



การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก EI
Design of an EI core Inductor



ปริญญานิพนธ์เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2538

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารที่
037026

ปีการศึกษา 2538

การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก EI
Design of an EI core Inductor



โดย
นายณัฐติพล ทันจิตรวัฒนะ 35104135
นายค่อพงศ์ ยวงพานิช 35104151
นายอนุชิต ศรีสมบูรณ์สกุล 35104522

อาจารย์ที่ปรึกษา

ดร. ชัยวุฒิ นัตอรุทัย

อาจารย์ วีระศักดิ์ วงศ์วิวัต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาบัตรปีการศึกษา 2538

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก EI

โดย



นายฉัฐติพล

ทันจิตรวิวัฒน์

35104135

นายค่อพงศ์

ยวงพานิช

35104151

นายอนุชิต

ศรีสมบูรณ์สกุล

35104522

อาจารย์ที่ปรึกษา

(ดร. ชัยวุฒิ นิตรอุทัย)

อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ วีระศักดิ์ วงศ์วิวัตติ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	I
ABSTRACT	II
สารบัญรูป	III
สารบัญตาราง	IV
บทที่ 1 บทนำและวัตถุประสงค์	1
บทที่ 2 การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก EI	3
2.1 บทนำ	3
2.2 แบบจำลองของตัวเหนี่ยวนำ แกน EI	4
2.3 ข้อกำหนดของปัญหาการออกแบบตัวเหนี่ยวนำ แกน EI	5
2.4 หลักการออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยทั่วไป	7
บทที่ 3 ทฤษฎีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อออกแบบตัวเหนี่ยวนำ	12
3.1 บทนำ	12
3.2 Gradient Evaluations	23
3.3 Optimization โดยวิธี Unconstrained Numerical	30
3.4 วิธีการเปลี่ยนรูป (Transformation)	36
บทที่ 4 แผนผังของโปรแกรมการหาค่าที่เหมาะสม	44
บทที่ 5 ผลการทดสอบ	50
5.1 การหาค่าคุณสมบัติของแกนเหล็ก	50
5.2 การหาค่าความเหนี่ยวนำ	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 การสร้างตัวเหนี่ยวนำเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากโปรแกรม	60
5.4 การเปรียบเทียบการออกแบบตัวเหนี่ยวนำแบบแกนเหล็ก EI โดยวิธี Area Product และวิธีจากโปรแกรม	64
5.5 สรุปผลการทดสอบ	80
บทที่ 6 สรุปผลและวิจารณ์	81
ภาคผนวก	83
ภาคผนวก ก การออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยวิธี Area Product	84
ภาคผนวก ข Minimization or Maximization of Function	98
ภาคผนวก ค Magnetic Circuit and Magnetic Materials	122
ภาคผนวก ง ส่วนประกอบของตัวเหนี่ยวนำ	157
ภาคผนวก จ ตารางค่าต่างๆที่ใช้	166
กิตติกรรมประกาศ	
เอกสารอ้างอิง	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก EI

โดย นายฉัฐติพล ทันจิตรวัฒนะ
นายต่อพงศ์ ยวงพานิช
นายอนุชิต ศรี สมบูรณ์สกุล

อาจารย์ที่ปรึกษา ดร. ชัยวุฒิ นัตถฤทัย
อาจารย์ วีระศักดิ์ วงศ์วิวัฒน์

บทคัดย่อ

โครงการนี้ได้กล่าวถึงหลักการทำงาน และการออกแบบ ตัวเหนี่ยวนำแกน EI ซึ่งสามารถนำไปใช้ในอิเล็กทรอนิกส์กำลังและทางด้านไฟฟ้ากำลัง เช่น ฟิลเตอร์ , เพาเวอร์คอนเวอร์เตอร์ และ PWM อินเวอร์เตอร์ โดยแกนเหล็กที่ใช้ อาจจะเป็น iron powder , ferrite หรือ ferro ซึ่ง สามารถดูคุณสมบัติได้จากแคตตาล็อก ในการออกแบบนี้เราได้ใช้ทฤษฎีกระบวนการทางเชิงตัวเลข (Numerical) โดยวิธี Optimization มาช่วยเพื่อให้ได้ขนาดของตัวเหนี่ยวนำที่มีน้ำหนักรวมน้อยที่สุดและขนาดกะทัดรัด แต่ค่าความเหนี่ยวนำจะต้องได้ตามที่กำหนดไว้ ผลที่ได้ก็คือจะทำให้ตัวเหนี่ยวนำมีขนาดที่เหมาะสมและประหยัดค่าใช้จ่ายในการสร้าง

Design of an EI core Inductor

By Mr.Nattipon Thanjitwattana
Mr.Topong Yaungpanit
Mr.Arnuchit Srisomboonsakul

Advisor Mr.Chaiyut Chatauthai
Mr.Veerarak Vongviwat

ABSTRACT

This article has described performance and designing of inductor with EI core which can use in power electronics and electrical power such as filter , power converter and pulse-width-modulated (PWM) inverter.By used core may be iron powder, ferrite or ferro which can find characteristic from the catalogues. In designing, we use numerical by optimization method to give minimum weight and compact of inductor. But inductance must be along fixed. Result of designing, inductor has optimize size and economic cost in creation.

สารบัญรูป

	หน้า
รูป 2.1 E-I core configuration	4
รูป 3.1 แผนผังแสดงอัลกอริทึมของการ Optimisation	15
รูป 3.2 Constraint status at design points a,b,c and d	17
รูป 3.3 Usable and feasible search direction	18
รูป 3.4 Relative optima of constrained function	19
รูป 3.5 Geometric interpretation of the Kuhn-Tucker condition	21
รูป 3.6 Graphical representation of optimum point	22
รูป 3.7 Finite difference intervals	25
รูป 3.8 อัลกอริทึมของการคำนวณหาค่าของ h	26
รูป 3.9 ค่าความถูกต้องของการประมาณค่าแบบ finite difference ของ $\frac{\partial F}{\partial x_1}$ ในตารางที่ 3.1 เมื่อ $\frac{\partial F}{\partial x_1}$ มีค่ามาก	29
รูป 3.10 ค่าความถูกต้องของการประมาณค่าแบบ finite difference ของ $\frac{\partial F}{\partial x_1}$ ในตารางที่ 3.2 เมื่อ $\frac{\partial F}{\partial x_1}$ มีค่าน้อย	29
รูป 3.11 Classification of search methods	31
รูป 3.12 Step size determination algorithm	33
รูป 3.13 Rosenbrock 's function	34
รูป 3.14 Performance of the Rosenbrock 's function using unconstrained minimisation method	35
รูป 3.15 Iteration process of design variable using unconstrained minimisation method	36
รูป 3.16 Classification of the transformation methods	37
รูป 3.17 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าฟังก์ชัน ต่ำสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย 2 inequality constraints	39
รูป 3.18 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าฟังก์ชัน ต่ำสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย single equality constraints	40
รูป 3.19 Illustration of the interior penalty function methods	40

รูป 3.20	General procedure for the sequential unconstrained minimisation techniques	43
รูป 5.1	B-H curve of limination	56
รูป 5.2	Core loss of limination	58



สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 2.1 ลักษณะเฉพาะของแกนแม่เหล็กไฟฟ้า	6
ตาราง 3.1 First derivatives of $F(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$	27
ตาราง 3.2 First derivatives of $2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - x_1 - x_3 - 0.8x_2x_3$	28
ตาราง 3.3 การแสดงคำตอบต่างๆของ Rosenbrock 's function ที่แก้ปัญหาโดยใช้วิธี Powell ; PR และ BFGS	35
ตาราง 5.1 ผลการทดลองตัวเหนี่ยวนำที่มีขนาด $2E = 3$ นิ้ว $D = 2.6$ เซนติเมตร จำนวนรอบขดลวด 169 รอบ ความถี่ 50 Hz	52
ตาราง 5.2 ค่า B-H ที่ได้จากรายการ 5.1	54
ตาราง 5.3 ค่า B และ P_c	57
ตาราง 5.4 เปรียบเทียบค่าต่างๆที่ได้จากการคำนวณและทดสอบ $L = 15$ mH 15 A	62
ตาราง 5.5 เปรียบเทียบค่าต่างๆที่ได้จากการคำนวณและทดสอบ $L = 50$ mH 6 A	64
ตาราง 5.6 เปรียบเทียบผลที่ได้จาก โปรแกรมและวิธี Area Product $L = 22.8$ mH 15 A	78
ตาราง 5.7 เปรียบเทียบผลที่ได้จาก โปรแกรมและวิธี Area Product $L = 45.7$ mH 6 A	79

บทที่ 1

บทนำและวัตถุประสงค์

จุดประสงค์ของปฏิญานิพนธ์นี้ เพื่อศึกษาถึงการออกแบบตัวเหนี่ยวนำ เนื่องจาก ตัวเหนี่ยวนำจะถูกนำไปใช้เป็นส่วนประกอบในวงจรอิเล็กทรอนิกส์กำลังและทางด้านไฟฟ้ากำลัง ซึ่งการออกแบบโดยทั่วไปจะไม่คำนึงถึงว่าจะเลือกแกนเหล็กให้เหมาะสมกับการออกแบบโดยจะเผื่อขนาดแกนเหล็กเอาไว้เพื่อให้สามารถพันขดลวดได้ทำให้เป็นการสิ้นเปลือง แต่ในการศึกษานี้จะออกแบบตัวเหนี่ยวนำให้มีขนาดที่ Optimum โดยที่ใช้หลักการของการ Optimization มาใช้ ซึ่งเนื้อหาของปฏิญานิพนธ์นี้แบ่งออกเป็น 6 บท คือ

บทที่ 1 บทนำ

บทที่ 2 การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแบบแกนเหล็ก EI

เป็นการแนะนำการออกแบบเบื้องต้นที่จำเป็นต้องใช้ , แสดงแบบจำลองของตัวเหนี่ยวนำแบบแกนเหล็ก EI และบอกข้อกำหนดของปัญหาของการออกแบบ

บทที่ 3 ทฤษฎีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อออกแบบตัวเหนี่ยวนำ

หลังจากทราบถึงการออกแบบเบื้องต้นแล้ว บทนี้จะแนะนำถึงทฤษฎีโดยทั่วไปของการ Optimization , Gradient Evaluation, Unconstrained Numerical Optimization, Transformation Method. ซึ่งจะนำมาใช้ในการออกแบบ

บทที่ 4 อธิบายการทำงานของโปรแกรมโดยใช้ Flow chart

แสดงลำดับการทำงานของโปรแกรมโดยใช้ Flow chart เพื่อให้สามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น

บทที่ 5 การเปรียบเทียบผลที่ได้จากโปรแกรมกับวิธี Area Product

เป็นการแสดงการเปรียบเทียบให้เห็นถึงความแตกต่างของวิธี Optimization ที่ได้จากโปรแกรม และวิธี Area Product เพื่อให้เห็นได้ง่ายขึ้น

บทที่ 6 บทสรุป

เป็นการสรุปการออกแบบตัวเหนี่ยวนำทั้งหมด

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก เป็นทฤษฎีและการออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยวิธี Area Product

ภาคผนวก ข เป็นวิธีการต่างๆในการหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุดในกระบวนการเชิงตัวเลข

ภาคผนวก ค วงจรแม่เหล็กไฟฟ้าและวัสดุทางแม่เหล็ก

ภาคผนวก ง ส่วนประกอบของตัวเหนี่ยวนำ

ภาคผนวก จ ตารางค่าต่างๆ

บทที่ 2

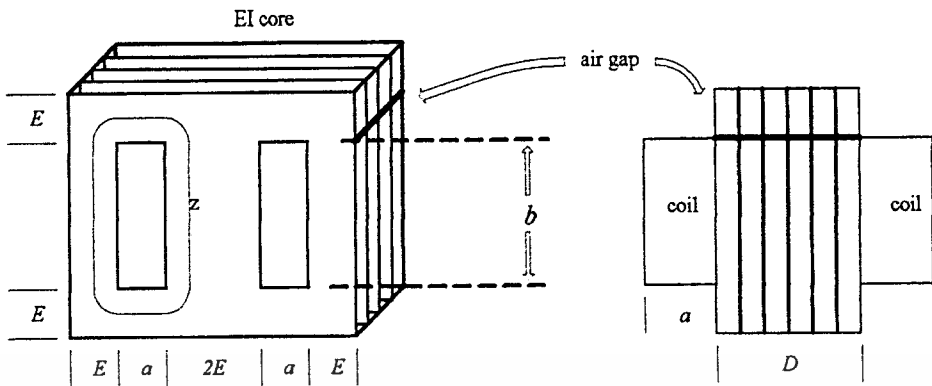
การออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก EI

2.1 บทนำ

การออกแบบตัวเหนี่ยวนำมีอยู่หลายวิธีการเพื่อพัฒนาการสร้างความเหนี่ยวนำที่เหมาะสมสำหรับนำไปใช้งานทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ ตัวอย่างเช่น Power Converter, Power inverter และ Pulse-width-modulated (PWM) inverter เราสามารถออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยปรับปรุงทางภาคปฏิบัติ ดังแสดงให้เห็นในหนังสือการออกแบบของ Mclyman [1988] เพื่อคำนวณหาข้อมูลของแกนเหล็กให้ได้ตามต้องการ เช่น core geometry, พื้นที่ชิ้นงานซึ่งมีพื้นที่ในส่วนที่เป็นช่องว่างและพื้นที่ภาคตัดขวาง ประเภทของแกนเหล็กมีหลายชนิดเช่น iron powder, ferrite และ ferro ซึ่งใน catalogues จะมีตาราง, กราฟ และตัวอย่างสำหรับงานออกแบบที่ยาก ๆ การปรับปรุงเหล่านี้บางครั้งการออกแบบอาจจะไม่เหมาะสมสำหรับงานเฉพาะอย่างเพราะมันมีข้อจำกัดในการใช้ออกแบบ

ในส่วนนี้การใช้ numerical จะเหมาะสมกับการออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกน EI ซึ่งการเหนี่ยวนำของแกนเหล็กมีค่าสูงมาก และในการออกแบบจะสามารถปรับขนาดเหล็กได้ง่าย เพราะสามารถปรับช่องอากาศได้ตามต้องการ จุดประสงค์ของการออกแบบนี้คือ ให้น้ำหนักรวมมีค่าน้อยที่สุดโดยได้กำหนดให้ [4] พื้นที่หน้าตัดของขดลวดตัวนำที่มีกระแสไหลผ่านเป็น A_c กระแสสูงสุดของขดลวด เป็น I_p และค่าความเหนี่ยวนำที่ต้องการเป็น L_d ค่าคงที่ที่ควรรู้ในการออกแบบเช่น ความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็กสูงสุดของแกนเหล็กคือ B_{max} ความหนาแน่นของตัวนำไฟฟ้าคือ D_w ความหนาแน่นของแกนเหล็ก คือ D_i

รูปร่างของตัวเหนี่ยวนำแกน EI (ได้แสดงในรูปที่ (2-1) ซึ่ง a คือความกว้างของช่องว่าง b คือ ความยาวของช่องว่าง $2E$ คือความกว้างของ tongue และ D คือ ความหนาแน่นของแกนเหล็ก จุดมุ่งหมายในการออกแบบนี้คือให้ได้รูปร่างของตัวเหนี่ยวนำที่เหมาะสมและมีน้ำหนักเบาที่สุด ดังนั้นจึงต้องหาค่า $a, b, 2E$ และ D ด้วยวิธีต่าง ๆ



รูปที่ 2-1 E-I core configuration

2.2 แบบจำลองของตัวเหนี่ยวนำแกน EI

ค่าความเหนี่ยวนำ คือ อัตราส่วนของค่าฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดกับกระแสที่ผ่านใน Inductor ดังนั้น ค่าความเหนี่ยวนำ L สามารถหาได้จาก

$$L = \frac{\lambda_{\phi}}{I_p} = \frac{N_w B_{max} A_m}{I_p} = \frac{\mu N_w^2 A_m}{Z} \quad (2-1)$$

ซึ่ง $\lambda_{\phi} = N_w \phi$ คือฟลักซ์ที่เกี่ยวข้อง, N_w คือจำนวนรอบของขดลวด, A_m คือพื้นที่ภาคตัดขวางของแกนเหล็ก, μ คือค่า permeability และ Z คือ ทางเดินหลักของแม่เหล็ก

ความยากในการใช้วิธี numerical คำนวณเนื่องจากการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งขึ้นอยู่กับค่า permeability ของแม่เหล็กในแกนเหล็ก ทางด้านปฏิบัติการออกแบบตัวเหนี่ยวนำสำหรับแบบทดลองจะพิจารณาค่ากระแสแม่เหล็กในช่องอากาศด้วย สำหรับคำนวณค่าความเหนี่ยวนำ แสดงได้ว่าถ้ารวมเอาค่าของสนามแม่เหล็กในช่องว่างอากาศด้วย จะได้ค่า permeability สูง ในชิ้นงานซึ่งพอจะทราบได้ว่า ช่องอากาศจะต้องรวมเข้ากับวงจร ซึ่งหมายความว่าความหนาแน่นของฟลักซ์จะถูกควบคุมโดยระยะช่องอากาศ

จากสมการที่ (2-1) จะหาค่า A_m , Z และ μ ได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A_m = (2E)D \quad (2-2)$$

$$Z = (2a + 2b) + \pi E \quad (2-3)$$

$$\mu = \frac{L_d Z}{(N_w)^2 A_m F_s} \quad (2-4)$$

ซึ่ง F_s (Stacking Factor) คือ ค่าประสิทธิภาพของแกนเหล็กที่คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ที่ใช้ในวงจรแม่เหล็ก

ค่าตัวแปรเหล่านี้เพียงพอที่จะให้นักออกแบบเลือกแกนเหล็กตามที่ต้องการจาก catalogues ในทางปฏิบัติ ข้อมูลที่เหมาะสมเหล่านี้อาจจะไม่ตรงตาม catalogues แต่ข้อมูลเหล่านี้ช่วยเป็นแนวทางในการหาน้ำหนักต่ำสุด

2.8 ข้อกำหนดของปัญหาการออกแบบตัวเหนี่ยวนำแกน EI

นักออกแบบจำเป็นต้องสังเกตในการออกแบบของตัวเหนี่ยวนำ ในส่วนของการออกแบบ มีสิ่งจำเป็นที่จะต้องพิจารณา อยู่ 2 อย่าง เพื่อให้ได้รูปร่างของตัวเหนี่ยวนำแกน EI ที่เหมาะสม คือ

1) ค่าความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก

$$B_{max} A_m F_s N_w = L_d I_p \quad (2-5)$$

ได้เลือก Magnesil (Si 3%, Fe 97%) เป็นแกนแม่เหล็กซึ่งถูกใช้ในการออกแบบตามตารางที่ (2-1) จะสังเกตได้ว่าลักษณะเฉพาะของ Magnesil คือมีค่าความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กสูง และค่าความหนาแน่นวัตต์ต่ำ

ตารางที่ 2-1 ลักษณะเฉพาะของแกนแม่เหล็กไฟฟ้า

Material	Percentage	B _{max} (tesla)	Density (g/cm ³)
Magnesil	3%Si, 97%Fe	1.6	7.63
Orthonol	50%Ni, 50%Fe	1.5	8.24
48 Alloy	48%Ni, 50%Fe	1.2	8.19

2) .พื้นที่ช่องว่าง

$$\frac{A_c N_w}{F_w} = a b \quad (2-6)$$

ซึ่ง F_w (Window Utilization Factor) คือ พื้นที่ช่องว่างของขดลวดที่เกิดขึ้นบนแกนเหล็กที่นำมาพัน

ปัจจัยที่มีผลมีอยู่ 4 อย่างคือ ฉนวนของขดลวด, ขดลวดที่วางพาดกัน, พื้นที่กระสวย (bobbin area) และฉนวนที่ป้องกันระหว่างขดลวดที่พันกันอยู่แต่ละชั้น

ตัวอย่างของค่านี้นี้ประมาณ 0.4 ซึ่งค่านี้นี้ทำให้แน่ใจได้ว่าค่าของประสิทธิภาพของช่องว่างแกนเหล็กเพียงพอในการพัน

จากสมการที่ (2-2) นำเอา A_m มาแทนและจากสมการที่ (2-6) นำเอา N_w มาแทนในสมการที่ (2-5) ดังนั้นจะได้ค่าความหนาแน่นของฟลักซ์ คือ

$$\frac{B_{max} F_s F_w a b (2E) D}{A_c} = L_d I_p \quad (2-7)$$

น้ำหนักทั้งหมดของตัวเหนี่ยวนำ (W_t) ประกอบด้วยน้ำหนักของแกนเหล็ก (W_i) และขดลวด (W_w) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$W_t = 2 D_i F_s (2E) D (2E + a + b) \quad (2-8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$W_w = D_w A_c N_w (MLT) = 2D_i F_c A_c N_w (2E + D) \quad (2-9)$$

ซึ่ง F_c (Pitch Factor) คืออัตราส่วนของจำนวนตัวนำที่คิดค่าความยาวเฉลี่ยถึงเส้นรอบวง กับ MLT (ความยาวเฉลี่ยต่อหนึ่งรอบ) ให้ $MLT = 2F_c (2E + D)$
รวมสมการที่ (2-8) กับ (2-9) จะได้ว่า

หาค่าต่ำสุดของ

$$W_i(a, b, 2E, D) = 2D_i F_s (2E) D (2E + a + b) + 2D_w F_c F_w a b (2E + D) \quad (2-10)$$

โดยที่

$$\frac{B_{max} F_s F_w a b (2E) D}{A_c} - L_d I_p = 0 \quad (2-11)$$

เพื่อหลีกเลี่ยงการปฏิบัติที่ยุ่งยาก เราควรรวมขนาดโดยการจำกัดขอบเขตของค่าต่ำสุดและค่าสูงสุด จะได้ดังนี้

$$2.5E - 03 \text{ m} \leq (a, b, 2E, D) \leq 3.0E - 01 \text{ m} \quad (2-12)$$

2.4 หลักการออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยทั่วไป

ในการออกแบบตัวเหนี่ยวนำ (Inductor Design) สิ่งที่ต้องคำนึงในการออกแบบก็คือ การเลือกอุปกรณ์

1. ชนิด ลักษณะ โครงสร้าง และขนาดของแกนเหล็ก
2. ชนิด รูปร่าง ขนาด และจำนวนรอบที่ใช้ในการพันของลวดตัวนำ
3. ชนิด และลักษณะของฉนวน
4. ลักษณะ โครงสร้างของ case ตลอดจนการระบายความร้อน
5. คุณสมบัติทางไฟฟ้า และเชิงกลอื่นๆ

ข้อกำหนด

1. ค่าความเหนี่ยวนำ
2. ขนาดและรูปร่างรวมทั้งความถี่ของกระแสและแรงดัน
3. กำลังสูญเสีย ประสิทธิภาพ หรือ อุณหภูมิเพิ่ม (T_{rise})
4. คุณสมบัติทางไฟฟ้า และเชิงกลอื่นๆ

ขีดจำกัด

1. ความหนาแน่นสนามแม่เหล็กอิ่มตัวของแกนแม่เหล็ก
2. กำลังสูญเสียในลวดทองแดงหรือแกนเหล็ก
3. คุณสมบัติอื่นๆ เช่น Permeability (μ), Break down voltage (V_b)

สมการของการออกแบบ

จากขีดจำกัดของแกนแม่เหล็ก (Saturation or Coreloss)

$$B_{max} = \frac{\phi_{max}}{S} = \frac{\lambda_{max}}{S \cdot N} = \frac{L I_{peak}}{S \cdot N} \quad (2-14)$$

$$\phi_{max} = \frac{L I_{peak}}{N} \quad \text{สนามแม่เหล็กแปรตามกระแส} \quad (2-15)$$

$$k \cdot W = N \cdot A_w \quad \text{ขีดจำกัดของหน้าตัด ; } k = 0.8-0.9 \quad (2-16)$$

จากขีดจำกัดของลวดทองแดง โดยคำนึงถึงการสูญเสีย ($Cu \text{ loss} : P_{cu}$)

$$P_{cu} = I_{rms}^2 \cdot R \quad (2-17)$$

$$R = \frac{\rho l}{A_w} \quad (2-18)$$

$$J = \frac{I_{rms}}{A_w} \quad (2-19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{โดยที่ } J = 100 - 1000 \text{ A/cm}^2$$

$$\rho = 1.724 \times 10^{-8} \Omega\text{-m}$$

จากคุณสมบัติของวงจรมแม่เหล็กและตัวเหนี่ยวนำ

$$L = N^2 P_c = \frac{N^2}{R_c} \quad (2-20)$$

$$R_c = R_m + R_g ; R_g = \frac{l_g}{\mu_o \cdot S}$$

$$l_g = \frac{N^2 \mu_o S}{L} \quad (2-21)$$

2.4.1. การออกแบบโดยใช้วิธีการคำนวณแบบ A_p Approach

วิธีนี้เป็นการออกแบบที่ใช้ค่า T_{rise} ซึ่งอยู่ในรูปของความหนาแน่นของกระแสของลวดตัวนำ $J = 100 - 1000 \text{ A/cm}^2$

$$N = \frac{L \cdot I_{peak}}{B_{max} \cdot S} \quad (2-22)$$

$$k \cdot W = \frac{N I_{rms}}{J} \quad (2-23)$$

แทนค่า N จะได้

$$A_p = W \cdot S = \frac{L \cdot I_{peak} \cdot I_{rms}}{k \cdot B_{max} \cdot J}$$

ถ้า $I_{peak} = I_{rms}$

$$A_p = W \cdot S = \frac{2E_{peak}}{k \cdot B_{max} \cdot J} \quad \text{เมื่อ} \quad E_{peak} = (1/2) L \cdot I_{peak}^2 \quad (2-24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนในการออกแบบโดยวิธี A_p Approach

1. จากข้อกำหนดและขีดจำกัดคำนวณค่า A_p
2. เลือกขนาดของแกนให้มีค่ามากกว่า A_p ที่คำนวณได้จากข้อ 1
3. คำนวณหาจำนวนรอบของขดลวดเหนี่ยวนำ (N)
4. คำนวณหาขนาดของลวดตัวนำ (A_w)
5. เลือกเบอร์ของลวดทองแดงให้มี A_w ใหญ่กว่า A_w ที่ได้จากการคำนวณในข้อ 4 โดยเลือกรัศมี ของลวดทองแดงที่เล็กกว่าความลึกผิวของทองแดง (skin depth) ที่ความถี่สูงสุดที่ใช้งานโดยที่ $\delta (m) = \sqrt{2\rho/\mu\omega}$
6. คำนวณหา $P_{cu} = I_{rms}^2 \cdot R$
7. ปรับค่า J เริ่มตั้งแต่ข้อ 1 - 6 ใหม่ จนได้ P_{cu} ที่เหมาะสม
8. คำนวณหาขนาดของช่องว่างอากาศ (air gap) $l_g = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot S}{L}$ หรือ ค่า μ ของแกน
9. คำนวณหาค่า Fringing Flux Correction Factor (F)

$$F = 1 + (l_g / \sqrt{S}) \{ \ln(2G / l_g) \}$$

อันเนื่องมาจากผลของฟลักซ์ที่ขอบ ทำให้พื้นที่หน้าตัดของช่องว่างอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น

10. ปรับลด l_g จนได้ค่า L ตามต้องการ

2.4.2. การออกแบบ inductor โดยทั่วไป

ในการออกแบบ inductor เราจะต้องกำหนดค่าหรือทราบค่าดังต่อไปนี้

1. ค่ากระแสที่ต้องการใช้งาน (A)
2. ค่า inductor ที่ต้องการในการออกแบบ (L)

ขั้นตอนในการออกแบบ

1.หาค่าของโวลต์เตจ จากสูตร

$$V = 2\pi fLI \quad (2-25)$$

2.หาค่าพื้นที่หน้าตัด (A_i) และขนาดของแกนเหล็ก ($2I$) โดยนำค่า V จากข้อ 1. และค่ากระแส (A) ที่กำหนดมาแทนในสูตร

$$A_i = \frac{\sqrt{VA}}{5.58} \quad (2-26)$$

$$(2I) = \sqrt{A_i}$$

โดยที่ A_i มีหน่วยเป็นตารางนิ้ว

$(2I)$ มีหน่วยเป็นนิ้ว

3.หลังจากนั้นนำค่าโวลต์เตจที่ได้จากข้อ 1. และพื้นที่หน้าตัด (A_i) จากข้อ 2. ไปหาจำนวนรอบของลวด (N) ที่ใช้ในการพัน จากสูตร

$$V = 4.44 fNB A_i \times (2.54)^2 \times 10^{-4} \quad (2-27)$$

4.หาขนาดของลวดที่ใช้ในการพัน (A_w) จากสูตร

$$A_w = \frac{A}{J} \quad (2-28)$$

โดยที่ J คือ ค่า current density มีหน่วยเป็น (A / mm^2)

A_w มีหน่วยเป็น mm^2

5.จากนั้นจึงมาหาค่าพื้นที่หน้าตัดรวมของลวด ($A_{wรวม}$) จากสูตร

$$A_{wรวม} = N \times A_w \quad (2-29)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $A_{รวม}$ มีหน่วยเป็น mm^2

6.หาค่าพื้นที่ใช้งานจริงหรือเรียกว่าพื้นที่หน้าตัด (A_R) จากสูตร

$$A_R = (3I) \times (l) \times 25.4^2 \quad (2-30)$$

โดยที่ A_R มีหน่วยเป็น mm^2

7.ตรวจสอบพื้นที่หน้าตัดรวมของลวด ($A_{รวม}$) และพื้นที่ใช้งานจริง (A_R) ว่าสามารถพันลวดลงไปได้ หรือไม่จากเงื่อนไข

$$(A_{รวม}) < 0.5(A_R) \quad (2-31)$$

หมายเหตุ ถ้าหากตรวจสอบแล้วไม่เป็นไปตามเงื่อนไขจะต้องปรับพื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็ก (A_i) โดยที่เรา fix ขนาดของแกนเหล็ก ($2l$) และเปลี่ยนความหนาของแกนเหล็กเพิ่มขึ้นแทน แล้วกลับไปคำนวณหาจำนวนรอบ (N) ตามข้อ 3. เสียใหม่ โดยแทนค่า $(A_i)_{ใหม่}$ ในสูตรแทนและทำตามขั้นตอนต่อไป

8.หาค่าของช่องว่างอากาศ (gap) จากสูตร

$$g = \frac{N^2 \mu_0 A}{2L} \quad (2-32)$$

บทที่ 3

ทฤษฎีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมเพื่อออกแบบตัวเหนี่ยวนำ

3.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการของการ Optimization ซึ่งมีอัลกอริทึมดังแสดงในรูป 3-1 และได้พูดถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่จะต้องใช้ เช่น การหาค่า gradient ซึ่งใช้วิธี Finite Difference Approximation การ Optimization โดยการแปลงให้อยู่ในรูป unconstrained , ทฤษฎีในการหาทิศทาง , ทฤษฎี Conjugate Gradient , ทฤษฎี Variable Metric และยังได้กล่าวถึงทฤษฎี Transformation ในการแก้ปัญหาในกรณีที่ไม่เป็นเชิงเส้นมีลักษณะเป็น non-linear โดยจะทำการเปลี่ยนรูปของ objective และ constraint functions ซึ่งมีเทคนิคต่าง ๆ ดังนี้ เทคนิคแรกคือ Sequential Unconstrained Minimization ซึ่งแบ่งได้อีก 3 วิธี คือ

1. Exterior Penalty Function
2. Interior Penalty Function
3. Extended Interior Penalty Function

เทคนิคที่สองคือ Augmented Lagrangian Multiplier Method ซึ่งเทคนิคนี้จะไม่ได้นำมาใช้ในการทำ Project นี้ ซึ่งสามารถศึกษาได้จากหนังสือที่เกี่ยวกับ Optimization [1, 2, 3]

3.1.1 General Optimization Statement

โดยมากการออกแบบการแก้ปัญหาของ Optimization สามารถจัดให้อยู่ในสูตรทางคณิตศาสตร์ของเงื่อนไขทั่วไปในการ optimization ได้ตามนี้

$$\text{Minimise} \quad F(x) \quad \text{Objective function} \quad (3-1)$$

Subject to

$$h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad \text{equality constraints} \quad (3-2)$$

$$g_k(x) \leq 0 \quad k = 1, \dots, l \quad \text{inequality constraints} \quad (3-3)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1, \dots, n \quad \text{side constraints} \quad (3-4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

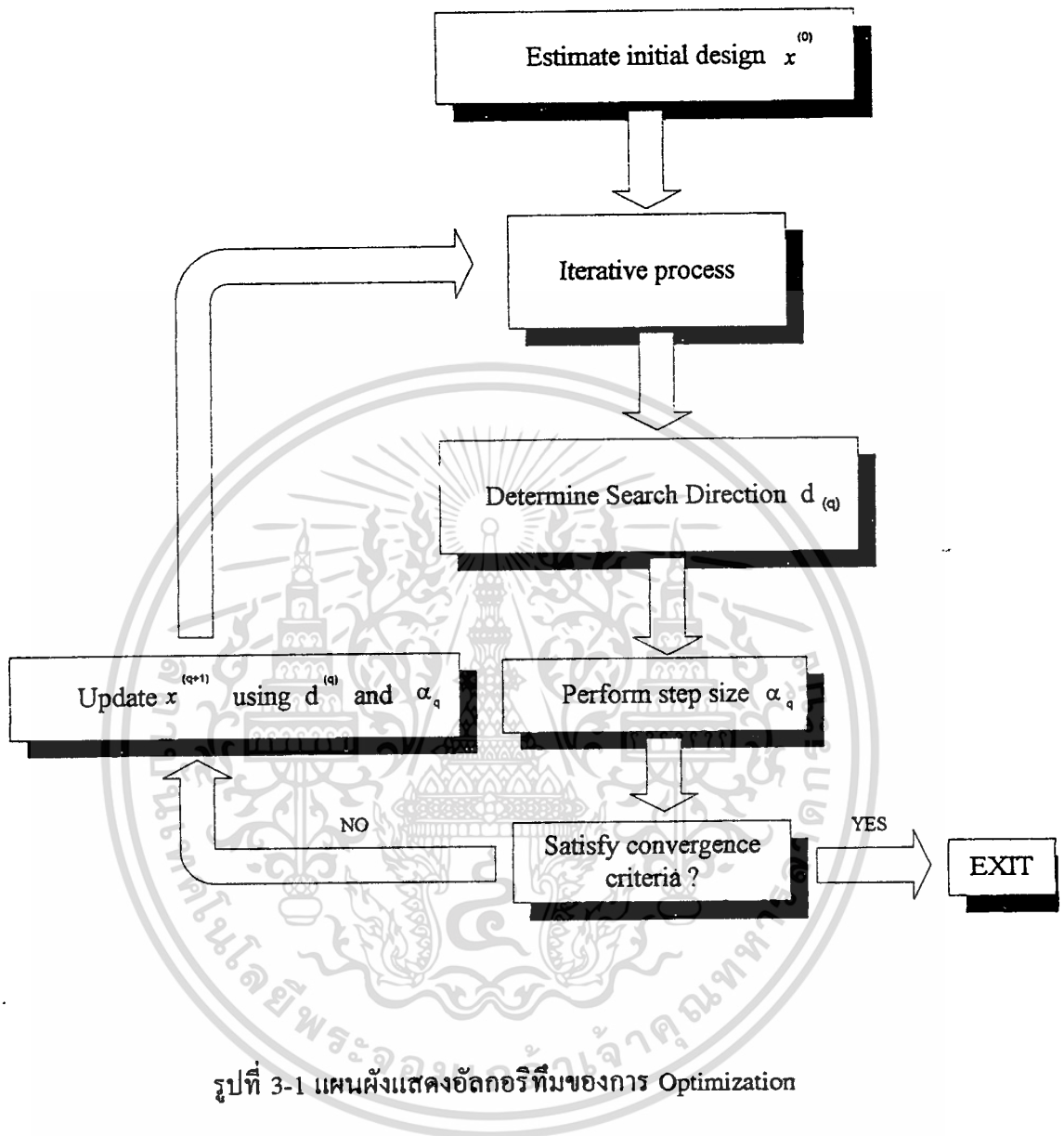
เมื่อ $x = (x_1, \dots, x_n)$ เป็น vector ของการออกแบบตัวแปร (design variables) และ side constraints เป็นขอบเขตที่ชัดเจนของการออกแบบตัวแปร x_i^L และ x_i^U โดยเป็นค่าต่ำสุดและสูงสุดของขอบเขตตามลำดับ

ฟังก์ชันหลัก (objective function) และฟังก์ชันเงื่อนไข (constraint function) อาจจะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้นก็ได้ ในการออกแบบตัวแปร x ฟังก์ชันเหล่านี้อาจจะมีหลายค่า x อย่างแน่นอนหรือรู้เป็นนัยและต้องหาค่าโดยใช้เทคนิค analytical หรือ numerical วิธีแบบ numerical ซึ่งสามารถหาค่าได้ถ้ามีเงื่อนไขในการเท่ากัน (Equality constraints) เป็นจำนวน m และจะต้องรู้ค่า x อย่างแน่นอน ซึ่งเป็นไปได้ที่จะใช้เงื่อนไขในการเท่ากันเหล่านั้นเพื่อที่จะลดตัวแปรที่ออกแบบ หลังจากนั้นปัญหาจะถูกลดลงเป็นปัญหาที่ไม่มีเงื่อนไข ด้วยตัวแปรไม่ทราบค่า $n - m$ ตัว เงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ (3-4) ถูกกำหนดให้เป็นขอบเขตของตัวแปรที่ออกแบบเพื่อที่จะป้องกันจากการเข้าสู่ค่าที่เป็นไปไม่ได้ทางกายภาพ (non-physical values) รูปแบบที่แสดงไว้ในสมการที่ (3-1) ถึง (3-4) ไม่ได้แสดงไว้ในรูปแบบเดียวกัน ตัวอย่างเช่น ปัญหาที่ต้องจัดในรูปค่าสูงสุด (maximization) สามารถจัดใหม่โดยการทำให้สมการที่ (3-1) เปลี่ยนเป็น $-F(x)$ และยังคงขึ้นอยู่กับสมการเงื่อนไขเดิมในสมการที่ (3-2) ถึง (3-4)

ปัญหาที่ไม่มีเงื่อนไขอาจกำหนดจากสมการที่ (3-1) โดยปราศจากเงื่อนไขในการหาตัวแปร x ดังเช่นปัญหาที่ไม่ได้ใช้ในการปฏิบัติจริงทางวิศวกรรม ปัญหาที่มีเงื่อนไขในการเท่ากันอาจจะถูกแปลงไปเป็นปัญหาที่ไม่มีเงื่อนไข โดยการลดจำนวนของตัวแปรที่ออกแบบลง บางทีปัญหาที่มีทั้งเงื่อนไขในการเท่ากันและไม่เท่ากันสามารถแก้ไขเป็นปัญหาที่ไม่มีเงื่อนไขโดยใช้ทฤษฎีการเปลี่ยนรูป (Transformation Method) เพราะฉะนั้นเป็นสิ่งสำคัญที่จะเข้าใจอย่างเพียงพอเกี่ยวกับทฤษฎี unconstrained optimization

แผนผังทั่วไปของอัลกอริทึม optimization แสดงในรูปที่ (3-1) กระบวนการของ optimization ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ 3 ขั้นตอน

1. การดำเนินการหาทิศทางของ vector $|d|$ ใน space
2. กระทำการค้นหาระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทาง vector $|d|$ โดยการกำหนดทีละขั้น (Step size)
3. แสดงผลได้เมื่อกระบวนการมีการพุ่งเข้ามาหาค่าที่ยอมรับได้



รูปที่ 3-1 แผนผังแสดงอัลกอริทึมของการ Optimization

โดยมากอัลกอริทึม optimization จะมีการเซตค่าเริ่มต้นของการออกแบบตัวแปร $(x^{(0)})$ จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลจากจุดเริ่มต้นและ update ค่า โดยการออกแบบข้อมูลซ้ำ ๆ ดังรูปแบบนี้

$$x^{(q+1)} = x^{(q)} + \alpha_q d^{(q)} \quad (3-5)$$

เมื่อ q เป็นจำนวนการทำซ้ำ อยู่ในส่วนที่ติดตามในอัลกอริทึมต่าง ๆ ใช้สำหรับแสดงผลสถานะปัจจุบันของการค้นหาทิศทางของ vector $|d|$ และ step size α เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 Status of Constraints

ใน Constrained optimization มีการกำหนดสถานะของการบังคับของการออกแบบจุด ซึ่งมีความจำเป็นในการได้เอียงของการวิเคราะห์เชิงตัวเลข พิจารณาในรูปที่ (3-2) $g_k(x)$ เป็น inequality constraint แบ่งช่วงการออกแบบเป็น ช่วง feasible และช่วง infeasible ดังนั้น สถานะของเงื่อนไขสามารถกำหนดได้ดังนี้

1. Active Constraint

inequality constraint $g_k(x) \leq 0$ สามารถเป็นเงื่อนไข active ของการออกแบบที่จุด $x(q)$ ถ้าแทนค่าแล้วเป็น equality ที่จุดนั้น เช่น $g_k(x(q)) = 0$

2. Inactive Constraint

inequality constraint $g_k(x) \leq 0$ สามารถเป็นเงื่อนไข inactive ของการออกแบบที่จุด $x(q)$ ถ้าแทนค่าแล้วมีค่าเป็นลบที่จุดนั้น เช่น $g_k(x(q)) < 0$

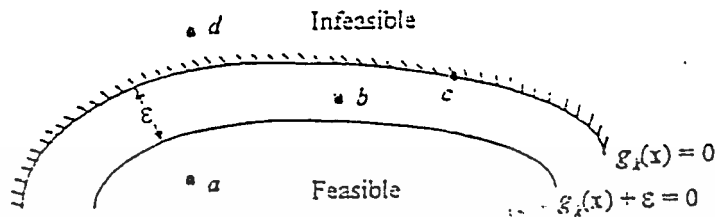
3. Violated Constraint

inequality Constraint $g_k(x) \leq 0$ สามารถเป็นเงื่อนไข violated ของการออกแบบที่จุด $x(q)$ ถ้าแทนค่าแล้วมีค่าเป็นบวกที่จุดนั้น $g_k(x(q)) > 0$. equality constraint $h_j(x) = 0$ เป็น Violated ของการออกแบบที่จุด $x(q)$ ถ้าแทนค่าแล้วมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ $h_j(x(q)) \neq 0$

4. ϵ -Active constraint

inequality constraint $g_k(x) \leq 0$ เป็นเงื่อนไข ϵ -active ที่จุด $x(q)$ ถ้า $g_k(x(q)) < 0$ แต่ $g_k(x(q)) + \epsilon \geq 0$ เมื่อ $\epsilon > 0$ เป็นค่าน้อยๆ

การอธิบายถึงสถานะของ constraint พิจารณา k^{th} inequality constraint $g_k(x) \leq 0$ ในรูปที่ (3-2) ด้าน feasible และ infeasible ของ constraint จะเหมือนกัน ขอบเขต $g_k(x) + \epsilon = 0$ ซึ่งอยู่ภายในช่วง feasible พิจารณาการออกแบบจุด a , constraint $g_k(x)$ มีค่าเป็นลบ และ $g_k(x) + \epsilon < 0$ เสมอ ดังนั้น constraint จะเป็นแบบ inactive สำหรับการออกแบบที่จุด a เมื่อออกแบบจุด b , $g_k(x)$ มีค่าน้อยกว่าศูนย์ซึ่งเป็น inactive เช่นเดียวกันแต่อย่างไร $g_k(x) - \epsilon > 0$ ดังนั้น constraint เป็น active จากการออกแบบจุด b สำหรับการออกแบบจุด c , $g_k(x) = 0$ เพราะฉะนั้น constraint เป็นแบบ active สำหรับการออกแบบที่จุด d , $g_k(x)$ มีค่ามากกว่าศูนย์ ดังนั้น constraint เป็นแบบ violated



รูปที่ 3-2 Constraint status at design points a , b , c and d

3.1.3 The Necessary Condition for Constrained Optimization (เงื่อนไขที่จำเป็นของ Constrained Optimisation)

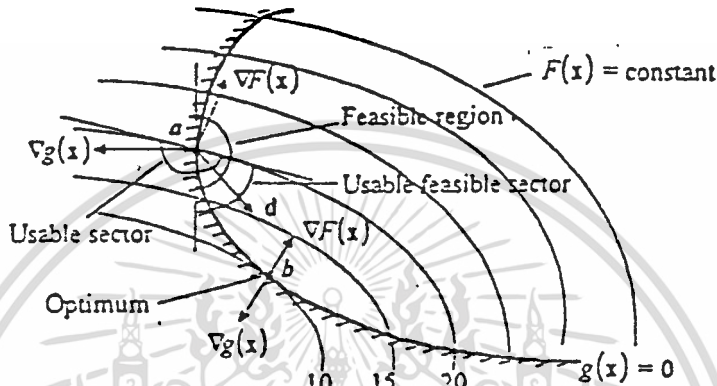
จากรูปที่ (3-3) สมมติว่าที่จุด a เป็น constraint active ซึ่งทำให้ดีขึ้นโดยการหาทิศทางของ vector $|d|$ จะทำให้ objective function ลดลงและไม่ทำให้ active constraint มีค่าเป็น violate ผลคูณแบบ Scalar ของ direction vector $|d|$ ที่เป็น usable sector กับ Gradient ของ objective function $\nabla F(x)$ จะน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เมื่อเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่ usable เขียนให้อยู่ในรูปคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\text{Usable direction} \quad d^T \nabla F(x) \leq 0 \quad (3-6)$$

แต่อย่างไรผลคูณของ vector $|d|$ กับ gradient ของ constraint $\nabla g(x)$ จะต้องเป็นลบหรือเท่ากับศูนย์ ในทางปฏิบัติของปัญหา optimization ซึ่งมี active constraint มากในการออกแบบ ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่เป็นไปได้ (Feasible direction)

$$\text{Feasible direction} \quad d^T \nabla g_k(x) \leq 0 \text{ เมื่อทุกค่าของ } k \text{ ทำให้ } g_k(x) = 0 \quad (3-7)$$

จุดที่น่าสนใจคือ การเคลื่อนที่ควรเป็นไปในระยะสั้น ๆ ของทิศทางซึ่งสัมพันธ์กับ hyper plane ซึ่งเป็นขอบเขตของช่วงที่เป็นไปได้ (Feasible region) ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ให้ constraint violate แต่ก็ช่วยลด objective function อย่างรวดเร็วทีเดียว



รูปที่ 3-3 Usable and feasible search direction

ให้จุด b เป็นจุดที่ optimization จากการออกแบบเพื่อใช้ในการอธิบาย รูปที่ (3-3) แสดงถึง gradient ของ object และ gradient ของ constraint ซึ่งจะมีทิศทางตรงกันข้ามกับ vector $|S|$ จะมีความปลอดภัยในการ usability และ feasibility โดยเป็นเส้นสัมผัสกับขอบเขตของ constraint และเส้นคงที่ของ objective function ที่มีมุม 90 องศา กับ gradient จากที่เขียนมาดังกล่าว สามารถเขียนในรูปคณิตศาสตร์ได้

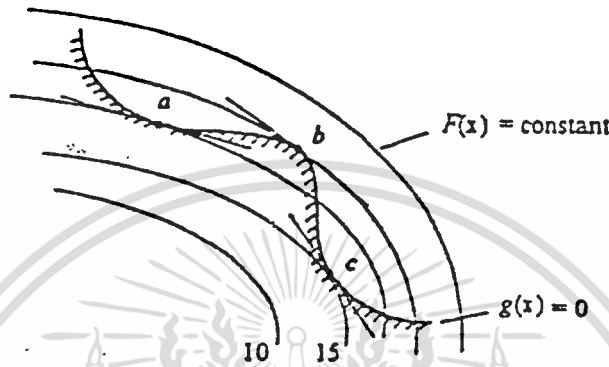
$$\nabla F(x) + \sum_{k=1}^l \lambda_k \nabla g_k(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_{t+j} \nabla h_j(x) = 0 \quad (3-8)$$

$$\lambda_k \geq 0 ; \lambda_{t+j} \text{ unrestricted in sign}$$

เมื่อ λ เป็น Lagrange multiplier



จากสมการ (3-8) ได้กำหนดเงื่อนไขที่จำเป็นในการออกแบบ optimization แต่ก็ยังไม่เพียงพอ ซึ่งสามารถเห็นได้จากรูปที่ (3-4) จุด a , b และ c ทุกจุดได้จากสมการที่ (3-8) แต่มีจุด c ที่เป็น true global optimum



รูปที่ 3-4 Relative optima of constrained function

เงื่อนไขของ Kuhn - Tucker

ถ้าให้ vector x^* ถูกกำหนดมาในการออกแบบ optimization แต่ต้องมีเงื่อนไข 3 ข้อ ดังนี้

1) x^* เป็นสิ่งที่เป็นไปได้ (Feasible) (3-9)

ถ้าต้องการที่จะออกแบบให้ optimization ที่พอใจทุก ๆ Constraint

2) $\lambda_k g_k(x^*) = 0 ; k = 1, \dots, l \quad \lambda_k \geq 0$ (3-10)

ถ้า constraint $g_k(x)$ ที่ได้มา ยังไม่ถูกต้องทั้งหมดเช่น $g_k(x) < 0$ โดยใช้ตัวคูณ Lagrange ที่มากกว่าศูนย์

3) $\nabla F(x^*) + \sum_{k=1}^l \lambda_k \nabla g_k(x^*) + \sum_{j=1}^m \lambda_{1+j} \nabla h_j(x^*) = 0$ (3-11)

$\lambda_k \geq 0 ; \lambda_{1+j}$ unrestricted in sign

เป็นเงื่อนไขเหมือนกับใช้ในสมการที่ (3-8)

เงื่อนไขของ Kuhn - Tucker สามารถให้เห็นโดยเทียบกับรูปที่ (3-5) ซึ่งแสดงถึงปัญหา minimization 2 ตัวแปรด้วย inequality constraints. ณ จุด optimum x^* ซึ่งเป็นไปได้ constraint $g(x^*)$ ไม่เป็นจุดวิกฤตจากสมการ (3-10) จะได้ $\lambda_3 = 0$ เป็นเงื่อนไขที่สำคัญของการให้ gradient ของ constraint ที่วิกฤต $g_1(x^*)$ และ $g_2(x^*)$ ซึ่งคูณโดย Lagrange multiplier แล้วผลรวมของ vector นั้นจะเท่ากับค่าลบของ gradient ของ objective function จากรูปที่ (3-5) จะได้

$$\nabla F(x^*) + \lambda_1 \nabla g_1(x^*) + \lambda_2 \nabla g_2(x^*) = 0 \quad (3-12)$$

$$\lambda_1 \geq 0; \lambda_2 \geq 0$$

เริ่มต้น $g_1(x^*) = 0$ และ $g_2(x^*) = 0$ เงื่อนไขที่สองถูกต้องสำหรับ constraint ดังนั้นก็จะได้ว่าเงื่อนไขของ Kuhn - Tucker จะถูกต้อง

3.1.4 Global และ Local Minima

ในทางปฏิบัติปัญหา optimization ซึ่งสุดท้ายก็ต้องหาค่า minimum ของ objective function ซึ่งอยู่ในช่วงที่เป็นไปได้ (feasible region) โดยการหา optimum ในฟังก์ชันทั่วไปหาจำนวนที่แสดงของจุด optimum ถ้าจุดดังกล่าวของ objective function เป็นค่าที่เพิ่มขึ้นในเส้นทางของทุกทิศทาง หรือ เป็นอยู่ในบางทิศทาง แต่เพิ่มขึ้นในทุกส่วนซึ่งเรียกว่า local minimum แต่จะมีอยู่จุดหนึ่งที่ฟังก์ชันมีค่าต่ำสุด เรียกว่า global minimum ซึ่งจะอธิบายให้เข้าใจยิ่งขึ้น

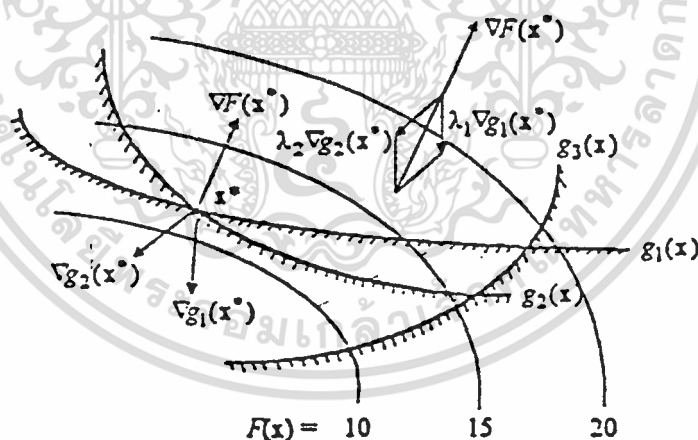
1) Global Minimum

$F(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มี n ตัวแปร มี global minimum คือ x^* if $F(x^*) \leq F(x)$ ทุกค่าของ x ในช่วงที่เป็นไปได้ (Feasible region) ถ้า strict inequality ทุก x นั้น ๆ แล้ว x^* จะเป็น x^* ที่เรียกว่า strict global minimum

