



การวิเคราะห์และออกแบบเครื่องมือกลโดยใช้ระบบ CAD และไฟไนต์เอลิเมนต์

Analysis and designing of mechanical equipment by uses CAD system and Finite Element



วัน เดือน ปี... ๓๐ ก.ค. ๖๕๒๐  
เลขทะเบียน... ๐๓๖๙๖๑  
เลขเรียกหนังสือ... ๓ ๐๘๐๕๔ ก ๖๗ ก.

ปริญญาานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเกษตร

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2538  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

036961

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2538

ภาควิชาวิศวกรรมเกษตร

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
เรื่อง การวิเคราะห์และออกแบบเครื่องมือกลโดยใช้ระบบ CAD และ ไฟไนต์เอ

ลิเมนต์

ผู้จัดทำ

1. นาย กิตติคุณ พิศาลวงศ์วาน

2. นาย ธีรยุทธ หาญตระกูลยืนยง

อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ วีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ)

อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ สรรวริศ อุ่ยวัฒนา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การวิเคราะห์และออกแบบเครื่องมือกลโดยใช้ระบบ CAD และไฟไนต์เอลิเมนต์

กิตติคุณ พิศาลวงศ์วาน

ธีรยุทธ หาญตระกูลยีนยง

นาย วีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ

อาจารย์ที่ปรึกษา

นาย สรรวริศ อู่วัฒนา

อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2538

### บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการนำเอาคอมพิวเตอร์มาใช้ในการคำนวณออกแบบชิ้นงาน เนื่องจากการออกแบบชิ้นงานในโครงสร้างที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนนั้น การคำนวณและการออกแบบเป็นไปด้วยความยากลำบาก เราจึงประยุกต์นำคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในงานดังกล่าว โดยนำเอาวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้ มีวัตถุประสงค์หลักเพื่อลดค่าใช้จ่ายที่ปรกติจำเป็นต้องไปในการทดลอง หรือเพื่อใช้กับงานที่ไม่สามารถทำการทดลองอย่างสมบูรณ์ได้ ผลจากการทดลองจะประกอบไปด้วยผลจากการวิเคราะห์ที่เกิดขึ้นบนวัตถุตัวอย่างในกรณีต่างๆ เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาหาผลคำตอบและเลือกใช้วิธีการหาผลเฉลยที่ถูกต้องต่อไป ได้มีการยกเอาประแจมาเป็นชิ้นงานทดสอบเพื่อให้เห็นประโยชน์จากการใช้งานอย่างชัดเจนในกรณีที่มีการเปลี่ยนมุมที่หัวประแจเพื่อจุดประสงค์ในการออกแบบที่ดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Analysis and designing of mechanical equipment by uses CAD system and Finite Element

Kittikhun Pisalwongwan

Theerayut Hartrakulyuenyoung

Weerachai Limpornchaichareoun Advisor

Sanwarith Auiwattana Advisor

1995

**Abstract**

This thesis is bringing of computer for calculation that designs project. Due to design project in model that has been complexed character. Calculation and designing are difficult. For this reason, we should bring computer for helping in this work by using Finite-Element method. There is main object for increasing pays that use in experiment or using with work that isn't completely experiment. The results contain the result from analysis that occurs on example material in many cases. There is bringing of key for testing. We can see clearly benefit from this case that has changing angle at head of key for object in the best designing.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	ก
Abstract	ข
สารบัญรูปภาพ	ค
สารบัญตาราง	ง
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี	2
วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์	8
การออกแบบและวิเคราะห์	37
บทที่ 3 การทดลองและผลการทดลอง	38
ระบบคอมพิวเตอร์	38
GFEM Plus	39
การทดสอบโปรแกรม	40
ผลการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จาก โปรแกรมกับทฤษฎีที่มีอยู่แล้ว	44
บทที่ 4 การคำนวณและการสร้าง	55
บทที่ 5 บทวิจารณ์และสรุป	81
ภาคผนวก	
1. ข้อมูล GFEM Plus	82
2. ข้อมูล Unigraphics	84
3. ผลการวิเคราะห์เหล็กท่อนที่นำมาตัดเป็นปากประแจ	96
4. การใช้งาน GFEM Plus อย่างคร่าวๆ	97
5. พระราชบัญญัติมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม พ.ศ. 2511	102
เรื่องแก้ไขมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมหมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยม	
กิตติกรรมประกาศ	113

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 1 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุ	2
รูปที่ 2 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงดึง	3
รูปที่ 3 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงอัด	3
รูปที่ 4 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงเฉือนแรงเดียว	3
รูปที่ 5 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงเฉือนสองแรง	3
รูปที่ 6 แสดงระยะเปลี่ยนแปลงเมื่อวัสดุมีแรงดึง P	4
รูปที่ 7 แสดงระยะเปลี่ยนแปลงเมื่อวัสดุมีแรงกด P	4
รูปที่ 8 แสดงระยะเปลี่ยนแปลงเมื่อวัสดุมีแรงเฉือน P	5
รูปที่ 9 แสดงคานที่อยู่ภายใต้โมเมนต์คด	5
รูปที่ 10 แสดงคานภายใต้ bending moment	6
รูปที่ 11 แสดงกราฟระหว่าง $\sigma$ และ $y$	7
รูปที่ 12 แสดงลักษณะเอลิเมนต์แบบอย่างสำหรับโครงสร้าง	8
รูปที่ 13 แสดงสปริงเอลิเมนต์	10
รูปที่ 14 ตัวอย่างของระบบสปริงในหนึ่งมิติ	11
รูปที่ 15 แสดงค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อในระบบแกนรวมใหญ่และแกนย่อย	12
รูปที่ 16 แสดงเอลิเมนต์ในแนวแกนย่อย x	13
รูปที่ 17 แสดงเอลิเมนต์ในระบบแกนรวมใหญ่	14
รูปที่ 18 แสดงพลังงานความเครียดในสปริง	14
รูปที่ 19 แสดงการวางตัวของเอลิเมนต์โดยมุมวัดจากแนวแกน x โดยมีค่าเป็นบวกในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา	16
รูปที่ 20 แสดงการแปรผันของพลังงานศักย์รวมกับการเคลื่อนตัว	17
รูปที่ 21 แสดงเหล็กท่อนถูกดึงด้วยแรง P	18
รูปที่ 22 แสดงพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ	18
รูปที่ 23 แสดงการแบ่งขอบเขตเป็นไฟไนต์เอลิเมนต์ย่อย	21
เอกส รูปที่ 24 แสดงลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ป โยชน์ด้านการค้า	21
ไม่ รูปที่ 25 แสดงลักษณะการกระจายเชิงเส้นตรงบนเอลิเมนต์ อิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้ง ที่มีการนำไปใช้	23

รูปที่ 26 แสดงการกระจายของฟังก์ชันภายใน	23
รูปที่ 27 แสดงเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	24
รูปที่ 28 แสดงตัวอย่างเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	25
รูปที่ 29 ลักษณะการกระจายฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์	26
รูปที่ 30 แสดงการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณภายในเอลิเมนต์	27
รูปที่ 31 แสดงความสมมูลของของแข็งในสามมิติ	31
รูปที่ 32 พลังงานที่เกิดจากความเครียดในวัตถุ	33
รูปที่ 33 แสดงเอลิเมนต์ทรงหกหน้าในวัตถุสามมิติ	35
รูปที่ 34 แสดงกระบวนการออกแบบทางวิศวกรรม	37
รูปที่ 35 แสดงระบบคอมพิวเตอร์ที่ใช้	38
รูปที่ 36 แสดง basic steps in FEM analysis	39
รูปที่ 37 แสดงการกระจายความเค้นของคานเมื่อยึดปลายข้างหนึ่งไว้ (cantilever beam) และมีการกดที่ปลายอีกด้านหนึ่ง	42
รูปที่ 38 แสดงการกระจายความเค้นบนพื้นที่หน้าตัดของวัตถุทรงลูกบาศก์ เมื่อเกิดแรงดึงที่จุดกึ่งกลางทั้งสองข้าง	43
รูปที่ 39 แสดง node , element บนวัตถุตัวอย่างภายใต้แรงดึงโดยยึดปลาย อีกด้านหนึ่งไว้	46
รูปที่ 40 แสดงการกระจายความเค้นบนวัตถุตัวอย่างของรูปที่ 39	47
รูปที่ 41 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า $r/d$ เท่ากับ 0.10	48
รูปที่ 42 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า $r/d$ เท่ากับ 0.15	49
รูปที่ 43 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า $r/d$ เท่ากับ 0.20	50
รูปที่ 44 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า $r/d$ เท่ากับ 0.25	51
รูปที่ 45 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า $r/d$ เท่ากับ 0.30	52
รูปที่ 46 แสดง node , element บนวัตถุตัวอย่างภายใต้แรงดึงโดยยึดปลาย อีกด้านหนึ่งไว้	53
รูปที่ 47 แสดงการกระจายความเค้นบนวัตถุตัวอย่างของรูปที่ 46	54
รูปที่ 48 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ ซึ่งมีความหนา 6 มิลลิเมตร	56
รูปที่ 49 แสดงคุณสมบัติของโลหะโครเมียมวานาเดียม	57
เอกสารรูปที่ 50 แสดงคุณสมบัติของโลหะโครเมียมวานาเดียมเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้	58

รูปที่ 51 แสดงภาพและข้อมูลตัวเลขการวัดขนาดสัดส่วนมือของผู้ชาย ผู้หญิงและเด็ก	59
รูปที่ 52 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	60
รูปที่ 53 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 52	61
รูปที่ 54 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 5 องศา	62
รูปที่ 55 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 5 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	63
รูปที่ 56 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 55	64
รูปที่ 57 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 10 องศา	65
รูปที่ 58 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 10 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	66
รูปที่ 59 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 58	67
รูปที่ 60 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 15 องศา	68
รูปที่ 61 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 15 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	69
รูปที่ 62 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 61	70
รูปที่ 63 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 20 องศา	71
รูปที่ 64 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 20 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	72
รูปที่ 65 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 64	73
รูปที่ 66 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 25 องศา	74
รูปที่ 67 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 25 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	75
รูปที่ 68 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 67	76
รูปที่ 69 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 30 องศา	77
รูปที่ 70 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 30 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ	78

รูปที่ 71 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 70 อนุญาตให้นำไปใช้ 79 โยชน์ด้านการค้า  
รูปที่ 72 แสดงการกระจายความเค้นบนเหล็กท่อนที่นำมาตัดเป็นปากประแจสารทุกค 96 ที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบผลจากทฤษฎีกับผลลัพธ์ที่ได้จาก โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ "GFEM Plus"	41
ตารางที่ 2 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นเมื่อมีการเปลี่ยนค่ามุม ที่หัวของประแจ	80



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 1

### บทนำ

เทคโนโลยีในปัจจุบันได้มีการพัฒนาไปอย่างรวดเร็วมาก มีการคิดค้นสิ่งต่างๆที่สามารถอำนวยความสะดวกให้แก่นมนุษย์อย่างมากมาย แต่ในขณะที่เทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าอย่างไม่หยุดยั้ง ทรัพยากรที่จะนำมาเป็นวัตถุดิบในการผลิตนั้นยังมีปริมาณเท่าเดิม และอาจจะหมดไปได้ถ้ามีการใช้อย่างฟุ่มเฟือย ไม่ประหยัด ฉะนั้นเราจึงควรนำเทคโนโลยีมาใช้ในการผลิตเพื่อให้คุ้มค่ากับทรัพยากรธรรมชาติที่เสียไปมากที่สุด

การนำเอาเทคโนโลยีทางด้านคอมพิวเตอร์มาใช้ในการผลิต เป็นวิธีที่ช่วยในการผลิตได้อย่างเหมาะสม โดยการออกแบบและวิเคราะห์สินค้าให้มีรูปร่างที่ดีที่สุดและใช้ทรัพยากรธรรมชาติได้อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

คณะผู้จัดทำได้นำเอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาช่วยในการวิเคราะห์ทำนายผลที่จะเกิดขึ้นเมื่อวัตถุปรังตัวอย่างมีแรงมากระทำในกรณีต่างๆ เพื่อเป็นแนวทางการศึกษาผลกระทบที่จะเกิดขึ้น และทั้งนี้เพื่อความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น จึงได้นำตัวอย่างโปรแกรมมาใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบขั้นพื้นฐานเพื่อการพัฒนาต่อไป

ปฏิญานีพนธ์ฉบับนี้แบ่งออกเป็น 5 บทได้แก่

บทที่ 1 บทนำ

บทที่ 2 หลักการและทฤษฎี กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ทั้งทฤษฎีพื้นฐานและทฤษฎีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์

บทที่ 3 การทดลองและผลการทดลอง เป็นการวิเคราะห์ชิ้นงานตัวอย่างในกรณีต่างๆเพื่อการศึกษาพฤติกรรม และเปรียบเทียบกับผลการทดลองโดยใช้วิธี Photoelasticity

บทที่ 4 การคำนวณและการสร้าง เป็นการกล่าวถึงหลักการการออกแบบและวิเคราะห์ประแจ

บทที่ 5 บทวิจารณ์และสรุป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

### หลักการและทฤษฎี

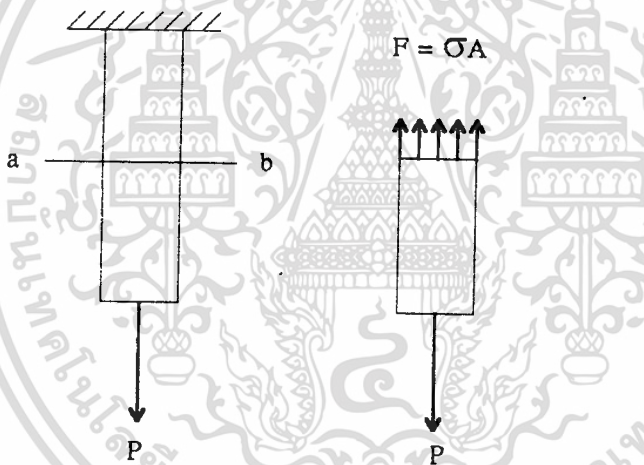
ในการออกแบบโครงสร้างและชิ้นส่วนเครื่องมือกลต่างๆ จะต้องพิจารณาถึง

- 1) ชิ้นส่วนนั้นแข็งแรงพอที่จะรับแรงที่มากกระทำได้หรือไม่
- 2) ชิ้นส่วนนั้นจะแข็งแรงพอที่จะไม่เปลี่ยนแปลงขนาดมากเกินไปหรือไม่
- 3) ชิ้นส่วนนั้นมีรูปร่างลักษณะที่เหมาะสมแก่การใช้งานหรือไม่

เมื่อคำนึงถึงความแข็งแรงของวัสดุ (Strength of materials) เราจะต้องพิจารณา

ถึง Stress  $\sigma$

#### 1. Stress $\sigma$ (ความเค้น)



รูปที่ 1 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุ

พิจารณาแท่งวัตถุอันหนึ่ง มีพื้นที่หน้าตัด  $A$  อยู่ภายใต้แรงดึง  $P$  ถ้าแรง  $P$  มีค่าไม่มากนักวัสดุจะยืดออกเล็กน้อยแล้วไม่ยืดต่อไปอีก ถ้าเราตัด section a-b วัตถุจะอยู่ภายใต้สภาวะสมดุลได้ จะต้อง มีแรงต้านแรง  $P$  เอาไว้ แรงสมดุล  $F$  นี้ กระทำภายใต้เนื้อวัสดุเรียกว่า แรงภายใน และจะกระจายไปตลอดพื้นที่หน้าตัด แรงที่กระทำกับอนุภาคเล็กๆ ในเนื้อวัสดุ หรือความเข้มข้นของแรง นั้นคือ แรงต่อพื้นที่หน้าตัด ซึ่งมีความสำคัญมาก โดยเขียนเป็นสมการได้คือ

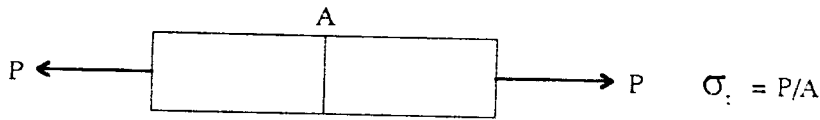
$$F = \sigma A = P$$

$$\sigma = P/A \text{ เรียกว่า stress ที่เกิดขึ้นในวัตถุ}$$

Stress แบ่งออกเป็น 3 ชนิดคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.1 Tensile Stress  $\sigma_t$  (ความเค้นดึง) เกิดขึ้นเมื่อวัตถุอยู่ภายใต้แรงดึง (Tension)



รูปที่ 2 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงดึง  
ข้อสังเกต พื้นที่หน้าตัด A ตั้งฉากกับแนวแรง P

1.2 Compressive Stress  $\sigma_c$  (ความเค้นอัด) เกิดขึ้นเมื่อวัตถุอยู่ภายใต้แรงอัด (Compression)



รูปที่ 3 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงอัด  
ข้อสังเกต พื้นที่หน้าตัด A ตั้งฉากกับแนวแรง P

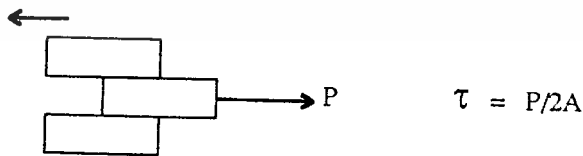
1.3 Shear Stress  $\tau$  (ความเค้นเฉือน) เกิดขึ้นเมื่อวัตถุอยู่ภายใต้แรงเฉือน (Shearing Force) แบ่งออกเป็น 2 ชนิด

1.3.1 Single Shear



รูปที่ 4 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงเฉือนแรงเดียว

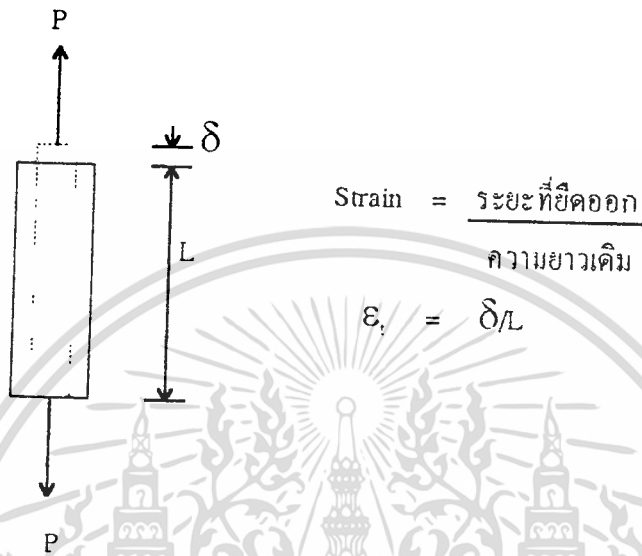
1.3.2 Double Shear



รูปที่ 5 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุเมื่อเกิดแรงเฉือนสองแรง  
ข้อสังเกต พื้นที่หน้าตัด A ขนานกับแนวแรง P

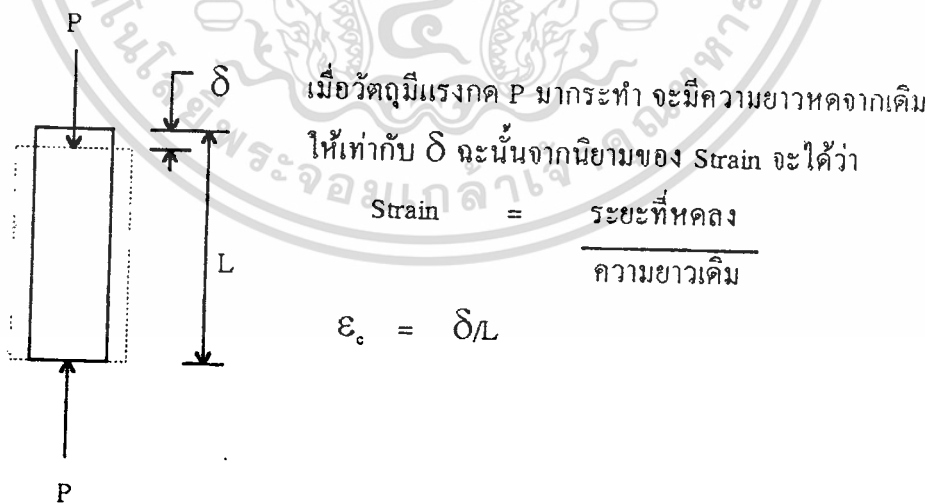
2 Strain  $\epsilon$  (ความเครียด) เป็นการวัดขนาดที่เปลี่ยนไปของวัตถุ ให้ค่าจำกัดความไว้ว่า คือ ขนาดที่เปลี่ยนไปต่อขนาดเดิม แบ่งเป็น 3 ชนิดคือ

2.1 Tensile Strain  $\epsilon_t$  เมื่อวัสดุมีแรงดึง  $P$  มากกระทำ จะมีความยาวยืดออกจากเดิมให้เท่ากับ  $\delta$  เพราะฉะนั้นจากคำจำกัดความของ Strain จะได้ว่า



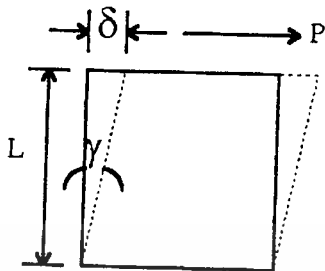
รูปที่ 6 แสดงระยะเปลี่ยนแปลงเมื่อวัสดุมีแรงดึง  $P$

2.2 Compressive Strain  $\epsilon_c$



รูปที่ 7 แสดงระยะที่เปลี่ยนแปลงเมื่อวัสดุมีแรงกด  $P$

หมายเหตุ  $\epsilon_t$  และ  $\epsilon_c$  ไม่มีหน่วย เพราะเป็นความยาวหารด้วยความยาว ทำให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 Shear Strain  $\gamma$ 

$$\text{Shear Strain} = \delta/L$$

$$= \tan \gamma$$

แต่มุมที่เบี่ยงเบนไป  $\gamma$  เล็กมาก ฉะนั้น  $\tan \gamma = \gamma$  (เรเดียน)

ดังนั้น Shear Strain คือมุมที่เบี่ยงเบนไปเป็นเรเดียน

รูปที่ 8 แสดงระยะที่เปลี่ยนแปลงเมื่อวัสดุมีแรงเฉือน P  
ความเค้นในคาน

การพิจารณาวัตถุที่มีแรงกระทำในลักษณะทำให้เกิดการคดในคาน เราจะพิจารณาถึงความเค้นคดในคาน (bending moment) เท่านั้น เพราะมีค่าสูงสุด และเป็นตัวที่จะนำไปใช้ในการออกแบบ

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น, รัศมีความโค้งของคาน และระยะจาก neutral axis ไปยังจุดที่ต้องการหาความเค้น

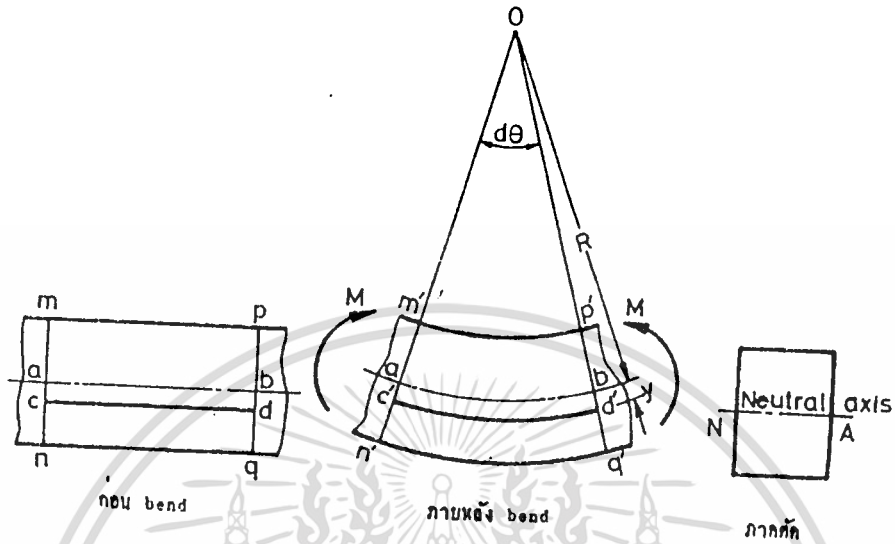


รูปที่ 9 แสดงคานที่อยู่ภายใต้โมเมนต์คด

พิจารณาคานที่อยู่ภายใต้ bending moment ที่มีค่าคงที่ เรียกว่าอยู่ภายใต้ pure bending ดังรูปที่ 9 บริเวณด้านล่างวัตถุจะยึดออก จะมีความเค้นดึงเกิดขึ้น ส่วนบริเวณด้านบน วัตถุจะหดเข้า จึงมีความเค้นอัดเกิดขึ้น

พิจารณาคานอันหนึ่ง คัดภาคตัด m-n และ p-q ก่อน bend จะขนานกัน ใส่ bending moment M ที่คาน ผิวบนจะอยู่ภายใต้ compression ดังนั้น m'-p' จะหดเข้า ส่วนผิวล่างจะอยู่ภายใต้ tension n'-q' จะขยายออกเช่นในรูปที่ 10 จะมีผิวที่ระดับหนึ่ง เช่นที่ระดับ a-b มีความยาวเท่าเดิมคือ ไม่หดหรือยึดเลย ความเค้นที่ผิวนี้เท่ากับศูนย์ เรียกว่า neutral surface เส้นที่ neutral surface ตัดกับพื้นที่หน้าตัด เรียกว่า neutral axis

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 10 แสดงคานภายใต้ bending moment

จากข้อสมมุติที่ว่า ภาคตัดที่เป็นระนาบก่อนคานงอ ยังเป็นระนาบหลังคานโค่นคด ดังนั้น ข้างบน  $m'-n'$  และ  $p'-q'$  ซึ่งก่อน bend เป็นระนาบ (คือแผ่นแบนตรง) หลัง bend แล้ว ก็ยังคงเป็นระนาบตรง ดังนั้น  $m'-n'$  และ  $p'-q'$  จะตัดกันที่จุดๆหนึ่ง ให้ตัดกันที่ o

ให้ R เป็นรัศมีความโค้งของ neutral surface

พิจารณา  $c'-d'$  ที่ระยะ y จาก neutral surface ต้องการหา stress ที่ระดับนี้ วิธีการหา ก็คือ หา strain ก่อน เพราะการเปลี่ยนแปลงขนาดหาได้ง่าย แล้วจึงเปลี่ยน strain ให้เป็น stress

ก่อน bend ความยาวที่ระดับนี้คือ  $cd = ab = Rd\theta$

หลัง bend ความยาวที่ระดับนี้คือ  $c'd' = (R+y)d\theta$

ความยาวที่ยืดออก

$$= (R+y)d\theta - Rd\theta = yd\theta$$

ความเครียด strain

$$= \frac{\text{ความยาวที่ยืดออก}}{\text{ความยาวเดิม}}$$

$$= \frac{yd\theta}{Rd\theta}$$

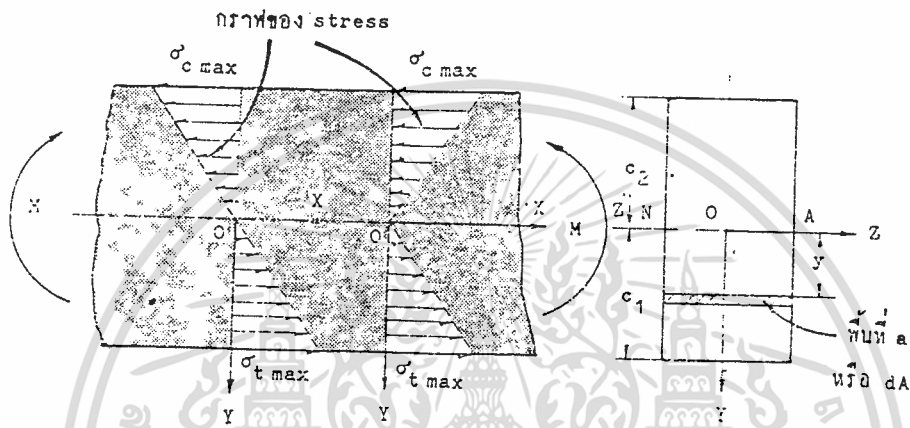
$$= y/R$$

จากกฎของฮุกจะให้ความสัมพันธ์คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ stress  $\sigma = E\epsilon$  ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{หรือ } \sigma/y = E/R$$

ค่า E และ R คงที่ ดังนั้น stress  $\sigma$  เป็นปฏิภาคโดยตรงกับระยะ y  
ถ้าเขียนกราฟระหว่าง  $\sigma$  และ y จะได้กราฟเส้นตรง เช่นในรูปที่ 11



รูปที่ 11 แสดงกราฟระหว่าง  $\sigma$  และ y

บริเวณด้านบนจะอยู่ภายใต้ compressive stress  $\sigma_c$  ซึ่งเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ อย่างสม่ำเสมอ ค่าสูงสุดอยู่ที่ผิวล่างตรง neutral surface และ neutral axis จะมีค่า stress = 0

จากความสัมพันธ์ที่ได้กล่าวมาจะพบว่าเราสามารถหาค่า stress ที่จุดต่างๆภายในคาน ได้โดย

$$\sigma = Mc/I$$

เมื่อ  $\sigma$  = stress ในทิศความยาว

M = bending moment ที่กระทำกับคาน

c = ระยะจาก neutral axis ถึงจุดที่ต้องการหาค่าความเค้น

I = second moment of area รอบ neutral axis

การหาค่า stress ในคานโดยใช้สูตรต่างๆที่ผ่านมานั้นใช้ได้กับรูปทรงที่มีลักษณะที่ไม่ซับซ้อน เนื่องจากถ้าเป็นการหาผลคำตอบในรูปทรงที่ซับซ้อนจะไม่สามารถหาค่าคำตอบได้ ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องหาวิธีใหม่ในการหาผลเฉลย ซึ่งวิธีที่ได้ผลที่มีความเที่ยงตรงนั้น เราจะใช้วิธีการที่เรียกว่า วิธีการ ไฟไนต์เอลิเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

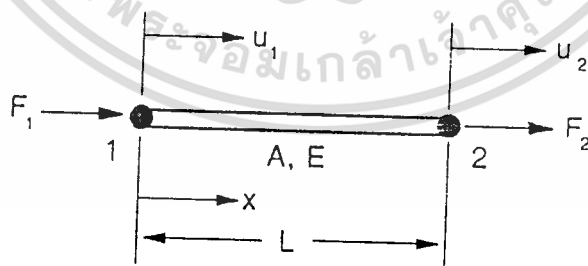
## วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

ในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ปัญหานั้นจะประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาให้ของปัญหาคงกล่าวจะประกอบด้วยค่าของตัวแปรต่างๆกันตามตำแหน่งต่างๆบนรูปร่างลักษณะของปัญหานั้น หรือกล่าวได้ว่า ค่าผลเฉลยแม่นยำ (exact solution) จะประกอบด้วยค่าต่างๆทั้งหมดนับเป็นจำนวนค่าอนันต์ แทนที่จะทำการหาค่าแม่นยำที่ประกอบด้วยค่าต่างๆจำนวนมากมายเช่นนี้ ซึ่งปัญหาในทางปฏิบัติจะทำไมได้ หลักการก็คือทำการเปลี่ยนค่าทั้งหมดที่มีจำนวนค่าอนันต์นั้นมาเป็นค่าโดยประมาณที่นับจำนวนได้ (finite) ด้วยการแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาด้วยเอลิเมนต์ (elements) ซึ่งมีขนาดต่างๆกัน

หลักการของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มจากการแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่จะทำการคำนวณออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ เหล่านี้อาจจะมีลักษณะและขนาดที่แตกต่างกันไป และจากแต่ละเอลิเมนต์ย่อยนี้เองเราจำเป็นต้องสร้างสมการขึ้นมาสำหรับเอลิเมนต์นั้น เมื่อได้สมการของแต่ละเอลิเมนต์แล้วจึงนำสมการของทุกเอลิเมนต์มาประกอบรวมกันให้เกิดระบบสมการใหญ่ จากนั้นจึงทำการกำหนดกฎเกณฑ์ขอบเขต แล้วจึงแก้ระบบสมการใหญ่นั้นออกมาเพื่อผลลัพธ์ที่ต้องการ

จะเห็นได้ว่าหัวใจที่สำคัญของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์นี้คือ การสร้างสมการของเอลิเมนต์ขึ้นมาเพื่อให้สามารถจำลองแบบหรือปัญหาได้อย่างถูกต้อง การสร้างสมการของเอลิเมนต์สามารถทำได้หลายวิธีซึ่งแต่ละวิธีอาจมีข้อดีข้อเสียแตกต่างกันไป

การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากวิธีการโดยตรง



รูปที่ 12 แสดงลักษณะเอลิเมนต์แบบอย่างสำหรับโครงสร้าง

พิจารณารูปเอลิเมนต์ดังรูปที่ 12 พบว่าเอลิเมนต์นี้ประกอบด้วย 2 จุดต่อหมายเลข 1 และ 2 ที่ปลายทั้งสองข้าง เอลิเมนต์นี้ทำจากวัสดุที่มีโมดูลัสของความยืดหยุ่น (modulus of elasticity) เท่ากับ  $E$  มีพื้นที่หน้าตัด (cross-section area) เท่ากับ  $A$  และมีความยาวเท่ากับ  $L$  มีแรง  $F_1$  และ  $F_2$  กระทำในแนวแกน  $x$  ที่จุดต่อ 1 และ 2 ตามลำดับ แรงดังกล่าวเป็นแรงที่เกิดขึ้นในแนวแกนเอลิ-

เมมตันี้เมื่ออยู่ภายใต้สภาวะสมดุล และแรงคังกล่าวทำให้จุดต่อ 1 และ 2 เคลื่อนตัวไปในแนวแกน x ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $u_1$  และ  $u_2$  ตามลำดับ

