



แผนภาพออกแบบตัวชดเชยสำหรับระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาติดครีต
Bode Design Charts for Continuous-Time and Discrete-Time Compensator



โดย
นายนิธิพัฒน์ ทิรฆวนิช
นายสถาพร สุวรรณวิไลกุล

วัน เดือน ปี..... 11. ๑๑. 2541
เลขทะเบียน..... 038872
เลขเรียกหนังสือ..... T.11011.๒.๒๖.๑๑.๑

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีก วิชา 2540

038872

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แผนภาพออกแบบตัวชดเชยสำหรับระบบเวลาดำเนินการและระบบเวลาติสคริต
Bode Design Charts for Continuous-Time and Discrete-Time Compensator



ปริญญาบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2540

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2540

ภาควิชา ระบบควบคุม

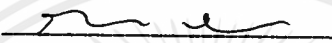
คณะ วิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เรื่อง แผนภาพออกแบบตัวชดเชยสำหรับระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาติดสคริต

Bode Design Charts for Continuous-Time and Discrete-Time Compensator

ผู้จัดทำ

1. นายนิธิพัฒน์ ทิรฆวนิช รหัส 37014201

2. นายสถาพร สุวรรณวิไลกุล รหัส 37014451


(รศ.วิพันธ์ ปรีชาพานิช) อาจารย์ที่ปรึกษา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แผนภาพออกแบบตัวชดเชยสำหรับระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาดิสครีต
Bode Design Charts for Continuous-Time and Discrete-Time Compensator

โดย

นายนิธิพัฒน์ ทิระฆวนนิช

รหัส 37014201

นายสถาพร สุวรรณวิไลกุล

รหัส 37014451

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ.วิพันธ์ ปรีชาพานิช

บทคัดย่อ - รายงานฉบับนี้นำเสนอวิธีการออกแบบตัวชดเชยทั้งในระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาดิสครีต หัวใจสำคัญของวิธีการนี้คือ ชุดของแผนภาพออกแบบตัวชดเชย ซึ่งสร้างขึ้นมาจากการพิจารณารูปแบบของตัวชดเชยแต่ละชนิดด้วยวิธีการที่เหมาะสม แผนภาพเหล่านี้ทำให้การหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของตัวชดเชยเป็นไปได้โดยสะดวก ลดขั้นตอนของการคำนวณและการลองผิดลองถูกให้เหลือน้อยที่สุด รายละเอียดการออกแบบที่ได้แสดงไว้ในตัวอย่างแต่ละข้อ จะช่วยให้เข้าใจวิธีการทางกราฟิกนี้ได้ดียิ่งขึ้น

Abstract - This report presents a graphical design method for common continuous-time and discrete-time compensators. The method is based upon a set of design charts which have been generated using appropriately normalized compensator transfer functions. These charts allow compensator parameters to be determined with minimum calculations, and without going through the trial and error procedure presented in most introductory control systems textbooks. A detailed design example is given to illustrate the method.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้จะสำเร็จลงมิได้ ถ้าหากไม่ได้รับความช่วยเหลือจากทุก ๆ ท่าน ต่อไปนี้

- ท่านอาจารย์วิพันธ์ ที่กรุณารับเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา
 - ท่านอาจารย์ทุก ๆ ท่าน ที่ช่วยประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้
 - เพื่อน ๆทุกคน ในภาควิชาระบบควบคุม ที่สร้างความสนุกสนานให้ทุกวัน
 - สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้โอกาสผู้จัดทำได้เข้ามาศึกษา
 - ประชาชนชาวไทยทุก ๆคนที่ช่วยกันแก้ไขปัญหาเศรษฐกิจของชาติ
- และที่จะลืมไม่ได้ ครอบครัวของผู้จัดทำ คุณพ่อ คุณแม่ที่ยอมรับและเข้าใจในการตัดสินใจในทุก ๆเรื่อง พี่และน้องที่ช่วยให้กำลังใจ

ทุกคนมีส่วนผลักดันให้เกิดปริญญาบัตรเล่มนี้ขึ้น ขอแสดงความขอบคุณอย่างสุดซึ้ง

ผู้จัดทำ



สารบัญ

เรื่อง	หน้า
1. บทนำ	1
2. การออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาต่อเนื่อง	1
2.1 หลักการออกแบบตัวชดเชยโดยวิธีทางกราฟิก	1
2.2 วิธีสร้างแผนภาพตัวชดเชย	2
3. การนำไปใช้งาน	10
4. การออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาติดสครีต	27
4.1 การวิเคราะห์ระบบควบคุมดิจิทัล	27
4.2 หลักการออกแบบตัวควบคุมดิจิทัล	29
4.3 ตัวชดเชยดิจิทัลรูปแบบต่าง ๆ	30
4.4 ตัวอย่างการออกแบบ	37
5. แนวทางการพัฒนาในขั้นต่อไป	40
6. บทสรุปและวิจารณ์	40
ภาคผนวก ก. ข้อกำหนดในโดเมนเวลา	41
ภาคผนวก ข. ความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนเวลาและโดเมนความถี่	45
ภาคผนวก ค. โปรแกรมสำหรับสร้างแผนภาพตัวชดเชย	48
หนังสืออ้างอิง	63

1. บทนำ

การออกแบบตัวชดเชยโดยใช้ผลตอบสนองทางความถี่หรือการใช้แผนภาพโบด (Bode Diagram) นับเป็นวิธีพื้นฐานที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการออกแบบระบบควบคุมต่าง ๆ อีกวิธีหนึ่ง โดยสังเกตได้จากในหนังสือทฤษฎีระบบควบคุมเบื้องต้นส่วนมาก ที่มักจะกล่าวถึงวิธีการออกแบบโดยใช้แผนภาพโบดควบคู่ไปกับวิธีอื่นอยู่เสมอ ๆ

