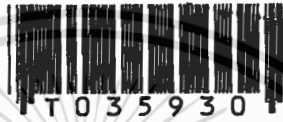


สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD
สำหรับกระบวนการอันดับ n

PID \times (n-2) STAGE PD CONTROLLER DESIGN FOR THE nth
ORDER PLANT



อนุชิต จารุณาวัดณ์
ANUCHIT JARUVANAWAT

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 35930
วัน, เดือน, ปี..... 3 ก.ค. 2543

พ.ศ. 2543

ISBN 974-622-846-3

สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้แบบเพื่อการค้าโดยไม่ได้รับอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่มีผู้พิมพ์หนังสืออื่น ๆ ที่พิมพ์ซ้ำหรือดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**PID \times (n-2) STAGE PD CONTROLLER DESIGN FOR THE n^{th}
ORDER PLANT**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2000**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ ISBN: 974-622-846-3 ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2000

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุม PID × (n-2) Stage PD สำหรับกระบวนการอันดับ n
นักศึกษา	นายอนุชิต จารუნาววัฒน์
รหัสประจำตัว	40061074
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2543
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.กิตติ ตีระเศรษฐ์
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม	อาจารย์ ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์

บทคัดย่อ

ในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมได้มีการนำตัวควบคุมแบบ PID ที่ใช้หลักการของ Ziegler-Nichols มาใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งใช้ได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับไม่เกินอันดับสอง แต่ในกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองนั้นเป็นการยากที่จะใช้ตัวควบคุม PID แบบทั่วไปเพียงอย่างเดียวมาทำการควบคุมให้เป็นไปตามข้อกำหนด เนื่องจากอันดับของกระบวนการมีค่ามากกว่าจำนวนของซีโรในตัวควบคุม PID นอกจากนั้นในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม บางครั้งยังต้องใช้วิธีลองผิดลองถูกและต้องอาศัยผู้ที่มีประสบการณ์เพื่อปรับพารามิเตอร์ของระบบให้ได้ค่าที่ดีที่สุดสำหรับกระบวนการผลิตนั้น ๆ วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุม PID × (n-2) Stage PD สำหรับกระบวนการอันดับ n ใด ๆ ที่มากกว่าสอง เพื่อใช้แทนตัวควบคุม PID แบบเดิม โดยใช้หลักการของทางเดินของราก (root locus) ในการออกแบบตัวควบคุมนี้จะทำการประมาณค่าระบบอันดับ n ใด ๆ ที่มีอันดับมากกว่าสองให้เป็นระบบอันดับสอง โดยการเพิ่มตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปในระบบ ทำให้ได้ระบบที่มีเสถียรภาพและความคงทนสูง นอกจากนั้นยังสามารถลดค่าพุงเกินของระบบให้มีค่าต่ำลงได้โดยการปรับค่าอัตราขยายของตัวควบคุมให้มีค่ามากขึ้นเพียงอย่างเดียว ทำให้ได้ตัวควบคุมที่ใช้ทำงานง่าย ผลการทดลองโดยใช้โปรแกรม MATLAB จำลองการทำงานของตัวควบคุมที่ออกแบบกับกระบวนการอันดับ n ใด ๆ ที่มากกว่าสอง พบว่าได้ผลตอบสนองเป็นไปตามข้อกำหนดในการออกแบบซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการออกแบบนี้เป็นอย่างดี

Thesis Title	PID \times $(n-2)$ Stage PD CONTROLLER DESIGN FOR THE n^{th} ORDER PLANT
Student	Mr.Anuchit Jaruvanawat
Student ID.	40061074
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2000
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Kitti Tirasesth
Thesis Co-Advisor	Mr.Prasit Julsereewong

ABSTRACT

The PID (proportional-integral-derivation) controller is widely used in most industrials for the 2nd or lower order plant by applying the well-known Ziegler-Nichols tuning method. But it is quite difficult to use only a conventional PID controller for 3rd or higher order plant, because the order of the plant is greater than the number of zeros provided by the PID controller. Moreover, for tuning the controller sometimes require trial and error procedure and experience of the operator in order to obtain the best results for a particular plant. This thesis presents a design technique based on the root locus approach for the proposed PID \times $(n-2)$ Stage PD controller, which can be used instead of a conventional PID controller for the n^{th} order plant. The controller is designed, so that the overall system is approximated as a stable and robust second order system by only increasing the gain of controller. In addition, the controller gain can be adjusted to reduce the overshoot. The simulation results by MATLAB show that the desired performances are achieved correspond to the design technique.

กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีตามวัตถุประสงค์นั้น เริ่มต้นจากแนวความคิดของ รศ. กิตติ ตีระเศรษฐ อาจารย์ที่ปรึกษาและเป็นผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้ความกรุณาอนุเคราะห์แนะนำเกี่ยวกับงานวิจัยนี้ ตลอดจนกระตุ้นเตือนและสอบถามถึงความคืบหน้าของงานวิจัยนี้อย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่คอยให้คำแนะนำและให้กำลังใจ รวมทั้งให้ข้อมูลและเอกสารทางวิชาการต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการทำวิจัยนี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์และเจ้าหน้าที่ของภาควิชาเทคโนโลยีการวัดคุมทางอุตสาหกรรมทุกท่านที่กรุณาให้ความเอื้อเฟื้อสถานที่ในการทำวิจัยนี้จนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ท้ายสุดนี้ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกท่านที่คอยให้กำลังใจรวมทั้งบางครั้งให้แนวความคิดอันมีประโยชน์ต่อการทำวิจัยนี้

อนุชิต จารวนาววัฒน์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญภาพ.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	2
บทที่ 2 การออกแบบตัวควบคุม PID โดยใช้วิธีทางเดินของราก.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.1.1 องค์ประกอบของระบบควบคุม.....	4
2.1.2 ชนิดของตัวควบคุม.....	5
2.2 ตัวควบคุมแบบ PID.....	6
2.2.1 ข้อกำหนด (specification) ของระบบ.....	9
2.2.2 การคำนวณหาค่าของข้อกำหนดต่าง ๆ ของผลตอบสนองในภาวะชั่วครู่ในระบบ อันดับสอง.....	10
2.2.2.1 การตอบสนองของระบบแบบ overdamped.....	12
2.2.2.2 การตอบสนองของระบบแบบ underdamped.....	14
2.2.3 ผลของตัวควบคุม PID ในระบบวงปิด.....	20
2.2.4 เสถียรภาพของระบบควบคุมเชิงเส้น.....	22
2.2.4.1 เงื่อนไขการมีเสถียรภาพของระบบควบคุมเชิงเส้น.....	23
2.2.4.2 วิธีทดสอบเสถียรภาพของระบบควบคุมเชิงเส้น.....	23
2.3 การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ด้วยวิธีของ Ziegler-Nichols.....	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3.1	วิธีการปรับค่าตัวควบคุม PID โดยวิธีของ Ziegler-Nichols.....	26
2.3.2	การสังเคราะห์หาตัวควบคุมให้เหมาะสมกับกระบวนการ.....	29
2.3.3	การเลือกตัวควบคุมสำหรับแต่ละกระบวนการด้วยวิธีการสังเคราะห์.....	30
2.4	การหาเส้นทางเดินของรากในระบบควบคุมด้วยวิธีทางเดินของราก.....	32
2.4.1	การสร้างเส้นทางเดินของรากของระบบควบคุมวงปิด.....	34
2.4.2	กฎเกณฑ์ในการสร้างเส้นทางเดินของราก.....	35
2.4.3	ผลของการเพิ่มโพลให้กับระบบควบคุม.....	37
2.4.4	ผลของการเพิ่มซีโรให้กับระบบควบคุม.....	39
2.5	การใช้วิธีทางเดินของรากในการออกแบบตัวควบคุม.....	41
2.6	การออกแบบตัวควบคุม PID โดยใช้วิธีทางเดินของราก.....	43
บทที่ 3	การออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD สำหรับกระบวนการที่มีอันดับ มากกว่าสอง.....	49
3.1	หลักการของตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD.....	49
3.2	โครงสร้างของตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD.....	50
3.3	ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ด้วยวิธีทางเดินของราก.....	52
3.4	ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD.....	54
3.5	ผลการตอบสนองของระบบควบคุมเมื่อมีสัญญาณรบกวน.....	59
บทที่ 4	ผลการทดลอง.....	61
4.1	การทดลองเพื่อเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบควบคุมอันดับ 3 ชนิด 1 ที่ใช้ ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ตัวควบคุม PID และตัวควบคุม PID ที่ใช้หลักการ ของ Ziegler-Nichols โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB.....	61
4.2	การทดลองเพื่อเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบควบคุมอันดับ 3 ที่ใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD และตัวควบคุม PIDA โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB.....	66
4.3	การทดลองเพื่อทดสอบความคงทนของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB.....	73
4.4	การทดลองเพื่อทดสอบผลกระทบจากสัญญาณรบกวนที่มีต่อระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB.....	75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์เพื่อการเรียนการสอน ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 บทสรุปและข้อเสนอแนะ.....	76
บรรณานุกรม.....	77
ภาคผนวก ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์และได้รับการตีพิมพ์.....	78
บทความวิจัยใน วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิตกิตติมศักดิ์เรื่อง PID \times (n-2) Stage PD Controller.....	79
ประวัติผู้เขียน.....	86



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1	แสดงความสัมพันธ์ของอัตราการณ์งกับผลการตอบสนองของระบบ.....12
2.2	สรุปผลการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ที่มีผลต่อระบบ.....22
2.3	แสดงค่าพารามิเตอร์ของ PID ตามวิธีของ Ziegler-Nichols.....27
2.4	ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ใน process reaction ของตัวควบคุม PID โดยวิธีของ Ziegler-Nichols.....28



สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 แสดงกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID ที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวป้อนกลับเป็น unity.....	6
2.2 รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID.....	7
2.3 แสดงค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบ unit step.....	10
2.4 แสดงการตอบสนองของระบบต่อสัญญาณ unit step.....	14
2.5 แสดงผลการตอบสนองของระบบแบบ underdamped.....	16
2.6 แสดงตัวควบคุม PID.....	21
2.7 แสดงการหาค่า T_u จากผลการตอบสนองของระบบที่มีการแกว่งอย่างต่อเนื่องเมื่อมีการรับค่า อัตราขยายเป็น K_u	27
2.8 แสดงผลการตอบสนองของระบบแบบรูปตัว S และการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยวิธี process reaction.....	29
2.9 แสดงทางเดินของรากในระบบอันดับสอง.....	37
2.10 แสดงทางเดินของรากในระบบอันดับสามและอัตราขยายวิกฤต K_u	38
2.11 แสดงทางเดินของรากในระบบอันดับสี่และอัตราขยายวิกฤต K_u	38
2.12 แสดงทางเดินของรากเมื่อเพิ่มซีโรให้แก่ระบบอันดับสอง.....	39
2.13 แสดงการเพิ่มซีโรให้กับระบบอันดับสาม ซึ่งทำให้ทางเดินของรากเคลื่อนมาทางซ้าย.....	40
2.14 แสดงเส้นทางเดินของรากในระบบอันดับสามเมื่อเพิ่มซีโรให้มีตำแหน่งเดียวกับโพลที่ $-b$	40
2.15 แสดงการวางตำแหน่งจุด s_d และการหาค่าโพลและซีโรของระบบที่ออกแบบ.....	46
2.16 แสดงระบบควบคุม PID ที่ออกแบบ.....	47
2.17 แสดงผลการตอบสนองของระบบจากการออกแบบที่ยังไม่ได้ตามข้อกำหนด.....	48
2.18 แสดงผลการตอบสนองของระบบที่ $K_c = 14$ ซึ่งทำให้ผลการตอบสนองของระบบอยู่ภายใต้ ข้อกำหนดในการออกแบบ.....	48
3.1 แสดงโครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD.....	50
3.2 แสดงทางเดินของรากของระบบควบคุมป้อนกลับและตำแหน่งของ s_d	56
3.3 ผลการตอบสนองของระบบที่ออกแบบต่อสัญญาณ unit step.....	56
3.4 แสดงผลการตอบสนองของระบบเมื่อปรับเพิ่มค่า K'	57
3.5 แสดงทางเดินของรากของระบบควบคุมที่ออกแบบและตำแหน่งของ s_d	59
3.6 แสดงผลการตอบสนองของระบบเมื่อเพิ่มค่า K'	59
3.7 แสดงผลการตอบสนองของระบบต่อสัญญาณรบกวนเมื่อมีการปรับค่า K'	60
4.1 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID.....	62
4.2 แสดงการตอบสนองเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID.....	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.3 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID โดย หลักการของ Ziegler-Nichols.....	63
4.4 แสดงการตอบสนองเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID ที่ใช้ หลักการของ Ziegler-Nichols.....	64
4.5 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD.....	65
4.6 แสดงการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD.....	65
4.7 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PIDA.....	66
4.8 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-2) Stage PD.....	67
4.9 แสดงการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD และตัวควบคุม PIDA.....	68
4.10 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PIDA.....	69
4.11 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-2) Stage PD.....	70
4.12 แสดงการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD และตัวควบคุม PIDA.....	70
4.13 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 2 เมื่อใช้ตัวควบคุม PIDA.....	71
4.14 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 2 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-2) Stage PD.....	72
4.15 แสดงผลการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 2 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD และตัวควบคุม PIDA.....	72
4.16 แสดงผลการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 4 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการในช่วง $\pm 25\%$	74
4.17 แสดงผลการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 4 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการในช่วง $\pm 25\%$ โดยมี การเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม.....	74
4.18 แสดงผลการตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนทางขาออกของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD.....	75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบควบคุมอัตโนมัติเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมในปัจจุบัน ซึ่งอาศัยพื้นฐานของการวัดและการควบคุมเป็นหลัก โดยมีจุดประสงค์เพื่อควบคุมกระบวนการผลิตให้ได้ผลผลิตสูงสุดและคุณภาพดีที่สุดโดยใช้ต้นทุนต่ำที่สุด ลดการใช้พลังงานและลดจำนวนของอุปกรณ์ รวมทั้งการประหยัดวัตถุดิบ การนำระบบควบคุมอัตโนมัติมาใช้ในกระบวนการผลิตทำให้ลดการใช้แรงงานของผู้ปฏิบัติงานตลอดจนลดการผิดพลาดที่เกิดจากการทำงานของผู้ปฏิบัติงานด้วย หลักการของระบบควบคุมอัตโนมัติส่วนใหญ่จะใช้การป้อนกลับจากค่าที่วัดได้มาควบคุมกระบวนการ เรียกว่าการควบคุมป้อนกลับ (feedback control) กล่าวได้ว่าระบบควบคุมอัตโนมัติคือการควบคุมปริมาณผลผลิตของระบบให้ได้ตามค่าที่ต้องการโดยการอาศัยปริมาณการวัดจากผลผลิตที่ได้แล้วนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่ต้องการโดยผ่านระบบป้อนกลับ

ในอุตสาหกรรมการผลิตได้นำเอาระบบควบคุมอัตโนมัติในแบบต่าง ๆ มาใช้ในกระบวนการผลิตมานานแล้ว โดยเฉพาะระบบควบคุมอัตโนมัติที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID เนื่องจากรูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID เป็นรูปแบบที่สามารถควบคุมกระบวนการต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง ไม่ว่าจะตอบสนองของกระบวนการนั้นจะเร็วหรือช้าอย่างไรก็ตาม ตัวควบคุมแบบ PID ก็สามารถควบคุมกระบวนการผลิตได้เป็นอย่างดี แต่ทั้งนี้จะต้องมีการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมให้เหมาะสมด้วย ซึ่งต้องอาศัยความเชี่ยวชาญและความชำนาญของผู้ที่มีประสบการณ์กับกระบวนการเป็นอย่างดี ค่าพารามิเตอร์ที่ได้ถึงจะเป็นค่าที่ทำให้กระบวนการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด ซึ่งในบางกรณียังต้องใช้วิธีลองผิดลองถูก (trial and error method) ในการปรับแต่งพารามิเตอร์ของตัวควบคุมให้เหมาะสมกับแต่ละกระบวนการ แต่อย่างไรก็ตามตัวควบคุมแบบ PID นั้นก็ยังสามารถใช้ได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับสองหรือต่ำกว่า สำหรับกระบวนการที่มีอันดับสูงกว่าสองนั้นพบว่าเมื่ออันดับของกระบวนการมีค่ามากขึ้นการควบคุมด้วยการใช้ตัวควบคุมแบบ PID เพียงอย่างเดียวทำได้ยากเนื่องจากจำนวนของโพลในกระบวนการมีค่ามากกว่าจำนวนซีโรในตัวควบคุมแบบ PID (ตัวควบคุมแบบ PID จะมีซีโรเพียงสองตัวเท่านั้น) [1] ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าตัวควบคุมแบบ PID ใช้ได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับสองหรือต่ำกว่า ในการควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองจึงมีความจำเป็นต้องหาวิธีการอื่น ๆ มาทำการออกแบบตัวควบคุมแทนการใช้ตัวควบคุม PID แต่เพียงอย่างเดียว

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD เพื่อใช้แทนตัวควบคุมแบบ PID แต่เพียงอย่างเดียวสำหรับควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสอง โดยสามารถที่จะควบคุมกระบวนการให้อยู่ภายใต้ข้อกำหนดของการตอบสนองในภาวะชั่วคราว (transient response) และในสถานะอยู่ตัว (steady-state response) ตามที่ต้องการ ทั้งยังทำให้ระบบที่ถูกควบคุมนั้นมีเสถียรภาพที่ดีและมีความคงทน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(robust) สูง ซึ่งถ้าใช้ตัวควบคุมแบบ PID แต่เพียงอย่างเดียวอาจไม่สามารถควบคุมระบบให้เป็นไปตามข้อกำหนด (specification) ได้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

จากการศึกษาพบว่า การควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสองโดยการใช้ตัวควบคุมแบบ PID สามารถกระทำได้และให้ผลการควบคุมที่ดี แต่การควบคุมกระบวนการที่มีอันดับที่มากกว่าสองโดยตัวควบคุมแบบ PID เพียงอย่างเดียวทำได้ยากและมักจะไม่เป็นไปตามข้อกำหนดที่ต้องการ ดังนั้นถ้าสามารถปรับเปลี่ยนกระบวนการอันดับที่มากกว่าสองใด ๆ ให้เป็นกระบวนการที่มีอันดับสองได้แล้ว การที่จะควบคุมกระบวนการนั้นด้วยตัวควบคุมแบบ PID ก็สามารถกระทำได้อย่างง่ายดาย

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

จากแนวความคิดที่จะปรับเปลี่ยนให้กระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองใด ๆ ให้เป็นอันดับสองเพื่อให้เหมาะที่จะใช้ตัวควบคุมแบบ PID มาทำการควบคุมนั้น ทำได้โดยการนำซีโรมาวางใกล้ ๆ กับตำแหน่งของโพลเพื่อต้องการลดศักยภาพของโพลนั้นที่มีต่อระบบ ดังนั้นในกระบวนการอันดับ n ใด ๆ ที่มากกว่าสอง ถ้านำซีโรจำนวน $n-1$ ตัวมาวางทางซ้ายของโพลของกระบวนการที่ไม่ใช่โพลเด่นชัด (dominant pole) ผลก็คือทำให้เกิดการลดศักยภาพของโพลเหล่านั้นที่มีต่อระบบลง ดังนั้นจึงทำให้ระบบควบคุมถูกประมาณให้เป็นระบบอันดับสองได้ ซึ่งพบว่าวิธีทางเดินของราก (root locus technique) ที่อาศัยฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) มาทำการวิเคราะห์เพื่อให้ทราบถึงพฤติกรรมของระบบควบคุมต่อการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของระบบในโดเมนเวลา (time domain) เป็นวิธีที่รวดเร็วและมีความเหมาะสมสำหรับใช้วิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุม

1.5 ขอบเขตการวิจัย

ตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD ถูกออกแบบมาเพื่อใช้กับกระบวนการที่มีอันดับสามหรือสูงกว่า ซึ่งมีความจำเป็นที่ต้องรู้พฤติกรรมหรือฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการที่ต้องการควบคุมก่อน จากนั้นจึงทำการออกแบบตัวควบคุมตามขั้นตอนที่ถูกกำหนดไว้เพื่อให้ได้ผลการตอบสนองของระบบเป็นไปตามตามข้อกำหนด

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการวิจัยและพัฒนาต่อเนื่องสำหรับออกแบบตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD เพื่อให้สามารถควบคุมกระบวนการให้มีประสิทธิภาพตามข้อกำหนด โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบตัวควบคุมที่ใช้แทนตัวควบคุม PID แบบเดิมที่ใช้หลักการของ Ziegler-Nichols [2] ซึ่งทำได้โดยการเพิ่มจำนวนตัวควบคุม PD อนุกรมเข้าไปในระบบควบคุม เนื่องจากการที่เพิ่มตัวควบคุม PD ก็คือการเพิ่มจำนวนของซีโรให้กับระบบควบคุมนั่นเอง สำหรับกระบวนการที่มีอันดับ n ใด ๆ ที่มากกว่าสอง การเพิ่มตัวควบคุม PD เข้าไปในระบบควบคุมจำนวน $n-2$ ตัวจะทำให้เกิดจำนวนซีโรขึ้น $n-2$ ตัว ดังนั้นถ้ากำหนดให้ค่าของซีโรที่เพิ่มเข้าไปจำนวน $n-1$ ตัวให้มีตำแหน่งเดียวกันหรือใกล้เคียงทางซ้ายของตำแหน่งของโพลของกระบวนการที่ไม่ใช่โพลที่

อยู่ใกล้กับแกนของจำนวนจินตภาพหรือที่เรียกว่าโพลเด่นชัดในระนาบของโดเมน s ก็จะทำให้โพลจำนวน $n-1$ ตัวของกระบวนการที่มีซีโรจำนวน $n-1$ ตัวของตัวควบคุมอยู่ใกล้นี้ลดศักยภาพต่อระบบลง ผลคือทำให้สามารถประมาณระบบควบคุมให้เป็นระบบควบคุมอันดับสองได้ โดยจะเหลือซีโรไว้หนึ่งตัวเพื่อให้ทางเดินของรากเปลี่ยนไปและผ่านจุดของโพลวงปิดเด่นชัด (dominant closed-loop pole) ที่ต้องการ โดยทั้งหมดนี้กระทำให้อยู่ภายใต้ข้อกำหนดของการตอบสนองในภาวะชั่วคราวและในสถานะอยู่ตัวตามที่ต้องการ ดังนั้นไม่ว่าระบบควบคุมจะมีอันดับสูงเท่าใดก็ตามโดยวิธีนี้จะทำให้สามารถประมาณให้เป็นระบบควบคุมอันดับสองได้เสมอ ทำให้ได้ตัวควบคุมที่ใช้งานง่ายรวมทั้งมีเสถียรภาพ (stability) ตลอดจนมีความคงทนสูง จากผลการทดลองที่ได้จากคอมพิวเตอร์จำลองการทำงานโดยโปรแกรม MATLAB พบว่าตัวควบคุมที่ออกแบบนี้สามารถให้ผลตอบสนองตามข้อกำหนดได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังได้ทำการเปรียบเทียบกับตัวควบคุมที่ออกแบบนี้กับตัวควบคุมแบบ PID ทั่ว ๆ ไปพบว่าตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบนี้มีการตอบสนองที่รวดเร็วกว่า อีกทั้งยังสามารถปรับอัตราขยายของตัวควบคุมเพื่อให้ได้ผลการตอบสนองที่รวดเร็วขึ้นได้อีกด้วย

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 บทดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงแนวความคิด วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์และขอบเขตของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึงโครงสร้างและการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PID โดยวิธีของ Ziegler-Nichols หลักการและทฤษฎีทางเดินของราก รวมทั้งการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินของราก

บทที่ 3 โครงสร้างและขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD สำหรับกระบวนการอันดับ n ใด ๆ โดยใช้วิธีทางเดินของรากรวมทั้งตัวอย่างการออกแบบ

บทที่ 4 เป็นการจำลองการทำงานโดยการใช้คอมพิวเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบรวมทั้งสรุปผลการทดลอง ผลการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ออกแบบกับตัวควบคุม PID ที่ออกแบบโดยวิธีอื่น ๆ ผลการทดลองการหาผลการตอบสนองของระบบควบคุมที่ออกแบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการ

บทที่ 5 สรุปผลรวมทั้งข้อเสนอแนะและวิจารณ์ ในส่วนของปัญหาและแนวทางแก้ไข แนวทางการปรับปรุงพร้อมบทสรุปของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2

การออกแบบตัวควบคุม PID โดยใช้วิธีทางเดินของราก

2.1 บทนำ

ระบบควบคุมอัตโนมัติแบบ PID (proportional-integral-derivative) ได้ถูกนำมาใช้กับกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมอย่างแพร่หลาย ทั้งนี้เนื่องจากรูปแบบตลอดจนโครงสร้างของตัวควบคุม PID มีความเหมาะสมในการนำไปใช้ควบคุมกระบวนการต่าง ๆ ทางอุตสาหกรรมได้เป็นอย่างดีและโดยพื้นฐานแล้วกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมในปัจจุบันนี้ได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมากนัก การออกแบบและการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PID ก็ได้มีการพัฒนาขึ้นมาอย่างต่อเนื่องเช่น วิธีของ Ziegler-Nichols [2] ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมในการใช้หาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม รวมทั้งวิธีทางเดินของรากที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ระบบควบคุมและการออกแบบตัวควบคุม วิธีนี้เป็นการนำฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบควบคุมมาวิเคราะห์ทำให้ทราบถึงพฤติกรรมของระบบควบคุมในโดเมนของเวลาโดยไม่จำเป็นต้องหาค่ารากของสมการคุณลักษณะ (characteristic equation) ออกมาทุกค่า [3] อีกทั้งยังสามารถใช้ทำนายพฤติกรรมของระบบควบคุมเมื่อมีการเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่าง ๆ ได้ดีอีกด้วย

เมื่อตัวควบคุม PID ถูกออกแบบแล้วยังต้องถูกปรับตั้งให้เหมาะสมกับแต่ละกระบวนการด้วย การที่จะสามารถปรับตั้งพารามิเตอร์ของตัวควบคุมให้ได้นั้น จำเป็นต้องทราบทุก ๆ พจน์ในสมการของตัวควบคุม โดยอาศัยรูปแบบของการตอบสนองทางพลวัตของระบบควบคุมเป็นหลัก [3]

2.1.1 องค์ประกอบของระบบควบคุม

ระบบควบคุมอัตโนมัติโดยทั่วไปจะประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ที่สำคัญ 4 ส่วนดังนี้คือ

ก. กระบวนการ (process) หมายถึง กระบวนการทางฟิสิกส์ที่ต้องควบคุมให้ได้สถานะตามที่ต้องการ โดยสถานะของกระบวนการแสดงได้ด้วยตัวแปรกระบวนการ (process variable) การควบคุมสถานะของกระบวนการทำได้โดยการปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรปรับกระบวนการ (manipulated variable) ซึ่งอาจมีได้หลายตัวในกระบวนการให้ไปในทิศทางที่ทำให้ตัวแปรกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงไปตามต้องการ

ข. อุปกรณ์วัดและส่งสัญญาณ (sensor/transmitter device) เป็นอุปกรณ์ที่ให้สัญญาณขาออกที่เกิดจากการวัดจากตัวแปรกระบวนการ โดยทั่วไปหมายถึงตัวแปรที่ถูกควบคุม (controlled variable) ซึ่งสัญญาณนี้มีความสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงค่าทางกายภาพของตัวแปรของกระบวนการที่ต้องการวัด

ค. ตัวควบคุม (controller) เป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่คำนวณหาสัญญาณขาออกหรือสัญญาณควบคุม (control signal) จากสัญญาณวัด (measuring signal) และจุดปรับตั้ง (set point)

ง. อุปกรณ์ปรับกระบวนการ (final control element) คืออุปกรณ์ที่ทำหน้าที่รับสัญญาณขาเข้าจากตัวควบคุมแล้วปรับสภาวะของกระบวนการด้วยการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรปรับกระบวนการ (manipulated variable)

2.1.2 ชนิดของตัวควบคุม

จุดประสงค์ของการเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในกระบวนการก็เพื่อต้องการควบคุมกระบวนการให้ได้ผลตามที่ต้องการ การศึกษาถึงคุณสมบัติของตัวควบคุมทำให้ทราบถึงพฤติกรรมของตัวควบคุมที่มีต่อระบบเพื่อให้สามารถเลือกใช้ตัวควบคุมให้เหมาะสมกับกระบวนการแต่ละแบบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ตัวควบคุมที่สำคัญและนิยมนำมาใช้ในกระบวนการผลิตสามารถแบ่งออกเป็นชนิดต่าง ๆ ดังนี้

ก. ตัวควบคุมแบบ proportional (P) เป็นแบบของการควบคุมที่ง่ายที่สุดของตัวควบคุมเนื่องจากมีค่าที่ใช้ปรับเพียงค่าเดียวคือค่าอัตราขยายของตัวควบคุม (K_C) หรือค่า PB (proportional band) ซึ่งเป็นข้อดีของตัวควบคุมชนิดนี้ การเพิ่มตัวควบคุม P เข้าไปในระบบจะทำให้ค่าช่วงเวลานขึ้น (rise time) ของระบบลดลง แต่พบว่าจะมีค่า offset หรือค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัว (steady-state error - e_{ss}) เกิดขึ้น ทำให้ผลการตอบสนองต่อสถานะอยู่ตัวไม่เข้าสู่ค่าปรับตั้งตามที่ต้องการ แต่ก็สามารถทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวนี้ลดลงได้โดยการเพิ่มค่าของอัตราขยาย (K_C) (หรือลดค่า PB) ซึ่งก็จะมีผลกระทบทำให้ค่าพุ่งเกิน (overshoot) ของระบบมีค่ามากขึ้น จากคุณสมบัติดังกล่าวจึงมักจะใช้ตัวควบคุมแบบ P ร่วมกับตัวควบคุมชนิดอื่นเพื่อให้ได้การควบคุมที่ดีขึ้น

ข. ตัวควบคุมแบบ proportional-derivative (PD) เป็นแบบของการควบคุมที่ใช้กับกระบวนการที่สามารถใช้ตัวควบคุมแบบ proportional ได้อยู่แล้ว โดยการเพิ่มส่วนของตัวควบคุมอนุพันธ์ (D) เข้าไป ซึ่งคุณสมบัติของตัวควบคุม PD นี้จะคล้ายกับตัวควบคุมแบบ P คือยังคงมีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวอยู่ในระบบ แต่ถ้าให้ค่าอัตราขยายของ proportional มีค่าสูง ๆ แล้ว (หรือค่า PB ต่ำ ๆ) พบว่าตัวควบคุม PD มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวต่ำกว่าตัวควบคุมแบบ P

ค. ตัวควบคุมแบบ proportional-integral (PI) สำหรับกระบวนการที่ไม่ต้องการให้มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวในระบบหรือการที่มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวจะทำให้การควบคุมมีผลเสียหายควรใช้ตัวควบคุมชนิดนี้ เนื่องจากผลของตัวควบคุมอินทิกรัล (I) ทำให้ไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวในระบบควบคุม ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ดีของตัวควบคุมชนิดนี้แต่อาจจะทำให้ระบบควบคุมมีการทำงานที่ช้าลง

ง. ตัวควบคุมแบบ proportional-integral-derivative (PID) นิยมใช้กับกระบวนการที่มีค่าคงตัวเวลา (time constant) มีค่ามากหรือกระบวนการที่มีค่าเวลาไร้ผลสนอง (dead time) หรือในกระบวนการที่มีการตอบสนองช้า อย่างเช่นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการควบคุมอุณหภูมิ สำหรับกระบวนการที่มีการตอบสนองเร็วอย่างเช่น กระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการควบคุมการไหลของของเหลว ตัวควบคุม PID อาจไม่เหมาะสมที่จะใช้งาน เนื่องจากผลของอนุพันธ์ในตัวควบคุมจะทำให้ระบบควบคุมไวต่อสัญญาณรบกวน แต่จะทำให้ลดค่าพุ่งเกินของระบบได้ดี (ในกระบวนการที่มีค่าคงตัวเวลามากหมายถึงกระบวนการนั้นมีค่าการหน่วง (damping) สูง ซึ่งเป็นระบบที่ไม่ไวต่อสัญญาณรบกวน)

สำหรับตัวควบคุมแบบอนุพันธ์ (D) หรือตัวควบคุมแบบอินทิกรัล (I) อย่างใดอย่างหนึ่งนั้น จะไม่ถูกนำมาใช้ในกระบวนการใด ๆ เนื่องจากตัวควบคุมแบบอนุพันธ์จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวเป็น

