

อินพุทแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศที่มีภาวดีทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด
Input Admittance of the Spherical Cavity-Backed Slot Antenna



โดย
นางสาวมัญญา ชาญพานิชกิจโชติ 33100293
นางสาวมัญชมาศ รัตนโกมล 33100295

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2538

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่น
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

033387

ปริญญาบัตรปีการศึกษา 2536

ภาควิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เรื่อง อินพุทแอมิตแดนซ์ของสายอากาศที่มีควิตี้ทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด

ผู้จัดทำ

1.นางสาวมัญญา ชาญพานิชกิจ โชติ เลขประจำตัว 33100293

2.นางสาวมัญจมาศ รัตนโกมล เลขประจำตัว 33100295

.....อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผศ.โมไนย ไกรฤกษ์)

อินพุทแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศที่มีควาวิตีทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด

Input Admittance of the Spherical Cavity-Backed Slot Antenna

โดย นางสาวมัญญา ชาญพานิชกิจโชติ 33100293

นางสาวมัญชมาศ รัตนโกมล 33100295

อาจารย์ที่ปรึกษา ศศ.โมไนย ไกรฤกษ์

บทคัดย่อ

โครงการนี้เป็นการศึกษาเพื่อทำการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ (Input Admittance) ของสายอากาศที่มีควาวิตีทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด (Spherical cavity-backed slot antenna) เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการเก็บข้อมูล จึงได้ทำการเขียนโปรแกรมและฟังก์ชันต่าง ๆ ที่จำเป็นในการหาค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์เอาไว้ และทำการพิจารณาข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่เหมาะสมซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่จะนำไปใช้ในการทดลองสร้างสายอากาศจริงต่อไป จากนั้นจึงทดลองวัดเพื่อหาค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศในทางปฏิบัติเพื่อทำการเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการคำนวณ

Abstract

The main objective of this project is to study an input admittance of the spherical cavity-backed slot antenna. Computer program is prepared and numerical results of the input admittance are analyzed to determine appropriate data which are useful for choosing suitable parameters in antenna construction. The experiment is performed to compare the input admittance between practical antenna and numerical results.

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	2
บทที่ 3 การคำนวณและการเขียนโปรแกรม	7
3.1 การคำนวณหาสนามที่ช่องเปิดของสายอากาศ	7
3.2 การคำนวณหาสนามภายใน	9
3.3 การแก้สนามภายนอก	21
3.4 การหาอินทิกรัลแอมิตแดนซ์	39
บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง	51
บทที่ 5 สรุปและแนวทางการพัฒนา กิตติกรรมประกาศ หนังสืออ้างอิง	82

บทที่ 1

บทนำ

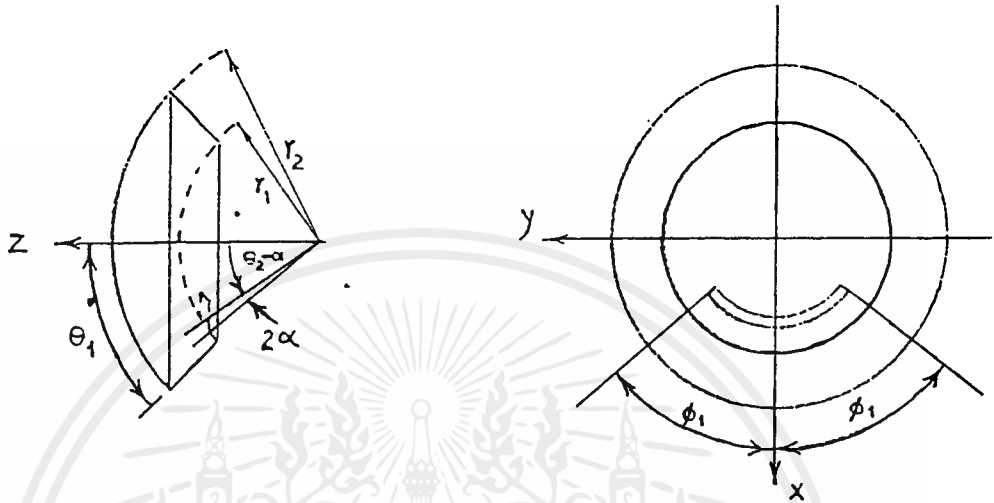
ในการหาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศที่มีควาวิดีทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด จะประกอบด้วยเนื้อหาที่สำคัญสองส่วน คือ การคำนวณหาสนามภายในและภายนอกของตัวสายอากาศ และช่องเปิดจะถูกสมมติว่าแคบ เพื่อที่ว่าตรงบริเวณช่องเปิด (Slot Aperture) จะไม่มีสนามไฟฟ้าในทิศทางเดียวกับทิศทางตามยาวของช่องเปิด และการกระจายของศักดาจะเป็นรูปชานที่ช่องเปิดด้วย

เมื่อทราบค่าสนามภายใน และสนามภายนอกของตัวสายอากาศแล้ว จะสามารถหาความหนาแน่นของกำลังงานเชิงซ้อน (Complex Power Density) ที่ปล่อยออกจากสายอากาศ โดยใช้ทฤษฎีพอยน์ดิง (Poynting Theorem) จากนั้นจะสามารถหาลำดับงานเชิงซ้อน (Complex Power) และอินพุตแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศได้ในที่สุด นอกจากนี้จะสมมติว่าวัสดุที่ใช้ทำเป็นสายอากาศเป็นตัวนำสมบูรณ์ (Perfect Conductor) เพื่อที่ว่าจะไม่มีการสูญเสียเนื่องจากตัวนำ ส่วนบริเวณภายในและภายนอกของสายอากาศถูกกำหนดให้เป็นสุญญากาศ (Vacuum) สำหรับการป้อนสัญญาณ (Feed) จะป้อนที่ช่องของสายอากาศ (Slot Feed)

การทำงานในโครงการนี้ เป็นการหาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ของสายอากาศโดยการคำนวณของโปรแกรม ซึ่งได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น ขนาดของควาวิดี ตำแหน่งของช่องเปิด และความยาวของช่องเปิด เป็นต้น เพื่อนำผลที่ได้จากหลาย ๆ กรณี มาทำการหากรณีที่เหมาะสมที่สุด สำหรับนำไปใช้ในการสร้างสายอากาศจริงต่อไป

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ



รูปที่ 2.1 แสดงสายอากาศที่มีควาดีทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด

จากรูปที่ 2.1 สายอากาศที่มีควาดีทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด ประกอบด้วยส่วนของพื้นผิวทรงกลมรัศมี r_1, r_2 และทรงกรวย θ_1 ช่องเปิดจะอยู่ที่ผิวทรงกลม r_1 ที่มุม $\theta = \theta_2$ และส่วนยาวของช่องเปิดจะอยู่ในช่วง $-\phi_1 \leq \phi \leq \phi_1$ สำหรับส่วนกว้างของช่องเปิดมีความกว้างเป็นมุม 2α

จากสมการทั่วไปสำหรับ เวกเตอร์โพเทนเชียล (vector potentials) ในตัวกลางเนื้อเดียวซึ่งปราศจากแหล่งกำเนิดสนาม (homogeneous source-free region)

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} - k^2 \bar{A} = -y \nabla \phi^A \quad (2.1.1)$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{F} - k^2 \bar{F} = -z \nabla \phi^F \quad (2.1.2)$$

- เมื่อ \bar{A} คือ แมกเนติกเวกเตอร์โพเทนเชียล(magnetic vector potential)
 \bar{F} คือ อีเล็กตริกเวกเตอร์โพเทนเชียล(electric vector potential)
 ϕ^A คือ แมกเนติกสเกลลาร์โพเทนเชียล(magnetic scalar potential)
 ϕ^F คือ อีเล็กตริกสเกลลาร์โพเทนเชียล(electric scalar potential)

สำหรับความสัมพันธ์ของความเข้มสนามไฟฟ้า \bar{E} และความเข้มสนามแม่เหล็ก \bar{H} ในเทอมของ \bar{A} และ \bar{F} เมื่อ $\mathbf{J} = \mathbf{M} = 0$ คือ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{E} = (-\nabla \times \bar{F}) + (\nabla \times \nabla \times \frac{\bar{A}}{y}) \quad (2.2.1)$$

$$\bar{H} = (\nabla \times \bar{A}) + (\nabla \times \nabla \times \frac{\bar{F}}{z}) \quad (2.2.2)$$

เมื่อ $y = y(\omega) = \sigma(\omega) + j\omega\epsilon(\omega)$ (2.3.1)

$$z = z(\omega) = j\omega\mu(\omega) \quad (2.3.2)$$

$\epsilon(\omega)$: สภาพความยอมรับไฟฟ้าเชิงซ้อน(complex permittivity)

$$: D = \epsilon(\omega)E$$

$$\epsilon(\omega) = \epsilon + j\omega\epsilon_1 - \omega^2\epsilon_2 + \dots$$

$\mu(\omega)$: สภาพความซึมซาบแม่เหล็กเชิงซ้อน(complex permeability)

$$: \bar{B} = \mu(\omega)\bar{H}$$

$$\mu(\omega) = \mu + j\omega\mu_1 - \omega^2\mu_2 + \dots$$

$\sigma(\omega)$: สภาพความนำไฟฟ้าเชิงซ้อน(complex conductivity)

$$: J = \sigma(\omega)E$$

$$\sigma(\omega) = \sigma + j\omega\sigma_1 - \omega^2\sigma_2 + \dots$$

\bar{J} : กระแสไฟฟ้าเชิงผิว(electric current density)

\bar{M} : กระแสแม่เหล็กเชิงผิว(magnetic current density)

$$k = \sqrt{-zy}$$

เนื่องจากการวิเคราะห์สนามกระทำโดยใช้ฟังก์ชันทรงกลม ดังนั้นกำหนดให้

$$\bar{A} = \bar{u}_r A_r \quad (2.4.1)$$

$$\bar{F} = \bar{u}_r F_r \quad (2.4.2)$$

แทน \bar{A} จาก (2.4.1) ลงใน (2.1.1) โดยที่

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \bar{u}_r \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (\partial_r A_r \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right] + \bar{u}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \bar{u}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi}$$

$$-y \nabla \phi^A = -y \left[\bar{u}_r \frac{\partial \phi^A}{\partial r} + \bar{u}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \phi^A}{\partial \theta} + \bar{u}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \phi^A}{\partial \phi} \right]$$

จะได้ว่า $\frac{\partial A_r}{\partial \theta} = -\frac{y \partial \phi^A}{\partial \theta}$ และ $\frac{\partial A_r}{\partial \phi} = -\frac{y \partial \phi^A}{\partial \phi}$

เลือก $-y \phi^A = \frac{\partial A_r}{\partial r}$

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial^2 A_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 A_r}{\partial \phi^2} + k^2 A_r = 0 \quad (2.5.1)$$

จาก (2.5.1) เราสามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้คือ

$$(\nabla^2 + k^2) \frac{A_r}{r} = 0 \quad (2.5.2)$$

จะเห็นว่า $\frac{A_r}{r}$ เป็นคำตอบของ สมการสเกลาร์เฮลมโฮลทซ์ (scalar Helmholtz equation)

ในทำนองเดียวกันถ้าแทน F จาก (2.4.2) ลงใน (2.1.2) และเลือก

$$-2\phi^r = \frac{\partial F_r}{\partial r}$$

จะได้ว่า
$$(\nabla^2 + k^2) \frac{F_r}{r} = 0 \quad (2.5.3)$$

จากสมการ (2.5.1) ซึ่งเป็นสมการที่จะใช้หา A_r ถ้าเรากำหนดให้ A_r เป็นฟังก์ชันที่สามารถแบ่งแยกได้ (separable function)

$$A_r = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi) \quad (2.6)$$

เมื่อ $R(r)$, $\Theta(\theta)$ และ $\Phi(\phi)$ เป็นฟังก์ชันของ r , θ และ ϕ ตามลำดับ แทน A_r จาก (2.6) ลงใน (2.5.1) แล้วหารด้วย $R\Theta\Phi$ ตลอดทั้งสมการจะได้

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{1}{\Theta r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left[\sin \theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} \right] + \frac{1}{\Phi r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi(\phi)}{d\phi^2} + k^2 = 0 \quad (2.6.1)$$

คูณด้วย $r^2 \sin^2 \theta$

$$\frac{r^2 \sin^2 \theta}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left[\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] + \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + k^2 r^2 \sin^2 \theta = 0 \quad (2.6.2)$$

เนื่องจากตอนนี้ Φ เป็นอิสระจึงกำหนดให้

$$\frac{\left(\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} \right)}{\Phi} = -u^2 \quad (2.7.1)$$

เมื่อ u เป็นค่าคงที่ที่แทนค่านี้ลงในสมการ (2.6.2) แล้วหารด้วย $\sin^2 \theta$ จะได้

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left[\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] - \frac{u^2}{\sin^2 \theta} + k^2 r^2 = 0 \quad (2.7.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ภายใต้การใช้นโยบายการเข้าถึงของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่าแต่ละเทอมมีเฉพาะ r หรือ θ อย่างใดอย่างหนึ่งซึ่งผลรวมของแต่ละเทอมเป็นศูนย์ ดังนั้นผลรวมของเฉพาะเทอมที่มีแต่ θ หรือเฉพาะที่มีแต่ r ของสมการ (2.7.2) จะต้องเป็นค่าคงที่ ดังนั้นกำหนดให้

$$\frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left[\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] - \frac{u^2}{\sin^2 \theta} = -v(v+1) \quad (2.7.3)$$

เมื่อ v เป็นค่าคงที่

จาก (2.7.3) กับสมการ (2.7.2) จะได้ว่า

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} - v(v+1) + k^2 r^2 = 0$$

คูณด้วย $\frac{R}{r^2}$ จะได้

$$\frac{d^2 R}{dr^2} - v(v+1) \frac{R}{r^2} + k^2 R = 0 \quad (2.7.4)$$

รวบรวมสมการ (2.7.1) ถึง (2.7.4) จะได้

$$\frac{r^2 d^2 R}{dr^2} + [(kr)^2 - v(v+1)]R = 0 \quad (2.8.1)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left[\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] + \left[v(v+1) - \frac{u^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (2.8.2)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + u^2 \Phi = 0 \quad (2.8.3)$$

จาก (2.8.1) จะได้ว่า R เป็นฟังก์ชันสเฟียริกอลเบสเสส (spherical Bessel function)

$$R(r) = B_v(kr) \approx J_v(kr), N_v(kr) \quad (2.9.1)$$

จาก (2.8.2) จะได้ว่า Θ เป็นฟังก์ชันแอสโซซิเอตเลอจอง (associated Legendre function)

$$\Theta(\theta) = L_v^u(\cos \theta) \approx P_v^u(\cos \theta), Q_v^u(\cos \theta) \quad (2.9.2)$$

จาก (2.8.3) จะได้ว่า Φ เป็นฟังก์ชันฮาร์โมนิก (harmonic function)

$$\Phi(\phi) = h(u\phi) \approx \sin(u\phi), \cos(u\phi) \quad (2.9.3)$$

ดังนั้น $(A_r)_{u,v} = B_v(kr) L_v^u(\cos \theta) h(u\phi) \quad (2.10)$

ถ้าเราต้องการผลรวมของ $(A_r)_{u,v}$ จะใช้เครื่องหมายรวม (\sum) ตลอดค่า u และ v ที่เป็นไปได้

$$A_r = \sum_u \sum_v C_{u,v} (A_r)_{u,v} = \sum_u \sum_v C_{u,v} B_v(kr) L_v^u(\cos \theta) h(u\phi) \quad (2.11)$$

เมื่อ $C_{u,v}$ เป็นค่าคงที่ที่ขึ้นกับ u และ v

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับใช้ในวงจำกัดเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจะสามารถหาสนามในเทอมของ A_r และ F_r ได้ดังนี้

$$E_r = \frac{1}{y} \left[\frac{\partial}{\partial z^2} + k^2 \right] A_r \quad (2.12.1)$$

$$E_\theta = \frac{-1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \phi} + \frac{1}{yr} \frac{\partial A_r}{\partial z \partial \theta} \quad (2.12.2)$$

$$E_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} + \frac{1}{yr \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial z \partial \phi} \quad (2.12.3)$$

$$H_r = \frac{1}{z} \left[\frac{\partial}{\partial z^2} + k^2 \right] F_r \quad (2.12.4)$$

$$H_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} + \frac{1}{zr} \frac{\partial F_r}{\partial z \partial \theta} \quad (2.12.5)$$

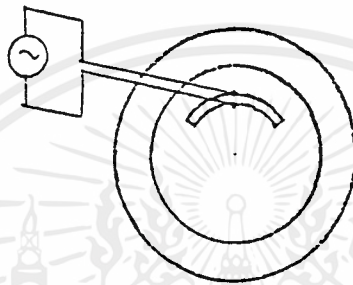
$$H_\phi = \frac{-1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} + \frac{1}{zr \sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial z \partial \phi} \quad (2.12.6)$$

เมื่อ $F_r = 0$ นั่นคือมีแต่ A_r เท่านั้น จะได้ว่าสนามที่ได้เป็นสนามทีเอมทูอาร์ (field TM to r) ไม่มีสนามแม่เหล็กในแนวรัศมี(แนว r) และถ้า $A_r = 0$ จะได้ว่าสนามที่ได้เป็นสนามทีอีทูอาร์ (field TE to r) คือไม่มีสนามไฟฟ้าในแนวรัศมี

บทที่ 3

การคำนวณและการเขียนโปรแกรม

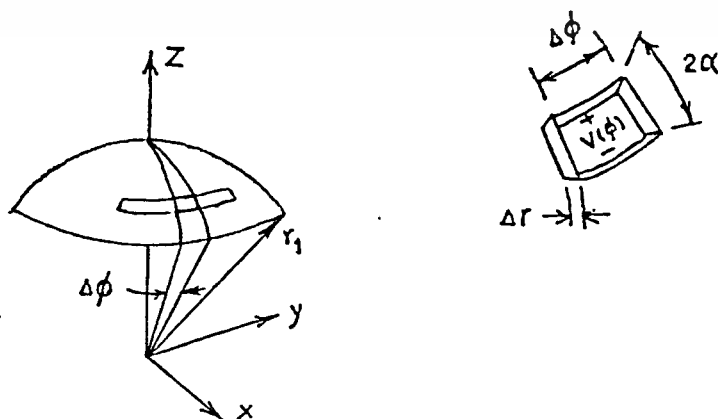
ในการป้อนสายอากาศที่มีควัตถุทรงกลมอยู่หลังช่องเปิด จะใช้วิธีป้อนโดยตรงที่ช่องเปิด
 ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงวิธีการป้อนสายอากาศที่ช่องเปิด

3.1 การคำนวณหาสนามที่ช่องเปิดของสายอากาศ

ในการหาสนามที่ช่องเปิดของสายอากาศซึ่งอยู่ในช่วง $\theta_2 - \alpha \leq \theta \leq \theta_2 + \alpha$ และยาว $-\phi_1 \leq \phi \leq \phi_1$ บนผิวทรงกลมรัศมี r_1 นั้น จะสมมติว่ามีเส้นแรงสนามอยู่ปริมาณ n ระหว่างส่วนของช่องเปิดในช่วง ϕ ถึง $\phi + \Delta\phi$ และศักดาที่คร่อมระหว่างด้านบน และด้านล่างของส่วนของช่องเปิดคือ $V(\phi)$ และความเข้มสนามไฟฟ้าที่ช่องเปิดนี้คือ $E_\theta(\theta, \phi)$ และผิว r_1 มีความหนาเป็น Δr



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 รูปที่ 3.2 แสดงวิธีการหาสนามที่ช่องเปิดบนผิวรัศมี r_1
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$E_\theta(\theta, \phi) \propto$ ความหนาแน่นของเส้นแรง = จำนวนเส้นแรง/พื้นที่ตั้งฉาก

$$E_\theta(\theta, \phi) \propto \frac{n}{(2\pi r_1 \sin \theta \Delta \phi \Delta r)}$$

$$E_\theta(\theta, \phi) = \frac{c}{\sin \theta}$$

เมื่อ c เป็นค่าที่ไม่ขึ้นอยู่กับ θ

$$\begin{aligned} V(\phi) &= \int_{\theta_1 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} E_\theta r_1 d\theta = \int_{\theta_1 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} \frac{c r_1}{\sin \theta} d\theta \\ &= c r_1 \ln [\csc \theta + \cot \theta] \Big|_{\theta_1 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} = c r_1 \ln \left[\tan \frac{\theta}{2} \right] \Big|_{\theta_1 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} \\ &= c r_1 \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\theta_2 + \alpha}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\theta_1 - \alpha}{2} \right)} \right] \end{aligned}$$

จัดรูปได้

$$c = \frac{V(\phi)}{r_1 \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\theta_2 + \alpha}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\theta_1 - \alpha}{2} \right)} \right]}$$

แทนค่า c จะได้

$$E_\theta(\theta, \phi) = \frac{V(\phi)}{r_1 \sin \theta \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\theta_2 + \alpha}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\theta_1 - \alpha}{2} \right)} \right]}$$

นั่นคือ สนามที่รัศมี $r = r_1$ มีค่าดังนี้

$$E_\theta(r_1, \theta, \phi) = \begin{cases} \frac{V(\phi)}{r_1 \sin \theta \ln \left[\frac{\tan \left(\frac{\theta_2 + \alpha}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\theta_1 - \alpha}{2} \right)} \right]}, & \theta_1 - \alpha \leq \theta \leq \theta_2 + \alpha \\ & -\phi_1 \leq \phi \leq \phi_1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.1.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบุคลากรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น (ไม่นับมอบ) โปรดให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงชื่อของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เมื่อ $V(\phi) = V_0 \sin[kr_1 \sin \theta_2 (\phi - |\phi|)]$ (3.1.2)

3.2 การคำนวณหาสนามภายใน

การพิจารณาสนามภายใน จะพิจารณาถึงสนามภายในท่อนำคลื่นเชิงรัศมี ซึ่งเป็นรูปทรงกรวย $\theta = \theta_1$ ที่มีความยาวไม่จำกัดก่อน จากนั้นจะพิจารณาสนามเมื่อมีผิวทรงกลม $r = r_2$ เพิ่มเติม (คือมีทั้งตัวนำ $\theta = \theta_1$ และ $r = r_2$) และจะพิจารณาเมื่อมีผิวทรงกลม $r = r_1$ พร้อมกับมีช่องเปิด $\theta_2 - \alpha \leq \theta_2 \leq \theta_2 + \alpha$, $-\phi_1 \leq \phi \leq \phi_1$ บน $r = r_1$ ด้วย เนื่องจากทั้งแมกนีติกและอีเลกตริกเวกเตอร์โพเทนเชียลเป็นผลบวกของแมกนีติกและอีเลกตริกเวกเตอร์โพเทนเชียล ในแต่ละโหมด หรือ

$$A_r = \sum_m \sum_w (A_r)_{mw} \tag{3.2.1.a}$$

$$F_r = \sum_m \sum_v (F_r)_{mv} \tag{3.2.1.b}$$

เมื่อ $(A_r)_{mw} = [A_{mw} \cos m\phi + B_{mw} \sin m\phi] [C_{mw} \hat{H}_w^{(1)}(kr) + D_{mw} \hat{H}_w^{(2)}(kr)] P_w^m(\cos \theta)$ (3.2.2.a)

$(F_r)_{mv} = [R_{mv} \cos m\phi + S_{mv} \sin m\phi] [T_{mv} \hat{H}_v^{(1)}(kr) + U_{mv} \hat{H}_v^{(2)}(kr)] P_v^m(\cos \theta)$ (3.2.2.b)

$A_{mw}, B_{mw}, C_{mw}, D_{mw}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของสนามที่เอ็มโหมด ซึ่งขึ้นอยู่กับ m และ w
 $R_{mv}, S_{mv}, T_{mv}, U_{mv}$ เป็นสัมประสิทธิ์ของสนามที่อีโหมดซึ่งขึ้นอยู่กับ m และ v
 $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

โดยอาศัยความสัมพันธ์

$$\frac{d^2}{dr^2} \hat{B}_v(kr) - v(v+1) \frac{\hat{B}_v(kr)}{r^2} + k^2 \hat{B}_v(kr) = 0$$

หรือ $\hat{B}_v(kr) + \frac{\hat{B}_v(kr)}{k^2} = \frac{v(v+1)}{(kr)^2} \hat{B}_v(kr)$ (3.2.3)

เมื่อแทน A_r และ F_r เพื่อหาสนามภายในสายอากาศ จะได้

$$E_r^i = \sum_m \sum_w (E_r^i)_{mw}^{TM} + \sum_m \sum_v (E_r^i)_{mv}^{TE} \tag{3.2.4.a}$$

$$E_\theta^i = \sum_m \sum_w (E_\theta^i)_{mw}^{TM} + \sum_m \sum_v (E_\theta^i)_{mv}^{TE} \tag{3.2.4.b}$$

$$E_\phi^i = \sum_m \sum_w (E_\phi^i)_{mw}^{TM} + \sum_m \sum_v (E_\phi^i)_{mv}^{TE} \quad (3.2.4.c)$$

$$H_r^i = \sum_m \sum_w (H_r^i)_{mw}^{TM} + \sum_m \sum_v (H_r^i)_{mv}^{TE} \quad (3.2.4.d)$$

$$H_\theta^i = \sum_m \sum_w (H_\theta^i)_{mw}^{TM} + \sum_m \sum_v (H_\theta^i)_{mv}^{TE} \quad (3.2.4.e)$$

$$H_\phi^i = \sum_m \sum_w (H_\phi^i)_{mw}^{TM} + \sum_m \sum_v (H_\phi^i)_{mv}^{TE} \quad (3.2.4.f)$$

เมื่อสนามที่เอ็มในแต่ละหมายเลขโหมคของสนามภายในคือ

$$(E_r^i)_{mw}^{TM} = \frac{w(w+1)}{yr^2} [A_{mw} \cos m\phi + B_{mw} \sin m\phi] [C_{mw} \hat{H}_w^{(1)}(kr) + D_{mw} \hat{H}_w^{(2)}(kr)] P_w^m(\cos\theta)$$

$$(E_\theta^i)_{mw}^{TM} = \frac{k}{yr} [A_{mw} \cos m\phi + B_{mw} \sin m\phi] [C_{mw} \hat{H}_w^{(1)'}(kr) + D_{mw} \hat{H}_w^{(2)'}(kr)] \frac{dP_w^m(\cos\theta)}{d\theta}$$

$$(E_\phi^i)_{mw}^{TM} = \frac{km}{yr \sin\theta} [-A_{mw} \cos m\phi + B_{mw} \sin m\phi] [C_{mw} \hat{H}_w^{(1)'}(kr) + D_{mw} \hat{H}_w^{(2)'}(kr)] P_w^m(\cos\theta)$$

$$(H_r^i)_{mw}^{TM} = 0$$

$$(H_\theta^i)_{mw}^{TM} = \frac{m}{r \sin\theta} [-A_{mw} \cos m\phi + B_{mw} \sin m\phi] [C_{mw} \hat{H}_w^{(1)}(kr) + D_{mw} \hat{H}_w^{(2)}(kr)] P_w^m(\cos\theta)$$

$$(H_\phi^i)_{mw}^{TM} = \frac{-1}{r} [A_{mw} \cos m\phi + B_{mw} \sin m\phi] [C_{mw} \hat{H}_w^{(1)}(kr) + D_{mw} \hat{H}_w^{(2)}(kr)] \frac{dP_w^m(\cos\theta)}{d\theta}$$

และสนามทีอีในแต่ละหมายเลขโหมคของสนามภายในคือ

$$(E_r^i)_{mv}^{TE} = 0$$

$$(E_\theta^i)_{mv}^{TE} = \frac{-m}{r \sin\theta} [-R_{mv} \sin m\phi + S_{mv} \cos m\phi] [T_{mv} \hat{H}_v^{(1)}(kr) + U_{mv} \hat{H}_v^{(2)}(kr)] P_v^m(\cos\theta)$$

$$(E_\phi^i)_{mv}^{TE} = \frac{1}{r} [R_{mv} \cos m\phi + S_{mv} \sin m\phi] [T_{mv} \hat{H}_v^{(1)}(kr) + U_{mv} \hat{H}_v^{(2)}(kr)] \frac{dP_v^m(\cos\theta)}{d\theta}$$

เอกสา โยชนด้านกรคำ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(H_r^i)^{TE} = \frac{v(v+1)}{zr^2} [R_{mv} \cos m\phi + S_{mv} \sin m\phi] [T_{mv} \hat{H}_v^{(1)}(kr) + U_{mv} \hat{H}_v^{(2)}(kr)] P_v^m(\cos\theta)$$

$$(H_\theta^i)^{TE} = \frac{k}{zr} [R_{mv} \cos m\phi + S_{mv} \sin m\phi] [T_{mv} \hat{H}_v^{(1)'}(kr) + U_{mv} \hat{H}_v^{(2)'}(kr)] \frac{dP_v^m(\cos\theta)}{d\theta}$$

$$(H_\phi^i)^{TE} = \frac{km}{zr \sin\theta} [-R_{mv} \sin m\phi + S_{mv} \cos m\phi] [T_{mv} \hat{H}_v^{(1)'}(kr) + U_{mv} \hat{H}_v^{(2)'}(kr)] P_v^m(\cos\theta)$$

เนื่องจากสนามไฟฟ้าที่สัมผัสกับผิวกรวย $\theta = \theta_1$ เป็นศูนย์ หรือ

$$E_r^i(r, \theta = \theta_1, \phi) = 0$$

$$E_\theta^i(r, \theta = \theta_1, \phi) = 0$$

จะได้

$$P_w^m(\cos\theta_1) = 0$$

$$\frac{dP_v^m(\cos\theta_1)}{d\theta} = 0$$

เป็นเงื่อนไขในการหาดีกรี w และ v ของสนามที่เอมโหมคและทีโหมค ตามลำดับ

เนื่องจากสนามไฟฟ้าที่สัมผัสกับผิวทรงกลม $r = r_1$ เป็นศูนย์ และสนามแม่เหล็กที่

ตั้งฉากกับผิวทรงกลม $r = r_2$ เป็นศูนย์ จะได้

$$E_\theta^i(r = r_2, \theta, \phi) = 0$$

$$E_\phi^i(r = r_2, \theta, \phi) = 0$$

$$H_r^i(r = r_2, \theta, \phi) = 0$$

จะได้

$$D_{mw} = \frac{-C_{mw} \hat{H}_w^{(1)'}(kr_2)}{\hat{H}_w^{(2)'}(kr_2)}$$

$$U_{mv} = \frac{-T_{mv} \hat{H}_v^{(1)}(kr_2)}{\hat{H}_v^{(2)}(kr_2)}$$

เมื่อพิจารณา สนามที่ $r = r_1$ พบว่าเป็น $E_\theta(r, \theta, \phi)$ ฟังก์ชันคู่ตามมุม ϕ นั่นคือ

E_θ จะต้องเป็นฟังก์ชันคู่ด้วย คือไม่มีเทอม $\sin m\phi$ หรือ

$$B_{mw} = R_{mv} = 0$$

เมื่อถึงตอนนี้ พบว่า

$$(A_r)_{mw} = A_{mw} C_{mw} \hat{H}_w^{(2)'}(kr_2) [\hat{H}_w^{(1)}(kr) \hat{H}_w^{(2)'}(kr_2) - \hat{H}_w^{(2)}(kr) \hat{H}_w^{(1)'}(kr_2)] P_w^m(\cos\theta) \cos m\phi$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดก็ตาม ผู้ใช้ต้องรับผิดชอบต่อเนื้อหาและตัวอย่างอ้างอิงในเอกสารนี้ ผู้ใช้ควรตรวจสอบการนำไปใช้

$$(F_r)_{mv} = S_{mv} T_{mv} \hat{H}_v^{(2)}(kr_2) [\hat{H}_v^{(1)}(kr) \hat{H}_v^{(2)}(kr_2) - \hat{H}_v^{(2)}(kr) \hat{H}_v^{(1)}(kr_2)] P_v^m(\cos\theta) \sin m\phi$$

เพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหาคต่อไปและประหยัดตัวอักษรที่ใช้เป็นตัวแปร จึงแทน

$$A_{mw} C_{mw} \hat{H}_w^{(2)'}(kr_2) \text{ ด้วย } \frac{-yr_1 A_{mw}}{kK'_w(kr_1)}$$

และแทน

$$S_{mv} T_{mv} \hat{H}_v^{(2)'}(kr_2) \text{ ด้วย } \frac{-r_1 B_{mv}}{L_v(kr_1)}$$

เมื่อ

$$K_w(kr) = \hat{H}_w^{(1)}(kr) \hat{H}_w^{(2)'}(kr_2) - \hat{H}_w^{(2)}(kr) \hat{H}_w^{(1)'}(kr_2) \quad (3.2.5.a)$$

$$L_v(kr) = \hat{H}_v^{(1)}(kr) \hat{H}_v^{(2)'}(kr_2) - \hat{H}_v^{(2)}(kr) \hat{H}_v^{(1)'}(kr_2) \quad (3.2.5.b)$$

จะได้

$$(A_r)_{mw} = -A_{mw} \frac{yr_1 K_w(kr)}{kK'_w(kr_1)} P_w^m(\cos \theta) \cos m\phi$$

$$(F_r)_{mv} = B_{mv} \frac{r_1 L_v(kr_1)}{L'_v(kr_1)} P_v^m(\cos \theta) \sin m\phi$$

โดยที่ A_{mw} และ B_{mv} เป็นสัมประสิทธิ์ของสนามที่หาได้จากเงื่อนไขที่ $r = r_1$ แทน $(A_r)_{mw}$ และ $(F_r)_{mv}$ เพื่อหาสนามภายในจะได้

$$E_r = -\sum_m \sum_w A_{mw} w(w+1) \frac{(kr_1) K_w(kr)}{(kr)^2 K'_w(kr_1)} P_w^m(\cos \theta) \cos m\phi$$

$$E_\theta = -\sum_m \left\{ \sum_w A_{mw} \frac{(kr_1) K'_w(kr)}{kr K'_w(kr_1)} \frac{dP_w^m}{d\theta} + \sum_v B_{mv} \frac{(kr_1) L_v(kr)}{kr L_v(kr_1)} \frac{mP_v^m}{\sin \theta} \right\} \cos m\phi$$

$$E_\phi = \sum_m \left\{ \sum_w A_{mw} \frac{(kr_1) K'_w(kr)}{kr K'_w(kr_1)} \frac{mP_w^m}{\sin \theta} + \sum_v B_{mv} \frac{(kr_1) L_v(kr)}{kr L_v(kr_1)} \frac{dP_v^m}{d\theta} \right\} \sin m\phi$$

$$H_r = -\frac{j}{\eta} \sum_m \sum_v B_{mv} v(v+1) \frac{(kr_1) L_v(kr)}{(kr)^2 L_v(kr_1)} P_v^m(\cos \theta) \sin m\phi$$

$$H_\theta = -\frac{j}{\eta} \sum_m \left\{ \sum_w -A_{mw} \frac{(kr_1) K_w(kr)}{kr K'_w(kr_1)} \frac{mP_w^m}{\sin \theta} + \sum_v B_{mv} \frac{(kr_1) L'_v(kr)}{kr L_v(kr_1)} \frac{dP_v^m}{d\theta} \right\} \sin m\phi$$

$$H_\phi = -\frac{j}{\eta} \sum_m \left\{ \sum_w -A_{mw} \frac{(kr_1) K_w(kr)}{kr K'_w(kr_1)} \frac{dP_w^m}{d\theta} + \sum_v B_{mv} \frac{(kr_1) L'_v(kr)}{kr L_v(kr_1)} \frac{mP_v^m}{\sin \theta} \right\} \cos m\phi$$

เอกสารเป็นสมการที่ (3.2.6.a) ถึง (3.2.6.f) งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับวิธีการแก้สมการเพื่อหาค่า A_{mw} และ B_{mv} เป็นดังต่อไปนี้

ที่ $r = r_1$

$$E_{\theta}^i(r_1, \theta, \phi) = \begin{cases} E_{\theta}(\theta, \phi) = \frac{V_0 \sin[kr_1 \sin \theta_2 (\phi_1 - |\phi|)]}{r_1 \sin \theta \ln \left[\frac{\tan\left(\frac{\theta_2 + \alpha}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\theta_2 - \alpha}{2}\right)} \right]}; & \theta_2 - \alpha \leq \theta \leq \theta_2 + \alpha \\ & -\phi_1 \leq \phi \leq \phi_1 \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.2.7.a)$$

$$E_{\phi}^i(r_1, \theta, \phi) = 0 \quad (3.2.7.b)$$

และ

$$E_{\theta}^i(r_1, \theta, \phi) = \sum_m \left[\sum_v \frac{-m}{\sin \theta} B_{mv} P_v^m(\cos \theta) + \sum_w -A_{mw} \frac{dP_w^m}{d\theta}(\cos \theta) \right] \cos m \phi \quad (3.2.8.a)$$

$$E_{\phi}^i(r_1, \theta, \phi) = \sum_m \left[\sum_v B_{mv} \frac{dP_v^m}{d\theta}(\cos \theta) + \sum_w \frac{m}{\sin \theta} A_{mw} P_w^m(\cos \theta) \right] \sin m \phi \quad (3.2.8.b)$$

จากสมการ (3.2.8.a) จะได้

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} E_{\theta}^i(r_1, \theta, \phi) \cos m \phi d\phi \\ &= \left[\sum_v \left(\frac{-m}{\sin \theta} B_{mv} P_v^m \cos \theta \right) + \sum_w \left(-A_{mw} \right) \frac{dP_w^m}{d\theta} \cos \theta \right] \int_0^{2\pi} \cos^2 m \phi d\phi \end{aligned} \quad (3.2.8.c)$$

จากสมการ (3.2.7.b) และ (3.2.8.b) จะได้

$$0 = \left[\sum_v \left(B_{mv} \frac{dP_v^m}{d\theta} \cos \theta \right) + \sum_w \left(\frac{m}{\sin \theta} A_{mw} P_w^m \cos \theta \right) \right] \int_0^{2\pi} \sin^2 m \phi d\phi \quad (3.2.8.d)$$

นิยามให้

$$\delta_m = \begin{cases} 1; & m = 0 \\ 0; & m \neq 0 \end{cases}$$

และจาก

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 m \phi d\phi = \begin{cases} 2; & m = 0 \\ 1; & m \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \int_0^{2\pi} \cos^2 m \phi d\phi = (1 + \delta_m) \pi$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้

$$f_m(\theta) = \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_0^{2\pi} E'_\theta(r_1, \theta, \phi) \cos m\phi d\phi$$

$$f_m(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} E_a(\theta, \phi) \cos m\phi d\phi; \theta_2 - \alpha \leq \theta \leq \theta_2 + \alpha \\ 0; \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.2.9.a)$$

พิจารณา เทอม $\int_{-\alpha}^{\alpha} E_a(\theta, \phi) \cos m\phi d\phi$

จาก $\int_{-\alpha}^{\alpha} \sin(c|\phi_1 - |\phi||) \cos m\phi d\phi = 2 \int_0^{\alpha} \sin(c(\phi_1 - \phi)) \cos m\phi d\phi$

$$= \frac{2c}{m^2 - c^2} [\cos(c\phi_1) - \cos m\phi]$$

ดังนั้น

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} E_a \cos m\phi d\phi = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{V_0 \sin[kr_1 \sin \theta_2 (\phi_1 - |\phi|)]}{r_1 \sin \theta \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right]} \cos m\phi d\phi$$

$$= \frac{V_0}{r_1 \sin \theta \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right]} \int_{-\alpha}^{\alpha} \sin[kr_1 \sin \theta_2 (\phi_1 - |\phi|)] \cos m\phi d\phi$$

$$= \frac{2V_0 k \sin \theta_2 [\cos(kr_1 \phi_1 \sin \theta_2) - \cos m\phi_1]}{(m^2 - (kr_1 \sin \theta_2)^2) \sin \theta \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right]}; m = kr_1 \sin \theta_2$$

แต่เมื่อ $m = kr_1 \sin \theta_2$ พบว่าเทอม

$$\lim_{kr_1 \sin \theta_2 \rightarrow m} \frac{\cos(kr_1 \phi_1 \sin \theta_2) - \cos m\phi_1}{m^2 - (kr_1 \sin \theta_2)^2}$$

$$= \begin{cases} \frac{\sin m\phi_1}{2m}; m \neq 0 \\ \frac{\phi_1}{2}; m = 0 \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$\int_{-\pi}^{\pi} E_a(\theta, \phi) \cos m \phi d\phi = \begin{cases} \frac{2V_0 k \sin \theta_2 [\cos(kr_1 \phi_1 \sin \theta_2) - \cos m \phi]}{(m^2 - (kr_1 \sin \theta_2)^2) \sin \theta \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right]} ; m \neq kr_1 \sin \theta_2 \\ \frac{2V_0 k \sin \theta_2 (\sin m \phi_1 / 2m)}{\sin \theta \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right]} ; m = kr_1 \sin \theta_2 \neq 0 \\ \frac{2V_0 k \sin \theta_2 (\phi_1 / 2)}{\sin \theta \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right]} ; m = kr_1 \sin \theta_2 = 0 \end{cases} \quad (3.2.10)$$

จัดรูปสมการ (3.2.8.c) และ (3.2.8.d) ใหม่จะได้

$$f_m(\theta) = \sum_v \left[\frac{-m}{\sin \theta} B_{mv} P_v^m(\cos \theta) \right] + \sum_w \left[-A_{mw} \frac{dP_w^m}{d\theta}(\cos \theta) \right] \quad (3.2.11.a)$$

$$0 = \sum_v \left[B_{mv} \frac{dP_v^m}{d\theta}(\cos \theta) \right] + \sum_w \left[\frac{m}{\sin \theta} A_{mw} P_w^m(\cos \theta) \right] \quad (3.2.11.b)$$

กำหนด

$$\int_0^{\theta_1} \dots m P_v^m d\theta \quad \text{op 3.2.1.a}$$

$$\int_0^{\theta_1} \dots \frac{dP_v^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \quad \text{op 3.2.1.b}$$

$$\int_0^{\theta_1} \dots m P_w^m d\theta \quad \text{op 3.2.1.c}$$

$$\int_0^{\theta_1} \dots \frac{dP_w^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \quad \text{op 3.2.1.d}$$

เมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสาร $P_w^m(\cos \theta_1) = 0$ ทรัพย์สินของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$\frac{dP_{v'}^m}{d\theta}(\cos\theta_1) = 0$$

ใช้ op 3.2.1.a กับ (3.2.11.a) และ op 3.2.1.b กับ (3.2.11.b) จะได้

$$\int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} f_m(\theta) m P_{v'}^m d\theta = -\sum_v \left[B_{mv} \int_0^{\theta_1} \frac{m^2}{\sin\theta} P_v^m P_{v'}^m \cos\theta d\theta \right] - \sum_w A_{mw} \int_0^{\theta_1} m \frac{dP_w^m}{d\theta} P_{v'}^m \cos\theta d\theta$$

และ

$$0 = \sum_v \left[B_{mv} \int_0^{\theta_1} \frac{dP_v^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \sin\theta \cos\theta d\theta \right] + \sum_w \left[A_{mw} \int_0^{\theta_1} m P_w^m \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \cos\theta d\theta \right]$$

นำสองสมการมาลบกัน จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} f_m(\theta) m P_{v'}^m d\theta = & -\sum_v \left[B_{mv} \int_0^{\theta_1} \frac{m^2}{\sin\theta} P_v^m P_{v'}^m \cos\theta + \sin\theta \cos\theta \frac{dP_v^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \right] d\theta \\ & - \sum_w m A_{mw} \int_0^{\theta_1} \left[\frac{dP_w^m}{d\theta} P_{v'}^m \cos\theta + P_w^m \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \cos\theta \right] d\theta \quad (3.2.12.a) \end{aligned}$$

ใช้ op 3.2.1.d กับ (3.2.11.a) และ op 3.2.1.c กับ (3.2.11.b) จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} f_m(\theta) \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \sin\theta d\theta = & -\sum_v \left[B_{mv} \int_0^{\theta_1} m P_w^m \cos\theta \frac{dP_v^m}{d\theta} d\theta \right] \\ & - \sum_w \left[A_{mw} \int_0^{\theta_1} \frac{dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \sin\theta \cos\theta d\theta \right] \end{aligned}$$

$$0 = \sum_v \left[B_{mv} \int_0^{\theta_1} m \frac{dP_v^m}{d\theta} P_w^m \cos\theta d\theta \right] + \sum_w \left[A_{mw} \int_0^{\theta_1} \frac{m^2}{\sin\theta} P_w^m P_w^m \cos\theta d\theta \right]$$

นำสมการทั้งสองมาลบกัน จะได้

$$\begin{aligned} \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} f_m(\theta) \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \sin\theta d\theta = & -\sum_v m B_{mv} \int_0^{\theta_1} \left[P_v^m \frac{dP_w^m}{d\theta} \cos\theta + \frac{dP_v^m}{d\theta} P_w^m \cos\theta \right] d\theta \\ & - \sum_w A_{mw} \int_0^{\theta_1} \left[\frac{m^2}{\sin\theta} P_w^m P_w^m \cos\theta + \sin\theta \cos\theta \frac{dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \cos\theta \right] d\theta \quad (3.2.12.b) \end{aligned}$$

จาก (3.2.12.b) พิจารณา

$$\int_0^{\theta_1} \left[P_v^m \frac{dP_w^m}{d\theta} + \frac{dP_v^m}{d\theta} P_w^m \right] \cos\theta d\theta = (P_v^m P_w^m) \cos\theta \Big|_0^{\theta_1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเท่านั้น ไม่ควรเผยแพร่
 $= P_v^m(\cos\theta_1) P_w^m(\cos\theta_1) - P_v^m(1) P_w^m(1)$ ซึ่งประโยชน์ด้านการค้า
 $= 0; m = 0$
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายเหตุ

$$\begin{aligned} P_v^m &= 0; m = 0 \\ &= 1; m = 0 \end{aligned}$$

จาก (3.2.12.a)

$$\begin{aligned} \int_0^{\theta_1} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_v^m P_{v'}^m \cos \theta + \sin \theta \cos \theta \frac{dP_v^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \right] d\theta \\ = \left\{ N_v^m = \frac{-v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta P_v^m \frac{\partial^2 P_v^m}{\partial \theta \partial v} \right] \right\} \Big|_{\theta = \theta_1; v = v'} \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } \frac{dP_v^m}{d\theta} (\cos \theta_1) = \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} (\cos \theta_1) = 0$$

จาก (3.2.12.b) พิจารณา

$$\begin{aligned} \int_0^{\theta_1} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_w^m P_{w'}^m \cos \theta + \sin \theta \cos \theta \frac{dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_{w'}^m}{d\theta} \right] d\theta \\ = \left\{ M_w^m = \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_{w'}^m}{\partial w} \right] \right\} \Big|_{\theta = \theta_1; w = w'} \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } P_w^m (\cos \theta_1) = P_{w'}^m (\cos \theta_1) = 0$$

ดังนั้นจาก (3.2.12.a) และ (3.2.12.b) จะได้

$$A_{mw} = \frac{-1}{M_w^m} \int_{\theta_2 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} f_m(\theta) \frac{dP_{w'}^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \quad (3.2.13.a)$$

$$B_{mv} = \frac{-1}{N_v^m} \int_{\theta_2 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} m f_m(\theta) P_v^m d\theta \quad (3.2.13.b)$$

เมื่อ

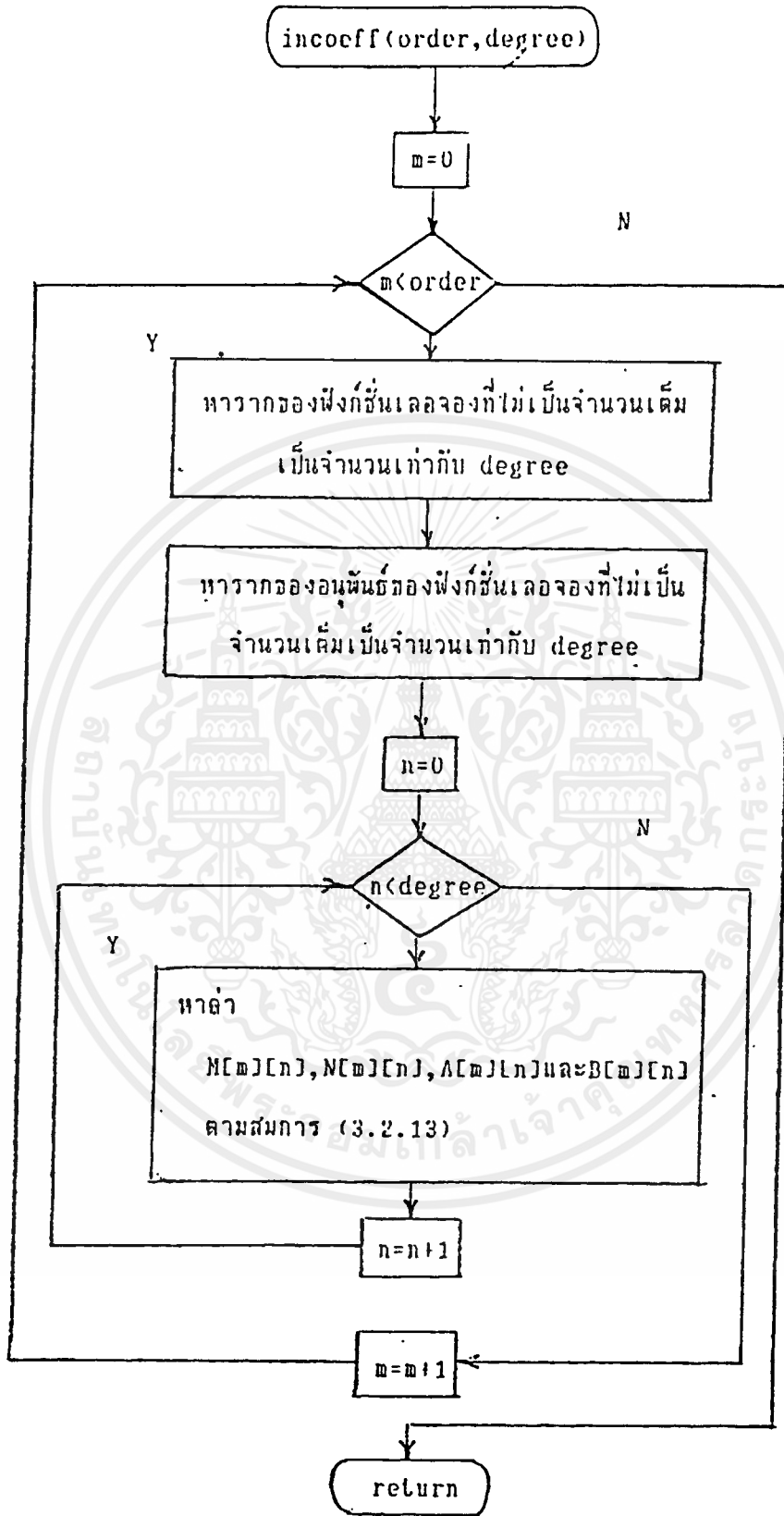
$$P_w^m (\cos \theta_1) = 0 \quad (3.2.13.c)$$

$$M_w^m = \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_{w'}^m}{\partial w} \right] \Big|_{\theta = \theta_1} \quad (3.2.13.d)$$

$$\frac{dP_v^m}{d\theta} (\cos \theta_1) = 0 \quad (3.2.13.e)$$

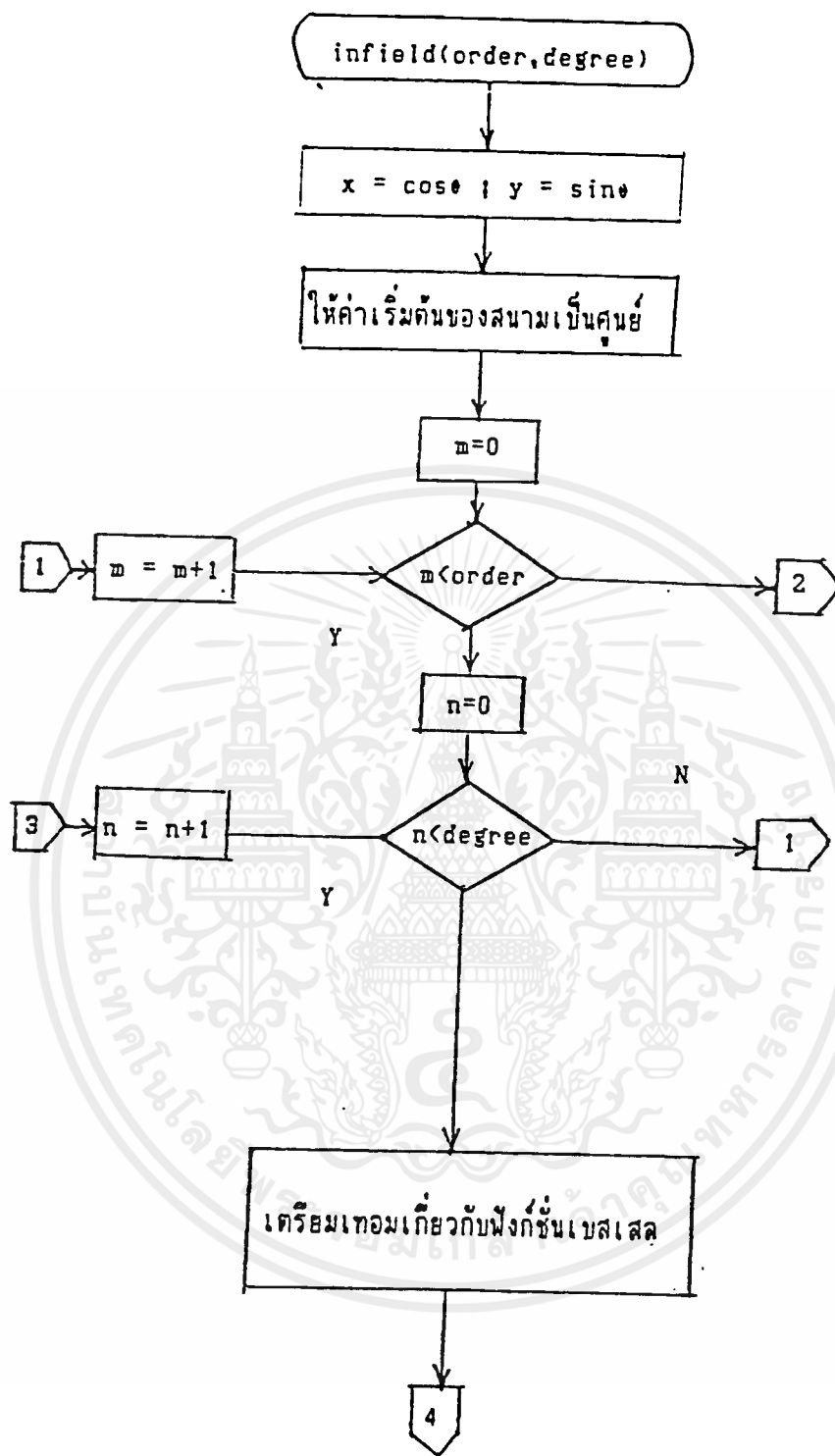
$$N_v^m = \frac{-v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta P_v^m \frac{\partial^2 P_v^m}{\partial \theta \partial v} \right] \Big|_{\theta = \theta_1} \quad (3.2.13.f)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



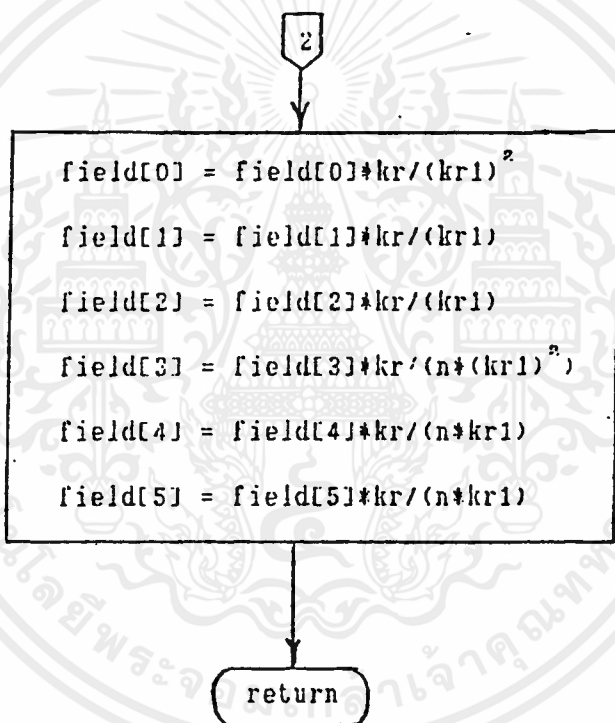
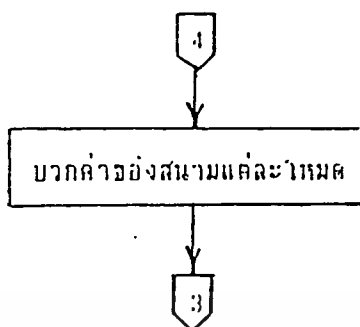
รูปที่ 3.3 ฟังก์ชันของโปรแกรมหาค่าสัมประสิทธิ์ของสนามภาวใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4(a) ผังงานของโปรแกรมย่อยหาสนามภายใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 (b) ฝั่งงานของโปรแกรมต่อหาค่าสนามภายใน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 การแก้สนามภายนอก

แบ่งสนามภายนอกออกเป็น 2 บริเวณคือ บริเวณ $0 \leq r < r_1$ และบริเวณ $r > r_1$ เมื่อ r_1 เป็นรัศมีที่น้อยกว่าของสายอากาศ

3.3.1 สนามในบริเวณ $0 \leq r < r_1$

$$E_r^{e-} = - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} a_{mn} n(n+1) \frac{kr_1 \hat{J}_n(kr)}{(kr)^2 \hat{J}'_n(kr_1)} P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi$$

$$E_{\theta}^{e-} = - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \left[a_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}'_n(kr)}{kr \hat{J}'_n(kr_1)} \frac{dP_n^m}{d\theta} + b_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}_n(kr)}{kr \hat{J}_n(kr_1)} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \right] \cos m\phi$$

$$E_{\phi}^{e-} = - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \left[a_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}'_n(kr)}{kr \hat{J}'_n(kr_1)} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} + b_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}_n(kr)}{kr \hat{J}_n(kr_1)} \frac{dP_n^m}{d\theta} \right] \sin m\phi$$

$$H_r^{e-} = - \frac{j}{\eta} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} b_{mn} n(n+1) \frac{kr_1 \hat{J}_n(kr)}{(kr)^2 \hat{J}'_n(kr_1)} P_n^m(\cos \theta) \sin m\phi$$

$$H_{\theta}^{e-} = - \frac{j}{\eta} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \left[-a_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}_n(kr)}{kr \hat{J}'_n(kr_1)} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} + b_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}'_n(kr)}{kr \hat{J}_n(kr_1)} \frac{dP_n^m}{d\theta} \right] \sin m\phi$$

$$H_{\phi}^{e-} = - \frac{j}{\eta} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \left[-a_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}_n(kr)}{kr \hat{J}'_n(kr_1)} \frac{dP_n^m}{d\theta} + b_{mn} \frac{kr_1 \hat{J}'_n(kr)}{kr \hat{J}_n(kr_1)} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \right] \cos m\phi$$

เป็นสมการที่ (3.3.1.a) - (3.3.1.f)

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$n = m, m+1, m+2, \dots$$

เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

n

q

$$n = m, m+1, m+2, \dots$$

a_{mn} และ b_{mn} เป็นค่าคงที่ขึ้นอยู่กับ m และ n

3.3.2 สนามในบริเวณ $r > r_1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{\phi}^{e-}(r_1, \theta, \phi) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \theta < \theta_1 \\ E_{\phi}^{e+}(r_1, \theta, \phi) & ; \theta_1 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.3.3.b)$$

การสมมติสนามในบริเวณ $r > r_1$ เมื่อ $r \rightarrow r_1^+$

$$E_{\theta}^{e+}(r_1, \theta, \phi) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \theta < \theta_1 \\ E_{\theta}^{e-}(r_1, \theta, \phi) & ; \theta_1 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.3.3.c)$$

$$E_{\phi}^{e+}(r_1, \theta, \phi) = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq \theta < \theta_1 \\ E_{\phi}^{e-}(r_1, \theta, \phi) & ; \theta_1 \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.3.3.d)$$

การหาความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ของสนามบริเวณ $0 \leq r < r_1$

จากสนามบริเวณ $0 \leq r < r_1$ ที่ $r = r_1$ อินทิเกรตสมการของ E_{θ}^{e-} (3.3.1.b) เทียบกับ $\cos m\phi d\phi$ และอินทิเกรตสมการของ E_{ϕ}^{e-} (3.3.1.c) เทียบกับ $\sin m\phi d\phi$ จะได้

$$-\sum_n \left[a_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} + b_{mn} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \right] = \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_0^{2\pi} E_{\theta}^{e-} \cos m\phi d\phi \quad (3.3.4.a)$$

และ

$$\sum_n \left[a_{mn} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} + b_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \right] = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} E_{\phi}^{e-} \sin m\phi d\phi \quad (3.3.4.b)$$

$$\text{เมื่อ } \delta_m = \begin{cases} 1 & ; m = 0 \\ 0 & ; m \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{กำหนด } \int_0^{\pi} mP_q^m d\theta \quad \text{เป็น op 3.3.1.a}$$

$$\text{และ } \int_0^{\pi} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \quad \text{เป็น op 3.3.1.b}$$

$$\text{เมื่อ } q = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ใช้ op 3.3.1.b กับ (3.3.4.a)

$$-\sum_n \int_0^{\pi} \left[a_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + b_{mn} mP_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} \right] d\theta$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่อนุญาตให้ใช้ฟรีโดยไม่เสียค่าใช้จ่ายในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} E_\theta^{e-}(r_1, \theta, \phi) \cos m\phi \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta d\phi d\theta \\
&= \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_{\theta_2 - \alpha - \phi}^{\theta_2 + \alpha + \phi} E_a \cos m\phi d\phi \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \\
&= \sum_n \int_{\theta}^{\pi} \left[c_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + d_{mn} m P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} \right] d\theta \tag{3.3.4.c}
\end{aligned}$$

ใช้ op 3.3.1.a กับ (3.3.4.b) จะได้

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=m}^{\infty} \int_0^{\pi} \left[a_{mn} \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + b_{mn} m \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \\
&= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} E_\phi^{e-}(r_1, \theta, \phi) \sin m\phi d\phi m P_q^m d\theta \\
&= \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi} \int_0^{2\pi} E_\phi^{e+}(r_1, \theta, \phi) \sin m\phi d\phi m P_q^m d\theta \\
&= \sum_{n=m}^{\infty} \int_{\theta}^{\pi} \left[c_{mn} \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + d_{mn} m \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \tag{3.3.4.d}
\end{aligned}$$

(3.3.4.c) - (3.3.4.d)

$$\begin{aligned}
&= \sum_{n=m}^{\infty} a_{mn} \int_0^{\pi} \left[\frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m \right] d\theta \\
&= \sum_{n=m}^{\infty} b_{mn} \int_0^{\pi} m \left[P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \\
&= \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_{\theta_2 - \alpha - \phi}^{\theta_2 + \alpha + \phi} E_a \cos m\phi d\phi \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta d\theta
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-\sum_{n=m}^{\infty} \int_{\theta_1}^{\pi} \left[c_{mn} \left[\frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m \right] + \left[d_{mn} m \left[P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] + \right] d\theta \tag{3.3.5}$$

แทน $\int_0^{\pi} \left[\frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m \right] d\theta = \begin{cases} 0 & ; n \neq q \\ \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} & ; n = q \end{cases}$

และ $\int_0^{\pi} m \left[P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta = 0$