ข้อดีของการออกแบบโดยใช้แผนภาพโบดก็คือ ทำได้ง่ายและค่อนข้างตรงไปตรงมา แผนภาพโบด ทำให้เรามองเห็นได้ว่าเราจะปรับปรุงระบบเพื่อให้มีผลตอบสนองตามที่เรากำลังต้องการในส่วนไหนได้บ้าง และจะสามารถเพิ่มหรือลดค่าส่วนนั้นได้ขนาดไหน และถึงแม้ว่าผลตอบสนองบางอย่างที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการออกแบบนั้นจะไม่อยู่ในรูปที่จะอ่านค่าได้โดยตรงจากแผนภาพโบด (เช่น settling time, damping ratio) แต่เราก็สามารถพิสูจน์ได้ว่าค่าเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับแผนภาพโบดเช่นกัน (อ่านรายละเอียดในภาคผนวก ข.) ข้อดีอีกอย่างของการออกแบบโดยใช้แผนภาพโบด คือ สามารถประยุกต์ใช้กับระบบที่หารูปแบบสมการได้ยาก แต่สามารถบอกคุณสมบัติของระบบเหล่านี้ได้ในรูปของข้อมูลจากการทดลอง ซึ่งส่วนใหญ่เป็นข้อมูลที่ได้จากการทดลองหาผลตอบสนองทางความถี่ เช่น ระบบนิวเมติก ระบบไฮดรอลิก เป็นต้น

แต่อย่างไรก็ตาม วิธีการออกแบบโดยใช้แผนภาพโบดนี้ จะเสียเวลาส่วนใหญ่ไปกับการคำนวณในขั้นตอนต่าง ๆ ซ้ำ ๆ กันหลายรอบ เนื่องจากโดยทั่วไปแล้ว การออกแบบในครั้งแรกมักไม่สามารถทำให้ระบบได้ผลตอบสนองตามที่ต้องการได้ จึงต้องทำการออกแบบใหม่อีกครั้งจนกว่าจะถึงจุดที่ยอมรับได้ หรือเรียกว่าการลองผิดลองถูกนั่นเอง ทำให้ W.R. Wakeland [1.] ได้คิดค้นปรับปรุงวิธีการออกแบบตัวชดเชยชนิดมุน่า (Lead Compensator) โดยวิธีให้ผลตอบสนองความถี่ให้มีประสิทธิภาพดีขึ้น และใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง ด้วยการใช่วิธีทางกราฟิกเข้ามาช่วย และต่อมาก็ได้มีผู้พัฒนาแนวคิดนี้กับตัวชดเชยชนิดอื่น ๆ ตามมา และมีผู้รวบรวมวิธีการเหล่านี้นำเสนอไว้ในวารสาร IEEE [2.] เพื่อต้องการให้มีการยอมรับอย่างแพร่หลายขึ้น วิทยาลัยพณิชยการบึงนารางได้ทำการศึกษาเทคนิคและวิธีการออกแบบตัวชดเชยโดยใช้แนวคิดทางกราฟิกที่มีผู้นำเสนอไว้ และได้ทำการหาข้อมูลเพิ่มเติมในส่วนที่จะเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบ รวมทั้งการทดลองนำไปใช้งานกับโจทย์หลาย ๆ รูปแบบ ทั้งในระบบเวลาต่อเนื่องและในระบบเวลาติดสกริต เพื่อช่วยให้สามารถทำความเข้าใจกับแนวคิดของวิธีการออกแบบทางกราฟิกได้ดียิ่งขึ้น

2. การออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาต่อเนื่อง

2.1 หลักการออกแบบตัวชดเชยโดยวิธีทางกราฟิก

การออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยส่วนมากมักมีข้อกำหนดที่ต้องการให้ระบบที่จะออกแบบเป็นไปตามที่เราต้องการ ไม่ว่าจะอยู่ในรูปของข้อกำหนดในโดเมนเวลาหรือในโดเมนความถี่ สำหรับข้อกำหนดในโดเมนความถี่นั้น จะบอกอยู่ในรูปของ Gain Margin (GM), Phase margin (PM), Gain crossover frequency (ω_{cg}), Phase crossover frequency (ω_{cp}) และอยู่ในรูปของ steady state error

พิจารณาระบบหรือ Plant ในโดเมนความถี่ $G_p(j\omega)$ ระบบหนึ่งที่ต้องการตัวชดเชย $G_c(j\omega)$ มาต่ออนุกรม เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบมีค่า Phase Margin ที่ Gain crossover frequency ω_{cg} rad/s เป็น PM° ตามที่ต้องการ แล้ว เราจะเขียนสมการของผลตอบสนองความถี่ที่ ω_{cg} ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} |G_C(j\omega_{cg})G_P(j\omega_{cg})|_{dB} &= 0 \\ \angle[G_C(j\omega_{cg})G_P(j\omega_{cg})] &= -180^\circ + PM \end{aligned} \quad (2-1)$$

สำหรับสมการ ของ Gain Margin GM ที่ phase crossover frequency ω_{cp} จะได้เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} |G_C(j\omega_{cp})G_P(j\omega_{cp})|_{dB} &= -GM \\ \angle[G_C(j\omega_{cp})G_P(j\omega_{cp})] &= -180^\circ \end{aligned} \quad (2-2)$$

จัดรูปสมการที่ (2-1) และ (2-2) ใหม่ โดยทำให้ $G_C(j\omega)$ อยู่ในรูปของ $G_C(j\omega) = K_C \bar{G}_C(j\omega)$ สำหรับเหตุผลที่ต้องจัดรูปอย่างนี้เพื่อความสะดวกในการสร้างแผนภาพ สามารถทำความเข้าใจได้จากหัวข้อถัดไป และจัดรูปของ LHS ให้เหลือ แต่ $\bar{G}_C(j\omega)$ เพียงอย่างเดียว ซึ่งอยู่ในรูปดังต่อไปนี้ตามลำดับ