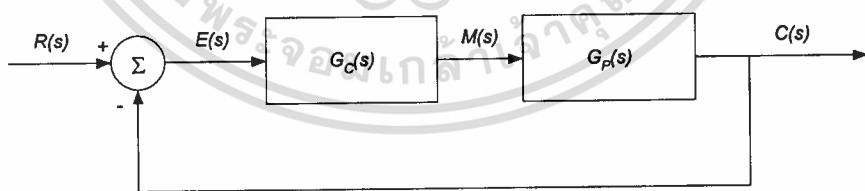
100% อีกทั้งยังมีค่าพุงเกินสูง สำหรับตัวควบคุมแบบอินทิกรัล จะทำให้ระบบมีอันดับสูงขึ้นและอาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ เนื่องจากผลของอินทิกรัลจะไปลดค่าอัตราการหน่วง (damping ratio) ของระบบ

ในกรณีที่ตัวควบคุมที่กล่าวมาไม่สามารถควบคุมระบบตามที่ต้องการได้ ก็สามารถเพิ่มอุปกรณ์ที่เรียกว่าตัวชดเชย (compensator) เข้าไปในระบบได้เช่น ตัวชดเชยแบบ lead ซึ่งทำให้ระบบมีการตอบสนองเร็วขึ้น ตัวชดเชยแบบ lag ซึ่งทำให้ระบบมีพฤติกรรมตรงกันข้ามกับระบบที่ใช้ตัวชดเชยแบบ lead

การเพิ่มตัวควบคุมหรือตัวชดเชยให้แก่ระบบนั้นต้องพิจารณาด้วยว่ามีการเชื่อมต่อยังไงเข้ากับระบบที่ถูกควบคุม ถ้าต่อตัวควบคุมเป็นแบบอนุกรม (series) กับระบบที่ถูกควบคุมจะเรียกว่าการควบคุมหรือชดเชยแบบอนุกรมในบางครั้งเรียกว่าการต่อแบบ cascade ถ้าต่ออยู่ในลักษณะป้อนกลับจะเรียกว่าการควบคุมหรือชดเชยแบบขนาน (parallel) หรือแบบป้อนกลับ (feedback) นอกจากนั้นยังอาจต่อในลักษณะที่เรียกว่าการควบคุมหรือชดเชยแบบ forward หรืออาจนำแบบต่าง ๆ เหล่านี้มาต่อรวมกันก็ได้ การเพิ่มตัวควบคุมหรือตัวชดเชยเข้าไปในระบบนั้นต้องพิจารณาพฤติกรรมของระบบ ระดับสัญญาณที่จุดต่าง ๆ รูปแบบในการต่อ ตลอดจนต้องสามารถหาอุปกรณ์ทางกายภาพที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนตรงกับฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมหรือตัวชดเชยที่ต้องการให้ได้ โดยปกติการเพิ่มตัวควบคุมหรือตัวชดเชยเข้าสู่ระบบในแบบอนุกรมจะทำได้ง่ายกว่าแบบอื่น

2.2 ตัวควบคุมแบบ PID

ในรูปแสดงระบบที่มีตัวควบคุมแบบ PID ซึ่งเป็นตัวควบคุมชนิดหนึ่งในการควบคุมแบบป้อนกลับ โดยจะนำสัญญาณจากเอาต์พุตของกระบวนการ ($C(s)$) มาเปรียบเทียบกับสัญญาณปรับตั้งที่กำหนด ($R(s)$) จากนั้นนำสัญญาณที่ได้จากการเปรียบเทียบ ($E(s)$) มาคำนวณตามตามกฎเกณฑ์ของการควบคุมแบบ PID คือ proportional อินทิกรัลและอนุพันธ์ เพื่อให้ได้สัญญาณจากตัวควบคุม ($M(s)$) นำไปควบคุมกระบวนการต่อไปดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID ที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวป้อนกลับเป็น unity

โดย $G_c(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID

$G_p(s)$ คือฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ (process)

$R(s)$ คือสัญญาณปรับตั้ง (set point)

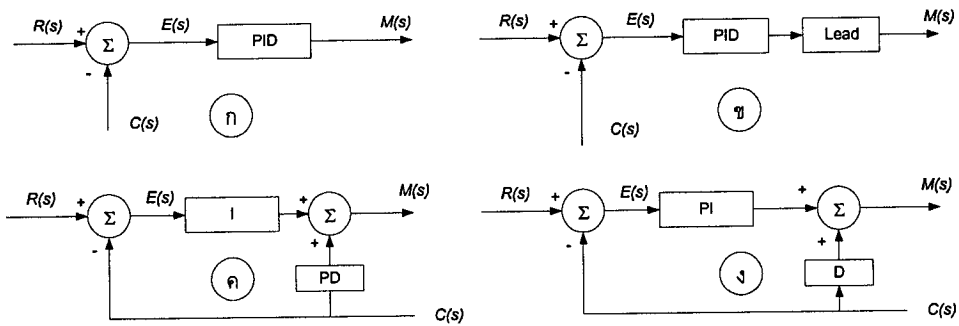
$C(s)$ คือสัญญาณเอาต์พุตของระบบ

$E(s)$ คือสัญญาณผิดพลาดที่เกิดจากการเปรียบเทียบระหว่าง $C(s)$ และ $R(s)$

$M(s)$ คือสัญญาณขาออกจากตัวควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID



รูปที่ 2.2 รูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID

- โดย $R(s)$ คือ จุดปรับตั้ง (set point value)
 $C(s)$ คือ สัญญาณตัวแปรกระบวนการ (process variable)
 $E(s)$ คือ ค่าผิดพลาดหรือผลต่างระหว่างจุดปรับตั้งและสัญญาณตัวแปรกระบวนการ
 มีค่าเป็น $E(s) = R(s) - C(s)$
 $M(s)$ คือ สัญญาณควบคุมตัวแปรกระบวนการ (manipulate variable) ซึ่งเป็นสัญญาณที่ออกมาจากตัวควบคุม

รูปที่ 2.2 ก เป็นรูปแบบที่นิยมใช้สำหรับอธิบายเพื่อทำความเข้าใจกับระบบควบคุม แต่ไม่นิยมใช้ในการควบคุมกระบวนการผลิตจริง ๆ เนื่องจากตัวพารามิเตอร์แต่ละตัวในตัวควบคุมจะไม่มีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นการปรับพารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่งจะไม่มีผลกระทบต่อตัวอื่น ๆ ซึ่งในความจริงไม่ได้เป็นเช่นนั้น สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของรูปแบบในรูป 2.2 ก คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(1 + \frac{1}{\tau_i} + \tau_D s \right) E(s)$$

รูปที่ 2.2 ข มักนิยมใช้เป็นตัวควบคุม PID แบบเชิงอนุภาค (analog) เช่นในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ เนื่องจากออกแบบง่ายและการปรับค่า PB , τ_i , τ_D จะมีผลต่อกัน สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของรูปแบบในรูป 2.2 ข คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) (1 + \tau_D s) \left(\frac{1}{1 + \frac{\tau_D s}{n}} \right)$$

รูปที่ 2.2 ค ถูกนำไปใช้กับขบวนการผลิตจริงแบบเชิงเลข (digital) เหมาะสำหรับควบคุมกระบวนการที่มีการรบกวนจากสัญญาณภายนอก เนื่องจากผลของพจน์อินทิกรัลทำให้สามารถลดการรบกวนได้ดี แต่จะไม่เหมาะกับระบบที่ต้องมีการปรับเปลี่ยนจุดปรับตั้ง เนื่องจากผลของการปรับ PB จะกระทบกับตัวแปรกระบวนการสมการฟังก์ชันถ่ายโอนในรูป 2.2 ค คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(C(s) + \frac{E(s)}{\tau_i s} + \frac{\tau_D s \times C(s)}{\left(1 + \frac{\tau_s s}{n} \right)} \right) E(s)$$

รูปที่ 2.2 ง เป็นที่นิยมใช้ในกระบวนการผลิตจริงเช่นเดียวกับในรูป 2.2 ค เหมาะสำหรับควบคุมกระบวนการที่มีการปรับเปลี่ยนจุดปรับตั้ง แต่ไม่เหมาะกับกระบวนการที่มีการรบกวนจากสัญญาณภายนอก เนื่องจากค่า PB มีผลต่อค่าผลต่างระหว่างค่าจุดปรับตั้งกับค่าของตัวแปรควบคุมกระบวนการสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของรูป 2.2 ง คือ

$$M(s) = \left(\frac{100}{PB} \right) \left(E(s) + \frac{E(s)}{\tau_i s} + \frac{\tau_D s \times C(s)}{\left(1 + \frac{\tau_s s}{n} \right)} \right)$$

พิจารณาตัวควบคุมแบบ PID ที่มีรูปแบบมาตรฐานของฟังก์ชันถ่ายโอน ($G_c(s)$) เป็นดังนี้

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_D s \right)$$

โดยที่ K_c คือ อัตราขยาย proportional

τ_i คือ เวลาอินทิกรัลหรือ reset time

τ_D คือ เวลาอนุพันธ์หรือเวลาอัตรา (rate time)

นำมาจัดรูปใหม่จะได้

$$G_c(s) = \frac{K_c \left(\tau_D s^2 + s + \frac{1}{\tau_i} \right)}{s}$$

$$G_c(s) = \frac{K_c \left(s + \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4\tau_D}{\tau_i}}}{2\tau_D} \right) \left(s + \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{4\tau_D}{\tau_i}}}{2\tau_D} \right)}{s} \quad (2.1)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ($G_c(s)$) ในสมการ 2.1 พบว่ามีซีโรสองตัวและมีโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิด (origin) ดังนั้นกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID จะทำให้ระบบควบคุมเกิดการเปลี่ยนแปลงดังนี้

- ก. อันดับ (order) ของระบบเพิ่มขึ้นหนึ่งอันดับ
- ข. ชนิด (type) ของระบบเพิ่มขึ้นอีก 1 (ชนิด หมายถึงจำนวนของโพลที่จุดกำเนิดของระบบ)

การที่อันดับของระบบเพิ่มขึ้นจะทำให้ระบบช้าลงและมีการล่าช้าทางเวลา (time lag) เกิดขึ้น อาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ ส่วนการเพิ่มขึ้นของชนิดของระบบเป็นผลดีต่อระบบ เนื่องจากทำให้ไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ต่อสัญญาณอินพุตที่เป็น unit step

2.2.1 ข้อกำหนด (specification) ของระบบ

ข้อกำหนด (specification) คือพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบในการออกแบบตัวควบคุม ค่าเหล่านี้แสดงให้ทราบถึงการตอบสนองในภาวะชั่วคราวของระบบควบคุมต่ออินพุตที่เป็น unit step ข้อกำหนดที่สำคัญประกอบด้วย

- ก. ค่าพุ่งเกินสูงสุด (M_p) เป็นค่าความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่มีค่าสูงสุดกับเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัวของระบบ ในบางครั้งอาจแสดงอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินสูงสุด ($\%M_p$)

$$M_p = C_{\max} - C_{ss}$$

- โดย C_{\max} คือค่าสูงสุดของเอาต์พุต
 C_{ss} คือค่าของเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัว

หรือ
$$\%M_p = \left| \frac{M_p}{C_{ss}} \right| \times 100 \%$$

- ข. ค่าเวลาประวิง (delay time - t_d) คือช่วงเวลาที่ผลของการตอบสนองในภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเข้าสู่ 50% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว
- ค. ค่าช่วงเวลาที่ขึ้น (rise time - t_r หรือ t_R) เป็นช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองในภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นจาก 10% ไปเป็น 90% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว ในบางกรณีค่าช่วงเวลาที่ขึ้นหมายถึงช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองมีค่าจาก 5% ถึง 95% หรือ 0% ถึง 100% ของค่าสถานะอยู่ตัวก็ได้ ถ้าค่าช่วงเวลาที่ขึ้นมีค่า

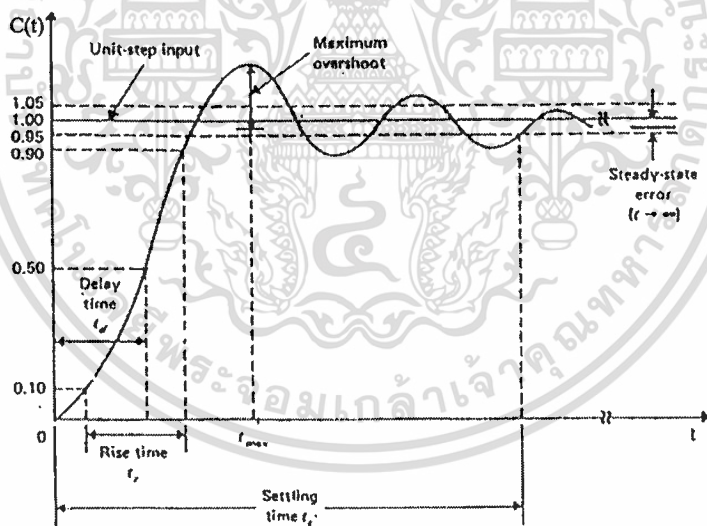
น้อยหมายถึงระบบนั้นมีการตอบสนองเร็ว นอกจากนั้นอาจหมายถึงค่าของเวลาที่ใช้ไปสำหรับให้ผลการตอบสนองมีค่าเท่ากับค่าสุดท้ายของการตอบสนองในสถานะอยู่ตัวเป็นครั้งแรก

ง. ค่าช่วงเวลาเข้าที่ (settling time - t_s) คือช่วงเวลาที่เกิดการตอบสนองของระบบมีค่าเข้าสู่ช่วง $\pm 2\%$ หรือ $\pm 5\%$ ของค่าที่สถานะอยู่ตัวและมีค่าอยู่ในช่วงนี้ตลอดไป หรือหมายถึงค่าของเวลาที่เกิดการตอบสนองในภาวะชั่วคราวเปลี่ยนไปเป็นการตอบสนองในสถานะอยู่ตัว

จ. ค่าเวลายอด (peak time - t_p หรือ t_{max}) เป็นค่าของเวลาที่ผลการตอบสนองในภาวะชั่วคราวของระบบเกิดค่าพุ่งเกินสูงสุด

ฉ. ค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัว (steady-state error - e_{ss}) เป็นค่าความแตกต่างของเอาต์พุตของระบบกับค่ารับตั้งในขณะที่ระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัว ระบบที่ดีจะต้องมีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวน้อยที่สุด

ระบบที่มีการหน่วงแบบวิกฤต (critical damp) และ overdamped เป็นระบบที่ไม่มีค่า t_p และ M_p ข้อกำหนดต่าง ๆ เหล่านี้ใช้สำหรับวัดคุณลักษณะของผลการตอบสนองในภาวะชั่วคราวต่ออินพุตแบบ unit step ของระบบที่มีเสถียรภาพเท่านั้น เนื่องจากในระบบที่ไม่มีเสถียรภาพผลการตอบสนองของระบบจะมีค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ และควบคุมไม่ได้ รูปที่ 2.3 แสดงค่าต่าง ๆ ของข้อกำหนดที่ได้กล่าวมา



รูปที่ 2.3 แสดงค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบ unit step

2.2.2 การคำนวณหาค่าของข้อกำหนดต่าง ๆ ของผลตอบสนองในภาวะชั่วคราวในระบบอันดับสอง

เนื่องจากการตอบสนองของระบบที่มีอันดับที่มากกว่าสองนั้นสามารถใช้การประมาณค่าทางคณิตศาสตร์ทำให้อยู่ในรูปของระบบที่มีการตอบสนองอันดับหนึ่งแบบล่าช้า (first-order lag) ร่วมกับระบบ

อันดับสองแบบ underdamped ได้ ดังนั้นการศึกษาถึงค่าการตอบสนองของระบบในอันดับสองจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง ทำให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับระบบที่มีอันดับสูงขึ้นได้

ผลการตอบสนองของระบบอันดับสอง มีความสัมพันธ์โดยตรงกับค่ารากของสมการคุณลักษณะ เนื่องจากเป็นคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ โดยระบบอันดับสองจะมีรากของสมการคุณลักษณะสองค่า ถ้าค่ารากทั้งสองค่าเป็นค่าจริง การตอบสนองของระบบจะเรียกว่า overdamped ถ้าค่าของรากทั้งสองเป็นค่าจำนวนเชิงซ้อน การตอบสนองของระบบเรียกว่า underdamped สำหรับในระบบที่มีอันดับสูงกว่าสองนั้นส่วนใหญ่ การตอบสนองของระบบจะเป็นแบบ overdamped

ฟังก์ชันถ่ายโอนมาตรฐานของระบบอันดับสองในรูปของการแปลงลาปลาซ มีรูปแบบเป็น

$$\frac{C(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1} \quad (2.2)$$

โดย $C(s)$ คือ สัญญาณการตอบสนองของระบบอันดับสอง

$X(s)$ คือ สัญญาณขาเข้าของระบบ มีค่าเท่ากับ $\frac{1}{s}$ เมื่อสัญญาณเข้าเป็นแบบ unit step

K คือ อัตราขยายที่สถานะอยู่ตัว

τ คือ ค่าคงที่เวลาคุณลักษณะ

ζ คือ ค่าอัตราการหน่วง

สมการคุณลักษณะของระบบคือ

$$\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1 = 0 \quad (2.3)$$

ถ้าให้ r_1 และ r_2 เป็นรากของสมการคุณลักษณะจะได้

$$r_{1,2} = \frac{-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\tau} \quad (2.4)$$

เมื่อพิจารณาค่ารากของสมการคุณลักษณะพบว่าค่าอัตราการหน่วงเป็นตัวชี้ว่าค่ารากของสมการจะเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน ถ้าค่าสมบูรณ์ของอัตราการหน่วงมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 1 แล้วรากทั้งสองของสมการจะเป็นค่าจริง ถ้าค่าสมบูรณ์ของอัตราการหน่วงมีค่าน้อยกว่า 1 ค่าของรากของสมการจะเป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค (complex-conjugate pair) สำหรับในกรณีที่ค่าของอัตราการหน่วงมีค่าเท่ากับ 1 ค่ารากทั้งสองของสมการจะมีค่าเท่ากันคือ $-\frac{1}{\tau}$ และเมื่อค่าของอัตราการหน่วงมีค่าเท่ากับ 0 ค่ารากของสมการทั้งสองค่าจะเป็นจำนวนจินตภาพที่มีค่าเท่ากับ $\pm \frac{j}{\tau}$

จากการศึกษาการตอบสนองของระบบอันดับสองพบว่าในกรณีที่ค่ารากทั้งสองของสมการคุณลักษณะเป็นค่าจำนวนจริง การตอบสนองของระบบจะเป็นแบบ overdamped คือไม่มีการแกว่ง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(monotonic) และเป็นระบบที่มีเสถียรภาพ สำหรับในกรณีที่ค่ารากทั้งสองเป็นจำนวนเชิงซ้อนการตอบสนองของระบบจะเป็นแบบ underdamped คือมีการแกว่ง (oscillate) ที่สัญญาณขาออก

สำหรับการพิจารณาว่าระบบอันดับสองมีเสถียรภาพหรือไม่นั้น พิจารณาจากค่ารากของสมการถ้าค่ารากของสมการทั้งสองค่าเป็นจำนวนจริงจะต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าเป็นลบทั้งคู่ระบบถึงจะมีเสถียรภาพ ในกรณีที่ค่ารากของสมการเป็นจำนวนเชิงซ้อนค่าจำนวนจริงของจำนวนเชิงซ้อนทั้งสองต้องเป็นค่าจำนวนจริงลบ ระบบถึงจะมีเสถียรภาพ ค่าอื่นใดนอกเหนือจากนี้จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพสรุปได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ของอัตราการหน่วงกับผลการตอบสนองของระบบ

ค่าอัตราการหน่วง (ζ)	การตอบสนองของระบบ
$\zeta \geq 1$	Overdamped = มีเสถียรภาพและไม่มีการแกว่ง
$0 < \zeta < 1$	Underdamped = มีเสถียรภาพและมีการแกว่ง
$\zeta = 0$	Undamped = มีการแกว่งอย่างต่อเนื่อง
$\zeta < 0$	Unstable = ไม่มีเสถียรภาพ โดยมีขนาดของแกว่งที่โตขึ้นเรื่อย ๆ

ในกรณีที่ระบบมีค่าอัตราการหน่วงเท่ากับ 1 เรียกว่าระบบมีการหน่วงแบบวิกฤตจะมีการตอบสนองของระบบในรูปแบบเดียวกันกับระบบแบบ overdamped

การศึกษาและออกแบบระบบควบคุมจะสนใจการตอบสนองของระบบที่เป็นแบบ overdamped และ underdamped เท่านั้น เนื่องจากการตอบสนองในแบบอื่นนั้นเป็นการตอบสนองของระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ

2.2.2.1 การตอบสนองของระบบแบบ overdamped

เมื่อค่าอัตราการหน่วงของระบบมีค่ามากกว่า 1 รากทั้งสองของสมการ 2.4 จะเป็นจำนวนจริง เพื่อให้การวิเคราะห์ง่ายขึ้นจะทำการแยกตัวประกอบของสมการคุณลักษณะ 2.3 ให้อยู่ในของผลคูณของเทอมอันดับหนึ่งจำนวนสองเทอมดังนี้

$$\begin{aligned} \tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1 &= \tau^2 (s - r_1)(s - r_2) \\ &= (\tau_{e1}s + 1)(\tau_{e2}s + 1) \end{aligned} \quad (2.5)$$

โดย r_1 และ r_2 คือรากของสมการ 2.3 และ τ_{e1} และ τ_{e2} คือ ค่าคงที่เวลาประสิทธิผล (effective time constant) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\tau_{e1} = -\frac{1}{r_1} = \frac{\tau}{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (2.6)$$

$$\tau_{e2} = -\frac{1}{r_2} = \frac{\tau}{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

โดย ζ คือค่าอัตราการหน่วงของระบบ

เมื่อแทนสมการ 2.5 ลงในสมการ 2.2 แล้วจัดรูปสมการให้อยู่ในเทอมที่มีค่าคงที่เวลาประสิทธิผลจะได้

$$\frac{C(s)}{X(s)} = \frac{K}{(\tau_{e1}s + 1)(\tau_{e2}s + 1)} \quad (2.7)$$

สมการ 2.7 คือฟังก์ชันถ่ายโอนที่ใช้แทนระบบอันดับสองในกรณีที่มีรากทั้งสองของสมการคุณลักษณะมีค่าเป็นจำนวนจริง การตอบสนองของระบบอันดับสองที่มีรากของสมการทั้งสองเป็นจำนวนจริงต่อสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step คือ

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{K}{(\tau_{e1}s + 1)(\tau_{e2}s + 1)} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{A_1}{s + \frac{1}{\tau_{e1}}} + \frac{A_2}{s + \frac{1}{\tau_{e2}}} + \frac{A_3}{s} \end{aligned}$$

ทำการหาค่าตัวสัมประสิทธิ์ จากนั้นใช้การแปลงกลับของการแปลงลาปลาซจะได้ว่า

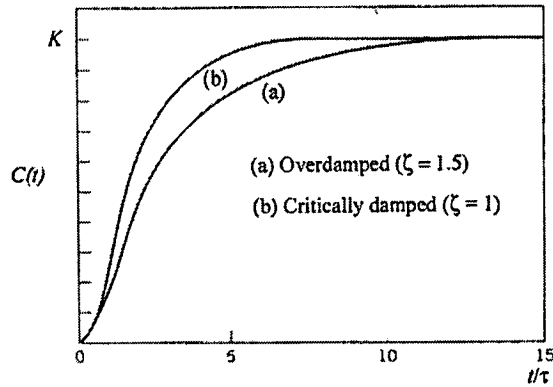
$$C(t) = K \left[1 - \frac{\tau_{e1}}{\tau_{e1} - \tau_{e2}} e^{-t/\tau_{e1}} - \frac{\tau_{e2}}{\tau_{e1} - \tau_{e2}} e^{-t/\tau_{e2}} \right] \quad (2.8)$$

โดย $C(t)$ คือ สัญญาณขาออกหรือผลการตอบสนองของระบบในโดเมนเวลา

สมการ 2.8 แสดงให้เห็นว่าการตอบสนองของระบบจะเป็นไปตามค่าของพจน์เลขชี้กำลัง (exponential term) หมายถึงระบบจะมีค่าของผลการตอบสนองเข้าสู่สถานะอยู่ตัวโดยไม่มีการแกว่งหรือค่าพุ่งเกิน

ถ้าค่าของรากของสมการมีค่าเท่ากันและเป็นจำนวนจริงการตอบสนองของระบบในโดเมนเวลาคือ

$$C(t) = K \left[1 - \left(\frac{t}{\tau} + 1 \right) e^{-t/\tau} \right] \quad (2.9)$$



รูปที่ 2.4 แสดงการตอบสนองของระบบต่อสัญญาณ unit step

ตัวอย่างการตอบสนองของระบบทั้งสองแบบแสดงในกราฟรูปที่ 2.3 โดยเส้นกราฟ (a) แสดงการเกิด overdamped เมื่ออัตราการหน่วงมีค่าเท่ากับ 1.5 และเส้นกราฟ (b) แทนการเกิดการหน่วงวิกฤต เมื่ออัตราการหน่วงมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นถ้าอัตราการหน่วงของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วจะทำให้ระบบต้องใช้เวลาในการเข้าสู่สถานะอยู่ตัวมากขึ้นหมายถึงระบบมีการตอบสนองที่ช้าลง

2.2.2.2 การตอบสนองของระบบแบบ underdamped

การศึกษาถึงการตอบสนองของระบบแบบ underdamped มีความสำคัญอย่างยิ่งเพราะการตอบสนองของระบบควบคุมป้อนกลับส่วนใหญ่เป็นแบบ underdamped คือมีการแกว่งของสัญญาณตอบสนองต่อสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับสองในสมการที่ 2.2 จะมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit step เป็นแบบ underdamped เมื่อค่าอัตราการหน่วงของระบบมีค่าอยู่ในช่วง $0 < \zeta < 1$ เนื่องจากรากของสมการคุณลักษณะจะเป็นค่าของเลขจำนวนเชิงซ้อนสังยุคคือ

$$r_{1,2} = \frac{-\zeta \pm \sqrt{-1(1-\zeta^2)}}{\tau} = -\frac{\zeta}{\tau} \pm j \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} \quad (2.10)$$

สามารถให้ค่ารากของสมการคุณลักษณะเขียนอยู่ในรูปของเลขเชิงซ้อนสังยุคดังนี้

$$\begin{aligned} r_1 &= -\frac{\zeta}{\tau} + j \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} = \rho + j\psi \\ r_2 &= -\frac{\zeta}{\tau} - j \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} = \rho - j\psi \end{aligned} \quad (2.11)$$

โดย

$$\rho = -\frac{\zeta}{\tau}, \quad \psi = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$$

แทนค่ารากทั้งสองลงในสมการ 2.2 จะได้

$$\begin{aligned}
 C(s) &= \frac{K}{s(s-r_1)(s-r_2)} \\
 &= \frac{A_1}{s-\rho-j\psi} + \frac{A_2}{s-\rho+j\psi} + \frac{A_3}{s} \\
 &= \frac{(A_1+A_2)(s-\rho)}{(s-\rho)^2+\psi^2} + \frac{i(A_1-A_2)\psi}{(s-\rho)^2+\psi^2} + \frac{A_3}{s} \\
 &= \frac{B(s-\rho)^2}{(s-\rho)^2+\psi^2} + \frac{C\omega}{(s-\rho)^2+\psi^2} + \frac{A_3}{s}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

โดย

$$\begin{aligned}
 B &= A_1 + A_2 \\
 C &= j(A_1 - A_2)
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

ในสมการ 2.13 พบว่าถ้า A_1 และ A_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุคของกันและกันแล้ว จะทำให้ค่าของ B และ C เป็นจำนวนจริง จากนั้นใช้การแปลงกลับลาปลาซในสมการ 2.12 จะได้

$$\begin{aligned}
 C(t) &= Be^{\rho t} \cos(\psi t) + Ce^{\rho t} \sin(\psi t) + 1 \\
 &= e^{\rho t} [B \cos(\psi t) + C \sin(\psi t)] + 1
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

จาก

$$\sin(\psi t + \theta) = \sin(\theta) \cos(\psi t) + \cos(\theta) \sin(\psi t)$$

ทำให้สมการ 2.14 มีรูปแบบเป็น

$$C(s) = De^{\rho t} \sin(\psi t + \theta) + 1 \tag{2.15}$$

โดย

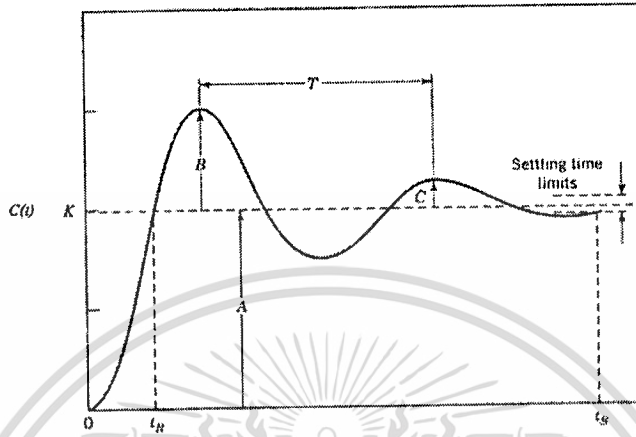
$$D = \sqrt{B^2 + C^2} = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{C} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการแปลงกลับของลาปลาซเพื่อหาค่าการตอบสนองของระบบในโดเมนเวลา

$$C(t) = K \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t/\tau} \sin \left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \right], \quad t \geq 0 \quad (2.16)$$



รูปที่ 2.5 แสดงผลการตอบสนองของระบบแบบ underdamped

รูปที่ 2.5 แสดงถึงการตอบสนองของระบบแบบ underdamped ในโดเมนเวลาต่อสัญญาณ unit step พบว่ามีการแกว่งของสัญญาณตอบสนองรอบ ๆ ค่าสุดท้ายของสถานะอยู่ตัว K โดยมีคาบเวลา (T) ในการแกว่งเป็น

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.17)$$

จากการวิเคราะห์ระบบข้างต้นทำให้สามารถกำหนดค่าข้อกำหนดต่าง ๆ ในระบบที่มีการตอบสนองแบบ underdamped ต่อสัญญาณ unit step ที่มีค่า $K = 1$ ได้ดังนี้

อัตราดกลอย (decay ratio) คือค่าอัตราส่วนขนาดของการแกว่งที่มีค่าลดลงในหนึ่งรอบคาบเวลาของการแกว่ง โดยมีค่าเท่ากับ C/B ดังแสดงในรูป 2.5 และสามารถหาค่าออกมาได้โดยการแทนค่าสมการที่ 2.16 เฉพาะพจน์ของสมการเลขชี้กำลัง $e^{-\zeta t/\tau}$ ด้วยค่าเวลาที่เท่ากับหนึ่งคาบเวลาของการแกว่ง (T) สามารถเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\text{ค่าอัตราดกลอย (decay ratio)} = e^{-\zeta T/\tau} = e^{2\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.18)$$

ค่าเวลายอด (peak time – t_p หรือ t_{max}) จากสมการ 2.16 ทำการหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับเวลาและให้ค่าอนุพันธ์นั้นมีค่าเท่ากับ 0 จากนั้นหาค่าของเวลาออกมา จะได้ค่าเวลายอดที่ต้องการดังนี้

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{e^{-\zeta t/\tau}}{\tau\sqrt{1-\zeta^2}} \left[\zeta \sin\left(\frac{t}{\tau} + \theta\right) - \sqrt{1-\zeta^2} \cos\left(\frac{t}{\tau} + \theta\right) \right] \quad (2.19)$$

$$= \frac{e^{-\zeta t/\tau}}{\tau\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t\right), \quad t \geq 0$$

เมื่อกำหนดให้ $\frac{dC(t)}{dt} = 0$ จะได้

$$\sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t\right) = 0$$

ค่าของมุมที่สมนัยกับสมการนี้คือ

$$\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

หรือ

$$t = \frac{n\pi\tau}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.20)$$

ค่าสูงสุดที่เกิดขึ้นครั้งแรกจากผลการตอบสนองในภาวะชั่วคราวของระบบ เกิดขึ้นเมื่อ $n = 1$ ดังนั้น t_p หรือ t_{max} จะมีค่าเป็น

$$t_p = t_{max} = \frac{\pi\tau}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.21)$$

โดยทั่วไปแล้วสำหรับค่า n ที่เป็นเลขคี่ ($n = 1, 3, 5, \dots$) สมการ 2.20 จะให้ค่าเวลาต่าง ๆ ที่เกิดค่าพุ่งเกินขึ้นในระบบและเมื่อค่า n เป็นเลขคู่ ($n = 2, 4, 6, \dots$) จะให้ค่าเวลาที่ทำให้เกิดค่าต่ำเกิน (undershoot) ในระบบ

ค่าพุ่งเกินสูงสุด (maximum overshoot - M_p) เมื่อพิจารณารูปที่ 2.2 พบว่าค่าพุ่งเกินสูงสุดเกิดขึ้นที่เวลายอด (t_p) ดังนั้นถ้าแทนค่า t_p ลงในสมการ 2.16 จะได้