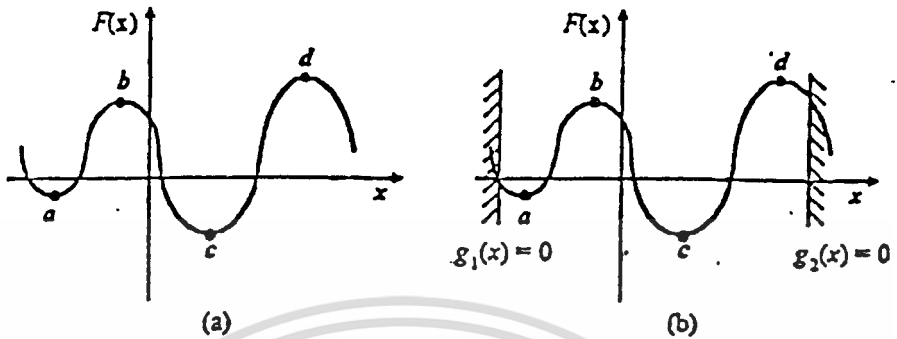
2) Local Minimum

$F(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มี n ตัวแปร มี local minimum คือ x^* ถ้า $F(x^*) \leq F(x)$ ทุกค่าของ x ที่อยู่ใน a small neighborhood N of x^* ในช่วงที่เป็นไปได้ (feasible region) ถ้า strict inequality คือว่า x^* นั้นเรียกว่า strict local minimum. Neighborhood N ของจุด x^* ที่กำหนดจาก set ของจุด $N = \{x | x \in S \text{ เมื่อ } \|x - x^*\| < \delta\}$ และมีค่าน้อย $\delta > 0$ จะได้ว่าในช่วงเล็ก ๆ ที่เป็นไปได้ (small feasible region) ที่อยู่ของจุด x^*

รูปที่ (3-6(a)) a และ c เป็น local minima เริ่มเป็นฟังก์ชันที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งเกิดใน neighborhood จุด b และ d เป็นจุด local maxima ของ function ซึ่งใน case นี้ จะไม่มี global minimum or maximum ของ function เพราะ domain และ function $F(x)$ ไม่มีขอบเขต x และ $F(x)$ จะมีค่าอยู่ระหว่าง $-\infty$ และ $+\infty$ ค่า domain มีการ strict constraint (restricted) ที่แสดงโดยรูปที่ (3-6(b)) จะได้จุด c เป็น global minimum และจุด d เป็น global maximum ของ function



รูปที่ 3-5 Geometric interpretation of the Kuhn - Tucker condition



รูปที่ 3-6 Graphical representation of optimum point

3.1.5 Convergence Criteria (การเข้าสู่จุดวิกฤต)

เส้นทางวิกฤตของ optimization สามารถหาได้เมื่อหยุดกระบวนการค้นหา optimum การสิ้นสุดของจุดวิกฤต เราสามารถเลือกจาก ปฏิกิริยาที่สำคัญ ของ ประสิทธิภาพ และความแน่นอนของกระบวนการ optimization ซึ่งการเข้าสู่เส้นทางวิกฤตหาได้จาก

- 1) Maximum number of iteration (จำนวนสูงสุดของกระบวนการซ้ำ)

ถ้าจำนวนของกระบวนการซ้ำ q มีค่ามาก จำนวน q_{max} นั้นแล้วกระบวนการค้นหาจะจบลง ถ้ากระบวนการซ้ำเพราะ numerical หรือ algorithmic ยากหรือง่ายอันเนื่องมาจากโปรแกรมผิดพลาด ทำให้โปรแกรมนั้นไม่ต่อเนื่องถึง iterate indefinitely

- 2) การเปลี่ยนแปลง Objective function ซึ่งมี 2 วิธี ถ้าหากกระบวนการนั้นซ้ำมากจนไม่มีทางจะหาค่าเข้าสู่ได้

1. เป็นการเปรียบเทียบ ค่าสัมบูรณ์ของ $F(x)$ มีผลต่อกระบวนการทำซ้ำ การลู่เข้านั้นได้แสดงดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$|F(x^{(q+1)}) - F(x^{(q)})| \leq \varepsilon_A \quad (3-13)$$

เมื่อ ε_A เป็น specified tolerance (ค่าผิดพลาด) ซึ่งเป็นค่าคงที่ หรือเป็นค่าคงที่ของ objective function ที่ค่า $x^{(0)}$ จากตัวอย่าง set $\varepsilon_A = 0.001 / F(x^{(0)}) /$

2. การตรวจความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนในระหว่างการเป็นไปได้ของกระบวนการซ้ำในการลู่อเข้าที่เป็นไปได้คือ

$$\frac{2|F(x^{(q+1)}) - F(x^{(q)})|}{|F(x^{(q+1)})| + |F(x^{(q)})| + 10^{-10}} \leq \varepsilon_R \quad (3-14)$$

เมื่อ ε_R เป็นค่า specified fractional change

3) เงื่อนไขของ Kuhn-Tucker

จาก constrained minimization เงื่อนไข ถูกกำหนดโดยอยู่ในส่วน 3.1.3 ใน case ของ unconstrained minimization ในการต้องการ gradient ของ $F(x)$ ซึ่งตรวจได้จากส่วนของ $\nabla F(x^{(q)})$ ที่มีขนาดเล็กเพียงพอกับศูนย์คือ $\varepsilon_x = 1.00E-04$

3.2 Gradient Evaluations

Gradient Evaluations เป็นหัวข้อสำคัญในการขบวนการปฏิบัติของ numerical optimization ของการประมาณค่าของ derivatives จาก a simple function ที่หาได้โดยการวิเคราะห์ (Calculate analytically) และสามารถหาได้โดยใช้ gradient หรือ Hessian Evaluations โดยใช้วิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical method) อย่างไรก็ตามบางฟังก์ชันนั้นมีความยากในการวิเคราะห์หรือความลำบากมากในการคำนวณ เพื่อความสะดวกในการหาค่าตอบจะใช้วิธี finite difference ในการหาค่าตอบโดยประมาณของ derivative ปัญหาส่วนใหญ่ในการปฏิบัติในทางวิศวกรรมส่วนมากจะเป็น implicit model for function evaluation จากตัวอย่างของฟังก์ชัน อาจจะได้มาจากการหาค่าตอบทางการวิเคราะห์เชิงตัวเลขซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ของแบบจำลองระบบ electromagnetic โดยวิธี finite element

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 Finite Difference Approximations

คำตอบจากการวิเคราะห์ที่ใช้ใน optimization เสมอ ๆ นั้นมาจากอนุกรม Taylor ซึ่งทฤษฎีดังกล่าวมีความสำคัญเพราะเป็นการแสดงลักษณะ derivative ที่จุดจุดหนึ่ง ของฟังก์ชันจากการประมาณค่าของฟังก์ชันสามารถคำนวณทุกจุดที่อยู่กึ่งกลางของจุดขอบเขตได้ ในรูปที่ (3-7) เป็นฟังก์ชัน 1 ตัวแปรอย่างง่าย ๆ ซึ่งใช้อนุกรมของ Taylor ที่รอบจุด x_0 เขียนอธิบายได้ดังนี้

$$F(x_0+h) = F(x_0) + h F'(x_0) + (1/2)h^2 F''(x_0) + \dots + (1/(r-1)!)h^{(r-1)}F^{(r-1)}(x_0) + o(h^r) \quad (3-15)$$

สมมติให้ $|F^{(r)}(x_0)|$ อยู่ในช่วง $[x_0, x_0+h]$

ในการคำนวณเพื่อนำมาใช้ เราสนใจใน 3 เทอมแรกของสมการเท่านั้น

$$F(x_0+h) = F(x_0) + hF'(x_0) + (1/2)h^2F''(x_0) + o(h^3) \quad (3-16)$$

การหาคำตอบของ $F'(x_0)$ และไม่คิดถึงเทอมอันดับสูงกว่า เราได้

$$F'(x_0) = \frac{F(x_0+h) - F(x_0)}{h} + o(h) \quad (3-17)$$

ซึ่งเทอมอันดับคือ $(1/2)hF''(\xi)$, $x_0 \leq \xi \leq x_0+h$ เป็นการประมาณค่าของ derivatives ซึ่งเป็นแบบ forward และค่า $(1/2)hF''(\xi)$ เป็นเทอมที่จะละได้ของสมการ Taylor

ถ้าสมมติให้สมการเป็น backward ที่จุด x_0-h นั้นเราจะได้

$$F(x_0-h) = F(x_0) - hF'(x_0) + (1/2)h^2F''(x_0) - o(h^3) \quad (3-18)$$

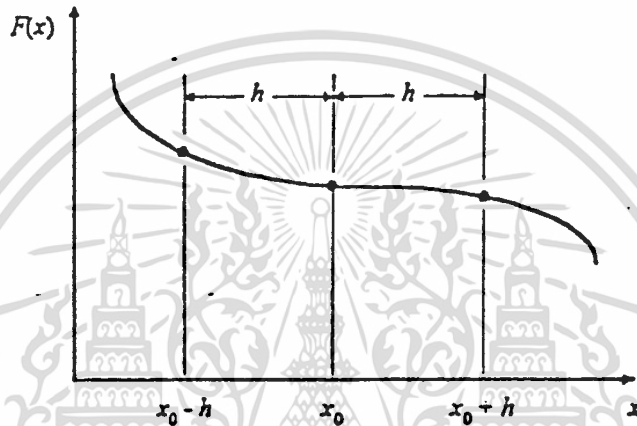
การกระจายสมการนี้เป็นการประมาณค่าแบบ *backward difference*

$$F'(x_0) = \frac{F(x_0) - F(x_0-h)}{h} + o(h) \quad (3-19)$$

นำสมการ (3-18) ลบกับสมการ (3-16) จัดสมการใหม่เพื่อหา $F'(x_0)$ เราจะได้

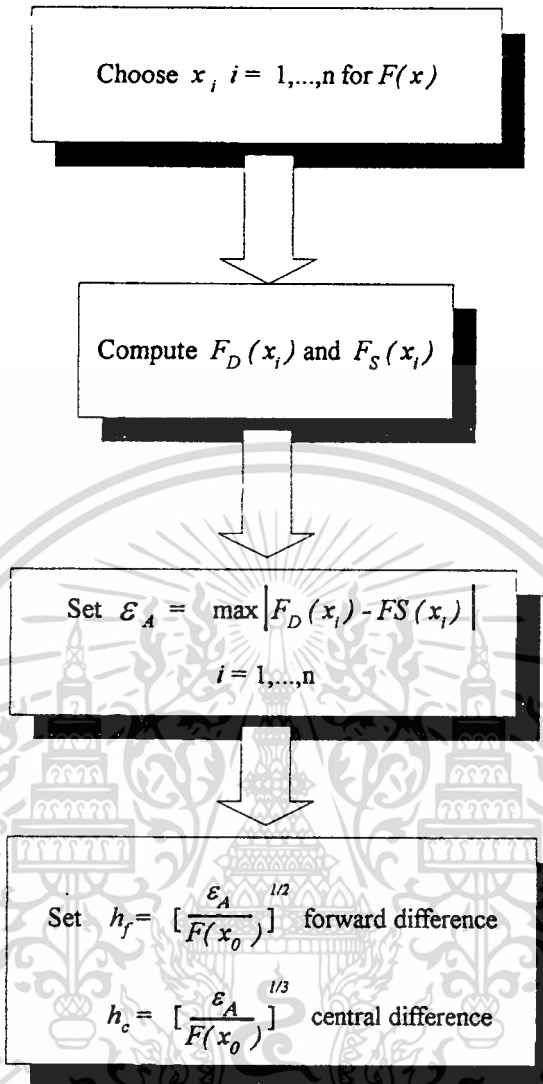
$$F'(x_0) = \frac{F(x_0 + h) - F(x_0 - h)}{2h} + o(h^2) \quad (3-20)$$

ที่ซึ่งเทอมหลังเป็น $(1/6)h^2F'''(\xi)$ นี้จึงเรียกว่า การประมาณแบบ central difference



รูปที่ 3-7 Finite difference intervals

ในการคำนวณด้วย finite difference มีความผิดพลาดอื่น ๆ ที่อยู่ในการคำนวณหาค่าของฟังก์ชันของตัวเลข ความผิดนี้ปกติ เรียกว่า เงื่อนไขหรือการยกเลิกข้อผิดพลาด ซึ่งเป็นคุณสมบัติโดยตรงกับ $1/h$ โดยที่ค่าผิดพลาดทั้งหมดนั้นเราจะประมาณให้อยู่ในรูปของ 2 เทอมเท่านั้น คือ ค่าจริง (truncation) เป็นสัดส่วนโดยตรงกับ h และการยกเลิกค่าผิดพลาด (cancellation) เป็นสัดส่วนโดยตรงกับ $1/h$ การคำนวณหาค่า h โดยใช้โปรแกรมตามรูป(3-8)

รูปที่ 3-8 อัลกอริทึมของการคำนวณหาค่าของ h

การแนะนำความถูกต้องของการประมาณ finite difference โดยการทดสอบ ฟังก์ชัน 2 สมการ โดยใช้การคำนวณวิเคราะห์และการประมาณค่าแบบ finite difference (GRAD-FD code) ฟังก์ชันแรก เรียกว่า Rosenbrock's function และ ฟังก์ชันที่สองได้ โดยการใช quadratic programming problem ซึ่งข้อมูลอยู่ส่วนที่ 3.4.2 และ 3.5.3 ทุก ฟังก์ชันที่ใช้ทดสอบจะมีการกำหนดค่าของ x เป็น 3 ค่า ตารางที่ (3-1) และ (3-2) แสดงผล ลัพธ์ของ first derivative ของทั้งสองฟังก์ชัน ค่าผิดพลาดของผลลัพธ์โดยใช้ forward และ central derivative เหมาะสำหรับการนำมาใช้งานที่เดียว อย่างไรก็ตามค่าความผิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลอาจแตกต่างกัน เพราะว่าฟังก์ชันต่างกันและอาจมีค่าแตกต่างกันมากเพราะเป็นฟังก์ชันแบบ non-linear

ตารางที่ 3-1 First derivatives of $F(x) = 100(x_2 - x_1)^2 + (1 - x_1)^2$

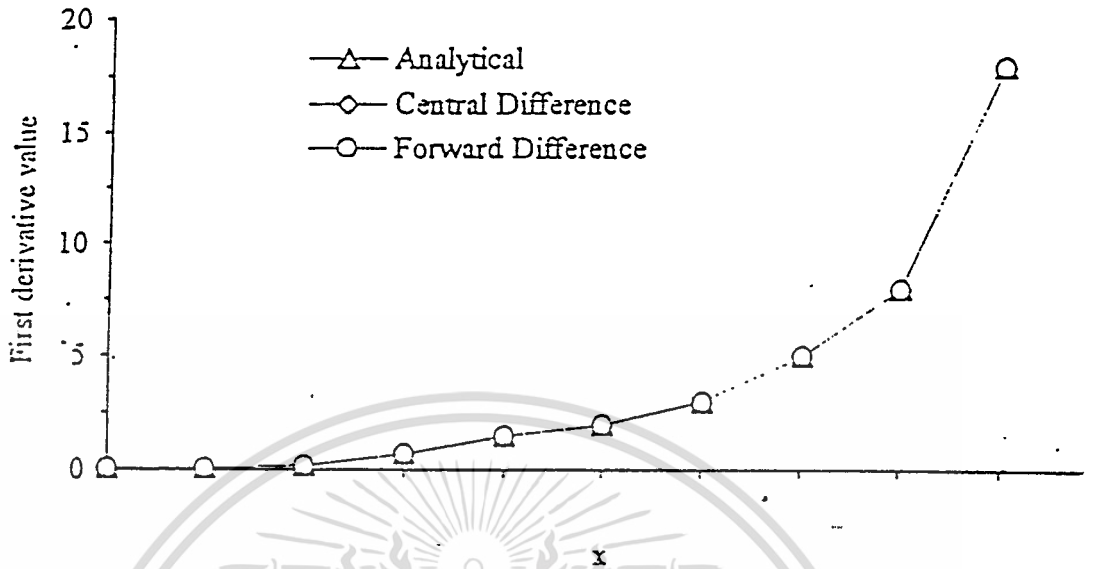
Test		I	II	III
Design	x_1	0.0005	0.5000	5.0000
Variables	x_2	0.0005	0.5000	5.0000
	F(x)	0.9990	6.5000	40016.00
	analytical	-1.9991	-51.0000	40008.00
$\partial F / \partial x_1$	central	-1.9991	-50.9988	40008.01
	forward	-1.9990	-50.9938	40009.71
	analytical	0.0999	50.0000	-4000.00
$\partial F / \partial x_2$	central	0.0999	50.0000	-4000.00
	forward	0.1121	50.0122	-3999.98

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

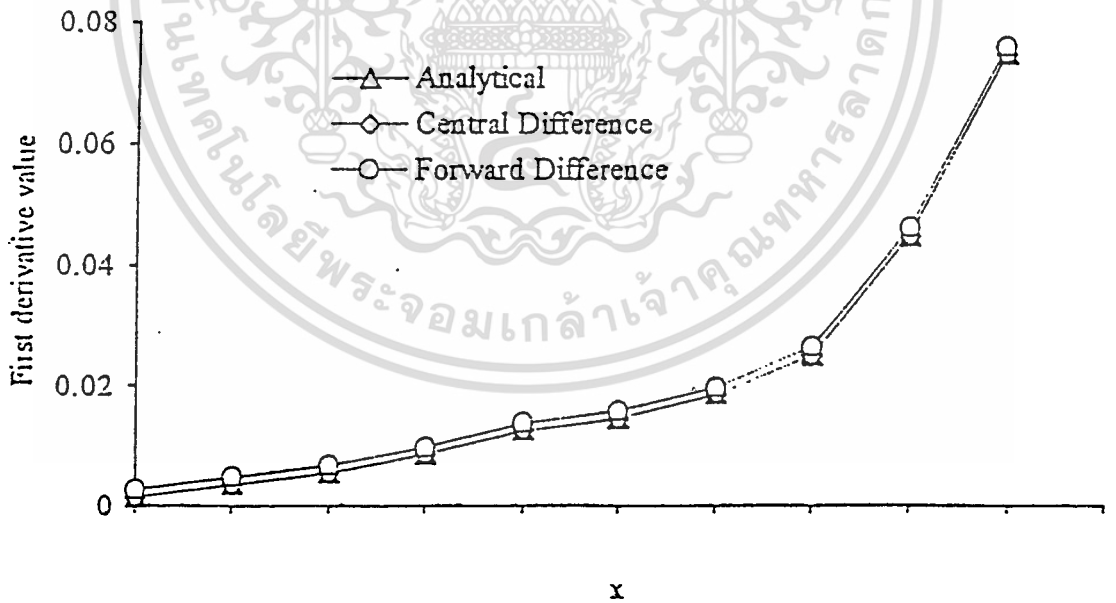
ตารางที่ 3-2 First derivatives of $2x_1^2+2x_2^2+x_3^2+2x_1x_2-x_1x_3-0.8x_2x_3$

Test		I	II	III
Design	x_1	0.0005	-50.0000	500.0000
variables	x_2	0.0005	50.0000	500.0000
	x_3	0.0005	-50.0000	500.0000
	F(x)	1.3000E-06	7000.00	1.3000E06
	analytical	2.5000E-03	-50.0000	2500.0000
$\partial F / \partial x_1$	central	2.5000E-03	-50.0000	2500.0000
	forward	3.7529E-03	-49.9987	2500.0013
	analytical	2.6000E-03	140.0000	2600.0000
$\partial F / \partial x_2$	central	2.6000E-03	140.0000	2600.0000
	forward	3.8529E-03	140.0013	2600.0012
	analytical	1.0000E-04	-90.0000	100.0000
$\partial F / \partial x_3$	central	1.0000E-04	-90.0000	100.0000
	forward	7.2647E-04	-89.9994	100.0006

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3-9 ค่าความถูกต้องของการประมาณค่าแบบ finite difference ของ $\partial F/\partial x_1$ ในตารางที่ 3-2 เมื่อ $\partial F/\partial x_1$ มีค่ามาก



รูปที่ 3-10 ค่าความถูกต้องของการประมาณค่าแบบ finite difference ของ $\partial F/\partial x_1$ ในตารางที่ 3-2 เมื่อ $\partial F/\partial x_1$ มีค่าน้อย

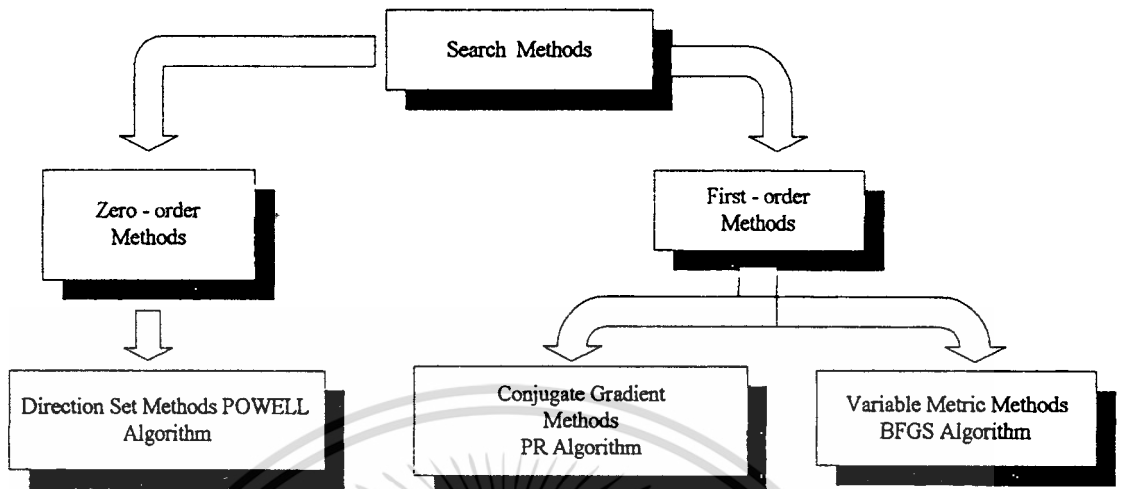
3.3 การ Optimization โดยใช้วิธี Unconstrained Numerical

การ optimization โดยใช้วิธี unconstrained numerical เป็นการใช้พื้นฐานของ สูตรการวนซ้ำที่ใช้ในสมการ (3-5) อัลกอริทึมของการ optimization ส่วนมากจะถูกแบ่ง ออกเป็น 2 ส่วนสำคัญ คือ การหาทิศทาง (search direction) และการกำหนดขนาดที่ขยับ (step size determination) สำหรับปัญหาของการ optimization ด้วยตัวแปรหลายตัวก็คือ ปัญหาในการหาทิศทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา เป็นอันดับแรก หลังจากนั้นจึงกำหนดขนาดที่จะ กระโดด โดยการหาฟังก์ชันที่น้อยที่สุดตามทิศทางที่กำหนดในพื้นที่ที่ออกมาซึ่งเรียกว่า การหาในหนึ่งมิติ (one-dimensional search)

ในการเลือกทฤษฎีที่นำมาใช้ในการ optimization อยู่บนพื้นฐานของคุณสมบัติของ ฟังก์ชันที่สนใจ (objective function) และฟังก์ชันเงื่อนไข (constraint function) ยิ่งไปกว่านั้นทฤษฎีจะเปลี่ยนไปขึ้นกับวิธีการใช้ในการแก้ปัญหา เช่น อนุพันธ์อันดับหนึ่ง (first derivative) ซึ่งการใช้อนุพันธ์จะมีประสิทธิภาพมากกว่าการหาค่าโดยใช้ฟังก์ชันทั่ว ไป ถ้าหากการใช้อนุพันธ์ไม่สามารถนำมาใช้ได้ ทฤษฎีที่ไม่ใช้อนุพันธ์ (non-derivative method) จะต้องถูกนำมาใช้ แต่ควรระวังที่จะตระหนักถึงกระบวนการที่ยุ่งยากจะเพิ่มขึ้นและความ น่าเชื่อถือของผลลัพธ์ที่ลดลงจากการที่ไม่ได้ใช้วิธีการอนุพันธ์

3.3.1 การกำหนดวิธีหาทิศทางและขนาดของการขยับ (Step).

การหาทิศทางสามารถจะหาโดยใช้อนุพันธ์หรือไม่ใช้อนุพันธ์ก็ได้ดังแสดงในรูป (3-11) ซึ่งการใช้อนุพันธ์สามารถแบ่งได้เป็นอีก 2 วิธี โดย 2 วิธีที่ว่านี้ต้องการวิธีหาค่าน้อยที่สุด ในหนึ่งมิติ (one-dimensional minimization subproblem) วิธีแรกนี้เรียกว่า conjugate gradient methods ซึ่งมีแบบอย่างมาจากอัลกอริทึม “Fletcher - Reeves” และอัลกอริทึม “Polak - ribiere” วิธีที่สองเรียกว่า variable metric หรือ quasi - Newton method ซึ่งมีแบบอย่างมาจากอัลกอริทึม “Davidon-Fletcher-Powell (DFP) และ Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)”



รูปที่ 3-11 Classification of search methods

3.3.1.1 ทฤษฎีการจัดทิศทาง (Direction Set Methods)

ทฤษฎีนี้เริ่มต้นด้วยการกำหนดเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) e_1, e_2, \dots, e_N ซึ่งเป็นเวกเตอร์ทิศทาง การใช้ทฤษฎี Golden Section Search จะเคลื่อนที่ไปตามเวกเตอร์ทิศทางแรกที่กำหนดไปสู่ค่าน้อยที่สุดของทิศทางนั้น หลังจากนั้นจะเคลื่อนที่ไปตามทิศทางที่สองเพื่อไปสู่ค่าน้อยที่สุดของทิศทางที่สองนั้น และจะเป็นลักษณะนี้ไปเรื่อย ๆ ขบวนการที่จะวนไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งค่าของฟังก์ชันไม่สามารถลดค่าลงได้อีก ซึ่งเทคนิคนี้จะเห็นว่าจำเป็นต้องกำหนดทิศทางเริ่มต้นให้ดี Powell ค้นพบทฤษฎีในการจัดทิศทาง ซึ่งเป็นพื้นฐานของ conjugate direction โดยที่ทิศทาง d^i และ d^j เป็น conjugate กัน ถ้า

$$(d^i)^T S d^j = 0 \quad (3-21)$$

ซึ่ง S เป็นเมตริกซ์เอกลักษณะที่เริ่มต้นและ d^i โดยที่ $i = 1, \dots, n$ เป็นทิศทางร่วม (co - ordinate direction)

2.3.1.2 ทฤษฎี Conjugate Gradient Method

ทฤษฎี conjugate gradient method พัฒนาจากทฤษฎี steepest descent ซึ่ง 2 ส่วนที่สำคัญที่สุดของ conjugate gradient คือ ทฤษฎี Fletcher-Reeves และ ทฤษฎี Polak-Ribière ทฤษฎีการหาทิศทางนั้นสิ่งที่จำเป็นจะต้องถูกจัดเก็บไว้จากการ minimization ในหนึ่งมิติและต้องการฟังก์ชันที่ใช้ในการหาค่าจำนวนมาก การใช้ gradient จะช่วยให้ข้อมูลใหม่ๆที่มีประโยชน์สำหรับการกำหนดการจัดหาทิศทางและขนาดการขยับในกระบวนการทำซ้ำ

$$d^{(q)} = -\nabla F(x^{(q)}) + \beta_q d^{(q-1)} \quad (3-22)$$

$$\beta_q = \frac{|\nabla F(x^{(q)})|^2}{|\nabla F(x^{(q-1)})|^2} \quad (3-23)$$

3.3.1.3 ทฤษฎี Variable Metric Methods

ทฤษฎี variable metric methods บางที่อาจจะเรียกว่า quasi-newton method โดยไม่แตกต่างไปจาก conjugate gradient แทนที่ข้อมูลจะอยู่ในรูป single scalar ข้อมูลจะถูกเก็บในรูปแบบ array n มิติ การหาทิศทางที่ลำดับ q ของการวนซ้ำ จะได้เป็น

$$C^{(q)} = \nabla F(x^{(q)}) \quad (3-24)$$

$$H^{(q)} d^{(q)} = -C^{(q)} \quad (3-25)$$

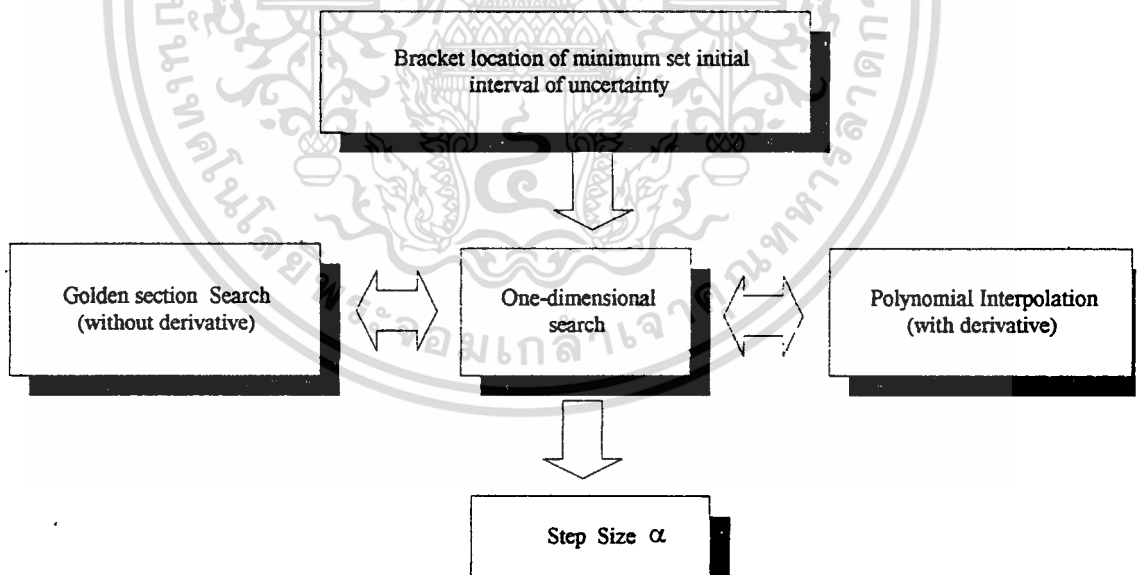
ซึ่ง H คือการประมาณสำหรับ Hessian เมตริกซ์ของฟังก์ชันที่เราสนใจระหว่างขบวนการ optimization ซึ่งสามารถสร้างได้จากการใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งเท่านั้น แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎีเหล่านี้จะมีลักษณะการลู่เข้าเหมือนกับ second order ที่จุดเริ่มต้น เมตริกซ์ H จะถูกกำหนดเป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ $H = I$ หลังจากนั้นในการวนซ้ำที่ q ถ้า H ใหม่จะได้เป็น

$$H^{(q+1)} = H^{(q)} + D^{(q)} + E^{(q)} \quad (3-26)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง D และ E เป็นเมตริกซ์ symmetric correction มี 2 ทฤษฎีที่ใช้ในการเปลี่ยนเมตริกซ์ คือ Davidon-Fletcher-Powell (DFP code) และ Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno ซึ่งทฤษฎีทั้งสองแตกต่างกันในรายละเอียดเท่านั้น เช่น ค่า round-off error และ convergence tolerances

ขบวนการเบื้องต้นของการหาขนาดการกระโดด (step size) โดยอาศัยอัลกอริทึม (algorithms) ในรูปที่ (3-12) ซึ่งสามารถแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน โดยในขั้นตอนแรก จะแบ่งขอบเขตของเส้นทางเริ่มต้นในการหาจุดต่ำสุด ส่วนในขั้นตอนที่สอง ในเส้นทางที่กำหนดจะถูกปรับโดยการตัดพื้นที่ในส่วนที่ไม่ได้ให้ค่าต่ำสุดออก ในที่สุดก็จะได้ขนาดการกระโดดที่เหมาะสม สิ่งที่น่าสนใจคือ วิธี Golden Section เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับ Non - derivative แต่วิธีนี้ต้องการฟังก์ชันเป็นจำนวนมากในการคำนวณ ซึ่งวิธีนี้จะไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติของการ design แต่ทว่าวิธี polynomial interpolation จะมีประสิทธิภาพดีกว่า



รูปที่ 3-12 Step size determination algorithm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

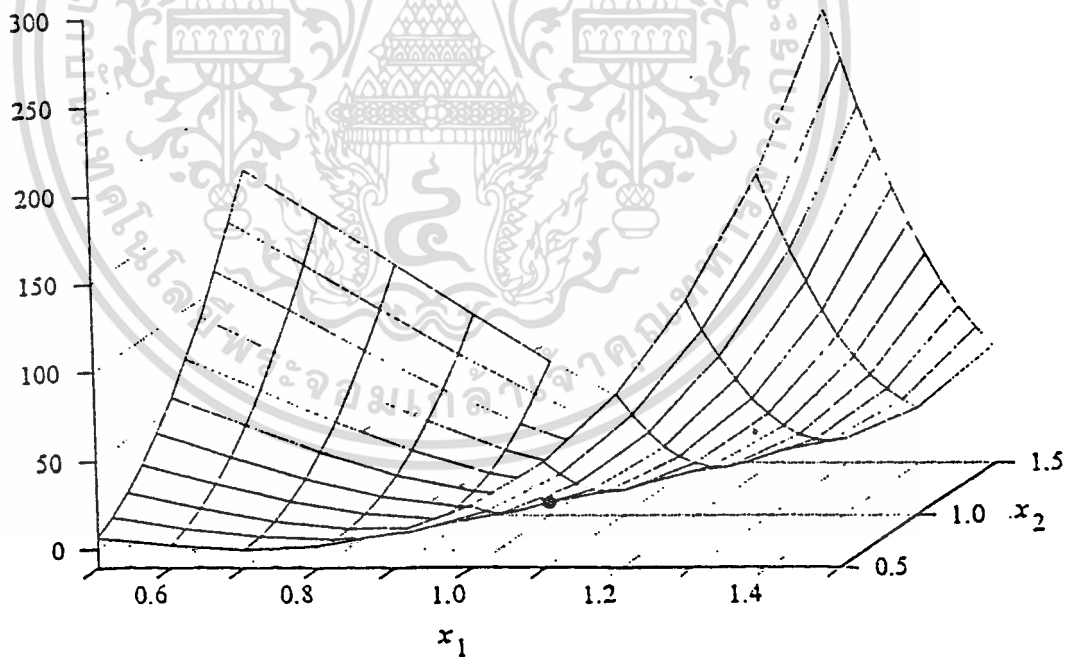
3.3.2 ตัวอย่าง Numerical

ปัญหาทดสอบ I

ตัวอย่างที่เลือกมาทดสอบคือ Rosenbrock 's function

$$\text{Minimise } F(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 \quad (3-27)$$

ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนี้จะอยู่ที่จุด $[1, 1]^T$ ซึ่งเป็นรูป banana - shaped เทคนิคของ unconstrained method ทั้ง 3 ถูกเลือกเพื่อมาแก้ปัญหานี้ โดยมีจุดเริ่มต้นที่ $[0.6, 0.6]^T$



รูปที่ 3-13 Rosenbrock 's function

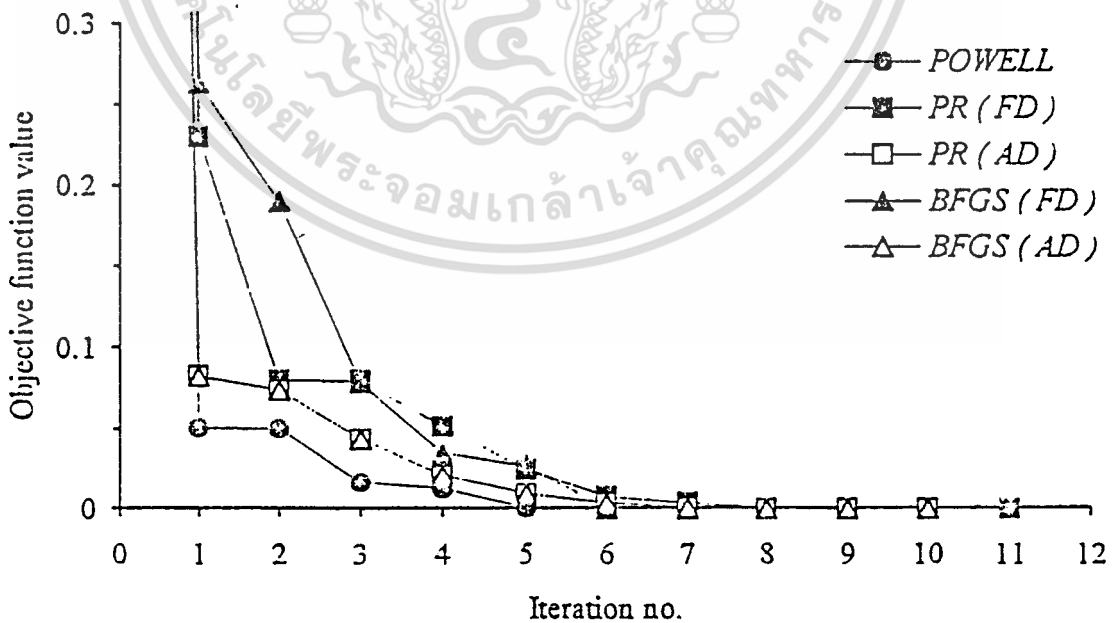
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง 3-3 การแสดงคำตอบต่างๆของ Rosenbrock's function
ที่แก้ปัญหาโดยใช้วิธี POWELL ,PR และ BFGS

	Methods				
	POWELL	PR (FD)	PR (AD)	BFGS (FD)	BFGS (AD)
$F(x^{(0)})$	5.9200	5.9200	5.9200	5.9200	5.9200
$F(x^*)$	1.14E-07	1.06E-07	4.28E-09	1.94E-07	4.28E-09
x_1^*	0.99977	0.99969	0.99998	1.00003	0.99998
x_2^*	0.99957	0.99940	0.99995	1.00001	0.99995
N_f	230	343	113	245	128
N_i	7	11	10	8	10

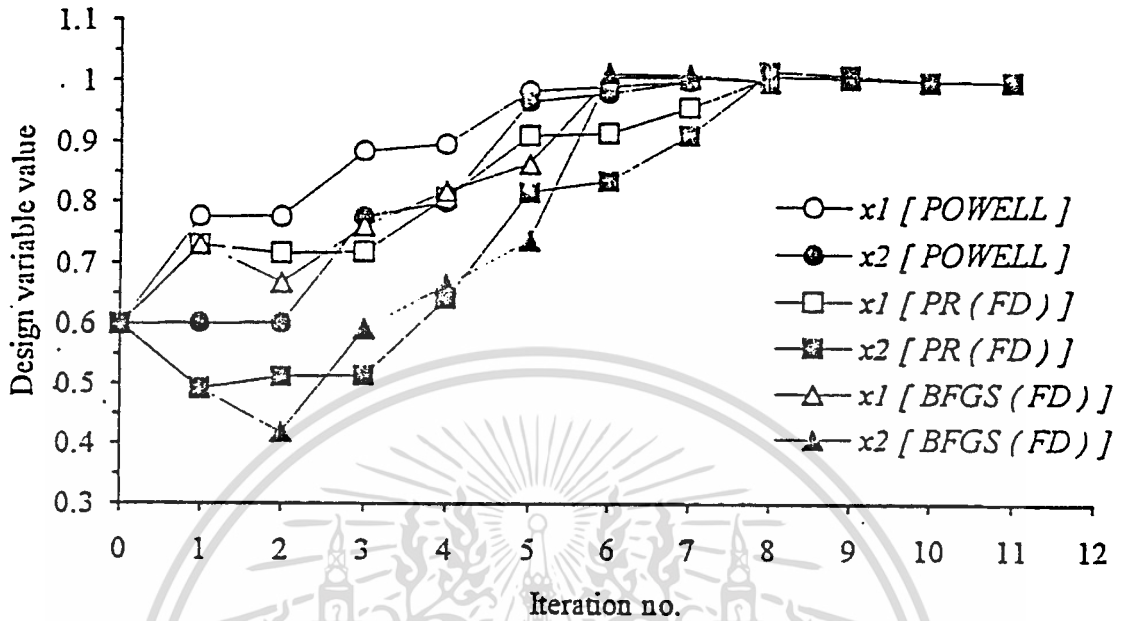
หมายเหตุ

FD : finite difference approximations N_i : number of iterations
 N_f : number of function evaluations
 AD: analytical first derivatives



รูปที่ 3-14 Performance of the Rosenbrock's function using unconstrained minimization methods

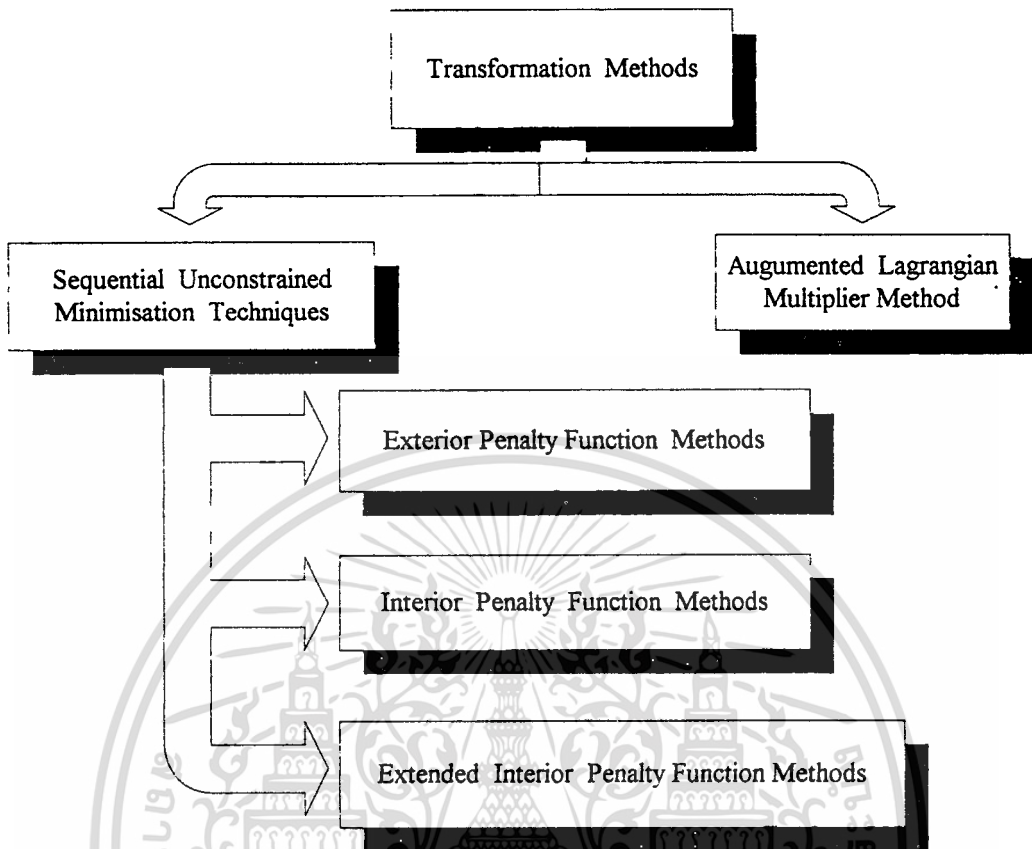
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3-15 Iterative process of design variable using unconstrained minimization methods

3.4 วิธีการเปลี่ยนรูป

ในส่วนนี้จะจะเป็นเทคนิคในการแก้ค่าที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้ได้ผลดีที่สุด ซึ่งจะใช้วิธีการเปลี่ยนรูปโดยปรับปรุงค่าและฟังก์ชันที่เป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาซึ่งสามารถแก้ปัญหาที่ไม่จำเป็นได้ โดยพื้นฐานเพื่อที่จะสร้างชุดฟังก์ชัน (Pseudo function) และคอนสเตรนทฟังก์ชัน (constraint function) วิธีการเปลี่ยนรูปสามารถแยกออกเป็น 2 ชนิด ซึ่งแสดงในรูปที่ (3-16) วิธีแรกเกี่ยวกับวิธีการภายนอก (penalty) และภายใน (barrier) ซึ่งอ้างถึง Sequential Unconstrained Minimization Technique (SUMT) อย่างที่ 2 คือ การปรับปรุงฟังก์ชัน Lagrangian ที่เรียกว่า วิธีการ Augmented Lagrangian Multiplier Method (ALMM)



รูปที่ 3-16 Classification of the transformation methods

จากสมการ (3-1) ถึง (3-4) วิธีการเปลี่ยนแปลงรูปฟังก์ชันเหล่านี้เข้ากับปัญหาที่ไม่จำเป็นสำหรับสโตนฟังก์ชัน จะได้ว่า

$$\phi(x,r) = F(x) + P[h(x),g(x),r] \quad (3-28)$$

ขณะที่ r คือเวกเตอร์ทั่วไปของตัวแปรควบคุม และ $P[h(x),g(x),r]$ คือ ค่าฟังก์ชันจริง ซึ่งแปรตามค่า r รูปแบบของ P ขึ้นกับวิธีการที่ใช้ ฟังก์ชัน $\phi(x,r)$ เป็นค่าของ unconstrained ที่ต่ำที่สุด โดยการเก็บค่า r ในระหว่างที่ทำซ้ำแต่ละครั้ง ค่าพารามิเตอร์ r จะถูกเปลี่ยนใหม่และกระบวนการจะถูกทำซ้ำจนกระทั่งไม่สามารถปรับปรุงค่าได้อีกแล้ว สำหรับค่า P และ r ที่เหมาะสม ควรใช้วิธี unconstrained แก้ปัญหา

3.4.1 Sequential Unconstrained Minimization Techniques

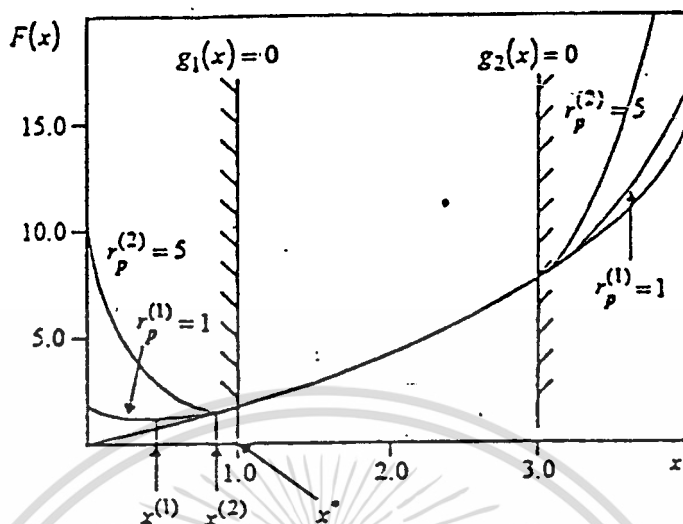
วิธีการเหล่านี้ถูกพัฒนาและอธิบายรายละเอียดโดยเพียโค และแมคคอมมิค (1968) วิธีลำดับค่าจะแบ่งเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือ ลักษณะคุณสมบัติของการรักษาค่า constraint ทั้งหมดที่เป็นไปได้ จากการออกแบบค่าที่เหมาะสม ซึ่งเป็นวิธีที่ดีกว่า ถ้าตัดสินใจใช้ Penalty เพราะถ้าหากว่ามันไม่รวมกัน มันยังคงออกแบบค่าที่เป็นไปได้ ในส่วนที่ 2 ใช้ลำดับค่าที่เป็นไปไม่ได้และเป็นไปได้ที่มีค่าเหมาะสมเท่านั้นมันอ้างถึงวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty หรือ penalty เพื่อให้ได้ลักษณะวิธีการภายนอกและภายในที่ดีที่สุด

3.4.1.1 วิธีการ Exterior Penalty Function

วิธีนี้เป็นวิธีที่ง่ายที่สุดจะรวมเอากระบวนการที่เหมาะสมเข้าไว้ด้วยกัน เพราะมันจะบังคับแค่สู่โดฟังก์ชันเท่านั้น การปฏิบัติได้ถูกพัฒนาเพื่อใช้ควบคุมค่า equality และ inequality ดังนี้

$$P[h(x), g(x), r_p] = r_p \left\{ \sum_{k=1}^l [\max\{0, g_k(x)\}]^2 + \sum_{j=1}^m [h_j(x)]^2 \right\} \quad (3-29)$$

จากสมการ (3-29) ฟังก์ชัน penalty ไม่ถูกบังคับถ้า constraints ทั้งหมดเป็นที่น่าพอใจ พารามิเตอร์ r_p เป็นค่าเริ่มต้นที่มีค่าน้อย ($r_p = 1$) และจะถูกเปลี่ยนค่าโดยแฟกเตอร์ตัวคูณ γ ($\gamma > 1$) รูปที่ (3-17) และ (3-18) แสดงตัวอย่างเพื่อสาธิตเทคนิคให้ดู มันมีค่าต่ำสุดที่ดีและง่ายในการใช้โพลีโนเมียล แต่ค่าที่เหมาะสมคือ ค่าภายนอกขอบเขตที่น่าเป็นไปได้ สังเกตได้ว่า เมื่อ r_p มีค่าเพิ่มขึ้น ฟังก์ชันจะเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้น เพราะการออกแบบค่าที่เหมาะสมจากช่วงที่เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นมันจึงไม่มีประโยชน์ เพราะถ้ากระบวนการหยุดก่อนถึงเวลาอันควร การออกแบบก็ไม่สามารถใช้ได้ อย่างไรก็ตามเทคนิคนี้สามารถเริ่มกระบวนการด้วยการออกแบบค่าดั้งเดิมที่เป็นไปไม่ได้



รูปที่ 3-17 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าฟังก์ชันต่ำสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย 2 inequality constraints

3.4.1.2 วิธีการ Interior Penalty Function

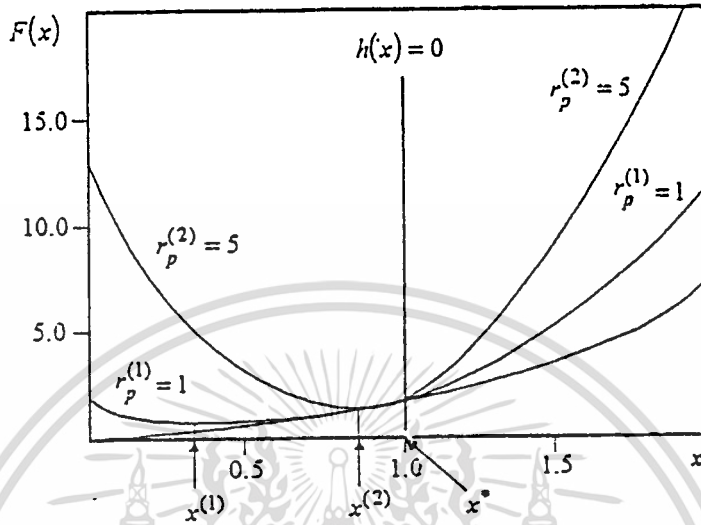
วิธีการนี้จะออกแบบเพื่อปรับปรุงค่าที่เป็นไปได้ โดยการเลือกรูปแบบที่แตกต่างกันของฟังก์ชัน Penalty ประยุกต์เข้ากับ inequality constraints และเก็บค่า equality constraints ก่อนพารามิเตอร์ Penalty จะถูกลดลงแทนที่จะเพิ่มขึ้นระหว่างกระบวนการ วิธีนี้ไม่เหมาะสมกับค่า equality constraints เพราะไม่มีทางแน่ใจว่า x^* เป็นที่น่าพอใจของ equality constraints หรือไม่

$$P[h(x), g(x), r'_p] = r'_p \sum_{k=1}^l [-1/g_k(x)] \quad (3-30)$$

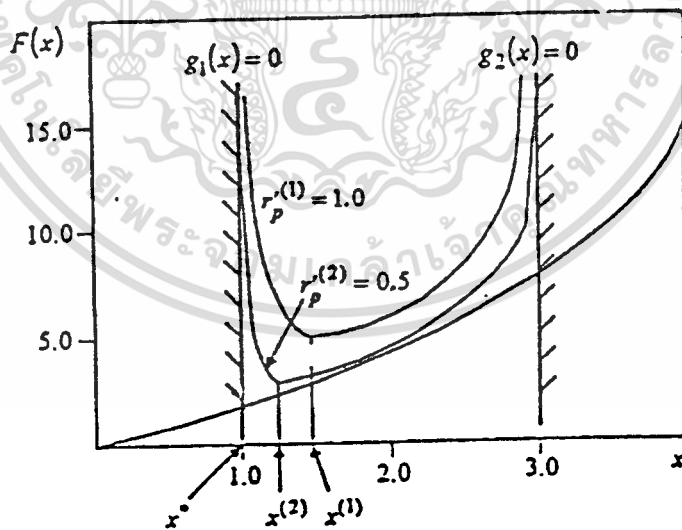
$$P[h(x), g(x), r'_p] = r'_p \sum_{k=1}^l -\log[-g_k(x)] \quad (3-31)$$