สำหรับการออกแบบตามเงื่อนไขของ Phase Margin

$$\begin{aligned} |\bar{G}_C(j\omega_{cg})|_{dB} &= -|K_C G_P(j\omega_{cg})|_{dB} \\ \angle \bar{G}_C(j\omega_{cg}) &= -\angle K_C G_P(j\omega_{cg}) - 180^\circ + PM \end{aligned} \quad (2-3)$$

สำหรับการออกแบบตามเงื่อนไขของ Gain Margin

$$\begin{aligned} |\bar{G}_C(j\omega_{cp})|_{dB} &= -|K_C G_P(j\omega_{cp})|_{dB} - GM \\ \angle \bar{G}_C(j\omega_{cp}) &= -\angle K_C G_P(j\omega_{cp}) - 180^\circ \end{aligned} \quad (2-4)$$

วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชย ทำได้โดยการจัดรูปพารามิเตอร์ของตัวชดเชยให้เหลือไม่เกิน 2 ตัว จะทำให้สามารถหาค่าของพารามิเตอร์ได้จากกรณฑ์สมการ (2-3) หรือ (2-4) แล้วแต่เงื่อนไขที่ใช้ แต่การแก้สมการทุกครั้งที่ออกแบบก็ไม่ใช่ว่าเรื่องที่ทำได้ง่ายนัก โดยเฉพาะถ้าเป็นระบบที่มีความซับซ้อน ดังนั้นการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยที่เงื่อนไขมุมและขนาดต่าง ๆ กันไว้ก่อนแล้ว โดยเก็บไว้ในลักษณะของแผนภาพหรือตาราง ย่อมทำให้เกิดความสะดวกในการออกแบบมากกว่าการมาแก้สมการทุกครั้ง ทุก ๆ รอบ เมื่อต้องการออกแบบตัวชดเชยก็เพียงแต่นำขนาดและมุมของตัวชดเชยที่ต้องการ (จากสมการ 2-3 หรือ 2-4) มาอ่านค่าพารามิเตอร์จากแผนภาพหรือตาราง การสร้างแผนภาพตัวชดเชยเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ ที่ทำให้เกิดมุมและขนาดต่าง ๆ กัน ไม่ใช่เรื่องที่ยากเกินไป ใช้การพิจารณาทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวชดเชยรูปแบบต่าง ๆ ด้วยวิธีและการจัดรูปของตัวชดเชยที่เหมาะสมก็จะสามารถสร้างแผนภาพได้ ดังจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

2.2 วิธีสร้างแผนภาพตัวชดเชย

เราจะจัดรูปตัวแปรของตัวชดเชยให้เหลือเพียง 2 ตัว เพื่อที่จะสามารถพลอตลงบนระนาบ X, Y ได้ โดยเราจะสร้างแผนภาพโดยการหาแบบย้อนกลับ คือ แทนที่เราจะแก้สมการที่หาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ตัวชดเชยมีขนาดและมุมต่าง ๆ กัน แต่เราจะทำการหาว่า ที่ค่าพารามิเตอร์เท่านี้จะทำให้ขนาดและมุมของตัวชดเชยเป็นเท่าไร จากนั้นนำข้อมูลนี้ไปสร้างแผนภาพ วิธีสร้างแผนภาพของตัวชดเชยแต่ละชนิด เป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. ตัวชดเชยชนิด PI

$$\begin{aligned}
 G_C(j\omega) &= K_p + \frac{K_I}{j\omega} \\
 &= \frac{K_I}{\omega} \cdot \frac{1 + j \frac{K_p}{K_I} \cdot \omega}{j} \\
 &= K_C \overline{G}_C(j\omega)
 \end{aligned}$$

โดยที่ : $K_C = \frac{K_I}{\omega}$ (หาได้จากเงื่อนไข Steady state error) (2-5)

$$\overline{G}_C(j\omega) = \frac{1 + j \frac{K_p}{K_I} \cdot \omega}{j} \quad (2-6)$$

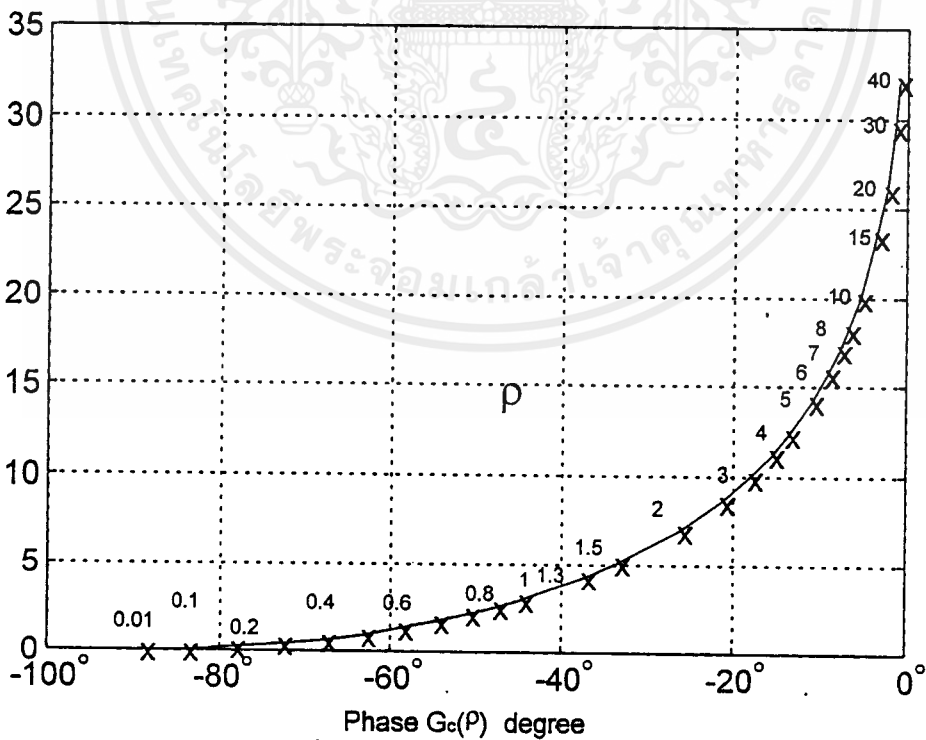
กำหนดให้ : $\rho = \frac{K_p}{K_I} \cdot \omega$ (2-7)

∴ จะได้ : $\overline{G}_C(\rho) = \rho - j$

และ $|\overline{G}_C(\rho)|_{dB} = 10 \log[\rho^2 + 1]$

$$\angle \overline{G}_C(\rho) = \tan^{-1}(\rho) - \frac{\pi}{2}$$

ซึ่งสามารถพลอตลงบนระนาบ x,y เป็นจุดของเส้นโค้ง ในรูปของพารามิเตอร์ ρ ได้ดังรูปที่ 1.