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-n\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(n\pi + \theta), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.22)$$

เนื่องจากค่าของ $\sin(n\pi + \theta)$ ที่ทำให้เกิดค่าพุ่งเกินสูงสุดมีค่าเท่ากับ -1 เมื่อค่าของ $n = 1$ ดังนั้น

$$M_p = C(t_p) - 1 = e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.23)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่น ๆ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินสูงสุดจะมีค่าเป็น

$$\%M_p = P.O. = 100 e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (2.24)$$

แสดงให้เห็นว่าค่าพุ่งเกินสูงสุดของระบบอันดับสองนั้นแปรค่ากับค่าอัตราการหน่วงเพียงอย่างเดียว

ค่าเวลาประวิง (delay time – t_d) หมายถึงค่าของเวลาที่ผลการตอบสนองของระบบมีการตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณอินพุตที่ไม่เกิดขึ้นอย่างฉับพลัน การหาค่าที่แน่นอนของค่าเวลาประวิงนั้นทำได้โดยการให้ค่าของผลการตอบสนองของระบบเท่ากับ 0.5 แล้วทำการหาค่าเวลาขณะนั้นออกมาดังนี้

$$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t_d/\tau} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t_d + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) = 0.5 \quad (2.25)$$

การหาค่า t_d จากสมการข้างบนทำได้ค่อนข้างยาก แต่ก็สามารถกระทำได้โดยวิธีที่ง่ายกว่าคือ นำเอาค่าของ $\frac{t_d}{\tau}$ ต่อค่าต่าง ๆ ของ ζ ที่อยู่ในเทอมของเลขชี้กำลังมาวาดเป็นกราฟซึ่งจะพบว่าในช่วงของ $0 < \zeta < 1$ สามารถประมาณเป็นสมการเส้นตรงได้คือ

$$t_d \cong (1 + 0.7\zeta)\tau, \quad 0 < \zeta < 1 \quad (2.26)$$

หรือสามารถประมาณค่าของ t_d ได้ด้วยสมการอันดับสองดังนี้

$$t_d \cong (1.1 + 0.125\zeta + 0.469\zeta^2)\tau, \quad 0 < \zeta < 1 \quad (2.27)$$

ค่าช่วงเวลาเข้าที่ (settling time – t_s) สามารถหาค่าได้เฉพาะเมื่อมีค่าพุ่งเกินสูงสุดมากกว่า 5% เท่านั้น ซึ่งเป็นค่าที่สอดคล้องกับค่าอัตราการหน่วงที่อยู่ในช่วง $0 < \zeta < 0.69$ เนื่องจากค่าของ $\zeta = 0.69$ เป็นค่าที่ทำให้ผลการตอบสนองของระบบมีค่าประมาณ 1% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว ซึ่งถือได้ว่าผลการตอบสนองของระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัวแล้ว การหาค่าที่แน่นอนของช่วงเวลาเข้าที่นั้นทำได้ยาก แต่สำหรับกรณีที่ ζ มีค่าน้อยคืออยู่ในช่วง $0 < \zeta < 0.69$ สามารถนำค่าของเอนVELOPE ของผลการตอบสนองต่อเวลาของระบบมาทำการคำนวณได้เพราะผลการตอบสนองต่อเวลาของระบบมีการแกว่งอยู่ในช่วงของเอนVELOPE

$$1 + \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t/\tau} \quad \text{และ} \quad 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t/\tau} \quad \text{ดังนั้นถ้ากำหนดให้}$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t/\tau} = 1.05$$

จะได้

$$\frac{t_s}{\tau} = \frac{-1}{\zeta} \ln(0.05\sqrt{1-\zeta^2})$$

ค่าของช่วงเวลาเข้าที่จะเป็น

$$t_s \equiv \frac{3.2\tau}{\zeta}, \quad 0 < \zeta < 0.69 \quad (2.28)$$

สำหรับการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของ t_s ในกรณีอื่น ๆ มีดังนี้

$$\begin{aligned} t_s &\equiv \frac{5\tau}{\zeta}, & (1\% \text{ criterion}) \\ t_s &\equiv \frac{4\tau}{\zeta}, & (2\% \text{ criterion}) \\ t_s &\equiv \frac{3\tau}{\zeta}, & (5\% \text{ criterion}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

ค่าช่วงเวลาขึ้น (rise time - t_r หรือ t_R) สามารถหาได้จากค่าของการเปลี่ยนแปลงของผลการตอบสนองของระบบต่อเวลาที่มีค่าเปลี่ยนแปลงจาก 0% ถึง 100% ของค่าที่สถานะอยู่ตัวกับสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step จากนั้นให้ทำการหาค่าของ t_r ออกมา ดังนี้

$$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta t_d/\tau} \sin\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} t_d + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right) = 1$$

นอกจากนี้ยังสามารถที่จะหาค่าของช่วงเวลาขึ้นจากการนำเอาค่าของ $\frac{t_d}{\tau}$ ที่แปรเปลี่ยนต่อค่าต่าง ๆ ของ ζ มาวาดเป็นกราฟจากนั้นให้ทำการหาค่าความชันของเส้นตรงที่ลากระหว่างผลการตอบสนองของระบบที่ 0% และ 100% เช่นเดียวกันกับการหาค่าของเวลาประวิง ซึ่งกรณีนี้เป็นค่าโดยประมาณที่ใกล้เคียงเท่านั้น

$$t_r = (0.8 + 2.5\zeta)\tau, \quad 0 < \zeta < 1 \quad (2.30)$$

หรือทำการประมาณค่าของ t_r ด้วยสมการอันดับสองได้เป็น

$$t_r = (1 - 0.4167\zeta + 2.917\zeta^2)\tau, \quad 0 < \zeta < 1 \quad (2.31)$$

จากความสัมพันธ์ของค่าพุงเกินสูงสุด ค่าช่วงเวลาเข้าที่ ค่าช่วงเวลาขึ้นและค่าเวลาประวิงในระบบพบว่าเมื่อค่าอัตราความหน่วงของระบบมีค่าน้อย ๆ แล้วค่าเวลาประวิงและค่าช่วงเวลาขึ้นจะมีค่าน้อยตามไปด้วย แต่จะทำให้ค่าพุงเกินสูงสุดและค่าช่วงเวลาเข้าที่มีค่ามากขึ้น ดังนั้นถ้าต้องการให้ผลการตอบสนองของ

ระบบเข้าสู่สถานะอยู่ตัวได้อย่างรวดเร็วโดยที่มีค่าพ่วงเกินต่ำ จะต้องกำหนดให้ค่าของอัตราकरणห้วงของระบบมีค่าที่ไม่น้อยจนเกินไป

2.2.3 ผลของตัวควบคุม PID ในระบบวงปิด

เมื่อเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในกระบวนการ พบว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมจะเป็นส่วนหนึ่งของสมการคุณลักษณะของระบบ ดังนั้นการตอบสนองของระบบจึงมีการเปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในระบบ

พิจารณารูป 2.1 ถ้ากำหนดให้

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_D s \right) = \frac{K_p \left(\tau_D s^2 + s + \frac{1}{\tau_i} \right)}{s} \quad (2.32)$$

$$G_p(s) = \frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

โดย $G_c(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID

$G_p(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดในรูป 2.1 คือ

$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} \\ &= \frac{K_p K \left(\tau_D s^2 + s + \frac{1}{\tau_i} \right)}{s(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)} \\ &= \frac{K' (s - z_1)(s - z_2)}{(s - \rho_1)(s - \rho_2)(s - \rho_3)} \end{aligned} \quad (2.33)$$

โดย

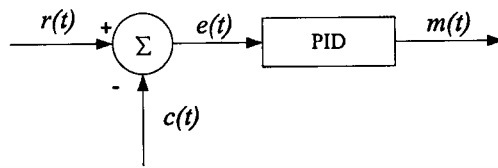
$$K' = \frac{K_p K \tau_D}{\tau^2}$$

z_1, z_2 คือ ซีโรของตัวควบคุม

ρ_1, ρ_2, ρ_3 คือ โพลของระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ 2.33 พบว่าการเพิ่มตัวควบคุม PID ทำให้เกิดโพลขึ้นหนึ่งตัวและเกิดซีโรขึ้นสองตัวในระบบ โดยโพลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากพจน์อินทิกรัลและซีโรที่เกิดขึ้นเนื่องจากพจน์อนุพันธ์ของตัวควบคุม PID รวมทั้งมีค่าอัตราขยายที่เกิดจากพจน์ของ proportional ด้วย ต่อไปจะพิจารณาถึงผลกระทบของเทอมเหล่านี้ต่อพฤติกรรมของระบบ



รูปที่ 2.6 แสดงตัวควบคุม PID

พิจารณาเฉพาะตัวควบคุม PID พบว่า

$$\begin{aligned} m(t) &= K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \\ &= K_p e(t) + \frac{K_p}{\tau_i} \int e(t) dt + K_p \tau_D \frac{de(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.34)$$

โดย	$m(t)$	คือสัญญาณขาออกของตัวควบคุม PID
	$e(t)$	คือสัญญาณค่าผิดพลาดจากระบบวงปิด
	K_p	คืออัตราขยายของ proportional
	K_i	คืออัตราขยายของอินทิกรัล
	K_d	คืออัตราขยายของอนุพันธ์
	τ_i	คือค่าคงที่เวลาอินทิกรัล
	τ_D	คือค่าคงที่เวลาอนุพันธ์

การเพิ่มตัวควบคุม PID ในระบบทำให้เกิดเทอมของ proportional อินทิกรัลและอนุพันธ์ขึ้นในระบบ ดังนั้นผลของการเพิ่มตัวควบคุม PID เข้าไปในระบบจะถูกพิจารณาเป็นกรณีดังนี้

ก. ผลของ proportional gain หรือ proportion band ต่อกระบวนการ

มีผลต่อความไว (sensitivity) และค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว การเพิ่มค่า proportional หรือลดค่า PB ทำให้ระบบเกิดการแกว่งและอาจทำให้กระบวนการไม่มีเสถียรภาพได้ ในทางตรงข้ามการลดค่า proportional หรือลดค่า PB จะทำให้เกิดค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัวมากขึ้น

ข. ผลของเวลาอินทิกรัลต่อกระบวนการ

พจน์อินทิกรัลเปรียบเสมือนการสะสมค่าของอินพุตที่เข้ามาซึ่งก็คือค่าผิดพลาดนั่นเอง ดังนั้นพจน์อินทิกรัลจึงให้การตอบสนองแบบสะสมต่อค่าผิดพลาดที่เป็นไปอย่างช้า ๆ การลดค่าของเวลาอินทิกรัลทำให้

เอกสาร... ไม่ว่าการณ์ใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัวของกระบวนการลดลง เนื่องจากค่าของเวลาอินทิกรัลแปรโดยตรงกับขนาดของค่าผิดพลาดสะสมของผลตอบสนองของระบบ แต่ถ้าน้อยไปจะทำให้อาจทำให้ผลการตอบสนองของกระบวนการมีการแกว่งมากขึ้นหรือมีค่าพุ่งเกินเพิ่มขึ้น การเพิ่มค่าของเวลาอินทิกรัลจะให้ผลตรงข้ามกับที่กล่าวมา

ค. ผลของเวลาอนุพันธ์ต่อกระบวนการ

พจน์อนุพันธ์ทำให้เกิดการตอบสนองอย่างรวดเร็วต่อการเปลี่ยนแปลงของอินพุท ดังนั้นถ้าอินพุทมีการเปลี่ยนแปลงทันทีทันใด จะทำให้การตอบสนองของพจน์อนุพันธ์มีค่าเปลี่ยนแปลงสูงคือทำให้ระบบมีการตอบสนองเร็วขึ้น

ผลของการเพิ่มตัวควบคุม PID ต่อพารามิเตอร์ของระบบสรุปได้ตามตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 สรุปผลการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ที่มีผลต่อระบบ

เพิ่มค่า	ค่าช่วงเวลาขึ้น	ค่าพุ่งเกิน	ค่าช่วงเวลาเข้าที่	ค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว
K_p	ลด	เพิ่ม	เปลี่ยนแปลงเล็กน้อย	ลด
K_i	ลด	เพิ่ม	เพิ่ม	ไม่มี
K_d	เปลี่ยนแปลงเล็กน้อย	ลด	ลด	เปลี่ยนแปลงเล็กน้อย

2.2.4 เสถียรภาพของระบบควบคุมเชิงเส้น

การควบคุมระบบมีจุดประสงค์เพื่อให้เอาท์พุทหรือการตอบสนองของระบบมีค่าตามที่ต้องการ ดังนั้นกล่าวได้ว่าถ้าสามารถควบคุมให้การตอบสนองของระบบเข้าสู่ค่าที่ต้องการได้และมีค่าคงที่ตลอดไปตามค่าปรับตั้งเรียกว่าระบบมีเสถียรภาพ แต่อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าระบบที่ถูกควบคุมนั้นจะมีเสถียรภาพแล้วก็ตาม แต่อาจจะมีผลกระทบจากสัญญาณภายนอกที่เข้ามารบกวนระบบจนทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ รวมทั้งการปรับตั้งค่าพารามิเตอร์ของระบบในบางครั้งยังอาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้เช่นกัน ตัวอย่างเช่นการปรับค่าอัตราขยายของระบบให้มากขึ้นในระบบที่มีตัวควบคุมแบบ PD PI หรือ PID ทำให้การตอบสนองของระบบเกิดการแกว่งมากขึ้นจนถึงค่า ๆ หนึ่งที่ทำให้ขนาดของการแกว่งของการตอบสนองของระบบนั้นมีขนาดโตขึ้นเรื่อย ๆ จนควบคุมไม่ได้ (บางระบบอาจไม่เกิดขึ้น) เรียกว่าระบบไม่มีเสถียรภาพและเรียกค่าอัตราขยายที่ทำให้ระบบเริ่มที่จะไม่มีเสถียรภาพว่า ultimate gain (K_u) รวมทั้งเรียกค่าคาบของการแกว่งที่ระบบเริ่มไม่มีเสถียรภาพว่า ultimate period (T_u) ซึ่งเป็นค่ามีความสำคัญอย่างยิ่งในการออกแบบระบบควบคุมวงปิด

ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นค่าพารามิเตอร์ของระบบบางค่าไม่สามารถที่จะกำหนดได้ล่วงหน้า ในบางกรณีต้องออกแบบระบบตามเงื่อนไขที่ต้องการก่อนแล้วจึงสามารถที่จะหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ออกมาได้ ทำให้ไม่สามารถที่จะหาค่าราคของสมการคุณลักษณะของระบบเพื่อตรวจสอบเสถียรภาพของระบบได้ ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาวิธีการในการทดสอบเสถียรภาพของระบบโดยไม่จำเป็นต้องหาค่าราคของสมการคุณลักษณะของระบบออกมาก่อน [3] ซึ่งมีอยู่หลายวิธีดังนี้

2.2.4.1 เงื่อนไขการมีเสถียรภาพของระบบควบคุมเชิงเส้น

พิจารณาการตอบสนองของระบบวงปิดซึ่งมีสมการดังนี้

$$C(t) = b_1 e^{r_1 t} + b_2 e^{r_2 t} + \dots + b_n e^{r_n t} + (\text{input term}) \quad (2.35)$$

โดย $C(t)$ คือ สัญญาณการตอบสนองของระบบ

r_1, r_2, \dots, r_n คือ รากของสมการคุณลักษณะของระบบวงปิด

ให้อินพุทของระบบมีค่าคงที่ค่าหนึ่งเมื่อเวลามีค่ามากขึ้น ดังนั้นค่าของสัญญาณเอาต์พุทหรือการตอบสนองของระบบ ($C(t)$) จะมีค่าคงที่ค่าหนึ่งเมื่อเวลามีค่ามากขึ้นหรือไม่นั้นหมายถึงการมีเสถียรภาพของระบบนั่นเอง ซึ่งขึ้นกับค่าของรากของสมการคุณลักษณะของระบบดังนี้

ก. ในกรณีที่ค่าของรากสมการคุณลักษณะของระบบมีค่าเป็นจำนวนจริง

ถ้า $r < 0$ จะได้ $e^{rt} \rightarrow 0$ เมื่อ $t \rightarrow \infty$

ข. ในกรณีที่ค่าของรากของสมการคุณลักษณะของระบบเป็นจำนวนเชิงซ้อน

ให้ $r = \sigma + j\omega$ คือค่าของรากที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ ของสมการคุณลักษณะ จะได้

$$e^{rt} = e^{\sigma t} \sin(\omega t + \theta)$$

ดังนั้นถ้า $\sigma < 0$ จะได้ $e^{\sigma t} \sin(\omega t + \theta) \rightarrow 0$ เมื่อ $t \rightarrow \infty$

สรุปว่าระบบควบคุมแบบวงปิดนั้นจะมีเสถียรภาพก็ต่อเมื่อค่าของรากทุกตัวของสมการคุณลักษณะของระบบจะต้องมีค่าเป็นจำนวนจริงลบ หรือค่าของรากทุกตัวในจำนวนจริงของค่าของรากที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนเป็นจำนวนจริงลบ

ถ้าพิจารณาในระนาบของตัวแปร s พบว่าระบบควบคุมแบบวงปิดจะมีเสถียรภาพเมื่อตำแหน่งของรากของสมการคุณลักษณะของระบบต้องอยู่ในด้านลบหรือครึ่งซีกซ้ายของระนาบ s เท่านั้น

2.2.4.2 วิธีทดสอบเสถียรภาพของระบบควบคุมเชิงเส้น

ก. วิธี Routh's Test

เป็นวิธีการหาค่าเสถียรภาพสัมบูรณ์ (absolute stability) โดยวิธีทางพีชคณิตของระบบควบคุมเชิงเส้นที่ไม่แปรตามเวลา ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของสมการคุณลักษณะเป็นค่าคงที่ ใช้สำหรับตรวจสอบว่าระบบมีรากของสมการคุณลักษณะอยู่บนครึ่งซีกขวาของระนาบ s หรือไม่ โดยที่สามารถระบุถึงจำนวนของรากที่อยู่ทางครึ่งขวาของระนาบ s รวมทั้งรากที่อยู่บนแกนของจำนวนจินตภาพได้

พิจารณารูปแบบทั่วไปของสมการคุณลักษณะดังนี้

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ที่มีค่าคงที่
จากค่าสัมประสิทธิ์ ทำการสร้างตาราง Routh ดังนี้

a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	\dots	a_1
a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	\dots	a_0
b_1	b_2	b_3	\dots	
c_1	c_2	c_3	\dots	
\vdots				

โดย

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}, \dots$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}$$

และ

$$c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}, \dots$$

ระบบที่พิจารณาจะมีเสถียรภาพก็ต่อเมื่อเครื่องหมายของสัมประสิทธิ์ในสดมภ์แรกของตาราง Routh ทุกตัวต้องมีเครื่องหมายเหมือนกัน

ด้วยวิธีของ Routh ยังสามารถใช้หาจำนวนของรากที่เป็นจำนวนจริงบวกหรือรากที่อยู่ในครึ่งซีกขวาของระนาบ s ได้โดยการนับจำนวนการเปลี่ยนเครื่องหมายของสัมประสิทธิ์ในสดมภ์แรกของตารางซึ่งจะมีจำนวนเท่ากับรากที่เป็นจำนวนจริงบวกของสมการคุณลักษณะ

ข. วิธีแทนค่าโดยตรง (direct substitute method)

เป็นวิธีที่ง่ายและสะดวก โดยอาศัยหลักการที่ว่ารากของสมการคุณลักษณะมีการเปลี่ยนค่าอย่างต่อเนื่องเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของระบบ ดังนั้นที่จุดใดจุดหนึ่งของระบบที่มีการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์เหล่านี้จนทำให้ระบบเปลี่ยนจากระบบที่มีเสถียรภาพไปเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพคือตำแหน่งที่ค่าของรากสมการคุณลักษณะมีค่าเป็นจำนวนจินตภาพนั่นเอง เรียกว่าระบบอยู่ในสถานะขอบเสถียร (marginally stable)

พิจารณาระบบวงปิดที่มีรากของสมการอยู่บนแกนจำนวนจินตภาพที่ตำแหน่ง $\pm j\omega$ ดังนี้

$$C(s) = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + \omega_n^2} + \dots$$

เมื่อทำการแปลงกลับของลาปลาซจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$C(t) = b_1 \sin(\omega_u t + \theta) + \dots$$

โดย ω_u คือ ultimate frequency ความถี่ของการแกว่ง ณ จุดที่ระบบเริ่มไม่มีเสถียรภาพ
 θ คือ ค่าของมุมเฟส

และ

$$T_u = \frac{2\pi}{\omega_u} \quad (2.36)$$

โดย T_u คือ คาบเวลาการแกว่งของระบบที่เริ่มจะไม่มีเสถียรภาพ

ค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมที่ทำให้ระบบเริ่มไม่มีเสถียรภาพเรียกว่า ultimate gain (K_u) ซึ่งถ้าค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมมีค่าต่ำกว่าค่านี้อัตราขยายของระบบจะมีเสถียรภาพ เนื่องจากระบบจะมีการแกว่งของการตอบสนองลดลงตามเวลา แต่ถ้าค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมมีค่ามากกว่านี้จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพเนื่องจากการตอบสนองของระบบจะมีการแกว่งเพิ่มขึ้นตามเวลา

จะเห็นว่าถ้าแทนค่า s ในสมการคุณลักษณะของระบบด้วยค่า $j\omega_u$ จากนั้นกำหนดค่าของจำนวนจริงและส่วนของจำนวนจินตภาพจากสมการที่ได้ให้มีค่าเท่ากับ 0 ก็จะทำให้สามารถหาค่าของ ω_u รวมทั้งค่าอื่น ๆ ได้

วิธีการแทนค่าโดยตรงนี้ไม่สามารถกระทำกับระบบที่มีเวลาไว้ผลสนองได้โดยตรงเนื่องจากสมการคุณลักษณะของระบบที่มีเวลาไว้ผลสนองจะมีพจน์ของเลขชี้กำลังอยู่ซึ่งทำให้สมการไม่อยู่ในรูปแบบของสมการพหุนาม (polynomial equation) วิธีการนี้จึงใช้ไม่ได้ แต่ในทางคณิตศาสตร์เราสามารถประมาณค่าพจน์ของเลขชี้กำลังในระบบควบคุมที่มีเวลาไว้ผลสนองให้อยู่ในรูปของสมการพหุนามได้โดยใช้อนุกรม Maclaurin ดังนี้

สำหรับฟังก์ชัน $e^{-t_0 s}$ สามารถที่จะประมาณค่าเป็นฟังก์ชันเลขชี้กำลังได้ดังนี้

$$\begin{aligned} e^{-t_0 s} &= \frac{1}{e^{t_0 s}} = \frac{1}{1 + t_0 s + \frac{(t_0 s)^2}{2!} + \frac{(t_0 s)^3}{3!} + \dots} \\ &\cong \frac{1}{1 + t_0 s + \frac{(t_0 s)^2}{2}} = \frac{2/t_0^2}{s^2 + \frac{2s}{t_0} + \frac{2}{t_0^2}} \\ &\cong \frac{1}{\left(s + \left(\frac{1}{t_0} + \frac{j}{t_0}\right)\right) \left(s + \left(\frac{1}{t_0} - \frac{j}{t_0}\right)\right)} \end{aligned} \quad (2.37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นเมื่อแทนค่าของสมการ 2.37 ลงในสมการคุณลักษณะของระบบก็จะทำให้สมการคุณลักษณะของระบบเปลี่ยนเป็นสมการพหุนาม ซึ่งสามารถนำวิธีการแทนค่าโดยตรงมาทำการวิเคราะห์ระบบต่อไป จากวิธีการหาความถี่เสถียรภาพของระบบโดยสองวิธีดังกล่าวพบว่าวิธีการแทนค่าโดยตรงเป็นวิธีที่สะดวกและสามารถใช้หาค่าของ K_u และ T_u ได้โดยง่าย

2.3 การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID ด้วยวิธีของ Ziegler-Nichols

การคำนวณทางคณิตศาสตร์ในการหาค่าการตอบสนองของกระบวนการที่ถูกควบคุมนั้นทำได้ยาก เนื่องจากการหาสมการทางคณิตศาสตร์หรือฟังก์ชันถ่ายโอนที่เหมาะสมและเที่ยงตรงสำหรับแทนกระบวนการที่ถูกควบคุมนั้นเป็นไปได้ยากนั่นเอง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกระบวนการที่มีอันดับสูง ๆ ซึ่งค่าคำตอบของสมการของระบบส่วนใหญ่มักจะเป็นสมการเดิวดอด ๆ ทำให้ไม่สามารถหาค่าพารามิเตอร์ที่มีหลายตัวเพื่อใช้ในการออกแบบระบบควบคุมได้ รวมทั้งยังมีผลกระทบจากตัวแปรอื่น ๆ ที่กระทำต่อระบบจนทำให้ไม่สามารถหาสมการคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาแทนระบบนั้นได้ [3]

ในการออกแบบตัวควบคุมมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องรู้การตอบสนองทางพลวัตของกระบวนการก่อนซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน โดยสามารถหาได้จากโครงสร้างทางกายภาพของกระบวนการ แต่ในบางกรณีในกระบวนการที่ซับซ้อนการหาค่าทางกายภาพอาจไม่เพียงพอที่จะหาสมการทางคณิตศาสตร์มาแทนฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบได้ แต่ก็สามารถใช้วิธีการทดสอบกระบวนการเพื่อหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมมาทำการออกแบบตัวควบคุมได้ เรียกว่าการ ปรับแต่งระบบ ซึ่งมีอยู่หลายวิธีแต่จะยกตัวอย่างวิธีที่นิยมกันคือ

2.3.1 วิธีการปรับค่าตัวควบคุม PID โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

หลักการประมาณค่าของ Ziegler-Nichols ใช้สำหรับการประมาณหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบต่าง ๆ คือค่า K_p , τ_i , τ_D ให้ได้ประสิทธิภาพดีที่สุด เพื่อให้ผลการตอบสนองของระบบต่ออินพุตที่เป็น unit step มีค่าพุ่งเกินสูงสุดไม่เกิน 25% มีอยู่สองแบบคือ

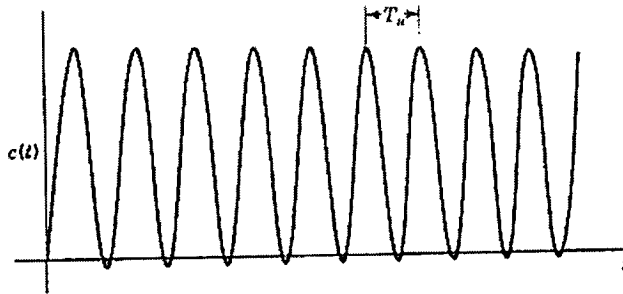
ก. quarter decay ration response by ultimate gain

วิธีนี้จะทำการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากผลการตอบสนองของระบบหรือกระบวนการที่ถูกควบคุมต่อการปรับค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมชนิด P เมื่อมีการป้อนสัญญาณเข้าเป็นแบบ unit step ดังนั้นวิธีนี้ต้องมีตัวควบคุมแบบ P ต่ออยู่เพื่อให้สามารถปรับอัตราขยายได้

คุณสมบัติของ ultimate gain และ ultimate period ของระบบถูกนำมาทำการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม ซึ่งเป็นวิธีที่กระทำกับระบบโดยตรงและไม่จำเป็นต้องทราบค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ โดยการปรับค่าอัตราขยาย K_p ของตัวควบคุมแบบ P ให้มีค่าสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนผลการตอบสนองของระบบเกิดการแกว่งอย่างต่อเนื่องและมีขนาดของการแกว่งคงที่เรียกอัตราขยายที่ทำให้เกิดการแกว่งนี้ว่า ultimate gain (K_u) และเรียกค่าคาบของการแกว่งนี้ว่า ultimate period (T_u) ดังรูปที่ 2.6 จากนั้นให้นำค่าเหล่านี้ไปปรับเทียบกับตารางที่ 2.3 เพื่อกำหนดพารามิเตอร์ของตัวควบคุมตามเงื่อนไขให้มีค่าพุ่งเกินไม่เกิน 25% แต่วิธีนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีข้อจำกัดคือต้องใช้กับระบบที่มีผลการตอบสนองต่อเวลาที่มีการแกว่งอย่างช้าๆหรือใช้กับกระบวนการที่มีรากของสมการคุณลักษณะเป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุคเมื่อมีการปรับค่าอัตราขยายของกระบวนการ



รูปที่ 2.7 แสดงการหาค่า T_u จากผลการตอบสนองของระบบที่มีการแกว่งอย่างต่อเนื่องเมื่อมีการปรับค่าอัตราขยายเป็น K_u

ตารางที่ 2.3 แสดงค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PID ตามวิธีของ Ziegler-Nichols

ชนิดของตัวควบคุม	K_p	τ_i	τ_D
แบบ P	$\frac{K_u}{2}$	-	-
แบบ PI	$\frac{K_u}{2.2}$	$\frac{T_u}{1.2}$	-
แบบ PID	$\frac{K_u}{1.7}$	$\frac{T_u}{2}$	$\frac{T_u}{8}$

ข. process reaction

เป็นวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PID โดยตรง ซึ่งไม่ต้องมีตัวควบคุมต่อรวมอยู่ แต่จะใช้ได้กับกระบวนการที่มีผลการตอบสนองต่อ unit step เป็นรูปตัว S เท่านั้น ซึ่งก็คือกระบวนการที่ไม่มีโพลอยู่ที่จุดกำเนิด (กระบวนการชนิด 0) หรือไม่มีโพลเด่นชัดที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค โดยขั้นแรกจะทำการประมาณให้กระบวนการเป็นแบบใดแบบหนึ่งในสองแบบนี้ก่อนคือ [3]

1. กระบวนการอันดับหนึ่งแบบมีเวลาไร้ผลสนอง (first-order-plus-dead-time – FOPDT) โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau_0 s}}{\tau s + 1} \quad (2.38)$$

2. กระบวนการอันดับสองแบบมีเวลาไร้ผลสนอง (second-order-plus-dead-time – SOPDT) โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนคือ

$$G(s) = \frac{Ke^{-t_0s}}{(\tau_1s+1)(\tau_2s+1)} \quad (2.39)$$

$$G(s) = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau^2 + 2\zeta\tau s + 1}, \quad 0 < \zeta < 1$$

โดย K คือ ค่าอัตราขยายของระบบที่สถานะอยู่ตัว
 t_0 คือ ค่าเวลาไร้ผลสนองของกระบวนการ
 τ, τ_1, τ_2 คือ ค่าคงที่เวลาของกระบวนการ
 ζ คือ ค่าอัตราการหน่วงของกระบวนการ

จากนั้นให้ทำการทดสอบกระบวนการด้วยการป้อนสัญญาณอินพุตที่เป็น unit step แล้วบันทึกผลการตอบสนองของกระบวนการซึ่งจะเป็นรูปตัว S จากกราฟให้ลากเส้นสัมผัสกับจุดที่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงสูงสุด โดยเส้นที่ลากนี้จะตัดกับแกนเวลาและเส้นตรงของผลการตอบสนองที่สถานะอยู่ตัวหรือที่ $C(t) = K$ ดังรูปที่ 2.8

เมื่อใช้การประมาณค่าให้ระบบเป็น FOPDT จะได้ผลการตอบสนองของระบบต่อ unit step เป็น

$$C(s) = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \cdot \frac{1}{s}$$

$$C(t) = Ku(t-t_0) \left(1 - e^{-(t-t_0)/\tau}\right)$$

จากรูป 2.8 ΔC_s คือค่าการเปลี่ยนแปลงของผลการตอบสนองของระบบต่อ unit step โดยจะมีค่าที่สถานะอยู่ตัวเป็น

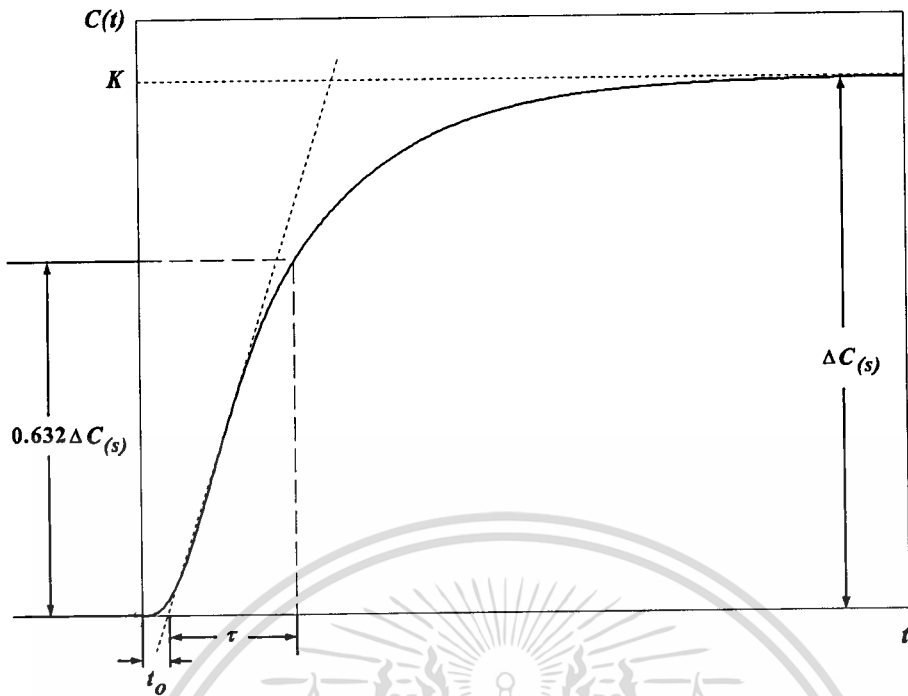
$$\Delta C_s = \lim_{t \rightarrow \infty} C(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot C(s) = K$$