ในกรณีที่มี r'_p เริ่มต้นมีค่าบวกมากและลดลงมา r'_p ถูกคูณโดย γ ($\gamma < 1$) สังเกตได้ว่าสมการ (3-29) สามารถนำมาใช้เมื่อ $g_k(x)$ มีค่าบวกหรือลบค่าใดค่าหนึ่ง แต่สมการที่ (3-31) สามารถนำมาใช้เมื่อ $g_k(x)$ เป็นลบเท่านั้น แต่อัลกอริทึมนี้ไม่สามารถใช้ได้กับ

numerical ที่ยาก ๆ เมื่อ $g_k(x) \rightarrow 0$ เพราะค่า Penalty จะเข้าใกล้อินฟินิตี้ดังแสดงในรูปที่ (3-19)



รูปที่ 3-18 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าฟังก์ชันต่ำสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย Single equality constraints



รูปที่ 3-19 Illustration of the interior penalty function methods

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.1.3 วิธีการ Extended Interior Penalty

เทคนิคเหล่านี้สามารถนำไปใช้ร่วมกับวิธีการภายในและภายนอกได้ดีที่สุด ในส่วนนี้จะนำเสนอเทคนิค 2 อย่างที่ใช้ได้ดี ฟังก์ชัน penalty สำหรับ equality constraints ก็ยังคงเหมือนก่อน รูปแบบของ penalty ของ inequality constraints เท่านั้น จะแตกต่างออกไปดังนี้

1) ฟังก์ชันเชิงเส้น Extended Penalty

$$P[h(x), g(x), r_p, r'_p] = r'_p \sum_{k=1}^l \bar{g}_k(x) + r_p \sum_{j=1}^l [h_j(x)]^2 \quad (3-32)$$

$$\bar{g}_k(x) = [-1/g_k(x)] \quad \text{if } g_k(x) \leq \varepsilon_e \quad (3-33)$$

$$\bar{g}_k(x) = -[2\varepsilon - g_k(x)]/\varepsilon_e^2 \quad \text{if } g_k(x) > \varepsilon_e \quad (3-34)$$

$$\varepsilon_e = -c_e (r'_p)^a \quad 1/3 \leq a_e \leq 1/2 \quad (3-35)$$

เมื่อ ε_e คือ ค่าลบน้อย ๆ ซึ่งเปลี่ยนค่าจาก interior penalty เป็น extended penalty และ c_e คือ ค่าคงที่

2) ฟังก์ชัน Quadratic Extended Penalty

$$\bar{g}_k(x) = [-1/g_k(x)] \quad \text{if } g_k(x) \leq \varepsilon_e \quad (3-36)$$

$$\bar{g}_k(x) = -1/\varepsilon_e \{ [g_k(x)/\varepsilon_e]^2 - 3 [g_k(x)/\varepsilon_e] + 3 \} \quad \text{if } g_k(x) > \varepsilon_e \quad (3-37)$$

ฟังก์ชันเชิงเส้น extended penalty มีค่าต่อเนื่องและต่อเนื่องใน first derivatives ที่ $g_k(x) = \varepsilon_e$ อย่างไรก็ตามถ้าเป็น secondary derivatives จะไม่ต่อเนื่อง ดังเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนักผู้ใดเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

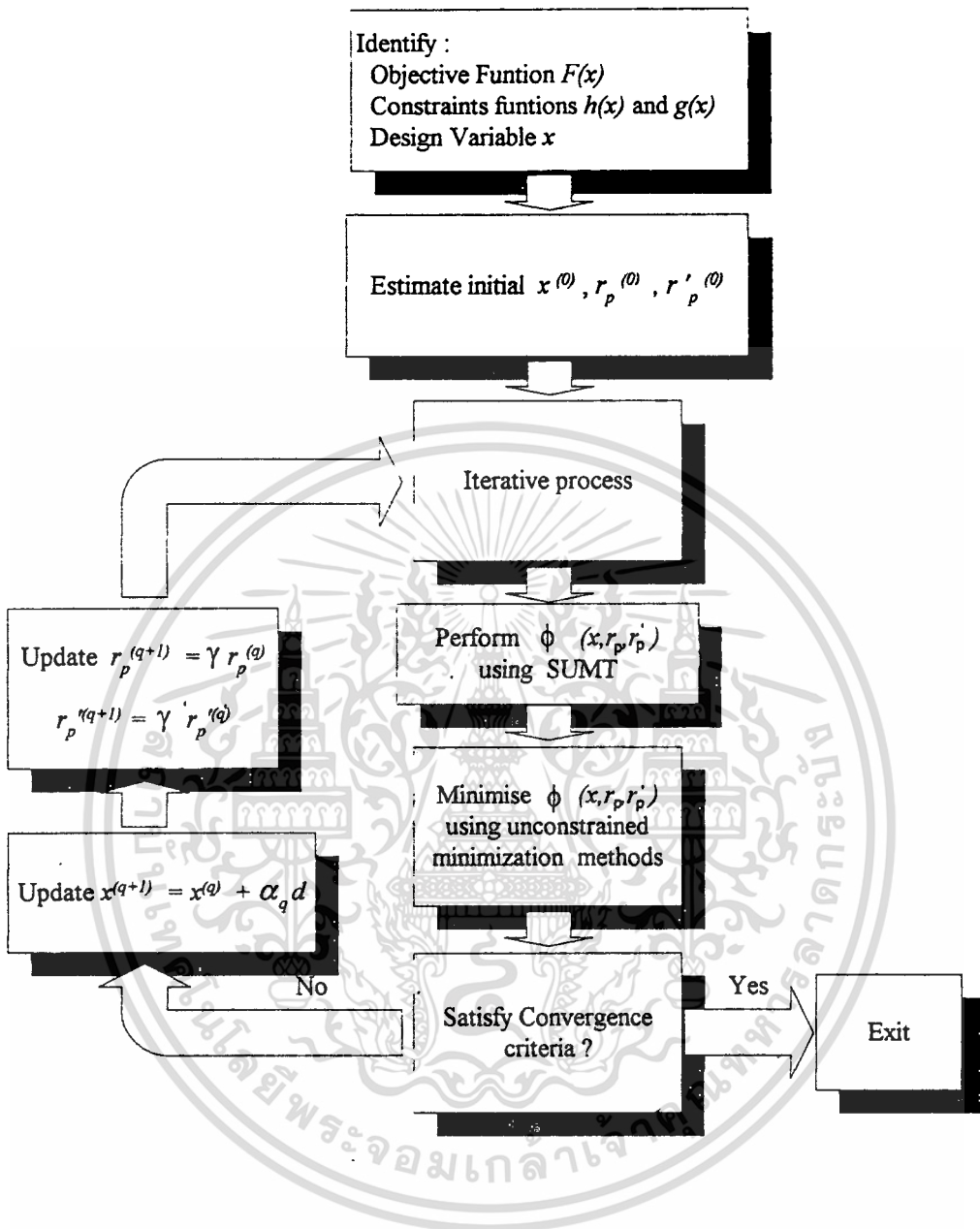
นั่นถ้าประมาณค่าโดยใช้วิธี second-order ซึ่งใช้หา unconstrained minimization ควรใช้วิธีการฟังก์ชัน quadratic extended penalty เทคนิคนี้ได้เคยนำมาใช้ออกแบบหาค่าต่าง ๆ ที่เหมาะสมสำหรับวงจรแม่เหล็กไฟฟ้า

3.4.1.4 การปฏิบัติโดยทั่วไปสำหรับ SUMT

การปฏิบัติทั่วไปสำหรับ SUMT ถูกอธิบายไว้ในรูปที่ (3-20) กระบวนการเริ่มต้นด้วยการประมาณค่าเดิม $x^{(0)}$ และ r ดังนั้นฟังก์ชัน $\phi(x,r)$ ได้ถูกพิสูจน์โดยใช้เทคนิคของ SUMT $\phi(x,r)$ เป็นค่า unconstrained ที่ต่ำสุดและพารามิเตอร์ r เป็นค่าคงที่ที่เก็บไว้ระหว่างทำซ้ำในแต่ละครั้ง ดังนั้นจึงถูกเปลี่ยนโดยตัวคูณที่ทำซ้ำครั้งต่อไป กระบวนการจะทำซ้ำจนกว่าค่าจะเป็นที่น่าพอใจ

การเลือกค่าพารามิเตอร์ r_p และ r'_p เป็นจุดสำคัญในกระบวนการหาค่า Optimization บางครั้ง ตัวเลือกของ $r_p^{(0)}$ และ $r'_p^{(0)}$ อาจจะทำให้กระบวนการ numerical เกิดโอเวอร์โฟล ดังนั้นมันจึงมีอุปสรรคบ้างในการใช้ SUMT ในทางปฏิบัติ แวนเดอเพลท (1984) ให้คำแนะนำว่า ค่าตั้งเดิมที่ใกล้เคียงคือ ตัวเลือกที่ดีสำหรับพารามิเตอร์ r_p สำหรับฟังก์ชัน interior penalty คาสซิสและเซอมีท (1976) สมมติค่าเดิมของ r'_p สามารถประมาณได้เป็น

$$r'_p{}^{(0)} = \frac{\beta F(x^{(0)})}{P(x^{(0)})} \quad 0 < \beta < 1 \quad (3-38)$$



รูปที่ 3-20 General procedure for the sequential unconstrained minimization techniques

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

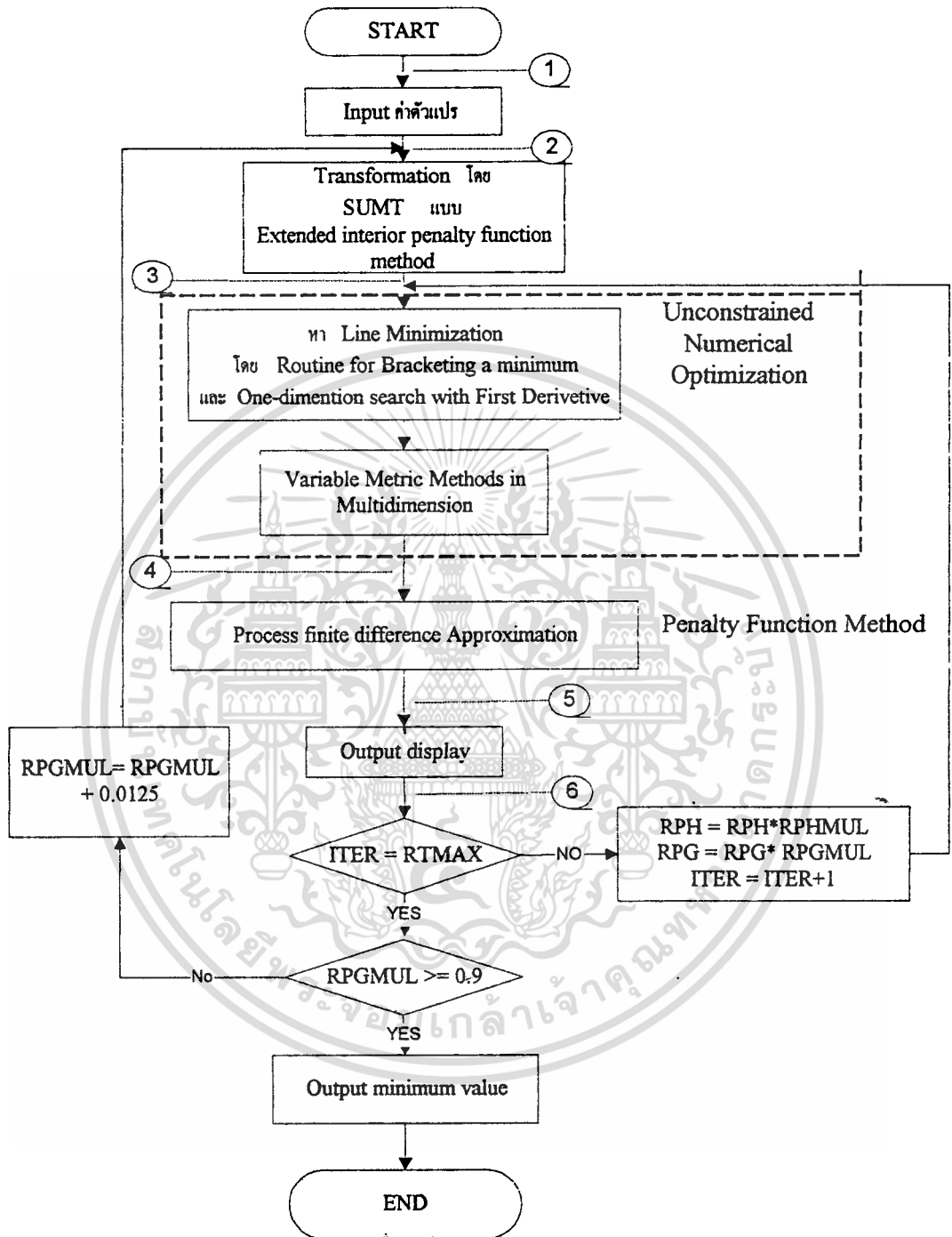
แผนผังของโปรแกรมการหาค่าที่เหมาะสม

ซึ่งเป็นอัลกอริทึมของการหาค่าที่เหมาะสม โดยนำมาประยุกต์ใช้กับฟังก์ชันที่เป็นทั้งเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นได้

โดยตัวโปรแกรมนั้นจะเขียนด้วยภาษา Fortran ทั้งนี้เนื่องจากหลักการหาอัลกอริทึมที่ใช้ นั้นได้พิสูจน์แล้วสามารถใช้ได้ดีกับภาษานี้

ในบทนี้จะแสดงถึงแผนผังข้อมูลในแต่ละขั้นตอน เพื่อให้สามารถเข้าใจถึงโปรแกรมการทำงานได้ง่าย ซึ่งเราสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานต่าง ๆ ได้ ไม่จำเป็นต้องนำมาออกแบบตัว เหนี่ยวนำบนแกน EI เท่านั้น

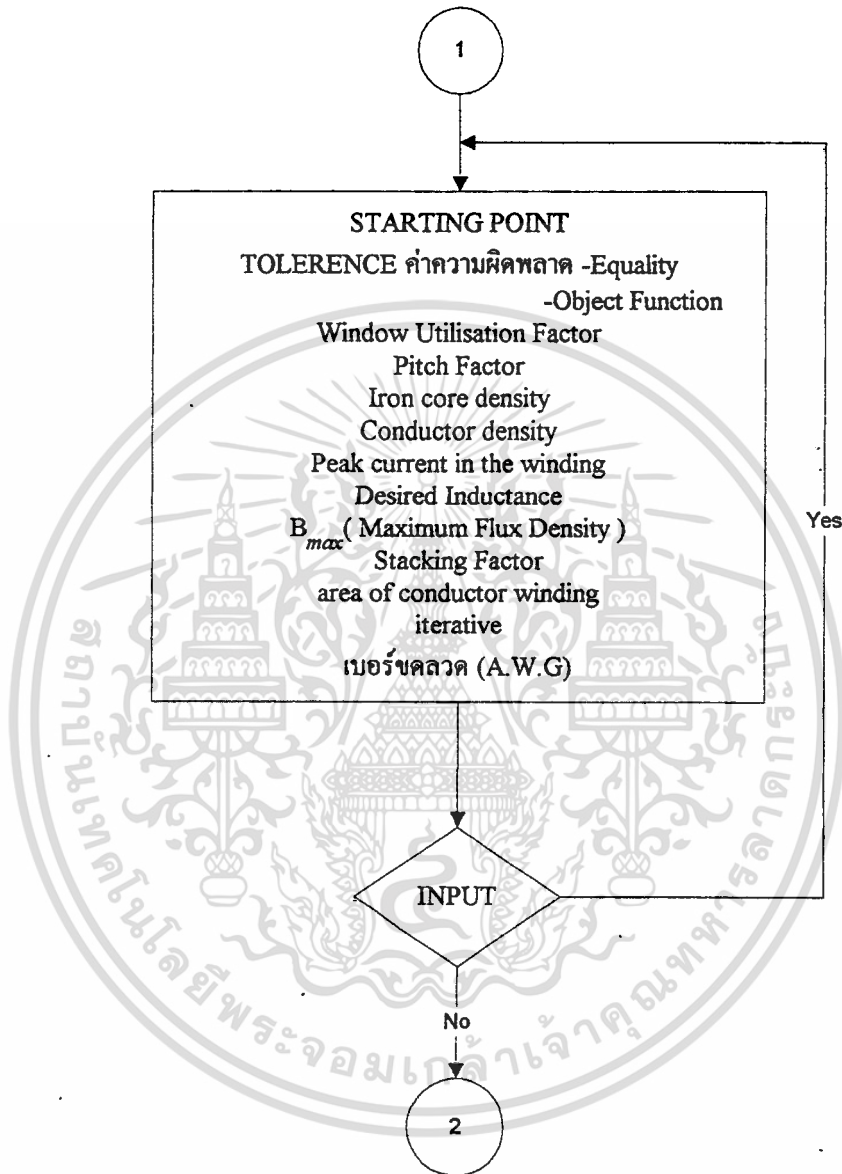




FLOWCHART and PROGRAM

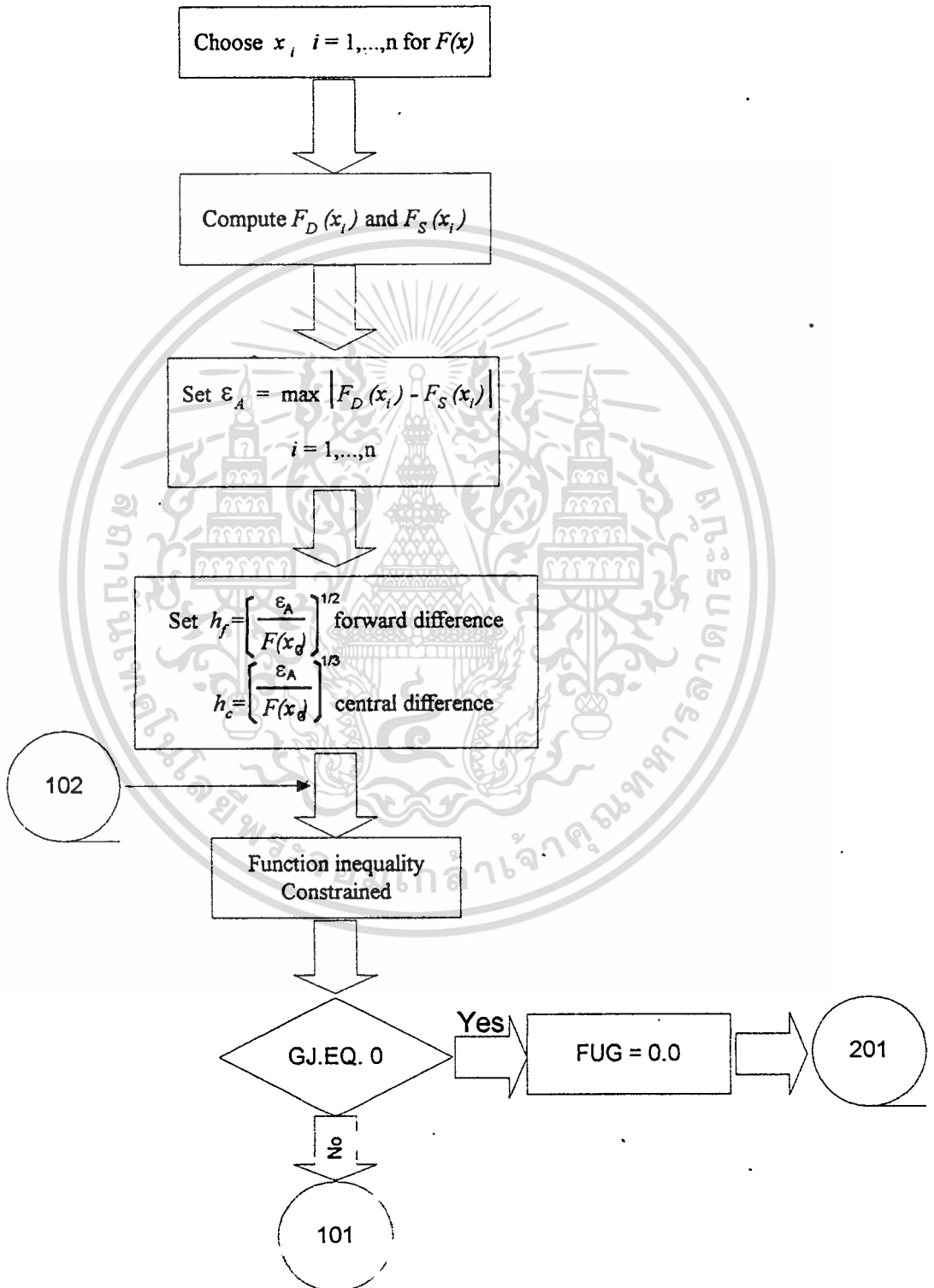
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

FLOWCHART INPUT



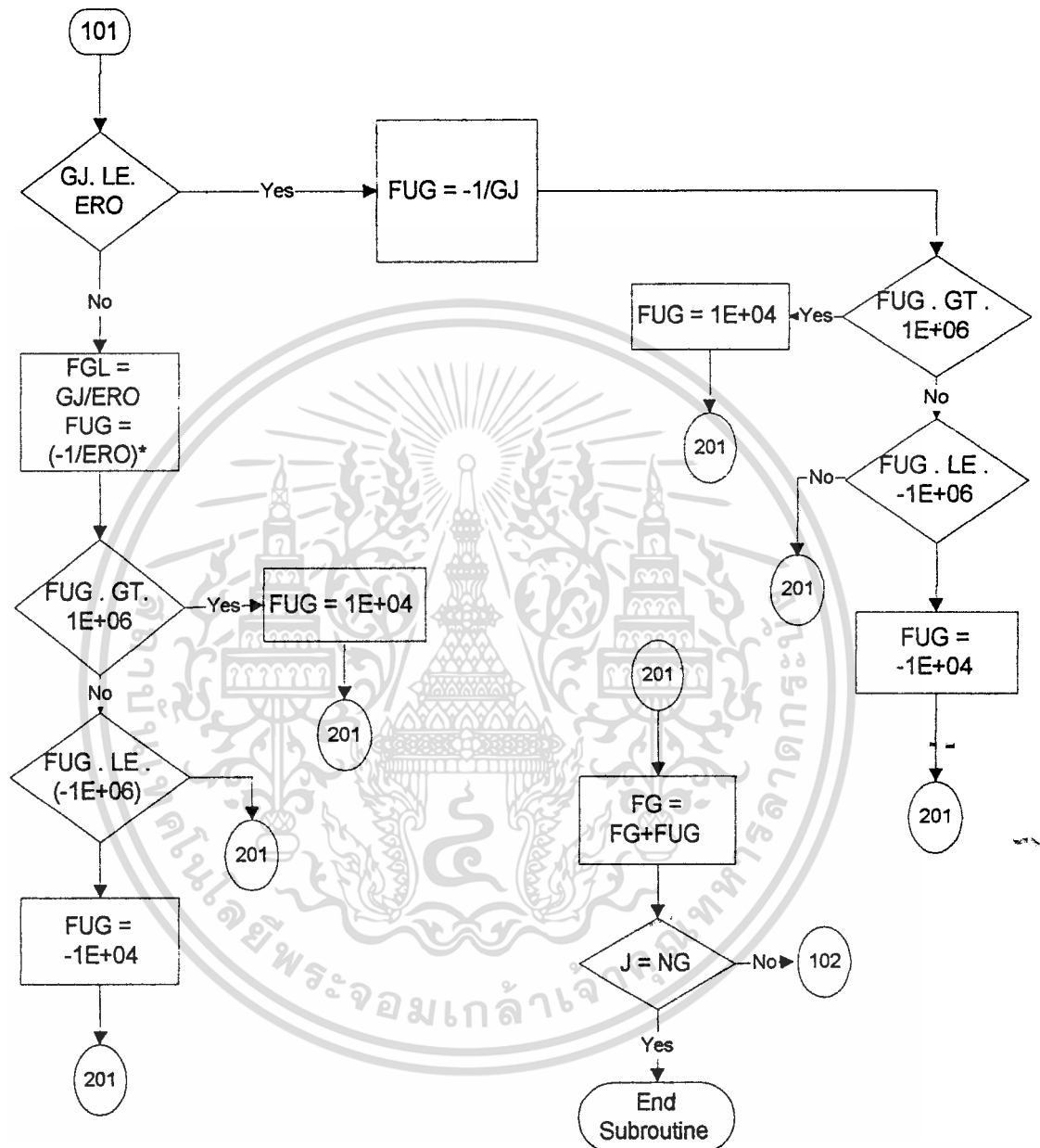
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

FLOWCHART FINITE DIFFERENCE



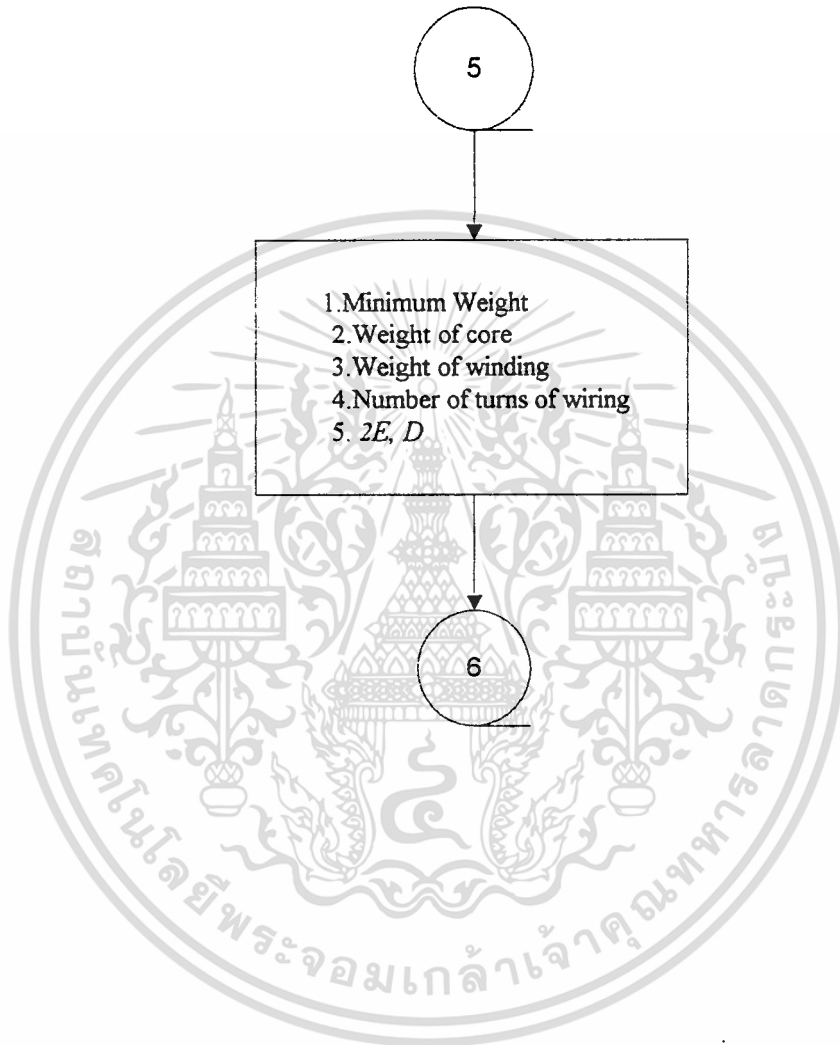
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Flowchart and Program



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

FLOWCHART DISPLAY



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

ผลการทดสอบ

ในบทนี้จะกล่าวการทดสอบ คุณสมบัติของแกนเหล็ก , การหาค่าความเหนียวนำ , การสร้างตัวเหนียวนำเปรียบเทียบกับผลที่ได้จาก โปรแกรม และ เปรียบเทียบการออกแบบตัวเหนียวนำ (Inductor) แบบแกนเหล็ก EI โดยวิธี Area Product และ วิธีจาก โปรแกรม

5.1 การหาคุณสมบัติของแกนเหล็ก

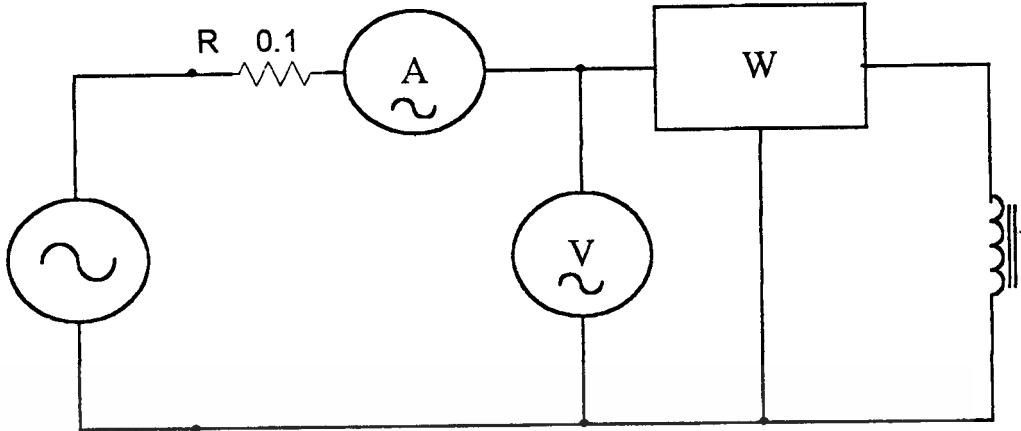
คุณสมบัติของแกนเหล็กที่จะทำการทดสอบหา คือ B-H curve ของแกนเหล็ก และ core loss curve

อุปกรณ์การทดสอบ

- 1.เครื่องปรับระดับแรงดันไฟฟ้า (variac) ขนาด 15 A
- 2.ออสซิลอสโคป พร้อมสายโพลป (Probe) 2 เส้น
- 3.เครื่องวัดกระแสไฟฟ้า
- 4.เครื่องวัดแรงดันไฟฟ้า
- 5.เครื่องวัดกำลังงานไฟฟ้า
- 6.ชุดความต้านทาน 0.1Ω 10 W
- 7.ชุดต่อสาย (Junction Box)
- 8.สายไฟ

วิธีการทดสอบหาคุณสมบัติของแกนเหล็ก

- 1.นำตัวเหนียวนำมาต่อวงจรดังรูป



2. ทำการปรับค่าโวลต์เตทโดยใช้ เครื่องปรับระดับแรงดัน (Variac) และบันทึกค่าโวลต์เตทจากมิเตอร์ เก็บค่าไว้

3. ทำการบันทึกค่ากระแสที่ค่าโวลต์เตทต่างๆ ที่ทำการปรับ

4. ทำการวัดความต่างเฟสระหว่างกระแสและโวลต์เตทที่ได้จากออสซิลอโคป

5. ทำการบันทึกค่ากำลังงานจากวัตต์มิเตอร์ที่ค่าโวลต์เตทต่างๆ ที่ทำการปรับ

6. นำค่าโวลต์เตทที่บันทึกมาหาค่าความหนาแน่นแม่เหล็ก (B) ได้จากสูตร

$$E = 4.44 f N B A \quad (5-1)$$

7. นำค่ากระแสที่บันทึกมาหาค่าความความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) ได้จากสูตร

$$H = \frac{0.4 \pi N I}{l} \quad (5-2)$$

โดยที่ l คือความยาวของเส้นทางของฟลักซ์แม่เหล็ก

8. นำค่าความหนาแน่นแม่เหล็ก (B) และความเข้มสนามแม่เหล็ก (H) มาวาดกราฟ

9. นำค่าแรงดัน, กระแสและมุมระหว่างแรงดันกับกระแสนำมาคำนวณหาค่า core loss ซึ่งได้จากสูตร

$$P_c = V I \cos \theta \quad (5-3)$$

เมื่อ V คือ แรงดันที่ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ

I คือ กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

θ คือ มุมระหว่างแรงดันกับกระแส

10. นำค่า B และ P_c มาวาดกราฟ จะได้กราฟแสดงค่าความสูญเสียของแกนเหล็กที่ B ค่าต่าง ๆ

ผลการทดสอบ

การทดสอบนี้ ใช้ตัวเหนี่ยวนำที่มีขนาด $2E = 3$ นิ้ว $D = 2.6$ cm จำนวนรอบขดลวด 169 รอบ ที่ความถี่ 50 Hz ผลการทดลองดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1

กระแส (A)	แรงดัน (V)
0.027	2
0.041	4
0.051	6
0.06	8
0.07	10
0.075	12
0.081	14
0.086	16
0.091	18
0.095	20
0.101	22
0.105	24
0.11	26
0.114	28
0.117	30
0.123	32
0.127	34
0.133	36
0.137	38
0.142	40
0.144	42

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระแส (A)	แรงดัน (V)
0.155	44
0.161	46
0.167	48
0.18	50
0.189	52
0.2	54
0.21	56
0.224	58
0.24	60
0.256	62
0.281	64
0.315	66
0.345	68
0.375	70
0.405	72
0.445	74
0.485	76
0.53	78
0.6	80
0.67	82
0.74	84
0.835	86
0.94	88
1.02	90
1.3	95
1.64	100
2.05	105
2.65	110
3.45	115
4.4	120
5.7	125
8	130

จากนั้นนำข้อมูลมาหาค่า B และ H ในตารางที่ 5.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.2

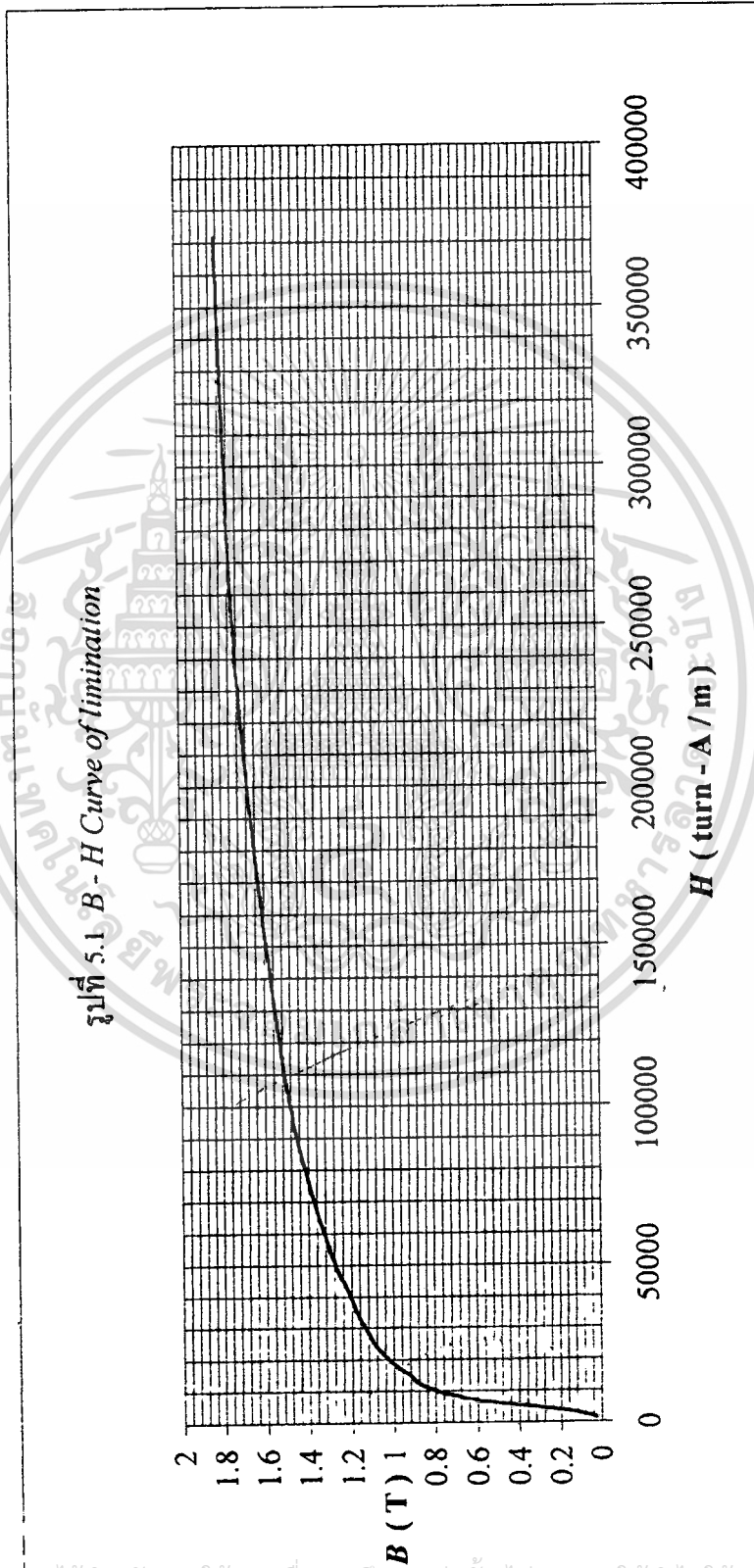
H (turn-A / m)	B (tesla)
1254	0.028
1904.4	0.056
2369	0.084
2810	0.11
3251.4	0.14
3506	0.167
3762.4	0.195
4018	0.223
4227	0.251
4413	0.28
4691.5	0.307
4877	0.335
5109.5	0.363
5295.5	0.391
5457.6	0.42
5712	0.447
5922.5	0.475
6177.6	0.503
6386	0.531
6596	0.559
6711.7	0.587
7199	0.615
7478	0.643
7757	0.671
8360	0.699
8779	0.727
9290	0.755
9754	0.783
10405	0.811
11148	0.84
11891.5	0.867
13052.6	0.895
14632	0.92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

H (turn-A / m)	B (tesla)
16254	0.951
17419	0.979
18812	1.007
20670	1.035
22528	1.063
24618	1.091
27870	1.119
31122	1.147
34372.7	1.175
38786	1.2
43663	1.23
47379	1.26
60385	1.33
76178	1.4
95222	1.47
123094	1.54
160254	1.61
204382	1.68
264767	1.75
371604	1.81

จะได้กราฟ B - H ของแกนเหล็ก ดังรูปที่ 5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



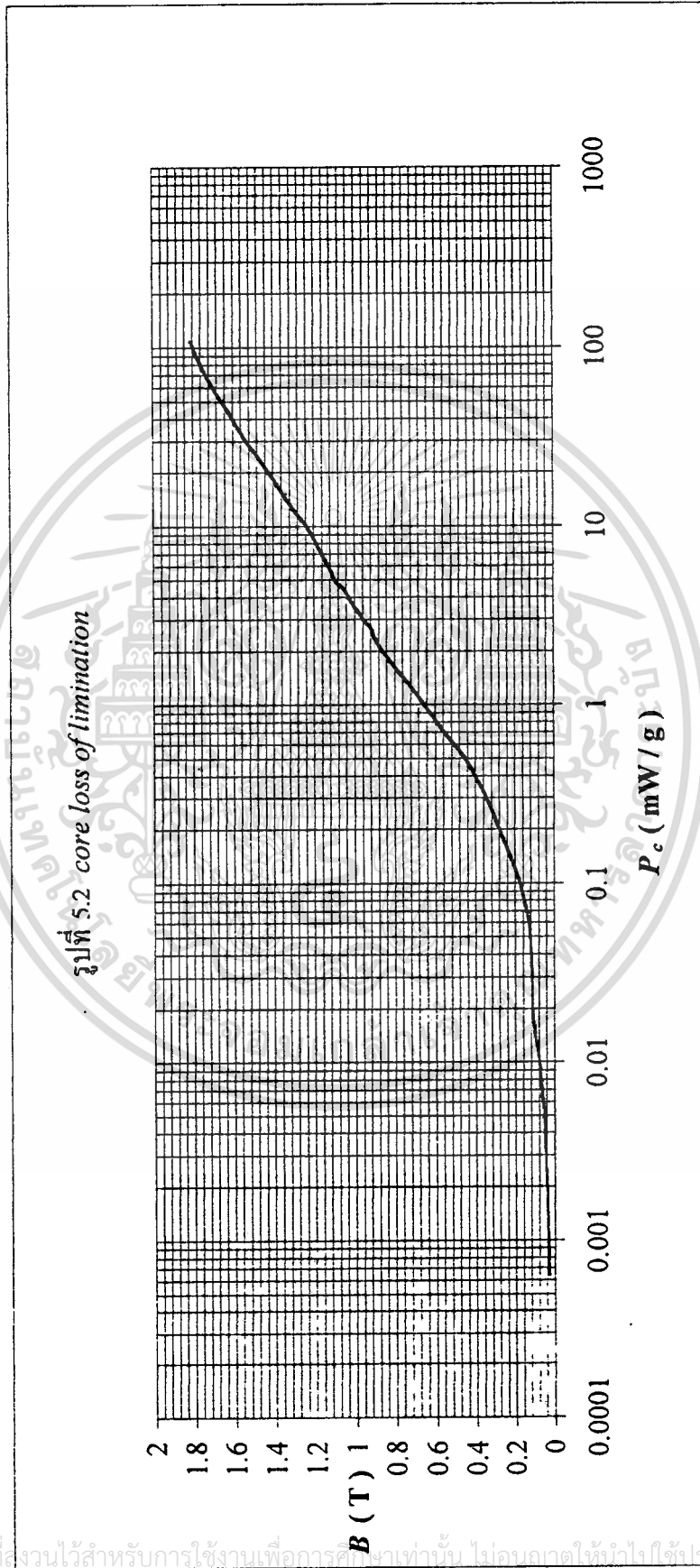
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้เฉพาะเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นนำข้อมูลมาหาค่า B และ P_c ในตารางที่ 5.3 และรูปที่ 5.2
 ตารางที่ 5.3

core loss (mW / g)	B (tesla)
0.00064	0.028
0.0048	0.056
0.0108	0.084
0.0184	0.11
0.0683	0.14
0.2	0.28
0.436	0.42
0.703	0.559
1.163	0.699
1.52	0.783
1.86	0.84
2.05	0.867
2.3	0.895
2.68	0.92
2.9	0.951
3.25	0.979
3.61	1.007
4.08	1.035
4.57	1.063
4.87	1.091
5.66	1.119
6.48	1.147
7.33	1.175
8.47	1.2
9.76	1.23
10.82	1.26
13.78	1.33
18.3	1.4
24	1.47
30.5	1.54
41.57	1.61
55.32	1.68
74.65	1.75
108.9	1.81

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในมหาวิทยาลัยเท่านั้น ไม่ควรเผยแพร่ไปยังหน่วยงานอื่นใดโดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

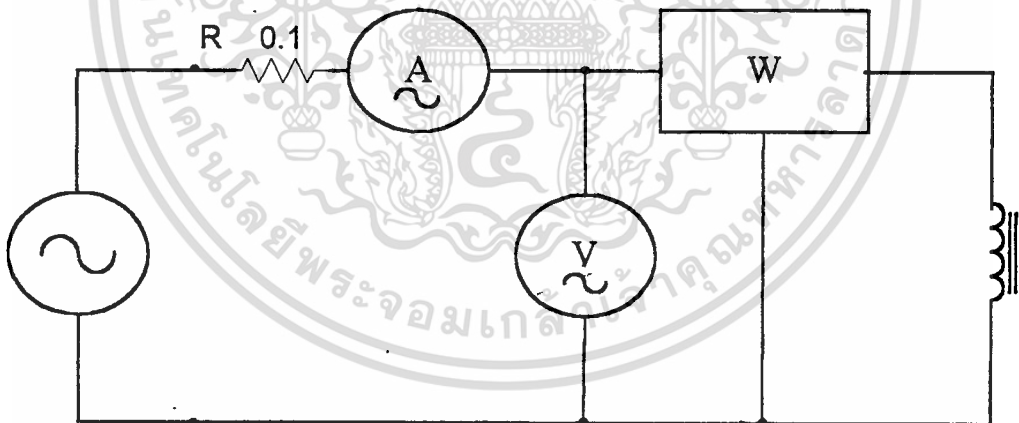
5.2 การหาค่าความเหนี่ยวนำ

อุปกรณ์การทดสอบ

1. เครื่องปรับระดับแรงดันไฟฟ้า (variac) ขนาด 15 A
2. ออสซิลอ스코ป พร้อมสายโพล (Probe) 2 เส้น
3. เครื่องวัดกระแสไฟฟ้า
4. เครื่องวัดแรงดันไฟฟ้า
5. ชุดความต้านทาน 0.1Ω 10 W
6. ชุดต่อสาย (Junction Box)
7. สายไฟ

วิธีการทดสอบหาค่าความเหนี่ยวนำ

1. ทำการต่อตัวเหนี่ยวนำดังรูป



2. ทำการหาค่าโวลต์เตทของตัวเหนี่ยวนำที่ใช้งานได้จากสูตร

$$v = 2\pi fLI \quad (5-4)$$

3. ทำการปรับเครื่องปรับระดับแรงดัน (Variac) ให้ได้กระแสที่พิกัดของตัวเหนี่ยวนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.ทำการบันทึกค่าโวลต์เตทและช่องว่างอากาศ (gap)

5.เปรียบเทียบโวลต์เตทที่ได้จากข้อ 2 กับข้อ 4 ถ้าค่าที่ได้จากข้อ 2 มีค่าต่ำกว่าข้อ 4 ก็ให้ทำการปรับ gap ให้มากขึ้น แต่ถ้าค่าที่ได้จากข้อ 2 มีค่าสูงกว่าข้อ 4 ก็ปรับ gap ให้ลดลง แล้วกลับไปทำข้อ 3 จนกว่าค่าที่ได้จากข้อ 2 และข้อ 4 จะเท่ากัน

5.3 การสร้างตัวเหนี่ยวนำเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากโปรแกรม

ทำการทดสอบโปรแกรมที่ปรับปรุงขึ้นใหม่จากโครงการน 1 (Project1) โดยทำการรันโปรแกรม Optimization เพื่อต้องการหาตัวเหนี่ยวนำขนาด 15 mH 15 A ซึ่งได้ผลดังนี้

MINIMUM VALUE.

$$Wi(E,D) = 2*Di*Fs*(2*E)*D*(6*E)+2*Dw*Fc*Fw*E^3*E*(2*E+D)$$

SUBJECT TO:

$$(Bmax*Fs*Fw*E^3*E*(2*E)*D)/Ac - Ld*Ip = 0$$

$$2.50E-03 \leq (2E,D) \leq 3.00E-01 \text{ m}$$

ENTER STARTING POINTS E AND D :

0.100000 0.100000

AX: 1.000001E-37 XX: 2.000001E-37

Ld: 1.500000E-02 H

Di: 7836.00 kg/m³

Bmax: 1.00000 tesla

Ip: 15.0000 A(rms)

Ac: 8.302000E-06 m²

Dw: 8890.63 kg/m

Fs: 0.950000

Fw: 0.500000

Fc: 1.50000

S.W.G.: 10

MINIMUM WEIGHT OF INDUCTOR : 9.84859 kg

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

E : 3.574394E-02 m

D : 2.602447E-02 m

S.W.G.: 10

WEIGHT OF CORE (W_i) : 5.94041 kg

WEIGHT OF WINDING (W_w) : 3.90818 kg

NUMBER OF TURNS OF WIRING : 181 TURNS

LENGTH OF AIR GAP (l_g) : 0.255305 cm

GAP LOSS (P_g) : 7.07235 watt

RESISTANCE OF WINDING : 0.125603 ohm

POWER LOSS IN THE WINDING (P_{cu}) : 28.2606 watt

*****CHANGE OF SIDE CORE*****

MINIMUM WEIGHT OF INDUCTOR : 10.5747 kg

2E : 3.00000 inch

D : 2.602447E-02 m

S.W.G.: 10

WEIGHT OF CORE (W_i) : 6.74934 kg

WEIGHT OF WINDING (W_w) : 3.82541 kg

NUMBER OF TURNS OF WIRING : 169 TURNS

LENGTH OF AIR GAP (l_g) : 0.237246 cm

GAP LOSS (P_g) : 7.00528 watt

RESISTANCE OF WINDING : 0.122943 ohm

POWER LOSS IN THE WINDING (P_{cu}): 27.6621 watt

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำมาสร้างเป็น โมเดลของตัวเหนี่ยวนำได้ผลดังนี้

WEIGHT OF INDUCTOR : 10.9 kg

WEIGHT OF CORE (W_i) : 6.833 kg

WEIGHT OF WINDING (W_w) : 4.068 kg

ตารางที่ 5.4

	คำนวณ	ทดสอบ
$2E$	3 นิ้ว	3 นิ้ว
D	2.6 cm	2.6 cm
จำนวนรอบขดลวด	169	169
น้ำหนักขดลวด	3.825 kg	4.068 kg
น้ำหนักแกนเหล็ก	6.749 kg	6.833 kg
น้ำหนักรวม	10.574 kg	10.901 kg
ช่องอากาศ	2.37 mm	3 mm
ค่าความสูญเสียรวม	59 W	100 W

จากตารางที่ 5.4 จะเห็นว่าน้ำหนักของตัวเหนี่ยวนำเมื่อมีการปรับเข้าหาแกนมาตรฐานแล้ว น้ำหนักของตัวเหนี่ยวนำดังกล่าวอาจจะไม่ใช่ น้ำหนักที่ Optimization ก็ได้ ดังนั้นจึงมีการปรับปรุงโปรแกรมในส่วนที่มีการปรับเข้าสู่แกนมาตรฐาน แล้วทำการทดลองที่ตัวเหนี่ยวนำ 50 mH 6 A ซึ่งได้ผลดังนี้

MINIMUM VALUE.

$$W_i(E,D) = 2 * D_i * F_s * (2 * E) * D * (6 * E) + 2 * D_w * F_c * F_w * E^3 * E * (2 * E + D)$$

SUBJECT TO:

$$(B_{max} * F_s * F_w * E^3 * E * (2 * E) * D) / A_c - L_d * I_p = 0$$

$$2.50E-03 \leq (2E,D) \leq 3.00E-01 \text{ m}$$

ENTER STARTING POINTS E AND D :

0.100000 0.100000

AX: 1.000000E-32 XX: 2.000001E-32

Ld: 5.000000E-02 H

Di: 7836.00 kg/m³

Bmax: 1.00000 tesla

Ip: 6.00000 A(rms)

Ac: 3.243000E-06 m²

Dw: 8889.92 kg/m

Fs: 0.950000

Fw: 0.500000

Fc: 1.50000

MINIMUM WEIGHT OF INDUCTOR : 6.15110 kg

2E : 2.50000 inch

D : 2.010175E-02 m

S.W.G.: 14

WEIGHT OF CORE (Wi) : 3.62035 kg

WEIGHT OF WINDING (Ww) : 2.53075 kg

NUMBER OF TURNS OF WIRING : 350 TURNS

LENGTH OF AIR GAP (lg) : 0.392992 cm

GAP LOSS (Pg) : 9.67005 watt

RESISTANCE OF WINDING : 0.468716 ohm

POWER LOSS IN THE WINDING (Pcu) : 16.8738 watt

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำมาสร้างเป็นตัวเหนี่ยวนำได้ผลดังนี้

WEIGHT OF INDUCTOR : 6.52 kg

WEIGHT OF CORE (W_i) : 3.65 kg

WEIGHT OF WINDING (W_w) : 2.87 kg

ตารางที่ 5.5

	คำนวณ	ทดสอบ
$2E$	2 นิ้ว	2 นิ้ว
D	2.2 cm	2.2 cm
จำนวนรอบขดลวด	350	350
น้ำหนักขดลวด	2.53 kg	2.87 kg
น้ำหนักแกนเหล็ก	3.62 kg	3.65 kg
น้ำหนักรวม	6.15 kg	6.52 kg
ช่องอากาศ	3.93 mm	3.4 mm
ค่าความสูญเสียรวม	39.6	50

5.4 เปรียบเทียบการออกแบบตัวเหนี่ยวนำ (Inductor) แบบแกนเหล็ก EI โดยวิธี Area Product และ วิธีจากโปรแกรม