ลงใน (3.3.5) แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$a_{mn} = -\frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)!} \left\{ \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_{\theta_1-\alpha-\beta}^{\theta_1+\alpha+\beta} E_a \cos m\phi d\phi \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta d\theta - \sum_{q=m}^{\infty} [c_{mq} \alpha_{mnq} + d_{mq} \beta_{mnq}] \right\} \tag{3.3.6.a}$$

เมื่อ

$$\alpha_{mnq} = \int_{\theta_1}^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + \sin \theta \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \right] d\theta = \alpha_{mqn}$$

$$\begin{aligned} \beta_{mnq} &= \int_{\theta_1}^{\pi} m \left[P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \\ &= m P_n^m P_q^m \Big|_{\theta=\theta_1}^{\pi} = -[m] P_n^m P_q^m \Big|_{\theta_1} = \beta_{mqn} \end{aligned}$$

หมายเหตุ

ในการจัดรูปใหม่เพื่อหา a_{mn} นั้น หลังจากใช้สูตร orthogonal แล้วจะได้ a_{mq} อยู่ในรูป $\sum_{n=m}^{\infty}$ ของ c_{mn} และ d_{mn} ดังนั้นเพื่อที่จะหา a_{mn} ก็จะต้องแทน q ด้วย n และแทน n ด้วย q ผลที่ได้รับก็คือ a_{mn} อยู่ในรูป $\sum_{q=m}^{\infty}$ ของ c_{mq} และ d_{mq} ดังสมการ (3.3.6.a)

ในการหา b_{mn} ก็เช่นเดียวกับ a_{mn} โดยใช้ op 3.3.1.a กับ (3.3.4.a) และ op 3.3.1.b กับ (3.3.4.b) แล้วเอาสมการที่ได้มาลบกันและใช้สูตร orthogonal ของฟังก์ชัน Legendre ก็จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 $b_{mn} = -\frac{(2n+1)(n-m)!}{2n(n+1)(n+m)!} \left\{ \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_{\theta_1-\alpha-\beta}^{\theta_1+\alpha+\beta} E_a \cos m\phi d\phi \frac{dP_q^m}{d\theta} d\theta \right.$
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดเปลี่ยนแปลงเนื้อหาและตบแต่งใดๆ ถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-\sum_{q=m}^{\infty} \left[c_{mq} \beta_{mq} + d_{mq} \alpha_{mq} \right] \} \quad (3.3.6.b)$$

การหาความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ของสนามบริเวณ $r > r_1$

จากสมการของสนามบริเวณ $r > r_1$ แทน r ด้วย r_1 แล้วอินทิเกรตสมการของ E_{θ}^{e+} เทียบกับ $\cos m \phi d\phi$ และอินทิเกรตสมการของ E_{ϕ}^{e+} เทียบกับ $\sin m \phi d\phi$ จะได้

$$-\sum_{n=m}^{\infty} \left[c_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} + d_{mn} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \right] = \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_0^{2\pi} E_{\theta}^{e+} \cos m \phi d\phi \quad (3.3.7.a)$$

และ

$$\sum_{n=m}^{\infty} \left[c_{mn} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} + d_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \right] = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} E_{\phi}^{e+} \sin m \phi d\phi \quad (3.3.7.b)$$

ใช้ op 3.3.1.b กับ (3.3.7.a)

$$\begin{aligned} & -\sum_{n=m}^{\infty} \int_0^{\pi} \left[c_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + d_{mn} m P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} \right] d\theta \\ &= \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} E_{\theta}^{e+} \cos m \phi d\phi \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_{\theta}^{\pi} \int_0^{2\pi} E_{\theta}^{e-} \cos m \phi d\phi \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \\ &= -\sum_{n=m}^{\infty} \int_{\theta}^{\pi} \left[a_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta + b_{mn} m P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} \right] d\theta \end{aligned} \quad (3.3.8.a)$$

ใช้ op 3.3.1.a กับ (3.3.7.a)

$$\begin{aligned} & \sum_{n=m}^{\infty} \int_0^{\pi} \left[c_{mn} \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + d_{mn} m \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \left(\int_0^{2\pi} E_{\phi}^{e+} \sin m \phi d\phi \right) m P_q^m d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi} \int_0^{2\pi} E_{\phi}^{e-} \sin m \phi d\phi m P_q^m d\theta \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \sum_{n=m}^{\infty} \int_0^{\pi} \left[a_{mn} \frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + b_{mn} m \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \quad (3.3.8.b)$$

(3.3.8.a) - (3.3.8.b) จะได้

$$\begin{aligned} & - \sum_{n=m}^{\infty} c_{mn} \int_0^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta \right] d\theta \\ & - \sum_{n=m}^{\infty} d_{mn} \int_0^{\pi} m \left[P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \\ & = - \sum_{n=m}^{\infty} \left\{ a_{mn} \int_0^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta \right] d\theta \right. \\ & \quad \left. + b_{mn} \int_0^{\pi} m \left[P_n^m \frac{dP_q^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_q^m \right] d\theta \right\} \end{aligned}$$

แทน

$$\int_0^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_q^m + \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \sin \theta \right] d\theta = \begin{cases} 0 & ; n \neq q \\ \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} & ; n = q \end{cases}$$

จะได้

$$c_{mq} \frac{2q(q+1)(q+m)!}{(2q+1)(q-m)!} = \sum_{n=m}^{\infty} (a_{mn} \alpha_{mqn} + b_{mn} \beta_{mqn})$$

แทน n ด้วย q และแทน q ด้วย n แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$c_{mn} = \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \sum_{q=m}^{\infty} (a_{mq} \alpha_{mnq} + b_{mq} \beta_{mnq}) \quad (3.3.9.a)$$

สำหรับการหา d_{mn} ก็เช่นเดียวกับ c_{mn} แต่ใช้ op 3.3.1.a กับ (3.3.7.a) และใช้ op 3.3.1.b กับ (3.3.7.b) จากนั้นนำสมการที่ได้มาลบกันแล้วใช้สูตร orthogonal และจัดรูปใหม่ จะได้

$$d_{mn} = \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \sum_{q=m}^{\infty} (a_{mq} \beta_{mnq} + b_{mq} \alpha_{mnq}) \quad (3.3.9.b)$$

สรุปสมการการหาความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ของสนามภายนอก

$$a_{mn} = - \left[\text{coeff } 1_{mn} - \sum_{i=m}^{\infty} (c_{mi} \alpha_{mni} + d_{mi} \beta_{mni}) \right] / \text{coeff}_{mn} \quad (3.3.10.a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในวงจำกัดเท่านั้น ไม่สามารถนำออกนอกระบบ หรือนำไปใช้ (3.3.10.a) การนำออกไปใช้ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$b_{mn} = - \left[\text{coeff } 2_{mn} - \sum_{i=m}^{\infty} (c_{mi} \beta_{mni} + d_{mi} \alpha_{mni}) \right] / \text{coeff}_{mn} \quad (3.3.10.b)$$

$$c_{mn} = \frac{1}{\text{coeff}_{mn}} \sum_{i=m}^{\infty} (a_{mi} \alpha_{mni} + b_{mi} \beta_{mni}) \quad (3.3.10.c)$$

$$d_{mn} = \frac{1}{\text{coeff}_{mn}} \sum_{i=m}^{\infty} (a_{mi} \beta_{mni} + b_{mi} \alpha_{mni}) \quad (3.3.10.d)$$

เมื่อ a_{mn}, b_{mn} คือ สปส. ของสนามภายนอกบริเวณ $r < r_1$

เมื่อ c_{mn}, d_{mn} คือ สปส. ของสนามภายนอกบริเวณ $r > r_1$

$$\alpha_{mni} = \alpha_{\min} = \int_{\theta_1}^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_i^m + \sin \theta \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_i^m}{d\theta} \right] d\theta \quad (3.3.10.e)$$

$$\begin{aligned} \beta_{mni} = \beta_{\min} &= \int_{\theta_1}^{\pi} m \left[P_n^m \frac{dP_i^m}{d\theta} + \frac{dP_n^m}{d\theta} P_i^m \right] d\theta \\ &= - \left[m P_n^m P_i^m \right]_{\theta=\theta_1} \end{aligned} \quad (3.3.10.f)$$

$$\text{coeff}_{mn} = \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \quad (3.3.10.g)$$

$$\text{coeff } 1_{mn} = \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \int_{-\phi}^{\phi} E_o \cos m\phi d\phi \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin \theta d\theta \quad (3.3.10.h)$$

$$\text{coeff } 2_{mn} = \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \int_{-\phi}^{\phi} E_o \cos m\phi d\phi m P_n^m d\theta \quad (3.3.10.i)$$

$$E_o = \frac{V_o \sin [kr_1 \sin \theta_2 (\phi_1 - |\phi|)]}{r_1 \ln \left[\frac{\tan((\theta_2 + \alpha)/2)}{\tan((\theta_2 - \alpha)/2)} \right] \sin \theta} \quad ; \theta_2 - \alpha \leq \theta \leq \theta_2 + \alpha \quad , -\phi_1 \leq \phi \leq \phi_1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณา α_{mni} เมื่อ $n = i$

$$\begin{aligned} \alpha_{mni} &= \int_{\theta_1}^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} P_n^m P_i^m + \sin \theta \frac{dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_i^m}{d\theta} \right] d\theta \\ &= - \left[\sin \theta P_i^m \frac{dP_n^m}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_1}^{\pi} + n(n+1) \int_{\theta_1}^{\pi} P_n^m P_i^m \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

แทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} \alpha_{mni} &= - \left[\sin \theta P_i^m \frac{dP_n^m}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_1}^{\pi} - \frac{n(n+1) \sin \theta_1}{i(i+1) - n(n+1)} \left[P_i^m \frac{dP_n^m}{d\theta} - P_n^m \frac{dP_i^m}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_1} \\ &= \frac{-\sin \theta_1}{i(i+1) - n(n+1)} \left[i(i+1) P_i^m \frac{dP_n^m}{d\theta} - n(n+1) P_n^m \frac{dP_i^m}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_1} \quad (3.3.11.a) \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $n = i$ จาก

$$\int \left[\frac{m^2}{\sin \theta} (P_n^m)^2 + \sin \theta \left(\frac{dP_n^m}{d\theta} \right)^2 \right] d\theta$$

$$= \sin \theta \frac{\lim_{i \rightarrow n} \frac{\partial}{\partial i} \left[i(i+1)P_i^m \frac{dP_n^m}{d\theta} - n(n+1)P_n^m \frac{dP_i^m}{d\theta} \right]}{\lim_{i \rightarrow n} \frac{\partial}{\partial i} [i(i+1) - n(n+1)]} + c$$

$$\alpha_{mni} = \int_{\theta_1}^{\pi} \left[\frac{m^2}{\sin \theta} (P_n^m)^2 + \sin \theta \left(\frac{dP_n^m}{d\theta} \right)^2 \right] d\theta$$

$$= \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \sin \theta_1 \left\{ P_n^m \frac{\partial P_n^m}{\partial \theta} + \frac{n(n+1)}{2n+1} \left[\frac{\partial P_n^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_n^m}{\partial n} - \frac{\partial^2 P_n^m}{\partial \theta \partial n} \right] \right\} \Big|_{\theta=\theta_1}$$

(3.3.11.b)

หมายเหตุ

$$\left\{ \sin \theta P_n^m \frac{\partial P_n^m}{\partial \theta} + \frac{n(n+1)}{2n+1} \sin \theta \left[\frac{\partial P_n^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_n^m}{\partial n} - \frac{\partial^2 P_n^m}{\partial \theta \partial n} \right] \right\} \Big|_{\theta=\pi}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2n+1} \sin \theta \left[\frac{\partial P_n^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_n^m}{\partial n} - \frac{\partial^2 P_n^m}{\partial \theta \partial n} \right] \Big|_{\theta=\pi} = \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!}$$

เมื่อ

$$\frac{\partial P_n^m}{\partial n} = \lim_{v \rightarrow n} \frac{\partial P_v^m}{\partial v} (\cos \theta)$$

พิจารณา coeff l_{mn} จาก

$$\text{coeff } l_{mn} = \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \int_{\theta_2-\alpha}^{\theta_2+\alpha} \int_{-\phi}^{\phi} E_a \cos m\phi d\phi \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin \theta d\theta$$

$$= \frac{1}{(1+\delta_m)\pi} \left[\sin \theta \int_{-\phi}^{\phi} E_a \cos m\phi d\phi \right] \left[P_n^m(\cos(\theta_2 + \alpha)) - P_n^m(\cos(\theta_2 - \alpha)) \right]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ (3.3.12) ารค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เหตุที่ $\sin \theta$ ไปคูณกับ $\int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi$ ได้ก็เพราะเทอม $\int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi$ ประกอบด้วย
 เทอม $\sin \theta$ เป็นตัวหารอยู่ (ดูสมการ 3.3.10)

พิจารณา $coeff 2_{mn}$

$$\begin{aligned}
 coeff 2_{mn} &= \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_{\theta_2 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} \int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi m P_n^m d\theta \\
 &= \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \int_{\theta_2 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} \int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi m P_n^m d\theta \\
 &= \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \left[\sin \theta \int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi \right] \left[\int_{\theta_2 - \alpha}^{\theta_2 + \alpha} \frac{m P_n^m}{\sin \theta} d\theta \right] \quad (3.3.13.a)
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก α มีค่าน้อยมากจึงประมาณได้ว่า

$$\begin{aligned}
 coeff 2_{mn} &\approx \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \left(\sin \theta \int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi \right) \frac{m P_n^m(\cos \theta_2)(2\alpha)}{\sin \theta_2} \\
 &\approx \frac{1}{(1 + \delta_m)\pi} \left(\sin \theta \int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi \right) \frac{2m \alpha P_n^m(\cos \theta_2)}{\sin \theta_2} \quad (3.3.13.b)
 \end{aligned}$$

เมื่อเทอม $\sin \theta \int_{-\pi}^{\pi} E_a \cos m \phi d\phi$ ได้จาก (3.2.10)

3.3.4 การแก้สัมประสิทธิ์ของสนามภายนอกโดยระบบสมการเชิงเส้น

$$coeff_{mn} * a_{mn} = -coeff 1_{mn} + \sum_{i=m}^{\infty} [c_{mi} * \alpha_{mni} + d_{mi} * \beta_{mni}]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
 เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{coeff}_{mn} * c_{mn} = \sum_{i=m}^{\infty} [a_{mi} * \alpha_{mni} + b_{mi} * \beta_{mni}]$$

$$\text{coeff}_{mn} * d_{mn} = \sum_{i=m}^{\infty} [a_{mi} * \beta_{mni} + b_{mi} * \alpha_{mni}]$$

$$\text{coeff}_{mn} * a_{mn} = -\text{coeff}_{1mn} + \sum_{i=m}^{\infty} \left[\frac{\alpha_{mni}}{\text{coeff}_{mi}} \sum_{i=m}^{\infty} [a_{mi} * \alpha_{mni} + b_{mi} * \beta_{mni}] \right.$$

$$\left. + \frac{\beta_{mni}}{\text{coeff}_{mi}} \sum_{i=m}^{\infty} [a_{mi} * \beta_{mni} + b_{mi} * \alpha_{mni}] \right]$$

$$= -\text{coeff}_{1mn} + \sum_{j=m}^{\infty} a_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \alpha_{mrj} + \beta_{mni} * \beta_{mrj}]}{\text{coeff}_{mi}}$$

$$+ \sum_{j=m}^{\infty} b_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \beta_{mrj} + \beta_{mni} * \alpha_{mrj}]}{\text{coeff}_{mi}}$$

(3.3.14.a)

$$\text{coeff}_{mn} * b_{mn} = -\text{coeff}_{2mn} + \sum_{i=m}^{\infty} \left[\frac{\beta_{mni}}{\text{coeff}_{mi}} \sum_{j=m}^{\infty} [a_{mj} * \alpha_{mrj} + b_{mj} * \beta_{mrj}] \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha_{mni}}{\text{coeff}_{mi}} \sum_{j=m}^{\infty} [a_{mj} * \beta_{mrj} + b_{mj} * \alpha_{mrj}] \right]$$

$$= -\text{coeff}_{2mn} + \sum_{j=m}^{\infty} a_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \beta_{mrj} + \beta_{mni} * \alpha_{mrj}]}{\text{coeff}_{mi}}$$

$$+ \sum_{j=m}^{\infty} b_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \alpha_{mrj} + \beta_{mni} * \beta_{mrj}]}{\text{coeff}_{mi}}$$

(3.3.14.b)

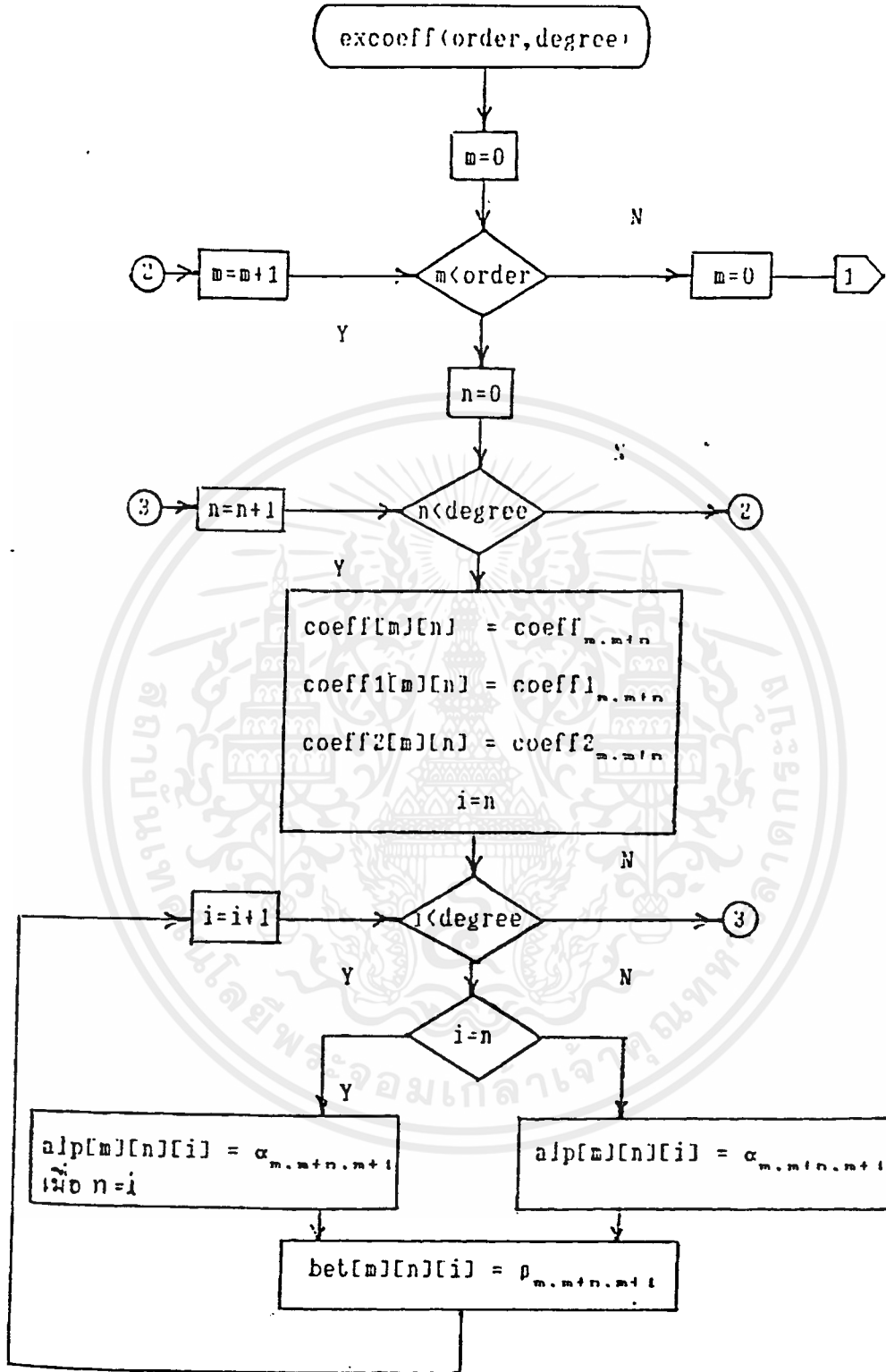
$$\text{coeff}_{mn} * c_{mn} = \sum_{i=m}^{\infty} \left[\frac{\alpha_{mni}}{\text{coeff}_{mi}} \left[-\text{coeff}_{1mi} + \sum_{j=m}^{\infty} [c_{mj} * \alpha_{mrj} + d_{mj} * \beta_{mrj}] \right] \right.$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= -\sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \text{coeff } 1_{mi} + \beta_{mni} * \text{coeff } 2_{mi}]}{\text{coeff }_{mi}} \\
&+ \sum_{j=m}^{\infty} c_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \alpha_{mrj} + \beta_{mni} * \beta_{mrj}]}{\text{coeff }_{mi}} \\
&+ \sum_{j=m}^{\infty} d_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \beta_{mrj} + \beta_{mni} * \alpha_{mrj}]}{\text{coeff }_{mi}} \tag{3.3.14.c}
\end{aligned}$$

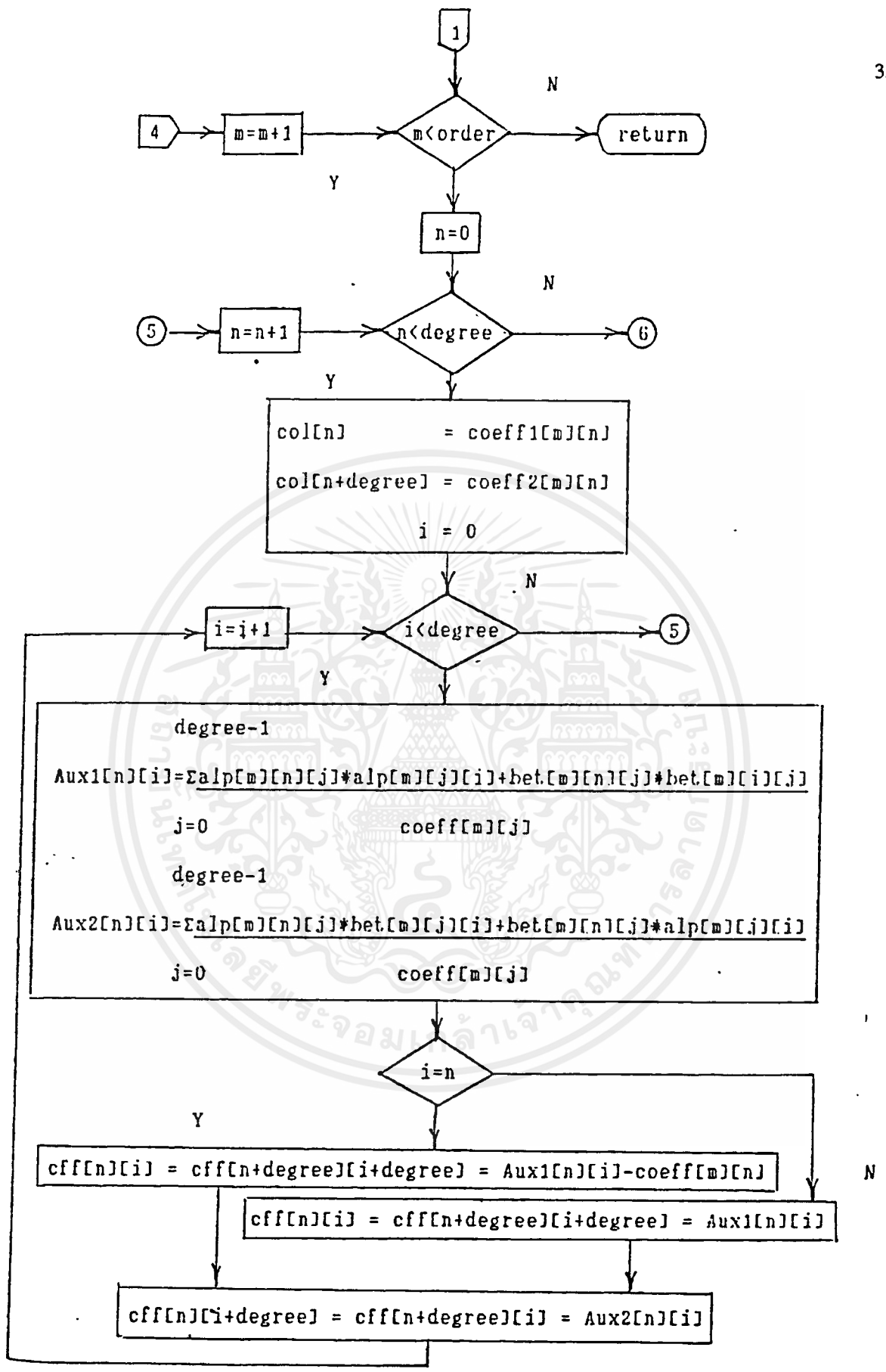
$$\begin{aligned}
\text{coeff }_{mn} * d_{mn} &= \sum_{i=m}^{\infty} \left[\frac{\beta_{mni}}{\text{coeff }_{mi}} \left[-\text{coeff } 1_{mi} + \sum_{j=m}^{\infty} [c_{mj} * \alpha_{mrj} + d_{mj} * \beta_{mrj}] \right] \right. \\
&+ \left. \frac{\alpha_{mni}}{\text{coeff }_{mi}} \left[-\text{coeff } 2_{mi} + \sum_{j=m}^{\infty} [c_{mj} * \beta_{mrj} + d_{mj} * \alpha_{mrj}] \right] \right] \\
&= -\sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \text{coeff } 2_{mi} + \beta_{mni} * \text{coeff } 1_{mi}]}{\text{coeff }_{mi}} \\
&+ \sum_{j=m}^{\infty} c_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \beta_{mrj} + \beta_{mni} * \alpha_{mrj}]}{\text{coeff }_{mi}} \\
&+ \sum_{j=m}^{\infty} d_{mj} \sum_{i=m}^{\infty} \frac{[\alpha_{mni} * \alpha_{mrj} + \beta_{mni} * \beta_{mrj}]}{\text{coeff }_{mi}} \tag{3.3.14.d}
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



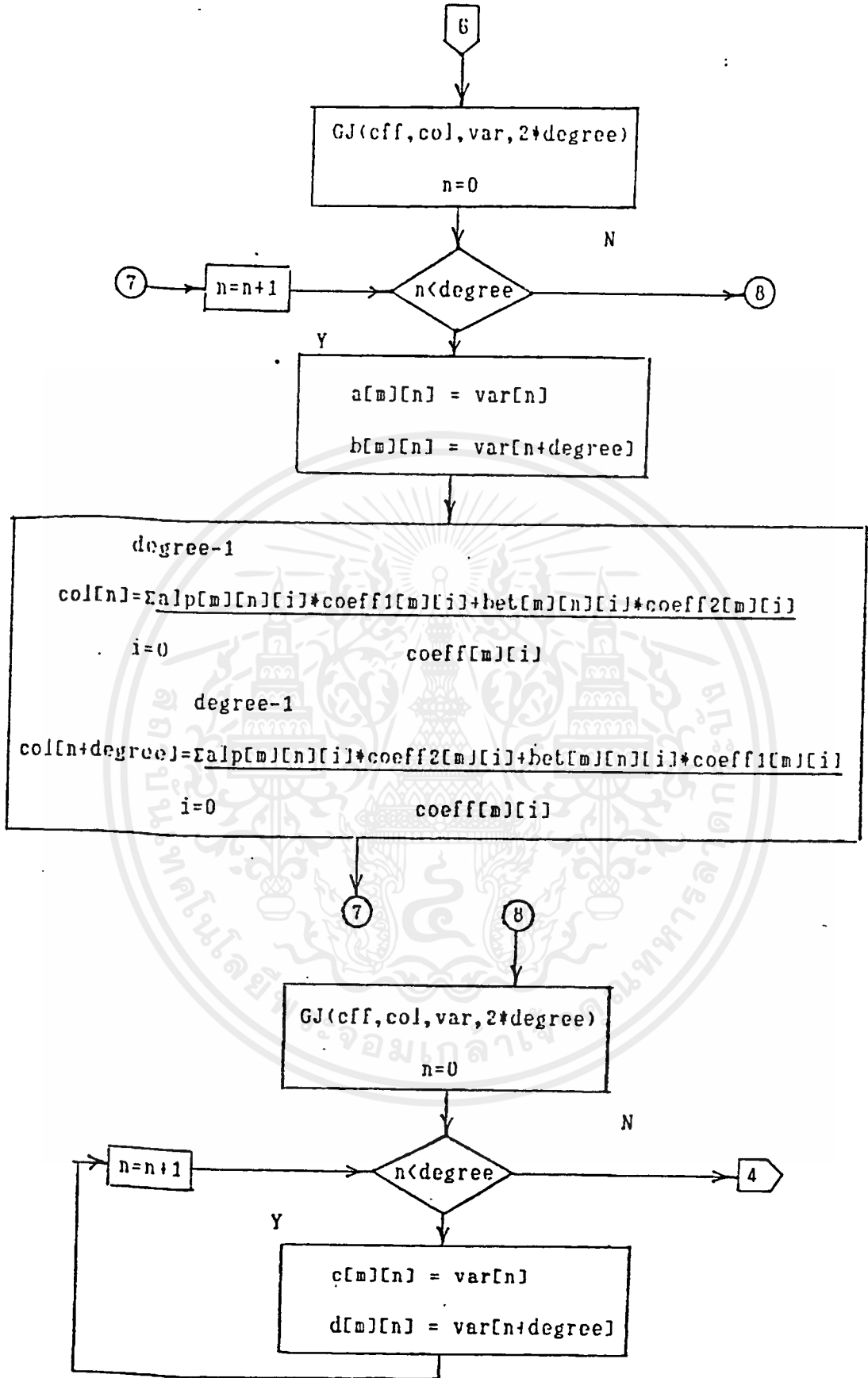
รูปที่ 3.5(a) ฟังก์ชันของโปรแกรมย่อยหาสัมประสิทธิ์สนามภายนอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



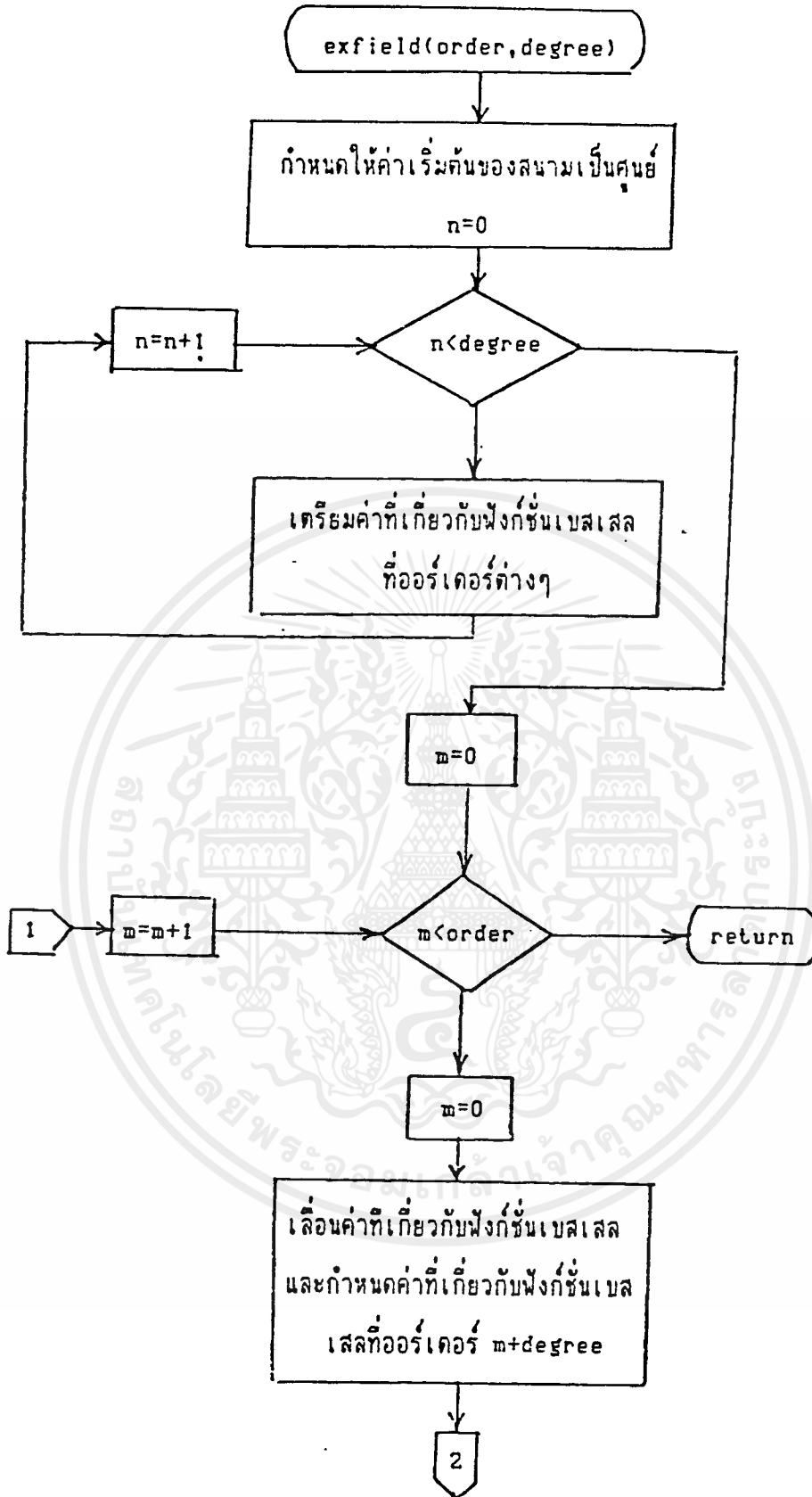
รูปที่ 3.5 (b) ฟังก์ชันหาสัมประสิทธิ์สัมภาคณอก(ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



