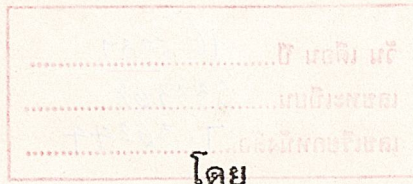


ระบบประกอบรวม  
AUGMENTED SYSTEM



โดย  
นายปราโมทย์ สือวิโรจน์กุล  
นางสาวชวัลณัฐ กิจสุวรรณ

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2536

ปริญญาโท ประจำปีการศึกษา 2536

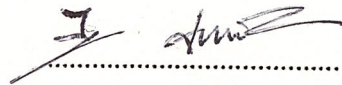
ภาควิชา วิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง ระบบประกอบรวม

ผู้จัดทำ

1. นายปราโมทย์ สีอวิโรจนกุล รหัสประจำตัว 33100213
2. นางสาวชวัลณัฐ กิจสุวรรณ รหัสประจำตัว 33100442



อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์)

ระบบประกอบรวม  
AUGMENTED SYSTEM

โดย นายปราโมทย์ สีอวีโรจนกุล รหัสประจำตัว 33100213  
Mr. PRAMOTE SUEWIROJANAKUL

นางสาวชวัลณัฐ กิจสุวรรณ รหัสประจำตัว 33100442  
Miss CHAWANNAT KIJSUWAN

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.จنگล งามวิวิทย์

ASST. PROF. Dr. JONGKOL NGAMWIWIT

**บทคัดย่อ**

ปริญญานิพนธ์นี้ได้ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์พลีอบเบลม ที่มี การเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์ และอัตราขยายสัดส่วนให้กับระบบ การเลือกค่าเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ ที่ทำให้ได้กฎการควบคุมของระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์เพียงอย่างเดียว ซึ่งให้ค่าดัชนีสมรรถนะ  $J$  น้อยที่สุด โดยตัวอินทิเกรเตอร์นี้จะทำหน้าที่ลดค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัว ส่วนค่าอัตราขยายสัดส่วนจะทำให้โอเวอร์ชูท และไรส์ไทม์ลดลง โดยค่าอัตราขยายสัดส่วนหาได้จาก วิธีของ ซีเกลอร์-นิโคล และมีการทดลองเปลี่ยนค่าอัตราขยายสัดส่วน พบว่าค่าอัตราขยายสัดส่วนที่ ทำให้ผลตอบสนองของระบบเป็นที่น่าพอใจ ควรมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าอัตราขยายสัดส่วนที่ได้ตาม วิธีของ ซีเกลอร์-นิโคล

**ABSTRACT**

This is the study on developing the system performance by Optimal Controller Design using Regulator Problem. The integrator and proportional gain are added into the system. Then , choosing the Control Weighting Matrix and State Weighting Matrix to get the control law for the system with the integrator that minimized the performance index,  $J$  . It is found that the proportional gain obtained from Ziegler-Nichols Tuning Methods, improved the transient response by decreasing maximum-overshoot and rise time. Thus, the simulation results indicate that the desired proportional gain should be equal or less than the value calculated by Ziegler-Nichols method.

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลงได้ด้วยความเอาใจใส่ และให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิดจาก  
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จงกล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งผู้จัดทำขอขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้  
และขอขอบคุณเพื่อนๆ และ ผู้เกี่ยวข้องทุกท่านที่ช่วยให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดีมาตลอด

ผู้จัดทำ

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	
กิตติกรรมประกาศ	
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 กล่าวนำ	1
1.2 การออกแบบตัวควบคุมโดยการป้อนกลับสถานะ	1
1.3 ขอบเขตของงาน	2
บทที่ 2 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการกำหนดตำแหน่งโพล	
2.1 กล่าวนำ	3
2.2 การออกแบบตัวควบคุม	3
2.3 ความสามารถในการควบคุมได้	5
2.4 การออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีกำหนดตำแหน่งโพล	5
2.5 ความสามารถในการสังเกตได้	8
2.6 การออกแบบตัวสังเกต	9
2.7 การหาเวกเตอร์ L สำหรับระบบในรูป Dual-phase variable	10
2.8 การวิเคราะห์โดยใช้ Input substitution	13
2.9 การออกแบบโดยใช้อินทิกรัลคอนโทรล	14
บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีควบคุมที่ดีที่สุด	
3.1 กล่าวนำ	16
3.2 ควบคุมราคาติกเรกกูเลเตอร์พล็อบเบลิ้ม	16
3.3 การออกแบบระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ด้วยวิธีควบคุมที่ดีที่สุด	18
3.4 การศึกษาระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และอัตราขยายสัดส่วน	20
3.5 ตัวควบคุมแบบสัดส่วน	21
3.6 การปรับแต่งด้วยวิธีซีเกลอร์-นิโคล	22
3.7 การควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิกรัล	23
บทที่ 4 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมวิธีต่าง ๆ	
4.1 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีกำหนดตำแหน่งโพล	24
4.2 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และอัตราขยายสัดส่วน	37

หน้า

บทที่ 5 สรุปและวิจารณ์ผล  
เอกสารอ้างอิง

63

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 กล่าวนำ

พารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบควบคุมมีผลต่อการทำงานของระบบนั้นๆ ระบบควบคุมจะมีเสถียรภาพ (stability) ดีเพียงใด ขึ้นอยู่กับตำแหน่งโพล (pole) ระบบที่มีเสถียรภาพจะมีตำแหน่งโพลทั้งหมดอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ  $s$  ( $s$ -plane) สำหรับระบบควบคุมแบบดั้งเดิม การที่จะออกแบบระบบเพื่อการเคลื่อนย้ายโพลของระบบควบคุมไปทางซ้ายของระนาบ  $s$  ทำได้โดยการเคลื่อนโพลไปตามเส้นทางเดินราก (root locus) ของระบบเท่านั้น ส่วนทฤษฎีสมัยใหม่ (modern control theory) สามารถเคลื่อนย้ายโพลไปในระนาบ  $s$  โดยไม่ต้องคำนึงถึงทางเดินรากเหมือนกับทฤษฎีแบบดั้งเดิม (classical control theory) การเลือกค่าตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้กับระบบจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นในการออกแบบระบบควบคุมให้มีสมรรถนะที่ดีที่สุด

จากที่กล่าวมาข้างต้นว่า ทฤษฎีแบบดั้งเดิมนั้นมีข้อจำกัด ทฤษฎีการควบคุมสมัยใหม่จึงเข้ามามีบทบาทอย่างมาก การออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดให้กับระบบ จะต้องเสียเวลาในการหาค่าของตัวควบคุมเพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดให้กับระบบ ซึ่งอาจต้องทำกันหลายครั้งกว่าจะได้ค่าที่พอใจ ดังนั้นทฤษฎีการควบคุมที่ดีที่สุด (optimal control theory) จึงได้ถูกนำมาใช้เพื่อลดเวลาในการออกแบบให้รวดเร็วยิ่งขึ้น

#### 1.2 การออกแบบตัวควบคุมโดยการป้อนกลับสถานะ

ในที่นี้เราได้ทำการศึกษาถึงการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้การป้อนกลับตัวแปรสถานะเพื่อให้ได้ตำแหน่งรากของสมการคุณลักษณะของระบบวงปิดในระนาบ  $s$  ที่ต้องการ ซึ่งเป็นการเลือกออกแบบตัวควบคุมด้วยการป้อนกลับเอาท์พุท ซึ่งตัวควบคุมด้วยการป้อนกลับสถานะจะดีกว่าการชดเชยด้วยตัวควบคุม PID เพราะเราสามารถกำหนดตำแหน่งรากของสมการคุณลักษณะได้ตามต้องการ

รากของสมการคุณลักษณะที่จะกำหนดลงไปนั้นต้องสอดคล้องกับลักษณะเฉพาะของระบบนั้นๆ ฉะนั้นงานขั้นแรกคือจะต้องแปลงลักษณะเฉพาะของระบบต่างๆ ที่ได้แสดงออกมาให้เป็นตำแหน่งรากที่ต้องการ และเราก็จะได้คอนโทรลเลอร์ (control law) จากการป้อนกลับตัวแปรสถานะทั้งหมดด้วยอัตราขยายคงที่ ค่าของอัตราขยายนี้จะขึ้นกับตำแหน่งรากที่เราต้องการ ดังนั้นเราจึงจำเป็นที่จะต้องวัดค่าตัวแปรสถานะทุกตัวได้

ในการที่จะหาคอนโทรลเลอร์นั้น เราจะสมมติให้สามารถวัดค่าตัวแปรสถานะทุกตัวที่ต้องการจะป้อนกลับ ได้ ซึ่งเราได้มีการศึกษาถึงการออกแบบตัวสังเกตซึ่งเป็นการประมาณค่าของตัวแปรสถานะในกรณีที่เราไม่สามารถวัดค่านั้นได้

ดังนั้น ตัวควบคุมของเรานั้นจึงประกอบด้วยส่วนของ คอนโทรลเลอร์ และตัวสังเกต ซึ่งส่วนของคอนโทรลเลอร์นั้น โดยส่วนใหญ่ก็จะมาจากประมาณค่าของตัวแปรสถานะมากกว่าจากการวัดโดยตรง

### 1.3 ขอบเขตของงาน

ขอบเขตของงานจะศึกษาเกี่ยวกับ

- การออกแบบตัวควบคุมโดยกำหนดตำแหน่งโพล (pole placement)
- การนำตัวอินทิเกรเตอร์มาประกอบกับระบบควบคุมเพื่อลดค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัว (steady-state error)
- การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการควบคุมที่ดีที่สุด (optimal control) หรือเรียกว่า วิธีเรกกูเลเตอร์ฟิลลิปเบลม (regulator problem)
- ศึกษาการนำค่าอัตราขยาย ( $K_p$ ) มาประกอบเข้ากับตัวอินทิเกรเตอร์ เพื่อปรับปรุงสมรรถนะของระบบให้ดีขึ้น
- ศึกษาตัวสังเกต (observer) เมื่อระบบควบคุมไม่สามารถวัดตัวแปรสถานะ (state variable) ได้โดยตรง

## บทที่ 2

### การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการกำหนดตำแหน่งโพล

#### 2.1 กล่าวนำ

ในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการกำหนดตำแหน่งโพลนั้นเราต้องสมมติให้ตัวแปรสถานะทุกตัวสามารถวัดค่าได้และสามารถป้อนกลับได้ ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่าถ้าระบบที่เราพิจารณาสามารถควบคุมได้โดยสมบูรณ์ ตำแหน่งโพลของระบบวงปิดก็จะสามารถกำหนดได้ตามที่ต้องการโดยมีการป้อนกลับสถานะผ่านอัตราขยายป้อนกลับสถานะ (state feedback gain) สำหรับตำแหน่งของโพลระบบวงปิดที่จะกำหนดนั้นต้องให้สอดคล้องกับค่าผลตอบสนองชั่วขณะ (transient response) หรือผลตอบสนองทางความถี่ (frequency response) ซึ่งก็ได้แก่ ความเร็วของระบบวงปิด (speed), อัตราส่วนแดมป์ปิ้ง (damping ratio) หรือแบนด์วิธ (bandwidth) เหล่านี้ด้วย

#### 2.2 การออกแบบตัวควบคุม (Controller Design)

การออกแบบตัวควบคุมเป็นการออกแบบเวกเตอร์  $K$  เพื่อจะทำให้ระบบมีผลตอบสนองชั่วขณะ (transient response) เป็นไปตามที่ต้องการ เราจะพิจารณาระบบที่สามารถควบคุมตำแหน่งโพลวงปิดได้ ระบบควบคุมที่มี  $n$  อันดับขึ้นไปก็จะมีสมการคุณลักษณะอันดับ  $n$  ซึ่งจะอยู่ในรูป

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$$

โดยสัมประสิทธิ์ของกำลังสูงสุดของ  $s$  จะเป็น 1

พิจารณาระบบที่แสดงในรูปสเปซสถานะ (state space)

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.1a)$$

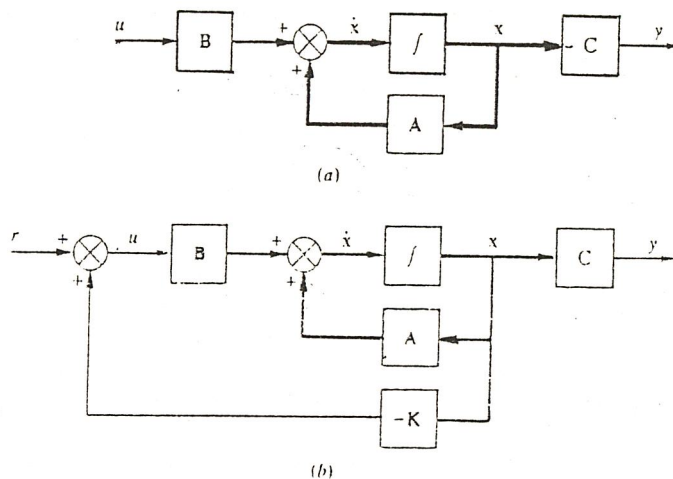
$$y = Cx \quad (2.1b)$$

เมื่อ  $A$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $n \times n$

$B$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $n \times 1$

$C$  เป็นเมตริกซ์ขนาด  $1 \times n$

แสดงได้ดังรูปที่ 2(a) โดยเส้นบางแสดงถึงเกสลา์ เส้นทึบแสดงเวกเตอร์



รูปที่ 2(a) ระบบที่อยู่ในรูปแบบสแตตสเปส  
2(b)ระบบที่มีการป้อนกลับสถานะ

ในระบบป้อนกลับ ค่าเอาต์พุต  $y$  จะถูกป้อนกลับมายังจุดรวม (summing point) โดยจะนำเอาตัวแปรสแตตแต่ละตัวป้อนกลับมายังอินพุต  $u$  โดยผ่านเกน  $k_i$  ซึ่งจะมีทั้งหมด  $n$  ค่า ซึ่งเราสามารถที่จะปรับแต่งให้ได้ตามค่าโพลวงปิดที่ต้องการได้ การป้อนกลับโดยผ่านเกน  $K$  แสดงให้เห็นได้ดังรูปที่ 2(b) โดยมีตัวเวคเตอร์ป้อนกลับ  $-K$

สมการสถานะสำหรับระบบวงปิดตามรูป 2(b) แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ &= Ax + B(-Kx + r)\end{aligned}\tag{2.2a}$$

$$\begin{aligned}&= (A-BK)x + Br \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.2b}$$

### 2.3 ความสามารถในการควบคุมได้ (Controllability)

ถ้าอินพุทของระบบสามารถเข้าถึงตัวแปรสถานะทุกตัว เราเรียกระบบนั้นว่า ระบบสามารถควบคุมได้ แต่ถ้าในกรณีตรงข้าม ระบบนี้ก็จะเป็ระบบที่ไม่สามารถควบคุมได้ การกำหนดตำแหน่งโพลจะทำให้กับเฉพาะระบบควบคุมได้เท่านั้น

สำหรับระบบที่อยู่ในรูปสมการที่ (1)  
ระบบควบคุมได้ถ้าเมตริกซ์

$$C_M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

มีแรงค์เท่ากับ  $n$  ซึ่งเมตริกซ์  $C_M$  นี้เรียกว่า controllability matrix

### 2.4 การออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีกำหนดตำแหน่งโพล

สำหรับระบบที่อยู่ในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

ขั้นตอนการออกแบบมีดังนี้

1. เขียนระบบให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้
2. ป้อนกลับตัวแปรสถานะแต่ละตัวไปที่อินพุทของระบบโดยผ่านอัตราขยาย  $k_i$
3. หาสมการคุณลักษณะของระบบวงปิดที่ได้จากข้อ 2
4. กำหนดตำแหน่งโพลจากสมรรถนะที่ต้องการ แล้วเขียนสมการคุณลักษณะ
5. เทียบสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะที่ได้จากข้อ 3 และ 4 แล้วหาค่า  $k_i$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \dots & c_{n-1} \end{bmatrix}$$

สมการคุณลักษณะที่ได้คือ

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0 \quad (2.4)$$

ระบบลูปปิดที่มีการป้อนกลับตัวแปรสถานะไปที่  $u$   
เมื่อ

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \dots & k_n \end{bmatrix}$$

$k_i$  คือ อัตราขยายป้อนกลับตัวแปรเฟส (phase variable feedback gain)  
จะได้

$$A-BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -(a_0+k_1) & -(a_1+k_2) & \dots & -(a_{n-1}+k_n) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

สมการที่ (2.5) นี้อยู่ในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้ ซึ่งจะเขียนสมการคุณลักษณะได้ดังนี้

$$\det[sI-(A-BK)] = 0$$

$$s^n + d_{n-1}s^{n-1} + (a_{n-2}+k_{n-1})s^{n-2} + \dots + (a_1+k_2)s + (a_0+k_1) = 0 \quad (2.6)$$

ให้สมการคุณลักษณะที่เกิดจากการกำหนดตำแหน่งโพล คือ

$$s^n + d_{n-1}s^{n-1} + d_{n-2}s^{n-2} + \dots + d_1s + d_0 = 0 \quad (2.7)$$

เมื่อ  $d_i$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ที่เราต้องการ  
เทียบสมการ (2.6) และ (2.7) จะได้  
จะได้

$$k_{i+1} = d_i - a_i \quad (2.8)$$

สำหรับระบบที่ไม่ได้แสดงอยู่ในรูปตัวแปรเฟส เราก็สามารถออกแบบตัวควบคุมได้ ซึ่งมีวิธีให้  
เลือก คือ

1. เทียบสัมประสิทธิ์ที่เกิดจาก  $\det(sI-(A-BK))$  กับสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะที่เราต้องการ  
แต่วิธีนี้ค่อนข้างยากและไม่นิยม
2. แปลงระบบให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟส แล้วออกแบบเกนป้อนกลับ จากนั้นจึงแปลงระบบกลับมายู่  
ในรูปแบบเดิม

สมมติระบบไม่ได้อยู่ในรูปตัวแปรเฟส

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (2.9a)$$

$$y = Cz \quad (2.9b)$$

ซึ่งมี controllability matrix คือ

$$C_{Mx} = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (2.10)$$

ระบบสามารถแปลงให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟสได้โดย

$$z = Px \quad (2.11)$$

แทนสมการที่ (2.11) ลงในสมการที่ (2.9) จะได้

$$\dot{x} = P^{-1}APx + P^{-1}Bu \quad (2.12a)$$

$$y = CPx \quad (2.12b)$$

และจะได้ controllability matrix คือ

$$\begin{aligned} C_{Mx} &= [P^{-1}B \quad (P^{-1}AP)(P^{-1}B) \quad \dots \quad (P^{-1}AP)^{n-1}(P^{-1}B)] \\ &= P^{-1}[B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \end{aligned} \quad (2.13)$$

แทนค่าสมการ (2.10) ลงในสมการที่ (2.13) คำนวณค่า  $P$  จะได้

$$P = C_{Mz}C_{Mx}^{-1} \quad (2.14)$$

หลังจากแปลงระบบให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟสแล้ว จึงออกแบบเกนป้อนกลับ

$$u = -Kx + r$$

จากสมการที่ (2.12) จะได้

$$\dot{x} = P^{-1}APx - P^{-1}BK_x + P^{-1}Br \quad (2.15a)$$

$$= (P^{-1}AP - P^{-1}BK_x)x + P^{-1}Br$$

$$y = CPx \quad (2.15b)$$

ใช้  $x = P^{-1}z$  เราสามารถแปลงสมการ (2.11) จากรูปตัวแปรเฟสกลับไปสู่รูปแบบเดิม และจะได้

$$\begin{aligned}\dot{z} &= Az - BK_x P^{-1}z + Br \\ &= (A - BK_x P^{-1})z + Br\end{aligned}\quad (2.16a)$$

$$y = CPx \quad (2.16b)$$

เปรียบเทียบสมการ (2.16) กับสมการ (2.2) จะได้เกนป้อนกลับของตัวแปรสถานะ (state variable feedback gain)  $K_z$  สำหรับระบบเดิมคือ

$$K_z = K_x P^{-1} \quad (2.17)$$

จากที่กล่าวมาข้างต้นนี้แสดงถึงการออกแบบตัวแปรสถานะป้อนกลับสำหรับระบบที่ไม่ได้อยู่ในรูปตัวแปรเฟส โดยใช้ Controllability matrix เราก็สามารถแปลงระบบให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟส ออกแบบตัวควบคุม และสุดท้ายจึงแปลงกลับสู่รูปแบบเดิม