5.4.1 ข้อมูลจากคำนวณ

1. ต้องการตัวเหนี่ยวนำ $L = 22.8 \text{ mH}$

$I = 15 \text{ A (rms)}$

$f = 50 \text{ Hz}$

เมื่อกำหนด $F_w = 0.5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ $J \leq 200 \text{ A/cm}^2$ เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_s = 0.95$$

$$F_c = 1.5$$

$$B_{max} = 1 \text{ T}$$

1.1 วิธี Area Product

คำนวณหาพลังงานที่ปรากฏ

$$P = VI$$

$$V \approx 2\pi fIL$$

$$\approx 2\pi(50)(15)(22.8 \times 10^{-3})$$

$$\approx 107.5 \text{ Volt}$$

เมื่อ V เป็นแรงดันตกคร่อมที่ตัวเหนี่ยวนำ

คำนวณ area product (A_p)

$$A_p = \left(\frac{VA \times 10^4}{4.44 B_{max} f F_w J} \right)^{1.14}$$

$$= 1826$$

เลือกขนาดของแกน จากตาราง ก.5 ค่าของ A_p จะได้แกนเหล็กขนาด 2.5 นิ้ว

$$\text{จำนวนรอบของขดลวด (N)} = \frac{V \times 10^4}{4.44 B_{max} f A_c} \quad \text{รอบ}$$

A_c เป็นพื้นที่หน้าตัดของแกน

$$A_c = 40.32$$

$$N = 120$$

$$\text{ขนาดขดลวด (A}_{COIP}) = \frac{I}{J}$$

$$= \frac{15}{200}$$

$$= 7.5 \text{ mm}^2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตารางที่ จ.1 ได้ S.W.G 10 $A_{COP} = 8.3 \text{ mm}^2$

ช่องอากาศ (Air Gap) ของตัวเหนี่ยวนำ

$$l_g = \frac{0.4\pi N^2 A_c \times 10^{-8}}{L} \text{ cm}$$

$$= \frac{(1.26)(120)^2 (40.32) \times 10^{-8}}{22.8 \times 10^{-3}}$$

$$= 0.32 \text{ cm}$$

ความต้านทานของขดลวด

$$R = 2F_c (2E + D) N \rho_R \times 10^{-6}$$

$$= 0.112 \Omega$$

พลังงานที่สูญเสียในขดลวด

$$P_{cu} = I^2 R$$

$$= 25.2 \text{ Watt}$$

น้ำหนักของขดลวด

$$W_w = 2D_w A_c N F_c (2E + D)$$

$$= 2.89 \text{ kg}$$

น้ำหนักของแกนเหล็ก

$$W_i = 2D_i F_s (2E) D (4E)$$

หรือ ดูจากตารางที่ ก.5 หลักที่ 9

$$W_i = 12 \text{ kg}$$

พลังงานที่สูญเสียในแกนเหล็ก จากรูปที่ 5.2 $B_{max} = 1 \text{ T}$ จะได้ค่าพลัง

งานที่สูญเสียในแกนเหล็กเท่ากับ $3.6 \text{ mW} / \text{g}$
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้กับโรงเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{FE} = 43.2 \text{ W}$$

พลังงานที่สูญเสียในช่องอากาศ

$$\begin{aligned} P_g &= K_i E_i l_g f B_{max}^2 \\ &= (0.155) (6.35) (0.32) (50) \\ &= 15.9 \text{ Watt} \end{aligned}$$

1.2 ผลที่ได้จากโปรแกรม

MINIMUM VALUE.

$$Wi(E,D) = 2*Di*Fs*(2*E)*D*(6*E)+2*Dw*Fc*Fw*E^3*E*(2*E+D)$$

SUBJECT TO:

$$(Bmax*Fs*Fw*E^3*E*(2*E)*D)/Ac - Ld*Ip = 0$$

$$2.50E-03 \leq (2E,D) \leq 3.00E-01 \text{ m}$$

ENTER STARTING POINTS E AND D :

0.100000 0.100000

AX: 1.000000E-26 XX: 2.000001E-26

Ld: 2.280000E-02 H

Di: 7836.00 kg/m³

Bmax: 1.00000 tesla

Ip: 15.0000 A(rms)

Ac: 8.302000E-06 m²

Dw: 8890.63 kg/m

Fs: 0.950000

Fw: 0.500000

Fc: 1.50000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MINIMUM WEIGHT OF INDUCTOR : 10.4769 kg

2E : 3.00000 inch

D : 2.281342E-02 m

S.W.G.: 10

WEIGHT OF CORE (W_i) : 5.91657 kg

WEIGHT OF WINDING (W_w) : 4.56031 kg

NUMBER OF TURNS OF WIRING : 208 TURNS

LENGTH OF AIR GAP (l_g) : 0.414521 cm

GAP LOSS (P_g) : 12.2398 watt

RESISTANCE OF WINDING : 0.146561 ohm

POWER LOSS IN THE WINDING (P_{cu}) : 32.9762 watt

2. ต้องการตัวเหนี่ยวนำ $L = 45.7 \text{ mH}$

$$I = 6 \text{ A (rms)}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

เมื่อกำหนด $F_w = 0.5$

$$J = 200 \text{ A/cm}^2$$

$$F_s = 0.95$$

$$F_c = 1.5$$

$$B_{max} = 1 \text{ T}$$

2.1 วิธี Area Product

คำนวณหาพลังงานที่ปรากฏ

$$P = VI$$

$$V \approx 2\pi fIL$$

$$\approx 2\pi(50)(6)(45.7 \times 10^{-3})$$

$$\approx 86.2 \text{ Volt}$$

เมื่อ V เป็นแรงดันตกคร่อมที่ตัวเหนี่ยวนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ประกอบการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณ area product (A_p)

$$A_p = \left(\frac{VA \times 10^4}{4.44 B_{max} f F_w J} \right)^{1.14}$$

$$= 499.7$$

เลือกขนาดของแกน จากตาราง ก.5 ค่าของ A_p จะได้แกนเหล็กขนาด 2 นิ้ว

จำนวนรอบของขดลวด (N) = $\frac{V \times 10^4}{4.44 B_{max} f A_c}$ รอบ

A_c เป็นพื้นที่หน้าตัดของแกน

$$A_c = 25.8$$

$$N = 151$$

ขนาดขดลวด (A_{COP}) = $\frac{l}{J}$

$$= \frac{6}{200}$$

$$= 3 \text{ mm}^2$$

จากตารางที่ จ.1 ได้ S.W.G 14 $A_{COP} = 3.24 \text{ mm}^2$

ช่องอากาศ (Air Gap) ของตัวเหนี่ยวนำ

$$l_g = \frac{0.4\pi N^2 A_c \times 10^{-8}}{L} \text{ cm}$$

$$= \frac{(1.26) (151)^2 (25.8) \times 10^{-8}}{45.7 \times 10^{-3}}$$

$$= 0.16 \text{ cm}$$

ความต้านทานของขดลวด

$$R = 2F_c (2E + D) N \rho_R \times 10^{-6}$$

$$= 0.241 \quad \Omega$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พลังงานที่สูญเสียในขดลวด

$$\begin{aligned} P_{cu} &= I^2 R \\ &= 8.67 \text{ Watt} \end{aligned}$$

น้ำหนักของขดลวด

$$\begin{aligned} W_w &= 2D_w A_c N F_c (2E + D) \\ &= 1.86 \text{ kg} \end{aligned}$$

น้ำหนักของแกนเหล็ก

$$\begin{aligned} W_i &= 2D_i F_s (2E) D (4E) \\ &= 4.4 \text{ kg} \end{aligned}$$

พลังงานที่สูญเสียในแกนเหล็ก จากรูปที่ 5.2 $B_{max} = 1 \text{ T}$ จะได้
ค่าพลังงานที่สูญเสียในแกนเหล็กเท่ากับ 3.6 mW/g

$$P_{FE} = 15.8 \text{ W}$$

พลังงานที่สูญเสียในช่องอากาศ

$$\begin{aligned} P_g &= K_i E_i l_g f B_{max}^2 \\ &= (0.155) (5.08) (0.16) (50) \\ &= 6.4 \text{ Watt} \end{aligned}$$

2.2 ผลที่ได้จากโปรแกรม

MINIMUM VALUE.

$$W_i(E,D) = 2 \cdot D_i \cdot F_s \cdot (2 \cdot E) \cdot D \cdot (6 \cdot E) + 2 \cdot D_w \cdot F_c \cdot F_w \cdot E \cdot 3 \cdot E \cdot (2 \cdot E + D)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SUBJECT TO:

$$(B_{max} * F_s * F_w * E * 3 * E * (2 * E) * D) / A_c - L_d * I_p = 0$$

$$2.50E-03 \leq (2E, D) \leq 3.00E-01 \text{ m}$$

ENTER STARTING POINTS E AND D :

0.100000 0.100000

AX: 1.000000E-27 XX: 2.000001E-27

Ld: 4.570000E-02 H

Di: 7836.00 kg/m³

Bmax: 1.00000 tesla

Ip: 6.00000 A(rms)

Ac: 3.243000E-06 m²

Dw: 8889.92 kg/m

Fs: 0.950000

Fw: 0.500000

Fc: 1.50000

MINIMUM WEIGHT OF INDUCTOR : 4.55897 kg

2E : 2.00000 inch

D : 2.730354E-02 m

S.W.G.: 14

WEIGHT OF CORE (Wi): 3.14714 kg

WEIGHT OF WINDING (Ww) : 1.41183 kg

NUMBER OF TURNS OF WIRING : 209 TURNS

LENGTH OF AIR GAP (lg) : 0.166598 cm

GAP LOSS (Pg) : 3.27947 watt

RESISTANCE OF WINDING : 0.261483 ohm

POWER LOSS IN THE WINDING (Pcu) : 9.41338 watt

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4.2 ข้อมูลการทดลอง

การหาความต้านทานคิซี โดยใช้วิธี V-I (การเปลี่ยนค่าความต้านทานคิซี เป็น ความต้านทานเอซี จากตาราง จ.2)

$$1. L = 22.8 \text{ mH} \quad 15 \text{ A}$$

Program Optimization

กระแส (A _{dc})	แรงดัน (V _{dc})
10	2.3
12	2.7
14	3.2
15	3.4
16	3.6
18	4
20	4.4

ความต้านทานคิซี $\approx 0.2 \Omega$

Area Product

กระแส (A _{dc})	แรงดัน (V _{dc})
10	1.6
12	1.9
14	2.2
15	2.4
16	2.6
18	3
20	3.2

ความต้านทานคิซี $\approx 0.2 \Omega$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. $L = 45.7 \text{ mH}$ 6 A

Program Optimization

กระแส (A dc)	แรงดัน (V dc)
4	1.2
6	2
8	2.7
10	3.4

ความต้านทานคี่ซี่ $\approx 0.36 \Omega$

Area Product

กระแส (A dc)	แรงดัน (V dc)
4	1.2
6	1.8
8	2.4
10	3.1

ความต้านทานคี่ซี่ $\approx 0.3 \Omega$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากหัวข้อ 5.2 เราสามารถหาค่าความเหนี่ยวนำ

$$1 L = 22.8 \text{ mH } 15 \text{ A}$$

ตัวเหนี่ยวนำที่สร้างจาก โปรแกรม

ช่องอากาศ (mm)	แรงดัน (Volt)	กระแส (A)	กำลังไฟฟ้า (Watt)	มุมระหว่างแรงดันกับกระแส (θ)		ค่าความเหนี่ยวนำ (mH)
				ทดสอบ	คำนวณ	
close	113	1.5		90		239.8
1	156	15	100	90	87.5	33.1
2	144	15	100	90	87.3	30.5
3	134	15	100	90	87.1	28.4
4	128	15	100	90	87	27.1
5	118	15	100	90	86.7	25
6	113	15	100	90	86.6	23.9
6.5	111	15	100	90	86.5	23.5
7	108	15	100	90	86.4	22.9
open	77	15	100	90	85	16.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวเหนี่ยวนำที่สร้างจากวิธี Area Product

ช่องอากาศ (mm)	แรงดัน (Volt)	กระแส (A)	กำลังไฟฟ้า (Watt)	มุมระหว่างแรงดันกับกระแส (θ)		ค่าความเหนี่ยวนำ (mH)
				ทดสอบ	คำนวณ	
close	36	1.5		90		76.4
1.2	142	15	100	90	87.3	30.1
2.4	97	15	100	90	86	20.3
2	105	15	100	90	86.3	22.3
open	34	15	100	90	78.7	7.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. $L = 45.7 \text{ mH}$ 6 A

ตัวเหนี่ยวนำที่สร้างจากโปรแกรม

ช่องอากาศ (mm)	แรงดัน (Volt)	กระแส (A)	กำลังไฟฟ้า (Watt)	มุมระหว่างแรงดันกับกระแส (θ)		ค่าความเหนี่ยวนำ (mH)
				ทดสอบ	คำนวณ	
close	104	1.5		90		77.3
0.5	114	6	50	90	85.8	52.4
1	92	6	50	90	84.8	50.4
1.2	86	6	50	90	84.4	45.6
open	29	6	50	90	73.3	15.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวเหนี่ยวนำที่สร้างจากวิธี Area Product

ช่องอากาศ (mm)	แรงดัน (Volt)	กระแส (A)	กำลังไฟฟ้า (Watt)	มุมระหว่างแรงดันกับกระแส		ค่าความเหนี่ยวนำ (mH)
				ทดสอบ	คำนวณ	
close	139	1.5		90		294.9
0.3	153	6	50	90	86.8	81.1
0.4	147	6	50	90	86.7	77.9
0.8	98	6	50	90	85.1	51.9
0.9	90	6	50	90	84.7	47.7
open	21	6	50	90	66.6	11.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการสร้างตัวเหนี่ยวนำทั้ง 2 วิธี คือ จากโปรแกรม และ Area Product นำมาเปรียบเทียบได้ในตารางที่ 5.6 (L = 22.8 mH 15 A) และตารางที่ 5.7 (L = 45.7 mH 6 A)

	Optimization		Area Product	
	จำนวน	ทดสอบ	จำนวน	ทดสอบ
2E	3 นิ้ว	3 นิ้ว	2.5 นิ้ว	2.5 นิ้ว
D	2.28 cm	2.2 cm	2.5 นิ้ว	2.5 นิ้ว
จำนวนรอบขดลวด	208	208	120	120
น้ำหนักขดลวด	4.56 kg	4.51 kg	2.89 kg	3.136 kg
น้ำหนักแกนเหล็ก	5.91 kg	5.97 kg	12 kg	11.3 kg
น้ำหนักรวม	10.47 kg	10.42 kg	14.89 kg	14.436 kg
ช่องอากาศ	4.14 mm	7 mm	3.26 mm	2 mm
ค่าความสูญเสียรวม	66.9 W	100 W	84.3 W	100 W

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.7

	Optimization		Area Product	
	จำนวน	ทดสอบ	จำนวน	ทดสอบ
2E	2 นิ้ว	2 นิ้ว	2 นิ้ว	2 นิ้ว
D	2.73 cm	2.7 cm	2 นิ้ว	2 นิ้ว
จำนวนรอบกดขวด	209	209	151	151
น้ำหนักกดขวด	1.41 kg	1.39 kg	1.86 kg	1.21 kg
น้ำหนักแกนเหล็ก	3.147 kg	3.136 kg	4.4 kg	6.01 kg
น้ำหนักกรวม	4.557 kg	4.526 kg	6.26 kg	7.22 kg
ช่องอากาศ	1.66 mm	3.6 mm	1.62 mm	0.9 mm
ค่าความสูญเสียรวม	24 W	50 W	30.9 W	50 W

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.5 สรุปผลการทดลอง

จากตารางที่ 5.6 และ 5.7 จะได้ว่าตัวเหนี่ยวนำที่ได้จาก

1.โปรแกรม Optimization จะมีน้ำหนักรวมน้อยกว่า ตัวเหนี่ยวนำที่ได้จากการคำนวณด้วย วิธี Area Product

2.รูปร่างของตัวเหนี่ยวนำที่คำนวณได้จะมีขนาดที่แตกต่างกัน

3.น้ำหนักของแกนที่ใช้จากวิธี Area Product จะหนักกว่าของโปรแกรม Optimization แต่ในทางตรงข้าม น้ำหนักขดลวดที่ได้จากวิธี Area Product จะเบากว่าของโปรแกรม Optimization

4.ประสิทธิภาพของตัวเหนี่ยวนำที่ได้จากทั้ง 2 วิธี มีค่าใกล้เคียงกัน

หมายเหตุ จากการทดสอบนี้การวัดค่าตัวเหนี่ยวนำใช้วิธีทางไฟฟ้า แต่เมื่อนำไปวัดด้วยเครื่องมือวัด ค่าที่ได้จะมีค่าไม่เท่ากัน ดังนี้

วิธี	ค่าความเหนี่ยวนำ (mH)	วัดทางไฟฟ้า (mH)	วัดจากเครื่องมือวัด (mH)
Program Optimization	22.8	22.9	20.8
	45.7	45.6	35.5
Area Product	22.8	22.3	18.8
	45.7	47.7	35.8

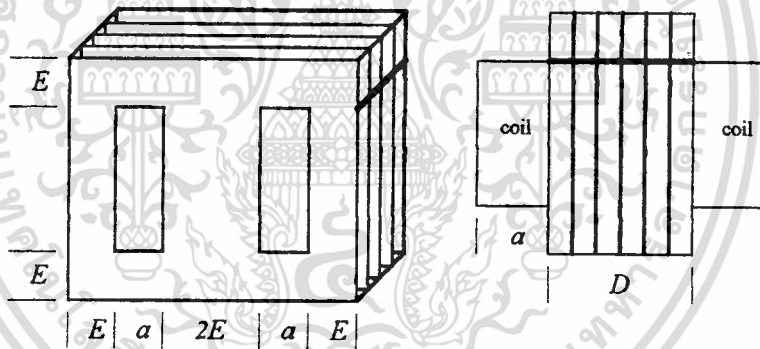
บทที่ 6

สรุปผลและวิจารณ์

สรุปผล

1. วิธีโปรแกรม Optimization สามารถทำให้ตัวเหนี่ยวนำมีน้ำหนักน้อยกว่าเมื่อเทียบกับวิธี Area Product

2. รูปร่างของตัวเหนี่ยวนำที่ได้จากโปรแกรม Optimization เมื่อเทียบกับ Area Product แสดงได้ดังรูป



$$2E_{Op} \geq 2E_{Ap}$$

$$D_{Op} < D_{Ap} = 2E_{Ap}$$

3. จากข้อ 2. จะได้น้ำหนักของแกนเหล็กของตัวเหนี่ยวนำที่ได้จากโปรแกรม Optimization จะมีค่าน้อยกว่าที่คำนวณได้จากวิธี Area Product ทั้งนี้เพราะเนื่องจากพื้นที่หน้าตัดมีค่าน้อยกว่า

4. จากข้อ 2. จะได้ว่า เมื่อพื้นที่หน้าตัดของแกนมีค่าลดลง ดังนั้นจำนวนรอบของขดลวดที่ใช้พันโดยวิธีที่ได้จากโปรแกรม Optimization จะมีจำนวนรอบที่มากกว่าวิธี Area Product ทำให้น้ำหนักของขดลวดมีค่ามาก

5.ประสิทธิภาพมีค่าใกล้เคียงกัน (เครื่องมือวัด Inductor ไม่สามารถที่จะวัดค่าได้ละเอียดพอ)

6.ค่าความเหนี่ยวนำที่วัดโดยวิธีทางไฟฟ้า และเครื่องมือวัด Inductor จะมีค่าที่ไม่ตรงกัน ทั้งนี้เนื่องจากการวัดทั้ง 2 วิธีใช้หลักการต่างกัน คือการวัดทางไฟฟ้าจะจ่ายกระแสที่พิกัดทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็กขึ้น ซึ่งทำให้ฟลักซ์รั่วไหลมีผลต่อการวัด

7.ค่าความเหนี่ยวนำจะมีช่วงที่สามารถปรับได้โดยการเปลี่ยนช่องว่างอากาศ

วิจารณ์

1. เครื่องมือวัด Inductor ที่ใช้ในการทดสอบ ยังไม่มีความละเอียดพอ
2. อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบต่างๆ ยังมีน้อยซึ่งทำให้การทดสอบต้องรีบทำการทดสอบ
3. ขั้นตอนการสร้างยังไม่มีความถูกต้อง ซึ่งทำให้ผลการทดสอบอาจมีความคลาดเคลื่อน

ภาคผนวก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

การออกแบบ Inductor โดยวิธี Area Product

ก.1 บทนำ

การออกแบบตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้ากระแสสลับ (AC inductor) ก็เหมือนกับการออกแบบหม้อแปลงไฟฟ้า ถ้าไม่มีฟลักซ์แม่เหล็กไฟฟ้ากระแสตรงในแกนเหล็ก การคำนวณในการออกแบบก็จะถูกต้อง

กำลังงานที่ได้ (apparent power P_v) ของตัวเหนี่ยวนำ คือ ค่า Volt-ampere ของตัวเหนี่ยวนำ ซึ่งเป็นผลมาจากกระแสกระตุ้น และแรงดันกระตุ้นที่ใส่ให้แก่ตัวเหนี่ยวนำ

$$P_v = VA \quad [\text{w}] \quad (\text{ก-1})$$

ก.2 ความสัมพันธ์ของ A_p กับ Volt-ampere Capability ของตัวเหนี่ยวนำ

ค่า A_p ขึ้นอยู่กับค่า Volt-ampere ของแกนเหล็ก เขียนด้วยสมการ

$$A_p = \left(\frac{VA \times 10^4}{4.44 B_m f K_u K_j} \right)^{1.14} \quad (\text{ก-2})$$

เมื่อ K_j เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่นกระแส

K_u เป็น window utilization factor

f เป็น ความถี่ (Hz)

B_m เป็น ความหนาแน่นฟลักซ์ (T)

จากที่กล่าวมาแล้วจะเห็นว่า factor ต่าง ๆ เช่น ความหนาแน่นฟลักซ์, K_u , K_j นั้นมีผลต่อพื้นที่ตัวเหนี่ยวนำ ค่าคงที่ K_j เป็นพารามิเตอร์ที่เป็นตัวควบคุม Copper loss

ก.3 พื้นฐานในการพิจารณา

การออกแบบตัวเหนี่ยวนำเชิงเส้นขึ้นอยู่กับปัจจัย 4 อย่าง คือ

1. ค่าความเหนี่ยวนำที่ต้องการ
2. แรงดันไฟฟ้า
3. ความถี่
4. ความหนาแน่นฟลักซ์

ข้อกำหนดต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นได้ ผู้ออกแบบต้องหาค่าสูงสุดของ B_{ac} ที่ไม่ทำให้แม่เหล็กอิ่มตัวและ make tradeoffs ที่จะทำให้เกิดค่าความเหนี่ยวนำสูงสุดสำหรับปริมาตรที่กำหนดให้ วัสดุที่ใช้ทำแกน เป็นตัวกำหนดค่าสูงสุดของความหนาแน่น flux ซึ่งสามารถทนทานได้

จำนวนรอบของขดลวดสามารถคำนวณได้จากกฎฟาราเดย์ ดังนี้

$$N = \frac{E \times 10^4}{4.44 B_m f A_c}$$

(ก-3)

ค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำแบบแกนเหล็ก ที่มี air gap แสดงดังนี้

$$L = \frac{0.4\pi N^2 A_c \times 10^{-8}}{l_g + l_m / \mu_r} \quad [\text{H}]$$

(ก-4)

ค่าความเหนี่ยวนำขึ้นอยู่กับผลของความยาวของเส้นทางแม่เหล็ก ซึ่งเป็นผลรวมของความยาวของ airgap l_g และอัตราส่วนของความยาวเฉลี่ยของแกนกับ relative permeability l_m / μ_r

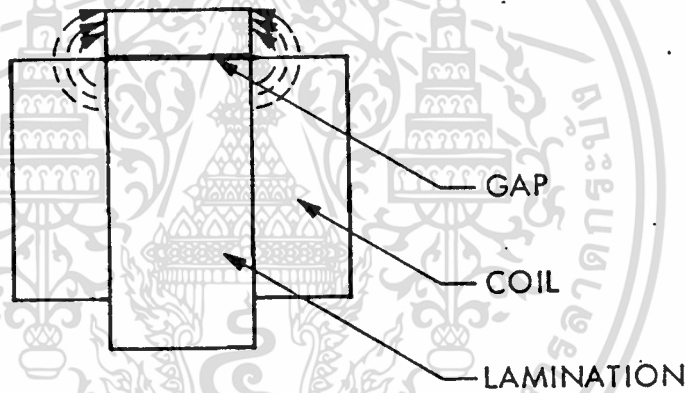
เมื่อค่า l_g มีค่ามาก เมื่อเปรียบเทียบกับค่า l_m / μ_r เนื่องจาก μ_r มีค่าสูง การเปลี่ยนแปลงของค่า μ_r ไม่มีผลต่อ ความยาวของเส้นทางแม่เหล็กหรือค่าความเหนี่ยวนำ

สมการค่าเหนี่ยวนำลดรูปได้เป็น

$$L = \frac{0.4\pi N^2 A_c \times 10^{-8}}{l_g} \quad [\text{H}] \quad (\text{ก-5})$$

การคำนวณครั้งสุดท้ายของช่องอากาศเป็นตัวพิจารณาผลของ fringing flux ซึ่งขึ้นอยู่กับรูปทรงของช่องอากาศ, รูปทรงของขั้ว และรูปร่างขนาดที่ตั้งของลวดตัวนำ

fringing flux ทำให้ผลรวมความต้านทานแม่เหล็กลดลง และทำให้ ค่าความเหนี่ยวนำเพิ่มขึ้น โดย factor F ซึ่งมีค่ามากกว่าผลที่ได้จากสมการ (ก-5) fringing flux มากทำให้ผลรวมของช่องอากาศมาก



รูปที่ ก.1

สมการของ fringing flux factor คือ

$$F = 1 + \frac{l_g}{\sqrt{A_c}} \ln \left(\frac{2G}{l_g} \right) \quad (\text{ก-6})$$

เมื่อ G เป็นค่าของ laminations

ค่าความเหนี่ยวนำ (L) ที่คำนวณจากสมการ (ก-5) ไม่ได้รวมผลของ fringing flux. ค่าของความเหนี่ยวนำ (L') จึงรวม fringing flux ไว้ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L' = \frac{0.4\pi N^2 A_c F \times 10^{-8}}{l_g} \quad [H] \quad (ก-7)$$

ความสูญเสียในตัวเหนี่ยวนำกระแสสลับประกอบด้วย 1. copper loss (P_{cu}) 2. ความสูญเสียจากแกนเหล็ก (P_{fe}) และ 3. ความสูญเสียจาก gap (P_g); copper loss และความสูญเสียจากแกนเหล็กได้กล่าวไปแล้ว [ภาคผนวก ค] ความสูญเสียของ gap ไม่ขึ้นอยู่กับความหนาของแกน และค่า μ

ประสิทธิภาพสูงสุดเกิดขึ้นเมื่อ copper loss เท่ากับ core loss เหมือนในหม้อแปลงไฟฟ้าเมื่อช่องอากาศเป็นศูนย์ ความสูญเสียจะไม่เกิดขึ้นในช่องอากาศ แต่ถ้าช่องอากาศเพิ่มขึ้นจะเกิด fringing flux เพิ่มขึ้น และ fringing flux บางส่วนจะทำให้เกิดกระแสไหลวน ทำให้เกิดความสูญเสียเพิ่มขึ้นอีก ลักษณะทางเรขาคณิตของแกนเหล็กก็มีผลต่อ fringing flux

ค่าความสูญเสียจากช่องอากาศขึ้นอยู่กับจำนวน fringing flux

$$P_g = K_i E l_g f B_m^2 \quad [H] \quad (ก-8)$$

เมื่อ E เป็น strip on torque width (cm) จากตารางที่ ก.5

ตาราง ก.1 Gap loss coefficient

Configuration	K_i
Two - coil C core	0.0388
Single - coil C core	0.0775
Lamination	0.155

กระบวนการ design

1. หากำลังที่เกิดขึ้น (apparent power) P_r จาก (ก-1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_i = VA \quad [W]$$

$$P_i = (115)(0.5)$$

$$P_i = 57.5 \quad [W]$$

2. หาพื้นที่ A_p จากสมการ (ก-2)

$$A_p = \left(\frac{VA \times 10^4}{4.44 B_m f K_u K_j} \right)^{1.14}$$

$$B_m = 1.2 \quad T$$

$$K_u = 0.4$$

$$K_j = 366$$

3. เลือกขนาดของ lamination จากตาราง ก.3 ด้วยค่า A_p โดยค่าในตารางที่ใกล้กับ A_p ที่หาได้ต่างกัน 1

$$EI-87, A_p = 16.5$$

4. หาจำนวนของขดลวดจากกฎ faraday สมการ (ก-3)

$$N = \frac{E \times 10^4}{4.44 B_m f A_c}$$

พื้นที่หน้าตัดแกนเหล็ก A_c ดูจากตาราง ก.3

$$A_c = 4.45 \quad [cm^2]$$

$$N = \frac{115 \times 10^4}{(4.44)(1.2)(60)(4.45)}$$

$$N = 808 \quad [turns]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. หาค่า อิมพีแดนซ์

$$X_L = \frac{E}{I} \quad [\Omega]$$

$$X_L = \frac{115}{0.5}$$

$$X_L = 230 \quad [\Omega]$$

6. หาค่าความเหนี่ยวนำ

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} \quad [H]$$

$$L = \frac{230}{(6.28)(60)}$$

$$L = 0.610 \quad [H]$$

7. หาค่าความกว้างของช่องอากาศจากค่าความเหนี่ยวนำจากสมการ (ก-5)

$$l_g = \frac{0.4\pi N^2 A_c \times 10^{-8}}{L} \quad [cm]$$

$$l_g = \frac{(1.26)(808)^2 (4.45)(10^{-8})}{0.610}$$

$$l_g = 0.060 \quad [cm]$$

ส่วนมากจะใช้กระดาษสีน้ำตาลกั้นเป็นช่องอากาศ แต่กระดาษโดยส่วนมากหนาเป็นมิลลิเมตร ดังนั้นความกว้างช่องอากาศซึ่งหาได้เป็น cm ต้องเปลี่ยนเป็นมิลลิเมตรก่อน

$$cm \times 397.7 = mils$$

แทนค่าแล้วได้

$$0.060[cm] \times 397.7 = 23.6 \quad [mils]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยไม่มีฟลักซ์กระแสตรง (DC flux)

ในการออกแบบตัวเหนี่ยวนำโดยใช้ lamination จะใช้วัสดุแทนที่ช่องอากาศระหว่างคู่ E กับ I เมื่อใช้วิธี gapping นี้ทำให้ใช้ วัสดุเพียงครึ่งหนึ่ง โดยในกรณีนี้ใช้ความหนาประมาณ 10mil และ 2 mil

8. หาจำนวนเส้นแรงแม่เหล็กจั่วจากสมการ (ก-6), ค่า G คูได้จากตาราง ก.3

$$F = 1 + \frac{l_g}{\sqrt{A_c}} \ln \left(\frac{2G}{l_g} \right)$$

$$F = 1 + \frac{0.060}{\sqrt{4.45}} \ln \left(\frac{2(3.33)}{0.060} \right)$$

$$F = 1.13$$

หลังจากหาฟลักซ์ซึ่ง F แทนค่าในสมการ (ก-7) จัดรูปสมการและหาจำนวนรอบ

$$N = \left(\frac{l_g L}{0.4\pi A_c F \times 10^{-8}} \right)^{1/2} \quad [\text{turns}]$$

$$N = \left(\frac{(0.060)(0.610)}{(1.26)(4.45)(1.13) \times 10^{-8}} \right)^{1/2}$$

$$N = 760 \quad [\text{turns}]$$

การออกแบบควรจะต้องถึงความถูกต้องว่าการลดลงหาจำนวนรอบจะไม่ทำให้เกิดการอิ่มตัวในแกนเหล็ก

9. หาความหนาแน่นของกระแสโดยใช้ตาราง ก.2

$$J = K_j A_p^{-0.12} \quad [A \text{ cm}^2]$$

$$J = (366)(16.5)^{-0.12}$$

$$J = 261 \quad [A / \text{cm}^2]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

10. หาขนาดของเส้นลวด A_w (B)

$$A_{w(B)} = \frac{I}{J} \quad [cm^2]$$

$$A_{w(B)} = \frac{0.5}{26I}$$

$$A_{w(B)} = 0.00192 \quad [cm^2]$$

11. เลือกขนาดของลวด AWG จากตาราง ก.4 หลัก A

$$AWG \text{ No.24} = 0.00205 \quad [cm^2]$$

กฎของการหาขนาดเส้นลวดไม่ได้แสดงในตารางควรเลือกลวดที่มีขนาดที่เล็กกว่าที่เลือก

12. หาความต้านทานของขดลวดในตาราง ก.4 หลัก C และหา MLT จากตาราง ก.3

$$R = MLT \times (\text{column C}) \times \zeta \times 10^{-6} \quad [\Omega]$$

$$R = (12.3)(760)(842.1)(1.098) \times 10^{-6}$$

$$R = 8.64 \quad [\Omega]$$

13. หากำลังสูญเสียในขดลวด

$$P_{cu} = I^2 R$$

$$P_{cu} = (0.5)^2 (8.64)$$

$$P_{cu} = 2.16 \quad [W]$$

จากกราฟการสูญเสียในแกนเหล็ก ซิลิกอน 12 mil ที่ความหนาแน่น flux 1.2 T มีความสูญเสียในแกนเหล็กประมาณ 1.0 mw/g Lamination E1-87 มีน้ำหนัก 481 g

$$P_{fe} = (0.001)(481)$$

$$P_{fe} = 0.481 \quad [W]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

14. หาค่าความสูญเสียในช่วงจากสมการ (ก-8) ค่า E ดูจากตาราง ก.5

$$P_g = K_i E l_g f B_m^2 \quad [W]$$

$$P_g = (0.155)(2.22)(0.060)(60)(1.2)^2$$

$$P_g = 1.78 \quad [W]$$

15. หาค่าความสูญเสียของทองแดง, เหล็ก และช่องอากาศ

$$P_{\Sigma} = P_{cu} + P_{fe} + P_g \quad [W]$$

$$P_{\Sigma} = 2.16 + 0.481 + 1.78$$

$$P_{\Sigma} = 4.42 \quad [W]$$

ในการทดสอบเฟิงพิสูจน์ตัวอย่างเหล่านี้การวัดค่าความเหนี่ยวนำมีค่า 0.592 H กระแส 0.515 A ที่ 115 V. 60 KG และตัวเหนี่ยวนำมีความต้านทานของขลวงมีค่า 8.08 Ω

ตารางที่ ก.2

ค่าคงที่ของโครงสร้างแกน

Core	Losses	K_j (25°C)	K_j (50°C)	(x)	K_s	K_w	K_v
Pot core	$P_{cu} = P_{fe}$	433	632	-0.17	33.8	48.0	14.5
Powder core	$P_{cu} \gg P_{fe}$	403	590	-0.12	32.5	58.8	13.1
Lamination	$P_{cu} = P_{fe}$	366	534	-0.12	41.3	68.2	19.7
C core	$P_{cu} = P_{fe}$	323	468	-0.14	39.2	66.6	17.9
Single-coil	$P_{cu} \gg P_{fe}$	395	569	-0.14	44.5	76.6	25.6
Tape-wound core	$P_{cu} = P_{fe}$	250	365	-0.13	50.9	82.3	25.0

$J = K_j A_p^{(x)}$	$A_i = K_s A_p^{0.50}$
$W_i = K_w A_p^{0.75}$	$Vol = K_v A_p^{0.75}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.3
คุณสมบัติของแผ่นเหล็กบาง

1	2	3	4	5	6	7	8
Core	A_n, cm^2	A_p, cm^4	MLT, cm	N AWG	$\Omega(50^\circ\text{C})$	P_T	$I = \sqrt{\frac{W}{\Omega}}$
1 EE-3031	4.07	0.0088	1.72	90 30	0.58	0.123	0.323
2 EE-2829	6.53	0.0228	2.33	147 30	1.30	0.199	0.276
3 E1-187	14.2	0.108	3.20	314 30	3.82	0.432	0.237
4 EE-2425	23.3	0.293	5.08	498 30	9.61	0.714	0.192
5 EE-2627	38.5	0.906	5.79	245 25	1.68	1.22	0.602
6 E1-375	46.2	1.23	6.30	350 25	2.62	1.43	0.522
7 E1-50	53.2	1.75	7.09	263 25	2.21	1.73	0.625
8 E1-21	62.1	2.36	7.57	372 25	3.34	1.98	0.544
9 E1-625	83.2	4.29	8.84	503 25	5.27	2.70	0.505
10 E1-75	120.0	8.89	10.6	211 20	0.826	3.90	1.54
11 E1-87	163.0	16.5	12.3	296 20	1.34	5.28	1.40
12 E1-100	213.0	28.1	14.5	386 20	2.07	6.90	1.29
13 E1-112	270.0	44.9	16.0	492 20	2.91	8.76	1.23
14 E1-125	333.0	68.7	17.7	625 20	4.09	10.8	1.15
15 E1-138	403.0	107.0	19.5	740 20	5.33	13.0	1.10
16 E1-150	473.0	143.00	21.2	893 20	6.99	15.5	1.05
17 E1-175	742.0	263.0	24.7	1080 20	9.85	21.1	1.034
18 E1-36	649.0	324.0	26.5	1701 20	16.6	23.3	0.836
19 E1-19	1069.0	601.0	31.7	2886 20	33.8	32.8	0.696

Copper loss = iron loss

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.3 (ต่อ)
คุณสมบัติของแผ่นเหล็กบาง

9	10	11	12	13	14		15	16
					Weight			
$\Delta T(25^{\circ}\text{C})$ $J = I/\text{cm}^2$	$\Omega(75^{\circ}\text{C})$	P_z	$I = \sqrt{\frac{W}{\Omega}}$	$\Delta T(50^{\circ}\text{C})$ $J = I/\text{cm}^2$	fc	cu	Volume, cm ³	A_c , cm ²
638	0.645	0.288	0.472	932	1.02	1.02	0.651	0.0502
546	1.43	0.464	0.403	795	2.19	1.59	1.35	0.0907
469	4.19	1.01	0.347	685	7.09	3.08	4.34	0.204
380	10.5	1.67	0.281	555	15.5	9.06	9.22	0.363
371	1.85	2.84	0.876	540	45.8	15.5	19.1	0.816
322	2.87	3.34	0.762	470	49.7	24.7	25.3	0.816
385	2.43	4.04	0.912	562	90.6	31.7	36.8	1.45
335	3.66	4.62	0.793	489	99.3	41.0	39.2	1.45
312	5.79	6.30	0.737	455	179	44.4	60.0	2.27
296	0.906	9.10	2.24	432	312	105	104.0	3.27
270	1.48	12.3	2.04	393	481	135	164.0	4.45
249	2.27	16.1	1.88	363	712	241	246.0	5.81
237	3.19	20.4	1.79	344	1029	342	350.0	7.34
222	4.49	25.3	1.68	324	1414	460	481.0	9.07
213	5.85	30.2	1.61	310	1880	680	629.0	11.6
203	7.67	36.3	1.54	296	2457	906	829.0	13.1
199	10.8	49.3	1.51	291	3906	1273	1312.0	17.8
161	18.3	54.5	1.22	235	3575	2355	1654.0	15.3
134	37.1	76.5	1.015	196	4889	3805	2875.0	17.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.4
คุณสมบัติของขดลวด

AWG Wire Size	Bare Area		Resistance		Heavy Synthetics										Weight g/cm
	cm ² ·10 ⁻³ (footnote b)	CIR-MIL ^a	10 ⁻³ Ω cm at 20°C	Area cm ² ·10 ⁻³	CIR-MIL ^a	Diameter		Turns per		Turns per		Turns per			
						cm	inch ^a	cm	inch ^a	cm ²	inch ²	cm ²	inch ²		
10	52.61	10384	32.70	55.9	11046	0.267	0.1051	3.87	9.5	10.73	69.20	0.468			
11	41.68	8226	41.37	44.5	8798	0.238	0.0938	4.36	10.7	13.48	89.95	0.3750			
12	33.08	6529	52.09	35.64	7022	0.213	0.0838	4.85	11.9	16.81	108.4	0.2977			
13	26.26	5184	65.64	28.36	5610	0.190	0.0749	5.47	13.4	21.15	136.4	0.2367			
14	20.82	4109	82.80	22.95	4556	0.171	0.0675	6.04	14.8	26.14	168.6	0.1879			
15	16.51	3260	104.3	18.37	3624	0.153	0.0602	6.77	16.6	32.66	210.6	0.1492			
16	13.07	2581	131.8	14.73	2905	0.137	0.0539	7.32	18.6	40.73	262.7	0.1184			
17	10.39	2052	165.8	11.68	2323	0.122	0.0482	8.18	20.8	51.36	331.2	0.0943			
18	8.228	1624	209.5	9.326	1857	0.109	0.0431	9.13	23.2	64.33	414.9	0.07472			
19	6.531	1289	263.9	7.539	1490	0.0980	0.0386	10.19	25.9	79.85	515.0	0.05940			
20	5.188	1024	332.3	6.065	1197	0.0879	0.0346	11.37	28.9	98.93	638.1	0.04726			
21	4.116	812.3	418.9	4.837	954.8	0.0785	0.0309	12.75	32.4	124.0	799.8	0.03757			
22	3.243	640.1	531.4	3.857	761.7	0.0701	0.0276	14.25	36.2	155.5	1003	0.02965			
23	2.588	510.8	666.0	3.135	620.0	0.0632	0.0249	15.82	40.2	191.3	1234	0.02372			
24	2.047	404.0	842.1	2.514	497.3	0.0566	0.0223	17.63	44.8	238.6	1539	0.01884			
25	1.623	320.4	1062.0	2.002	396.0	0.0505	0.0199	19.80	50.3	299.7	1933	0.01498			
26	1.280	252.8	1345.0	1.603	316.8	0.0452	0.0178	22.12	56.2	374.2	2414	0.01185			
27	1.021	201.6	1687.6	1.313	259.2	0.0409	0.0161	24.44	62.1	456.9	2947	0.00945			
28	0.8046	158.8	2142.7	1.0515	207.3	0.0366	0.0144	27.32	69.4	570.6	3680	0.00747			
29	0.6470	127.7	2664.3	0.8548	169.0	0.0330	0.0130	30.27	76.9	701.9	4527	0.00602			
30	0.5067	100.0	3402.2	0.6785	134.5	0.0294	0.0116	33.93	86.2	884.3	5703	0.00472			
31	0.4013	79.21	4294.6	0.5596	110.2	0.0267	0.0105	37.48	95.2	1072	6914	0.00372			
32	0.3242	64.00	5314.9	0.4559	90.25	0.0241	0.0095	41.45	105.3	1316	8488	0.00305			
33	0.2554	50.41	6748.6	0.3662	72.25	0.0216	0.0085	46.33	117.7	1638	10565	0.00241			
34	0.2011	39.69	8572.8	0.2863	56.25	0.0191	0.0075	52.48	133.3	2095	13512	0.00189			
35	0.1589	31.36	10849	0.2268	44.89	0.0170	0.0067	58.77	149.3	2545	17060	0.00150			
36	0.1266	25.00	13608	0.1813	36.00	0.0152	0.0060	65.62	166.7	3309	21343	0.00119			
37	0.1026	20.25	16801	0.1538	30.25	0.0140	0.0055	71.57	181.8	3901	25161	0.000977			
38	0.08107	16.00	21266	0.1207	24.01	0.0124	0.0049	80.35	204.1	4971	32062	0.000773			
39	0.06207	12.25	27775	0.0932	18.49	0.0109	0.0043	91.57	232.6	6437	41518	0.000593			
40	0.04869	9.61	35400	0.0723	14.44	0.0096	0.0038	103.6	263.2	8298	53522	0.000464			
41	0.03972	7.84	43405	0.0584	11.56	0.00863	0.0034	115.7	294.1	10273	66260	0.000379			
42	0.03166	6.25	55428	0.04558	9.00	0.00762	0.0030	131.2	333.3	13163	84901	0.000299			
43	0.02452	4.84	70308	0.03683	7.29	0.00685	0.0027	145.8	370.4	16291	105076	0.000233			
44	0.0202	4.00	85072	0.03165	6.25	0.00635	0.0025	157.4	400.0	18957	122272	0.000195			

A B C D E F G H I J K L

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.5
แผ่นเหล็กบางแบบ EI และ EE

Cat. no.	D (cm) 1	E (cm) 2	F (cm) 3	G (cm) 4	MPL (cm) 5	HT (cm) 6	WTH (cm) 7	LT (cm) 8
1-94EI	.236	.236	.239	.396	1.7	.6	.7	1.0
1-30-31EE	.236	.236	.239	.714	2.4	1.0	.7	1.0
1-28-29EE	.317	.317	.317	.795	2.9	1.1	1.0	1.3
1-32-33EE	.356	.356	.381	.698	2.9	1.1	1.1	1.5
1-186EI	.478	.478	.478	.635	3.2	1.1	1.4	1.9
1-185EI	.478	.478	.478	.874	3.7	1.3	1.4	1.9
1-187EI	.478	.478	.478	1.113	4.1	1.6	1.4	1.9
1-188EI	.478	.478	.478	1.587	5.1	2.1	1.4	1.9
1-186-187EE	.478	.478	.478	1.748	5.4	2.2	1.4	1.9
1-186-188EE	.478	.478	.478	2.222	6.4	2.7	1.4	1.9
1-187-188EE	.478	.478	.478	2.697	7.3	3.2	1.4	1.9
1-25EIS	.635	.635	.635	.952	4.4	1.6	1.6	1.9
1-24-25EE	.635	.635	.635	1.270	5.1	1.9	1.9	2.5
1-26-38EE	.952	.952	.635	1.321	5.8	2.3	2.2	3.2
1-312EI	.795	.795	.952	1.984	7.5	2.8	2.7	3.5
1-26-27EE	.952	.952	.635	1.748	6.7	2.7	2.2	3.2
1-27-38EE	.952	.952	.635	2.113	7.4	3.1	2.2	3.2
1-375EI	.952	.952	.795	1.905	7.3	2.9	2.5	3.5
1-50EI	1.270	1.270	.635	1.905	7.6	3.2	2.5	3.8
1-21EI	1.270	1.270	.795	2.065	8.3	3.3	2.9	4.1
1-625EI	1.587	1.587	.795	2.383	9.5	4.0	3.2	4.8
1-68EI	1.748	1.748	.874	2.619	10.5	4.4	3.5	5.2
1-202EI	1.905	1.905	1.270	2.286	10.9	3.9	4.4	7.0
1-75EI	1.905	1.905	.952	2.857	11.4	4.8	3.8	5.7
1-87EI	2.222	2.222	1.113	3.335	13.3	5.6	4.4	6.7
1-100EI	2.540	2.540	1.270	3.810	15.2	6.3	5.1	7.6
1-112EI	2.857	2.857	1.430	4.288	17.2	7.1	5.7	8.6
1-125EI	3.175	3.175	1.587	4.762	19.0	7.9	6.3	9.5
1-138EI	3.492	3.492	1.748	5.240	21.0	8.7	7.0	10.5
1-150EI	3.810	3.810	1.905	5.715	22.9	9.5	7.6	11.4
1-145EI	3.683	3.683	2.349	7.620	27.3	11.4	8.4	12.1
1-36EI	4.127	4.127	3.175	6.667	27.9	10.8	10.5	14.6
1-175EI	4.445	4.445	2.222	6.680	26.7	11.1	8.9	13.3
1-19EI	4.445	4.445	4.445	7.620	33.0	12.1	13.3	17.8
1-212EI	5.397	5.397	2.700	8.098	32.4	13.5	10.8	16.2
1-225EI	5.715	5.715	2.857	8.572	34.3	14.3	11.4	17.1
1-20EI	6.350	6.350	4.762	9.525	41.3	15.9	15.9	22.2
1-3EI	7.620	7.620	3.810	11.430	45.7	19.0	15.2	22.9
1-301EI	7.620	7.620	5.715	11.430	49.5	19.0	19.0	26.7
1-4EI	10.160	10.160	5.080	15.240	61.0	25.4	20.3	30.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.5 (ต่อ)
แผ่นเหล็กบางแบบ EI และ EE

Gross WTFE (kg) 9	WTCU (kg) 10	MLT (cm) 11	Gross A_c cm^2 12	Gross W_g cm^2 13	Gross A_p cm^4 14	Gross K_g cm^5 15	A_t cm^2 16
.001	.001	2.1	.06	.09	.01	.000056	3.0
.001	.001	2.1	.06	.17	.01	.000101	4.1
.002	.002	2.7	.10	.25	.03	.000384	6.6
.003	.003	3.0	.13	.27	.03	.000563	7.7
.006	.004	3.8	.23	.30	.07	.001652	11.0
.006	.006	3.8	.23	.42	.10	.002274	12.6
.007	.007	3.8	.23	.53	.12	.002895	14.2
.009	.010	3.8	.23	.76	.17	.004131	17.4
.009	.011	3.8	.23	.83	.19	.004547	18.5
.011	.014	3.8	.23	1.06	.24	.005783	21.7
.013	.017	3.8	.23	1.29	.29	.007019	24.8
.014	.011	4.9	.40	.60	.24	.007960	20.6
.016	.014	4.9	.40	.81	.33	.010614	23.4
.040	.019	6.2	.91	.84	.76	.044456	33.8
.036	.044	6.6	.63	1.89	1.19	.045893	47.2
.046	.025	6.2	.91	1.11	1.01	.058819	38.4
.051	.030	6.2	.91	1.34	1.22	.071129	42.4
.051	.036	6.7	.91	1.51	1.37	.074266	46.2
.094	.033	7.7	1.61	1.21	1.95	.163800	53.2
.102	.048	8.2	1.61	1.64	2.65	.298652	62.1
.183	.064	9.5	2.52	1.89	4.77	.508804	83.2
.244	.084	10.3	3.05	2.29	6.99	.825090	100.7
.302	.126	12.2	3.63	2.90	10.54	1.251557	131.7
.316	.109	11.2	3.63	2.72	9.88	1.277636	119.8
.503	.171	13.0	4.94	3.71	18.33	2.786457	163.0
.750	.254	14.8	6.45	4.84	31.22	5.458068	212.9
1.068	.360	16.5	8.17	6.13	50.06	9.890285	269.5
1.465	.492	18.3	10.08	7.56	76.21	16.795435	332.7
1.951	.654	20.1	12.20	9.16	111.69	27.152304	402.5
2.532	.853	22.0	14.52	10.89	158.04	41.638281	479.0
2.826	1.447	22.7	13.56	17.90	242.85	57.985265	600.5
3.632	2.055	27.3	17.04	21.17	360.65	90.027224	742.7
4.024	1.350	25.6	19.76	14.85	293.34	90.642741	652.0
4.978	3.922	32.6	19.76	33.87	669.22	162.443682	1066.9
7.200	2.401	30.9	29.13	21.86	636.95	240.316839	961.6
8.545	2.844	32.7	32.66	24.50	800.07	320.126244	1077.8
12.699	6.708	41.6	40.32	45.36	1829.14	709.478561	1673.4
20.255	6.763	43.7	58.06	43.55	2528.61	1344.824692	1916.1
21.943	11.534	49.7	58.06	65.32	3792.91	1774.078934	2409.7
48.013	15.918	57.8	103.23	77.42	7991.64	5706.912170	3406.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

Minimization or Maximization of Function

ข.1 บทนำ

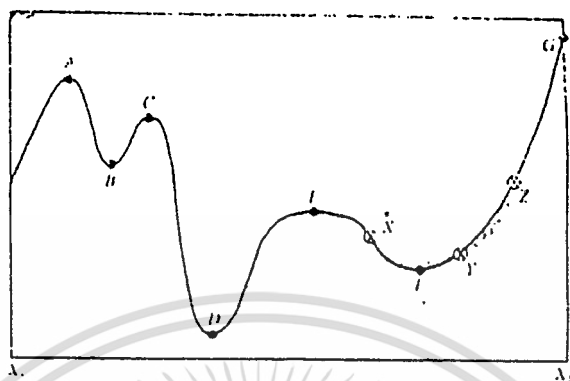
สมมติว่ามีฟังก์ชัน f ที่ขึ้นกับค่าหนึ่งค่าหรือไม่ขึ้นกับค่าตัวแปรใดเลย จำเป็นต้องหาค่าตัวแปรเหล่านั้นเพื่อให้ได้ค่าของ f เป็นค่าสูงสุด หรือ ต่ำสุด ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ในการคำนวณต้องการที่จะให้ได้ค่าที่รวดเร็ว ราคาถูก และใช้หน่วยความจำน้อย

ในจุดสูงสุดหรือต่ำสุด สามารถทำเป็น global (ค่าฟังก์ชันสูงสุดหรือต่ำสุดจริง ๆ) หรือ local (ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดในขอบเขต) ดังในรูปที่ (ข-1) มีวิธีเซอร์ริสติกอยู่ 2 วิธี