แสดงว่าการประมาณค่าโดย FOPDT ให้ผลที่สอดคล้องกับระบบจริง

Ziegler-Nichols กำหนดค่าของ K_p , τ_i , และ τ_D สำหรับตัวควบคุมแบบต่าง ๆ ตามตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ใน process reaction ของตัวควบคุม PID โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

ชนิดของตัวควบคุม	K_p	τ_i	τ_D
แบบ P	$\frac{\tau}{t_0}$	-	-
แบบ PI	$\frac{0.9\tau}{t_0}$	$\frac{t_0}{3}$	-
แบบ PID	$\frac{1.2\tau}{t_0}$	$2t_0$	$\frac{t_0}{2}$



รูปที่ 2.8 แสดงผลการตอบสนองของระบบแบบรูปตัว S และการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบโดยวิธี process reaction

การหาค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols นั้นเป็นเพียงค่าโดยประมาณเท่านั้น ผู้ออกแบบจำเป็นต้องทำการปรับโดยละเอียดอีกครั้งหนึ่งเมื่อนำไปใช้กับกระบวนการจริง

2.3.2 การสังเคราะห์หาค่าตัวควบคุมให้เหมาะสมกับกระบวนการ

จากหัวข้อที่ผ่านมาได้กล่าวถึงการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ให้เหมาะสมกับตัวควบคุมในระบบควบคุมวงปิด โดยการเลือกค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับตัวควบคุมโดยวิธีของ Ziegler-Nichols ต่อไปจะกล่าวถึงการเลือกตัวควบคุมให้เหมาะสมกับกระบวนการแต่ละแบบเรียกว่าการสังเคราะห์ตัวควบคุม พิจารณาระบบควบคุมวงปิดดังรูป 2.1 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบคือ

$$G(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$

จัดสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมดังนี้

$$G_c(s) = \frac{1}{G_p(s)} \cdot \frac{C(s)/R(s)}{1 - C(s)/R(s)} \quad (2.40)$$

เรียกสมการที่ 2.40 ว่าสมการสังเคราะห์ของตัวควบคุม สำหรับใช้หาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่เหมาะสมเมื่อมีการกำหนดฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการและผลการตอบสนองของระบบวงปิดมาให้

ในกรณีที่ $C(s) = R(s)$ หรือ $C(s)/R(s) = 1$ สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_c(s) = \frac{1}{G_p(s)} \cdot \frac{1}{1-1} = \frac{1}{G_p(s)} \cdot \frac{1}{0}$$

เห็นได้ว่าถ้าต้องการให้อาพุทของระบบมีค่าเท่ากับค่าปรับตั้งตลอดเวลา นั้น อัตราขยายของตัวควบคุมต้องเป็นค่าอนันต์หมายถึงเป็นไปได้ที่จะหาตัวควบคุมมาควบคุมกระบวนการแบบวงปิดให้เป็นไปตามความต้องการได้ ที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องจากกลไกการป้อนกลับในระบบขึ้นอยู่กับค่าผิดพลาดของระบบนั่นเอง

2.3.3 การเลือกตัวควบคุมสำหรับแต่ละกระบวนการด้วยวิธีการสังเคราะห์

การสังเคราะห์ตัวควบคุมทำให้สามารถเลือกตัวควบคุมให้เหมาะสมกับกระบวนการ ซึ่งจะแยกพิจารณาสำหรับในแต่ละกระบวนการที่ต้องการควบคุมดังนี้ [3]

ก. กระบวนการที่มีค่าอัตราขยายคงที่ (instantaneous process response)

เป็นระบบที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p(s) = K$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่เหมาะสมคือ

$$G_c(s) = \frac{1}{K\tau_c} \cdot \frac{1}{s}$$

โดย K คือ อัตราขยายของกระบวนการ

ตัวควบคุมที่เหมาะสมกับกระบวนการนี้คือตัวควบคุมแบบอินทิกรัล

ข. กระบวนการอันดับหนึ่ง (first-order process)

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับหนึ่ง

$$G_p(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่เหมาะสมคือ

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{\tau s + 1}{K} \cdot \frac{1}{\tau_c s} \\ &= \frac{\tau}{K\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) \end{aligned}$$

โดย τ คือ ค่าคงที่เวลาของกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นตัวควบคุมที่เหมาะสมกับกระบวนการนี้คือ ตัวควบคุมแบบ PI โดยมีค่าพารามิเตอร์คือ

$$K_c = \frac{\tau}{K\tau_c}, \quad \tau_i = \tau$$

ถ้าค่าของเวลาอินทิกรัลของตัวควบคุมถูกปรับให้มีค่าเท่ากับค่าคงที่เวลาของกระบวนการแล้ว การปรับค่ากระบวนการจะเหลือแต่ค่าของอัตราขยายเท่านั้น

ค. กระบวนการอันดับสอง (second-order process)

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับสอง

$$G_p(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่เหมาะสมคือ

$$\begin{aligned} G_c(s) &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K} \cdot \frac{1}{\tau_c s} \\ &= \frac{\tau_1}{K\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s}\right) (\tau_2 s + 1) \\ &= K_c' \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s}\right) (\tau_2 s + 1) \end{aligned}$$

โดย $K_c' = \frac{\tau_1}{K\tau_c}$

ดังนั้นตัวควบคุมที่เหมาะสมกับกระบวนการนี้คือ ตัวควบคุมแบบ PID พบว่าถ้าปรับค่าเวลาอินทิกรัลของตัวควบคุมให้เท่ากับค่าคงที่เวลาที่มากที่สุดของกระบวนการและให้ค่าของเวลาอนุพันธ์ของตัวควบคุมมีค่าเท่ากับค่าของค่าคงที่เวลาที่มีค่าน้อยที่สุดของกระบวนการแล้ว จะทำให้เหลือตัวแปรที่ใช้ปรับระบบตัวเดียวคือค่าอัตราขยายของระบบนั่นเอง

ง. กระบวนการอันดับหนึ่งแบบมีเวลาไร้ผลสนอง (first-order-plus-dead-time – FOPDT)

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับหนึ่งแบบมีเวลาไร้ผลสนอง

$$G_p(s) = \frac{Ke^{-t_0 s}}{\tau s + 1}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่เหมาะสมคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{K e^{-t_0 s}} \cdot \frac{1}{\tau_c s} = \frac{\tau}{K \tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) e^{t_0 s}$$

โดย t_0 คือเวลาไร้ผลสนองของระบบ

จากการประมาณค่าของ $e^{t_0 s}$ โดยใช้สมการ 2.37 จะได้

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) \left(\frac{1 + \frac{t_0 s}{2}}{1 + \tau s} \right)$$

โดย $\tau' = \frac{\tau_c t_0}{2(\tau_c + t_0)}$

ซึ่งมีรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนคล้ายกับฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จะเห็นว่าตัวควบคุมที่เหมาะสมกับกระบวนการนี้คือ ตัวควบคุมแบบ PID โดยมีค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมคือ

$$K_c' = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)}, \quad \tau_i = \tau, \quad \tau_D = \frac{t_0}{2}$$

จ. กระบวนการแบบอินทิกรัล

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการแบบอินทิกรัล

$$G_p(s) = \frac{K}{s}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่เหมาะสมคือ

$$G_c(s) = \frac{s}{K} \cdot \frac{1}{\tau_c s} = \frac{1}{K \tau_c}$$

จะเห็นว่าตัวควบคุมที่เหมาะสมกับกระบวนการนี้คือ ตัวควบคุมแบบ P

2.4 การหาเส้นทางเดินของรากในระบบควบคุมด้วยวิธีทางเดินของราก

วิธีทางเดินของราก [5] เป็นวิธีทางกราฟที่ใช้สำหรับหาตำแหน่งของรากของสมการคุณลักษณะหรือโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงปิดจากตำแหน่งของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเปิดที่ทราบอยู่ก่อน โดยพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงอัตราขยายของระบบที่มีการแปรค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง $+\infty$ เป็นวิธีที่ทำให้ทราบถึงผลการปรับค่าพารามิเตอร์ว่ามีผลอย่างไรต่อเสถียรภาพของระบบและเป็นวิธีที่ทำให้สามารถหาข้อมูลเกี่ยวกับผลตอบสนองชั่วคราวของระบบจากกราฟในระนาบ s ได้ทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.1 ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดคือ

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)}$$

มีสมการคุณลักษณะคือ

$$1+G_c(s)G_p(s)=0$$

กำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเปิด (open-loop transfer function – OLF) คือผลคูณของฟังก์ชันถ่ายโอนทั้งหมดในระบบวงปิด ดังนี้คือ

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s)$$

สมการคุณลักษณะของระบบสามารถเขียนได้เป็น

$$1 + \text{OLTF} = 0$$

ดังนั้นถ้าทราบค่าฟังก์ชันถ่ายโอนทั้งหมดในระบบจะได้

$$\begin{aligned} \text{OLTF} &= \frac{K_c K_v (1 + \tau_D s)}{(\tau_T s + 1)(\tau_1 s + 1)(\tau_2 + 1)} \\ &= \frac{K(1 + \tau_D s)}{(\tau_T s + 1)(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \end{aligned}$$

โดย $K = K_c K_{pI}$

มีโพลอยู่ที่ $-1/\tau_T$, $-1/\tau_1$ และ $-1/\tau_2$ มีซีโรอยู่ที่ $-1/\tau_D$ สามารถเขียนเป็นสมการทั่วไปคือ

$$\begin{aligned} \text{OLTF} &= \frac{K \prod_{i=1}^m (\tau_i s + 1)}{\prod_{j=1}^n (\tau_j s + 1)}, \quad n > m \\ &= \frac{K' \prod_{i=1}^m (s + \frac{1}{\tau_i})}{\prod_{j=1}^n (s + \frac{1}{\tau_j})}, \quad n > m \end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\text{โดย } K' = \frac{K \prod_{i=1}^m \tau_i}{\prod_{j=1}^n \tau_j}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 2.41 จะเห็นว่าโพลมีค่าเท่ากับ $-\frac{1}{\tau_j}$ เมื่อ j แปรค่าจาก 1 ถึง n และมีค่าเป็น 0 ถ้า

สมการมี s ค่าเดียว เช่นเดียวกับซีโรจะมีค่าเป็น $-\frac{1}{\tau_i}$ เมื่อ i แปรค่าจาก 1 ถึง m

2.4.1 การสร้างเส้นทางเดินของรากของระบบควบคุมวงปิด

พิจารณาสมการคุณลักษณะของระบบวงปิดใด ๆ ที่มีรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$1 + \frac{K' \prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{j=1}^n (s + \rho_j)} = 0, \quad n > m \quad (2.42)$$

โดย

$$z_i = \frac{1}{\tau_i} = \text{zeros}$$

$$\rho_j = \frac{1}{\tau_j} = \text{poles}$$

$$K' = \frac{K \prod_{i=1}^m \left(\frac{1}{z_i} \right)}{\prod_{j=1}^n \left(\frac{1}{\rho_j} \right)}$$

สมการที่ 2.42 สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\prod_{j=1}^n (s + \rho_j) + K' \prod_{i=1}^m (s + z_i) = 0 \quad (2.43)$$

เมื่อนำสมการ 2.43 มาวาดกราฟ โดยมี K' เป็นตัวแปรค่า โดยเริ่มที่ K' มีค่าเป็น 0 เส้นกราฟจะเริ่มจากโพลและเมื่อ K' มีค่าเป็นอนันต์ เส้นกราฟจะสิ้นสุดที่ซีโรภายใต้เงื่อนไขสองข้อคือ

ก. เงื่อนไขของมุม (angle condition)

$$\sum_{i=1}^m \angle (s + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle (s + \rho_j) = -\pi \pm 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n - m - 1 \quad (2.44)$$

ข. เงื่อนไขของขนาด (magnitude condition)

$$\frac{\prod_{i=1}^m |s + z_i|}{\prod_{j=1}^n |s + \rho_j|} = \frac{1}{|K'|}, \quad -\infty < K' < \infty$$

$$\frac{\prod_{j=1}^n |s + \rho_j|}{\prod_{i=1}^m |s + z_i|} = |K'|, \quad -\infty < K' < \infty \quad (2.45)$$

เส้นทางเดินของรากของสมการ 2.43 ต้องเป็นไปตามเงื่อนไขทั้งสองข้อดังกล่าวข้างต้น โดยเงื่อนไขของขนาดใช้สำหรับหาค่าของ K' และเงื่อนไขของมุมใช้สำหรับกำหนดจุดที่ทางเดินของรากของสมการคุณลักษณะผ่านในระนาบ s

เนื่องจากกราฟเส้นทางเดินของรากมีความสมมาตรกันดังนั้นในการคำนวณเส้นทางเดินของรากนั้นจะใช้การแปรค่าของ K' ในช่วง 0 ถึง $+\infty$ ก็เป็นการเพียงพอ

2.4.2 กฎเกณฑ์ในการสร้างเส้นทางเดินของราก

กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ใช้สร้างทางเดินของรากจะอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างโพลและซีโรของสมการคุณลักษณะ ภายใต้เงื่อนไข $K \geq 0$ และ $n > m$ สรุปได้ดังนี้ [5]

กฎข้อที่ 1 เมื่อ $K = 0$ ทางเดินของรากจะอยู่ที่โพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

กฎข้อที่ 2 เมื่อ $K = +\infty$ ทางเดินของรากอยู่ที่ซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

กฎข้อที่ 3 จำนวนสาขา (branch) ของทางเดินของรากจะเท่ากับจำนวนโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

กฎข้อที่ 4 การสมมาตรกันของทางเดินรากในระนาบ s จะเกิดขึ้นบนแกนจำนวนจริงและแกนที่โพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดสมมาตรกัน

กฎข้อที่ 5 เส้นกำกับ (asymptote) ของทางเดินของรากคือเส้นตรงที่ค่าของ s มีค่าเข้าใกล้จุดในเส้นตรงนั้นเมื่อ s มีค่ามาก ($s \rightarrow \infty$) โดยมีจำนวนของเส้นกำกับเท่ากับ $n - m$ เส้น พฤติกรรมของทางเดินของราก เมื่อ s มีค่ามาก ๆ หรือ $K \geq 0$ จะกำหนดได้จากมุมของเส้นกำกับดังสมการ

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}, \quad n > m \quad (2.46)$$

โดยที่ $k = 0, 1, 2, \dots, n - m - 1$

กฎข้อที่ 6 จุดตัดของเส้นกำกับ (centroid)

จุดตัดของเส้นกำกับจำนวน $n - m$ ของทางเดินรากจะต้องอยู่บนแกนของเลขจำนวนจริงในระนาบ s ที่ตำแหน่ง σ ซึ่งหาได้จาก

$$\sigma = \frac{\sum_{j=1}^n (-\rho_j) - \sum_{i=1}^m (-z_i)}{n - m}, \quad n > m \quad (2.47)$$

โดย n คือจำนวนของโพลในฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด
 m คือจำนวนของซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด

กฎข้อที่ 7 ทางเดินของรากบนแกนจำนวนจริง

ทุก ๆ จุดบนแกนจำนวนจริงในระนาบ s จะเป็นรากหรือเป็นทางเดินของรากได้เมื่อโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดที่อยู่บนแกนจำนวนจริงและอยู่ทางขวามือของจุดนั้นมีจำนวนรวมกันเป็นเลขคี่ กฎข้อนี้ไม่เกี่ยวข้องกับการที่โพลหรือซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดเป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค

กฎข้อที่ 8 มุมที่ออกจากโพลและมุมเข้าหาซีโร

มุมที่ออกจากโพลและมุมที่เข้าหาซีโร สามารถหาได้โดยการกำหนดจุด s_1 ให้อยู่ใกล้กับโพลหรือซีโรนั้น ภายใต้เงื่อนไขของมุมดังนี้

$$\sum_{i=1}^m \angle (s_1 + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle (s_1 + \rho_j) = 2(k+1)\pi, \quad K \geq 0, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.48)$$

กฎข้อที่ 9 จุดตัดของทางเดินของรากกับแกนจำนวนจินตภาพ

สามารถหาได้จากวิธีของ Routh-Hurwitz criterion และวิธีการแทนค่าโดยตรง

กฎข้อที่ 10 จุด breakaway และ จุด breakin

เมื่อทางเดินของรากอยู่ระหว่างโพลสองตัว จะทำให้เกิดสาขาของเส้นทางเดินของรากแยกออกจากจุดที่อยู่ระหว่างโพลทั้งสองนั้น และเมื่อทางเดินของรากอยู่ระหว่างซีโรสองตัวจะทำให้ทางเดินของรากที่อยู่ในระนาบ s แยกเข้าหาซีโรแต่ละตัว จุดที่ทางเดินของรากแยกออกจากทางเดินของรากที่อยู่ระหว่างคู่โพลเรียกว่าจุด breakaway และจุดที่ทางเดินของรากแยกเข้าหาซีโรเรียกว่าจุด breakin ซึ่งสามารถหาค่าได้จาก

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{c + \rho_j} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{c + z_i} \quad (2.49)$$

โดย c คือ จุด breakaway หรือจุด breakin

สมการที่ 2.49 ถ้ามีค่าคำตอบที่มากกว่าหนึ่งค่า ต้องเลือกค่าที่เหมาะสมโดยวิธีการลองผิดลองถูก

กฎข้อที่ 11 การคำนวณหาค่าของ K ที่เหมาะสมที่จุด s_1 ใด ๆ บนทางเดินของราก

สามารถคำนวณจากสมการที่ 2.50 หรือใช้วิธีทางกราฟ

$$|K| = \frac{\prod_{j=1}^n |s_1 + \rho_j|}{\prod_{i=1}^m |s_1 + z_i|} \quad (2.50)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.3 ผลของการเพิ่มโพลให้กับระบบควบคุม

การเพิ่มโพลทางด้านซ้ายในระนาบ s ให้กับระบบควบคุมจะทำให้อันดับของระบบสูงขึ้นตามจำนวนของโพลที่เพิ่มเข้าไป ทางเดินของรากจะถูกผลักให้เคลื่อนไปทางขวาในระนาบ s ซึ่งอาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพเมื่อมีการปรับเปลี่ยนค่าของอัตราขยาย K

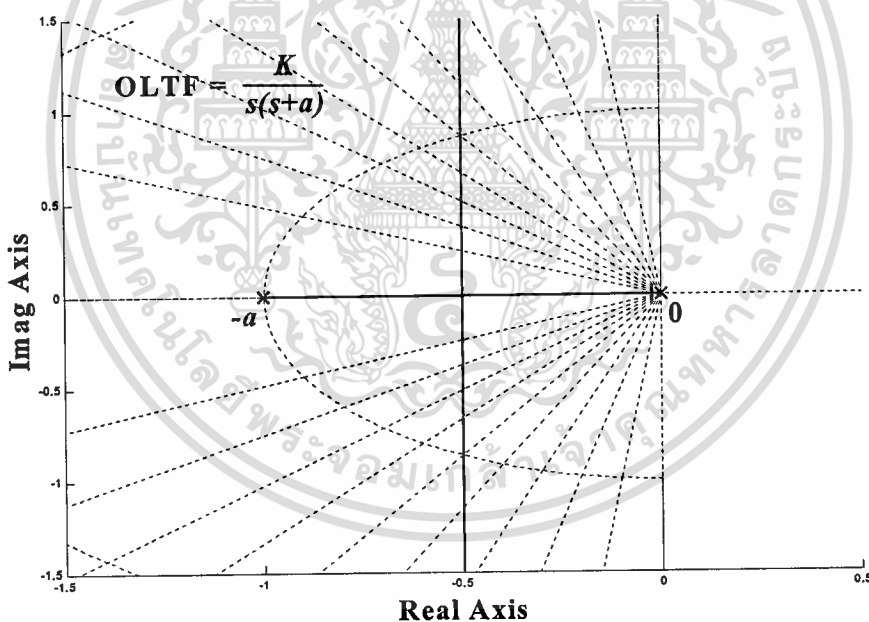
พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

$$\text{OLTF} = G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+a)}, \quad a > 0$$

สมการคุณลักษณะคือ

$$1 + \frac{K}{s(s+a)} = 0$$

รากของสมการคุณลักษณะทั้งหมดอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ s คือ 0 และ $-a$ ดังนั้นระบบจึงมีเสถียรภาพทุกค่าของ K ที่เป็นบวกแสดงดังรูปที่ 2.9.

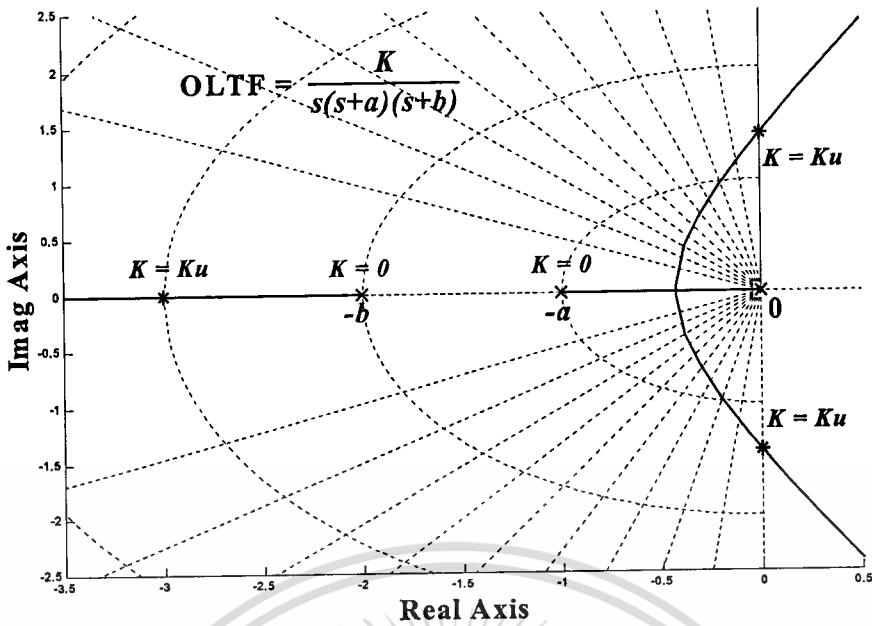


รูปที่ 2.9 แสดงทางเดินของรากในระบบอันดับสอง

เมื่อเพิ่มโพลที่ตำแหน่ง $-b$ โดยที่ $b > a$ ระบบจะกลายเป็นระบบอันดับสามและฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดจะเป็น

$$\text{OLTF} = G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+a)(s+b)}, \quad b > a > 0$$

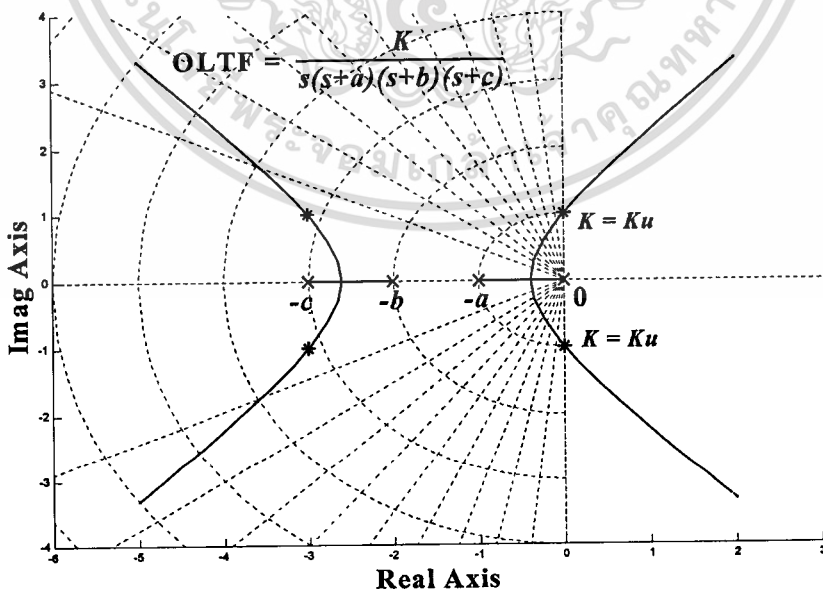
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 แสดงทางเดินของรากในระบบอันดับสามและอัตราขยายวิกฤต K_u

พบว่าเส้นทางเดินของรากจะโค้งเข้าไปทางครึ่งขวาของระนาบ s เนื่องจากมุมของเส้นกำกับเปลี่ยนจาก $\pm 90^\circ$ ไปเป็น $\pm 60^\circ$ ทำให้ระบบควบคุมกลายเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพเมื่อค่า K มีค่าเกินค่าวิกฤต (K_u) แสดงดังรูปที่ 2.10

ถ้าเพิ่มโพลเข้าไปในระบบอีกหนึ่งตัวที่ $s = -c$ โดย $c > b$ ระบบจะกลายเป็นระบบอันดับสี่ ทางเดินของรากจะถูกผลักให้อยู่ทางขวาของระนาบ s มากขึ้น มุมของเส้นกำกับจะเปลี่ยนเป็น $\pm 45^\circ$ หมายถึงเสถียรภาพของระบบมีขอบเขตจำกัดยิ่งขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 แสดงทางเดินของรากในระบบอันดับสี่และอัตราขยายวิกฤต K_u

ในทำนองเดียวกันการเพิ่มโพลที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุคให้กับระบบก็จะให้ผลเหมือนกับที่กล่าวมาแล้วข้างต้นนั่นคือเสถียรภาพของระบบจะลดลงและมีขอบเขตจำกัดยิ่งขึ้นหรือไม่มีเสถียรภาพ

สรุปได้ว่าการเพิ่มจำนวนโพลให้กับระบบจะทำให้ระบบมีขอบเขตจำกัดทางเสถียรภาพมากขึ้นจนอาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้

2.4.4 ผลของการเพิ่มซีโรให้กับระบบควบคุม

การเพิ่มซีโรทางซ้ายของระนาบ s ให้กับระบบ จะทำให้ทางเดินของรากถูกผลักให้เคลื่อนเข้ามาทางซ้ายซ้ายของระนาบ s มากขึ้น นั่นคือระบบจะมีเสถียรภาพสัมพัทธ์ดีขึ้นหรือกลายเป็นระบบที่มีเสถียรภาพได้

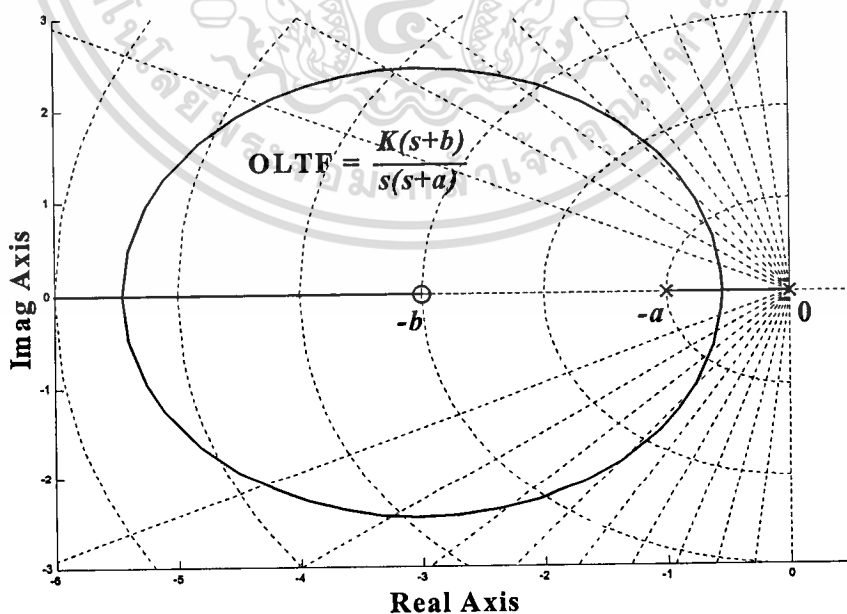
พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด

$$\text{OLTF} = G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+a)}, \quad a > 0$$

ถ้าเพิ่มซีโรที่ตำแหน่ง $s = -b$ ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดจะเป็น

$$\text{OLTF} = G(s)H(s) = \frac{K(s+b)}{s(s+a)}, \quad a, b > 0$$

จะทำให้ทางเดินของรากโค้งกลับมาทางซ้ายและเกิดเป็นรูปร่างปิดขึ้นในระนาบ s หมายถึงระบบมีเสถียรภาพสัมพัทธ์ดีขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2.12 รวมทั้งการเพิ่มซีโรที่เป็นตัวเลขเชิงซ้อนสังยุคก็ให้ผลในทำนองเดียวกัน



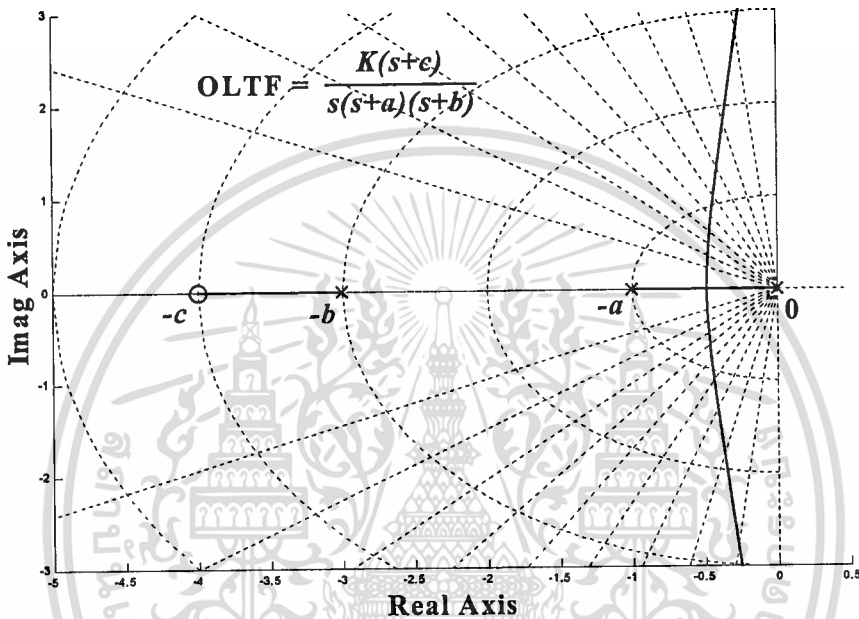
รูปที่ 2.12 แสดงทางเดินของรากเมื่อเพิ่มซีโรให้แก่ระบบอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

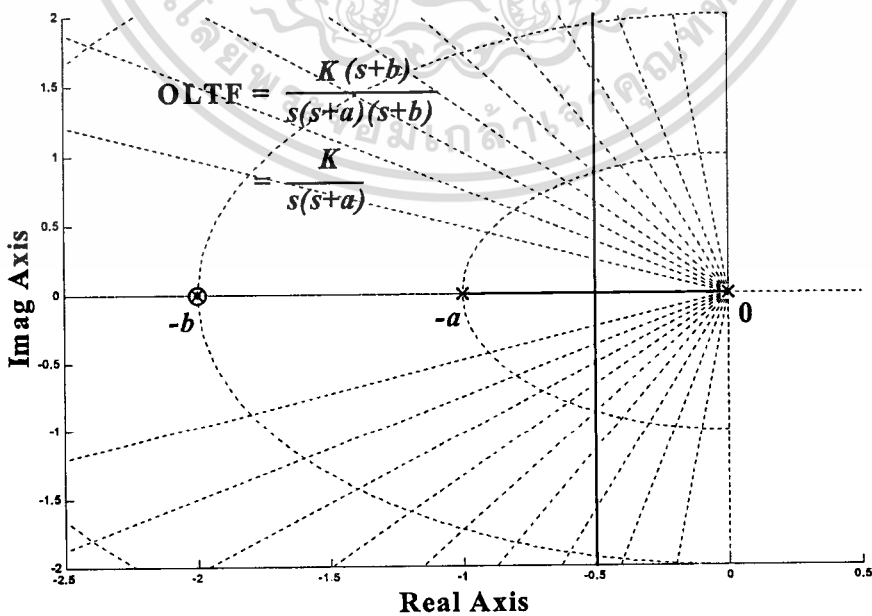
พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบอันดับสามดังนี้

$$\text{OLTF} = G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+a)(s+b)}, \quad b > a > 0$$