## 2.5 ความสามารถในการสังเกตได้ (Observability)

สมมติเรามีระบบที่มีอันดับ  $n$  โดยมีสมการสถานะและสมการเอาท์พุท

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.18a)$$

$$y = Cx \quad (2.18.b)$$

ระบบนี้จะสามารถสังเกตได้ถ้าเมตริกซ์

$$O_M = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

มีแรงค์  $n$  และเมตริกซ์  $O_M$  นี้เรียกว่า Observability matrix



## 2.6 การออกแบบตัวสังเกต (Observer Design)

ค่าความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตของระบบกับตัวสังเกตจะถูกป้อนกลับมาที่อินพุตของสถานะของตัวสังเกต จากค่าที่ป้อนกลับนี้ เราสามารถออกแบบค่าผลตอบสนองชั่วขณะที่ต้องการให้แก่ตัวสังเกตให้มีค่าเร็วกว่าของระบบ หรือระบบควบคุมวงปิด

ในการหาค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม เราจะนิยมใช้วิธีคำนวณในรูปแบบของตัวแปรเฟส ส่วนในการหาเกณฑ์ของตัวสังเกต เราจะคำนวณในรูปแบบของ dual-phase variable

การออกแบบในเรื่องตัวสังเกตจะไม่เกี่ยวข้องกับการออกแบบเรื่องตัวควบคุม ในเรื่องตัวควบคุมจะมีการออกแบบค่าเวกเตอร์  $K$  ส่วนในเรื่องตัวสังเกตจะมีการออกแบบค่าเวกเตอร์  $L$  และผลตอบสนองชั่วขณะของตัวสังเกตจะเร็วกว่าผลตอบสนองของลูปคอนโทรล การคำนวณเรื่องตัวสังเกตจะเริ่มจาก

1. หาสมการสถานะของค่าแตกต่างที่เกิดขึ้นระหว่าง เวกเตอร์สถานะที่แท้จริง กับเวกเตอร์สถานะค่าประมาณ ( $x - \hat{x}$ )
2. หาสมการคุณลักษณะของระบบที่คลาดเคลื่อน (Error System)
3. ประมาณค่า  $L$  ตามผลตอบสนองชั่วขณะที่ต้องการ

สมมติเรามีสมการสถานะของตัวสังเกต

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \quad (2.20a)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (2.20b)$$

สมการสถานะของระบบโดยทั่วไป

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.21a)$$

$$y = Cx \quad (2.21b)$$

นำสมการ(2.21)-(2.20)

$$(\dot{x} - \dot{\hat{x}}) = A(x - \hat{x}) - L(y - \hat{y}) \quad (2.22a)$$

$$(y - \hat{y}) = C(x - \hat{x}) \quad (2.22b)$$

เมื่อค่า  $(\dot{x} - \dot{\hat{x}})$  คือความแตกต่างระหว่างเวกเตอร์สถานะที่แท้จริงกับเวกเตอร์สถานะค่าประมาณ

$$(y - \hat{y}) \text{ คือความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่แท้จริงกับเอาต์พุตประมาณ}$$

แทนค่าสมการเอาต์พุตลงในสมการสถานะ

$$(\dot{x} - \dot{\hat{x}}) = (A - LC)(x - \hat{x}) \quad (2.23a)$$

$$(y - \hat{y}) = C(x - \hat{x}) \quad (2.23b)$$

$$\text{ให้ } e_x = (x - \hat{x})$$

$$\dot{e}_x = (A - LC)e_x \quad (2.24)$$

$$(y - \hat{y}) = Ce_x \quad (2.25)$$

ถ้าค่า eigen value เป็นลบทั้งหมด ค่าความแตกต่างสถานะโดยประมาณ ( $e_x$ ) จะมีค่าเป็น 0 การออกแบบก็จะเป็นการคำนวณหาค่า L เพื่อให้สอดคล้องกับสมการคุณลักษณะที่ต้องการ ซึ่งสมการคุณลักษณะหาได้จาก

$$\det[ sI - (A - LC)] \quad (2.25)$$

## 2.7 การหาเวกเตอร์ L สำหรับระบบอันดับ n ที่อยู่ในรูป Dual-phase variable

$$A - LC = \begin{bmatrix} (-a_{n-1}+l_1) & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ (-a_{n-2}+l_2) & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (-a_1+l_{n-1}) & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ (-a_0+l_n) & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

สมการคุณลักษณะสำหรับ  $A - LC$  คือ

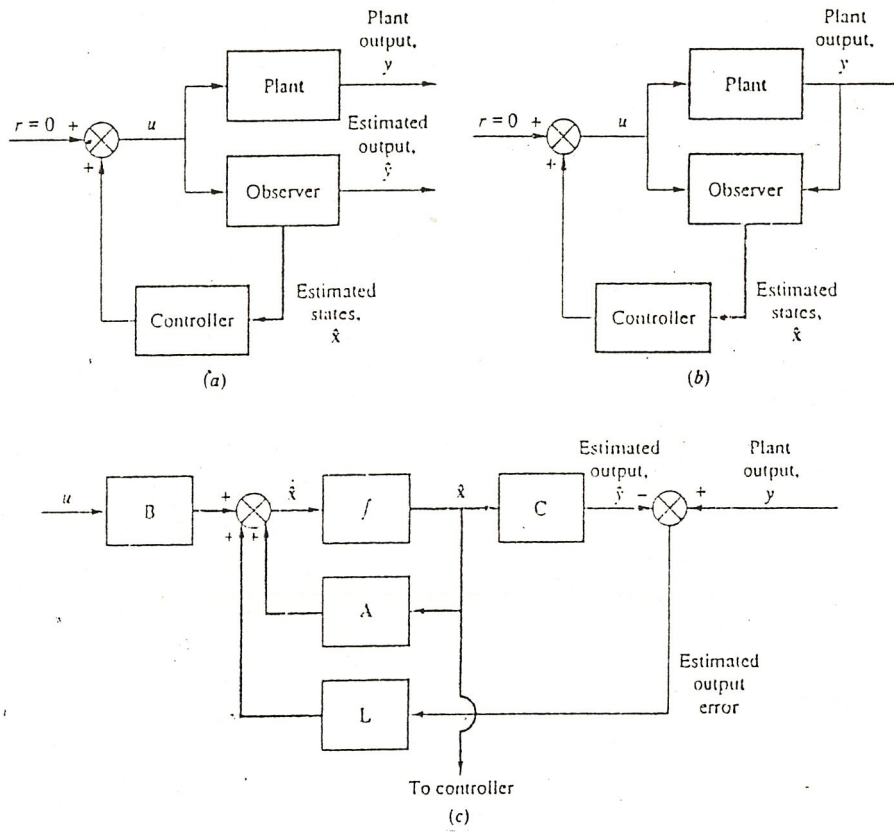
$$s^n + (a_{n-1}+l_1)s^{n-1} + (a_{n-2}+l_2)s^{n-2} + \dots + (a_1+l_{n-1})s + (a_0+l_n) = 0 \quad (2.27)$$

หาสมการคุณลักษณะที่เกิดจากโพลที่กำหนดขึ้นเพื่อให้สอดคล้องกับค่าผลตอบสนองชั่วขณะที่ต้องการ

$$s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_1s + d_0 = 0 \quad (2.28)$$

เทียบสัมประสิทธิ์เพื่อหาค่า L

$$d_{n-i} = a_{n-i} + l_i \quad (2.29)$$



รูปที่ 3 การออกแบบระบบป้อนกลับโดยใช้ตัวสังเกตมาประมาณค่าตัวแปรสถานะ

- (a) ตัวสังเกตระบบวงเปิด
- (b) ตัวสังเกตระบบวงปิด
- (c) แสดงรายละเอียดของตัวสังเกตระบบวงปิด

ในกรณีที่ระบบไม่ได้อยู่ในรูป dual phase-variable มีวิธีการคำนวณ 2 วิธีคือ

1. การเทียบสัมประสิทธิ์ระหว่าง  $\det(sI - (A-LC))$  กับสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะที่เราต้องการ ซึ่งวิธีนี้จะคำนวณได้ยากหากรบบนั้นมีอันดับสูงๆ
2. แปลงระบบให้อยู่ในรูป dual phase-variable แล้วคำนวณในรูป dual phase-variable จากนั้นจึงแปลงกลับให้อยู่ในรูปแบบเดิม

สมมติระบบไม่ได้อยู่ในรูป dual phase-variable

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (2.30a)$$

$$y = Cz \quad (2.30b)$$

ซึ่งมี observability matrix คือ

$$O_{Mz} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

จากนั้นแปลงให้อยู่ในรูป dual phase-variable โดยให้

$$z = Px \quad (2.32)$$

แทนค่าจากสมการ(2.32) ลงใน (2.30)

$$P\dot{x} = APx + Bu \quad (2.33a)$$

$$y = CPx \quad (2.33b)$$

คูณ  $P^{-1}$  ตลอดสมการ

$$\dot{x} = P^{-1}APx + P^{-1}Bu \quad (2.34a)$$

$$y = CPx \quad (2.34b)$$

ดังนั้นจะได้ observability matrix  $O_{Mx}$  คือ

$$O_{Mx} = \begin{bmatrix} CP \\ CP(P^{-1}AP) \\ \vdots \\ CP(P^{-1}AP)(P^{-1}AP)\dots(P^{-1}AP) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} P \quad (2.35)$$

แทนสมการที่(2.31) ลงใน(2.35) จะได้

$$P = O_{Mz}^{-1}O_{Mx} \quad (2.36)$$

เราหาค่าตัวแปลง  $P$  นี้ได้จากสมการ (2.35)

หลังจากแปลงระบบให้อยู่ในรูป dual phase-variable แล้ว จึงออกแบบหาค่าเกนบ็อนกลับ  $L_x$  จากที่กล่าวไว้ว่า

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (2.37a)$$

$$(y - \hat{y}) = Ce \quad (2.37b)$$

$$\dot{e}_x = (P^{-1}AP - L_x CP)e_x \quad (2.38a)$$

$$(y - \hat{y}) = CPe_x \quad (2.38a)$$

เนื่องจาก  $x = P^{-1}z$ ,  $\hat{x} = P^{-1}\hat{z}$  เมื่อ  $e_x = x - \hat{x} = P^{-1}e_z$  แทนค่า  $e_x = P^{-1}e_z$  ลงในสมการที่ (2.38) แล้วแปลงกลับให้อยู่ในรูปแบบของระบบเดิม

$$\dot{e}_z = (A - PL_x C)e_z \quad (2.39a)$$

$$(y - \hat{y}) = Ce_x \quad (2.39b)$$

เทียบสมการ(2.39) กับ(2.37) จะได้ค่า observer gain vector คือ  $L_z = PL_x$

## 2.8 การวิเคราะห์โดยใช้ Input substitution

กรณีเป็น Step Input สมมติระบบแสดงในรูปสเตทสเปส

$$\dot{x} = Ax + Br \quad (2.40a)$$

$$y = Cx \quad (2.40b)$$

ผลที่สถานะคงตัว  $x_{ss}$  สำหรับ  $x$  คือ

$$x_{ss} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = V \quad (2.41a)$$

โดย  $v_i$  เป็นค่าคงที่

$$\dot{x}_{ss} = 0 \quad (2.42)$$

แทน  $r=1$  หรือ unit step และสมการ (42) ลงในสมการ (40) จะได้

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}\mathbf{V} + \mathbf{B} \quad (2.43a)$$

$$y_{ss} = \mathbf{C}\mathbf{V} \quad (2.43b)$$

$y_{ss}$  คือเอาต์พุตที่สถานะคงตัว

$$\mathbf{V} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} e(\infty) &= 1 - y_{ss} \\ &= 1 - \mathbf{C}\mathbf{V} = 1 + \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.45)$$

## 2.9 การออกแบบโดยใช้อินทิกรัลคอนโทรล

การออกแบบสเตทสเปซด้วยอินทิกรัลคอนโทรลสามารถทำได้ 2 วิธี คือ state augmentation และ bias estimation แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะ state augmentation แนวคิดของวิธีนี้ เป็นการรวมแบบจำลองของระบบประภอบรวมนี้ มีจุดประสงค์เพื่อใช้ในการออกแบบ control law ตัวอินทิเกรเตอร์นี้ไม่ได้มีอยู่เดิมในระบบ แต่เราจะเพิ่มเข้าไปในสมการตัวควบคุม

จากรูปที่ 4 จะเห็นว่ามีการเพิ่มตัวป้อนกลับจากเอาต์พุต ทำให้เกิดค่าแตกต่าง ซึ่งค่าแตกต่างนี้จะผ่านตัวอินทิเกรเตอร์ ซึ่งตัวอินทิเกรเตอร์ที่เพิ่มมานี้จะช่วยลดหรือกำจัด ค่าแตกต่างให้เป็น 0

จากรูปที่ 4 จะเขียนสมการได้ดังนี้

$$\dot{x}_N = r - \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.46)$$

สมการสถานะของเดิม

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (2.47a)$$

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.47b)$$

นำสมการทั้ง 3 มาเขียนในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (2.48a)$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix} \quad (2.48b)$$

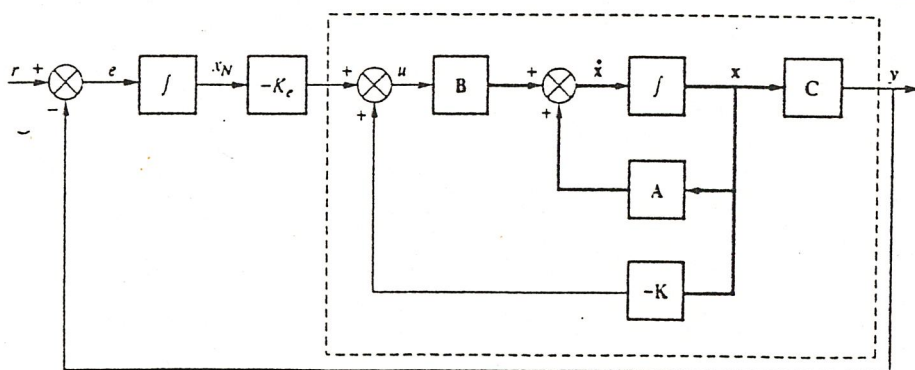
แต่

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} - K_e x_N = - \begin{bmatrix} \mathbf{K} & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

แทนสมการที่(49) ลงใน (48.a)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - BK) & -BK_e \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (2.50a)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} \quad (2.50b)$$



รูปที่ 4 ระบบควบคุมที่มีตัวอินทิเกรเตอร์

### บทที่ 3

## การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีควบคุมที่ดีที่สุด (optimal control)

### 3.1 กล่าวนำ

การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีควบคุมที่ดีที่สุด (optimal control) หรือเรียกอีกได้ว่า วิธีเรกกูเลเตอร์ฟลอปเบลิม (regulator problem) เกิดจากการที่เราต้องการที่จะออปติไมซ์ (optimizes) คือการมินิไมซ์ (minimizes) หรือ แมกซิไมซ์ (maximizes) ค่าของฟังก์ชันที่เราเลือกให้เป็นดัชนีสมรรถนะ (performance index) ในการเลือกดัชนีสมรรถนะที่เหมาะสมเป็นเรื่องสำคัญมาก เนื่องจากว่าในระบบที่มีอันดับสูงๆ เราจะต้องคำนึงถึงผลตามธรรมชาติของระบบควบคุมนั้นด้วย ซึ่งได้แก่ ความเป็นลิเนียร์ นอนลิเนียร์หรือ ไทม์-แวลูวิ่ง ที่ขึ้นกับรูปแบบของดัชนีสมรรถนะ

### 3.2 ควอดราติกเรกกูเลเตอร์ฟลอปเบลิม (Quadratic Regulator Problem)

สมมติเรามีระบบ

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1a)$$

$$y = Cx \quad (3.1b)$$

และสมมติให้  $\{A,B\}$  สามารถควบคุมได้โดยสมบูรณ์ (Complete Controllable) และ  $\{A,C\}$  สามารถสังเกตได้โดยสมบูรณ์ (Complete Observable) และ  $B$  เป็นแรงค์อันดับเต็ม (full rank)  $m < n$  ต้องการหาคอนโทรล  $u$  ที่น้อยที่สุดที่ minimize the quadratic index  $J$

$$J = \int_0^{\infty} [x'Qx + u'Ru] dt \quad (3.2)$$

เมื่อ  $R$  ( $m \times m$ ) เป็นค่าจริงและเป็นโพสิทีฟเดฟไฟนิตเมตริกซ์ (positive-definite real symmetric matrix) เรียกว่า เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม (Control Weighting Matrix) และให้  $C^T C = Q$  ( $n \times n$ ) เป็นค่าจริงและเป็นโพสิทีฟเซมิเดฟไฟนิตเมตริกซ์ (positive-semidefinite real symmetric matrix) เรียกว่า เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ (State Weighting Matrix) การเลือกค่า  $R$  แบบนี้นั้นจะได้ว่า

$$u'Ru > 0 \text{ สำหรับทุกค่าของ } u \neq 0$$

$$\text{และ } u'Ru = 0 \text{ เฉพาะ } u = 0$$

การสมมติให้ระบบสามารถควบคุมได้ก็เพื่อประกันว่า สามารถหาค่าที่ดีที่สุด (optimal)  $u$  ได้แบบค่าเดียว (unique) และการสมมติให้ระบบสามารถสังเกตได้ก็เพื่อประกันว่าจำนวน  $n$  สถานะของระบบจะเข้าสู่ (contribute) ค่าสุดท้ายของ  $J$

เมื่อ  $R$  ถูกสมมติเป็นค่าจริงและเป็นโพสิทีฟเดฟิไนต์เมตริกซ์ จะเขียนได้ว่า

$$R = T'T$$

เมื่อ  $T$  เป็น นอน-ซิงกูลาร์ เมตริกซ์ (non-singular matrix)

เรากำหนดค่า  $K$  สำหรับเวกเตอร์ควบคุมที่ดีที่สุด (Optimal control vector)

$$u = -Kx \quad (3.3)$$

แทนค่าสมการ (3.3) ลงใน (3.1a) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax - BKx \\ &= (A - BK)x \end{aligned} \quad (3.4)$$

เราสมมติให้เมตริกซ์  $A - BK$  เสถียร หรือค่าไอเกนของ  $A - BK$  อยู่ทางด้านซ้ายของแกนจินตภาพ แทนค่าสมการ (3.5) ลงใน (3.2) จะได้

$$J = \int_0^{\infty} x'(Q + K'RK)x \, dt \quad (3.5)$$

$$\text{เราให้ } x'(Q + K'RK)x = -\frac{d}{dt}(x'Px)$$

$$\text{จะได้ว่า } x'(Q + K'RK)x = -x'Px - x'Px$$

$$= -x[(A - BK)'P + P(A - BK)]x$$

เมื่อเปรียบเทียบทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$(A - BK)'P + P(A - BK) = -(Q + K'RK) \quad (3.6)$$

