<0)
outtextxy(100,50.3,"I can't believe it.");
}

```

```

void locat_num(x1g,x2g,x1v,x2v,x1r,x2r,y1rs,y2rs,y1rr,y2rr,y1gv,y2gv)
int *x1g,*x2g,*x1v,*x2v,*x1r,*x2r,*y1rs,*y2rs,*y1rr,*y2rr,*y1gv,*y2gv;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือใช้เพื่อการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
int flengthg,flengthv,flengthr;
int hx1,hx2;
flengthg = 2*frameblankx + 9*(digit+point+1) + 2*blankttoi + 88 + 24;
flengthv = 2*frameblankx + 9*(digit+point+2) + 2*blankttoi + 64 + 24;
flengthr = 2*frameblankx + 9*(digit+point+1) + 2*blankttoi + 56 + 24;
hx1 = x + 3*length/2 + blankx + fblankx;
hx2 = hx1 + length + blankx;
*x1g = hx1 - flengthg/2;
*x2g = *x1g + flengthg;
*x1v = hx2 - flengthv/2;
*x2v = *x1v + flengthv;
*x1r = x + length + 2*fblankx + fbetweenx;
*x2r = *x1r + flengthr;
*y1rr = y - 2*between - 5*width/2 - blanky - 3*fblanky - framewidth/2;
*y2rr = *y1rr + framewidth;
*y1rs = *y1rr - 2*width - 2*blanky;
*y2rs = *y1rs + framewidth;
*y2gv = y - fbetweeny;
*y1gv = *y2gv - framewidth;
}

```

```

void centertext(int numchar,int *delx,int *dely)

```

```

{
int longtext;
longtext = 8 * numchar;
if((longtext < length) && (width > 8)) {
*delx = (length - longtext) / 2;
*dely = (width - 8) / 2; }
else if(longtext < length) {

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

*delx = (length - longtext ) / 2;
*dely = 0; }

else if(width > 8) {
    *delx = 0;
    *dely = (width - 8) / 2; }

else {
    *delx = 0;
    *dely = 0; }
}

```

```

int centerhor(int wideframe)
{
int y;
    if(wideframe>8)
        y = (wideframe - 8) / 2;
    else
        y = 0;
    return y;
}

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

/* SCREEN.C      header file for set VGA and SUPERVGA mode */
/*              ซึ่งมี คำสั่งที่ใช้ในการสร้างภาพกราฟิก          */

#include <alloc.h>
#include <dos.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <process.h>

char far *FONTADDR;
void *VIDEOADDR;

#define SCR_INT 0x6f

/***** NORMAL FUNCTION *****/

void setdac(int index,int R,int G,int B);

int  getmaxx(void);
int  getmaxy(void);

int  opengraph(void);
void closegraph(void);

void putpixel(int x,int y,int index);
void directpixel(int x,int y,int R,int G,int B);
long getpixel(int x,int y);
void xpixel(int x, int y, int color);

void line(int x1,int y1,int x2,int y2,int index);
void box(int x1,int y1,int x2,int y2,int index);

```

```

void gframe(int x1,int y1,int x2,int y2,int mindex,int hindex,int lindex);
void botton(int x1,int y1,int x2,int y2,int mindex,int hindex,int lindex);
void circle(int xc, int yc, int radius, double aspect, int color);
void floodcircle(int xc, int yc, int radius, double aspect, int color);
void symmetry(int x, int y, int xc, int yc, int color);
void frame(int x1,int y1,int x2,int y2,int color);

void outchar(int x,int y,int index,char character);
void outtextxy(int x,int y,int index,char *stringin);

void ffloodput(FILE *ffile,int bank);
void ffloodget(FILE *ffile,int bank);

void setbankread(int x);
void setbankwrite(int x);

/***** DYNAMICS FUNCTION *****/

void ((*Setdac))(int index,int R,int G,int B);
void ((*_setdac))(int index,int R,int G,int B);

int ((*Getmaxx))(void);
int ((*Getmaxy))(void);

void ((*Putpixel))(int x,int y,int index);
void ((*Directpixel))(int x,int y,int R,int G,int B);

long ((*Getpixel))(int x,int y);
void ((*Setbankread))(int x);
void ((*Setbankwrite))(int x);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

/\*\*\*\*\* MODULE DECLARATION \*\*\*\*\*/

```

#define setdac(index,R,G,B)      (*Setdac)(index,R,G,B)
#define __setdac(index,R,G,B)   (*_setdac)(index,R,G,B)
#define putpixel(x,y,index)     (*Putpixel)(x,y,index)
#define directpixel(x,y,R,G,B) (*Directpixel)(x,y,R,G,B)
#define getpixel(x,y)           ((*Getpixel)(x,y))
#define setbankread(x)          (*Setbankread)(x)
#define setbankwrite(x)         (*Setbankwrite)(x)

```

```

int getmaxx(void)                { return((*Getmaxx)()); }
int getmaxy(void)                { return((*Getmaxy)()); }
double ratio = 500./1200;

```

```

int opengraph(void)
{
    _AH = 0x11;
    _AL = 0x30;
    _BH = 0x03;
    geninterrupt(0x10);

    FONTADDR = (char*)MK_FP(_ES,_BP);
    VIDEOADDR = (void*)MK_FP(0xa000,0);

    _AH = 0;
    geninterrupt(SCR_INT);
    _DX = peek(0,0x1b8);
    if(_DX!=1) return 0;

    _AH = 1;
    geninterrupt(SCR_INT);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 Setdac = (void (\*)( ))MK\_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งมีมติเห็นชอบให้และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

_AH = 2;
geninterrupt(SCR_INT);
_setdac = (void (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 3;
geninterrupt(SCR_INT);
Getmaxx = (int (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 4;
geninterrupt(SCR_INT);
Getmaxy = (int (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 5;
geninterrupt(SCR_INT);
Putpixel = (void (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 6;
geninterrupt(SCR_INT);
Directpixel= (void (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 7;
geninterrupt(SCR_INT);
Getpixel = (long (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 8;
geninterrupt(SCR_INT);
Setbankread= (void (*)())MK_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));

_AH = 9;
geninterrupt(SCR_INT);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 Setbankwrite= (void (\*)())MK\_FP(peek(0,0x1ba),peek(0,0x1b8));  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

return 1;
}

void closegraph(void)
{
    _AH = 0;
    _AL = 3;
    geninterrupt(0x10);
}

void line(int x1,int y1,int x2,int y2,int index)
{
    int a;
    int ydif = y2-y1;
    int xdif = x2-x1;

    if(abs(ydif) > abs(xdif))
    {
        if (ydif == 0) return;
        if (y2 > y1)
            for(a = y1;a<=y2;a++)
            {
                (*Putpixel)(x1+(int)((((long)xdif*(long)(a-y1)))/ydif),a,index);
            }

        else
            for(a = y1;a>=y2;a--)
            {
                (*Putpixel)(x1+(int)((((long)xdif*(long)(a-y1)))/ydif),a,index);
            }
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 else  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
    if (xdif == 0) return;
    if (x2 > x1)
for(a = x1;a<=x2;a++)
{
(*Putpixel)(a,y1+(int)(( (long)ydif*(long)(a-x1) )/xdif),index);
}
    else
for(a = x1;a>=x2;a--)
{
(*Putpixel)(a,y1+(int)(( (long)ydif*(long)(a-x1) )/xdif),index);
}
}

void box(int x1,int y1,int x2,int y2,int index)
{
    unsigned int a,b;

    for(b=y1;b<=y2;b++)
        for (a=x1;a<=x2;a++){ (*Putpixel)(a,b,index);}
}

void gframe(int x1,int y1,int x2,int y2,int mindex,int hindex,int lindex)
{
    box(x1+1,y1+1,x2-1,y1+8,mindex);
    box(x1+1,y2-8,x2-1,y2-1,mindex);
    box(x1+1,y1+9,x1+8,y2-9,mindex);
    box(x2-8,y1+9,x2-1,y2-9,mindex);

    box(x1,y1,x2,y1,hindex);
    box(x1,y1,x1,y2,hindex);
}

```

```
box(x1+9,y2-9,x2-9,y2-9,hindex);
box(x2-9,y1+9,x2-9,y2-9,hindex);
```

```
box(x1,y2,x2,y2,lindex);
box(x2,y1,x2,y2,lindex);
box(x1+9,y1+9,x1+9,y2-9,lindex);
box(x1+9,y1+9,x2-9,y1+9,lindex);
```

```
box(x1,y1+9,x1+9,y1+9,lindex);
box(x2-9,y1+9,x2,y1+9,lindex);
box(x1+9,y1,x1+9,y1+9,lindex);
box(x2-9,y1,x2-9,y1+9,lindex);
```

```
box(x1+3,y1+4,x1+6,y1+4,hindex);
box(x1+3,y1+5,x1+6,y1+5,lindex);
```

```
}
```

```
void botton(int x1,int y1,int x2,int y2,int mindex,int hindex,int lindex)
```

```
{
```

```
box(x1+1,y1+1,x2-1,y2-1,mindex);
box(x1,y1,x2,y1,hindex);
box(x1,y1,x1,y2,hindex);
box(x1,y2,x2,y2,lindex);
box(x2,y1,x2,y2,lindex);
```

```
}
```

```
void outchar(int x,int y,int index,char character)
```

```
{
```

```
char far *af;int a;
```

```
af = FONTADDR + (unsigned int)character*0x0008;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
for(a = 0;a<8;a++)  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
    if(((*(af)>>7)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x,y+a,index);}
    if(((*(af)>>6)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x+1,y+a,index);        }
    if(((*(af)>>5)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x+2,y+a,index);        }
    if(((*(af)>>4)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x+3,y+a,index);        }
    if(((*(af)>>3)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x+4,y+a,index);        }
    if(((*(af)>>2)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x+5,y+a,index);        }
    if(((*(af)>>1)&0x01)!=0)
        {(*Putpixel)(x+6,y+a,index);        }
    if((*af)&1)!=0)
        {(*Putpixel)(x+7,y+a,index);        }
    af++;
}
}

void outtextxy(int x,int y,int index,char *stringin)
{
    char *strin;int a=x;

    strin = stringin;
    while((*strin)!= 0)&& (a<1024))
    {
        outchar(a,y,index,*(strin));
        a+=8;
        strin++;
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

}

void circle(int xc, int yc, int radius, double aspect, int color)
{
    int x, y, d;

    ratio = aspect+0.6;
    y=radius;
    d=3-2*radius;
    for(x=0;x<y;)
    {
        symmetry(x, y, xc, yc, color);
        if(d<0)
d+=4*x+6;
        else
{
d += 4*(x-y)+10;
--y;
}
++x;
}
if( x==y ) symmetry(x, y, xc, yc, color);
}

```

```

void symmetry(int x, int y, int xc, int yc, int color)
{
    int x_start, x_end, x_out;
    int y_start, y_end, y_out;

```

```

    x_start = x*ratio;
    x_end   = (x+1)*ratio;
    y_start = y*ratio;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

y_end = (y+1) *ratio;

for (x_out = x_start; x_out < x_end; ++x_out)
{
xpixel( x_out+xc, y+yc, color);
xpixel( x_out+xc, -y+yc, color);
xpixel(-x_out+xc, -y+yc, color);
xpixel(-x_out+xc, y+yc, color);
}

for (y_out = y_start; y_out < y_end; ++y_out)
{
xpixel( y_out+xc, x+yc, color);
xpixel( y_out+xc, -x+yc, color);
xpixel(-y_out+xc, -x+yc, color);
xpixel(-y_out+xc, x+yc, color);
}
}

void floodcircle(int xc, int yc, int radius, double aspect, int color)
{
int i;
for(i=0;i<=radius;i++)
{
circle(xc, yc, i, aspect, color);
}
}

void xpixel(int x, int y, int color)
{

```

```
    putpixel(x-1,y,color);
    putpixel(x,y+1,color);
    putpixel(x,y-1,color);
}

void frame(int x1,int y1,int x2,int y2,int color)
```

```
{
    line(x1,y1,x2,y1,color);
    line(x1,y1+1,x2,y1+1,color);
    line(x1,y1+2,x2,y1+2,color);
    line(x1,y2-1,x2,y2-1,color);
    line(x1,y2,x2,y2,color);
    line(x1,y2-2,x2,y2-2,color);
    line(x1,y1,x1,y2,color);
    line(x1+1,y1,x1+1,y2,color);
    line(x1+2,y1,x1+2,y2,color);
    line(x2,y1,x2,y2,color);
    line(x2-1,y1,x2-1,y2,color);
    line(x2-2,y1,x2-2,y2,color);
}
```

```
void ffloodput(FILE *ffile,int bank)
```

```
{
    setbankwrite(bank);
    fread(VIDEOADDR,16384,4,ffile);
}
```

```
void ffloodget(FILE *ffile,int bank)
```

```
{
    setbankread(bank);
    fwrite(VIDEOADDR,16384,4,ffile);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

/* โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการคำนวณค่าสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโตรดแบบ ROD กับ ROD */

#define array(name, ncol, row, column) (*( (name) + (row)*(ncol) + (column) ))
#define sqr(x) ((x)*(x))

double G, F, Z[7], Aj[9], *Ql, Qp;

int numofQl=9;

void gaussian(double *Pcoeff, double *Boundary, double *K, int n);

double VrZA(double r, double z, double Aj);

void print(double *A, int row, int column)
{
    int x=wherex(),y=wherey();
    int i,j;

    for(i=0;i<row;i++)
    for(j=0;j<column;j++)
    {
        gotoxy(x+j*7+1,y+i);
        printf("%7.4lf",*(A+i*column+j));
    }
}

double VrZA(double r, double z, double Aj)
{
    double temp_double;

    temp_double = ( (Aj+z+sqrt(sqr(r)+sqr(Aj+z))) / (Aj-z+sqrt(sqr(r)+sqr(Aj-z))) )
    temp_double = log(temp_double);
    return (double)temp_double;
}

double Prz(double r, double z)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

double temp_double;

temp_double = 1/sqrt( sqr(r)+sqr(G+1-z) )
              - 1/sqrt( sqr(r) + sqr(G+1+z) );

return (double)temp_double;
}

double Pc(double c)
{
double temp_double;

temp_double= 1-1/sqrt(sin(c)*sin(c) + (2*F-cos(c))*(2*F-cos(c)));
return (double) temp_double;
}

double VcA(double c, double A)
{
double temp_double;

temp_double= log( (A+F-cos(c))+sqrt( sin(c)*sin(c)+(A+F-cos(c))*(A+F-cos(c)) ) );
return (double) temp_double;
}

double Pdc(int order,double c)
{
switch(order){
case 1: return (double)0.0;
case 2: return (double) ( 2*F/pow(2*F-1,3) );
case 4: return (double) ((-2*F/pow(2*F-1,3) ) - ( 36*F*F/pow(2*F-1,5) ) );
}
}

double VdcA(int order, double c, double A)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

switch(order) {
    case 1: return (double) 0.0;
    case 2: return (double) ( 1/(A+G) + 1/(A-G) + 0.5/sqr(A+G) - 0.5/sqr(A-G) )
    case 4: return (double) ( (9.0/4.0)*( -1/pow(A+G,4) + 1/pow(A-G,4))
        -6*( 1/pow(A+G,3) + 1/pow(A-G,3))
        +5*(-1/pow(A+G,2) + 1/pow(A-G,2))
        -(1/(A+G) + 1/(A-G)) );
}
}
double Erzr(double r, double z)
{
    double temp_double, sum=0.0;
    int i;

    for(i=0;i<numofQl;i++)
    {
sum = sum+ (*(Ql+i))* (
r/
(
    sqrt( sqr(r)+sqr(Aj[i]+z) ) *
    ( Aj[i]+z + sqrt( sqr(r)+sqr(Aj[i]+z) ) ) )
)
-r/
(
    sqrt( sqr(r)+sqr(Aj[i]-z) ) *
    ( Aj[i]-z + sqrt( sqr(r)+sqr(Aj[i]-z) ) ) )
)
);
    }

    temp_double = Qp*( r/pow(sqr(r)+sqr(G+1+z),3.0/2.0) - r/pow(sqr(r)+sqr(G+1-z),3.0/2.0) );
    temp_double = temp_double + sum;

    return(double)(-temp_double);
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารทสงวนไวสาหรับการเขงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมอนุญาตให้นำไปใชประโยชน์ดานการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

}
double Erzz(double r, double z)
{
    double temp_double, sum=0.0;
    int i;

    for(i=0;i<numofQl;i++)
        sum = sum + (*(Ql+i))*((1+(Aj[i]+z)/sqrt(sqr(r)+sqr(Aj[i]+z)))/(Aj[i]-z)
        + (1+(Aj[i]-z)/sqrt(sqr(r) + sqr(Aj[i]-z)))/(Aj[i]-z+ sqrt(sqr(r)+sqr(Aj[i]-z)))));

    temp_double = Qp*((G+1+z)/pow(sqr(r)+sqr(G+1+z),3.0/2.0) + (G+1-z)/pow(sqr(r)+sqr(G+1-z),3.0/2.0)
    + sum);
    return(double)(-temp_double);
}
double Exyz(double posx, double posy, double posz)
{
    double Ez, Er, r, z;

    r = sqrt(sqr(posz)+sqr(posx));
    z = posy;
    Ez = Erzz( r, z);
    Er = Erzr( r, z);
    return (double) (sqrt(sqr(Ez)+sqr(Er)));
}
double Phi_rz(double r, double z)
{
    double temp_double;
    double sum;
    int j;

    sum = 0.0;
    for(j=0;j<numofQl;j++)
        sum = sum+ (*(Ql+j))*VrZA(r, z, Aj[j]);
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

temp_double = Qp*Prz(r,z) + sum;

return (double)temp_double;
}

double Potential(double posx, double posy, double posz)
{
double z, r;
double temp_double;

z = posy;
r = sqrt(sqrt(posz)+sqrt(posx));
temp_double = Phi_rz(r, z);
return (temp_double);
}

double *multi_matrix( double *A, double *B, int m, int n, int p)
{
register i, j, k;
double *C = (double *)calloc(m*p, sizeof(double));

for(i=0;i<m;i++)
for(j=0;j<p;j++)
for(k=0;k<n;k++)
array(C, p, i, j) = array(C, p, i, j) + array(A, n, i, k)*array(B, p, k, j);
return (double *) C;
}

void initial_Pcoeff( double *P)
{
int i, j;
double temp;

for(i=0;i<7;i++)
{
for(j=0;j<9;j++)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    {
        temp = (double )VrzA(1, Z[i], Aj[j]);
        array(P, 10, i, j) = temp;
    }
    array(P, 10, i, 9) = Prz(1, Z[i]);
}
for(j=0;j<9;j++)
{
    array(P, 10, 7, j) = VrzA(0, G, Aj[j]);
    array(P, 10, 8, j) = VdcA(2, 0, Aj[j]);
    array(P, 10, 9, j) = VdcA(4, 0, Aj[j]);
}
array(P, 10, 7, 9) = Prz(0,G);
array(P, 10, 8, 9) = Pdc(2,0);
array(P, 10, 9, 9) = Pdc(4,0);
}
void initial_Boundary( double *B)
{
    int i;

    for(i=0;i<8;i++)
        *(B+i) = 1.0;
    *(B+8) = 0.0;
    *(B+9) = 0.0;
}
void initial_Z_A(void)
{
    /* initial Z */
    Z[0]=G+1;
    Z[1]=G+2;
    Z[2]=G+5;
    Z[3]=G+15;

```

```

Z[4]=G+40;
Z[5]=G+140;
Z[6]=G+440;
/* initial Aj*/
Aj[0]=G+1;
Aj[1]=G+1.1;
Aj[2]=G+1.2;
Aj[3]=G+1.5;
Aj[4]=G+2;
Aj[5]=G+10;
Aj[6]=G+25;
Aj[7]=G+90;
Aj[8]=G+240;
}
void initialQ(double gap, double radias )
{
double *Pcoeff=(double *)calloc( sqr(numofQl+1),sizeof(double));
double *Boundary=(double *)calloc(numofQl+1,sizeof(double));
double *tempQ=(double *)calloc(numofQl+1,sizeof(double));

int i;

G = gap/radias;
F = G+1;
initial_Z_A();
initial_Pcoeff(Pcoeff);
initial_Boundary(Boundary);
gaussian(Pcoeff, Boundary, tempQ, numofQl+1);
for(i=0;i<numofQl;i++)
    *(Ql+i) = *(tempQ+i);
Qp = *(tempQ+i);

free(Pcoeff);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    free(Boundary);
    free(tempQ);
}
void gaussian(double *Pcoeff, double *Boundary, double *X, int n)
{
    double *A=(double *)calloc((n+1)*n, sizeof(double));
    register int i,
                j,
                k,
                kk,
                x;
    double xmult, sum, temp;
    int *pivot=(int *)calloc(n, sizeof(int));
    double *temp_pivot = (double *)calloc(n, sizeof(double));
    struct {
        double value;
        int row,
            column;
    } maxpivot;

    for(i=0;i<n;i++)
    {
        for(j=0;j<n;j++)
            array(A, n+1, i, j)=array(Pcoeff, n, i,j);
        array(A, n+1, i, n)= *(Boundary+i);
    }

    for(i=0;i<n;i++)
        *(pivot+i) =i;

    for(k=0;k<n-1;k++)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
    /* may be pivot */
    if( k<n-1 )
    {
        maxpivot.value = array(A, n+1, k, k);
        maxpivot.row = k;
        maxpivot.column = k;
        for(i=k;i<n;i++)
            for(j=k;j<n;j++)
                {
                    if(array(A, n+1, i, j) > maxpivot.value)
                    {
                        maxpivot.value=array(A, n+1, i,j);
                        maxpivot.row=i;
                        maxpivot.column=j;
                    }
                }
    }
    if( maxpivot.row != k )
    {
        for(x=k; x<n+1; x++)
        {
            temp = array(A, n+1, k, x);
            array(A, n+1, k, x) = array(A, n+1, maxpivot.row, x);
            array(A, n+1, maxpivot.row, x) = temp;
        }
    }
    if( maxpivot.column != k)
    {
        for( x=0; x<n ;x++)
        {
            temp = array(A, n+1, x, k);
            array(A, n+1, x, k) = array(A, n+1, x, maxpivot.column);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        array(A, n+1, x, maxpivot.column) = temp;
    }

    temp= *(pivot+k);
    *(pivot+k) = *(pivot+maxpivot.column);
    *(pivot+maxpivot.column) = temp;
}

}

/*****
kk=k+1;
for(i=kk;i<n; i++)
{
xmult=array(A, n+1, k, k)/array(A, n+1, i, k);
for(j=kk;j<n+1;j++)
{
    array(A, n+1, i, j) = array(A, n+1, k, j)-xmult*array(A, n+1, i, j);
}
array(A,n+1, i, k)=0.0;
}
}

/* substitution */
*(temp_pivot+n-1) = array(A, n+1, n-1, n)/array(A, n+1, n-1, n-1);
for(k=n-2; k>=0;k--)
{
    sum=0.0;
    for(j=k+1;j<n;j++)
sum=sum+array(A, n+1, k, j)*(*(temp_pivot+j));
    *(temp_pivot+k)= ( 1/array(A, n+1, k, k) )*(array(A, n+1, k, n)-sum);
}

/* change to correct answer */
for(i=0;i<n;i++)
    *(X+ *(pivot+i))) = *(temp_pivot+i);

free(temp_pivot);

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

free(A);
free(pivot);
}

void getmatrix(double *A,int row, int column)
{
int i,j;
int x=wherex(),y=wherey();
double temp_double;
for(i=0;i<row;i+=7)
for (j=0;j<column;j++)
{
gotoxy(x+j*column+2, y+i);
scanf("%lf",&temp_double);
*(A+i*column+j)=temp_double;
}
}
}

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

/* โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าระหว่างอิเล็กโตรดแบบ */
/* SPHERE กับ SPHERE */

#define array(name, ncol, row, column) (*( (name) + (row)*(ncol) + (column) ))
#define sqr(x) ((x)*(x))
#define PI (3.141592654f)
double G, *Q;
double P11(double g)
{
    double temp_double;

    temp_double = 1 - 1/(2*g+1);
    return (double) temp_double;
}
double P21(double g)
{
    double temp_double;

    temp_double = 1 - 1/sqrt(1+4*sqr(g+1)) ;
    return (double) temp_double;
}
double P12( double g,double x)
{
    double temp_double;

    temp_double = 1/x - 1/(2*g+x);
    return (double) temp_double;
}
double P22(double g, double x)
{
    double temp_double;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

temp_double = 1/sqrt(1+sqr(1-x) ) - 1/sqrt( 1+ sqr(2*g+x+1));
return (double)temp_double;
}

void initial_P_StoS(double *P, double g, double x)
{
array(P,2,0,0) = P11(g);
array(P,2,0,1) = P12(g,x);
array(P,2,1,0) = P21(g);
array(P,2,1,1) = P22(g,x);
}

void initial_Boundary_StoS(double *B, int npoint)
{
int i;

for(i=0;i<npoint;i++)
*(B+i) = 1.0;
}

double PcQ1(double g, double c)
{
double temp_double, f;

f= g+1;
temp_double = 1 - 1/sqrt(sqr(cos(c))+ sqr(2*f-sin(c) ) );
return (double) temp_double;
}

double PcQ2(double g, double c, double x)
{
double temp_double, y;

y=1-x;
temp_double = 1/sqrt( sqr(cos(c)) + sqr(y-sin(c)) )