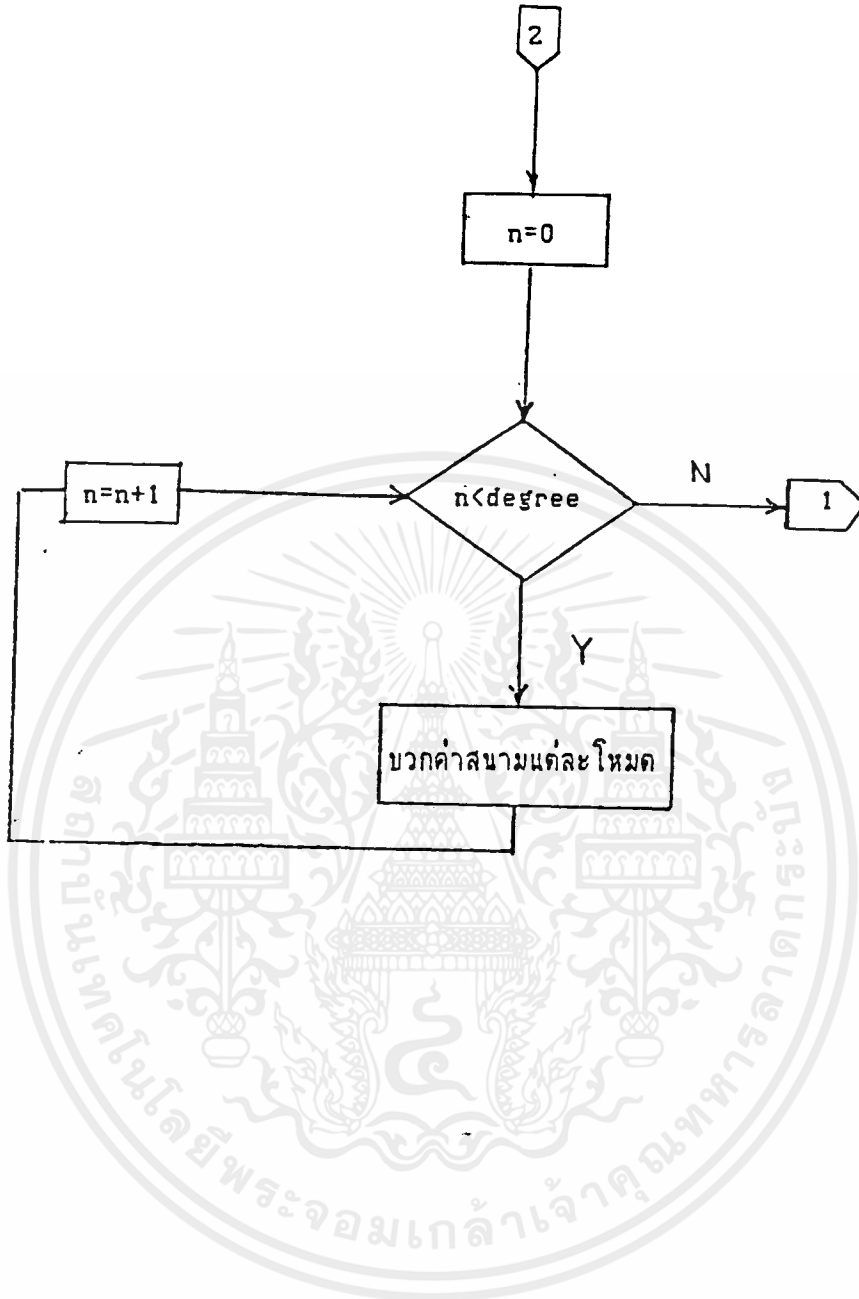
รูปที่ 3.5(c) ฟังก์ชันของโปรแกรมหาสัมประสิทธิ์สัมภาคณอก(ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6(a) ผังงานของโปรแกรมหาสนามภายนอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6(b) ผังงานของโปรแกรมหาสนามภายนอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[(-A_{mw} \frac{dP_w^m}{d\theta} \cos m\phi) \left(\frac{-j}{\eta} A_{m'w'} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'^*(kr_1)} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \cos m'\phi \right) \right. \\
&\quad \left. - (A_{mw} \frac{mP_w^m}{\sin \theta} \sin m\phi) \left(\frac{-j}{\eta} A_{m'w'} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'^*(kr_1)} \frac{m'P_w^{m'}}{\sin \theta} \sin m'\phi \right) \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\
&= \frac{j}{\eta} A_{mw} A_{m'w'} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'^*(kr_1)} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \cos m\phi \cos m'\phi \right. \\
&\quad \left. + \frac{mm'}{\sin^2 \theta} P_w^m P_w^{m'} \sin m\phi \sin m'\phi \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\
&= \frac{j}{\eta} A_{mw} A_{m'w'} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'^*(kr_1)} \int_0^{2\pi} \left[\frac{dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \int_0^{2\pi} \cos m\phi \cos m'\phi d\phi \right. \\
&\quad \left. + \frac{mm'}{\sin^2 \theta} P_w^m P_w^{m'} \int_0^{2\pi} \sin m\phi \sin m'\phi d\phi \right] r_1^2 \sin \theta d\theta
\end{aligned}$$

จากสูตร

$$\int_0^{2\pi} \cos m \cos m' d\phi = \begin{cases} (1 + \delta_m) \pi, m = m' \\ 0, m \neq m' \end{cases}$$

และ

$$\int_0^{2\pi} \sin m \sin m' d\phi = \begin{cases} (1 - \delta_m) \pi, m = m' \\ 0, m \neq m' \end{cases}$$

จะเห็นว่า ถ้า $m \neq m'$ เทอมของกำลังงานของสนามไฟฟ้าที่เอ็มโหมค กับ สนามแม่เหล็กที่เอ็มโหมคจะเป็นศูนย์ แต่ถ้า $m = m'$ จะได้ว่า

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[(E_\theta^i)^{TM} (H_\phi^i)^{TM*} - (E_\phi^i)^{TM} (H_\theta^i)^{TM*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

$$= \begin{cases} \frac{j\pi r_1^2}{\eta} A_{mw} A_{m'w'} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'^*(kr_1)} \int_0^{2\pi} \left[\frac{m^2 P_w^m dP_w^m}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \right] d\theta, m = m' \neq 0 \\ \frac{j2\pi r_1^2}{\eta} A_{mw} A_{m'w'} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'^*(kr_1)} \int_0^{2\pi} \frac{dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \sin \theta d\theta, m = m' = 0 \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์โดยสถาบันวิจัยสภาวะแวดล้อม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสูตร

$$\int_0^{\theta_1} \left[\frac{m^2 P_w^m dP_{w'}^m}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta dP_w^m}{d\theta} \frac{dP_{w'}^m}{d\theta} \right] d\theta = \begin{cases} \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_{w'}^m}{\partial \theta} \right]; w = w' \\ 0; w \neq w' \end{cases} \theta = \theta_1$$

เมื่อ w และ w' เป็นรากของสมการ

$$P_w^m(\cos \theta_1) = 0$$

$$P_{w'}^m(\cos \theta_1) = 0$$

ดังนั้นเทอมของกำลังงานซึ่งเกิดจากสนามไฟฟ้าที่เอิมโหมด และสนามแม่เหล็กที่เอิมโหมด

คือ

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(E_\theta^i)_{mw}^{TM} (H_\phi^i)_{m'w'}^{TM*} - (E_\phi^i)_{mw}^{TM} (H_\theta^i)_{m'w'}^{TM*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \begin{cases} \frac{j(1+\delta_m)\pi r_1^2}{\eta} A_{mw}^2 \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_{w'}^m}{\partial \theta} \right]; m = m', w = w' \\ 0; m \neq m', w \neq w' \end{cases} \theta = \theta_1 \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

3.4.2 เทอมของกำลังงานจากสนามไฟฟ้าที่เอิมโหมด กับ สนามแม่เหล็กที่เอิมโหมด

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(E_\theta^i)_{mw}^{TM} (H_\phi^i)_{m'w'}^{TM*} - (E_\phi^i)_{mw}^{TM} (H_\theta^i)_{m'w'}^{TM*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(-B_{mv} \frac{mP_v^m}{\sin \theta} \cos m\phi) \left(\frac{j}{\eta} B_{m'v'} \frac{L_{v'}^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \frac{m'P_{v'}^{m'}}{\sin \theta} \cos m'\phi \right) \right. \\ & \quad \left. - (B_{mv} \frac{dP_v^m}{d\theta} \sin m\phi) \left(\frac{j}{\eta} B_{m'v'} \frac{L_{v'}^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \frac{dP_{v'}^{m'}}{d\theta} \sin m'\phi \right) \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{-jr_1^2}{\eta} B_{mv} B_{m'v'} \frac{L_{v'}^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \int_0^{\theta_1} \left[\frac{mm'P_v^m P_{v'}^{m'}}{\sin \theta} \int_0^{2\pi} \cos m\phi \cos m'\phi d\phi \right. \\ & \quad \left. + \sin \theta \frac{dP_v^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^{m'}}{d\theta} \int_0^{2\pi} \sin m\phi \sin m'\phi d\phi \right] d\theta \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ถ้า $m \neq m'$ หรือ $m = m' = 0$ ผลของการอินทิเกรต จะเป็นศูนย์
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น ถ้า $m = m' \neq 0$ จะได้

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(E_{\theta}^i)_{mv}^{TE} (H_{\phi}^i)_{m'v'}^{TE} - (E_{\phi}^i)_{mv}^{TE} (H_{\theta}^i)_{m'v'}^{TE} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{-j(1-\delta_m)\pi r_1^2}{\eta} B_{mv} B_{m'v'} \frac{L_v^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \int_0^{\theta_1} \left[\frac{m^2 P_v^m P_{v'}^m}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta dP_v^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \right] d\theta \end{aligned}$$

จากสูตร

$$= \int_0^{\theta_1} \left[\frac{m^2 P_v^m P_{v'}^m}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta dP_v^m}{d\theta} \frac{dP_{v'}^m}{d\theta} \right] d\theta = \begin{cases} \frac{v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_v^m}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_1}; v=v' \\ 0; v \neq v' \end{cases}$$

เมื่อ

$$\frac{dP_v^m(\cos \theta_1)}{d\theta} = \frac{dP_{v'}^m(\cos \theta_1)}{d\theta} = 0$$

ดังนั้น เทอมของกำลังงานเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่เอิมโอมและสนามแม่เหล็กที่เอิมโอม คือ

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(E_{\theta}^i)_{mv}^{TE} (H_{\phi}^i)_{m'v'}^{TE} - (E_{\phi}^i)_{mv}^{TE} (H_{\theta}^i)_{m'v'}^{TE} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \begin{cases} \frac{j(1-\delta_m)\pi r_1^2}{\eta} (B_{mv}^2) \frac{L_v^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \frac{v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta P_v^m \frac{\partial P_{v'}^m}{\partial \theta} \right]_{\theta=\theta_1}; m=m', v=v' \\ 0; m \neq m', v \neq v' \end{cases} \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

3.4.3 เทอมของกำลังงานเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่เอิมโอม กับ สนามแม่เหล็กที่เอิมโอม

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(E_{\theta}^i)_{mw}^{TM} (H_{\phi}^i)_{m'v'}^{TE} - (E_{\phi}^i)_{mw}^{TM} (H_{\theta}^i)_{m'v'}^{TE} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_1} \left[(-A_{mw} \frac{dP_w^m}{d\theta} \cos m\phi) \left(\frac{j}{\eta} B_{m'v'} \frac{L_{v'}^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \frac{m' P_{v'}^{m'}}{\sin \theta} \cos m'\phi \right) \right. \\ & \quad \left. - (A_{mw} \frac{m P_w^m}{\sin \theta} \sin m\phi) \left(\frac{j}{\eta} B_{m'v'} \frac{L_{v'}^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \frac{dP_{v'}^{m'}}{d\theta} \sin m'\phi \right) \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned}$$

$$= \frac{-jr_1^2}{\eta} A_{mw} B_{m'v'} \frac{L_v^*(kr_1)}{L_{v'}^*(kr_1)} \int_0^{\theta_1} \left[m' P_{v'}^m \frac{dP_w^m}{d\theta} \int_0^{2\pi} \cos m\phi \cos m'\phi d\phi \right]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$+ m P_w^m \frac{dP_v^{m'}}{d\theta} \int_0^{2\pi} \sin m\phi \sin m'\phi d\phi \Big] d\theta$$

จะเห็นว่า ถ้า $m \neq m'$ หรือ $m = m' = 0$ ผลของการอินทิเกรต จะเป็นศูนย์
แต่ถ้า $m = m' \neq 0$ จะได้

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \left[(E_\theta^i)_{m\omega}^{TM} (H_\phi^i)_{m'\nu}^{TE} - (E_\phi^i)_{m\omega}^{TM} (H_\theta^i)_{m'\nu}^{TE} \right]_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{-jr_1^2}{\eta} A_{m\omega} B_{m\nu} \frac{L_v^*(kr_1)}{L_v^*(kr_1)} m \int_0^{\theta} \left[P_v^m \frac{dP_w^m}{d\theta} + P_w^m \frac{dP_v^m}{d\theta} \right] d\theta \end{aligned}$$

เนื่องจาก

$$m \int_0^{\theta} \left[P_v^m \frac{dP_w^m}{d\theta} + P_w^m \frac{dP_v^m}{d\theta} \right] d\theta = 0$$

ดังนั้น เทอมของกำลังงานเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่เอ็มโหมด กับ สนามแม่เหล็กทีเอ็มโหมด จะเป็นศูนย์ หรือเขียนได้ว่า

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \left[(E_\theta^i)_{m\omega}^{TE} (H_\phi^i)_{m'\nu}^{TE} - (E_\phi^i)_{m\omega}^{TM} (H_\theta^i)_{m'\nu}^{TE} \right]_1^2 \sin \theta d\theta d\phi = 0 \quad (3.4.4)$$

3.4.4 เทอมของกำลังงานเนื่องจากสนามไฟฟ้าทีเอ็มโหมด กับ สนามแม่เหล็กทีเอ็มโหมด

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \left[(E_\theta^i)_{m\omega}^{TE} (H_\phi^i)_{m'\nu}^{TM} - (E_\phi^i)_{m\omega}^{TE} (H_\theta^i)_{m'\nu}^{TM} \right]_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} \left[(-B_{m\nu} \frac{m P_v^m}{\sin \theta}) \left(\frac{-j}{\eta} A_{m'\omega} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \cos m'\phi \right) \right. \\ & \quad \left. - (B_{m\nu} \frac{dP_v^m}{d\theta} \sin m\phi) \left(\frac{-j}{\eta} A_{m'\omega} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} \frac{m' P_w^{m'}}{\sin \theta} \sin m'\phi \right) \right]_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{jr_1^2}{\eta} B_{m\nu} A_{m'\omega} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} \int_0^{\theta} \left[\frac{m P_v^m}{d\theta} \frac{dP_w^{m'}}{d\theta} \int_0^{2\pi} \cos m\phi \cos m'\phi d\phi \right. \\ & \quad \left. + m' P_w^{m'} \frac{dP_v^m}{d\theta} \int_0^{2\pi} \sin m\phi \sin m'\phi d\phi \right] d\theta \end{aligned}$$

จะเห็นว่า ถ้า $m \neq m'$ หรือ $m = m' = 0$ ผลของการอินทิเกรต จะเป็นศูนย์
แต่ถ้า $m = m' \neq 0$ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับครูอาจารย์เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น หากพบการละเมิดลิขสิทธิ์หรือการนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาต กรุณาแจ้งไปยังเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{j\pi r_1^2}{\eta} B_{mv} A_{mw} \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} m \int_0^\theta \left[P_v^m \frac{dP_w^m}{d\theta} + P_w^m \frac{dP_v^m}{d\theta} \right] d\theta$$

เนื่องจาก

$$m \int_0^\theta \left[P_v^m \frac{dP_w^m}{d\theta} + P_w^m \frac{dP_v^m}{d\theta} \right] d\theta = 0$$

ดังนั้น เทอมของกำลังงานเนื่องจากผลคูณระหว่างสนามไฟฟ้าทีอีโหมค กับ สนามแม่เหล็กทีอีเอ็มโหมค จะมีค่าเป็นศูนย์ หรือ

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\theta \left[(E_\theta^i)^{TE} (H_\phi^i)^{TM^*} - (E_\phi^i)^{TE} (H_\theta^i)^{TM^*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi = 0 \quad (3.4.5)$$

จะเห็นว่าเทอมของกำลังงานที่เกิดจากผลคูณระหว่างสนามไฟฟ้าทีอีโหมค กับ สนามแม่เหล็กทีอีเอ็มโหมค หรือกลับกันจะมีค่าเป็นศูนย์ และนอกจากนี้เทอมของกำลังงานที่เกิดจากผลคูณระหว่างสนามไฟฟ้าทีอีโหมค (ทีอีเอ็มโหมค) กับ สนามแม่เหล็กทีอีโหมค (ทีอีเอ็มโหมค) จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อมีหมายเลขเลขโหมคต่างกัน จึงสรุปได้ว่า กำลังงานที่ผ่านพื้นผิว ซึ่งสนามออร์โธโกนอลกันจะมีเฉพาะเทอมซึ่งเกิดจากผลคูณของสนามในโหมคเดียวกัน

ดังนั้นกำลังงานของสนามสามารถแยกได้ว่า เป็นผลรวมของกำลังงานเนื่องจากสนามทีอีโหมคกับกำลังงานเนื่องจากสนามทีอีเอ็มโหมค ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^\theta (\vec{E}^i \times \vec{H}^{i*}) d\vec{S} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\theta \left[E_\theta^i H_\phi^{i*} - E_\phi^i H_\theta^{i*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \sum_m \left[\sum_w \int_0^{2\pi} \int_0^\theta (E_\theta^i)^{TM} \times (H_\phi^i)^{TM^*} ds + \sum_v \int_0^{2\pi} \int_0^\theta (E_\phi^i)^{TE} \times (H_\theta^i)^{TE^*} ds \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \sum_m \left[\sum_w \int_0^{2\pi} \int_0^\theta \left[(E_\theta^i)^{TM} (H_\phi^i)^{TM^*} - (E_\phi^i)^{TM} (H_\theta^i)^{TM^*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \right. \\ &\quad \left. + \sum_v \int_0^{2\pi} \int_0^\theta \left[(E_\theta^i)^{TE} (H_\phi^i)^{TE^*} - (E_\phi^i)^{TE} (H_\theta^i)^{TE^*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \right] \\ &= \frac{j\pi r_1^2}{\eta} \sum_m \left[\sum_w (1 + \delta_m) A_{mw}^2 \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_w^m}{\partial w} \right] \right] \Big|_{\theta=\theta_1} \\ &\quad + \sum_v (1 - \delta_m) B_{mv}^2 \frac{L_v^*(kr_1)}{L_v^*(kr_1)} \frac{v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta P_v^m \frac{\partial P_v^m}{\partial v} \right] \Big|_{\theta=\theta_1} \quad (3.4.6) \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

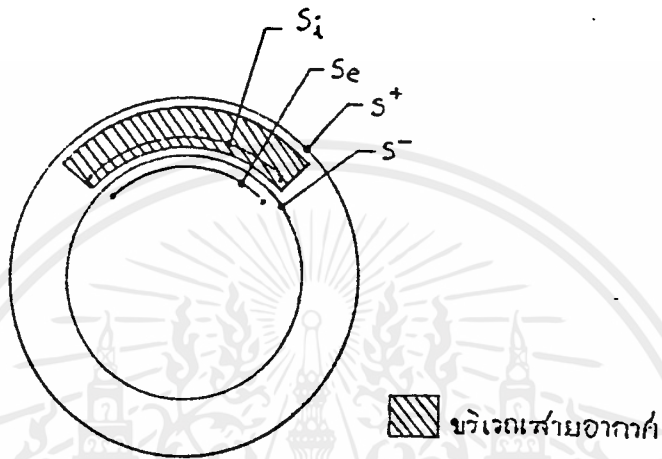
ในการหาอินทิกรัลแอมิตแดนซ์ จำเป็นต้องหาค่าพลังงานที่ผ่านพื้นผิวต่อไปนี้

$$S_1: r = r^+, 0 \leq \theta \leq \theta_1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$S_2: r = r^-, 0 \leq \theta \leq \theta_1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$S^-: r = r^-, 0 \leq \theta \leq \theta_1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

$$S^+: r = r^+, 0 \leq \theta \leq \theta_1, 0 \leq \phi \leq 2\pi$$



รูปที่ 3.7 แสดงการกำหนดพื้นผิว

กำลังงานผ่านพื้นผิว S_1

กำลังงานผ่านพื้นผิว S_2

$$\frac{1}{2} \iint_{S_1} (\vec{E}^i \times \vec{H}^{*i}) \cdot d\vec{S} \leftarrow \begin{array}{c} \text{ช่องเปิดมี} \\ \text{ปริมาตร} \\ \text{เป็นศูนย์} \end{array} \leftarrow \frac{1}{2} \iint_{S_2} (\vec{E}^{e-} \times \vec{H}^{*e-}) \cdot d\vec{S}$$

↑
กำลังงานจากแหล่งกำเนิด = $\frac{1}{2} W^*$

รูปที่ 3.8 แสดงทิศทางการไหลของกำลังงานที่ช่องเปิด

จากรูปที่ 3.8 แสดงถึงกำลังงานที่เกี่ยวข้องกับช่องเปิดของสายอากาศ ประกอบด้วยกำลังงานที่ป้อนให้กับสายอากาศ กำลังงานที่ผ่านพื้นผิว S_2 (ซึ่งหาได้จากกำลังงานเนื่องจากสนามภายนอก ในบริเวณ $r < r_1$) และกำลังงานที่ผ่านพื้นผิว S_1 (ซึ่งหาได้จากกำลังงานเนื่องจากสนามภายใน) สำหรับทิศทางของกำลังงานที่ได้จากการอินทิเกรตเชิงผิวกำหนดว่ามีทิศทางพุ่งออกจากจุดกำเนิด ดังนั้นสามารถแสดงความสัมพันธ์ของกำลังงานได้ดังสมการ

$$\frac{1}{2} W^* + \frac{1}{2} \iint_{S_2} (\vec{E}^{e-} \times \vec{H}^{*e-}) \cdot d\vec{S} = \frac{1}{2} \iint_{S_1} (\vec{E}^i \times \vec{H}^{*i}) \cdot d\vec{S}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารนำเข้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหาและตั้งชื่ออ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ

$$V(VY)^* = \iint_{S_1} (\bar{E}^i \times \bar{H}^{i*})^* d\bar{s} - \iint_{S_2} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s}$$

$$Y^* = \frac{1}{|V|^2} \left[\iint_{S_1} (\bar{E}^i \times \bar{H}^{i*})^* d\bar{s} - \iint_{S_2} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s} \right] \quad (3.4.7)$$

เมื่อ Y คือ อินพุตแอดมิตแตนซ์

V คือ อินพุตโวลต์เตจ , $V = V_0 \sin(kr_1 \sin \theta_2 \phi_1)$

I คือ กระแสอินพุต

$$\iint_{S_1} (\bar{E}^i \times \bar{H}^{i*})^* d\bar{s}$$

$$= \frac{j\pi r_1^2}{\eta} \sum_m \left[\sum_w (1 + \delta_m) A_{mw}^2 \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w^*(kr_1)} \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_w^m}{\partial w} \right] \right] \Big|_{\theta=\theta_1}$$

$$+ \sum_v (1 - \delta_m) B_{mv}^2 \frac{L_v^*(kr_1)}{L_v^*(kr_1)} \frac{v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta P_v^m \frac{\partial P_v^m}{\partial v} \right] \Big|_{\theta=\theta_1}$$

$\iint_{S_2} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s}$ คือ กำลังงานของสนามภายนอกบริเวณ $r < r_1$ ที่ผ่านพื้นผิว S_2

เนื่องจากสนามภายนอกบริเวณ $r < r_1$ ไม่ออร์โธโกนอลบนพื้นผิว S_2 ดังนั้นการหาทอม

$\iint_{S_2} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s}$ จำเป็นจะต้องหาจากกำลังงานของสนามที่ผ่านพื้นผิวซึ่งสนาม

ออร์โธโกนอล ดังนี้

$$\iint_{S_2} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s} = \iint_{S^-} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s} - \iint_{S^+} (\bar{E}^{e+} \times \bar{H}^{e+*})^* d\bar{s} \quad (3.4.8)$$

เมื่อ

$\iint_{S^-} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*})^* d\bar{s}$ คือ กำลังงานของสนามภายนอกบริเวณ $r < r_1$ ที่ผ่านพื้นผิว S^-

$\iint_{S^+} (\bar{E}^{e+} \times \bar{H}^{e+*})^* d\bar{s}$ คือ กำลังงานของสนามภายนอกบริเวณ $r > r_1$ ที่ผ่านพื้นผิว S^+

การหา กำลังงานที่ผ่านพื้นผิวเหล่านี้ ใช้วิธีเดียวกับการหา กำลังงานของสนามภายในที่ผ่านพื้นผิว S_1 และอาศัยความสัมพันธ์

$$\int_0^\pi \left[\frac{m^2 P_n^m P_q^m}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta dP_n^m}{d\theta} \frac{dP_q^m}{d\theta} \right] d\theta = \begin{cases} \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!}; n=q \\ 0; n \neq q \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$\begin{aligned}
 & \iint_{S^-} (\bar{E}^{e-} \times \bar{H}^{e-*}) \cdot d\bar{s} \\
 &= \sum_m \sum_n \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[(E_\theta^{e-})_{mn}^{TM} (H_\phi^{e-})_{mn}^{TM*} - (E_\phi^{e-})_{mn}^{TM} (H_\theta^{e-})_{mn}^{TM*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \right. \\
 & \quad \left. + \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[(E_\theta^{e-})_{mn}^{TE} (H_\phi^{e-})_{mn}^{TE*} - (E_\phi^{e-})_{mn}^{TE} (H_\theta^{e-})_{mn}^{TE*} \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \right] \\
 &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[(-a_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \cos m\phi) \left(\frac{-j}{\eta} a_{mn} \frac{\hat{J}_n^*(kr_1)}{\hat{J}_n^*(kr_1)} \frac{dP_n^m}{d\theta} \cos m\phi \right) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \left(+a_{mn} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \sin m\phi \right) \left(\frac{-j}{\eta} a_{mn} \frac{\hat{J}_n^*(kr_1)}{\hat{J}_n^*(kr_1)} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \sin m\phi \right) \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \right. \\
 & \quad \left. + \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[(-b_{mn} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \cos m\phi) \left(\frac{j}{\eta} b_{mn} \frac{\hat{J}_n^*(kr_1)}{\hat{J}_n^*(kr_1)} \frac{mP_n^m}{\sin \theta} \cos m\phi \right) \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \left(b_{mn} \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin m\phi \right) \left(\frac{j}{\eta} b_{mn} \frac{\hat{J}_n^*(kr_1)}{\hat{J}_n^*(kr_1)} \frac{dP_n^m}{d\theta} \sin m\phi \right) \right] r_1^2 \sin \theta d\theta d\phi \right] \\
 &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j2\pi r_1^2}{\eta} \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \left[(1+\delta_m) a_{mn}^2 \frac{\hat{J}_n(kr_1)}{\hat{J}_n'(kr_1)} - (1-\delta_m) b_{mn}^2 \frac{\hat{J}_n'(kr_1)}{\hat{J}_n(kr_1)} \right]
 \end{aligned} \tag{3.4.9.a}$$

โดยวิธีเดียวกันจะได้ว่า

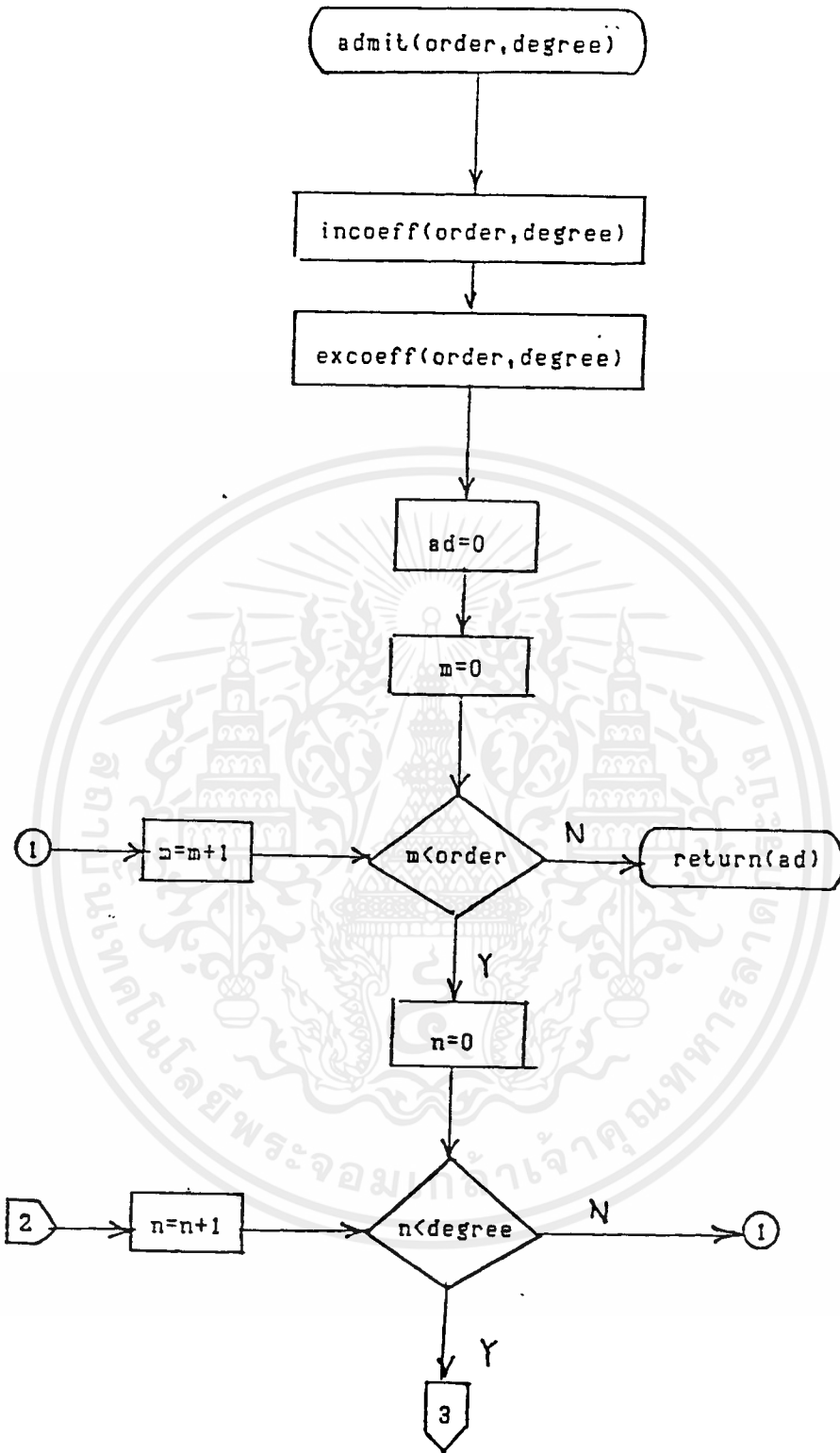
$$\begin{aligned}
 & \iint_{S^+} (\bar{E}^{e+} \times \bar{H}^{e+*}) \cdot d\bar{s} \\
 &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j2\pi r_1^2}{\eta} \frac{n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \left[(1+\delta_m) c_{mn}^2 \frac{\hat{H}_n^{(0)}(kr_1)}{\hat{H}_n^{(0)}(kr_1)} - (1-\delta_m) d_{mn}^2 \frac{\hat{H}_n^{(0)}(kr_1)}{\hat{H}_n^{(0)}(kr_1)} \right]
 \end{aligned} \tag{3.4.9.b}$$