โดยที่  $P$  เป็น โพสิทีฟเดฟิไนต์เมตริกซ์ จะได้ค่าต่ำสุดของดรรชนีสมรรถนะ

$$J = x'(0)Px(0) \quad (3.7)$$

และจากค่า  $R$  ที่กำหนดขึ้นเราสามารถเขียนสมการ (3.6) ใหม่ได้ว่า

$$(A' - K'B')P + P(A - BK) + Q + K'T'TK = 0$$

$$A'P + PA + [TK(T')^{-1}B'P][TK(T')^{-1}B'P] - PBR^{-1}B'P + Q = 0$$

ค่าที่น้อยที่สุด (minimum value) จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ

$$TK = (T')^{-1}B'P$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } K &= T^{-1}(T')^{-1}B'P \\ &= R^{-1}B'P \end{aligned} \quad (3.8)$$

และเราสามารถหาเมตริกซ์  $P$  ได้จากสมการ (3.6) หรือจาก

$$A'P + PA - PBR^{-1}B'P + Q = 0 \quad (3.9)$$

ซึ่งสมการ (3.9) นี้เรียกว่าสมการรีคัตตี (Riccati equation)

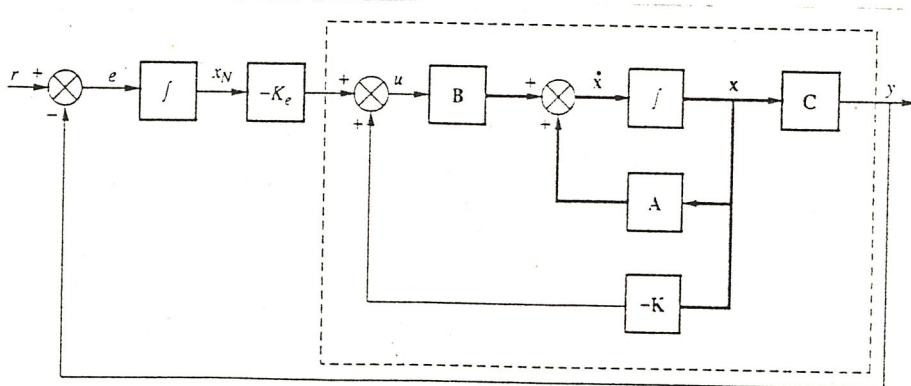
ถ้าตรวจนิสมรรถนะแสดงอยู่ในรูปเอาต์พุทเวกเตอร์ คือ

$$J = \int_0^{\infty} (y'Qy + u'Ru) dt$$

ค่าดัชนีก็จะหาได้จากสมการเอาต์พุท  $y=Cx$  จะได้ว่า

$$J = \int_0^{\infty} (x'C'QCx + u'Ru) dt$$

### 3.3 การออกแบบระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ด้วยวิธีควบคุมที่ดีที่สุด



รูปที่ 5 ระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์

จากรูปที่ 5 จะเขียนสมการได้ดังนี้

$$\dot{x}_N = r - Cx \quad (3.10)$$

สมการสถานะของเดิม

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.11a)$$

$$y = Cx \quad (3.11b)$$

นำสมการทั้ง 3 มาเขียนในรูปเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.12a)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.12b)$$

แต่

$$u = -Kx - K_e x_N = - \begin{bmatrix} K & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} = -K_a x_a \quad (3.13)$$

แทนสมการที่(3.13) ลงใน (3.12a)

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - BK) & -BK_e \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.14a)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.14b)$$

ในการหาค่า  $K_a$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $\begin{bmatrix} K & K_e \end{bmatrix}$  ด้วยวิธีความคุมที่ดีที่สุด

$$\text{โดย } K_a = R_a^{-1} B_a^T P_a \quad (3.15)$$

ซึ่งค่า  $P_a$  หาได้จากการแก้สมการรีคัตตี (Ricatti Equation)

$$A_a^T P_a + P_a A_a - P_a B_a R_a^{-1} B_a^T P_a + Q_a = 0$$

โดย  $Q_a = \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & q \end{bmatrix}$  (3.16)

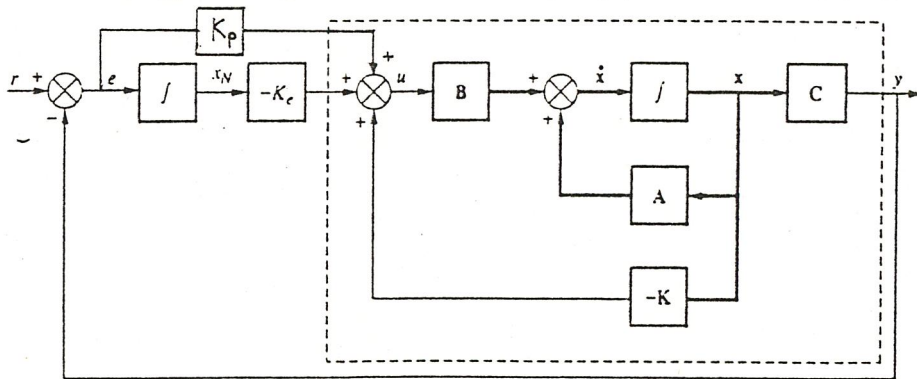
และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม  $R_a$  เป็นค่าสเกลาร์ เนื่องจากระบบที่ศึกษาเป็นระบบแบบอินพุทเออร์ทพุทเดียว

ซึ่งค่า  $K_a$  ที่ได้นี้จะเป็ค่าที่ดีที่สุดที่ได้กฎการควบคุมซึ่งทำให้ดัชนีสมรรถนะมีค่าน้อยที่สุด

ในการศึกษาทดลองหาค่า  $K_a$  จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปโดยการแก้มการวิคิตตี จากการกำหนด  $Q_a$  และ  $R_a$  ให้โปรแกรม

### 3.4 การศึกษาระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และอัตราขยายสัดส่วน

เมื่อทำการเพิ่มอัตราขยายสัดส่วน (Proportional Gain) เข้าไปในระบบที่มีการใส่ตัวอินทิเกรเตอร์ จะได้ระบบดังแสดงในรูป



รูปที่ 6 ระบบควบคุมที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และอัตราขยายสัดส่วน

จากรูปจะเห็นว่า

$$\begin{aligned}
 u &= -Kx - K_e x_N + K_p e \\
 &= -Kx - K_e x_N + K_p (r - Cx) \\
 &= -\begin{bmatrix} K + K_p C & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + K_p r
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \tag{3.18}$$

นำค่า  $u$  ที่ได้จากสมการ (3.17) มาแทนลงในสมการ (3.18) จะได้

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \left( -\begin{bmatrix} K + K_p C & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + K_p r \right) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \\
 &= \begin{bmatrix} A - B(K + K_p C) & -BK_e \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p B \\ 1 \end{bmatrix} r
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

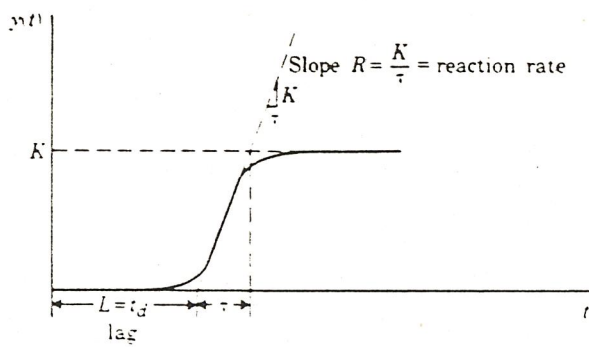
### 3.5 ตัวควบคุมแบบสัดส่วน (Proportional Controller)

ตัวควบคุมแบบเป็นสัดส่วน (Proportional Controller, P) เป็นตัวควบคุมที่มีความไวสูง ให้ผลตอบสนองอย่างทันทีทันใด ด้วยอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปของ ตัวแปรตั้งเดิม (set variable) สำหรับทุกๆ การเปลี่ยนแปลงของสัญญาณค่าผิดพลาด (error signal) ดังนั้นถ้าสัญญาณค่าผิดพลาดเป็นศูนย์ ก็จะหาค่าตัวแปรตั้งต้นศูนย์ได้ (zero set variable) ในการควบคุมแบบสัดส่วนโดยทั่วไปนั้น ตัวแปรที่ทำการควบคุมในสภาวะที่คงที่ จะมีค่าผิดพลาดที่ขึ้นกับ ตัวแปรบังคับ (command variable) ดังนั้น เราจะได้ค่าตัวแปรตั้งต้นที่ต้องการ ซึ่งเรียกว่าค่าผิดพลาดชดเชย (offset error) หรือ ค่าผิดพลาดที่สถานะคงที่ (steady state error) ของการควบคุมแบบสัดส่วน

ตัวควบคุมแบบสัดส่วนจะตอบสนองอย่างรวดเร็วต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรบังคับ หรือสัญญาณรบกวนภายนอก เพื่อปรับให้ระบบเข้าสู่สภาวะคงที่ได้เร็วที่สุด อย่างไรก็ตามก็ยังคงมีค่าผิดพลาดชดเชยอยู่ ดังนั้นตัวแปรที่ถูกควบคุมอยู่ ที่สภาวะคงที่ก็จะไม่สามารถสมมติค่าตามที่ต้องการ จากตัวแปรบังคับเมื่อตัวแปรบังคับนี้เป็นศูนย์ อย่างไรก็ตาม ตัวควบคุมแบบสัดส่วนก็ยังคงมีความเหมาะสมอย่างมากสำหรับระบบที่ให้ความสำคัญต่อผลตอบสนองที่สภาวะเริ่มต้น

### 3.6 การปรับแต่งด้วยวิธี ซีเกลอร์-นิโคล (Ziegler-Nichols Tuning)

การปรับแต่งตัวควบคุมด้วยวิธี ซีเกลอร์-นิโคล เป็นการปรับแต่งที่นำค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้จริงจากกระบวนการมาทำการปรับแต่ง โดยสร้างเป็นแบบจำลองขึ้นมา ซึ่งกระทำได้ 2 วิธี คือ วิธีผลตอบสนองชั่วขณะ (Transient response method) ซึ่งต้องใช้ผลตอบสนองเป็นขั้น (Step response) ของระบบวงเปิด แสดงได้ดังรูป



รูปที่ 7 ผลตอบสนองเป็นขั้น (step response) ของระบบวงเปิด

ซึ่งมีพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ เวลาหน่วง (time delay , L) และ ความชัน (R) และเราจะกำหนดให้ค่าแอมป์มีค่าประมาณ 0.2 จะสามารถเลือกพารามิเตอร์ต่างๆ ได้ดังตาราง

ตาราง 1.1 การปรับแต่งพารามิเตอร์ตามวิธีซีเกลอร์-นิโคล โดยผลตอบสนองชั่วขณะ

ตัวควบคุม	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$1/RL$		
PI	$0.9/RL$	$3L$	
PID	$1.2/RL$	$2L$	$0.5L$

วิธีที่สอง เรียกว่า วิธีขอบเขตเสถียรภาพ (stability-limit method) ซึ่งระบบจะต้องควบคุมได้โดยการควบคุมแบบสัดส่วนเท่านั้น ค่าอัตราขยาย  $K_p$  จะเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ จนกระทั่ง ผลตอบสนองของระบบแกว่งอย่างสม่ำเสมอ

### 3.7 การควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิกรัล (Proportional plus Integral Control)

ในทฤษฎีการควบคุมทั่วไป เราจะใช้การควบคุมแบบสัดส่วนและอินทิกรัลในการต้านผลกระทบของสัญญาณรบกวนทางอินพุท ในกรณีที่สัญญาณรบกวนนี้คงที่ ในส่วนของสัญญาณป้อนกลับต้องประกอบด้วยอินทิเกรตที่พอเพียงที่จะทำให้ตำแหน่งสมดุลย์ของระบบวงปิดเป็นศูนย์ ถ้าเราสมมติให้เอาต์พุทของระบบเป็นศูนย์ เอาต์พุทของตัวควบคุมซึ่งคือตัวอินทิเกรเตอร์ก็จะมีค่าคงที่ แต่ในตามความเป็นจริง เอาต์พุทของระบบ จะไม่เป็นศูนย์ (เป็นค่าคงที่ไม่ใช่ศูนย์) เอาต์พุทของตัวควบคุมซึ่งจะเป็นอินพุทเข้าไปยังกระบวนการ จะเป็นสัญญาณที่มีค่าคงที่ค่าหนึ่งบวกกับสัญญาณแรมป์ และสัญญาณแรมป์นี้จะเป็นตัวลดเอาต์พุทของกระบวนการให้เป็นศูนย์ (ถ้าการป้อนกลับมีทิศทางที่เหมาะสม) และเราก็จะได้ตำแหน่งสมดุลย์ศูนย์ (Zero equilibrium point) ตามที่ต้องการ

## บทที่ 4

### ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมวิธีต่าง ๆ

#### 4.1 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีกำหนดตำแหน่งโพล

การทดลองที่ 1 ระบบเปิดมีฟังก์ชันถ่ายโอน คือ  $\frac{10}{s^3 + 6s^2 + 8s}$

เขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -8 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

หา controllability matrix เพื่อดูว่าระบบควบคุมได้หรือไม่

$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -26 \\ 1 & -6 & 28 \end{bmatrix}$$

ค่าดีเทอร์มิแนนท์ของ  $C_M = -1$  ค่าดีเทอร์มิแนนท์ไม่เท่ากับ 0 ดังนั้นเมตริกซ์นี้เป็น non-singular matrix และ แรงค์ของ  $C_M$  เท่ากับ 3 สรุปได้ว่า ระบบนี้ควบคุมได้

#### การออกแบบตัวควบคุม

เมื่อมีการป้อนกลับผ่านเกน  $k_f$  ไปยังอินพุตจะได้

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

โดย  $u = -Kx + r$

ดังนั้น  $\dot{x} = (A - BK)x + r$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -(k_2+8) & -(k_3+6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

สมการคุณลักษณะของระบบปิดคือ

$$s^3 + (k_3+6)s^2 + (k_2+8)s + k_1 = 0 \quad (4.1)$$

ต้องการออกแบบระบบให้มี overshoot 10% ,settling time 0.5 วินาที ในช่วงผลตอบสนองชั่วขณะ

$$\text{จะได้ } \zeta = 0.6 \quad \omega_n = 13.3$$

ตำแหน่งโพลเด่นของระบบปิดอยู่ที่  $s = -8 \pm j10.6$  เนื่องจากระบบเป็นอันดับ 3 ต้องเลือก

โพลของระบบปิดอีกหนึ่งตำแหน่ง โดยเลือกโพลนี้อยู่ตำแหน่งที่ห่างจากแกนจินตภาพเป็น 10 เท่าของค่าจริงของโพลเด่น คือ ที่  $s = -80$

$$(s + 80)(s + 8 \pm j10.6) = 0$$

$$s^3 + 96s^2 + 1456.36s + 14108.8 = 0 \quad (4.2)$$

เทียบสัมประสิทธิ์สมการ(4.1)และ (4.2) จะได้

$$k_1 = 14108.8, \quad k_2 = 1448.36, \quad k_3 = 90$$

จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -14108.8 & -1456.36 & -96 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.3a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (4.3b)$$

ผลต่างคงตัวของระบบวงปิด เมื่ออินพุตเป็น unit step คือ

$$e(\infty) = 1 + \mathbf{CA}^{-1}\mathbf{B} = 0.9993$$

ผลตอบสนองต่อเวลาของระบบวงปิดที่แทนด้วยสมการ (4.3) เป็นดังรูปที่ 8

### การออกแบบตัวสังเกต

สำหรับระบบในกรณีที่สถานะของระบบไม่สามารถวัดได้ ต้องมีการประมาณสถานะของระบบ เขียนระบบให้อยู่ในรูป dual-phase

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{\hat{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

หา observability matrix

$$O_M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 1 \\ 28 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

เป็นแรงค์ 3 แสดงว่าระบบสามารถสังเกตได้

$$A - LC = \begin{bmatrix} -(6+l_1) & 1 & 0 \\ -(8+l_2) & 1 & 0 \\ -l_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้สมการคุณลักษณะคือ } s^3 + (6+l_1)s^2 + (8+l_2)s + l_3 = 0 \quad (4.4)$$

กำหนดให้ตัวสังเกตที่ต้องการมี overshoot 10%, settling time 0.5 วินาที จะได้  $\zeta = 0.6, \omega_n = 13.3$   
จากข้อกำหนดจะได้สมการคุณลักษณะคือ

$$s^3 + 96s^2 + 1456.36s + 14108.8 \quad (4.5)$$

เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์ของสมการ (4.4) และ (4.5) จะได้

$$l_1 = 90, l_2 = 1448.36, l_3 = 14108.8$$

$$\dot{e}_x = \begin{bmatrix} -96 & 1 & 0 \\ -1456.36 & 0 & 1 \\ -14108.8 & 0 & 0 \end{bmatrix} e_x \quad (4.6a)$$

$$(y - \hat{y}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} e_x \quad (4.6b)$$

ผลตอบสนองต่อเวลาของค่าคลาดเคลื่อนของตัวสังเกต ซึ่งแทนด้วยสมการ (4.6) เป็นดังรูปที่ 9 เมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ จะได้สมการแทนระบบในรูป state-space

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BK} & -\mathbf{BK}_e \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -k_1 & -(k_2+8) & -(k_3+6) & -K_e \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix}$$

จะได้สมการคุณลักษณะของระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์

$$s^4 + (6+k_3)s^3 + (8+k_2)s^2 + k_1s - K_e = 0 \quad (4.7)$$

เนื่องจากเมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ ระบบจะเพิ่มเป็นอันดับ 4 จึงต้องกำหนดโพลของระบบบวม ปิดอีกสองตำแหน่ง โดยกำหนดให้ตำแหน่งโพลทั้งสองอยู่ที่  $s=-100$  และ  $s=-80$

จะได้สมการคุณลักษณะคือ

$$s^4 + 196s^3 + 11056.36s^2 + 159744.8s + 14108.8 = 0 \quad (4.8)$$

เทียบสัมประสิทธิ์สมการ (4.7) และ (4.8) จะได้

$$k_1 = 159744.8, \quad k_2 = 11048.36, \quad k_3 = 190, \quad K_e = -1410880$$

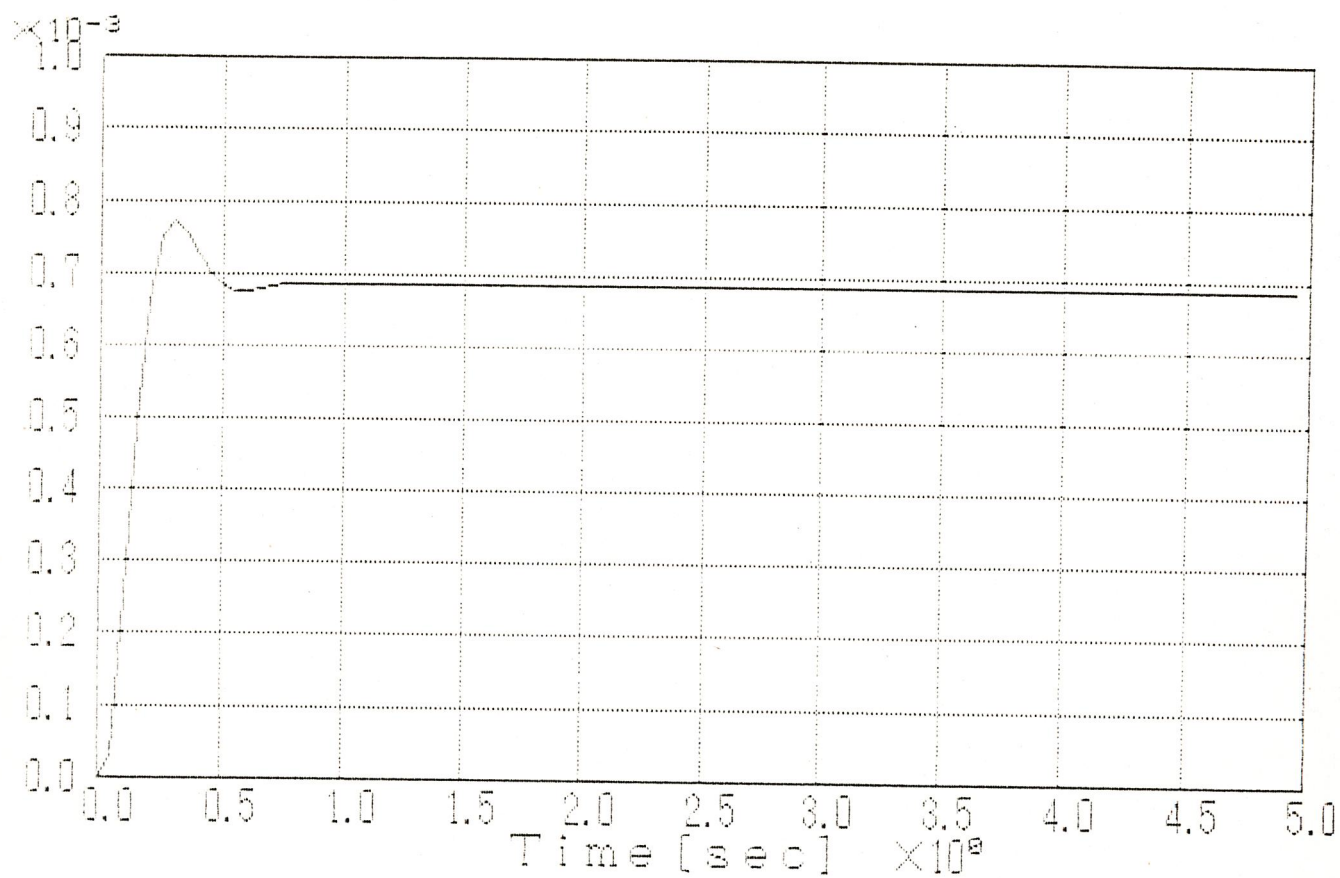
สมการสถานะของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -159744.8 & -11056.36 & -196 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.9a)$$