จากสมการความสัมพันธ์ของความเค้น (stress) และความเครียด (strain) ที่เรียกกันว่ากฎของฮุก (Hooke's law) นั่นคือ

$$\sigma = E \epsilon \tag{1}$$

โดย  $\sigma$  แทนค่าความเค้นและ  $\epsilon$  แทนค่าความเครียด สมมุติว่าจากรูป 1 เราจับยึดที่จุดต่อ 1 และคังที่จุดต่อ 2 ด้วยแรง  $F_2$  สมการ (1) จะเขียนได้รูปแบบคังนี้

$$\frac{F_2}{A} = \frac{E(u_2 - u_1)}{L}$$

$$F_2 = \frac{AE(u_2 - u_1)}{L}$$

$$\frac{AE(u_2 - u_1)}{L} = F_2 \tag{2}$$

ภายใต้สภาวะสมดุล

$$\sum F_x = 0$$

$$F_1 + F_2 = 0$$

$$F_1 = -F_2$$

$$F_1 = \frac{AE(u_2 - u_1)}{L} \tag{3}$$

นำสมการ (2) และ (3) มาเขียนใหม่ได้คังนี้

$$\frac{AE(u_1 - u_2)}{L} = F_1$$

$$-\frac{AE(u_1 - u_2)}{L} = F_2$$

สามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} \\ -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีเมล: [office@kmitp.ac.th](mailto:office@kmitp.ac.th) หรือ โทร: 0-2911-1400 ถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

ถ้าแทน  $AE = K$  แล้วจัดรูปใหม่ จะได้

$$K \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

หรือเขียนย่อได้เป็น

$$[K] \{u\} = \{F\}$$

โดย  $[K]$  เรียกว่า เอลิเมนต์เมตริกซ์ของความแข็งเกร็ง (element stiffness matrix)

$\{u\}$  เรียกว่า เมตริกซ์ของการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ (vector of nodal displacements)

$\{F\}$  เรียกว่า เมตริกซ์ของแรงกระทำที่จุดต่อ (vector of nodal forces)

รูปแบบของสมการของเอลิเมนต์ดังกล่าวแสดงโดยสมการ (4) สามารถนำไปใช้กับสปริง ดังแสดงในรูปที่ 13 ได้โดยตรง

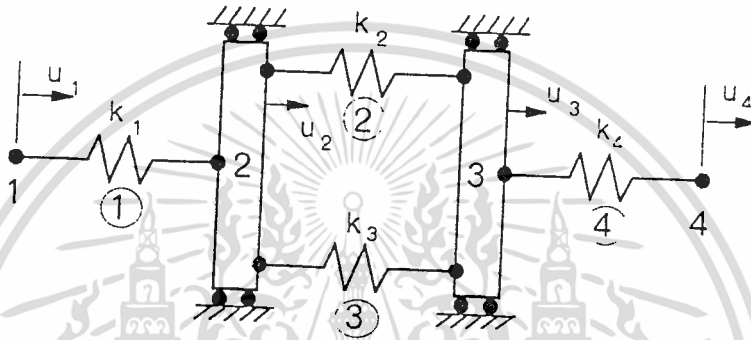


รูปที่ 13 แสดงสปริงเอลิเมนต์

โดย  $k$  คือ ค่าความแข็งเกร็งของสปริง (spring stiffness) โดยมีหน่วยเป็นแรงต่อระยะทางที่เปลี่ยนแปลงไป เช่น นิวตันต่อเซนติเมตร เป็นต้น สมการของสปริงเอลิเมนต์ ดังแสดงในรูปที่ 13 คือ

$$\text{เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า} \\ \text{ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ต้นแบบนี้} \quad K \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

หลังจากที่สามารถสร้างสมการของแต่ละเอลิเมนต์ขึ้นมาแล้ว ดังเช่นสมการแบบอย่างของสปริงคั้งแสดงในสมการ (5) เราจำเป็นต้องนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์นี้มาประกอบรวมกันเข้า ก่อให้เกิดระบบสมการใหญ่ ซึ่งก็เปรียบเสมือนกับว่าเรานำเอาสปริงเอลิเมนต์มาประกอบรวมกันเข้า กล่าวคือเราจะทำการสร้างระบบสมการใหญ่จากระบบสปริงคั้งแสดงในรูปที่ 14



รูปที่ 14 ตัวอย่างของระบบสปริงในหนึ่งมิติ

รูปที่ 14 แสดงถึงระบบของสปริงที่มีการเคลื่อนย้ายได้เพียงในหนึ่งมิติโดยประกอบด้วยสปริงเอลิเมนต์ทั้งหมด 4 เอลิเมนต์ ซึ่งมีค่าความแข็งเกร็งของสปริงเท่ากับ  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  และ  $k_4$  ตามลำดับมีการเคลื่อนตัวที่จุดต่อทั้ง 4 จุด คือ  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  และ  $u_4$  ดังแสดงในรูป ซึ่งหมายถึงว่าระบบสมการใหญ่ที่ขยสุดจะอยู่ในรูปลักษณะของสมการดังต่อไปนี้

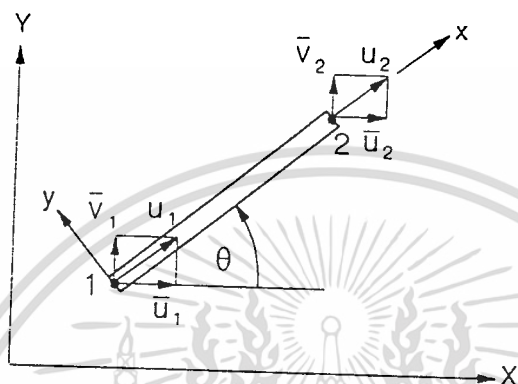
$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11} & \bar{k}_{12} & \bar{k}_{13} & \bar{k}_{14} \\ \bar{k}_{21} & \bar{k}_{22} & \bar{k}_{23} & \bar{k}_{24} \\ \bar{k}_{31} & \bar{k}_{32} & \bar{k}_{33} & \bar{k}_{34} \\ \bar{k}_{41} & \bar{k}_{42} & \bar{k}_{43} & \bar{k}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \bar{f}_3 \\ \bar{f}_4 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

หรือเขียนย่อๆได้ว่า

$$[K]_{sys} \{u\}_{sys} = \{F\}_{sys} \quad (7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ (7) โยชน์ด้านการค้า โดยดัชนีล่าง(subscript) sys แทน system หมายถึงระบบสมการใหญ่ ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ไปยังสื่อ และต้องแจ้งเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับปัญหาโครงสร้าง 2 มิติ นั้น ถ้าต้องการคำนวณค่าที่จุดต่อของเอลิเมนต์ที่ทำมุม  $\theta$  กับแกน  $x$  และพิจารณาในทิศทาง  $X-Y$  ดังรูปที่ 15



รูปที่ 15 แสดงค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อในระบบแกนรวมใหญ่และแกนย่อย

จากรูปด้านบนจะพบว่าเมื่อเอลิเมนต์มีการเคลื่อนตัวทั้งในแกน  $X$  และแกน  $Y$  โดย  $u_1$  และ  $v_1$  เป็นค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ 1 และ 2 ในแนวของเอลิเมนต์ซึ่งอยู่ในทิศแกนย่อย  $x$  และ  $y$  และ  $u_2$  ,  $v_2$  เป็นค่าการเคลื่อนตัวที่จุดต่อ 1 และ 2 เช่นกันแต่อยู่ในทิศทางของระบบแกนรวมใหญ่  $X-Y$  จากรูป 4 จะเห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อของระบบแกนย่อยและแกนรวมใหญ่ คือ

$$u_1 = u_1 \cos \theta + v_1 \sin \theta$$

และ 
$$u_2 = u_2 \cos \theta + v_2 \sin \theta$$

ทั้งสองสมการนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
เขียนในรูปย่อๆได้ คือ ห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\{u\} = [R] \{\bar{u}\} \quad (9)$$

โดย  $\{u\}$  และ  $\{\bar{u}\}$  คือเวกเตอร์เมตริกซ์ที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อในแนวแกนของเอลิเมนต์และในแนวแกนรวมใหญ่ X-Y ตามลำดับ และ  $[R]$  คือเมตริกซ์ของการแปลงค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อระหว่างแนวแกนย่อยและระบบแกนรวมใหญ่



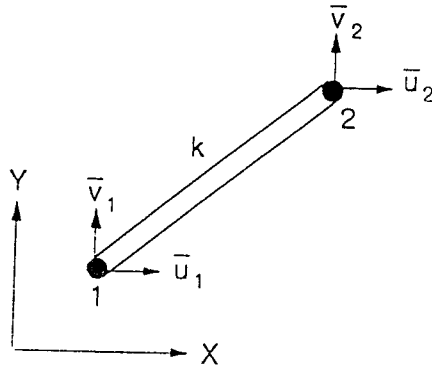
รูปที่ 16 แสดงเอลิเมนต์ในแนวแกนย่อย x

หากเอลิเมนต์วางตัวอยู่ในแนวแกนย่อย x และค่าเคลื่อนตัวที่จุดปลายทั้งสองของเอลิเมนต์ คือ  $u_1$  และ  $u_2$  ดังแสดงในรูปที่ 16 สมการของเอลิเมนต์จะมีเพียงแค่ 2 สมการเช่นเดียวกับสมการ (5) โดยทางซ้ายมือของสมการจะอยู่ในรูป

$$[K] \{u\} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

ถ้าหากเอลิเมนต์ดังกล่าวอยู่ในระบบแกนรวมใหญ่ X-Y โดยที่ปลายจุดต่อมีค่าเคลื่อนตัวที่ไม่ทราบค่าอยู่ทั้งหมด 4 ค่า คือ  $\bar{u}_1, \bar{v}_1, \bar{u}_2, \bar{v}_2$  ดังแสดงในรูปที่ 17 ดังนั้นสมการของเอลิเมนต์ทั้งหมดจะมี 4 สมการ โดยทางซ้ายมือของสมการจะอยู่ในรูปที่ 17

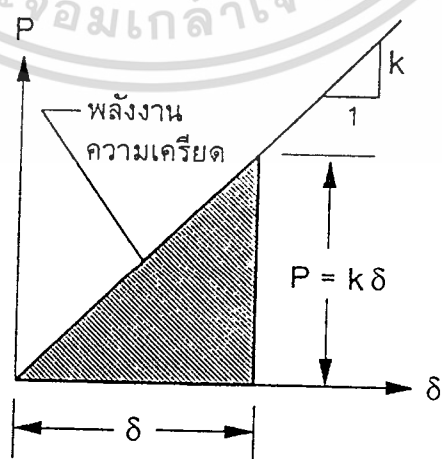
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 17 แสดงเอลิเมนต์ในระบบแกนรวมใหญ่

$$[K]\{u\} = \begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{bmatrix}_{4 \times 4} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ในที่นี้  $[K]$  คือ เมตริกซ์ของความแข็งแรงในระบบแกนรวมใหญ่ ซึ่งสามารถหาได้จากเมตริกซ์ของความแข็งแรงในแนวแกนย่อย  $x$  ได้หลายวิธี เช่น วิธีการอนุรักษ์พลังงานความเครียด (Conservation of strain energy) ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายในการทำความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ในการหาสมการของเอลิเมนต์ใน 3 มิติได้โดยตรง วิธีการนี้เริ่มจากค่านิยามของพลังงานความเครียด (strain energy) ที่ว่าหากเราออกแรงดึง  $P$  ลงบนสปริงที่มีค่าความแข็งแรงเท่ากับ  $k$  แล้วสปริงยืดตัวออกเท่ากับ  $\delta$  ค่าพลังงานความเครียดคือ พื้นที่สามเหลี่ยมใต้กราฟ  $P - \delta$  ดังแสดงในรูปที่ 18 นั่นคือ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้เผยแพร่เอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 18 แสดงพลังงานความเครียดในสปริง

$$U = 1/2 k \delta^2$$

โดย U แทนค่าพลังงานความเครียดเนื่องจากการยืดตัว  $\delta = u_1 - u_2$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} U &= 1/2 k(u_1 - u_2)^2 \\ &= 1/2 k(u_1^2 - 2u_1u_2 + u_2^2) \end{aligned}$$

$$= 1/2 [u_1 \quad u_2] \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

$$U = 1/2 \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

นั่นคือ พลังงานความเครียดในสปริงคือ

$$U = 1/2 \{u\}^T [K] \{u\} \quad (11)$$

แต่จากสมการ (9) ความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ของค่าเคลื่อนตัวในแนวแกนย่อย  $\{u\}$  และค่าเคลื่อนตัวในระบบแกนรวมใหญ่  $\{\bar{u}\}$  คือ

$$\{u\} = [R] \{\bar{u}\}$$

โดย  $[R]$  แทนเมตริกซ์การแปลงค่า หากเราแทนสมการ (9) ลงในสมการ (11) จะได้

$$U = 1/2 ([R] \{\bar{u}\})^T [K] ([R] \{\bar{u}\})$$

$$U = 1/2 \{\bar{u}\}^T [R]^T [K] [R] \{\bar{u}\}$$

$$U = 1/2 \{\bar{u}\}^T [\bar{K}] \{\bar{u}\} \quad (12)$$

เนื่องจากพลังงานความเครียด สมการ (11) และ (12) ไม่เปลี่ยนแปลงไม่ว่าสปริงจะอยู่ในระบบแกนใด ดังนั้น เมตริกซ์ความแข็งเกร็งที่มีขนาด  $(4 \times 4)$  ในระบบแกนรวมใหญ่ X-Y คือ

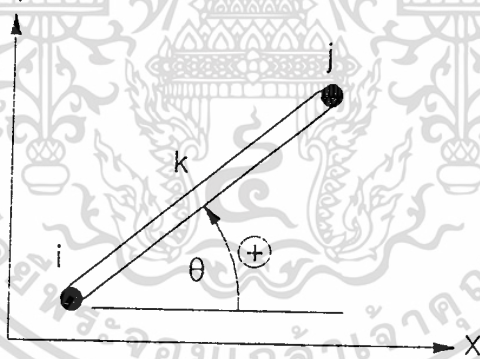
$$[\bar{K}] = [R]^T [K] [R]$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta \\ 0 & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[\bar{K}] = k \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta & -\cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ & \sin^2\theta & -\sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \\ & & \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \text{Sym} & & & \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

เราสามารถสรุปได้ว่า หากเรารู้ค่าเมทริกซ์ความแข็งเกร็งของเอลิเมนต์ในระบบแกนย่อย  $x$  กล่าวคือเราสามารถหาเมทริกซ์ความแข็งเกร็งของเอลิเมนต์  $[\bar{K}]$  ในระบบแกนรวมใหญ่  $X - Y$  ได้ ดังแสดงในสมการ (13) ค่าสัมประสิทธิ์ในเมทริกซ์  $[\bar{K}]$  นี้ขึ้นอยู่กับ การวางตัวของเอลิเมนต์โดยการวัดด้วยมุม  $\theta$  จากแนวแกน  $x$  ในระบบแกนรวมใหญ่  $X - Y$  โดยมีค่าเป็นบวกในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังแสดงในรูปที่ 19



รูปที่ 19 แสดงการวางตัวของเอลิเมนต์โดยมุม วัดจากแนวแกน  $x$  โดยมีค่าเป็นบวกในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

### การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยวิธีการแปรผัน

วิธีการแปรผัน (Variational Method) เป็นการสร้างฟังก์ชัน ซึ่งเมื่อเราทำการหาค่าต่ำสุด (minimization) ของฟังก์ชันนั้นแล้ว จะเป็นผลให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขที่สอดคล้องกับปัญหานั้น การที่ส่งวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณี เช่น ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$d^2 u / (dx)^2 = -f(x)$$

โดยที่  $u = u(x)$  และเงื่อนไขที่เหมาะสมนั้นจะมีความสมมูล ( equivalence ) เช่นเดียวกับปัญหา หากเราทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

$$J(u) = \int [1/2(du/dx)^2 - f(x)u(x)] dx \quad (14)$$

โดยฟังก์ชัน  $J$  ดังเช่นแสดงในสมการ (14) มีความหมายทางกายภาพ กล่าวคือ เป็นค่าพลังงานศักย์รวม (total potential energy) ค่าพลังงานศักย์รวมสำหรับวัตถุที่ยืดหยุ่นได้ (elastic body) ประกอบด้วย พลังงานอันเกิดจากความเครียดที่เกิดขึ้นในเนื้อวัตถุนั้น (internal strain energy) หลังจากการยืดหยุ่น และ พลังงานศักย์อันเกิดจากแรงภายนอกที่มากระทำ (potential energy due to external forces) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$J = U + V \quad (15)$$

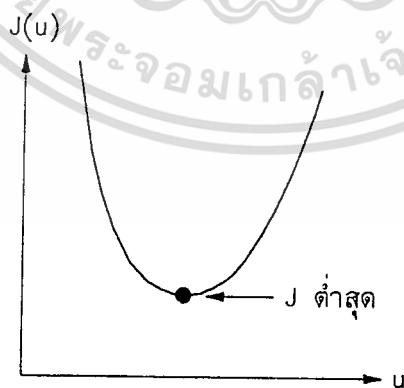
โดย  $J$  = พลังงานศักย์รวม

$U$  = พลังงานความเครียดภายในวัตถุ

$V$  = พลังงานศักย์จากแรงภายนอก

ค่าพลังงานศักย์จากแรงภายนอก ( $V$ ) ดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับค่าลบของงาน ( $W$ ) ซึ่งสามารถคำนวณหาได้โดยง่าย ดังตัวอย่างเช่น หากเราออกแรง  $P$  ดึงสปริงให้ยืดขึ้นเท่ากับ  $u$  จะก่อให้เกิดงาน  $W = Pu$  ดังนั้น  $V = -W = -Pu$

ในขณะที่วัตถุอยู่ในสภาวะที่สมดุล (equilibrium Condition) ค่าพลังงานศักย์รวม  $J$  จะมีค่าที่ต่ำที่สุด ดังแสดงในรูปที่ 20 จากหลักการของค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวม (principle of total minimim potential energy) ตามวิธีการแปรผัน จะมีเงื่อนไขว่า



รูปที่ 20 แสดงการแปรผันของพลังงานศักย์รวมกับการเคลื่อนตัว

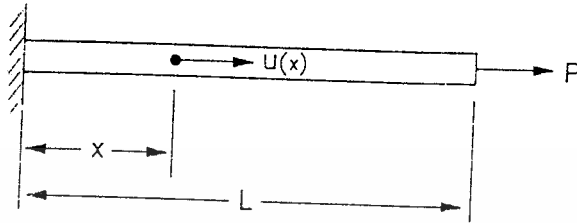
$$\delta J(u) = 0$$

โดยสัญลักษณ์  $\delta$  แทนการแปรผัน (variation) ของพลังงานศักย์รวม  $J$  ซึ่งจะได้ผลว่าโดยนัยด้านการคำนวณเป็นอัตราส่วนที่แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย เมื่ออยู่ในสภาวะที่สมดุลจะได้ว่า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแบบ  $\frac{\partial J(u)}{\partial u} = 0$  หากอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้ง (16)

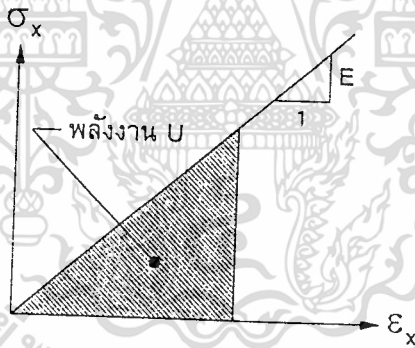
เพื่อแสดงให้เห็นว่าหากเราทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันดังกล่าวแล้ว เราจะได้สมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกันรวมทั้งเงื่อนไขของเขตที่เหมาะสม เช่น ถ้าเรามีปัญหาที่ต้องการแก้ดังแสดงในรูปที่

21



รูปที่ 21 แสดงเหล็กท่อนถูกดึงด้วยแรง P

โดยใช้หลักวิธีการหาค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวม จากสมการ (12) พลังงานศักย์รวม (J) ประกอบด้วยพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ (U) บวกกับพลังงานศักย์จากแรงภายนอก (V) พลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ นั้นได้จากพื้นที่ใต้เส้นที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด ดังแสดงในรูปที่ 22



รูปที่ 22 แสดงพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ และสามารถเขียนได้ดังนี้

$$U = \int_{\text{volume}} (1/2 \sigma_x \epsilon_x) d(\text{volume}) \quad (17)$$

โดย  $\sigma_x$  และ  $\epsilon_x$  แทนความเค้นและความเครียดในแนวแกนของเหล็กท่อนตามลำดับ จากกฎของฮุก (Hooke's law) เราได้ว่า  $\sigma_x = E \epsilon_x$  โดย E คือค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น และ  $d(\text{volume}) = A dx$  โดย A คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กท่อน ดังนั้นสมการ (17) จึงกลายเป็น

$$U = \int_0^L 1/2 (E \epsilon_x) \epsilon_x (A dx)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่าวิธีใด ๆ ทั้งสิ้น เว้นแต่จะขออนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
หากเราแทนความสัมพันธ์ของความเค้นกับค่าเคลื่อนตัว  $\epsilon_x = du/dx$  เราจะได้



$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EA (du/dx)^2 dx$$

ส่วนพลังงานศักย์ (V) ที่เกิดขึ้นจากแรงภายนอก คือ

$$V = -W = -P u(L)$$

โดย  $u(L)$  คือ ค่าเคลื่อนตัวที่จุดปลาย  $x = L$

ดังนั้น ค่าพลังงานศักย์รวม คือ

$$J = \frac{1}{2} \int_0^L EA (du/dx)^2 dx - P u(L) \quad (18)$$

จากนั้น เราสามารถใช้หลักการค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวม นั่นคือ

$$\delta J(u) = 0$$

สมการ (18) จะกลายมาเป็น

$$J = \frac{1}{2} \int_0^L EA 2(du/dx) \delta(du/dx) dx - P \delta u(L) = 0 \quad (19)$$

และเนื่องจาก  $\delta(du/dx) = d/dx (\delta u)$  ดังนั้นสมการ (19) จึงกลายเป็น

$$\int_0^L EA (du/dx) (d(\delta u)/dx) dx - P \delta u(L) = 0 \quad (20)$$

หากเราทำการอินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) ต่อพจน์แรกในสมการ (20) เราจะได้

$$EA (du/dx) \delta u \Big|_0^L - \int_0^L d/dx (EA du/dx) \delta u dx - P \delta u(L) = 0$$

หลังจากทำการจัดพจน์บางพจน์ เราจะได้

$$(EA du/dx(L) - P) \delta u(L) - EA du/dx(0) \delta u(0) - \int_0^L d/dx (EA du/dx) \delta u dx = 0 \quad (21)$$

และเนื่องจากค่าแปรผันทุกค่าในสมการ (21) เป็นค่าใดๆ ก็ได้ (arbitrary) ดังนั้นสัมประสิทธิ์ของค่าแปรผันของแต่ละพจน์จึงต้องเท่ากับศูนย์ หากเราพิจารณาพจน์สุดท้ายของสมการ (21) ซึ่งเท่ากับศูนย์และเนื่องจาก  $\delta u$  ไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$d/dx (EA du/dx) = 0$$

ซึ่งผลที่ได้ก็คือ สมการเชิงอนุพันธ์ของเหล็กท่อนนี้เอง หากเราพิจารณาพจน์กลางของสมการ (21)

ซึ่งเท่ากับศูนย์ เราจะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้เผยแพร่และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกประการ (22 a) การนำไปใช้

หรือ  $\delta u(0) = 0$   
 นั่นคือ  $u(0) = \text{constant}$  (22 b)

ในทำนองเดียวกัน เมื่อพจน์แรกของสมการ (21) เท่ากับศูนย์ เราจะได้

$$EA \frac{du}{dx}(L) = P \quad (23 a)$$

หรือ  $\delta u(L) = 0$   
 นั่นคือ  $u(L) = \text{constant}$  (23 b)

สมการ (22) และ (23) แสดงถึงเงื่อนไขขอบเขตที่เป็นไปได้สำหรับปัญหาหลักก่อนนี้

สรุปได้ว่า หากเราสามารถหาฟังก์ชัน  $J$  ที่สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการแก่นั้นได้ และทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นแล้ว ผลลัพธ์ที่ได้จะเหมือนกับเราทำการแก้สมการเชิงอนุพันธ์พร้อมไปกับเงื่อนไขที่เหมาะสมของปัญหานั้น และหมายถึงรวมไปอีกว่าเราจะสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยสะดวกหากเราทราบฟังก์ชัน  $J$

ดังนั้น  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial N_1 \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2 \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial N_3 \phi_3}{\partial x}$

และ  $\frac{\partial (\partial \phi)}{\partial \phi_1} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial N_1}{\partial x}$

ทำนองเดียวกัน  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial N_1 \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial N_2 \phi_2}{\partial y} + \frac{\partial N_3 \phi_3}{\partial y}$

$$\frac{\partial (\partial \phi)}{\partial \phi_1} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial N_1}{\partial y}$$

และ  $\frac{\partial \phi}{\partial \phi_1} = N_1$

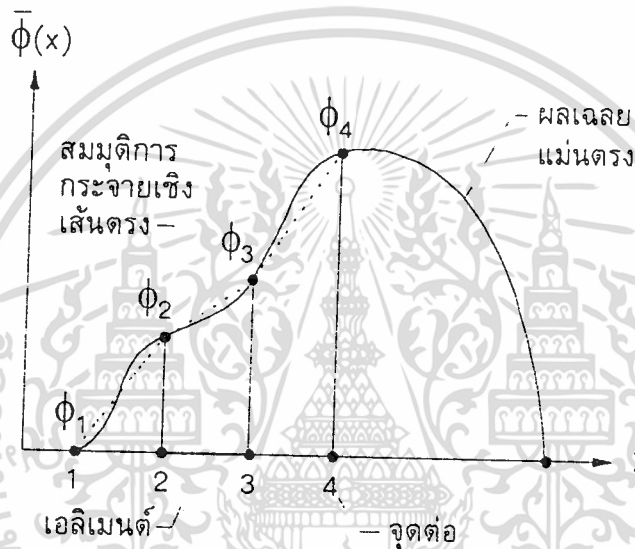
เมื่อแทนพจน์เหล่านี้ลงในสมการ (38) จะได้

$$\int_A \left[ \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \phi_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x} \phi_2 + \frac{\partial N_3}{\partial x} \phi_3 \right) \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial N_1}{\partial y} \phi_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y} \phi_2 + \frac{\partial N_3}{\partial y} \phi_3 \right) \left( \frac{\partial N_1}{\partial y} \right) - f N_1 \right] dx dy = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้วงมเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 จากนั้นจึงคุณกันออกมาและจัดเรียงพจน์ใหม่จะได้  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

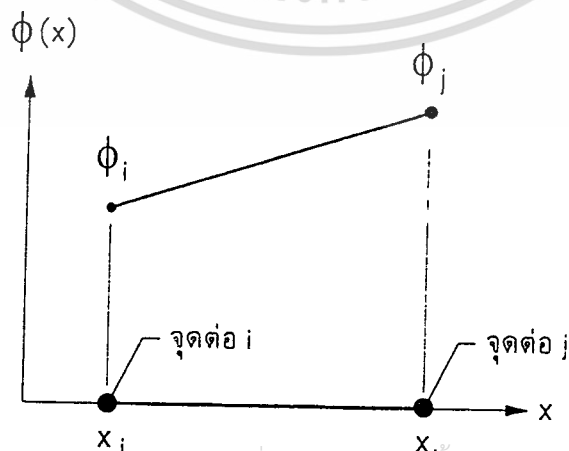
### การสร้างสมการไฟในเอลิเมนต์โดยวิธีการแปรผัน

เริ่มจากการสมมุติผลเฉลยโดยประมาณ  $\phi$  ขึ้นมาซึ่งครอบคลุมทั้งขอบเขตปัญหาที่กำหนดมา และจะแบ่งขอบเขตออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ ดังแสดงในรูปที่ 23 ซึ่งต่อกันที่จุดต่อต่างๆ โดยค่าที่จุดต่อ  $\phi_i, i = 1, 2, 3, \dots$  นั้นไม่รู้ค่าและต้องการหาการกระจายของผลเฉลยระหว่างจุดต่ออาจสมมุติให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายๆ เช่น ในลักษณะเชิงเส้นตรงดังแสดงในรูปที่ 23 เป็นต้น



รูปที่ 23 แสดงการแบ่งขอบเขตเป็นไฟไนต์เอลิเมนต์ย่อย ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์หนึ่งมิติ

หากพิจารณาเอลิเมนต์ใดเอลิเมนต์หนึ่งในรูปที่ 23 และนำมาพิจารณาดังแสดงในรูปที่ 24



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อี รูปที่ 24 แสดงลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์

โดยเราเริ่มจากการสมมุติว่าลักษณะการกระจายของผลเฉลยนั้นอยู่ในรูปเชิงเส้นตรง นั่นคือ

$$\phi(x) = \phi_i = A(x) + B \quad (24)$$

โดย A และ B คือค่าคงตัวซึ่งหาได้จากเงื่อนไขที่ว่า

$$\begin{aligned} \text{ที่ } x = x_i & \quad \phi(x_i) = \phi_i = A(x_i) + B \\ \text{ที่ } x = x_j & \quad \phi(x_j) = \phi_j = A(x_j) + B \end{aligned}$$

ซึ่งจะได้

$$A = \frac{\phi_j - \phi_i}{x_j - x_i} \quad \text{และ} \quad B = \frac{\phi_i x_j - \phi_j x_i}{x_j - x_i}$$

แทน A และ B กลับลงในสมการ (13) แล้วจัดพจน์ต่างๆจะได้

$$\phi(x) = \frac{(x_j - x)\phi_i}{(x_j - x_i)} + \frac{(x - x_i)\phi_j}{(x_j - x_i)} \quad (25)$$

ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\phi(x) = [N_i(x) \quad N_j(x)] \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_j \end{Bmatrix} = [N] \{\phi\} \quad (26)$$

โดย

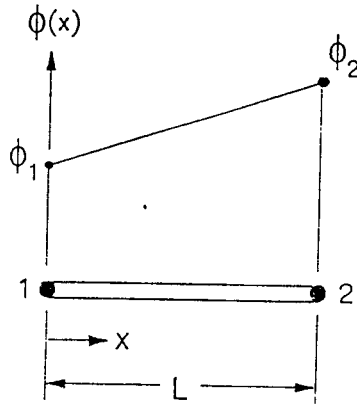
$$N_i(x) = \frac{x_j - x}{(x_j - x_i)} \quad (27 \text{ a})$$

$$N_j(x) = \frac{x - x_i}{(x_j - x_i)} \quad (27 \text{ b})$$

เรียกว่า ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (element interpolation functions)

ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ดังแสดงในสมการ (27) นี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้นหากเราเปลี่ยนจุดต่อ i และ j ไปเป็น 1 และ 2 ตามลำดับ โดยจุดต่อ 1 เริ่มที่  $x = 0$  และจุดต่อ 2 อยู่ที่  $x = L$  ดังแสดงในรูปที่ 25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 25 แสดงลักษณะการกระจายเชิงเส้นตรงบนเอลิเมนต์ ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ดังแสดงในสมการ (14) จะกลายมาเป็น

$$N_1(x) = 1 - x/L \quad (28 a)$$

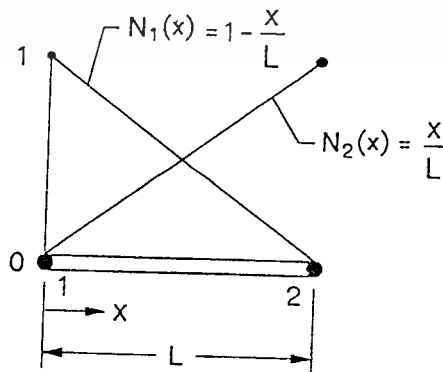
$$N_2(x) = x/L \quad (28 b)$$

และลักษณะการกระจายของผลเฉลยบนเอลิเมนต์คือ

$$\phi(x) = [N_1(x) \quad N_2(x)] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix}$$

$$\phi(x) = [1 - x/L \quad x/L] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = [N] \{\phi\} \quad (29)$$

หากเราพิจารณาฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ในสมการ (28 a - b) เราจะพบว่าฟังก์ชันทั้งสองมีลักษณะการกระจายในเชิงเส้นตรงดังแสดงในรูปที่ 26 และพบว่า  $N_1$  มีค่าเท่ากับศูนย์ที่จุดต่อ 1 และที่ค่าเท่ากับหนึ่งที่จุดต่อ 2 ในทำนองเดียวกัน  $N_2$  มีค่าเท่ากับหนึ่งที่จุดต่อ 2 และมีค่าเท่ากับศูนย์ที่จุดต่อ 1 ซึ่งเราสามารถสรุปเป็นคุณสมบัติของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ได้ว่า



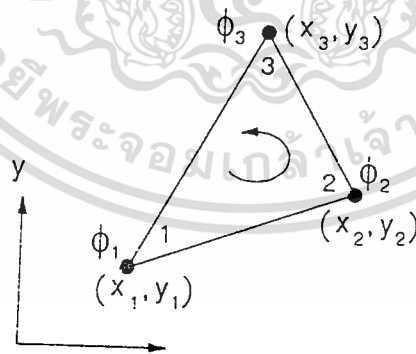
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
รูปที่ 26 แสดงการกระจายของฟังก์ชันภายใน  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} N_i &= 1 \text{ ที่จุดต่อ } i \\ &= 0 \text{ ที่จุดต่ออื่นๆ} \end{aligned} \quad (30)$$

สมการ (30) เป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่ใช้ในการตรวจสอบฟังก์ชันการประมาณภายในของเอลิเมนต์ต่างๆที่ประดิษฐ์ขึ้นมา โดยเฉพาะเอลิเมนต์ใน 2 หรือ 3 มิติซึ่งฟังก์ชันการประมาณภายในจะค่อนข้างซับซ้อน ฟังก์ชันดังกล่าวจำเป็นต้องถูกตรวจสอบว่ามีคุณสมบัติดังเช่นแสดงในสมการ (30) ก่อนที่จะถูกนำไปใช้ในการสร้างสมการเอลิเมนต์ต่อไป

### ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สองมิติ

ปัญหาส่วนใหญ่ในสองมิติจะใช้เอลิเมนต์ที่ลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม (triangular element) ทั้งนี้ก็เพราะว่าลักษณะขอบเขตของปัญหาแบบสองมิติทั่วไปสามารถแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อยๆได้โดยง่าย อีกทั้งสมการเอลิเมนต์ของรูปสามเหลี่ยมสามารถสร้างขึ้นได้โดยง่าย เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบที่ง่ายที่สุดประกอบด้วย 3 จุดต่อ หมายเลข 1, 2, 3 ซึ่งวนในทิศทางเข็มนาฬิกา ดังแสดงในรูป 27 โดยที่จุดต่อซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  เป็นตำแหน่งของตัวไม่รู้ค่า  $\phi_i$  การสร้างฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามเหลี่ยมก็ทำได้เช่นเดียวกันกับของเอลิเมนต์ในหนึ่งมิติดังได้อธิบายมาแล้ว ซึ่งสำหรับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมเราจะเริ่มโดยสมมุติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณแบบแผ่นเรียบ (flat plane) บนเอลิเมนต์นั้น นั่นคือ