```

```
- 1/sqrt( sqrt(cos(c)) + sqrt( 2*(g+x)+y-sin(c)) );
```

```
return (double) temp_double;
```

```
}
```

```
double Phi_c(double c, double g, double x)
```

```
{
```

```
double temp_double;
```

```
double Q1,Q2;
```

```
Q1 = *(Q+0);
```

```
Q2 = *(Q+1);
```

```
temp_double = PcQ1(g,c)*Q1 + PcQ2(g, c,x)*Q2;
```

```
return (double) temp_double;
```

```
}
```

```
double LS( double g, double x)
```

```
{
```

```
double c, step = 5.0;
```

```
double radian, least_square= 0.0;
```

```
for(c=0;c<=90;c+=step)
```

```
{
```

```
radian = PI*c/180.0;
```

```
least_square += sqrt(1-Phi_c(radian,g, x));
```

```
}
```

```
return (double)least_square;
```

```
}
```

```
void initial_Q_StoS(double gap, double radias,double *Qx, double *u)
```

```
{
```

```
double *Pcoeff = (double *)calloc(4,sizeof(double));
```

```
double *Boundary = (double *)calloc(2,sizeof(double));
```

```
double px=0, x, step_x = 0.01;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

double error,least_error=1;
double tempQ1,tempQ2;
G=gap/radius;
x=0.01;
do {
    initial_P_StoS(Pcoeff,G,x);
    initial_Boundary_StoS(Boundary,2);
    gaussian(Pcoeff, Boundary, Q, 2);
    error = LS(G,x);
    /* printf("\nx = %5.3lf error = %8.6lf",x,error);*/
    if(error<least_error)
{
    px=x;
    least_error=error;
    tempQ1=*Q;
    tempQ2=*(Q+1);
}
    x +=step_x;
}while(x<1.00);
*Qx=px;
*u = least_error;
*Q = tempQ1;
*(Q+1) = tempQ2;
free(Pcoeff);
free(Boundary);
}

```

```

double Prz_StoS1(double r, double z)
{

```

```

    double temp_double;

```

```

    temp_double = 1/sqrt( sqr(r)+sqr(G+1-z) )

```

```

- 1/sqrt( sqr(r) + sqr(G+1+z) );

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

return (double)temp_double;
}
double Prz_StoS2(double r, double z, double Qx)
{
double temp_double;

temp_double = 1/sqrt( sqr(r) + sqr(G+Qx-z) )
-1/sqrt( sqr(r) + sqr(G+Qx+z) );
return (double) temp_double;
}
double potential_StoS_rz(double r, double z, double Qx)
{
double temp_double, Q1, Q2;

Q1 = *(Q);
Q2 = *(Q+1);
temp_double = Prz_StoS1(r,z)*Q1+Prz_StoS2(r,z,Qx)*Q2;
return (double)temp_double;
}
double potential_StoS_xyz(double px, double py, double pz, double Qx)
{
double r, z;
double temp_double;

z=py;
r = sqrt(sqr(px)+sqr(pz));
temp_double = potential_StoS_rz(r, z, Qx);
return (double)temp_double;
}
double Erzr_StoS(double r, double z, double x)
{

```

```
double dP1rz, dP2rz;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

double temp_double;

double Q1,Q2;

Q1 = *Q;
Q2 = *(Q+1);

dP1rz = r/pow( sqr(r)+sqr(G+1+z) ,3.0/2.0)
- r/pow( sqr(r)+sqr(G+1-z) ,3.0/2.0);
dP2rz = r/pow( sqr(r)+sqr(G+x+z) ,3.0/2.0)
- r/pow( sqr(r)+sqr(G+x-z) ,3.0/2.0);
temp_double = -(Q1*dP1rz+Q2*dP2rz);
return (double)temp_double;
}

```

```

double Ezr_StoS(double r, double z, double x)

```

```

{
double dP1rz, dP2rz;
double temp_double;
double Q1, Q2;

Q1 = *Q;
Q2 = *(Q+1);

dP1rz = (G+1-z /pow(sqr(r) + sqr(G+1-z),3.0/2.0)
+(G+1+z)/pow(sqr(r) + sqr(G+1+z),3.0/2.0);
dP2rz = (G+x-z)/pow(sqr(r) + sqr(G+x-z),3.0/2.0)
+(G+x+z)/pow(sqr(r) + sqr(G+x+z),3.0/2.0);
temp_double = -(Q1*dP1rz + Q2*dP2rz);
return (double)temp_double;
}

```

```

double Ezr_StoS(double r, double z, double x)

```

```

{
double Er, Ez;