ถ้าเพิ่มซีโรที่ $s = -c$ โดย $c > b$ จะทำให้ทางเดินของรากโค้งกลับมาทางซ้ายในระนาบ s ทั้งหมด ดังรูปที่ 2.13 ระบบจะเปลี่ยนจากระบบที่มีเงื่อนไขของเสถียรภาพเฉพาะบางช่วงของค่า K ไปเป็นระบบที่มีเสถียรภาพทุกค่า K



รูปที่ 2.13 แสดงการเพิ่มซีโรให้กับระบบอันดับสาม ซึ่งทำให้ทางเดินของรากเคลื่อนมาทางซ้าย



รูปที่ 2.14 แสดงเส้นทางเดินของรากในระบบอันดับสามเมื่อเพิ่มซีโรให้มีตำแหน่งเดียวกับโพลที่ $-b$
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าให้ซีโรที่เพิ่มเข้าไปมีตำแหน่งใกล้กับโพลตัวใดตัวหนึ่งจะพบว่าผลการตอบสนองของระบบที่เกิดขึ้นเนื่องจากโพลนั้นจะมีค่าลดลงซึ่งแปรตามตำแหน่งของซีโรที่ขยับเข้ามาใกล้ ดังนั้นถ้าให้ตำแหน่งของซีโรอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับโพลตัวใดตัวหนึ่งก็จะทำให้ผลการตอบสนองของระบบไม่ขึ้นกับโพลตัวนั้นทันทีและยังทำให้อันดับของระบบลดลงไปหนึ่งอันดับด้วย ดังรูปที่ 2.14 แสดงระบบอันดับสามที่ถูกเพิ่มซีโรเข้าไปที่ตำแหน่งเดียวกับโพลที่ $-b$ จะเห็นว่าเส้นทางเดินของรากเป็นตามแบบระบบอันดับสอง ซึ่งระบบจะมีเสถียรภาพทุกค่าของ K เช่นเดียวกับระบบอันดับสองทุกประการ

สรุปว่าการเพิ่มซีโรในตำแหน่งทางครึ่งซ้ายของระนาบ s ให้กับระบบจะทำให้เส้นทางเดินของรากเคลื่อนไปทางซ้ายในระนาบ s ทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพขึ้น โดยเฉพาะถ้าเพิ่มซีโรในตำแหน่งที่ใกล้ ๆ โพลตัวใดตัวหนึ่งจะทำให้ไปลดศักยภาพของโพลตัวนั้นที่มีต่อระบบลง

2.5 การใช้วิธีทางเดินของรากในการออกแบบตัวควบคุม

ในการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีทางเดินของรากนั้น จำเป็นต้องทราบฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบทั้งหมดก่อน ต่อจากนั้นตำแหน่งของโพลและซีโรของระบบจะถูกกำหนดโดยสมการคุณลักษณะเพื่อนำไปใช้วาดเส้นทางเดินของรากต่อไป

พิจารณารูปแบบทั่วไปของตัวควบคุม PID ในโดเมนเวลา

$$m(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e(t) dt + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.51)$$

โดย $m(t)$ คือ สัญญาณขาออกของตัวควบคุม
 $e(t)$ คือ สัญญาณขาเข้าของตัวควบคุม
 K_p คือ อัตราขยายของ proportional
 τ_i คือ ค่าคงที่เวลาอินทิกรัล
 τ_D คือ ค่าคงที่เวลาอนุพันธ์

จากสมการ 2.51 ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID คือ

$$\begin{aligned} G_c(s) &= K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_D s \right) \\ &= K_p \left(\frac{\tau_D s^2 + s + \frac{1}{\tau_i}}{s} \right) \end{aligned} \quad (2.52)$$

โดย $G_c(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ในรูปการแปลงลาปลาซ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พบว่าทางเดินของรากของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จะประกอบไปด้วยโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบ s และมีซีโรสองตัว โดยตำแหน่งของซีโรบนระนาบ s ขึ้นกับค่า τ_i และ τ_D ดังนี้

$$\tau_D s^2 + s + \frac{1}{\tau_i} = (s + z_1)(s + z_2) \quad (2.53)$$

$$z_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\tau_D}{\tau_i}}}{2\tau_D}$$

พิจารณาค่ารากของสมการ

ถ้า $\tau_i \geq 4\tau_D$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะอยู่บนแกนจำนวนจริงของระนาบ s ซึ่งเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด (optimum) เพราะถ้าอัตราส่วนระหว่างระบบอันดับสองอยู่ระหว่าง 0 และ 1 ค่าที่เหมาะสมที่สุดของโพลในระบบอันดับหนึ่งก็คือเท่ากับค่าจำนวนจริงของค่าโพลในระบบอันดับสอง

ถ้า $\tau_i < 4\tau_D$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองจะเป็นตัวเลขเชิงซ้อนสังยุคซึ่งไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นจึงกำหนดให้

$$\tau_i = 4\tau_D \quad (2.54)$$

ดังนั้น

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2\tau_D} \quad (2.55)$$

ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จัดรูปได้เป็น

$$G_c = \frac{K_p \left(s + \frac{1}{2\tau_D} \right)^2}{s}$$

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดต่อไปนี้

$$1 + \frac{K(s + z_1)}{s(s + \rho_2)(s + \rho_3)} = 0$$

หรือ

$$s^3 + (\rho_2 + \rho_3)s^2 + (\rho_2\rho_3 + K)s + z_1K = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{OLTF} = \frac{K(s+z_1)}{s(s+\rho_2)(s+\rho_3)}$$

ซึ่งมีโพลอยู่ที่ 0 , $-\rho_2$ และ $-\rho_3$ มีค่า $n = 3$

และมีซีโรอยู่ที่ $-z_1$ มีค่า $m = 1$

เมื่อทราบตำแหน่งของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดแล้วก็สามารถสร้างทางเดินของรากได้จากขั้นตอนต่อไปนี้

ถ้าจุด s_d เป็นรากของสมการคุณลักษณะและอยู่บนทางเดินของราก โดยที่ K มีการแปรค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง $+\infty$

ก. หากจุด s_d ใด ๆ ในระนาบ s ที่สอดคล้องกับสมการอันดับสอง

$$s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

ซึ่งมีรากของสมการเป็น

$$s_{d1,d2} = s_d = -\zeta_n\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta_n^2}, \quad 0 < \zeta_n < 1$$

ข. หามุมของโพลและซีโรที่กระทำต่อจุด s_d จากนั้นใช้สมการเงื่อนไขของมุมทำการหาค่าตำแหน่งของซีโรที่ต้องการ

$$\angle(s_d + z_1) - \angle(s_d + \rho_1) - \angle(s_d + \rho_2) - \angle(s_d + \rho_3) = -\pi \pm 2\pi k, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

ค. หาค่าอัตราขยายต่าง ๆ ของ K ที่จุดของ s_d ในระนาบ s พิจารณาค่าของขนาดเพื่อหาค่าของ K ที่จุด s_d

$$\frac{|s_d||s_d + \rho_2||s_d + \rho_3|}{|s_d + z_1|} = |K|_{s_d}$$

ง. หาค่า τ_D และ τ_I

จากนั้นนำค่าต่าง ๆ เหล่านี้แทนค่าลงในฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม

2.6 การออกแบบตัวควบคุม PID โดยใช้วิธีทางเดินของราก

ในหัวข้อนี้จะแสดงวิธีการออกแบบตัวควบคุม PID สำหรับกระบวนการใด ๆ ในโดเมนของเวลา โดยใช้วิธีทางเดินของราก

กำหนดตัวอย่างของกระบวนการที่ต้องการควบคุมมีโครงสร้างดังรูป 2.1 โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p = \frac{3}{s^2 + 7s + 3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อ $s^2 + 7s + 3$ นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบคือ

$$\begin{aligned} \frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{G_c(s)G_p(s)}{1+G_c(s)G_p(s)} \\ &= \frac{K_p(s+z_i)^2}{s(s+6.54)(s+0.46)+3K_p(s+6.54)(s+0.46)} \\ &= \frac{K_p(s+z_i)^2}{s^3+(3K_p+7)s^2+(21K_p+3)s+9K_p} \end{aligned}$$

สมการคุณลักษณะของระบบคือ

$$s^3+(3K_p+7)s^2+(21K_p+3)s+9K_p=0$$

ทำการจัดรูปใหม่ของสมการคุณลักษณะดังนี้

$$s^3+(3K_p+7)s^2+(21K_p+3)s+9K_p=1+\frac{3K_p(s+6.54)(s+0.46)}{s(s+6.54)(s+0.46)}$$

สมการฟังก์ชันถ่ายโอนแบบวงเปิด (OLTF) ของระบบคือ

$$G_p(s)G_c(s)=\text{OLTF}=\frac{3K_p(s+z_i)^2}{s(s+6.54)(s+0.46)}$$

โดยมีโพลจำนวนสามตัวอยู่ที่

$$\rho_1=0$$

$$-\rho_2=-0.46$$

$$-\rho_3=-6.54$$

ให้ข้อกำหนดในการออกแบบตัวควบคุมระบบปิดคือ

- ผลตอบสนองของระบบมีค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกิน (P.O.) ไม่เกิน 20%
- มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัว (e_{ss}) ไม่เกิน $\pm 2\%$ ของค่าปรับตั้ง
- เวลาเข้าที่ (t_s) ไม่เกิน 0.5 วินาที

ค่าอัตราการหน่วง (ζ_n) หาได้จากสมการ 2.29 มีค่าเท่ากับ 0.456 และ $\omega_n = \frac{1}{\tau_n} = 17.54$

จากนั้นทำการหาจุด s_d ที่เป็นจุดที่อยู่ในรากของสมการจากสมการอันดับสองดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

ซึ่งมีค่าของรากอยู่ที่เดียวกันคือ s_{d_1} และ s_{d_2} มีค่าเป็น

$$s_{d_{1,2}} = -\zeta_n \omega_n + j\omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}$$

เมื่อแทนค่า $\zeta_n = 0.456$ และ $\omega_n = 17.54$ จะได้

$$s_d = s_{d_{1,2}} = -8 + j15.62$$

ทำการหาค่ามุมจากจุด s_d ที่กระทำกับโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดจะได้

$$\theta_1 = \angle(s_d + \rho_1) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(s_d + \rho_1)}{\text{Re}(s_d + \rho_1)} \right) = 117.13^\circ$$

$$\theta_2 = \angle(s_d + \rho_2) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(s_d + \rho_2)}{\text{Re}(s_d + \rho_2)} \right) = 115.78^\circ$$

$$\theta_3 = \angle(s_d + \rho_3) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(s_d + \rho_3)}{\text{Re}(s_d + \rho_3)} \right) = 95.33^\circ$$

จากข้อกำหนดเงื่อนไขของมุม

$$\sum_{i=1}^m \angle(s_d + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s_d + \rho_j) = -180^\circ$$

โดย

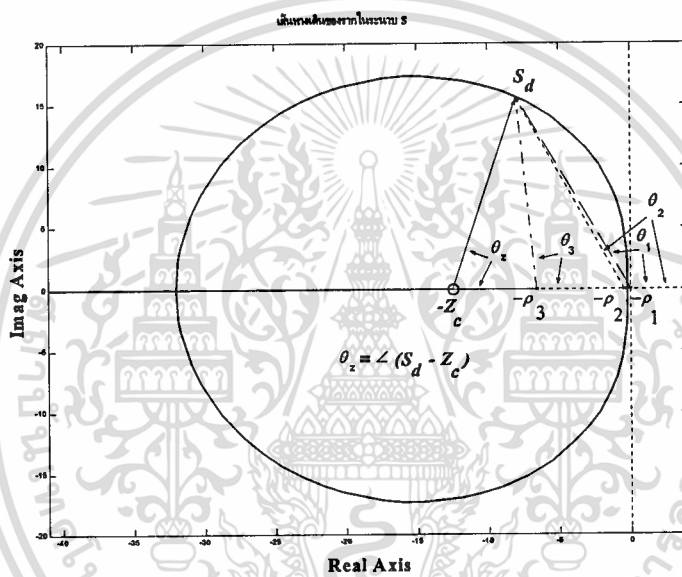
$$\sum_{j=1}^3 \angle(s_d + \rho_j) = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 117.13^\circ + 116.40^\circ + 95.34^\circ = 328.87^\circ$$

ดังนั้นมุมที่ s_d กระทำกับซีโรทั้งสองที่สอดคล้องกับข้อกำหนดของมุมคือ

$$\sum_{i=1}^2 \angle(s_d + z_i) = -180^\circ + \sum_{j=1}^3 \angle(s_d + \rho_j)$$

เนื่องจากซีโรทั้งสองอยู่ตำแหน่งเดียวกันดังนั้น

$$\begin{aligned} \angle(s_d + z_{1,2}) = \theta_z &= \frac{-180^\circ + \sum_{j=1}^3 \angle(s_d + \rho_j)}{2} \\ &= \frac{-180^\circ + \theta_1 + \theta_2 + \theta_3}{2} \\ &= \frac{-180^\circ + 328.87^\circ}{2} \\ &= 74.12^\circ \end{aligned}$$



รูปที่ 2.15 แสดงการวางตำแหน่งจุด s_d และการหาค่าโพลและซีโรของระบบที่ออกแบบ

ตำแหน่งของจุด s_d รวมทั้งโพลและซีโรแสดงในรูปที่ 2.15

ตำแหน่งของซีโรที่อยู่บนแกนจำนวนจริงที่ต้องการ ต้องทำมุมกับ s_d ในระนาบ s เท่ากับ 74.12°

ตำแหน่งของซีโรทั้งสองหาได้จาก

$$\angle(s_d + z_{1,2}) = \theta_z = -\tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(s_d)}{\text{Re}(z_{1,2} + s_d)} \right)$$

$$z_{1,2} = \frac{\text{Im}(s_d)}{\tan(-\angle(s_d + z_{1,2}))} + \text{Re}(s_d)$$

ตำแหน่งของ $-z_{1,2}$ อยู่ที่ -12.44

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าเวลานูนพัทธ์คือ

$$z_{1,2} = \frac{1}{2\tau_D}$$

$$\tau_D = \frac{1}{2z_{1,2}} = 0.04 \text{ sec.}$$

ค่าเวลาอินทิกรัลคือ

$$\tau_i = 4\tau_D = 0.16 \text{ sec.}$$

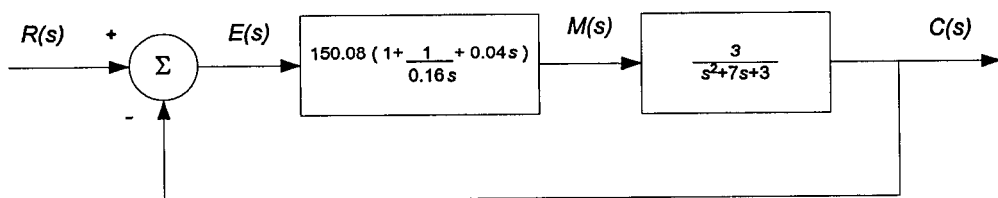
หาค่า K_p ที่จุด s_d ดังนี้

$$\begin{aligned} K_p|_{s_d} &= \left| \frac{1}{\text{OLTF}} \right| = \left| \frac{1}{\frac{3(s_d + 12.44)^2}{s_d(s_d + 0.46)(s_d + 6.54)}} \right| \\ &= \frac{|s_d||s_d + 0.46||s_d + 6.54|}{3|s_d + 12.44||s_d + 12.44|} = \frac{|17.54||17.43||15.68|}{3|16.23||16.23|} \end{aligned}$$

ได้ค่าของ K_p เป็น 6.03

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID คือ

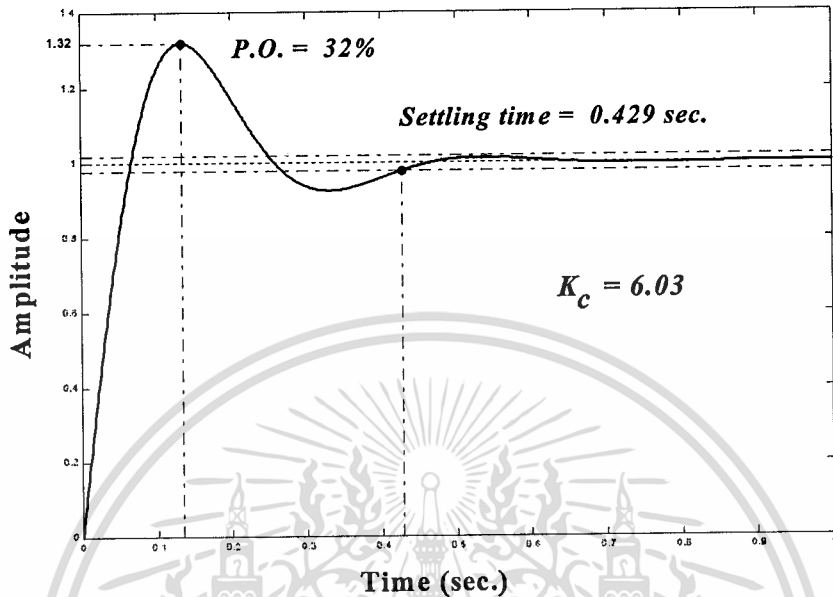
$$\begin{aligned} K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_D s \right) &= 6.03 \frac{(s + 12.44)^2}{s} = 6.03 \frac{(s^2 + 24.89s + 154.83)}{s} \\ &= 150.08 \left(1 + \frac{1}{0.16s} + 0.04s \right) \end{aligned}$$



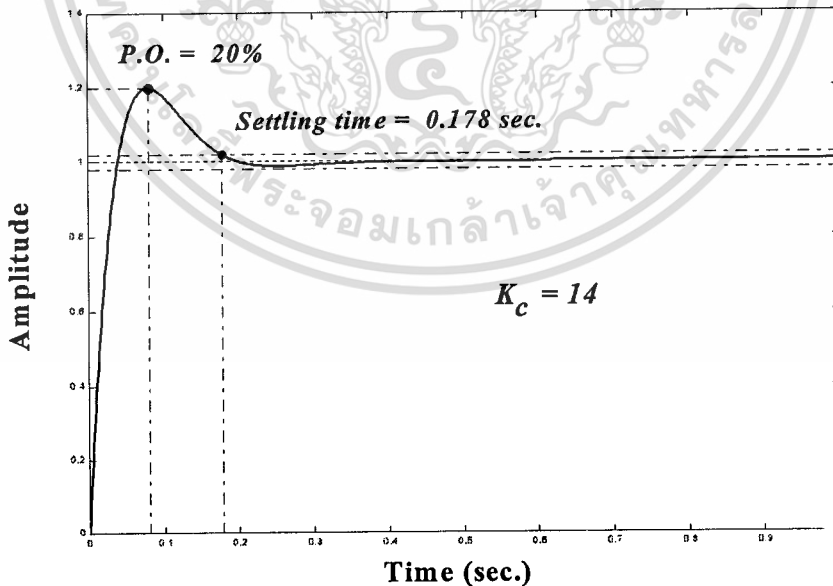
รูปที่ 2.16 แสดงระบบควบคุม PID ที่ออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการตอบสนองของระบบต่อ unit step แสดงในรูปที่ 2.17 สังเกตว่าค่าพุ่งเกินที่ได้ (32%) มีค่ามากกว่าค่าที่ต้องการ (20%) ดังนั้นจึงทำการปรับค่า K_c ให้มีค่าเป็น 14 ซึ่งทำให้ได้ค่า $P.O.$ ภายใต้ข้อกำหนดโดยมีค่าเวลาเข้าที่เป็น 0.178 วินาที แสดงในรูปที่ 2.18



รูปที่ 2.17 แสดงผลการตอบสนองของระบบจากการออกแบบที่ยังไม่ได้ตามข้อกำหนด



รูปที่ 2.18 แสดงผลการตอบสนองของระบบที่ $K_c = 14$ ซึ่งทำให้ผลการตอบสนองของระบบอยู่ภายใต้ข้อกำหนดในการออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD สำหรับกระบวนการที่มี อันดับมากกว่าสอง

ในการออกแบบตัวควบคุม PID สำหรับกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองนั้น พบว่าส่วนใหญ่ไม่สามารถออกแบบพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแล้วทำให้ระบบเป็นไปตามข้อกำหนดได้เสมอไป เนื่องจากจำนวนของซีโรสองตัวจากตัวควบคุม PID ไม่เพียงพอในการทำให้ทางเดินของรากของระบบอยู่ทางซ้ายของระนาบ s ได้ทั้งหมด ซึ่งหมายถึงอาจทำให้ระบบมีเสถียรภาพที่ไม่ดีตามต้องการ นอกจากนั้นพจน์ของอินทิกรัลในตัวควบคุม PID ยังทำให้ระบบมีอันดับสูงขึ้นอีกหนึ่งอันดับด้วย

ดังนั้นถ้าทำการเพิ่มจำนวนของซีโรจำนวนหนึ่งที่เหมาะสมเข้าไปในระบบแล้วทำให้สามารถประมาณอันดับของระบบลงมาเป็นระบบอันดับสองเพื่อให้ตัวควบคุม PID สามารถทำการควบคุมระบบได้ จะทำให้ได้ระบบที่มีเสถียรภาพตามที่ต้องการ การเพิ่มจำนวนของซีโรเข้าไปในระบบก็คือการเพิ่มตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปนั่นเอง การพิจารณาเพิ่มจำนวนของซีโรนั้นจะพิจารณาจากอันดับของกระบวนการ ถ้ากระบวนการมีอันดับ n จะทำการเพิ่มจำนวนซีโรหรือตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปเท่ากับ $n-2$ ตัว เพื่อให้จำนวนซีโรที่เพิ่มขึ้นจะไปลดผลของโพลที่มีต่อระบบ ดังนั้นด้วยวิธีนี้การเพิ่มซีโรหรือตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปจำนวน $n-2$ ตัวจะทำให้สามารถประมาณกระบวนการอันดับใด ๆ ที่มากกว่าสองให้เป็นกระบวนการอันดับสองได้ ทำให้สามารถใช้ตัวควบคุมแบบ PID ควบคุมกระบวนการนั้นให้เป็นไปตามข้อกำหนดได้ เรียกตัวควบคุมที่ใช้วิธีการนี้ว่าตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ Stage PD [4]

3.1 หลักการของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD

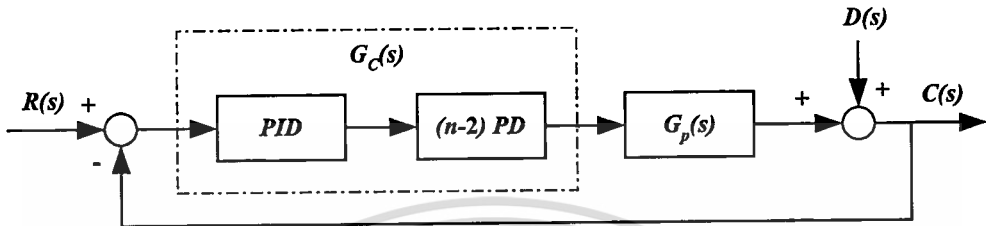
ใช้หลักการเพิ่มจำนวนตัวควบคุม PD หรือซีโรที่เหมาะสมจำนวน $n-2$ ตัวเข้าไปในระบบ เพื่อให้กระบวนการอันดับ n สามารถประมาณได้เป็นกระบวนการอันดับสอง แล้วจึงทำการออกแบบตัวควบคุม PID สำหรับกระบวนการอันดับสองต่อไป

การเลือกตำแหน่งของซีโรที่เหมาะสมนั้นจะพิจารณาจากตำแหน่งของโพลของกระบวนการที่ต้องการควบคุม โดยจะเลือกซีโรไปวางไว้ให้ใกล้โพลของกระบวนการจำนวน $n-1$ ตัวที่อยู่ห่างจากจุดกำเนิดในระนาบ s ดังนั้นก็จะเหลือโพลจำนวนสองตัวอยู่ที่จุดกำเนิดหรือใกล้จุดกำเนิดที่สุดซึ่งก็คือโพลเด่นชัดนั่นเอง ในการวางตำแหน่งของซีโรนั้นจะทำการวางตำแหน่งให้อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับโพลที่ต้องการมากที่สุดเพื่อลดผลของโพลนั้นที่มีต่อระบบ แต่ในบางกรณีอาจไม่สามารถทำได้เนื่องจากไม่รู้ตำแหน่งของโพลของกระบวนการได้อย่างแน่นอนเช่น ในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่ต้องใช้การประมาณค่าให้เป็นอันดับ n ใด ๆ เป็นต้น สำหรับกรณีเช่นนี้ให้ทำการวางตำแหน่งของซีโรให้ใกล้ตำแหน่งทางด้านซ้ายของโพลที่ต้องการที่สุด ซึ่งก็เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอในการออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD

จากหลักการดังกล่าวทำให้สามารถประมาณกระบวนการที่มีอันดับ n ใด ๆ ที่มากกว่าสองให้เป็นกระบวนการอันดับสองได้ ต่อจากนั้นจะใช้หลักการของการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID มาสร้างตัวควบคุมสำหรับกระบวนการที่ประมาณเป็นกระบวนการอันดับสองต่อไป

3.2 โครงสร้างของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD

โครงสร้างของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงโครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD

รูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอน ($G_c(s)$) ของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD คือ

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_D s \right) \prod_{j=1}^{n-2} K_{pj} (1 + \tau_{Dj} s) \quad (3.1)$$

$$= \frac{K_c}{s} (s + z_{c1})(s + z_{c2}) \prod_{j=1}^{n-2} (s + z_j)$$

โดย	K_p	คือ อัตราขยายของ proportional ของตัวควบคุม PID
	K_c	คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD
	$-z_{c1}, -z_{c2}$	คือ ซีโรของตัวควบคุม PID
	$-z_j$	คือ ซีโรของตัวควบคุม PD ที่มีตำแหน่งใกล้กับโพลใด ๆ ของกระบวนการ
	τ_D	คือ ค่าเวลาอนุพันธ์ ของตัวควบคุม PID
	τ_i	คือ ค่าเวลาอินทิกรัล ของตัวควบคุม PID
	τ_{Dj}	คือ ค่าเวลาอนุพันธ์ ของตัวควบคุม PD

สามารถเขียนเป็นรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} (s + z_c) \prod_{j=1}^{n-1} (s + z_j) \quad (3.2)$$

โดย $-z_c$ คือซีโรที่อยู่บนแกนจำนวนจริงใช้ชดเชยให้เงื่อนไขของมุมที่จุด s_d เท่ากับ $\pm(2k+1)\pi$

$-z_j$ คือซีโรของตัวควบคุมที่ถูกกำหนดให้มีตำแหน่งใกล้กับโพลของกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับกระบวนการที่มีอันดับ n มีรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบทั่วไปดังนี้

$$G_p(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (s + \rho_i)} = \frac{K}{(s + \rho_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i)} \quad (3.3)$$

โดย $-\rho_d$ คือ โพลเด่นชัดของกระบวนการที่อยู่ใกล้กับจุดกำเนิดหรืออยู่ที่จุดกำเนิด
 $-\rho_i$ คือ โพลของกระบวนการที่ไม่ใช่โพลเด่นชัด
 K คือ อัตราขยายของกระบวนการ

สำหรับกระบวนการชนิดที่ 1 (type 1) หรือสูงกว่า ตำแหน่งของโพลเด่นชัดคือ $-\rho_d = 0$ จากโครงสร้างของระบบในรูปที่ 3.1 สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบได้ดังนี้

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = \frac{K' (s + z_c) \prod_{j=1}^{n-1} (s + z_j)}{s (s + \rho_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i)} \quad (3.4)$$

โดย $K' = K_c K$

จากสมการ 3.4 ในกรณีที่กระบวนการเป็นแบบชนิด 0 พบว่ามีโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิดและโพลที่เหลือจำนวน n ตัวจะอยู่กระจายห่างออกไปจากจุดกำเนิดโดยให้โพลของกระบวนการที่อยู่ใกล้แกนจำนวนจินตภาพที่สุดเป็นโพลเด่นชัด สำหรับกระบวนการที่เป็นชนิดอื่น ๆ จะมีโพลอยู่ที่จุดกำเนิดเพิ่มขึ้นตามชนิดของกระบวนการและถือว่าโพลที่อยู่จุดกำเนิดเป็นโพลเด่นชัดเนื่องจากมีอิทธิพลต่อผลการตอบสนองของระบบมากที่สุด

สำหรับ $-z_c$ คือซีโรของตัวควบคุม PID ที่ต้องการซึ่งได้จากการออกแบบ เพื่อผลักดันให้ทางเดินของรากผ่านจุด s_d ตามต้องการและ $-z_j$ คือซีโรที่มีจำนวน $n-1$ ตัวที่กำหนดตำแหน่งให้อยู่ใกล้ทางด้านซ้ายของโพลจำนวน $n-1$ ตัวที่ไม่ใช่โพลเด่นชัดของกระบวนการ [4] ดังนั้นจากสมการ 3.4 เขียนใหม่ได้เป็น

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c (s + z_c) \prod_{j=1}^{n-1} (s + \rho_j + \varepsilon_j)}{s (s + \rho_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i)} \quad (3.4)$$

โดย

$$z_j = \rho_i + \varepsilon_j, \quad j = i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3.5)$$

ภายใต้เงื่อนไขที่ ξ_i ต้องมีค่าน้อย ๆ และเป็นจำนวนจริงบวกหรือจำนวนจินตภาพ เพื่อให้ $-z_j$ อยู่ใกล้ทางด้านซ้ายของ $-p_i$

สำหรับกระบวนการชนิด 0 ถ้ามีบางค่าเป็นไปตาม $-p_i = -\rho_d$ ให้ถือเอาเพียงค่าเดียวเท่านั้นที่เป็นโพลที่มีความสำคัญ (significant pole)

3.3 ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ด้วยวิธีทางเดินของราก

ในการออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ให้ได้ตามข้อกำหนดของผลการตอบสนองที่ต้องการนั้นแบ่งเป็นขั้นตอนดังนี้ [4]

ก. หาค่าพารามิเตอร์ของขบวนการอันดับสองสำหรับตัวควบคุม PID และจุด s_d จากข้อกำหนดของระบบที่ต้องการดังนี้

ค่าอัตราการหน่วง (ζ_n)

$$\zeta_n = \frac{\left(\ln \left(\frac{P.O.}{100} \right) \right)^2}{\pi^2 + \left(\ln \left(\frac{P.O.}{100} \right) \right)^2} \quad (3.6)$$

ค่าความถี่ธรรมชาติ ω_n

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta_n t_s}, \quad (\pm 2\%) \quad (3.7)$$

ตำแหน่งของจุด s_d

$$s_d = -\zeta_n \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (3.8)$$

โดย $P.O.$ คือ เปอร์เซนต์ค่าพุ่งเกินสูงสุด

t_s คือ ค่าเวลาเข้าที่

ข. วางตำแหน่งของ s_d รวมทั้งตำแหน่งของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด (OTLF) ที่ได้จากสมการ 3.4, 3.6, 3.7 และ 3.8 ในระนาบ s

ค. คำนวณหาค่าผลรวมของมุมที่โพลและซีโรกระทำกับจุด s_d ตามข้อกำหนดเงื่อนไขของมุม อาจหาได้จากการวัดจากกราฟที่ได้จากข้อ ข จากนั้นทำการคำนวณหามุมของซีโรที่ต้องใส่ในระบบเพื่อให้ทางเดินของรากผ่านจุด s_d ดังนี้

$$\left[\angle(s_d + z_c) + \sum_{j=1}^{n-1} \angle(s_d + \rho_j + \varepsilon_j) \right] - \left[\angle s_d + \angle(s_d + \rho_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + \rho_i) \right] \\ = \pm(2k+1)\pi, \quad k=0,1,2,\dots$$

$$\angle(s_d + z_c) = \pm(2k+1)\pi + \prod_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + \rho_i) + \angle s_d + \angle(s_d + \rho_d) \\ - \sum_{j=1}^{n-1} \angle(s_d + \rho_j + \varepsilon_j) \quad (3.9)$$

ง. คำนวณหาตำแหน่งของ z_c จากเงื่อนไขของมุมในข้อ ค จากสมการ

$$-z_c = \frac{\text{Im}(s_d)}{\tan(-\angle(s_d + z_c))} + \text{Re}(s_d) \quad (3.10)$$

จ. คำนวณค่าของอัตราขยาย K_c ณ ตำแหน่งของ s_d จากสมการ

$$K_c = \frac{|s_d| |(s_d + \rho_d)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + \rho_i)|}{|(s_d + z_c)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + \rho_i + \varepsilon_i)|} \quad (3.11)$$

ฉ. นำค่าพารามิเตอร์ที่ได้แทนลงในสมการฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบ

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_c (s + z_c) \prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i + \delta_i)} \quad (3.12)$$

โดย $\prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i + \delta_i)$ เป็นค่าจำนวนจริงหรือจำนวนจินตภาพของโพลวงปิดที่มีตำแหน่งอยู่