ดังนั้นอินทิกรัลแอดมิทแตนซ์ คือ

เอกสารนี้เป็น $Y = \frac{1}{|V|^2} \left[\iint_{S_1} (\bar{E}^1 \times \bar{H}^1) \cdot d\bar{s} - \iint_{S_2} (\bar{E}^{e+} \times \bar{H}^{e+*}) \cdot d\bar{s} \right]$ อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

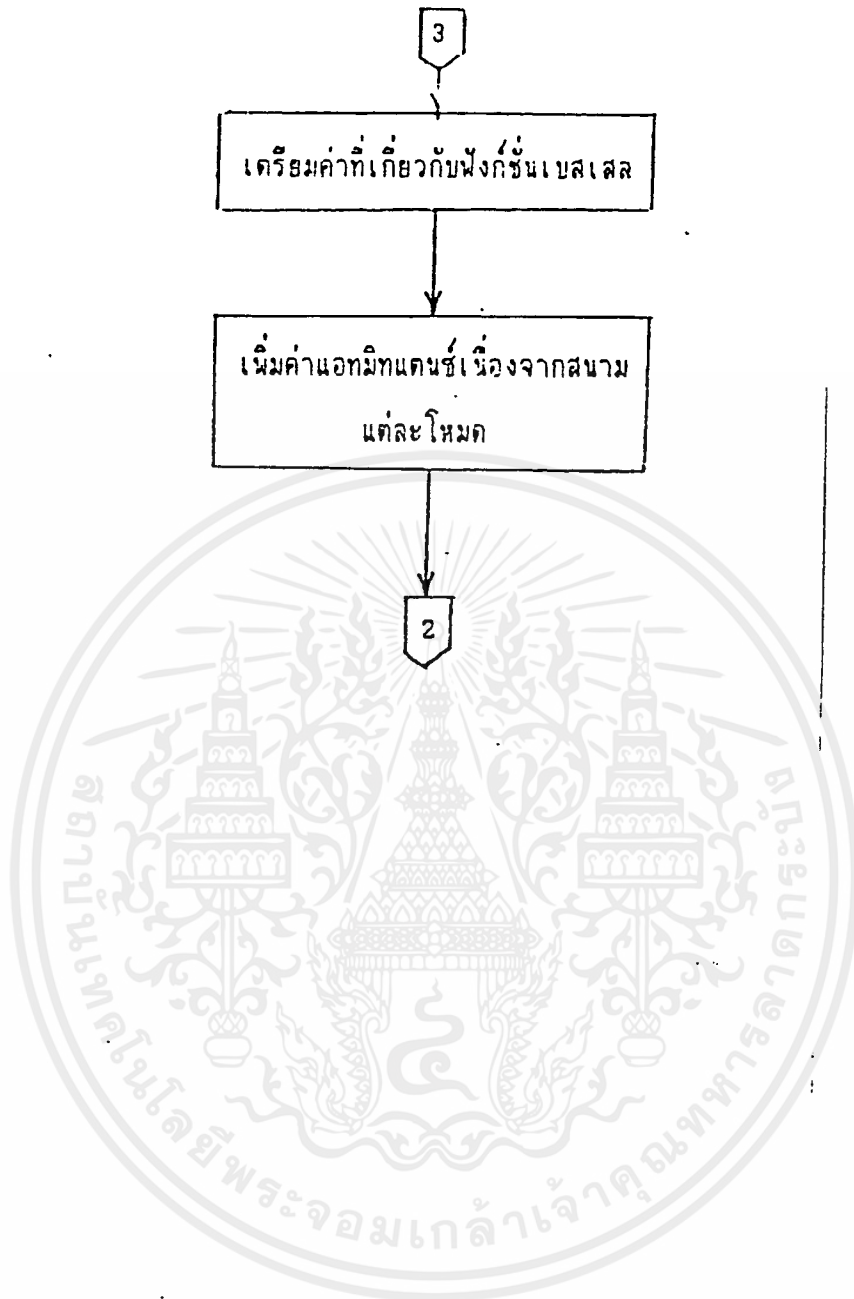
$$\begin{aligned}
&= \frac{j\pi r_1^2}{\eta} \left\{ \sum_m \left[\sum_w (1 + \delta_m) A_{mw}^2 \frac{K_w^*(kr_1)}{K_w'(kr_1)} \frac{w(w+1)}{2w+1} \left[\sin \theta \frac{\partial P_w^m}{\partial \theta} \frac{\partial P_w^m}{\partial w} \right] \right] \right\}_{\theta = \theta_1} \\
&\quad + \sum_v (1 - \delta_m) B_{mv}^2 \frac{L_v'(kr_1)}{L_v(kr_1)} \frac{v(v+1)}{2v+1} \left[\sin \theta P_v^m \frac{\partial P_v^m}{\partial v \partial \theta} \right]_{\theta = \theta_1} \\
&\quad - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2n(n+1)(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \left[(1 + \delta_m) a_{mn}^2 \frac{\hat{J}_n(kr_1)}{\hat{J}_n'(kr_1)} - (1 - \delta_m) b_{mn}^2 \frac{\hat{J}_n'(kr_1)}{\hat{J}_n(kr_1)} \right] \\
&\quad \left. - (1 + \delta_m) c_{mn}^2 \frac{\hat{H}_n^{(2)}(kr_1)}{\hat{H}_n'^{(2)}(kr_1)} + (1 - \delta_m) d_{mn}^2 \frac{\hat{H}_n'^{(2)}(kr_1)}{\hat{H}_n^{(2)}(kr_1)} \right\} \tag{3.4.10}
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7(๒) ผังงานหาอินเวอร์สแมทริกซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7(๖) ผังงานหาอินพุทแอดมิทแตนซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

การทดลองและผลการทดลอง

ลำดับขั้นตอนการคำนวณเพื่อหาค่าอินพุตแอมิตแดนซ์ของสายอากาศที่มีควัตี่ทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด โดยเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรแต่ละตัว เป็นดังนี้

1. การคำนวณหาค่าคิกรีและออร์เดอร์ (degree and order) ที่ทำให้ค่าอินพุตแอมิตแดนซ์เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง (Convergence Checking) โดยกำหนดค่าตัวแปรต่าง ๆ ดังนี้

ความถี่ที่ใช้ = 3 GHz

มุมของกรวย = 54.5 องศา

ตำแหน่งของช่องเปิด = 45.0 องศา

ความยาวของช่องเปิด = 1.0 ซม.

จากกราฟรูปที่ 4.1-4.6 สรุปได้ว่าค่าคิกรีและออร์เดอร์ที่เหมาะสมคือ คิกรีเท่ากับ 6 และออร์เดอร์เท่ากับ 15

2. จากค่าคิกรีและออร์เดอร์ที่ได้ตามข้อ 1. เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวของช่องเปิดและความถี่ที่ใช้ดังนี้

ความถี่ที่ใช้ = 2.0, 2.45, 3.0 GHz

มุมของกรวย = 54.5 องศา

ตำแหน่งของช่องเปิด = 45.0 องศา

ความยาวของช่องเปิด = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 ซม.

จากกราฟรูปที่ 4.7-4.12 สรุปได้ว่าค่าความถี่และความยาวของช่องเปิดที่เลือก คือ 2.45 GHz และ 1.5 ซม. ตามลำดับ

3. จากค่าคิกรีและออร์เดอร์ที่ได้ตามข้อ 1. โดยที่

ความถี่ที่ใช้ = 2.45 GHz

มุมของกรวย = 54.5 องศา

ตำแหน่งของช่องเปิด = 30.0, 35.0, 40.0, 45.0, 50.0 องศา

ความยาวของช่องเปิด = 1.5 ซม.

4. จากค่าคิกรีและออร์เดอร์ที่ได้ตามข้อ 1. โดยที่

ความถี่ที่ใช้ = 9.0-11.0 GHz

มุมของกรวย = 36.0 องศา

ตำแหน่งของช่องเปิด = 31.0 องศา

ความยาวของช่องเปิด = 0.1, 0.2, 0.3 ซม.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากราฟรูปที่ 4.15-4.16 สรุปได้ว่าค่าความยาวของช่องเปิดที่เหมาะสมคือ 0.1 และ 0.3 ซม. การที่เลือกค่าความยาวของช่องเปิด 2 ค่านี้ เนื่องจากต้องการทราบผลของการเปลี่ยนแปลงค่าตำแหน่งของช่องเปิดเมื่อความถี่ที่ใช้มีค่าสูงขึ้น

5. จากค่าคิกริและออร์เคอร์ที่ได้ตามข้อ 1. โดยที่

$$\text{ความถี่ที่ใช้} = 9.0-11.0 \text{ GHz}$$

$$\text{มุมของกรวย} = 36.0 \text{ องศา}$$

$$\text{ตำแหน่งของช่องเปิด} = 27.0, 29.0, 31.0, 33.0, 35.0 \text{ องศา}$$

$$\text{ความยาวของช่องเปิด} = 0.1 \text{ ซม.}$$

6. จากค่าคิกริและออร์เคอร์ที่ได้ตามข้อ 1. โดยที่

$$\text{ความถี่ที่ใช้} = 9.0-11.0 \text{ GHz}$$

$$\text{มุมของกรวย} = 36.0 \text{ องศา}$$

$$\text{ตำแหน่งของช่องเปิด} = 27.0, 29.0, 31.0, 33.0, 35.0 \text{ องศา}$$

$$\text{ความยาวของช่องเปิด} = 0.3 \text{ ซม.}$$

7. จากค่าคิกริและออร์เคอร์ที่ได้ตามข้อ 1. โดยที่

$$\text{ความถี่ที่ใช้} = 2.45 \text{ GHz}$$

$$\text{มุมของกรวย} = 54.5 \text{ องศา}$$

$$\text{ตำแหน่งของช่องเปิด} = 45.0 \text{ องศา}$$

$$\text{ความยาวของช่องเปิด} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \text{ ซม.}$$

$$\text{ค่าความยอมรับสนามไฟฟ้าสัมพัทธ์} = 81.0$$

หมายเหตุ ค่าความยอมรับสนามไฟฟ้าตั้งแต่ข้อ 1-6 เท่ากับ 377.0

8. กราฟรูปที่ 4.23 แสดงตำแหน่งความถี่ที่เกิดการกำทอน (Resonance) ของสายอากาศที่มีควิตรีทงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด จะเห็นได้ว่าสายอากาศนี้เกิดการกำทอนที่ความถี่ 11.105 Ghz

9. กราฟรูปที่ 4.24-4.25 แสดงค่าอินพุตแอมิตแดนซ์ของสายอากาศที่มีค่าวิค้ทรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิดในทางปฏิบัติที่ได้จากการทดลองวัด โดยที่

ความถี่ที่ใช้ = 9.0-11.0 GHz

มุมของกรวย = 36.0 องศา

ตำแหน่งของช่องเปิด = 31.0 องศา

ความยาวของช่องเปิด = 0.1 และ 0.3 ซม.

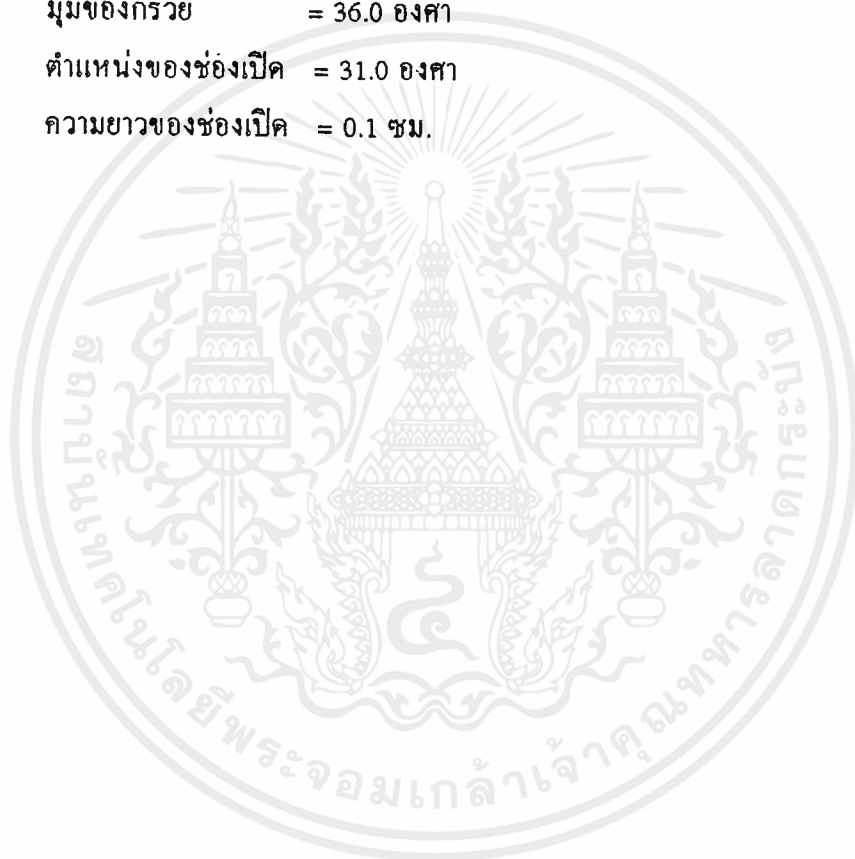
10. กราฟรูปที่ 4.26 แสดงค่าอินพุตแอมิตแดนซ์ที่ได้จากการวัด โดยที่

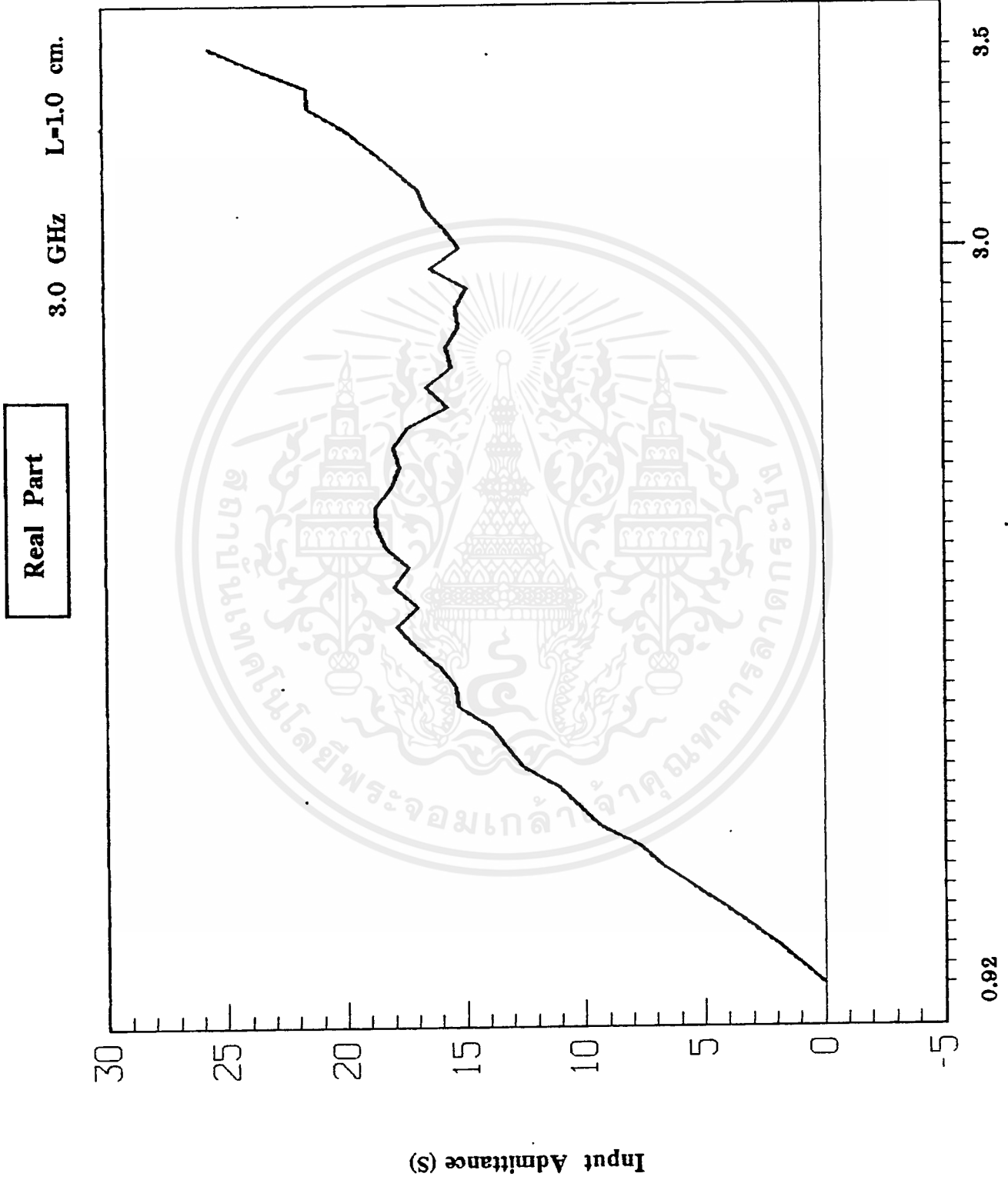
ความถี่ที่ใช้ = 9.0-11.0 GHz

มุมของกรวย = 36.0 องศา

ตำแหน่งของช่องเปิด = 31.0 องศา

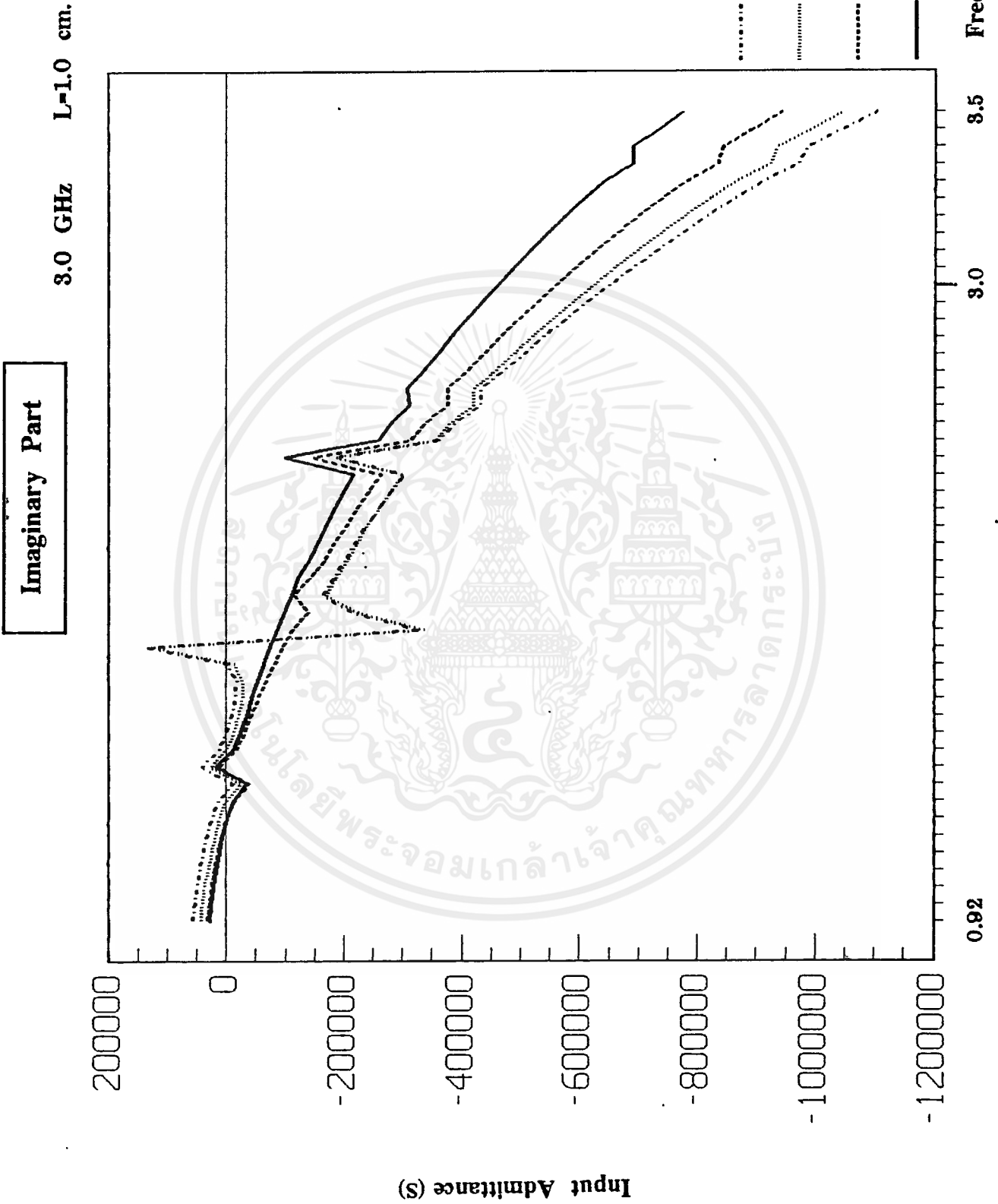
ความยาวของช่องเปิด = 0.1 ซม.





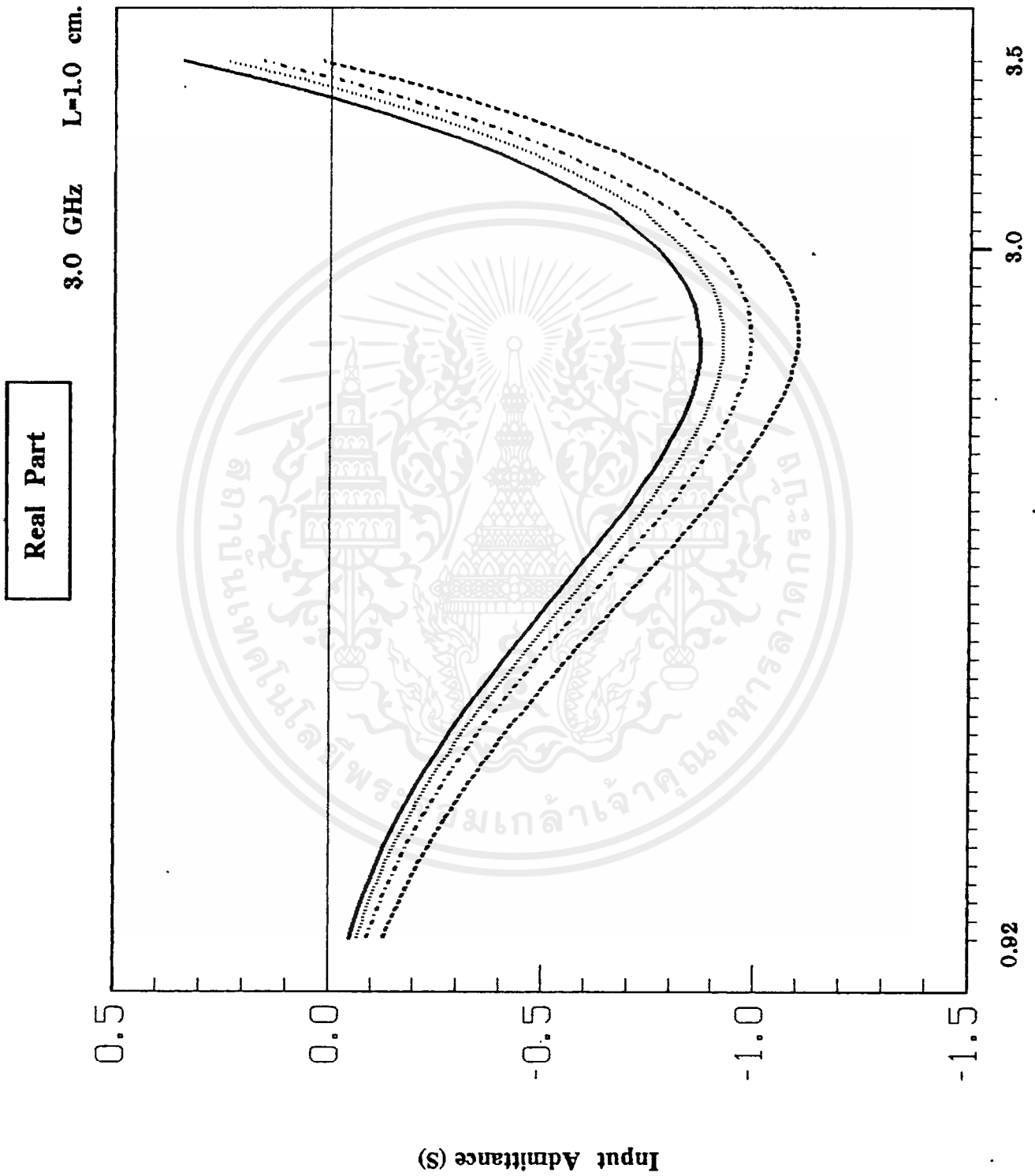
รูปที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



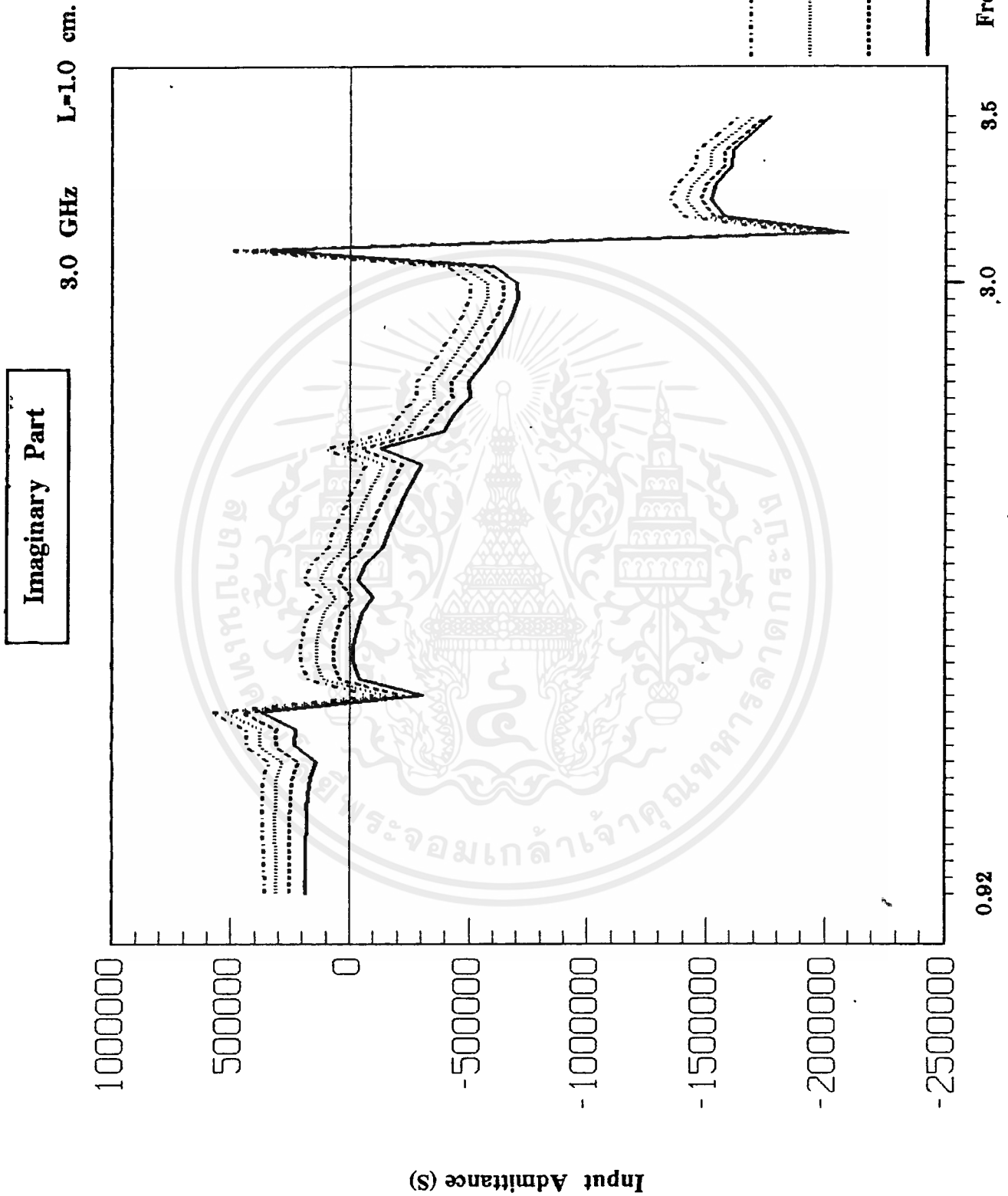
รูปที่ 4.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