```

```

double Ezr;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Er = Erzr_StoS(r, z, x);
Ez = Ezr_StoS(r, z, x);
Ezr = sqrt( sqr(Er) + sqr(Ez));
return (double)Ezr;
}

double Exyz_StoS(double px, double py, double pz, double Qx)
{
double r,z,x;
double Ezr;

x =Qx;
z = py;
r = sqrt( sqr(px) +sqr(pz) );
Ezr = Ezr_StoS(r, z, x);
return (double) Ezr;
}

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

FIELD CALCULATIONS AROUND NON-STANDARD ELECTRODES USING  
REGRESSION AND THEIR SPHERICAL EQUIVALENCE

H. Anis, Member, IEEE  
Cairo University  
Egypt

A. Zeitoun

M. El-Ragheb, Member, IEEE  
Ministry of Electricity  
Damascus, Syria

M. El-Desouki  
Mansoura University  
Egypt

ABSTRACT

A fitting-oriented modification to the charge-simulation method in estimating electric fields is introduced which appreciably reduces computation time and cost. Multiple linear regression makes it possible to reduce the size of the simulating charge system without altering the selected potential boundary points. The technique suits irregularly shaped electrodes with pointed terminations. An attempt to standardize the end profile of high voltage electrodes is presented by matching the formation of the initial corona cloud of a given electrode to that of a standard hemi-spherically terminated electrode.

INTRODUCTION

With the ever increasing variety in the profiles of high voltage apparatus more attention is being given to the estimation of the field and potential distributions at the surface and in the vicinity of these bodies. Sharply tipped terminations of high voltage electrodes are of special importance in that they are possible sources of undesirable local ionization.

Methods based on charge simulation of the electrode system have been frequently employed to obtain a numerical solution of the non-uniformly distributed field around that system. Of particular interest, assuming one form of symmetry or another per each item of the high voltage electrode complex, three forms of charge arrangements have been seen to cover almost all possible needs of simulation to cope with the system configuration [1,2,3]. These are the point charge which suits spherically shaped surfaces, the line charge (finite or infinite) known to suit cylindrical configurations, and the ring charge to simulate, in general, axially symmetrical profiles. An adequate combination of the three forms of charge can be made to simulate almost any practical electrode system [2].

However, as the electrode configuration increases in complexity, computation cost and time become excessive. A compromise is then to be reached between the prospective

cost and the attained accuracy. It is the first intention of this work to overcome this difficulty by reducing the system of simulating charges, thus reducing computation time, without significantly altering the precision of the solution. This is achieved by applying multiple linear regression to the system of surface points against the system of simulating charges. This amounts to equating the maximum likelihood of the electrode's surface potentials to their specified counterparts.

Finally, the true influence of non-standard terminations of rods in rod-plane air gaps is investigated. On physical grounds the conditions for the formation of the first corona pulse in the inter gap is determined. It is, then, taken as proper bases for the standardization of pointed electrodes by seeking their hemi-spherically capped equivalent termination which leads to an equal corona formation.

The principle used in this standardization is superior to the conventional way of describing non-standard rod terminations by the field's form factor. The latter is only a function of the maximum surface field.

CHARGE SIMULATION OF AXIALLY SYMMETRICAL  
ELECTRODES

The three forms of charges (point, line and ring) used to simulate axially symmetrical electrode systems are collectively given in reference [2]. The conventional way of putting them to use and the novel proposed modification are as follows.

Conventional Method

For a given electrode arrangement the system of simulating charges is made up of k charges of the three described forms  $q_j$  ( $j = 1, k$ ). Equal number of surface points are selected at which the potential  $v_i$  ( $i = 1, k$ ) is to be satisfied. The charges and potentials are linearly interrelated

$$\sum_{j=1}^k p_{ij} q_j = v_i \quad (1)$$

where  $p_{ij}$  is a function of the position of the  $i$ th point relative to  $q_j$  [2].

In matrix form this becomes, for the whole system,

$$[P]_{k,k} \cdot [Q]_{k,1} = [V]_{k,1} \quad (2)$$

whose solution is

$$[Q]_{k,1} = [P]_{k,k}^{-1} \cdot [V]_{k,1} \quad (2')$$

P 77 074-8. A paper recommended and approved by the IEEE Transmission and Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the IEEE PES Winter Meeting, New York, N.Y., January 30-February 4, 1977. Manuscript submitted August 26, 1976; made available for printing November 2, 1976.

The solution (2') is normally obtained by the pivotal condensation (gaussian elimination) technique in which the computation time is approximated by [4]

$$T = \beta k^3 \tau \mu s \quad (3)$$

where,  $\beta$  = a constant, having a value between 2 and 3.

and  $\tau$  = multiplication time of the computer.

### Multiple Linear Regression Scheme

This scheme calls for a number of surface (boundary) points  $n \geq k$  (the system's degree of freedom). It amounts to fitting these boundary points by the maximum likelihood of their respective surface potentials. The least-square principle is the most common for such a fitting. The fitting process seeks

$$\min \sum_{i=1}^n \left( \left( \sum_{j=1}^k P_{ij} q_j \right) - v_i \right)^2$$

By partially differentiating the above function with respect to  $q_j$  ( $j = 1, k$ ) and equating to zero a system of  $k$  simultaneous linear equations is created which are known as the regression equations [5].

$$\sum_{i=1}^n \left( \left( \sum_{j=1}^k P_{ij} q_j \right) - v_i \right) P_{ij} = 0 \quad j=1, k$$

In matrix form, this becomes

$$[D]_{k,k} \cdot [Q]_{k,1} = [F]_{k,1} \quad (4)$$

whose solution is

$$[Q]_{k,1} = [D]_{k,k}^{-1} \cdot [F]_{k,1} \quad (4')$$

where,

$$d_{ij} \text{ (the entry of } D) = \sum_{m=1}^n P_{mi} P_{mj} \quad i, j=1, k \quad (5)$$

$$f_{i1} \text{ (the entry of } F) = \sum_{m=1}^n v_m P_{mi}$$

In other words,

$$[D] = [P^t] \cdot [P] \quad (5')$$

$$\text{and } [F] = [P^t] \cdot [V] \quad (5'')$$

where, the superscript  $t$  denotes the transpose.

In the special case when  $n = k$  a return is made to the deterministic (conventional) solution (2). This can be proven by premultiplying both sides of equation (5'') by

$$[P^t]^{-1}, \text{ giving } [P^t]^{-1} \cdot [F] = [V]$$

and, then, substituting for  $F$  from (4) and for  $D$  from (5').

### Computational Gains

As a simple, yet conclusive, application of the modified charge simulation technique, a hemi-spherically capped rod-to-planes configuration is treated. In reference [1], a total number of 10 charges was used to simulate the system. The number of surface points totaled 8 plus 2 extra constraints were added to satisfy the surface field derivatives. The same system was solved using the present technique but with the number of charges reduced to 5 as shown in Fig. (1) [ $k = 5, n = 10$ ]. A fitting ratio  $R = n/k$  is said to have been taken equal to 2. The axial potential distribution of the two solutions is presented in Fig. (1) where deviations of less than 0.5% are encountered.

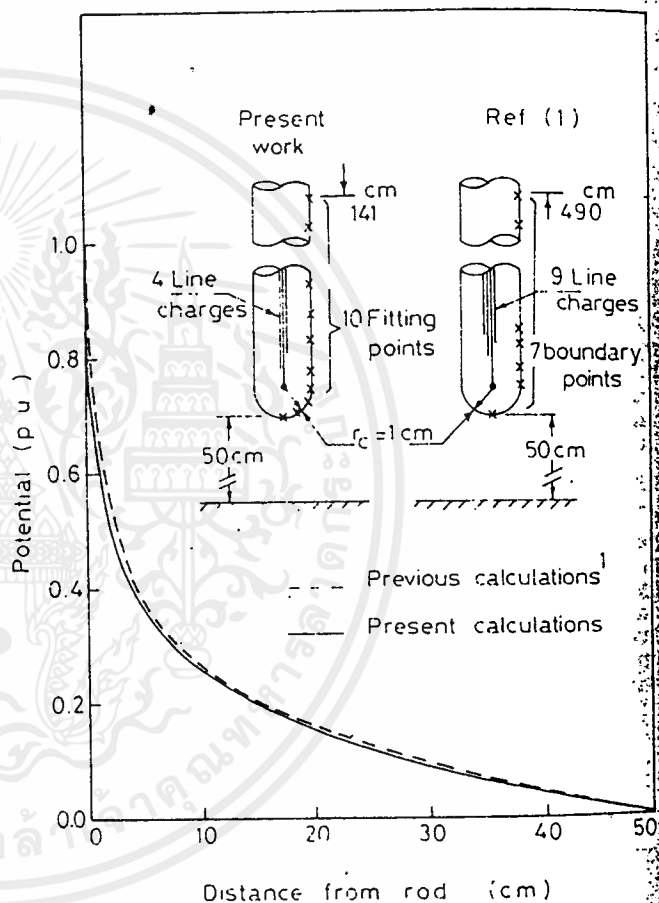


Fig. (1): Modified charge simulation as applied to hemi-spherically capped rods.

Computer time is substantially saved in the present method as a result of two factors:

1) According to Eq. (3), computer time would be reduced by the cubic fitting ratio  $R^3 = (n/k)^3$  when  $n$  is maintained constant.

2) As seen in Eq. (5'), the matrix  $D$  is symmetric, a fact which can be taken advantage of to reduce the solution time by another factor of nearly 2 [4].

In the above comparison with reference [1]

saving in computation time by a factor of approximately  $2 \times 2^3 = 16$  is believed to have been accomplished.

### PERFECTING THE FITTING SCHEME

A number of further modifications to the present technique are studied aiming at better accuracy and/or more suitability to practical applications. A fully worked out example of a cone-terminated rod of a rod-to-plane gap Fig. (2) is used to illustrate these modifications systematically.

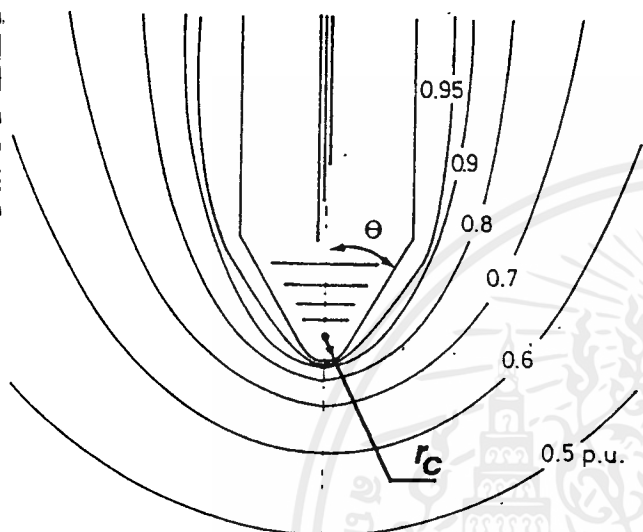


Fig.(2) : Cone-terminated rod and its equipotential contours.

### The Optimal Fitting Ratio

For a fixed charge simulation system, an increase in the number of the fitting surface points reduces the potential ripples on that surface as displayed in Fig. (3). This improvement, however, tends to level off as R increases. Figure (4) demonstrates this fact by showing the root mean square ripple  $\Delta V^2$  as a function of R. A limiting value of R that may be termed the "saturation fitting ratio" is reached beyond which no significant improvement is gained. In the case of Fig. (4) it is about R = 2. To insure result credibility, the boundary points used in the evaluation of  $\Delta V^2$  were not only those used in the regression scheme but at least three times as many.

### Constrained Surface Potentials

The boundary points bearing special importance or having greater sensitivity to the fitting routine, may be exempted from that routine. They are therefore considered as potential constraints. This class of points may normally include sharp corners, edges and electrode tips.

If the total number of boundary points is N of which M points are constraints, the

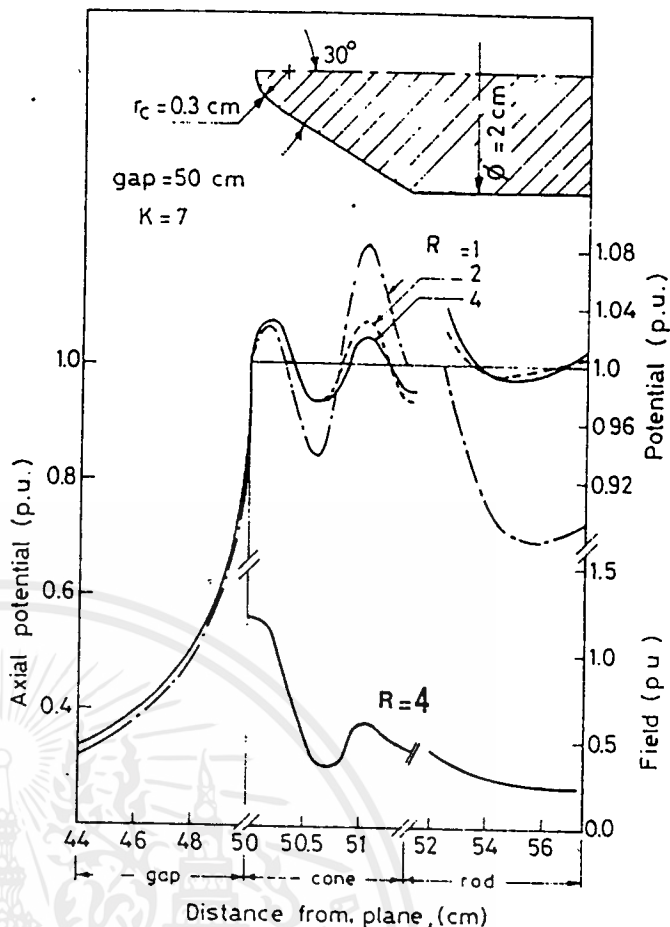


Fig. (3): Effect of fitting ratio on potential and field distributions.

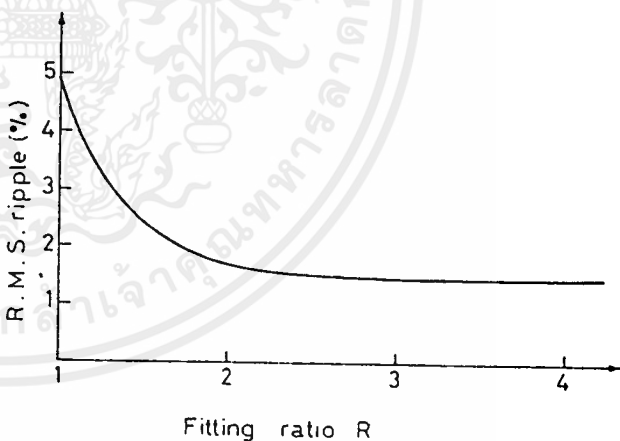


Fig. (4): Effect of fitting ratio on fitting efficiency.

fitting routine would then seek

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{n-M} \left( \sum_{j=1}^k p_{ij} q_j - v_i \right)^2$$

which is partially differentiated  $(k - M)$  times with respect to  $q_j$  ( $j = 1, k-M$ ) and equated to zero to give  $k-M$  linear equations in  $q_j$ . The extra M deterministic equations are

$$\sum_{j=1}^k P_{ij} q_j = v_i \quad i = 1, M \quad (6)$$

The final matrix system will appear as

$$\begin{bmatrix} D1_{k-M,k} \\ D2_{M,k} \end{bmatrix}_{k,k} \cdot \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix}_{k,1} = \begin{bmatrix} F1_{k-M,1} \\ F2_{M,1} \end{bmatrix}_{k,1} \quad (7)$$

where

$$d1_{ij} = \sum_{m=1}^{n-M} P_{mi} P_{mj} \quad \begin{matrix} i=1, k-M \\ j=1, k \end{matrix}$$

$$d2_{ij} = P_{ij} \quad \begin{matrix} i=k-M, k \\ j=1, k \end{matrix}$$

$$f1_{il} = \sum_{m=1}^{n-M} v_m P_{mi} \quad \begin{matrix} i=1, k-M \end{matrix}$$

$$f2_{il} = v_i \quad i=k-M, k$$

(8)

It is to be pointed out that the partitioned matrix D is no longer symmetric. The M charges  $q_j$  ( $j = k-M, k$ ) are usually taken as the closest to the constrained surface points.

In Fig. (5), the potential and field distributions are given for the conical termination with one surface point ( $M = 1$ ) taken as constraint at the very tip of the electrode. As expected, the new solution came on the expense of the overall efficiency of the fitting process where Table I indicates an increase in the R...S. ripple due to the constraint from 0.86% to 1.22%.

Table I

Fitting Efficiency for a Cone-Terminated rod-to-plane gap

k	n	Fitting Ratio R	Constraints	Weight	$\overline{\Delta V^2}$ %
7	7	1.0	M = 1	No	4.90
7	14	2.0	M = 1	No	1.70
7	28	4.0	M = 1	No	1.49
14	28	2.0	M = 0	No	0.86
14	28	2.0	M = 1	No	1.22
14	28	2.0	M = 0	Yes	0.93
14	28	2.0	M = 1	Yes	1.83

### Weighted Surface Potentials

A situation may arise where portions of conductors surfaces are to be given a special attention but not necessarily on the expense of the fitting scheme as the foregoing section suggests. A compromise would thus be proposed whereby all surface potentials lend themselves to weighted regression. Surface points are assigned larger weights according to either:

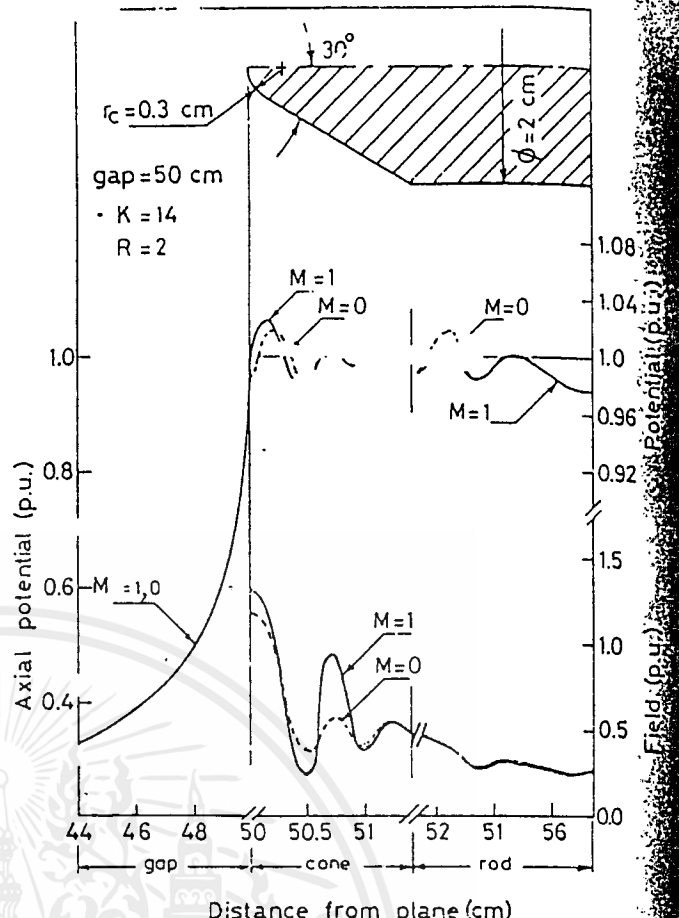


Fig. (5): Role of potential constraints.

1. The superiority of their role in practical applications.
- or 2. their contribution to the fitting process with greater sensitivity, as will be outlined in the next section, due to their potential, relative position or otherwise.

If for the system of n fitted boundary points, the weights  $w_i$  ( $i = 1, n$ ) were assigned then the fitting routine would be seeking

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^k P_{ij} q_j - v_i \right)^2 w_i$$

This replaces the entries of equation (5) by

$$d_{ij} = \sum_{m=1}^n w_m P_{mi} P_{mj} \quad i, j=1, k \quad (9)$$

$$\text{and } f_{il} = \sum_{m=1}^n w_m v_m P_{mi}$$

A major achievement of the use of weights is, unlike the case of constrained potentials, the matrix D remains symmetric which saves computation time as underlined earlier.

Of special interest to high voltage engineers are the points of higher surface gradient where corona is liable to occur

the weight at any surface point may thus be made proportional to the value of surface gradient at that point. This is the case in Fig. (6). The surface fields based on equal weights [Eq. (4)] were taken as initial values in a rapidly converging iterative algorithm to determine the weighted field and potential distributions. The weight, in the  $n$ th iteration, at the  $i$ th point was

$$w_i^n = \text{const. } E_i^{n-1} \quad (10)$$

where  $E_i^{n-1}$  is the surface field after  $(n-1)$  iterations. Table I shows that assignment of weight comes on the expense of the overall efficiency of fitting as indicated by the increase in R.M.S. ripple from 0.86% to 0.93%.

Constrained and weighted surface potentials can be combined, a result of which is also given in Table I.

#### Optimal Selection of Fitted Points and Simulation Charges

The present solution is found to be sensitive, to some extent, to the location of the simulating charges relative to the surface fitted points. Therefore, optimal selection of such relative positions should be sought. The logical sequence in this regard is to select the  $n$  surface locations of

fitted points first, and follow it by a determination of the simulating charges in location and then in value. This is accomplished in two major steps:

1) Surface points are optimally distributed along the conductor's surface in accordance with its profile [Fig. (7)]. A point density function  $g(z)$  expresses this in the form

$$g(z) = \left( \frac{\partial r}{\partial z} + \delta \right) / \left( \frac{\partial r}{\partial z} + 1 \right) \quad (11)$$

where  $r$  &  $z$  are the cylindrical coordinates of the conductor. The constant  $\delta$  is arbitrary and represents the ratio of the minimal desired point density (i.e.,  $\partial r / \partial z = 0$ ) to the maximal acceptable one (i.e.,  $\partial r / \partial z = \infty$ ). For practical purposes,  $\delta$  is given a value of  $1/5$ .

If the total axial length of the conductor  $L$  is divided into equal segments each  $h$  in length, then the number of surface points per the  $m$ th segment is

$$n_m = \frac{\int_L^{hm} g(z) dz}{\int_0^L g(z) dz} \cdot n \quad (12)$$

2) The optimal determination of the simulating charges may be carried out for the entire system at once in which case the final results are reached directly. Alternatively, for larger systems, optimization can be carried out for each axial section separately giving the optimal location of charges which can then be combined for the complete system and used in turn to determine the charge values. The analysis to follow uses, for ease of comprehension, a conductor system of  $k$  pre-determined surface points and an equal number of charges unknown both in location and value. The analysis can be simply extended for sectionalized systems and to fitting ratios greater than

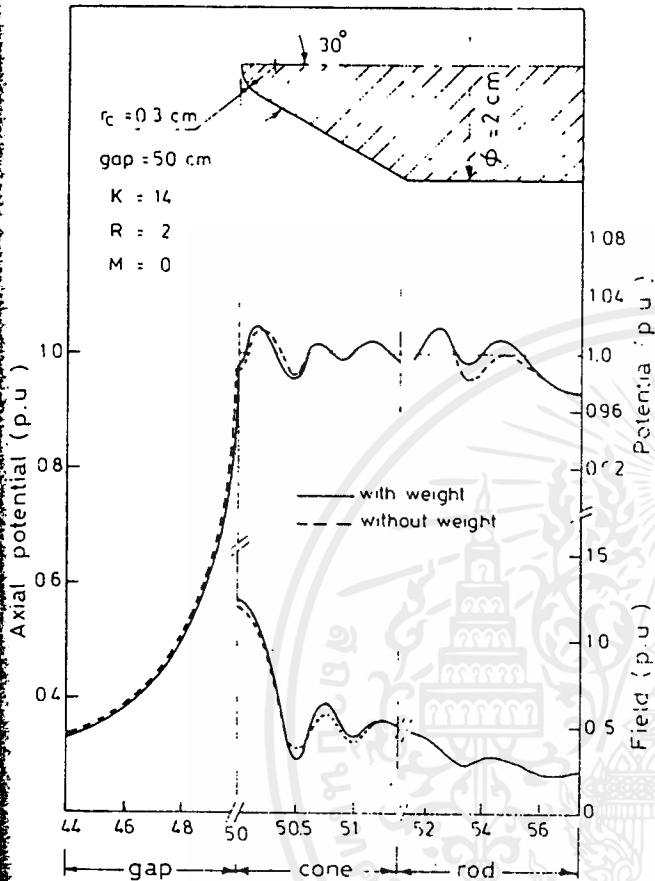


Fig. (6): Role of weighted potentials.

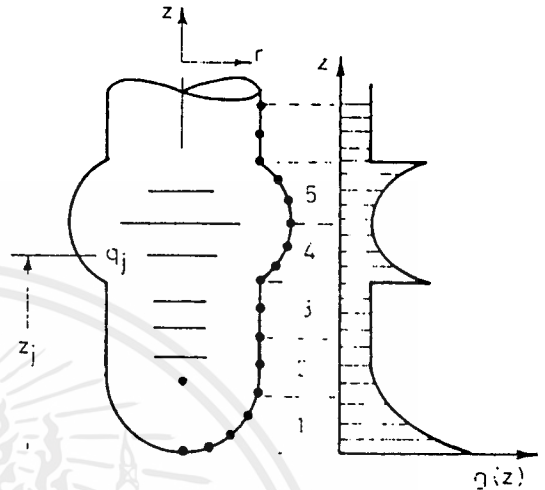


Fig. (7): General profile of an axially symmetrical rod.

unity.

The k charges can be of mixed types according to the nature of curvature of conductor surface as outlined earlier. A total of k linear equations are available in 2k unknowns, namely, k charges  $q_j$  and k corresponding axial coordinates  $z_j$  (the radial coordinates  $r_j$  are excluded based on axial symmetry).

$$\sum_{j=1}^k p_{ij} (z_1, z_2, \dots, z_k) q_j = v_i \quad i, j=1, k \quad (13)$$

The available k equations (13) in  $q_j$  and  $z_j$  are taken as constraints of a more general function which is to be optimized producing thus the k more equations needed to solve the system. This new function  $\phi(q, z)$  is taken as the mean square deviation at k intermediate surface points located successively midway between the original surface points. Lagrange's undetermined multipliers theory [6] is used to optimize such a function. A general function known as the Lagrangian takes the form.

$$\Omega(q, z) = \phi(q, z) + \sum_{i=1}^k \lambda_i \left[ \sum_{j=1}^k (p_{ij} q_j) - v_i \right] \quad (14)$$

where,  $\lambda_i (i = 1, k)$  are the lagrange multipliers or sensitivity coefficients. Physically,  $\lambda_i$  indicates the sensitivity of the optimized function  $\phi(q, z)$  to the constraint at the  $i^{\text{th}}$  position. And,

$$\phi(q, z) = \sum_{m=1}^k \left( \sum_{j=1}^k (p_{mj} q_j) - v_m \right)^2 \quad \text{at } k \text{ intermediate points} \quad (15)$$

The derivatives of  $\Omega(q, z)$  with respect to  $\lambda_i$  are the k constraints themselves, which by equation (13) must be zero at a feasible point. The derivatives of  $\Omega(q, z)$  with respect to  $q_j$  and  $z_j$ , if equated to zero, add 2k more equations to (13) making it a total of 3k equations in 3k unknowns ( $q_j, z_j$  and  $\lambda_j$ ).

If so desired, the values of  $\lambda_i$  can be examined and the original surface point whose  $\lambda$  is relatively negligible can be deleted from the simulation algorithm.

#### APPLICATION RESULTS

To demonstrate the suitability of the present technique to a wide range of electrode profiles, the sharpness of the conical termination was varied throughout a wide range by changing the cone angle  $\theta$ , tip radius of curvature  $r_c$  and gap length. Based upon the foregoing analysis the following measures were taken:

1) Constraints at the electrode tip are imposed in cases of noticeable sharpness, i.e. small cone angle  $\theta$  and radius of curvature  $r_c$ .

2) ring charges are dispensed with as the angle  $\theta$  increases and/or  $r_c$  approaches the rod radius.

3) locations of fitted points are optimally adjusted as  $\theta$  and  $r_c$  vary.

Figure (8) displays the effect upon the potential distribution in the intergap of the

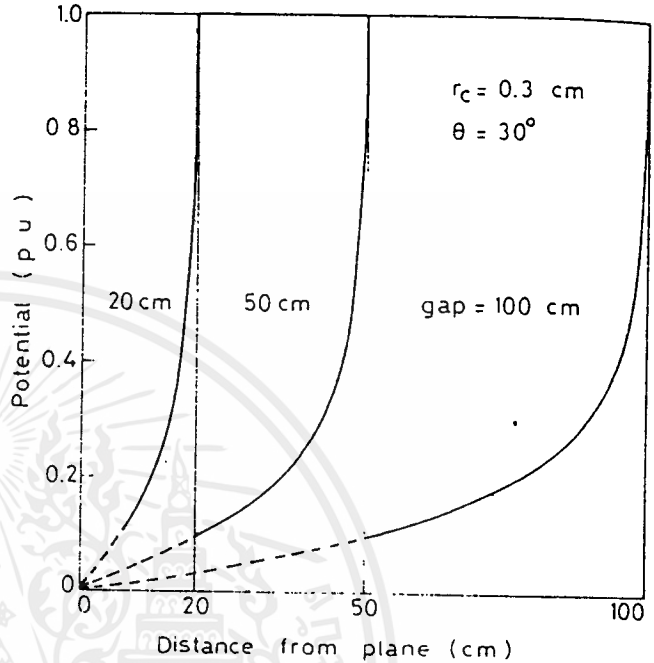
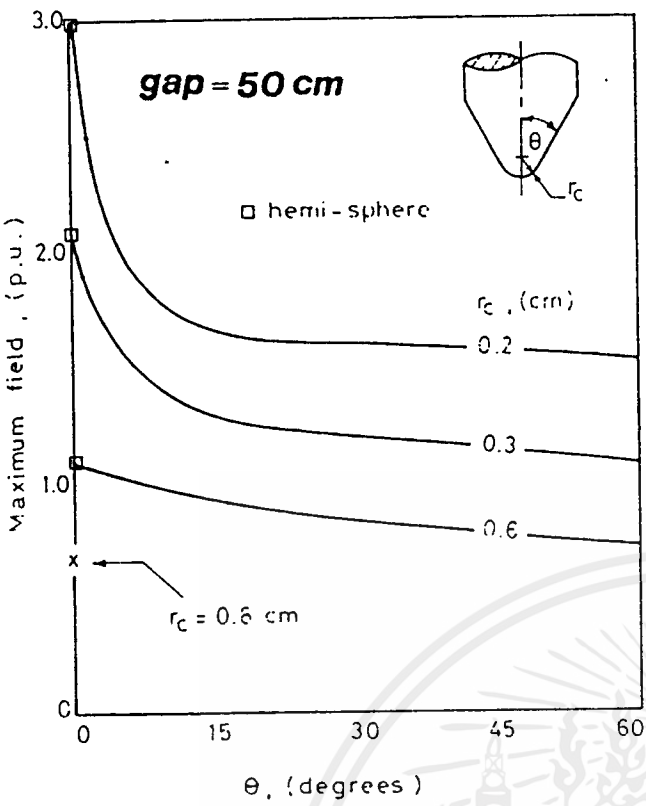


Fig. (8): Effect of gap length upon potential distribution.

gap length, while Fig. (9) demonstrates the effect upon the maximal surface gradient (at electrode's tip) of the electrode configuration. It appears, as one expects, that the maximal surface field increases as the angle  $\theta$  decreases and/or the radius  $r_c$  decreases with the latter much more effective. This effect is specially pronounced at very small values of  $\theta$ . The hemi-spherical termination with a radius equal to the radius of curvature appears as a natural extreme where  $\theta$  takes a zero value. Obviously, when the radius of curvature equals the rod radius only a zero value for  $\theta$  is feasible.

#### SPHERICAL EQUIVALENCE OF POINTED ELECTRODES

A great variety of electrode shapes and termination profiles are encountered in high voltage systems. Although the present study offers a tool to estimate the potential and field distributions at the surface and in the vicinity of those terminations an effort to standardize these shapes would be credible. This act of standardization is carried out on corona bases and is thus considered complementary to the K-factor (gap factor) which refers the breakdown strength of a gap to that of a standard rod-plane gap. Being the simplest and the best defined, hemi-spherical terminations are chosen as standard



two boundaries[7]:

i) The outer boundary below which (away from the electrode) the net ionization coefficient ( $\alpha - \eta$ ) vanishes, where  $\alpha$  is the coefficient of ionization by collision and  $\eta$  is the coefficient of attachment. Experimentally, this boundary coincides with the equipotential line at about 25 kV/cm.

ii) The inner boundary is defined by a distance from the positive electrode long enough to permit the avalanches created by the electron movement towards that electrode to form corona streamers. This is given by the root X of the following Townsend-based equation

$$\xi = e^{\int_0^X (\alpha - \eta) dx}$$

( $\alpha - \eta$ ) being a function of field and hence of space, while  $\xi$  is the degree of multiplicity an electron should acquire to form streamers and is reported to take values between  $10^7$  and  $10^9$  [7]. Figure (10) displays the growth of corona cloud for a number of electrodes.

Fig. (9): Effects of electrode configuration upon the maximum field at electrode tip.

Basis of Equivalence

A certain hemi-spherical termination is said to be equivalent to a given electrode according to one of three criteria:

to which non-standard rod terminations are referred. For each given rod termination there exists a hemi-spherical termination which, under the same stress, produces equal corona cloud. The latter is defined as that volume of air enclosed between the following

1) when it gives, under the same voltage a maximum surface gradient equal to that of the given electrode,

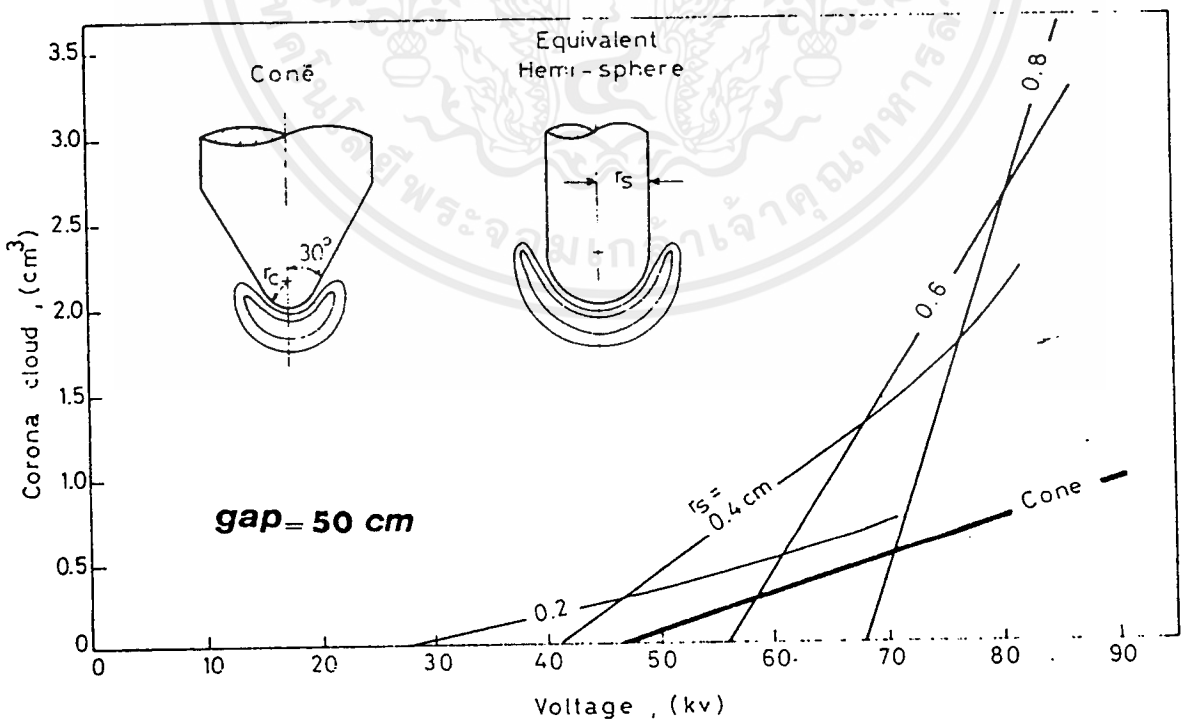


Fig. (10): Variation of corona cloud with applied voltage as means of establishing spherical equivalence.

- 2) when it shows a corona inception voltage equal to that of the given electrode,
- or 3) when it produces a corona cloud equal to that of the given electrode at the mean corona inception time of that electrode.

The first criterion bases electrode equivalence upon equal field uniformity factors (ratios of maximum and average fields). It is simple, yet it does not account for streamer formation as outlined above, neither it accounts for the form of the applied impulse. The second uses the criterion for streamer formation but disregards the applied form of stress. Only the third criterion takes account of the true growth of corona cloud under a specified impulse. It is this third criterion that is recommended for the exact estimation of hemi-spherical equivalence of electrodes.

In Fig. (10) a chart made up of a number of characteristics of hemi-spheres of different radii is used to estimate the equivalence of a given conical electrode termination. The result is given in Fig. (11) where equivalence is carried out using the above three criteria. For the third criterion an impulse of 200  $\mu$ s front was used, and the mean corona delay, at which corona clouds are equated, was calculated using the distribution of corona inception times of ref. [7]. Deviations as large as 20% are noticed among the equivalent radii based on the various criteria. In Fig. (10), a conical termination ( $\theta = 30^\circ$ ,  $r_c = 0.3$  cm) is sketched together with its hemi-spherical equivalent. Indications of the growth of their respective corona clouds are demonstrated.

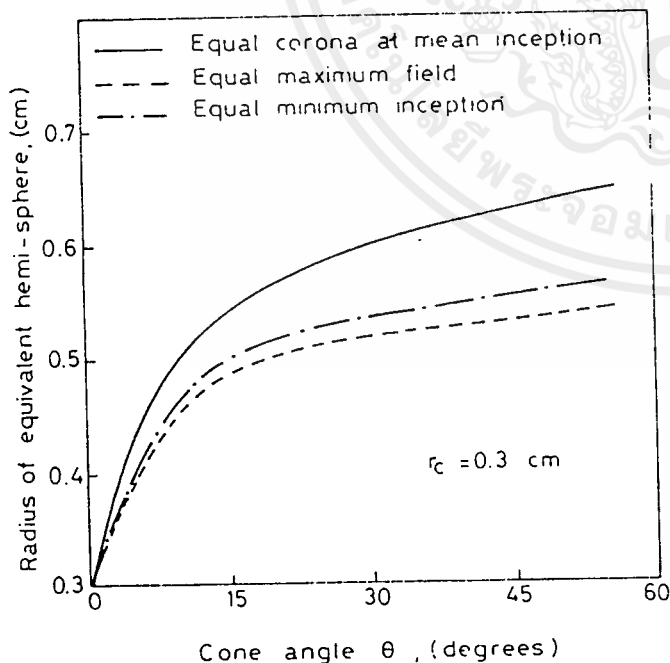


Fig. (11): Equivalent hemi-spheres of a cone terminated rod.

In a work by Menemenlis and Anis [8], a conical rod termination of  $\theta = 30^\circ$  and  $r_c = 2.5$  cm in a 3 m gap was used to investigate corona inception under switching impulses. That configuration when treated with the present techniques and using the third equivalence criterion it gave a hemi-spherical electrode equivalence of radius 12.5 cm. This outcome fits reasonably among the rest of the experimental results of the cited reference where actual spherical electrodes were also used.

## CONCLUSIONS

- 1) The use of multiple linear regression modification of the charge simulation method permits reduction in the size of the system of charges and thus saves in computation time and cost. Conversely, better coverage of the electrode surface may be achieved by increasing surface points without increasing the charge system correspondingly.