(i) หาจุดที่เป็นสูงสุด ต่ำสุดที่เป็น local โดยเริ่มจากเปลี่ยนค่าทางด้านกว้างและเก็บค่าที่สูงสุด ต่ำสุดที่ของค่าเหล่านั้น

หรือ (ii) ในการหาค่าต่ำสุด สูงสุดที่เป็น local โดยการนำค่า amplitude ในขั้นตอนสุดท้ายมาจากมันและถ้าเส้นทางเดินรากที่มีอยู่กลับมา เพื่อให้ได้จุดที่ดีกว่า สำหรับวิธี annealing methods จะใช้แก้ปัญหาค่าต่ำสุด สูงสุดที่เป็น global

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการ optimization ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้หาผลลัพธ์ที่มีตัวแปรจำนวนมาก ส่วนสำคัญที่จะพัฒนาขอบเขตของวิธี constrained optimization คือโปรแกรมเชิงเส้นเมื่อฟังก์ชันเป็นค่าที่เหมาะสมและมีข้อบังคับ เกิดขึ้นกับฟังก์ชันเชิงเส้นของค่าที่เป็นอิสระ โดยเราไม่สนใจวัตถุประสงค์ในส่วนที่เหลือซึ่งได้รวมไว้ในบทนี้แล้ว ถูกเรียกว่า Simplex algorithm สำหรับปัญหาที่เป็นโปรแกรมเชิงเส้น



รูปที่ ข-1

จุดต่ำสุดหรือจุดสูงสุดของฟังก์ชันข้างบน จุด A , C และ E เป็น local ไม่เป็น global maxima จุด B และ F เป็น local ไม่เป็น global minima , global maxima คือ จุด G ซึ่งอยู่ที่ขอบเขตของช่วงที่พิจารณาของฟังก์ชัน global minima คือ จุด D

annealing methods ที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เคาได้ว่าในทางปฏิบัติจะแก้ไม่ตกและมันช่วยสนับสนุนปัญหาของการหาค่าต่ำสุด สูงสุดที่เป็น global ซึ่งมีจำนวนมาก โดยไม่การค่าต่ำสุด สูงสุดที่เป็น local ดังนั้นวิธีการนี้ถูกเลือกเพื่อสรุปข้อพิจารณาของพื้นที่ใหม่นี้

ในส่วนนี้จะแก้ปัญหาโดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของการหาค่าต่ำสุด ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับค่าตัวต่อไปจะขึ้นอยู่กับค่าตัวก่อน ถ้าจะหา algorithm ที่สมบูรณ์แบบในการแก้ปัญหาในส่วนที่นำมาประยุกต์ใช้ อาจจะบอกอะไรหลายสิ่งหลายอย่างมากกว่าที่ต้องการจะรู้ แต่มันมี algorithm ที่ไม่สมบูรณ์แบบในการหาค่าที่เหมาะสม ในกรณีนี้อาจจะกระตุ้นให้หาวิธีมากกว่า 1 วิธี เพื่อเป็นแบบในการเปรียบเทียบ

วิธีการในการเลือกสำหรับใช้ในการพิจารณามีดังต่อไปนี้

- * เลือกระหว่างวิธีที่ใช้หาค่าฟังก์ชันที่ต่ำสุดเท่านั้นและวิธีที่ต้องการหาค่าส่วนที่แยกออกมา (derivative) ของฟังก์ชัน ในกรณีที่มีขนาดหลายมิติ (multidimensional) ส่วนที่แยกย่อย (derivative) นี้เป็นขนาดเวกเตอร์เกรเดียน

* สำหรับการหาค่าต่ำสุดขนาด 1 มิติ (ค่าฟังก์ชันต่ำสุดของ 1 ตัวแปร) โดยไม่คำนวณค่าของส่วนที่แยกมา (derivative) ซึ่งอธิบายไว้ในหัวข้อ ข.3 แล้ว และใช้วิธีของ Brent อธิบายในหัวข้อ ข.4 ถ้าฟังก์ชันที่มีอยู่มีค่าของส่วนที่แยกออกมาอันดับสองไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นสมการพาราโบลาของวิธีการ Brent ก็ไม่มีประโยชน์ และใช้รูปแบบที่ง่ายที่สุดของ golden section search ซึ่งอธิบายในหัวข้อ ข.3

* สำหรับการหาค่าต่ำสุดที่คำนวณส่วนที่แยกออกมาด้วย (derivative) ในหัวข้อ ข.5 ได้แปลงวิธีการ Brent ออกไป ซึ่งทำให้จำกัดขอบเขตการใช้ข้อมูลส่วนที่แยกออก (derivative) อันดับแรก ทางเลือกในการใช้ข้อมูล derivative เพื่อให้ได้โพลีโนเมียล ที่มีลำดับสูง ๆ ในการปรับปรุง convergence ให้มีค่าเรียบมาก ๆ วิเคราะห์ค่าต่ำสุดที่ไม่ทำให้โพลีโนเมียลในขั้นตอนต้น ๆ มีค่าผิดพลาดมาก ๆ โดยเฉพาะฟังก์ชันที่อาจจะเป็นฟังก์ชัน exponential ในภายหลัง

กลับไปที่กรณีหลายมิติ (multidimensional) ทั้งมีและไม่มีการคำนวณ derivative อันดับแรก

* เลือกวิธีการระหว่างการเก็บค่าลำดับ N^2 และค่าเหล่านั้นต้องการค่าลำดับ N ขณะที่ N เป็นจำนวนของมิติ สำหรับค่าใหม่ของ N และขนาดของหน่วยความจำไม่ได้จำเป็นมาก อย่างไรก็ตาม บางทีการประยุกต์ใช้งานในขณะที่เกี่ยวข้องอาจทำให้เกิดภาวะวิกฤติได้

* ในหัวข้อ ข.5 ได้ละเอียดอะไรบ้างอย่าง. วิธีการ downhill simplex ของ Nelder และ Mead (Simplex ที่ใช้ในหัวข้อนี้ จะไม่ซับซ้อนเหมือนวิธีการ Simplex ของโปรแกรมเชิงเส้น) วิธีการ downhill ที่ตรงไปตรงมา อาจทำให้เกือบจะไม่มีข้อสมมติฐานพิเศษเกี่ยวกับฟังก์ชันที่มีอยู่ในกรณีนี้สามารถชะลอขั้นตอนสุดท้ายลง แต่ในบางกรณีก็ต้องจริงจังในขั้นตอนสุดท้าย ที่จริงแล้วจะต้องรวบรวมหลักเกณฑ์และบรรจุด้วยตัวมันเองให้เรียบร้อย : โดยทั่วไปโปรแกรมหาค่าต่ำสุดที่มีขนาด N ภายใต้อายุ 100 โปรแกรม วิธีนี้มีประโยชน์มาก เมื่อการคำนวณหาค่าต่ำสุดเป็นส่วนของปัญหาทั้งหมดที่มีอยู่แล้วในเนื้อหา การเก็บข้อมูลลำดับที่ N^2 และการคำนวณในส่วนที่แยกออกมาไม่มีความจำเป็น

* ในหัวข้อ ข.6 ใช้วิธีการ direction-set ซึ่งเป็นแบบเดียวกับวิธีการของ Powell วิธีการเหล่านี้จะเลือกเมื่อไม่สามารถคำนวณค่าที่แยกออกมาอย่างง่ายได้และไม่จำเป็นที่จะต้องไปดูเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ราวกับว่าสามารถทำได้ ถึงแม้ว่าค่าที่แยกออกมาไม่มีความจำเป็น วิธีการนั้นต้องการหาค่าต่ำสุดของอัลกอริทึมย่อยใน 1 มิติ เช่นเดียวกับวิธีการของ Brent

มีอัลกอริทึมอยู่ 2 หลักใหญ่ในการหาค่าต่ำสุดที่มีขนาดหลายมิติ ด้วยการคำนวณของการแยกส่วนอันดับแรก (first derivative) ทั้ง 2 วิธีต้องการอัลกอริทึมย่อยในการหาค่าต่ำสุดใน 1 มิติ ซึ่งสามารถใช้ข้อมูลที่แยกออกมา (derivative) ของแต่ละอันด้วยตัวมันเองหรือไม่ใช้ก็ได้ ตามแต่สมควร (ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของการคำนวณฟังก์ชันและเวกเตอร์เกรเดียนของมันเอง) มีวิธีให้เลือกดังนี้

* อันดับแรกโดยวิธี Conjugate gradient ของอัลกอริทึม Fletcher - Reeves และบางทีครอบคลุมไปถึงอัลกอริทึม Polak - Ribiere วิธีการ Conjugate gradient ต้องการเก็บข้อมูล N ครั้ง คำนวณค่าที่แยกออกมา (derivative) และการหาค่าต่ำสุดในส่วนย่อยขนาด 1 มิติ กลับไปดูที่หัวข้อ ข.7 สำหรับการอธิบายรายละเอียด

* อันดับที่สองโดยวิธี quasi - newton หรือ variable metric ของ Davidon - Fletcher - Powell (DFP) (บางครั้งจะอ้างถึงแต่ Fletcher - Powell) หรือมีความสัมพันธ์ใกล้เคียงกับอัลกอริทึม Broyden - Fletcher - Goldfarb - Shanno (BFGS) วิธีการเหล่านี้ต้องการเก็บลำดับข้อมูล N^2 คำนวณค่าที่แยกออกมา (derivative) และค่าต่ำสุดย่อย ๆ ขนาด 1 มิติ ในรายละเอียดหัวข้อ ข.8

ข.2 Golden Section Search in One Dimension

วิธีการแบ่งครึ่งรากของฟังก์ชันที่อยู่ใน one dimension (1 ตัวแปร) ซึ่งรากจะอยู่ในช่วงของ (a, b) การคำนวณหารากของฟังก์ชันจะใช้จุดกึ่งกลางคือ จุด x และ จุด a เป็นช่วงเล็ก ๆ จะได้ (a, x) หรือ (x, b) กระบวนการต่อเนื่องจนช่วงเล็ก ๆ นั้นเป็นจริง ถ้า optimal เลือก x เป็นจุดกึ่งกลางของ (a, b) ก็จะลดช่วงความยาวสูงสุด

เพื่อความแม่นยำตลอดการเปลี่ยนไปตามหลักของ optimization problem ; bracket minimum ใช้หารากของฟังก์ชันโดยใช้จุดที่เป็นคู่ $a < b$ เมื่อฟังก์ชันมีเครื่องหมายตรงข้ามกัน ทั้ง 2 จุด ค่าต่ำสุดโดยการเปรียบเทียบกับค่า bracket เมื่อมีอยู่ 3 จุด $a < b < c$ ดังนั้น $f(b)$ จะน้อยกว่า $f(a)$ และ $f(c)$ ดังนั้นเราจึงทราบว่าค่าของฟังก์ชันที่มีค่าต่ำสุดอยู่ระหว่างช่วง (a, c)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความต่อเนื่องของวิธีการแบ่งครึ่ง (bisection) จะเลือกจุด x ใหม่ซึ่งอยู่ระหว่าง a และ b หรือระหว่าง b และ c ซึ่งเราสามารถที่จะเลือกทำได้ การคำนวณ $f(x)$ ถ้า $f(b)$ น้อยกว่า $f(x)$ จะได้ bracket ใหม่เป็น 3 จุด คือ $a < b < x$ เปรียบเทียบถ้า $f(b) > f(x)$ จะได้ bracket ใหม่และ 3 จุดคือ $b < x < c$ ซึ่งทุกกรณีจะได้จุดกึ่งกลางใหม่เป็น 3 จุด ทำให้หาค่าที่ดีที่สุดของ minimum ดังรูป (ข-2)

ค่าที่น้อยที่สุดของ tolerably (ค่าที่ยอมรับ) จากค่าน้อยของ b เราสามารถให้ bracket มีช่วงห่างคือ $(1-\varepsilon)b < b < (1+\varepsilon)b$ เมื่อ ε ค่าของ floating point precision ของคอมพิวเตอร์ มีจำนวน 3×10^{-8} (single precision) หรือ 10^{-15} (double precision) แต่โดยทั่วไปฟังก์ชัน $f(x)$ ใกล้ b โดยใช้อนุกรม Taylor

$$f(x) \approx f(b) + \frac{1}{2} f''(b)(x-b)^2 \quad (\text{ข-1})$$

เทอมที่ 2 มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับเทอมแรกจะได้

$$|x-b| < \sqrt{\varepsilon} b \sqrt{\frac{2|f(b)|}{b^2 f''(b)}} \quad (\text{ข-2})$$

จากสมการเมื่อเราเขียนให้อยู่ในรูปทางขวามือ เราจะได้อยู่ในรูปของรากที่ 2 ทำให้เราได้ความกว้างของช่วงของ bracket น้อยกว่า $\sqrt{\varepsilon}$ ที่ตำแหน่งกลางโดยความกว้างประมาณ 10^{-4} (single precision) หรือ 3×10^{-8} (double precision)

1. ถ้าในการวางแผนเลือกจุด x ใหม่จากจุด a, b, c สมมติให้เศษส่วนของ b และ a กับ a และ c เป็น w

$$\frac{b-a}{c-a} = w; \quad \frac{c-b}{c-a} = 1-w \quad (\text{ข-3})$$

สมมติว่าที่จุด x มีการรวม $\frac{x}{b}$

$$\frac{x-b}{c-a} \quad (\text{ข-4})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเข้าใกล้ส่วน bracketing จะได้ความยาวของ $w + z$ มีความสัมพันธ์กับความยาวเดิมหรือจะยาวเท่ากับ $1 - w$ ถ้าเราหา minimize ในกรณีที่เป็นไปได้เราจะเลือก z ที่จะทำให้เท่ากัน คือ

$$z = 1 - 2w \quad (\text{ข-5})$$

เราจะเห็นว่าจุดใหม่ที่ได้มีความสมมาตรกับจุด b ที่อยู่ในช่วงเดิม เมื่อ $|b-a|$ เท่ากับ $|x-c|$ โดยมี implies ของจุด x มีค่ามากกว่า 2 ส่วน (z เป็นบวก ถ้า w น้อยกว่า $1/2$)

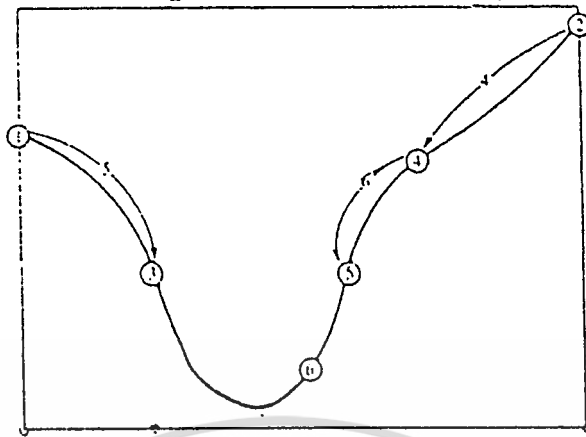
แต่ถ้าส่วนมีขนาดใหญ่มากค่าของ w ควรเป็นเท่าไร จากไหนถึงไหน โดยเราต้องออกแบบว่าถ้า z ถึงถูกเลือกเป็น optimum ซึ่งต้องมีค่าก่อน w scale similarity implies ของ x นั้นจะเท่ากับ เศษส่วนของระยะทางจาก b ถึง c และผลต่างของ b กับ a ถึง c เขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{z}{1-w} = w \quad (\text{ข-6})$$

2. จากสมการ (ข-5) และ (ข-6) จะได้สมการควอดราติก

$$w^2 - 3w + 1 = 0 \quad \text{จะได้} \quad w = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \approx 0.38197 \quad (\text{ข-7})$$

โดยทั่วไปนั้น optimal bracketing interval $a < b < c$ จะมีจุดกึ่งกลางเป็นจุด b ซึ่งจะมีระยะห่าง 0.38197 จากจุด a และ 0.61803 จากจุด b ซึ่งเศษส่วนนี้เรียกว่า golden mean หรือ golden section วิธี optimal ของฟังก์ชัน minimization ซึ่งความต่อเนื่องของวิธีแบ่งครึ่งเพื่อที่จะหาค่าศูนย์ ซึ่งจะเรียกว่า วิธีการหา golden section



รูปที่ ข-2

การมี bracketing ของ minimum ต่อไป ค่าต่ำสุดเริ่มต้นของ bracket ที่จุด 1 , 3 , 2
คำนวณจากฟังก์ชันได้จุดที่ 4 แล้วแทนที่จุดที่ 2 ได้จุดที่ 5 แล้วจุดที่ 1 ได้จุดที่ 6 แล้วแทนที่จุดที่
4 ก็จะได้เป็น stage มาจนได้ จุดศูนย์กลางที่อยู่ระหว่างจุด outside ซึ่งมีค่าต่ำสุด หลังจากแสดง
ทีละ step จะได้ minimum bracket เป็นจุด 3 , 6 , 5

ข.3 การเปลี่ยนรูป Parabolic และทฤษฎีของ Brent ในหนึ่งมิติ (Parabolic Interpolation and Brent's Method in One-dimension)

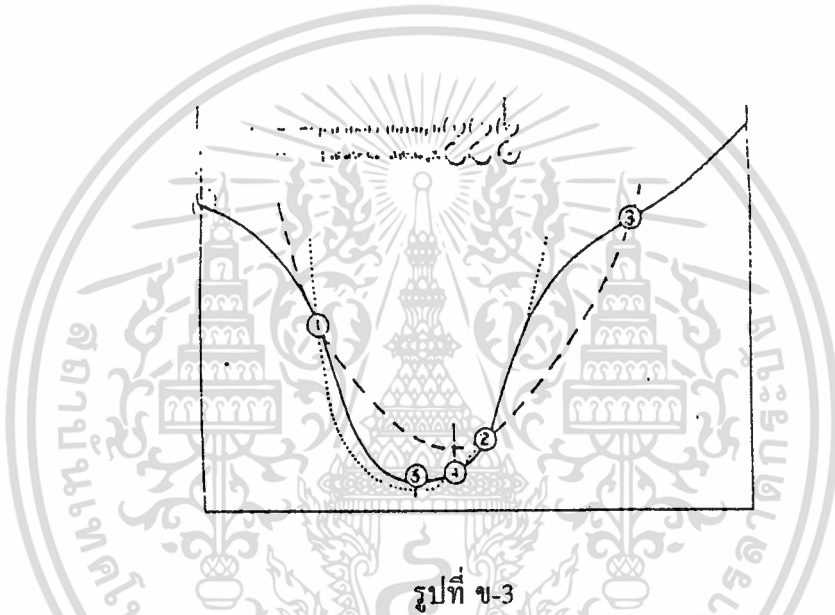
วิธี Golden Section Search เป็นวิธีที่ไม่ดีในกรณีการทำ minimization function
เนื่องด้วยไม่มีการร่วมกันในการทำ minimum ให้ลดค่าลงเรื่อย ๆ และค่า minimum ที่จุดมุม
ทำไมถึงว่าวิธีนี้ไม่ดีก็คือจะต้องใช้ฟังก์ชันที่คล้ายกับรูป Parabola ดังนั้นเราจึงใช้วิธี “inverse
parabolic interpolation” แทนการใช้ Golden Section Search ซึ่งสูตรในการหาค่า x ที่เป็น
จุดต่ำสุดของparabola ของ 3 จุดของ function ที่ให้มา คือ

$$x = b - \frac{1}{2} \frac{(b-a)^2 |f(b) - f(c)| - (b-c)^2 |f(b) - f(a)|}{(b-c) |f(b) - f(c)| - (b-a) |f(b) - f(a)|} \quad (\text{ข-8})$$

สูตรนี้จะใช้ไม่ได้ถ้าจุดทั้ง 3 เป็น collinear ซึ่งกรณีนี้ตัวหารจะเป็น 0 (จุดต่ำสุดจะ
อยู่ไกลมากที่ infinity) ทฤษฎี Brent จะมีจุดของฟังก์ชันอยู่ 6 จุด คือ a, b, u, v, w และ x จุด
ต่ำสุดจะอยู่ในขอบเขตระหว่าง a และ b , x เป็นจุดที่ฟังก์ชันมีค่าน้อยที่สุด w เป็นจุดที่ฟังก์ชันมีค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

น้อยที่สุดลำดับที่ 2, v เป็นค่าอันก่อนของ w, u เป็นจุดซึ่งฟังก์ชันถูกจัดรูปใหม่ ทฤษฎีนี้จะใช้การประมาณการเปลี่ยนแปลงระหว่างการ step ของ parabolic และ golden sections รูป (ข-3) การลู่เข้าของจุดต่ำสุดโดยใช้วิธี inverse parabolic interpolation ของ function แทนด้วยเส้นทึบ ซึ่งจุดเริ่มต้นคือจุด 1,2,3 และเราจะวาดรูป Parabola ได้ตั้งเส้นประจุดต่ำสุดจะอยู่ที่จุด 4 ซึ่งจะแทนที่จุด 3 เราจะได้ parabola ใหม่ตามเส้นจุด ๆ ซึ่งวาดผ่านจุด 1,4,2 จุดต่ำสุดของ Parabola นี้ จะอยู่ที่จุด 5 ซึ่งเป็นจุดต่ำสุดของฟังก์ชันนี้



รูปที่ ข-3

การลู่เข้าสู่ค่า minimum โดยการ ใช้ inverse parabolic interpolation ซึ่งจะเป็น parabola (เส้น dashed) ซึ่งวาดโดยใช้จุดเริ่มต้น 1, 2, 3 ของฟังก์ชัน(เส้นทึบ) คำนวณหาจุด parabola minimum คือ จุด 4 แล้วไปแทนค่าจุดที่ 3 ซึ่งจะได้ parabola ใหม่ (เส้น dotted) ซึ่งวาดจากจุด 1 , 4 , 2 ซึ่งจะได้ minimum ของ parabola คือ จุดที่ 5 ซึ่งจะเป็นจุดต่ำสุดของฟังก์ชัน

ข.4 การหาทิศทางในหนึ่งมิติโดยใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่ง (One-dimensional Search with First Derivatives)

หลักในการหาก็คือจะพยายามหาค่าศูนย์ของอนุพันธ์โดยไม่สนใจข้อมูลของ function ซึ่งการใช้อนุพันธ์จะช่วยให้เราในการเลือกจุด 3 จุดใหม่ ๆ ที่อยู่ในขอบเขต

การใช้อนุพันธ์จะต้องเป็นไปตามนี้เท่านั้นคือ สัญลักษณ์ของอนุพันธ์ที่จุดตรงกลางของขอบเขตทั้ง 3 จุดคือ $a < b < c$ ที่กำหนดไว้อย่างชัดเจนว่า จุดทดสอบต่อไปจะต้องอยู่ในเส้นทาง (a, b) หรืออยู่ในเส้นทาง (b, c) ซึ่งในวิธีของ Brent เราจะมีคามยุ่งยากในการเรียงจุดทั้ง 3 ใหม่ แต่ถ้าเรามาใช้วิธีอนุพันธ์ในการทำ minimization ในหนึ่งมิติ จะช่วยให้เราจัดจุดทั้ง 3 ได้ดีขึ้น แต่ถ้าฟังก์ชันมีความยุ่งยากการใช้อนุพันธ์จะให้ค่าฟังก์ชันไม่สมบูรณ์และจุดต่ำสุดที่ได้จะไม่ถูกต้องเท่าที่ควร อันเนื่องมาจาก round off errors บางทีอาจมาจาก function error ในทฤษฎีของการหาอนุพันธ์

ข.5 Downhill Simplex Method in Multidimensions

ในการแก้ปัญหาของ minimisation ของฟังก์ชันหลายมิติ (Multidimension) ซึ่งจะได้ค่า minimum ของฟังก์ชันมีค่ามากกว่าแบบหนึ่งตัวแปร (one independent variable) โดยส่วนที่จะแตกต่างจากหัวข้อที่กล่าวมาแล้ว

วิธี Downhill Simplex ถูกพัฒนาโดย Nelder และ Mead (1965) เป็นวิธีคำนวณฟังก์ชันโดยไม่ใช้วิธี derivative ซึ่งเป็นวิธีที่ไม่มีประสิทธิภาพดีเมื่อเทอมของฟังก์ชันมีจำนวนมาก วิธี Powell (ในหัวข้อข.6) เป็นวิธีที่ประสิทธิภาพสูงในการใช้งาน แต่อย่างไรวิธี downhill simplex ก็ยังมีการใช้อยู่ ทั้งนี้เพราะเป็นวิธีที่ใช้ง่าย

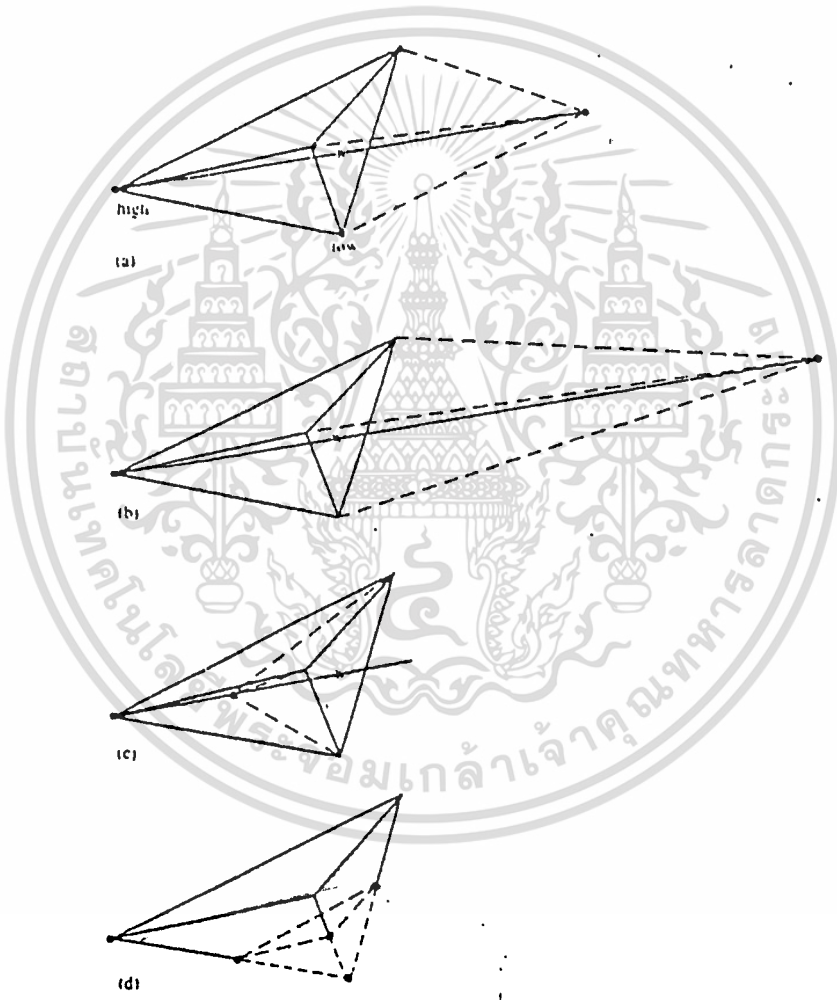
ซึ่งวิธีนี้จะสร้างรูปทางเรขาคณิตที่ไม่เป็นธรรมชาติ โดยที่รอบรูปจะมีการสร้างรูปเข้มนั้นจนเสร็จ

Simplex เป็นรูปทางเรขาคณิตโดยอยู่ใน N มิติ ของ $N+1$ จุด (Vertices) และมีการเชื่อมถึงกันโดยใช้เส้นที่ทำให้เกิดพื้นผิวของรูปหลายเหลี่ยม (Polygonal) ใน 2 มิติ Simplex จะเป็นรูปสามเหลี่ยม ใน 3 มิติจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม (tetrahedron) ไม่จำเป็นว่าจะจะเป็น regular tetrahedron (วิธี Simplex เป็น linear program ที่สร้างโดยใช้หลักการทางเรขาคณิตของ simplex) โดยทั่วไปเราจะใช้ Simplex ที่มีประโยชน์เท่ากัน ซึ่งจะเป็นรูปปิด โดยภายในเป็นปริมาตร N มิติ ถ้าทุกจุดของ nondegenerate simplex อยู่ที่จุดกำเนิดและจุด N จะกำหนดเวกเตอร์ทิศทาง ใน N มิติ

วิธี downhill simplex ไม่สามารถเริ่มต้นได้จากจุดเดียว แต่ต้องใช้ $N+1$ จุด เพื่อกำหนด simplex เริ่มต้น ถ้าคุณมีจุดใดจุดหนึ่งเป็นจุดเริ่มต้น คือ จุด P_0 แล้วต้องมีจุดอีก N จุด

$$P_i = P_0 + \lambda e_i \quad (\text{ข-9})$$

เมื่อ e_i เป็น N unit vector และ λ เป็นค่าคงที่ ที่สามารถสมมติได้จากคุณสมบัติของความยาวของฟังก์ชัน



รูปที่ ข-4 แสดงวิธีในการ Step โดยใช้ทฤษฎี Downhill simplex

วิธี downhill simplex เป็นกระบวนการต่อเนื่องทีละ step การเคลื่อนที่จุดของ simplex มาก เมื่อฟังก์ชันมีขนาดใหญ่ (มีจุดมาก) และจะตรงกันข้ามกัน เมื่อ simplex มีจุดน้อย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยแต่ละ step จะเรียกว่า การสะท้อนกลับ (reflection) และโครงสร้างจะรักษาปริมาตรของ simplex ไว้ โดยการขยายตัวของ simplex ในหนึ่งทิศทางและในทิศทางอื่นๆ เพื่อค้นหา Valler floor การ Contract ด้วยตัวเอง ในทิศทางตามขวางและเคลื่อนเข้าหา Valley โดยใช้เดียวกันในทุกทิศทาง ก็จะได้จุดต่ำสุด (best) การเคลื่อนที่ดังกล่าวอธิบายในรูปที่ (ข-4)

ข.6 วิธี Direction Set (Powell's) ใน N มิติ

จากหัวข้อ ข.2 - ข.4 ซึ่งมีวิธีการหาค่าต่ำสุด ทางฟังก์ชัน 1 ตัวแปร ถ้าเริ่มต้นที่ N มิติ แล้วดำเนินการจุดที่ direction vector n จำนวนหนึ่ง ดังนั้นทุก ๆ ฟังก์ชัน N ตัวแปร $f(P)$ ซึ่งจะสามารถทำให้ต่ำสุดตลอดแนว n โดยวิธีที่เป็น one dimension ทำให้ค่าต่ำสุดของ N มิติ ได้โดยประกอบด้วยค่าต่ำสุดหลายๆ แนว ในแต่ละวิธีจะมีขั้นตอนที่แตกต่างกัน ซึ่งวิธีการทั้งหมดจะทำการสมมติ subalgorithm ของ black box ขึ้นเรียกว่า LINMIN

LINMIN Given as input the vector P and n . and the function f find the scalar λ that minimizes $f(P + \lambda n)$. Replane P by $P + \lambda n$. Replane n by λn

วิธีการหาค่าต่ำสุดในส่วนนี้ทั้งหมด และอีก 2 ส่วนต่อจากนี้เป็นแบบแผนทั่วไปในการหาแนวของค่าต่ำสุดในส่วนแรกนี้พิจารณาวิธีที่สามารถเลือกมิติได้อย่างถูกต้อง โดยยังไม่รวมถึงการคำนวณค่าของฟังก์ชันเกรเดียนท์ และสำหรับ 2 ส่วนที่เหลือต้องใช้การคำนวณส่วนประกอบของฟังก์ชันเกรเดียนท์และบันทึกค่าไว้ โดยไม่จำเป็นต้องเจาะจงว่าจะต้องใช้ LINMIN ที่ประกอบด้วยฟังก์ชันเกรเดียนท์หรือไม่ ในการคัดเลือกความเหมาะสมกับส่วนของฟังก์ชันนั้น ซึ่งอาจสลับกันโดยใช้เกรเดียนท์ที่อยู่ใน LINMIN หรือไม่ก็ได้ การเลือกทิศทางที่ใช้เกรเดียนท์จะช่วยลดเวลาในการคำนวณลงได้อย่างมาก

แต่สามารถจะนำมาใช้ประโยชน์ได้อย่างไร การคำนวณเกรเดียนท์จะถูกตัดออกจากคำถาม ,ซึ่งจะต้องคิดวิธีหาค่าก่อน โดยใช้ unit vector e_1, e_2, \dots, e_n ซึ่งถือว่าเป็นเซตของทิศทาง แล้วใช้ LINMIN เคลื่อนไปตลอดทิศทางแรกไปยังค่าต่ำสุด แล้วเริ่มจากจุดเดิมเคลื่อนไปยังทิศทางที่ 2 เพื่อจะได้ค่าต่ำสุดแล้วทำซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งฟังก์ชันไม่ลดลงอีก

วิธีง่าย ๆ เช่นนี้เพียงพอสำหรับหลาย ๆ ฟังก์ชัน แต่สำหรับอีกหลาย ๆ ฟังก์ชันก็ใช้ไม่ได้ผล พิจารณาฟังก์ชัน 2 มิติ เช่น แผนที่ contour (ระดับเส้น) ที่เกิดขึ้นตาม long narrow valley ที่ทำมุมกับเวกเตอร์คู่ลำดับในรูปที่ (ข-5) ดังนั้นวิธีการลดความยาวของ valley เท่านั้นที่เป็นไปตามเวกเตอร์ในแต่ละขั้นตอน โดยอนุกรมขั้นตอนน้อยจำนวนมาก , ส่วนมากใน N มิติ ถ้าฟังก์ชันที่แยกมาครั้งที่ 2 มีทิศทางที่มีขนาดใหญ่กว่าทิศทางอื่น ดังนั้นจึงต้องการเวกเตอร์จำนวนทั้งหมด N ที่วนรอบหลายครั้งเพื่อจะได้ค่าในทุกที่

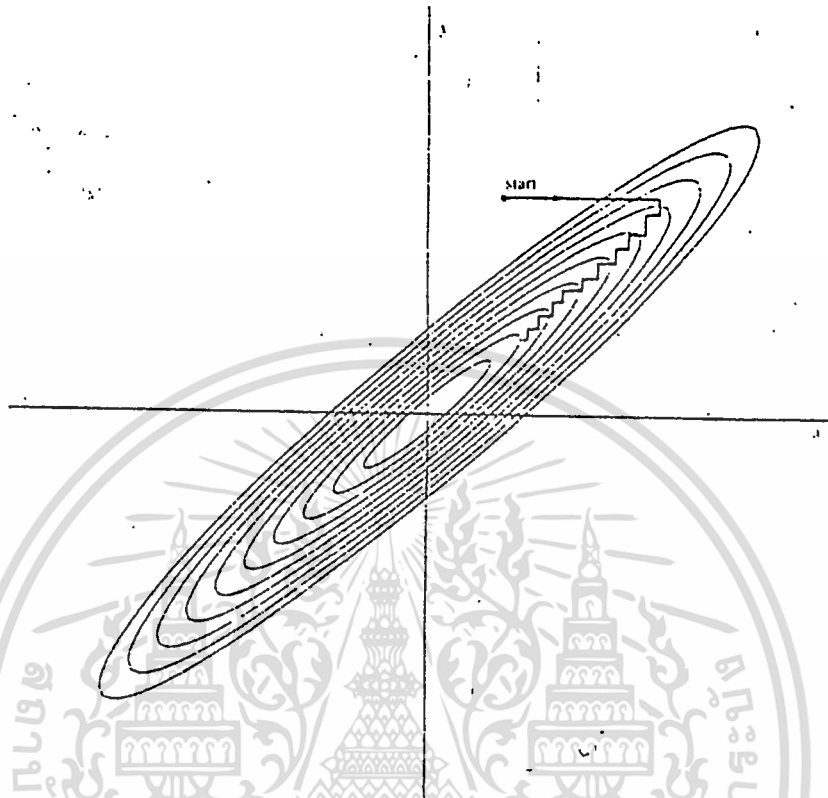
จะสังเกตได้ว่าเราจำเป็นต้องมีการเซตทิศทางที่ดีกว่าของ e_1 วิธีการเซตทิศทางประกอบด้วยคำแนะนำสำหรับการเปลี่ยนแปลงวิธีการเซตทิศทาง วิธีการเซตทิศทางเป็นวิธีดำเนินการความพยายามที่จะให้เท่าเทียมกับการเซตซึ่งมีดังนี้

(i) รวมทิศทางที่ดีไว้ เพื่อจะนำไปใช้ใน narrow valley

(ii) รวมจำนวนทิศทางที่ไม่ได้แทรกแซงกับคุณสมบัติพิเศษ ซึ่งการหาค่าต่ำสุดหนึ่งๆไม่เกิดความเสียหาย โดยการแยกย่อยค่าต่ำสุดเพื่อหลีกเลี่ยงการเซตทิศทางที่จะเกิดการวนรอบไม่รู้จบ แนวความคิดของทิศทางที่ไม่มีการรบกวนนี้ ตามธรรมชาติจะเรียกว่า ทิศทางคอนจูเกต มีความสำคัญต่อความแน่นอนทางคณิตศาสตร์

อันดับแรก สังเกตว่าการหาค่าฟังก์ชันต่ำสุดตามทิศทาง u ดังนั้นเกรเดียนท์ของฟังก์ชันต้องตั้งฉากกับ u ที่เส้นชั้นค่าต่ำสุดนั้น ถ้าไม่ใช่ ดังนั้นยังมีทิศทางที่แยกออกมาไม่เป็นศูนย์ตามทิศ u

ถัดมาในรายละเอียดที่จุด P ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของคู่ลำดับ x ดังนั้นฟังก์ชัน f สามารถประมาณค่าโดยวิธีอนุกรมเอเลอร์ (Euler) ได้ว่า



รูปที่ ข-5

การต่อเนื่องของ coordinate ของ minimization ในทิศทางของ narrow valley (แสดงเส้น Contour) ยกเว้นแต่ที่ valley ของ optimally เริ่มต้น ซึ่งไม่สามารถทำให้ดีได้ เพราะว่าจะมีการ step เพื่อหาค่า minimum ซึ่งอาจจะข้ามหรือไม่ข้ามเกณฑ์ที่สำคัญ ทิศทางคอนจูเกต

$$f(x) = f(P) + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} x_i x_j + \dots \quad (\text{ข-10})$$

$$\approx c - b \cdot x + \frac{1}{2} x \cdot A \cdot x$$

เมื่อ

$$c \equiv f(P) \quad b \equiv -\nabla f|_P \quad [A]_{ij} \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} |_P \quad (\text{ข-11})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมตริกซ์ A มีส่วนประกอบของมันคือ ส่วนที่ 2 แยกออกมาจากเมตริกซ์ของฟังก์ชันที่เรียกว่า เมตริกซ์เฮสเซียน ของฟังก์ชันที่ P

ในการประมาณค่าของสมการ (ข-10) เกรเดียนต์ของ f คำนวณได้ง่าย ๆ ดังนี้

$$\nabla f = A \cdot x - b \quad (\text{ข-12})$$

เราเปลี่ยนทิศทางของเกรเดียนต์ ∇f จะได้

$$\partial(\nabla f) = A \cdot (\partial x) \quad (\text{ข-13})$$

สมมติว่าเคลื่อนที่ในทิศทาง u ให้เป็นค่าต่ำสุด และสมมติว่าในขณะนี้ได้เคลื่อนที่ทิศทางใหม่เป็น v สภาพการเคลื่อนที่ตาม v ไม่ได้ทำให้การหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันในทิศทาง u เสียหาย ซึ่งค่าเกรเดียนต์จะตั้งฉากกับ u โดยสมการ (ข-13) จะได้

$$u \cdot \partial(\nabla f) = u \cdot A \cdot v = 0 \quad (\text{ข-14})$$

เมื่อ (ข-14) มี 2 เวกเตอร์ u และ v ซึ่งอาจจะเป็นคอนจูเกต เมื่อความสัมพันธ์ทั้งคู่ของจำนวนทั้งหมดเป็นเซตของเวกเตอร์ ซึ่งจะเรียกว่า เป็นคอนจูเกตเซต การที่จะใช้วิธีเซตทิศทางให้สำเร็จต้องเซตค่า N เซตเส้นที่ไม่ขึ้นกับทิศทางคอนจูเกตทั้งสองทิศทาง ดังนั้นหนึ่งเส้นทางของเซตค่าต่ำสุด N จะมีค่าต่ำสุดที่แน่นอนที่ทอมควอคราติกเหมือนกับสมการ (ข-10) สำหรับฟังก์ชัน f ซึ่งไม่มีรูปแบบควอคราติกที่แน่นอน จะไม่ได้ค่าต่ำสุดที่แน่นอนแต่ทำ N วนซ้ำ จะได้ค่าที่ต่ำสุด

วิธีการ Quadratic Convergence ของ Powell

Powell ได้พบว่าวิธีการเซตทิศทาง ซึ่งประกอบด้วยทิศทางคอนจูเกตทั้ง N ทิศทางแต่เดิมการเซตทิศทาง U_i ให้เป็นเวกเตอร์หลัก

$$U_i = e_i \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{ข-15})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขณะที่ทำซ้ำตามลำดับขั้นตอนจนกระทั่งค่าของฟังก์ชันไม่ลดลง

- เก็บตำแหน่งในการเริ่มต้นเป็น P_0
- สำหรับ $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ย้าย P_{i-1} เป็นทิศทาง U_i ที่ต่ำสุด และเรียกจุดนี้ว่า P_i
- สำหรับ $i = 1, 2, \dots, N-1$ เจต $U_i \leftarrow -U_{i+1}$
- เจต $U \leftarrow P - P_0$
- ย้าย P_N เป็นทิศทาง U_N และเรียกจุดนี้ว่า P_0

ในปี 1964 Powell ได้แสดงให้เห็นว่ารูปแบบในสมการ (ข-10) ค่า k เป็นกระบวนการทำซ้ำให้ได้เจตทิศทาง U_i ของ k ลำดับที่รวมเข้าด้วยกัน ดังนั้นการปฏิบัติการพื้นฐานที่ทำซ้ำจำนวน N ครั้งจนถึง $N(N+1)$ ครั้ง จะได้ค่าต่ำสุดที่แน่นอน อย่างไรก็ตามหากมีปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีการลู่เข้าของสมการควอคราติกของ Powell การดำเนินการในแต่ละขั้นตอน U_i มีผลต่อ $P_N - P_0$ เพื่อให้ได้ทิศทางที่เจตไว้ และมีลักษณะเป็นเชิงเส้น ดังนั้นค่าต่ำสุดของการดำเนินการของฟังก์ชัน f เท่านั้นที่นอกเหนือจากกลุ่มสมาชิกของ N มิติ อีกนัยหนึ่งเป็นคำตอบที่ผิด ดังนั้นอัลกอริทึมจะไม่ใช้รูปแบบที่ห้าม

จำนวนวิธีที่จะแก้ไขปัญหอัลกอริทึมของ Powell ที่มีลักษณะเชิงเส้นมีดังนี้

1. สามารถเจตทิศทางของ U_i ใหม่เพื่อให้ได้เวกเตอร์หลัก e_i หลังจากที่ทำซ้ำทุก ๆ N หรือ $N+1$ ครั้ง วิธีการนี้แนะนำให้ไปประยุกต์สมการควอคราติก
2. เบนที่ได้ชี้ให้เห็นว่า ควรเจตทิศทางสามารถทำได้คือ ๆ กับการเริ่มต้นในแนวตั้งของเมตริกซ์ใด ๆ เบนที่ได้เริ่มต้นทิศทางใหม่เพื่อกำหนดทิศทางหลักของเมตริกซ์ A การคำนวณอัลกอริทึมที่มีค่าแยกกันเป็นพิเศษ การขยายความของเบนที่ได้สนับสนุนวิธีการของ Powell เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามมันค่อนข้างละเอียดเกินไป
3. สามารถยกคุณสมบัติของ Quadratic Convergence เพื่อสนับสนุนวิธีการเฮอริสติกมากขึ้นเพื่อพยายามที่จะหาทิศทางที่ดี 2-3 ทิศทางระหว่างช่องแคบๆ แทนการรวมทิศทางที่จำเป็น N

วิธีการตัดทิศทางที่มีค่าลดลงจำนวนมากที่สุดของ Powell

เมื่อใช้คุณสมบัติของ Quadratic Convergence ซึ่งขึ้นอยู่กับฟังก์ชันที่กำลังหาค่าต่ำสุด ฟังก์ชันที่ได้บางครั้งมีทิศทางที่คดเคี้ยวในเส้น valley Quadratic Convergence ก็ไม่มีความเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำคัญต่อโปรแกรมซึ่งต้องตัดทอนความยาวของพื้นที่ valley ที่คดเคี้ยวหนึ่งทาง และอีกเส้นทางหนึ่ง (ที่มี N มิติ) วิธี Quadratic Convergence ได้พยายามที่จะหาค่าต่ำสุดบนพาราโบลาที่ยังไม่มี ขณะที่ทำการรวมทิศทางที่ไขว้จำนวน $N - 1$ ครั้ง ซึ่งเก็บค่าไว้จะทำให้เสียหายโดยเส้นทางที่คดเคี้ยวนั้น

เมื่อทำการประมาณค่าต่ำสุดบนเส้นวงรี ดังนั้นขึ้นอยู่กับว่าเราต้องการความแน่นอนมากเท่าไร วิธีการหนึ่งใน Quadratic Convergence ที่สามารถประหยัดจำนวนครั้งของการหาเส้นค่าต่ำสุดได้ N^2 เนื่องจากการเพิ่มทวิคูณ Quadratic Convergence ตัวเลขที่สำคัญในแต่ละครั้งที่ทำซ้ำ

โดยพื้นฐานแล้ววิธีของ Powell ยังคงทำเพื่อให้ $P_N - P_0$ เป็นทิศทางใหม่ ทิศทางเฉลี่ยที่เคลื่อนที่ได้หลังจากพยายามหาทิศทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดจำนวน N การเปลี่ยนแปลงต้องตัดทิศทางเก่าทิ้งไป ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ทำให้มันมีค่าลดลงมากที่สุด วิธีการนี้จะทำนายการทำซ้ำที่ดีที่สุดอย่างไรก็ตามทิศทางใหม่นั้นยังมีลักษณะที่ว่า เราจะตัดค่าออกไปควรหลีกเลี่ยงการที่จะเกิดลักษณะเชิงเส้น

มีแนวความคิดอีก 2 อย่างที่เป็นที่ยอมรับบางครั้งมันไม่ดีไปกว่าการเพิ่มทิศทางใหม่ทั้งหมดจะได้

$$f_0 \equiv f(P_0) \quad f_N \equiv f(P_N) \quad f_E \equiv f(2P_N - P_0) \quad (\text{ข-16})$$

f_E คือ ค่าฟังก์ชันที่เป็นจุดขั้วภายนอก ซึ่งสมมติทิศทางใหม่กำหนด f เป็นขนาดของทิศทางที่ลดลงมากที่สุดของการทำซ้ำกัน ดังนั้น

1. ถ้า $f_E \geq f_0$ ดังนั้นเก็บค่าทิศทางเก่าที่เซทไว้สำหรับการทำครั้งต่อไป เพราะทิศทางเฉลี่ย $P_N - P_0$ โกล้หมดเต็มที

2. ถ้า $2(f_0 - 2f_N + f_E) [(f_0 - f_N) - \nabla f]^2 \geq (f_0 - f_E)^2 \nabla f$ ดังนั้นเก็บค่าของทิศทางเก่าที่เซทไว้สำหรับการทำครั้งต่อไป เพราะอาจจะเป็น

(i) ทิศทางเฉลี่ยที่ลดลง ไม่ใช่ทิศทางที่ลดลงทางด้านปฐมภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ii) มีใจความของส่วนที่แยกมาครั้งที่ 2 ตามทิศทางเฉลี่ยและใกล้เคียงกับค่าต่ำสุด

ข.7 วิธี Conjugate Gradient ในหลายมิติ

การที่เราคำนวณ N มิติที่จุด P ซึ่งไม่ใช่ค่าของฟังก์ชัน $f(P)$ แต่เป็นเกรเดียนท์ (เวกเตอร์ของส่วนที่แยกมาครั้งแรก) $\nabla f(P)$

สมมติว่าฟังก์ชัน f ถูกประมาณให้เป็นรูปแบบควอดราติกเช่นเดียวกับสมการ (ข-10)

$$f(x) = c - b \cdot x + \frac{1}{2} (x \cdot A \cdot x) \quad (\text{ข-17})$$

ดังนั้นจำนวนตัวแปรที่ยังไม่ทราบค่าใน f มีค่าเท่ากับจำนวนตัวแปรอิสระใน A และ b ซึ่งก็คือ $1/2 N(N + 1)$ การเปลี่ยนค่าตัวแปรเหล่านี้สามารถย้ายที่ตั้งของตัวแปรต่ำสุดได้ ดังนั้นจะยังไม่พบค่าต่ำสุดจนกระทั่งสะสมข้อมูลที่คล้ายกัน ซึ่งมีจำนวน N^2

ในวิธีการเซททิศทางจากหัวข้อ ข.6 การสะสมข้อมูลที่จำเป็นโดยการลำดับขั้น N^2 แยกเส้นชั้นค่าต่ำสุดออก ในขณะที่ค่าของเกรเดียนท์แต่ละค่าจะนำ N เป็นส่วนประกอบของข้อมูลใหม่ ดังนั้นจำเป็นต้องทำตามลำดับขั้นตอน N แยกตามเส้นชั้นค่าต่ำสุด

กรณีของ N ที่แก้ไขในการคำนวณความเร็วไม่จำเป็นต้องแสดงความหมาย ขณะที่ประมาณเส้นทางอาจจะคิดว่าการคำนวณส่วนประกอบแต่ละค่าของเกรเดียนท์ที่นำมาใช้เกี่ยวกับการหาค่าฟังก์ชันด้วยตัวมันเอง ในกรณีนั้นจะมี N^2 ขั้นตอน คล้ายกับฟังก์ชันที่หาค่าทั้งคู่ด้วย และไม่มีข้อมูลเกรเดียนท์ แม้ว่าผลที่ได้ไม่เป็นตามระดับ N อย่างไรก็ตามใจความมีอยู่ว่า

(i) คำนวณส่วนประกอบแต่ละค่าจะไม่ได้ช่วยหาค่าฟังก์ชันหนึ่ง ๆ แต่จำนวนที่คล้ายกับว่าทั้งหมดเป็นค่าขั้นต่ำสุด

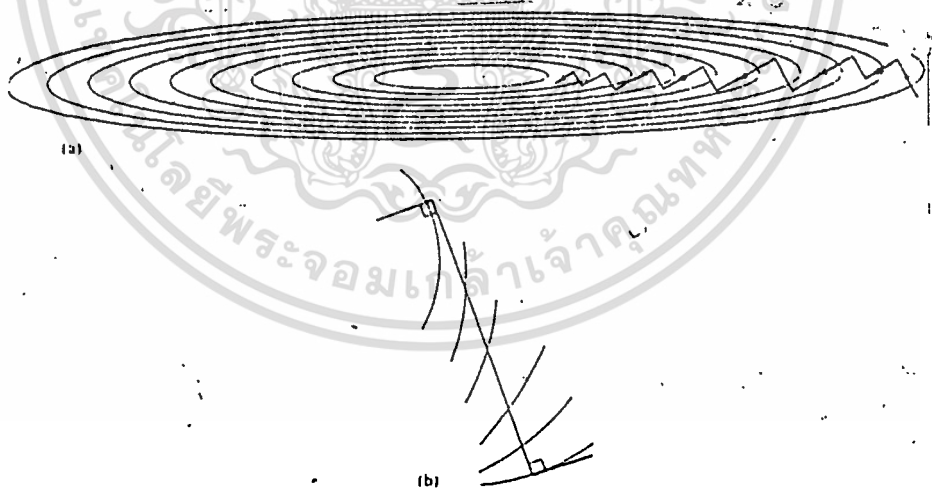
(ii) มีรูปแบบที่มากเกินไปสำหรับส่วนประกอบต่าง ๆ ของฟังก์ชันของเกรเดียนท์ เมื่อเป็นไปตามที่ใช้นี้ เมื่อมีการคำนวณฟังก์ชันที่ซ้ำซ้อน ดังนั้นคำนวณเกรเดียนท์อาจจะมีควมสำคัญน้อยกว่า การหาค่าฟังก์ชัน N

ปกติความผิดพลาดของผู้เริ่มต้น คือ สมมติว่าวิธีการรวมข้อมูลเกรเดียนที่น่าจะดีพอ ๆ กับอีกวิธีหนึ่ง การนำความคิดนี้เพื่อไปดำเนินการต่อไป ไม่ใช่อัลกอริทึมที่ดีมากนัก

วิธี Steepest Descent :