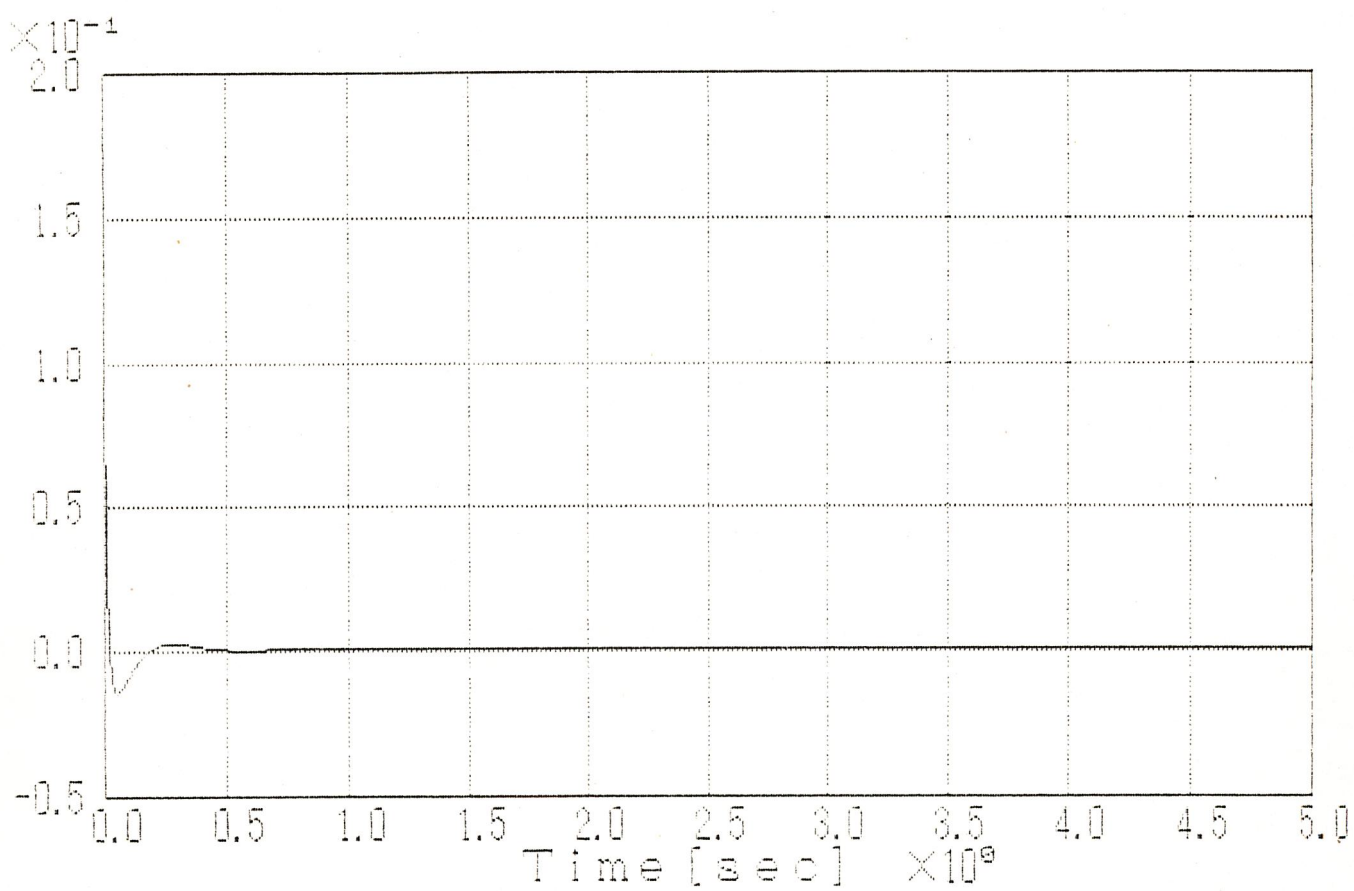
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (4.9b)$$

ค่าผลต่างสถานะคงตัวเมื่อเอาท์พุทเป็น unit step ของระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ คือ  $e(\infty) = 0$   
 ผลตอบสนองต่อเวลาของระบบลูปปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ แทนด้วยสมการ (4.9) เป็นดังรูป 10

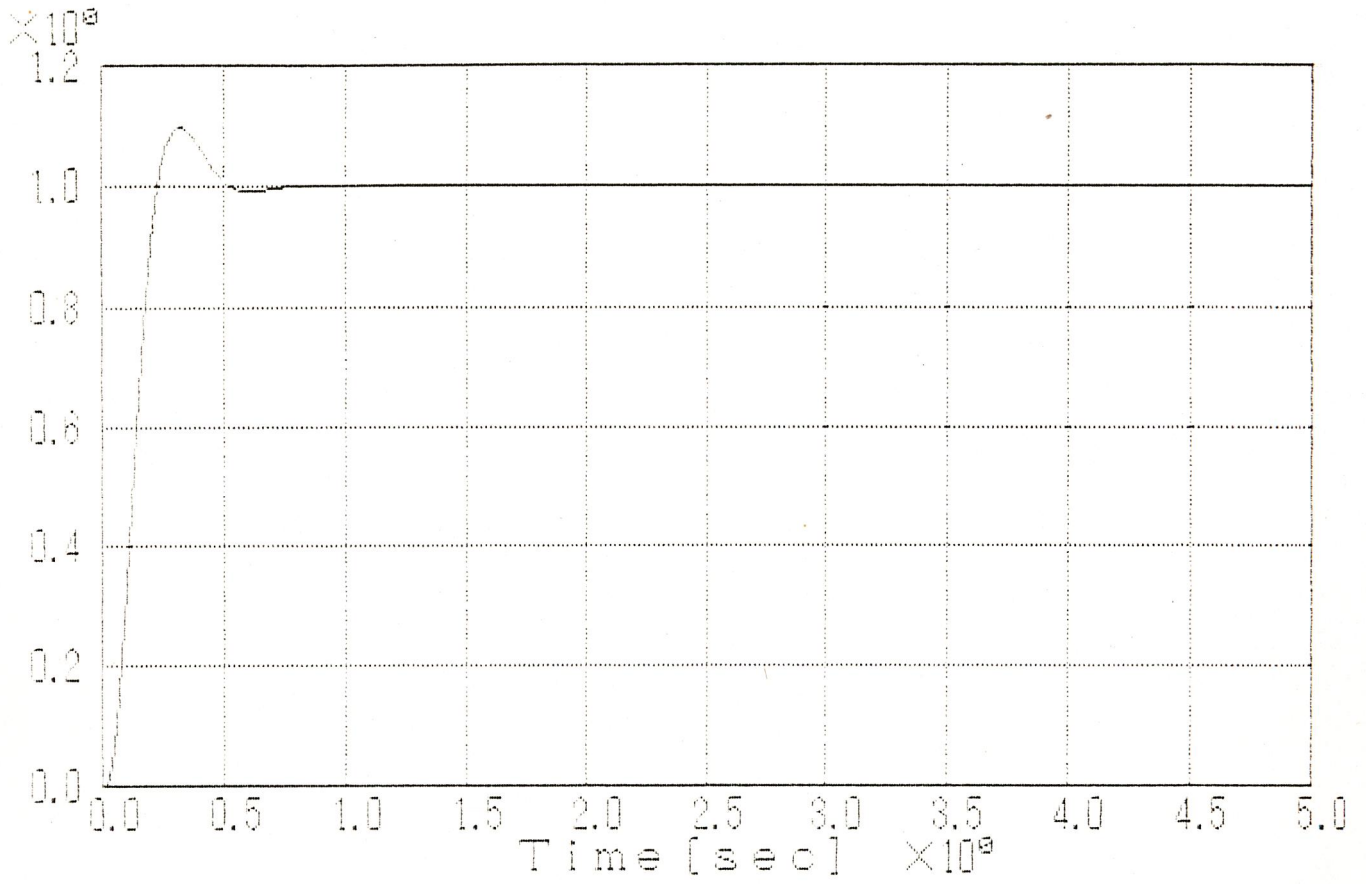
รูปที่ 8 ผลตอบสนองต่อเวลาของระบบวงปิด



รูปที่ 9 ผลตอบสนองต่อเวลาของค่าความคลาดเคลื่อนของตัวสังเกต



รูปที่ 10 ผลตอบสนองต่อเวลาของระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์



## การทดลองที่ 2

ระบบวงเปิดมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังต่อไปนี้คือ

$$\frac{100(s+10)(s+20)}{s(s+15)(s+30)}$$

เขียนระบบให้อยู่ในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -450 & -45 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 20000 & 3000 & 100 \end{bmatrix} x$$

หา controllability matrix เพื่อดูว่าระบบสามารถควบคุมได้หรือไม่ โดย

$$C_M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -45 \\ 1 & -45 & 1575 \end{bmatrix}$$

ค่าดีเทอร์มิแนนท์ของ  $C_M = -1$  ดังนั้นเมตริกซ์  $C_M$  นี้เป็น non-singular มีแรงค์เท่ากับ 3 ดังนั้นระบบนี้ควบคุมได้

ออกแบบตัวควบคุม

เมื่อมีการป้อนกลับตัวแปรสถานะผ่านเกน  $K$  ไปยังอินพุท จะได้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -(k_2+450) & -(k_3+45) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 20000 & 3000 & 100 \end{bmatrix} x$$

ให้สมการคุณลักษณะของระบบวงปิด คือ

$$s^3 + (k_3+15)s^2 + (k_2+450)s + k_1 \quad (4.10)$$

ต้องการออกแบบระบบให้มี overshoot 10%, settling time 0.5 วินาที

ตำแหน่งโพลเด่นของระบบปิดอยู่ที่  $s = -8 + j10.6$  และ  $-8 - j10.6$

เนื่องจากระบบเป็นอันดับ 3 จึงต้องเลือกโพลของวงปิดอีกหนึ่งตำแหน่ง โดยเลือกตำแหน่งโพลนี้ที่

$s = -10$  เพื่อชดเชยซีโรของระบบวงปิด

จะได้สมการคุณลักษณะที่ต้องการคือ

$$s^3 + 26s^2 + 336.36s + 1763.6 = 0 \quad (4.11)$$

เปรียบเทียบสัมประสิทธิ์สมการ (4.10) และ (4.11) จะได้

$$k_1 = 1763.6, k_2 = -113.64, k_3 = -19$$

สมการของระบบวงปิดที่ได้คือ

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1763.6 & -336.4 & -26 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 20000 & 3000 & 100 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

ผลต่างสถานะคงตัว เมื่ออินพุทเป็น unit step

$$e(\infty) = -10.34$$

เมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบปิด จะได้สมการดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -k_1 & -(k_2+450) & -(k_3+45) & -K_e \\ -20000 & -3000 & -100 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.12a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 20000 & 3000 & 100 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} \quad (4.12b)$$

จะได้สมการคุณลักษณะของระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ คือ

$$s^4 + (k_3+45)s^3 + (k_2+450)s^2 + (k_1-3100k)s - 20000K_e = 0 \quad (4.13)$$

เนื่องจากเมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ ระบบจะเป็นระบบอันดับ 4 จึงต้องกำหนดโพลของระบบ ปิดอีกสองตำแหน่ง โดยกำหนดโพลซดเชยซีโรของระบบวงปิดทั้งสอง จะได้สมการคุณลักษณะที่ต้องการ

$$(s+10)(s+20)(s+8+j10.6)(s+8-j10.6) = 0$$

$$s^4 + 48s^3 + 856.36s^2 + 8490.8s + 35272 = 0 \quad (4.14)$$

เทียบสัมประสิทธิ์สมการ (4.13) และ (4.14) จะได้

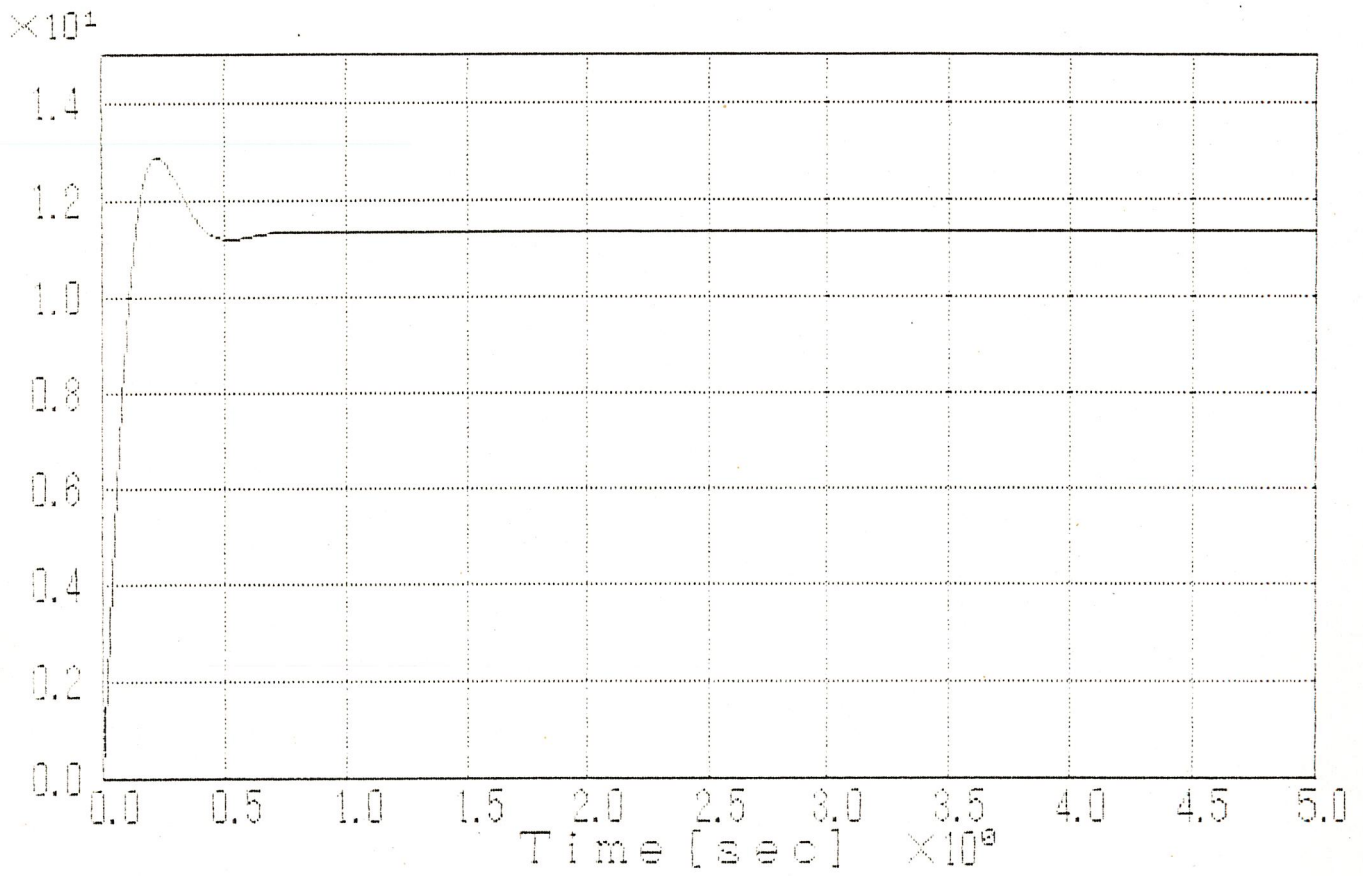
$$k_1 = 3023.64, k_2 = 406.36, k_3 = 3, K_e = -1.76$$

สมการของระบบปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ ที่ได้คือ

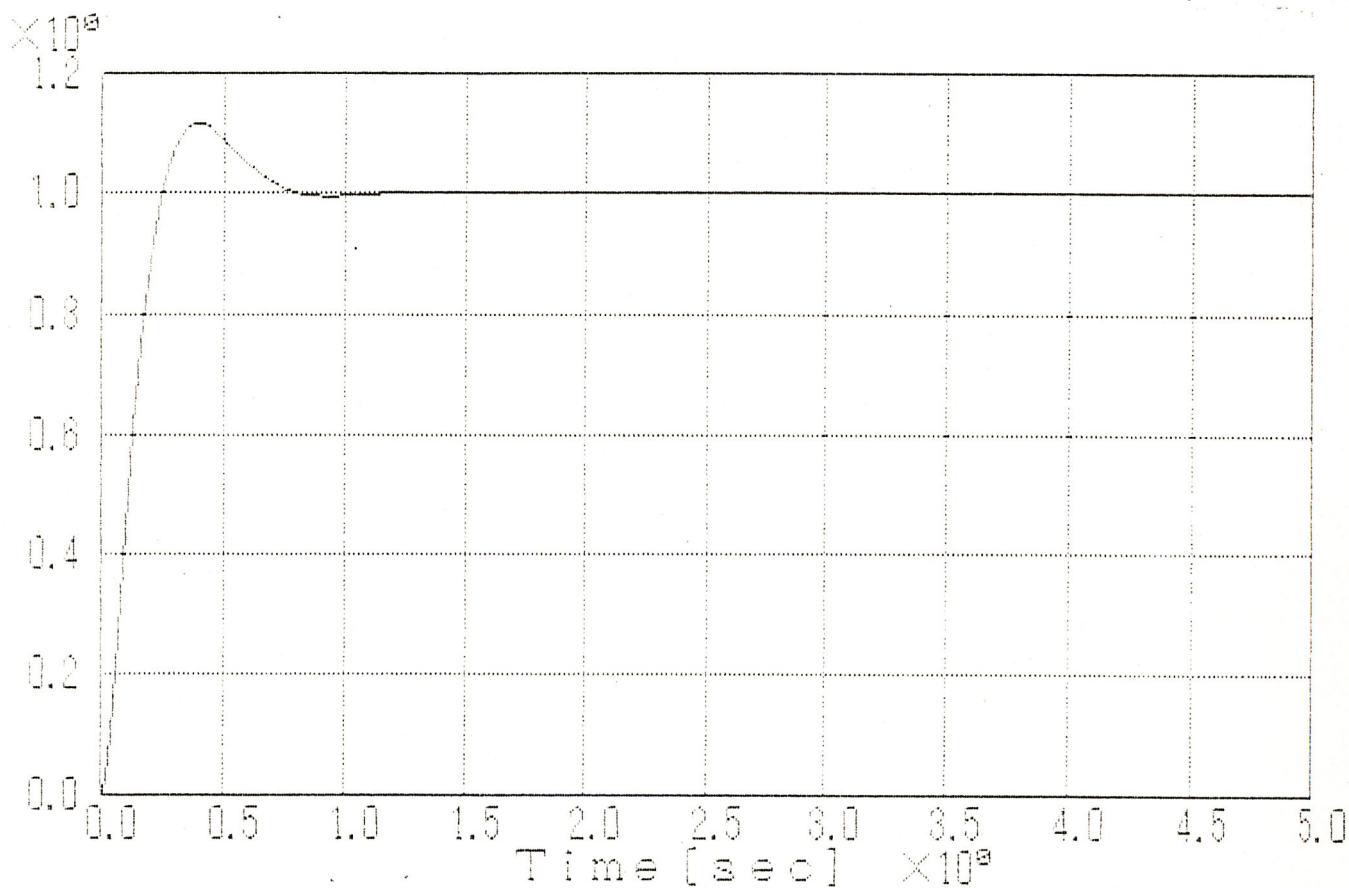
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3023.64 & -856.4 & -48 & 1.76 \\ -20000 & -3000 & -100 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