- 2) The formation of a symmetric cofactor matrix in the system of linear equations further saves computer time.
- 3) The solution is improved to suit the needs of practical engineering problems through the assignment of constrained potentials and distributed potential weights.
- 4) The relative locations of surface points and simulating charges can be optimally determined using the Lagrange Multipliers optimization technique.
- 5) The technique is valid for a wide range of electrode configurations.
- 6) Corona-based spherical equivalence of any irregularly shaped electrode can be attained using the growth of the corona cloud of that electrode under the true influence of the applied voltage.
- 7) Radii of equivalent hemi-spheres based on corona cloud growth are larger than those given by the simple field uniformity factor concept.

## REFERENCES

- 1 M. Abou-Seada and E. Nasser, "Digital Computer Calculations of Electric Potential and Field of a Rod Gap", Proc. IEEE, vol. 56, No. 5, 1968, pp. 813-820.
- 2 H. Singer, H. Steinbigler, and P. Weiss, "A Charge Simulation Method for Calculation of High Voltage Fields", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-93, Sep./Oct. 1974, pp. 1660-68.
- 3 L. Loeb, J. Parker, E. Dodd, and W. English, "The Choice of Suitable Gap Forms for the Study of Corona Breakdown and Field along the Axis of Hemispherical Capped Cylindrical Point-to-Plane Gap", Review of Scientific Instrumentation, vol. 21, 1950, pp. 42-47.

4 A. Ralson and H. Wilf, Eds., Mathematical Methods for Digital Computers. New York: John Wiley, 1967.

5 A. Hald, Statistical Theory with Engineering Applications. New York: John Wiley, 1952.

6 D. Wilde and C. Beightler, Foundations of Optimization. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1967, pp. 37-41.

7 Les Menardieres Group, "Research on Long Air Gap Discharges", Electra, No. 23, July 1972, pp. 105-120.

8 C. Menemenlis and H. Anis, "Influence of the Delay of the First Corona Pulse on the Switching Impulse Breakdown Probability", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, March/April 1975, pp. 455-466.

II. A. El-Arabaty, M. Abdel-Salam and E. Mansour; "Electric fields and corona threshold levels on hv bipolar transmission lines - Calculations versus experiment" IEEE PES paper No. A-77-236-3, 1977.

III. A. Mohsen and M. Abdel-Salam; "A fast simulation technique for calculating electric fields", IEEE PES paper, No. A-76-336-8, 1976.

IV. M. Abdel-Salam and A. Ibrahim; "Digital calculations of electric fields in the vicinity of protrusions from hv conductors", IEEE PES Paper No. A-77-131-6, 1977.

V. M. Khalifa, M. Abdel-Salam and M. Abou-Seada; "Calculation of negative corona onset voltages", IEEE PES paper No. C-73-161-7, 1973.

VI. M. Abdel-Salam, A. Zeitoun and M. El-Ragheb; "Analysis of discharge development of a positive rod-plane gap in air", IEEE Trans., Vol. PAS-95, pp. 1019-1027, 1976.

H. Parekh, M. M. A. Salama, and K. D. Srivastava (University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada): The authors have presented an interesting method for the computation of electric fields around high voltage electrodes. We have several questions regarding the method and the results presented in the paper.

Fig. 1 of the paper shows a comparison of the conventional method (Reference I of the paper) with the method presented by the authors. Although the authors have given a general description of how the locations of the fitting points and the axial line charges can be chosen, it is not clear to us what locations they have chosen in Fig. 1. Would the authors give some information regarding these locations?

We wrote a computer program (for the configuration of Fig. 1) based on the method proposed by the authors. The IBM 360 computer available at the University of Waterloo was used for the computation. The locations of the fitting points,  $C_j$ , chosen are shown in Table I with Fig. 1. The starting points of the axial line charges were varied by trial and error to obtain a better fit at the electrode's surface. The results were

Discussion

M. Abdel-Salam (Faculty of Engineering, Assiut University, Assiut, Egypt): The authors should be commended for their field calculations around non-standard electrodes and their spherical equivalence.

It seems that the authors has overlooked paper<sup>I</sup> by the discussor with others, which must be of special interest to them. In this paper<sup>I</sup>, the charge simulation technique was used to compute the electric potential and field in the vicinity of bundled conductors of overhead transmission lines with any number of smooth or stranded subconductors. Each strand or subconductor of the bundle was simulated by a number of line charges and their images with respect to ground were considered. A number of equations for determining the potential at a number of points greater than the number of line charges were formulated and solved simultaneously using the least square principle. They yielded equipotential surfaces which almost coincided on the subconductor surfaces<sup>I</sup>. Considerable improvement over previous methods was achieved<sup>I</sup> as regards the accuracy and the computational time. The same idea was applied in the paper under discussion and only termed as "field calculations using regression". On the other hand, the authors here are congratulated for their optimal selection of fitting (boundary) points and simulation charges.

The discussor with others have extended the charge simulation technique to compute field values in the vicinity of hv bipolar transmission lines<sup>II</sup>. The simulation technique was modified<sup>III</sup> to calculate electric fields near protrusions<sup>IV</sup> from hv transmission line conductors.

The reproducibility of the results reported in Figs. 1 and 2 of the paper needs by necessity to define the coordinates of the simulation charges either semiinfinite line charges simulating the cylindrical profiles or ring charges simulating the axially symmetrical profiles. Not only the coordinates of the simulation charges but also the locations of fitting points are required. The authors' comment in this regards would be appreciated.

It is very satisfying to observe that optimal fitting ratio equals 2 in this paper agreed with previous findings regarding field calculations near monopolar<sup>I</sup> or bipolar<sup>II</sup> transmission lines.

The inception voltage was considered as corresponding to avalanche sizes in the range  $10^7 - 10^9$ . Strictly speaking, this is only correct for highly electronegative gases such as SF<sub>6</sub>. For air, the onset criteria for both positive and negative coronas were previously reported<sup>V, VI</sup>.

For the completeness of the information reported in this interesting paper, we would like the authors to give comments on the following:

1) The value of the constant involved in eqn. (10) is not defined. How to evaluate such value?

2) What is the meaning behind standard rod-to-plane gap? Is it having gap length to hemispherical-tip radius = 160?

Apart from questions, the authors again are commended for this interesting paper.

REFERENCES

I. M. Khalifa, M. Abdel-Salam, F. Ali and M. Abou-Seada; "Electric fields around conductor bundles of EHV transmission lines" IEEE PES Paper No. A-75-563-7, 1975.

Manuscript received March 2, 1977.

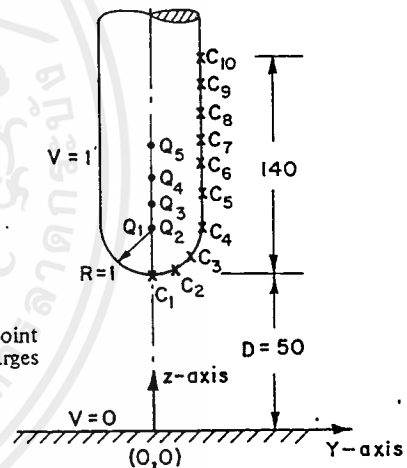


Fig. 1. Rod-to-plane geometry. 10 boundary points ( $C_j$ ), one point charge ( $Q_1$ ) and 4 line charges ( $Q_2, Q_3, Q_4, Q_5$ ).

Table I

Point	Y-Co-ordinate YC	Z-Co-ordinate ZC
$C_1$	0	50
$C_2$	0.5	50.134
$C_3$	0.866	50.5
$C_4$	1.0	51.0
$C_5$	1.0	52.0
$C_6$	1.0	55.0
$C_7$	1.0	70.0
$C_8$	1.0	90.0
$C_9$	1.0	140.0
$C_{10}$	1.0	190.0

Co-ordinates of boundary points

Manuscript received February 22, 1977.

Table II

Charge Arrangement Scheme #	Z-Coordinates of axial line charges					Maximum % error in the potential at the boundary points
	ZQ(1)	ZQ(2)	ZQ(3)	ZQ(4)	ZQ(5)	
1	51	51	52	53	54	11.5% at C <sub>7</sub>
2	51	51	52	55	60	8.5% at C <sub>7</sub>
3	51	51	52	60	70	7.5% at C <sub>8</sub>
4	51	51	52	70	90	3.8% at C <sub>4</sub>
5	51	51	52	90	130	5.7% at C <sub>6</sub>
6	51	51	55	70	90	4.9% at C <sub>4</sub>

The effect of changing positions of the axial line charges on the error in the potential at the boundary points.

obtained are shown in Table II. It can be seen from this Table that the lowest error in the potential at the electrode surface was 3.8% at C<sub>4</sub> for scheme No. 4. This error cannot be considered satisfactory since our experience with the charge simulation method [1, 2] indicates that even a very small error (as for example 0.2%) in the potential gives rise to a large error (about 3.5%) in the electric field at the electrode's surface.

A correct way to compare the two methods would be to show the variation of the electric field on the electrode's surface. The accuracy of the proposed method could also be tested by showing that the direction of the electric field at the electrode's surface is normal to the surface. Would the authors like to show some results on this point?

We wrote a computer program based on the conventional method for the configuration of Fig. 1. We calculated the values of 10 charges in the system and then calculated the potentials at 8 fitting points. There was no error in the potential at these points. (The calculated potentials at these points were all equal to 1.000000.). The computation time for these calculations was 0.44 sec. The computation time for the similar calculations by the proposed method (with R=2) was 0.18 sec. but the error in the potential at the fitting point was about 4%. The reduction in the computation time by the proposed method over the conventional one is about 2.5 as compared to 16 reported in the paper which is merely a theoretical prediction. This discrepancy may be due to the fact that the proposed method required additional operations like transposing and multiplying matrices (eqs. 5' and 5" of the paper).

Fig. 3 of the paper shows an error of more than 2% in the potential at the electrode's surface even with R=4. We believe that the error in the electric field will be much greater at the electrode's surface. Have the author's computed actual field values by different methods?

Fig. 4 shows the variation of  $\Delta V^2$  with the fitting ratio R. We think that since  $\Delta V^2$  is very small (0.02 to 0.05),  $|\Delta V|$  is greater than  $\Delta V^2$ . This means that  $\Delta V^2$  is not the best parameter to describe the accuracy of the fitting system. Would the authors like to comment on this point?

The effect of the constrained surface potentials and the weighted surface potentials increases the overall error in the system. (Table I of the paper). How does this help in improving the values of the electric field at the constrained points?

Fig. 10 of the paper shows the variation of the volume of the corona cloud (or critical volume) with the applied voltage for equivalent electrodes. At the minimum corona inception voltage, there is only one point in the gap where if a free electron exists an avalanche of a critical size would be produced thus leading to the corona inception [3, 4]. Thus, at the minimum corona inception, the volume of the corona cloud is zero. Now as seen from Fig. 10, the minimum corona inception voltage for the cone is 46.6 kV and for a hemi-sphere of radius - 0.4 cm, it is about 41.5 kV. Does this mean that a hemi-sphere of a radius 0.4 cm has a lower corona inception voltage than that of a cone of radius 0.3 cm? or we have misunderstood the results shown in Fig. 10?

Since most of the high voltage apparatus are designed for the minimum corona inception, we believe that the equivalence basis on the criterion of minimum corona inception is the most desirable.

#### REFERENCES

- [1] H. Parekh, "Computations of electric fields for EHV and UHV transmission lines", Ph.D. Thesis, Iowa State University, Ames, 1974.

- [2] H. Parekh and E. Nasser, "Computation of the potential and field of a stranded twin-bundle conductor above ground", IEEE PES Paper No. C74-084-0, January-February 1974.
- [3] M. M. A. Salama, H. Parekh and K. D. Srivastava, "Corona inception under switching surge for point-to-plane long gaps", Journal of Applied Physics, Vol. 47, No. 7, July 1976, PP 2915-2917.
- [4] Les Renardieres Group, "Research on long air gap discharges at Les Renardieres", Electra, No. 23, July 1972, PP 112-113.

H. Anis, A. Zeitoun, M. El-Ragheb, and M. El-Desouki: The authors thank the discussers for their interesting questions and remarks. Regarding Messrs. Parekh, Salama and Srivastava enquiry about the data behind Fig. (1) of the paper, the used simulating charge system, comprising one point charge and four line charges, was as follows:

Q	P/0.7811	L/-0.3795	L/0.5563	L/-0.0454	L/-0.0379
Z (cm)	51.	51.	52.	55.	65.

which was to fit the following system of fitting points:

R (cm)	0.992	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Z (cm)	50.87	50.94	51.00	53.67	56.33	59.89	64.33	85.44	113.2	141.0

We do not know how the variation of surface field could be taken as criterion for the accuracy of calculations. We do agree, however, that the direction of that field is truly relevant. Such a direction had been constantly monitored throughout our calculations and, for the case of Fig. (1), for example, the maximum deviation from normal was 3.86 degrees, and an overall average deviation of less than 0.5 degrees.

The paper does state that an overall potential error may increase upon the use of the weights and constraints. However, we believe that in this way a redistribution of the surface potential error may be effected to the favour of one or more special portions of the electrode surface and consequently its spatial vicinity.

The discussers apparently misinterpreted the quantity  $\Delta V^2$ . This is said in the text to be the ROOT mean square of the potential error, although the symbol may not be adequate for this significance. The  $\Delta V^2$  values of Table I could not have been expressed in percent unless they were truly the r.m.s. potential error referred to a surface potential of unity.

Indeed, the 0.3 cm-radius cone has a higher corona inception voltage than a 0.4 cm-radius hemi-sphere. This ceases to be surprising in view of the effect of the slopy sides of the cone which terminates a rod 2 cm in diameter as compared to the 0.8 cm-diameter rod which terminates in the hemi-sphere.

We refer Dr. Abdel-Salam to the above data concerning the charge and fitting point systems in response to his first comment. The constant of proportionality of eq. (10) of the paper, according to general statistical mechanics, is that continuous value (or, discrete function) which makes the weight sums up to unity over the given space of interest; in this case the area over which the surface field is treated.

Manuscript received April 14, 1977.

A. Yializis, E. Kuffel, P.H. Alexander  
Electrical Engineering Department  
University of Windsor  
Windsor, Ontario, Canada, N9B 3P4

### ABSTRACT

A new approach for the computation of electric fields is described, based on the application of optimization techniques to the charge simulation method. The charge simulation technique is briefly considered and the optimized version is formulated. The potential distribution of the rod-plane configuration is solved as a sample problem for comparative purposes, and consideration is given to the solution of field distributions with non-axial symmetry. The new optimized approach proves to be more efficient, minimizing the time required to set up and implement a solution of this kind.

### 1. INTRODUCTION

In calculating electric field configurations, analytical solution of Laplace's equation can only be obtained for relatively simple charge distributions and conductor configurations. However, field distributions of some of the geometries that are frequently used in high voltage apparatus cannot be generated by such simple charge distributions, and therefore, cannot be expressed in simple analytical terms.

As an alternative to purely analytical techniques, numerical methods are often used to solve such problems. These include the Finite Difference method, the Finite Element method, and the Charge Simulation technique. The latter is basically a numerical method but it results in an analytical expression for the field quantities of interest, expressed in terms of a number of fictitious charges or finite charge distributions. These charges are placed outside the region where the field is to be calculated (that is, usually inside the volume occupied by the electrodes), and their exact positions and values are found so that the boundary conditions of the particular configuration are satisfied to a certain degree of accuracy.

Usually the method of solution used is a direct one which involves a priori assumptions about the location of the equivalent charge distribution which are made on the basis of experience, and may be different for various researchers. The assumptions determine the degree of accuracy in the result.

The work described here applied optimization techniques to the selection of simulation charge distributions in order to maximize the accuracy with which the system is modelled. It has the advantage of minimizing reliance on personal experience and making the achievable accuracy optimally related to the computing resources available to the worker. It is felt that this contribution will enable practical electrostatic apparatus to be modelled with greatly improved accuracy in a

routine manner.

### 2. CONVENTIONAL APPROACH

#### 2.1. General

For a given distribution the potential  $V_j = V(r_j, z_j)$  is a summation of the potentials resulting from the individual charges.

$$\phi(r, z) = \sum_{i=1}^n P_{ji} Q_i = V_j \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

where  $n$  is the number of charges in the system  
 $m$  is the number of points at which the potential is specified

$P_{ji}$  are the potential coefficients which are also written as

$$P_{ji} = P(r_j, z_j, r'_i, z'_i) \quad (2)$$

where  $(r_j, z_j)$  are the coordinates of a point on the electrode boundary and  $(r'_i, z'_i)$  are the coordinates of the source point charge  $Q_i$ .

For a set of  $m$  points selected on a surface at potential  $V^{(1)}$ , equation (1), when written in matrix form becomes

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & & \\ \vdots & & & \\ P_{m1} & & & P_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^{(1)} \\ V^{(1)} \\ \vdots \\ V^{(1)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

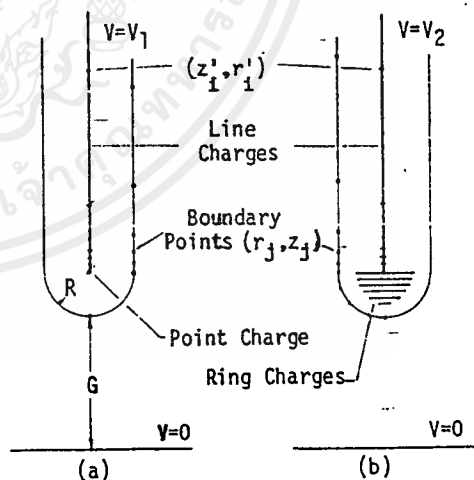


Figure 1. Simulation of the field distribution of a Rod-Plane gap. (a) Using one point charge and several line charges. (b) Using a number of ring charges, and a number of semi-infinite or segmented line charges.

F 78 179-4. A paper recommended and approved by the IEEE Insulated Conductors Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the IEEE PES Winter Meeting, New York, NY, January 29 - February 3, 1978. Manuscript submitted April 13, 1977; made available for printing November 21, 1977.

Ordinarily, the number of boundary points  $m$  is equal to the number of charges  $n$ . Given a particular configuration the coefficients  $P_{ji}$  will be determined by the position of the charges, and the boundary conditions. Hence, equation (3) can then be solved for the value of the charges  $Q_i$ .

One of the first applications of the charge simulation technique in high voltage problems was in the calculation of the field distribution of rod-plane gaps. As shown in Figure 1, there are a number of ways that one can simulate this distribution. A solution involving the charge distribution of Figure 1(a) was presented by Abou-Seada<sup>(2)</sup> and earlier by Loeb<sup>(3)</sup>. They used one point charge and nine semi-infinite line charges. The solution yielded an equipotential surface with an error of  $\pm 3\%$  in the neighbourhood of the spherical tip. However, the error increased substantially for values of  $G/R < 50$  (Fig. 1). This increased error the authors found to be due to a system equation slightly different from the present equation (3)<sup>(2)</sup>. Thus, using the positions  $(x'_1, z'_1)$  and  $(x_j, z_j)$  as given by Loeb and then forming equation (3), the accuracy for the values of  $G/R$  down to  $G/R = 1$  was greatly improved.

2.2. Limitations in Using the Conventional Approach

In applying the charge simulation method to calculate field distributions, the main task is to find the proper positions  $(x'_1, z'_1)$  and  $(x_j, z_j)$ . In order to gauge the amount of effort required to solve the rod-plane configuration, a number of calculations were made disregarding previous information on the positions (2,3). Different sets of  $(x'_1, z'_1)$  and  $(x_j, z_j)$  were carefully selected by considering the distribution of each of these locations with respect to each other, and to the electrode boundary. The results showed that even after the first few adjustments, the error in the neighbourhood of the spherical tip was larger than 10%.

A solution of the field distribution for the case of Figure 1(b) was attempted using ten ring charges and five semi-infinite line charges. Again the results indicated that a considerable amount of time would have to be spent in finding a good combination of points  $(x'_1, z'_1)$  and  $(x_j, z_j)$  in order to produce a uniformly equipotential surface.

The difficulty increases when one attempts to solve more complicated field distributions. Figure 2 shows two geometries that are frequently used in high voltage apparatus. A solution of such potential distributions by the charge simulation technique, and especially the ones with no axial symmetry (Figure 2a), would have to involve line and ring charges of variable density<sup>(1)</sup>. As will be shown later, this requires a thorough knowledge of electrostatics, and perhaps a large amount of educated guess work. Hence, many experimenters might dismiss the technique in favour of other methods.

However, the charge simulation technique has a very important property - that is, given the positions and the values characterizing the charge distribution, the field at any point can be calculated analytically. This is important because it eliminates the need of a grid node at that point, and in addition if a space charge is included in the calculations, the field at any point will be given by the summation of the field components due to the individual charges constituting the whole system.

Hence, in view of this advantage and the task of constructing a three-dimensional grid if one of the difference methods is chosen, an attempt is made here to simplify the conventional approach using optimization techniques.

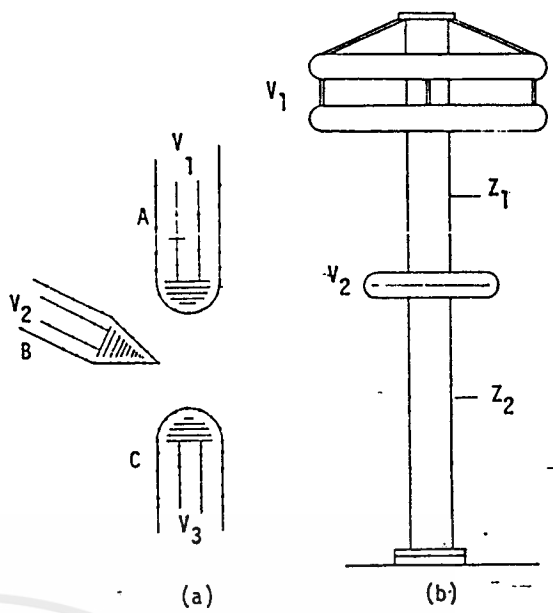


Figure 2. (a) A trigatron, with non-axial field distribution. (b) A high voltage divider, with field controlling electrodes.

3. PRESENT APPROACH

3.1. General

One of the most important parameters in the optimization of any design or processes, is the choice of the optimization criterion or objective function. This usually varies according to the nature of the problem. The objective function used here is the accumulated squared error, which is very simple to apply and has the form

$$U = \sum_{j=1}^m [V - \phi_j(r,z)]^2 \tag{4}$$

or  $U = \int_S (V - \phi_j(r,z))^2 ds$  where  $V$  is the value of the potential at the physical conductor positions,  $\phi_j(r,z)$  the value of the simulated potential,  $m$  the number of points  $(x_j, z_j)$  on the electrode boundary, and  $S$  represents the electrode surface.

The variables of optimization which primarily are the position of the charges and their values, are subject to the following equality and inequality constraints.

$$f(x_1) = A; f(x_1) \leq B; f(x_1) \leq C; D \leq f(x_1) \leq E \tag{5}$$

where  $f(x_1)$  can be any one of the variables  $x_1$ , or, a linear or non-linear expression involving a number of variables (e.g.,  $x_1 + x_2 + 5x_3 = F$ ).  $A, B, C, D,$  and  $F$  are constants related to the physical system.

The final consideration is the choice of the optimization technique or algorithm. The technique must be capable of handling highly nonlinear objective functions, equality and inequality constraints, and constraints that are described by linear or non-linear

functions of the variables. Furthermore, it should be possible to change the constraints or the objective function without modifying the optimization algorithm.