Steepest Descent เริ่มที่จุด P_0 มีความจำเป็นที่จะต้องย้ายจากจุด P_i ไปจุด P_{i+1} โดยการหาค่าต่ำสุดตามเส้นทางจาก P_i ในทิศทางของเกรเดียนที่ลาดลง $-\nabla f(P_i)$

ปัญหาของวิธี Steepest Descent เหมือนกับปัญหาที่แสดงในรูป (ข-5) วิธีการนั้นจะแสดงขั้นตอนขนาดเล็กจำนวนมากที่กำลังลดลงตาม narrow valley ราวกับว่า valley นั้นเป็นรูปแบบของควอดราติกที่สมบูรณ์ ซึ่งอาจจะหวังไว้ใน 2 มิติ ขั้นตอนแรก ควรจะนำพื้นที่ของ valley มาใช้ ขั้นตอนที่ 2 ลดทิศทางตามแกนยาวแต่จำไว้ว่า เกรเดียนที่ใหม่ที่จุดต่ำสุดของเส้นชั้นค่าต่ำสุด เป็นเส้นตั้งฉากกับทิศทางเส้นทแยง ดังนั้นวิธี Steepest Descent ต้องปรับปรุงให้ตรงทำให้ได้ค่าต่ำสุด (ดูรูป (ข-6))



รูป ข-6

(a) วิธี Steepest Descent ตาม narrow valley ขณะที่ประสิทธิภาพดีกว่าวิธีในรูป(ข-5) Steepest Descent ไม่มีประสิทธิภาพดีพอเท่ากับการทำหลายขั้นตอน เพื่อให้ได้ถึง valley

(b) ภาพขยายของ 1 ขั้นตอน ขั้นตอนแรก เริ่มหาค่าลงในทิศทางเกรเดียนต์ (local) เส้นตั้งฉากกับเส้นแสดงความสูงต่ำ และเส้นตรงขวางจนกระทั่งถึงจุดต่ำสุด (local) เมื่อเส้นขวางขนานกับเส้นแสดงความสูงต่ำ

ในสมการที่ (ข-14) ต้องการวิธีการของกระบวนการที่ไม่ได้ลดค่าเกรเดียนต์ใหม่ แต่เพื่อที่จะผูกความหมายกับคอนจูเกตเกรเดียนต์อันเก่า และเป็นไปได้ว่า จะทำนายทิศทางเส้นทแยงทั้งหมดได้ วิธีการที่จะประสบความสำเร็จในที่นี้คือ วิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์

มี 2 วิธีที่มีความสำคัญต่อวิธีคอนจูเกตเกรเดียนต์คือวิธีเฟลทเซอร์รีฟ (Fletcher Reeves) และวิธีโพลค ริเบียร์ (Polak - Ribiere) ให้ A เป็นสัคส่วนที่เป็นบวก เมทริกซ์ $n \times n$ ให้ g_0 เป็นเวกเตอร์ที่ไม่มีเกณฑ์ $h_0 = g_0$ สำหรับ $i = 0, 1, 2, \dots$ ค่าเวกเตอร์ลำดับสอง

$$g_{i+1} = g_i - \lambda_i \cdot A \cdot h_i \quad h_{i+1} = g_{i+1} + \gamma_i h_i \quad (\text{ข-18})$$

ขณะที่ λ_i, γ_i ถูกเลือกที่ทำให้ $g_{i+1} \cdot g_i = 0$ และ $h_{i+1} \cdot A \cdot h_i = 0$

$$\lambda_i = \frac{g_i \cdot g_i}{g_i \cdot A \cdot h_i} \quad \gamma_i = -\frac{g_{i+1} \cdot A \cdot h_i}{h_i \cdot A \cdot h_i} \quad (\text{ข-19})$$

(ไม่ใช่ส่วนที่มีค่าเท่ากับศูนย์, ในกรณีนี้ $\lambda_i, \gamma_i = 0$ ดังนั้นสำหรับ $i \neq j$)

$$g_i \cdot g_j = 0, \quad h_i \cdot A \cdot h_j = 0 \quad (\text{ข-20})$$

จากสมการ (ข-20) สามารถอธิบายสมการ (ข-18) และพิสูจน์ว่า สำหรับ λ_i และ γ_i เหมือนกับสมการ (ข-19)

$$\gamma_i = \frac{g_{i+1} \cdot g_{i+1}}{g_i \cdot g_i} = \frac{(g_{i+1} - g_i) \cdot g_{i+1}}{g_i \cdot g_i} \quad (\text{ข-21})$$

$$\lambda_i = \frac{g_i \cdot h_i}{h_i \cdot A \cdot h_i} \quad (\text{ข-22})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การที่จะประยุกต์ปัญหาของการประมาณค่าต่ำสุด โดยรูปแบบควอดราติก (ข-17) สมมติว่าใช้เฮสเซียนเมตริกซ์ A ดังนั้นควรใช้ (ข-18) เพื่อหาทิศทางคอนจูเกต h_i ตามเส้นชั้นค่าต่ำสุดหลังจาก N เป็นเช่นนั้นจะได้ค่าต่ำสุดของสมการควอดราติก แต่ยังไม่รู้จักค่า A

มีบทพิสูจน์อีกอย่างหนึ่งที่ช่วยประหยัดเวลา : ให้ g_i และ h_i เป็นเวกเตอร์ลำดับที่เหมือนกัน สมมติว่าเรามี $g_i = -\nabla f(P_i)$ สำหรับจุด P_i ขณะที่ f คือ รูปแบบของสมการ (ข-17) สมมติว่าได้จาก P_i ตามทิศทาง h_i สู่อันดับค่าต่ำสุดของ f ที่ตั้งบางจุด P_{i+1} และดังนั้นเซต $g_{i+1} = -\nabla f(P_{i+1})$ ดังนั้น g_{i+1} เป็นเวกเตอร์ที่สร้างจากสมการ (ข-18)

พิสูจน์ : โดยสมการ (ข-12) ; $g_i = -A \cdot P_i + b$; และ

$$g_{i+1} = -A \cdot [P_i + \lambda h_i] + b = g_i - \lambda A \cdot h_i \quad (\text{ข-23})$$

ซึ่ง λ ถูกเลือกเพื่อนำไปใช้กับเส้นชั้นค่าต่ำสุดแต่ที่เส้นชั้นค่าต่ำสุด $h_i \cdot \nabla f = -h_i \cdot g_{i+1} = 0$ ซึ่งสภาพตอนหลังนี้รวมกันได้ง่ายกับสมการ (ข-23) เพื่อแก้ค่า λ ซึ่งแสดงความหมายของ (ข-22) ได้แน่นอน แต่ค่านี้ของ λ ในสมการ (ข-22) จะคล้ายกับ (ข-18)

เมื่อต้องการใช้วิธีของเฮสเซียนไมอันใดอีกอันหนึ่ง แม้ว่าจำเป็นที่จะต้องสะสมข้อมูลในเมตริกซ์ลำดับของทิศทาง h_i ถูกสร้างขึ้นโดยใช้เส้นชั้นค่าต่ำสุดเท่านั้น หากค่าของเกรเดียนท์เวกเตอร์และเวกเตอร์ช่วยเพื่อเก็บค่าต่ำสุดในลำดับของ g

ดังนั้นที่กล่าวมาถูกประยุกต์ทั้งวิธีของ Fletcher-Reeves และ Polak-Ribiere บางครั้งความแตกต่างที่สำคัญ 2 วิธี Fletcher และ Reeves เริ่มต้นใช้การแสดงความหมายในครั้งแรกสำหรับ n ของสมการ (ข-21) Polak และ Ribiere ได้สมมติการใช้การแสดงความหมายครั้งที่ 2 ในสมการที่เหมือนกัน อย่างไรก็ตามฟังก์ชันไม่ได้เป็นสมการควอดราติกที่มีค่าแน่นอน การสมมติค่าต่ำสุดของสมการควอดราติก อาจจำเป็นที่จะต้องดำเนินการกับการเซตค่าอีกอันหนึ่งของการทำงาน ซึ่งแสดงให้เห็นว่า Polak-Ribiere ประสบความสำเร็จในการเปลี่ยนค่าเพื่อทำซ้ำ

ข.8 วิธี Variable Metric ในหลายมิติ

วิธี Variable Metric บางครั้งจะถูกเรียกว่า วิธี Quasi - Newton มันไม่ต่างจากวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์เพื่อสะสมค่าต่ำสุดอย่างต่อเนื่อง ค่า N ซึ่งเป็นขอบเขตต่ำสุดจะทำให้ได้ค่าต่ำสุดที่แน่นอนของสมการควอคราติกจาก N มิติ ในกรณีที่วิธีการนั้นจะถูกรวมเป็นควอคราติกเพื่อให้ฟังก์ชันมีความราบเรียบมากขึ้น

ทั้งวิธี Variable Metric และ Conjugate gradient จะต้องใช้เพื่อสามารถคำนวณฟังก์ชันเกรเดียนท์หรือส่วนที่แยกออกมากครั้งแรก Variable Metric แตกต่างจาก Conjugate gradient ตรงที่ว่า มันจะสะสมและเปลี่ยนค่าของข้อมูลที่ถูกคำนวณได้

ในทางกลับกันวิธี Variable Metric มีประโยชน์มากกว่าวิธี Conjugate gradient การพัฒนาต่ำสุดและการกระจายไปอย่างกว้างขวาง วิธี Variable Metric ได้ถูกพัฒนาให้เป็นที่น่าพอใจแก่ผู้ใช้ เช่นเดียวกันสิ่งที่ช่วยสนับสนุนวิธีการนี้ได้ถูกพัฒนาให้มีระดับที่ดีกว่าเมื่อนำออกมาใช้และให้ค่าผิดพลาดน้อยกว่า ส่วนใหญ่เราจะใช้วิธี Variable Metric มากกว่าวิธี Conjugate gradient

ส่วนมากตัวที่ช่วยสนับสนุนวิธี Variable Metric อยู่บ่อย ๆ คือ Dowidon - Fletcher - Powell (DFP) วิธีที่มีความสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่คิดว่า Broyden - Fletcher - Goldfarb - Shonns (BFGS) ได้ถูกพิสูจน์ความสำคัญแล้ว ไคซอน ได้แสดงให้เห็นว่า DFP และ BFGS มีลักษณะต่างกันในที่ค่าความผิดพลาด ลักษณะการรวมเข้าด้วยกัน อย่างไรก็ตามจากการสังเกตโดยทั่วไป BFGS จะมีรายละเอียดเหล่านี้จำนวนมาก จึงสนับสนุน BFGS ในส่วนนี้

ก่อนที่จะชี้ขาดว่าฟังก์ชัน $f(x)$ สามารถถูกประมาณโดยสมการควอคราติก ($f(x) = c - b \cdot x + 1/2(x \cdot A \cdot x)$) ซึ่งไม่มีข้อมูลเกี่ยวกับค่าของพารามิเตอร์ A และ b ซึ่งสามารถรวบรวมข้อมูลได้จากฟังก์ชันที่หาค่าได้และขอบเขตต่ำสุด

โดยพื้นฐานวิธี Variable Metric ต้องสร้าง Inverse Metric A ที่ทำการประมาณโดยการซ้ำ ซึ่งลำดับของเมตริกซ์ H_i มีคุณสมบัติ

$$\lim_{i \rightarrow \infty} H_i = A^{-1} \quad (\text{ข-24})$$

ถ้าเราทำในสมการ (ข-24) แล้วคั้งนั้นสามารถใช้ H ต่อ ไปคั้งนี้
จุดค่าสุด x_m

$$A \cdot x_m = b \quad (\text{ข-25})$$

ที่จุด x_i จะคั้งว่า

$$A \cdot x_i = f(x_i) + b \quad (\text{ข-26})$$

ลบสมการคั้งสองแล้วคูณคั้งด้วยเมตริกซ์ A^{-1}

$$x_m - x_i = A^{-1} [-f(x_i)] \quad (\text{ข-27})$$

ทางคั้งด้านซ้ายมือคือ ขันคั้งตอนที่จั้งเป็นคั้งที่จะได้รับค่าคั้งสุดที่แน่นอนทางคั้งด้านขวามือจะคั้งว่า
ค่าที่คั้งคำนวณคั้งได้ $H = A^{-1}$

เราไม่จั้งจริงจั้งกับค่าอัลกอรึทึม DFP ส้างหรับ H_i ถึง H_{i+1} ลบสมการ (ข-27) ที่ x_{i+1} จากสม
การที่เหมือนกันที่ x_i

$$x_{i+1} - x_i = A^{-1} [\nabla f_{i+1} - \nabla f_i] \quad (\text{ข-28})$$

ขณะคั้งที่ $\nabla f_j \equiv \nabla f(x_j)$ ซึ่งทำจาก x_i ถึง x_{i+1} ซึ่งอาจจั้งต้องการค่าประมาณ H_{i+1} ใหม่
ราวคั้งกับว่ามันคือ A^{-1} จะคั้งว่า

$$x_{i+1} - x_i = H_{i+1} \cdot [\nabla f_{i+1} - \nabla f_i] \quad (\text{ข-29})$$

เราอาจจั้งคั้งได้ว่ารูปแบบที่เปลี่ยนใหม่ควรจั้งเป็น $H_{i+1} = H_i +$ ค่าที่จั้งถูกคั้งต้อง

จากสมการที่ (ข-29) ทำให้ DFP มีรูปแบบที่เปลี่ยนใหม่เป็น

$$H_{i+1} = H_i + \frac{(x_{i+1} - x_i) \otimes (x_{i+1} - x_i)}{(x_{i+1} - x_i) \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} - \frac{[H_i \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)] \otimes [H_i \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)]}{[(\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)] \cdot [H_i \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)]} \quad (\text{ข-30})$$

ขณะที่ \otimes คือ ค่าทิศทางผลลัพธ์ทั้งสองเวกเตอร์ เมตริกซ์ ij ของ $u \otimes v$ คือ $u_i v_j$

ตัว BFGS มีค่าที่แน่นอนเหมือนกันแต่มีอยู่หนึ่งเทอม

$$\dots + (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) \cdot H_i \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) u \otimes u \quad (\text{ข-31})$$

เมื่อ u คือ ค่าเวกเตอร์กำหนด

$$u \equiv \frac{(x_{i+1} - x_i)}{(x_{i+1} - x_i) \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} - \frac{H_i \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)}{(\nabla f_{i+1} - \nabla f_i) \cdot H_i \cdot (\nabla f_{i+1} - \nabla f_i)} \quad (\text{ข-32})$$

ส่วนที่ช่วยสนับสนุนวิธี Variable Metric

มันเป็นไปได้ว่าจะเกิดค่าผิดพลาดกับเมตริกซ์ H_i ซึ่งใกล้เคียงกับ singular หรือ non-positive-definite จึงควรให้ความสนใจเพราะสมมติว่าค้นหาทิศทาง ซึ่งอาจจะได้ตรงตามนั้น และเพราะว่า H_i มีแนวโน้มว่าจะเป็น singular ในภายหลัง

ในกรณีของข้อสงสัยก็ได้มีการอ้างอิงในหัวข้อ ข.5 ควรเริ่มอัลกอริทึมที่จุดต่ำสุดก่อนและจะพบในที่ต่าง ๆ ธรรมดาไม่คู่มามากนัก ส่วนที่ช่วยสนับสนุนวิธี Variable Metric ในสมัยใหม่นี้ จริง ๆ แล้วจะชักชวนในทางที่ผิดมากกว่า

การประมาณค่า A^{-1} อาจประมาณจากค่า A ก็ได้ ดังนั้นแทนค่าคำนวณทางด้านซ้ายมือของสมการ (ข-27) โดยตรง แก่สมการเส้นตรง

$$A \cdot (x_m - x_i) = -\nabla f(x_i) \quad (\text{ข-33})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในตอนแรกดูเหมือนจะเป็นความคิดที่แย่มากเพราะการแก้สมการ (๒-33) ยังมีค่าของ N^3 ทำอย่างไรจะช่วยแก้ปัญหาความผิดพลาดได้ คำแนะนำคือ อย่าเก็บค่าของเมตริกซ์ A แต่จำแนกค่าของ A ได้ 3 ส่วน การพัฒนารูปแบบสำหรับจำแนกเมตริกซ์เป็นการประกันได้ว่า เมตริกซ์นั้นยังเป็น positive และ non - singular แม้ว่าจะมีค่าแกว่งในช่วงสุดท้าย อีกวิธีที่น่าออกมาใช้ คือ คำถามของความแน่นอนที่จำเป็นในการเก็บรวบรวมวิธีที่ครอบคลุมทั้งหมดได้อย่างไร คู่มือประโยชน์ที่จะรวบรวมค่าต่ำสุดแต่ละค่า ซึ่งไม่ใช่ส่วนสำคัญกับฟังก์ชันขนาด N มันเป็นเรื่องจริงว่า BFGS นั้นมีความทนทานต่อค่าต่ำสุดที่ไม่ตรงไปตรงมามากกว่า DSP ที่เหลือ ดูเหมือนว่าไม่รู้จักวิธีหาค่าต่ำสุดที่มีประสิทธิภาพพอที่จะใช้กับฟังก์ชันทั้งหมดหรือหาค่าเกรเดียนท์ซึ่งได้จากค่าต่ำสุดแต่ละค่า เป็นทางหนึ่งซึ่งหวังว่าจะนำไปใช้ในอนาคค



ภาคผนวก ก

Magnetic Circuit and Magnetic Materials

ในส่วนนี้เราจะศึกษาการแปลงพลังงานระหว่างพลังงานไฟฟ้าและพลังงานกล ความสำคัญของตำแหน่งสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ขณะที่เครื่องจักรกลไฟฟ้าหมุน ซึ่งเป็นขนาดของพลังงานที่แปลงมา พิจารณาพลังงานที่จ่ายให้กับหม้อแปลง ซึ่งไม่ใช่พลังงานจักรกลไฟฟ้าที่แปลงมา แต่สำคัญตรงที่การแก้ปัญหาค่าพลังงานที่แปลงมา

ในทางปฏิบัติทั้งหม้อแปลงและเครื่องจักรกลไฟฟ้า ใช้วัสดุที่เป็นแม่เหล็กทั้งขนาดและทิศทางของฟลักแม่เหล็ก ซึ่งมีการเคลื่อนย้ายและเปลี่ยนแปลงพลังงาน ดังนั้นเพื่อให้สามารถวิเคราะห์และอธิบายปริมาณฟลักแม่เหล็ก โดยเฉพาะเครื่องมือช่วยประกอบความเข้าใจค่าพลังงานที่เปลี่ยนแปลงเหล่านี้ วัสดุที่เป็นแม่เหล็กมีกฎเกณฑ์มากมายในการกำหนดคุณสมบัติของชิ้นส่วนอุปกรณ์แม่เหล็กไฟฟ้า ผลของขนาดและประสิทธิภาพของมัน

ในส่วนนี้จะพัฒนาเครื่องมือที่ช่วยในการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กและจะแนะนำคุณสมบัติที่สำคัญของวัสดุแม่เหล็กที่ใช้ในทางปฏิบัติ เหตุผลเหล่านี้จะมาประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์หม้อแปลง ในส่วนต่อไปจะวิเคราะห์การหมุนของเครื่องจักรกลไฟฟ้า

ก.1 Introduction to magnetic circuits

ในทางปฏิบัติแล้วเกี่ยวกับวิศวกรรมจะสนใจตำแหน่งของสนามแม่เหล็กมากที่สุดที่เกี่ยวข้องกับผลลัพธ์ของสมการ Maxwell ซึ่งส่วนประกอบต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กับการอธิบายคุณสมบัติวัสดุ ถึงแม้ว่าในทางปฏิบัติผลลัพธ์ ที่ได้ไม่สามารถทำได้สำเร็จตามต้องการ แต่ข้อสมมติฐานต่าง ๆ ก็เป็นที่ยอมรับเพื่อใช้ประโยชน์ในการหาผลลัพธ์ทางวิศวกรรม

ข้อสมมติฐานข้อแรก เป็นชนิดของเครื่องจักรกลไฟฟ้าและหม้อแปลงไฟฟ้า ความถี่และขนาดที่เกี่ยวข้องในเทอมของกระแสที่แทนที่ในสมการของ Maxwell สามารถละเลยได้ในส่วนนี้จะนับรวมกับสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในช่องว่างโดยสนามไฟฟ้าที่เวลาต่างกันและรวมไปถึงสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่แพร่ออกมาจาก Magneto - quasi - static ในรูปแบบของสมการ Maxwell

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\oint_C H \cdot dl = \oint_S J \cdot da \quad (\text{ค-1})$$

$$\oint_S B \cdot da = 0 \quad (\text{ค-2})$$

จากสมการที่ ค-1 อินทิเกรตเชิงเส้นของความหนาแน่นของสนามแม่เหล็ก H รอบเส้นปิด C เท่ากับกระแสทั้งหมดที่ผ่านบนพื้นผิว S ที่เชื่อมกับเส้นทางผ่าน จากสมการ ค-1 จะเห็นได้ว่า แหล่งกำเนิดของ H คือ ความหนาแน่นกระแส J จากสมการ ค-2 ความหนาแน่นของฟลักแม่เหล็ก B ซึ่งไม่ใช่ฟลักที่เข้าไปหรือออกจากพื้นผิวปิด จากสมการเหล่านี้จะพบว่าขนาดของสนามแม่เหล็กสามารถกำหนดได้จากค่าของแหล่งจ่ายกระแสและเวลาที่เปลี่ยนไปของสนามแม่เหล็กตามทิศทางของเวลาที่เปลี่ยนไปของแหล่งจ่าย

ข้อสมมติฐานข้อที่สองเกี่ยวข้องกับวงจรแม่เหล็ก ผลลัพธ์โดยทั่วไปสำหรับความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก H และความหนาแน่นฟลักแม่เหล็ก B ในโครงสร้างของเรขาคณิตเชิงซ้อนซึ่งยากมาก อย่างไรก็ตามปัญหาสนามแม่เหล็กขนาดสามมิติสามารถทำให้ลดลงเป็นวงจรขนาดหนึ่งมิติ แต่ทั้งนี้ผลลัพธ์ก็ยังเป็นที่ยอมรับในทางวิศวกรรม

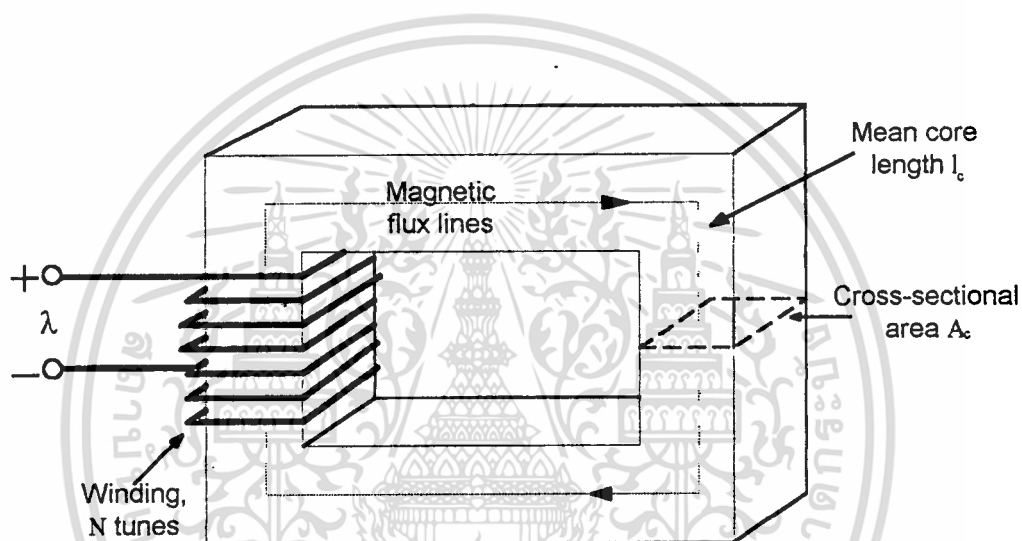
โครงสร้างวงจรแม่เหล็กประกอบด้วยวัสดุแม่เหล็กที่มีค่าเพอร์เมียบิลิตีสูงสุด วัสดุที่มีค่าเพอร์เมียบิลิตีสูงทำให้เกิดฟลักแม่เหล็กโดยมีขอบเขตตามเส้นทาง โดยโครงสร้างจะมีกระแสที่ถูกจำกัดโดยตัวนำของวงจรไฟฟ้า ข้อคิดเห็นของวงจรแม่เหล็กนี้ได้แสดงให้เห็นในบทความนี้และเพื่อนำไปประยุกต์ค่าตำแหน่งต่าง ๆ

วงจรแม่เหล็กไฟฟ้าอย่างง่ายได้แสดงในรูป ค-1 สมมติให้แกนเหล็กประกอบด้วยวัสดุที่เป็นแม่เหล็ก ซึ่งค่าเพอร์เมียบิลิตีสูงกว่าของอากาศรอบ ๆ ($\mu \gg \mu_0$) แกนเหล็กมีพื้นที่หน้าตัดคงที่และถูกกระตุ้นโดยขดลวดจำนวน N รอบ มีกระแส i แอมแปร์ (A) ขดลวดนี้จะสร้างสนามแม่เหล็กในแกนเหล็ก ซึ่งแสดงในรูป

เพราะว่าแกนแม่เหล็กมีค่าเพอร์เมียบิลิตีสูง (high permeability) ฟลักแม่เหล็กจึงถูกจำกัดภายในแกนเหล็กเกือบทั้งหมด เส้นทางสนามแม่เหล็กถูกจำกัดโดยแกนเหล็กและความหนาแน่นของฟลักแม่เหล็กจะสูงมากในแกนเหล็ก เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แน่นฟลักซ์จะอยู่เหนือแกนตัดขวางเพราะพื้นที่ภาคตัดขวางมีค่าคงที่ สนามแม่เหล็กสามารถดูได้ในเทอมของเส้นทางเดินฟลักซ์ซึ่งเป็นวงปิดที่พันขดลวดไว้

ในการประยุกต์วงจรแม่เหล็กของรูป ค-1 แหล่งจ่ายสนามแม่เหล็กในแกนเหล็กมีค่ากระแส - รอบ เป็น Ni ในวงจรแม่เหล็ก Ni คือ magnetomotive force (mmf) ในรูป ค-1 แสดงขดลวดแกนเดียวเท่านั้น หม้อแปลงไฟฟ้าและแกนหมุนเครื่องจักรกลไฟฟ้ามีอย่างน้อย 2 ขด และ Ni เป็นผลรวมของค่ากระแส-รอบของขดลวดทั้งหมด



รูป ค-1

ฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ ที่อยู่บนพื้นผิว S คือ พื้นที่ผิวรวมของส่วนประกอบของ B ดังนั้น

$$\phi = \int_S B \cdot da \quad (\text{ค-3})$$

ในหน่วย SI หน่วยของ ϕ คือ เวเบอร์ (Wb)

ในสมการที่ ค-3 สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นทั้งภายในและภายนอกพื้นผิว (เท่ากับผลรวมของพื้นผิวของ B ที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวที่ปิด) มีค่าเป็นศูนย์ ฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดขึ้นทั้งหมดภายใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พื้นที่ผิวที่มีปริมาตรปิดต้องละทิ้งไป ซึ่งเป็นปริมาตรที่เกินมาในส่วนพื้นที่ผิวนั้นเพราะเส้นทางเดินฟลักซ์แม่เหล็กเป็นวงปิด (Closed loops)

จากข้อสมมติฐานที่ว่าฟลักซ์แม่เหล็กจะเกิดขึ้นบนภาคตัดขวางของแกนเหล็กในกรณีนี้ สมการ ค-3 ลดรูปแบบสมการให้ง่ายขึ้น

$$\phi_c = B_c A_c \quad (\text{ค-4})$$

ขณะที่ ϕ_c = ฟลักซ์ในแกนเหล็ก
 B_c = ความหนาแน่นฟลักซ์ในแกนเหล็ก
 A_c = พื้นที่ภาคตัดขวางของแกนเหล็ก

จากสมการที่ ค-1 ความสัมพันธ์ระหว่าง mmf และความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก เป็น

$$\mathcal{F} = Ni = \oint H \cdot dl \quad (\text{ค-5})$$

ขนาดแกนเหล็ก , ความยาวทางเดินของเส้นทางเดินฟลักซ์เป็นแบบปิด ซึ่งความยาวหลักของแกนเหล็กเป็น l_c , ผลรวมของเส้นทางในสมการ ค-5 เปลี่ยนเป็น $H l_c$ ของขนาด H และความยาวของเส้นทางเดินฟลักซ์ l_c ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง mmf กับความหนาแน่นสนามแม่เหล็กสามารถเขียนใหม่เป็น

$$\mathcal{F} = Ni = H_c l_c \quad (\text{ค-6})$$

เมื่อ H_c เป็นขนาดเฉลี่ยของ H ในแกนเหล็ก

ทิศทางของ H_c ในแกนเหล็ก สามารถหาได้จากกฎมือขวา ซึ่งสามารถหาได้ 2 วิธี

- (1) ตัวนำที่มีกระแสอยู่ ใช้มือขวา นิ้วหัวแม่มือจะชี้ไปในทิศทางของกระแสและนิ้วที่เหลือชี้ไปในทิศทางของสนามแม่เหล็กที่เกิดจากกระแส
- (2) ถ้าเป็นขดลวดในรูป ค-1 กำมือขวา นิ้วจะชี้ในทิศทางไหลของกระแส , นิ้วหัวแม่มือจะชี้ในทิศทางของสนามแม่เหล็ก

ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามแม่เหล็ก H และความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก B เป็นคุณสมบัติของวัสดุที่มีสนามแม่เหล็กอยู่ คำนึง

$$B = \mu H \quad (\text{ก-7})$$

เมื่อ μ คือ ค่า permeability ในหน่วย SI B มีหน่วยเป็นเวเบอร์ต่อตารางเมตร หรือเรียกว่า เทสลา (T) และ μ มีหน่วยเป็น เวเบอร์ต่อกระแส - รอบ - เมตร หรือเฮนรีต่อเมตร ในหน่วย SI ค่า permeability ของช่องว่างเป็น $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$.ค่า permeability ของวัสดุที่เป็น ferromagnetic สามารถแสดงได้ในเทอมของ μ_r ค่าของมันมีความสัมพันธ์ในช่องว่าง หรือ $\mu = \mu_r \mu_0$ สำหรับวัสดุที่ใช้ในหม้อแปลงไฟฟ้าและแกนหมุนเครื่องจักรกลไฟฟ้า มีค่า μ_r ประมาณ 2,000 ถึง 80,000 ลักษณะของวัสดุที่เป็น ferromagnetic ใ้คืออธิบายในรูป ก-3 และ ก-4 ในปัจจุบันสมมติให้ μ_r เป็นค่าคงที่ ถึงแม้ว่ามันจะเปลี่ยนแปลงค่าตามขนาดของความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก

หม้อแปลงไฟฟ้าในแกนเหล็กปิด ดังรูป ก-1 การรักษากำลังงานซึ่งจะต้องมีช่องอากาศในวงจรแม่เหล็กด้วย วงจรแม่เหล็กที่มีช่องอากาศดัง ในรูป ก-2 เมื่อความยาวของช่องอากาศเป็น g มีค่าน้อยกว่าระยะห่างแกนเหล็ก ฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ ถูกจำกัดขอบเขตเพื่อให้อยู่ในแกนแม่เหล็กช่องอากาศและตลอดทั้งวงจรแม่เหล็ก ดังนั้น จากรูป ก-2 สามารถวิเคราะห์วงจรแม่เหล็กด้วยส่วนประกอบ 2 ส่วน : ค่า permeability ของแกนเหล็ก , ความยาวหลัก l_c , ค่า permeability ของช่องอากาศ , พื้นที่หน้าตัดขวาง A_g และความยาว g ในแกนเหล็กที่มีความหนาแน่นฟลักซ์คงที่ และพื้นที่หน้าตัดขวาง A_c : คำนึงในแกนเหล็ก

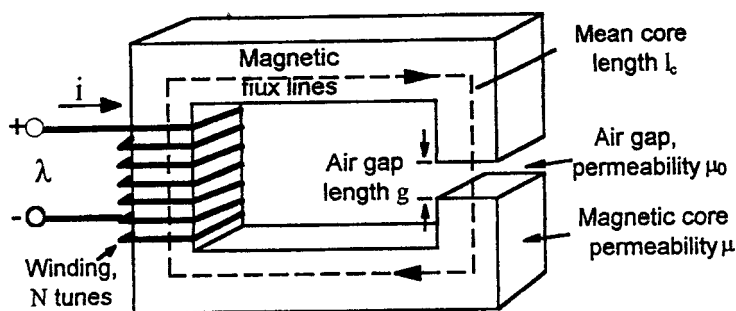
$$B_c = \frac{\phi}{A_c} \quad (\text{ก-8})$$

และในอากาศ

$$B_g = \frac{\phi}{A_g} \quad (\text{ก-9})$$

ขณะที่ ϕ = ฟลักซ์แม่เหล็กในอากาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ค-2

เส้นทางแม่เหล็กจะข้ามช่องอากาศ ดังรูป ค-2 ผลของ fringing field ทำให้เพิ่มพื้นที่ภาคตัดขวาง A_g ของช่องอากาศ ซึ่ง Various empirical ได้พัฒนาเพื่อทำให้คำนวณผลที่เกิดขึ้นนี้ได้ ค่า fringing fields ที่ถูกต้องในช่องอากาศสั้น ๆ สามารถทำได้โดยการบวกความยาวช่องอากาศสองด้านบนพื้นที่ภาคตัดขวาง ถ้าไม่คิดค่า fringing, $A_g = A_c$ และ

$$B_g = B_c = \frac{\phi}{A_c} \quad (\text{ค-10})$$

ประยุกต์ในสมการที่ ค-5 และ ค-7 เป็นสมการวงจรแม่เหล็ก

$$\mathcal{R} = Ni = H_c l_c + H_g l_g \quad (\text{ค-11})$$

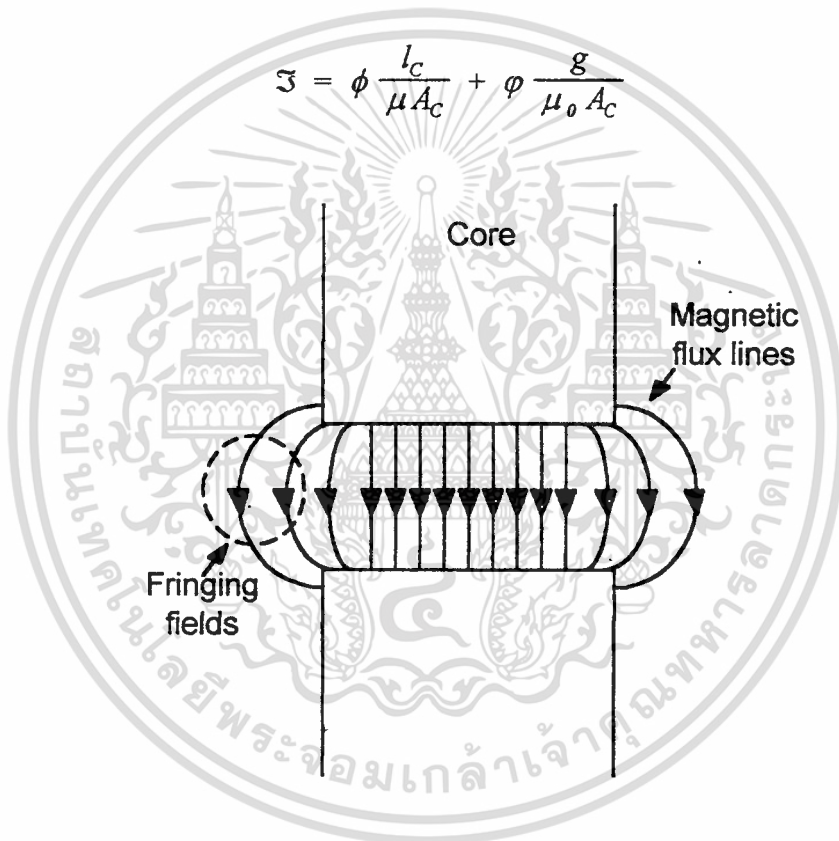
$$\mathfrak{F} = \frac{B_c l_c}{\mu} + \frac{B_g l_g}{\mu_0} \quad (\text{ค-12})$$

Ni เป็นผลรวมของกระแส - รอบ ที่ประยุกต์ใช้กับวงจรแม่เหล็ก ดังนั้นในส่วนของค่า mmf ที่ต้องการเพื่อกระตุ้นสนามแม่เหล็กในแกนเหล็ก ขณะที่ส่วนที่เหลืออยู่ยังกระตุ้นสนามแม่เหล็กในช่องอากาศอยู่

ในทางปฏิบัติวัสดุที่เป็นแม่เหล็ก (อธิบายในรูป ก-3) , B_c และ H_c หากค่าความสัมพันธ์ไม่
ง่ายนัก ถึงแม้จะรู้ค่าคงที่ permeability ที่จริงแล้ว B เป็นค่าไม่เป็นเชิงเส้น H_c เป็นฟังก์ชันที่มี
หลายค่า ดังนั้นถึงจะนำเอาสมการ ก-11 มาใช้ ก็ไม่สามารถจะแก้ค่าความสัมพันธ์ mmf และ
ความหนาแน่นฟลักซ์ ดังเช่นในสมการ ก-12 ข้อสรุปของค่าคงที่ permeability แกนเหล็กเห็น
เหตุผลที่ยอมรับทางวิศวกรรมและความบ่อยครั้งที่นำไปใช้

จากสมการ ก-10 , ก-12 สามารถเขียนใหม่ในเทอมของฟลักซ์ทั้งหมด เป็น

$$\mathfrak{F} = \phi \frac{l_c}{\mu A_c} + \phi \frac{g}{\mu_0 A_c} \quad (\text{ก-13})$$



รูปที่ ก-3

ไม่คิดค่า fringing ที่ช่องอากาศ และฟลักซ์สมมติให้ข้ามช่องอากาศเป็นเส้นตรง ใน
เทอมที่ฟลักซ์เพิ่มขึ้นในสมการนี้ ที่รู้จักกันคือ ค่า Reluctance \mathfrak{R} ของแกนเหล็กและช่องอากาศ
จะได้เป็น

$$\mathfrak{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c} \quad (\text{ก-14})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_C} \quad (\text{ค-15})$$

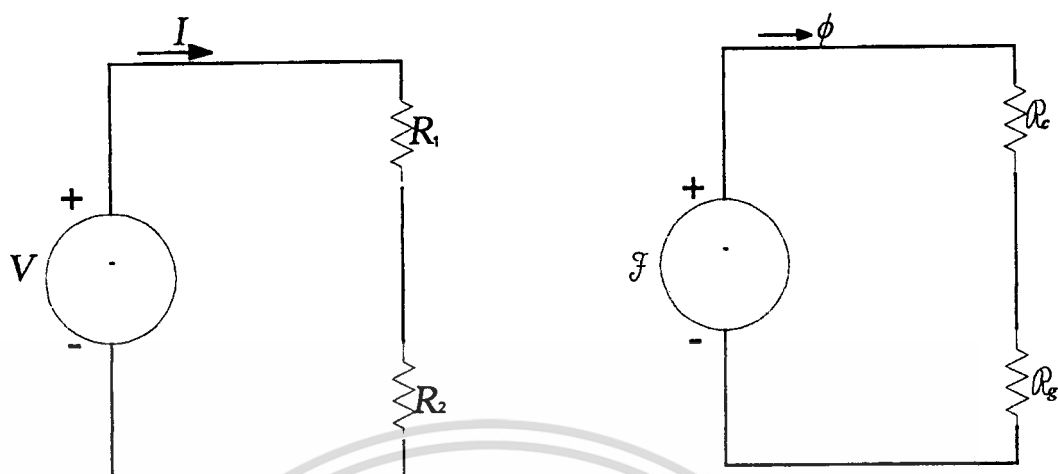
และดังนั้น

$$\mathfrak{F} = \phi(\mathcal{R}_C + \mathcal{R}_g) \quad (\text{ค-16})$$

สุดท้าย สมการ ค-16 สามารถกลับเพื่อแก้ค่าฟลักซ์

$$\phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathcal{R}_C + \mathcal{R}_g} \quad (\text{ค-17})$$

ในสมการ ค-16 และ ค-17 ได้เปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันในวงจรไฟฟ้า การเปรียบเทียบนี้แสดงในรูป ค-4 ในรูป ค-4a แสดงวงจรไฟฟ้าที่มีแรงดัน V จ่ายกระแส I ผ่านความต้านทาน R_1 และ R_2 ในรูป ค-4b แสดงรูปวงจรแม่เหล็กซึ่งแปลงมาจากรูป ค-2 จะพบว่า mmf \mathfrak{F} (เปรียบเทียบแรงดันในวงจรไฟฟ้า) จ่ายค่าฟลักซ์ ϕ (เปรียบเทียบกระแสในวงจรไฟฟ้า) ผ่านค่า Reluctance ที่ต่ออนุกรมของแกนเหล็ก \mathcal{R}_C และช่องอากาศ \mathcal{R}_g การเปรียบเทียบระหว่างผลลัพท์ของวงจรไฟฟ้าและวงจรแม่เหล็กช่วยให้หาผลลัพท์ของฟลักซ์ในวงจรแม่เหล็กที่เป็นค่าเชิงซ้อน



รูปที่ ค-4

ค่าเศษส่วนของ mmf ทั้งหมดที่ต้องการในแต่ละส่วนของวงจรแม่เหล็กเปลี่ยนค่ากลับเป็นค่า reluctance จากสมการ ค-14 ค่า reluctance แกนเหล็กมีค่าน้อยขณะที่ค่า permeability ของมันมีค่าเพิ่มขึ้นและสามารถทำให้มีค่าน้อยกว่าของช่องอากาศมาก ๆ ได้ สำหรับ $\mu \gg \mu_0$, $\mathcal{R}_c \ll \mathcal{R}_g$, ในกรณีนี้ค่าฟลักซ์และ B สามารถหาได้จากสมการ ค-17 ในเทอมของ \mathcal{F} และช่องอากาศดังนี้

$$\phi \approx \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_g} = \frac{\mathcal{F} \mu_0 A_c}{g} = Ni \frac{\mu_0 A_c}{g} \quad (\text{ค-18})$$

ในเทอมนี้ซึ่งมีค่า mmf เพิ่มมากขึ้น ที่เรียกว่า permeance ดังนั้นค่า permeance ของช่องอากาศเป็น

$$\phi_g = \frac{I}{\mathcal{R}_g} = \frac{\mu_0 A_c}{g} \quad (\text{ค-19})$$

จากรูป ค-3 ทางปฏิบัติวัสดุแม่เหล็กมีค่า permeability ไม่คงที่แต่เปลี่ยนค่าตามขนาดฟลักซ์ ในสมการ ค-14 ถึง ค-17 ค่า permeability มากเพียงพอ การเปลี่ยนแปลงค่าของมันไม่มีผลกระทบต่อประกอบของวงจรแม่เหล็ก

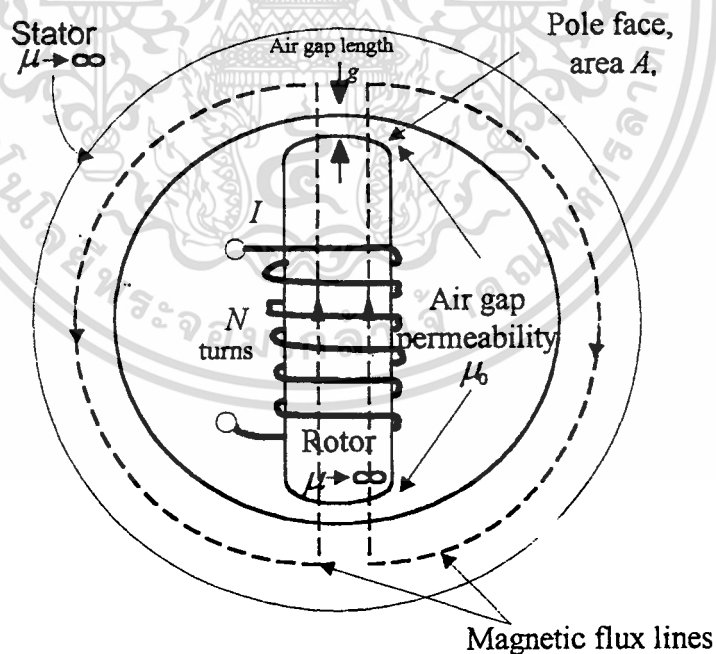
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พื้นฐานสำคัญในการลดค่าสนามแม่เหล็กกึ่งคงที่ (magneto-quasi-static) ด้วยเรขาคณิตง่าย ๆ เพื่อเป็นแบบจำลองวงจรแม่เหล็ก จุดประสงค์ในหัวข้อนี้เพื่อแนะนำข้อคิดเห็นบางอย่างและการใช้รูปแบบซึ่งวิศวกรใช้แก้ปัญหาในการออกแบบ แต่ทั้งนี้ก็ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้ออกแบบด้วย ตัวอย่างเช่น สมมติว่าค่า permeability ของเหล็ก ในส่วนของวงจรแม่เหล็ก ซึ่งเป็นค่าคงที่ที่รู้ขนาด ถึงแม้ว่ามันจะไม่เป็นจริง (ดังรูป ค-3) และสนามแม่เหล็กถูกจำกัดขอบเขตแกนเหล็กและช่องอากาศ

ค.2 Flux Linkage, Inductance, and Energy

เมื่อสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแปรผันกับเวลา, สนามอิเล็กทรอนิกส์จะถูกรบกวนขึ้น ซึ่งอธิบายได้โดยกฎของฟาราเดย์ (Faraday's Law):

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a} \quad (\text{ค-20})$$



รูป (ค-5)

สมการที่ (ค-20) เป็นการอินทิเกรตของสนามอิเล็กทรอนิกส์ E รอบวงปิดเส้นทาง C ซึ่งเท่ากับอัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงแม่เหล็กไฟฟ้าที่พื้นที่นั้นต่อเวลา เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในโครงสร้างของแม่เหล็กกับขดลวด ดังในรูปที่ (ค-2) สนาม E ในเส้นลวดมีขนาดน้อยมากและสามารถตัดทิ้งได้ ดังนั้นทางซ้ายมือของสมการที่ (ค-20) มีค่าลดลงเป็นลบของค่า Induce Voltage ที่ขั้วขดลวด นอกจากนี้ค่าฟลักซ์ด้านขวามือของสมการ (ค-20) ใช้ค่าฟลักซ์แกนเหล็ก ϕ เป็นหลัก เพราะจำนวนรอบของขดลวดรอบแกนเหล็กเป็น N รอบ, สมการ (ค-20) จึงลดลงเป็น

$$e = N \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (\text{ค-21})$$

เมื่อ $\lambda = N\phi$ เป็นค่า Flux linkage ของขดลวด สัญลักษณ์ ϕ ถูกใช้แสดงค่าของ Time-varying flux

โดยปกติค่า flux linkage ของขดลวด เท่ากับพื้นที่โดยรวมขององค์ประกอบทั่วไป คุณความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กที่คลุมเหนือพื้นที่ผิวขดลวด สังเกตว่าทิศทางของแรงดัน e หาได้โดยสมการ (ค-20) ดังนั้นถ้าขั้วสายขดลวดถูก Short-circuit แล้ว กระแสจะไหลในทิศทางที่ขวางทางการเปลี่ยนแปลงของ flux linkage

สำหรับวงจรแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ และ i เนื่องจากค่าคงที่ permeability ของโลหะหรือช่องอากาศหาค่าความสัมพันธ์ $\lambda - i$ โดยค่าความเหนี่ยวนำ L เป็น

$$L = \frac{\lambda}{i} \quad (\text{ค-22})$$

เมื่อ $\lambda = N\phi$, flux linkage มีหน่วยเป็นเวเบอร์-รอบ (W_b - turns) ตัวอย่างจากสมการ (ค-18);

$$L = \frac{NB_c A_c}{i} = \frac{N^2 \mu_o A_c}{g} \quad (\text{ค-23})$$

สำหรับวงจรแม่เหล็กไฟฟ้าในรูป (ค-2) เป็นการสมมติค่า permeability ของแกนเหล็ก

ค่าความเหนี่ยวนำเป็นหน่วยเฮนรี่ หรือ เวเบอร์-รอบ ต่อแอมแปร์ ในสมการ (ค-23) แสดงรูปแบบขนาดของค่าความเหนี่ยวนำ ซึ่งค่าความเหนี่ยวนำจะขึ้นอยู่กับจำนวนรอบกำลังสอง ค่า permeability ของวงจรแม่เหล็ก, พื้นที่ภาคตัดขวาง และความยาวของมัน

ความยุ่งยากในการประยุกต์ค่าความเหนี่ยวนำในการคำนวณวิธี Numerical เกิดจากความไม่เป็นเชิงเส้นของค่า permeability μ ในแกนแม่เหล็ก ดังอธิบายในรูป (ก-3) และ (ก-4) สังเกตว่าการใช้ประโยชน์ของค่าความเหนี่ยวนำ ซึ่งพารามิเตอร์จะขึ้นอยู่กับค่าสมมติฐานของค่าเชิงเส้นระหว่างฟลักซ์และ mmf ความหมายโดยนัย ซึ่งผลของความไม่เชิงเส้นของสารแม่เหล็กในแกนสามารถประมาณเลือกส่วนของความสัมพันธ์ที่เป็นเส้นตรงหรือผลของแกนเหล็กทางด้าน Secondary เปรียบเทียบกับผลของช่องอากาศ

รูป (ก-6) แสดงวงจรแม่เหล็ก ซึ่งมีช่องอากาศและขดลวด 2 ขด อ้างอิงทิศทางกระแส ซึ่งฟลักซ์มีทิศทางเดียวกัน ค่า mmf โดยรวมเป็น

$$F = Ni = N_1 i_1 + N_2 i_2 \quad (\text{ก-24})$$

และจากสมการ (ก-18) ค่า Reluctance ของแกนเหล็กตัดทิ้งได้ ค่าฟลักซ์แกนเหล็ก ϕ เป็น

$$\phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2) \frac{\mu_o A_c}{g} \quad (\text{ก-25})$$

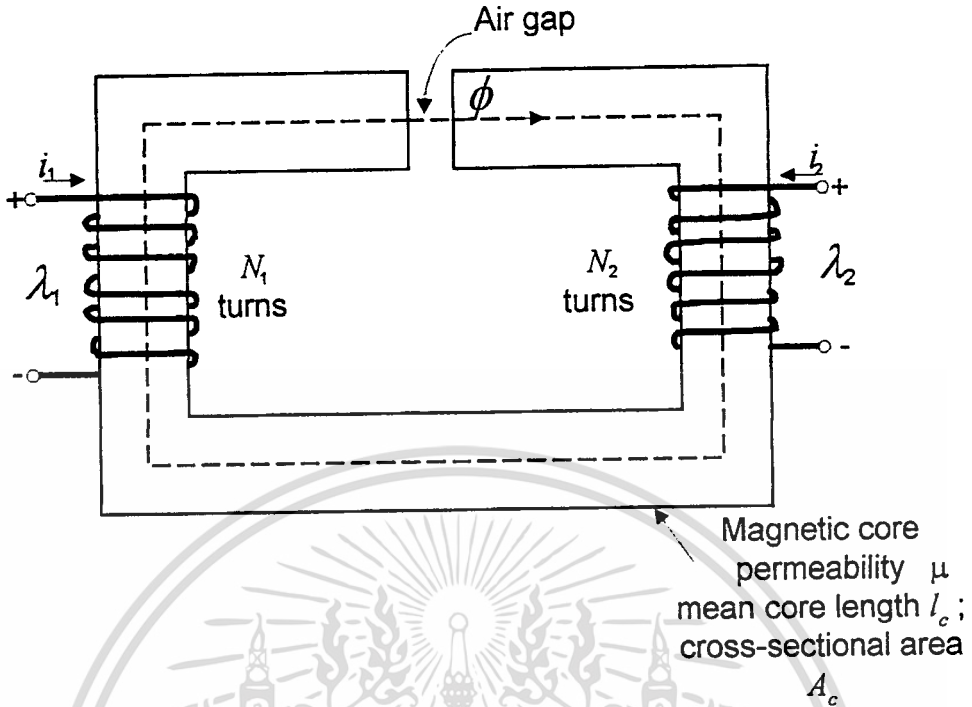
ในสมการ (ก-25), ϕ คือ ค่า resultant core flux สร้างโดย simultaneous action ของค่า mmf ของทั้งคู่

ถ้านำสมการ (ก-25) ใส่ในเทอมที่อ้างถึงเฉพาะกระแส, ค่า resultant flux linkage ในขดลวดที่ 1 สามารถแสดงได้เป็น

$$\lambda_1 = N_1 \phi = N_1^2 \frac{\mu_o A_c}{g} i_1 + N_1 \frac{N_2 \mu_o A_c}{g} i_2 \quad (\text{ก-26})$$