ค่าผลต่างสถานะคงตัว เมื่ออินพุทเป็นขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วยของระบบที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ มีค่าเท่ากับ 0

รูปที่ 11 ผลตอบสนองต่อเวลาของระบบวงปิด



รูปที่ 12 ผลตอบสนองต่อเวลาของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์



## 4.2 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และอัตราขยายสัดส่วน

### การทดลองที่ 3

ระบบวงเปิดมีฟังก์ชันถ่ายโอน

$$\frac{10}{s^3 + 8s^2 + 20s + 16}$$

มีตำแหน่งโพลอยู่ที่  $s = -2$ ,  $s = -2$ ,  $s = -4$

เขียนระบบอยู่ในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -16 & -20 & -8 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

เมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ จะได้สมการแสดงสถานะของระบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -16 & -20 & -8 & 0 \\ -10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.15a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} \quad (4.15b)$$

ออกแบบให้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ มีค่าตามลำดับดังนี้

$$R_a = 0.01$$

$$Q_a = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

ทำให้ได้อัตราขยายป้อนกลับ  $K_a$  มีค่าดังนี้

$$k_1=249.072, k_2=74.88, k_3=9.71, K_e=-31.62$$

จากสมการ (3.14)

ดังนั้นเราจะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -256.07 & -94.88 & -17.71 & 31.62 \\ -10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.16a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} \quad (4.16b)$$

ซึ่งมีค่าไอเกนเท่ากับ  $-11.0741, -2.646, -1.997 \pm j2.609$

มีผลตอบสนองแสดงได้ดังรูปที่ 14

ทำการออกแบบหาตัวอัตราขยายสัดส่วน (Proportional Gain,  $K_p$ ) ตามวิธีของซีเกลอร์-นิโคล จะได้

$$K_p(1) = 7.94$$

จากสมการ (3.19)

ได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดที่ได้เพิ่มอัตราขยายสัดส่วน  $K_p(1)$  ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -344.47 & -94.88 & -17.71 & 31.62 \\ -10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 7.94 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.17)$$

มีค่าไอเกนเท่ากับ  $-12.02$  ,  $-1.26$  ,  $-2.22 \pm j3.997$

มีผลตอบสนองแสดงดังรูป 15

ทำการลดค่า  $K_p$  ลงประมาณครึ่งหนึ่ง  $K_p(2) = 4$

จากสมการ (3.19) ได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดที่มี  $K_p(2)$  ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -289.07 & -94.88 & -17.71 & 31.62 \\ -10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.18)$$

มีค่าไอเกนเท่ากับ  $-11.40$  ,  $-1.99$  ,  $-2.2 \pm j3.11$

มีผลตอบสนองแสดงดังรูป 16

ทำการลด  $K_p$  ลงอีกครึ่งหนึ่ง  $K_p(3) = 2$

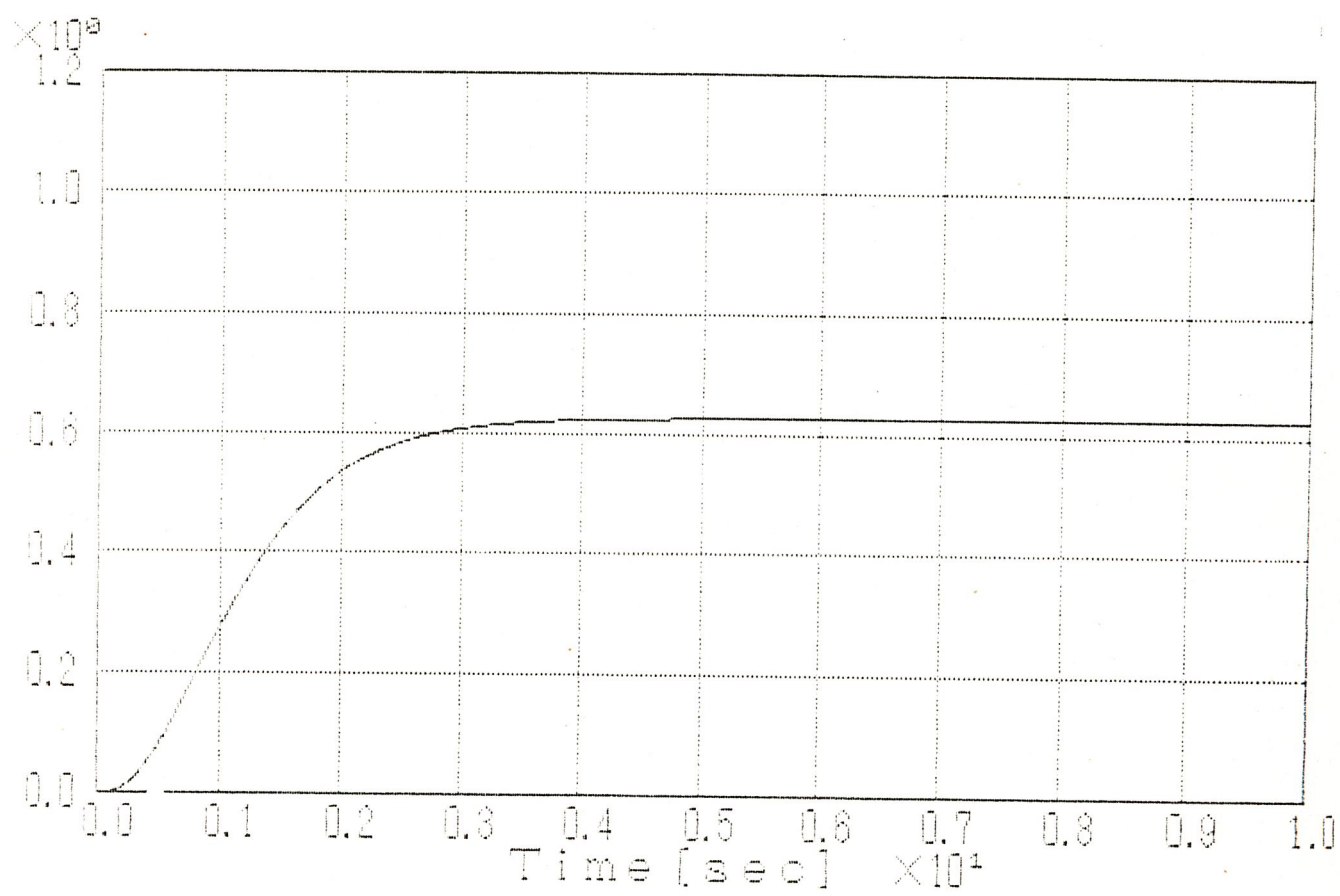
จากสมการ (3.19) ได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดที่มี  $K_p(3)$  ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -259.07 & -94.88 & -17.71 & 31.62 \\ -10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

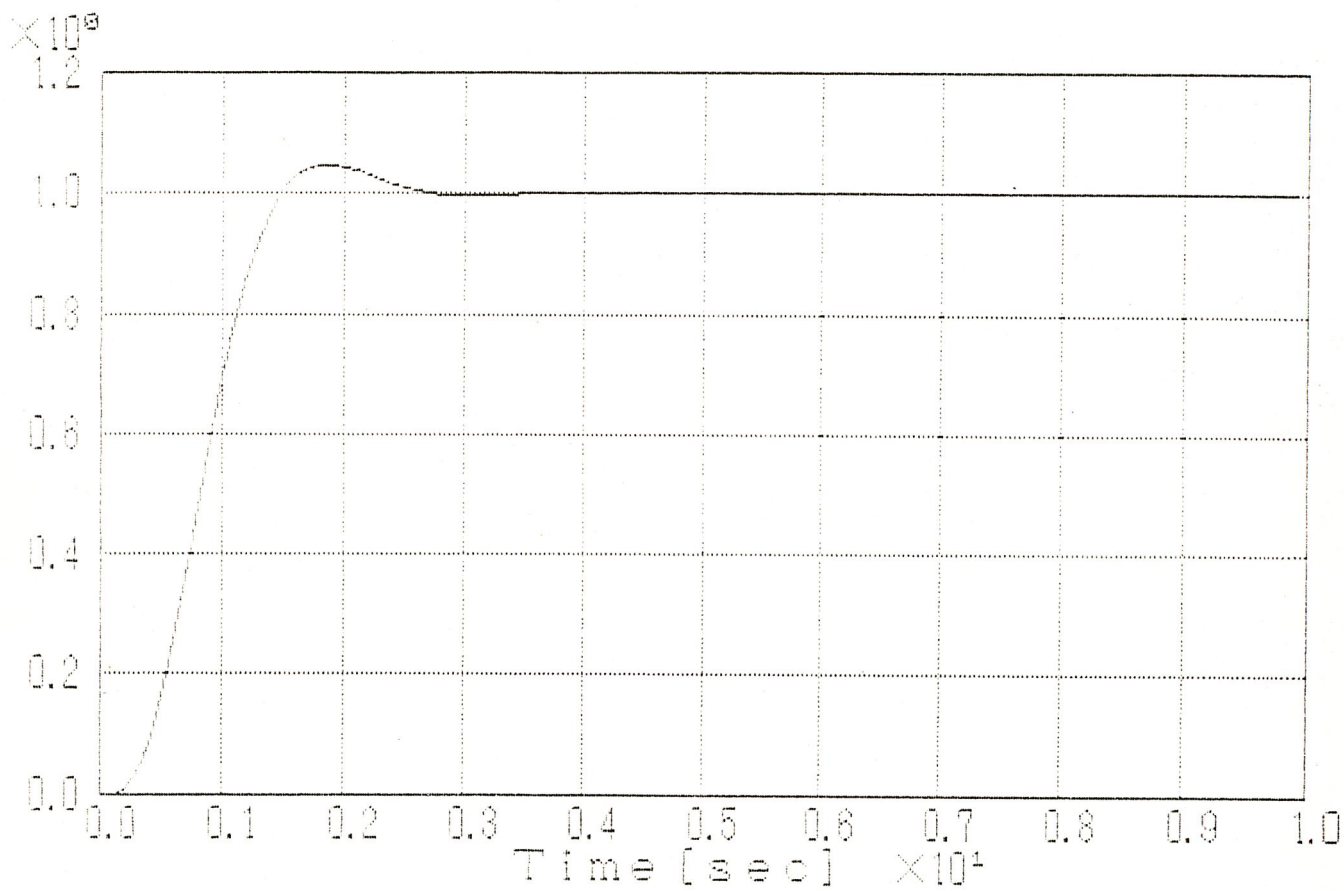
มีค่าไอเกนเท่ากับ  $-11.13$  ,  $-2.48$  ,  $-2.05 \pm j2.69$