The availability of the first and second derivatives of the objective function  $U$ , will determine whether or not gradient techniques that require these derivatives will be used. A number of optimization subroutines are available in the FORTRAN and WATFIV scientific subroutine manuals. Rosenbrock's method (4) is one of the earlier and most reliable techniques, but with a relatively slow rate of convergence. One of the fast-converging techniques is Davidson's method as modified by Fletcher and Powell (5), combined with the Created Response Surface Technique of Carroll (6).

### 3.2. Example of Solution

In demonstrating the principle, let us for comparison purposes simulate the potential distribution of Figure 1(a).

The analytic expression for the potential  $\phi(r, z)$  of the nine-semi-infinite charge lines and one point charge with their corresponding image charges, is

$$\phi(r, z) = \sum_{i=1}^9 Q_i \ln \left[ \frac{z'_i + z + (r^2 + (z'_i + z)^2)^{1/2}}{z'_i - z + (r^2 + (z'_i - z)^2)^{1/2}} \right] + Q_{10} \left[ \frac{1}{(r^2 + (z'_{10} - z)^2)^{1/2}} - \frac{1}{(r^2 + (z'_{10} + z)^2)^{1/2}} \right] \quad (6)$$

$$\text{and } U = \sum_{j=1}^m (V - \phi_j(r, z))^2 \quad (7)$$

where  $V$  is set equal to unity, and  $m=65$  which corresponds to fifteen points on the spherical part of the electrode and fifty on the cylindrical part from  $G + R$  to  $G + R + 50$ .

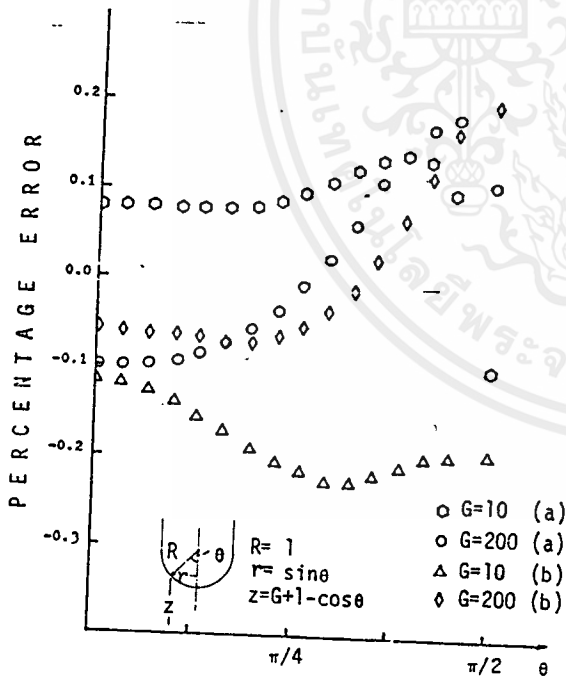


Figure 3. Percentage error of the simulated potential along the spherical part of the electrode. (a) Results obtained using the constraints of Table II. (b) Results obtained using the constraints of Table I.

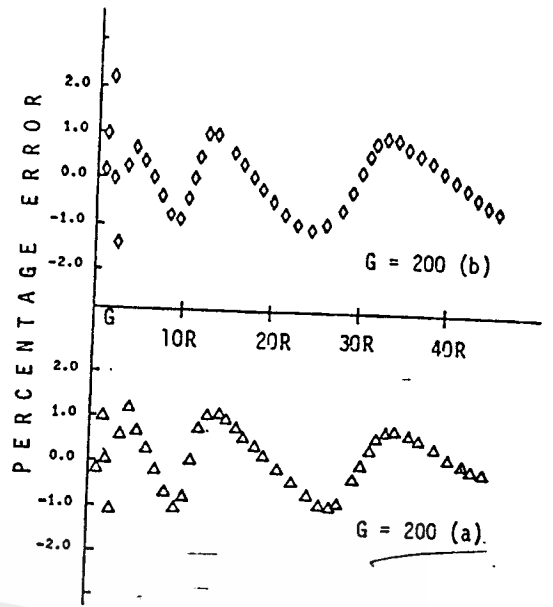


Figure 4. Percentage error of the simulated potential on the cylindrical part of the electrode. (a) and (b) correspond to constraints of Tables I and II respectively.

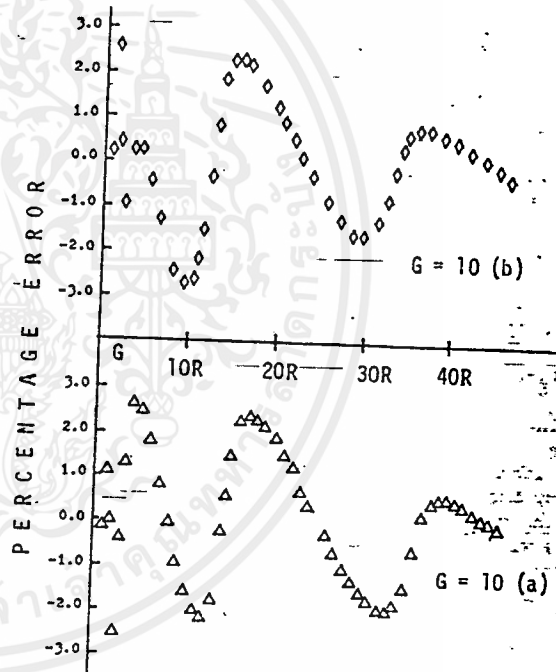


Figure 5. Percentage error of the simulated potential on the cylindrical part of the electrode. (a) and (b) correspond to constraints of Tables I and II respectively.

The problem was solved for two arbitrarily chosen sets of constraints. One, constraining the positions of the nine line charges between  $G + R$  and  $G + R + 250$ , as shown in Table I, Appendix 1; and the other constraining the line charges between  $G + R$  and  $G + R + 50$ , as shown in Table II. In both cases the points  $(r_j, z_j)$  were described above.

The initial values of the optimization variables

$(r_i, z_i)$  and  $Q_i$ , were selected arbitrarily within their corresponding constraints.

The authors have used Rosenbrock's optimization technique for the minimization of the objective function modified accordingly to account for equality and inequality constraints. The results for two different gap lengths  $G$  are shown in Figure 3, 4 and 5; where the percentage error of the simulated potential is plotted versus position on the surface of the electrode.  $\phi(r, z)$  is calculated for a number of points other than the original  $(r_1, z_1)$  to check for possible non-uniformities of the simulated potential. The resulting values of  $(r_i, z_i)$  are shown in Table III and IV (Appendix 1).

The objective function was in all cases minimized to  $U = 0.01$  for comparison purposes. The computation time depends mainly on the rate of convergence of the optimization method used to minimize the objective function. Fast converging techniques should be used if computer time is an important parameter. Other factors that could influence the computation time are the initial values of the optimization parameters and the effectiveness of the objective function. The latter factor is very important, since for more complex configurations it is possible that the minimum accumulated square error may not be an efficient criterion.

3.3. Field Distributions in Systems With Non-Axial Symmetry

As mentioned earlier, charge simulation solutions of field distributions with non-axial symmetry are not favoured due to the introduction of variable density charges. Let us for example consider the trigatron case of Figure 2(a). Figures 6(a) and 6(b) show two cross-sections of electrode 'A', one at the spherical tip, and one at the cylindrical part respectively. The variable density rings of Figure 6(a) are obtained by dividing the originally charged distribution in two parts. A constant part, and a variable part consisting of cosinusoidal harmonics with unknown peak values  $\lambda_\mu$ . The charge distribution is a function of the angle  $\alpha$  and is given by

$$\lambda(\alpha) = \sum_{\mu=0}^{m_1} \lambda_\mu \cos(\mu\alpha) \tag{8}$$

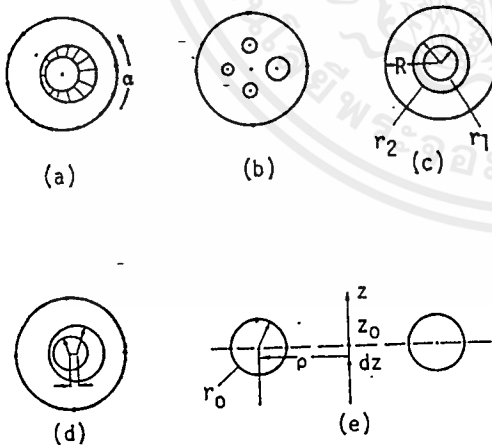


Figure 6. (a) Cross-section of the spherical part of the electrode  $V_1$  of figure 2(a). (b) Cross-section of the cylindrical part of the same electrode. (c) and (d) represent similar cross-sections as that of (a), before and after the optimization of the system. (e) Cross-section of electrode  $V_2$  of figure 2(b).

In this way the  $i$ th ring contains  $m_i + 1$  number of charges. In order to determine the values of these charges, and equal number of boundary points  $(r_j, z_j)$  should be placed around the circumference of the electrode 'A', when compared with that of Figure 1(b).

However, the problem can again be simplified with the proper choice of optimization parameters. The variable density ring charges can be obtained as shown in Figure 6(c) and 6(d). In this case the ring of radius  $r_1$  is fixed, and the centre of ring  $r_2$  is free to move on the plane of the page along the  $r$ -axis. This movement is constrained in a region  $r_x$  such that

$$r_x \leq r_2 - r_1$$

where  $r_1 < r_2 \ll R$

Therefore, a variable density ring is simulated with the addition of only two variables, that is the charge of ring  $r_2$ , and its position  $r'$  with respect to the  $z$ -axis.

It becomes apparent that a number of new optimization parameters can be introduced, the nature of which depends on the particular configuration.

As another example, we consider the potential divider of Figure 2(b). The field configuration of the doughnut shaped electrode at potential  $V_2$ , can be simulated with one ring charge as shown in Figure 6(e). Assuming  $V_1$  and  $V_2$  to be positive potentials, the ring charge at  $V_2$  will be slightly displaced from the physical centre of the electrode. However, since we do not know the exact position of the ring, we can constrain its centre to move between  $z_0$  and  $z_0 - dz$ , where  $dz < r_0$ . The radius  $r_0$  could also vary and therefore it will be set as an optimization parameter, since we suspect that if the ring moves down, it could also change in diameter. Similar arguments will apply to the top electrode and the system will be solved simultaneously, considering the image charges with respect to ground.

Furthermore, one can proceed to simulate even more complicated field distributions by the use of non-linear constraints, which could force point charges to move on predetermined contours, and line charges to tilt, or simply change size and position.

CONCLUSION

The solution of the potential distribution of the rod-plane configuration with the present optimized approach, indicates that the time required in setting up a problem of this kind is drastically reduced, and it is believed to be the shortest when compared to any other technique achieving comparable accuracy. When compared with the conventional charge simulation approach, we find that unnecessary guess-work is eliminated, and some of the insight required in solving such problems is replaced by computation time.

In view of the above, the solution of field distributions with non-axial symmetry becomes more manageable, and the overall efficiency of the charge simulation technique as a method of solution increases considerably.

APPENDIX 1

Constraints imposed on the variables of optimization, the  $Q_i$ 's, the value of the charges, and the  $(r_i, z_i)$ 's, their positions ( $i = 1, 2, \dots, 9$  for the end of each semi-infinite line charge and  $i = 10$  for the point charge in this example) are presented in Table I and II.

TABLE I

$$\begin{aligned} (0, z_1) &= G+R \\ G+R &\leq (0, z_2) \leq 1.5 \\ G+R &\leq (0, z_3) \leq 1.5 \\ G+R &\leq (0, z_4) \leq 1.5 \\ G+R &\leq (0, z_5) \leq 1.5 \\ G+R+5.0 &\leq (0, z_6) \leq G+R+10.0 \\ G+R+15.0 &\leq (0, z_7) \leq G+R+35.0 \\ G+R+80.0 &\leq (0, z_8) \leq G+R+100.0 \\ G+R+200.0 &\leq (0, z_9) \leq G+R+250.0 \\ (0, z_{10}) &= G+R \\ A \leq Q_i \leq B \quad i &= 1, 2, \dots, 10 \end{aligned}$$

TABLE II

$$\begin{aligned} (0, z_1) &= G+R \\ G+R &\leq (0, z_2, 3, \dots, 9) \leq G+R+48.0 \\ (0, z_{10}) &= G+R \\ A \leq Q_i \leq B \quad i &= 2, 3, \dots, 10 \end{aligned}$$

Where A is a large negative number, and B a large positive number.

The optimized positions  $(0, z_i)$  as derived from the constraints of Tables II and I are shown in Tables III and IV respectively.

TABLE III

i	G = 200	G = 10
1	201.00	11.00
2	201.11	11.00
3	201.15	11.11
4	201.18	11.38
5	201.35	11.49
6	201.45	12.22
7	202.03	23.25
8	212.29	46.30
9	231.12	58.81
10	201.00	11.00

TABLE IV

i	G = 200	G = 10
1	201.00	11.00
2	201.11	11.10
3	201.19	11.15
4	201.55	11.57
5	202.16	12.18
6	210.97	20.20
7	228.94	41.60
8	296.06	110.99
9	410.80	238.59
10	201.00	11.00

REFERENCES

- (1) H. Singer, H. Steinbler and P. Wales, IEEE PAS Winter Meeting, New York, N.Y., January 27-February 1, 1974.
- (2) M. S. Abou-Seada and E. Nasser, Proceedings of IEEE Vol.56, No.5, May 1968, pp.813-820.
- (3) L. B. Loeb, H. Parker, E. E. Dodd and W.N. English. The Revue of Scientific Instruments, Vol.21, No. 1. January 1950.
- (4) H. H. Rosenbrock, Compt. J., 3, (1960), pp.175-184.
- (5) C. W. Carroll, J. Ops. Res. Soc. A., 9 (2), (1961) pp.169.
- (6) R. Fletcher and M. J. D. Powell, Comput. J. 6(2), (1963), pp.163.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to the National Research Council of Canada for the financial support of this project. Thanks are also due to Dr. M. Shridhar of the Electrical Engineering Department at the University of Windsor for his helpful suggestions relating to the optimization techniques.

Angelo Yializis was born in Athens, Greece, in 1951. He received his B.A.Sc. degree in Applied Physics from the Royal Melbourne Institute of Technology-Australia in 1974, the M.Sc. degree from the University of Windsor Ontario-Canada in 1975 and Ph.D. degree in Electrical Engineering from the University of Windsor in 1978.

He is presently employed as a Dielectrics Physicist with the General Electric Capacitor products division in Hudson Falls, New York.

Philip H. Alexander was born in Windsor, Ontario on August 8, 1941. He received his B.A.Sc. degree from Assumption University, Windsor, Ontario in 1963 and his M.A.Sc. degree from the University of Windsor, Windsor, Ontario in 1964, both in Electrical Engineering.

He has pursued further graduate work at the University of Michigan, Ann Arbor, Michigan where he was employed as an Assistant-in-Research and an Assistant Research Engineer in the Cooley Electronics Laboratory from 1970 to 1972. He is now an Associate Professor in the Electrical Engineering Department of the University of Windsor where he has been teaching since his initial appointment in 1964. He has been active in research and consulting work related to Electromagnetic Field Analysis applied to electric power distribution components and to microwave structures. He is also involved in research on lifestyle implications of alternate energy futures.

Professor Alexander is a member of IEEE, Eta Kappa Nu, and is Registered Professional Engineer in the Province of Ontario.

E. Kuffel, for photograph and biography please see page 1679 of the September/October 1978 issue of this TRANSACTIONS.

## Discussion

H. Parekh (University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada): The authors should be commended for presenting an interesting and useful method for the calculation of high voltage fields. The method gives good results for a rod-plane geometry. Have the authors applied this method for other practical geometries like bundle conductor transmission lines, toroids etc.?

For the field calculations of h.v. transmission lines[1] and axially symmetric electrodes[2] (two parallel toroids, toroid inside or outside a cylinder), the conventional charge simulation method has been successfully applied by the discussor. The conventional method did not require any guess-work regarding the most suitable positions of boundary points on the electrodes' surfaces and the fictitious image charges inside the electrodes. These positions were selected symmetrically around the electrode axes. The results obtained were accurate and the computation time was of the order of 10 to 20 seconds. Moreover, the computer programming was short and simple.

On the other hand, the authors' method requires some guess-work in choosing proper optimization parameters and the computation time is greater compared to the conventional method.

In conclusion, the authors' method could be most suitable only for solving high voltage field problems where the conventional charge simulation method becomes too complicated and requires a great amount of computation time in choosing proper positions of the boundary points and the image charges.

## REFERENCES

1. H. Parekh, "Computation of electric fields for EHV and UHV transmission lines", Ph.D. Thesis, Iowa State University, Ames, 1974.
2. H. Parekh, K. D. Srivastava and R. G. van Heeswijk, "Electric field computations for rotationally symmetric electrodes", IEEE PES 1977 Summer Meetings, Paper No. A77 737 0, Mexico City, July 1977.

Manuscript received February 15, 1978.

S. Berger (Swiss Federal Institute of Technology, Zuerich, Switzerland): The authors should be commended for their efforts to improve the applicability of the charge simulation method for the calculation of high voltage fields.

In the rod/plane-example presented in this paper the used objective function was the accumulated squared error of the electrostatic potential at the electrode surface. In the discussor's opinion this objective function is suitable if the field gradient distribution of the electrode configuration is the aim of the computation. On the other hand this optimization criterion may lead to greater errors if the field gradient at the electrode surface is the main result of the calculation.

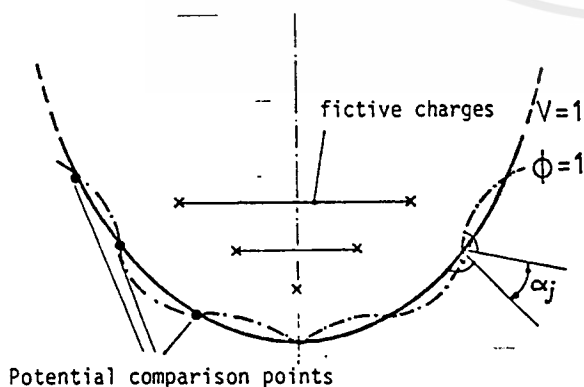


Fig. 1. Comparison of an existing, —, and a simulated, ---, electrode surface.

Fig. 1 displays a possible example of an electrode contour with the potential equal to unity, with a small accumulated squared potential error but with a greater field strength error.

In this case a better objective function would be the accumulated squared value of the angle  $\alpha_j$ . Did the authors use other optimization criterions besides the accumulated squared error of the electrode surface potential?

Figures 3-5 of this paper display a comparison of the percentage errors of the simulated potential. These figures show potential errors in the range of some percent. It would be of interest to get some information from the authors about the corresponding field gradient errors.

Finally it seems that the rows 2-5 in table I are not correct, for instance the row " $G + R \leq (0, z_i) \leq 1.5$ " should be replaced by " $G + R \leq (0, z_i) \leq G + R + 1.5$ ".

Manuscript received February 22, 1978.

Y. L. Chow and C. Charalambous (University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada): The application of the optimization techniques to the charge simulation method makes the method a powerful technique both in the rate of convergence and in the ease of formulation. These desirable properties have been demonstrated not only by the examples given in this paper but also by the examples that we have tried. The details of two of our examples were contained in the paper, "Static field solution by the method of optimized images", presented in the URSI Meeting in Boulder, Colorado, January 9-13, 1978.

Our method and the method given in this paper are very similar, except that we arrived at the method by investigating the possibility of obtaining charge images other than the simple ones in spheres, cylinders and planes. For this reason, our method bears the name of "Optimized Images".

Our method differs from that by Yializis *et al.* by the fact that we used only the unconstrained optimization. We have applied such optimization to a host of geometries, from spheres to prolate spheroids, toroids and spheres on top of a dielectric coated conducting plate. Therefore we believe that for normally encountered geometries, the use of equality and inequality constraints as outlined in this paper is an unnecessary complication and an unnecessary drain on the computer time.

The optimization algorithm used in our examples is due to Fletcher (Comp. J. 13, 1970, pp. 317-322) which is currently considered as one of the most powerful techniques for unconstrained optimization. This algorithm has the advantage of rapid convergence by a skillful use of the gradient  $g$  (where  $g = \nabla U$  with  $U$  being the objective function given in Eq. (r) of this paper). It has been a further advantage by the fact that as the gradient  $g$  is computed, the electric field intensity  $E$  ( $= -\nabla\phi$ ) on the calculating boundary is implicitly computed. Therefore it can be extracted without extra computation. This is a very desirable property especially in the applications for high voltage engineering.

Finally, we wish to say that from our experience, this method of optimized simulated charges usually gives surprisingly good accuracy in capacitance calculations. The accuracy in potential and electric fields is relatively not as good. The accuracy in field calculations deteriorates when corners and edges are encountered.

Manuscript received February 22, 1978.

R. G. Olsen (Washington State University, Pullman, WA): A variety of techniques have been used to find solutions to Laplace's equation (eq. 1)

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

for the electric potential in a given region. Analytical methods can be used to find closed form solutions to a limited number of problems [1,2]. Usually these methods are successful only when the geometry is simple and even then a large amount of mathematical sophistication may be required.

Recently the use of numerical techniques for solving Laplace's equation has become more common [3,4]. This is because the modern digital computer is available and efficient and because computer programs based on numerical techniques can be used to solve problems with few geometrical constraints.

Probably, difference techniques such as the finite difference method and the finite element method are more familiar to power engineers than any other numerical technique [5]. For two dimensional problems (the potential does not vary with one coordinate) the difference techniques require that a two dimensional region over which the

potential is desired be defined. Within this region points (elements) are defined at (over) which the potential will be determined. The number of points (elements) will be proportional to the *area* of the region defined and the number of linear equations to be solved is equal to the number of points (elements). It is not difficult to see that the number of equations to be solved can easily become very large and that as a result the computation time will be lengthy.

Difference techniques are very powerful when the region of interest contains a number of different materials or a dielectric constant which varies in space. In more simple cases (such as the case where only conductors are present) difference techniques may be more cumbersome than necessary due to the large number of linear equations that must be solved.

This brings up the subject of numerical techniques based on integral equations such as the charge simulation method discussed by the authors. The integral equation is obtained from eq. 1 by an application of Greens identity and is given in eq. 2.

$$\phi_s = 1/4\pi\epsilon_0 \int \rho_s(\vec{x}') ds'/R(\vec{x}, \vec{x}') \quad (2)$$

$\phi_s$  is the known potential on conductor surface.  $R$  is the distance from source to field point and  $\rho_s$  is the unknown surface charge density. One distinct advantage of techniques based on eq. 2 is that (for a two dimensional problem with only conductors) the number of linear equations to be solved is proportional to the *perimeter* of the boundary surface. Thus for the class of problems discussed by the authors integral equation techniques will require that a smaller number of equations be solved and will usually be more efficient.

The charge simulation method used by the authors is based on an approximation to eq. 2. Instead of using surface charges (as in eq. 2) point, line and ring charges with unknown amplitudes are used. Since this is done the charges must not be located on the boundary surface. This is because the potential near point, line and ring charges is unbounded unlike the required behavior of the boundary potential (i.e.: the potential is constant on a good conductor). Since the charges are removed from the boundary the next logical question is, "Where should they be located in order to optimally match boundary conditions?" The authors are to be commended for successfully answering this question.

It is not certain, however, that the direction taken by the authors is the best. An alternative is to solve eq. 2 numerically by the moment method [6]. Essentially this reduces to approximating the boundary surface by a set of small surfaces with unknown but uniform charge densities. The potential of each of the small surfaces can be simply computed. (In the axially symmetric case the surfaces look like surfaces obtained by cutting a small section from a cone.) A set of algebraic equations for the surface charge density is then set up and solved. Once the charge density is determined the field anywhere can be found. A solution based on this idea has been discussed briefly in reference [7] and more completely in reference [8].

It appears that this scheme is more straightforward and more efficient than the scheme which optimizes charge locations. Since programs based on both ideas are available they should be compared to see which produces results for a given problem to a given degree of accuracy in a smaller amount of time.

## REFERENCES

1. W. R. Smythe, *Static and Dynamic Electricity*, McGraw Hill, New York, 1968.
2. J. N. Sneddon, *Mixed Boundary Value Problems in Potential Theory*, Wiley, New York, 1966.
3. W. Kinsner, "Computer Programs for Undergraduate Teaching of Field Problems," IEEE Trans. Educ. Vol. E-20, Feb. 1977, pp. 54-60.
4. R. F. Harrington, K. Pontoppidan, P. Abrahamsen and N. C. Albertsen, "Computation of Laplacian Potentials by an Equivalent Source Method" Proc. IEE (London), Vol. 116, No. 10, pp. 1715-1720, Oct. 1969.
5. O. W. Andersen, "Finite Element Solution of Complex Potential Electric Fields," IEEE Trans. PAS Vol. 96, pp. 1156-1161, July/August 1977.
6. R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, MacMillan, New York, 1968.
7. R. G. Olsen, J. Daffe, "The Effect of Electric Field Modification and Wind on the HVDC Insulator Contamination Process." IEEE PAS Meeting paper A 78 120-8, 1978.
8. R. G. Olsen, J. Daffe, "Study to Further Investigate Methods to Prevent Insulator Contamination by Particle Deposition Caused by Electric Fields on High Voltage DC Station Post Insulators," Research report to the Bonneville Power Administration on contract 14-03-7003N, Dec. 1977.

Manuscript received February 24, 1978.

A. Yializis, E. Kuffel, and P. H. Alexander: The authors would like to thank the discussors for their interest in this work and for the relevant questions they have raised.

Berger questions the nature of the accuracy of the electric field intensity at the electrode surface when accumulated squared error in potential values has been used as the objective function to be minimized. The authors have recognized that one of the few readily available exact measures of error in electric field intensity is an accumulated square of the tangential component of electric field intensity evaluated at several boundary locations. Since this is the directional derivative of the potential along the electrode contour, it is implicitly included in the objective function by using a greater density of boundary points in regions where error in electric field intensity is of greater concern. This distribution is readily accommodated since the number of boundary points at which the objective function is evaluated can be substantially greater than the number of unknowns (charge amplitudes and locations). The ratio of the number of boundary points to the number of unknowns in the present calculation is between 3 and 4.