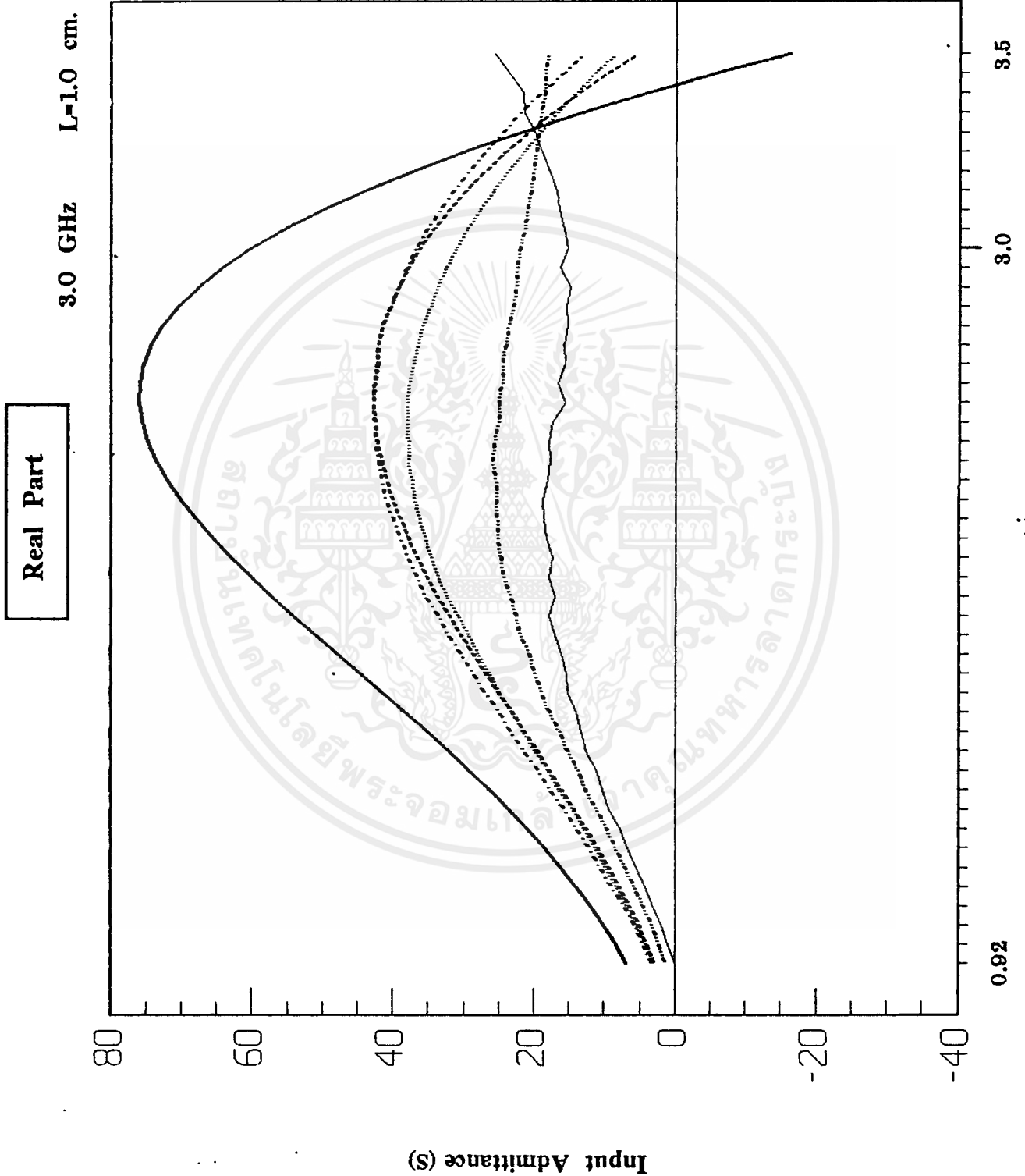


รูปที่ 4.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

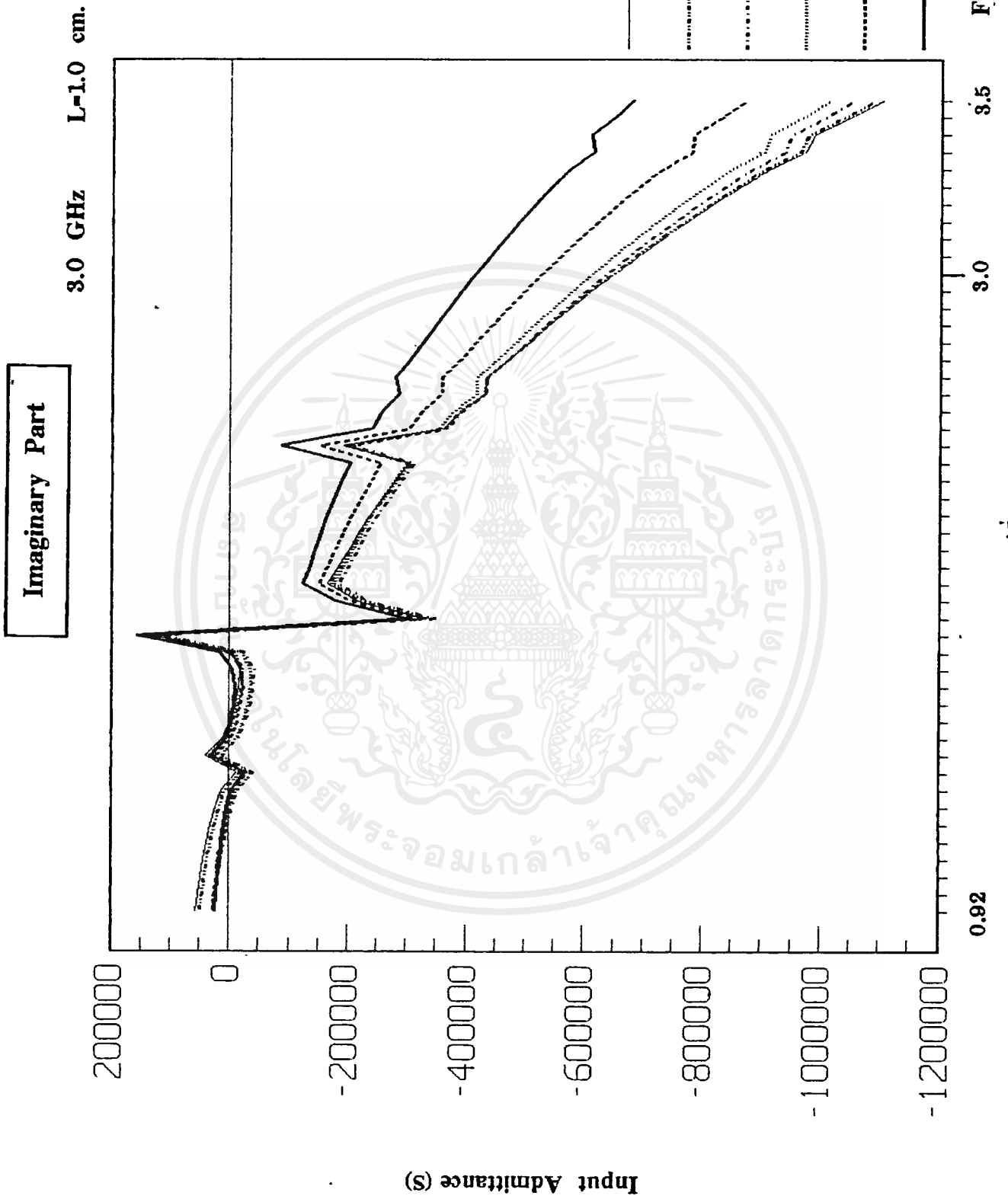


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



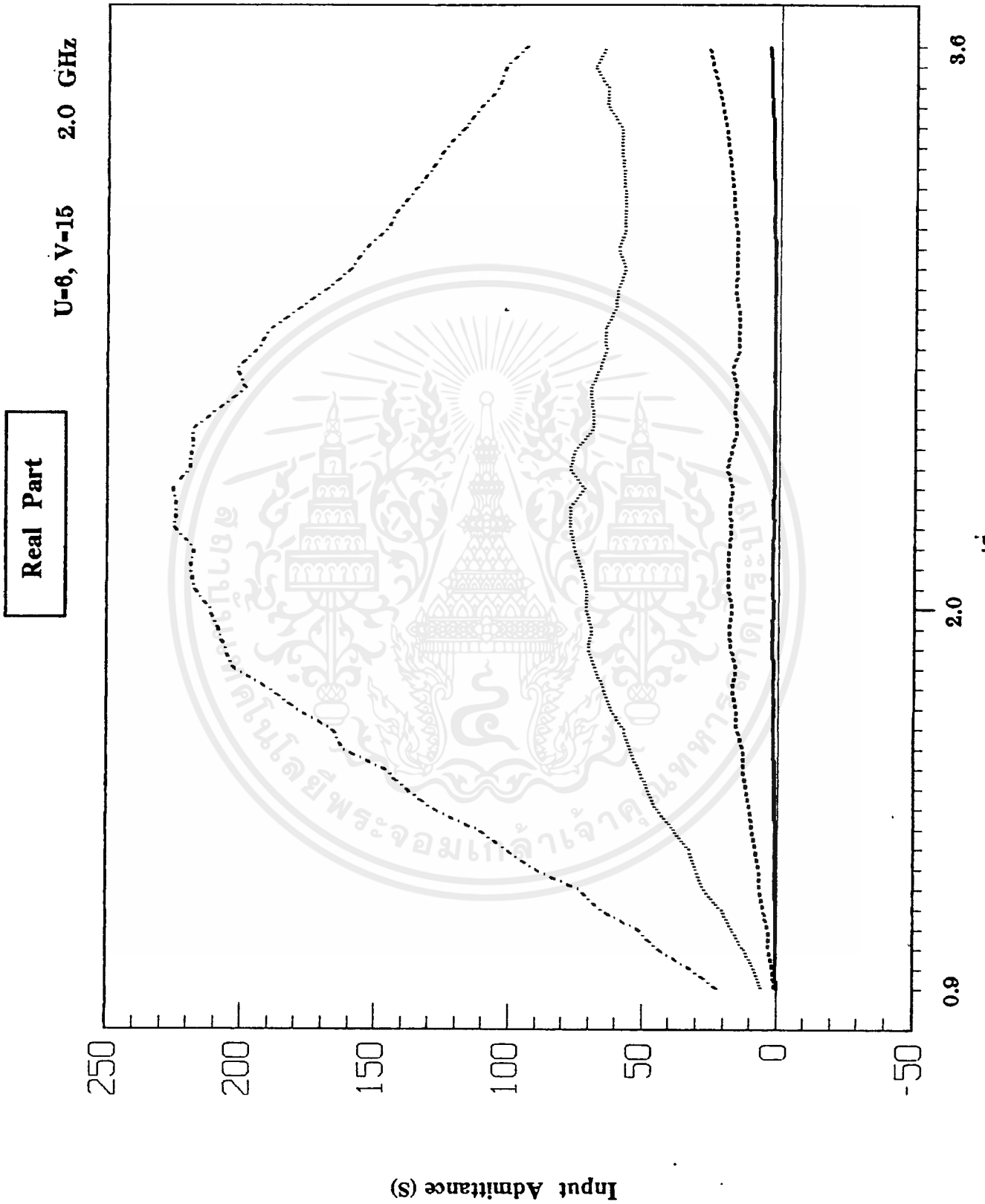
รูปที่ 4.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



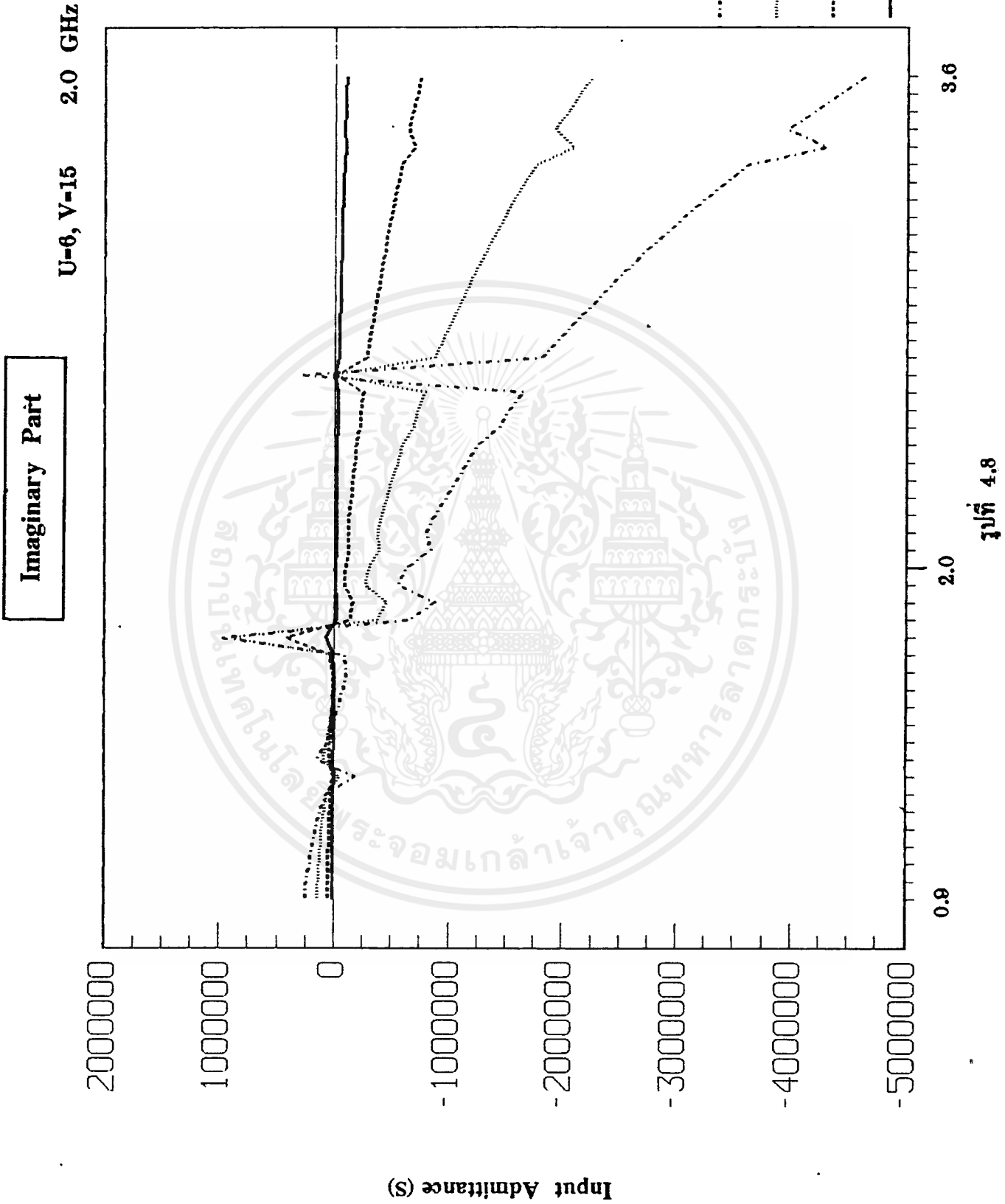
รูปที่ 4.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



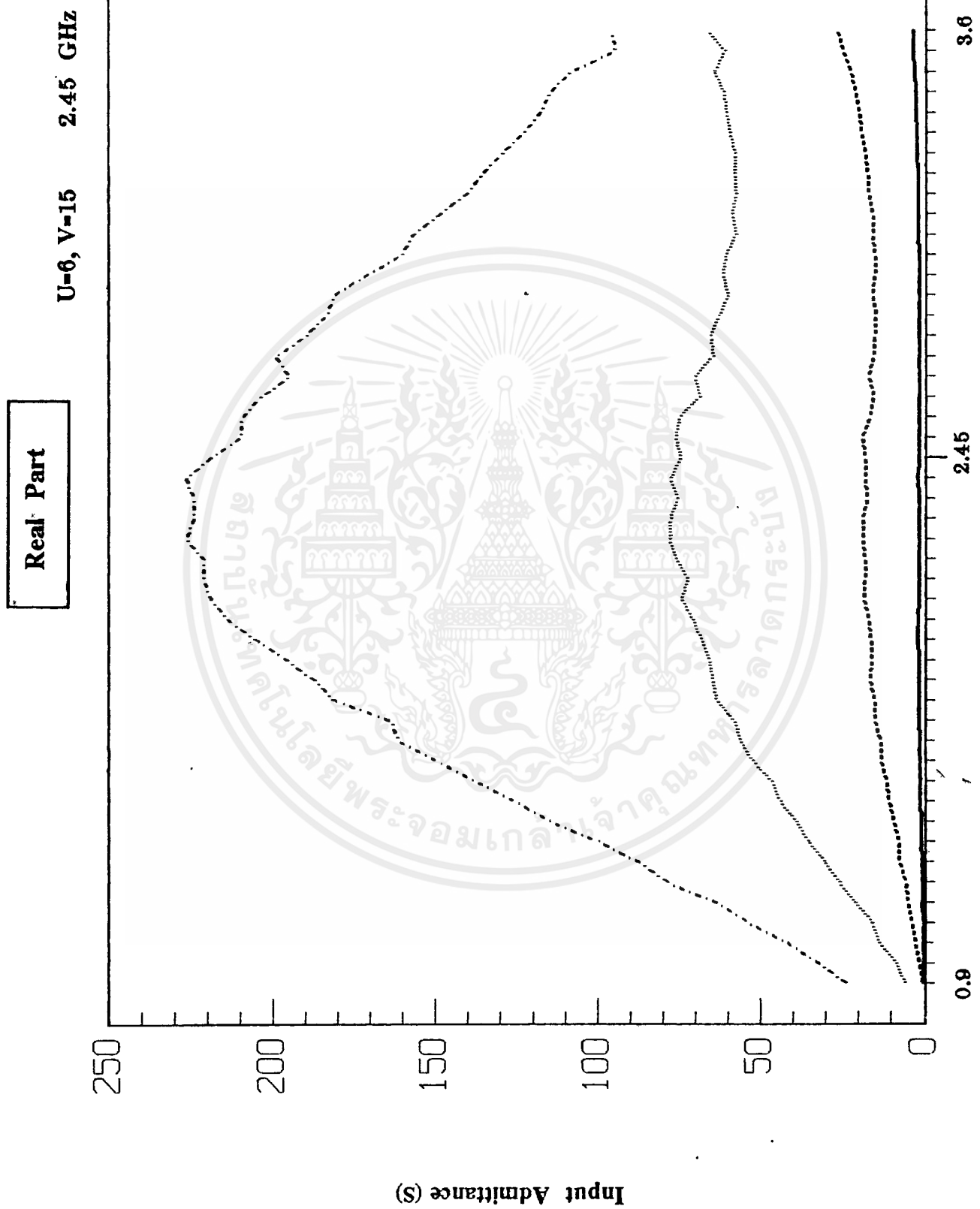
รูปที่ 4.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

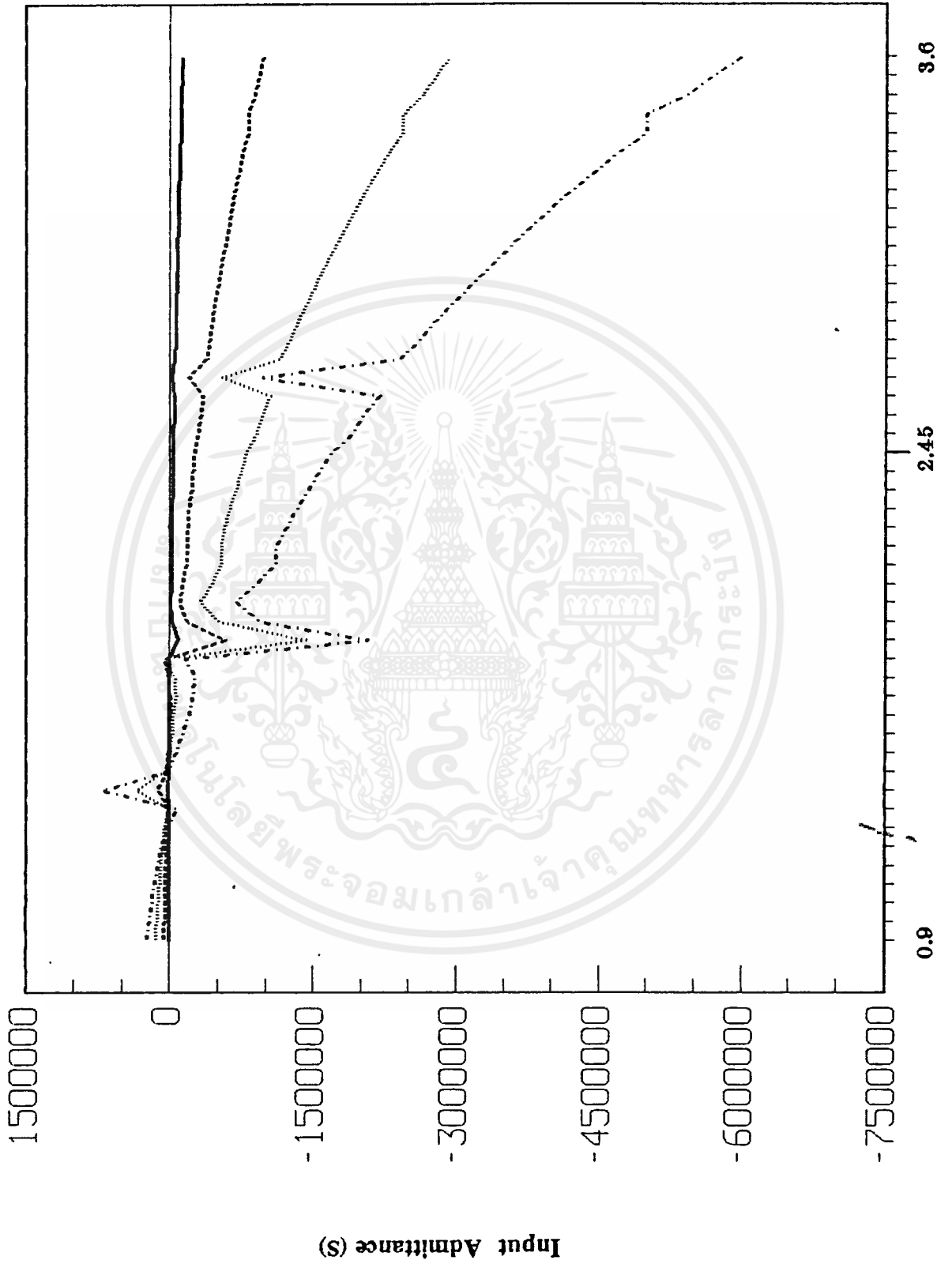


รูปที่ 4.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

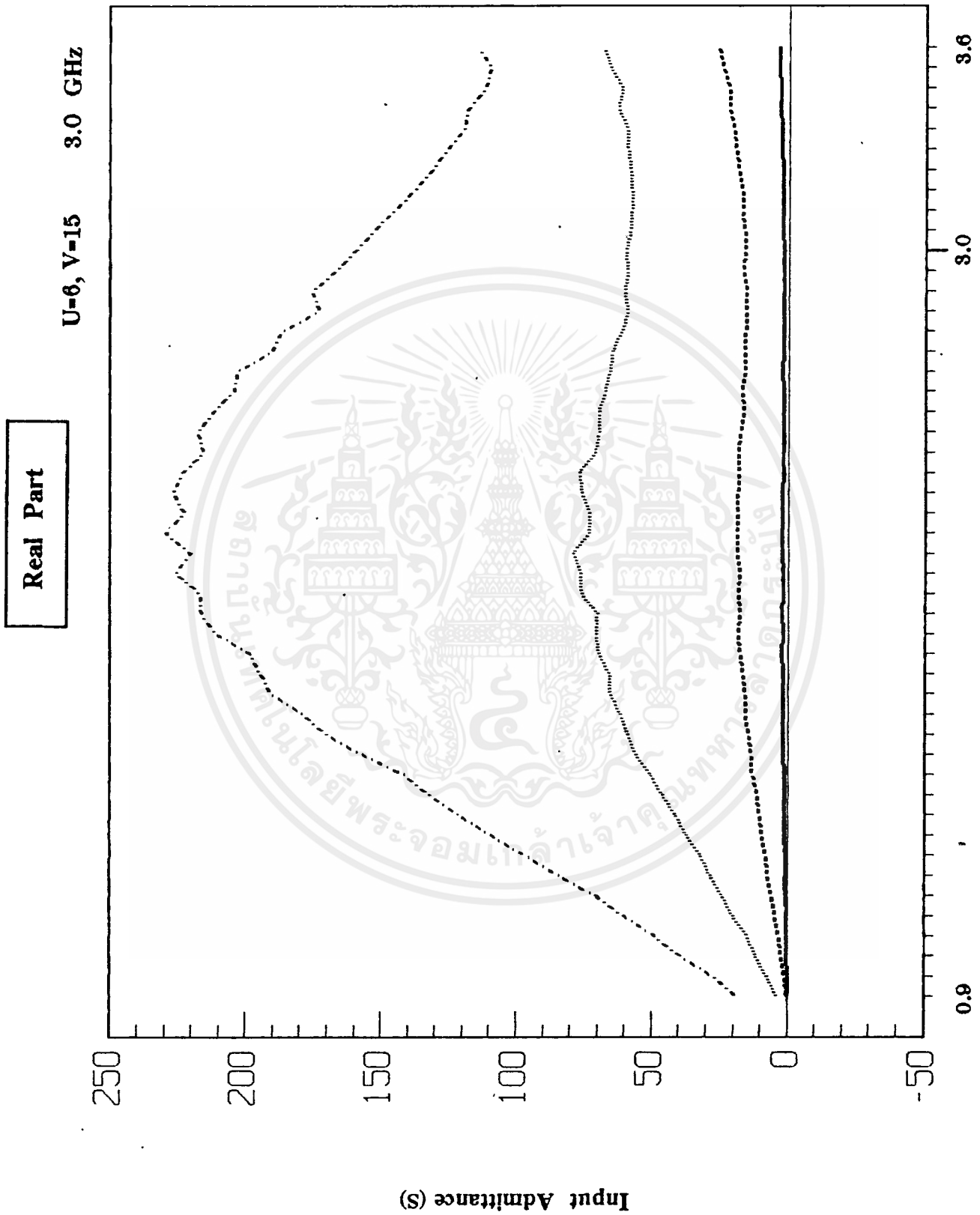
U=6, V=15 · 2.45 GHz

Imaginary Part



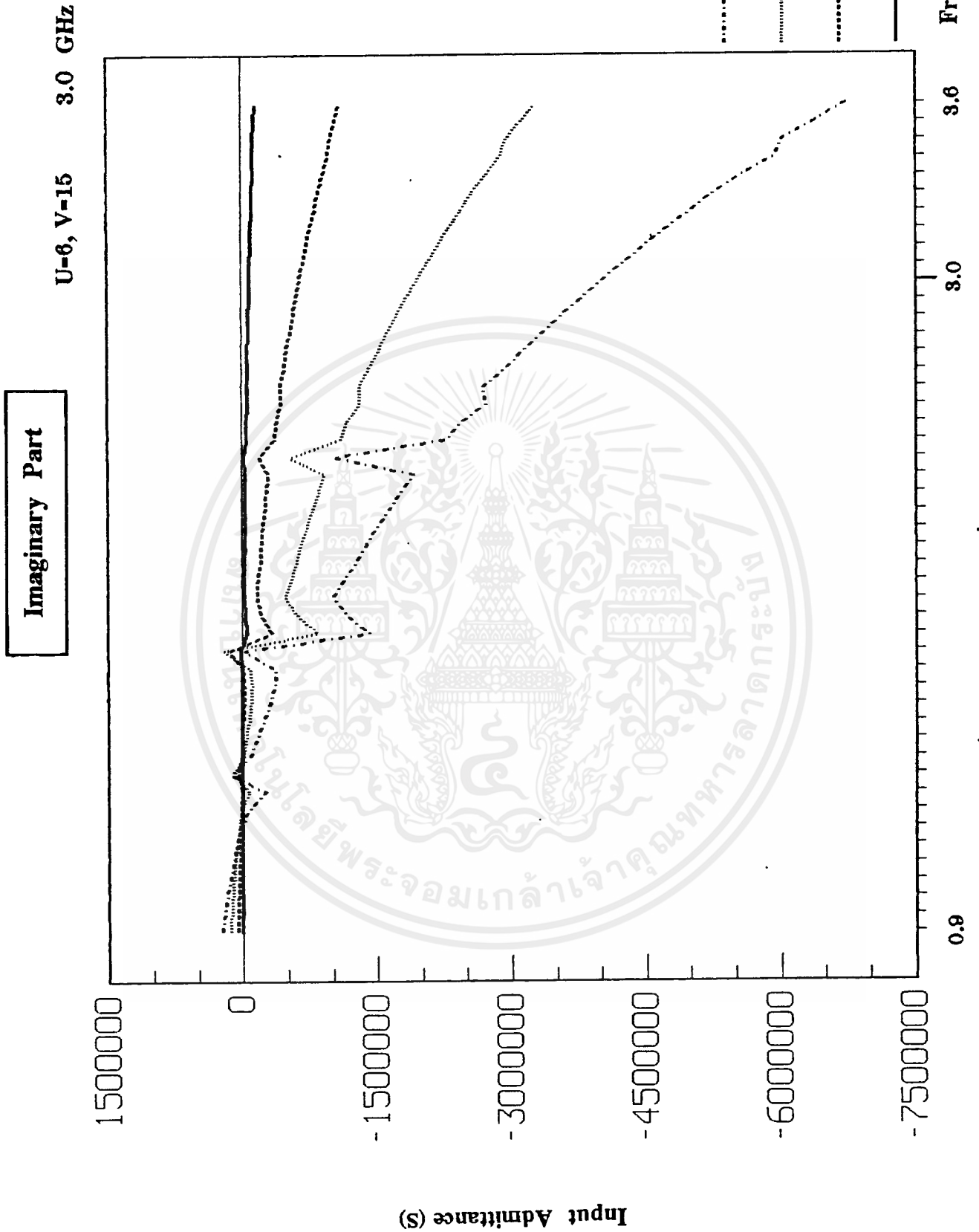
รูปที่ 4.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12

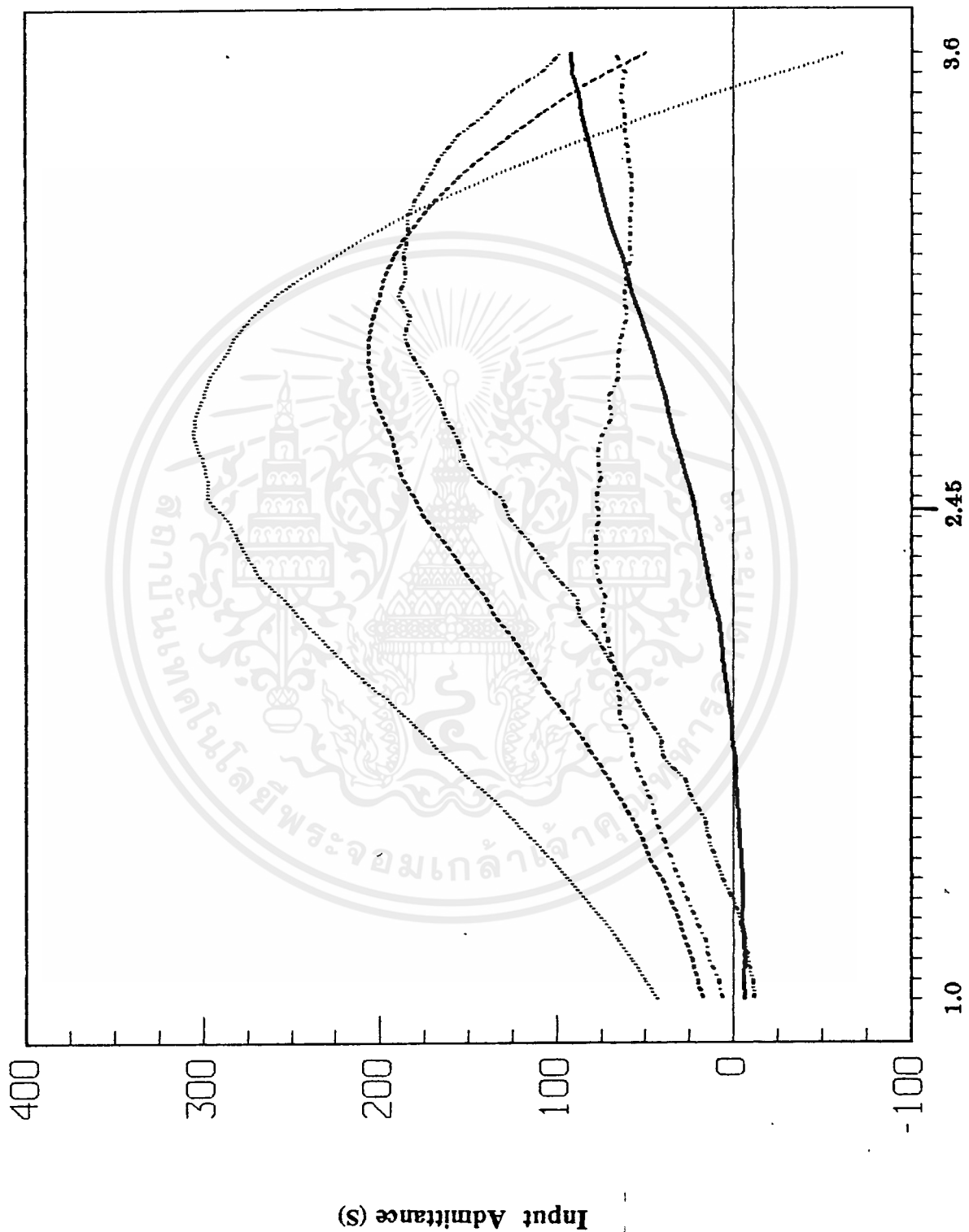
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Real Part

U=8, V=15 2.45 GHz

L=1.5 cm.

$$\theta_c = 54.5^\circ$$

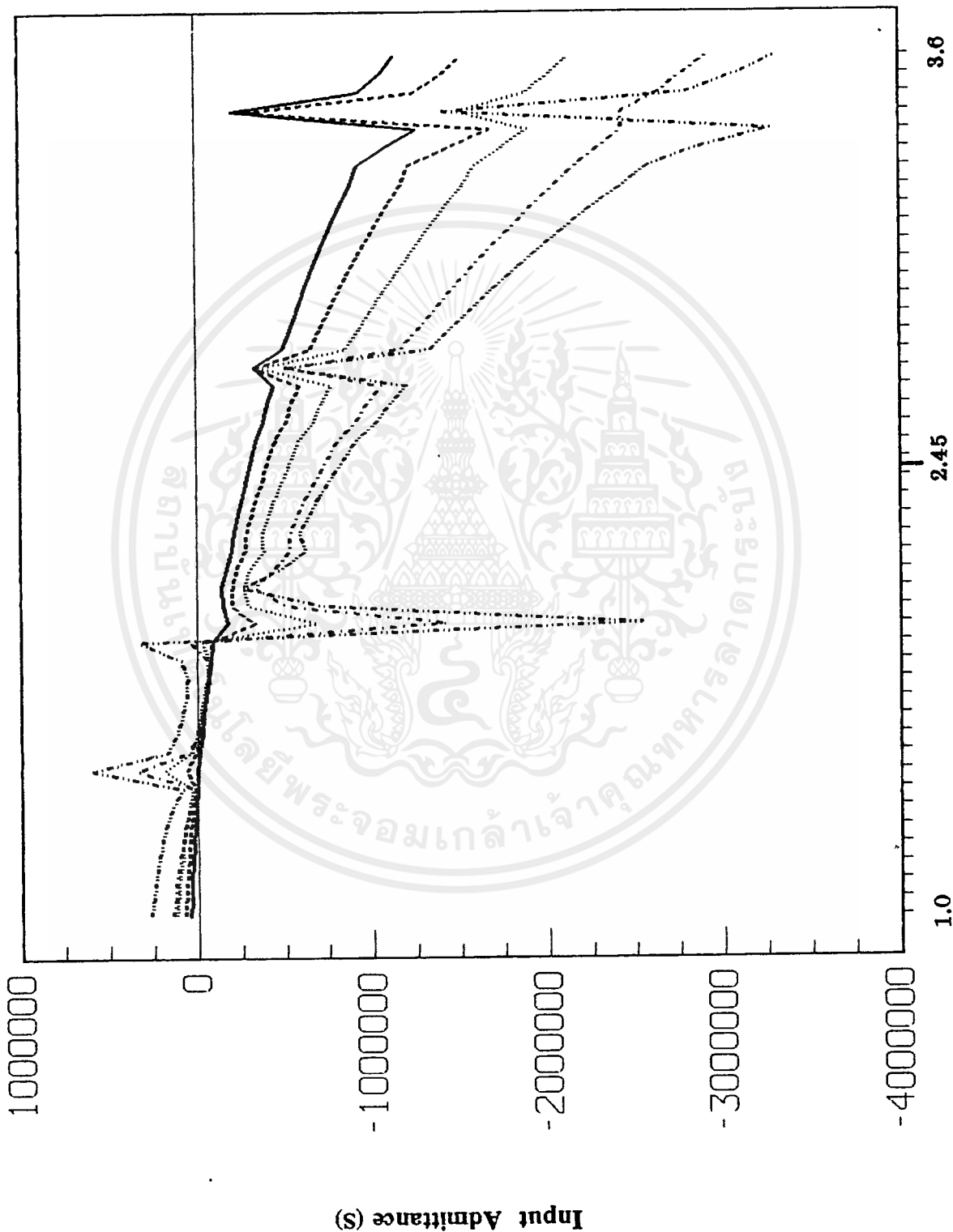


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Imaginary Part

U-6, V-15 2.45 GHz L=1.5 cm.