รูปที่ 1. แผนภาพตัวชดเชยชนิด PI

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ตัวชดเชยชนิด PD

$$\begin{aligned} G_C(j\omega) &= K_p + K_D \cdot j\omega \\ &= K_p \cdot \left(1 + \frac{K_D}{K_p} \cdot j\omega\right) \\ &= K_C \cdot \overline{G}_C(j\omega) \end{aligned}$$

โดยที่ : $K_C = K_p$ (หาได้จากเงื่อนไข Steady state error)

$$\overline{G}_C(j\omega) = 1 + j \frac{K_D}{K_p} \cdot \omega$$

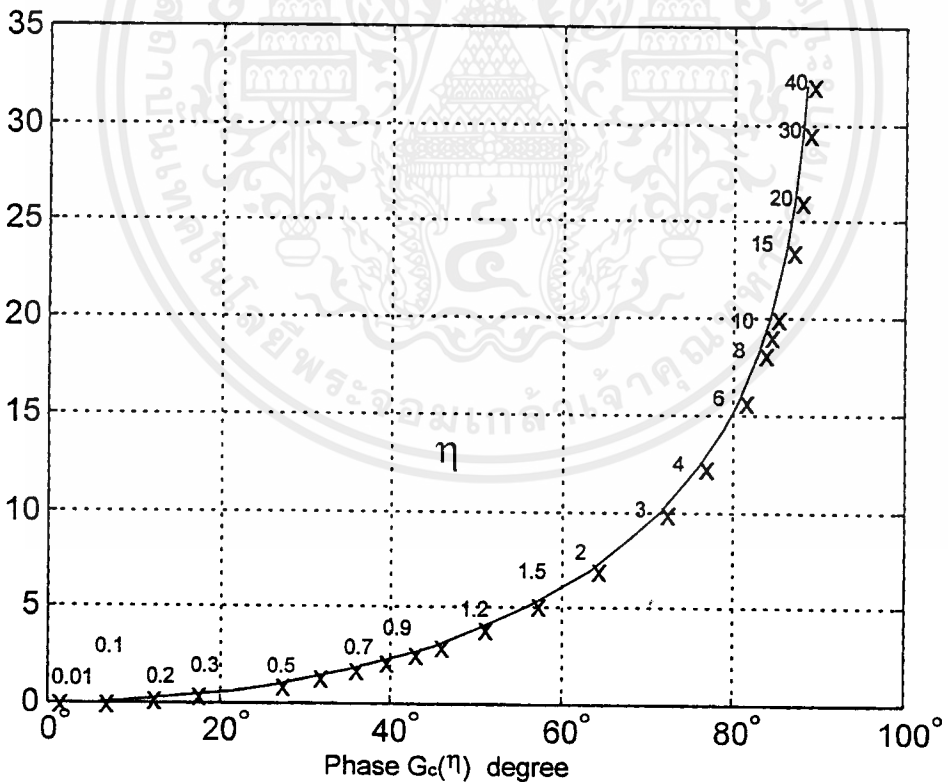
กำหนดให้ : $\eta = \frac{K_D}{K_p} \cdot \omega$ (2-8)

จะได้ : $\overline{G}_C(\eta) = 1 + j\eta$ (2-9)

และ $|\overline{G}_C(\eta)|_{dB} = 10 \log[1 + \eta^2]$

$$\angle \overline{G}_C(\eta) = \tan^{-1}(\eta)$$

ซึ่งสามารถพลอตลงบนระนาบ x,y เป็นจุดของเส้นโค้ง ในรูปของพารามิเตอร์ η ได้ดังรูปที่ 2.



รูปที่ 2. แผนภาพตัวชดเชยชนิด PD

3. ตัวชดเชยชนิด PID

พิจารณาตัวชดเชยชนิด PID ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} G_C(j\omega) &= K_P + \frac{K_I}{j\omega} + K_D \cdot j\omega \\ &= \frac{K_I}{\omega} \frac{1 - \frac{K_D}{K_I} \cdot \omega^2 + j \frac{K_P}{K_I} \cdot \omega}{j} \\ &= K_C \cdot \overline{G}_C(j\omega) \end{aligned}$$

โดยที่ : $K_C = \frac{K_I}{\omega}$ (หาได้จากเงื่อนไข Steady state error) (2-10)

$$\overline{G}_C(j\omega) = \frac{1 - \frac{K_D}{K_I} \cdot \omega^2 + j \frac{K_P}{K_I} \cdot \omega}{j}$$

กำหนดให้ : $\rho = \frac{K_P}{K_I} \cdot \omega$ (2-11)