Since our primary interest was in the electric field intensity along the axis of symmetry where its transverse component is identically zero, a detailed study of such errors was not undertaken, nor was optimization with respect to criteria of a different nature attempted.

The authors gratefully acknowledge the typographical omissions from Table I which have been drawn to our attention.

Chow and Charalambous refer to their use of optimized images which the authors agree to be a useful extension of the traditional charge simulation technique. We look forward to seeing the details of their application of this method in the literature.

Their comments on the suitability of particular optimization algorithms for special needs have been noted. Our requirements did not include the value of electric field intensity at every boundary location.

It should be noted that since capacitance can be formulated as a stationary functional of the field, the better accuracy in its determination, to which they refer, is expected.

Olsen suggests that the optimized charge simulation approach be compared with a moment method involving an approximation to charge distributions at the location of the electrode surface(s). The authors agree that the results of a comparative study would allow workers to utilize methods that are especially efficient for their particular needs. Steps have been taken to perform such a comparison.

This method has been presented specifically as an alternative to trial-and-error approaches to charge placement when symmetry, experience and intuition have been exhaustively applied in the conventional charge simulation method. We, therefore generally concur with Parekh's closing comments.

Manuscript received May 3, 1978.

# Digital Computer Calculation of the Electric Potential and Field of a Rod Gap

MOHAMED S. ABOU-SEADA, MEMBER, IEEE, AND E. NASSER, SENIOR MEMBER, IEEE

**Abstract**—The electric field and potential distribution in the gap between a cylindrical rod having a hemispherical tip and an infinite plane perpendicular to the cylinder axis was determined using a charge simulation technique. This method assumes a charge at the center of the hemisphere and a finite number of semi-infinite axial charges in the cylindrical portion of the rod electrode. Boundary conditions in the cylindrical and spherical portions enabled the formulation of simultaneous equations whose digital solution yielded the assumed lumped charges. The digital computer program provided values of the potential and both field components anywhere in the gap with an accuracy of about 2 percent.

## INTRODUCTION

IN THE INVESTIGATIONS of electrical breakdown of gases, particularly in the study of corona phenomena in atmospheric air, the asymmetrical nonuniform field configuration has been a valuable tool for experimental observations due to the local confinement of prebreakdown ionization around the stressed electrode.<sup>[1]</sup> However, the nonplanar electrodes have been a real obstacle in the theoretical and analytical approaches to the study of the phenomena because of their inaccessibility to field calculations. Many approximations have been used for some electrodes such as noncoaxial cylinders and spheres.

Analytical determination of the potential and its gradient was conducted for some boundary configurations where coordinate transformations, such as prolate spheroidal coordinates and bispherical coordinates, led to solvable forms of the Poisson equation for those particular boundaries.<sup>[2],[3]</sup> Examples of the configurations that have been solved with such transformations are

- 1) confocal paraboloids<sup>[1]</sup>
- 2) concentric cylindrical electrodes<sup>[4]</sup>
- 3) hyperboloid of revolution and a plane<sup>[5],[6]</sup>
- 4) sphere to plane and concentric spheres<sup>[7]</sup>
- 5) sphere on orthogonal cone<sup>[8]</sup>
- 6) two semi-infinite (or with one finite) cylinders lying along the axis of a surrounding infinite hollow cylinder.<sup>[9]</sup>

Approximate solutions using the method of images have been used in cases where equipotential planes are known to exist. Such cases include a system of two identical spheres,<sup>[10]</sup> a system consisting of a sphere between two

planes with the sphere at the potential as one of the planes,<sup>[11]</sup> and also a sphere-to-plane system.<sup>[12]</sup> Vibrans computed the fields around a hemispherically capped cylindrical projection by distributing the charges along its axis and requiring that the potential of the surface of the cylinder approach this boundary as closely as possible.<sup>[13]</sup>

Many of the basic breakdown studies were carried out, however, with rod-to-plane electrodes or with two rods.<sup>[14]</sup> For the sake of result comparison and repeatability, the rod electrode chosen was standardized as a cylindrical shaft with a hemispherical tip of equal diameter,<sup>[15]</sup> as shown in Fig. 1. This rod electrode has been adopted by many researchers in the area of corona and gaseous breakdown, including this research group.

As mentioned, the disadvantage of the rod-plane gap lies in the difficulty of analytical derivation or numerical calculation of the electrical field intensities in the gap. Electrolytic models were necessary for the experimental estimation of the electric field. Though yielding a great deal of numerical data, this could never be completely relied upon because of the approximations and errors inherent in such models.<sup>[4],[16]</sup>

For the sake of an analytic derivation of the field, this gap was approximated by two confocal paraboloids where the smaller one represents the point and the other the plane.<sup>[14]</sup> The radius of the sphere at the rod tip can then be made equal to the tip curvature of the inner paraboloid. Such an approximation yielded expressions for the field intensity along the axis only, and, despite its limitation and inherent error, was used for the theoretical analysis of impulse corona breakdown in an effort to correlate experimental findings.<sup>[14]</sup> This analytical approximation was far from satisfactory.

The first attempt to use charge representation with hand solution of several simultaneous equations was made by Dodd<sup>[1],[15]</sup> to obtain the potential of any point in the gap. Digital computers are new tools that should provide an easier, more accurate, and faster method of calculating the potential and the electric field anywhere in the gap of the previously mentioned electrode configuration.

Although the principle used was applied only to the previously mentioned configuration, it can be extended to many other electrodes and boundary conditions. This particular geometry, however, was of prime importance for the present corona research program.

Future studies will apply the same principle to many engineering applications where knowledge of the electric field between similar or different electrodes is extremely im-

Manuscript received October 16, 1967; revised February 26, 1968. This work has been supported by a grant from the National Science Foundation.

M. S. Abou-Seada is with Iowa State University, Ames, Iowa, on leave from the General Organization for Industrialization, Cairo, Egypt.

E. Nasser is with the Department of Electrical Engineering, Iowa State University, Ames, Iowa.

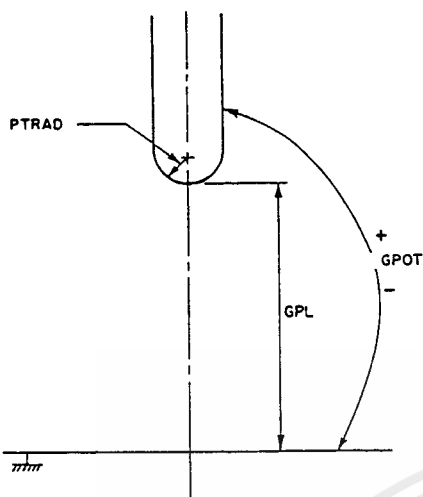


Fig. 1. Hemispherically capped cylindrical electrode against plane.

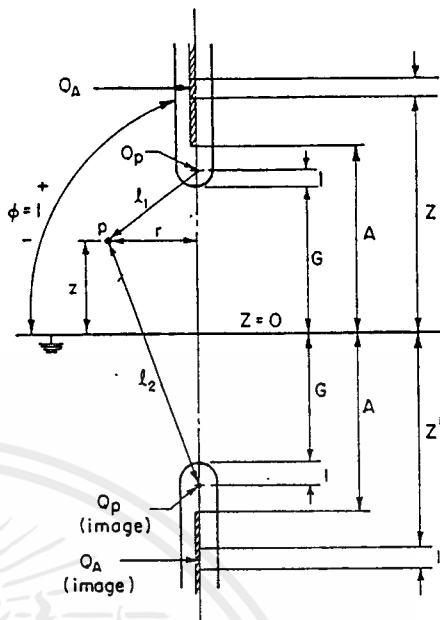


Fig. 2. Modified problem with image charges.

portant. In the design and development of circuit breakers, reclosing switches, and also lightning arresters, the designer wishes to be able to estimate the electric field between given electrodes of various shapes. Also in the design of electron tubes, exact field values are badly needed. The charge simulation technique reported in this paper is therefore recommended as an inexpensive approach to the solution for various boundary configurations.

In scientific research, field knowledge will certainly help explain many gaseous ionization phenomena and elucidate the processes of gas breakdown.

SIMULATION TECHNIQUE

Derivation of Potential and Field Equations

The following notations are introduced in considering the specific problem of the boundaries as defined by a hemispherically capped cylinder and an infinite plane perpendicular to the cylinder axis as illustrated in Fig. 1:

GPL=gap length from the extremity of the hemisphere to the plane

PTRAD=point radius

GPOT=actual potential difference between electrodes.

To simplify computation procedures, and to make solutions possible for different gaps and boundary parameters, a per unit representation is illustrated in Fig. 2 where the point radius is unity and the gap length G is the ratio of the actual gap length to the actual point radius. The plane is substituted by the electrode image. Further, the potential difference is unity and a constant permittivity is assumed. Actual potential can then be easily obtained using the per unit values.

Choosing a cylindrical coordinate system with the origin located at the intersection of the cylinder axis (z-axis) with the plane, and because of symmetry with respect to the z-axis, the coordinates of any point need only be specified by r and z.

The potential  $\phi$  at any point  $P(r, z)$  is the algebraic sum of potentials due to any number of charges. The charge of the rod electrode will be represented by a point charge located at the center of the hemispherical portion of the boundary having coordinates  $(0, G+1)$ . A series of semi-infinite line charges will be represented along the axis of the cylindrical portion starting at points of coordinates  $(r', A)$ , where  $r'=0$  and  $A \geq G+1$ . This series of  $n$  charges together with their images in the  $z=0$  plane must produce an equipotential surface of unit potential coinciding with the electrode boundary. If this condition can be satisfied with an arbitrary distribution of charges within the above constraints, the simulation is sound. The  $z=0$  plane will always be assumed at zero potential. This is achieved here by taking the exact charge images with respect to this plane.

Considering Fig. 2, the potential  $\phi$  at any point  $(r, z)$  is

$$\phi(r, z) = \left( \frac{Q_p}{l_1} - \frac{Q_p}{l_2} \right) + \sum_{j=1}^n \left[ Q_j \int_{A_j}^{\infty} \frac{dz'}{\sqrt{r^2 + (z' - z)^2}} - Q_j \int_{A_j}^{\infty} \frac{dz'}{\sqrt{r^2 + (z' + z)^2}} \right] = Q_p P(r, z) + \sum_{j=1}^n Q_j V(r, z; A_j) \tag{1}$$

where

$Q_p$ =total point charge

$Q_j$ =charge per unit length of any line charge of the  $n$  line charges starting at  $(0, A_j)$

and the functions of the final form are

$$P(r, z) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+1-z)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (G+1+z)^2}} \tag{2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

and

$$V(r, z; A_j) = \log_e \left( \frac{A_j + z + \sqrt{r^2 + (A_j + z)^2}}{A_j - z + \sqrt{r^2 + (A_j - z)^2}} \right). \quad (3)$$

The electric field  $E$  at any point  $(r, z)$  can be obtained from

$$E(r, z) = -\nabla\phi(r, z) = -\left[ \frac{\partial}{\partial r} \phi(r, z) \cdot r + \frac{\partial}{\partial z} \phi(r, z) \cdot z \right].$$

Using (1) the equation derived is

$$E(r, z) = -\left\{ \left[ Q_p \frac{\partial}{\partial r} P(r, z) + \sum Q_j \frac{\partial}{\partial r} V(r, z; A) \right] \cdot r + \left[ Q_p \frac{\partial}{\partial z} P(r, z) + \sum Q_j \frac{\partial}{\partial z} V(r, z; A) \right] \cdot z \right\} \quad (4)$$

where the subscript  $j$  of  $A$  is dropped for simplicity, and where  $\partial/\partial r P(r, z)$ ,  $\partial/\partial z P(r, z)$ ,  $\partial/\partial r V(r, z; A)$ , and  $\partial/\partial z V(r, z; A)$  are obtained by differentiating (2) and (3) partially with respect to  $r$  and  $z$ , as follows:

$$\frac{\partial}{\partial r} P(r, z) = \frac{-r}{\sqrt{[r^2 + (G + 1 - z)^2]^3}} + \frac{r}{\sqrt{[r^2 + (G + 1 + z)^2]^3}}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} P(r, z) = \frac{G + 1 - z}{\sqrt{[r^2 + (G + 1 - z)^2]^3}} + \frac{G + 1 + z}{\sqrt{[r^2 + (G + 1 + z)^2]^3}}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} V(r, z; A) = \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + (A + z)^2} [A + z + \sqrt{r^2 + (A + z)^2}]} - \frac{r}{\sqrt{r^2 + (A - z)^2} [A - z + \sqrt{r^2 + (A - z)^2}]} \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} V(r, z; A) = \left\{ \frac{1 + (A + z)/\sqrt{r^2 + (A + z)^2}}{A + z + \sqrt{r^2 + (A + z)^2}} + \frac{1 + (A - z)/\sqrt{r^2 + (A - z)^2}}{A - z + \sqrt{r^2 + (A - z)^2}} \right\}$$

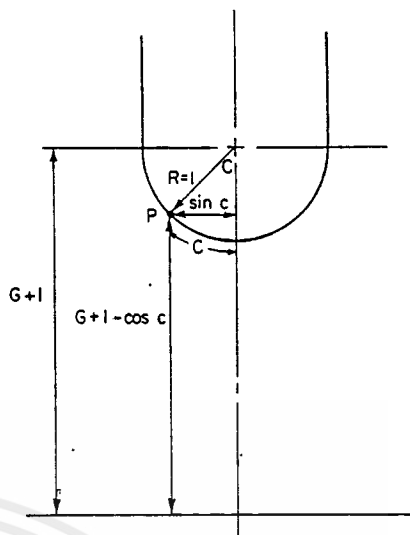


Fig. 3. Point electrode coordinates in terms of parameter  $c$ .

2) Hemispherical Portion of the Rod Electrode

The potential of any point on the hemispherical portion of the boundary is also unity.

Considering Fig. 3, where  $c$  is the great circle displacement from  $c=0$  at the point  $(r, z)=(0, G)$ , and applying the transformation

$$r = \sin c$$

$$z = G + 1 - \cos c.$$

Then (1), together with (2) and (3), results in

$$\phi(c) = Q_p P(c) + \sum_{j=1}^n Q_j V(c; A_j) \quad (1.1)$$

where

$$P(c) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\sin^2 c + (2F - \cos c)^2}} \quad (2.1)$$

and

$$V(c; A) = \log_e \left[ \frac{A + F - \cos c + \sqrt{\sin^2 c + (A + F - \cos c)^2}}{A - F + \cos c + \sqrt{\sin^2 c + (A - F + \cos c)^2}} \right] \quad (3.1)$$

where  $F = G + 1$ . To satisfy the boundary condition assumption of unit potential on the hemispherical portion of the boundary, the potential at the point  $c=0$ ,  $[(r, z)=(0, G)]$  is set equal to unity. The even derivatives (second, fourth, . . .) of  $\phi(c)$  with respect to  $c$  evaluated at the point  $c=0$  are set equal to zero. The constraint imposed on the even derivatives, and the fact that the first derivative of  $\phi(c)$  at  $c=0$  is also zero (as will be shown), preclude that  $\phi(c)$  attains either a maximum or a minimum value in the neighborhood of the tip of the point electrode ( $c=0$ ). Therefore, a unit equipotential surface will result, having a unit curvature at  $c=0$ , i.e., coinciding with the hemispherical part of the point electrode boundary. Thus the former condition yields

Boundary Conditions

The boundaries of the rod electrode are assumed to have two portions, the cylindrical and the hemispherical. The other boundary is the plane at  $z=0$ . There are therefore three different boundaries to satisfy.

1) Cylindrical Portion of the Rod Electrode

The potential of any point on the cylindrical portion of the boundary will be assumed equal to the rod potential which is unity. To satisfy this assumption, selected values of  $z$  designated  $z_i$ , greater than or equal to  $G + 1$ , with  $r=1$ , are substituted in (1), together with (2) and (3), thus

$$\phi(1, z_i) = 1, \quad z_i \geq G + 1. \quad (5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ทำกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi(c)|_{c=0} = \phi(0) = 1 \quad (6)$$

and, from the latter constraint,

$$\left. \frac{d^n \phi(c)}{dc^n} \right|_{c=0} = \phi_{nc}(0) = Q_p P_{nc}(0) + \sum^n Q_j V_{nc}(0; A_j) = 0 \quad (7)$$

$$n = 2, 4, \dots$$

According to (7),  $P_{nc}(0)$  and  $V_{nc}(0; A)$  for even values of  $n$  must be obtained. However, values of  $n$  greater than four will not be used since the resulting expressions for  $P_{nc}(0)$  and  $V_{nc}(0; A)$  become too cumbersome without improving the accuracy of the results. Using  $n=2$  and  $n=4$  results in a unit equipotential surface adequately close to the hemispherical portion of the boundary. Differentiating (2.1) and (3.1) with respect to  $c$  yields the following expressions for  $P_{nc}(0)$  and  $V_{nc}(0; A)$ , for  $n=1, 2, 4$ :

$$P_{1c}(0) = 0 \quad (8)$$

$$P_{2c}(0) = \frac{2F}{(2F-1)^3} \quad (9)$$

$$P_{4c}(0) = \frac{-2F}{(2F-1)^3} - \frac{36F^2}{(2F-1)^5} \quad (10)$$

$$V_{1c}(0; A) = 0 \quad (11)$$

$$V_{2c}(0; A) = \left\{ \left[ \frac{1}{A+G} + \frac{1}{A-G} \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(A+G)^2} - \frac{1}{(A-G)^2} \right] \right\} \quad (12)$$

$$V_{4c}(0; A) = \left\{ \frac{9}{4} \left[ \frac{-1}{(A+G)^4} + \frac{1}{(A-G)^4} \right] - 6 \left[ \frac{1}{(A+G)^3} + \frac{1}{(A-G)^3} \right] + 5 \left[ \frac{-1}{(A+G)^2} + \frac{1}{(A-G)^2} \right] - \left[ \frac{1}{(A+G)} + \frac{1}{(A-G)} \right] \right\} \quad (13)$$

As (8) and (11) show, the first derivative of  $\phi(c)$  with respect to  $c$ , at  $c=0$ , is zero.

### 3) Plane Portion of the Boundary

The potential of any point on the plane  $z=0$  is set equal to zero. This condition is automatically satisfied by image charges which are symmetrically located with respect to this plane.

#### Choice of Parameters

To obtain a unit equipotential surface on the rod electrode boundary, care must be taken in choosing the parameters  $z_i$  and  $A_j$ . Two factors are taken into consideration—the distribution of these parameters with respect to each other and with respect to the point electrode boundary, and the number of these parameters.

The potential distribution of the rod electrode surface was computed for different choices of  $z_i$  and  $A_j$  and for different values of practical gap ratios  $G$  between 50 and 500. Various results with different values for  $z_i$  and  $A_j$  indicated that the unit equipotential surface fits the rod electrode boundary best when  $i=7$  and  $j=9$  and when  $A_1$  to  $A_5$  are lying from  $z_1=G+1$  to  $z_2=G+2$  and the remainder values of  $A_j$  ( $A_6$  to  $A_9$ ) are chosen alternately between successive values of  $z_3$  to  $z_7$ .

The choice of values presented in Table I for  $z_i$  and  $A_j$  has yielded the best results, with most of the boundary surface having a unit potential as assumed and only a few points departing by less than 2 percent.

A further increase in the number of the parameters  $z_i$  and  $A_j$  resulted in an incorrect solution of the boundary simultaneous equations. This was due to the excessive number of equations and the fact that the row vectors in the matrix of coefficients became very close to each other, leading to accumulation of propagating roundoff error.

TABLE I

$z_i$	$G+1$	$G+2$	$G+5$	$G+15$	$G+40$	$G+140$	$G+440$		
$A_j$	$G+1$	$G+1.1$	$G+1.2$	$G+1.5$	$G+2$	$G+10$	$G+25$	$G+90$	$G+240$

#### PROGRAMMING

The program is written in FORTRAN IV language for the IBM 360 computer available at the Iowa State University Computation Center. Double precision arithmetic is used throughout the main program and the subroutine.<sup>(17)</sup>

#### Data Format

The input data consist of the title, date, study number, study type, gap length from the extremity of the hemisphere to the plane, point radius, and potential across the gap. The study type indicates the kind of results sought and is denoted by either 1, 2, 3, or 4. The number 1 means data for potential, axial, and radial components of the electric field throughout the whole length of the gap (with smaller  $z$ -increments near the point electrode) and for  $r$ -increments of one-half unit up to and including  $r=5$ . The number 2 is as 1 except calling for data in the vicinity of the point electrode with  $z$ - and  $r$ -increments of 0.1 unit. Then 3 requests the potential and axial electric field on the  $z$ -axis only, and 4 indicates potential, axial, and radial components of the electric field through the length of the gap and for  $r$ -increments of 20 units up to and including  $r=160$ . Data cards are prepared according to the instructions listed in Table II.

#### Procedure

Considering the flow chart of Fig. 4, the main computational steps may be outlined as follows.

- 1) From the gap length (GPL), point radius (PTRAD), and gap potential difference (GPOT), the following values are computed:

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE II

Item	Card Columns	Format*	Description
1	1-60	A	Title card
2	1-20	A	Date card
3	1-20	A	Study number card
4	1-8	F	Gap length card
5	1-5	F	Point radius card
6	1-8	F	Gap potential card
7	10	I	Study type card

\* For definition of these formats see Organick.<sup>[18]</sup>

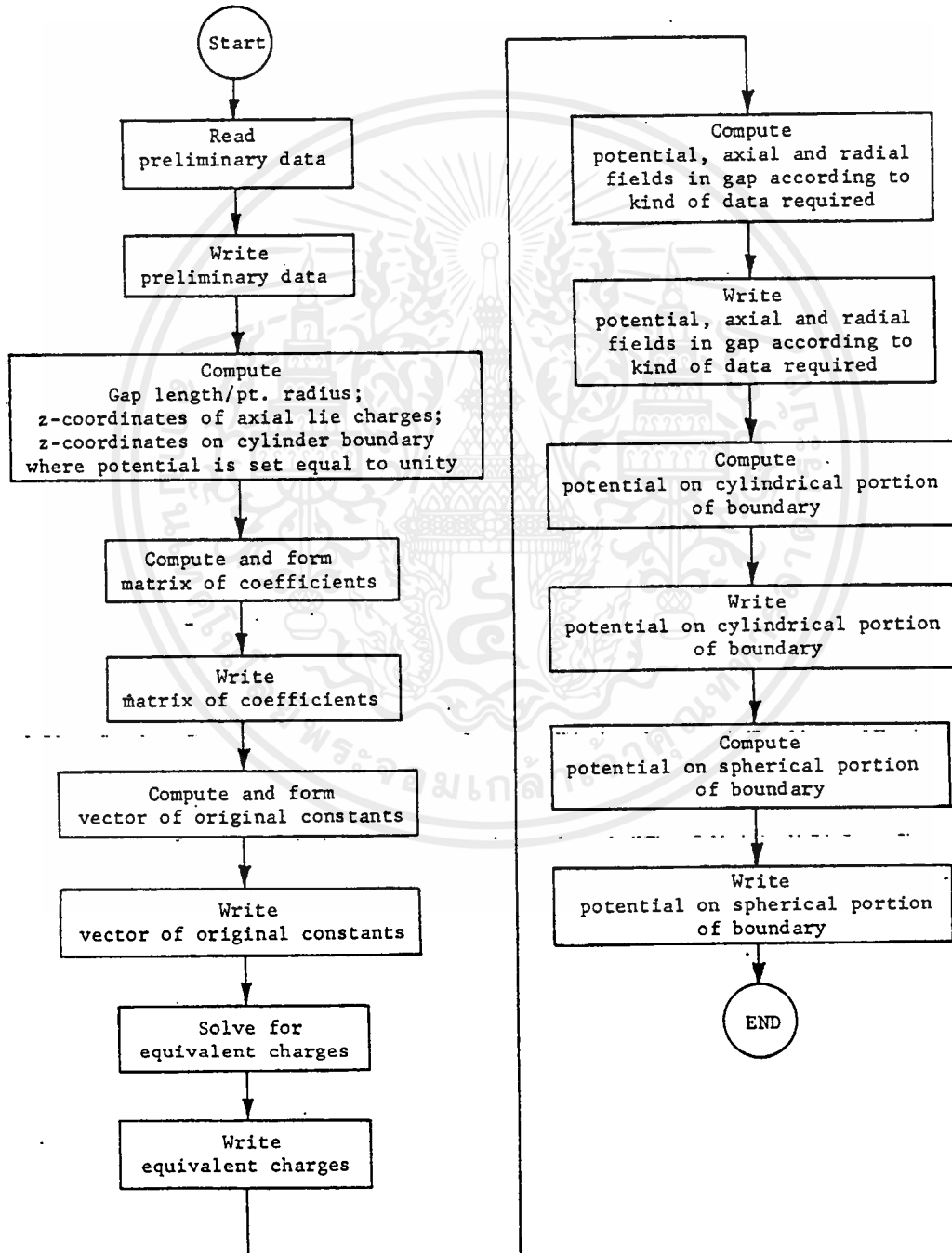


Fig. 4. Flow chart of main computational steps.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

04-06-67 91

POTENTIAL DISTRIBUTION IN GAP

Z / R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	1.0000	0.9971	0.9886	0.9753	0.9582	0.9386	0.9176	0.8960	0.8746	0.8538	0.8340
199.90	0.9963	0.9862	0.9718	0.9527	0.9297	0.9044	0.8827	0.8622	0.8425	0.8230	0.8030
199.80	0.9915	0.9804	0.9650	0.9452	0.9217	0.8959	0.8714	0.8481	0.8253	0.8036	0.7830
199.70	0.9863	0.9742	0.9578	0.9372	0.9127	0.8859	0.8607	0.8371	0.8141	0.7916	0.7700
199.60	0.9805	0.9675	0.9502	0.9288	0.9037	0.8764	0.8497	0.8245	0.8000	0.7761	0.7530
199.50	0.9741	0.9602	0.9420	0.9208	0.8959	0.8681	0.8397	0.8127	0.7871	0.7620	0.7375
199.40	0.9671	0.9524	0.9343	0.9133	0.8887	0.8604	0.8317	0.8037	0.7771	0.7510	0.7255
199.30	0.9597	0.9451	0.9271	0.9063	0.8820	0.8541	0.8251	0.7967	0.7700	0.7430	0.7165
199.20	0.9519	0.9374	0.9195	0.8988	0.8747	0.8471	0.8177	0.7891	0.7620	0.7350	0.7085
199.10	0.9437	0.9293	0.9115	0.8909	0.8670	0.8400	0.8103	0.7813	0.7540	0.7270	0.7005
199.00	0.9351	0.9208	0.9031	0.8826	0.8588	0.8314	0.8013	0.7720	0.7450	0.7180	0.6915

04-06-67 92

AXIAL COMPONENT OF FIELD

Z / R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	0.3902	0.5810	0.5550	0.5159	0.4687	0.4183	0.3686	0.3224	0.2810	0.2449	0.2141
199.90	0.4884	0.4872	0.4646	0.4375	0.4041	0.3674	0.3301	0.2942	0.2610	0.2312	0.2050
199.80	0.4118	0.4076	0.3952	0.3760	0.3517	0.3245	0.2962	0.2681	0.2415	0.2170	0.1940
199.70	0.3528	0.3498	0.3408	0.3268	0.3089	0.2884	0.2666	0.2445	0.2231	0.2029	0.1843
199.60	0.3064	0.3041	0.2975	0.2871	0.2736	0.2579	0.2409	0.2234	0.2061	0.1894	0.1737
199.50	0.2691	0.2674	0.2624	0.2544	0.2442	0.2320	0.2186	0.2046	0.1905	0.1767	0.1635
199.40	0.2387	0.2374	0.2336	0.2275	0.2194	0.2098	0.1992	0.1879	0.1763	0.1648	0.1537
199.30	0.2136	0.2126	0.2094	0.2048	0.1985	0.1908	0.1822	0.1730	0.1635	0.1539	0.1445
199.20	0.1927	0.1919	0.1895	0.1857	0.1806	0.1744	0.1674	0.1599	0.1520	0.1439	0.1359
199.10	0.1749	0.1743	0.1724	0.1693	0.1652	0.1601	0.1544	0.1482	0.1416	0.1348	0.1280
199.00	0.1597	0.1592	0.1577	0.1552	0.1518	0.1477	0.1429	0.1377	0.1322	0.1264	0.1206

04-06-67 93

RADIAL COMPONENT OF FIELD

Z / R	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
200.00	0.0	0.0581	0.1107	0.1538	0.1852	0.2050	0.2145	0.2159	0.2116	0.2034	0.1931
199.90	0.0	0.0432	0.0835	0.1167	0.1431	0.1613	0.1722	0.1768	0.1766	0.1728	0.1667
199.80	0.0	0.0330	0.0638	0.0908	0.1126	0.1289	0.1398	0.1459	0.1481	0.1472	0.1441
199.70	0.0	0.0254	0.0501	0.0718	0.0900	0.1043	0.1146	0.1213	0.1249	0.1258	0.1248
199.60	0.0	0.0205	0.0401	0.0578	0.0731	0.0855	0.0950	0.1017	0.1060	0.1080	0.1084
199.50	0.0	0.0166	0.0326	0.0472	0.0601	0.0709	0.0795	0.0860	0.0905	0.0932	0.0944
199.40	0.0	0.0137	0.0268	0.0391	0.0500	0.0594	0.0672	0.0732	0.0777	0.0808	0.0826
199.30	0.0	0.0114	0.0224	0.0327	0.0421	0.0503	0.0572	0.0628	0.0672	0.0704	0.0725
199.20	0.0	0.0096	0.0189	0.0277	0.0357	0.0429	0.0491	0.0543	0.0584	0.0616	0.0639
199.10	0.0	0.0082	0.0161	0.0234	0.0306	0.0369	0.0425	0.0472	0.0511	0.0542	0.0566
199.00	0.0	0.0070	0.0138	0.0204	0.0265	0.0320	0.0370	0.0413	0.0449	0.0479	0.0503

Fig. 5. Sample output showing the potential distribution and potential gradient (field) in the vicinity of the rod for a gap distance to rod tip radius ratio of  $Z/r=200$ . These values are per unit potential difference and per unit tip radius.

$G$  = gap length/point radius = GPL/PTRAD

POTFCR = potential factor = gap potential difference = GPOT

FLDFCR = field factor = gap potential/point radius = GPOT/PTRAD

$A(J), J=1, 2, \dots, 9$  = z-coordinates at which the semi-infinite axial line charges ( $Q_j$ ) start

$z(I), I=1, 2, \dots, 7$  = z-coordinates at which the potential of the cylindrical portion of the boundary is set equal to unit  $y(r=1)$ .

2) The equations representing the boundary conditions, (5) through (7) together with (8) through (13), are formed. These boundary equations are stored in the matrix form:

$$\begin{bmatrix} V(1, z(1); A(1)) \cdots V(1, z(1); A(9)) & P(1, z(1)) \\ \dots & \dots \\ V(1, z(7); A(1)) \cdots V(1, z(7); A(9)) & P(1, z(7)) \\ V(0, G; A(1)) \cdots V(0, G; A(9)) & P(0, G) \\ V_{2c}(0; A(1)) \cdots V_{2c}(0; A(9)) & P_{2c}(0) \\ V_{4c}(0; A(1)) \cdots V_{4c}(0; A(9)) & P_{4c}(0) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q(A(1)) \\ \dots \\ Q(A(7)) \\ Q(A(8)) \\ Q(A(9)) \\ Q(P) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ศึกษาทำไปใช้ประโยชน์การค้า พงศน ยักทั้งหมมเหตุดับลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงเงินเข้าเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

04-06-67

POTENTIAL DISTRIBUTION ON CYLINDRICAL PORTION OF THE BOUNDARY

K = 1.0

Z	POTENTIAL
201.00	1.0000
202.00	1.0000
203.00	1.0042
204.00	0.9974
205.00	1.0000
206.00	1.0053
207.00	1.0103
208.00	1.0134
209.00	1.0127
210.00	1.0059
211.00	0.9904
212.00	0.9960
213.00	0.9984
214.00	0.9979
215.00	1.0000
216.00	1.0023
217.00	1.0046
218.00	1.0057
219.00	1.0086
220.00	1.0101
221.00	1.0112
222.00	1.0114
223.00	1.0109
224.00	1.0072
225.00	1.0001
226.00	0.9930
227.00	0.9895

electric field in the gap are computed and printed out, together with the potential distribution on the hemispherical and cylindrical portions of the boundary, according to the type of study required.

Data Output

An example of data output of the second type is reproduced in Fig. 5 showing the potential and both field components in the vicinity of the rod. Fig. 6 shows another part of the output that checks the potential of the rod along the cylindrical portion as well as on the spherical surface. There was no need to test the potential at the plane since it will always be zero even with the presence of computational errors. The values of Fig. 6 are within 2 percent of the assumed potential of 1.0 and illustrate the accuracy of the computational technique.

DISCUSSION OF RESULTS AND CONCLUSION

The potential and electric field distributions in the air gap for different gap ratios as computed, together with the potential distribution on the point electrode boundary, are shown in the curves of Figs. 7 and 8, where the axial gap potential and axial gap fields are plotted for different gap ratios  $G$ . Fig. 9 shows equipotential lines for a gap ratio  $G=180$  using linear interpolation of the gap potential distribution.

Examination of the results obtained indicates that the potential at the rod boundary surface is accurate with an error of less than  $\pm 2$  percent. A comparison of the computed gap potentials in rod vicinity with those measured experimentally using a tank model for a gap ratio of 160 is given in Table III. This comparison indicates that the difference is bounded by +1.2 percent and -4.8 percent.

The method of computation described in this paper for the hemispherically capped cylindrical rod electrode is based on the assumption of a charge distribution producing potentials and electric fields that satisfy the boundary conditions. This method seems to be superior to the computational method based on the finite difference approximation of Poisson's equation and the boundary conditions. It is advantageous not only because of simplicity of computational procedure but also because of greater economy since the computer usage time is about 20 seconds.

The digital computer determination of electric potential and potential gradient distribution based on the principle of lumped charge simulation could be applied on various other symmetrical as well as asymmetrical gap configurations. A direct example in which the present program can be used with slight modification is that of multiple-point electrodes, against a plane, or a rod-to-rod gap with the rods of equal or unequal diameters. Using the same simulation technique, a program can be devised for a sphere with a recessed shaft, a hollow cylindrical electrode against infinite plane, and a sphere against a point electrode. Moreover, the important problem of parallel cylinders with large spacings can be easily tackled and then extended to multiple-cylinder electrodes or bundle conductors. This problem is presently under study.

POTENTIAL DISTRIBUTION ON SPHERICAL PORTION OF THE BOUNDARY

04-06-67

Z	R	POTENTIAL
200.00	0.0	0.9998
200.10	0.4359	1.0000
200.20	0.6000	0.9999
200.30	0.7141	0.9999
200.40	0.8000	0.9998
200.50	0.8660	0.9998
200.60	0.9165	0.9997
200.70	0.9539	0.9998
200.80	0.9798	0.9996
200.90	0.9950	0.9998
201.00	1.0000	1.0000

Fig. 6. Sample output of the potential at the electrode surface assumed to be at 1.0 per unit.

- 3) Subroutine SIMQ is called, and the simultaneous solution of the boundary equations {for  $A(J)$ ,  $J=1, 2, \dots, 9$ , and  $Q(P)$ } is obtained. This subroutine uses the Gaussian algorithm. The method of solution is by elimination using the largest pivotal divisor. Each stage of elimination consists of interchanging rows when necessary to avoid division by zero or small elements. The forward solution to obtain variable  $N$  is done in  $N$  stages. The back solution for the other variables is calculated by successive substitutions.
- 4) The potential, axial, and radial components of the

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

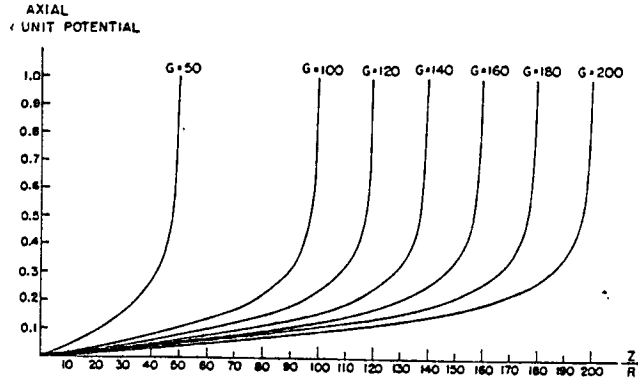


Fig. 7. The per unit potential along the gap axis for various gap distances  $G$ . ( $R$  represents the point radius PTRAD.)

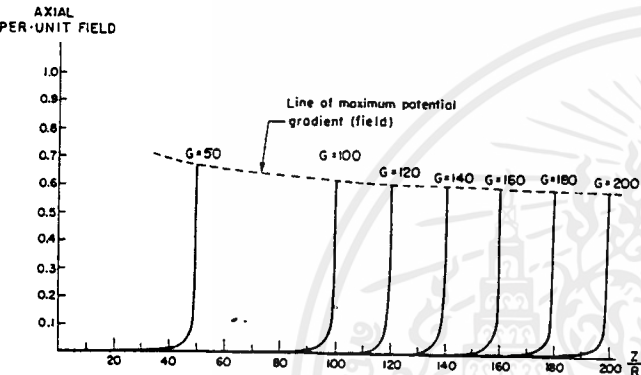


Fig. 8. The per unit potential gradient along the gap axis for various gap distances  $G$ . ( $R$  represents the point radius PTRAD.)

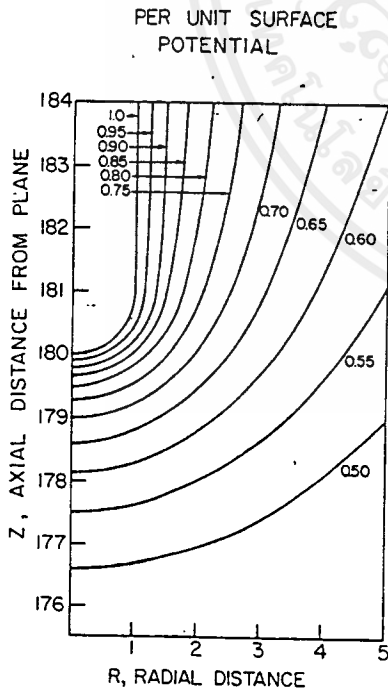


Fig. 9. Equipotential lines in the vicinity of the rod electrode for  $G=180$ . ( $R$  and  $Z$  are in multiples of point radius PTRAD.)

TABLE III  
COMPARISON OF COMPUTED AND TANK MODEL POTENTIALS  
NEAR POINT SURFACE FOR  $G=160$

$z/R$	Computed Potential	Tank Model Potential
160.0	1.0000	1.000
159.9	0.9453	0.933
159.8	0.8996	0.897
159.7	0.8607	
159.6	0.8272	
159.5	0.7980	0.824
159.4	0.7721	
159.3	0.7491	
159.2	0.7285	
159.1	0.7097	
159.0	0.6927	0.725
158.0	0.5779	
157.0	0.5125	0.556
156.0	0.4680	
155.0	0.4349	0.483

REFERENCES

- [1] L. B. Loeb, *Electrical Coronas*. Berkeley, Calif.: University of California Press, 1965.
- [2] W. R. Smythe, *Static and Dynamic Electricity*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1950.
- [3] P. M. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics*. New York: McGraw-Hill, 1953.
- [4] L. B. Loeb, *Fundamentals of Electricity and Magnetism*, 3rd ed. New York: Dover, 1967.
- [5] L. B. Loeb, A. F. Kip, G. G. Hudson, and W. H. Bennett, "Pulses in negative point-to-plane corona," *Phys. Rev.*, vol. 50, pp. 715-722, 1941.
- [6] R. G. Boyer, "Electric potential between a conducting sheet and a wire conductor," Westinghouse Research Labs., Pittsburgh, Pa., unpublished research memo R-12666-M1, 1960.
- [7] W. Hermstein, "Die Stromfaden-Entladung und ihr Übergang in das Glimmen," *Arch. Elektrotech.*, vol. 45, pp. 209-224, 1960.
- [8] W. P. Dyke, J. K. Trolan, W. W. Dolan, and G. Barnes, "The field emitter: Fabrication, electron microscopy, and electric field calculations," *Appl. Phys.*, vol. 24, pp. 570-576, 1953.
- [9] L. E. Tsyrlin, "Two problems in electrostatics for fields with cylindrical boundaries," *Soviet Phys.—Tech. Phys.*, vol. 10, pp. 752-757, 1965.
- [10] H. C. Miller, "Influence of electrode curvature on electrical breakdown in vacuum," *J. Appl. Phys.*, vol. 37, pp. 784-790, 1966.
- [11] —, "Change in field intensification factor  $\beta$  of an electrode projection (whisker) at short gap lengths," *J. Appl. Phys.*, vol. 38, pp. 4501-4504, 1967.
- [12] L. A. Butler, "A calculation of sphere-plane fields with applications to dielectric breakdown," *Austral. J. Phys.*, vol. 20, pp. 117-126, 1967.
- [13] G. E. Vibrans, "Vacuum voltage breakdown," M.I.T. Lincoln Lab., Cambridge, Mass., Tech. Rept. 353, 1964.
- [14] E. Nasser, "Der räumliche Entladungsaufbau im ungleichförmigen Feld bei positiver Spitze in atmosphärischer Luft," *Arch. Elektrotech.*, vol. 44, pp. 157-167, 1959.
- [15] L. B. Loeb, J. H. Parker, E. E. Dodd, and W. N. English, "The choice of suitable gap forms for the study of corona breakdown and the field along the axis of a hemispherically capped cylindrical point-to-plane gap," *Rev. Sci. Instr.*, vol. 21, pp. 42-47, 1950.
- [16] R. Strigel, *Die Ausmessung von Elektrischen Feldern*. Karlsruhe, Germany: G. Braun, 1949.
- [17] M. S. Abou-Seada, "Computer determination of the potential and electric field in a hemispherically-capped cylindrical point-to-plane gap," M.S. thesis, Iowa State University, Ames, 1967.
- [18] E. I. Organick, *A Fortran Primer*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1965.



## ELECTRIC FIELDS WITH SPACE CHARGES

By means of the charge simulation method it is also possible to calculate electric fields with space charges. These calculations are mainly used to investigate the physical principles of breakdown mechanism. There are two possibilities: known or unknown space charge distribution.

The first case may be illustrated by an example involving a cloud of ions travelling in a field<sup>28</sup>. The ion cloud has known charge density and can be approximated by point or ring charges. Ring charges can be used with greater advantage as they cover a greater area than a point charge, and therefore fewer ring charges than point charges are needed for the simulation of an ion cloud.

Because of the field-induced motion of the ions, the calculation is time-dependent, and the ion motion must be considered by a step-by-step procedure. After each step the field strengths at the places of the space charges are computed anew, and all the space charges are shifted according to the amplitude and the direction of the field strengths. This calculation procedure is continued until the ions reach the opposing electrode. As the space charges are known, it is only necessary to calculate the charges required for simulating the electrodes. The potentials of the contour points result from

$$[p] \cdot [Q] + [p_s] \cdot [Q_s] = [\phi_c],$$

with  $[p_s]$  as matrix of the potential coefficients of the space charges and  $[Q_s]$  as vector of the space charges. As  $[p_s]$  and  $[Q_s]$  are known they can be multiplied and brought to the right side of the equation system and subtracted from the potentials  $[\phi_c]$ . In this way the right side becomes a vector again.

$$[p] \cdot [Q] = \underbrace{[\phi_c] - [p_s] \cdot [Q_s]}_{\text{vector}}$$

Thus it is not necessary to enlarge the matrix of the potential coefficients and the calculation of the charges within the electrodes is done in the same way as without space charges. The potential of any point in the field is then calculated by

$$\phi = \sum_{k=1}^n p_k \cdot Q_k + \sum_{k=1}^{n_s} p_{sk} \cdot Q_{sk}$$

$n_s$  denotes the number of the space charges,  $n$  the number of contour points and charges which simulate the electrodes. The field strength is calculated in a corresponding way.

If on the other hand the space charge distribution is unknown, the space charges have to be calculated from physical conditions. This case is illustrated by fields associated with discharge channels, e.g. the simulation of a "leader" channel<sup>29</sup> in the breakdown of a long air gap. Experimental data suggest that a reasonable physical model is given by the assumption that a constant potential gradient occurs along the channel, for instance 1 kV/cm. Assuming this, the "leader" is considered as a quasi-electrode. At its boundary, some contour points are given (with different potentials), and inside as many charges as contour points are arranged. Straight line charges are most suitable for the simulation of long channels. These unknown charges are determined by fulfilling

the conditions for the potential gradients along the channel together with the charges within the electrode. Thus the matrix of the potential coefficients  $[p]$  is enlarged.

## CALCULATION OF TWO-DIELECTRIC ARRANGEMENTS

In a dielectric, dipoles are re-aligned by the electric field. In the interior, they compensate each other; but, on the surface of the dielectric they have the effect of a net surface charge<sup>30,31</sup>. Therefore, in the digital computation of electrodes, a dielectric boundary can be simulated by discrete charges. There are only two important differences from the previously considered situations:

- (1) In general the dielectric boundary does not correspond to an equipotential surface.
- (2) It must be possible to calculate the electric field on both sides of the dielectric boundary; this is necessary for the formation of the system of equations.

As shown in Fig. 11, a simple example with a small number of discrete charges is chosen to explain the method. At the electrode, there are  $n_E$  contour points and charges,  $n_{E1}$  of them are on the side of the dielectric (No.1) and  $n_{E2} = n_E - n_{E1}$  on the side of the air (No.2,3). These  $n_E$  charges are valid for the calculation of potentials and field strengths in both media, i.e. for the dielectric and for the air. At the dielectric boundary there are  $n_D$  contour points (No.4,5) with  $n_{D1}$  charges in the air (No.4,5) - valid for the dielectric - and  $n_{D2}$  charges in the dielectric (No.6,7) - valid for the air. In total there are  $n_C = n_E + n_D$  (=5) contour points and  $n_Q = n_E + 2 \cdot n_D$  (=7) charges.

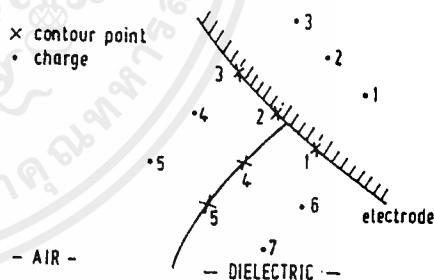


Fig. 11. Discrete charges at an electrode and at a dielectric boundary.

The system of equations required for determination of the simulation charges is formed by defining the boundary conditions which must be satisfied:

- (1) the potential of the contour points of the electrode on the side of the dielectric (No.1) must be  $\phi_c$ ,

$$\sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot p_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_D} Q_j \cdot p_j = \phi_c,$$

(1...3)                      (4...5)

it must be also  $\phi_c$  on the side of the air (No.2,3),

$$\sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot p_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} Q_j \cdot p_j = \phi_c \quad (1...3) \quad (6...7)$$

the potential of the contour points on the dielectric boundary is unknown, but for each point it must be the same in the air ( $\phi_A$ ) and in the dielectric ( $\phi_D$ ). Thus for the air-dielectric boundary  $\phi_A = \phi_D$ , and hence it may be shown that<sup>22,32</sup>

$$\sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot p_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} Q_j \cdot p_j = \sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot p_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} Q_j \cdot p_j \quad (1...3) \quad (4...5)$$

or simplified,

$$\sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} Q_j \cdot p_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} Q_j \cdot p_j = 0 \quad (4...5) \quad (6...7)$$

$p_j$  has been defined as the coefficient considering the effect of the charge  $j$  on the potential at a given contour point. In the same way  $f_j$  is defined as the contribution of the charge  $j$  to that component of the field vector, which is vertical to the dielectric boundary in a given contour point. Then, at the contour points of the dielectric boundary, the normal field strength in the air must be  $\epsilon_r$  times greater than in the dielectric, that is,

$$\epsilon_r \cdot \left( \sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot f_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} Q_j \cdot f_j \right) = \sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot f_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} Q_j \cdot f_j \quad (1...3) \quad (4...5) \quad (6...7)$$

or,

$$(\epsilon_r - 1) \cdot \sum_{j=1}^{n_E} Q_j \cdot f_j + \epsilon_r \cdot \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} Q_j \cdot f_j - \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} Q_j \cdot f_j = 0 \quad (1...3) \quad (4...5) \quad (6...7)$$

Thus  $n_E + 2 \cdot n_B (= 7)$  linear equations are given for the calculation of the same number of unknown charges.

As an example a dielectric cylinder is inserted into the system shown in Fig. 5 (broken lines). Fig.12 shows the tangential field strength at the dielectric boundary with the dielectric constant  $\epsilon_r$  as a parameter.

Another example is given in Fig. 13 which shows a sphere electrode with a dielectric slab. The results of the calculation are presented in Table III. The method described above was also applied to the calculation of the field strength at the shielding electrodes of UHV testing transformers<sup>33</sup>.

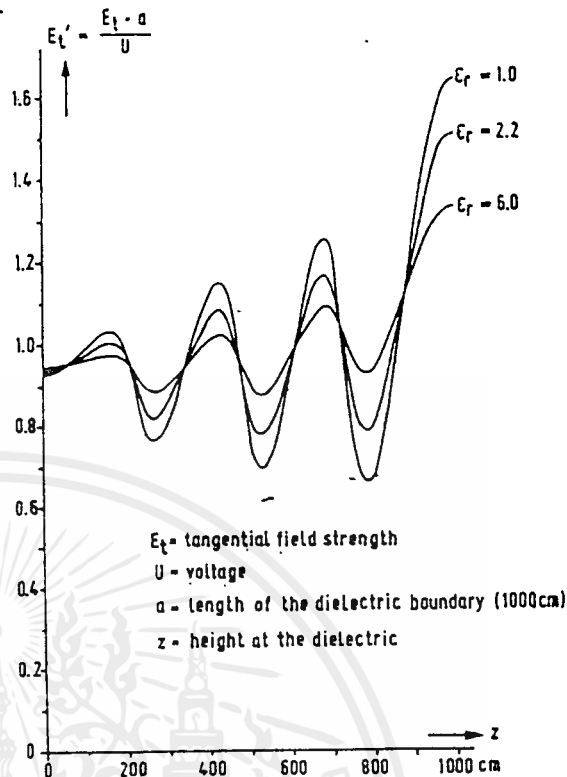


Fig. 12. Normalised tangential field strength  $E_t'$  along the dielectric boundary of the arrangement shown in Fig. 5.

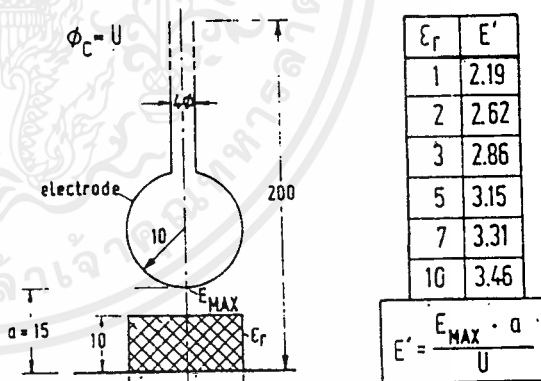


Fig. 13. Sphere electrode with dielectric slab.

Table III. Field factors of Fig. 13.

It is also of interest to mention that systematic application of this method led to the discovery of a new effect in electrostatic field theory concerning electrodes partially embedded in a dielectric<sup>34</sup>.

#### APPLICATION ASPECTS

For the most effective application of the method the question of a suitable arrangement of the charges and contour points is of importance. A practical criterion is obtained by the definition of an assignment factor  $f_a = a_2/a_1$  with the distance  $a_1$  between two successive contour points

and the distance  $a_2$  between a contour point and the corresponding charge (Fig. 14a). For curved contours the distances between the charges should not be too small, and this necessitates the formulation of a curvature criterion (radius  $\rho$ ) for such charges. Based on the geometric mean of  $a_1$  and  $a_2$  the following expression with the notation of Fig. 14 b was derived:

$$q_{i/0} = r \cdot \left[ \sqrt{1 + \left(f_a \cdot \frac{a_1}{r}\right)^2} \mp f_a \cdot \frac{a_1}{r} \right].$$

$q_{i/0}$  is valid for convex curvature,  $q_0$  for concave curvature. For dielectric boundaries, both cases must be used accordingly.

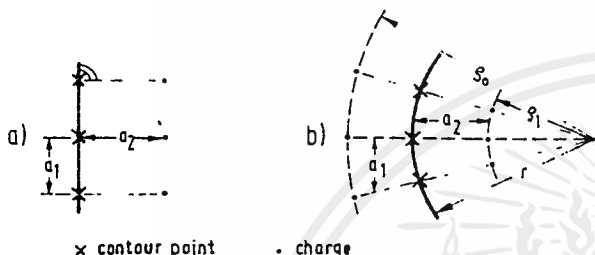


Fig. 14. To the definition of the assignment factor.

Experience shows that the assignment factor  $f_a$  should be between 1.0 and 2.0. The accuracy of the calculation depends on the choice of the assignment factor and the density of the contour points. In the areas of interest, the accuracy can be improved by an increase of the density of the contour points. The following criteria can be used to check the accuracy of the simulation:

- (1) potential of various points on the surface of the electrode
- (2) continuity of the potential on the dielectric boundary
- (3) continuity of the tangential component of the field strength on the dielectric boundary
- (4) relation of the normal components of the field strength on the dielectric boundary.

An additional check is the derivative of the potential gradient perpendicular to the surface of the electrode, especially for areas of the electrode with a small radius of curvature. This derivative divided by the gradient must be equal to the curvature at this point<sup>55</sup>. A measure for the accuracy of the calculation is the "potential error" in various check points on the surface of the electrode between two contour points. This "potential error" is defined as the difference between the known potential of the electrode and the computed potential. Experience shows that the error of the gradient is up to ten times greater than the corresponding potential error. Therefore the potential error should be less than  $10^{-6}$  in an area of the electrode if a field strength accuracy of 1% is desired in this area. The practical limit for the accuracy of the simulation of electrodes is given by the manufacturing tolerance of conductors. In the same way the accuracy of the simulation of dielectrics has its practical limit in the accuracy of the determination of dielectric constants.

#### COMPUTATION REQUIREMENTS AND COMPARISON WITH THE FINITE DIFFERENCE METHOD

In this section some data are presented about the number of charges and the computation time

necessary for the calculation of the examples described in the previous sections. For the computations a digital computer TR 440 was used, which is comparable with a digital computer CDC 6600. The electrode arrangement shown in Fig. 13 was calculated with 15 charges for the electrode and 40 charges for the dielectric. Without the dielectric the computation time amounted to 4 s, with the dielectric to 13 s. The arrangement shown in Fig. 4 was calculated with 58 charges, 42 of them were used for the spheres and the shanks and 16 for the cage. The computation of this example needed 21 s. The amount of computation for three-dimensional fields is higher. For the computation of the three-phase overhead-line shown in Fig. 9, a total of 259 charges was used, 172 for the simulation of conductors and the ground wires and 87 for the tower. The computation time amounted to 594 s.

A comparison with the finite difference method shows that the charge simulation method leads to shorter computation times in many geometries used in high voltage technology. This is a consequence of the fact that in high voltage apparatus curved surfaces are generally preferred to sharp edges. As an example, the electric field of a sphere-gap similar to that shown in Fig. 4 was calculated with both methods. The computation time needed for the charge simulation method was only 25% of the computation time of that for the finite difference method. The error of the field strength between the spheres was less than 1% in both cases. A successive overrelaxation technique<sup>4,5</sup> was used in the finite difference method.

There are further advantages of the charge simulation method compared with the finite difference method, such as

- (1) the field strength can be calculated analytically;
- (2) it is not necessary that the field region is limited by a closed boundary;
- (3) the computation of three-dimensional fields without symmetry is possible with reasonable amount of computation.

#### CONCLUSIONS

As shown in this paper the charge simulation method is a suitable way for the solution of many electric practical field problems. The presented examples give an idea of the variety of possible applications of this method. Of course further developments are inherent. So the detailed computation of arrangements with space charges is an interesting aspect for an improvement of this method.

#### ACKNOWLEDGEMENT

The authors acknowledge with grateful thanks the keen interest shown in this work by Prof. H. Prinz, Director of the Institute of High Voltage Technology and Power Plants, Munich.

#### REFERENCES

- 1 J. C. Maxwell: A Treatise in Electricity and Magnetism. 3rd edition, At the Clarendon Press Oxford 1891, art. 87
- 2 G. Shortley, R. Weller, P. Darby, E.H. Gamble: Numerical Solution of Axisymmetrical Problems,

with Applications to Electrostatics and Torsion. J. appl. Phys. 18 (1947), pp. 116-129

R. V. Southwell: Relaxation Methods in Engineering Science. Oxford Univ. Press 1949

R. S. Varga: Matrix Iterative Analysis. Prentice - Hall, Englewood Cliffs, N. J. 1962

K. J. Binns, P. J. Lawrenson: Analysis and Computation of Electric and Magnetic Field Problems. Pergamon Press, Oxford 1963

G. E. Forsythe, W. R. Wasow: Finite Difference Methods for Partial Differential Equations. Wiley, New York 1965

D. F. Binns: Calculation of field factor for a vertical sphere gap, taking account of surrounding earthed surfaces. Proc. IEE 112(1965) pp.1575-1582

R. H. Galloway, H. Mcl. Ryan, M. F. Scott: Calculation of electric fields by digital computer. Proc. IEE 114(1967), pp. 824-829

H. Prinz: Hochspannungsfelder. Oldenbourg, München-Wien 1969

E. Clarke: Three - phase Multiple - conductor Circuits. Trans. AIEE 51 (1932), pp. 809- 823

A. S. Timascheff: Field Patterns of Bundle Conductors and their Electrostatic Properties. Trans. AIEE pt.3, 80(1961), pp.590-597

M. S. Abou-Seada, E. Nasser: Digital Computer Calculation of the Potential and its Gradients of a Twin Cylindrical Conductor. Trans. IEEE, pt.3, 88(1969), pp.1802-1814

M. P. Sarma, W. Janischewskyi: Electrostatic Field of a System of Parallel Cylindrical Conductors. Trans. IEEE, pt.3, 88(1969), pp.1069-1079

M. S. Abou - Seada, E. Nasser: Digital Computer Calculation of the Potential and Field of a Rod Gap. Proc. IEEE 56(1968), pp. 813-820

J. Higgins, D. K. Reitan: Calculation of the Capacitance of a Circular Annulus by the Method of Subareas. Trans. AIEE, -pt.1, 70(1951), pp. 926-933