ซึ่งสามารถเขียนเป็น

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 \quad (\text{ก-27})$$



รูป ค-6

เมื่อ

$$L_{11} = N_1^2 \frac{\mu_0 A_c}{g}$$

(ค-28)

เป็นค่า self-inductance ของขดลวดที่ 1 และ $L_{11} i_1$ เป็น flux linkage ในขดลวดที่ 1 เนื่องจากกระแส i_1 ค่า mutual inductance ระหว่างขด 1 และ 2 เป็น

$$L_{12} = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{g}$$

(ค-29)

และ $L_{12} i_2$ คือ flux linkage ในขด 1 เนื่องจากกระแส i_2 ในขดลวดอีกขดในทางเดียวกัน, ค่า flux linkage ในขดลวดที่ 2 เป็น

$$\lambda_2 = N_2 \phi = N_1 N_2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_1 + N_2^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} i_2$$

(ค-30)

หรือ

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

(ค-31)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $L_{21} = L_{12}$ เป็นค่า mutual inductance และ

$$L_{22} = N_2^2 \frac{\mu_0 A_c}{g} \quad (\text{ค-32})$$

คือค่า self-inductance ของขด 2

ค่า resultant flux linkage มี i_1 และ i_2 เป็นส่วนประกอบโดยพื้นฐาน ซึ่งก็หมายความว่า ลักษณะ flux-mmf เป็นเชิงเส้น (ค่า permeability คงที่)

แทนค่าของสมการ (ค-22) ใน (ค-21) จะได้

$$e = \frac{d}{dt}(Li) \quad (\text{ค-33})$$

สำหรับวงจรแม่เหล็กที่มีขดลวดเดียว สำหรับวงจรแม่เหล็กไฟฟ้าสถิตย์, ค่าความเหนี่ยวนำจะถูกกำหนดค่าไว้ (สมมติว่าวัสดุที่มีลักษณะไม่เชิงเส้นไม่เป็นสาเหตุต่อการเปลี่ยนแปลงค่าความเหนี่ยวนำ), และสมการนี้ยู่วงจรที่คล้ายกันเป็น

$$e = L \frac{di}{dt} \quad (\text{ค-34})$$

อย่างไรก็ตาม, การอนุรักษ์พลังงานทางกลศาสตร์ไฟฟ้า (electromechanical) ทำให้ค่าความเหนี่ยวนำเปลี่ยนแปลงตามเวลา และสมการ (ค-33) ถูกเขียนเป็น

$$e = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \quad (\text{ค-35})$$

flux linkage ทั้งหมดของขดแต่ละขดต้องถูกใช้ในสมการ (ค-21) เพื่อหาค่าแรงดันไฟฟ้าที่ขั้วของขดลวด

ค่ากำลังงานที่ขั้วของขดลวดในวงจรแม่เหล็กไฟฟ้าที่วัดค่าอัตราของพลังงานที่ไหลเข้ามาในวงจรผ่านขดลวด ค่ากำลังงาน P ถูกกำหนดจากผลคูณของค่าแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้า

$$P = ie = i \frac{d\lambda}{dt} \quad (\text{ค-36})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และมีหน่วยเป็น วัตต์ (Watts), หรือ จูลต่อวินาที ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงพลังงานแม่เหล็ก ΔW ในวงจรแม่เหล็กไฟฟ้า จากเวลา t_1 ถึง t_2 เป็น

$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda \quad (\text{ก-37})$$

ในหน่วย SI พลังงานสะสม W วัตต์เป็นจูลส์

สำหรับระบบขดลวดเดียวของค่าความเหนี่ยวนำคงที่, การเปลี่ยนแปลงในพลังงานแม่เหล็กสะสมสามารถเขียนเป็น

$$\Delta w = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L} d\lambda = \frac{1}{2L} (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \quad (\text{ก-38})$$

ค่าพลังงานแม่เหล็กสะสมทั้งหมดที่ให้ค่า λ สามารถหาได้จากการกำหนด λ เท่ากับศูนย์

$$W = \frac{1}{2L} \lambda^2 = \frac{L}{2} i^2 \quad (\text{ก-39})$$

ก.3 AC EXCITATION

ระบบกำลังไฟฟ้า ac ลักษณะคลื่นของแรงดันไฟฟ้าและฟลักซ์ประมาณเป็นฟังก์ชัน Sine ของเวลา ในหัวข้อนี้อธิบายลักษณะการกระตุ้นและการสูญเสียของสารแม่เหล็กที่ทำงานในสภาวะคงที่ (Steady - state) ac จากแบบจำลองวงจรแม่เหล็กแกนปิด, ไม่มีช่องว่างอากาศ, ซึ่งแสดงในรูป (ก-1) ความยาวเส้นทางการเดินแม่เหล็กคือ l_c และพื้นที่ภาคตัดขวาง A_c ตามความยาวของแกนเหล็ก

สมมติว่าค่า Sine เปลี่ยนแปลงตามฟลักซ์แกนเหล็ก $\phi(t)$ ดังนั้น

$$\phi(t) = \phi_{\max} \sin \omega t = A_c B_{\max} \sin \omega t \quad (\text{ก-40})$$

เมื่อ ϕ_{\max} = ขนาดของฟลักซ์แกนเหล็ก ϕ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

B_{max} = ขนาดของความหนาแน่นฟลักซ์ B_c

W = มุมความถี่ = $2\pi f$

f = ความถี่ Hz

จากกฎของฟาราเดย์, สมการ (ค-21), แรงดันเหนี่ยวนำในขดลวด N รอบเป็น

$$e(t) = \omega N \phi_{max} \cos \omega t = E_{max} \cos \omega t \quad (\text{ค-41})$$

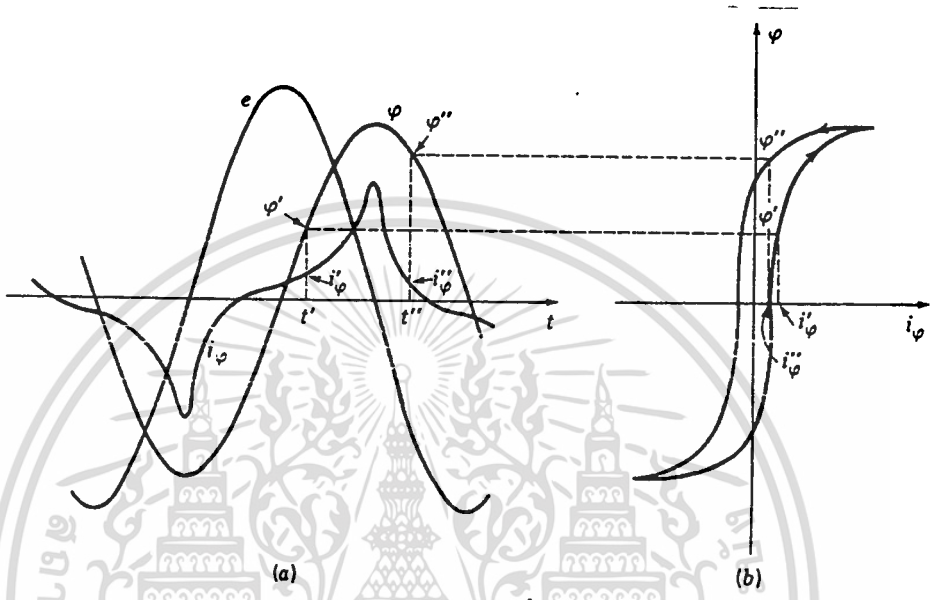
เมื่อ
$$E_{max} = \omega N \phi_{max} = 2\pi f N A_c B_{max} \quad (\text{ค-42})$$

ในสภาวะการทำงานคงที่, เราสนใจว่า rms. ของแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้ามากกว่าค่าสูงสุด ค่า rms. ของคลื่น sine เป็น $1/\sqrt{2}$ เท่าของค่าสูงสุด ดังนั้นค่า rms. ของแรงดันไฟฟ้าเหนี่ยวนำ เป็น

$$E_{rms} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N A_c B_{max} = \sqrt{2} \pi f N A_c B_{max} \quad (\text{ค-43})$$

เพื่อที่จะสร้างสนามแม่เหล็กในแกนเหล็ก มีความต้องการกระแสในขดลวด Exciting ที่เรียกว่า exciting current i_ϕ คุณสมบัติไม่เชิงเส้นของสารแม่เหล็กของแกนเหล็ก หมายความว่า ลักษณะคลื่นของ exciting current ต่างจากลักษณะคลื่น Sine ของฟลักซ์ เส้นโค้งของ exciting current เป็นฟังก์ชันของเวลาสามารถหาได้จากลักษณะแม่เหล็ก ดังแสดงในรูป (ค-7a) เพราะว่ามี B และ H มีความสัมพันธ์กับ ϕ และ i_ϕ ซึ่งรู้ได้จากค่าคงที่เรขาคณิต, ค่า ac hysteresis loop ของรูป (ค-7b) ถูกเขียนอยู่ในเทอมของ $\phi = B_c A_c$ และ $i_\phi = H_c l_c / N$ คลื่นรูป sine ของแรงดันเหนี่ยวนำ e และฟลักซ์ ϕ ตามสมการ (ค-40) และ (ค-41) ซึ่งแสดงไว้ในรูป (ค-10a) ณ เวลาใด ๆ ค่าของ i_ϕ จะมีค่าขึ้นกับค่าฟลักซ์ซึ่งสามารถพบได้โดยตรงจาก hysteresis loop ตัวอย่างเช่น, เมื่อเวลาเป็น t ฟลักซ์เป็น ϕ' และกระแสเป็น i' ; เมื่อเวลาเป็น t'' จะมีค่าตรงกับ ϕ'' และ i'' สังเกตว่าเพราะ hysteresis loop ถูกทำให้มีหลายค่ามันจำเป็นที่จะต้องมีความระมัดระวังในการเก็บค่าฟลักซ์ที่เพิ่มขึ้น (ϕ' ในรูป) จากอัตราส่วนฟลักซ์ที่เพิ่มขึ้นของ hysteresis loop; ซึ่งเหมือนกันสำหรับค่าฟลักซ์ลดลง (ϕ'' ในรูป) และเป็นที่สังเกตด้วยว่ารูปคลื่นของ exciting current คือยอดที่แหลมที่สุด ค่า rms $I_{\phi_{rms}}$ ถูกนิยามในรูปของ $\sqrt{i_\phi^2}$. เฉลี่ยใน

หนึ่งรอบค่า rms. ซึ่งตรงกับ H_{rms} ของ H_c ถูกทำให้สัมพันธ์กับค่า rms. ของ $I_{\phi rms}$ ของกระแส กระตุ้นตั้งนั้น



รูป ก-7

$$I_{\phi rms} = \frac{l_c H_{rms}}{N} \tag{ก-44}$$

ลักษณะพิเศษของ ac excitation ของวัสดุที่ใช้ทำแกนปกติจะอยู่ในรูป rms. ของ volt-amperes ซึ่งค่อนข้างมากกว่า Magnetization curve ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง B และ H โดยทฤษฎี ที่แสดงไว้นี้สามารถอธิบายได้โดยการรวมสมการ (ก-43) และ (ก-44) ดังนั้นค่า rms. volt-amperes ต้องการที่จะกระตุ้นแกนเป็นความหนาแน่นของฟลักซ์ (specified flux density) คือ

$$E_{rms} I_{\phi rms} = \sqrt{2} \pi f N A_c B_{max} \frac{l_c H_{rms}}{N} \tag{ก-45}$$

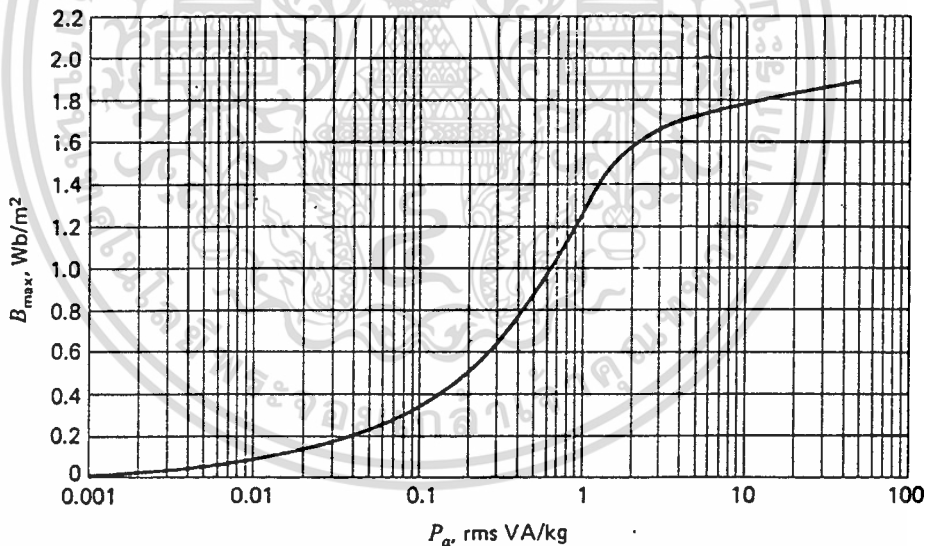
$$= \sqrt{2} \pi f A_c l_c B_{max} H_{rms} \tag{ก-46}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับความหนาแน่นโดยมวลของวัสดุแม่เหล็ก ρ_c น้ำหนักของแกนคือ $A_c l_c \rho_c$, และค่า rms. volt-ampere P_a คือน้ำหนักคือ

$$P_a = \frac{\sqrt{2}\pi f}{\rho_c} B_{max} H_{rms} \quad (ค-47)$$

ค่า volt-amperes กระตุ้น P_a (The excitation volt-amperes) ภายใต้ความถี่ f จะขึ้นอยู่กับค่า B_{max} เท่านั้นเพราะ H_{rms} เป็นฟังก์ชันค่าคงตัวกับค่า B_{max} และเป็นอิสระต่อจำนวนรอบและลักษณะทางเรขาคณิต ผลจากการกระตุ้นด้วยกระแสไฟฟ้าของวัสดุทางแม่เหล็กมักจะให้มาในรูปของ rms. volt-amperes คือน้ำหนักกำหนดตามผลการทดลองในห้องปฏิบัติการบนวัสดุตัวอย่างซึ่งเป็นแกนวงปิดซึ่งผลเหล่านี้ถูกแสดงไว้ในรูป(ค-8) สำหรับ *M5 grain-oriented electrical steel*



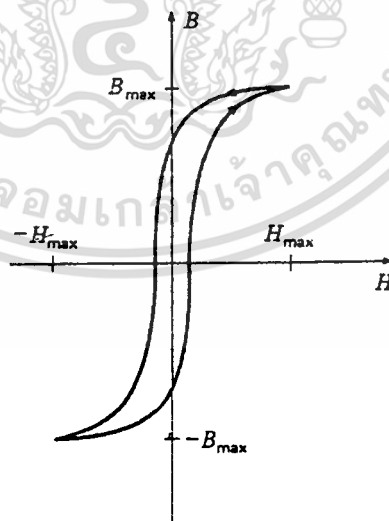
รูปที่ ค-8

กระแสกระตุ้นได้จากความต้องการ mmf ที่จะสร้างฟลักซ์บนแกนและกำลังอินพุท (power input) มีความสัมพันธ์กับพลังงานในสนามแม่เหล็กในแกนส่วนของพลังงานซึ่งกระจายซึ่งสูญหายและเกิดขึ้นในรูปของความร้อนในแกนลวด การปรากฏอยู่ในรูปของ reactive power สัมพันธ์กับวัฏจักรการแปรผันพลังงานสะสมในสนามแม่เหล็ก Reactive Power จะไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระจายไปจากแกนและรูปแต่จะวนและดูดซับ โดยแหล่งกระตุ้น (excitation source) และก่อตัวเป็นกระแสในแหล่งจ่าย ก่อให้เกิด losses ในรูปของ I^2R และเกิด voltage drop ในระบบของ supply

loss ทางกล 2 ตัว ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ ฟลักซ์ตามเวลาในวัสดุทางแม่เหล็ก ตัวแรกคือ ความร้อนจาก I^2R , ซึ่งสัมพันธ์กับ eddy current จากกฎของ Faraday เราจะเห็นว่าสนามแม่เหล็กแปรผันตามเวลาจะเพิ่มขึ้นตามสนามไฟฟ้า ในวัสดุทางแม่เหล็กสนามไฟฟ้านี้เป็นผลจาก eddy current ซึ่งวนอยู่ในวัสดุซึ่งทำเป็นแกนและดำเนินการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นฟลักซ์ เมื่อหักล้างกับ demagnetizing effect นี้ กระแสกระตุ้นในขดลวดจึงต้องเพิ่มขึ้น ดังนั้น dynamic B-H loop ของไฟ ac ค่อนข้าง “อ้วนกว่า” hysteresis loop สำหรับสภาพการแปรผันอย่างช้า ๆ เพื่อการลดลงของผลของ eddy current โครงสร้างทางแม่เหล็กปกติจะถูกสร้างขึ้นจากแผ่นบาง ๆ ของวัสดุทางแม่เหล็ก โดยแผ่นบางนี้จะถูกวางให้ตรงอยู่ในทิศทางของเส้นสนาม (fieldlines) ซึ่งจะถูกฉนวนจากแต่ละแผ่นโดยแผ่นออกไซด์บนผิวหรือโดยผิวบาง ๆ ของผิวเคลือบฉนวนหรือน้ำมันวานิชการลดลงสูงสุดของขนาด eddy current เพราะฉนวนแผ่นบาง ๆ จะขวางส่วนของกระแสโดยแผ่นที่บางกว่าจะทำให้เกิด loss น้อยกว่า Power loss จะเกิดโดย eddy current ซึ่งกระจายไปเป็นความร้อนในแกน eddy current loss เพิ่มขึ้นในรูปของกำลังสองของความถี่ของฟลักซ์เปลี่ยนแปลงและในรูปกำลังสองของความหนาแน่นฟลักซ์สูงสุด



รูปที่ ก-9

loss ทางกลในส่วนที่สองจะเกิดขึ้นด้วย hysteretic nature ของวัสดุทางแม่เหล็กในวงจรแม่เหล็กดังในรูป (ก-1) หรือในหม้อแปลงดังรูป (ก-4), การกระตุ้นด้วยไฟฟ้าซึ่งแปรตามเวลาจะเป็นเหตุให้วัสดุทางแม่เหล็กเกิดการเปลี่ยนแปลงเป็นวงรอบ ดังเช่น hysteresis loop ดังแสดงในรูป (ก-9)

จากสมการที่ (ก-37) สามารถใช้ในการคำนวณพลังงานอินพุทแก่แกนแม่เหล็กของรูป (ก-1) เช่นการเปลี่ยนแปลงวัสดุในวงรอบเดียว สำหรับวงรอบเดียว

$$w = \oint i_{\phi} dx = \oint \left(\frac{H_c l_c}{N} \right) (A_c N dB_c) = A_c l_c \oint H_c dB_c \quad (\text{ก-48})$$

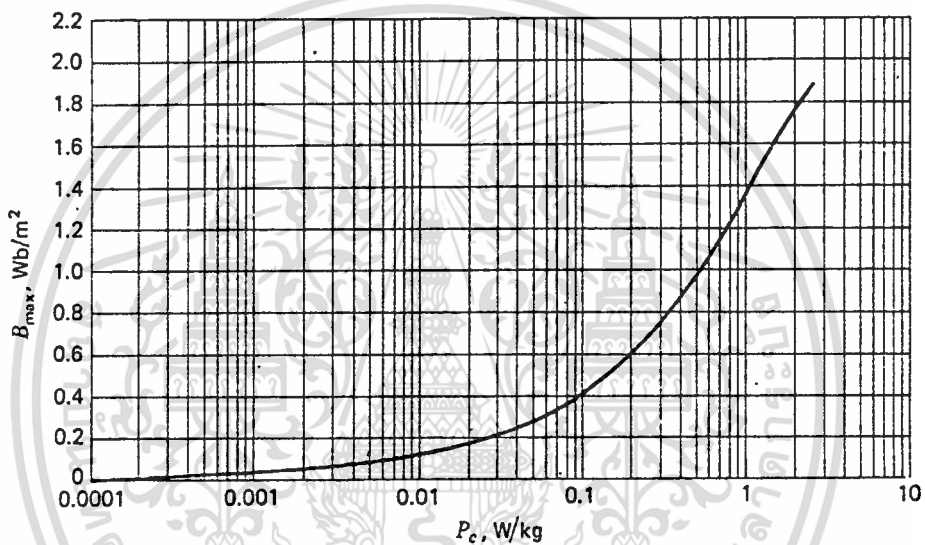
จาก $A_c l_c$ คือปริมาตรของแกนและอินทิกรัลนั้นคือพื้นที่ของ ac hysteresis loop เราจะเห็นว่าแต่ละเวลาวัสดุทางแม่เหล็กจะเปลี่ยนแปลงเป็นวงรอบ, โดยมีพลังงานอินพุทสุทธิภายในวัสดุ พลังงานเหล่านี้ต้องการมาเพื่อเคลื่อนย้ายแม่เหล็กเป็นวงรอบวัสดุและกระจายเป็นความร้อน ดังนั้นสำหรับการให้ระดับฟลักซ์, hysteresis losses คืออัตราส่วนของพื้นที่ของ hysteresis loop และปริมาตรทั้งหมดของวัสดุ เพราะว่ามีพลังงานสูญเสียต่อวงรอบ hysteresis power loss คืออัตราส่วนของความถี่ของการกระตุ้นด้วยไฟฟ้าซึ่งใส่เข้ามา (applied excitation)

โดยทั่วไป losses จะขึ้นกับการผสมโลหะเช่นเดียวกับขึ้นกับความหนาแน่นฟลักซ์และความถี่ ข้อความเรื่อง core loss คือ การแสดงในรูปแบบของกราฟ มันเป็นการพลอตจุดในรูปของวัตต์ต่อหน่วยน้ำหนัก เช่น ฟังก์ชันของความหนาแน่นฟลักซ์, บ่อยครั้งที่กลุ่มของโค้งผลต่างความถี่ซึ่งแสดงในรูปที่ (ก-10) แสดงถึง core loss P_c สำหรับ M5 grain Orient electrical Steel ที่ 60 Hz

หม้อแปลงเกือบทุกตัวและเครื่องจักรกลไฟฟ้าที่มีรอยตัดที่แน่นอนใช้เหล็กแผ่นซึ่งมีทิศทางสนับสนุนแรงทางแม่เหล็กซึ่งจะทำให้มี core loss ต่ำ และมี permeability สูง วัสดุนี้จะอยู่ในรูปของ grain-oriented steel เหตุผลของคุณสมบัติเหล่านี้คือในโครงสร้างอะตอมของผลึกปกติกของ silicon-ironology ซึ่งมี body-centered Cube โดยในแต่ละลูกบาศก์จะมีอะตอมในแต่ละมุมซึ่งจะดีเท่ากับอีกหนึ่งอะตอม ณ จุดศูนย์กลางของลูกบาศก์ในลูกบาศก์แกนที่ง่ายที่สุดของแกนแม่เหล็กคือขอบลูกบาศก์ในแนวทแยงมุมของผิวลูกบาศก์จะเกิดได้ยากและในแนวทแยงมุมของลูกบาศก์จะเกิดขึ้นยากที่สุดเทคนิคการประดิษฐ์ที่เหมาะสมที่สุดคือการวางแนวบริเวณขอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของลูกบาศก์ในการหมุนเปลี่ยนทิศเพื่อทำให้มันมีทิศทางในแนวแม่เหล็ก ลักษณะในทิศทางนี้คือ ทิศทางที่ดีในด้านของ core loss และ permeability ของ non-oriented steels ดังนั้น oriented steels สามารถปฏิบัติการ ณ ที่ความหนาแน่นฟลักซ์มากกว่า non-oriented ได้ Non-oriented electrical steels จะถูกใช้ในงานประยุกต์ซึ่งฟลักซ์ไม่สามารถไปตามทางเดินได้ซึ่งสามารถถูกกลับทิศโดยการหมุนทิศทางหรือใช้ในเวลาซึ่งมีราคาถูกเป็นสำคัญในเหล็กชนิดนี้ losses บางอย่าง จะมีค่าสูงกว่าและ permeability จะมีค่าต่ำกว่า grain-oriented steels มาก



รูปที่ ก-10

ก.4 Core loss (ความสูญเสียในแกนเหล็ก)

ความสูญเสียในแกนเหล็กเป็นกำลังงานที่ถูกกระจายในเหล็ก การสูญเสียนั้นมีอยู่ 2 ชนิด ในแกนเหล็กคือ ฮิสเทอรีซิส (hysteresis) และกระแสเอ็ดดี้ (Eddy current)

ความสูญเสียจากฮิสเทอรีซิส (Hysteresis loss) เป็นพลังงานที่ใช้ทำให้สนามแม่เหล็กหมุนวนเป็นแฉวงตามแกนเหล็ก พลังงานนี้จะถูกส่งไปยังขดลวดที่พันอยู่รอบแกนเหล็ก ferromagnetic ตามเส้นทาง ซึ่งเวลาถูกใช้ในหนึ่งรูป (loop) ของฮิสเทอรีซิส จะเป็น

$$J = \int_0^i e i (dt) \quad (\text{ก-49})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในสมการข้างต้น e อยู่ในหน่วยโวลต์ , i อยู่ในหน่วยแอมแปร์ , t อยู่ในหน่วยวินาที และ J อยู่ในหน่วยจูล เพื่อที่จะอธิบายค่า J ในรูปปริมาณแม่เหล็ก จะใช้สมการ 2 สมการในการอ้างอิงคือ

$$e = N \frac{d\phi}{dt} \times 10^{-8} \quad (\text{ค-50})$$

$$H = \frac{0.4\pi Ni}{l_i} \quad (\text{ค-51})$$

ฟลักซ์ในวงจรมแม่เหล็กประมาณค่าอยู่ในรูปของฟลักซ์ที่ข้ามพื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็ก
จะได้

$$\phi = BA \quad (\text{ค-52})$$

จัดรูปสมการ (ค-51) จะได้เป็น

$$i = \frac{H l_i}{0.4\pi N} \quad (\text{ค-53})$$

แทนสมการ (ค-50) , (ค-51) และ(ค-54) ในสมการ (ค-49)

$$\begin{aligned} J &= \int_0^r NA \frac{dB}{dt} \times 10^{-8} \times \frac{H l_i}{0.4\pi N} dt \\ &= \frac{A l_i \times 10^{-8}}{0.4\pi} \int_0^B H (dB) \end{aligned} \quad (\text{ค-54})$$

ส่วนของอินทิกรัลในสมการ (ค-54) อาจจะแบ่งออกได้ดังนี้ โดยอาศัยรูปที่ ค-10 ช่วย

$$\begin{aligned} \int_0^B H (dB) &= \int_0^{B_1} H (dB) - \int_{B_1}^{B_2} H (dB) + \int_{B_2}^0 H (dB) \\ &+ \int_0^{B_3} H (dB) - \int_{B_3}^{B_4} H (dB) + \int_{B_4}^0 H (dB) \end{aligned} \quad (\text{ค-55})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในสมการ (ค-55) เทอมที่เป็นบวกจะแสดงถึงพลังงานที่จ่ายให้แก่ขดลวด และเทอมที่เป็นลบจะแสดงถึงพลังงานที่ได้กลับมาจากวงจร พลังงานสุทธิที่ถูกดูดซับโดยแกนเหล็กจะเป็นสัดส่วนกันกับพื้นที่ปิดโดย hysteresis ลูป ผลคูณของ AI ; ในสมการ (ค-54) คือปริมาตรของแกนเหล็ก (V) ถ้ากระบวนการสร้างแม่เหล็กในแกนเหล็กถูกป้อนด้วยไฟความถี่ (f) ดังนั้นสมการ (ค-54) อาจจะเขียนในรูปกำลังสูญเสีย (Power loss)

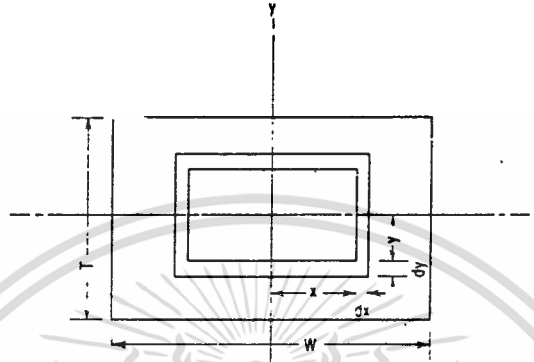
$$P = \frac{fV \times 10^{-8}}{0.4\pi} \int H dB \quad (\text{ค-56})$$

ในสมการ (ค-56) P มีหน่วยเป็นวัตต์, f มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์, V มีหน่วยเป็นลูกบาศก์เซนติเมตร, H มีหน่วยเป็นเออร์สเตด (Oersteds) และ B มีหน่วยเป็นเกาส์ (gauss)

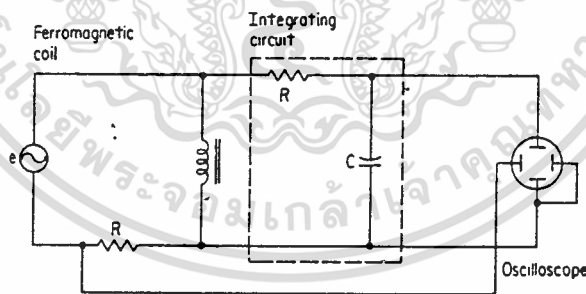
พลังงานสูญเสียอันเนื่องมาจากความต้านทานในแกนเหล็กและการพันของขดลวดจะไม่ได้พิจารณาไว้ในสมการ (ค-56) สมมติฐานก็คือว่าจะไม่มีโวลต์เตจตกคร่อมความต้านทานในขดลวดที่พันและกระแสทั้งหมดจะผลิตฟลักซ์แม่เหล็ก ความผิดพลาดจากการไม่คิดความต้านทานของขดลวดที่นำมาพันจะสามารถตัดทิ้งไปได้ สมมติฐานที่ว่ากระแสทั้งหมดใช้ในการผลิตฟลักซ์ทำให้ตัดกระแส eddy ทิ้งได้ เราสามารถที่จะดู hysteresis ลูปที่เคลื่อนไหวได้บน Oscilloscope โวลต์เตจที่ป้อนให้แก่ขดลวดจะเท่ากับที่ป้อนให้แก่วงจร Integrate ซึ่งโวลต์เตจจะเป็นสัดส่วนกับความหนาแน่นของฟลักซ์เป็นไปตามกฎฟาราเดย์ โวลต์เตจที่ป้อนให้นี้จะอยู่ในแนวตั้งของ Oscilloscope ส่วนกระแสที่ไหลผ่านขดลวดจะให้ป็นกระแสที่ผ่านความต้านทานค่าน้อย ๆ ที่อนุกรมอยู่กับขดลวด ซึ่งโวลต์เตจที่คร่อมความต้านทานน้อย ๆ นี้จะอยู่ในแนวนอนของ Oscilloscope ในรูป ซึ่งโวลต์เตจที่อยู่ในแนวนอนนี้จะป็นสัดส่วนกับแรงเคลื่อนแม่เหล็ก (mmf) ซึ่งวงจรแสดงอยู่ในรูปที่ ค-11 และเพื่อป้องกันความผิดพลาดอันเนื่องมาจากกระแส eddy ความถี่จะต้องใช้ที่ต่ำ ๆ

ความสูญเสียเนื่องมาจากกระแส Eddy เป็นเหตุให้เกิดกระแสไหลวนในแกนเหล็ก กระแสนี้ทำให้เกิดโวลต์เตจโดยการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์ในแกนในลักษณะเดียวกันกับโวลต์เตจที่ถูกเหนี่ยวนำในขด secondary ในหม้อแปลง เพื่อที่จะคำนวณค่าความสูญเสียเนื่องจากกระแส eddy พิจารณารูปที่ ค-12 W เป็นค่าความกว้าง และ T เป็นค่าความหนาของพื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็ก ให้ฟลักซ์ 1 หน่วยพุ่งเข้าสู่กระดาษ โดยมีพื้นที่ตั้งฉากเท่ากับ $W \times T$ พิจารณาเส้นทางเบื้องต้นที่ทำ

ให้เกิดกระแส Eddy เป็น $2x, 2y$ ซึ่งเส้นทางนี้จะมีจำนวนรอบที่สั้น ($N=1$) ซึ่งฟลักซ์จะผ่านพื้นที่ $-xy$ โดยกฎฟาราเดย์โวลต์เตจที่เกิดขึ้นในเส้นทางนี้คือ



รูปที่ ก-11 วงจรสำหรับแสดง hysteresis loop บน Oscilloscope



รูปที่ ก-12 แสดงถึงพื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็กที่ใช้ในการวิเคราะห์กระแส Eddy ซึ่ง เป็นฟลักซ์ที่อยู่ในพื้นที่ $-xy$ และ B เป็นค่าความหนาแน่นของฟลักซ์บนพื้นที่ $-xy$

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{d\phi}{dt} \times 10^{-8} \\
 &= -xy \frac{dB}{dt} \times 10^{-8}
 \end{aligned}
 \tag{ก-57}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อิมพีแดนซ์ของวงจรจะแทนโดยค่าความต้านทานเพียงอย่างเดียวในเส้นทาง $2x$, $2y$ และพลังงานที่ปล่อยออกในเส้นทางนี้คือ

$$P = \frac{e^2}{R} \quad (\text{ค-58})$$

ซึ่ง p และ e เป็นกำลังงานที่ปล่อยออกและโวลต์เตจที่ถูกเหนี่ยวนำชั่วขณะตามลำดับ ความต้านทานของเส้นทางนี้คือ

$$R = \rho \left(\frac{4y}{dx} + \frac{4x}{dy} \right) \quad (\text{ค-59})$$

ซึ่ง ρ เป็นค่าความต้านทานต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ต่อหนึ่งหน่วยความยาว ถ้าสัดส่วนของพื้นที่หน้าตัด เราทราบค่าความสัมพันธ์ข้างต้น อาจลดจำนวนตัวแปรได้โดยให้

$$y = kx$$

ดังนั้นพื้นที่ $4xy$ จะกลายเป็น $4kx^2$ และสมการ (ค-59) จะได้เป็น

$$R = \rho \left(\frac{4kx}{dx} + \frac{4x}{k dx} \right) \quad (\text{ค-60})$$

สมการ (ค-57) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$e = 4kx^2 \frac{dB}{dt} \times 10^{-8} \quad (\text{ค-61})$$

แทนสมการ (ค-60) และ (ค-61) ในสมการ (ค-58) จะได้ความแตกต่างของกำลังงานชั่วขณะดังนี้

$$dp = \frac{\left(4kx^2 \frac{dB}{dt} \times 10^{-8} \right)}{\rho \left(\frac{4kx}{dx} + \frac{4x}{k dx} \right)} = \frac{4k^2 \times 10^{-16} \left(\frac{dB}{dt} \right) x^3 dx}{\rho \left(k + \frac{1}{k} \right)} \quad (\text{ค-62})$$

สมการ (ค-62) อาจอินทิเกรตเหนือพื้นที่ $WxT = KW^2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p = \frac{4k^2 \times 10^{-16} \left(\frac{dB}{dt}\right)}{\rho \left(k + \frac{1}{k}\right)} \int_0^{W/2} x^3 dx = \frac{k^2 \times 10^{-16} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 W^4}{16 \rho \left(k + \frac{1}{k}\right)} \quad (\text{ค-63})$$

ปริมาตรของพื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็กต่อหนึ่งหน่วยความยาวเท่ากับ KW^2 กำลังงานชั่วขณะที่จ่ายออกมาโดยกระแส Eddy ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรคือ

$$p = \frac{k^2 W^2 \times 10^{-16} \left(\frac{dB}{dt}\right)^2}{16 \rho (k^2 + 1)} \quad (\text{ค-64})$$

กำลังงานเฉลี่ยที่จ่ายออกต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรจะเป็น

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt \quad (\text{ค-65})$$

กรณีของอินพุตโวลต์เตจที่น่าสนใจทั้ง 3 คือ sine wave, square wave และ pulse wave สำหรับอินพุตแต่ละแบบนั้น อัตราการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นฟลักซ์ (B) จะต้องถูกกำหนดโดยสมการ (ค-64) ส่วนสำหรับ sine wave อาจกำหนดจากกฎของฟาราเดย์ในรูปการอินทิเกรตดังนี้

$$B = \frac{E}{A} \times 10^8 \int \sin \omega t dt$$

จะได้

$$B = -B_{max} \cos \omega t$$

ดังนั้น

$$\frac{dB}{dt} = \omega B_{max} \sin \omega t$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 = \omega^2 B_{max}^2 \sin^2 \omega t \quad (\text{ค-66})$$

แทนสมการ (ค-66) ในสมการ (ค-64) จะได้

$$p = \frac{k^2 W^2 \omega^2 B_{max}^2 \sin^2 \omega t}{16 \rho (k^2 + 1)} \times 10^{-16} \quad (\text{ค-67})$$

สมการ (ค-67) เป็นกำลังงานชั่วขณะ ซึ่งกำลังงานเฉลี่ยจะหาได้โดยการอินทิเกรตระหว่าง 0 ถึง $1/2f$

$$\begin{aligned} P_{av} &= \frac{2fk^2 W^2 \omega^2 B_{max}^2 \times 10^{-16}}{16 \rho (k^2 + 1)} \int_0^{1/(2f)} \sin^2 \omega t \, dt \\ &= \frac{\pi^2 k^2 W^2 B_{max}^2 f^2}{8 \rho (k^2 + 1)} \times 10^{-16} \end{aligned} \quad (\text{ค-68})$$

ในกรณีทีโวลต์เตจเป็น square wave โดยกฎฟาราเดย์อัตราการเปลี่ยนของความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กจะคงที่ เมื่อโวลต์เตจมีค่าคงที่ ความหนาแน่นฟลักซ์จะได้ triangle wave ซึ่งความหนาแน่นฟลักซ์จะเปลี่ยนจากลบมากที่สุดถึงบวกมากที่สุดระหว่างครึ่งคาบ

$$\frac{dB}{dt} = \frac{2B_{max}}{1/2 T} = 4B_{max} f \quad (\text{ค-69})$$

ซึ่ง f เป็นความถี่ของ square wave เนื่องจากโวลต์เตจมีค่าคงที่ทั้งซีกบวกและลบ ดังนั้นกำลังงานชั่วขณะจะเท่ากับกำลังงานเฉลี่ย กำลังงานเฉลี่ยที่จ่ายออกมาต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร อันเนื่องมาจากกระแส Eddy จาก square wave นี้จะหาได้โดยแทนสมการ (ค-69) ในสมการ (ค-64)

$$P_{av} = \frac{k^2 W^2 B_{max}^2 f^2}{\rho (k^2 + 1)} \times 10^{-16} \quad (\text{ก-70})$$

สำหรับโวลต์เตจที่เป็น pulse กำลังงานสูงสุดที่จ่ายออกมาต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรเนื่องจากกระแส Eddy จะได้

$$p = \frac{k^2 W^2 B_{max}^2}{16 \rho (k^2 + 1) \tau^2} \times 10^{-16} \quad (\text{ก-71})$$

เพื่อที่จะหาค่ากำลังงานเฉลี่ย p จะต้องคูณด้วย duty cycle ซึ่งได้จากผลคูณของความกว้างของ pulse กับความถี่ (f)

$$\begin{aligned} P_{av} &= \frac{k^2 W^2 B_{max}^2}{16 \rho (k^2 + 1) \tau^2} f \tau \times 10^{-16} \\ &= \frac{k^2 W^2 B_{max}^2 f}{16 \rho (k^2 + 1) \tau} \times 10^{-16} \end{aligned} \quad (\text{ก-72})$$

ในสมการที่ (ก-68), (ก-70) และ (ก-72) P_{av} อยู่ในหน่วย วัตต์ต่อลูกบาศก์เซนติเมตร W อยู่ในหน่วยเซนติเมตร, k อยู่ในรูปที่ไม่มีขนาด, B อยู่ในหน่วยเกาส์, f อยู่ในหน่วยเฮิรตซ์ และอยู่ในหน่วยโอห์มต่อตารางเซนติเมตรต่อเซนติเมตร ในสมการ (ก-72) คือความกว้างของ pulse ซึ่งมีหน่วยเป็นวินาทีและ f แทนความถี่ของ pulse สมการเหล่านี้จะไม่คิดถึง magnetic skin effect

เทอมของ $k^2 / (1+k)$ ปรากฏอยู่ทุก ๆ สมการสำหรับการคำนวณหาความสูญเสียจากกระแส Eddy เพื่อที่จะลดค่าความสูญเสียนี้ แกนเหล็กอาจจะทำจากเหล็กบาง ๆ หรือ laminate มาวางซ้อน ๆ กันให้ได้พื้นที่หน้าตัดของแกนเหล็กตามที่ต้องการ บางครั้งอาจจะเลือกแกนเหล็กพิเศษที่มีค่าความต้านทานสูง ๆ เพื่อลดค่า core loss

ก.5 วัสดุสารแม่เหล็กสำหรับหม้อแปลงและตัวเหนี่ยวนำ

คุณสมบัติของวัสดุสารแม่เหล็กขึ้นอยู่กับส่วนประกอบที่นำมาทำวัสดุแม่เหล็กนั้น เหล็ก, นิกเกิล และโคบอลต์ เป็นสาร Ferromagnetic ที่น่าสนใจทางด้านการค้า เหล็ก ซึ่งส่วนใหญ่มีอยู่มากจะถูกนำมาผสมกับสารอื่นเพื่อผลิตสารแม่เหล็กที่มีคุณสมบัติสูงขึ้น สารผสมนิกเกิลจะใช้กับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ผู้ใดเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อุปกรณ์คุณสมบัติสูงซึ่งต้องการคุณสมบัติพิเศษของสารผสมนั้นมาใช้โดยราคาก็สูงขึ้นตามไปด้วย สำหรับสารผสมโคบอลต์ที่มีคุณสมบัติเฉพาะตัว แต่ว่าโคบอลต์นี้หายากและราคาแพงจึงไม่ค่อยนำมาใช้กัน ส่วนเมทัลลิกผสมจะเป็นสารเฟอร์ไรท์และเป็นสารเหล็กผสมที่เป็นผง

รูปที่ ก-13 แสดงลักษณะของ Hysteresis curve วัสดุที่ใช้เป็นแม่เหล็กถาวรควรมี Remanent ฟลักสูงและมีแรง coereive สูง วัสดุซึ่งมีคุณสมบัติที่กล่าวมานี้เรียกว่า “hard” สำหรับอุปกรณ์ซึ่งให้สนามแม่เหล็กกระแสสลับกับวัสดุที่มีแรง coereive ต่ำ วัสดุนี้เรียกว่า “soft” อุปกรณ์ที่ป้อนสนามแม่เหล็กกระแสสลับต้องการภาวะที่มีค่า Permeability สูงและมีค่า core loss ต่ำ อุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เป็นสวิทช์สำหรับสร้างสนามแม่เหล็กที่ต้องการ Remanance ฟลักสูง



รูปที่ ก-13

เมทัลลิกผสมจะถูกแบ่งเป็นชิ้น sheet บางๆ ความหนาของชิ้นและขบวนการกลึง ซึ่งใช้ในการกำหนดรูปแบบของ sheet ซึ่งมีผลต่อคุณสมบัติแม่เหล็ก แกนของ sheet ถูกม้วน ดอก และตัด ขบวนการเหล่านี้ทำให้คุณสมบัติของสารผสมเสียไป การรักษาความร้อนหลังจากการประดิษฐ์สารผสมต่างๆ จะช่วยให้คุณสมบัติทางแม่เหล็กดีขึ้น แผ่นเหล็กซิลิกอนถูกใช้กันมากที่สุดในวัสดุแม่เหล็กแบบ soft ซึ่งมีส่วนผสมของซิลิกอนระหว่าง 0.5 - 3.25 % เมื่อใช้สารผสมในเหล็ก ซิลิกอนจะมีผลต่อโครงสร้างรูปร่าง ทำให้ค่า Anisotropy สูงขึ้น ในกระบวนการกลึงและผสมสารและการรักษาความร้อน จะเพิ่มค่า permeability และลดค่า core loss ในทิศทางของเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การกลิ้ง เหล็กผสมซิลิกอนจะมีเกรด,ความหนา,การรักษาพื้นผิวที่แตกต่างกัน ซึ่งขึ้นอยู่กับกรกลิ้ง และการอบที่แตกต่างกัน เหล็กผสมซิลิกอนมีหลายชนิดซึ่งกำหนดโดยอักษรที่นำหน้าคือ “M-” เป็นมาตรฐานที่ความถี่และความหนาแน่นฟลักแม่เหล็กมาตรฐาน ขบวนการกลิ้งและการผสมจะ กำหนดเกรดของเหล็กผสมซิลิกอน สำหรับลักษณะต่างๆ ที่ผู้ออกแบบต้องการ ข้อมูลที่แสดงส่วน ใหญ่จะอยู่ในรูป curve ที่แสดงคุณสมบัติในรูปฟังก์ชันของตัวแปรของความถี่, ความหนาแน่น ฟลัก, อุณหภูมิ เหล็กผสมซิลิกอนใช้กันมากสำหรับ Power frequency

เหล็กผสมนิเกิลมีค่า permeability สูงกว่าซิลิกอน แต่จะอึดตัวที่ความหนาแน่นฟลัก ต่ำ ที่ 50 % ของนิเกิลที่มาผสมจะทำให้อึดตัวประมาณ 13 กิโลเกาส์ (kG) และที่ 80%ของนิเกิล จะอึดตัวที่ประมาณ 8 kG ซึ่งที่ส่วนผสมนี้จะมีค่า permeability สูงสุดของวัสดุที่นำมาใช้ทางการ ค้า การรักษาความร้อนเป็นพิเศษและใช้แกนเหล็กที่เป็นรูปทรงทางเรขาคณิตโดยทั่วไปจะเป็นคุณสมบัติของเหล็กผสมนิเกิลนี้ Hysteresis ที่เป็นรูป Square ซึ่งจะใช้แกนเป็นแบบ toroidal ของ เหล็กผสมนิเกิล ซึ่งจะใช้ในอุปกรณ์ Saterating และ Switching ด้วยคุณสมบัติของค่า Permeability ทำให้ใช้กับอุปกรณ์ที่มี wide band และทำงานกับวงจรที่มี Impedance สูงได้ เหล็กผสมนี้จะเอาเข้าไปใช้กับวงจรที่ต้องการคุณสมบัติสูงในความถี่สัญญาณเสียงและภาพ

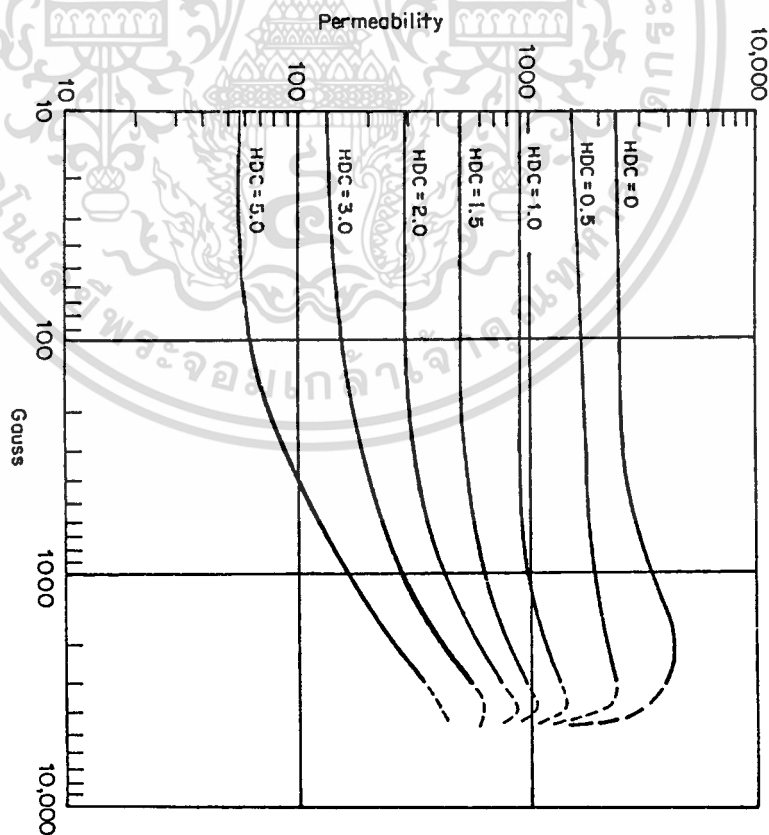
เหล็กผสม โคบอลท์จะอึดตัวที่ความหนาแน่นฟลักซ์ที่สูงกว่าเหล็กผสมอื่น ที่เป็นแบบ Soft ส่วนใหญ่จะใช้เป็นแบบ toroidal หรือแบบตัด (Cut) เหล็กผสมนี้ราคาจึงสูงและหาได้ ยาก

Magnetic Metallic Glasses เป็นโลหะผสมของเหล็ก, โบรอน, และซิลิกอน ซึ่งมีค่า Resistivity สูงกว่าโลหะผสมแบบ Crystalline magnetic และมีค่า core loss ต่ำกว่า ความหนาแน่นฟลักซ์ที่อึดตัวจะสูง แถบ metallic glasses เพียง 1 mil สามารถนำไปประยุกต์ใช้ที่ความถี่สูงๆ ซึ่งจะมีค่าความหนาแน่นฟลักซ์สูงกว่า ซึ่งนำไปใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า Ferrite magnetic glasses นี้ จะอยู่ในรูปแบบ toroidal และแบบตัด (Cut)

โลหะผสมแบบ Powdered magnetic จะใช้ในวงจรที่ความถี่สูงซึ่งมีค่าของ Q สูง ซึ่งจะ อยู่ในรูปแบบ Toroidal และ Slug ความหนาแน่นฟลักซ์ที่อึดตัวใกล้เคียงกับ โลหะผสมนิเกิล 80% ค่า Permeability ต่ำกว่าโลหะผสมแบบ Solid Metallic หรือ Ferrite ช่องว่างอากาศที่มาก จะช่วยให้ทนต่อ DC Magnetization ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ย่าน 200 kHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

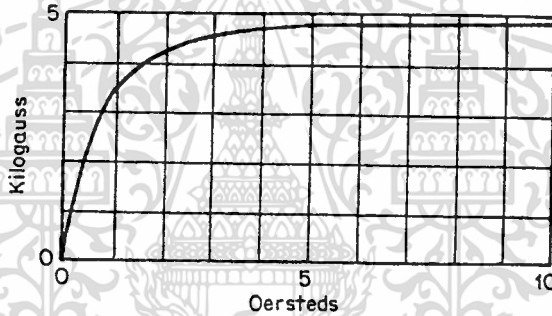
Ferrite เป็นสารแม่เหล็กชนิดหนึ่งที่สำคัญในการใช้ที่ความถี่ย่านสัญญาณเสียงที่สูงจนถึงย่าน Mhz Ferrite นี้ประกอบไปด้วยออกไซด์ของ Feric และอาจประกอบด้วยออกไซด์ของแมงกานีส สังกะสี และนิกเกิล เฟอร์ไรท์ที่ผสมด้วยแมงกานีส-สังกะสี จะมีค่า Permeability สูงกว่าที่ความถี่ต่ำและอิมิตัวที่ความหนาแน่นฟลักซ์ที่สูงกว่า Ferrite แบบนิกเกิล แต่ว่า Ferrite แบบนิกเกิลจะใช้งานที่ค่า μ ของมันได้ที่ความถี่กว้างกว่า และมี Loss ต่ำที่ความถี่สูง ส่วนที่สำคัญของ Ferrite คือค่า Resistivity ที่สูง ซึ่งอยู่ในย่านของพวกสารกึ่งตัวนำและใช้ได้ที่ความถี่สูงกว่าพวกโลหะผสม Ferrite จะไม่มีมาตรฐานขึ้นอยู่กับแต่ละผู้ผลิต ข้อมูลคุณสมบัติจะมีน้อยมากที่จะนำมาใช้งาน Ferrite เป็นพวกเซรามิกชนิดหนึ่งซึ่งมีรูปแบบจากแม่พิมพ์และขบวนการหลอม ซึ่งผลที่ได้คือจะมีความแข็งแต่จะมีความเปราะ แดกง่าย ความจำเป็นของช่องว่างสำหรับแต่ละรูปร่างเฉพาะซึ่งจะไปจำกัดความหลากหลายของชนิด Ferrite จากวัสดุที่ใช้และขบวนการสร้างรูปแบบของแกนทำให้ขนาดของแกนสูงสุดถูกจำกัด ข้อจำกัดของ Ferrite ที่สำคัญก็คือ low curie temperature ในอุปกรณ์ทางแม่เหล็กโดยทั่วไป อุณหภูมิจะถูกพิจารณาเป็นอันดับแรกเพราะว่าการทำงานจะจำกัดคณวนของขดลวด เมื่อนำแกนเฟอร์ไรท์มาใช้ อุณหภูมิจะถูกจำกัดอยู่ที่ค่า curie temperature ค่าหนึ่ง



รูปที่ ค-14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผู้ผลิต Ferrite จะไม่พิมพ์ข้อมูลการเพิ่มขึ้นของ Permeability ให้ การแสดงผลอันเนื่องมาจาก DC Magnetization รูปที่ ค-14 แสดงการเพิ่มขึ้นของ Permeability สำหรับ Ferrite แบบแมงกานีส-สังกะสี ซึ่งได้มาจากข้อมูลของผู้เขียน ในรูปที่ ค-15 เราอาจจะสงสัยว่า Ferrite มีส่วนประกอบของเซรามิกซึ่งมีทั้งสารแม่เหล็กและสารที่ไม่ใช่แม่เหล็ก แต่รูป Curve ของ Ferrite จะคล้ายโลหะผสมแบบ Soft Magnetic ทั่วไป แต่ว่า Ferrite สามารถนำไปใช้ในย่านคลื่นเสียงและคลื่นภาพที่มีความถี่สูง



รูปที่ ค-15

ตารางที่ ค.1 รวบรวมคุณสมบัติของวัสดุพวก Soft Magnetic ซึ่งตารางจะช่วยในการเลือกวัสดุรายละเอียดอื่นๆ ที่ใช้ในการออกแบบจะได้จากผู้ผลิต

ตารางที่ ค.1

Material	Properties					Application Notes	
	Approximate Composition, %	B _h kG	B _h kG	H _c Oe	Permeability		
					Core Loss, W/lb		Initial
Silicon Steels							
0.014 in thick AISI M-6	Fe 97 Si 3	19	14	0.1	0.66 at 15 kG 60 Hz	350 50,000	Widely used for laminations and I bars at power and audio frequencies. Most effective when flux path is in direction of rolling.
0.012 in thick AISI M-5	Fe 97 Si 3	19	14	0.1	0.58 at 15 kG 60 Hz	350 50,000	Used in wound C cores mostly for operation at 50/60 Hz. Has low core losses at high flux densities.
0.0185 in thick AISI M-19	Fe 97 Si 3	19	—	0.5	0.80 at 10 kG 60 Hz	300 10,000	Used for laminations when higher core loss is acceptable. Less costly.
0.025 in thick AISI M-22	Fe 97 Si 3	19	—	0.6	0.9 at 10 kG 60 Hz	300 10,000	Higher losses and less costly than M-19.
0.004 in thick Grain-oriented	Fe 97 Si 3	19	14	0.4	10.0 at 15 kG 400 Hz	350 50,000	Widely used in wound cores cut and uncut at 400 Hz and higher frequencies.
0.002 in thick Grain-oriented	Fe 97 Si 3	19	14	0.5	14.0 at 10 kG 1.0 kHz	350 50,000	Used in wound cores cut and uncut for high-frequency and pulse use.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.1 (ก)

Material	Approximate Composition, %	Properties					Permeability		Application Notes
		B _p kG	B _r kG	H _c Oe	Core Loss, W/lb	Initial			
						Initial	Maximum		
<i>Nickel-Iron Alloys</i>									
0.014 in thick 50% Ni	Fe 50 Ni 50	13	11	0.15	3.0 at 10 kG 400 Hz	5,000	40,000	40,000	Used in laminations to provide high permeability at high flux densities at audio frequencies.
0.006 in thick 50% Ni	Fe 50 Ni 50	13	11	0.15	2.0 at 10 kG 400 Hz	5,000	100,000	100,000	Applications similar to 0.014-in-thick material but lower losses at high frequencies. Labor cost of stacking laminations very high.
0.014 in thick 80% Ni	Fe 20 Ni 80	7.5	6	0.05	0.8 at 6 kG 400 Hz	30,000	100,000	100,000	Used in laminations to provide very high initial permeability. Losses high at high frequencies. Saturates at low flux density.
0.006 in thick 80% Ni	Fe 20 Ni 80	7.5	6	0.05	0.4 at 6 kG 400 Hz	30,000	60,000	60,000	Applications similar to 0.014-in-thick material with lower losses at high frequencies. Labor cost of stacking laminations very high.
0.004 in thick 80% Ni	Fe 20 Ni 80	7.5	6	0.05	8.0 at 6 kG 5 kHz	30,000	60,000	60,000	Used in wound cores cut and uncut to provide high permeability and low losses at high frequencies.
0.004 in thick Square loop Ni-Fe	Fe 50 Ni 50	15	14.5	0.11	1.3 at 10 kG 400 Hz	—	—	—	Used in saturating and switching devices. Square hysteresis loop realizable only in toroidal cores.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ค.1 (ต่อ)

<i>Supermendur*</i>									
0.004 in thick	Fe 51 Co 49	22	21	0.2	14.0 at 20 kG 400 Hz	800	27,000	Used in wound cores providing highest saturation flux density. Very costly.	
<i>Metallic Glass</i>									
0.001 in thick	Fe 81 B 13 Si 3.5	16	11	0.06	10.0 at 6 kG 10 kHz	2,500	100,000	Has low losses at high frequencies and high flux densities. Available in cut cores and toroids. Very costly. Under development.	
<i>Powdered Alloys</i>									
Mn-Zn	Variable Fe Ni Mo	8	—	—	9.0 at 1 kG 20 kHz	200	210	Used in high-frequency high-Q applications. Available in toroids and slugs.	
<i>Ferrites</i>									
Mn-Zn	Fe ₂ O ₃ ·MnO Fe ₂ O ₃ ·ZnO	4.5	1.0	0.2	0.05 W/cm ³	2,700	4,800	Used in high-frequency and relatively high flux density applications. Available in pot cores and proprietary shapes.	
Ni	Fe ₂ O ₃ ·NiO	3.2	2.6	4.0	—	120	150	Available in pot cores for use at frequencies into the megahertz range.	