มีผลตอบสนองแสดงดังรูป 17

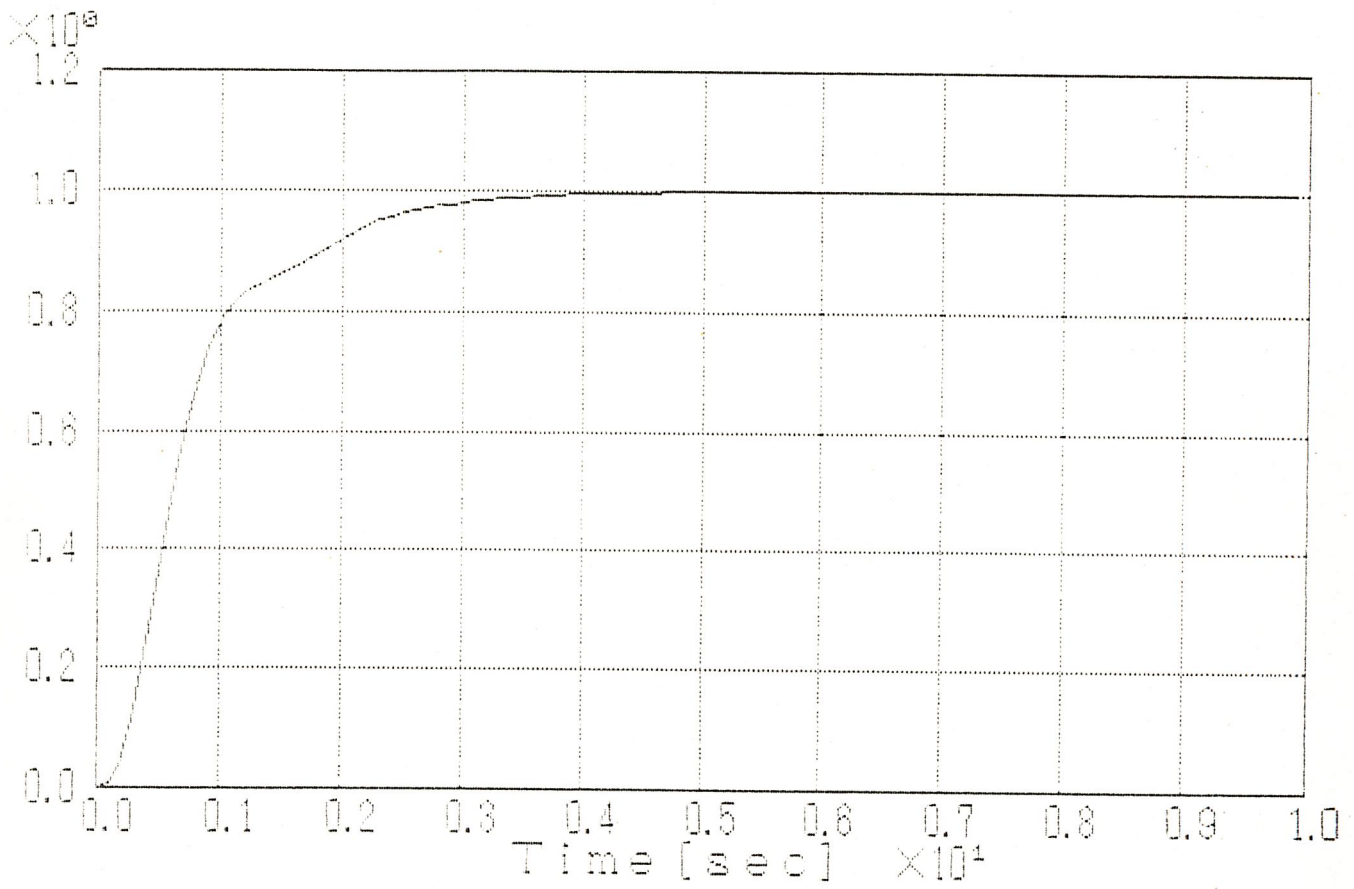
รูป 13 แสดงผลตอบสนองของระบบวงเปิด

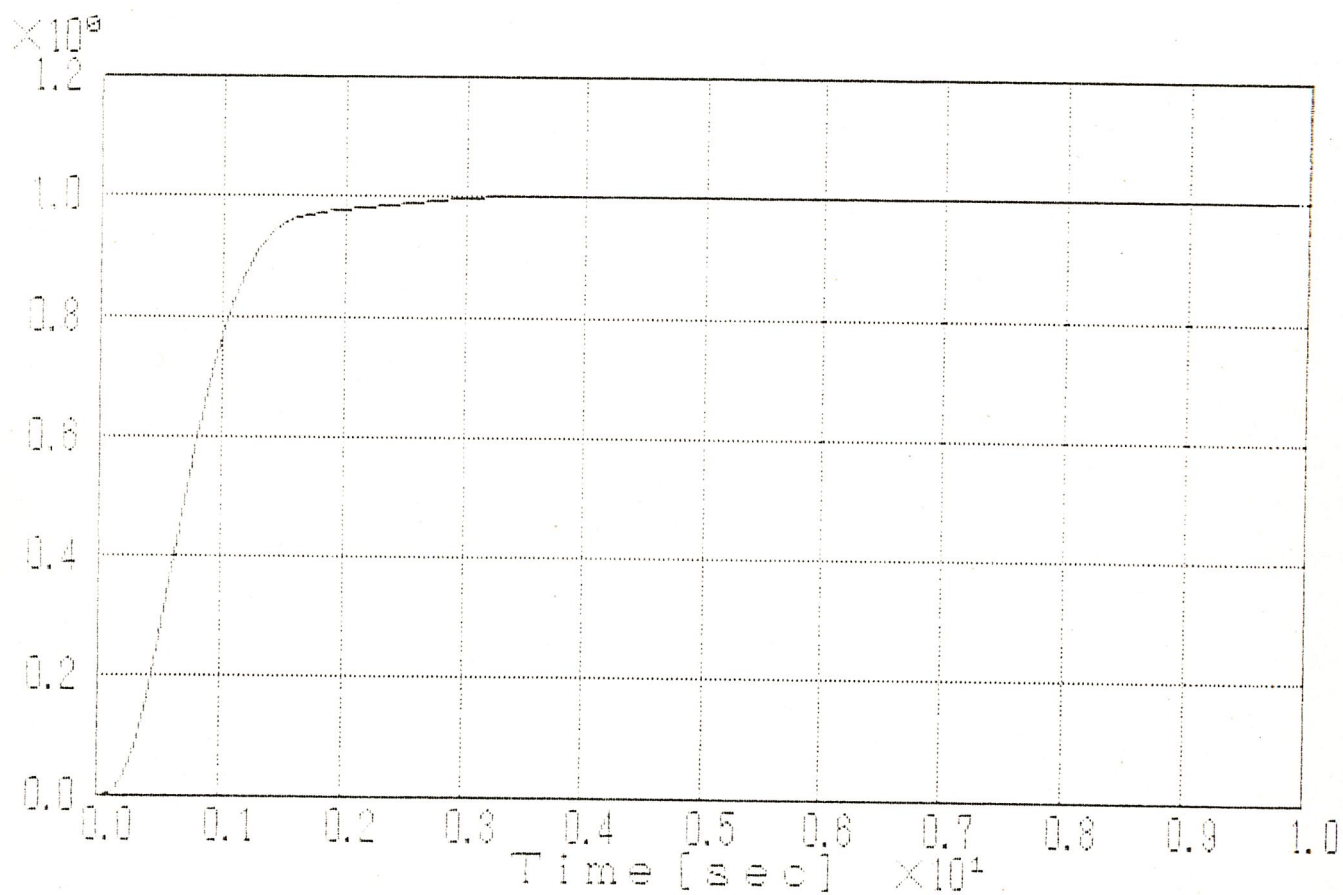


รูป 14 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์

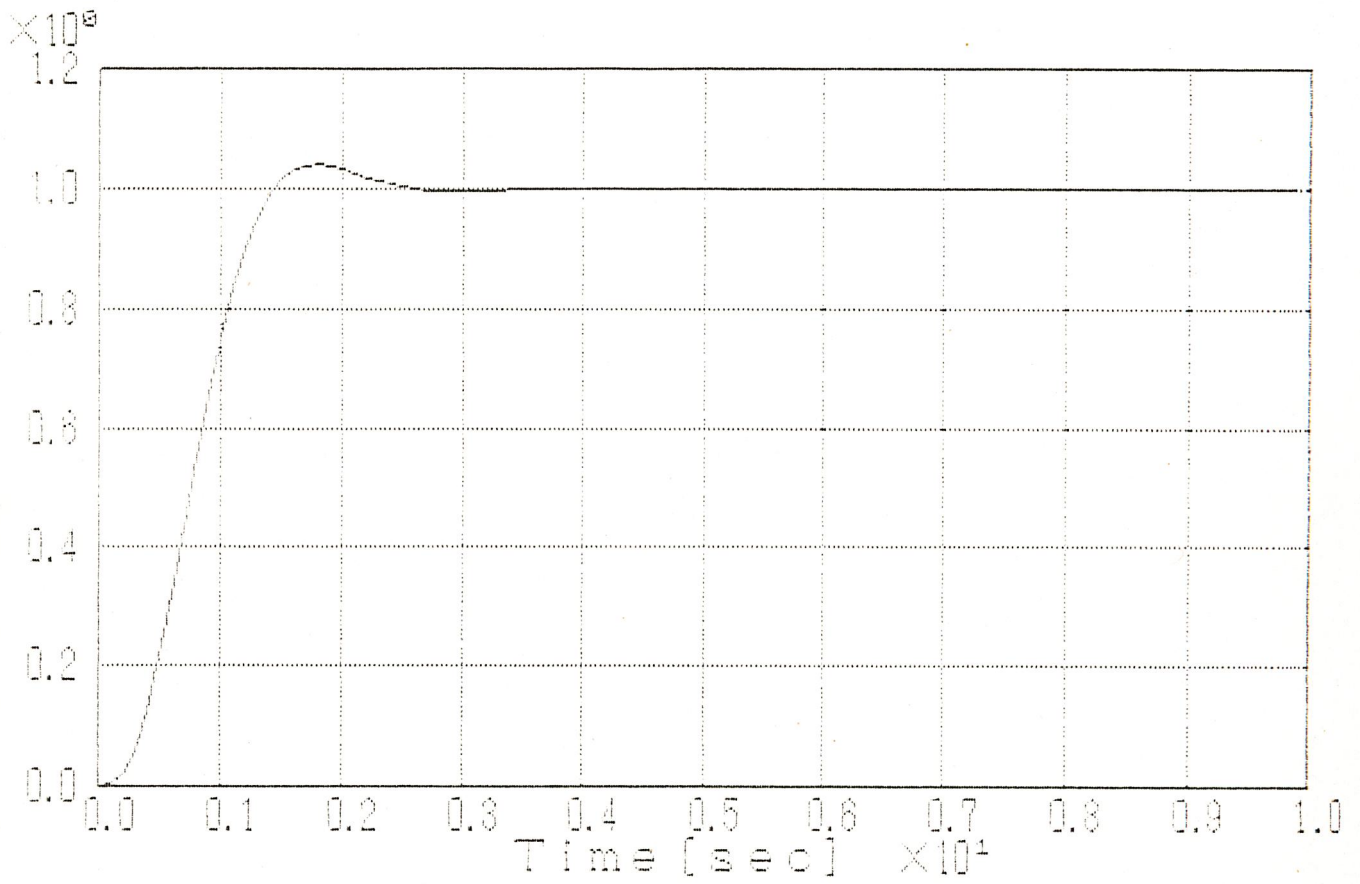


รูป 15 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p = 7.94$



รูป 16 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p = 4$ 

รูป 17 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p = 2$



#### การทดลองที่ 4

ระบบวงเปิดมีฟังก์ชันถ่ายโอน  $\frac{4s+10}{s^3+8s^2+25s+26}$

มีตำแหน่งโพลอยู่ที่  $-2, -3 \pm j2$

เขียนระบบในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -26 & -25 & -8 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

เมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบจะได้สมการแสดงสถานะของระบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -26 & -25 & -8 & 0 \\ -10 & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.19a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} \quad (4.19b)$$

ออกแบบให้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ

$$R_a = 0.01$$

$$Q_a = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

ทำให้ได้อัตราขยายป้อนกลับ  $K_a$  มีค่าดังนี้

$$k_1 = 287.71, k_2 = 144.35, k_3 = 13.28, K_e = -100$$

จากสมการ (3.14)

ดังนั้นเราจะได้สมการสถานะของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -313.71 & -169.35 & -21.28 & 100 \\ -10 & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.20a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_a \quad (4.20b)$$

มีค่าโอแกนเท่ากับ  $-11.06, -2.41, -3.91 \pm j4.72$

มีผลตอบสนองแสดงได้ดังรูปที่ 19

ทำการออกแบบหาค่าอัตราขยายสัดส่วนตามวิธีของ ซีเกลอร์-นิโคล

ได้  $K_p(1) = 9.42$

จากสมการ (3.19) จะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิด เมื่อมี  $K_p(1)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -407.91 & -207.03 & -21.28 & 100 \\ -10 & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.42 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.21)$$

มีค่าโอแกนเท่ากับ  $-4.26112, -2.34, -7.34 \pm j6.81$

มีผลตอบสนองแสดงได้ดังรูปที่ 20

เมื่อ  $K_p(2) = K_p(1)/2 = 4.5$

จากสมการ (3.19) จะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิด เมื่อมี  $K_p(2)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -358.71 & -187.35 & -21.28 & 100 \\ -10 & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4.5 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.22)$$

มีค่าไอเกนเท่ากับ  $-7.24$  ,  $-2.38$  ,  $-5.53 \pm j4.9$

มีผลตอบสนองแสดงได้ดังรูป 21

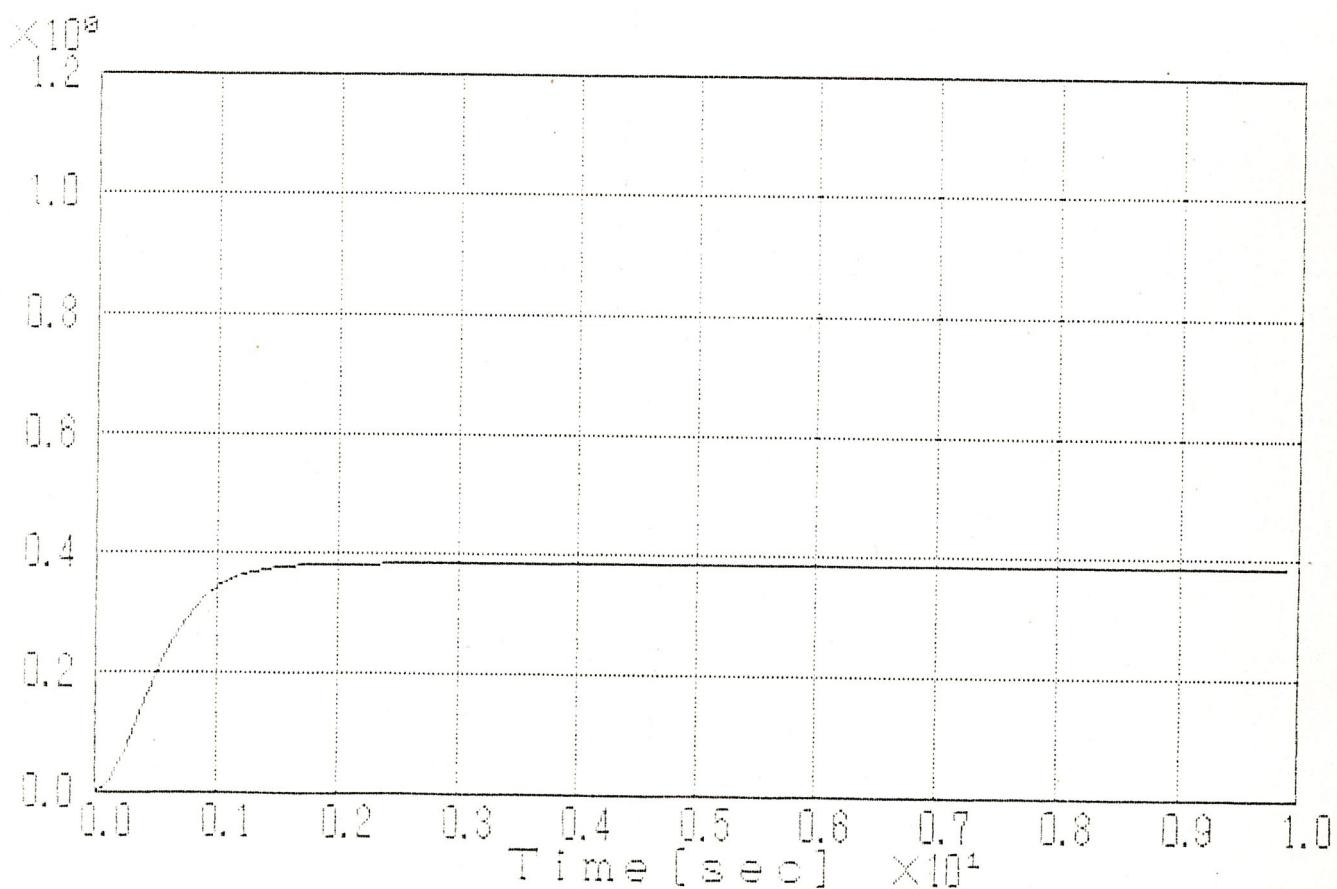
เมื่อ  $K_p(3) = 2$

จากสมการ (3.19) จะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดที่มี  $K_p(3)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -333.71 & -212.35 & -21.28 & 100 \\ -10 & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.23)$$

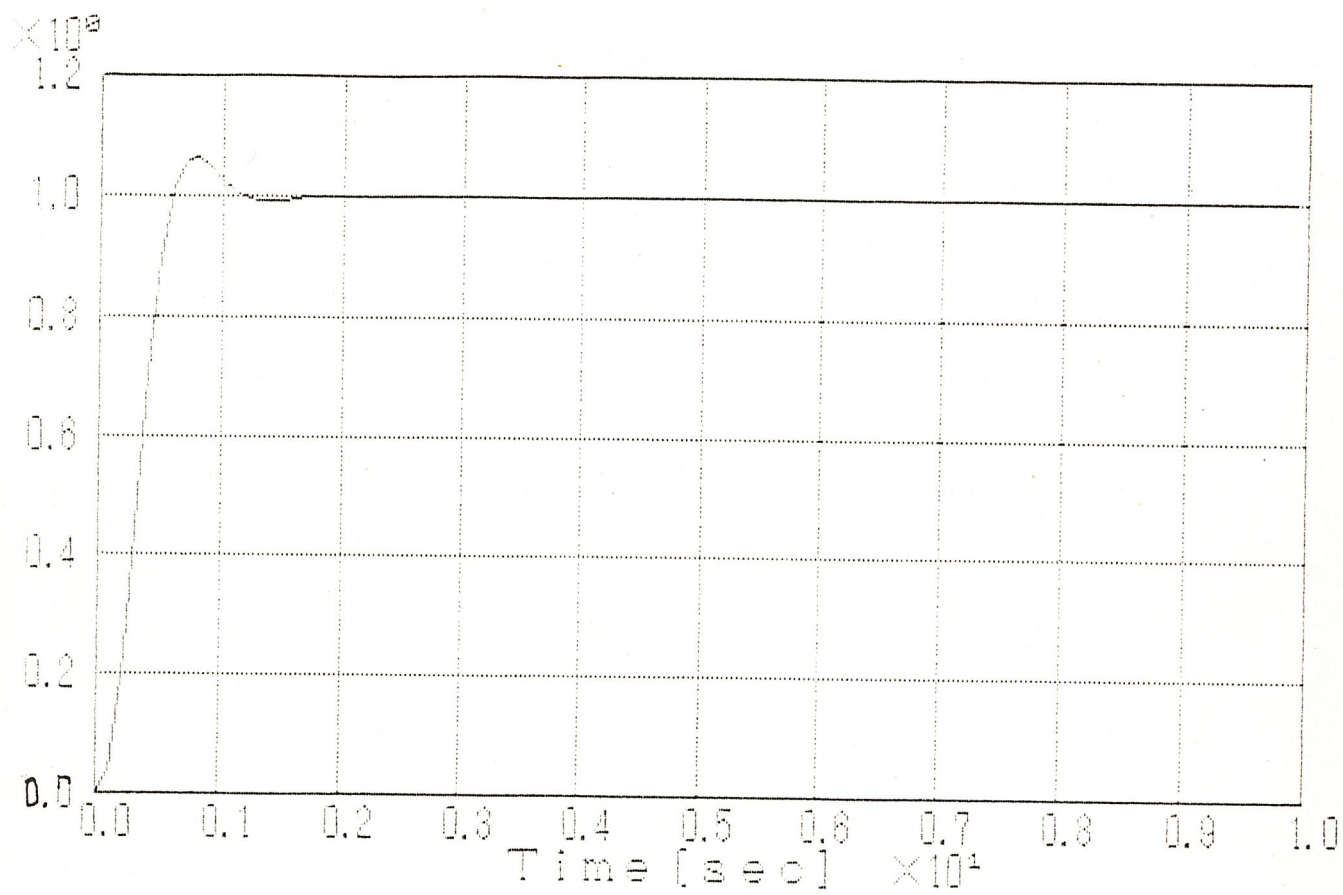
มีค่าไอเกนเท่ากับ  $-8.23 \pm j7.57$  ,  $-2.41 \pm j1.48$