A. Kessler, A. Vlcek, O. Zinke: Methoden zur Bestimmung von Kapazitäten unter besonderer Berücksichtigung der Teilflächenmethode. Arch. elektr. Übertrag. 16(1962), pp.365-380

R. F. Harrington: Matrix Methods for Field Problems. Proc. IEEE 55(1967), pp. 136-149

D. Pflügel: Berechnung von Kapazitäten und Feldern zwischen Leitern mit geschichtetem Dielektrikum nach der Teilflächenmethode. Zeitschrift für angewandte Physik 23(1967), pp.86-89

R. F. Harrington: Field Computation by Moment Methods. Mc Millan, New York 1968

H. Steinbigler: Anfangsfeldstärken und Ausnutzungsfaktoren rotationssymmetrischer Elektrodenanordnungen in Luft. Doctoral Thesis TH Munich 1969

H. Singer: Das Hochspannungsfeld von Gitterelektroden. Doctoral Thesis, TH Munich 1969

P. Weiß: Rotationssymmetrische Zweistoffdielektrika. Doctoral Thesis TU Munich 1972

F. Ollendorff: Potentialfelder der Elektrotechnik. Springer, Berlin 1932

H. Steinbigler: Digitale Berechnung elektrischer Felder. ETZ-A 90(1969), pp. 663-666

H. Singer: Das elektrische Feld von Polyconelektroden. Bull. SEV 63(1972), pp. 579-583

26 "Les Renardières Group": Research on Long Air Gap Discharges at Les Renardières. Calculation of Electric Field Strength. Electra (1972), No.23, pp. 62-69

27 J. Aubin, D. T. Mc Gillis, J. Parent: Composite Insulation Strength of Hydro-Quebec 735-kV Towers. Trans. IEEE, pt.3, 85(1966), pp. 633-648

28 K. Feser, H. Singer: Über den Durchschlag aus der Glimmentladung. ETZ-A 93(1972), pp. 36-39

29 "Les Renardières Group": Research on Long Air Gap Discharges at Les Renardières. Computation of Electric Field with Leader Channels and Space Charges. Electra (1972), No.23, pp.120-124

30 R. Becker, F. Sauter: Theorie der Elektrizität vol.1, Teubner, Stuttgart 1962

31 A. Roth: Hochspannungstechnik. Springer, Wien 1959

32 P. Weiß: Berechnung von Zweistoffdielektrika. ETZ-A 90(1969), pp. 693-694

33 J. Moeller, H. Steinbigler, P. Weiß: Feldstärkeverlauf auf Abschirmelektroden für ultrahohe Wechselspannung. Bull. SEV 63(1972), pp.574-578

34 P. Weiß: Feldstärkeeffekte bei Zweistoffdielektrika. Bull. SEV 63(1972), pp. 584-588

35 J. Spielrein: Geometrisches zur elektrischen Festigkeitsrechnung. Arch. Elektrotechn. 4 (1915), pp.78-95 and 5(1917), pp.244-254

Discussion

L. O. Barthold (Power Technologies, Inc., Schenectady, N. Y. 12301): The authors are to be commended for the significant work they have done and for a fine documentation of that work for the benefit of others IEEE members.

It would be interesting to hear the authors' comments on the relative complexity and time required in setting up a problem using the method they have developed, as compared with more traditional electrolytic tank approaches. It would seem that reducing a problem to a form amenable to digital computation might be as great or greater than construction of models where a convenient electrolytic tank was available. Has thought been given to the application of digitizers to simplify the problem descriptions for digital solution?

Manuscript received February 6, 1974.

H. Singer, H. Steinbigler, and P. Weiss: The authors wish to thank Mr. Barthold for his comments and for his discussion of the paper.

The authors are aware of the fact that not only the computation time but also the time necessary to prepare a problem for the computation must be regarded in order to judge a computation method with respect to its economy. Therefore emphasis was laid on the development of an auxiliary program which calculates the coordinates of contour points for the case that the contour consists of straight lines or parts of circles. The coordinates of the charges are calculated automatically for all parts of the contour. The application of a digitizer would reduce the time of preparation too, but we did not have the possibility until now to use such a device for the purpose of electric field calculation.

A comparison with the electrolytic tank depends on the kind of the field problem. In some cases the analogue method may have advantages in comparison with the field computation, if an automatic tank is available. But in general the computation method needs shorter preparation times than the construction of a model, especially if the coordinates of contour points and charges are determined automatically. For some cases - for instance the tower shown in fig. 9 of the paper - the application of the electrolytic tank method may lead to difficulties, especially with respect to the accuracy.

Manuscript received April 22, 1974.

# A CHARGE SIMULATION METHOD FOR THE CALCULATION OF HIGH VOLTAGE FIELDS

H. Singer H. Steinbigler P. Weiss

Technical University, Munich, Germany

## ABSTRACT

A numerical method for the computation of electrostatic fields is described. The basis of the method is the use of fictitious line charges as particular solutions of Laplace's and Poisson's equations. Details are given of a digital computer program developed for field calculations by means of this method, and its application is illustrated by practical examples involving two- and three-dimensional geometries.

## INTRODUCTION

The calculation of electric fields requires the solution of Laplace's and Poisson's equation with boundary conditions satisfied. This can be done either by analytical or numerical methods. In many instances, physical systems are so complex that analytical solutions are difficult or impossible, and hence numerical methods are commonly used for engineering applications. The available numerical methods are normally based on difference or integral concepts. Many papers have been published on solution of Laplace's equations by finite difference techniques<sup>2..9</sup>. The other approach to the solution is the use of integrals of Laplace's or Poisson's equation either by using discrete charges<sup>9..14</sup> or by dividing the electrode surface into subsections of charges<sup>15..19</sup>. The method described in this paper is based on the concept of discrete charges<sup>20..22</sup>. It proved to be successful for many high-voltage field problems. It is very simple and it is applicable to any system that includes one or more homogeneous media. A special advantage of this method is the good applicability to three-dimensional fields without axial symmetry and to space charge problems.

In this method, the potentials of fictitious line charges are taken as particular solutions of Laplace's and Poisson's equations. Physically the distributed surface charges are replaced by discrete fictitious line charges. These charges are placed outside the space in which the field is to be computed. The magnitudes of these charges have to be calculated so that their integrated effect satisfies the boundary conditions exactly at a selected number of points on the boundary. As the potentials due to these charges satisfy Laplace's or Poisson's equation inside the space under consideration, the solution is unique inside that space.

Because of its discrete nature the charge simulation method requires the selection and placement of a large number of charges to achieve

satisfactory accuracy, and therefore digital computation is necessary. The method is now illustrated with suitable examples chosen for the computation of electrostatic fields with one or more dielectrics.

## BASIC PRINCIPLE

For the calculation of electrostatic fields, the distributed charge on the surface of conductors is replaced by  $n$  line charges arranged inside the conductors. In order to determine the magnitude of these charges,  $n$  points on the surface of the conductors (contour points) are chosen, and it is required that at any of these points the potential resulting from the superposition of the charges is equal to the conductor potential  $\phi_c$ :

$$\sum_{j=1}^n p_j \cdot Q_j = \phi_c,$$

where  $Q_j$  is the discrete charge and  $p_j$  the associated potential coefficient.

The application of this equation to the  $n$  contour points leads to a system of  $n$  linear equations for the  $n$  charges:

$$[p] \cdot [Q] = [\phi_c].$$

This system has to be solved for the charges  $[Q]$ . Then it must be checked whether the calculated set of charges fits the boundary conditions. For instance the potential in a number of check points located on the boundary can be calculated. The difference between these potentials and the given boundary potential is a measure for the accuracy of the simulation. Further check possibilities will be described in a later section. If the coincidence between the actual conductor surface and the corresponding equipotential surface is sufficiently accurate, the electric fields at any point can be calculated analytically by superposition.

In many cases the electrostatic field between a system of conductors and an infinite plane with ground potential is of interest. This plane can be taken into account by the introduction of image charges.

The basic principle described above is well known in field theory<sup>1</sup>. Together with suitable ways of discretisation, this known principle forms the basis of electric field computation in two- and three-dimensional systems as presented in the following sections.

## TWO-DIMENSIONAL FIELDS

The simulation of the charge on the surface of a conductor by line charges of infinite length is a known principle for the calculation of the electrostatic fields of circular cylinders. Particularly for the calculation of bundle conductors some methods were developed on this basis<sup>10..13</sup>.

The discretisation of surface charges by infinite line charges also can be applied to the calculation of the two-dimensional field of area

T 74 085-7, recommended and approved by the IEEE Transmission & Distribution Committee of the IEEE Power Engineering Society for presentation at the IEEE PES Winter Meeting, New York, N.Y., January 27-February 1, 1974. Manuscript submitted August 28, 1973; made available for printing December 4, 1973.

trarily shaped conductors. As an example, the maximum gradient of the electrostatic field between a rounded strip conductor and an earthed plane is calculated by the use of infinite line charges perpendicular to the x-y plane (Fig. 1). The arrangement of the charges and the contour points in the rounded part of the conductor is shown in Fig. 1b. Aspects for the proper arrangement of contour points and charges are given in a later section.

The potential coefficients of infinite line charges are defined by the expression<sup>23</sup>

$$p_j = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{\sqrt{(y+y_j)^2 + (x-x_j)^2}}{\sqrt{(y-y_j)^2 + (x-x_j)^2}},$$

with the permittivity  $\epsilon$  and the notation of Fig. 1b. This expression also includes the parts of image charges for the representation of the earthed plane. Since the line charges are of infinite length, the quantities to be determined are charges per unit length  $\lambda_j$ . After the check of the boundary conditions, the x- and y-components of the field strength at any point (x,y) can be calculated by means of the following relations:

$$E_x = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{2\pi\epsilon} \left[ \frac{x-x_j}{(y-y_j)^2 + (x-x_j)^2} - \frac{x-x_j}{(y+y_j)^2 + (x-x_j)^2} \right]$$

$$E_y = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{2\pi\epsilon} \left[ \frac{y-y_j}{(y-y_j)^2 + (x-x_j)^2} - \frac{y+y_j}{(y+y_j)^2 + (x-x_j)^2} \right]$$

The result of the calculation is shown in Fig. 2. The maximum gradient  $E_{max}$  in the field between the conductor and the plane (point A, Fig. 1a) is plotted as a function of the distance s. It is related to the average gradient  $U/s$ , where U is the voltage between the conductor and ground.

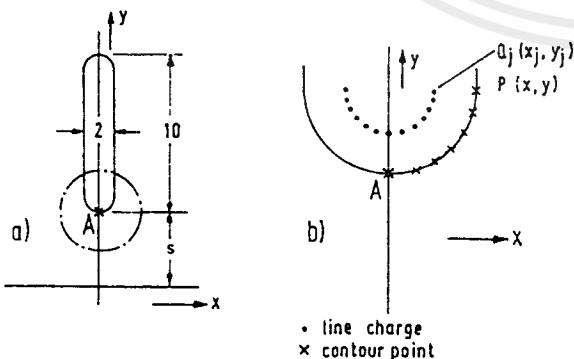


Fig. 1. Dimensions and arrangement of charges for the calculation of the field between a strip conductor and a plane; dimensions in cm.

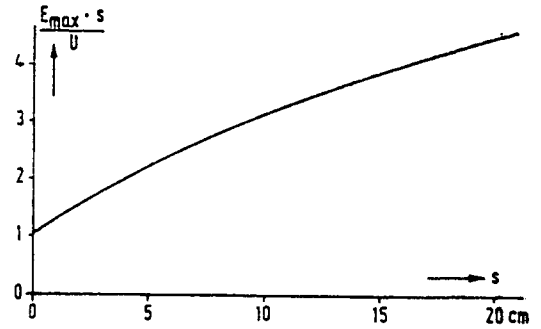


Fig. 2. Maximum gradient  $E_{max}$  related to the average gradient  $U/s$  of the field between a strip conductor and a plane as a function of the distance s (Fig. 1).

### FIELDS WITH AXIAL SYMMETRY

For fields with axial symmetry, the application of toroidal line charges (ring charges) centred on the axis of symmetry is a very effective way of discretisation<sup>24</sup>. Straight line charges of finite length located along the axis of symmetry are also used. Both types of charges have a constant charge density. This charge simulation technique is illustrated by the arrangement of ring and straight line charges shown in Fig. 3 for the calculation of a sphere with a cylindrical shank.

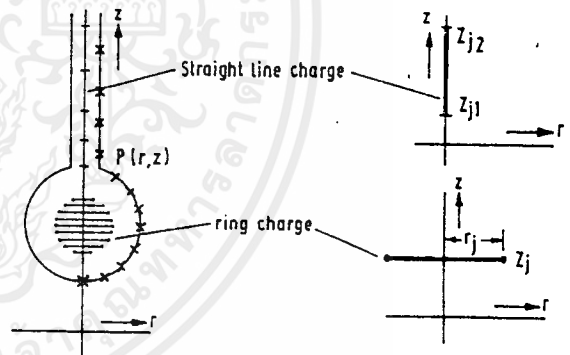


Fig. 3. Arrangement of charges for the calculation of a sphere with a cylindrical shank.

Using the notation of Fig. 3, the potential coefficients  $p_j$  and the components of the field strength  $E_r$  and  $E_z$  can be calculated with the following expressions<sup>20,25</sup>; image charges are again used to represent the earthed infinite plane.

Ring charges:

$$p_j = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left[ \frac{K(k_1)}{\alpha_1} - \frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right],$$

$$E_r = \sum_{j=1}^n \frac{-Q_j}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{\pi r} \cdot \left\{ \frac{[r_j^2 - r^2 + (z-z_j)^2] \cdot E(k_1) - \beta_1^2 \cdot K(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} - \frac{[r_j^2 - r^2 + (z+z_j)^2] \cdot E(k_2) - \beta_2^2 \cdot K(k_2)}{\alpha_2 \beta_2^2} \right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$z = \sum_{j=1}^n \frac{-Q_j}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \frac{(z-z_j) \cdot E(k_1)}{\alpha_1 \cdot \beta_1^2} + \frac{(z+z_j) \cdot E(k_2)}{\alpha_2 \cdot \beta_2^2} \right\},$$

$$\alpha_1 = \sqrt{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2}, \quad \alpha_2 = \sqrt{(r+r_j)^2 + (z+z_j)^2},$$

$$\beta_1 = \sqrt{(r-r_j)^2 + (z-z_j)^2}, \quad \beta_2 = \sqrt{(r-r_j)^2 + (z+z_j)^2},$$

$$k_1 = \frac{2\sqrt{r_j \cdot r}}{\alpha_1}, \quad k_2 = \frac{2\sqrt{r_j \cdot r}}{\alpha_2}.$$

with the complete elliptic integrals of the first kind  $K(k)$  and second kind  $E(k)$ .

Straight line charges:

$$P_j = \frac{1}{4\pi\epsilon(z_{j2}-z_{j1})} \cdot \ln \frac{(z_{j2}-z+\gamma_1) \cdot (z_{j1}+z+\gamma_2)}{(z_{j1}-z+\delta_1) \cdot (z_{j2}+z+\delta_2)},$$

$$E_r = \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{4\pi\epsilon(z_{j2}-z_{j1})} \cdot \left[ \frac{z_{j2}-z}{r \cdot \gamma_1} - \frac{z_{j1}-z}{r \cdot \delta_1} + \frac{z_{j1}+z}{r \cdot \gamma_2} - \frac{z_{j2}+z}{r \cdot \delta_2} \right],$$

$$E_z = \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{4\pi\epsilon(z_{j2}-z_{j1})} \cdot \left[ \frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\delta_2} \right],$$

$$\gamma_1 = \sqrt{r^2 + (z_{j2}-z)^2}, \quad \gamma_2 = \sqrt{r^2 + (z_{j1}+z)^2},$$

$$\delta_1 = \sqrt{r^2 + (z_{j1}-z)^2}, \quad \delta_2 = \sqrt{r^2 + (z_{j2}+z)^2}.$$

The application of ring charges and straight line charges is demonstrated by two examples. In the first example, the influence of an earthed cage on the field of a sphere-gap is investigated. Fig. 4 shows a 2 m sphere-gap surrounded by a closed cylindrical cage of 16.5 m height. The distributed charge on the sphere and on the cage is replaced by ring charges, the charge on the shanks by straight line charges. In Table I the increase  $\Delta E$  of the maximum field strength at a gap spacing of 1 m is shown as a function of the diameter  $d$  of the cage.  $\Delta E$  is related to the maximum field strength without a cage at this gap spacing.

$\Delta E$ (%)	3.5	1.0	0.6	0
$d$ (m)	10	20	30	$\infty$

Table I. Increase of the maximum field strength in a sphere-gap by an earthed cage (Fig. 4).

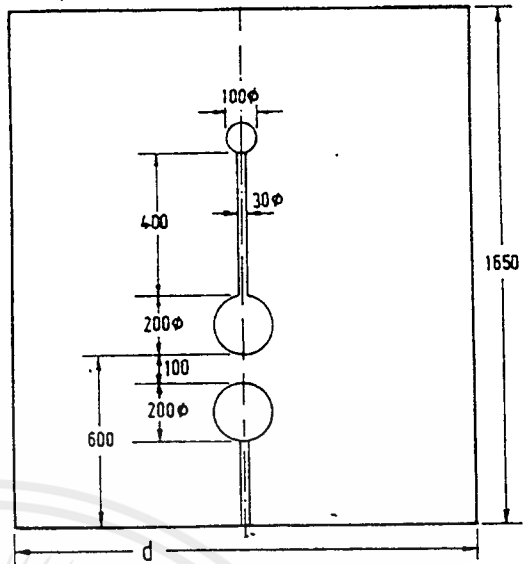


Fig. 4. Sphere-gap enclosed by an earthed cage; dimensions in cm.

Fig. 5 shows an electrode arrangement used for the shielding of a high voltage apparatus. The potentials of the grading rings are fixed at 75, 50 and 25% of the potential  $\Phi_c = U$  of the top electrode. The result of the calculation is shown in Fig. 5 for a voltage  $U = 1$  MV. The length of the arrows is equivalent to the magnitude of the field strength, the dash-dotted circle indicates a field strength of 5 kV/cm. The maximum field strength on the top electrode amounts to 5.6 kV/cm. Only ring charges were used for this example.

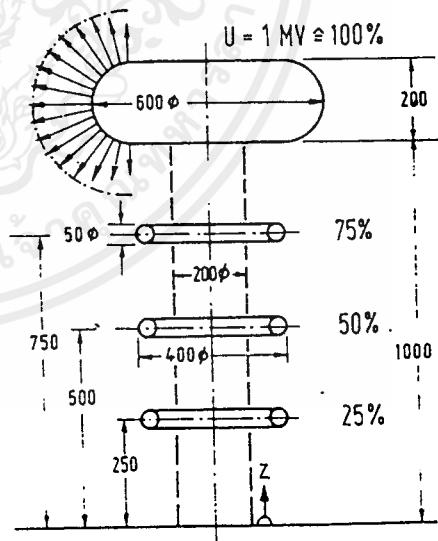


Fig. 5. Electrode arrangement for the shielding of a high voltage apparatus; dimensions in cm (The cylindrical dielectric is used for calculations in a later section).

### THREE DIMENSIONAL FIELDS WITHOUT AXIAL SYMMETRY

The charge simulation method can be applied with great advantage to the calculation of three-dimensional fields without axial symmetry. The principle of this method is explained by a simple

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

example, a rod-rod gap with a trigger electrode (Fig. 6).

The original axial symmetry of the field of the two rods disappears because of the presence of the trigger electrode. Within the half spheres of the rods and the conical part of the trigger electrode ring type charges are arranged in a similar way to that used for geometries with axial symmetry. The rings, however, have a variable charge density. For the cylindrical parts of the rods and the trigger electrode, straight line charges are situated parallel to the axis of symmetry of the electrodes on a circle on the axis. To consider the asymmetry with reasonable accuracy it is sufficient to arrange 3 or 4 lines around the circumference in the cross section of each electrode.

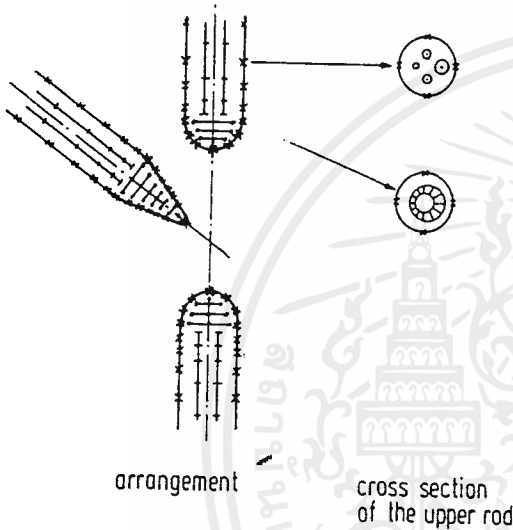


Fig. 6. Rod-rod gap with trigger electrode.

The charge distribution on the rings is unknown at first. For this reason the distribution is divided into a constant part and several cosinusoidal (or sinusoidal) harmonics with unknown peak values  $\lambda_\mu$  similar to a Fourier analysis. This charge distribution is a function of the rotation angle  $\alpha$  shown in Fig. 6 and is given by

$$\lambda(\alpha) = \sum_{\mu=0}^{n_H} \lambda_\mu \cdot \cos(\mu\alpha).$$

$n_H$  denotes the number of harmonics.

The value of  $\lambda_\mu$  is not calculated by fulfilling an orthogonality condition as in the case of a Fourier analysis, but by giving several contour points with known potential values around the electrodes. The total number ( $n_H+1$ ) of the constant charge ( $\mu = 0$ ) and the harmonics ( $\mu = 1..n_H$ ) must be equal to the number of contour points around the circumference.

The potential coefficient of a periodically variable ring charge due to the  $\mu$ -th harmonic in any point  $(r, \psi, z)$  of a cylindrical coordinate system is (without image charges) [21, 25]

$$p_{j\mu} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \sqrt{\frac{r_j}{r}} \cdot Q_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) \cdot \cos(\mu\psi)$$

with  $D^2 = (z-z_j)^2 + r_j^2 + r^2$  and  $Q_{\mu-\frac{1}{2}}$  as the Legendre function of the second kind of the order  $\mu - 1/2$ , a so-called torus function. The symbols  $r_j$  and  $z_j$  are the same ones as in the case of constant charges.

In a similar way as it is described before, a system of linear equations is established and solved for  $\lambda_\mu$ .

The field strength components, obtained by differentiation of the potential function with respect to  $r, \psi$  and  $z$ , are

$$E_{\mu r} = -\frac{\delta\phi_\mu}{\delta r} = -\frac{\lambda_\mu}{2\pi\epsilon} \cdot \cos(\mu\psi) \cdot \sqrt{\frac{r_j}{r}}$$

$$\cdot \left[ -\frac{1}{2r} \cdot Q_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) + \frac{\mu + \frac{1}{2}}{D^4 - 4r_j^2 r^2} \cdot 2r_j \cdot (2r^2 - D^2) \cdot \left[ Q_{\mu+\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) - \frac{D^2}{2rr_j} \cdot Q_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) \right] \right],$$

$$E_{\mu\psi} = -\frac{\delta\phi_\mu}{\delta\psi} \cdot \frac{1}{r} = \frac{\lambda_\mu}{2\pi\epsilon} \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{r_j}{r}} \cdot \frac{1}{r} \cdot Q_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) \cdot \sin(\mu\psi),$$

$$E_{\mu z} = -\frac{\delta\phi_\mu}{\delta z} = -\frac{\lambda_\mu}{2\pi\epsilon} \cdot \sqrt{\frac{r_j}{r}} \cdot \cos(\mu\psi) \cdot \frac{\mu + \frac{1}{2}}{D^4 - 4r_j^2 r^2} \cdot 4r_j r (z-z_j) \left[ Q_{\mu+\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) - \frac{D^2}{2rr_j} \cdot Q_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{D^2}{2rr_j}\right) \right].$$

The field strength of any direction is calculated by addition of the parts, which originate from constant and periodically variable charges, for instance, taking one ring charge,

$$E_r = \sum_{\mu=0}^{n_H} E_{\mu r}$$

In principle it is also possible to arrange several rings with constant charge distribution instead of a single ring with variable charge distribution. Fig. 7 shows an example of this way of discretisation, where the centers of the ring charges are placed on a circle centered on the axis of the electrode. Such an arrangement cannot be used in the case of toroidal electrodes.

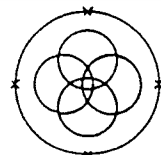


Fig. 7. Ring charges of constant charge density for the simulation of three-dimensional fields.

The effectiveness of the method for three-dimensional electric fields is shown in two practical field problems of high voltage engineering: the influence of adjacent conductors on the field of a sphere-gap, and the field distribution near the bundle of a three-phase overhead-line under the influence of the tower.

The first example is shown in Fig. 8, namely

## กิติกรรมประกาศ

ในปริญญาบัตรเล่มนี้จะไม่สามารถสำเร็จลุล่วงได้ ถ้าไม่มีคำแนะนำและความช่วยเหลือจากบุคคลเหล่านี้ ซึ่งได้แก่

อาจารย์ ศิริวัฒน์ โทธิเวชกุล ที่ให้คำแนะนำและตอบปัญหาที่ผู้จัดทำสงสัยและอนุญาตให้ใช้ห้องในการพิมพ์ปริญญาบัตร

อาจารย์ พี่เอ ที่ให้คอมพิวเตอร์ใช้ถึงแม้จะเป็นคอมฯ ของภาคก็เถอะ

อาจารย์ พี่เอ (ธันวา ศรีประโมง) ที่ช่วยให้ความรู้ทางด้านกราฟฟิกและหัวโปรแกรม

Driver Super VGA มาให้ (เป็นโปรแกรมที่พี่เขียนเอง ถึงแม้จะทำให้เราใช้

Pizzaz พิมพ์หน้าจอไม่ได้แต่ก็ทำให้เราไม่ต้องเขียน Driver เอง)

น้องเพ็ง ปี 3 ภาคคอมฯ ที่ให้ใช้คอมฯ และเครื่องพิมพ์

น้องเล็ก ศรี ที่ช่วยพิมพ์โปสเตอร์

น้องบิ่ง ภาคคอนโทรล ที่อนุเคราะห์ผ้าห่มพิมพ์

พี่หนุ่ม ที่ให้ใช้คอมฯ และกล้องถ่ายรูปรวมทั้งคำแนะนำการถ่ายภาพ

น้องคาม โฟโต้ ให้คำแนะนำการถ่ายภาพที่ถูกต้อง

หญิง บัญชี ม. หอการค้าไทย ที่คอยถามไถ่และให้กำลังใจที่ดีเสมอมา

ปราโมทย์ ที่ให้คำแนะนำเรื่องการเขียนโปรแกรมเมนู

คุณพ่อ คุณแม่ที่ให้กำเนิดเรามา

ขอบคุณเพื่อนโปรเจกต์เอาใจใส่ทันทุกขัทรมาณ จะโปรเจกต์สำเร็จลงได้เกินคาด

ขอบคุณ คนอื่นๆ ที่ยังไม่ได้ขอบคุณ รวมทั้งพระเจ้าด้วย

คณะผู้จัดทำ

.....

## หนังสืออ้างอิง

- 1) คร. ตำราย สังข์สะอาด, "วิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูง", จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.
- 2) สุขกรี เสรีวัลย์สถิตย์, "เรียนรู้ภาษาซี", ซีเอ็ดยุคเข็้น, 2521.
- 3) คร. วิทยา วัชรวิทยากุล, "ภาษาและการโปรแกรม C", ซีเอ็ดยุคเข็้น, 2521.
- 4) คงแก้ว สวามิภักดิ์, "เรียนรู้ภาษาซีด้วยตนเอง", ซีเอ็ดยุคเข็้น, 2532.
- 5) การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 8, "การคำนวณหาสนามไฟฟ้าแรงสูงของแก๊ปแท่งกลม-ระนาบด้วยวิธีจำลองประจุ", สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 2527.
- 6) การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 8, "การคำนวณค่าศักดาและความเข้มสนามไฟฟ้าของแท่งขั้วไฟฟ้าโดยคิจิตอลคอมพิวเตอร์", สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, 2527.
- 7) Mohamed s. abou-seada, E. nasser, "Digital computer calculation of the electric potential and field of a rod gap", trans IEEE, vol 56, no. 5, may 1968.
- 8) H.singer, H. steinbigler, P. weiss, "A charge simulation method for the calculation of high voltage fields", trans IEEE, vol Pas-93, september/october 1974.
- 9) A. Yializis, E. Kuffel, P.H. Alexander, "An optimized charge simulation method for the calculation of high voltage fields", trans IEEE, 1978.
- 10) H. Anis, A. Zeitoun, M. El-Ragheb, M, El-Desouki, "Field calculation around non-standard electrodes using regression and their spherical equivalence", trans IEEE, vol Pas-96, no. 6, november/december 1977.
- 11) Nelson Johnson, "Graphics in C", McGraw-Hill, 1987.
- 12) Herbert Schildt, "The Art of C", McGraw-Hill, 1991.
- 13) Ben Ezzell, "Graphics Programming In Turbo C 2.0", 1987.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- 14) E. Kuffle, W.s Zaenel, "High Voltage Engineering", Pergamon Press, 1984.
- 15) Martin A. Plonus, "Appied electromagnetics", McGraw-Hill, 1978.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้