รูปที่ 27 แสดงเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

$$\phi(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (31)$$

โดย  $\alpha_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  เป็นค่าคงตัว ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขที่จุดต่อทั้งสาม ดังนี้

จุดต่อ 1: ที่  $(x_1, y_1)$  ให้  $\phi = \phi_1$  เพื่อหา  $\alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1$  ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณ  
จุดต่อ 2: ที่  $(x_2, y_2)$  ให้  $\phi = \phi_2$  เพื่อหา  $\alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2$  ให้นำไปใช้

จุดต่อ 3 :  $\phi(x_3, y_3) = \phi_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3$

จาก 3 สมการนี้ เราสามารถหาค่า  $\alpha_i, i = 1, 2, 3$  ให้อยู่ในรูปของค่าที่จุดต่อ  $\phi_i$  และตำแหน่งของจุดต่อ  $(x_i, y_i)$  ซึ่งหลังจากแทนกลับลงไปนสมการ (31) แล้วทำการจัดพจน์ต่างๆ เราจะได้ลักษณะของการกระจายของผลเฉลยสำหรับเอลิเมนต์ที่อยู่ในรูป

$$\phi(x, y) = [N_1(x, y) \quad N_2(x, y) \quad N_3(x, y)] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = [N] \{\phi\} \quad (32)$$

โดย  $[N]$  เรียกว่า เมตริกซ์ของการประมาณภายในเอลิเมนต์ (element interpolation matrix) และ  $\{\phi\}$  คือ เวกเตอร์ของตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (vector of nodal unknowns) และในที่นี้

$$N_i(x, y) = 1/2A(a_i + b_i x + c_i y) \quad i = 1, 2, 3 \quad (33)$$

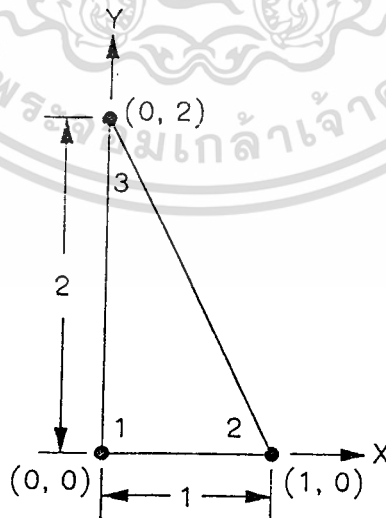
โดย

$A =$  พื้นที่ของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

$$A = 1/2[ x_2(y_3 - y_1) + x_1(y_2 - y_3) + x_3(y_1 - y_2) ] \quad (34)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 & b_1 &= y_2 - y_3 & c_1 &= x_3 - x_2 \\ a_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3 & b_2 &= y_3 - y_1 & c_2 &= x_1 - x_3 \\ a_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1 & b_3 &= y_1 - y_2 & c_3 &= x_2 - x_1 \end{aligned} \quad (35)$$

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในลักษณะของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ พิจารณาเอลิเมนต์ดังแสดงในรูป 28 ซึ่งมีขนาดและตำแหน่งของจุดต่อต่างๆ ดังนี้



รูปที่ 28 แสดงตัวอย่างเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ต่อผู้อื่น และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x_3 = 0 \quad y_3 = 2$$

จากสมการ (34) พื้นที่ของเอลิเมนต์คือ

$$A = 1/2[ 1(2 - 0) + 0(0 - 2) + 0(0 - 0) ]$$

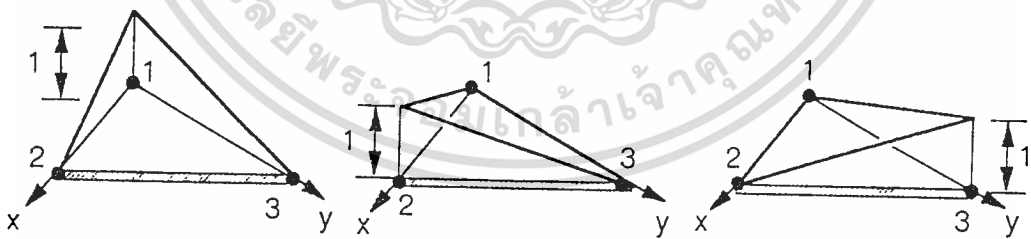
และจากสมการ (35) สัมประสิทธิ์  $a_i, b_i, c_i, i = 1, 2, 3$  คือ

$$\begin{aligned} a_1 &= (1)(2) - (0)(0) = 2 & b_1 &= 0 - 2 = -2 & c_1 &= 0 - 1 = -1 \\ a_2 &= (0)(0) - (0)(2) = 0 & b_2 &= 2 - 0 = 2 & c_2 &= 0 - 0 = 0 \\ a_3 &= (0)(0) - (1)(0) = 0 & b_3 &= 0 - 2 = -2 & c_3 &= 1 - 0 = 1 \end{aligned}$$

ดังนั้น ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์นี้คือ

$$\begin{aligned} N_1 &= 1/2(1) (2+(-2)x+(-1)y) = 1 - x - 1/2y \\ N_2 &= 1/2(1) (0+(2)x+(0)y) = x \\ N_3 &= 1/2(1) (0+(0)x+(1)y) = 1/2y \end{aligned}$$

ซึ่งต่างมีการกระจายในลักษณะแผ่นเรียบดังแสดงในรูปที่ 29



$N_1(x,y)$

$N_2(x,y)$

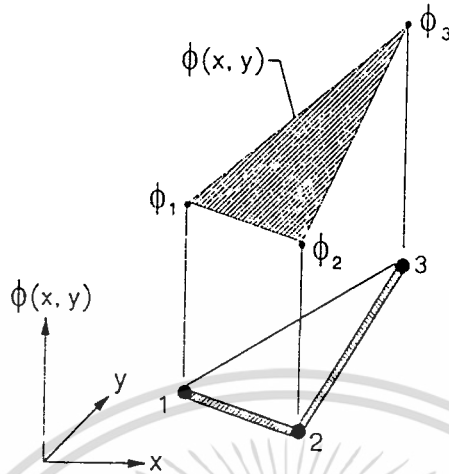
$N_3(x,y)$

รูปที่ 29 ลักษณะการกระจายฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

ฟังก์ชันการประมาณภายใน  $N_i$  เหล่านี้ เมื่อนำมาคูณกับค่าที่จุดต่อ  $\phi_i$  ดังแสดงในสมการ (32)

จะก่อให้เกิดลักษณะของการกระจายของผลเฉลยในโดยประมาณภายในเอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนเวลาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ยืมได้เห็นว่าเอกสารนี้มีความจำเป็น



รูปที่ 30 แสดงการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณภายในเอลิเมนต์

### การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสองมิติ

เพื่อแสดงลำดับขั้นตอนการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์แบบสองมิติโดยวิธีการแปรผัน เราจะยกตัวอย่างง่ายๆ เช่น ปัญหาที่เป็นไปตามสมการอนุพันธ์ย่อยเชิงเส้นซึ่งอยู่ในรูปของสมการปัวส์ซอง ดังนี้

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 X} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 Y} = -f(x, y) \quad (36)$$

สมการเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบนี้พบกันมากในงานออกแบบ ตัวอย่างเช่น การหาการกระจายของอุณหภูมิในสถานะอยู่ตัว (steady-state) บนแผ่นโลหะซึ่งได้รับความร้อนที่ผิว เป็นต้น หากแผ่นโลหะมีรูปร่างหรืออยู่ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่ซับซ้อนจะเป็นการยากที่จะหาผลเฉลยแม่นยำตรงได้ แต่ปัญหาเช่นนี้สามารถทำได้โดยง่ายหากเราใช้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สามารถสร้างได้โดยการหาค่าต่ำสุด (minimization) ของฟังก์ชันแปรผัน (variational function)  $J$  และฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกับสมการ (36) ก็คือ

$$J(\phi) = \int_A \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 - f\phi \right] dx dy \quad (37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากเราใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมซึ่งมี 3 จุดต่อ โดยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ คือ  $\phi_1$  ,  $\phi_2$  ,  $\phi_3$  ดังที่ได้แสดงในรูป 19 เราจะได้สมการเอลิเมนต์ทั้งหมด 3 สมการจากการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแปรผัน  $J$  ที่เกี่ยวข้องกับตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อทั้งสามนั้น

เราเริ่มทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแปรผัน  $J$  ที่เกี่ยวข้องกับ  $\phi_1$  จะได้

$$\frac{\partial J}{\partial \phi_1} = \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial \phi_1} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial \phi_1} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - f \frac{\partial \phi}{\partial \phi_1} \right] dx dy \quad (38)$$

เนื่องจาก  $\phi = N_1 \phi_1 + N_2 \phi_2 + N_3 \phi_3$

ดังนั้น  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial N_1 \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2 \phi_2}{\partial x} + \frac{\partial N_3 \phi_3}{\partial x}$

และ  $\frac{\partial}{\partial \phi_1} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = \frac{\partial N_1}{\partial x}$

ทำนองเดียวกัน  $\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial N_1 \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial N_2 \phi_2}{\partial y} + \frac{\partial N_3 \phi_3}{\partial y}$

$\frac{\partial}{\partial \phi_1} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = \frac{\partial N_1}{\partial y}$

และ  $\frac{\partial \phi}{\partial \phi_1} = N_1$

เมื่อแทนพจน์เหล่านี้ลงในสมการ (38) จะได้

$$\int_A \left[ \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \phi_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x} \phi_2 + \frac{\partial N_3}{\partial x} \phi_3 \right) \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial N_1}{\partial y} \phi_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y} \phi_2 + \frac{\partial N_3}{\partial y} \phi_3 \right) \left( \frac{\partial N_1}{\partial y} \right) - f N_1 \right] dx dy = 0$$

จากนั้นจึงคูณกันออกมาและจัดเรียงพจน์ใหม่จะได้

$$\int_A \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} \right) dx dy \phi_1 + \int_A \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \right) dx dy \phi_2 + \int_A \left( \frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_3}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_3}{\partial y} \right) dx dy \phi_3 = \int_A f N_1 dx dy \quad (39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเป็นสมการแรกที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของ  $J$  ที่เกี่ยวข้องกับ  $\phi_1$  ในทำนองเดียวกันเราจะได้สมการที่สองและสามหากเราทำการหาค่าต่ำสุดของ  $J$  ที่เกี่ยวข้องกับ  $\phi_2$  และ  $\phi_3$  ตามลำดับ ทั้ง 3 สมการที่ได้นี้คือสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปแบบของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (40)$$

หรือ  $[K]^{(e)} \{\phi\}^{(e)} = \{F\}^{(e)}$

โดย  $K_{ij} = \int_A \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy$  (41 a)

$$F_i = \int_A f N_i dx dy \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (41 b)$$

แต่จากสมการ (33) ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่เราได้สร้างมาแล้วคือ

$$N_i = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y)$$

ดังนั้น  $\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{b_i}{2A}$  และ  $\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{c_i}{2A}$

แทนกลับลงในสมการ (41 a) จะได้

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \int_A (b_i/(2A) b_j/(2A) + c_i/(2A) c_j/(2A)) dx dy \\ &= (b_i b_j + c_i c_j)/(4A^2) \int_A dx dy \\ K_{ij} &= (b_i b_j + c_i c_j)/4A \end{aligned} \quad (42 a)$$

ทำนองเดียวกัน หากค่า  $f$  ในสมการ (2.5 b) คงที่ เราจะได้

$$\begin{aligned} F_i &= f \int_A N_i dx dy \\ &= f \int_A \left( \frac{1}{2A} \right) (a_i + b_i x + c_i y) dx dy \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้  $F_i = f \left( \frac{A}{3} \right)$  เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ปร (42 b) ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเผยแพร่โดยไม่ขออนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
สมการ (42 b) นั้นสามารถอินทิเกรตได้ง่ายๆ โดยใช้สูตรที่ว่า

$$\int_A N_1^\alpha N_2^\beta N_3^\gamma dx dy = (\alpha! \beta! \gamma!) / (\alpha + \beta + \gamma + 2)! \times 2A$$

ดังตัวอย่างเช่น หาก  $\alpha = 1, \beta = \gamma = 0$  เราจะได้

$$\int_A N_1 dx dy = (1! 0! 0!) / (1+0+0+2)! \times 2A$$

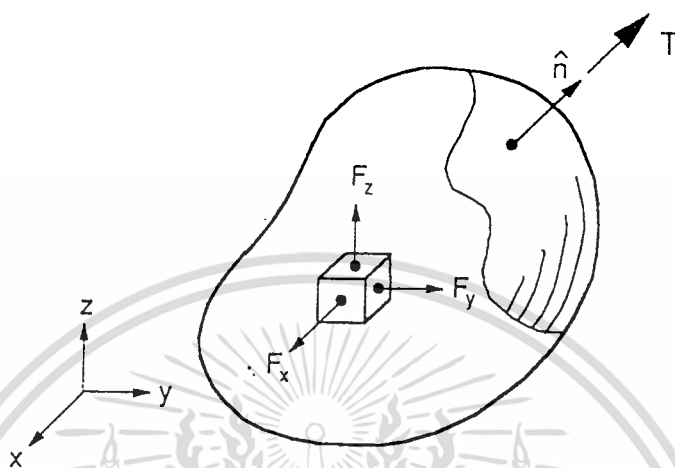
$$= \frac{2A}{3!}$$

$$= \frac{A}{3} \quad \text{เป็นต้น}$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### สมการพื้นฐานทั่วไปในสามมิติ



รูปที่ 31 แสดงความสมดุลของของแข็งในสามมิติ

จากรูป 31 วัตถุที่มีการยึดหยุ่นได้ในสามมิติและอยู่ได้สภาวะสมดุล สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยได้ คือ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$

โดย  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  แทนความเค้นในแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ และ  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  แทนความเค้นเฉือน  $F_x, F_y, F_z$  แทนแรงวัตถุ (body force) ในแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ ตลอดจนผิวรอบนอกของของแข็งดังแสดงในรูป 31 อาจประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตหลายๆชนิด เช่น การกำหนดค่าระยะเคลื่อนตัวบนผิวบางส่วนในขณะที่ผิวส่วนอื่นจะมีการกำหนดเงื่อนไขของความเค้นที่ผิว (surface traction) ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$\vec{T} = T_x \hat{i} + T_y \hat{j} + T_z \hat{k} \quad (44)$$

โดย  $T_x, T_y, T_z$  แทนความเค้นที่ผิวในทิศแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความเค้นย่อยต่างๆได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนการสอนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (45)$$

ซึ่ง  $n_x, n_y, n_z$  เป็นทิศทางโคไซน์ของเวกเตอร์

$$\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k} \quad (46)$$

ซึ่งเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิว ณ จุดที่กำลังพิจารณาอยู่

นอกจากเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวเหล่านั้นแล้ว ของแข็งในสามมิติในรูปที่ 31 อาจมีความเครียดขั้นต้น (prestrain) ที่เกิดขึ้นอยู่ก่อน ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดโดยทั่วไปคือ

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon - \epsilon_0\} \quad (47)$$

โดย

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{xz}] \quad (48)$$

$$\{\epsilon\}^T = [\epsilon_x \ \epsilon_y \ \epsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{xz}] \quad (49)$$

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (49)$$

และ  $\{\epsilon_0\}$  แทนเวกเตอร์ของความเครียดขั้นต้นซึ่งอาจเกิดมาจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจากอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่าง ๆ กัน  $T(x,y,z)$  นั้นมีค่าไม่เท่ากัน ในกรณีเช่นนี้เวกเตอร์นี้คือ

$$\{\epsilon_0\}^T = [\alpha \Delta T \ \alpha \Delta T \ \alpha \Delta T \ 0 \ 0 \ 0]$$

โดย  $\alpha$  แทนสัมประสิทธิ์การขยายตัว และ  $\Delta T$  แทนอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปจากอุณหภูมิ  $T_0$  ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่วัสดุนั้นไม่มีความเค้น ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการ T(x,y,z) - T<sub>0</sub> ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

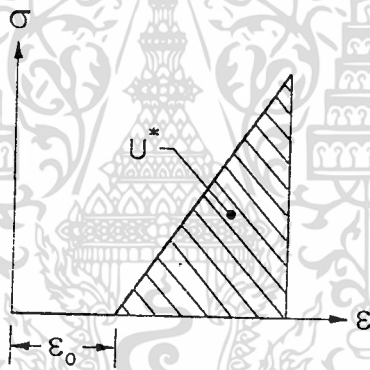
ความเครียดขั้นต้นอาจเกิดมาจากกรณีที่โครงสร้างนั้นมีความเครียดอยู่ก่อนแล้วและอยู่ในภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกมากระทำ

### ฟังก์ชันแปรผัน

ในการสร้างสมการไฟไนเอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งโดยทั่วไป เราสามารถทำได้โดยเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ดังแสดงในสมการ (42) และใช้วิธีการแปรผันโดยเราจำเป็นต้องหาฟังก์ชันที่เมื่อทำการหาค่าต่ำสุดแล้วจะก่อให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์ (42) ฟังก์ชันดังกล่าวคือพลังงานศักย์รวมดังเช่นในสมการ (15) นั่นคือ

$$J = U^* + V^* \quad (50)$$

โดย  $U^*$  คือพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดในวัตถุ ดังแสดงในรูปที่ 32



รูปที่ 32 พลังงานที่เกิดจากความเครียดในวัตถุ

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\epsilon - \epsilon_0] \{\sigma\} dV \quad (51)$$

แทน  $\{\sigma\}$  จากสมการ (46) ลงไปจะได้

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\epsilon - \epsilon_0] [C] [\epsilon - \epsilon_0] dV$$

ซึ่งหลังจากคูณขยายออกมาและจัดพจน์ต่างๆ จะได้

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\epsilon] [C] [\epsilon] dV - \int_V [\epsilon] [C] [\epsilon_0] dV + \frac{1}{2} \int_V [\epsilon_0] [C] [\epsilon_0] dV \quad (52)$$

ในสมการ (50)  $V^*$  คือพลังงานศักย์อันเกิดจากแรงวัตถุ (body force) ที่มีปริมาตร  $V$  และแรงที่ผิว (surface traction) บนพื้นผิวที่มีพื้นที่  $S$  ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปแบบดังนี้

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 V^* &= - \int_V (F_x u + F_y v + F_z w) dV - \int_S (T_x u + T_y v + T_z w) dS \\
 &= - \int_V [u \ v \ w] \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} dV - \int_S [u \ v \ w] \begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} dS \\
 &= - \int_V [\bar{\delta}] \{F\} dV - \int_S [\bar{\delta}] \{T\} dS \quad (53)
 \end{aligned}$$

โดย  $[\bar{\delta}]$  แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนที่ตัว  $u, v, w$  ในทิศทางแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ  $\{F\}$  แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงวัตถุในทิศทางแกน  $x, y, z$  จากนั้นแทนสมการ (52) และ (53) ลงในสมการ (50) จะได้พลังงานศักย์รวมในรูปแบบ ดังนี้

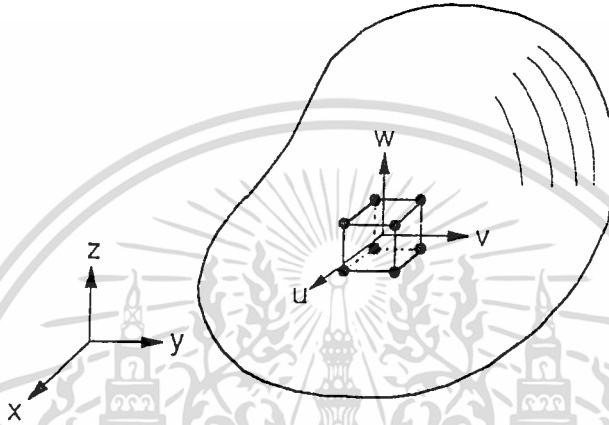
$$\begin{aligned}
 J &= \frac{1}{2} \int_V [E] [C] \{\epsilon\} dV - \int_V [E] [C] \{\epsilon_0\} dV \\
 &+ \frac{1}{2} \int_V [\epsilon_0] [C] \{\epsilon_0\} dV - \int_V [\bar{\delta}] \{F\} dV - \int_S [\bar{\delta}] \{T\} dS \quad (54)
 \end{aligned}$$

ซึ่งเราสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ชนิดต่างๆได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

หลังจากที่เราทราบฟังก์ชันแปรผันคั่งแสดงในสมการ (54) สำหรับวัตถุทั่วไปในสามมิติ คั่งแสดงในรูปที่ 31 แล้ว เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ในสามมิติทั่วไปได้ สมมุติว่าเรามีเอลิเมนต์ทรงหกหน้าซึ่งประกอบด้วยแปดจุดต่อคั่งแสดงในรูปที่ 33



รูปที่ 33 แสดงเอลิเมนต์ทรงหกหน้าในวัตถุสามมิติ

ขั้นตอนแรกที่เราจำเป็นต้องทำก็คือสมมุติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในสามทิศทาง โดยค่าเคลื่อนเคลื่อนคั่งในแต่ละทิศทางสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์และค่าการเคลื่อนตัว ณ ตำแหน่งจุดต่อทั้งแปดจุดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= [N(x,y,z)] \{u\} \\ v(x,y,z) &= [N(x,y,z)] \{v\} \\ w(x,y,z) &= [N(x,y,z)] \{w\} \end{aligned} \quad (55)$$

หรือเขียนรวมกันได้ว่า

$$[\bar{\delta}] = [N(x,y,z)] \{\delta\} \quad (56)$$

โดย

$$\begin{aligned} [\bar{\delta}]^T &= [u \ v \ w] \\ [\delta]^T &= [u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ \dots \ u_8 \ v_8 \ w_8] \end{aligned} \quad (57)$$

เวกเตอร์ของความเครียดคั่งแสดงในสมการ (49) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าเคลื่อนตัวได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\{\mathcal{E}\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial_u \\ \partial_v \\ \partial_w \\ \partial_u + \partial_v \\ \partial_v + \partial_w \\ \partial_u + \partial_w \end{Bmatrix} = [B(x,y,z)] \{\delta\} \quad (58)$$

โดย  $[B(x,y,z)]$  แทนเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและการเคลื่อนตัว หากเราแทนสมการ (56) และ (58) ลงในสมการของพลังงานศักย์รวม (54) เราจะได้

$$J = 1/2 \int_V [\delta][B]^T[C][B]\{\delta\} dv - \int_V [\delta][B]^T[C]\{\mathcal{E}_0\} dv + 1/2 \int_V \{\mathcal{E}_0\}[C]\{\mathcal{E}_0\} dv - \int_V [\delta][N]^T\{F\} dv - \int_S [\delta][N]^T\{T\} ds$$

หรือเขียนย่อได้ว่า

$$J = 1/2[\delta][K]\{\delta\} dv - [\delta]\{F_0\} + 1/2 \int_V \{\mathcal{E}_0\}[C]\{\mathcal{E}_0\} dv - [\delta]\{F_B\} - [\delta]\{F_T\} \quad (59)$$

โดย

$$[K] = \int_V [B]^T[C][B] dv$$

$$\{F_0\} = \int_V [B]^T[C]\{\mathcal{E}_0\} dv$$

$$\{F_B\} = \int_V [N]^T\{F\} dv$$

$$\{F_T\} = \int_S [N]^T\{T\} ds$$

ในที่นี้  $[K]$  คือเอลิเมนต์เมตริกซ์ของความแข็งเกร็ง  $\{F_0\}$ ,  $\{F_B\}$ ,  $\{F_T\}$  คือโหนดเวกเตอร์เนื่องมาจากความเค้นดัด, แรงวัตถุ และแรงที่ผิวตามลำดับ

เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยการหาค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวมดังแสดงในสมการ (59) นั่นคือ

$$\frac{\partial J}{\partial \{\delta\}} = 0$$

ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการไฟไนต์เอลิเมนต์รวมทั้งสิ้น 24 สมการย่อยสำหรับหนึ่งเอลิเมนต์ทรงหกหน้าทีประกอบด้วยแปดจุดต่อ ทั้ง 24 สมการย่อยนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$[K] \{\delta\} = \{F_0\} + \{F_B\} + \{F_T\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังจากประกอบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากทุกๆเอลิเมนต์ขึ้นเป็นสมการระบบรวมของวัตถุสามมิติ นั้น แล้วทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและแก้สมการระบบรวม เพื่อหาผลลัพธ์ของค่าเคลื่อนตัวที่ทุกจุดต่อได้แล้ว ค่าความเค้นในทิศทางต่างๆสามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (46) และ (58) ดังนี้

$$[\sigma] = [C] [B] \{\delta\} - [C] \{\epsilon_0\}$$

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมตริกซ์ต่างๆ เหล่านี้ในสามมิติสามารถดัดแปลงเพื่อนำไปสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมตริกซ์ต่างๆสำหรับเอลิเมนต์ในหนึ่ง สอง หรือสามมิติชนิดอื่นๆได้โดยง่าย

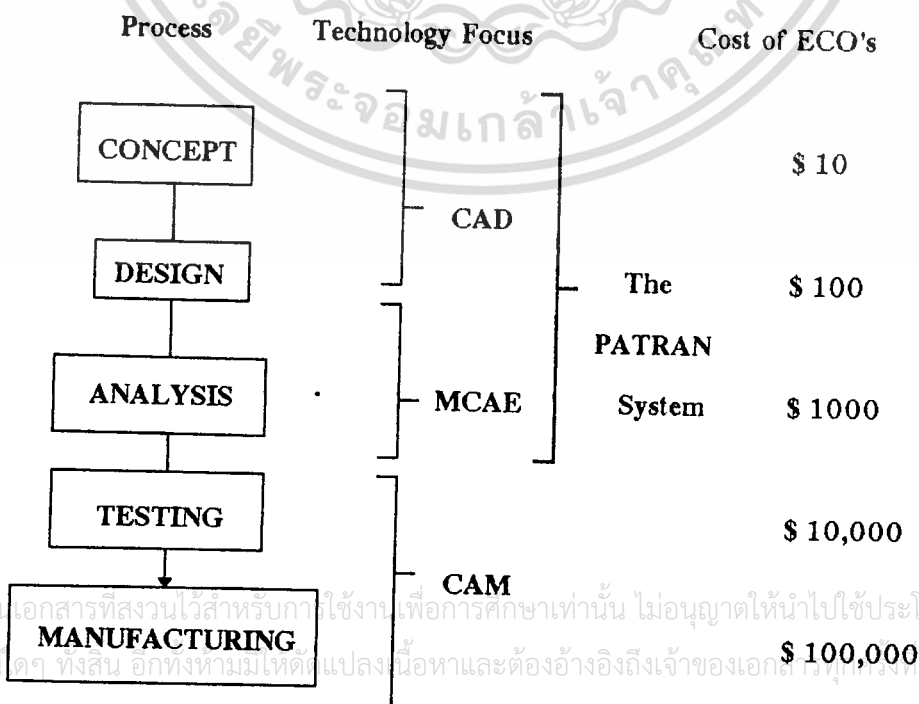
**การออกแบบและวิเคราะห์**

กระบวนการออกแบบรูปร่างที่ดีที่สุด (Shape Optimization) โดยใช้ ไฟไนต์เอลิเมนต์ มีจุดประสงค์ที่สำคัญเพื่อการวิเคราะห์โครงสร้างของชิ้นส่วน ในการตรวจสอบและความเป็นไปได้ของการลดมวล เราสามารถประยุกต์ความสามารถบนไฟไนต์เอลิเมนต์ในการอธิบายในทอมของการเสียรูป และการกระจายความเค้น เปรียบเทียบกับต้นแบบ (prototype)

มวลที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นตามจุดประสงค์ คือ สามารถทำงานภายใต้สภาวะที่จำกัดของการกำหนดแรง และเงื่อนไขที่กำหนด

ถึงแม้ว่าการลดของมวลและการลด การกระจายความเค้นจะลดได้แต่รูปทรงที่ซับซ้อนต่อการผลิตก็เป็นอีกสิ่งหนึ่งในการพิจารณา

**THE ENGR. DESIGN CYCLE**



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับภาาใช้งาน เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

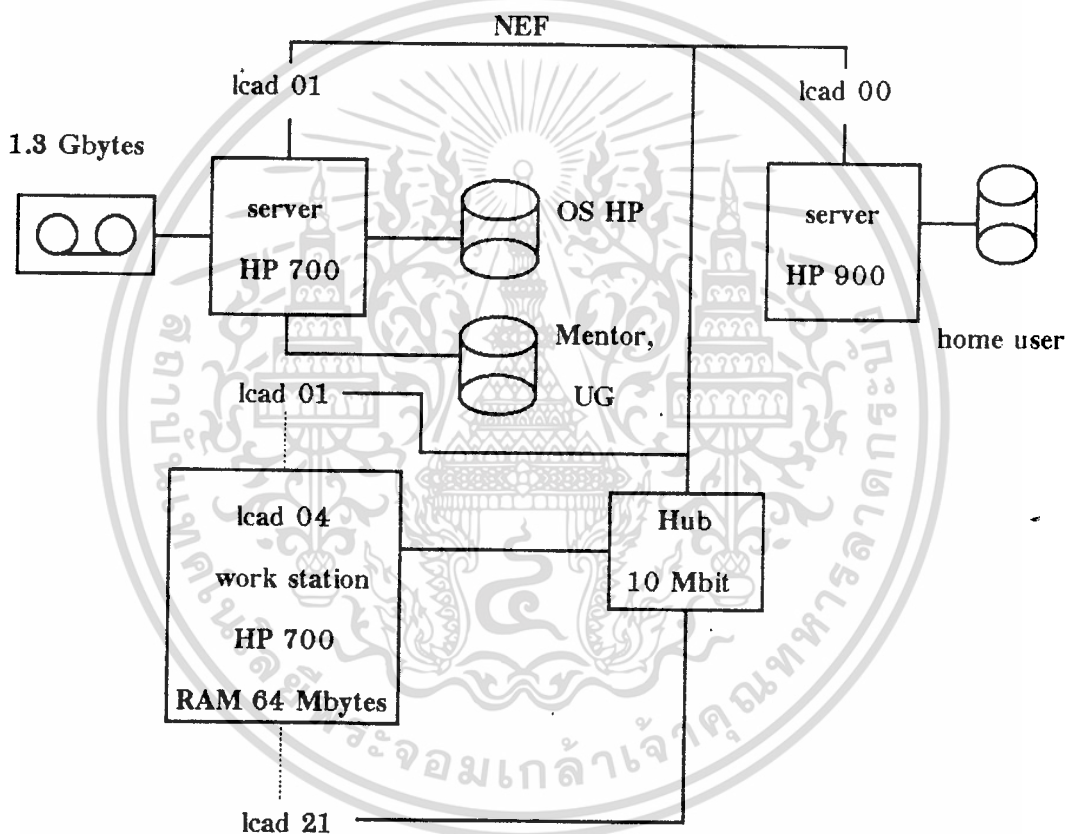
รูปที่ 34 แสดงกระบวนการออกแบบทางวิศวกรรม

## บทที่ 8

### การทดลองและผลการทดลอง

#### 1. ระบบคอมพิวเตอร์ (The computer system)

ในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ได้ใช้ Engineering Workstation HP 700 ประกอบด้วย 64 Mbytes of main memory, 420 Mbytes Harddisk , 1.2 Mbytes diskette drive ในระบบปฏิบัติการ run บน work station ได้ใช้ HP UNIX Operation System



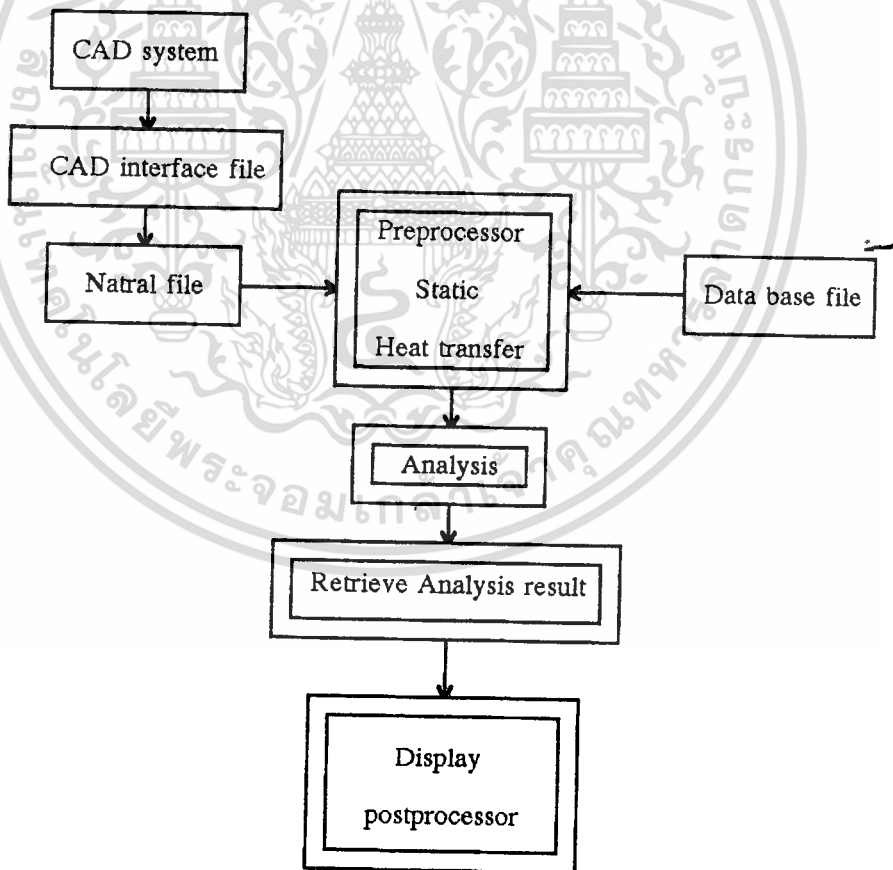
รูปที่ 35 แสดงระบบคอมพิวเตอร์ที่ใช้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2. GFEM PLUS