มีผลตอบสนองแสดงได้ดังรูปที่ 22

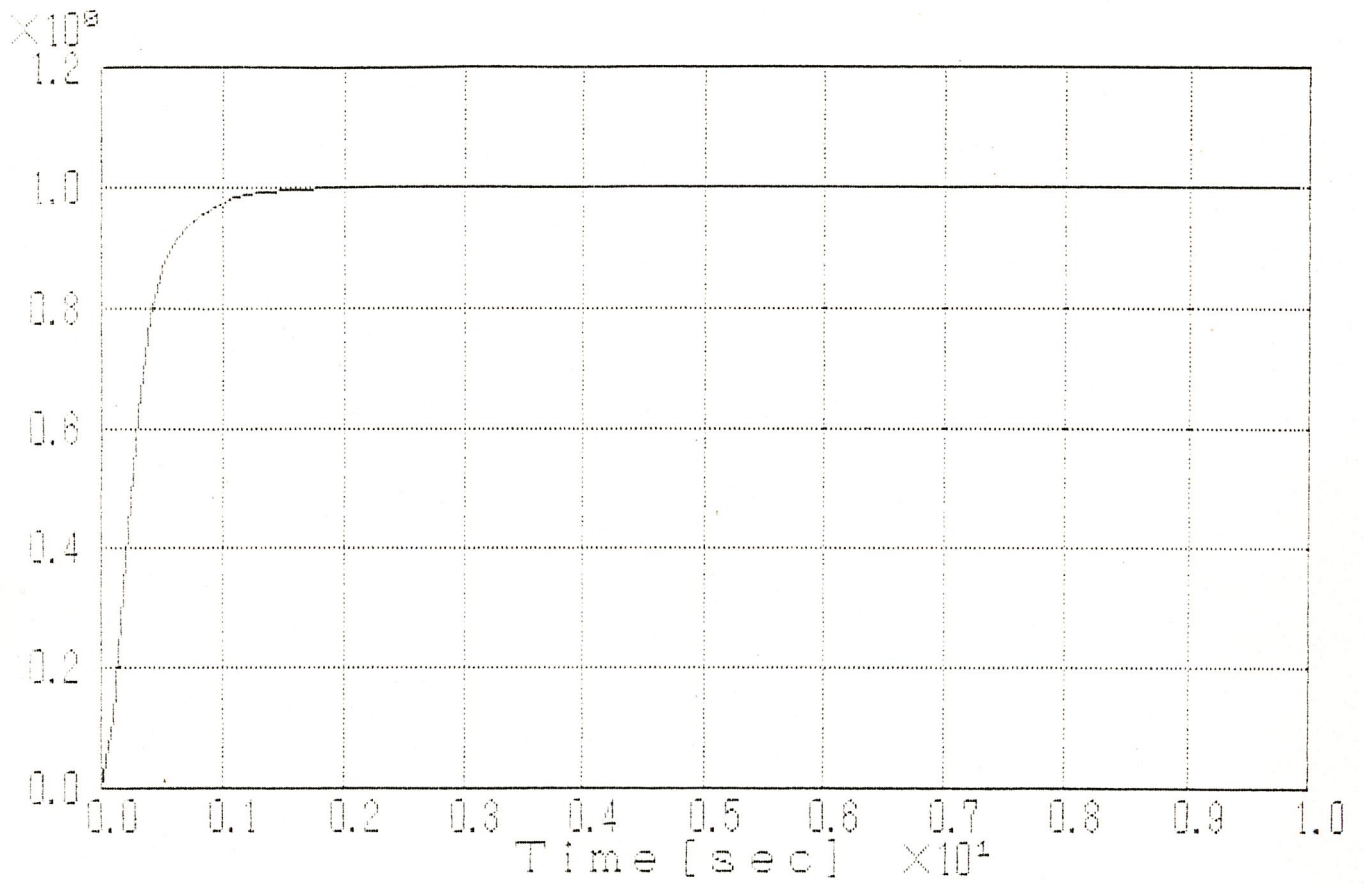


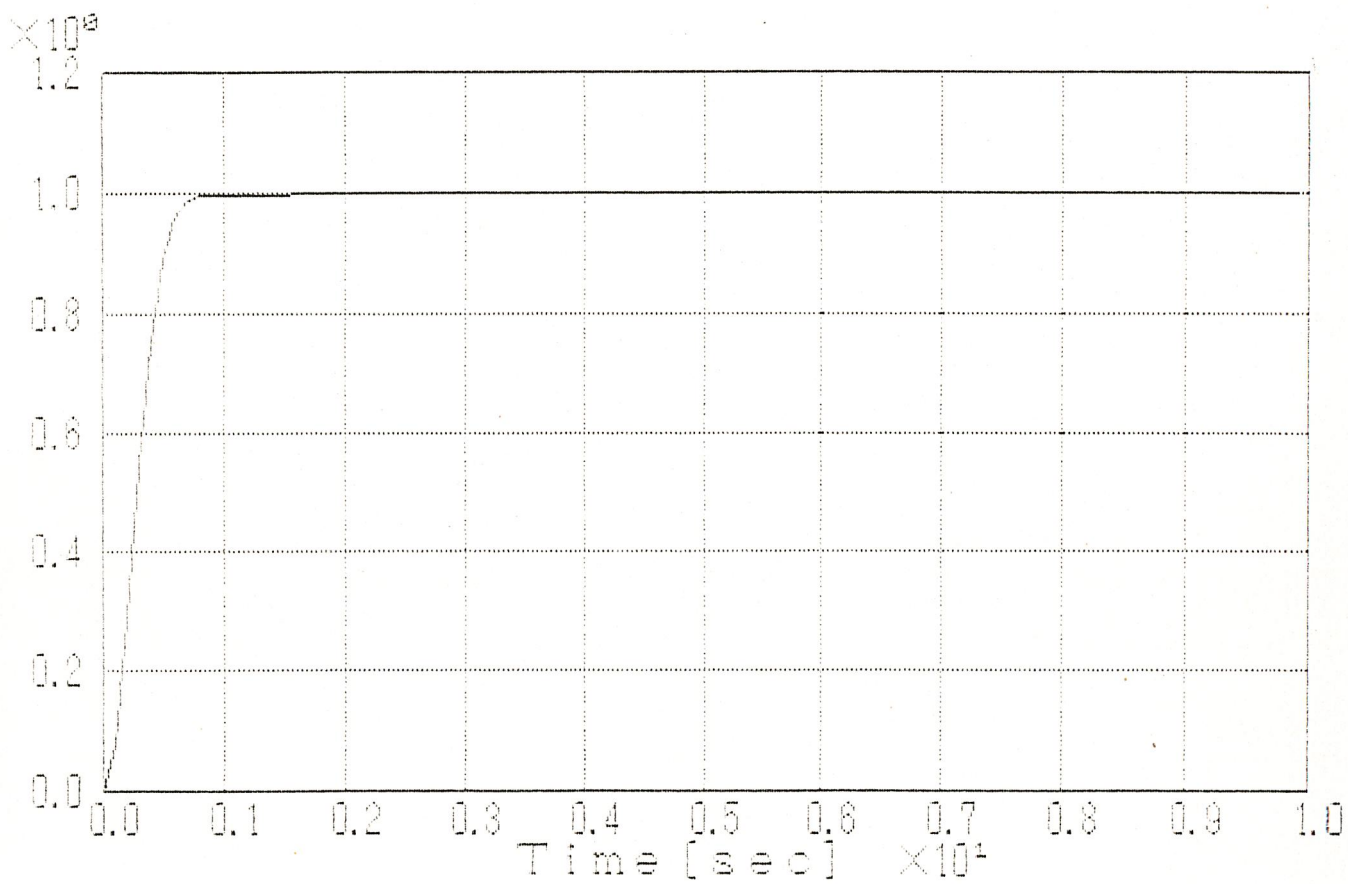
รูปที่ 18 แสดงผลตอบสนองของระบบวงเปิด

รูปที่ 19 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์

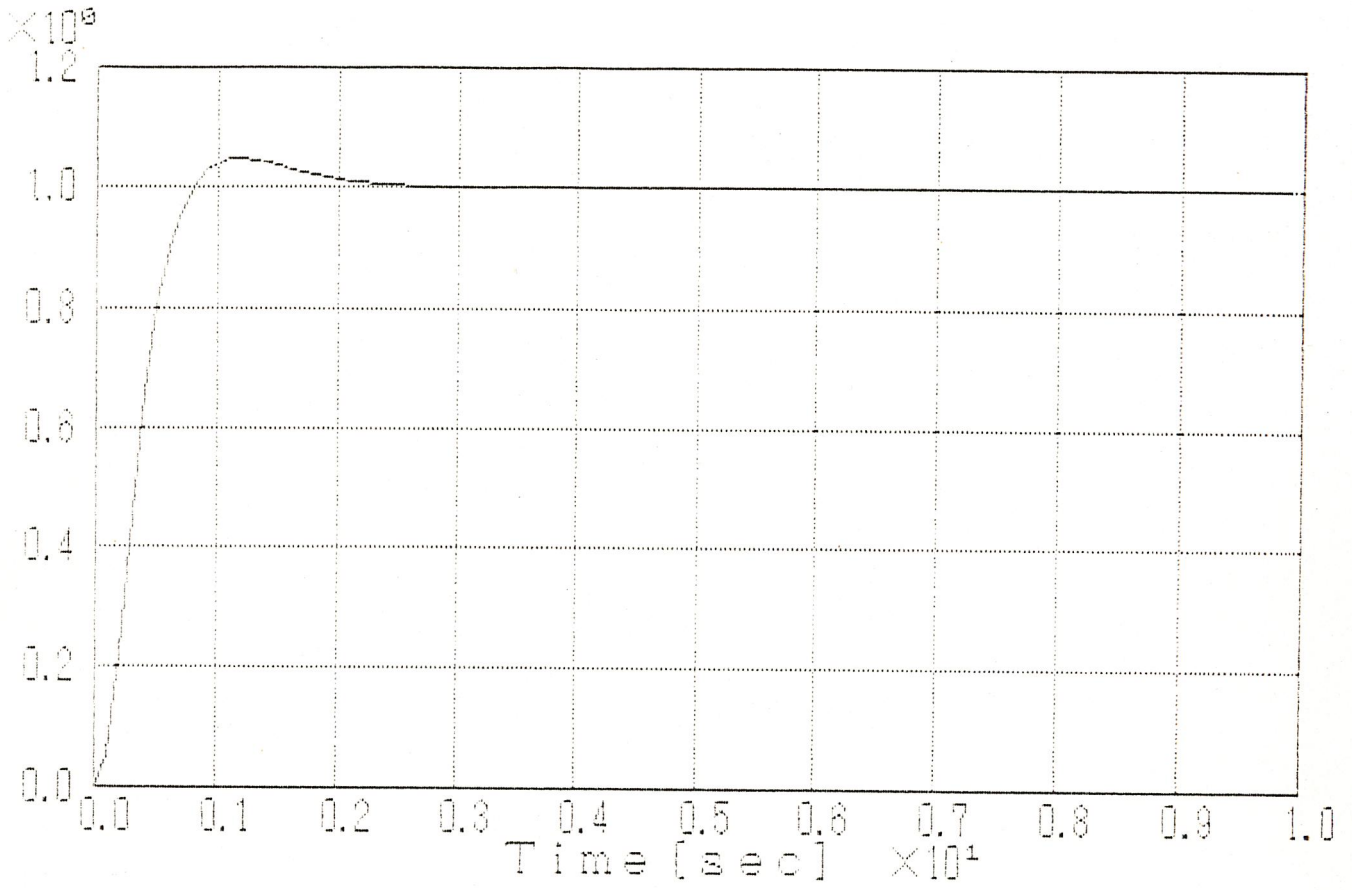


รูปที่ 20 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p=9.42$



รูปที่ 21 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p=4.5$ 

รูปที่ 22 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p=2$



## การทดลองที่ 5

ระบบวงเปิดมีฟังก์ชันถ่ายโอน

$$\frac{0.1(s+1)}{s^3+2.88s^2+1.909s+0.475}$$

มีตำแหน่งโพลอยู่ที่  $-2.07$  ,  $-0.405 \pm j0.255$ 

เขียนระบบในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.475 & -1.909 & -2.883 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

เมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ จะได้สมการแสดงสถานะของระบบ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.475 & -1.909 & -2.883 & 0 \\ -0.1 & -0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.24a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_N \end{bmatrix} \quad (4.24b)$$

ออกแบบให้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะ มีค่าตามลำดับดังนี้

$$R_a = 0.01$$

$$Q_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

ทำให้ได้อัตราขยายป้อนกลับ  $K_a$  ดังนี้

$$k_1=28.82, k_2=39.37, k_3=10.79, K_e=-316.244$$

จากสมการ (3.14)

เราจะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -29.3 & -41.28 & -13.67 & 316.24 \\ -0.1 & -0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.25a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_a \quad (4.25b)$$

มีค่าโง่แทนเท่ากับ  $-10.18, -0.96, -1.27 \pm j1.28$

มีผลตอบสนองดังแสดงในรูปที่ 24

ทำการออกแบบหาค่าอัตราขยายสัดส่วน ตามวิธีของ ซีเกลอร์-นิโคล

ได้  $K_p(1) = 56.74$

จากสมการ (3.19) จะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิด เมื่อมี  $K_p(1)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -34.97 & -46.95 & -13.68 & 316.24 \\ -0.1 & -0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 56.7 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.26)$$

มีค่าโง่แทนเท่ากับ  $-9.4, -0.93, -1.67 \pm j0.9$

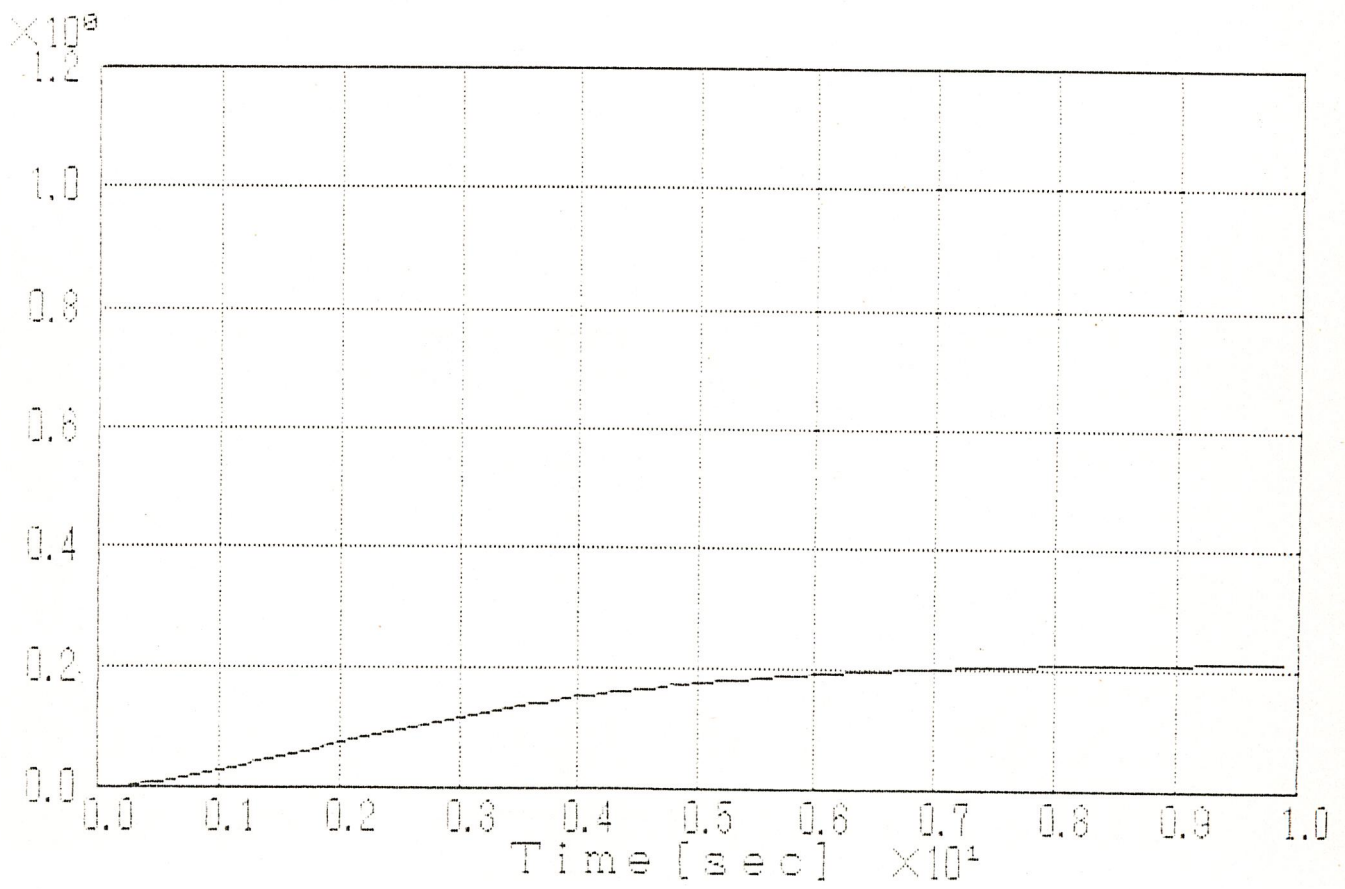
มีผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 25

เมื่อ  $K_p(2) = 28.37$

จากสมการ (3.19) จะได้สมการแสดงสถานะของระบบวงปิดเมื่อมี  $K_p(2)$

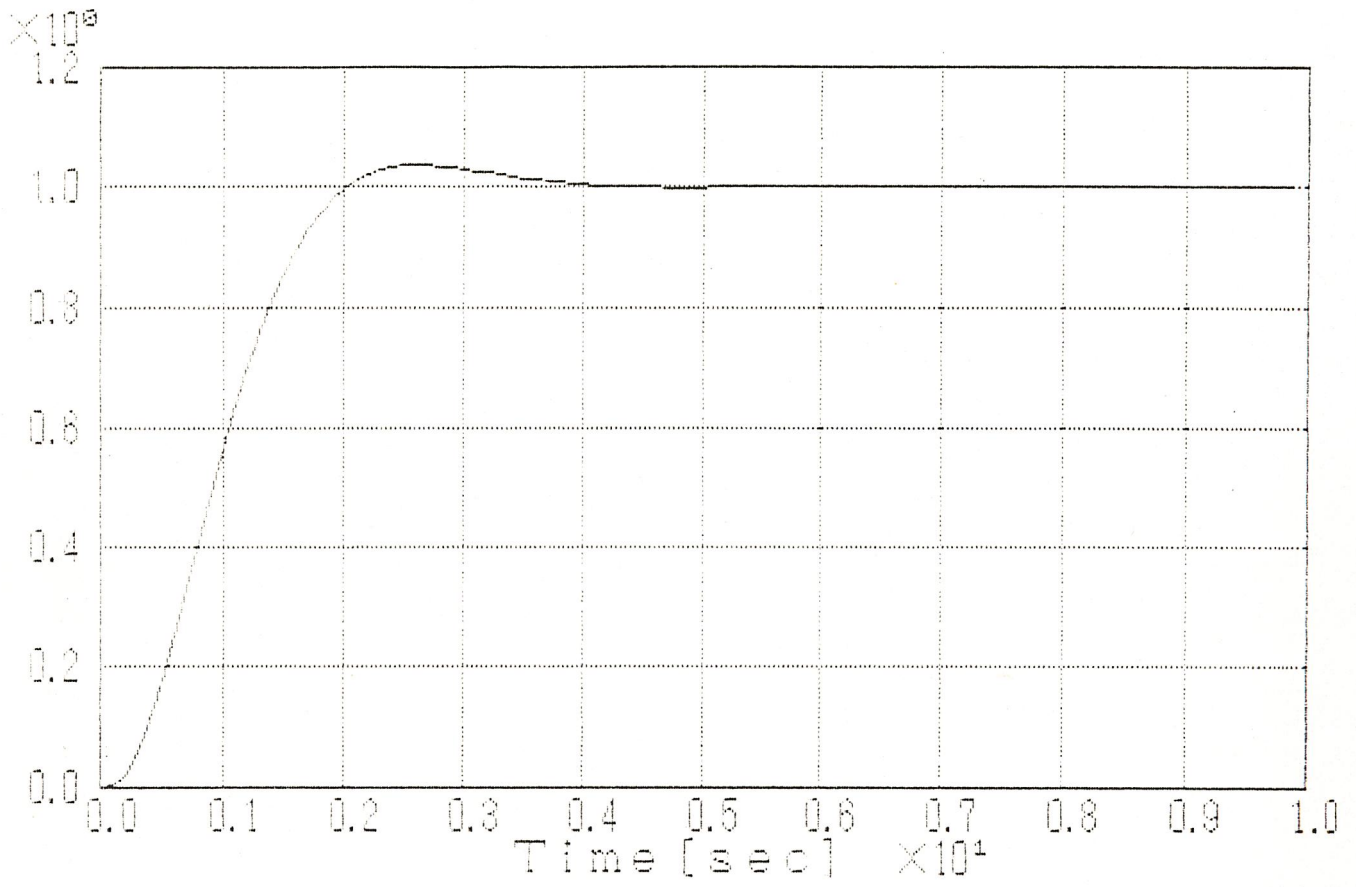
$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -32.13 & -44.12 & -13.68 & 316.24 \\ -0.1 & -0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 28.37 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.27)$$

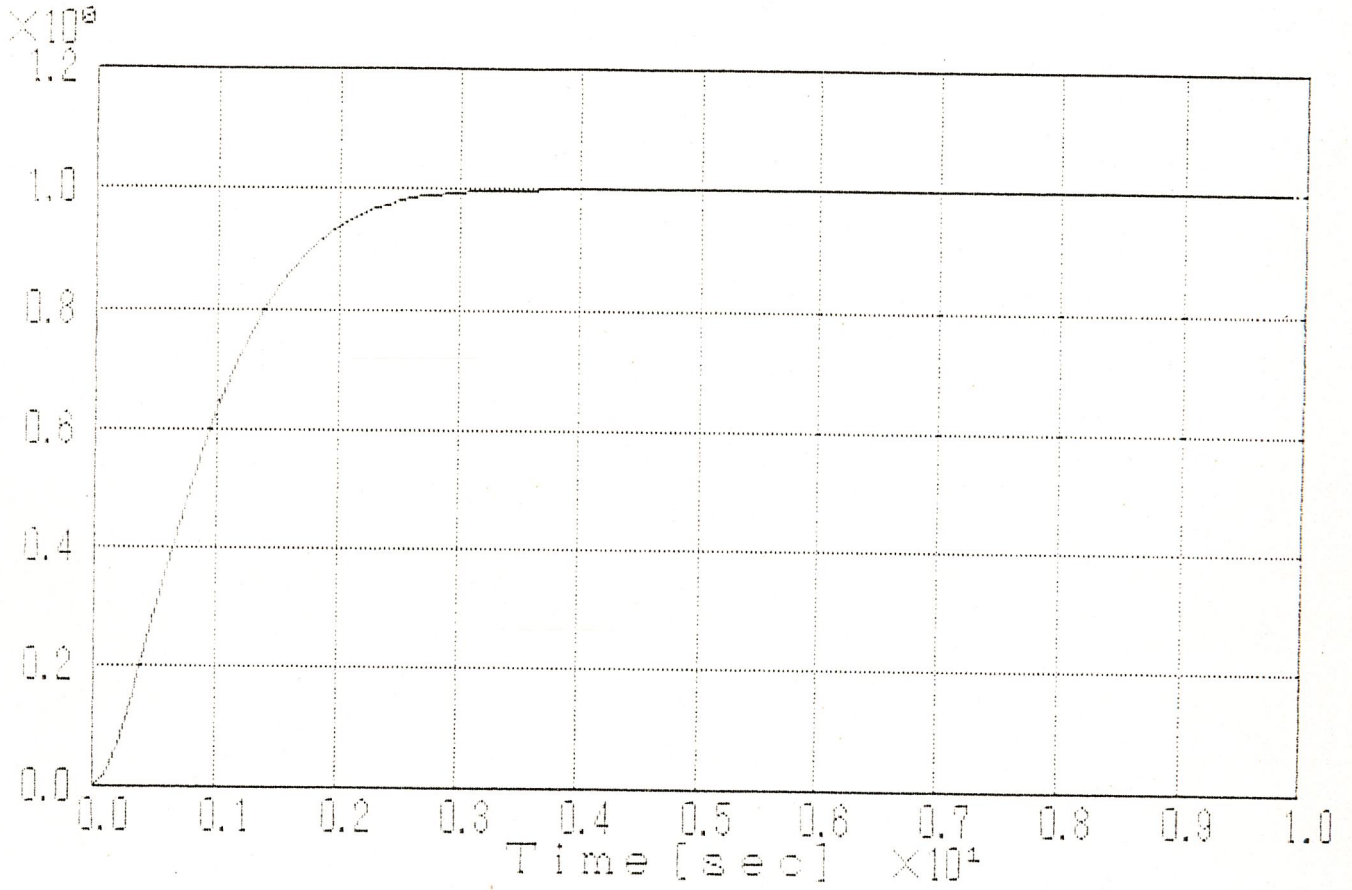
มีค่าไอเกนเท่ากับ  $-9.81$  ,  $-0.95$  ,  $-1.46 \pm j1.127$   
 มีผลตอบสนองแสดงได้ดังรูปที่ 26