ระหว่างหรือใกล้กับโพล $\prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i)$ และซีโร $\prod_{i=1}^{n-1} (s + \rho_i + \varepsilon_i)$ ส่วนค่าของ δ_i นั้นจะต้องมีค่าน้อย ๆ

และเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนจินตภาพ

จากการที่กำหนดให้โพลวงปิดทั้งหมด $n-1$ ตัวอยู่ใกล้กับซีโรวงเปิด พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของโพลวงปิดเหล่านี้มีค่าเป็นอัตราส่วนกับ $(\varepsilon_i - \delta_i)$ ซึ่งมีค่าน้อยมาก หมายถึงตำแหน่งของซีโรที่วางในระนาบ s ไม่ใช่ตำแหน่งเดียวกันกับโพลแต่ก็อยู่ใกล้กันมาก เป็นผลให้ลดศักยภาพของโพลดังกล่าวต่อระบบลง

ดังนั้นสรุปได้ว่าการวางตำแหน่งของซีโรให้ใกล้กับโพลในระบบมีผลในการลดศักยภาพของโพลต่อระบบตามที่ต้องการ ทำให้สามารถประมาณระบบวงปิดให้เป็นระบบอันดับสองได้ดังนี้

$$\frac{C(s)}{R(s)} \cong \frac{K_c (s + z_c)}{(s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (3.13)$$

สังเกตว่าในสมการที่ 3.12 มีซีโรคือ $-z_c$ อยู่ ทำให้การตอบสนองของระบบยังมีค่าพุ่งเกินอยู่ แต่อย่างไรก็ตามเนื่องจากเส้นทางเดินหลักของรากมีลักษณะเป็นรูวงปิดและอยู่ทางด้านซ้ายในระนาบ s ส่วนทางเดินของรากนอกเหนือจากนี้จะอยู่บนแกนหรือใกล้กับแกนจำนวนจริงที่เป็นลบ อันเนื่องจากผลของการจัดวางซีโรดังกล่าว หมายถึงทุกค่าของรากของสมการคุณลักษณะจะอยู่ทางด้านซ้ายในระนาบ s สำหรับทุกค่า K_c ที่เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้นถ้าทำการปรับค่าของ K_c ให้สูงขึ้นก็สามารถทำให้ค่าพุ่งเกินของระบบลดลงได้โดยระบบยังคงมีเสถียรภาพที่ดีอยู่

นอกเหนือจากนั้นการปรับค่า K_c ให้สูงขึ้นยังทำให้การตอบสนองของระบบเร็วขึ้นโดยมีค่าพุ่งเกินต่ำ และไม่ทำให้ระบบไร้เสถียรภาพด้วย เนื่องจากการปรับค่า K_c ให้สูงขึ้นทำให้เส้นทางเดินของรากจะเคลื่อนไปทางซ้ายในระนาบ s ซึ่งหมายถึงค่าอัตราการหน่วงของระบบมีค่าน้อยลงเป็นผลให้ค่าพุ่งเกินมีค่าต่ำ ขณะเดียวกันก็ทำให้ค่าของ ω_n มีค่าสูงขึ้นเป็นผลให้เวลาเข้าที่มีค่าน้อยลง

3.4 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD

ตัวอย่างที่ 1 การออกแบบตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD สำหรับกระบวนการอันดับ 4 ชนิด 0 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_p(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)^2(s+3)}$$

โดยมีข้อกำหนดดังนี้

$$P.O. \leq 5\%, t_s (\pm 2\%) \leq 1 \text{ sec.}, e_{ss} = 0$$

ทำการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

$$\zeta_n = \frac{\left(\ln \left(\frac{5}{100} \right) \right)^2}{\pi^2 + \left(\ln \left(\frac{5}{100} \right) \right)^2} = 0.69$$

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta_n T_s} = 5.79 \text{ rad/sec.}$$

$$s_d = -\zeta_n \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} = -4 \pm j4.19$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ โพลเด่นชัดคือโพลที่อยู่ใกล้แกนจินตภาพที่สุดซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง เอกสาร-1 หรือ $-\rho_x = -1$ วนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ $\varepsilon_i = 0.1$ และให้ตัวควบคุมแบบ PD มีโพลอยู่ที่ตำแหน่งที่ไม่ใช่ตำแหน่งของโพลเด่นชัดของกระบวนการคือ -2.1 -2.1 และ -3.1

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD คือ

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s}(s+z_c)(s+2.1)^2(s+3.1)$$

สมการคุณลักษณะของระบบคือ

$$1 + G_c(s)G_p(s) = 0$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด (OLTF) ของระบบคือ

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K'(s+z_c)(s+2.1)^2(s+3.1)}{s(s+1)(s+2)^2(s+3)}$$

โดย $K' = K_c K$

3.9

คำนวณหาค่ามุมของโพลและซีโรทั้งหมดที่กระทำต่อจุด s_d จากนั้นหาค่า $\angle(s_d + z_c)$ จากสมการที่

$$\angle(s_d + z_c) = -\pi + \sum_{i=1}^3 \angle(s_d + \rho_i) + \angle s_d + \angle(s_d + 1) - \sum_{j=1}^3 \angle(s_d + \rho_j + \varepsilon_j)$$

ได้ $\angle(s_d + z_c) = 82.75^\circ$

หาค่าตำแหน่งของ $-z_c$ จากสมการ 3.10

$$-z_c = \frac{\text{Im}(s_d)}{\tan(-\angle(s_d + z_c))} + \text{Re}(s_d)$$

ได้ $-z_c$ เท่ากับ -4.53

หาค่า K' ที่จุด s_d จากสมการ 3.11

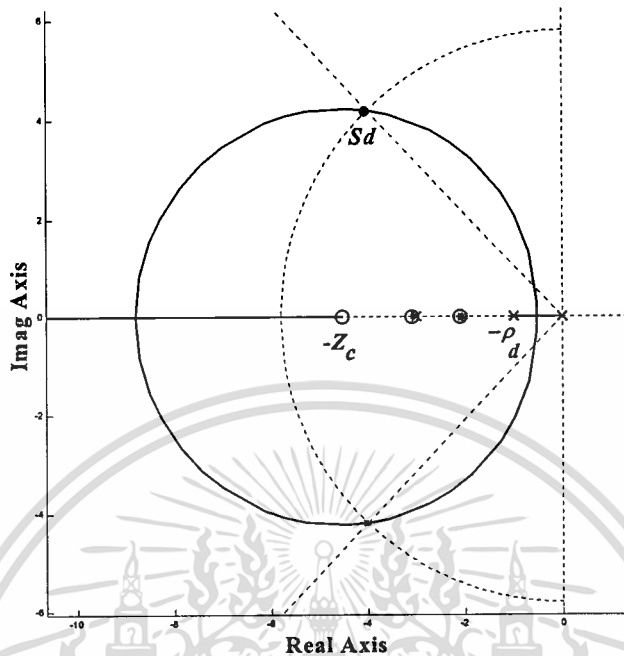
$$K' = \frac{|s_d|(s_d+1)\prod_{i=1}^3(s_d+\rho_i)}{(s_d+4.53)\prod_{i=1}^3(s_d+\rho_i+0.1)}$$

ได้ค่า K' มีค่าเท่ากับ 7.23

แทนค่าพารามิเตอร์ที่ได้ลงในสมการ 3.4 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบดังนี้

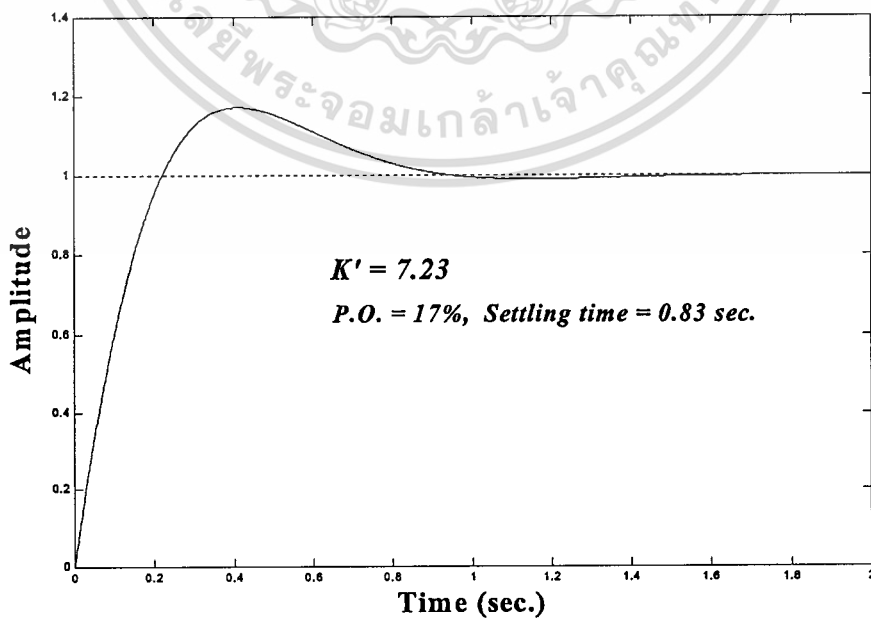
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$OTLF = G_c(s)G_p(s) = \frac{7.23(s+4.53)(s+2.1)^2(s+3.1)}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$$



รูปที่ 3.2 แสดงทางเดินของรากของระบบควบคุมป้อนกลับและตำแหน่งของ s_d

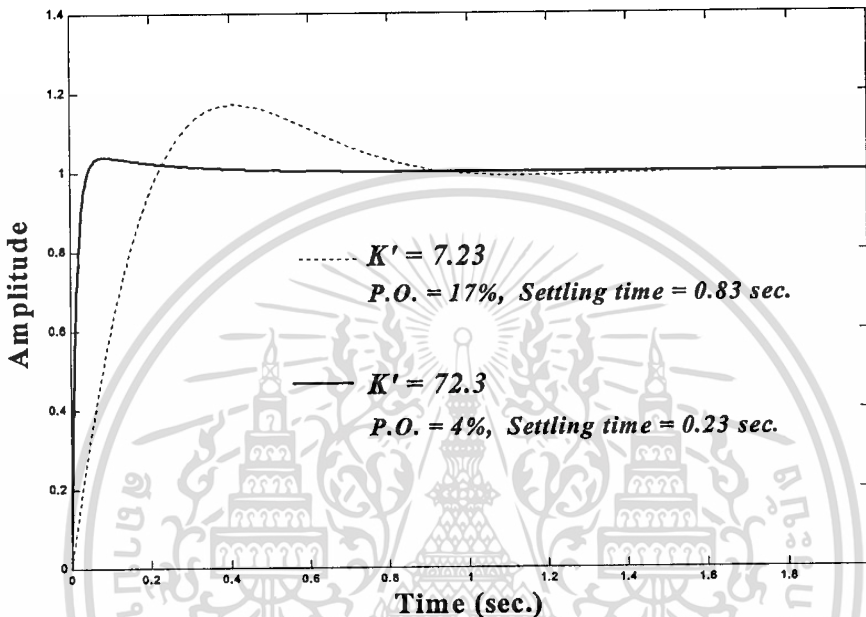
รูปที่ 3.2 แสดงเส้นทางเดินของรากในระบบวงปิด ซึ่งแสดงให้เห็นว่ารากของสมการคุณลักษณะทุกตัวอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบ s สำหรับทุกค่าของ K' ที่เป็นค่าบวก แสดงถึงความมีเสถียรภาพของระบบที่ออกแบบ



รูปที่ 3.3 ผลการตอบสนองของระบบที่ออกแบบต่อสัญญาณ unit step

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.3 แสดงผลการตอบสนองของระบบที่ออกแบบต่อสัญญาณ unit step ซึ่งได้ค่าพารามิเตอร์จากการออกแบบคือ $P.O. = 17\%$, $t_s = 0.838$ โดยมี $K' = 7.23$ จะเห็นว่าค่า $P.O.$ มีค่ามากกว่าข้อกำหนดในการออกแบบ ซึ่งสามารถแก้ไขโดยการปรับค่า K' ให้สูงขึ้น รูปที่ 3.4 แสดงให้เห็นว่าเมื่อ K' มีค่ามากขึ้นทำให้ระบบมีการตอบสนองเร็วขึ้น เนื่องจากค่า K' ที่สูงขึ้นทำให้ทางเดินของรากเคลื่อนที่ไปทางซ้ายในระนาบ s ซึ่งเป็นผลให้ค่าอัตราการหน่วงมีค่ามากขึ้นค่าพุงเกินจึงน้อยลง รวมทั้งเวลาเข้าที่ก็มีค่าน้อยลงด้วย ตรงตามจุดประสงค์ในการออกแบบทุกประการ



รูปที่ 3.4 แสดงผลการตอบสนองของระบบเมื่อปรับเพิ่มค่า K'

ตัวอย่างที่ 2 การออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD สำหรับกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร์ผลสนอง (dead time)

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{Ke^{-5s}}{s+1}$$

โดยมีข้อกำหนดในการออกแบบดังนี้

$$P.O. \leq 5\%$$

$$\text{เวลาเข้าที่ } t_s \leq 1 \text{ วินาที (2\%)}$$

ดังนั้นจะได้

$$\zeta_n = 0.69, \quad \omega_n = 5.796 \text{ rad/sec.}, \quad s_d = -4 + j4.195$$

เนื่องจากเป็นระบบที่มีพจน์ของเวลาไร์ผลสนอง ดังนั้นจึงทำการประมาณค่าพจน์ของเวลาไร์ผลสนอง

โดยใช้นุกรมของ Maclaurin ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 e^{-5s} &= \frac{1}{e^{5s}} = \frac{1}{1 + 5s + \frac{(5s)^2}{2!} + \frac{(5s)^3}{3!} + \dots} \\
 &\cong \frac{1}{1 + 5s + \frac{(5s)^2}{2!}} = \frac{\frac{2}{25}}{s^2 + \frac{2s}{5} + \frac{2}{25}} \\
 &\cong \frac{1}{\left(s + \left(\frac{1}{5} + \frac{j}{5}\right)\right)\left(s + \left(\frac{1}{5} - \frac{j}{5}\right)\right)}
 \end{aligned}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_p(s) = \frac{K}{(s+1)(s+0.2+j0.2)(s+0.2-j0.2)}$$

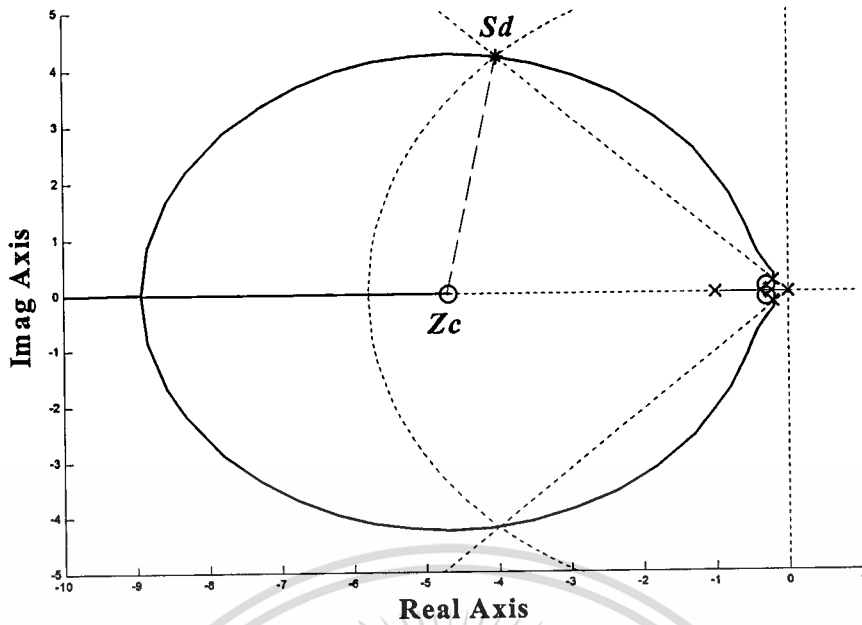
เนื่องจากเป็นกระบวนการอันดับสามดังนั้นจึงกำหนดให้ซีโรของตัวควบคุมสองตัวอยู่ที่ตำแหน่งใกล้กับโพลของกระบวนการคือที่ $-0.2 \pm j0.2$ และกำหนดให้ $\sigma = -0.1 \pm j0.1$ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = \frac{K'(s+z_c)(s+0.3+j0.1)(s+0.3-j0.1)}{s(s+1)(s+0.2+j0.2)(s+0.2-j0.2)}, \quad K' = K_c K$$

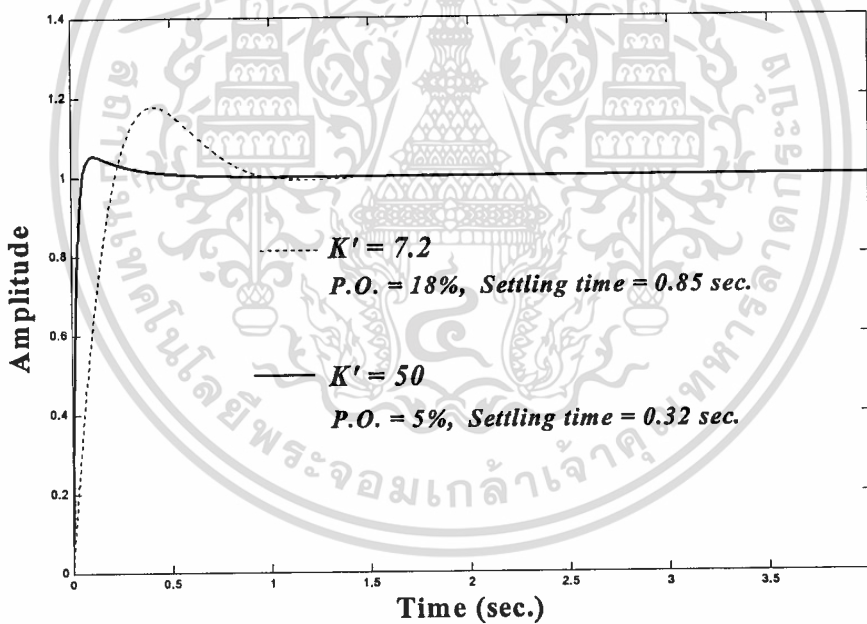
หาค่ามุมของ $\angle(s_d + z_c) = 80.78^\circ$

โดยมีตำแหน่งของ $-z_c = -4.68$ และ $K' = 7.2$

รูปที่ 3.5 แสดงทางเดินของรากและตำแหน่งของ s_d ตามที่ออกแบบ จากผลการตอบสนองของระบบปรากฏว่าค่าของ $P.O.$ เท่ากับ 18% ซึ่งยังมีค่าเกินกว่าข้อกำหนดในการออกแบบอยู่ จึงทำการปรับเปลี่ยนค่าของ K' ใหม่เป็น 50 ทำให้ค่า $P.O.$ เปลี่ยนไปเป็น 5% ซึ่งตรงตามข้อกำหนดในการออกแบบ ดังแสดงในรูปที่ 3.6 โดยมีค่าเวลาเข้าที่เท่ากับ 0.32 วินาที



รูปที่ 3.5 แสดงทางเดินของรากของระบบควบคุมที่ออกแบบและตำแหน่งของ s_d

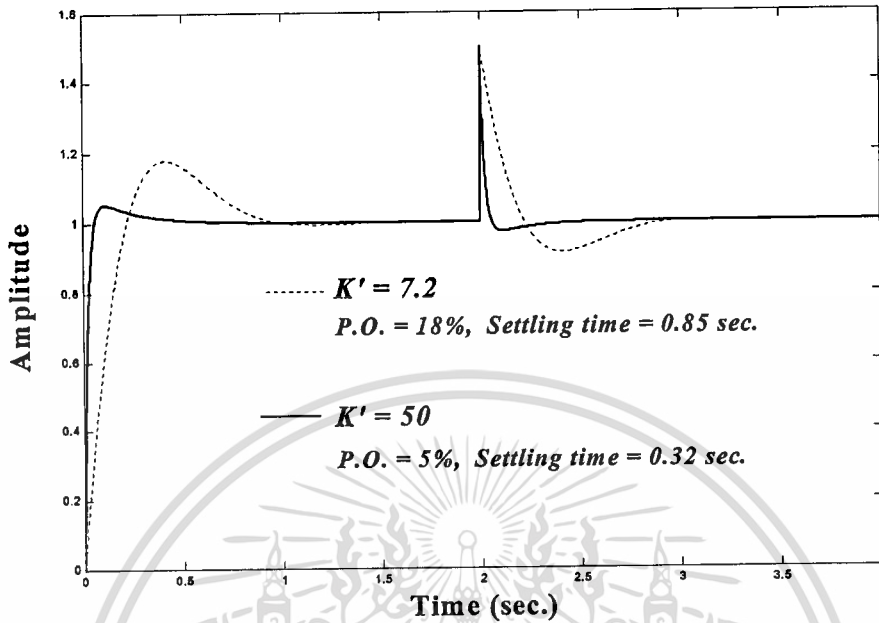


รูปที่ 3.6 แสดงผลการตอบสนองของระบบเมื่อเพิ่มค่า K'

3.5 ผลการตอบสนองของระบบควบคุมเมื่อมีสัญญาณรบกวน

ถ้าระบบที่ออกแบบในตัวอย่างที่ 2 ถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนภายนอก $D(s)$ ทางสัญญาณขาออกของกระบวนการดังในรูปที่ 3.1 สัญญาณรบกวนนั้นจะเป็นส่วนหนึ่งของวงปิดและจะถูกกำจัดออกไปอย่างรวดเร็ว โดยการเพิ่ม K' ให้มากกว่าค่าที่ออกแบบไว้ ดังแสดงในรูปที่ 3.7 ซึ่งแสดงถึงผลการตอบสนอง

ของระบบเมื่อมีสัญญาณรบกวนขนาด 50% ของจุดปรับตั้งที่เกิดขึ้นที่เวลา 2 วินาที จะเห็นได้ว่าสัญญาณรบกวนนั้นจะถูกกำจัดออกไปจากระบบได้อย่างรวดเร็วเมื่อ K' มีค่าสูงขึ้น



รูปที่ 3.7 แสดงผลการตอบสนองของระบบต่อสัญญาณรบกวนเมื่อมีการปรับค่า K'

บทที่ 4

ผลการทดลอง

การทดลองหาผลการตอบสนองของระบบควบคุมจะทำการทดลองโดยใช้การจำลองการทำงานโดยโปรแกรม MATLAB ทำการเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-2) Stage PD กับตัวควบคุมแบบต่าง ๆ การทดสอบผลกระทบจากสัญญาณรบกวน (disturbance) รวมทั้งการทดสอบความคงทนของระบบ (robust)

4.1 การทดลองเพื่อเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบควบคุมอันดับ 3 ที่ใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ตัวควบคุม PID และตัวควบคุม PID ที่ใช้หลักการของ Ziegler-Nichols โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB

กระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1

พิจารณากระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+3)}$$

โดยมีข้อกำหนดต่อสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step ดังนี้

P.O. \leq 5%, เวลาเข้าที่ (t_s) \leq 1 วินาที ($\pm 2\%$)

จะได้

$$\zeta_n = 0.69, \quad \omega_n = 5.796 \text{ rad/sec.}, \quad s_d = -4 \pm j4.195$$

ก. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PID

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c(s+z_c)^2}{s^2(s+1)(s+3)}$$

จะได้ $z_c = -6.42$

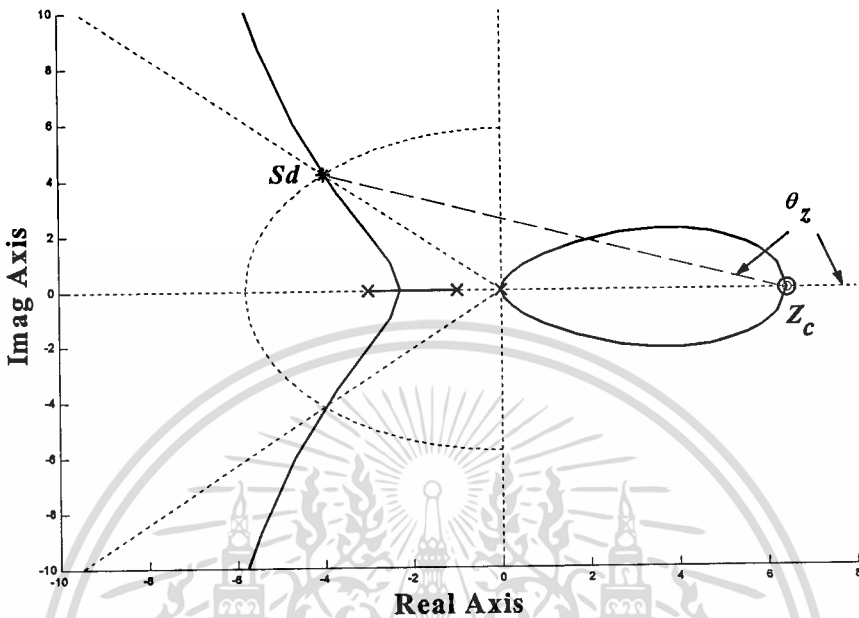
$\angle(s_d + z_c) = \theta_z = \frac{316.25^\circ}{2} = 158.12^\circ$ และได้ค่าอัตราขยายของตัวควบคุม (K_c) = 5.91

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

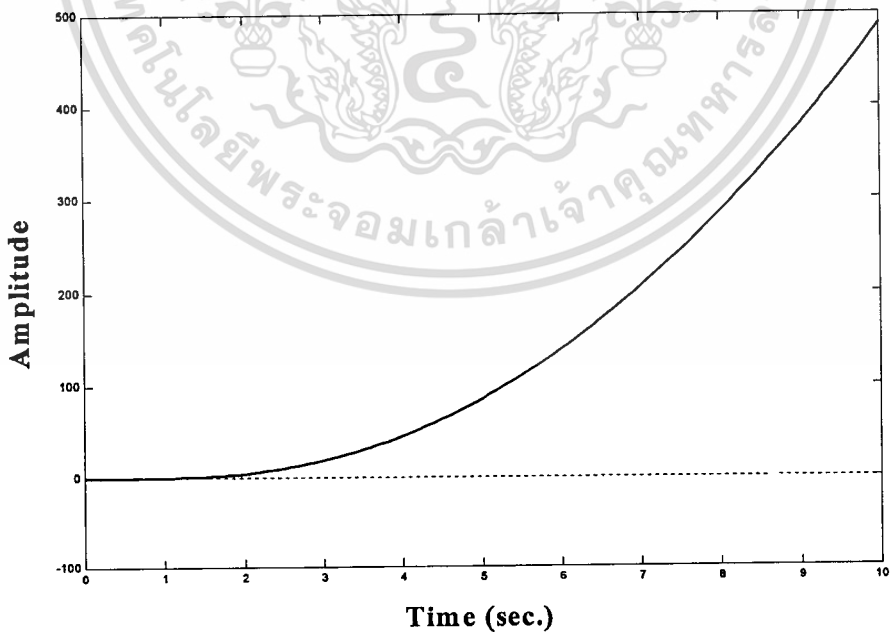
$$G_p(s)G_c(s) = \frac{5.91(s-6.42)^2}{s^2(s+1)(s+3)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.1 แสดงทางเดินของรากของระบบควบคุมและรูปที่ 4.2 แสดงการตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit step ซึ่งพบว่าระบบไม่มีเสถียรภาพทุกค่า K_c ดังนั้นตัวควบคุมแบบ PID ไม่สามารถควบคุมกระบวนการนี้ให้เป็นไปตามข้อกำหนดได้



รูปที่ 4.1 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID



รูปที่ 4.2 แสดงการตอบสนองเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลที่ได้ไม่ได้แสดงว่าตัวควบคุม PID ไม่สามารถนำมาใช้ในกรณีนี้ได้ แต่แสดงถึงว่าไม่สามารถ ออกแบบตัวควบคุม PID เพื่อให้ระบบควบคุมมีสมรรถนะตามข้อกำหนดได้

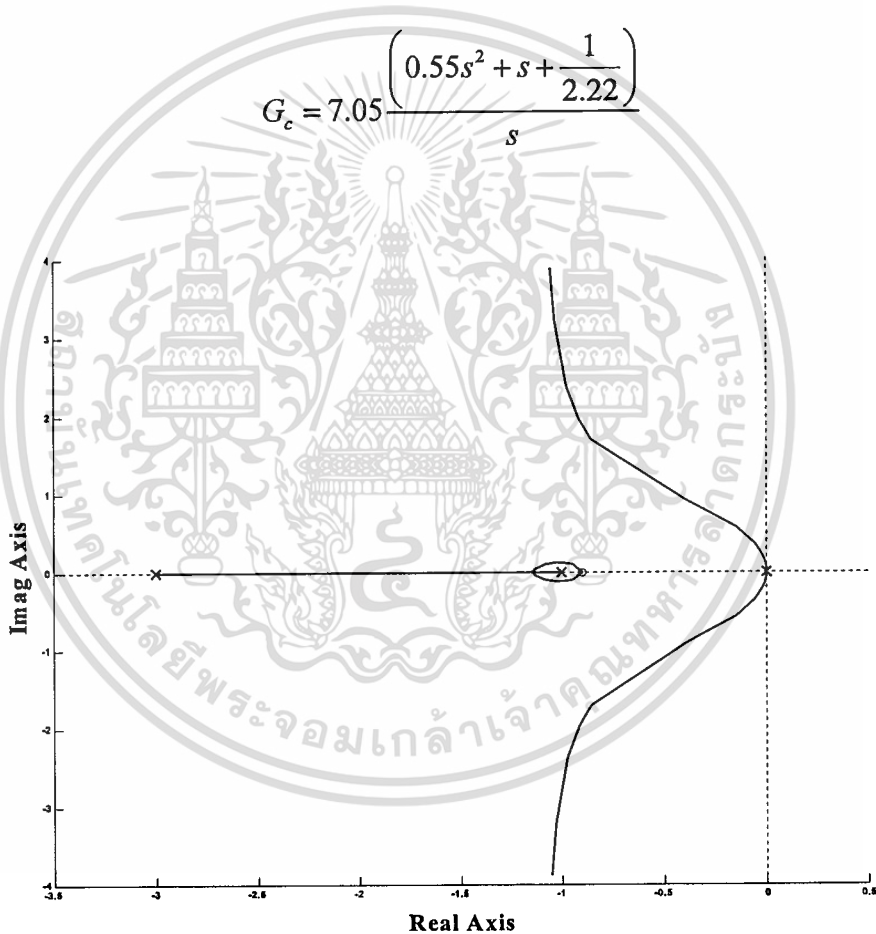
ข. ออกแบบตัวควบคุม PID โดยใช้หลักการของ Ziegler-Nichols

ได้ค่า $K_u = 12$, $T_u = 4.44$ sec.