GFEM PLUS\* เป็นโมดูล (module) หนึ่งใน UNIGRAPHICS\*\* ซึ่งเป็นโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถนำไปใช้ประยุกต์ในการแก้ปัญหาหลายๆอย่างในทางวิศวกรรม โดยสามารถวิเคราะห์ปัญหาทางด้านสถิตศาสตร์ (static) และการถ่ายเทความร้อน (Heat transfer) โดยสามารถโอนถ่ายไปสู่ระบบอื่นในตระกูลเดียวกัน เช่น NASTRAN , ANSYS

ขั้นตอนในการวิเคราะห์ปัญหาทางด้านสถิตศาสตร์เริ่มจากการสร้างรูปจำลอง (module) ขึ้นแล้วนำไปสู่การ generate mesh โดยใช้ preprocessor ขั้นตอนนี้จะเกี่ยวข้องกับการเตรียมลักษณะความแข็งแรงของชนิดวัสดุ หลังจากนั้นจะทำการเพิ่มส่วนประกอบของแรง (vector) และระยะทาง (displacement) และสุดท้ายการคำนวณการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง, การกระจายความเค้นจะได้จากการประมวลผลผลลัพธ์ทางกราฟิกซ์ (graphics) ซึ่งแสดงผลลัพธ์โดยใช้ postprocessor ขั้นตอนเหล่านี้ได้แสดงอยู่ในรูปที่ 36



รูปที่ 36 แสดง basic steps in FEM analysis

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่เผยแพร่โดย GFEM PLUS\* จากภาคผนวกที่ 1 เพื่อ UNIGRAPHICS\*\* จากภาคผนวกที่ 2 ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์สถิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการยึดหยุ่นอย่างต่อเนื่องในแนวเส้นตรงภายใต้สภาวะที่กำหนดและโหลด (load) ที่คงที่

โปรแกรม ไฟไนต์เอลิเมนต์ "GFEM PLUS" ใช้ในการวิเคราะห์การกระจายความเค้นและการเสีรูปร่างรูปทรงที่แตกต่างกัน

เอลิเมนต์ที่ใช้มีลักษณะเป็นสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าเพราะเป็นรูปทรงเรขาคณิตที่มีค่าได้ถูกต้องมากที่สุด (มากกว่าเอลิเมนต์สามเหลี่ยม) โดยวิเคราะห์เป็น shell บางๆ ซึ่งจะถูกสร้างโดยโปรแกรมที่อาศัยข้อมูลคอนทัวร์ (contour) ของชิ้นงานและพื้นผิว ในการพิจารณาผิวกลาง (mid surface) หรือเป็นการพิจารณาเป็นของแข็งสามมิติ

### 3. การทดสอบโปรแกรม

เพื่อเป็นการสาธิตและยืนยันในการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ "GFEM PLUS" โดยการแก้ปัญหาแบบง่ายๆ และเมื่อได้รับคำตอบแล้วจะนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการทางทฤษฎี จาก Time shenko and Wionowsky Krieger โดยพิจารณาค่าความเค้นอย่างง่ายโดยหาได้จาก

$$\delta = \frac{F}{A} \quad \text{โดยที่ } F \text{ คือ แรงในแนวแกน}$$

A คือ พื้นที่หน้าตัด

ค่าความเค้นดัด (bending stress) หาได้จาก

$$\delta = \frac{Mc}{I} \quad \text{โดยที่ } M \text{ คือ โมเมนต์ดัด}$$

c คือ ระยะจากแกนสะเทิน

I คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

ตารางที่ 1 เป็นผลสรุปของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณที่ได้จากสมการข้างต้นเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วย % ความผิดพลาดสูงสุดเพียง 6.66 % ซึ่งข้อผิดพลาดนี้เนื่องมาจากการแบ่งเอลิเมนต์ ซึ่งเมื่อมีการแบ่งเอลิเมนต์มากขึ้น ค่าความผิดพลาดจะลดน้อยลง สำหรับการทดสอบนี้แสดงให้เห็นว่าผลที่ได้จากไฟไนต์เอลิเมนต์ สามารถขยายการศึกษาที่ใกล้เคียงกัน ในลักษณะมีการประยุกต์แรงในทิศทางต่างๆกัน และสามารถทำการพิจารณาโครงสร้างที่มีความซับซ้อนเพื่อที่ใช้ในการออกแบบหาผลลัพธ์ ซึ่งจะทำได้ค่าที่ถูกต้องสำหรับการออกแบบทางวิศวกรรม

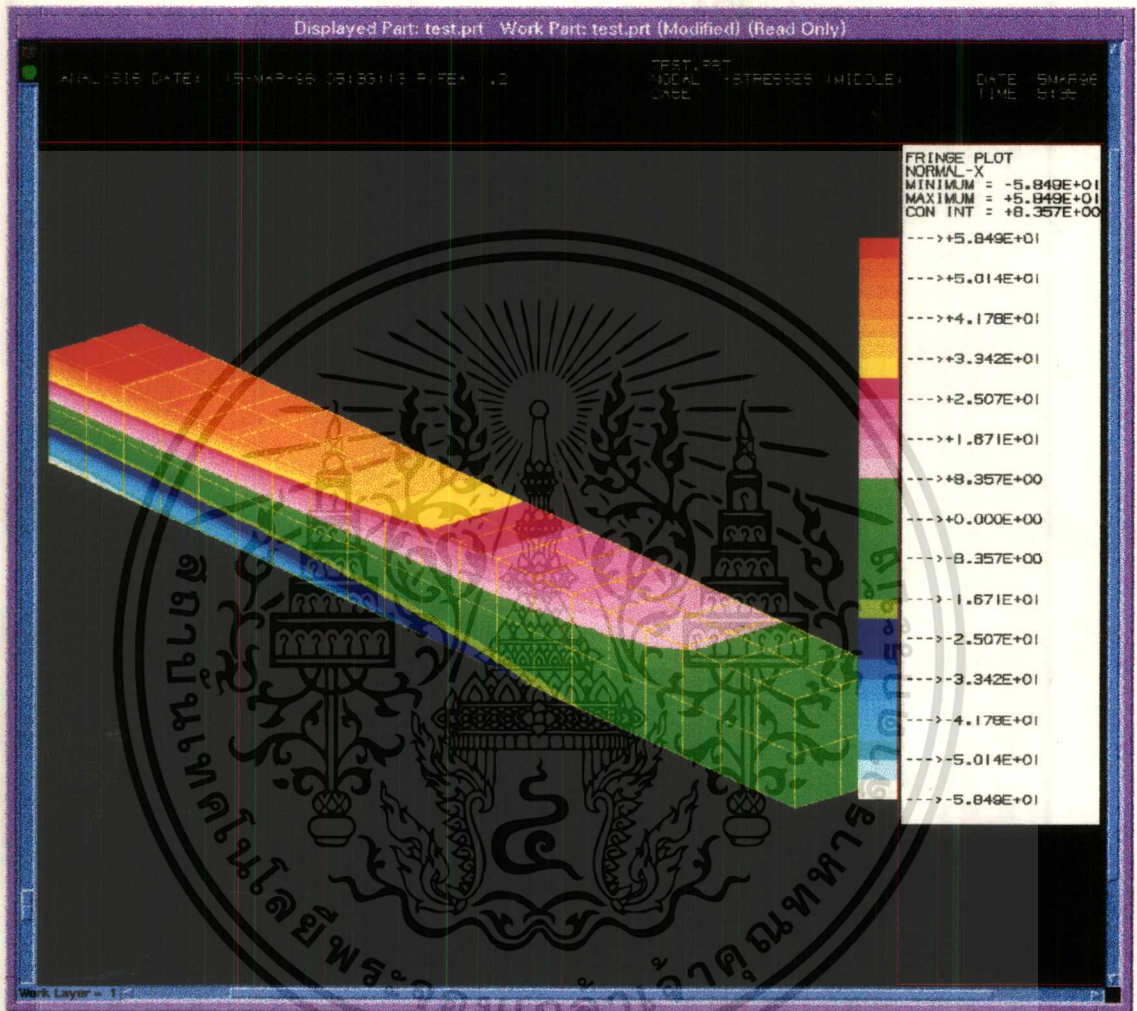
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	ผลจากการใช้สูตร	ผลจากการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าความผิดพลาด (error)
โมเมนต์คัต maximum stress N/mm <sup>2</sup>	5.99E+01	5.85E+01	2.337%
ความเค้นคิ่ง maximum stress N/mm <sup>2</sup>	5.00E-01	5.333E-01	6.660%

ตารางที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบผลจากทฤษฎีกับผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ "GFEM PLUS"  
ผลจากการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 37,38

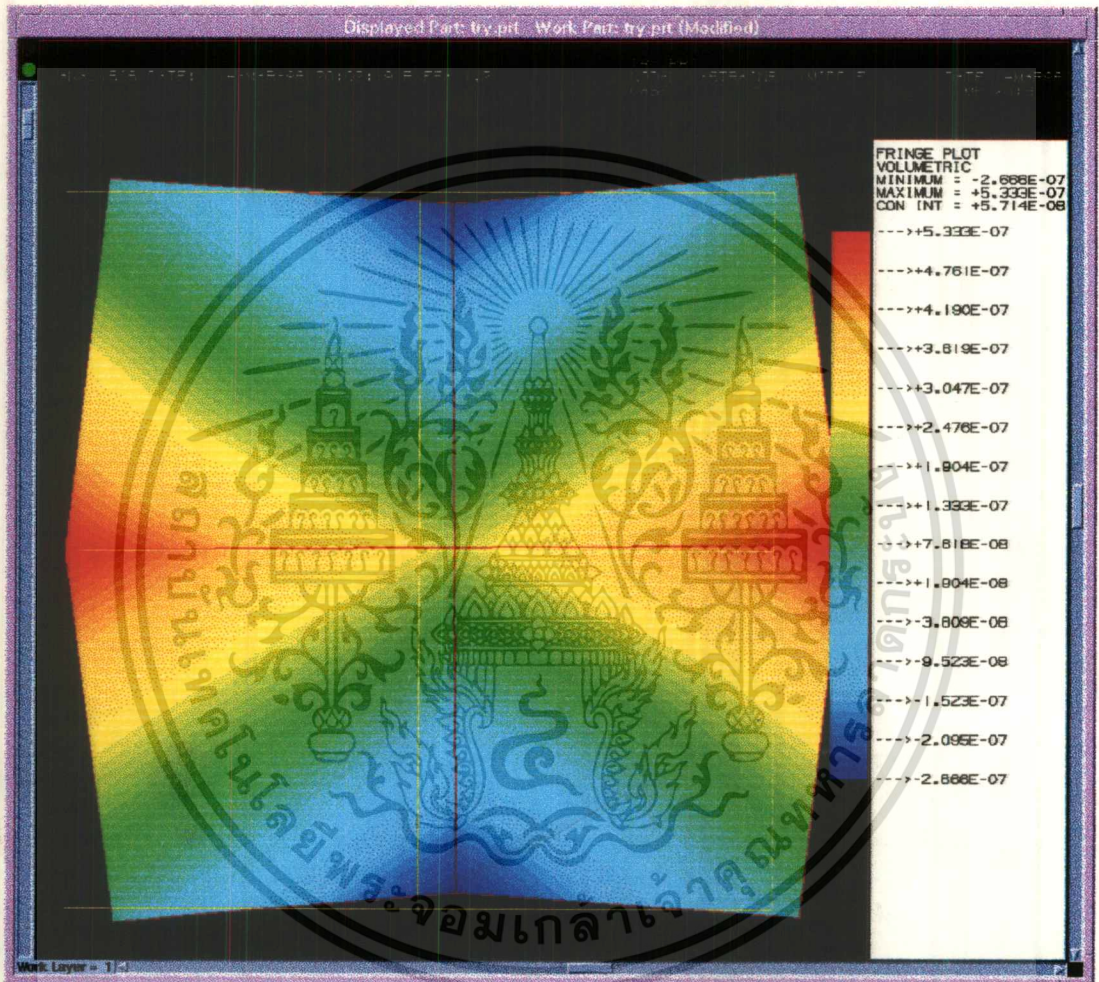


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 37 แสดงการกระจายความเค้นของคานเมื่อยึดปลายข้างหนึ่งไว้  
(cantilever beam) และมีการกดที่ปลายอีกด้านหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 38 แสดงการกระจายความเค้นบนพื้นที่หน้าตัดของวัตถุทรงลูกบาศก์  
 เมื่อเกิดแรงดึงที่จุดกึ่งกลางทั้งสองข้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จาก โปรแกรมกับทฤษฎีที่มีอยู่แล้ว

เนื่องจากรูปทรงที่จะนำมาพิจารณาให้เหมาะสมเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบนั้นควรจะทำ การเปรียบเทียบกัน ผลที่วัดได้จริงหรือผลการทดลองที่เป็นที่ยอมรับของนานาชาติ และเป็นที่ยอมรับ เรา จึงนำแท่งโลหะที่มีบ่าเป็นฟิลเลตซึ่งอยู่ภายใต้แรงในแนวแกนมาพิจารณา โดยทำการเปรียบเทียบกับผลการทดลองโดยวิธี PHOTOELASTIC ของ Dr. Max. M.M Procht ซึ่งได้ค่า FACTOR OF STRESS CONCENTRATION มาพิจารณา ได้ผลดังกราฟ



กราฟ แสดงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการโปรแกรมโดย FEM กับกรทดลอง โดยวิธี Photoelasticity

จากการเปรียบเทียบแสดงให้เห็นว่า ผลของค่า k (FACTOR OF STRESS CONCENTRATION) โดยวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์ มีแนวโน้มของการลดลงของค่า k ในลักษณะเดียวกันกับวิธี Photoelastic โดยมิต่ำกว่าตั้งแต่ 27.27% ที่ r/d เท่ากับ 0.1 และมีความแตกต่างลดลงจนถึง 19.13% ที่ r/d เท่ากับ 0.3 ค่าที่ผิดพลาดเนื่องมาจากวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นการประมาณค่า ซึ่งค่าความถูกต้องจะขึ้นอยู่กับข้อกำหนดจำนวนเอลิเมนต์ ถ้ากำหนดจำนวนเอลิเมนต์มากขึ้นค่าจะมีความถูกต้องมากขึ้น

ผลจากการวิเคราะห์ด้วยวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์ แสดงดังรูปที่ 39-45

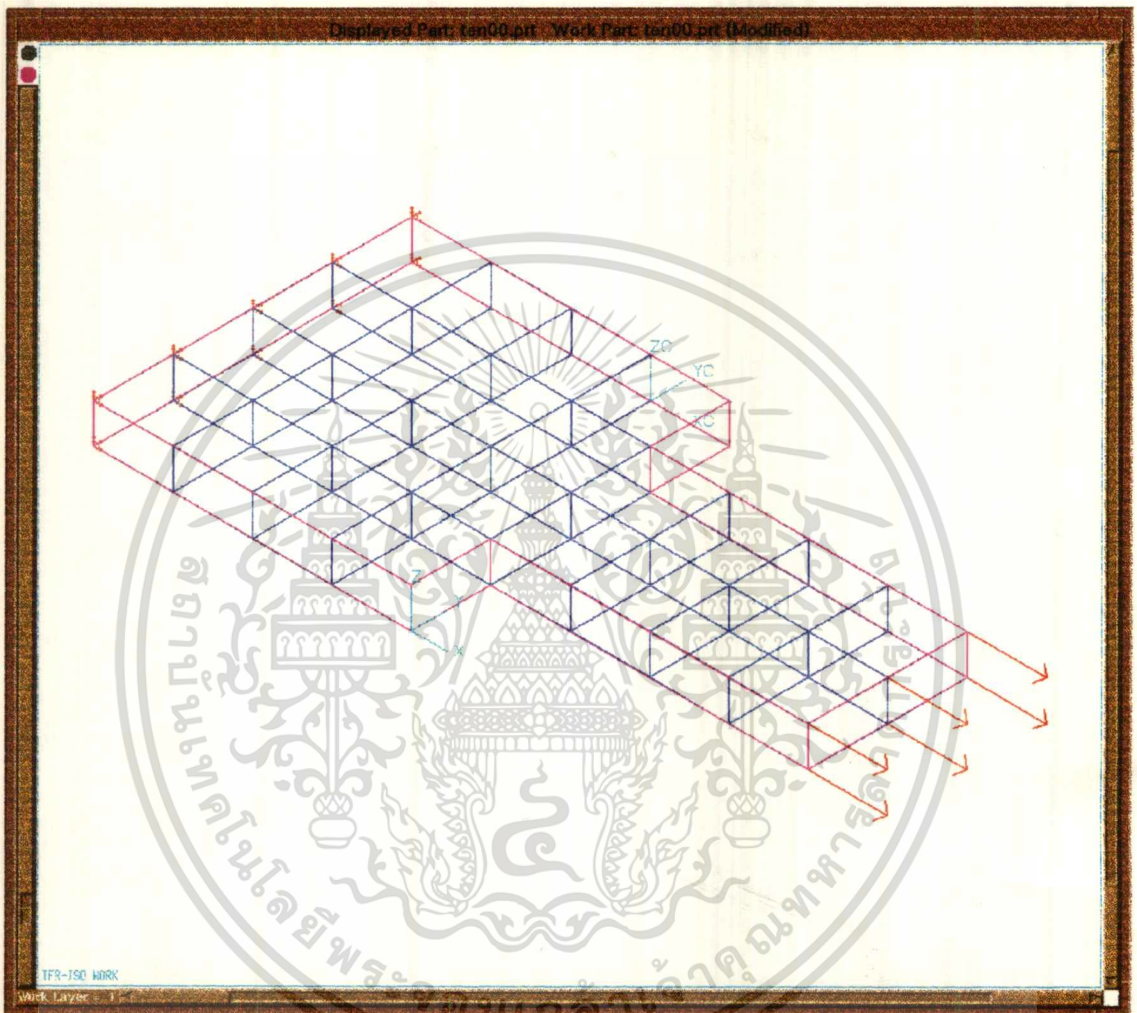
จากรูปจะเห็นว่าเมื่อแท่งโลหะซึ่งอยู่ภายใต้แรงในแนวแกนที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดอย่างฉับพลันจะทำให้เกิดความเค้นสะสมเป็นจำนวนมาก ซึ่งจะทำให้ชิ้นงานมีการแตกหักเสียหายได้ง่าย แต่เมื่อเรานำแท่งโลหะที่มีบ่าเป็นฟิลเลตมาถูกกระทำภายใต้แรงในแนวแกนโดยที่ค่าแรงดึงเท่ากันจะสามารถลดความเค้นในชิ้นงานได้และเมื่อมีการเพิ่มคาร์ซีของฟิลเลต ค่าความเค้นจะลดลงตามลำดับ อีกทั้งการกระจายของความเค้นจะดีขึ้นด้วย นอกจากนี้การเพิ่มรัศมีฟิลเลต

ยังจะทำให้การกระจายของความเค้นเปลี่ยนแปลงจากที่ชิ้นงานรับแรงดึงและแรงอัด มารับแรงดึง  
 อย่างเดียว ซึ่งจะช่วยในการออกแบบได้ดีขึ้น ทั้งนี้ในการนำไปใช้งานจะต้องพิจารณาถึงความ  
 เหมาะสมและความเป็นไปได้อีกด้วย

นอกจากนี้ บริเวณกึ่งกลางของแท่งโลหะที่พื้นที่หน้าตัดน้อยจะเกิดการอัดตัวเนื่องจากเกิด  
 โมเมนต์อันเนื่องมาจากแรงที่กระทำที่ขอบเขตชิ้นงาน ในกรณีนี้ ผู้จัดทำได้ทดลองให้เกิดแรงที่  
 ต่อต้านการอัดขึ้นดังแสดงในรูปที่ 46.47 โดยให้แรงที่กระทำบริเวณกึ่งกลางของแท่งโลหะที่พื้นที่  
 หน้าตัดน้อยมีค่ามากกว่าบริเวณขอบ จะเห็นได้ว่าการสร้างเอลิเมนต์และการป้อนค่าต่างๆต้อง  
 พิจารณาให้ถี่ถ้วนจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้อง

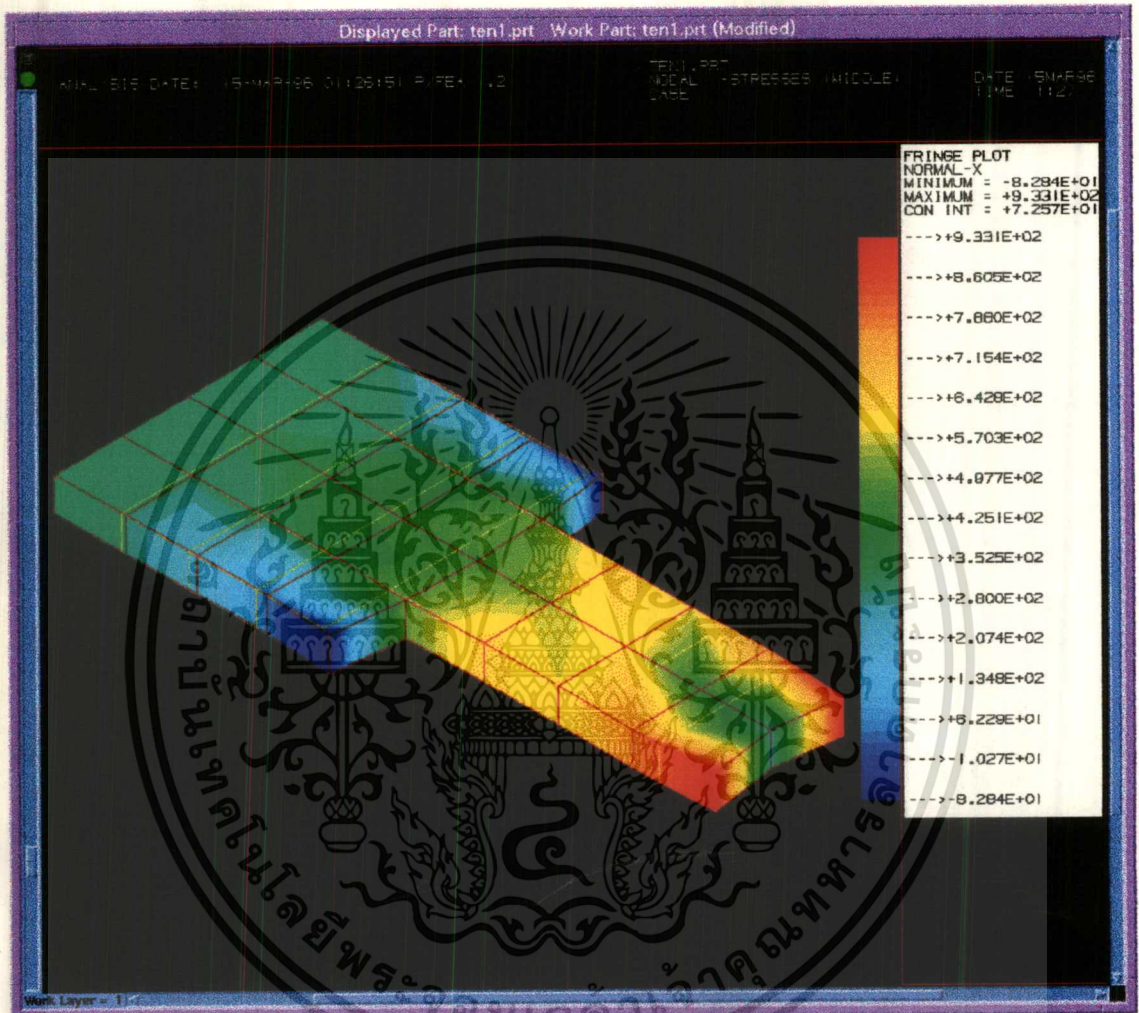


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



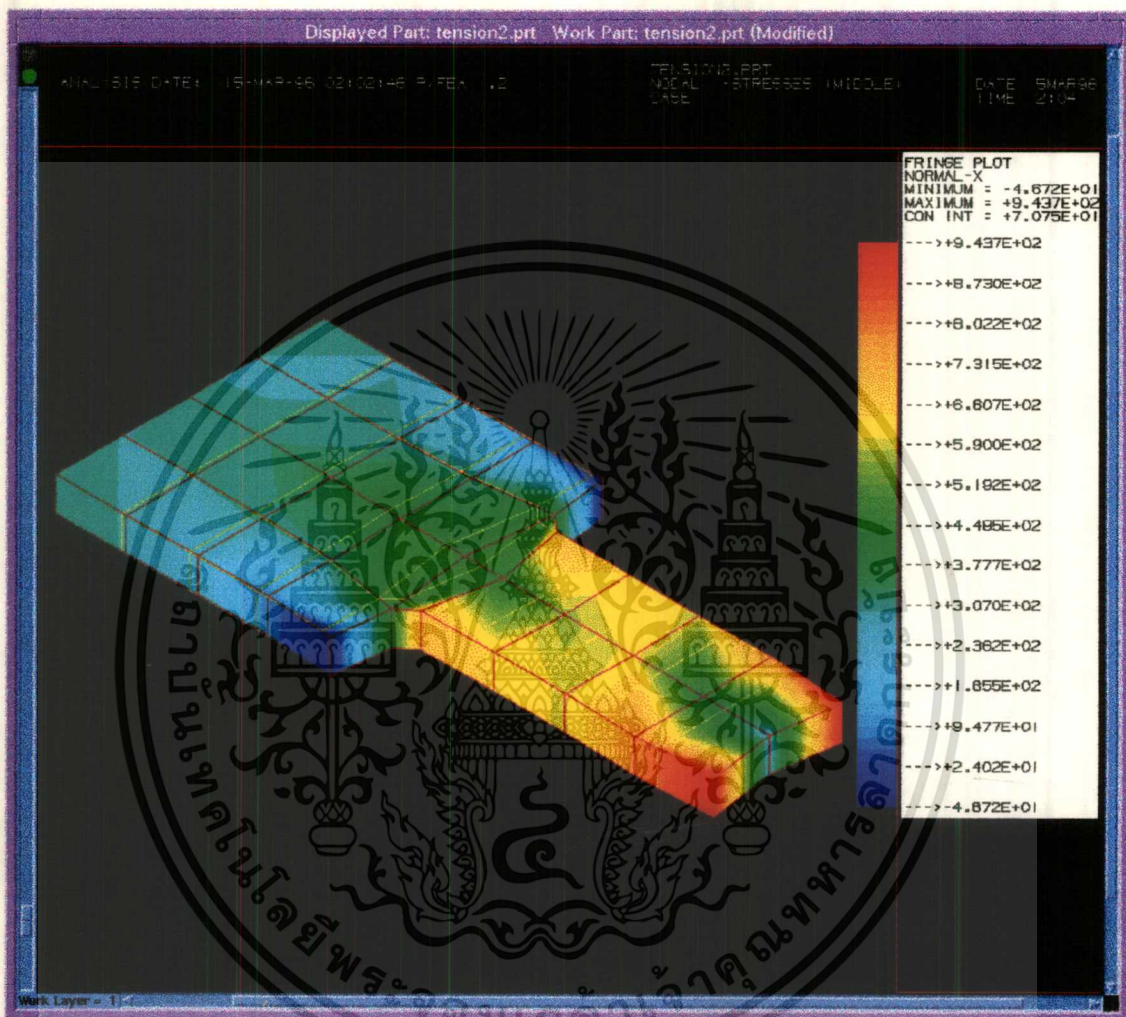
รูปที่ 39 แสดง node , element บนวัตถุตัวอย่างภายใต้แรงดึงโดยยึดปลาย  
อีกด้านหนึ่งไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



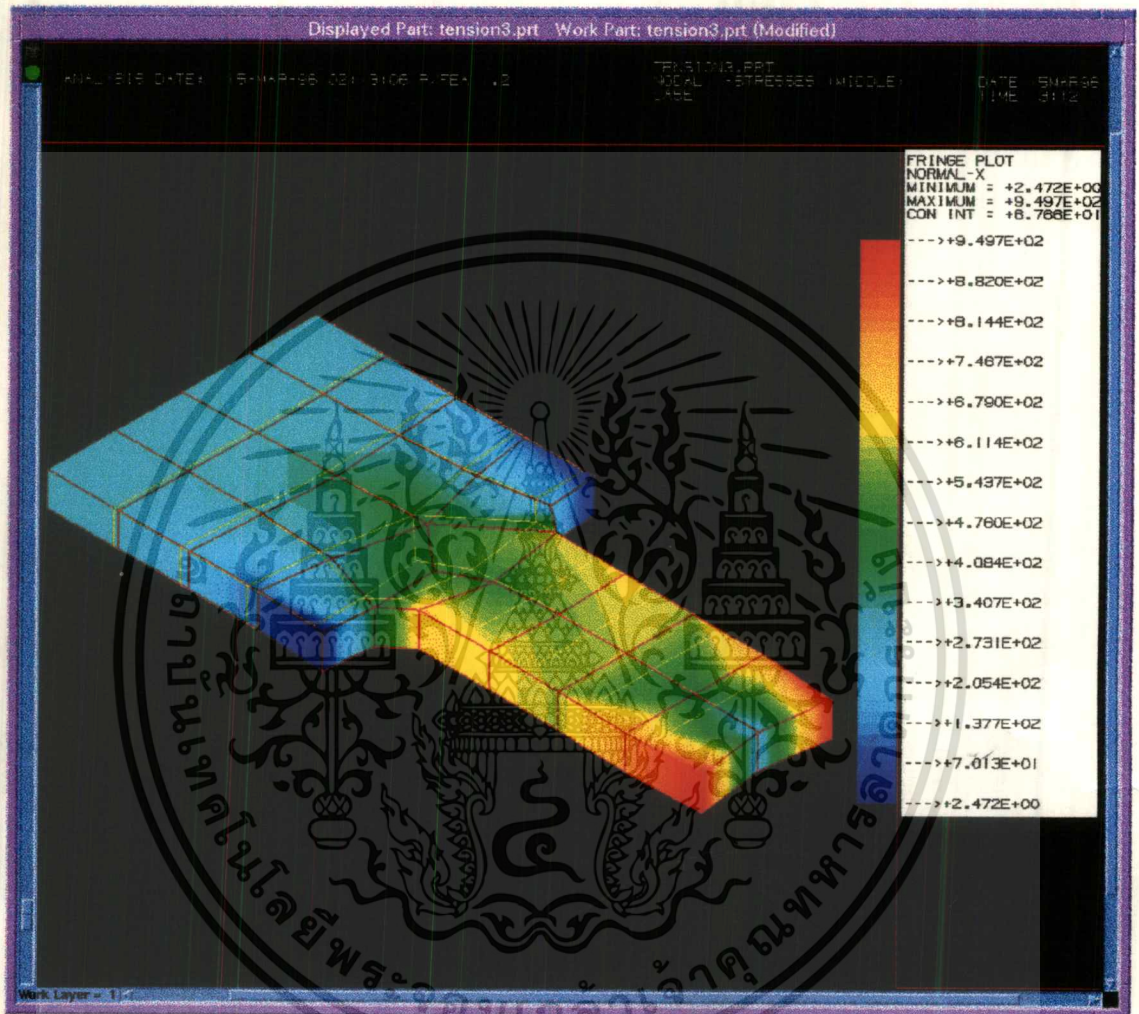
รูปที่ 40 แสดงการกระจายความเค้นบนวัตถุตัวอย่างของรูปที่ 39

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



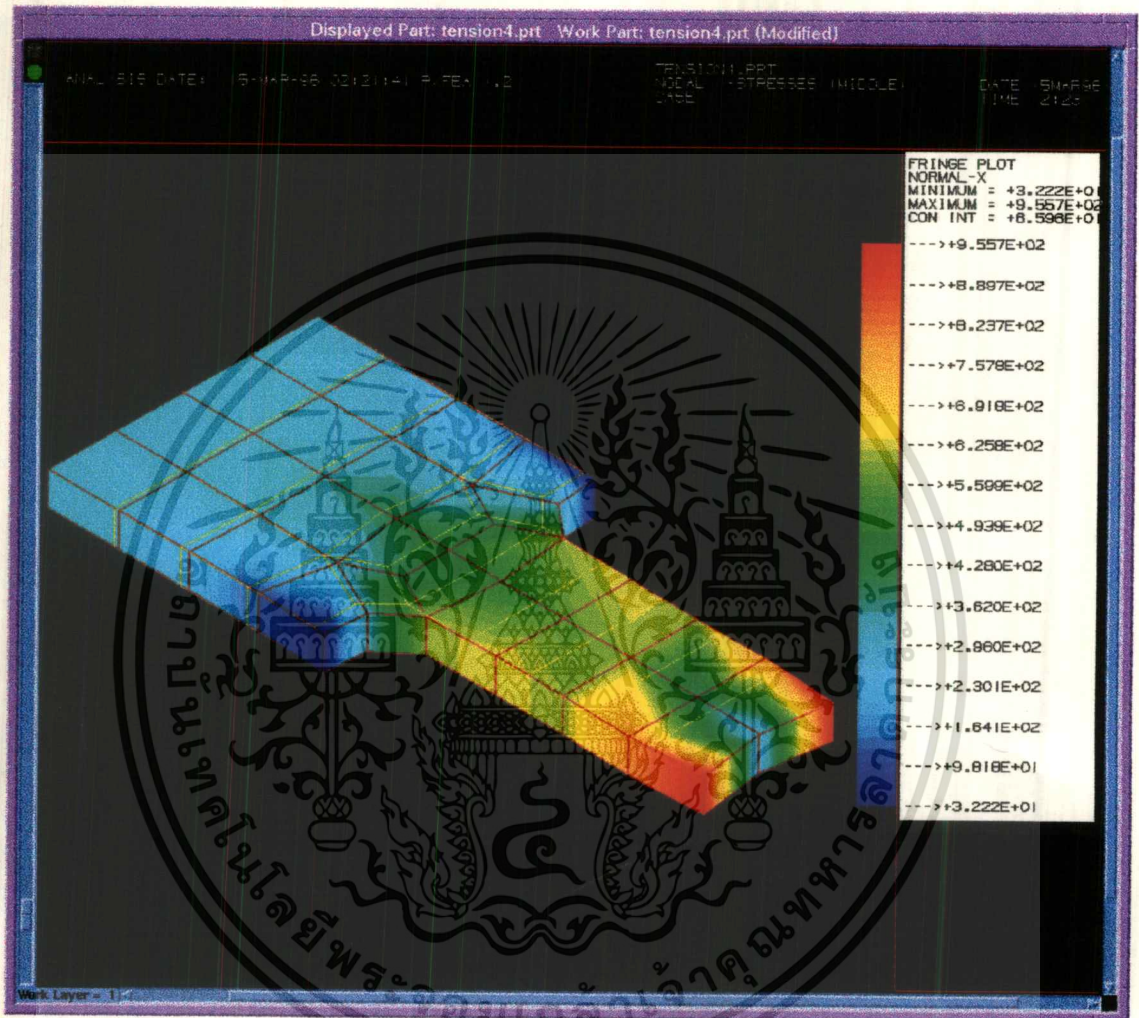
รูปที่ 41 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุอย่างที่มีค่า  $r/d$  เท่ากับ 0.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