*Registered trade name of Arnold Engineering Co.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ง

ส่วนประกอบของตัวเหนี่ยวนำ

ง.1 ชนิดของแกน (Type of core)

คุณสมบัติของ Magnetic core ที่ดี ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติวัสดุที่ใช้และรูปร่างของแกน ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข คือ รูปร่างและวัสดุที่ใช้ทำแกนสามารถนำ magnetic flux ได้ดี การเลือกชนิดของแกนที่จะนำมาใช้ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของค่าใช้จ่าย , การพันขดลวด , วิธีทำแกน , grain Orientation , ความหนาของ lamination , ขนาดและน้ำหนัก รวมทั้งช่องอากาศที่ใช้ด้วย

ง.1.1 Lamination

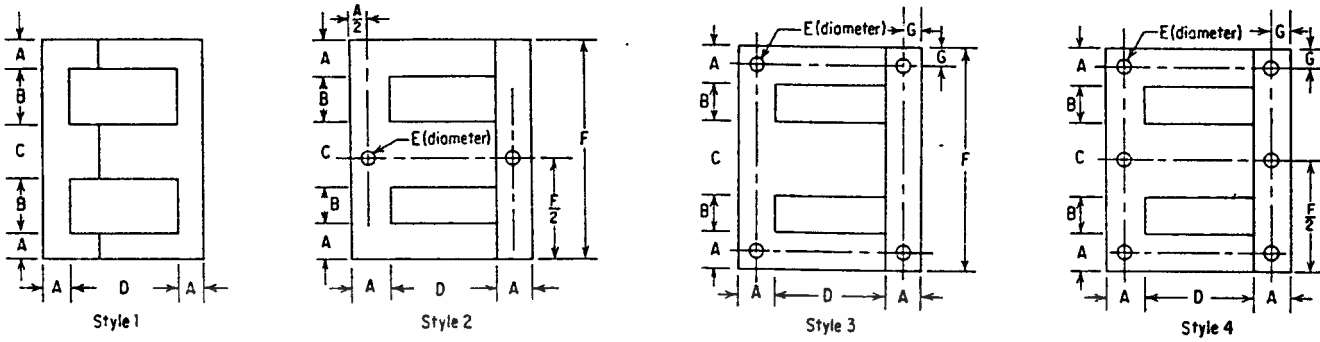
แกนเหล็กแบบ Lamination จะช่วยลด eddy current loss พื้นผิวของแผ่น Lamination จะเคลือบด้วยฉนวนไว้ การทำแกนเหล็ก Lamination จะทำโดยแผ่นเหล็กมาเรียงเป็นรูป 3 มิติตามที่ต้องการ สำหรับเทคโนโลยีในการผลิตแผ่น Lamination ถูกพัฒนา โดยจะใช้ Magnetic Alloy (ที่เป็นแผ่น) ผ่านเข้าเครื่องเจาะและเครื่องกดด้วยความเร็วสูง โดยการกดเพื่อให้ได้รูปร่างของแผ่นเหล็กที่ต้องการ ซึ่งเป็นกระบวนการโดยอัตโนมัติ โดยจะมีรูปร่างหรือขนาดที่แตกต่างกัน โดยจะขึ้นอยู่กับมาตรฐานทางอุตสาหกรรม

โดยทั่วไปแผ่น Lamination จะใช้ทำหม้อแปลงขนาดเล็ก ดังที่แสดงไว้ในตารางที่ ง.1 แผ่น Lamination ที่มีรูปร่างหรือชิ้นส่วนแบบ EI ซึ่งการผลิตชิ้นส่วน EI แสดงในรูปที่ ง-1

รูปที่ ง-2 เป็นการเรียงแผ่น Lamination เป็นแกนเพื่อลดปรากฏการณ์จากช่องอากาศ โดยขดลวดจะถูกพันที่ขากลางของแกน โดย flux ทั้งหมดจะผ่านแกนกลางแล้วจึงแบ่งครึ่งไปที่ขาแกนข้าง ๆ

การทำแกนจาก Lamination จะพบว่าในการใช้งานแต่ละชนิดจะใช้แผ่น Lamination ที่มีความหนาของแผ่นแตกต่างกัน เช่น แผ่น Lamination ที่มีความหนาตั้งแต่ 0.5 จนถึง 5 mm

ตารางที่ ง.1



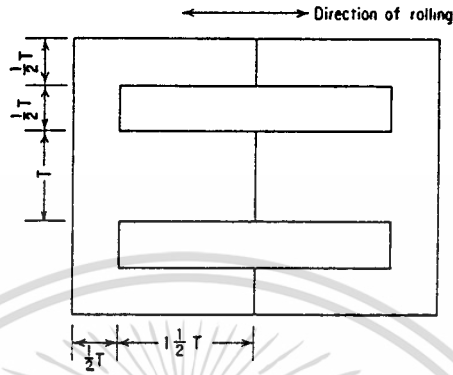
Dimensions

Lamination	Style	Units	A	B	C	D	E	F
EE 2425	1	in	1/8	3/16	1/4	1/2		
		mm	3.2	6.4	6.4	12.7		
EE 2627	1	in	3/16	1/4	3/8	1/4		
		mm	4.8	6.4	9.5	17.5		
EI—3/8	2	in	3/16	3/16	3/8	3/8	1/2	1 1/2
		mm	4.8	7.9	9.5	19.1	2.4	34.9
EI—1/2	2	in	1/4	3/16	1/2	1/4	3/8	1 1/2
		mm	6.4	7.9	12.7	20.6	3.2	41.3
EI—3/4	2	in	3/8	3/8	3/4	1/4	1/2	1 1/2
		mm	7.9	7.9	15.8	23.8	4.0	47.6
EI—1	2	in	1/2	1/2	1	1/2	1	2 1/2
		mm	9.5	9.5	19.1	28.6	7.4	57.2
EI—1 1/4	3	in	3/8	3/8	1	1 1/4	3/4	2 3/4
		mm	11.1	11.1	22.2	33.3	4.0	66.7
EI—1	3	in	1/2	1/2	1	1 1/2	1 1/2	3
		mm	12.7	12.7	25.4	38.1	5.6	76.2
EI—1 1/4	3	in	3/8	3/8	1 1/4	1 1/4	3/2	3 3/4
		mm	14.3	14.3	28.6	42.9	5.6	95.3
EI—1 1/2	3	in	1/2	1/2	1 1/2	1 1/2	3/2	3 3/4
		mm	15.9	15.9	31.8	47.6	5.6	85.7
EI—1 3/4	3	in	5/8	5/8	1 3/4	2 1/4	3/2	3 3/4
		mm	17.5	17.5	34.9	52.4	5.6	104.8
EI—1 1/2	3	in	3/4	3/4	1 1/2	2 1/4	3/2	4 1/4
		mm	19.1	19.1	38.1	57.2	5.6	114.3
EI—1 3/4	3	in	7/8	7/8	1 3/4	2 3/4	3/2	5 1/4
		mm	22.2	22.2	44.4	66.7	7.1	133.4
EI—1 3/4	3	in	3/4	1 1/4	1 3/4	3	1 3/4	7
		mm	22.2	44.4	44.4	76.2	6.7	177.8
EI—2	3	in	1	1	2	3	3/4	6
		mm	25.4	25.4	50.8	76.2	7.9	152.4
EI—2 1/4	4	in	1 1/4	1 1/4	2 1/4	3 3/4	3/4	6 3/4
		mm	28.6	28.6	57.2	85.7	7.9	171.5
EI—2 1/2	4	in	1 1/2	1 1/2	2 1/2	3 3/4	3/4	7 1/4
		mm	31.8	31.8	63.5	95.3	9.9	190.5
EI—3	3	in	1 1/2	1 1/2	3	4 1/4	3/4	9
		mm	38.1	38.1	76.2	114.3	9.5	228.6
EI—4	4	in	2	2	4	6	1 1/2	12
		mm	50.8	50.8	101.6	152.4	10.3	304.8
EI—5	4	in	2 1/4	2 1/4	5	7 1/4	3/4	15 1/4
		mm	63.5	63.5	127	190.5	13.9	381

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ภายนอกโดยไม่ได้รับอนุญาตจากบริษัท

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงชื่อของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะใช้ในอุปกรณ์ทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ในงานทางด้านไฟฟ้ากำลัง ส่วนในงานทางด้านอิเล็กทรอนิกส์จะใช้แผ่น Lamination ที่มีความหนาประมาณ 0.01 จนถึง 0.5 mm



รูปที่ ง.1

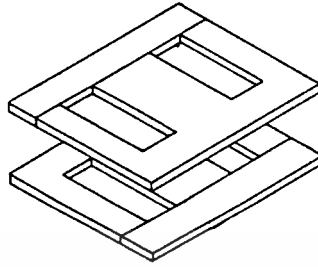
อัตราส่วนของปริมาณจริงของ magnetic material กับปริมาณทั้งหมด เรียกว่า stacking factor (F_s) โดยแฟกเตอร์ดังกล่าวมีความสำคัญมากในการคำนวณหา flux density ในเส้นทางแม่เหล็ก ตารางที่ ง.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า stacking factor กับความหนาของแผ่น Lamination

ค่า stacking factor สามารถที่จะสมมติให้มีค่าเป็น 1.0 ถ้าความหนามีค่ามาก

ตารางที่ ง.2 Stacking factor for lamination core

Lamination Thickness (mm)	Stacking Factor
0.0127	0.50
0.0254	0.75
0.0508	0.85
0.1 - 0.25	0.90
0.27 - 0.36	0.95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ง.2

ง.1.2 Wound Core

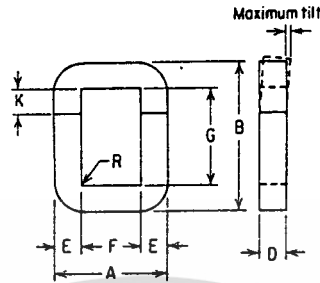
แกนแบบ Wound จะมีขนาดความหนาขึ้นอยู่กับการใช้งาน แผ่นที่มีขนาดบางจะมี eddy current loss น้อยทำให้ได้ดีในงานที่มีความถี่สูง ๆ และประหยัดค่าใช้จ่าย

แกนแบบ Wound มี 2 แบบ คือ Cut และ Uncut แกนแบบ Cut จะใช้ในงานทั่วไป แกนแบบ Uncut จะต้องมีการพันขดลวดแบบพิเศษ

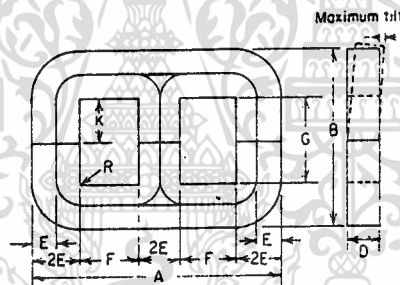
แกนแบบ Cut Wound จะเรียกว่า “C” core เพราะแกนแบบนี้จะประกอบด้วยชิ้นส่วนของแกนที่มีรูปร่างเป็นตัว C ซึ่งมีช่องอากาศตรงกลางเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 2 ตัวประกอบเข้าด้วยกัน แกนแบบนี้ได้รับการพัฒนา โดยบริษัท Westinghouse Electric Corporation ซึ่งมีชื่อเรียกว่า Hipersit ซึ่งย่อมาจาก High PERmeability SITicon ซึ่งมี core-loss ต่ำ

แกนแบบ Cut ที่ใช้ใน 3-phase จะมีรูปร่างหรือโครงสร้างแบบ E core (C core อธิบายในรูปที่ ง.3 และ E core ในรูปที่ ง.4)

แกนแบบ Cut มีคุณสมบัติทางแม่เหล็กที่ดี ทำให้ flux density สูงกว่าแกนแบบ Lamination ถึง 20 เปอร์เซ็นต์ สำหรับ C core ที่ผลิตจาก high-nicket-alloy จะมีความทนทานมากกว่าแบบที่ผลิตจาก Silicon stell alloy และยังมี loss ที่ใช้ในความถี่สูงน้อยกว่า แต่มีค่า flux แม่เหล็กที่อิ่มตัวต่ำ



รูปที่ ๓.3



รูปที่ ๓.4

๓.2 ชนิดของการพันขดลวด

ความเข้มของสนามแม่เหล็กต้องการการวางจำนวนรอบของลวดจำนวนหลายรอบใน ปริมาตรเล็กๆ ทฤษฎีการพันต่างๆกันจะถูกพัฒนาเพื่อความต้องการที่กล่าวมา แต่ละวิธีจะมี ประโยชน์และข้อจำกัด แต่ละการประยุกต์ใช้งานคือการเลือกพันที่เหมาะสมที่สุดจะเกี่ยวข้องกับ การประหยัดและคุณลักษณะที่ได้

ในการพันทฤษฎีการพันส่วนมากจะเกี่ยวกับเครื่องจักรกลไฟฟ้าที่หมุนได้ซึ่งนำมาใช้ช่วย

ในการพัน ขณะที่เครื่องจักรหมุนจำนวนรอบจะเพิ่มขึ้น เครื่องนับจะนับจำนวนรอบในการพัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลวดที่ใช้ในการพันจะอยู่บนแกนลวด ขนาดของแกนที่ใช้เก็บลวดจะเพิ่มขึ้นเมื่อเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดเพิ่มขึ้น การใช้แกนนี้เป็นมาตรฐานเพื่อที่จะทำให้สะดวกในการจะใช้อุปกรณ์ในการดึงลวด เพื่อควบคุมในการพันลวด ซึ่งอุปกรณ์ที่ใช้นี้จะเป็นเครื่องจักร Servo ที่รักษาแรงดึงลวดให้คงที่โดยที่ความเร็วจะเป็นเชิงเส้น

การพันขดลวดเป็นชั้นๆ

ลวดจะถูกพันเป็นเกลียวกับแผ่นฉนวนที่ระหว่างแต่ละชั้น ชั้นของฉนวนจะกว้างกว่าความยาวในการพัน อนุญาตให้ขอบอยู่ที่ปลายแต่ละด้าน ของและชั้นของฉนวนมีผลต่อการออกแบบ ที่ว่างของลวดจะต้องเผื่อไว้มากกว่าเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดเพื่อให้แน่ใจว่าสามารถพันลงได้ ที่ปลายของลวดแต่ละชั้นฉนวนจะถูกสอดเอาไว้

การพันลวดแต่ละชั้นจะนิยมพันเป็นรูปสี่เหลี่ยม ที่มีความหนาเพียงพอเพื่อป้องกันการยุบลงจากแรงดึงของลวด รูปร่างของสี่เหลี่ยมจะมีผลต่อการยุบตัว ความแข็งแรงจะลดลงตามความยาวของด้านสี่เหลี่ยมที่ยาวเพิ่มขึ้น

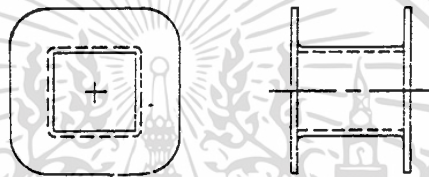
การพันขดลวดโดยใช้ Bobbin

Bobbin จะใช้เป็นตัวรองรับขดลวดที่พัน ซึ่งแกนเหล็กจะสอดเข้าไปใน Bobbin หลังจากได้รอบของขดลวดตามที่ต้องการ ตัวอย่างของ Bobbin แสดงตามรูปที่ ๓.5 ขนาดของ Bobbin จะใช้กำหนดขนาดของแกนเหล็กและค่า Stack ของแกนเหล็กที่วางแบบ laminate Bobbin จะทำมาโดยการใช้แม่พิมพ์หล่อแบบฉีด การพันโดยใช้ Bobbin จะคล้ายกับการพันทีละชั้นๆ แต่ว่าระยะของรอบแต่ละรอบจะประมาณไม่เท่ากันทุกรอบ เมื่อลวดถูกพันลงใน Bobbin และได้จำนวนรอบต่อชั้นการพันของขดลวดจะดูเหมือนเบียดกันหลังจากพันไป 2-3 ชั้น Bobbin จะมีประสิทธิภาพมากกว่าเมื่อใช้พื้นที่หน้าตัดสำหรับให้แกนเหล็กสอดซึ่งดีกว่าการพันแบบเป็นชั้นๆ เนื่องจากมีความหนาของผนังแทนการพันแบบเป็นชั้นๆ และไม่มีฉนวนระหว่างชั้นต่างๆ ขั้วของสายไฟออกของปัญหาในการนำขั้วไฟออกซึ่งการนำเอาออกมาจะมาจากผนังของ Bobbin ซึ่งจะพันด้วยเทปซึ่งเป็นฉนวน วิธีที่พันนี้จะจำกัด Induce Voltage ที่สามารถทนได้เพราะลวดที่พันเริ่มต้นจะอยู่ใกล้ชิดกับรอบของลวดที่พันเสร็จแล้ว ถ้าลวดถูกพันอยู่ในผนังของ Bobbin ปัญหา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ผ่านการคัด

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไม่เกิดขึ้น แต่จะเกิดการ Breakdown ในแกนเหล็กเพิ่มขึ้น ระยะทางที่ไม่แน่นอนในแต่ละรอบ และการไม่มีฉนวนในแต่ละชั้น จะเพิ่มความผิดพลาดภายในลวดภายในจากค่า induced voltage ฉนวนระหว่างลวดที่พันและกราวด์จะถูกแบ่งโดย Bobbin การใช้ Bobbin ในการพันจะเป็นการประหยัดด้วย



รูปที่ ๓.๕

การพันขดลวดแบบ Universal

การพันแบบนี้จะใช้ที่ความถี่ 20 kHz ถึง 5 kHz ซึ่งค่า capacitance และค่า skin effect ที่กระจายอยู่ซึ่งดูเหมือนเป็นปัญหาสำคัญ การจัดรอบของขดลวดจะช่วยลด dielectric loss และความเข้มความหนาแน่นกระแส ซึ่งจะช่วยให้การปรับปรุงค่า Q การจัดรอบของขดลวดจะลดค่า capacitance และโวลต์เตจระหว่างรอบที่อยู่ใกล้ชิดกัน ซึ่งจะลดค่า capacitance ที่ชั่วต่อ

รอบของการพันแบบ universal เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการพันแบบเกลียวทั่ว ๆ ไป คือ จะไม่วางชิดติดกันในแต่ละรอบ ไม่มีฉนวนกันระหว่างรอบ นอกจากฉนวนที่อยู่บนลวด ลักษณะของลวดจะอยู่ที่การจัดวางของแต่ละรอบ ซึ่งสามารถคงตัวได้ด้วยตนเอง ไม่ยุบตัว ลวดที่นำมาใช้พันซึ่งนิยมนั้นมากคือ Textile Fiber ซึ่งช่วยเพิ่มทั้งแรงเสียดทานและฉนวน

ทางเดินของลวดที่พันจากด้านหนึ่งไปอีกด้านหนึ่ง เรียกว่า “crossover” ระยะทางของความกว้างของขดลวดและขนาดของ cam กำหนดเป็น c จำนวนของ crossover ต่อรอบ กำหนดเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็น n มุมระหว่างลวดกับแนวแกนของขดลวดจะพยายามรักษาให้แคบเพื่อให้ลวดอยู่คงตัวได้จากจุดเริ่มต้นที่พันไปจนครบรอบเรียกว่า “winding cycle” จำนวนของ crossover ที่ต้องการต่อ 1 winding cycle ให้เป็น q ซึ่ง q จะเป็นเลขจำนวนเต็มคู่ ถ้า n เป็นจำนวนเต็มคู่ q จะมีค่าเท่ากับ n ถ้า n เป็นเลขจำนวนเต็มคี่ q จะมีค่าเท่ากับ $2n$

ถ้าค้ำทั้งหมดของการพันลวดมีความสัมพันธ์กับเส้นผ่าศูนย์กลางรวมทั้งหมดของลวด ซึ่งจะกำหนดเส้นผ่าศูนย์กลางเป็น เส้นผ่าศูนย์กลางของลวดนี้ยังช่วยในการกำหนดมุมระหว่างลวดกับแนวแกนของขดลวด ซึ่งกำหนดเป็น d โดยเราจะใช้สมการต่อไปนีในการคำนวณหาค่า n ก่อน

$$n = \frac{2d}{3c} \quad (\text{ง-1})$$

ในสมการนี้ค่า d และ c ต้องอยู่ในหน่วยเดียวกันและค่า n และ q ที่หาได้ จะสามารถไปหาค่าของ gear ratio ซึ่งใช้ในการกำหนดจำนวนเส้นทางของลวดที่จะพันในแต่ละรอบ เพื่อทำเกลียวได้จากสมการ

$$r = \frac{2}{n} \left(1 + \frac{1.25 \theta}{qc} \right) \quad (\text{ง-2})$$

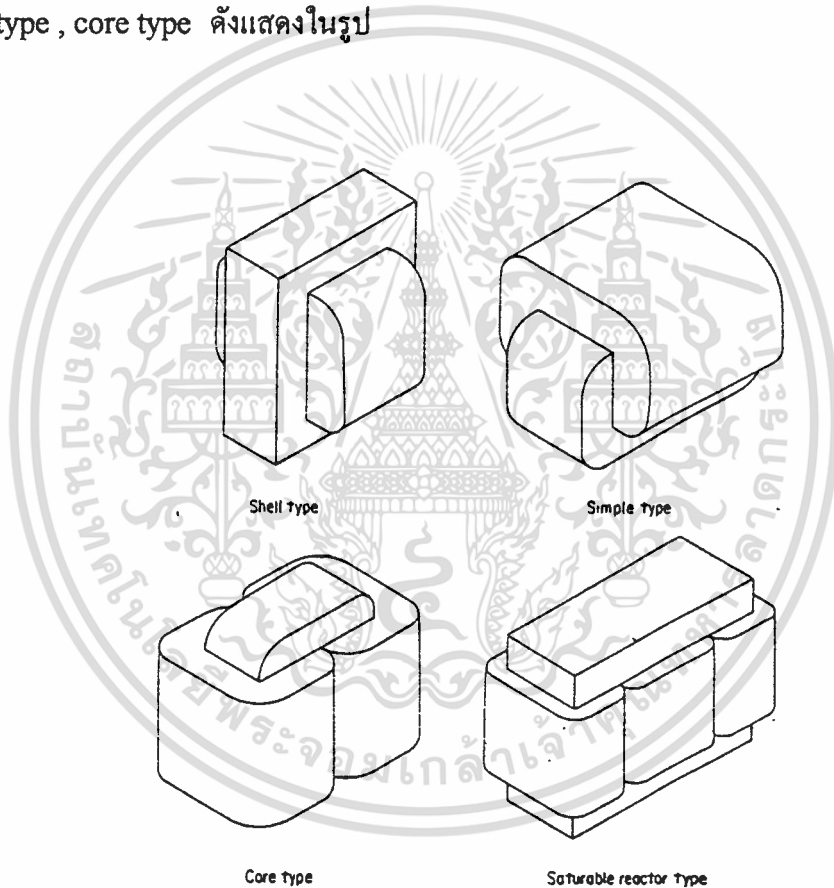
ปริมาณต่าง ๆ จะอยู่ในหน่วยเดียวกัน และ gear ratio (r) เป็นจำนวนของซี่ใน cam ที่สูงกว่าจำนวนของซี่ฟันใน driver gear

วิธีพันแบบ Toroidal

ลักษณะทางอุณหพลศาสตร์ของ Toroid สามารถประมาณได้ดีที่สุด แม้ว่าโครงสร้างของมันจะราคาสูงที่สุดในการใช้งาน การพันแบบ Toroid จะทำได้ยากเพราะมันเป็นไปไม่ได้ที่จะหมุนลวดระหว่างการทำเกลียว และเราสามารถพันมากกว่า 1 ขดแกน toroid เดียวกัน Voltage ระหว่างรอบที่อยู่ติดกันสามารถควบคุมได้ดีกว่าวิธีพันแบบใช้ bobbin แต่ก็ไม่เท่าแบบการพันเป็นชั้น ๆ และการพันแบบ toroid นี้จะใช้ได้ไม่ดีในการใช้งานกับ High-Voltage

การจัดลวดที่พันแล้วในรูปแบบต่าง ๆ

การจัดลวดที่พันแล้วจะใช้ในงานเฉพาะ โดยแทนที่จะพันเป็นหลาย ๆ ชั้นในทิศทางสลับไปมา แต่จะใช้การอนุกรมกันของการพันแบบชั้นเดียวเข้าด้วยกันในทิศทางเดียวกัน ซึ่งวิธีนี้จะมีค่าการกระจายของ capacitance ที่ต่ำ และวิธีนี้จะราคาสูงและมีปัญหาในการเชื่อมต่ออนุกรมกันที่ High-Voltage ตัวอย่างที่นำไปใช้ได้แก่ saturable reactor และเราอาจจะจัดให้อยู่ในรูปแบบ shell type , core type ดังแสดงในรูป



รูปที่ ๖.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก จ

ตารางที่ จ.1

มาตรฐานการวัด

Gauge				Diameter		Sectional area			Weight	
S.W.G.	A.W.G.	S.W.G.	mm.G.	Mil	mm.	Cir. Mil	in ²	mm ²	lb/1,000 ft	kg/km
5:0	-	7/0	-	500	12.700	250.000	.1964	126.7	756.9	1,126
-	-	-	12	472.4	12.000	223.162	.1753	113.1	675.6	1,005
-	-	6/0	-	464	11.786	215.296	.1691	109.1	651.7	969.9
-	4/0	-	-	460	11.684	211.600	.1662	107.2	640.5	953
4:0	-	-	-	454	11.532	206.100	.1619	104.4	624	928.1
-	-	5/0	-	432	10.973	186.624	.1466	94.56	565	840.6
3:0	-	-	-	425	10.795	180.600	.1419	91.52	546.9	813.6
-	3/0	-	-	409.6	10.404	167.772	.1318	85.03	508	755.9
-	-	4/0	-	400	10.160	160.000	.1257	81.07	484.5	720.7
-	-	-	10	393.7	10.000	155.000	.1217	78.54	468	698.2
2:0	-	-	-	380	9.652	144.400	.1134	73.17	437.1	650.5
-	-	3/0	-	372	9.440	138.384	.1087	70.12	418.9	623.4
-	2/0	-	-	364.8	9.266	133.079	.1045	67.42	402.7	599.4
-	-	-	9	354.3	9.000	125.528	.09859	63.62	380	565.6
-	-	2/0	-	348	8.839	121.104	.09512	61.36	366.6	545.5
0	-	-	-	340	8.636	115.600	.09079	58.58	349.9	520.8
-	0	-	-	324.9	8.250	105.560	.08291	53.49	319.5	475.5
-	-	0	-	324	8.230	104.976	.08245	53.19	317.8	472.8
-	-	-	8	315	8.000	99.225	.07793	50.27	300.3	446.9
1	-	1	-	300	7.629	90.000	.07069	45.60	272.4	405.4
-	1	-	-	289.3	7.348	83.694	.06573	42.41	253.3	377
2	-	-	-	284	7.214	80.660	.06335	40.87	244.2	363.3
-	-	2	-	276	7.010	76.176	.05983	39.60	230.6	343.2
-	-	-	7	275.6	7.000	75.955	.05966	38.48	229.9	342.1
3	-	-	-	259	6.579	67.080	.05269	33.99	203.1	302.2
-	2	-	-	257.6	6.544	66.358	.05212	33.63	200.9	299.0
-	-	-	6.5	255.9	6.500	65.485	.05143	22.18	189.2	295
-	-	3	-	252	6.401	63.504	.04988	32.18	192.2	286.1
4	-	-	-	238	6.045	56.640	.04449	28.70	171.5	255.1
-	-	-	6.0	236.2	6.000	55.790	.04382	28.27	168.9	251.1
-	-	4	-	232	5.893	53.824	.04227	27.27	162.9	242.4
-	3	-	-	229.4	5.827	52.624	.04133	26.66	159.3	237
5	-	-	-	220	5.588	48.400	.03801	24.52	146.5	218
-	-	-	5.5	216.5	5.500	46.872	.03681	23.72	141.9	210.9
-	-	5	-	212	5.385	44.944	.03530	22.77	136	202.4
-	4	-	-	204.3	5.189	41.738	.03278	21.15	126.3	188
6	-	-	-	203	5.156	41.210	.03237	20.88	124.8	185.6
-	-	-	5.0	196.9	5.000	38.770	.03045	19.63	117.4	174.5
-	-	6	-	192	4.877	36.864	.02895	18.68	111.6	166.3
-	5	-	-	181.9	4.621	33.088	.02599	16.77	100.2	149.1
7	-	-	-	180	4.572	32.400	.02545	16.42	98.08	146
-	-	-	4.5	177.2	4.500	31.400	.02466	15.90	95.04	141.4
-	-	7	-	176	4.470	30.976	.02433	15.70	93.77	139.6
8	-	-	-	165	4.191	27.220	.02138	13.80	82.40	122.7
-	6	-	-	162	4.115	26.244	.02061	13.30	79.43	118.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.1 (ต่อ)

มาตรฐานการวัด

Gauge				Diameter		Sectional area			Weight	
B.W.G.	A.W.G.	S.W.G.	mm.G.	Mill	mm.	Cir. Mill	in ²	mm ²	lb/1,000 ft	kg/km
-	-	8	-	160	4.064	25,600	.02011	12.97	77.50	115.30
-	-	-	4.0	157.5	4.000	24,806	.01948	12.57	75.08	111.80
9	-	-	-	148	3.759	21,900	.01720	11.10	66.29	98.68
-	7	-	-	144.3	3.665	20,822	.01635	10.55	63.01	93.79
-	-	9	-	144	3.658	20,736	.01629	10.52	62.78	93.52
-	-	-	3.5	137.8	3.500	18,989	.01491	9.621	57.46	85.53
10	-	-	-	134	3.404	17,960	.01410	9.098	54.34	80.88
-	8	-	-	128.5	3.264	16,512	.01297	8.368	49.99	74.39
-	-	10	-	128	3.251	16,384	.01287	8.302	49.60	73.81
-	-	-	3.2	126	3.200	15,876	.01247	8.042	48.06	71.49
11	-	-	-	120	3.048	14,400	.01131	7.297	43.59	64.87
-	-	11	-	116	2.946	13,456	.01057	6.818	40.74	60.61
-	9	-	-	114.4	2.906	13,087	.01028	6.632	39.62	58.96
-	-	-	2.9	114.2	2.900	13,042	.01024	6.605	39.47	58.72
12	-	-	-	109	2.769	11,880	.009331	6.020	35.96	53.52
-	-	12	-	104	2.642	10,816	.008495	5.481	32.74	48.73
-	-	-	2.6	102.4	2.600	10,486	.008246	5.309	31.78	47.29
-	10	-	-	101.9	2.588	10,384	.008156	5.262	31.43	46.78
13	-	-	-	95	2.413	9,025	.007088	4.573	27.32	40.65
-	-	13	-	92	2.337	8,464	.006648	4.289	25.62	38.13
-	11	-	-	90.74	2.305	8,234	.006467	4.172	24.92	37.09
-	-	-	2.3	90.55	2.300	8,199	.006439	4.155	24.82	36.94
14	-	-	-	83	2.108	6,889	.005411	3.491	20.85	31.04
-	12	-	-	80.81	2.053	6,530	.005129	3.309	19.77	29.42
-	-	14	-	80	2.032	6,400	.005027	3.243	19.37	28.83
-	-	-	2.0	78.74	2.000	6,200	.004869	3.142	18.77	27.93
15	-	15	-	72	1.829	5,184	.004072	2.627	18.46	27.36
-	13	-	-	71.96	1.828	5,178	.004067	2.624	18.46	27.36
-	-	-	1.8	70.87	1.800	5,023	.003945	2.545	18.46	27.36
16	-	-	-	65	1.651	4,225	.003318	2.141	12.79	19.03
-	14	-	-	64.08	1.628	4,106	.003225	2.081	12.43	18.50
-	-	16	-	64	1.626	4,096	.003217	2.075	12.40	18.45
-	-	-	1.6	62.99	1.600	3,968	.003116	2.011	12.01	17.88
17	-	-	-	58	1.473	3,364	.002642	1.705	10.18	15.16
-	15	-	-	57.07	1.450	3,257	.002558	1.650	9.859	14.67
-	-	17	-	56	1.422	3,136	.002463	1.589	9.493	14.13
-	-	-	1.4	55.12	1.400	3,038	.002386	1.539	9.196	13.68
-	16	-	-	50.82	1.291	2,583	.002029	1.309	7.820	11.64
18	-	-	-	49	1.245	2,401	.001886	1.217	7.269	10.82
-	-	18	-	48	1.219	2,304	.001810	1.167	6.976	10.38
-	-	-	1.2	47.24	1.200	2,232	.001753	1.131	6.756	10.06
-	17	-	-	45.26	1.150	2,048	.001608	1.037	6.197	9.219
19	-	-	-	42	1.067	1,764	.001385	0.8938	5.388	7.946
-	18	-	-	40.30	1.024	1,624	.001275	0.8226	4.914	7.313
-	-	19	-	40	1.016	1,600	.001257	0.8107	4.845	7.207

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.1 (ต่อ)

มาตรฐานการวัด

Gauge				Diameter		Sectional area			Weight	
W.G.	A.W.G.	S.W.G.	mm.G.	Mil	mm.	Cir. Mil	in ²	mm ²	lb/1,000 ft	kg/km
-	-	-	1.0	39.37	1.000	1.550	.001217	0.7854	4.690	6.982
-	-	20	-	36	0.9144	1.296	.001018	0.6576	3.923	5.838
-	19	-	-	35.89	0.9116	1.288	.001012	0.6529	3.900	5.804
-	-	-	.90	35.43	0.9000	1.255	.0009857	0.6362	3.799	5.656
20	-	-	-	35	0.8890	1.225	.0009621	0.6207	3.708	5.518
-	-	21	-	32	0.8128	1.024	.0008042	0.5189	3.099	4.613
-	20	-	-	31.96	0.8118	1.021	.0008019	0.5174	3.091	4.600
-	-	-	.80	31.50	0.8000	992.3	.0007794	0.5027	3.004	4.469
-	21	-	-	28.46	0.7229	810	.0006362	0.4105	2.452	3.649
22	-	22	-	28	0.7112	784	.0006158	0.3973	2.373	3.532
-	-	-	.70	27.56	0.7000	759.6	.0005966	0.3848	2.299	3.421
-	-	-	.65	25.59	0.6500	654.8	.0005143	0.3318	1.982	2.950
-	22	-	-	25.35	0.6438	642.6	.0005047	0.3256	1.945	2.895
23	-	-	-	25	0.6350	625	.0004909	0.3167	1.892	2.816
-	-	23	-	24	0.6096	576	.0004524	0.2919	1.744	2.595
-	-	-	.60	23.62	0.6000	557.9	.0004382	0.2827	1.689	2.513
-	23	-	-	22.57	0.5733	509.4	.0004001	0.2581	1.542	2.295
24	-	24	-	22	0.5583	484	.0003801	0.2452	1.465	2.180
-	-	-	.55	21.65	0.5500	468.7	.0003681	0.2376	1.419	2.112
-	24	-	-	20.10	0.5106	404	.0003173	0.2047	1.223	1.820
25	-	25	-	20	0.5080	400	.0003142	0.2027	1.211	1.802
-	-	.50	19.69	0.5000	387.7	387.7	.0003045	0.1963	1.174	1.745
26	-	26	-	18	0.4572	324	.0002545	0.1642	0.9809	1.460
-	25	-	-	17.90	0.4547	320.4	.0002516	0.1623	0.9697	1.443
-	-	.45	17.72	0.4500	314	314	.0002466	0.1590	0.9504	1.414
-	-	27	-	16.4	0.4166	269	.0002113	0.1363	0.844	1.212
27	-	-	-	16	0.4064	256	.0002011	0.1297	0.7750	1.153
-	26	-	-	15.94	0.4049	254.1	.0001996	0.1288	0.7693	1.145
-	-	.40	15.75	0.4000	248.1	248.1	.0001949	0.1257	0.7512	1.118
-	-	28	-	14.8	0.3759	219	.0001720	0.1110	0.6629	0.9868
-	27	-	-	14.20	0.3606	201.6	.0001583	0.1021	0.6101	0.9077
28	-	-	-	14	0.3556	196	.0001539	0.09932	0.5931	0.8330
-	-	.35	13.78	0.3500	189.9	189.9	.0001491	0.09621	0.5746	0.8553
-	-	29	-	13.6	0.3454	185	.0001453	0.09372	0.5600	0.8332
29	-	-	-	13	0.3302	169	.0001327	0.08563	0.5114	0.7613
-	28	-	-	12.64	0.3211	159.8	.0001255	0.08097	0.4837	0.7198
-	-	.30	12.60	0.3200	158.8	158.8	.0001246	0.08042	0.7806	0.7149
-	-	30	-	12.4	0.3150	153.8	.0001208	0.07791	0.4656	0.6926
30	-	-	-	12	0.3048	144	.0001131	0.07297	0.4359	0.6487
-	-	31	-	11.6	0.2946	134.6	.0001057	0.06818	0.4074	0.6061
-	-	.29	11.42	0.2900	130.4	130.4	.0001024	0.06605	0.3947	0.5872
-	29	-	-	11.26	0.2859	126.8	.00009959	0.06425	0.3838	0.5712
-	-	32	-	10.8	0.2743	116.6	.00009158	0.05913	0.3530	0.5257
-	-	.26	10.24	0.2600	104.9	104.9	.00008239	0.05309	0.3175	0.4720
-	30	-	-	10.03	0.2546	100.6	.00007901	0.05097	0.3045	0.4531

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.1 (ต่อ)

มาตรฐานการวัด

Gauge				Diameter		Sectional area			Weight	
B.W.G.	A.W.G.	S.W.G.	mm.G.	Mil	mm.	Cir. Mil	in ²	mm ²	lb/1,000 ft	kg/km
31	-	33	-	10	0.2540	100	.00007954	0.05067	0.3027	0.4500
-	-	34	-	9.2	0.2337	84.64	.00006648	0.04239	0.2562	0.3810
-	-	-	.23	9.055	0.2300	81.99	.00006440	0.04155	0.2482	0.3690
32	-	-	-	9	0.2286	81.102	.00006362	0.04104	0.2452	0.3640
-	31	-	-	8.928	0.2238	79.71	.00006260	0.04039	0.2413	0.3590
-	-	35	-	8.4	0.2134	70.56	.00005542	0.03575	0.2136	0.3170
33	-	-	-	8	0.2032	64	.00005027	0.03243	0.1937	0.2830
-	32	-	-	7.950	0.2019	65.20	.00004964	0.03203	0.1913	0.2800
-	-	-	.20	7.874	0.2000	62	.00004869	0.03142	0.1877	0.2750
-	-	36	-	7.6	0.1930	57.76	.00004536	0.02927	0.1748	0.2600
-	-	-	.18	7.087	0.1800	50.23	.00003945	0.02545	0.1520	0.2200
-	33	-	-	7.080	0.1798	50.13	.00003937	0.02540	0.1517	0.2200
34	-	-	-	7	0.1778	49	.00003848	0.02483	0.1483	0.2200
-	-	37	-	6.8	0.1727	46.24	.00003632	0.02343	0.1400	0.2000
-	34	-	-	6.305	0.1601	39.75	.00003122	0.02014	0.1203	0.1750
-	-	-	.16	6.209	0.1600	39.68	.00003116	0.02011	0.1201	0.1750
-	-	38	-	6	0.1524	36	.00002827	0.01824	0.1090	0.1600
-	35	-	-	5.615	0.1426	31.53	.00002476	0.01597	0.09543	0.1400
-	-	-	.14	5.512	0.1400	30.38	.00002386	0.01539	0.09196	0.1350
-	-	39	-	5.2	0.1321	27.04	.00002124	0.01370	0.08186	0.1200
35	36	-	-	5.000	0.1270	25	.00001963	0.01267	0.07565	0.1100
-	-	-	.12	4.8	0.1219	23.04	.00001810	0.01167	0.06976	0.1000
-	-	-	-	4.724	0.1200	22.32	.00001753	0.01131	0.06756	0.1000
-	37	-	-	4.453	0.1131	19.83	.00001557	0.01005	0.06001	0.0850
-	-	41	-	4.4	0.1118	19.36	.00001521	0.009810	0.05812	0.0850
36	-	42	-	4	0.1016	16.00	.00001257	0.008107	0.04845	0.0700
-	38	-	-	3.965	0.1007	15.72	.00001235	0.007968	0.04760	0.0700
-	-	-	.10	3.937	0.1000	15.50	.00001217	0.007854	0.04690	0.0650
-	-	43	-	3.6	0.09114	12.96	.00001018	0.006567	0.03923	0.0550
-	39	-	-	3.551	0.08969	12.47	.000009794	0.006319	0.03775	0.0550
-	-	44	-	3.2	0.08138	10.24	.000008042	0.005819	0.03099	0.0450
-	40	-	-	3.145	0.07987	9.891	.000007768	0.005012	0.02994	0.0450
-	41	45	-	3.800	0.07113	7.842	.000006159	0.003973	0.02374	0.0350
-	42	-	-	2.494	0.06334	6.219	.000004884	0.003151	0.01882	0.0250
-	-	46	-	2.4	0.06096	5.760	.000004528	0.002929	0.01744	0.0250
-	43	-	-	2.221	0.05641	4.932	.000003873	0.002495	0.01498	0.0200
-	-	47	-	2	0.05080	4.000	.000003142	0.002027	0.01211	0.0150
-	44	-	-	1.987	0.05023	3.911	.000003072	0.001982	0.01184	0.0150
-	-	-	.05	1.969	0.05000	3.877	.000003045	0.001963	0.01174	0.0150
-	45	-	-	1.761	0.04473	3.102	.000002436	0.001572	0.009383	0.0100
-	-	48	-	1.6	0.04064	2.560	.000002011	0.001297	0.007750	0.0100
-	46	-	-	1.568	0.03984	2.460	.000001931	0.001246	0.007446	0.0100
-	47	-	-	1.397	0.03547	1.951	.000001532	0.0009884	0.005904	0.0050
-	48	-	-	1.244	0.03159	1.547	.000001215	0.0007838	0.004683	0.0050
-	-	49	-	1.2	0.03048	1.440	.000001131	0.0007297	0.004359	0.0050

Gauge				Diameter		Sectional area			Weight	
B.W.G.	A.W.G.	S.W.G.	mm.G.	Mil	mm.	Cir. Mil	in ²	mm ²	lb/1,000 ft	kg/km
-	49	-	-	0.108	0.02813	1.227	.0000019635	0.0006216	0.003713	0.005526
-	-	50	-	1	0.02540	1.000	.0000007854	0.0005067	0.003027	0.004505
-	50	-	-	0.986	0.02505	0.9728	.0000007641	0.0004929	0.002945	0.004382

NOTE : B.W.G. - Birmingham Iron Wire Gauge
 A.W.G. - American Wire Gauge
 S.W.G. - British Standard Wire Gauge
 mm. G. - Millimeter Gauge

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้า มิได้อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.2
อัตราส่วนความต้านทาน DC / AC

The AC/DC resistance ratio of the conductor is given by the following formula

$$K_2 = 1 + \lambda_s + \lambda_p$$

where :

k_2 = AC/DC resistance ratio of conductor

λ_s = skin effect factor

λ_p = proximity effect factor

The skin effect factor is given by :

$$\lambda_s = \frac{X^4}{192 + 0.8 X^4}$$

where :

$$X = \sqrt{\frac{8\pi f}{R_0 k_1 \times 10^3}}$$

f = supply frequency, Hz

R_0 = DC resistance of conductor at 20° C Ω /km

k_1 = reciprocal factor of temperature correction factor

The proximity effect factor is given by :

$$\lambda_p = \frac{X^4}{192 + 0.8X^4} \left(\frac{d_1}{S}\right)^2 \left\{ 0.312 \left(\frac{d_1}{S}\right)^2 \frac{1.18}{\frac{X^4}{192 + 0.8X^4} + 0.27} \right\}$$

where :

$$X^1 = \sqrt{0.8 X}$$

d^1 = diameter of conductor, mm.

S = distance between conductor axes, mm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ จ.3
ความต้านทานของตัวนำ

Nominal cross-sectional area (mm ²)	Number of wires in conductor	Diameter of wires in conductor (mm)	Maximum resistance of conductor at 20°C (Ohms/km)
			Single core & Multi core
0.5	1	0.80	36.0
1	1	1.13	18.1
1	7	0.40	18.1
1.5	1	1.38	12.1
1.5	7	0.50	12.1
2.5	1	1.78	7.41
2.5	7	0.67	7.41
4	1	2.25	4.61
4	7	0.85	4.61
6	7	1.04	3.08
10	7	1.35	1.83
16	7	1.70	1.15
25	7	2.14	0.727
35	19	1.53	0.524
50	19	1.78	0.387
70	19	2.14	0.268
95	19	2.52	0.193
120	37	2.03	0.153
150	37	2.25	0.124
185	37	2.52	0.0991
240	61	2.25	0.0754
300	61	2.52	0.0601
400	61	2.85	0.0470
500	61	3.20	0.0366

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ ดร. ชัยวุฒิ นัทรอุทัย และอาจารย์วีระศักดิ์ วงศ์วิวัต อาจารย์
ที่ปรึกษาที่กรุณาให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำตลอดมา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1]. Vanderplaats, G.N.; Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications. Mc Graw-Hill, New York, 1984.
- [2]. Arora, J.S.; Introduction to Optimum Design. Mc Graw-Hill, New York, 1989.
- [3]. Murray, W. ; Numerical Methods for Unconstrained Optimization. Academic Press, London, 1972.
- [4]. Wu, C.J. ; Lee, F.C. ; Davis, R.K. ; Minimum Weight EI Core and Pot Core Inductor and Transformer Design. IEEE. Trans. on Mag. , Vol. Mag-16 , No.5, September, 1980:
- [5]. Syed A. Nasar ; Electric Machines and Power system Vol I. Mc Graw-Hill ,Inc. 1995.
- [6]. A.E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr. Stephen D. Umans ; Electric Machinery fifth Edition , Mc Graw-Hill 1990.
- [7]. Colonel Wm. T. Mclyman ; Transformer and Inductor Handbook, Marcel Dekker, Inc. 1990.
- [8]. Slobodan Cuk and R.D. Middle Brook ; Advances in Switched-Mode Power Conversion , Vol 1. ,1981.
- [9]. ยุทธนา กุลวิฑิต ; เอกสารประกอบการสอนวิชาอิเล็กทรอนิกส์กำลัง , จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2534.
- [10]. อนุวัฒน์ จางวนิชเลิศ ; เครื่องให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำขนาด 12 กิโลวัตต์ แอมแปร์ ที่ใช้เอสซีอาร์ , วิทยานิพนธ์ปริญญาโท จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2538.
- [11]. THAI YAZAKI ELETRIC WIRE COMPANY LIMITED. ; Technical information and specification for electric wires and cables , First edition october, 1991.