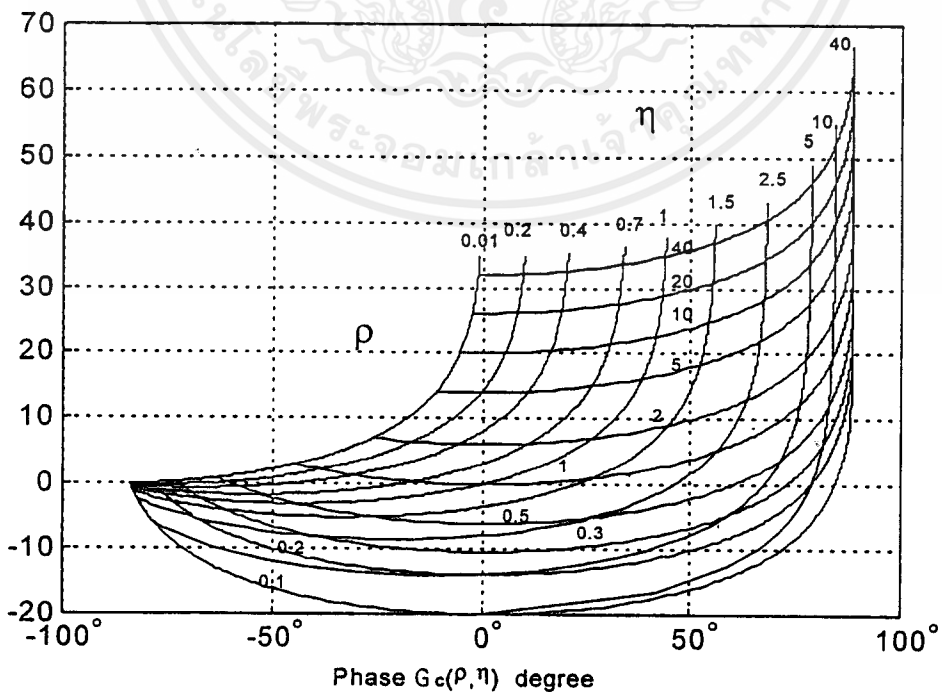
$\eta = \frac{K_D}{K_I} \cdot \omega$ (2-12)

\therefore จะได้ : $\overline{G}_C(\rho, \eta) = \frac{1 - \rho \cdot \eta + j \cdot \rho}{j}$

และ $|\overline{G}_C(\rho, \eta)|_{dB} = 10 \log \left[(1 - \rho \cdot \eta)^2 + \rho^2 \right]$

$\angle \overline{G}_C(\rho, \eta) = \tan^{-1} \left(\frac{\rho}{1 - \rho \cdot \eta} \right) - \frac{\pi}{2}$

ซึ่งสามารถพลอตลงบนระนาบ x,y เป็นชุดของเส้นโค้ง ในรูปของพารามิเตอร์ η และ ρ ได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3. แผนภาพตัวชดเชยชนิด PID

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. ตัวชดเชยชนิดมุนำและมุนตาม (Phase Lead and Phase Lag Compensator)

$$G_c(j\omega) = K \cdot \frac{1 + \alpha\tau \cdot j\omega}{1 + \tau \cdot j\omega}$$

โดยที่ $\alpha > 1$ สำหรับ phase - lead compensator
 $0 < \alpha < 1$ สำหรับ phase - lag compensator

$$G_c(j\omega) = K \cdot \frac{1 + \alpha\tau \cdot j\omega}{1 + \tau \cdot j\omega}$$
$$= K_C \cdot \overline{G}_C(j\omega)$$

โดยที่ ; $K_C = K$ (2-13)

$$\overline{G}_C(j\omega) = \frac{1 + \alpha\tau \cdot j\omega}{1 + \tau \cdot j\omega}$$
 (2-14)

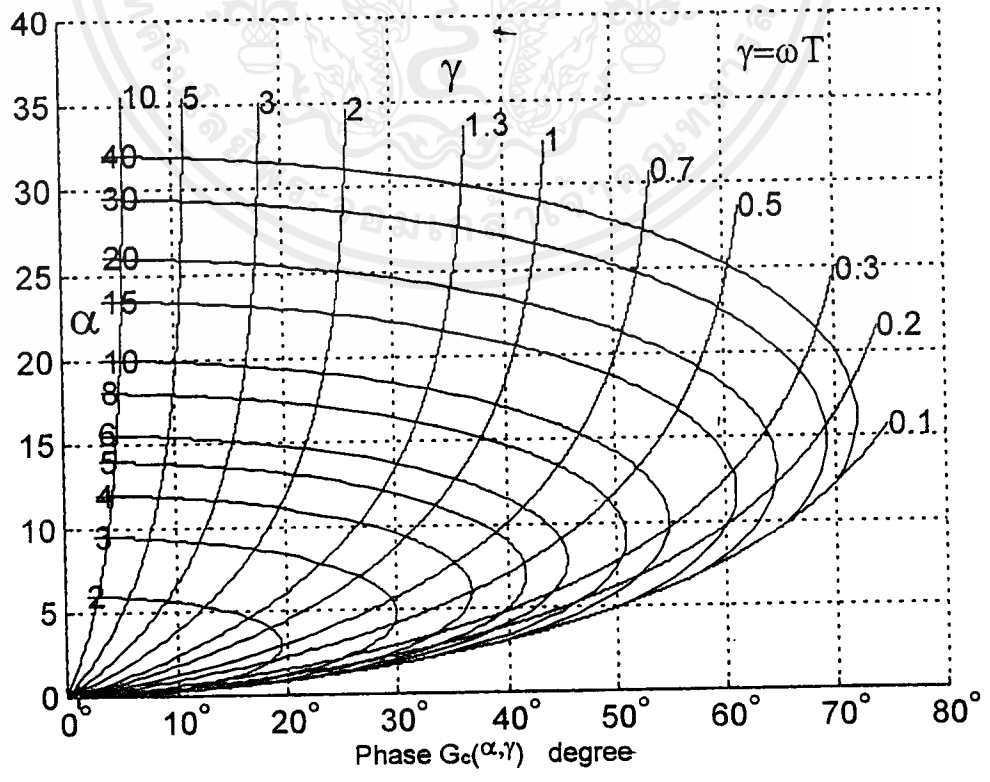
กำหนดให้ ; $\gamma = \tau \cdot \omega$

∴ จะได้ ; $\overline{G}_C(\alpha, \gamma) = \frac{1 + j\alpha \cdot \gamma}{1 + j\gamma}$

$$|\overline{G}_C(\alpha, \gamma)|_{dB} = 10 \log \left[\frac{1 + (\alpha \cdot \gamma)^2}{1 + \gamma^2} \right]$$