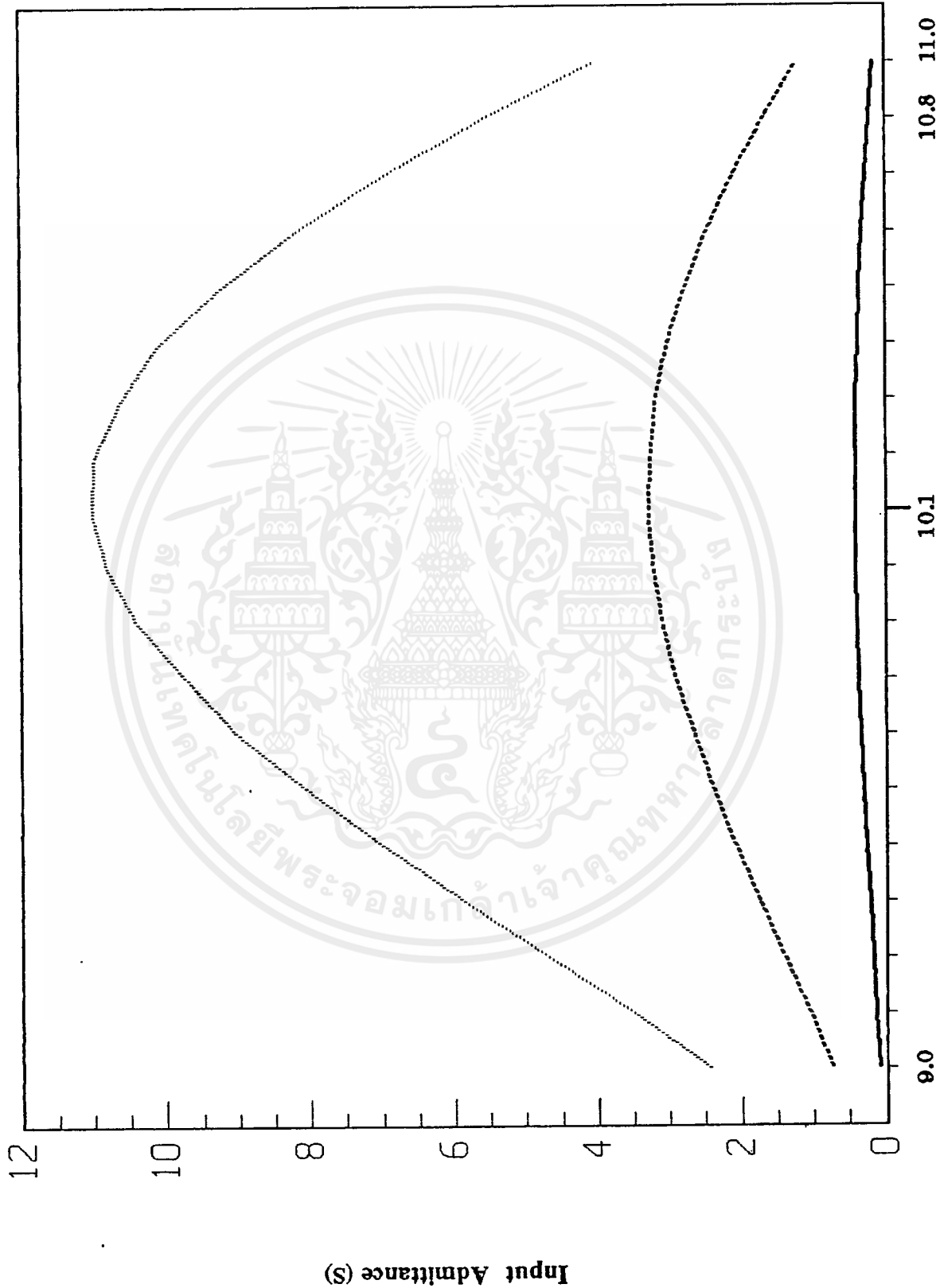
$$\theta_c = 54.5^\circ$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Real Part

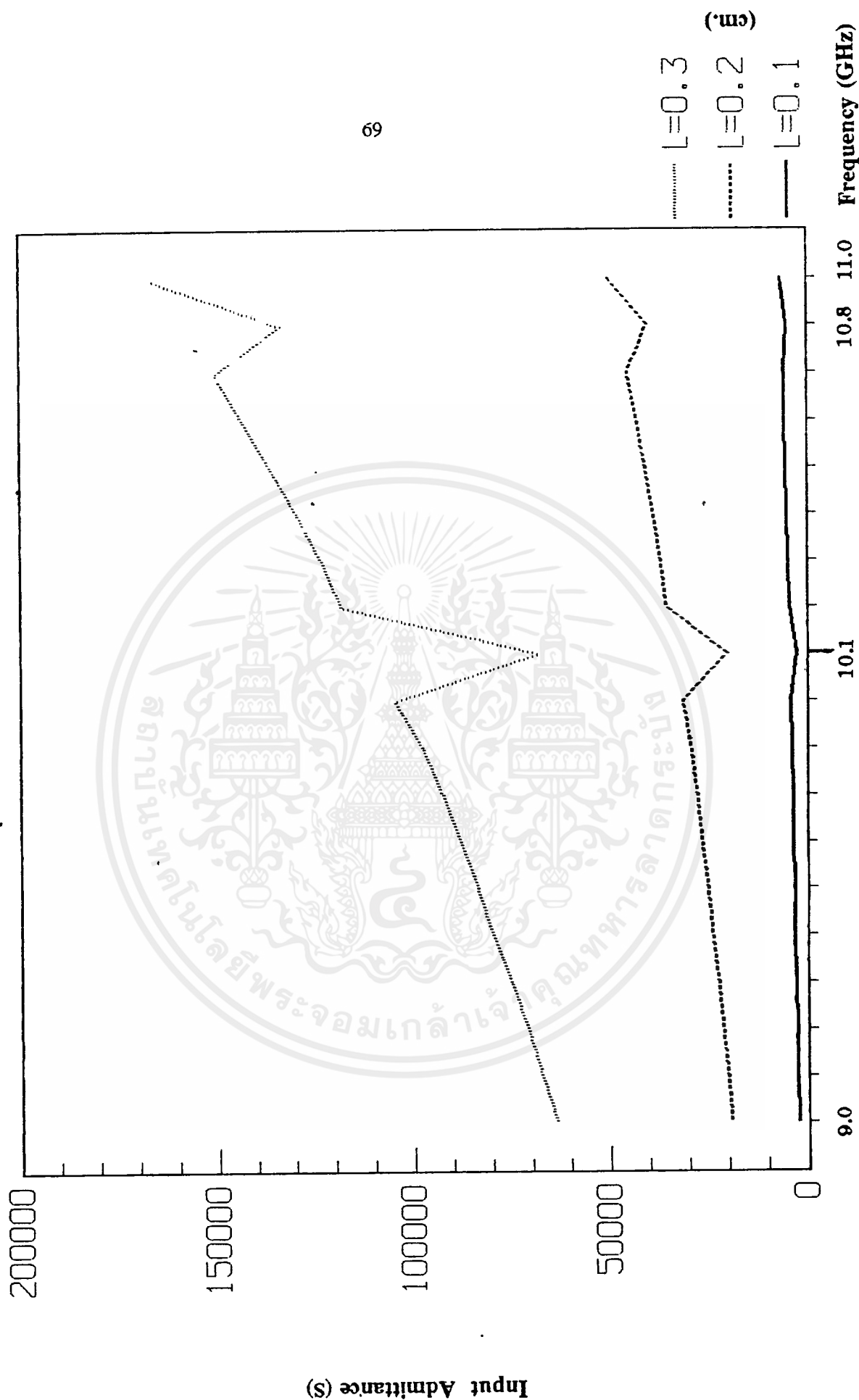
$U=6, V=15$ $\theta_c = 36^\circ$ $\theta_0 = 31^\circ$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Imaginary Part

$U=6, V=15$ $\theta_c = 36^\circ$ $\theta_o = 31^\circ$



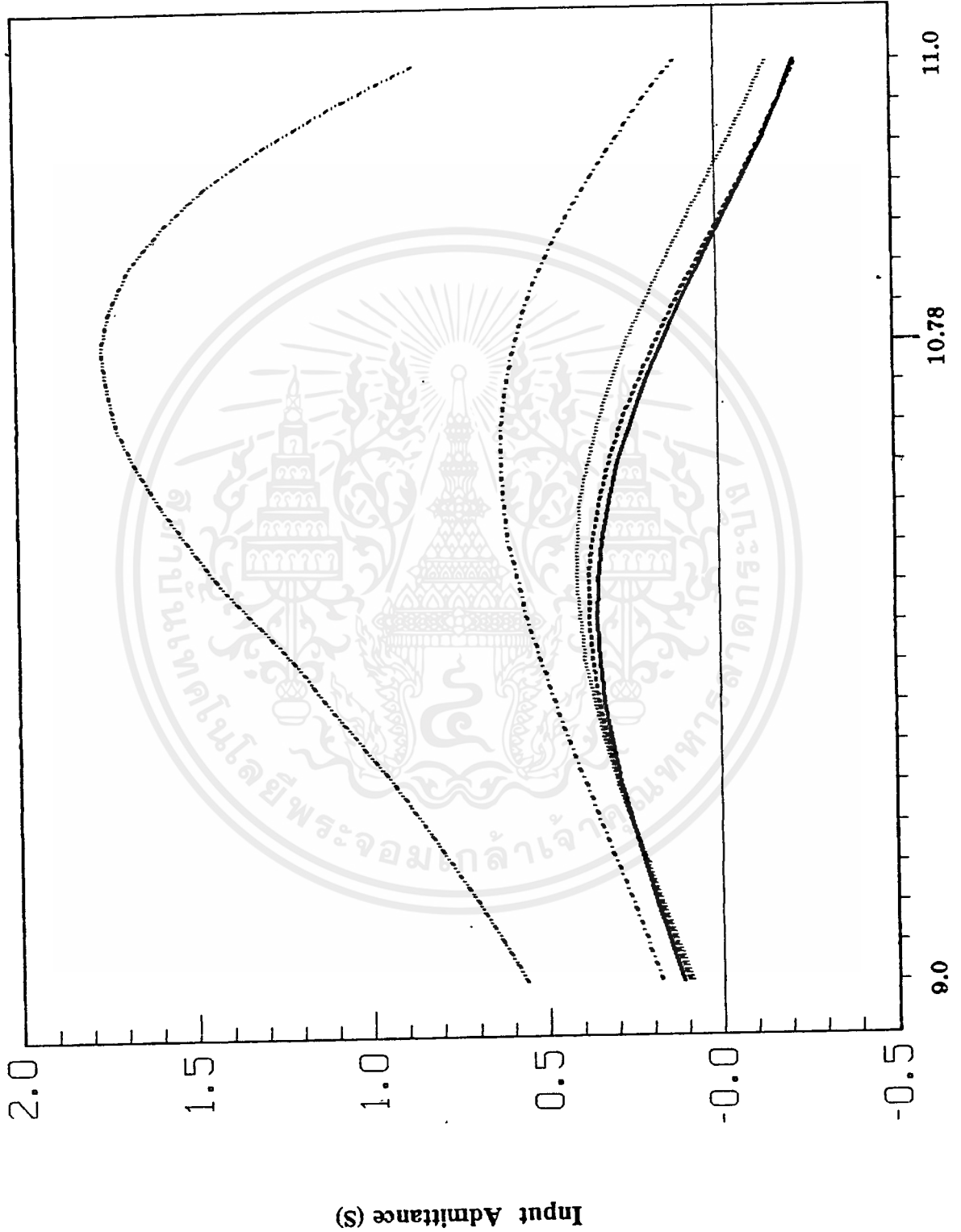
รูปที่ 4.16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Real Part

$$\theta_c = 36^\circ$$

U=6, V=15 L=0.1 cm.

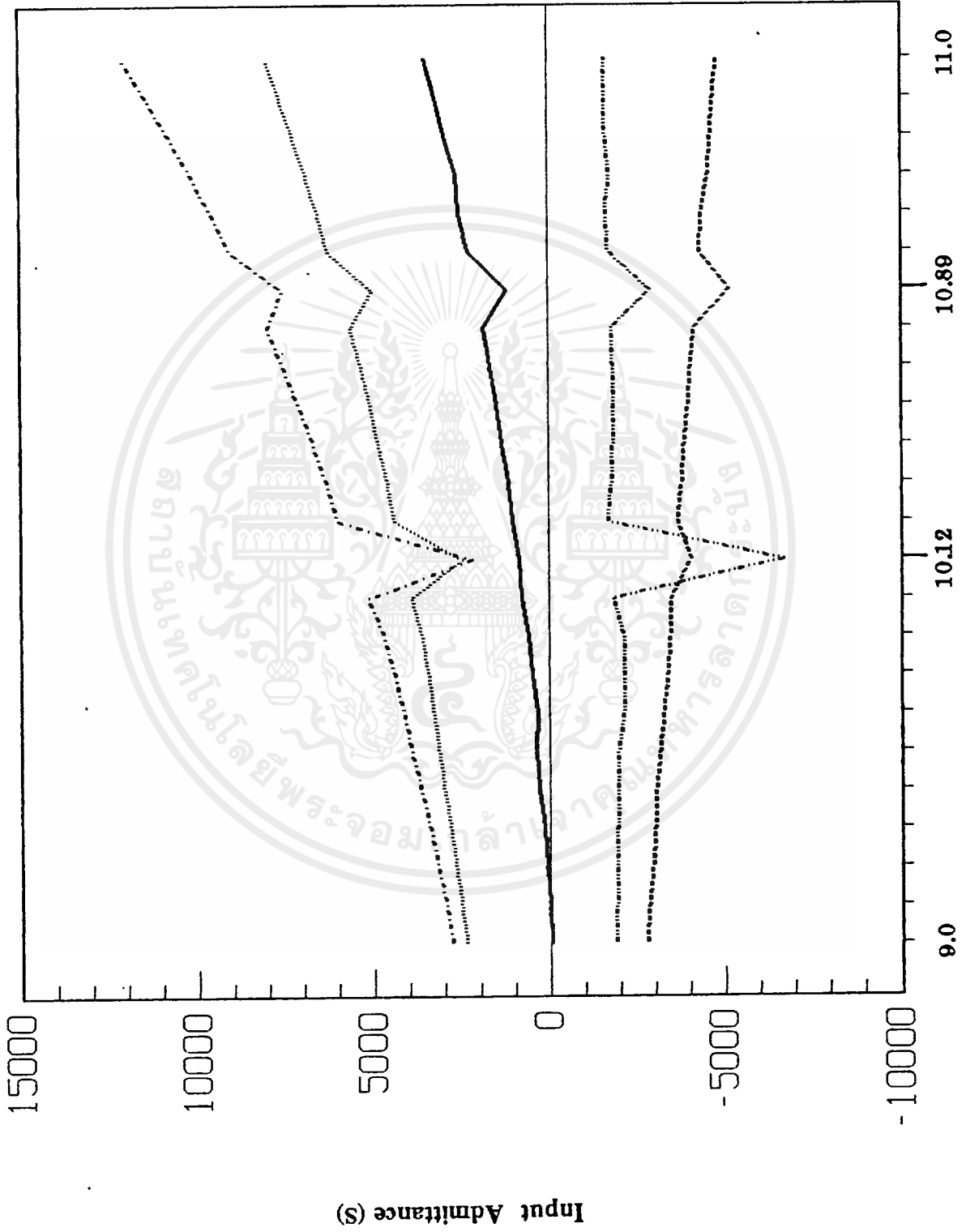


รูปที่ 4.17

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Imaginary Part

U=6, V=16 L=0.1 cm. $\theta_c = 36^\circ$

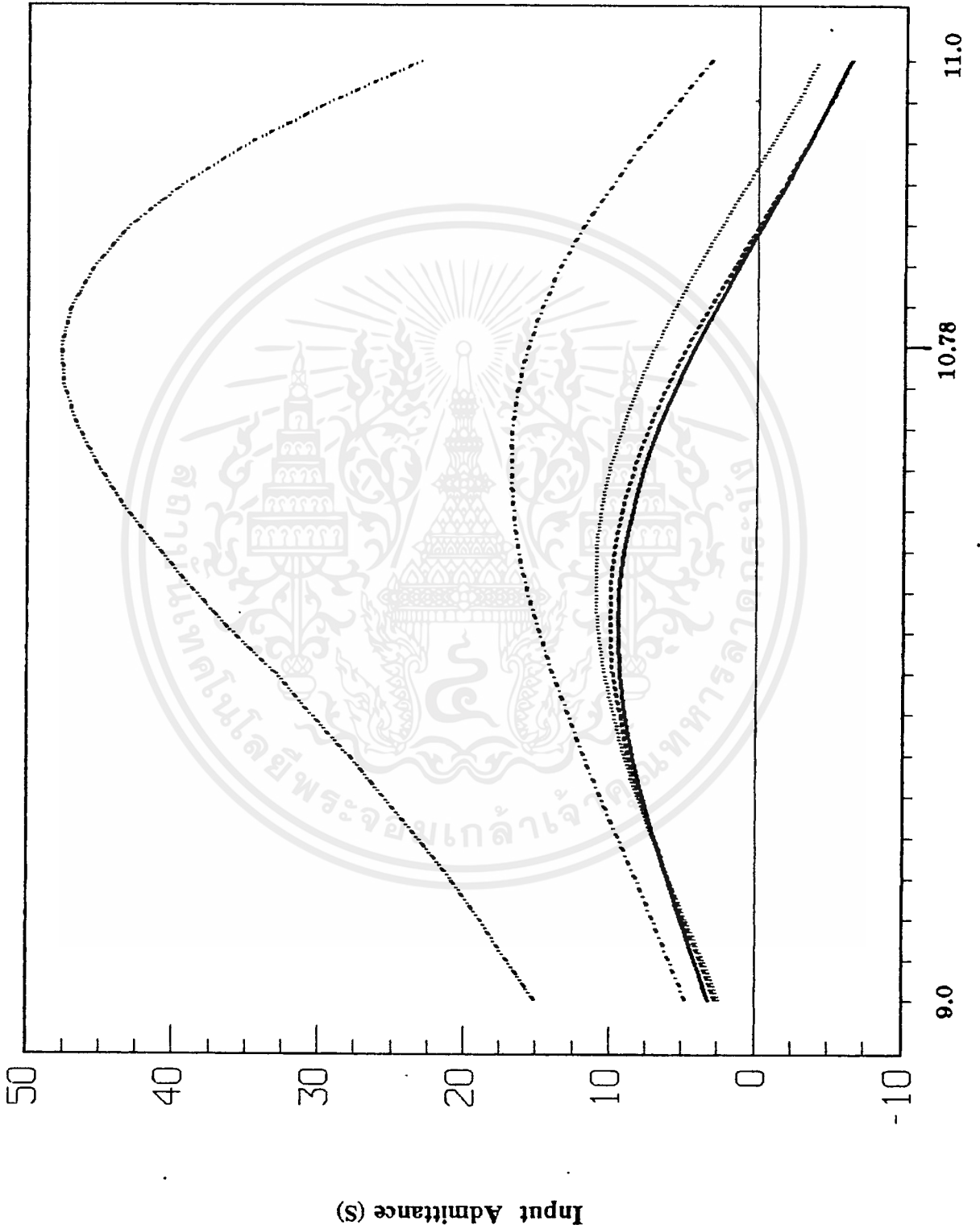


รูปที่ 4.18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Real Part

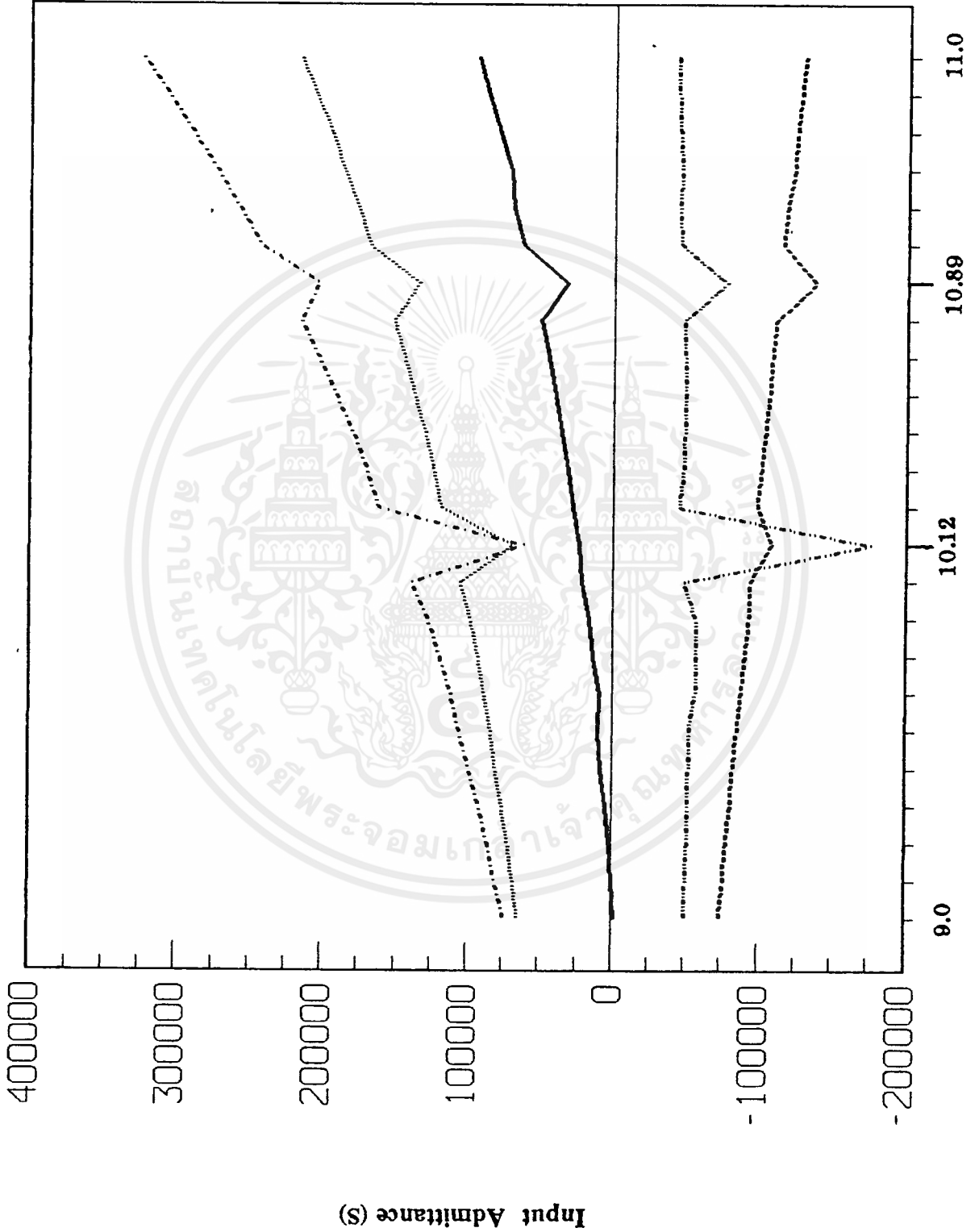
U=6, V=15 L=0.8 cm. $\theta_c = 36^\circ$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Imaginary Part

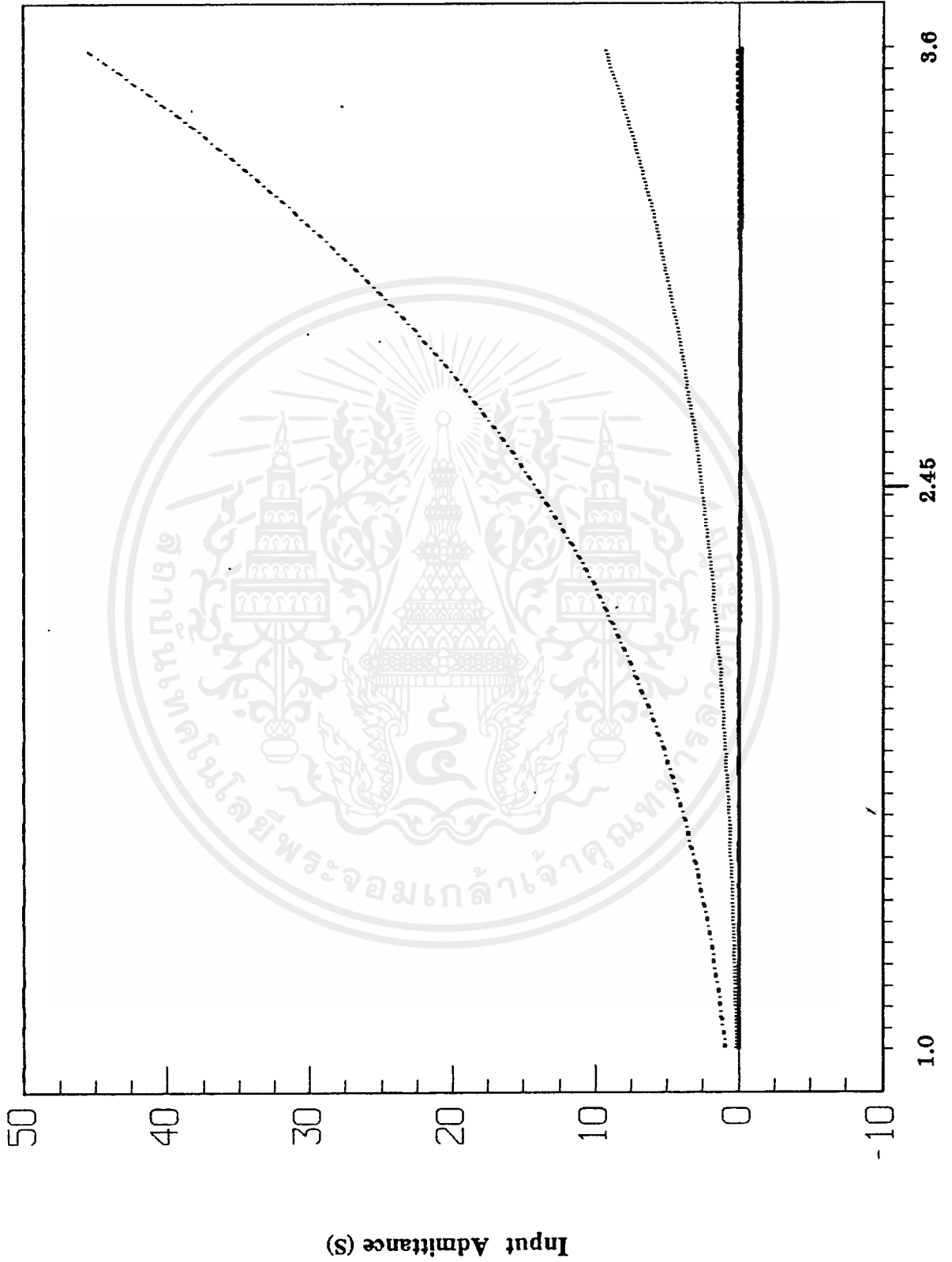
U=6, V=15 L=0.3 cm. $\theta_c = 36^\circ$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Real Part