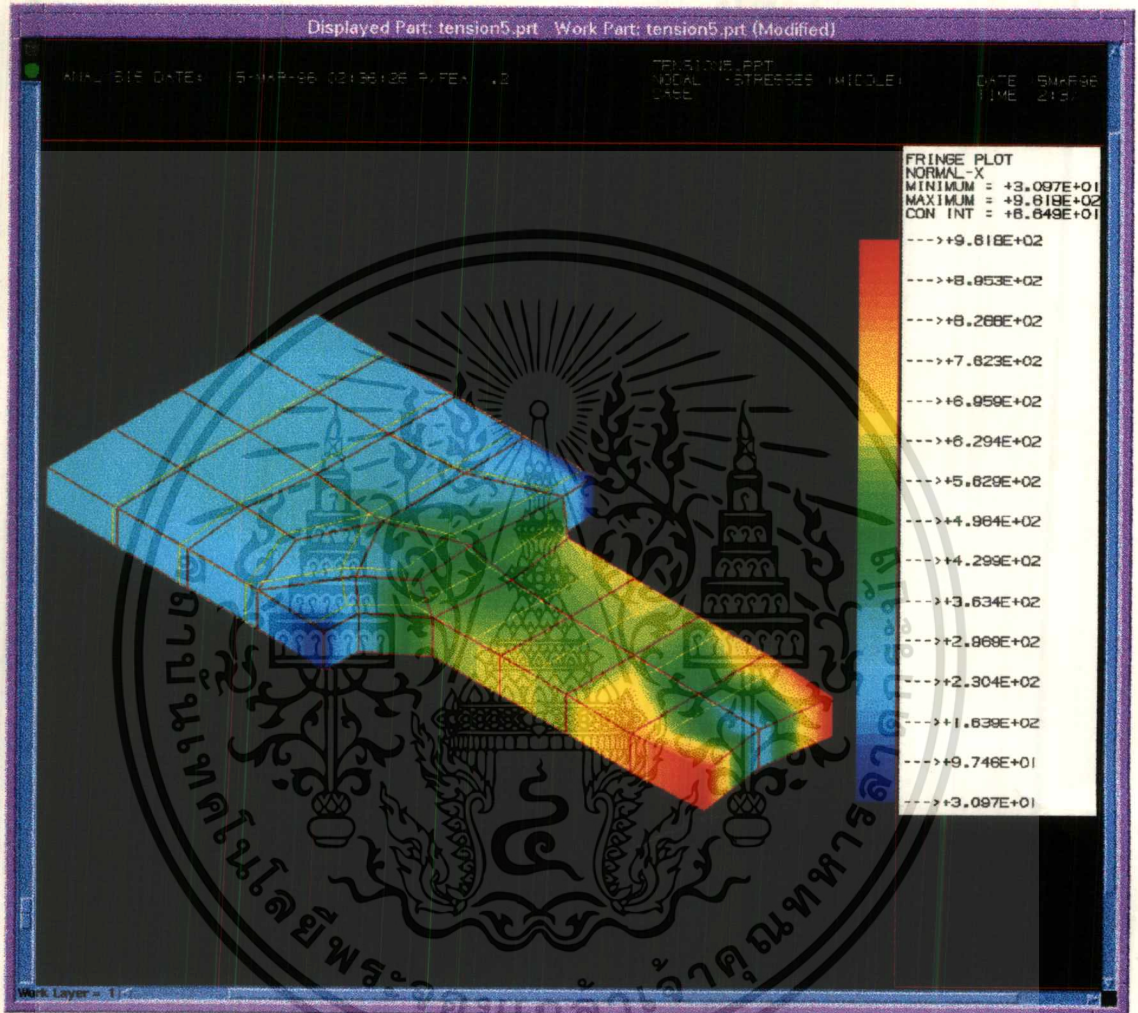
รูปที่ 42 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุอย่างที่มีค่า  $r/d$  เท่ากับ 0.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



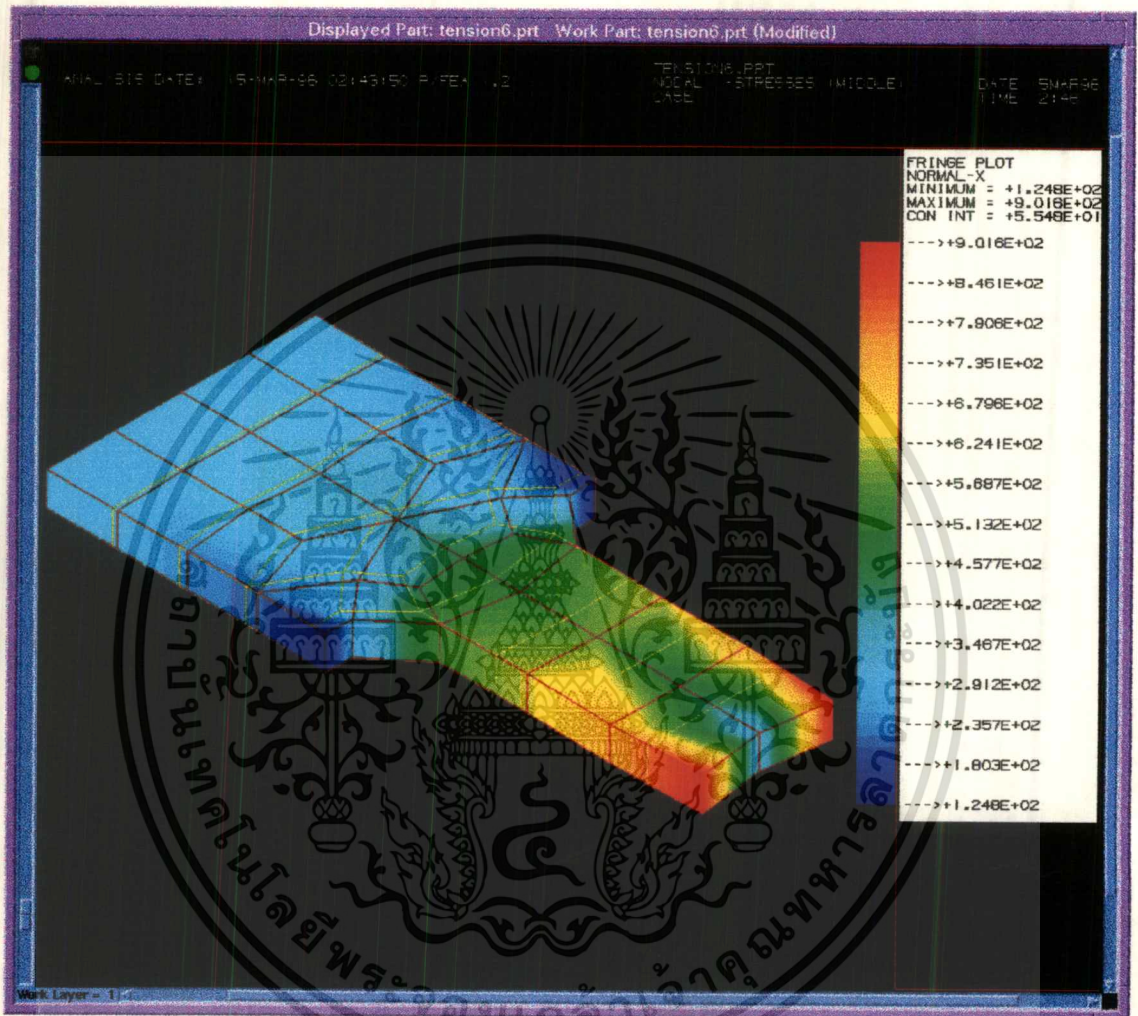
รูปที่ 43 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า  $r/d$  เท่ากับ 0.20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



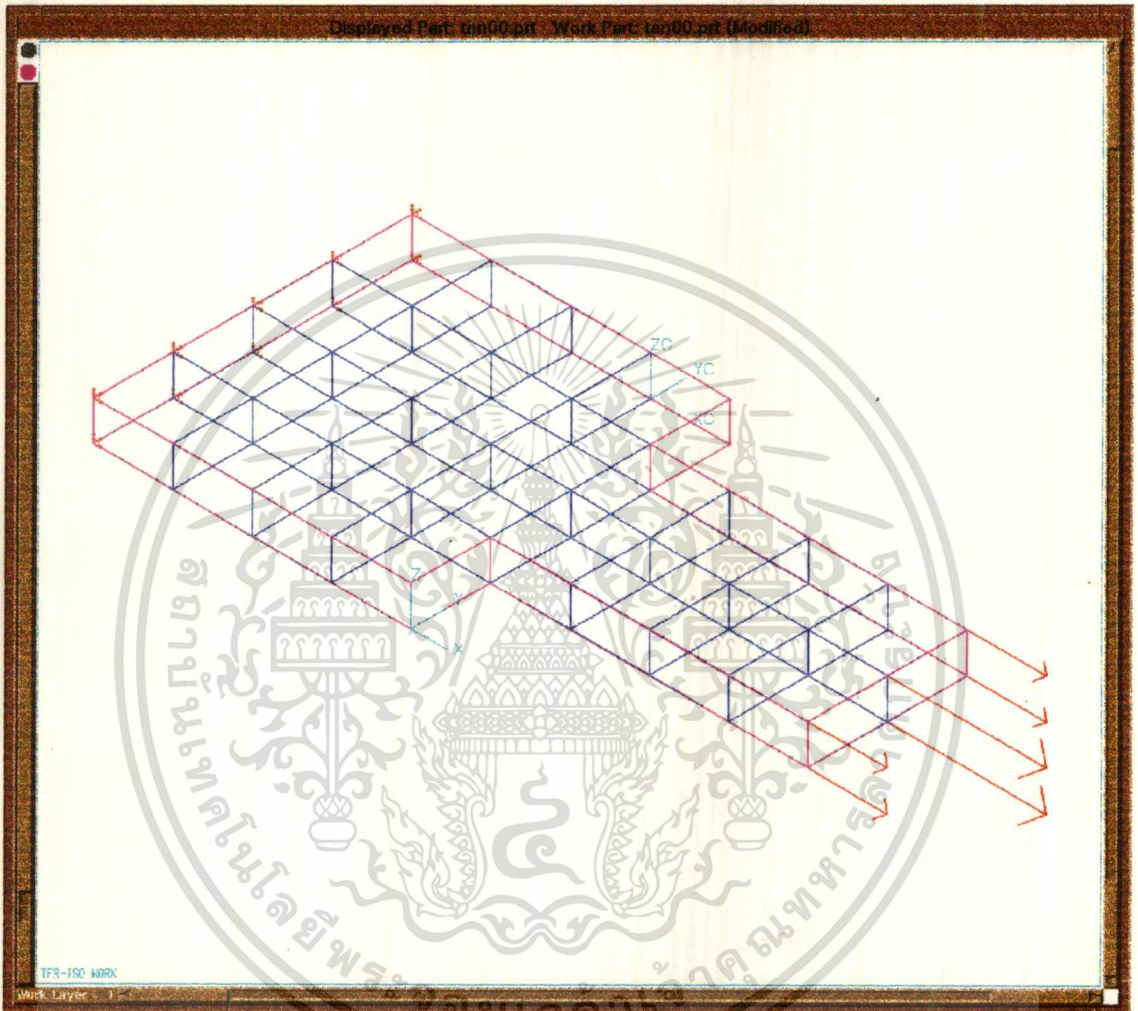
รูปที่ 44 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุอย่างที่มีค่า  $r/d$  เท่ากับ 0.25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



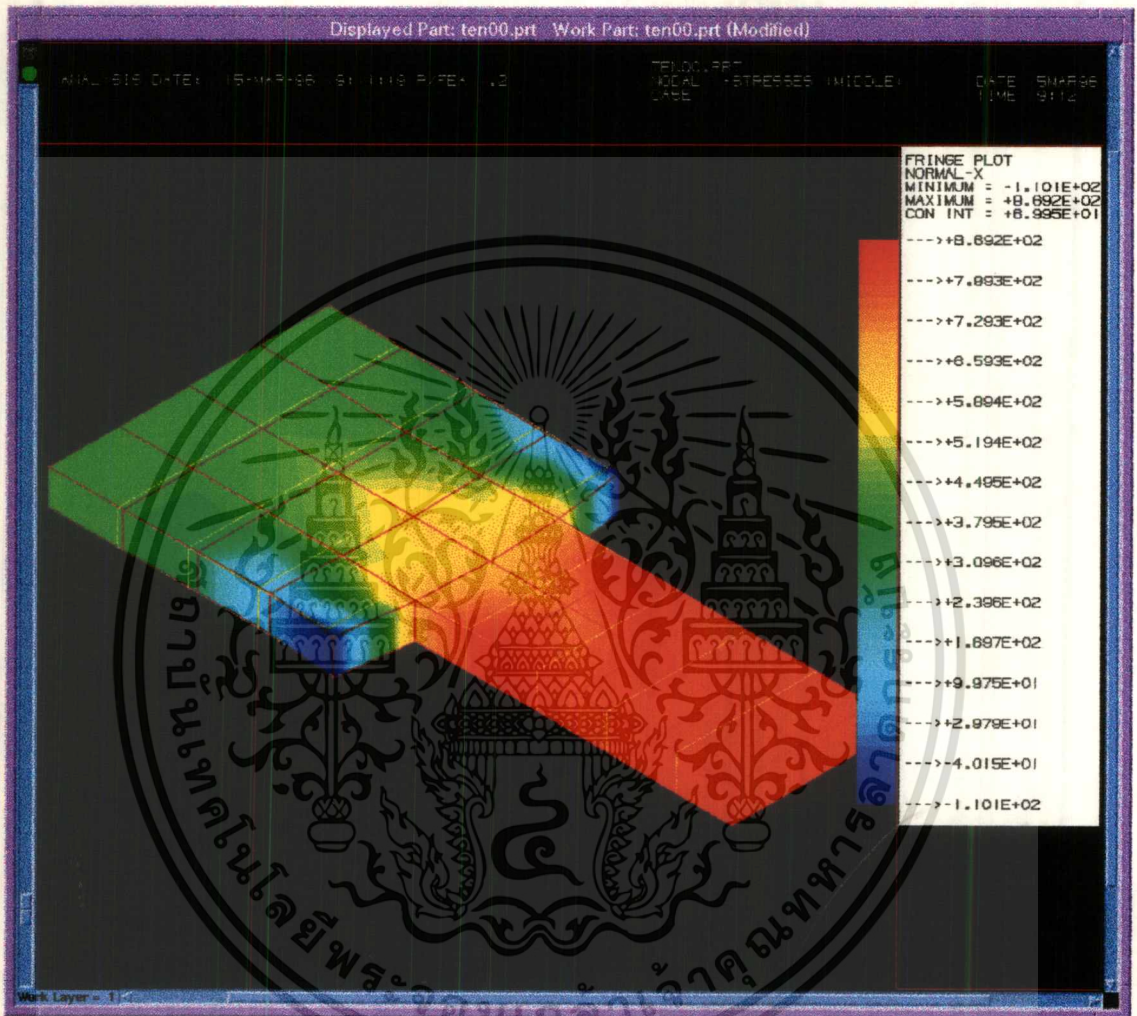
รูปที่ 45 แสดงการกระจายความเค้นของวัตถุตัวอย่างที่มีค่า  $r/d$  เท่ากับ 0.30

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 46 แสดง node , element บนวัตถุตัวอย่างภายใต้แรงดึงโดยยึดปลาย  
อีกด้านหนึ่งไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 47 แสดงการกระจายความเค้นบนวัตถุตัวอย่างของรูปที่ 46

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### การคำนวณและการสร้าง

ตัวอย่างชิ้นงานที่เลือกมาเพื่อวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ในที่นี้จะขอยกเอาประแจขึ้นมาเป็นชิ้นงานตัวอย่าง เนื่องจากเป็นเครื่องมือพื้นฐานที่ต้องใช้ในงานซ่อมแซม, ประกอบ เครื่องจักรกลเกษตรและเครื่องจักรกลเกษตรแทบทุกชนิด ตัวอย่างประแจที่นำมาพิจารณานี้เป็นประแจเบอร์ 16 (ใช้ขันหัวน็อตขนาด 16 มิลลิเมตร)

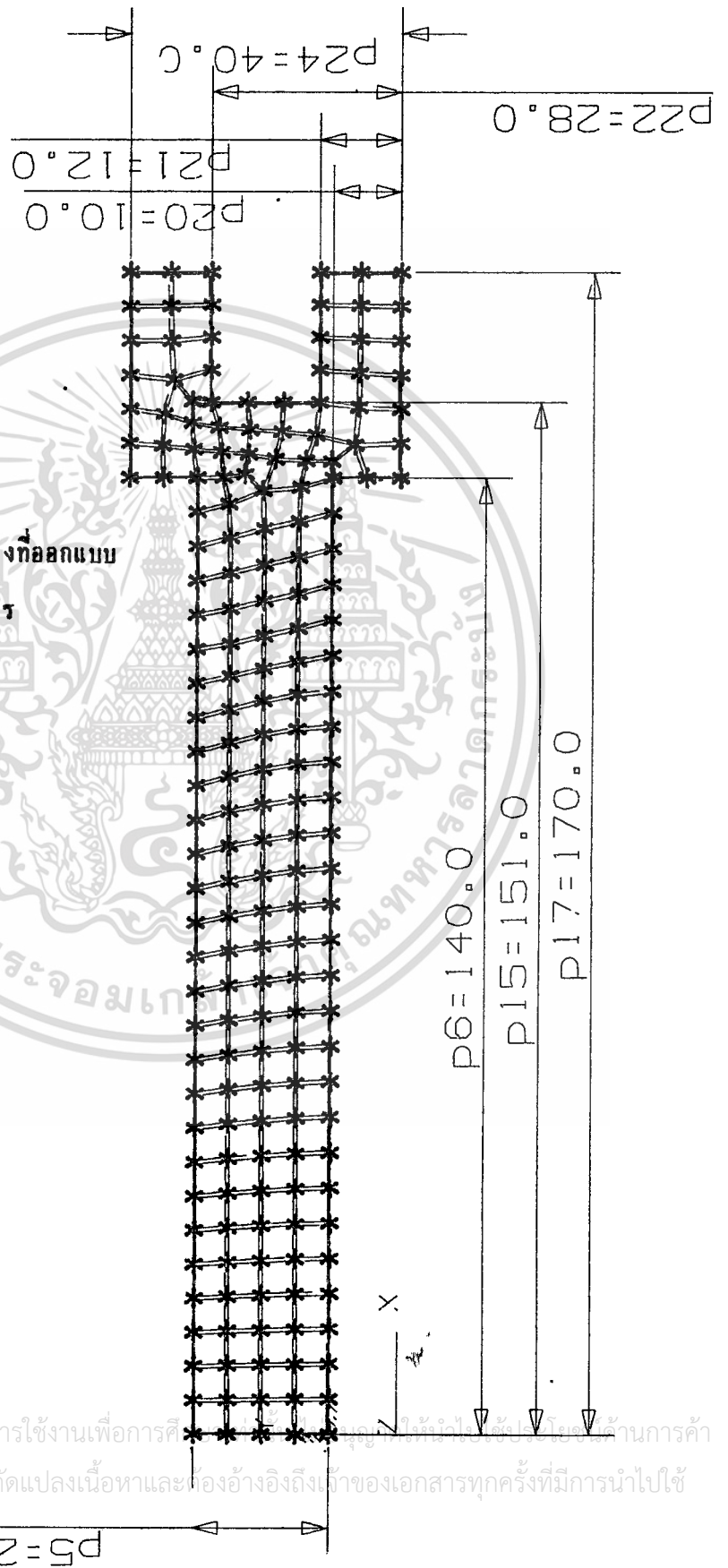
#### ขั้นตอนในการวิเคราะห์ประกอบด้วย

1. เขียนแบบประแจที่มีลักษณะ 3 มิติ โดยกำหนดให้มีขนาดดังรูปที่ 48
2. หลังจากที่ได้รูปที่มีลักษณะเป็น solid แล้ว กำหนดครณาบกึ่งกลางของความหนาเพื่อเป็นระนาบในการวิเคราะห์ เหตุที่เลือกการวิเคราะห์เป็นระนาบเนื่องจากประแจที่กำหนดนั้นเป็นรูปสมมาตร และทำให้เห็น node และ element ได้ชัดเจน
3. กำหนดสร้าง node และ element รูปสี่เหลี่ยมขึ้นบนระนาบที่ได้เลือก (กึ่งกลาง solid)
4. กำหนดค่า modulus of elasticity ขึ้นโดยพิจารณาจากโลหะที่เลือก (ในที่นี้เลือกโลหะ Chromium Vanadium) ซึ่งเป็นโลหะที่มีความแข็งแรงสูง และเป็นโลหะที่ใช้ในการทำประแจเป็นส่วนมาก) ซึ่งมีค่า modulus of elasticity เท่ากับ  $900E6$  ดังรูปที่ 49,50
5. กำหนดค่าแรงที่ใช้ในการขันประแจโดยถือว่าแรงมีลักษณะเป็น static โดยแรงที่ใช้กำหนดจากแรงที่ทำให้น็อตที่ดีที่สุดตามมาตรฐาน มอก. เกิดการเสียหาย ซึ่งมีค่าเท่ากับ 213,600 นิวตัน โดยแบ่งให้แรงกระจายกระทำบนค้ำประแจ ให้มีแรงกระทำสม่ำเสมอตลอดความยาวจากปลายค้ำเป็นระยะ 80 มิลลิเมตร ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยขนาดของมือผู้ใช้ประแจโดยทั่วไป ดังรูปที่ 51
6. กำหนดจุดที่เป็นค่าการเคลื่อนที่ที่ปากประแจ ซึ่งใช้ขันน็อตให้เท่ากับศูนย์ (ไม่มีการเคลื่อนที่)
7. ทำการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์
8. เปลี่ยนรูปทรงของประแจโดยเปลี่ยนมุมที่หัวประแจที่ละ 5 องศา จนถึง 30 องศา แล้วนำไปทำการวิเคราะห์โดยให้ค่า modulus of elasticity , ค่าแรงกระทำ และค่าการเคลื่อนที่ให้คงที่ตลอด

เอกสารที่เปลี่ยนมุม ดังแสดงในรูปที่ 52-71 เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่อนุญาตให้นำไปใช้

9. นำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าความถี่ที่เหมาะสมในการใช้งาน เพื่อนำไปผลิตต่อไป



รูปที่ 48 แสดงมิติของประแจตัวล่างที่ออกแบบ  
ซึ่งมีความหนา 6 มิลลิเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานี้เท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Saarstahl-50 CrV 4

DIN Werkstoff Nr.: **8159**  
 SAE: 6150  
 BS: 735 A 50  
 AFNOR: 50 CV 4

Former brand name:  
**F 2 K**

**Chemical composition**  
 (Typical analysis %)

C	0.50
Si	0.25
Mn	0.90
Cr	1.10
V	0.12
Other*)	(Pb)

**Typical uses:**

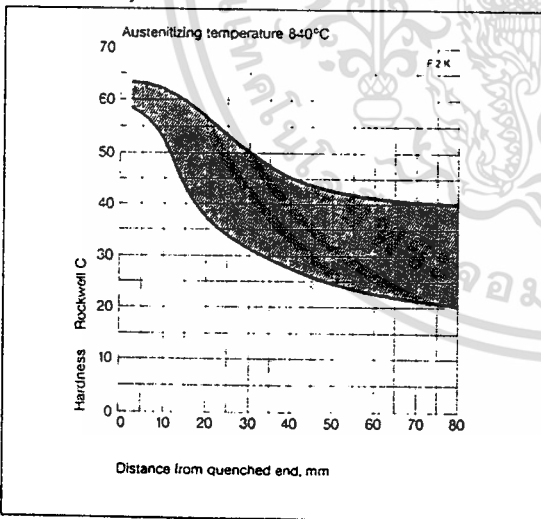
CrV-alloyed heat treatment steel with a strength of 900 - 1200 N/mm<sup>2</sup>, for components used in general machine and vehicle construction, such as gearbox components, pinions, shafts, gears etc.

**Mechanical properties:**

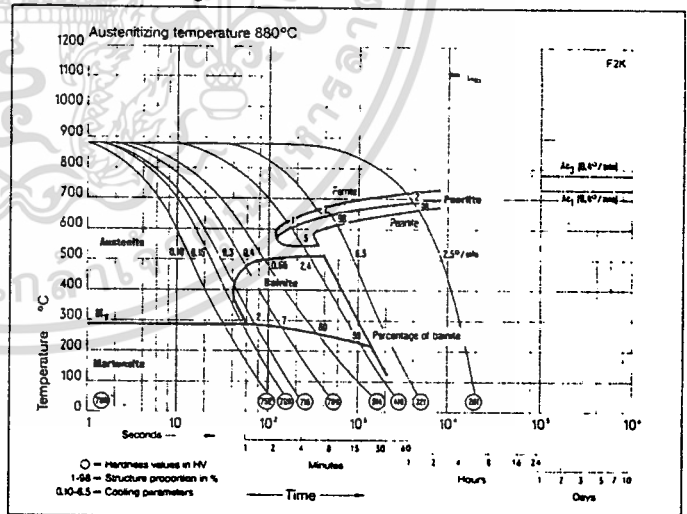
Heat treatment condition	Hardness HB 30
soft-annealed, G	248 max.
heat-treated for improved shearability, B	255 max.

\*) 50 CrV 4 can be supplied with lead and, on request, also with tellurium addition (see also page 38).

**Hardenability band**



**Continuous cooling TTT curves**



24

### รูปที่ 49 แสดงคุณสมบัติของโลหะโครเมียมวานาเดียม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

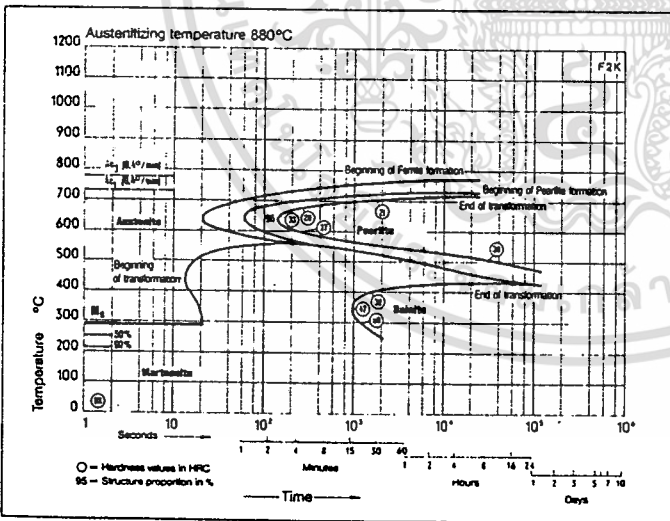
### Hot working and heat treatment

Heat treatment condition	Diameter mm	Yield point N/mm <sup>2</sup> min.	Tensile strength N/mm <sup>2</sup>	Elongation L <sub>0</sub> = 5d <sub>0</sub> % min.	Reduction of area % min.	Notch impact value J* min.
hardened and tempered	< 16	900	1100 - 1300	9	40	19
	16 - 40	800	1000 - 1200	10	45	19
	40 - 100	700	900 - 1100	12	50	19
	100 - 160	650	850 - 1000	13	50	19
	160 - 250	600	800 - 950	13	50	19

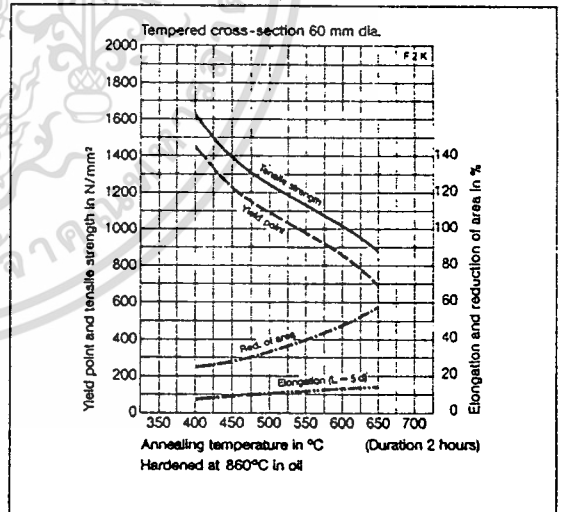
Forging or rolling:	1050 - 850°C
Normalizing:	870 - 900°C/air
Soft-annealing:	680 - 720°C/furnace
Hardening:	850 - 880°C/oil
Annealing:	480 - 650°C/oil

\* ISO V-notch

#### Isothermal TTT curves



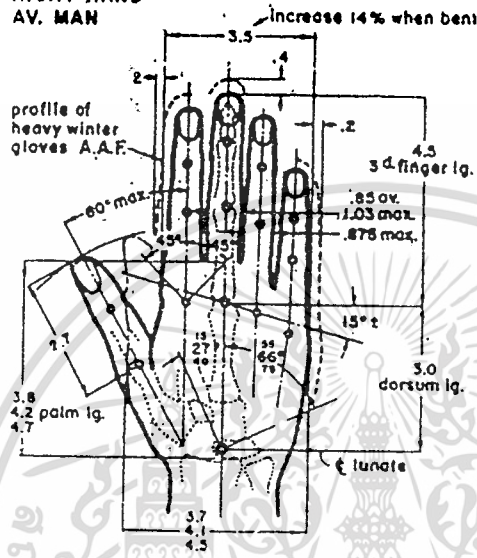
#### Effect of tempering on properties



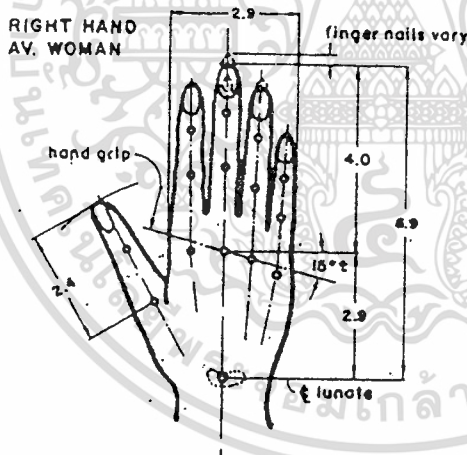
รูปที่ 50 แสดงคุณสมบัติของโลหะโครเมียมวานาเดียม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

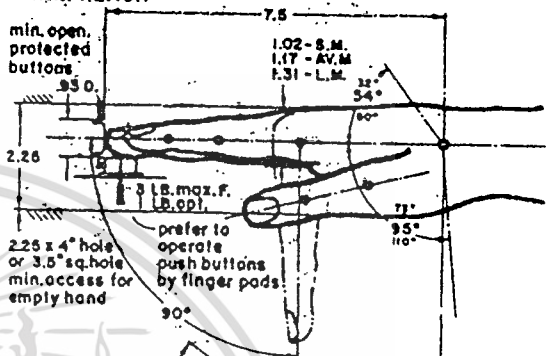
RIGHT HAND  
AV. MAN



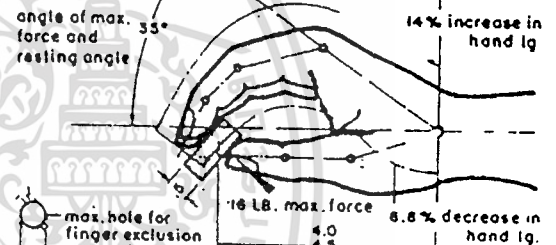
RIGHT HAND  
AV. WOMAN



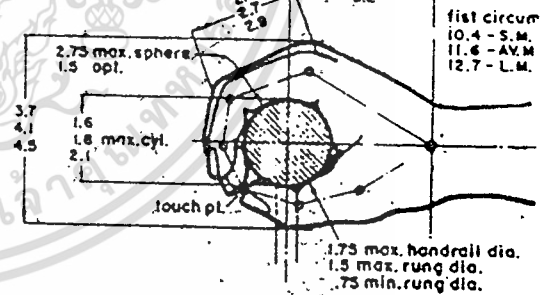
HAND POSITIONS - AVERAGE MAN  
MAX. REACH