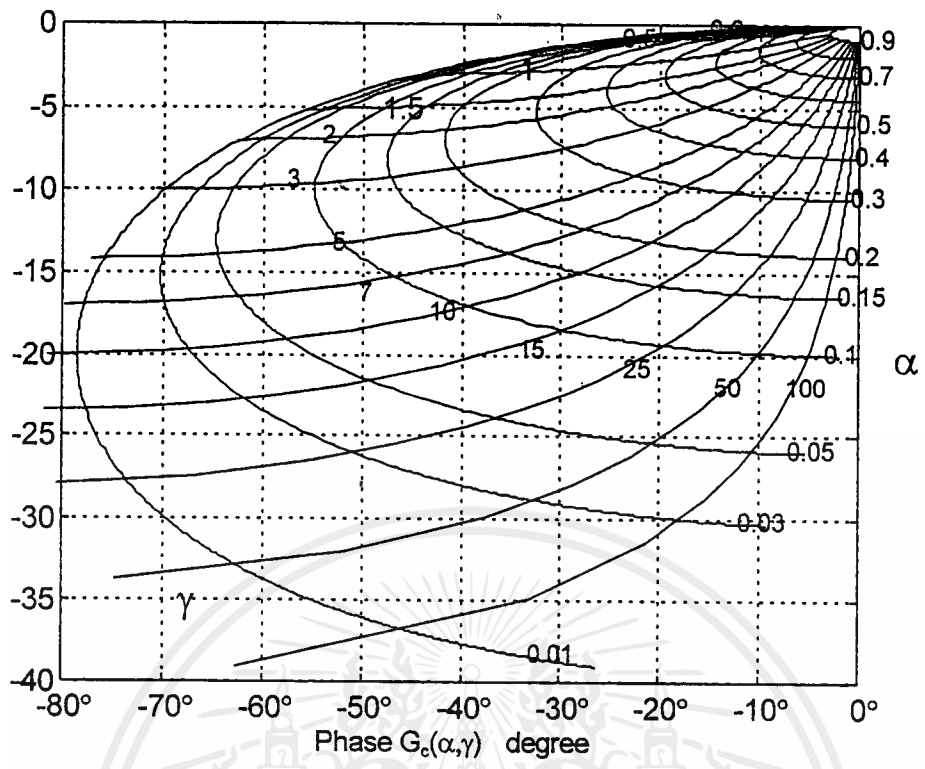
$$\angle \overline{G}_C(\alpha, \gamma) = \tan^{-1}(\alpha \cdot \gamma) - \tan^{-1}(\gamma)$$

ซึ่งสามารถพลอตลงบนระนาบ x,y เป็นชุดของเส้นโค้ง ได้ดังรูปที่ 4. และ 5.



รูปที่ 4. แผนภาพตัวชดเชยชนิดมุนนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกริใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5. แผนภาพตัวชดเชยชนิดมุดตาม

5. ตัวชดเชยชนิดมุดตามมูมนำ (Lag-Lead Compensator)

พิจารณาตัวชดเชยชนิด Lag-Lead ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$G_c(j\omega) = K_c \left(\frac{1 + \frac{T_2}{\alpha} j\omega}{1 + T_2 j\omega} \right) \left(\frac{1 + \alpha T_1 j\omega}{1 + T_1 j\omega} \right) \quad \alpha > 1$$

$$G_c(j\omega) = K_c \bar{G}_c(j\omega)$$

โดยที่

$$\bar{G}_c(j\omega) = \left(\frac{1 + \frac{T_2}{\alpha} j\omega}{1 + T_2 j\omega} \right) \left(\frac{1 + \alpha T_1 j\omega}{1 + T_1 j\omega} \right)$$

ลักษณะของตัวชดเชยชนิด Lag-Lead ก็คือ

1. Negative Gain
2. Positive Phase contribution

ในการพิจารณา จะแยกพิจารณา 2 ส่วนคือ

1. ส่วนของ Lag หรือส่วนที่มี T_2 ประกอบอยู่ เราจะสมมติให้มุมที่เกิดจากส่วนนี้ มีค่าน้อย ๆ (ให้เท่ากับ -3°) เราจะใช้ค่ามูมนี้เพื่อหาค่า T_2 หลังจากหาค่าพารามิเตอร์อื่นๆได้แล้ว

ประมาณค่าของขนาดที่เกิดจากส่วนของ Lag นี้เป็น $-20 \log \alpha$ เพื่อให้การพิจารณาขนาดของตัวชดเชยชนิดนี้ง่ายขึ้น ค่าที่ประมาณนี้มีค่าความผิดพลาดน้อยมาก โดยเฉพาะที่ความถี่สูง ๆ

2. ส่วนของ Lead จะเป็นส่วนที่ทำให้เกิดมุมของตัวชดเชยที่เป็นบวก (positive phase)