จากตารางที่ 2.3 หาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมได้เป็น

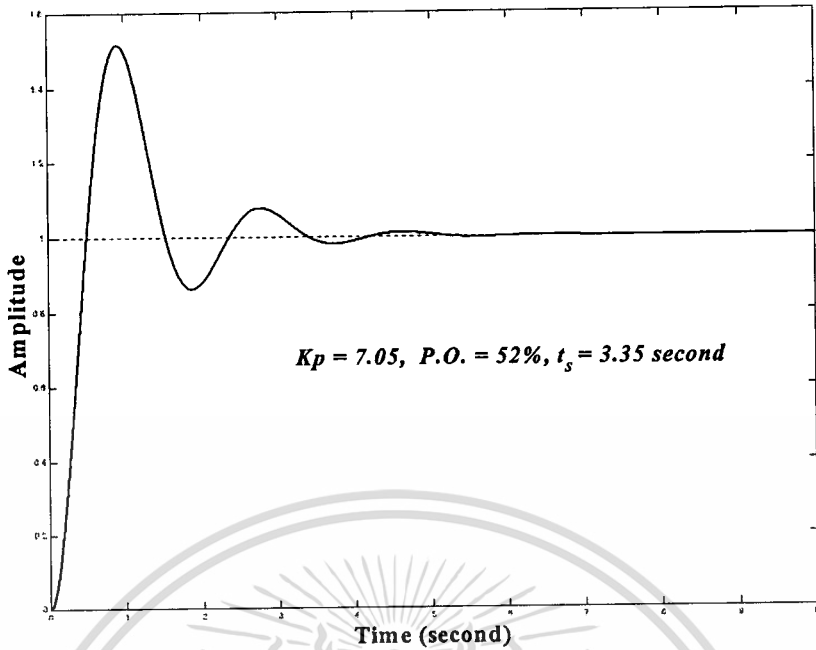
$$K_p = 7.05, \quad \tau_i = 2.22 \text{ sec.}, \quad \tau_D = 0.55 \text{ sec.}$$

โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมเป็น



รูปที่ 4.3 แสดงทางเดินของรากของระบบการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID โดยหลักการของ Ziegler-Nichols

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 แสดงการตอบสนองเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID ที่ใช้หลักการของ Ziegler-Nichols

ค. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD

เนื่องจากอันดับของกระบวนการคือ 3 ดังนั้นทำการประมาณค่าซีโรของตัวควบคุมให้อยู่ใกล้โพลของกระบวนการที่ตำแหน่ง -1 และ -3 และกำหนดให้ค่าของ $\delta = 0.1$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD คือ

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} (s + z_c)(s + 1.1)(s + 3.1)$$

และฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c(s + z_c)(s + 1.1)(s + 3.1)}{s^2(s + 1)(s + 3)}$$

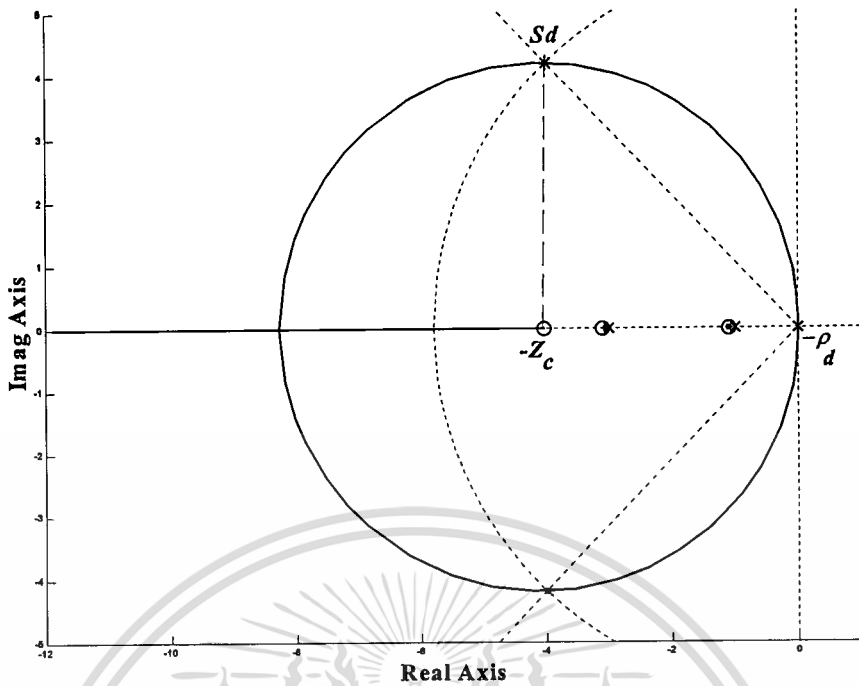
คำนวณหาค่ามุมของโพลและซีโรทั้งหมดที่กระทำต่อจุด s_d จากนั้นหาค่า $\angle(s_d + z_c)$

$$\angle(s_d + z_c) = -\pi + \angle(s_d + 1) + \angle(s_d + 3) + \angle(s_d) + \angle s_d - \angle(s_d + 1.1) - \angle(s_d + 3.1)$$

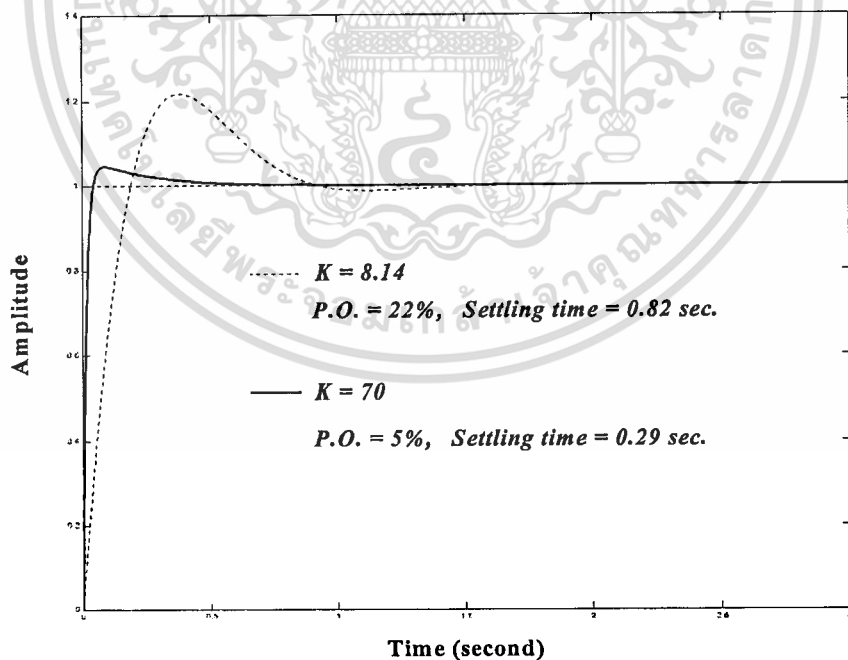
ได้ค่าของ $\angle(s_d + z_c) = 89.48^\circ$

หาค่าตำแหน่งของ $-z_c$ ได้เท่ากับ -4.03

ค่าอัตราขยาย K_c ที่จุด s_d มีค่าเท่ากับ 8.14



รูปที่ 4.5 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD



รูปที่ 4.6 แสดงการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการตอบสนองในโดเมนเวลาของระบบควบคุมแสดงในรูปที่ 4.6 เมื่อให้ค่า $K_c = 8.14$ ตามที่ออกแบบไว้พบว่าค่า $P.O.$ ยังมีค่าเกินข้อกำหนดอยู่คือมีค่าเท่ากับ 22% จึงทำการปรับเปลี่ยนค่าของ K_c ให้มีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 70 พบว่าการตอบสนองของระบบดีขึ้นคือมีค่า $P.O.$ เท่ากับ 5% เป็นไปตามข้อกำหนดในการออกแบบ นอกจากนั้นยังพบว่าค่าเวลาเข้าที่มีค่าน้อยลงด้วย เนื่องจากเมื่อปรับค่า K_c ให้มากขึ้นทำให้ตำแหน่งของจุด s_d เคลื่อนไปทางซ้ายในระนาบ s มากขึ้นเป็นผลให้อัตราการหน่วงของระบบควบคุมมีค่ามากขึ้นทำให้เวลาเข้าที่ลดลง

4.2 การทดลองเพื่อเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบควบคุมอันดับ 3 ที่ใช้ตัวควบคุม $PID \times (n-2)$ Stage PD และตัวควบคุม PIDA โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB

กระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0

พิจารณากระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)(s+6)}$$

โดยมีข้อกำหนดต่อสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step ดังนี้

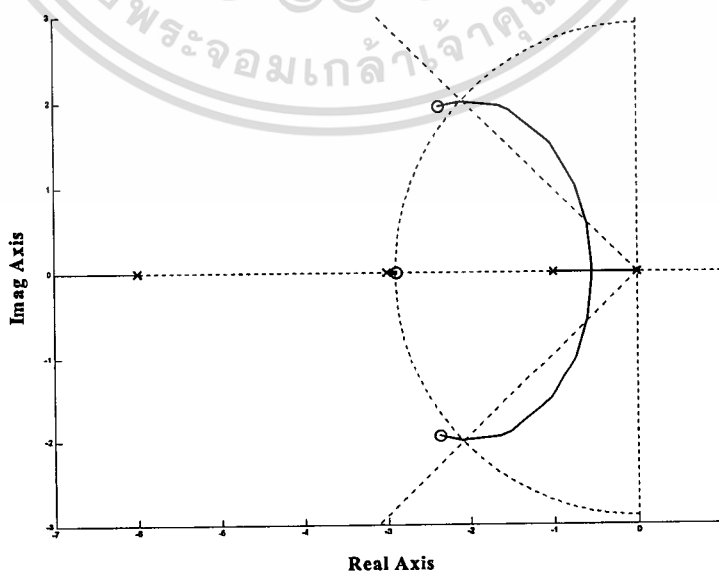
$P.O. \leq 5\%$, เวลาเข้าที่ (t_s) ≤ 2 วินาที ($\pm 2\%$) จะได้

$\zeta_n = 0.69$, $\omega_n = 2.89$ rad/sec., $s_d = -2 \pm j 2.09$

ก. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PIDA

ได้ตัวควบคุมที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_c = 27.1 \frac{(s^2 + 4.7309s + 9.3606)(s + 2.8843)}{s}$$



รูปที่ 4.7 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PIDA

ไม่ว่ากรณีใดข้างต้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

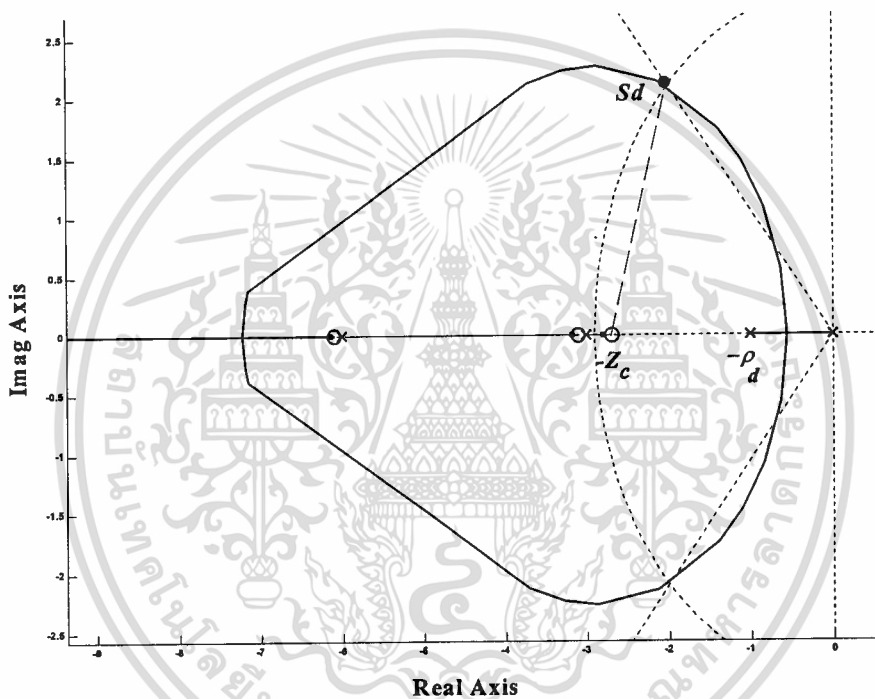
ข. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD คือ

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} (s + z_c)(s + 3.1)(s + 6.1)$$

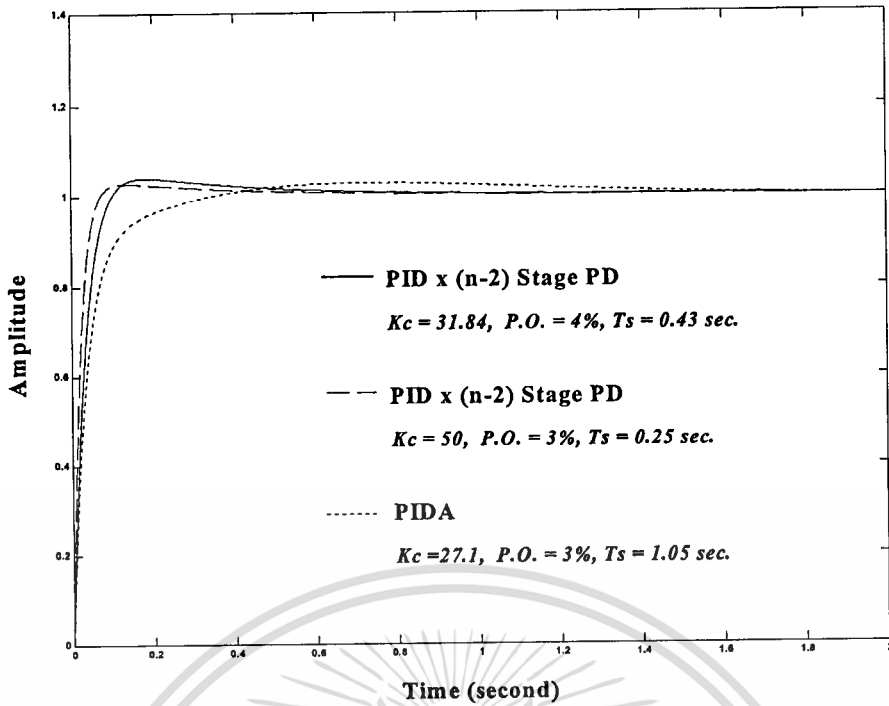
และฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = 31.84 \frac{(s + 2.68)(s + 3.1)(s + 6.1)}{s(s + 1)(s + 3)(s + 6)}$$



รูปที่ 4.8 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID \times (n-2) Stage PD

จากตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองแบบสามารถควบคุมกระบวนการให้อยู่ในข้อกำหนดได้ จากผลการตอบสนองในโดเมนเวลา que แสดงในรูปที่ 4.9 พบว่าตัวควบคุม PIDA ให้ผลการควบคุมที่ทำให้เกิดค่าพุ่งเกินน้อยกว่าตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD แต่เวลาเข้าที่ช้ากว่าและเมื่อทำการปรับค่าอัตราขยายของตัวควบคุม PID \times (n-2) Stage PD ให้มีค่าเท่ากับ 50 พบว่าการตอบสนองของระบบมีเสถียรภาพที่ดีขึ้นกว่าระบบที่ใช้ตัวควบคุม PIDA



รูปที่ 4.9 แสดงการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ Stage PD และตัวควบคุม PIDA

กระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1

พิจารณากระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+7)}$$

โดยมีข้อกำหนดต่อสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step ดังนี้

$P.O. \leq 5\%$, เวลาเข้าที่ (t_r) ≤ 2 วินาที ($\pm 2\%$)

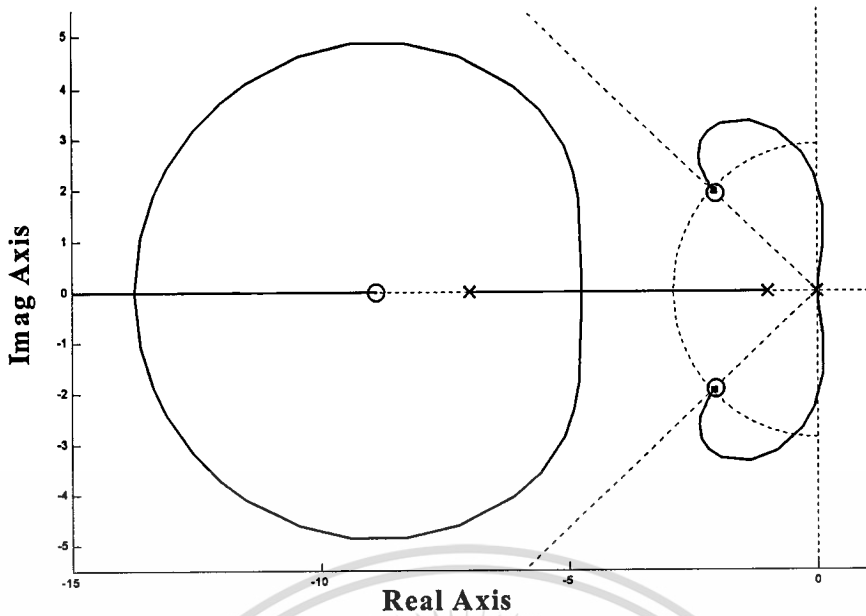
จะได้

$$\zeta_n = 0.69, \quad \omega_n = 2.89 \text{ rad/sec.}, \quad s_d = -2 \pm j 2.09$$

ก. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PIDA

ได้ตัวควบคุมที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_c = 27.1 \frac{(s^2 + 4.7309s + 9.3606)(s + 2.8843)}{s}$$



รูปที่ 4.10 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PIDA

ข. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PID \times ($n-2$) Stage PD

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID \times ($n-2$) Stage PD คือ

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} (s + z_c)(s + 1.1)(s + 7.1)$$

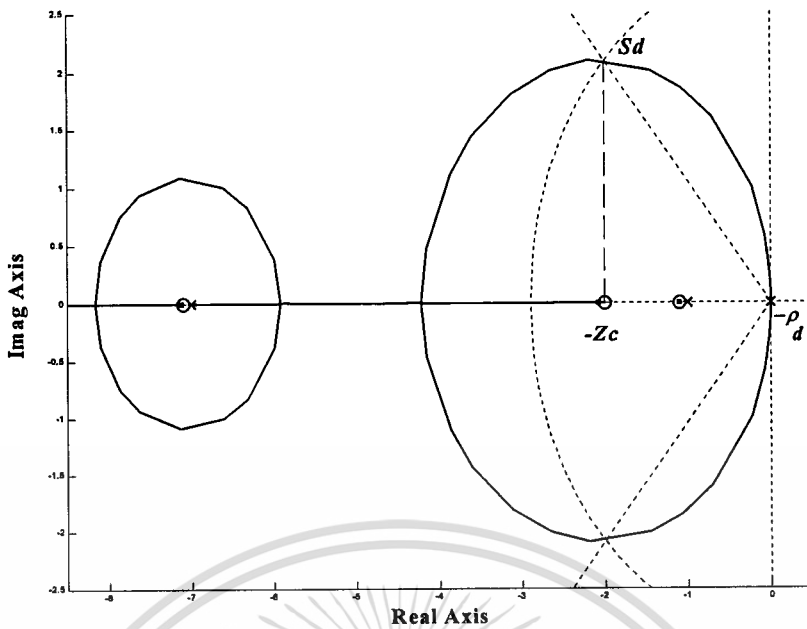
และฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

$$\text{OLTF} = G_c(s)G_p(s) = 11.61 \frac{(s+2)(s+1.1)(s+7.1)}{s^2(s+1)(s+7)}$$

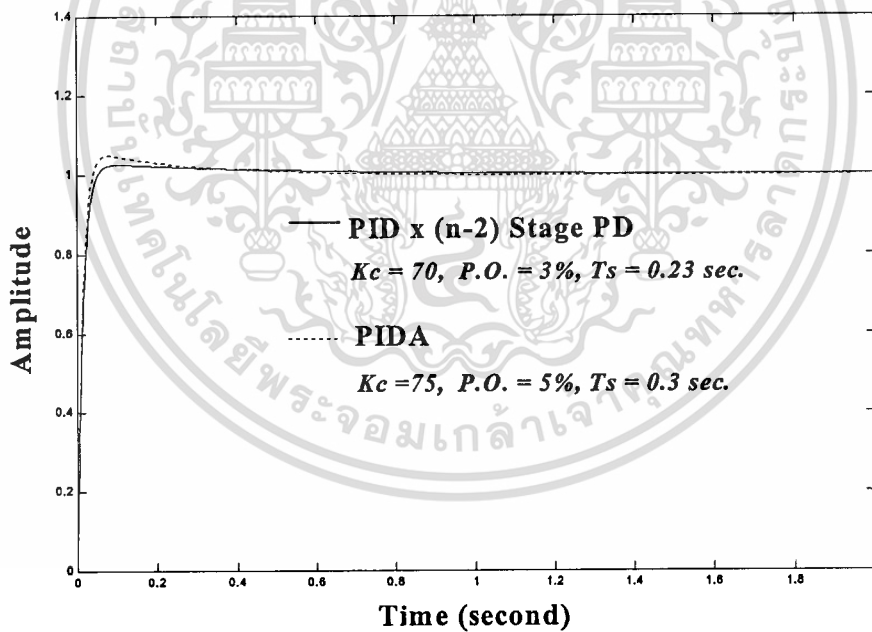
จากการออกแบบพบว่าตัวควบคุมทั้งสองแบบไม่สามารถทำให้ระบบควบคุมเป็นไปตามข้อกำหนดได้ จึงทำการปรับเปลี่ยนค่าอัตราขยายของตัวควบคุมทั้งสองเป็น 75 สำหรับตัวควบคุม PIDA และ 70 สำหรับตัวควบคุม PID \times ($n-2$) Stage PD จากการทดสอบผลการตอบสนองของระบบพบว่าตัวควบคุมทั้งสองแบบสามารถควบคุมระบบให้เป็นไปตามข้อกำหนดได้ดังแสดงในรูป 4.12

เมื่อพิจารณาเส้นทางเดินของรากพบว่าตัวควบคุม PIDA มีช่วงของค่าอัตราขยายบางค่าของตัวควบคุมที่ทำให้ระบบขาดเสถียรภาพดังแสดงในรูปที่ 4.10

สำหรับตัวควบคุมแบบ PID \times ($n-2$) Stage PD ระบบจะมีเสถียรภาพทุกค่าของอัตราขยายดังแสดงในรูปที่ 4.11 นอกจากนี้ยังพบว่าตัวควบคุม PID \times ($n-2$) Stage PD ใช้อัตราขยายที่ต่ำกว่า โดยมีค่าพ่วงเกินและเวลาเข้าที่น้อยกว่าตัวควบคุม PIDA ดังแสดงในรูป 4.12



รูปที่ 4.11 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ Stage PD



รูปที่ 4.12 แสดงการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD และตัวควบคุม PIDA

กระบวนการอันดับ 3 ชนิด 2

พิจารณากระบวนการอันดับ 3 ชนิด 2 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2(s+1)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการวิจัย $s^2(s+1)$ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยมีข้อกำหนดต่อสัญญาณขาเข้าที่เป็น unit step ดังนี้

$P.O. \leq 5\%$, เวลาเข้าที่ (t_s) ≤ 2 วินาที ($\pm 2\%$)

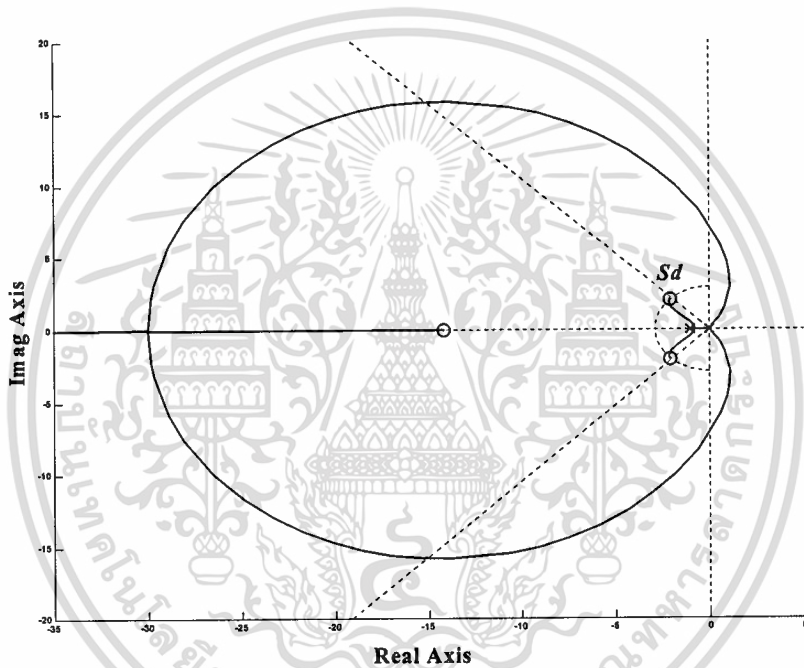
จะได้

$$\zeta_n = 0.69, \omega_n = 2.89 \text{ rad/sec.}, s_d = -2 \pm j2.09$$

ก. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PIDA

ได้ตัวควบคุมที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_c = 63.2 \frac{(s^2 + 4.1870s + 8.44698)(s + 14.1739)}{s}$$



รูปที่ 4.13 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 2 เมื่อใช้ตัวควบคุม PIDA

ข. ออกแบบโดยใช้ตัวควบคุม PID \times ($n-2$) Stage PD

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID \times ($n-2$) Stage PD คือ

$$G_c(s) = \frac{K_c}{s} (s + z_c)(s + 0.1)(s + 1.1)$$

และฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมคือ

$$OLTF = G_c(s)G_p(s) = 12 \frac{(s + 1.96)(s + 0.1)(s + 1.1)}{s^3(s + 1)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การทดลองเพื่อทดสอบความคงทนของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุม PID × (n-2) Stage PD เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB

กระบวนการอันดับ 4 ชนิด 0

พิจารณากระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)^2(s+3)}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID × (n-2) Stage PD คือ

$$G_c = 7.29 \frac{(s+4.436)(s+2.1)^2(s+3.2)}{s}$$

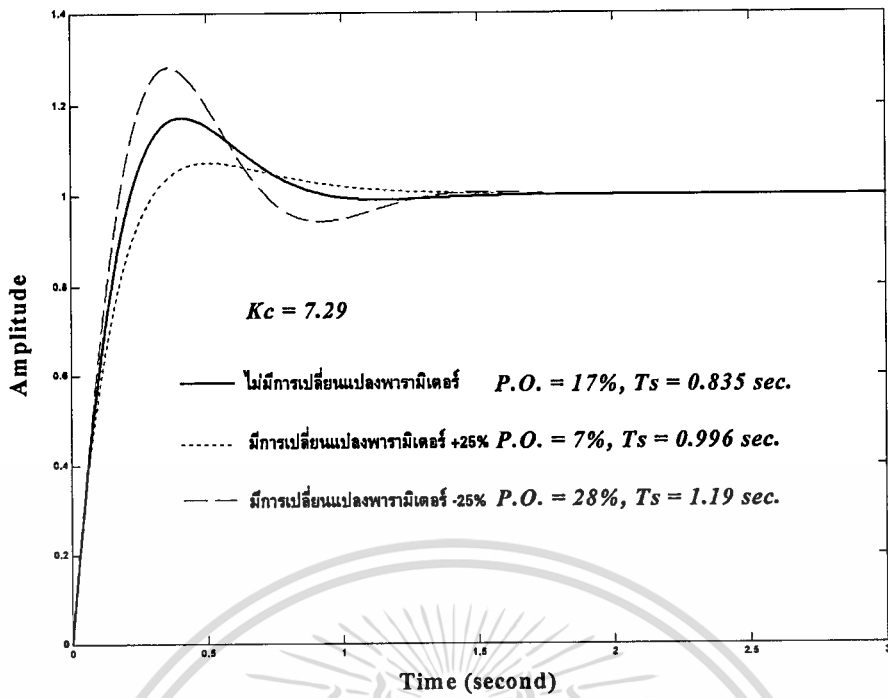
สมมุติให้กระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ไปในช่วง $\pm 25\%$ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการคือ

$$G_c(s)G_p(s) = 7.29 \frac{(s+4.436)(s+2.1)^2(s+3.2)}{s(s+1.25)(s+2.5)^2(s+3.75)}, \quad (+25\%)$$

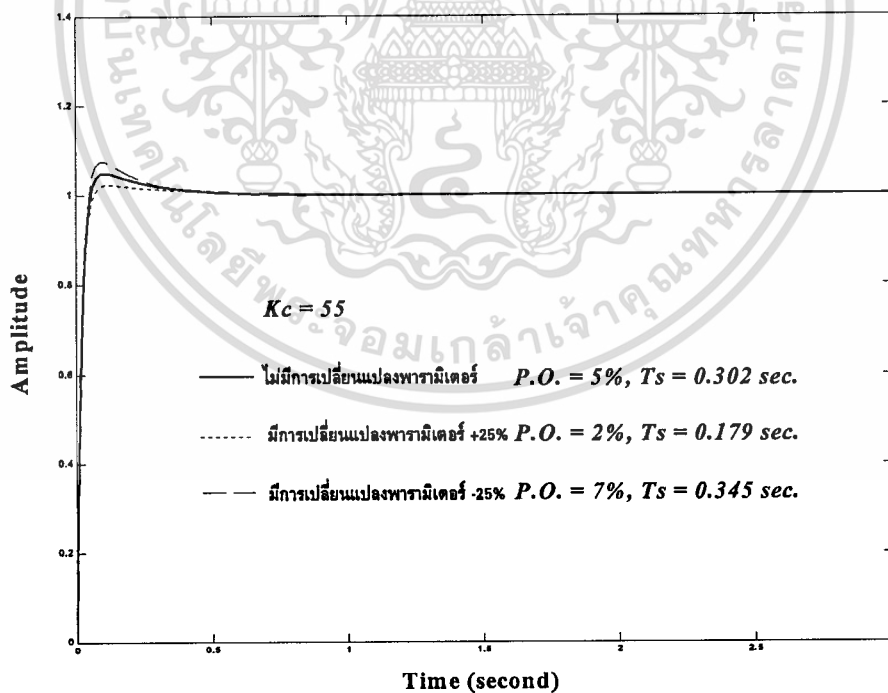
$$G_c(s)G_p(s) = 7.29 \frac{(s+4.436)(s+2.1)^2(s+3.2)}{s(s+0.75)(s+1.5)^2(s+2.25)}, \quad (-25\%)$$

เมื่อพิจารณาผลการตอบสนองของระบบควบคุมพบว่า การเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการ มีผลกระทบต่อค่า $P.O.$ และค่าเวลาเข้าที่ของระบบควบคุม ดังแสดงในรูปที่ 4.16 แต่เมื่อทำการปรับเปลี่ยนค่าอัตราขยายของตัวควบคุมให้มีค่าสูงขึ้นกว่าค่าที่ออกแบบไว้ พบว่าการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการมีผลกระทบเพียงเล็กน้อยต่อระบบควบคุมแสดงดังรูปที่ 4.17

ดังนั้นถ้าให้ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมมีค่ามากกว่าค่าที่ออกแบบไว้ นอกจากจะทำให้ระบบมีเสถียรภาพที่ดีขึ้นแล้วยังทำให้ระบบมีความคงทนยิ่งขึ้นด้วย



รูปที่ 4.16 แสดงผลการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 4 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุม $\text{PID} \times (n-2) \text{ Stage PD}$ ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการในช่วง $\pm 25\%$



รูปที่ 4.17 แสดงผลการตอบสนองในโดเมนเวลาของกระบวนการอันดับ 4 ชนิด 0 เมื่อใช้ตัวควบคุม $\text{PID} \times (n-2) \text{ Stage PD}$ ที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการในช่วง $\pm 25\%$ โดยมีการเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม

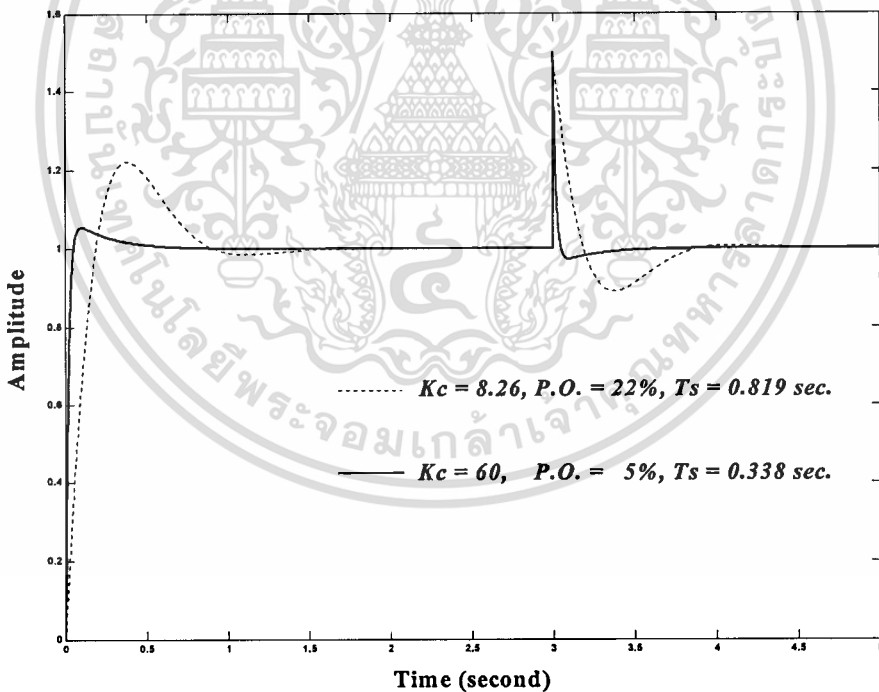
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 การทดลองเพื่อทดสอบผลกระทบจากสัญญาณรบกวนที่มีต่อระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุม PID × (n-2) Stage PD โดยการจำลองการทำงานด้วย MATLAB

ถ้าระบบถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนจากภายนอก $D(s)$ ดังแสดงในรูป 3.1 ค่าอัตราส่วนของสัญญาณขาออกต่อสัญญาณรบกวนจะเป็น

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)}$$

สัญญาณรบกวนทางขาออกมีผลกระทบต่อระบบอย่างมากโดยเฉพาะตอนเริ่มต้นการทำงานของกระบวนการ แต่อย่างไรก็ตามเนื่องจากสัญญาณรบกวนนั้นเป็นส่วนหนึ่งของระบบวงปิด ผลกระทบของสัญญาณรบกวนนี้จึงถูกกำจัดออกไปอย่างรวดเร็วเนื่องจากการป้อนกลับในระบบ โดยเฉพาะถ้ามีการเพิ่มค่าอัตราขยายของตัวควบคุมให้มากกว่าค่าที่ออกแบบไว้ ก็จะทำให้สัญญาณรบกวนนั้นถูกกำจัดออกไปอย่างรวดเร็วยิ่งขึ้นดังแสดงในรูปที่ 4.18 โดยระบบถูกรบกวนโดยสัญญาณรบกวนที่มีขนาด 50% ของค่าปรับตั้งเกิดขึ้น ณ เวลา 3 วินาที