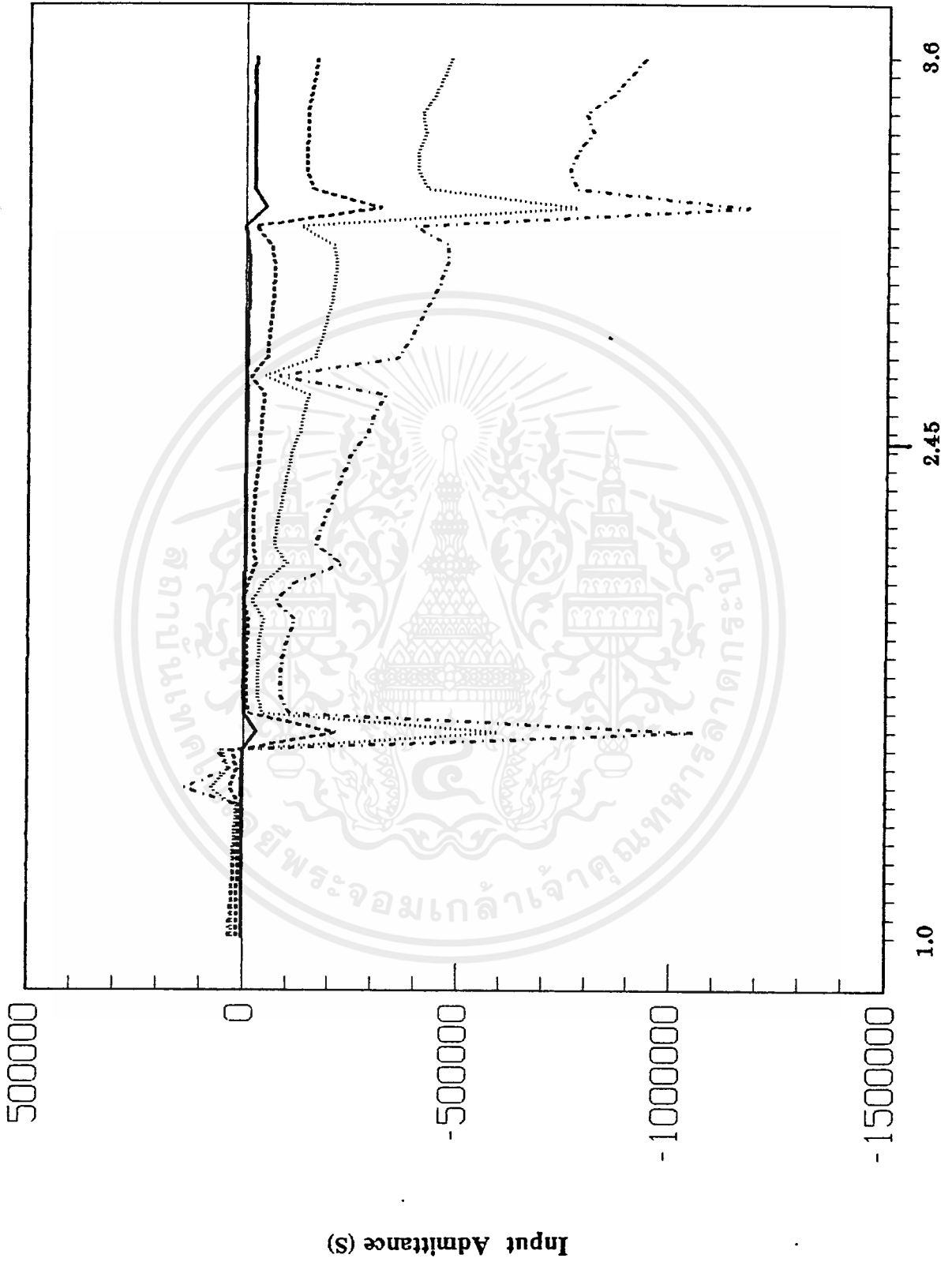
U=6, V=15 2.45 GHz $\epsilon_r = 81$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

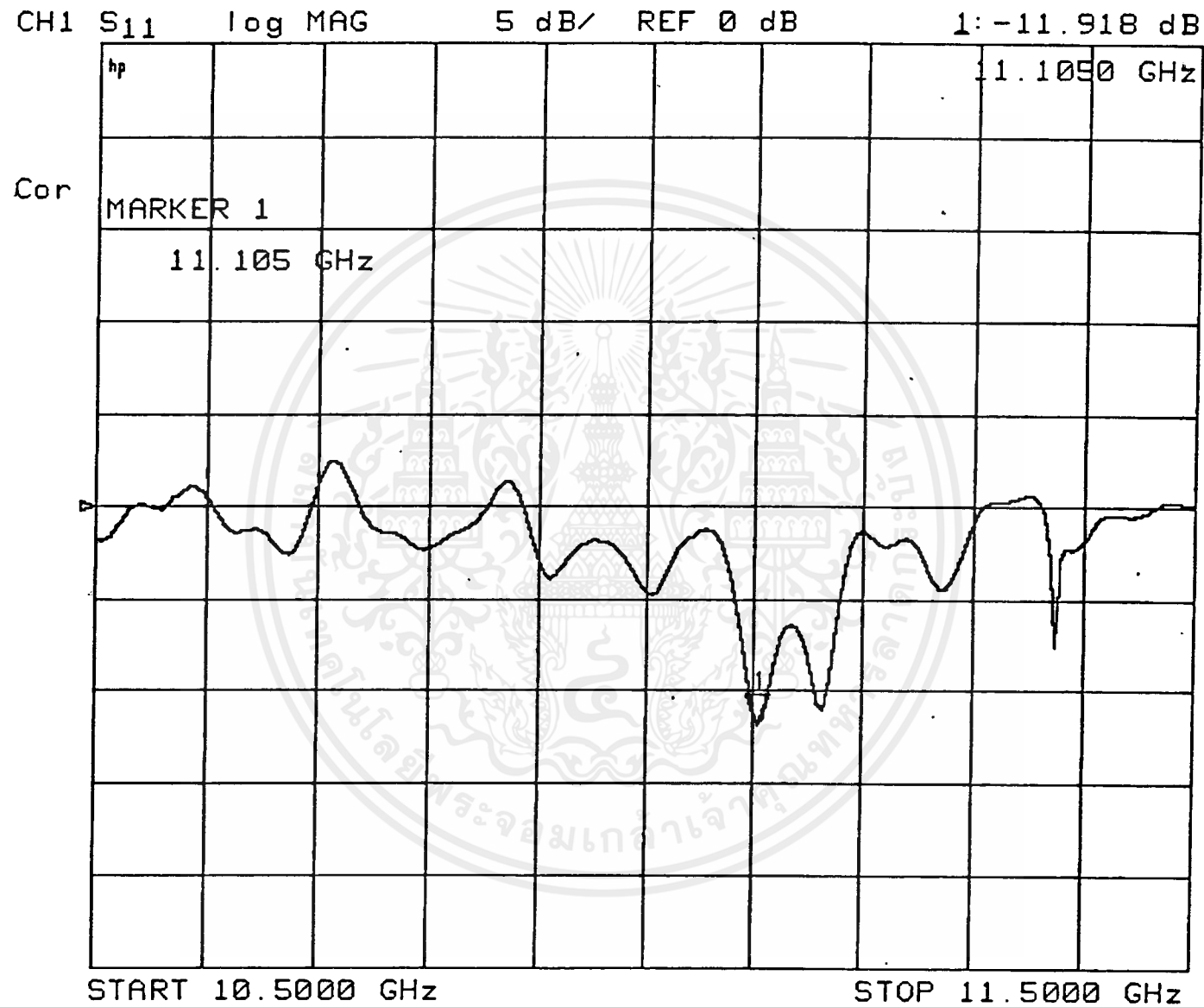
Imaginary Part

U-6, V-15 $\epsilon_r = 81$ 2.45 GHz



รูปที่ 4.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

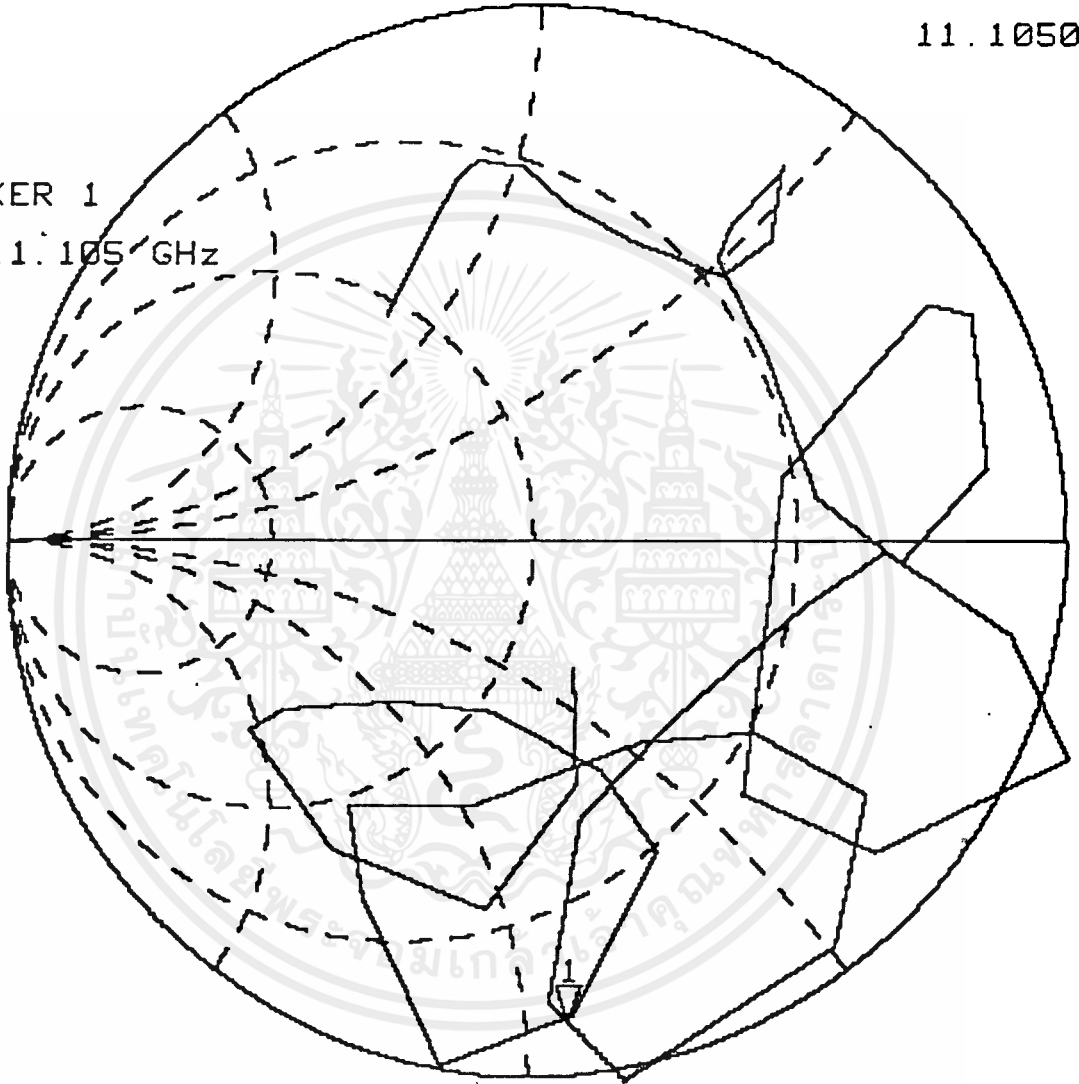


รูปที่ 4.28 แสดงตำแหน่งความถี่ที่เกิดการกำทอน (Resonance)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้.

CH1 S₁₁ 1 U FS 1: 01.774 mS 18.284 mS 262.04 fF
 hp 11.1050 GHz

Cor
 MARKER 1
 11.105 GHz



START 10.5000 GHz

STOP 11.5000 GHz

$$L=0.1 \text{ cm. } \theta_c = 36^\circ \quad \theta_o = 31^\circ$$

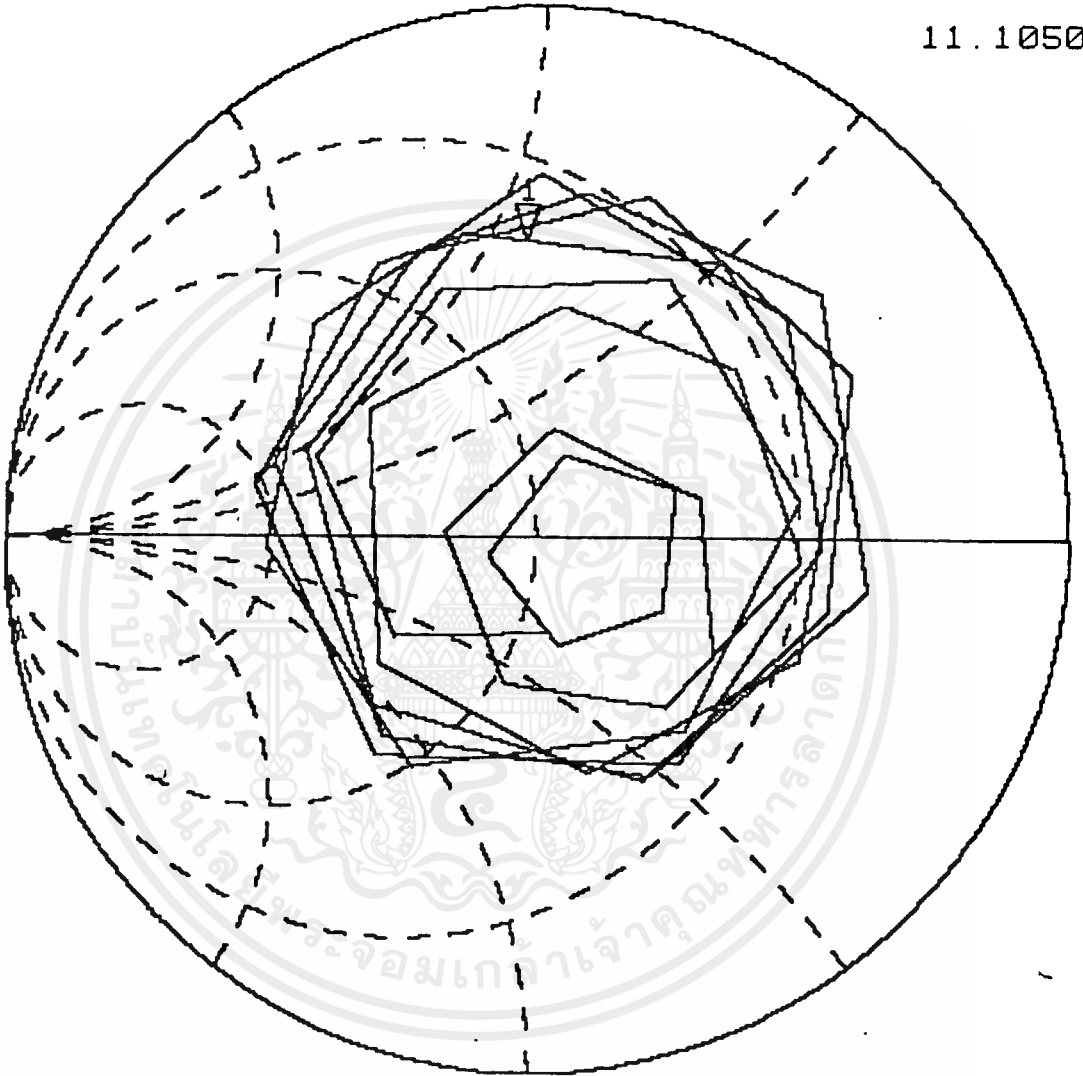
รูปที่ 4.24

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

STIMULUS GHz	Real Part	Imaginary Part
10.5000	22.205 mS	-24.626 mS
10.5200	12.591 mS	-24.14 mS
10.5400	08.684 mS	-23.227 mS
10.5600	07.057 mS	-21.872 mS
10.5800	06.616 mS	-19.214 mS
10.6000	07.611 mS	-16.282 mS
10.6200	7.1402 mS	-12.848 mS
10.6400	5.5113 mS	-9.2554 mS
10.6600	3.6073 mS	-9.0661 mS
10.6800	1.6956 mS	-10.349 mS
10.7000	2.037 mS	-10.2 mS
10.7200	4.3373 mS	-10.11 mS
10.7400	5.4097 mS	-9.5453 mS
10.7600	5.724 mS	-5.7416 mS
10.7800	5.3439 mS	-796.32 μ S
10.8000	3.0048 mS	1.0192 mS
10.8200	966.67 μ S	-1.2527 mS
10.8400	0.4663 mS	-4.483 mS
10.8600	1.194 mS	-5.0595 mS
10.8800	3.9845 mS	-3.5701 mS
10.9000	6.5038 mS	-1.4904 mS
10.9200	6.6195 mS	3.6941 mS
10.9400	4.6558 mS	9.2697 mS
10.9600	0.844 mS	7.8096 mS
10.9800	-1.6351 mS	4.066 mS
11.0000	0.3703 mS	2.2864 mS
11.0200	3.449 mS	0.7458 mS
11.0400	5.446 mS	2.7518 mS
11.0600	8.5526 mS	8.7395 mS
11.1000	01.1 mS	18.565 mS
11.1200	-2.0123 mS	16.362 mS
11.1400	-312.33 μ S	9.8596 mS
11.1600	1.7042 mS	6.5928 mS
11.1800	5.3773 mS	6.8083 mS
11.2000	8.5497 mS	9.6436 mS
11.2200	11.568 mS	19.251 mS
11.2400	15.921 mS	29.894 mS
11.2600	07.385 mS	28.74 mS
11.2800	-1.44 mS	22.648 mS
11.3000	00.721 mS	17.439 mS
11.3200	5.0497 mS	12.153 mS
11.3400	8.9779 mS	11.683 mS
11.3600	16.075 mS	13.851 mS
11.3800	22.409 mS	19.318 mS
11.4000	28.862 mS	34.492 mS
11.4200	27.382 mS	41.767 mS
11.4400	11.618 mS	30.497 mS
11.4600	06.001 mS	19.699 mS
11.4800	9.3956 mS	12.72 mS
11.5000	13.165 mS	7.843 mS

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ตารางที่ 4.1 แสดงค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ของกราฟรูปที่ 4.24 ที่มีการนำไปใช้
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกข้อมูลหรือข้อมูลเชิงลึกของเอกสารหรือสิ่งที่มีกรรมสิทธิ์

CH1 S₁₁ 1 UFS 1: 10.951 mS -17.768 mS 806.61 pH
 hp 11.1050 GHz



START 10.5000 GHz

STOP 11.5000 GHz

$L=0.3$ cm. $\theta_c = 36^\circ$ $\theta_0 = 31^\circ$

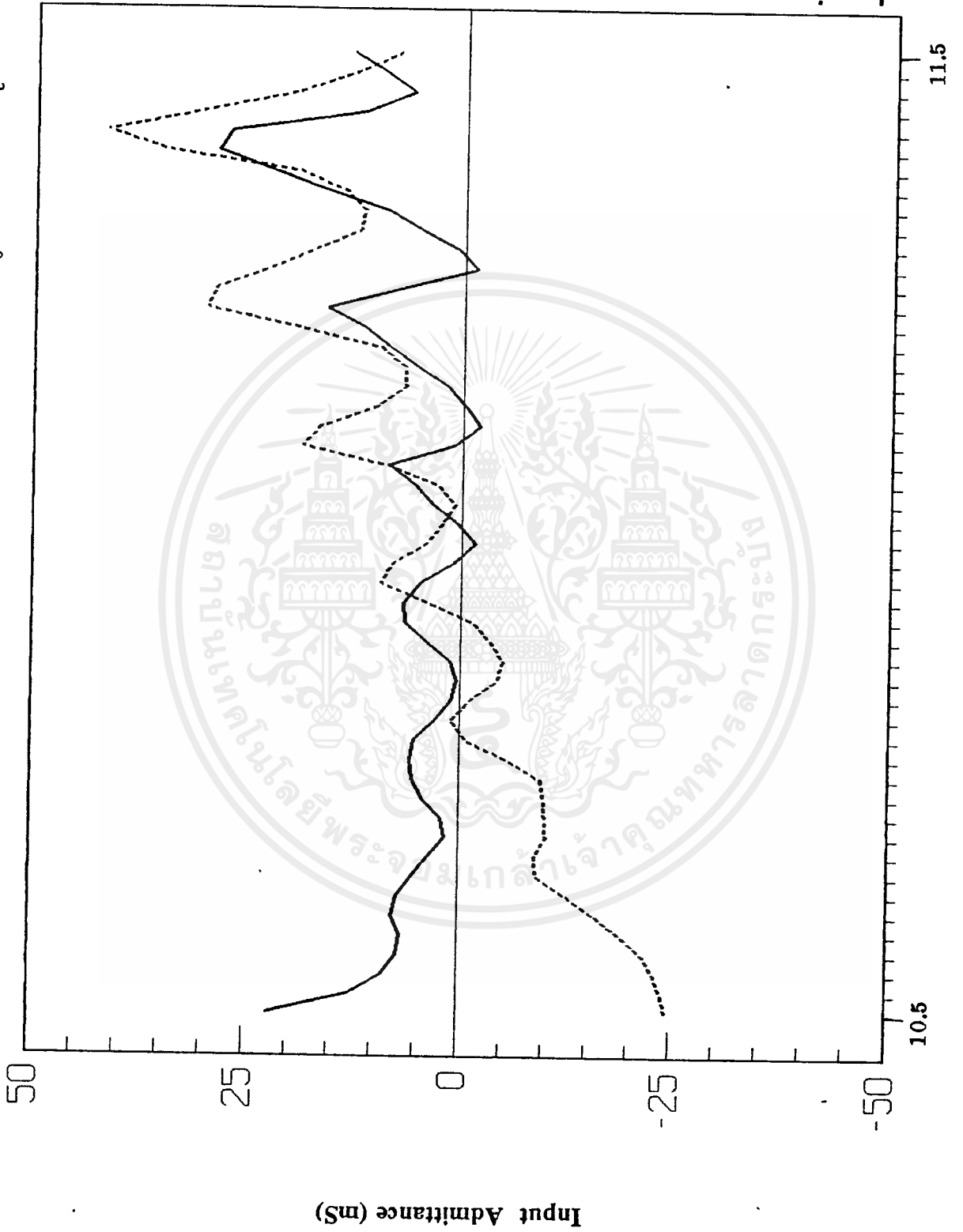
รูปที่ 4.25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

STIMULUS GHz	Real Part	Imaginary Part
10.5000	18.04 mS	06.428 mS
10.5200	31.157 mS	13.037 mS
10.5400	44.771 mS	-17.109 mS
10.5600	16.777 mS	-21.608 mS
10.5800	7.8425 mS	-10.867 mS
10.6000	6.46 mS	-1.2221 mS
10.6200	8.5649 mS	8.1902 mS
10.6400	19.608 mS	22.648 mS
10.6600	64.297 mS	02.525 mS
10.6800	26.081 mS	-33.714 mS
10.7000	06.892 mS	-18.66 mS
10.7200	4.9434 mS	-7.0996 mS
10.7400	5.7721 mS	0.4256 mS
10.7600	7.9269 mS	9.5816 mS
10.7800	23.012 mS	25.877 mS
10.8000	64.293 mS	-19.981 mS
10.8200	16.647 mS	-28.027 mS
10.8400	06.902 mS	-16.165 mS
10.8600	3.7451 mS	-7.0932 mS
10.8800	4.348 mS	1.7164 mS
10.9000	8.8072 mS	10.732 mS
10.9200	24.759 mS	23.693 mS
10.9400	53.446 mS	-23.346 mS
10.9600	14.668 mS	-24.747 mS
10.9800	5.5962 mS	-13.671 mS
11.0000	4.1254 mS	-4.5586 mS
11.0200	5.477 mS	2.5311 mS
11.0400	8.996 mS	11.264 mS
11.0600	29.144 mS	21.925 mS
11.0800	45.109 mS	-20.927 mS
11.1000	11.644 mS	-21.458 mS
11.1200	5.661 mS	-9.6684 mS
11.1400	5.1398 mS	-2.6164 mS
11.1600	6.0458 mS	4.251 mS
11.1800	11.564 mS	12.747 mS
11.2000	32.219 mS	16.716 mS
11.2200	31.263 mS	-18.9 mS
11.2400	12.375 mS	-13.316 mS
11.2600	7.6461 mS	-6.2771 mS
11.2800	6.6552 mS	0.8559 mS
11.3000	10.153 mS	7.5064 mS
11.3200	19.113 mS	10.98 mS
11.3400	28.109 mS	-268.94 μ S
11.3600	17.649 mS	-7.2412 mS
11.3800	11.724 mS	-2.5177 mS
11.4000	11.901 mS	3.1719 mS
11.4200	16.529 mS	06.84 mS
11.4400	23.533 mS	02.096 mS
11.4600	17.494 mS	-5.2347 mS
11.4800	10.643 mS	-1.8797 mS
11.5000	9.1043 mS	4.5819 mS

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้ง ตารางที่ 4.2 แสดงค่าอินพุตแอดมิตแดนซ์ของกราฟรูปที่ 4.25 ที่มีการนำไปใช้

$$\theta_0 = 31^\circ \quad \theta_c = 36^\circ$$



..... Real Part

— Imaginary Part

Frequency (GHz)

รูปที่ 4.26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปและแนวทางในการพัฒนา

เนื่องจากฟังก์ชันต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์นั้น ขึ้นอยู่กับค่าออร์เดอร์และคิกรี ซึ่งอยู่ในรูปของอนุกรมอนันต์ (Infinite Series) ดังนั้นจึงต้องหาค่าออร์เดอร์และคิกรีที่ทำให้ค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ลู่เข้าหาค่าใดค่าหนึ่ง (Converge) ก่อนเป็นอันดับแรกซึ่งจะต้องพิจารณาความถี่ที่ต้องการใช้งานด้วย จากผลการคำนวณของโปรแกรมเมื่อกำหนดค่าตัวแปรต่าง ๆ ตามที่ได้ระบุไว้ในการทดลองข้อ 1. จะได้ค่าออร์เดอร์และคิกรีที่ทำให้ค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ลู่เข้าหาค่าใดค่าหนึ่ง คือ 6 และ 15 ตามลำดับ ในโครงการนี้ได้ทำการศึกษาเพื่อพิจารณาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ ที่ความถี่ 2.45 GHz จากนั้นได้ทำการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรต่าง ๆ ทีละตัว เริ่มด้วยการเปลี่ยนแปลงค่าความยาวของช่องเปิด จะเห็นได้ว่า ค่าส่วนจริง (Real Part) และส่วนจินตภาพ (Imaginary Part) ของอินพุตแอดมิตแตนซ์แปรผันตามค่าความยาวของช่องเปิด ซึ่งได้เลือกพิจารณาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์เมื่อความยาวของช่องเปิดมีค่าเท่ากับ 1.5 ซม. เมื่อทำการเปรียบเทียบในกรณีที่มีความยาวของช่องเปิดมีค่าเท่ากัน แต่เปลี่ยนแปลงความถี่ที่ใช้งาน (เปลี่ยนแปลงขนาดของควาวิตี) จะเห็นว่าค่าส่วนจริงของอินพุตแอดมิตแตนซ์มีค่าใกล้เคียงกันมาก ส่วนค่าจินตภาพของอินพุตแอดมิตแตนซ์นั้นมีลักษณะการแกว่งขึ้นลงของกราฟคล้ายคลึงกัน แต่จะมีการเลื่อนตำแหน่งความถี่ที่เกิดค่าต่ำสุดและสูงสุด จากนั้นได้ทำการเปลี่ยนแปลงค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิด จะได้ว่าค่าส่วนจริงของอินพุตแอดมิตแตนซ์ ไม่แปรผันตามค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิด ส่วนค่าจินตภาพของอินพุตแอดมิตแตนซ์นั้นแปรผันตามค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิด

หลังจากนั้นได้ทำการพิจารณาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ เมื่อความถี่มีค่าสูงขึ้นและเปลี่ยนแปลงค่าความยาวของช่องเปิด จะได้ว่าค่าส่วนจริงและส่วนจินตภาพของค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์ แปรผันตามค่าความยาวของช่องเปิดเหมือน ในกรณีความถี่ต่ำซึ่งได้เลือกพิจารณาค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์เมื่อความยาวของช่องเปิดมีค่า 0.1 และ 0.3 ซม. เนื่องจากต้องการทราบผลของการเปลี่ยนแปลงค่าตำแหน่งของช่องเปิด เมื่อความถี่ที่ใช้มีค่าสูงขึ้นสำหรับค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์เมื่อความยาวของช่องเปิดมีค่าเท่ากับ 0.1 ซม. และเปลี่ยนแปลงค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิด จะได้ว่าค่าส่วนจริงของอินพุตแอดมิตแตนซ์ แปรผันตามค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิด แต่ค่าส่วนจินตภาพของอินพุตแอดมิตแตนซ์ไม่แปรผันตามค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิด สำหรับค่าอินพุตแอดมิตแตนซ์เมื่อความยาวของช่องเปิดมีค่าเท่ากับ 0.3 ซม. และเปลี่ยนแปลงค่าตำแหน่งที่อยู่ของช่องเปิดจะได้ผลเหมือนกับกรณีที่มีความ

ยาวของช่องเปิดมีค่าเท่ากับ 0.1 ซม. และจะได้ว่าค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์แปรผันตามค่าความยาวของช่องเปิด จากผลการทดลองในข้อ 7. เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่าความยอมรับสนามไฟฟ้าสัมพัทธ์ (Relative Permittivity) เป็น 81 ซึ่งเป็นประโยชน์ของการนำสายอากาศไปประยุกต์ใช้ในงานประเภทต่าง ๆ เช่น นำไปใช้เป็นส่วนประกอบในอุปกรณ์ทางการแพทย์ (ค่าความยอมรับสนามไฟฟ้าสัมพัทธ์ของเนื้อมนุษย์มีค่าเท่ากับ 81) จะพบว่าค่าส่วนจริงและส่วนจินตภาพของอินพุทแอดมิตแตนซ์แปรผันตามค่าความยอมรับสนามไฟฟ้าสัมพัทธ์และค่าความยาวของช่องเปิด แต่ลักษณะการแกว่งขึ้นลงของกราฟไม่เหมือนกับผลการทดลองในข้อ 2. เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรมและผลที่ได้จากการทดลองวัดเมื่อกำหนดค่าตัวแปรต่าง ๆ ตามการทดลองข้อ 5. จะเห็นว่าค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากการคำนวณแตกต่างจากค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากการวัด แต่เมื่อพิจารณาบางช่วงของความถี่ จะเห็นว่าค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการวัด

การทำงานในโครงการนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อจะเก็บข้อมูลและแนวโน้มของค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรต่าง ๆ เพื่อความสะดวกในการพิจารณาและตัดสินใจเลือกค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่จะนำไปใช้ในการสร้างสายอากาศเพื่อการใช้งานในช่วงความถี่ที่ต้องการ ความแตกต่างของค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรมและที่ได้จากการวัดอาจจะเป็นผลเนื่องมาจากความผิดพลาดในการคำนวณของโปรแกรม ซึ่งประกอบด้วยฟังก์ชันที่ซับซ้อนต่าง ๆ มากมาย

แนวทางในการพัฒนา จึงควรจะมีการตรวจสอบเพื่อหาข้อผิดพลาด และแก้ไขโปรแกรมการทำงานทุกขั้นตอนอย่างละเอียดอีกครั้งหนึ่ง เพื่อความแน่ใจว่าการทำงานของโปรแกรมในการคำนวณหาค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ไม่มีความผิดพลาด เพื่อยืนยันความถูกต้องและความเชื่อถือได้ของค่าอินพุทแอดมิตแตนซ์ที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรม

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ ผศ.โมไนย ไกรฤกษ์ อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำในการแก้ปัญหาต่าง ๆ และให้แนวทางในการค้นคว้าวิจัย อีกทั้งยังคอยดูแลเอาใจใส่และติดตามผลการทำงานตลอดเวลา

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่คอยดูแลทั้งสุขภาพกายและสุขภาพจิตตลอดเวลา เมื่อเกิดปัญหาในการทำงาน

ขอขอบคุณ พี่วิรัช พี่กิตติศักดิ์ พี่พงษ์พร ที่กรุณาสละเวลาช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ อำนวยความสะดวกในการใช้คอมพิวเตอร์ และมีส่วนช่วยเหลืออย่างมากในการทำรายงานฉบับนี้

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ที่คอยให้กำลังใจและต้องเสียสละสิทธิในการใช้คอมพิวเตอร์หลายครั้งหลายครา เพื่อให้ได้ผลการคำนวณซึ่งต้องใช้เวลาเป็นอย่างมาก



หนังสืออ้างอิง

1. Roger F. Harrington, "Time Harmonic Electromagnetic Fields", McGraw-hill Book Company, Inc., New York, 1961.
2. F.W.J. Olver, "Asymptotics and Special Function", Academic Press, New York, 1974.
3. Milton Abramowitz, Irene A. Stegun, "Handbook of Mathematical Function", Dover Publications, Inc., New York, 1972.
4. พิสิฐ วณิชชานันท์, "อินพุตแอดมิตแดนซ์ของสายอากาศที่มีควิตีตรงกลมอยู่ด้านหลังช่องเปิด", วิทยานิพนธ์ปริญญาตรี, ภาควิศวกรรมโทรคมนาคม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2533.