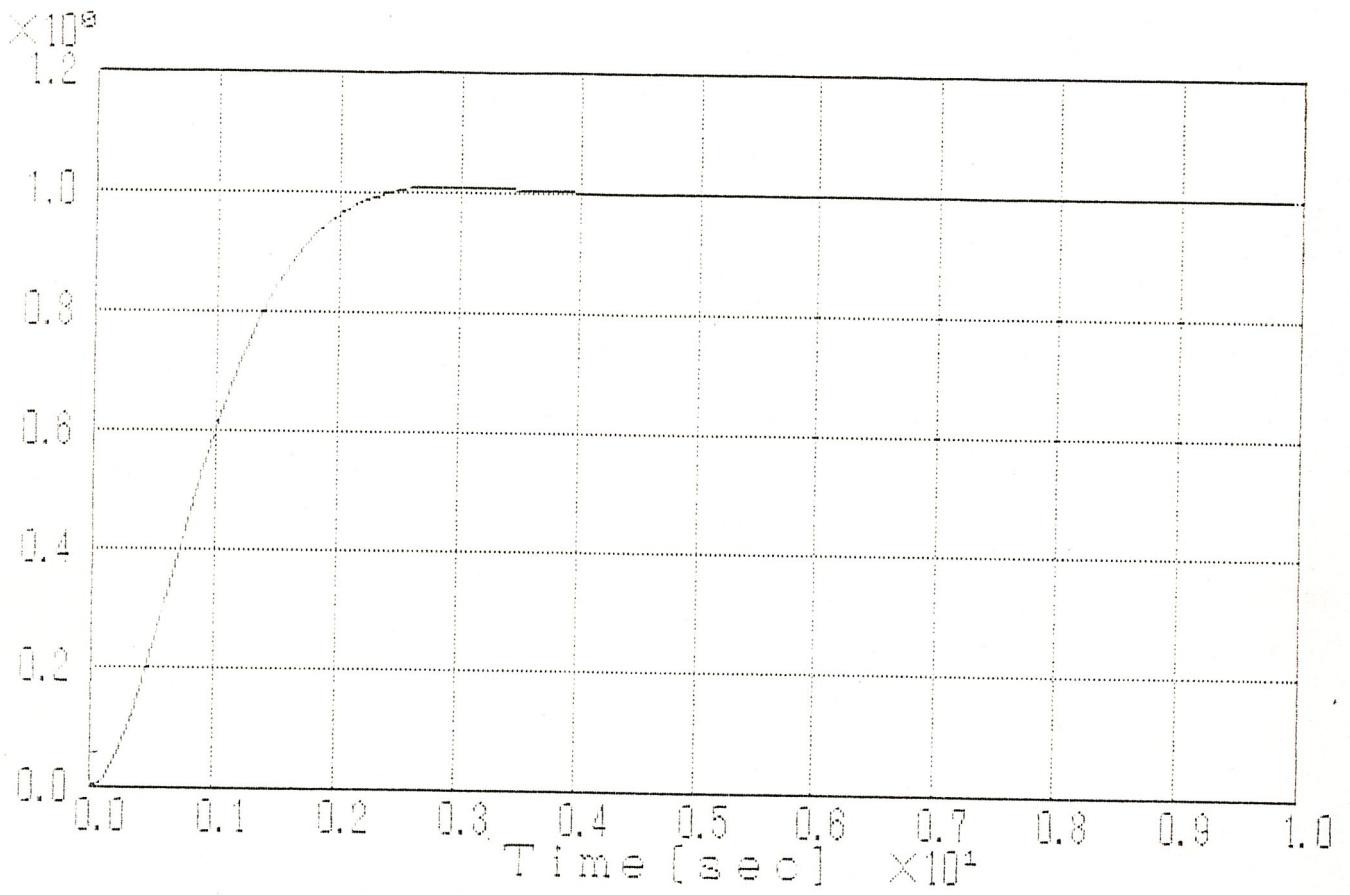
รูปที่ 23 แสดงผลตอบสนองของระบบวงเปิด

รูปที่ 24 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์



รูปที่ 25 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p = 56.74$ 

รูปที่ 26 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p = 28.37$



### การทดลองที่ 6

ระบบวงเปิดมีฟังก์ชันถ่ายโอน

$$\frac{s+2}{s^3+2.88s^2+1.909s+0.475}$$

มีตำแหน่งโพลอยู่ที่  $-2.07$  ,  $-0.405 \pm j0.254$

เขียนระบบในรูปตัวแปรเฟสควบคุมได้

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.475 & -1.909 & -2.883 \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}$$

เมื่อเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบจะได้สมการแสดงสถานะของระบบ

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.475 & -1.909 & -2.883 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (4.28a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_a \quad (4.28b)$$

ออกแบบให้เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักควบคุม และเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักสถานะมีค่าตามลำดับดังนี้

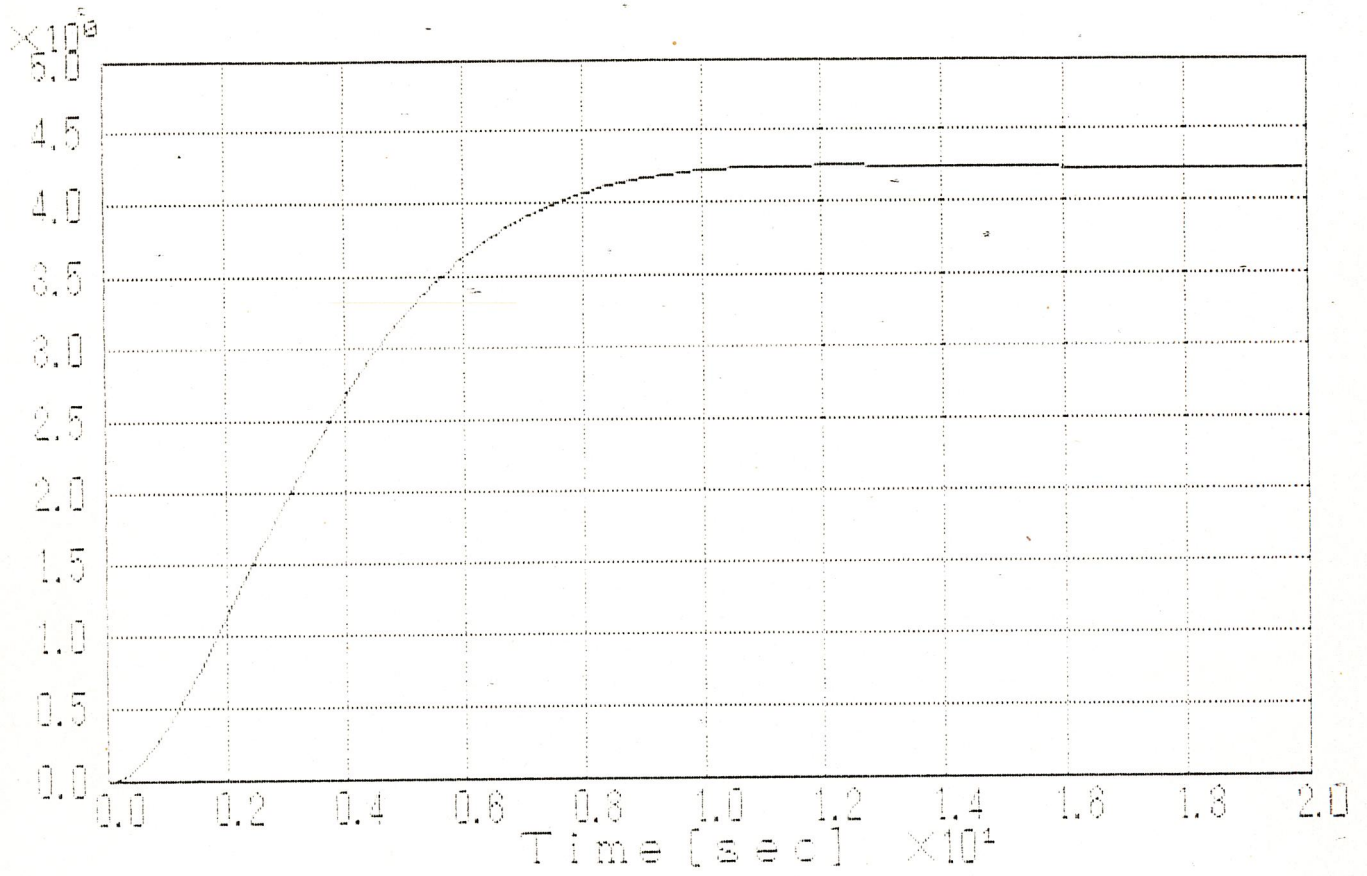
$$R_a = 0.01$$

$$Q_a = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

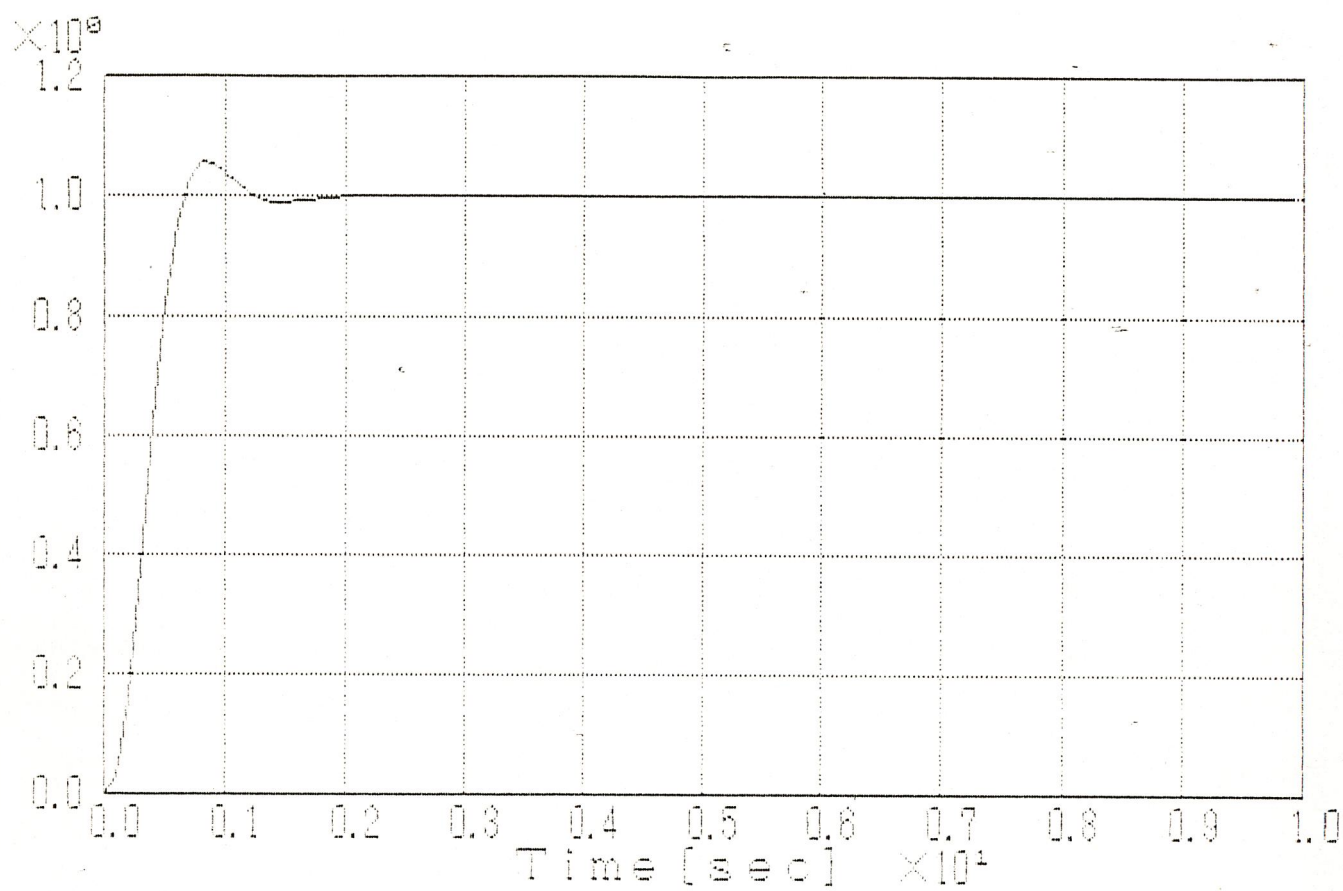
ทำให้ได้อัตราขยายป้อนกลับ  $K_a$  ดังนี้

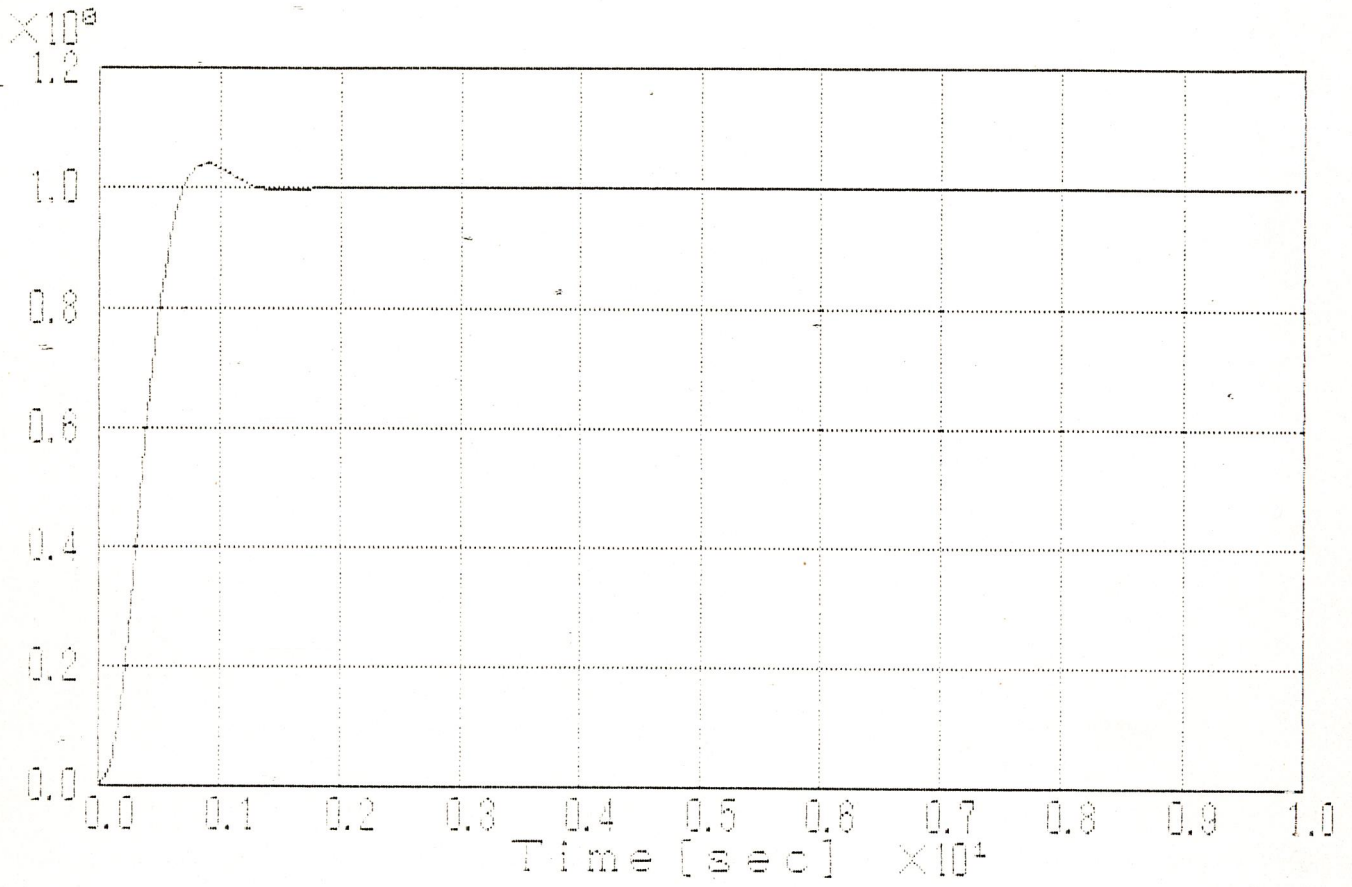
$$k_1=220.23, k_2=139.5, k_3=16.8, K_0=-316.228$$

รูปที่ 27 แสดงผลตอบสนองของระบบวงเปิด



รูปที่ 28 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์



รูปที่ 29 แสดงผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีตัวอินทิเกรเตอร์และ  $K_p = 1.95$ 

## บทที่ 5

### สรุปและวิจารณ์ผล

ในปริญาณิพนธ์ฉบับนี้ ได้ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมทั้งวิธีการกำหนดตำแหน่งโพล และวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลิปเบลม โดยในวิธีกำหนดตำแหน่งโพล จะทำให้ได้ผลตอบสนองชั่วคราวของระบบ เป็นไปตามที่ต้องการได้ เช่น ค่าโอเวอร์ชูท ค่าไรส์-ไทม์ แต่เนื่องจากวิธีการกำหนด ตำแหน่งโพล จะทำให้เกิดค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัว จึงได้มีการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ เพื่อช่วย ลดค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้น และได้ศึกษาการใช้ตัวสังเกตมาประมาณค่าตัวแปรสถานะของระบบ ในกรณีที่ระบบนั้น ไม่สามารถวัดค่าตัวแปรสถานะได้

ในการศึกษาการออกแบบตัวควบคุมที่ดีที่สุดด้วยวิธีเรกกูเลเตอร์ฟลิปเบลม ได้มีการกำหนดค่า  $R_a$  และ  $Q_a$  เพื่อที่จะหาค่า  $K_a$  ที่ให้กฎการควบคุม ทำให้ดัชนีสมรรถนะ ( $J$ ) น้อยที่สุด และเมื่อมีการเพิ่มอัตราขยายสัดส่วน ( $K_p$ ) เข้าไปในระบบจากการทดลองจะพบว่า อัตราขยายสัดส่วนนี้จะช่วยลดโอเวอร์ชูท ที่มีอยู่ และทำให้ไรส์ไทม์น้อยลงอีกด้วย อัตราขยายสัดส่วนที่นำมาทดลองนั้นได้นำมาจากวิธีการปรับแต่งพารามิเตอร์ของตัวควบคุมของ ซีเกลอร์-นิโคล และได้มีการทดลองแปรค่าอัตราขยายสัดส่วน เพื่อดูผลตอบสนองที่เกิดขึ้น ซึ่งพบว่าค่าอัตราขยายสัดส่วนที่ให้ผลตอบสนองเป็นที่น่าพอใจ ควรมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ ค่าอัตราขยายสัดส่วน ที่ได้ตามวิธีของซีเกลอร์-นิโคล และจากตัวอย่างการทดลอง ค่าอัตราขยายสัดส่วนที่ให้ผลเป็นที่น่าพอใจของแต่ละระบบ จะเป็นค่าที่ทำให้ระบบวงปิดมีตำแหน่งโพลใกล้เคียง กับตำแหน่งโพลของระบบที่มีการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เพียงอย่างเดียวเท่านั้น

อย่างไรก็ตาม ควรมีการนำระบบที่เป็นจริงมาทำการศึกษาเพื่อดูว่าผลที่ได้เป็นไปตามทฤษฎีหรือไม่อย่างไร และเนื่องจากในการศึกษาครั้งนี้ได้นำเฉพาะระบบที่มีผลตอบสนองวงเปิดแบบง่าย จึงควรมีการศึกษา กับระบบที่มีความซับซ้อนหรือระบบที่มีอันดับสูงๆ ต่อไปอีกด้วย

## เอกสารอ้างอิง

1. Brian D.O. Anderson , John B. Moore , Linear Optimal Control , Prentice-Hall , Englewood Cliffs , N.J. , 1971.
2. Friedrich Frohr , Fritz Orttenburger , Introduction to Electronic Control Engineering , Siemens- Aktiengesellschaft , 1982 .
3. Gene F. Franklin , J. David Powell , Michael L. Workman , Digital Control of Dynamic Systems , Addison - Wesley , 1980.
4. Gene H. Hostetter , Clement J. Savant , JR. , Raymond T. Stefani , Desing of Feedback Control Systems , Saunders College , 1982.
5. Norman S. Nise , Control System Engineering , Benjamin Cummings , 1992.
6. Ogata , K. , Discrete-Time Control Systems , Prentice-Hall , Englewood Cliffs , N.J. , 1987.
7. Ogata , K. , Modern Control Engineering , Prentice-Hall , Englewood Cliffs , N.J. , 1970 .
8. Cori , R. , and Maffezzoni , C. , 1984 , Practical - Optimal Control of a Drum Boiler Power Plant , Automatica , Vol. 20 , pp. 163-173 .