รูปที่ 4.18 แสดงผลการตอบสนองต่อสัญญาณรบกวนทางขาออกของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 1 เมื่อใช้ตัวควบคุม PID × (n-2) Stage PD

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

จากการออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD ที่อาศัยวิธีทางเดินของรากสำหรับใช้ควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสอง โดยการกำหนดวางตำแหน่งของซีโรที่เหมาะสมให้ใกล้กับโพลทางด้านซ้ายเพื่อลดผลกระทบของโพลที่มีต่อระบบ แล้วทำการประมาณค่าอันดับของระบบให้เป็นอันดับสอง จากนั้นจึงทำการออกแบบตัวควบคุม PID ที่ต้องการให้ได้ตามข้อกำหนด พบว่าสามารถทำการควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองให้เป็นไปตามข้อกำหนดของการตอบสนองในภาวะชั่วคราวและในสถานะอยู่ตัวได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังสามารถทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพมากยิ่งขึ้นโดยการเพิ่มค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมให้มีความมากกว่าค่าที่ออกแบบไว้ ซึ่งตัวควบคุม PID แบบทั่วไปกระทำได้ยากหรือในบางกรณีไม่สามารถกระทำได้ ดังแสดงให้เห็นจากตัวอย่างการทดสอบในบทที่ 4

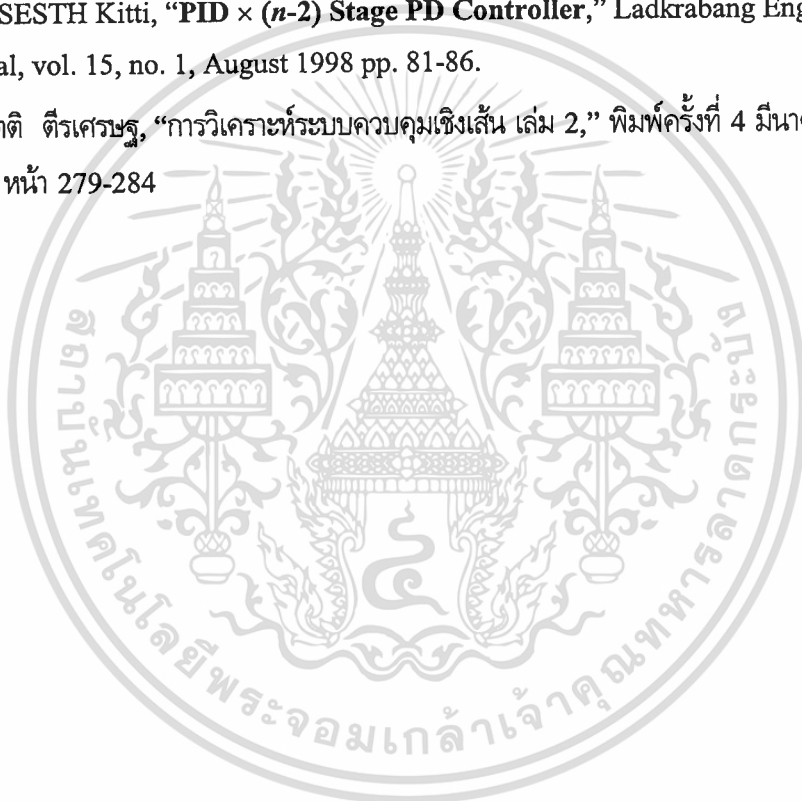
จากผลการทดสอบการทำงานของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD เปรียบเทียบกับตัวควบคุม PID ที่ออกแบบโดยใช้วิธีอื่น ๆ เช่น ตัวควบคุม PID ที่ใช้หลักการของ Ziegler-Nichols ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD สามารถควบคุมระบบให้เป็นไปตามข้อกำหนดได้ดีกว่า และเมื่อเทียบกับ PIDA ของ R.C.Dorf และ S. Jung [1] พบว่าตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD สามารถทำการควบคุมระบบอันดับสามให้เป็นไปตามข้อกำหนดได้เช่นเดียวกับ PIDA นอกเหนือจากนั้นยังมีข้อดีกว่า PIDA ตรงที่สามารถใช้ควบคุมระบบอันดับที่สูงกว่าอันดับสามได้ในขณะที่ PIDA ใช้ได้ดีกับระบบอันดับสามเท่านั้นและยังต้องอาศัยประสบการณ์ของผู้ออกแบบในการกำหนดพารามิเตอร์ของตัวควบคุมให้ได้ที่ดีที่สุดอีกด้วย เมื่อทำการเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD ให้มีค่ามากขึ้นแล้วยังให้ผลการตอบสนองที่ดีกว่าวิธีการอื่น ๆ ทั้งหมดที่กล่าวมา รวมทั้งความคงทนของระบบก็ดีขึ้นจากการเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมนี้ด้วยเช่นกัน

ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD ยังสามารถนำไปใช้กับกระบวนการที่มีค่าของเวลาไร้ผลสนองได้ โดยทำการประมาณค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการที่มีค่าของเวลาไร้ผลสนองด้วยอนุกรม Maclaurin จากนั้นจึงทำการออกแบบตัวควบคุมตามขั้นตอนต่อไป

ข้อจำกัดของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ Stage PD คือในการออกแบบจำเป็นที่จะต้องรู้ค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการซึ่งอาจหาได้จากการประมาณค่าและตัวควบคุมนี้ไม่สามารถที่จะนำไปใช้กับกระบวนการอันดับหนึ่งได้ ซึ่งสามารถใช้ตัวควบคุม PI ได้อยู่แล้ว แต่สามารถใช้กับกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีค่าเวลาไร้ผลสนองได้เป็นอย่างดี

บรรณานุกรม

- [1] S. Jung and R.C. Dorf, “Analytic PIDA Controller Designed Technique for A Third Order System,” 35th IEEE Conference on Decision and Control Proceedings, Kobe Japan, Dec 1996. pp. 2513-2517
- [2] J.G. Ziegler and N.B. Nichols, “Optimum Settings for Automatic Controller,” Transaction of the A.S.M.E., vol. 64, Nov. 1942. pp. 759-768
- [3] Carlos A. Smith, Armando B. Corripio, **Principles and Practical of Automatic Process Control**, 2nd Ed. New York : John Wiley & Sons Inc. 1997.
- [4] Jaruvanawat Anuchit, Julsereewong Prasit, UKAKIMAPARN Prapart and TIRASESTH Kitti, “PID × (n-2) Stage PD Controller,” Ladkrabang Engineering Journal, vol. 15, no. 1, August 1998 pp. 81-86.
- [5] รศ. กิตติ ตีระเศรษฐ์, “การวิเคราะห์ระบบควบคุมเชิงเส้น เล่ม 2,” พิมพ์ครั้งที่ 4 มีนาคม พ.ศ. 2536, หน้า 279-284





เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ISSN 0125-1724

วิศวกรรม

ลาดกระบัง

คณ-วิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

LADKCRABANG ENGINEERING JOURNAL

ปีที่ 15 ฉบับที่ 1

สิงหาคม 2541

1. การออกแบบวงจรบวกทางแควเตอร์ด้วยมอสเฟต
บุญยั้ง นบนอบ กอบชัย เฉลหาญ สมเกียรติ อุภย์วรัญญู เชื้อ นกอยู่ 1
2. การออกแบบวงจรคอมพลิเมนท์รีเทอร์นารีโลจิก
กฤษณ์ อ่างแก้ว สมปอง วิเศษพานิชกิจ กอบชัย เฉลหาญ สมเกียรติ อุภย์วรัญญู เชื้อ นกอยู่ 6
3. การออกแบบและการสร้างเทอร์โมไพล์แบบจลิกอนชนิดเอ็น
รังสรรค์ เมืองเหลือ สมศักดิ์ เข็ยศิริกุล Yoichi Yasumura สมเกียรติ ศุกเดช 12
4. วงจรคุณสมบัติตามโหมดกระแส
สมเกียรติ เพรียงพานทอง กอบชัย เฉลหาญ สมเกียรติ อุภย์วรัญญู เชื้อ นกอยู่ อิทธิพงษ์ ชัยสายัณฑ์ 18
5. Various kinds of Dyadic Green's Functions of the Concentric Conducting Circular Cylindrical Waveguide
Chuwong Phongcharoenpanich Anat Mearnchu and Monai Krairiksh 23
6. การกำหนดคุณลักษณะของสัญญาณรบกวนในช่องสัญญาณย้อนกลับของโครงข่าย HFC เิงสถิติ
ชวลิต ชันไพบูลย์ อิทธิชัย อรุณศรีแสงไชย ไกรสิน ส่วงวัฒนา 29
7. การสร้างพาร์สเซอร์สำหรับภาษากึ่งธรรมชาติที่ใช้แบบจำลองเชิงแนวคิดในแอม
เทวิน ธนะวงษ์ ศุภมิตร จิตตะยโสธร 36
8. การประยุกต์ระบบผู้เชี่ยวชาญแบบพีซีนิวรอลไลเซน
รัชนี สุภัทพานิช กิตติ ไพฑูรย์วัฒนกิจ 45
9. การพัฒนาบอร์ดทดลองไมโครคอนโทรลเลอร์ตระกูล MCS@96 แบบมอนิเตอร์แยกอิสระและการประยุกต์
ใช้งานกับวงจรกรองสัญญาณเชิงเลข
พิเชษฐ ศรีสังข์งาม มนตรี คำเงิน กอบชัย เฉลหาญ สมเกียรติ อุภย์วรัญญู เชื้อ นกอยู่ 54
10. การจดจำอักษรพิมพ์ภาษาไทยโดยโครงข่ายประสาทเทียมแบบจำลอง ART
เพ็ญพรรณ ไข้วาดเจริญ บุญธีร์ เครือตราฐ 62
11. การตัดพยางค์คำไทยโดยโครงสร้างข้อมูลแบบแตกและคิกชันนารีแบบแฮชซึ่ง
สรศักดิ์ ไทยแท้ บุญธีร์ เครือตราฐ 71
12. PID x (n-2) Stage PD Controller
Anuchit Juruvanawat Prasit Julsereewong Prapart Ukakimaparn and Kitti Tirasesth 81
13. การออกแบบตัวควบคุมแบบพีโอ สำหรับคอนเวอร์เตอร์ที่ควบคุมด้วยโหมดกระแส
อภิสิทธิ์ ศรีแก้วบรร นนทวัฒน์ จุลเดช 87
14. เทคนิคการลดกระแสรบกวนในการสับคาปาซิเตอร์
ดวงพร พะวงผล ังรักษ์ บุญเส็ง 94
15. การออกแบบตัวควบคุม PIDA ด้วย CDM สำหรับพลาตันต์อันดับ 3
พฐุ โพธิ์ทอง จงกล งามวิวิทย์ Noriyuki Komine Shunji Manabe 102

PID \times (n-2) Stage PD Controller

JARUVANAWAT Anuchit, JULSEREEWONG Prasit, UKAKIMAPARN Prapart and TIRASESTH Kitti

Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

ABSTRACT

This paper presents a design technique based on the root locus approach for the Single-Input-Single-Output (SISO) systems using PID (Proportional-Integral-Derivative) \times (n-2) stage PD as a controller for the n^{th} order plant. The controller is designed based on the transient and steady state response specifications. This controller can be used instead of a conventional PID controller. The overall system is approximated as a stable and robust second order system. The desired performances are achieved by increasing the gain of the controller. In addition, the controller gain can be adjusted to obtain faster response with a little overshoot. The simulation results show the merits of this approach.

I. INTRODUCTION

Most industrial plants are type 0 and consist of three to five first order lags or dead time plus one first order lag [1]. The type 1 plant that consists of one to two first order lags is also often met in industry. The PID (Proportional-Integral-Derivative) controller is widely used by applying the well-known Ziegler-Nichols tuning method [2]. It is clear that the PID controller is properly applied in the typical second order plant. But it is quite difficult to use only the PID controller for the third or higher order plant because the order of the plant is greater than the number of zeros provided by the PID controller [3,4,5]. Moreover, the tuning methods sometimes require trial and error procedure, and the original Ziegler-Nichols settings do not always produce the best results to meet the transient response requirements because of the $1/4$ decay ratio criterion.

This paper presents a design technique based on the root locus approach for the n^{th} order plant $G_p(s)$ to satisfy transient and steady state response specifications. The PID \times (n-2) stage PD is used as a controller $G_c(s)$. The overall system is designed to be an approximated second order system. Of the two poles of $G_c(s)G_p(s)$, one is located at the origin and the other is located near the origin; these are defined as significant. If the poles of $G_c(s)G_p(s)$ are located at the origin, they are also defined as significant. The remaining (n-1) poles are considered as insignificant poles in both instances. Due to the transfer function of $G_p(s)$ usually determined through testing and physical modeling, linearization of a non-linear plant, or the uncertain parameters concerned, which cause the location of the poles may not be exact. Then (n-1) zeros of the controller are arbitrarily placed near the left-hand side of all insignificant poles of the $G_c(s)G_p(s)$ in order to reduce the effect of these poles. The desired locations of the two dominant closed-loop poles s_d are determined from the transient response specifications. The zero of $(s+z_c)$ of the controller must contribute the necessary angle to force the root locus to

go through s_d . The location of the zero of $(s+z_c)$ and the gain K_c of the system at s_d can be determined graphical or numerical computations when this procedure is not provided by pseudo quantitative feedback theory [6]. The other (n-1) closed-loop poles are located between the (n-1) pair of the open-loop pole-zeros. Hence, the amplitudes of the transient responses of these (n-1) closed-loop poles are very small and negligible although the exact pole-zeros cancellations do not occur [7]. However, the transient response does not completely satisfy the specifications because of the effect of the zero of $(s+z_c)$. By this technique, all of the root loci located on the left half of the s-plane, and the significant root locus is a circle or circle-like shape. Then the gain K_c can be adjusted to reduce maximum overshoot and obtain the desired specification. Faster response with a little overshoot can also be achieved by further adjust the gain K_c . Consequently, the system can be made stable and robust. Note that the effect of output disturbance is also rapidly eliminated.

MATLAB's simulation shows the results of this technique. For the plant with $\pm 25\%$ parameter deviation, the results show that the system performances remain essentially unchanged. Moreover, when the gain K_c is increased, the effect of the uncertain parameters is also decreased.

II. STRUCTURE OF THE SISO SYSTEM

The structure of the SISO system is shown in Fig. 1, where a unity feedback is assumed.

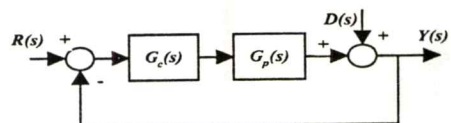


Fig. 1 Structure of the SISO system

When the PID controller is applied to a high order plant with step input, steady state error ($e_{ss}(t)$) is zero, but the transient response does not meet the specifications. The proposed PID \times ($n-2$) stage PD as a controller for the n^{th} order plant to meet the specifications and robustness is defined as

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \prod_{j=1}^{n-2} K_{pj} (1 + T_{dj} s) \quad (1)$$

$$= \frac{K_{c1}}{s} (s + z_{c1}) (s + z_{c2}) \prod_{j=1}^{n-2} (s + z_j),$$

where K_p , T_i and T_d are proportional gain, integral time and derivative time of the PID controller; K_{pj} and T_{dj} are proportional gain and derivative time of the PD controller; $-z_{c1}$, $-z_{c2}$ are the real zeros ($T_i \geq 4T_d$); of the PID controller; $-z_j$ ($j=1,2,\dots,n-2$) is the real zeros of the ($n-2$) stage PD controller and K_{c1} is the gain of the controller.

The standard form of the PID \times ($n-2$) stage PD controller is defined as

$$G_c(s) = \frac{K_{c1}}{s} (s + z_c) \prod_{j=1}^{n-1} (s + z_j), \quad (2)$$

where $-z_c$ and $-z_j$ ($j=1,2,\dots,n-1$) is the real zeros.

The structure of the n^{th} order plant is often found, which is classified into type 0 and type 1 plant, and the transfer function can be defined as

$$G_p(s) = \frac{K}{(s + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)}, \quad (3)$$

where $-p_d$ is the real pole located near the origin (type 0), and $p_d = 0$ (type 1); $-p_i$ ($i=1,2,\dots,n-1$) is real poles.

The open-loop transfer function of the closed-loop system is

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c (s + z_c) \prod_{j=1}^{n-1} (s + z_j)}{s (s + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)}, \quad (4)$$

where $K_c = KK_{c1}$.

As mentioned previously, one pole located at the origin and the other located nearest the origin, or both located at the origin, these are considered significant poles, and the remaining ($n-1$) poles are insignificant poles. The zero of ($s+z_c$) is used to force the root locus to go through s_d . The ($n-1$) zeros are placed near the left-hand side of the ($n-1$) poles in order to reduce their effect. Hence from (4),

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c (s + z_c) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{s (s + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)}, \quad (5)$$

where $-z_j = -(p_i + \varepsilon_i)$ ($j=1,2,\dots,n-1$; $i=1,2,\dots,n-1$) and ε_i is a small real number.

From (5), in case of type 0 plant, if some of $-p_i = -p_d$, only one pole of those multiple poles is considered as a significant pole.

III. DESIGN PROCEDURES

The design procedures to meet the transient response specifications are as follows:

1. The damping ratio (ζ), undamped natural frequency (ω_n) and s_d are determined from the transient response specifications in (6).

$$P.O. = 100e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} \%, \quad t_s = 4/\zeta\omega_n (\pm 2\%), \quad (6)$$

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}.$$

where $P.O.$ stand for percent overshoot and t_s is the setting time.

2. Place the location of s_d , all poles and the ($n-1$) zeros of the $G_c(s)G_p(s)$ from (5) and (6) in the s -plane.

3. Find the sum of the angles at s_d with all of the open-loop poles and the ($n-1$) zeros of $G_c(s)G_p(s)$ by graphical or by numerical computations. Then determine the necessary angle of $\angle(s_d + z_c)$ to be added so that the total sum of the angles satisfies (7).

$$\left[\angle(s_d + z_c) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i + \varepsilon_i) \right]$$

$$- \left[\angle s_d + \angle(s_d + p_d) + \sum_{i=1}^{n-1} \angle(s_d + p_i) \right] \quad (7)$$

$$= \pm(2k+1)\pi, \quad k = 0,1,2,\dots$$

4. Determine the location of the zero of ($s+z_c$) using the angle of $\angle(s_d + z_c)$ found in (7).

5. Compute the gain K_c at s_d from

$$K_c = \frac{|s_d| |(s_d + p_d)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i)|}{|(s_d + z_c)| \prod_{i=1}^{n-1} |(s_d + p_i + \varepsilon_i)|}. \quad (8)$$

6. The closed-loop transfer function is

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_c (s + z_c) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)}, \quad (9)$$

where $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \delta_i)$ are real or complex closed-loop poles located on (or close to) the negative real axis between the insignificant poles $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)$ and zeros $\prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i + \varepsilon_i)$, δ_i is a small real or complex number.

Since all of the $(n-1)$ closed-loop poles located near the open-loop zeros, it can be shown that the coefficients of these closed-loop poles are proportional to $(\varepsilon, -\delta)$ which is a very small number. This implies that, although the poles at $-p_i$ can not be cancelled, the resulting transient responses due to these closed-loop poles have insignificant amplitudes, and their effect can be neglected [7]. If pole-zeros cancellations in (9) are considered, the closed-loop system can be approximated as a second order system as

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \cong \frac{K_c(s+z_c)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

It is evident that the transient response does not completely satisfy the desired specifications because greater overshoot occurs due to the effect from the zero of $(s+z_c)$. However, the significant root locus is a circle shape on the left half of the s -plane, while the others are on (or close to) the negative real axis. This means that all of the roots of the characteristic equation located on the left half of the s -plane for all positive values of the gain K_c . Then the gain K_c can be adjusted to reduce the maximum overshoot and obtain the desired specifications. Moreover, faster response with a little overshoot is achieved by further adjust the gain K_c . Consequently, the system can be made stable and robust.

IV. EFFECT OF OUTPUT DISTURBANCE

If the output disturbance $D(s)$ occurs in the system, with the absence of the reference input $R(s)$, the output $Y(s)$ due to the disturbance is

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)} \quad (11)$$

The output disturbance has an important effect on the response at the initial state. However, the effect of output disturbance is rapidly eliminated because of the controller in the feedback path. Moreover, the effect of output disturbance can also be reduced when the gain K_c is increased higher than the designed value.

V. SIMULATION RESULTS

Example of type 0, 4th order plant

$$G_p(s) = \frac{K}{(s+1)(s+2)^2(s+3)}$$

The desired specifications for step input are

$$P.O. \leq 5\%, \quad t_s(\pm 2\%) \leq 1 \text{ sec}, \quad e_{ss}(t) = 0.$$

From the desired specifications,

$$\zeta = 0.690, \quad \omega_n = 5.796 \text{ rad/sec}, \quad s_d = -4 \pm j 4.195.$$

The controller is first set as

$$G_c(s) = \frac{K_{cl}}{s}(s+z_c)(s+2.1)^2(s+3.2).$$

Determine the angle and location of the zero of $(s+z_c)$ in according to the s_d ,

$$\angle(s_d + z_c) = 84.068^\circ, \quad -z_c = -4.436.$$

The gain K_c at $s_d = 7.29$ is determined. Hence,

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{7.29(s+4.436)(s+2.1)^2(s+3.2)}{s(s+1)(s+2)^2(s+3)}$$

Figure 2 shows the root locus plot of the closed-loop system. It is clear that all of the roots of the characteristic equation are located on the left half of the s -plane for all positive values of the gain K_c , and when the gain K_c is increased, the $P.O.$ is decreased. This implies that the controlled system can be made stable and robust.

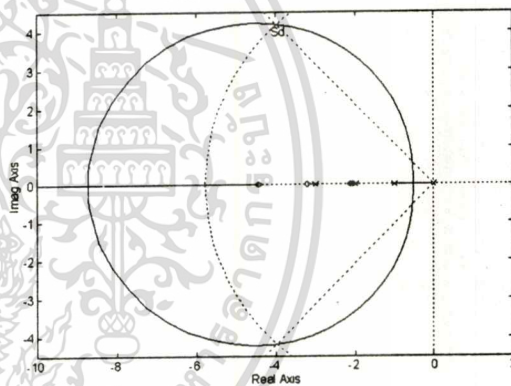


Fig. 2 Root locus plot of the closed-loop system

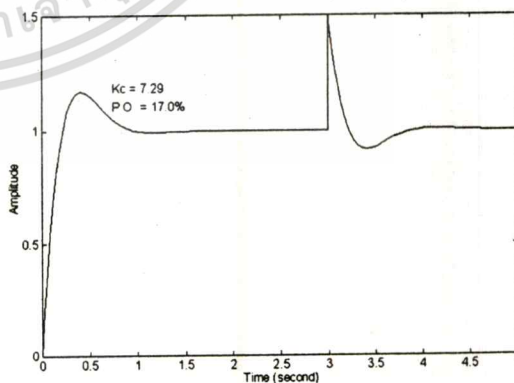


Fig. 3 Step response of the controlled system (type 0 plant)

The step response of the controlled system (type 0 plant) for the designed $K_c = 7.29$ ($P.O. = 17\%$, $t_s = 0.8$ sec, $e_{ss}(t) = 0$), with the effect of 50% output disturbance occurred at $t = 3$ sec., is shown in Fig. 3. With the designed K_c , the maximum overshoot is greater than the desired specification, but the other specifications are obtained.

Figure 4 shows the step responses of the controlled system (type 0 plant) that satisfy all specifications when K_c is adjusted to 55 ($P.O. = 5\%$, $t_s = 0.3$ sec, $e_{ss}(t) = 0$), and for $K_c = 165$ ($P.O. = 2\%$, $t_s = 0.02$ sec, $e_{ss}(t) = 0$), with the effect of 50% output disturbance at $t = 3$ sec. When K_c is increased, faster response is obtained.

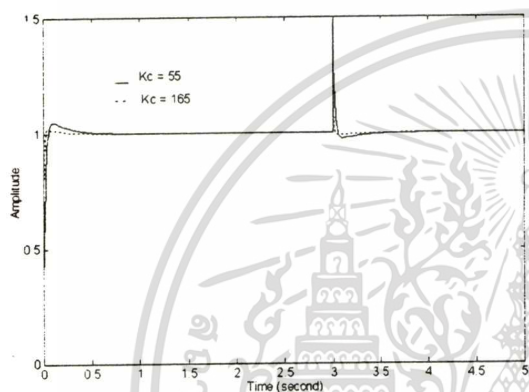


Fig. 4 Step responses of the controlled system (type 0 plant)

Example of type 1, 3rd order plant

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+4)}$$

With the same specifications are desired,

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{8.26(s+3.79)(s+1.3)(s+4.2)}{s^2(s+1)(s+4)}$$

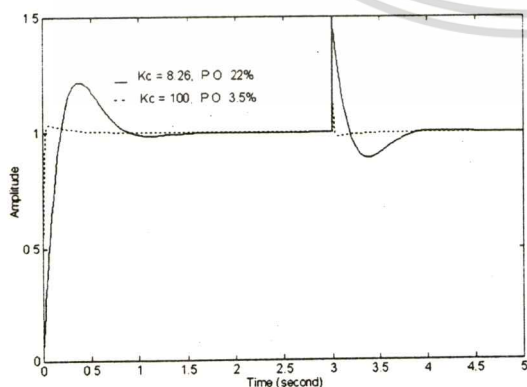


Fig. 5 Step responses of the controlled system (type 1 plant)

Figure 5 shows the step response of the controlled system (type 1 plant) for the designed $K_c = 8.26$ ($P.O. = 22\%$, $t_s = 0.8$ sec, $e_{ss}(t) = 0$), with the effect of 50% output disturbance at $t = 3$ sec. When K_c is adjusted to 100, the step response that satisfy all specifications ($P.O. = 3.5\%$, $t_s = 0.2$ sec, $e_{ss}(t) = 0$), is also shown for comparison. It is noted that when K_c is increased, the effect of output disturbance is decreased.

Example of a plant with uncertain parameters

If $\pm 25\%$ parameter deviation occurs, the transfer functions of $G_c(s)G_p(s)$ in the previous example of the type 0 plant are (controller parameters remain unchanged)

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c(s+4.436)(s+2.1)^2(s+3.2)}{s(s+1.25)(s+2.5)^2(s+3.75)}; (+25\%)$$

and

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{K_c(s+4.436)(s+2.1)^2(s+3.2)}{s(s+0.75)(s+1.5)^2(s+2.25)}; (-25\%)$$

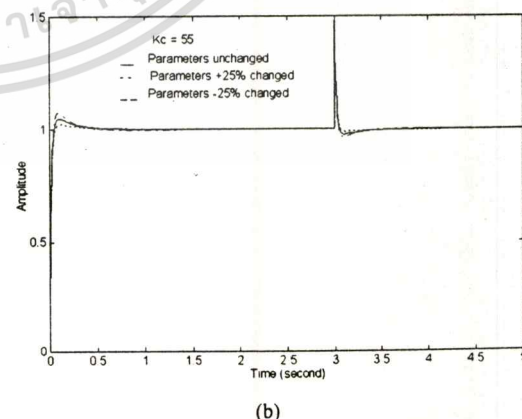
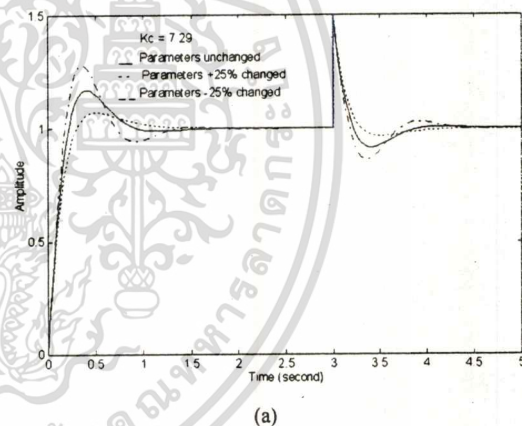


Fig. 6 Step responses of the controlled system (type 0 plant) with parameters unchanged and $\pm 25\%$ changed

The step response of the controlled system (type 0 plant) without parameter deviation compared to the step responses with $\pm 25\%$ parameter deviation for $K_c = 7.29$ and $K_c = 55$, are shown in Fig 6 (a) and (b) respectively. It can be concluded that system performances remain essentially unchanged when $K_c \geq 55$.

VI. CONCLUSION

In general, the PID controller is properly applied for the typical second order plant. But for the third or higher order plant, only the PID controller is not appropriated. Moreover, when the high gain is required in order to reduce the effect of the steady state error or the effect of the disturbance, the degree of the relative stability of the controlled system is declined, or the controlled system may become unstable. That is, the roots of the characteristic equation will move towards or located on the right-hand side of the s-plane.

The PID \times (n-2) stage PD controller designed by the root locus technique has been proposed in this paper. The merits of this controller can be applied to the high order plant instead of the conventional PID controller. With this proposed controller, the controlled system can be approximated as a second order system. For all positive values of the gain K_c , all of the roots of the characteristic equation of the controlled system are located on the left half of the s-plane. In increasing the gain K_c higher than the designed value, the step response is satisfied both the transient and steady state response specifications. Faster response with a little overshoot can also be obtained if required. That is, the controlled can be made stable and robust. Moreover, the controller rapidly eliminates the effect of output disturbance. All these merits are confirmed by the simulation results. The results also show that the controller can be applied to the plant with $\pm 25\%$ parameter deviation. This also indicates that the controlled system could be made robust.

However, this proposed controller can not be applied to the first order plant and the PI controller is used instead.

REFERENCES

- [1] D.W. Pessen, "A New Look at PID Controller Tuning", Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 116, pp. 553-557, Sept. 1996.
- [2] J.G. Ziegler and N.B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers", Transactions of the A.S.M.E., Vol. 64, pp. 759-768, Nov. 1942.
- [3] S. Jung and R.C. Dorf, "Analytic PIDA Controller Design Technique for A Third Order System", 35th IEEE Conference on Decision and Control Proceedings, Kobe Japan, pp. 2513-2517, Dec. 1996.
- [4] P.N. Paraskevopoulos, "On the Design of PID Output Feedback Controllers for Linear Multi-variable Systems", IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol. IECI 27, pp. 16-18, Feb. 1980.
- [5] R.C. Dorf and D.R. Miller, "A Method for Enhanced PID Controller Design", Journal of Robotics and Automation, Vol. 6, pp. 41-47, 1991.
- [6] R.C. Dorf and R.H. Bishop, Modern Control Systems, pp. 681-683, 7th Edition, Addison Wesley, 1995.
- [7] B.C. Kuo, Automatic Control Systems, pp. 761-763, Seventh Edition, Prentice-Hall International Edition, 1995.

Anuchit JARUWANAWAT

He received the B. Science. (Applied Physics) degree from the Faculty of Science King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok Thailand, in 1986. He has been with the Faculty of Science since 1987. He is currently a lecturer in the field of applied physics a the Department of Applied Physics. He is also pursuing for his Master degree in Electric Engineering at the Faculty Engineering, KMITL. His research interest include applied physics and process control.

Prapart UKAKIMAPARN

He received the B. Ind. (Instrumentation) and M.Eng. (Electrical) degree from the Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok Thailand, in 1985 and 1994 respectively. He has been with the Faculty of Engineering, KMITL. since 1986. He is currently an Assistance Professor at the Department of Industrial Instrumentation Technology. His research interests include motor control and mechatronics.

Prasit JULSEREEWONG

He received the B. Ind. Tech. (Instrumentation) and M.Eng. (Electrical) degree from the Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok Thailand in 1982 and 1994 respectively. He had joined in the industrial work in the field in instrumentation and control for 12 years since 1982. form 1995, he has been with the Department of Industrial Instrumentation Technology as a professional lecturer in the field of industrial instrumentation. His research interests include instrumentation and process control.

Kitti TIRASESTH

He received the B.Eng. (telecommunication) degree from the Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology (KMITL), Ladkrabang, Bangkok, Thailand in 1975, and received the M.Eng. (control) degree from the school of Engineering Tokai University, Japan, in 1978. He has been with the Faculty of Engineering, KMITL, since 1978. He is currently an Associate Professor at the Department of Industrial Instrumentation Technology. His research interests include control and its applications.

ประวัติผู้เขียน

นายอนุชิต จารุวนาววัฒน์ เกิดเมื่อวันที่ 23 ธันวาคม พ.ศ. 2505 ที่จังหวัดระยอง สำเร็จการศึกษาชั้นมัธยมปลายจากโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยและสำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตร์บัณฑิตสาขาฟิสิกส์ประยุกต์ (Solid-state Electronics) จากภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อปีการศึกษา 2529

ปี พ.ศ. 2530 เข้ารับราชการเป็นลูกจ้างชั่วคราวในตำแหน่งอาจารย์ ประจำภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังและได้รับบรรจุเป็นข้าราชการประจำในตำแหน่งอาจารย์เมื่อปี พ.ศ. 2534 ปัจจุบันดำรงตำแหน่งอาจารย์ระดับ 6 ประจำภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และดำรงตำแหน่งรองผู้อำนวยการสำนักทะเบียนและประมวลผล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