FINGER GRIP



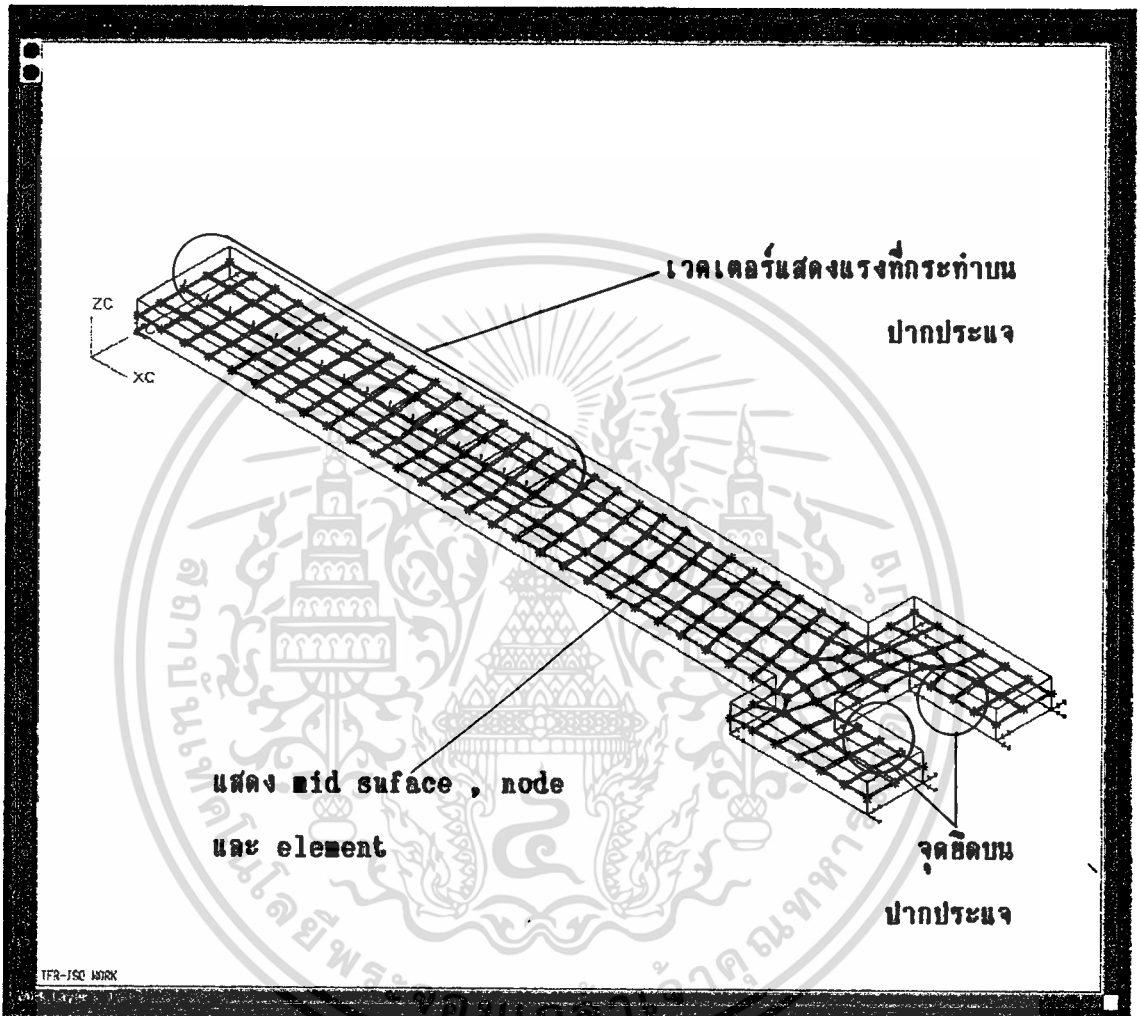
HAND GRASP



HAND DATA	MEN			WOMEN			CHILDREN			
	2.5% tile	50.% tile	97.5% tile	2.5% tile	50.% tile	97.5% tile	6 yr.	8 yr.	11 yr.	14 yr.
hand length	6.8	7.5	8.2	6.2	6.9	7.6	6.1	5.6	6.3	7.0
hand breadth	3.2	3.6	3.8	2.6	2.9	3.1	2.3	2.5	2.8	—
3d finger lg.	4.0	4.5	5.0	3.6	4.0	4.4	2.9	3.2	3.6	4.0
dorsum lg.	2.8	3.0	3.2	2.6	2.9	3.1	2.2	2.4	2.8	3.0
thumb length	2.4	2.7	3.0	2.2	2.4	2.6	1.8	2.0	2.2	2.4

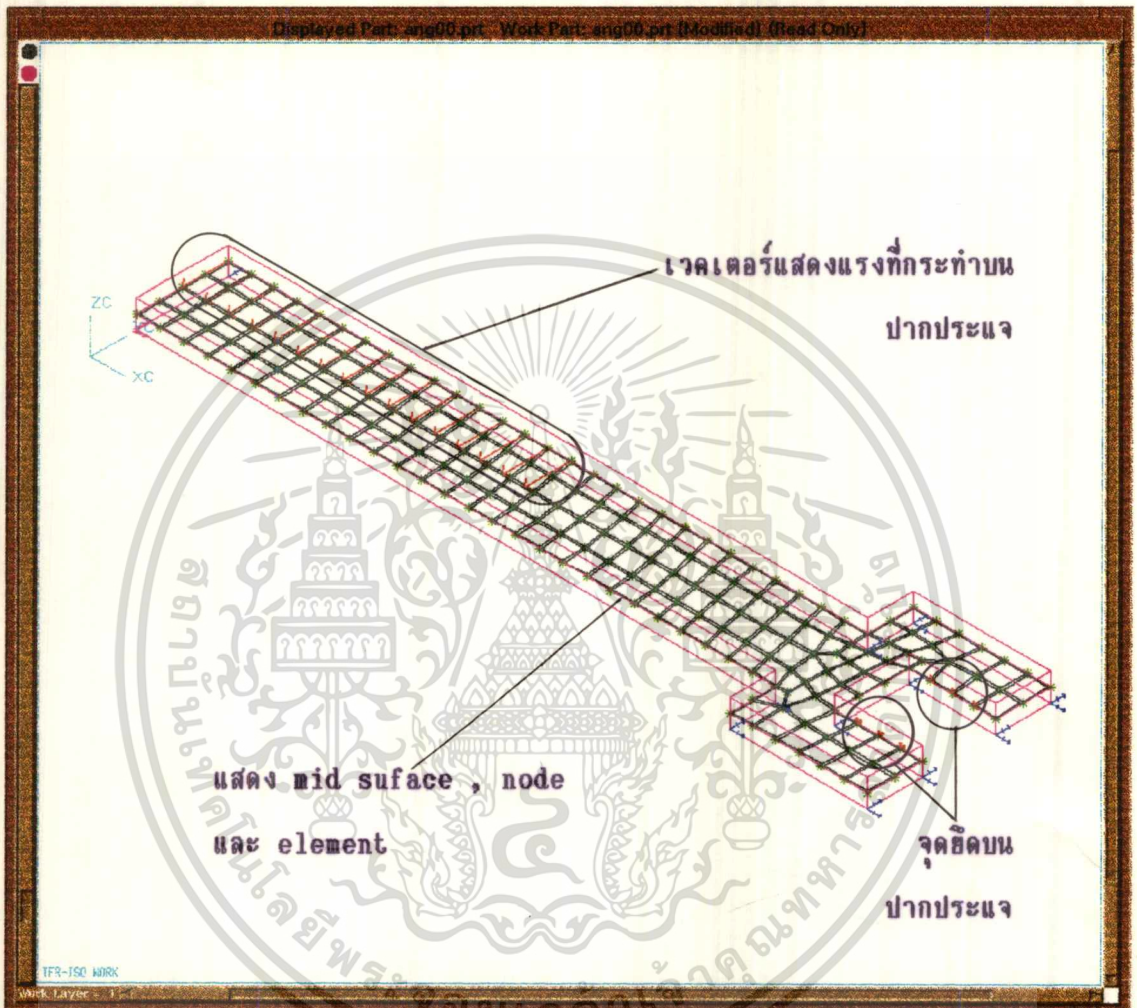
รูปที่ 51 แสดงภาพและข้อมูลตัวเลขการวัดขนาดสัดส่วนมือของผู้ชาย ผู้หญิงและเด็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



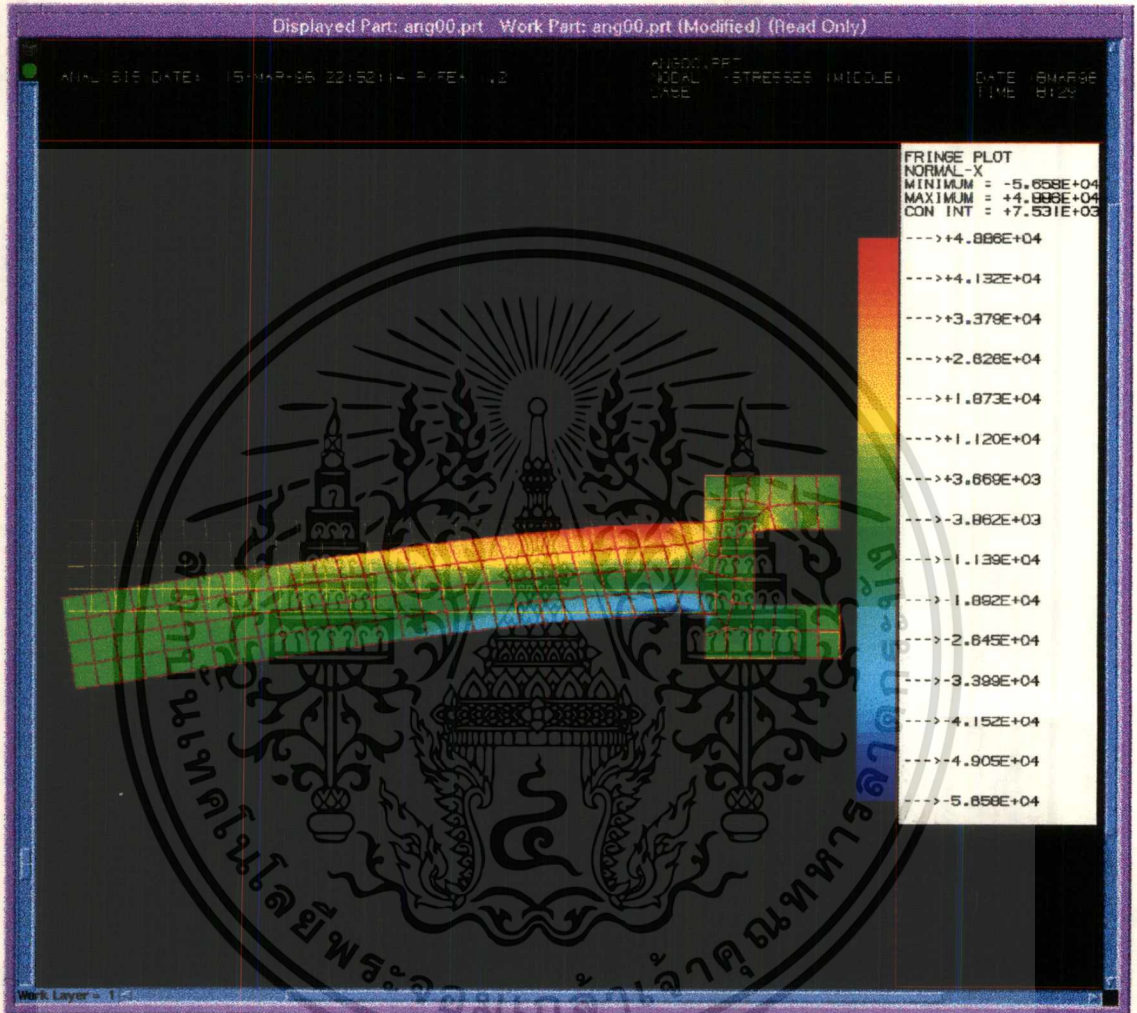
รูปที่ 52 แสดง node , element , แรงกระทำที่ตามจับและจุดยึดที่ปากประแจของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 52 แสดง node , element , แรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ  
ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



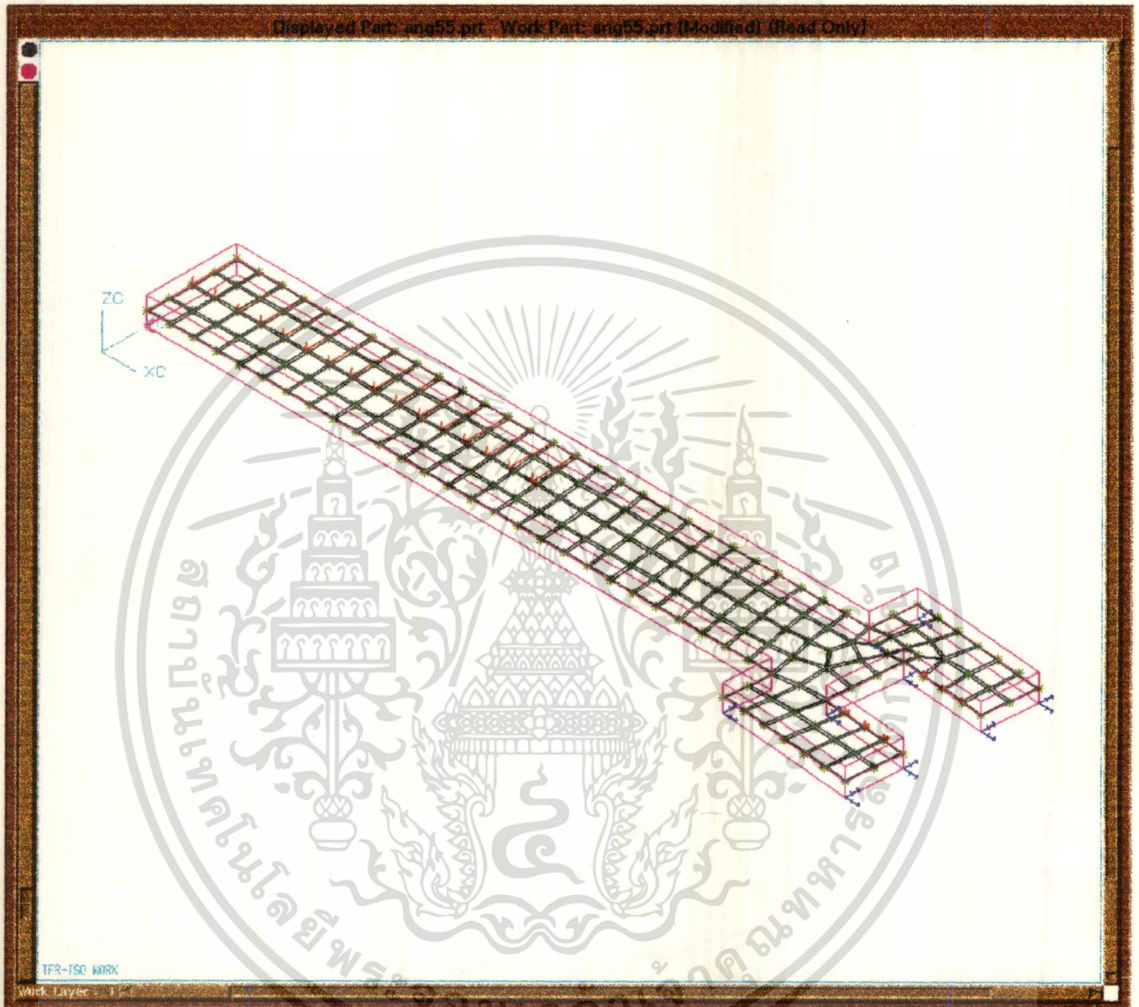
รูปที่ 53 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 52

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 54 แสดงมิติของประแจตัวล่างที่ออกแบบ  
เมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 5 องศา

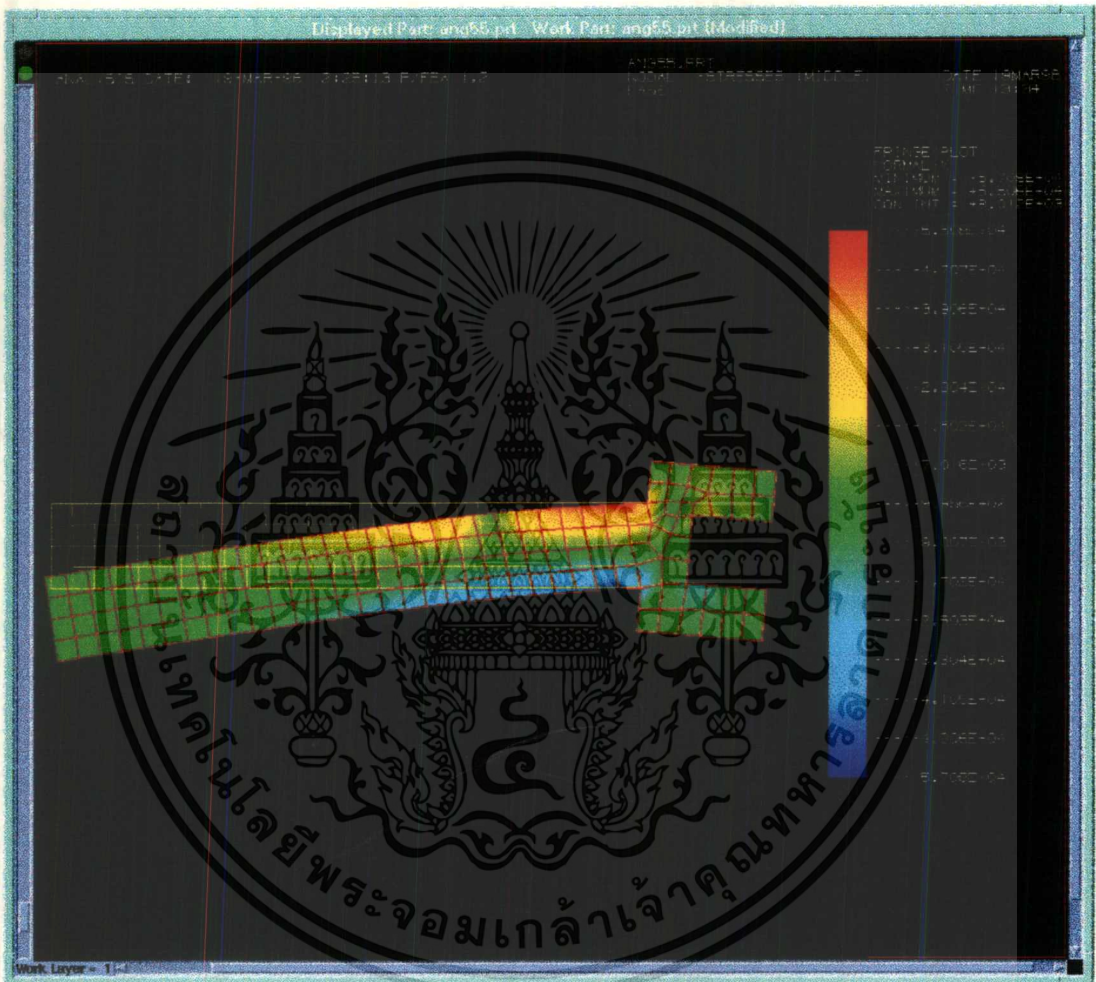
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 55 แสดง node , element , แรงกระทำที่ด้ามจับและจุดยึดที่ปากประแจ  
เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนแปลงไป 5 องศา ทรงประแจตัวอย่างที่ออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

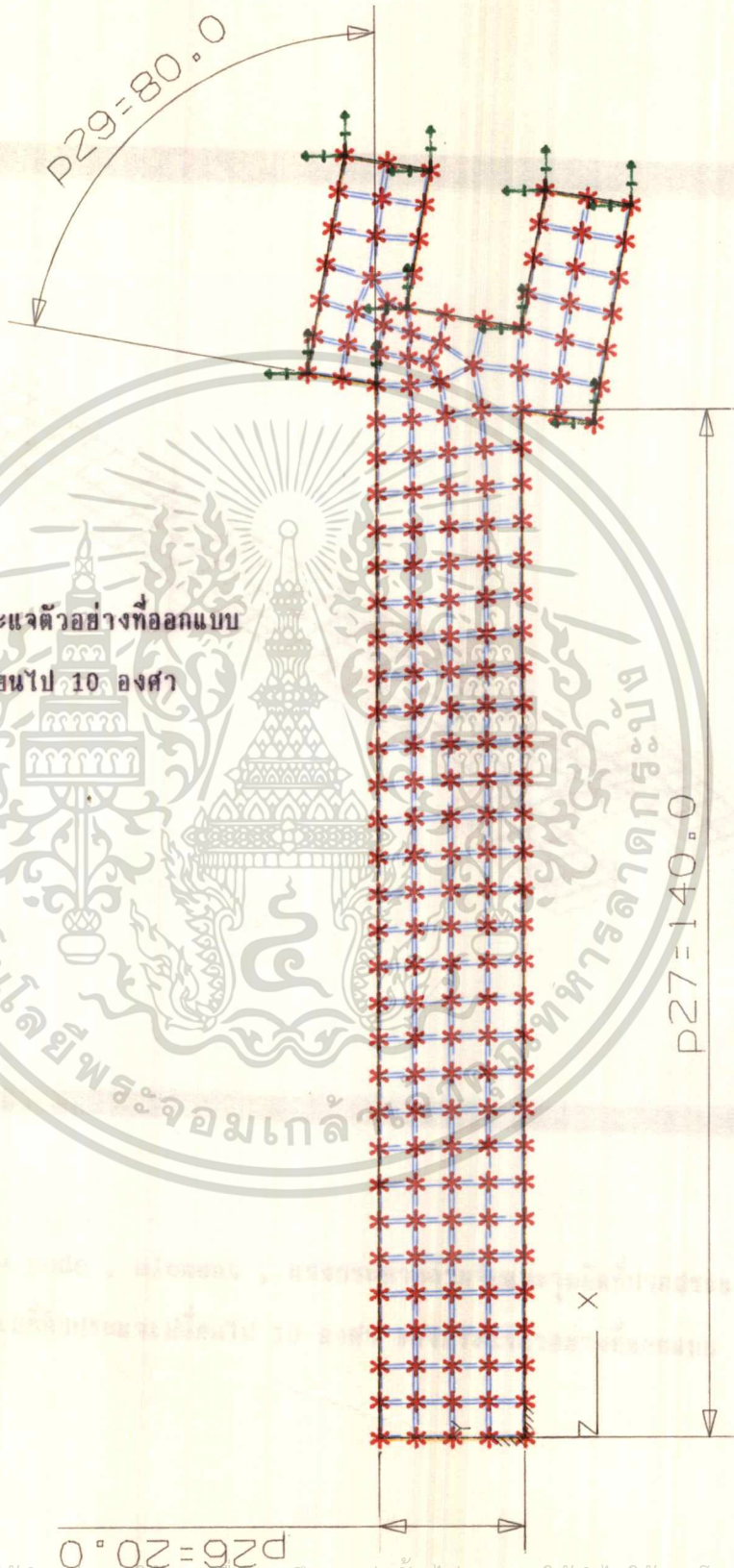
ang05.tif



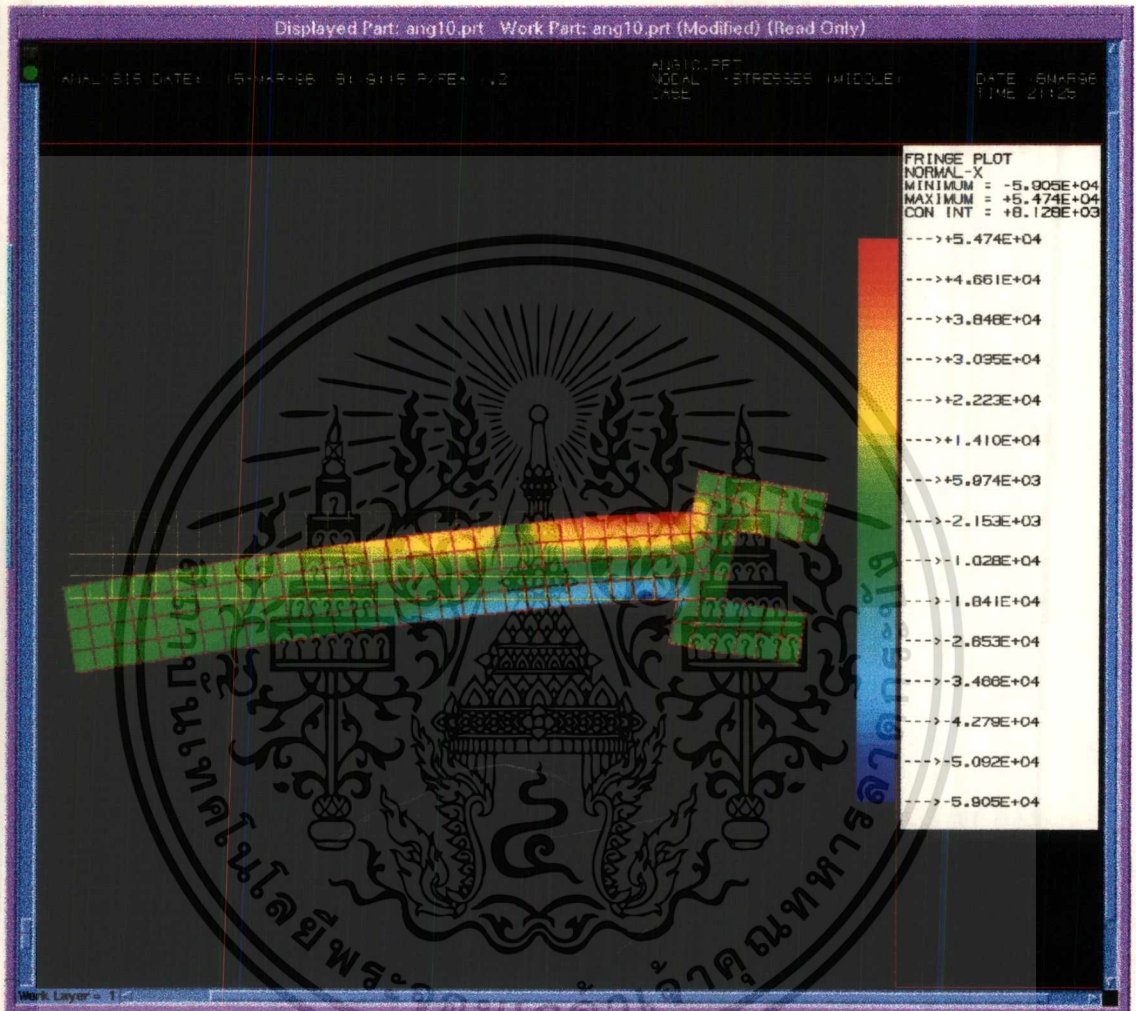
รูปที่ 56 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 55

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 57 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ  
เมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 10 องศา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 59 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 58

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



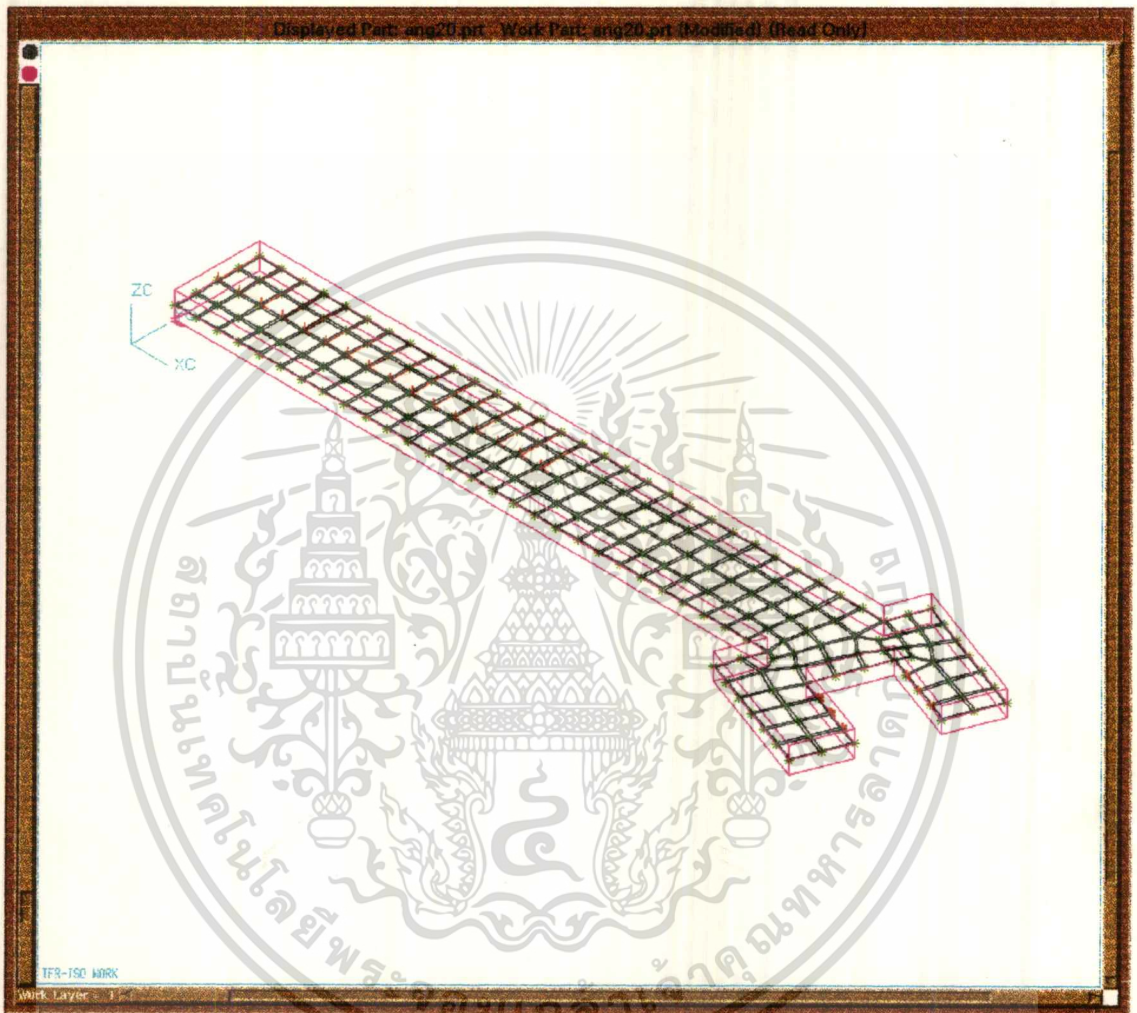
รูปที่ 60 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ  
เมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 15 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



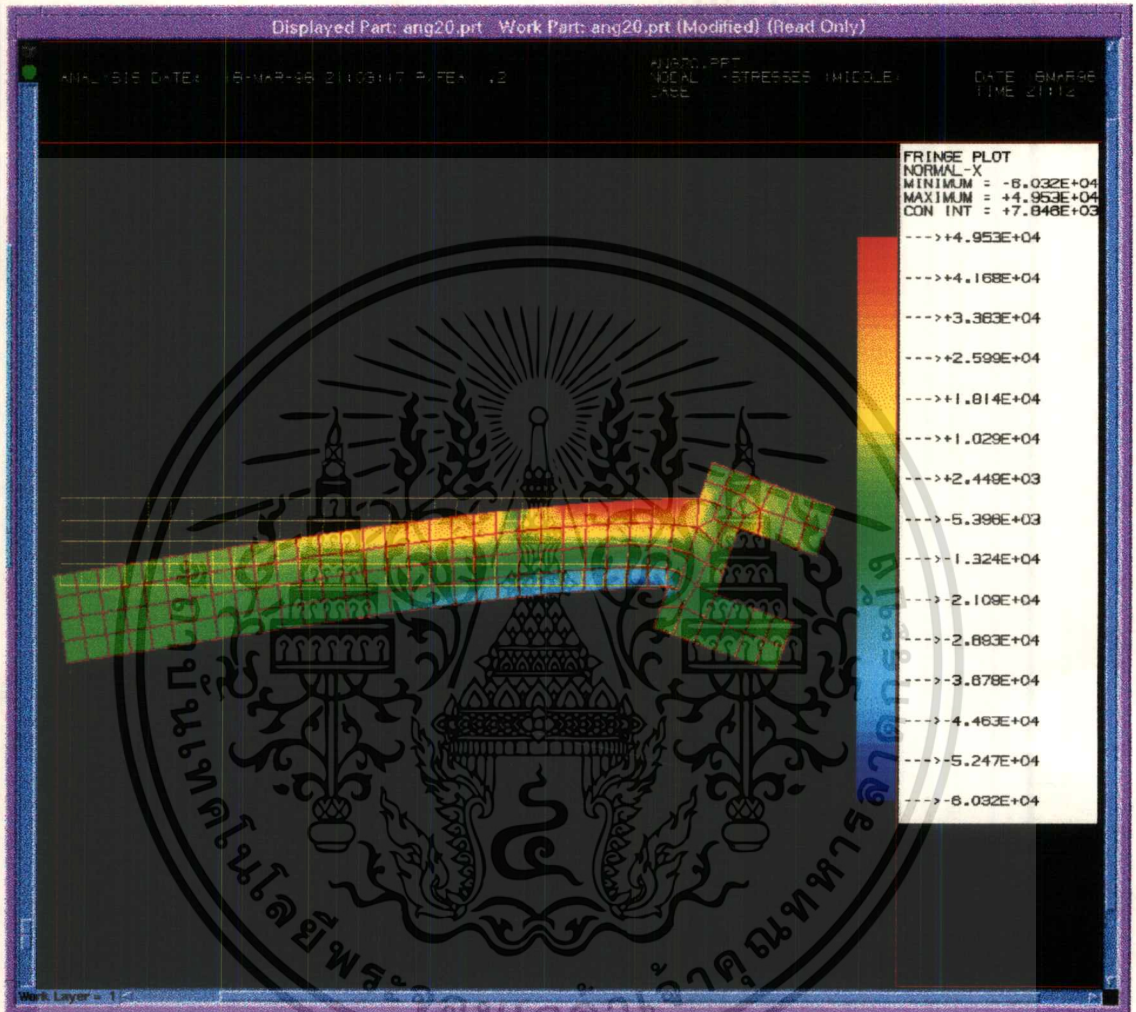
รูปที่ 63 แสดงมิติของประจําตัวอํางที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 20 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนเวลาหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 64 แสดง node , element , แกรงกระทำที่ค้ำจับและจุดยึดที่ปากประแจ  
เมื่อมุมที่หัวประแจเปลี่ยนไป 20 องศา ของประแจตัวอย่างที่ออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