$$\text{ถ้าให้ } \gamma = \omega T_1 \quad (2-15)$$

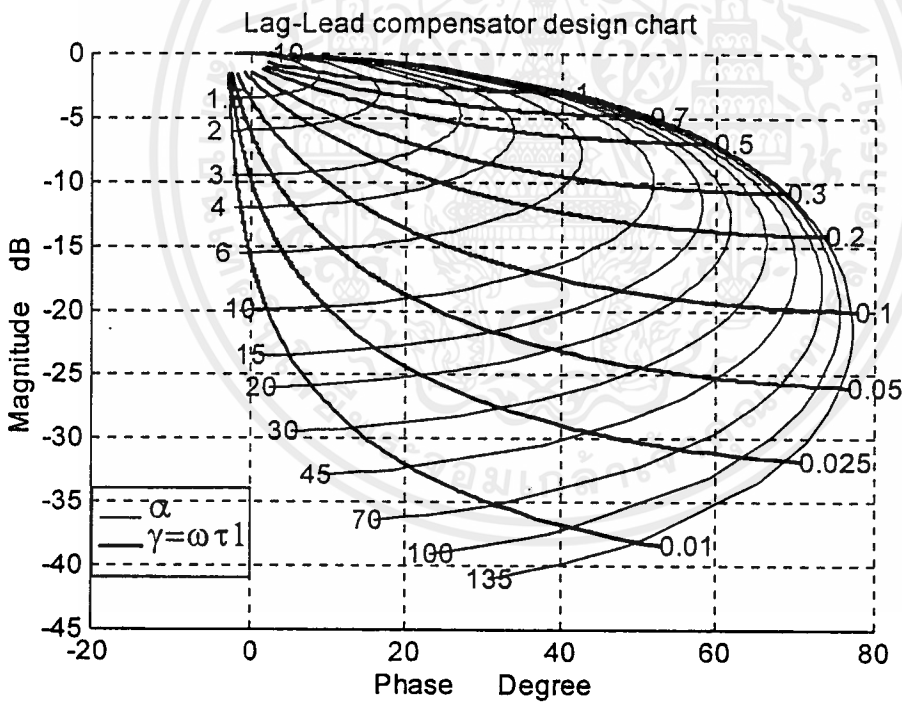
จะได้สมการของขนาดและมุมของตัวชดเชยเป็นดังนี้

$$|\bar{G}_c(j\omega)|_{dB} = -20 \log \alpha + 10 \log \left(\frac{1 + (\alpha\gamma)^2}{1 + \gamma^2} \right) \quad (2-16)$$

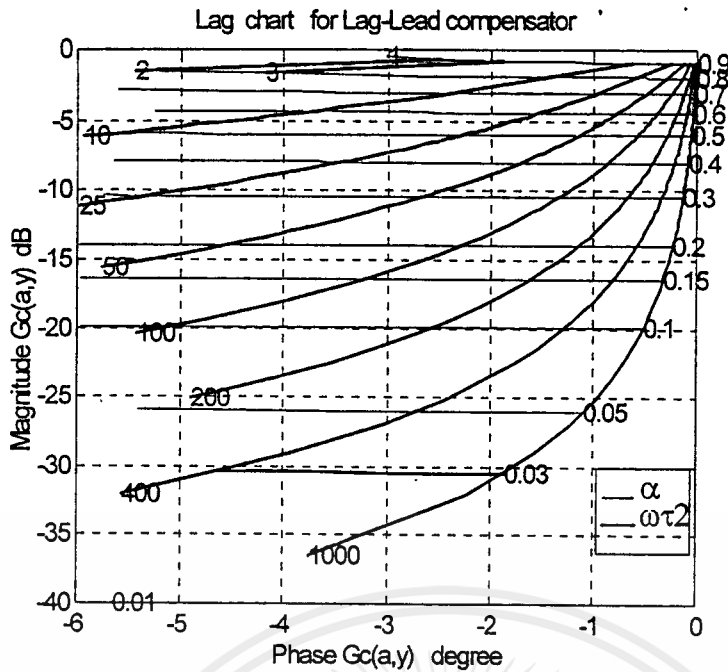
$$\angle \bar{G}_c(j\omega) = -3^\circ + \tan^{-1} \alpha\gamma - \tan^{-1} \gamma$$

สามารถนำไปพลอตลงบนระนาบ X, Y ได้ดังรูปที่ 6.

หลังจากอ่านค่าพารามิเตอร์ T_1, α จากการพลอตขนาดและมุมของตัวชดเชยลงบนแผนภาพแล้ว ทำการหา T_2 จากเงื่อนไขมุมในส่วนของ Lag ที่สมมติครั้งแรก จากการคำนวณหรืออ่านได้จากแผนภาพตัวชดเชยชนิดมุมตามที่จุด -3° และที่จุด $\alpha' = 1/\alpha$ จะได้ค่า ωT_2 ออกมา และเพื่อความสะดวกในการอ่านค่า ได้ทำการขยายแผนภาพตัวชดเชยชนิดมุมตามดังรูปที่ 7.



รูปที่ 6. แผนภาพตัวชดเชยชนิดมุมนำมุมตาม



รูปที่ 7. แผนภาพตัวชดเชยชนิดมูมตามที่ใช้หาค่า T2

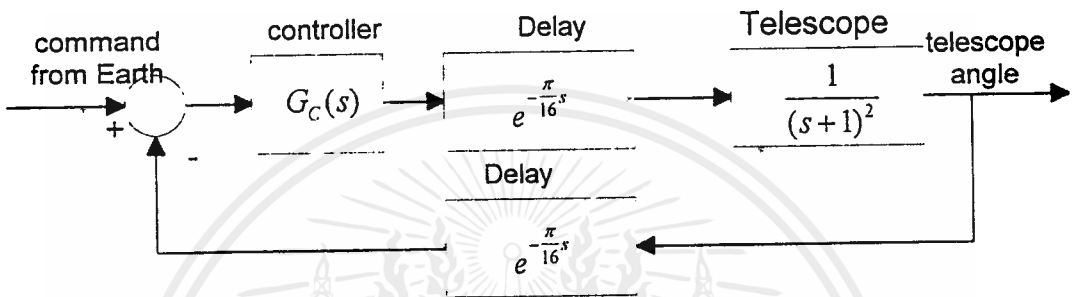
หลังจากได้แผนภาพตัวชดเชยแล้ว เมื่อจะใช้งานเพียงแต่นำขนาดและมุมของตัวชดเชยที่ต้องการมาพลอตลงบนแผนภาพ ก็สามารถอ่านค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยออกมาได้

หัวข้อต่อไปจะแสดงตัวอย่างการใช้งานของแผนภาพตัวชดเชยในหลาย ๆ รูปแบบ

3. การนำไปใช้งาน

ตัวอย่างที่ 1. Design of a Space Telescope Control System [9.]