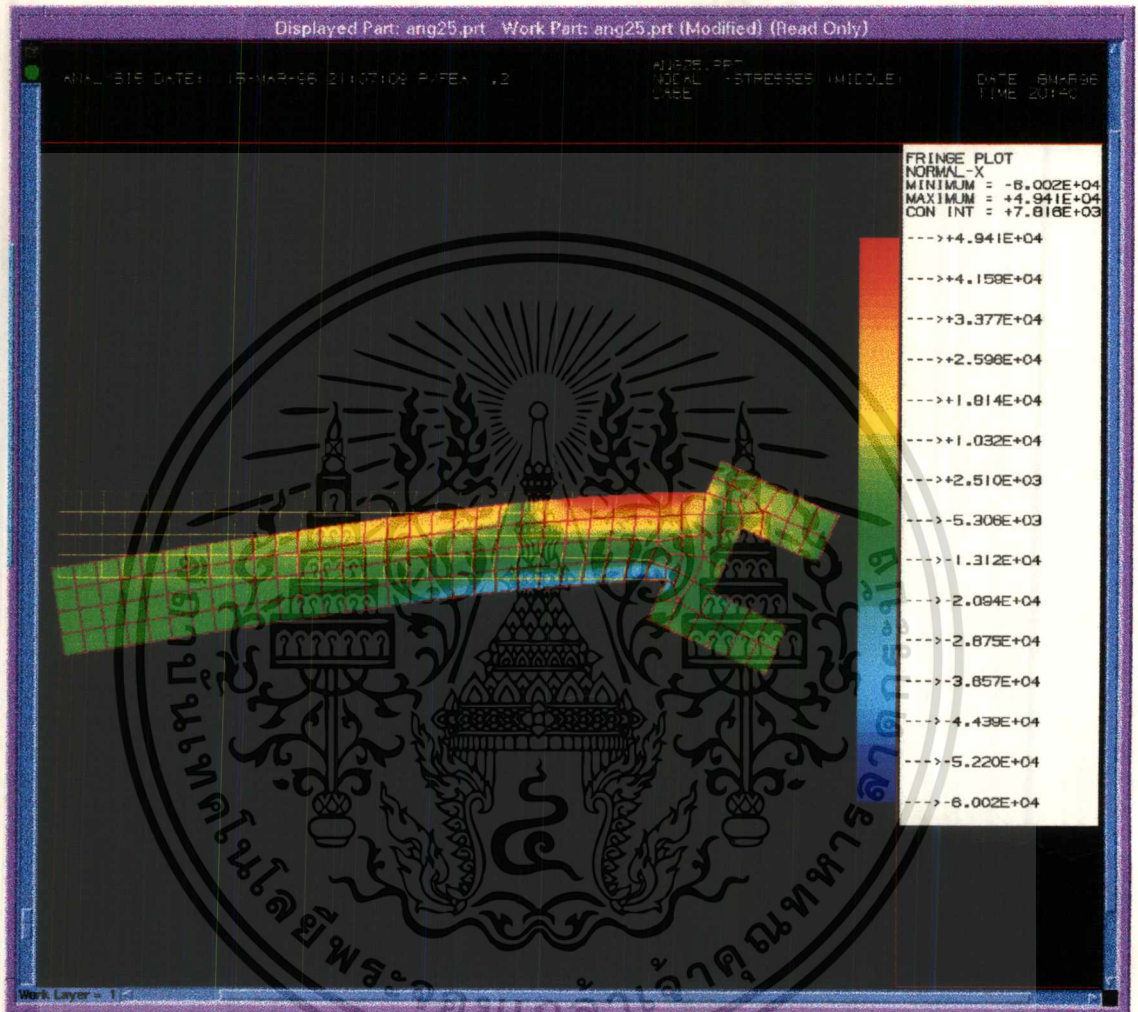
รูปที่ 65 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 66 แสดงมิติของประแจตัวอย่างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 25 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 68 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 67

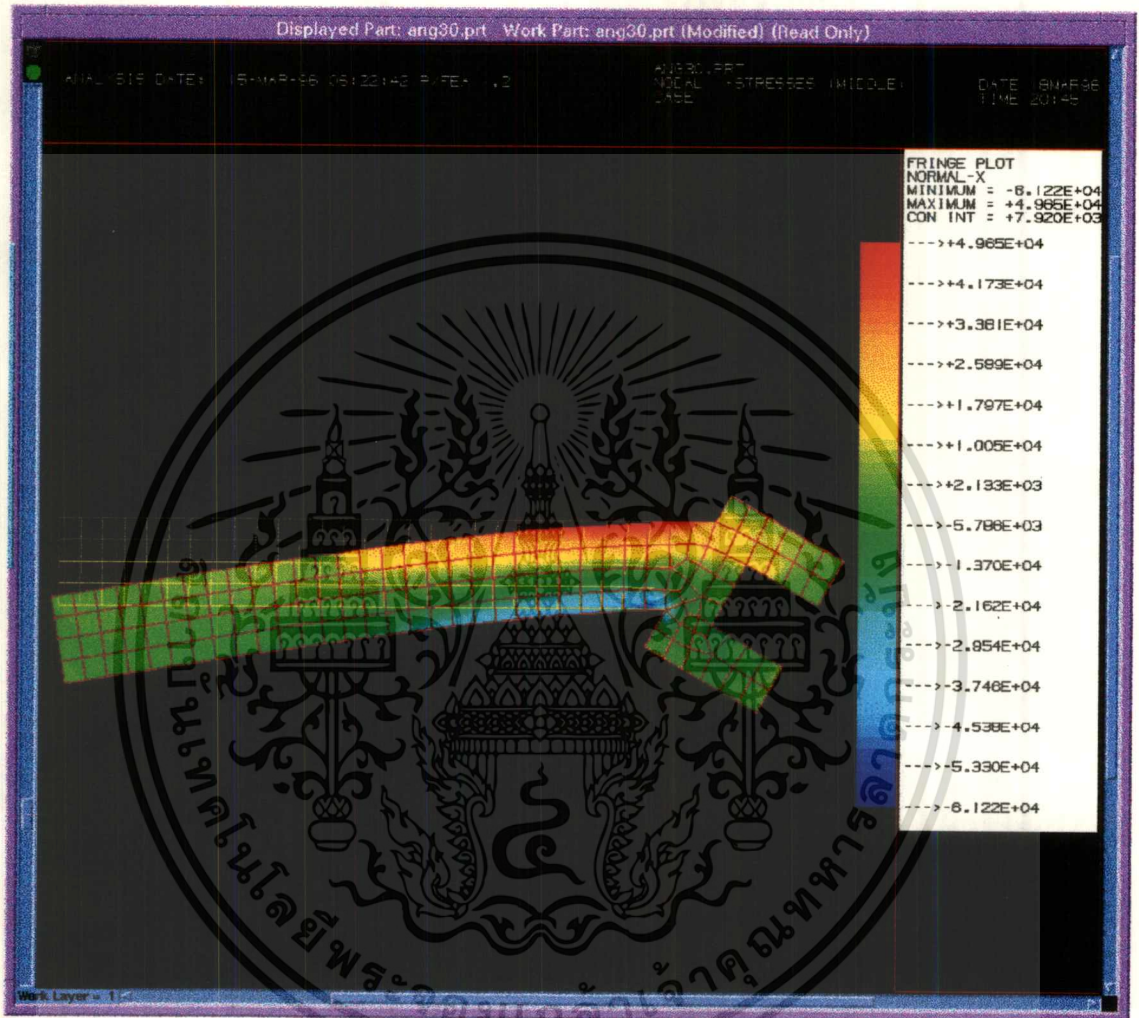
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 69 แสดงมิติของประแจตัวข้างที่ออกแบบเมื่อมุมที่หัวเปลี่ยนไป 30 องศา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้





รูปที่ 71 แสดงการกระจายความเค้นของประแจตัวอย่างของรูปที่ 70

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### สรุปผลการวิเคราะห์ประแจ

จากการวิเคราะห์จะได้ค่า stress ที่เกิดขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนค่ามุมต่างๆดังนี้

มุม (องศา)	Maximum stress (N/mm <sup>2</sup> )
0	4.886E4
5	5.508E4
10	5.474E4
15	5.214E4
20	4.953E4
25	4.941E4
30	4.965E4

ตารางที่ 2 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความเค้นเมื่อมีการเปลี่ยนค่ามุมที่หัวของประแจ

จากผลที่ได้จะเห็นว่า มุมที่จะทำให้เกิดค่า Maximum Stress น้อยที่สุด คือ

0° ( 4.886E4) แต่ในการใช้งานนั้นการที่ประแจมีมุมเป็น 0° นั้นอาจจะเป็นอุปสรรคในการใช้งาน เช่น ไม่สามารถขันนอตในบางสถานที่ได้ดี จึงควรมีมุมที่เกิดขึ้นเพื่อความสะดวกในการใช้งานจริง ดังนั้นเราจึงพิจารณามุมที่ทำให้เกิดค่า Maximum Stress น้อยที่สุดต่อมาจาก 0° ก็คือ เมื่อประแจทำมุม 25° ( 4.941E4 ) พบว่าที่มุม 25° นี้จะทำให้ประแจที่ออกแบบนี้ดีที่สุด เมื่อเทียบกับประแจที่มีอยู่ในท้องตลาด ซึ่งมีค่ามุมเท่ากับ 15-30 องศา

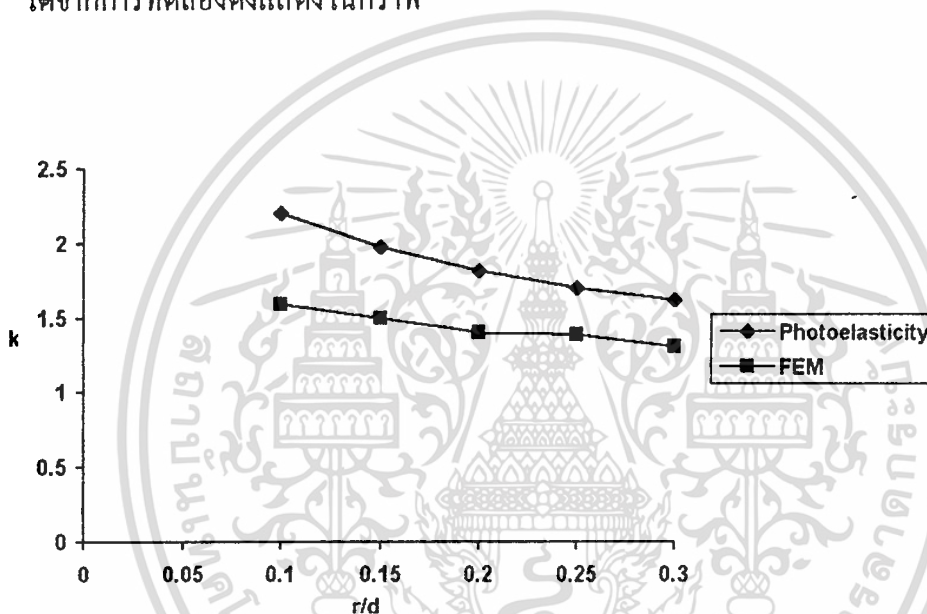
## บทที่ 5

### วิจารณ์และสรุป

จากการที่ได้ทำการวิเคราะห์สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การวิเคราะห์ชิ้นงานตัวอย่าง เพื่อที่จะนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้

จากการทดลอง โดยวิธี Photoelastic ปรากฏว่าผลที่ได้นั้นมีลักษณะแนวโน้มที่ใกล้เคียงกันกับที่ได้จากการทดลองดังแสดงในกราฟ



กราฟ แสดงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการโปรแกรมโดย FEM กับการทดลอง โดยวิธี Photoelasticity

โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น ไม่ยุ่งยากซับซ้อนเหมือนการทดลอง ดังนั้นการนำเอาวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้สามารถหาค่าตอบทางวิศวกรรมได้ดีอีกวิธีหนึ่ง

2. การวิเคราะห์หาค่าความเค้นของประแจเมื่อค่ามุมที่หัวประแจเปลี่ยนไปโดยเริ่มจาก 0 องศา ถึง 30 องศา (เพิ่มทีละ 5 องศา) ได้ผลสรุปว่า ประแจที่ออกแบบนั้นคือที่สุดที่มุม 25 องศา

ในการใช้คอมพิวเตอร์ในการออกแบบและวิเคราะห์นั้น การใช้วิธีวิเคราะห์โดยไฟไนต์เอลิเมนต์เป็น วิธีหนึ่งที่ดีเนื่องจากสามารถวิเคราะห์ผลที่จะเกิดขึ้นได้ค่อนข้างแน่นอนและเห็นผลได้ชัดเจน แต่ค่าจากการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นค่าประมาณทางคณิตศาสตร์ซึ่งขึ้นอยู่กับข้อกำหนดเอลิเมนต์หรือการกำหนดความละเอียด(ยิ่งกำหนดจำนวนเอลิเมนต์มากความละเอียดก็มาก) และทั้งนี้ทั้งนั้นจำเป็นที่จะต้องกำหนดเงื่อนไขที่ถูกต้องด้วยเนื่องจากคอมพิวเตอร์จะมีหน้าที่คำนวณตามข้อมูลที่เรากำหนดเท่านั้น เพราะฉะนั้นผู้ใช้งานจะต้องรู้ถึงวิธีการใช้ถูกต้อง และยังต้องสามารถวิเคราะห์ได้ว่าผลที่เกิดขึ้นนั้นมีแนวโน้มที่จะถูกต้องได้มากน้อยเพียงใดจึงจะสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## UG/GFEM PLUS

*UG/GFEM PLUS offers finite element pre- and post-processing to support graphic creation and manipulation of finite element model entities, including hexahedron and tetrahedron capabilities, for consistently higher quality products brought to market faster.*

### Overview

UG/GFEM PLUS provides integrated finite element processing in the same part file as the geometric design data. Analysis results, such as stress contours and deflected shapes, can be displayed with the original geometric model.

An optional finite element analysis package, UG/GFEM FEA, is available for linear static, free vibration and steady-state heat transfer analysis capabilities. Isotropic and orthotropic materials can be evaluated. Optional interfaces to ANSYS and MSC/NASTRAN also are provided, as well as a user analysis interface for interface creation to other finite element analysis (FEA) solvers.

### Functionality

UG/GFEM PLUS facilitates the creation of linear and quadratic finite elements. Individual element creation and mesh generation is supported for both shell and solid finite elements. Automatic tetrahedron-based solid mesh generation with associative functional assignment for topology-based boundary conditions is also available.

Finite element model verification capabilities include extensive tools for graphic review prior to analysis. Database subset selection provides the capacity to interrogate the finite element model for selection by parameter definition. Polygon-based graphic selection enables visual interaction with complex display of finite element data.

Post-analysis processing allows for the complete or restricted inclusion of load cases/modes for user control of potential database size. Title and legend views are provided with the other specified display views to identify result project information. Graphic display of analysis results is provided in conjunction with the display of all geometry available in the part file.

### Modeling Features

- Extensive element type support:
  - Beam
  - Bar
  - Quadrilateral shell (linear and quadratic)
  - Triangular shell (linear and quadratic)
  - 2-D plane stress, strain and axisymmetric
  - Hexahedron (linear and quadratic)
  - Wedge (linear and quadratic)
  - Tetrahedron (linear and quadratic)
- Structural boundary conditions:
  - Applied to nodes: forces, moments, enforced displacements, enforced rotations, temperatures
  - Applied to elements: pressures
  - Applied to solid topology (TET MESH only): forces, moments, enforced displacements, enforced rotations, temperatures, pressures
- Thermal boundary conditions:
  - Applied to nodes: temperatures, heat flux
  - Applied to element faces: convection coefficient
  - Applied to solid topology (TET MESH only): point load-topo - temperatures, heat flux - and element face load-topo - temperatures, heat flux, convection coefficient

เอกสารนี้

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Load via result-coupled structural and thermal analyses
- Automatic quadrilateral shell element mesh generation
- Automatic tetrahedron solid element mesh generation
- Mapped shell mesh generation
- Mapped hexahedron solid element mesh generation
- Extrude/revolve shell/solid mesh generation
- Finite element shape verification

### Results Evaluation Features

- Display of node and element answer data: \_\_\_\_\_
- Fringe plots - Cutting contours
- Deflected elements - Mode shape animation
- Nodal vectors - Contours/deflected shape
- Vector deflected elements
- Display of analysis results on solid faces

---

All documents on this World Wide Web server and related graphics are copyright protected. EDS is an equal opportunity employer. m/f/v/d. EDS, Unigraphics, Parasolid and GRIP are registered trademarks of Electronic Data Systems Corp. Copyright ©1995 EDS. All rights reserved. All other trademarks or registered trademarks belong to their respective holders. The information within is subject to change without notice and does not represent a commitment on the part of EDS Unigraphics. 03/95

---

*For product information, contact your nearest EDS Unigraphics Sales Office.  
Contact webmaster@ug.eds.com with questions or problems with this service.*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# UNIGRAPHICS

## CAD/CAM/CAE for the Enterprise

### Mechanical Design Through Manufacturing

Unigraphics leads the mechanical design through manufacturing automation market in aerospace, automotive, industrial equipment, medical and high tech applications. Consumer product and special industry manufacturers also are increasingly turning to the system that best handles complex manufacturing applications. More and more leading manufacturers are moving to Unigraphics. Why? Because Unigraphics provides complete and advanced CAD/CAM/CAE software solutions and services that enable *optimal individual productivity, design-through-manufacturing, collaborative engineering and process automation*. With comprehensive product data management and implementation services, EDS Unigraphics stands alone in its ability to deliver enterprise-wide manufacturing technology for competitive advantage.

---

### Featuring Hybrid Modeling, Competitive Advantage Machining and Advanced Engineering Product Data Management

#### State-of-the-art Hybrid Modeler

**Pure Speed in Modeling:** Unigraphics revolutionary approach to design-hybrid modeling-gives the engineer the right tool for the job at hand. The Unigraphics Hybrid Modeler seamlessly integrates parametric, feature-based modeling and explicit geometric modeling, enabling engineers to produce designs in the shortest time possible ... but with the highest quality and innovation. Constraints need be applied only after the designer is confident of intent. No lock ups like in pure parametric systems where users have to start over, or recall hundreds of order-sensitive constraints that are tied to the geometry. Unigraphics also uses a Motif, icon-driven interface to ensure absolute ease of use. The same powerful interface is used from design through manufacturing and can be customized according to user preference.

**Choice of Modeling Tools with Legacy Data Protection:** The Hybrid Modeler enables engineers to use the right modeling tool for the right job. For example, for straightforward modeling applications, parametric techniques are excellent from the start. More complex applications are often optimally developed using traditional solid and surface tools. Unigraphics provides a choice of solid, surface, wire-frame and feature-based parametric modeling capabilities. Specifically, engineers can alter existing models using traditional geometric construction techniques or change the existing surfaces and b-rep solids of their current database into feature-based models and apply parametric techniques. Interoperability between legacy data is possible because all data need not be parameterized or constrained. A user can mix parametric or variational models with a legacy CAD part in any product representation.

**Greatest Interoperability with Other CAD Systems:** Manufacturers, suppliers, partners and even different divisions within companies use different CAD/CAM/CAE systems-some old, some new. Unigraphics makes the transition between dissimilar systems virtually transparent and frustration-free with the largest suite of direct and standard translators in the industry. Both model and drawing data are accepted. Since announcing and releasing its PDES/STEP translator, the first CAD/CAM/CAE vendor to do so, our commitment has grown even stronger to developing the data exchange technology of the future.

**Total Control Over Freeform Shapes:** Today's leading companies are dramatically stepping up efforts to differentiate themselves through innovative product design. Likewise, today's top designers are using sophisticated, freeform shapes not only to deliver automotive body styles, aircraft fuselages, wings, tails and engines, prosthetic devices, but also today's high-tech consumer products, from sculpted razors and intelligent food processors to ergonomic laptops and illuminated space-age watches. The flexible Hybrid Modeler of Unigraphics gives designers a definite competitive edge.

**Intuitive Drafting:** Intelligence has been built into the system, which allows the user's intentions to be anticipated. Moreover, state-of-the-art tools are available to define drawings, including combined creation and editing to immediately access the system, automatic view placement with hidden-line removal for ease of use, and symbols that are associative to the model to automatically create sections and instantaneously update drawings.

**World's Leading, Production-Proven Core Solid Modeler:** Unigraphics unique Hybrid Modeler is based on Parasolid, an exact boundary-representation solid modeler supporting freeform surfaces. Parasolid's strengths include "Tolerant Modeling" to enable reliable modeling with imported data, complex blending and chamfering of edges of any geometric type (rolling ball, variable-radius, cliff-edge, overlapping and overflowing blends) and hollowing and offsetting of solids. More than 30,000 seats are actively employed by system builders, such as ICAD, PDA, Fujitsu and Tecnomatix, in developing and marketing Parasolid-based CAD/CAM/CAE products. Parasolid is also used by numerous engineering organizations, including British Aerospace and General Electric, to build specialized in-house applications.

## Master Model Database

Unigraphics master model database provides a proven, systematic approach that defines and validates a product's geometry and processes. This enables a manufacturing company and its partners and suppliers to work concurrently-collaboratively-to maximize all operations, from design and drafting to component placement and fit checks to assembly analyses and rapid prototyping. The master model database is supported by a powerful new architecture that not only enables hybrid modeling, but also allows new functionality to be easily incorporated in future releases.

## Full Associativity

With Unigraphics proven master model database, changes to the model are easily and automatically propagated through the entire design-through-manufacturing process.

## Easy Manipulation of Large Assemblies

Unigraphics master model database facilitates the design process. Assemblies are easy to manipulate, because components can be detailed separately or in the context of the assemblies in which they are used. Team members work in relation to the overall evolving product. Changes are automatically deployed to the appropriate assemblies. This ensures that the independent activities of each engineer working on the project are in sync. There is no loss of model integrity and no duplication of effort. With UG/Manager, our advanced engineering PDM solution, engineers can economically and confidently approve, revise and release even the most complex products.

## Competitive Advantage Machining for Complex Shapes and Innovative Designs

Unigraphics Hybrid Modeler enables extremely complex freeform shapes to be easily designed. These are the shapes that few software systems can take downstream and even fewer to the machine shop to actually produce parts and products. Unigraphics machining applications are continually tested in rigorous real-world aerospace, automotive and industrial projects. Now Unigraphics CAM applications are increasingly bringing benefit to other industries that are turning to contoured surfaces to improve ergonomics, aesthetics and overall product appeal. Winning designs are the result. Unigraphics leads the market in domain-specific CAM software and expertise, evidenced by such powerful solutions as UG/Genius, UG/Wire EDM, and UG/Unisim. Moreover, Unigraphics yields a big competitive advantage in machining applications.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Highest Degree of Process Automation

EDS Unigraphics focuses on business process opportunities, such as compressing a series of actions into one and building intelligence into user interface devices. Advanced process automation capabilities already built into Unigraphics products include feature-based machining and digital mockup, as well as virtual prototyping, which is vividly illustrated by the UG/Photo and UG/Mechanisms modules. Other Unigraphics applications, including GRIP (a powerful programming tool for the everyday Unigraphics user) and UG/Xess (a simple KBE spreadsheet application) provide simple and direct ways to automate time-consuming tasks, such as building and managing families of parts. In addition, EDS Unigraphics consultants are available to identify and apply custom process automation techniques to a manufacturer's environment, with productivity gains expected from 10-to-1 to 1,000-to-1

## Hardware Independent, Client/Server-based Applications

All Unigraphics seats are implemented in a client/server hardware-independent environment to optimize configurations according to individual customer needs

## Advanced Engineering Product Data Management

Unigraphics offers flexible product data management tools to support work group through enterprise-wide requirements. UG/Manager captures Unigraphics associated files within the product data management environment and coordinates revisions and access control of components within an assembly. This allows teams of people to work together effectively. EDS Unigraphics also provides IMAN--a complete, enterprise-wide modular PDM system with the most advanced architecture of its class. Companies can first implement at the work group level with UG/Manager, then cost effectively extend PDM implementation throughout the enterprise with IMAN

## Gateway to Unigraphics

### UG/Gateway

Provides a Unigraphics seat-the infrastructure which links all Unigraphics modules with common capabilities in an easy-to-use Motif-based environment. UG/Gateway supports key operations, including opening existing Unigraphics part files, creating new part files, plotting drawings and screen layouts, importing and exporting Computer Graphics Metafiles (CGM). Also provided are layer control, view definitions and screen layouts, object information and analysis, display control, access to the "Help" system, blank/unblank objects and shading of solid and surfaced models. UG/Gateway includes an unlimited high resolution plotter license. The module is a prerequisite for all other Unigraphics applications.

## Computer-Aided Design

### UG/Solid Modeling

Provides industry's most powerful hybrid modeling capabilities to seamlessly integrate constraint-based feature modeling and explicit geometric modeling. Users can take advantage of traditional solid, surface and wireframe functionality integrated within an advanced feature-based environment. UG/Solid Modeling enables users to easily create 2-D and 3-D wireframe models, swept and revolved solids, booleans and basic parametric editing. Included are variational sketching tools for quick and efficient conceptual design as well as tools for more general modeling and editing tasks. The module's easy to understand, icon-based graphical environment is the same base from which all other modeling modules are accessed and operated.

เอกสารนี้ UG/Solids Modeling is the prerequisite for both UG/Features Modeling and UG/Freeform Modeling. วิศวกร

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### UG/Features Modeling

Raises the level of expression so that designs can be defined in terms of engineering features, providing support for the creation and editing of standard design features including several varieties of holes, slots, pockets, pads, bosses, as well as a full set of cylinders, blocks, cones, spheres, tubes, rods, blends, chamfers, and more. Also included is the ability to hollow out solid models and create thin-walled objects. Features are parametrically defined for dimension-driven editing based on size and position. User-defined features, which have been stored in a common directory, can also be added to design models. Features can be located relative to any other feature or object and can also be instanced to establish associated sets of features either located individually or in simple patterns and arrays.

### UG/Freeform Modeling

Enables design of complex freeform shapes, either directly on solid bodies, or as independent sheet bodies. Techniques include general sweeps along curves, proportionally developed shapes using 1, 2 and 3 rail methods, lofted shapes using standard cone methods, meshes of points and curves and complex surface fillets, both fixed and variable radius. Sheet modeling is fully integrated with solid modeling and allows freeform shapes to be independently created and later applied to solid designs. Freeform sheets and solids are associated with their defining geometry, allowing earlier design decisions to be revisited with automatic update of downstream work.

### UG/User-Defined Features

Provides an interactive means to capture and store families of parts for easy retrieval and editing using the concept of a user-defined feature (UDF). The module includes all the tools needed to take an existing parametric solid model, created using standard Unigraphics modeling tools, and establish the relationships between parameters, define the feature variables, set default values and decide the general form the feature will take when invoked. When created, the UDFs reside in a directory that can be accessed by any designer using the module. After a UDF is added to the design model, any of its parameters may be edited using the normal feature editing techniques and its behavior will conform to the design intent as established by the original creator of the UDF.

### UG/Drafting

Offers an intuitive drafting environment with a straightforward, friendly interface. UG/Drafting is model-based, built upon the Unigraphics Hybrid Modeler and exploiting the power of solids-based drafting. Dimensions are associated to model geometry so that model changes are correctly reflected in the drawing. There is no better system for the drafting of solid models. Model changes are quickly and effectively propagated to drawings, including associative cross-sections. For parts that do not require solids, 2-D sketches can be created while retaining the dimension-driven aspects of parametrics. UG/Drafting includes support of all the major industrial drafting standards-ANSI, ISO, DIN and JIS, as well as a full set of general purpose drawing creation and icon-based drafting tools. Also provided is automatic drawing layout creation, including orthographic view projection, sectioning, auxiliary and detail views and isometric drafting.

### UG/Assembly Modeling

Ensures individual part precision and correct fit of entire assemblies and is unique in providing an effective team-oriented assembly design environment for concurrent engineering. Component master models can be detailed in the context of the assemblies in which they are used. This allows team members to work in relation to the overall evolving product. Changes are automatically propagated to the appropriate assemblies so there is no loss of model integrity and no duplication of effort. All new system architecture in UG/Assembly Modeling allows extremely large assemblies of 1,000 parts or more to be created and used interactively. The Application Kernel is included with this application and provides common tools, such as the sketcher and the expressions sub-system, that support the creation of application-specific objects.

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### UG/Digital Mockup Utilities

Provides the necessary tools to analyze and document large, complex assemblies. Users can perform clearance analysis and hidden line removal functions using either solid geometry or a faceted representation of that geometry. While the solid geometry provides precise results, the facet-based method can be completed in a fraction of the time. Capabilities include reports for specifying the clearance distance, and the selection of solid objects to be analyzed. All functions may run in batch.

## Computer-Aided Engineering

### UG/GFEM PLUS

Offers finite element preprocessing and postprocessing to create and manipulate finite element model entities, including automatic solid and surface meshing capabilities. Finite element processing is provided in the same part file as the geometric design data. Analysis results, such as stress contours and deflected shapes, can be displayed with the original geometric model. An optional finite element analysis package, UG/GFEM FEA, is available for linear static, free vibration and steady-state heat transfer analyses. Isotropic and orthotropic materials can be evaluated. Optional interfaces to ANSYS and MSC-NASTRAN are available, as well as a user analysis interface for interface creation to other FEA solvers.

### GFEM FEA

Provides a general-purpose, structural analysis software package in Unigraphics that furnishes linear static, modal (vibration) and steady-state heat transfer analysis capabilities to the UG/GFEM PLUS user. GFEM FEA analysis is initiated with the UG/GFEM PLUS module of Unigraphics. The analysis control parameters and load case specification are interactively provided prior to job submittal. Immediate batch analysis is submitted interactively. Following job submittal, the Unigraphics processes are available for more geometric modeling activities.

### UG/MF-Flowcheck

Provides the data to analyze whether a plastic part will do the job intended. Developed by Moldflow and integrated within Unigraphics, UG/MF-Flowcheck indicates surface defects like weld lines and air traps, automatically determines the appropriate processing conditions. Two types of non-Newtonian, non-isothermal analyses are available: 1) considers the behavior of plastic and heat transfer mechanisms, particularly important for parts with non-uniform wall thickness. 2) indicates the moldability of the part, i.e., whether the part can be filled.

## Computer-Aided Manufacturing

### UG/CAM Base

Allows users to manipulate tool paths output by all other graphics machining modules. It includes a general purpose point-to-point operations routine for tasks like drilling, tapping and boring. Provides the infrastructure which links all machining modules with common capabilities in an easy-to-use Motif-based environment.

### UG/Postprocessor

Enables users to easily build their own postprocessors for the majority of NC machines available in industry. A generalized postprocessor, its capabilities are proven across applications, including milling (2-5 and more axis), lathes (2-4 axis), flame cutting, wire EDM and others.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### UG/Surface Milling

Offers comprehensive tools to produce complex 3- to 5-axis motion tool paths. Virtually any surface or solid that is modeled can be machined. Surface machining routines like surface contouring, parameter line machining, rough-to-depth and zig-zag surface machining are provided. Design changes are automatically handled. Parameters such as feedrate, spindle speed and part clearance are instantly accessible and stay modal until changed by the user. Users may test a setting by generating the tool path and requesting its graphic display. The module will simulate the tool path and generate textual output into a CLS. Users may accept the tool path and save the parameters or reject it and alter the parameters as desired.

### UG/Sequential Milling

Greatly enhances two previous modules: Sequential Surface Machining and Drive Curve Mill. This new Unigraphics milling module is available for machining situations where the user requires complete control at every step of tool path creation. UG/Sequential Milling is completely associative. It addresses the market previously handled by API-like systems, but in a far more productive manner. Interactively, it allows the user to build a tool path piece by piece while retaining total control at each step of the process. A new function, called looping, allows the user to generate multiple passes on a surface by defining the inner and outer paths. UG/Sequential Milling generates the intermediate steps.

### UG/GENIUS

Permits manufacturing data to be easily and effectively created and classified. Its powerful relational database system is specifically tailored to support production planning, as well as tool, N/C program, order data and stock management. UG/Genius is based on a modular principle which allows it to be easily expanded and adapted to diverse user requirements. Among a long list of advantages is a graphical tool catalog, interface to Unigraphics CAM modules, as well as interfaces to various MRP systems and DNC systems. UG/Wire EDM

Facilitates the cutting of parts in 2-axis and 4-axis modes. UG/Wire EDM supports Unigraphics models in wire frame or solids. All operations are fully associative in editing and model updating. Numerous types of wire operations are available, such as multi-pass profiling, wire reversing and area removal. Also supported are paths that allow for glue stops and the use of various wire sizes and power settings. Users can use the generalized postprocessor to develop a machine data file for a particular post. The UG/Wire EDM module also supports a large number of popular wire EDM packages, including AGIE, Charmilles and many others.

### UG/Unisim

Furnishes user with a powerful visual system that is designed to provide a close-to-reality machining simulation. Its purpose is to reduce machining time, eliminate damages and enhance quality in complex machining environments. UG/Unisim encompasses the entire machining environment-machine tool, cutting tool, fixtures and work pieces for simulation as well as for verification purposes. By using the postprocessed output from Unigraphics CAM, UG/Unisim accurately detects collisions between involved parts.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Sheet Metal Applications

### UG/Sheet Metal Design

Enables designers to define and simulate manufacturing sequences, unfold and refold the models and generate accurate flat pattern data for downstream applications, such as UG/Sheet Metal Fabrication and UG/Sheet Metal Nesting. The software is fully integrated with Unigraphics from both a design and manufacturing standpoint and works hand in hand with UG Solid Modeling's parametric features, which offer built-in process-specific intelligence. Solids-based designs created in UG Solid Modeling provide the input to UG Sheet Metal Design.

### UG/Sheet Metal Nesting

Optimally nests multiple copies of several parts onto sheet stock using the UG/Sheet Metal Manufacturing software. The user selects which parts to nest, how many of each part and what stock sheets to use. "Automatic nesting" also allows the user to select from alternative part placement strategies with control over the placement of the nested parts. The software optimizes the tool changes and part punching to minimize the repositioning of the sheet. Also included is an interactive nesting application that lets the user graphically place the parts on the stock sheet. EDS Unigraphics consultants develop custom postprocessors for the part programs (fee-based service).

## Programming Tools

### UG/MACROS

Provides a simple interface to capture and play back user-defined sequences. There is no need for programming knowledge or experience. Repetitious tasks and operations can be easily recorded and demonstrated. UG/MACROS is an efficient productivity tool, enabling one-step playback of many interactive steps. Additionally, UG/MACROS can be assigned to a User Tools dialog, allowing immediate access at any time during a Unigraphics session. UG/Macros automates Unigraphics interactive sessions for review by peers and customers. UG/MACROS is included as part of the UG/Gateway module.

### UG/GRIP (GRaphics Interactive Programming)

Gives the everyday user of Unigraphics a full set of tools to automate CAD/CAM/CAE operations. Users can create programs to automate NC operations, families of parts and pre-interactive session commands, and to automatically produce models and drawings. Using a compiled and interpreted language and running in interactive or batch mode, UG/GRIP supports branching, looping, if-then structures and subprograms. UG/GRIP is offered as a development license, with UG/GRIP Execute a run-time only license allowing other users to execute the UG/GRIP-developed programs.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### UG/UFUNC (User Function)

Supports the highest level of sophistication and is the most comprehensive Unigraphics programming tool. Delivered as a library of "C" callable functions, UG/UFUNC is the doorway into Unigraphics, with a direct interface to its core functionality. Includes the ability to create and modify geometry and to attach user-defined attributes-all completely integrated with automatic associative update mechanism. This allows users to fully customize or automate very complex operations. UG/UFUNC can effect breakthrough productivity gains across virtually every design, analysis and manufacturing application. UG/UFUNC is offered as a development license. UG/UFUNC Execute is a run-time only license enabling other users to execute UG/UFUNC-based programs.

### View and Markup

#### UGRemarX

Enables a paperless environment, whereby users can view, mark up and print Unigraphics drawings, ANSI/ISO compliant CGM files or compliant legacy raster files. UGRemarX features a simple Windows-based, graphical user interface (GUI) and PC-paint program type of interaction, so anyone in the organization can work productively within minutes after installation. UGRemarX also can use files from other systems that are in either HPGL, DXF or IGES format. Among capabilities, multiple authors can markup any image regardless of the original image owner ... "post notes" can be added to the markup for additional communication ... and all or any portion of an image can be printed via easy-to-use ICON and menu selections.

### Visualization

#### UG/Photo

Provides advanced graphic tools-including optional quality levels, view rendering, assembly rendering, orthographic and perspective views, light sources, shadowing and engineering material libraries-to visually enhance CAD models. The result is a powerful communications medium to effectively communicate concepts and ideas throughout an organization and to customers and suppliers. Powerful uses include design reviews, product proposals, customer presentations and marketing materials. UG/Photo is fully integrated with the other Unigraphics modules. UG/Photo is based on the same highly intuitive interface as is resident throughout Unigraphics.

### Knowledge-Based Engineering

#### UG/Harness

Enables a 3-D prototype of an electronic wire harness system. A file comprising pin-to-pin connectivity, electrical wire information and component properties provides the logical wiring data. Coupling the file information of the harness

เอกสารนี้  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

system—the netlist—with wire route paths generated during physical layout provides a full harness design description. UG/Harness accepts ASCII netlist data from a variety of sources and automatically calculates wire lengths and wire bundle diameters, then converts the harness centerline route to a Unigraphics solid, enabling interference checking. Also included are automated notification of bend radius violations and bills-of-material listings.

## Special Applications

### UG/Simulation

Provides functions to visualize, animate and analyze assemblies. Both the assembly and disassembly process can be easily simulated, with virtually any size assembly. Single-object motion and kinematically controlled motion for multiple objects can be achieved. With a high-performance graphics accelerator (or like software), users can eyepoint for assembly fly-throughs. Exploded views are easily created. Stopwatch functions allow timing studies. NC machining tool paths can be imported using a CLSF interface.

### UG/Rapid Prototyping

Provides an interface to the fast-growing field of rapid prototyping and manufacturing by generating data that can be read by any rapid prototyping machine. The module produces the industry standard STL file format that allows the user to quickly achieve art-to-part functionality. The STL file requires the model be represented as a series of triangles. UG/Rapid Prototyping quickly creates facets from solid and surface models per user-provided tolerances. For surface models, it detects adjacent surfaces and closes gaps using a user-specified adjacency tolerance, issuing warnings if the surfaces do not define a closed body. An optional triangle display function allows viewing of the faceted model.

### UG/Manager

Coordinates and manages product revisions that are key to the engineering change process. UG/Manager adds multi-user coordination and product data management to Unigraphics applications so that teams of people can work together effectively.

UG/Manager is fully integrated with UG/Assembly Modeling. Unigraphics software products, such as UG/Solid Modeling and UG/Features Modeling, offer team-oriented design tools. Combined, they deliver a tightly-managed design environment that supports the concurrent engineering process.

## Translators

### CATIA, DXF, IGES, V10 to V9 and STEP

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 Comprises the largest suite of direct and standard translators in the CAD/CAM นำไปใช้

industry. Unlike most translator software, Unigraphics software accepts both model and drawing data. Unigraphics allows easy manipulation of data received from suppliers and partners using less sophisticated systems. In fact, the same powerful technology that makes Unigraphics easy to use also allows it to work well with older part files and legacy CAD systems. In addition, EDS Unigraphics was the first CAD/CAM vendor to announce and release a PDES/STEP translator. That strong commitment remains in developing data exchange technology of the future.

## Migration

### UG/MX

Can replace CADAM and its mainframe with networked workstations or can exchange drawings with a mainframe CADAM installation. UG/MX (Unigraphics Migration eXtension) provides cost-effective migration for mainframe CADAM engineers moving from 2-D design/drafting to 3-D applications with solid modeling. Support of legacy 2-D CADAM drawings and Unigraphics 3-D solids design, drafting, analysis and manufacturing functions are available on the same workstation. Complete migration assistance is available.

## Complete PDM and Implementation Services

EDS Unigraphics is the first to break the mold on classical computer-aided design and manufacturing. With our powerful Unigraphics CAD/CAM/CAE system, we provide a full range of resources to engage a realistic and balanced progression toward fully digital, knowledge-based product development among manufacturers, suppliers, partners and customers-across geographic languages, time zones and cultures. Manufacturers seeking dramatic gains and visionary competitive edge will be interested in the following resources.

### EDS Unigraphics

**Enterprise-Wide Product Data Management and Consulting:** IMAN secures comprehensive PDM functionality, featuring an open architecture in a modular structure for enterprise-wide implementation. It is designed to be tightly integrated with heterogeneous CAD/CAM, MRP, document management and purchasing systems. IMAN is flexible and built to be customized-if needed-to a company's unique organizational and technological needs. Among advantages, IMAN provides an object-oriented approach, excels in a distributed environment, operates across heterogeneous hardware platforms and features the industry's leading application interface.

**Diagnostic Services:** Four distinct services aid in the best selection, use and support of CAD/CAM/CAE, PDM, computing and networking. The VPD Capability Assessment gauges the use of industry best practices within a company, project or individual team. Our CAD/CAM and PDM Skills Assessment addresses the "how to" in applying advanced technologies. The CAD/CAM Cost of Ownership yields a detailed picture of a company's spending according to cost of acquired systems, integration and technical support operations, administration and

unbudgeted end-user support operations. The Infrastructure Assessment delivers a master plan for installing and evolving a company's computing infrastructure.

**System Support and Management:** EDS Unigraphics offers a la carte and full system support and management services, from simple hotline telephone support to complete on-site operations and maintenance of workstations, servers, central processors, operating systems, application software, and network hardware and software.

**System Integration:** Integrating CAD/CAM/CAE, PDM, computing and network technologies not only achieves major productivity and cost benefits, but also long-term competitive gain. EDS Unigraphics, and our parent company EDS, can readily call upon the appropriate expertise to deliver the planned results.

### Parent Company

**Profile:** EDS is the world's largest provider of information technology services, supported by operations in more than 30 countries and approximately 70,000 employees. EDS offers system integration, consulting, system management, system development and communications services on a global scale. EDS has built an especially strong reputation in one of information technology's fastest growing markets, system integration-linking complex computer systems and users to share data and resources.

**Value Focus:** Services are designed to free customers from the high cost of purchasing and maintaining information systems internally. By working with EDS, companies focus resources on improving their own products and services, rather than supporting the technologies that help bring them to market.

**Future Plans:** EDS plans aggressive growth by increasing sales, leveraging existing business and entering emerging new markets, such as interactive multimedia. EDS will continue to provide its technical infrastructure capabilities at a competitive price. In select situations, EDS will develop and offer proprietary products.

### Why EDS Unigraphics

"Unigraphics' investment in the underlying geometry structure of the system appears to have paid off handsomely," reported Technicom. "We were quite impressed with the extensive modeling capabilities, especially their new blending, a prerequisite to advanced machining." Technicom noted, "New users considering such systems and particularly interested in precise machining should also give serious consideration to Unigraphics V10.4."

Leading manufacturers use Unigraphics, including Pratt & Whitney, GM, Digital, Allison Engines, Apple, McDonnell Douglas, CADFORM Engineering, FMC, Wainwright, GE Aircraft Engines, Timex, Smith International, Ryobi and Moulinex. In today's dynamic product development environment, be equipped with the software and services to excel.

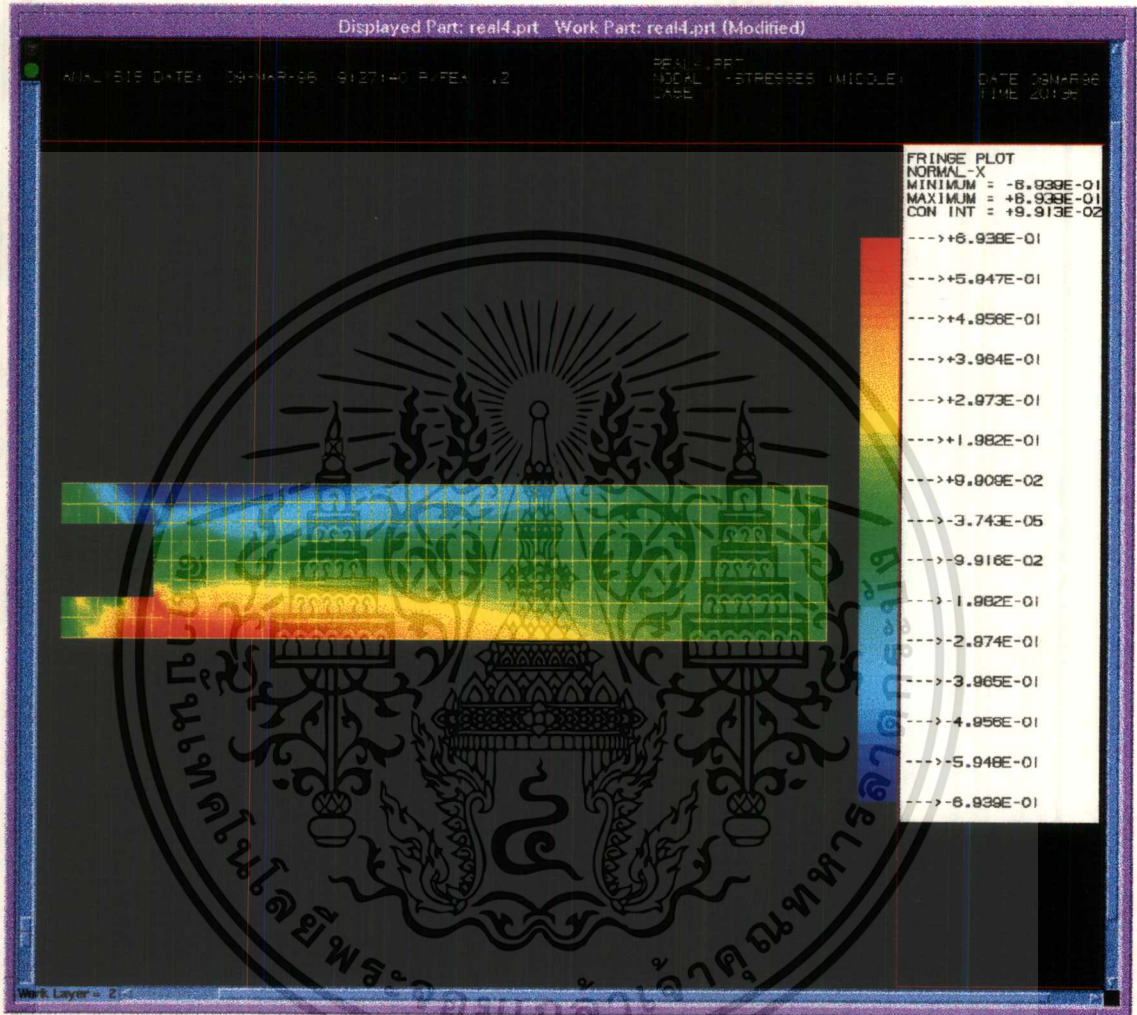
## Complete Design-through-Manufacturing Software

- State-of-the-Art Hybrid Modeler:
  - Pure Speed
  - Choice of Modeling Tools with Legacy Data Protection
  - Greatest Interoperability with Other CAD Systems
  - Total Control Over Freeform Shapes
  - Intuitive Drafting
  - World's Leading, Production-Proven Core Solid Modeler
- Master Model Database
- Full Associativity
- Easy Manipulation of Large Assemblies
- Competitive Advantage Machining for Complex Shapes and Innovative Designs
- Highest Degree of Process Automation
- Hardware Independent, Client/Server-Based Applications
- Advanced Engineering Product Data Management comprehensive manufacturing technology Services
- Enterprise-wide Product Data Management and Consulting
- Diagnostic Services
- System Support and System Management
- System Integration
- Information Technology Services from the World's Leading Provider-EDS

All documents on this World Wide Web server and related graphics are copyright protected. EDS is an equal opportunity employer, m/f/v/d. EDS, Unigraphics, Parasolid and GRIP are registered trademarks of Electronic Data Systems Corp. Copyright © 1995 EDS. All rights reserved. All other trademarks or registered trademarks belong to their respective holders. The information within is subject to change without notice and does not represent a commitment on the part of EDS Unigraphics. 05.95

*For product information, contact your nearest EDS Unigraphics Sales Office.  
Contact [webmaster@ug.eds.com](mailto:webmaster@ug.eds.com) with questions or problems with this service.*

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 72 แสดงการกระจายความเค้นบนเหล็กก่อนที่นำมาตัดเป็นปากประแจ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**การใช้งาน GFEM Plus อย่างคร่าวๆ**

เลือกเงื่อนไขตามลำดับดังนี้

GFEM Plus

Preprocessor

Gfem fea

Structural

OK

(ยอมรับ Model Bounds)

Preferences

Node

Switches

Node Symbol

Dot

OK

Parameters

(ป้อนค่า Unique Tol = 1.0)

OK

Cancel

Preferences

Elements

Parameters

Set Non-Property Elements

(ป้อนค่า Shrink Scale = 1)

OK

Cancel

ตั้งค่า parameter เริ่มต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

*Create Shell Mesh on Midsurfaces*Initial setup

Preferences

Object

(ตั้ง Color เป็น White Choose OK)

Layer

Settings

2

Make Work

OK

เปลี่ยน สี และ layer

Creating Midsurface

Preprocessor

Model Create/Edit

Create Midsurface

เลือกผิวหน้าด้านบน choose OK

เลือกผิวหน้าด้านล่าง choose OK to Generate Midsurface

Layer (Pull-down menu)

Setting

Highlight 3

Make Work

Highlight 1

Invisible

OK

สร้างรูปทรงเรขาคณิตเพื่อสร้าง mesh  
ใน layer ใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Create a mesh

Preprocessor

Model Create/Edit

Shell Mesh

เลือก face ที่ต้องการ (Midsurface)

OK 2 ครั้ง

Enter a value of 0.25 for size

Generate Mesh

Accept

Assigning Properties

Preprocessor

Model Create/Edit

Verify/Edit

Edit Object

Property Sets

All Eligible

Choose OK to edit the property set of QUAD/4 elements

ป้อนค่า  $T1 = 0.25$  (ความหนา = 0.25)

Preprocessor

Model Create/Edit

Create

Material Properties

Isotropic ; OK ในการยอมรับ material ID of 1

(ป้อนค่าคุณสมบัติของวัสดุเช่น :  $E = \dots e \dots$  )

OK

ป้อนคุณสมบัติของวัสดุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Creating loads

Preprocessor

Load Create/Edit

Structural

Create Case ; OK ในการยอมรับ Case Number of 1

Create

Nodal loads

Force

Components

(ป้อนค่า force X,Y,Z ; OK)

Select node

เลือก node ที่ต้องการ ; OK 2 ครั้ง

Preferences

load

Parameters

Auto All type

Set length=10

View--Fit

Cancel 2 ครั้ง

Create

Nodal Loads

Displacement

(ป้อนค่า displacement X,Y,Z ; OK )

Select node

เลือก node ที่ต้องการ ; OK 2 ครั้ง

Cancel

} ปรับการแสดงผลของ load vectors

เอกสาร **Analysis - static Mode** นี้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Analysis

ใส่ชื่อไฟล์ที่ต้องการตั้งชื่อ \_\_\_\_\_

Load Case Specification

ป้อนค่า Force = 1

Displacement = 1

OK

### Retrive Analysis result

Retrive Analysis result

### Postprocessor

postprocessor

Nodal

QUAD/4

All Eligible

OK

Fringe Plot

OK



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ประกาศกระทรวงอุตสาหกรรม

ฉบับที่ 1288 (พ.ศ. 2530)

ออกตามความในพระราชบัญญัติมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม

พ.ศ. 2511

เรื่อง แก้วไขมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม

หมวดเกลียวหัวหกเหลี่ยม

เล่ม 1 ผลิตภัณฑ์ชั้น A และ B (แก้วครึ่งที่ 1)

โดยที่เป็นการสมควรแก้ไขเพิ่มเติมมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม  
หมวดเกลียวหัวหกเหลี่ยม เล่ม 1 ผลิตภัณฑ์ชั้น A และ B มาตรฐานเลขที่  
มอก.338 เล่ม 1-2523

อาศัยอำนาจตามความในมาตรา 15 แห่งพระราชบัญญัติมาตรฐาน  
ผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม พ.ศ. 2511 รัฐมนตรีว่าการกระทรวงอุตสาหกรรม  
ออกประกาศแก้ไขเพิ่มเติมมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม หมวดเกลียวหัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หกเหลี่ยม เล่ม 1 ผลิตภัณฑ์ชั้น A และ B มาตรฐานเลขที่ มอก.338 เล่ม 1-2523 ท้ายประกาศกระทรวงอุตสาหกรรม ฉบับที่ 459(พ.ศ. 2523) ลงวันที่ 9 มิถุนายน พ.ศ.2523 ดังต่อไปนี้

1. ให้แก้มวยเลขมาตรฐานเลขที่ "มอก.338 เล่ม 1-2523" เป็น "มอก.338 เล่ม 1-2530"
2. ให้แก้มวยมาตรฐานจาก "หมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยม เล่ม 1 ผลิตภัณฑ์ชั้น A และ B" เป็น "หมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยม เล่ม 1 ชั้นผลิตภัณฑ์ A และ B"
3. ให้แก้มวยในข้อ 1.1 จาก "การบรรจุหีบห่อ การทำเครื่องหมายและฉลาก" เป็น "การบรรจุ เครื่องหมายและฉลาก" และจาก "ผลิตภัณฑ์ชั้น A และ B" เป็น "ชั้นผลิตภัณฑ์ A และ B"
4. ให้ยกเลิกความในข้อ 1.2 และให้ใช้ความต่อไปนี้แทน  
 "1.2 มาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมนี้ครอบคลุมเฉพาะหมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยมที่ทำจากเหล็กกล้า และมีเส้นผ่านศูนย์กลางระนาบของเกลียวตั้งแต่ 3 ถึง 36 มิลลิเมตร ชั้นสมบัติ 8.8 ลักษณะและขนาดของเกลียวเป็นไปตามมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม เกลียวเมตริกไอเอสไอสำหรับงานทั่วไป และขนาดที่เลือกสำหรับหมุด

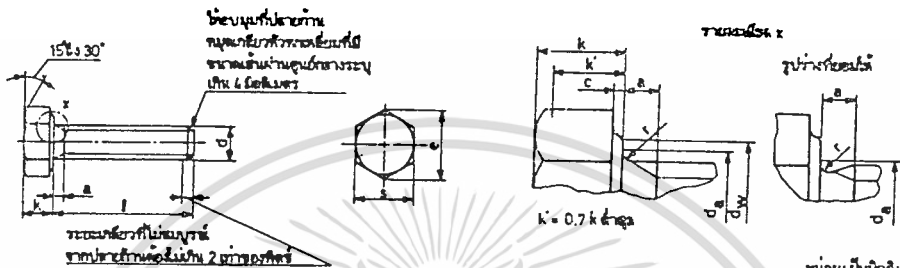
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เกลี๋ยว สลักเกลี๋ยว และแบนเกลี๋ยว มาตรฐานเลขที่  
มอก.159"

5. ให้แก้ความในข้อ 2. จาก "มอก.171" เป็น "มาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม สมบัติทางกลของสลักเกลี๋ยว หมุดเกลี๋ยวและสลักเกลี๋ยวสองข้าง มาตรฐานเลขที่ มอก.171"
6. ให้แก้ความในข้อ 3. และข้อ 4.1 จาก "ผลิตภัณฑ์ชั้น" เป็น "ชั้นผลิตภัณฑ์"
7. ให้ยกเลิกตารางที่ 1 และให้ใช้ตารางต่อไปแทน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 1 มิติของหมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยม  
(ข้อ 4.1)



เส้นผ่านศูนย์กลางของเกลียว d	M3	M4	M5	M6	M8	M10	M12	(M14)	M16	M20	M24	M30	M36
หน่วยเป็นมิลลิเมตร													
เส้นผ่านศูนย์กลางเกลียวของเกลียว													
P	0.5	0.7	0.8	1	1.25	1.5	1.75	2	2	2.5	3	3.5	4
a	ค่าสุด 0.50	0.70	0.80	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00
c	ค่าสุด 0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.20	0.20	0.20	0.20
d	ค่าสุด 3.6	4.7	5.7	6.8	9.2	11.2	13.7	15.7	17.7	22.4	26.4	33.4	39.4
d <sub>1</sub>	ค่าสุด 4.6	5.9	6.9	8.9	11.6	14.6	16.6	19.6	22.5	28.2	33.6		
e	ค่าสุด 6.01	7.66	8.79	11.05	14.38	17.77	20.03	23.35	26.75	33.53	39.98		
k	ค่าสุด 1.88	2.68	3.35	3.85	5.15	6.22	7.32	8.62	9.82	12.28	14.78		
k'	ค่าสุด 1.30	1.90	2.28	2.63	3.54	4.28	5.05	5.96	6.80	8.50	10.30	12.80	15.50
r	ค่าสุด 0.10	0.20	0.20	0.25	0.40	0.40	0.60	0.60	0.60	0.80	0.80	1.00	1.00
s	ค่าสุด 5.32	6.78	7.78	9.78	12.73	15.73	17.73	20.67	23.67	29.67	35.38		
	ค่าสุด 5.50	7.00	8.00	10.00	13.00	16.00	18.00	21.00	24.00	30.00	36.00	46.00	55.00

- หมายเหตุ 1. เมื่อ P คือ พิตช์ของเกลียว  
 a คือ ความยาวระหว่างหน้าหมุดกับเกลียวแรกจากหัว  
 c คือ ความหนาของหมุดในหัว  
 d คือ เส้นผ่านศูนย์กลางปรากฏของหมุด  
 d<sub>1</sub> คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของเกลียวในหัว  
 e คือ ความยาวตลอดก้านหรือความยาวรวม  
 k คือ ความหนาของหัว  
 k' คือ ความหนาของรูประฆัง  
 r คือ รัศมีหัว  
 s คือ ความกว้างระหว่างก้านของหมุด  
 2. ค่าที่อยู่ในวงเล็บไม่แนะนำให้ใช้ นอกจากจำเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8. ให้ยกเลิกความในข้อ 4.2 และให้ใช้ความต่อไปนี้แทน  
 "4.2 เกณฑ์ความคลาดเคลื่อนของเกลียว ให้เป็นไปตาม  
 มาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม เกณฑ์ความคลาด  
 เคลื่อนของเกลียวเมตริกไอเอสโอ สำหรับงานทั่วไป  
 มาตรฐานเลขที่ มอก.339 ชั้น 6g"
9. ให้แก้ความในตารางที่ 2  
 ชื่อส้อมที่ 2 และ 3 จาก " $\leq 10d$ " เป็น " $\leq 10d$  หรือ  
 150"  
 ชื่อส้อมที่ 4 และ 5 จาก " $> 10d$ " เป็น " $> 10d$  หรือ  
 150"
10. ให้ยกเลิกความในข้อ 5.1 และให้ใช้ความต่อไปนี้แทน  
 "5.1 สมบัติทางกล  
 หมุกเกลียวหัวหกเหลี่ยม ต้องมีสมบัติทางกลเป็นไป  
 ตามที่กำหนดในตารางที่ 3  
 การทดสอบให้ปฏิบัติตาม มอก.171"
11. ให้ยกเลิกตารางในข้อ 5. และให้ใช้ตารางต่อไปนี้แทน

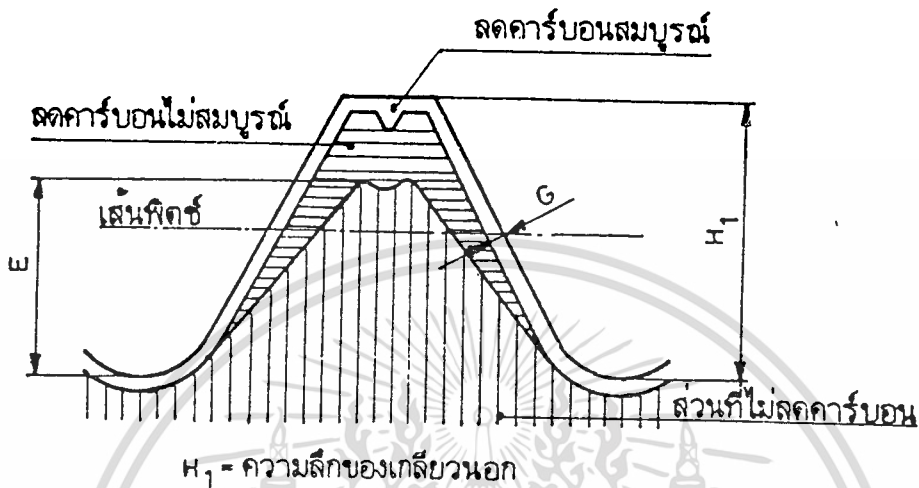
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3 สมบัติทางกล  
(ข้อ 5.1)

รายการ ที่	สมบัติทางกล	ชั้นสมบัติ 8.8		
		≤ M16	> M16	
1	ความต้านแรงดึง $R_m$ เมกะพาสคัล	ระบุ	800	900
		ต่ำสุด	800	830
2	ความแข็งวิกเกอร์ HV $F \geq 98$ นิวตัน	ต่ำสุด	230	255
		สูงสุด	300	336
3	ความแข็งบริเนลล์ HB $F = 30 D^2$ นิวตัน	ต่ำสุด	219	242
		สูงสุด	285	319
4	ความแข็งรอกเวลล์ HRC	ต่ำสุด	20	23
		สูงสุด	30	34
5	ความแข็งผิว HV 0.3	สูงสุด	320	356
6	ความเค้นที่จุดยืคดถาวร $R_{p0.2}$ เมกะพาสคัล	ระบุ	640	
		ต่ำสุด	640	660
7	ความเค้นพิสูจน์ $S_p$	$S_p/R_{p0.2}$	0.91	
		เมกะพาสคัล	580	600
8	ความยืคหลังจากขาด $A_5$ ร้อยละ	ต่ำสุด	12	
9	ความต้านภายใต้การะรูปลิม เมกะพาสคัล	ต่ำสุด	800	830
10	ความต้านแรงกระแทก จูล	ต่ำสุด	30	
11	ความแข็งแรงของหัว	ต้องไม่แตกร้าว		
12	ความสูงของเซกเกลียวที่ไม่ต้องลดคาร์บอน E (รูปที่ 1) ค่าสุด	$1/2 H_s$		
13	ความลึกที่มีการลดคาร์บอนสมบูรณ์ G มิลลิเมตร (รูปที่ 1) สูงสุด	0.015		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

12. ให้ยกเล็กรูปที่ 1 และให้ใช้รูปต่อไปนี้แทน



$H_1$  = ความลึกของเกลียวนอก

รูปที่ 1 เขตลดคาร์บอน

(ข้อ 5.1)

13. ให้ยกเลิกความในข้อ 6. ข้อ 7. ข้อ 8. และข้อ 9. และ  
ให้ใช้ความต่อไปนี้แทน

"6. การบรรจุ

ให้บรรจุหมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยม ในที่ที่มีควมแข็งแรงเพียงพอ โดยมีจำนวนหรือน้ำหนักเป็นไปตามข้อ 6.1 หรือข้อ 6.2 ทั้งนี้เมื่อนับหรือชั่ง ณ ที่บรรจุ จำนวนหรือน้ำหนักหมุดเกลียวหัวหกเหลี่ยมต้องไม่น้อยกว่าที่ระบุไว้ที่ฉลาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 6.1 จำนวนบรรจุ

จำนวนผูกเกลียวหัวทกเหลี่ยมในแต่ละทียบห่อ ควรเป็น  
50 100 200 500 หรือ 1 000 ตัว หรือเป็นไป  
ตามข้อตกลงระหว่างผู้ซื้อกับผู้ขาย

### 6.2 น้ำหนักบรรจุ

น้ำหนักผูกเกลียวหัวทกเหลี่ยมในแต่ละทียบห่อ ควรเป็น  
50 กิโลกรัม หรือเป็นไปตามข้อตกลงระหว่างผู้ซื้อกับผู้  
ขาย

### 7. เครื่องหมายและฉลาก

7.1 ให้ทำสัญลักษณ์ที่หมายถึงชั้นผลิตภัณฑ์ 8.8 ลงบนผูก

เกลียวหัวทกเหลี่ยม ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางระบุของ  
เกลียวตั้งแต่ 5 มิลลิเมตรขึ้นไป นิยมทำที่ด้านบนของ  
หัว โดยการสลักให้เป็นรอยลง ไปหรือทำให้บุ๋มขึ้นมาหรือ  
อาจทำที่ด้านข้างของหัว โดยการสลักให้เป็นรอยลงไป

7.2 ที่หีบห่อบรรจุผูกเกลียวหัวทกเหลี่ยมทุกทียบห่อ อย่าง  
น้อยต้องมีเลข อักษร หรือเครื่องหมายแจ้งรายละเอียด  
แยกต่อไปนี้ ให้เห็นได้ง่าย และชัดเจน

(1) ชื่อผลิตภัณฑ์

(2) ขนาดระบุ x ความยาวระบุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- (3) ชั้นสมบัติ 8.8
- (4) จำนวนหรือน้ำหนักบรรจุ
- (5) รหัสรุ่นที่ทำ
- (6) รูปเหมือนของผลิตภัณฑ์
- (7) ชื่อผู้ทำหรือโรงงานที่ทำ

7.3 ในกรณีที่ใช้ภาษาต่างประเทศ ต้องมีความหมายตรงกับภาษาไทยที่กำหนดไว้ข้างต้น

7.4 ผู้ทำผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมที่เป็นไปตามมาตรฐานนี้ จะแสดงเครื่องหมายมาตรฐานกับผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมนั้นได้ ต่อเมื่อได้รับใบอนุญาตจากคณะกรรมการมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมแล้ว

## 8. การชักตัวอย่างและเกณฑ์ตัดสิน

8.1 รุ่น ในที่นี้ หมายถึง หมู่เกลียวหัวหกเหลี่ยมชั้นผลิตภัณฑ์เดียวกัน ขนาดเดียวกัน ทำจากวัสดุอย่างเดียวกัน ที่ทำหรือส่งมอบหรือซื้อขายในระยะเวลาเดียวกัน

8.2 การชักตัวอย่างและการยอมรับ ให้เป็นไปตามแผนการชักตัวอย่างที่กำหนดต่อไปนี้ หรืออาจใช้แผนการชักตัวอย่างอื่นที่เทียบเท่ากันทางวิชาการกับแผนที่กำหนดไว้

8.2.1 การชักตัวอย่างและการยอมรับสำหรับการทดสอบ  
จำนวนหรือน้ำหนักบรรจุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8.2.1.1 ให้ชักตัวอย่างโดยวิธีสุ่มจากรุ่นเดียวกัน จำนวน 5 ทีบห่อ

8.2.1.2 ตัวอย่างต้องเป็นไปตามข้อ 6. ทุกทีบห่อ จึงจะถือว่าหมุกเกลียวหัวหกเหลี่ยมรุ่นนั้น เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด

8.2.2 การชักตัวอย่างและการยอมรับสำหรับการทดสอบ มิติ และสมบัติทางกล

ให้เป็นไปตาม มาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรม การชักตัวอย่างและเกณฑ์ตัดสินการตรวจรับตัวมีด มาตรฐานเลขที่ มอก.314

8.3 เกณฑ์ตัดสิน

ตัวอย่างหมุกเกลียวหัวหกเหลี่ยม ต้องเป็นไปตามข้อ

8.2.1.2 และข้อ 8.2.2 ทุกข้อ จึงจะถือว่าหมุกเกลียวหัวหกเหลี่ยมรุ่นนั้นเป็นไปตามมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมนี้

## 9. การทดสอบ

9.1 การวัดมิติ

9.1.1 เกลียว ให้วัดด้วยเครื่องวัดผ่านและไม่ผ่าน (go, no-go gauge)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

9.1.2 มิติอื่น ๆ ให้ใช้ไมโครมิเตอร์หรือเครื่องวัดที่มีความละเอียดถึง 0.01 มิลลิเมตรหรือ 0.005 มิลลิเมตร แล้วแต่กรณี"

ทั้งนี้ ตั้งแต่วันที่ประกาศในราชกิจจานุเบกษา เป็นต้นไป

ประกาศ ณ วันที่ 14 ธันวาคม พ.ศ. 2530

ประมวล สภาวตุ

รัฐมนตรีว่าการกระทรวงอุตสาหกรรม

ประกาศในราชกิจจานุเบกษา เล่ม 104 ตอนที่ 265

วันที่ 24 ธันวาคม พุทธศักราช 2530

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จลงได้ด้วยความอนุเคราะห์จากหลายท่านด้วยกัน ที่ได้ให้คำปรึกษา  
แนะนำและความช่วยเหลือด้านต่างๆ ทางผู้จัดทำขอขอบพระคุณ

อาจารย์ วีระชัย ลิ้มพรชัยเจริญ

อาจารย์ สรรวริศ อู่วัฒนา

อาจารย์ กวิน สนธิเพิ่มพูน

คุณพิสุทธิ และพนักงานแผนก CAD/CAM บริษัท ไออีซี จำกัด

(มหาชน)

พี่ จิรวุฒิ , พี่ ชีรพงษ์ และเจ้าหน้าที่ห้อง CAD/CAM สำนักวิจัยและ

บริการคอมพิวเตอร์

รวมทั้งอาจารย์ทุกท่านและเพื่อนๆทุกคนที่ได้ให้ความช่วยเหลือด้านต่างๆเป็นอย่างดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### เอกสารอ้างอิง

1. ศ.ดร.วริทธิ์ อึ้งภากรณ์ , รศ.ชาญ ถนัดงาน , "การออกแบบเครื่องจักรกล หน่วย SI เล่ม 1" พิมพ์ครั้งที่ 10 , บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด
2. รศ.ดร.ปราโมทย์ เคชะอำไพ. "ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม", สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2537
3. Kurt M. Marshek, "DESIGN of MACHINE and STRUCTURAL PARTS", John Wiley & Sons, Inc., 1987
4. PDA Engineering, "Introduction to PATRAN Plus", 1990
5. Electronic Data Systems Corporation, Unigraphics Division, "GFEM Plus Finite Element Modeling and Analysis User Manual", June 1994
6. P.ORLOV, TRANSLATED FROM THE RUSSIAN BY YU.TRAVNICHEV, "FUNDAMENTALS OF MACHINE DESIGN", MIR PUBLISHERS MOSCOW
7. M.M.Leven Westinghouse Research Laboratories, "PHOTOELASTICITY The Selected Scientific Paper of M.M.Frocht", PERGAMON PRESS, First edition 1969

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้