พิจารณาระบบดังรูปที่ 8. เป็นแบบจำลองของกล้องโทรทรรศน์อวกาศ ที่ใช้การควบคุมจากภาคพื้นดิน เป้าหมายของการควบคุมอยู่ที่การบังคับตำแหน่งของกล้องโทรทรรศน์จากพื้นโลก ให้สามารถติดตามตำแหน่งของดาวเคราะห์ได้อย่างแม่นยำ โดยต้องการให้ค่า steady state error ต่อ Step Input เท่ากับศูนย์ ขณะที่ยังคงรักษาความเร็วของผลตอบสนองต่อ Step input ไว้ได้ และอนุญาตให้มี overshoot ได้ไม่เกิน 5 % สัญญาณควบคุมจากภาคพื้นดินใช้เวลาเดินทาง $\pi/16$ วินาที และตัวตรวจจับที่ใช้ตรวจสอบทิศทางของกล้องโทรทรรศน์ก็ใช้เวลาส่งสัญญาณกลับมายังพื้นโลก $\pi/16$ วินาทีเช่นกัน แบบจำลองของระบบควบคุมนี้แสดงไว้ดังรูป



รูปที่ 8. ระบบควบคุมแบบป้อนกลับของกล้องโทรทรรศน์

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันวงเปิดของระบบควบคุมนี้ คือ $G(s) = \frac{e^{-\frac{\pi}{8}s}}{(s+1)^2}$

เนื่องจากต้องการ steady-state error สำหรับ unit step input มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นการใช้วิธีเพิ่มค่า gain เพียงอย่างเดียวไม่สามารถทำได้ เราจึงเลือกใช้ตัวชดเชยชนิด PI หรือ PID

ตัวชดเชยชนิด PI

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$$

$$G_c(j\omega) = K_C \bar{G}_C(j\omega) \text{ โดยที่ } K_C = \frac{K_I}{\omega}$$

จากข้อกำหนดของ overshoot ที่ต้องน้อยกว่า 5% หรือ กล่าวได้ว่า Damping Ratio มีค่าประมาณ 0.7 หรือ Phase Margin ของระบบมีค่าประมาณ 68° (ดูภาคผนวก)

วาด bode diagram ของ $G(s) = \frac{e^{-\frac{\pi}{8}s}}{(s+1)^2}$ เพื่อดูผลตอบสนองความถี่ของระบบ แสดงไว้ในรูปที่ 9.

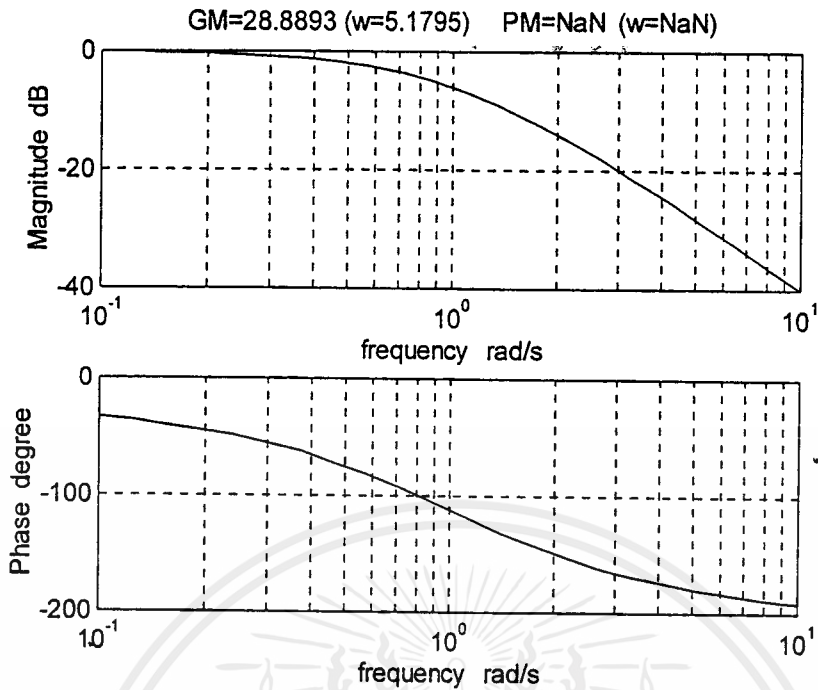
จาก bode diagram เลือกค่า ω_{cg} ใหม่ที่ $\omega_{cg} = 0.4$ rad/sec ทำให้ได้เงื่อนไขขนาดและมุมของตัวชดเชยเป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} |K_C \bar{G}_C(j\omega_{cg})|_{dB} &= -|G_P(j\omega_{cg})|_{dB} \\ &= 2 \text{ dB} \end{aligned}$$

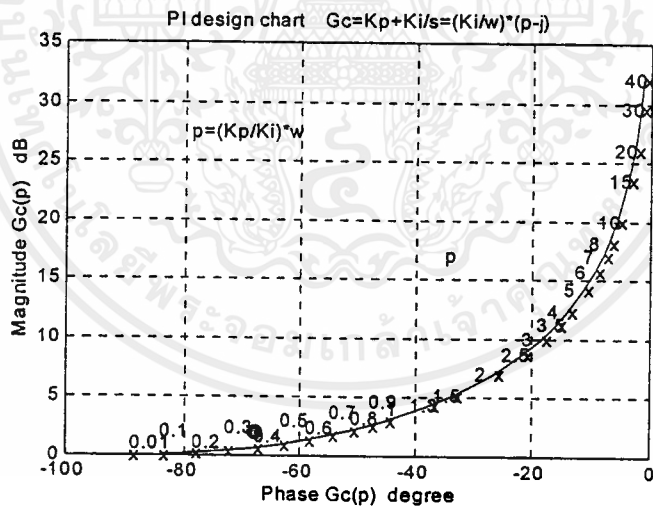
$$\begin{aligned} \angle K_C \bar{G}_C(j\omega_{cg}) &= -180^\circ + PM - \angle G_P(j\omega_{cg}) \\ &= -180^\circ + 67^\circ - (-45^\circ) = -68^\circ \end{aligned}$$

นำไปพล็อตลงบนแผนภาพตัวชดเชยชนิด PI แสดงไว้ในรูปที่ 10.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9. ผลตอบสนองความถี่ของระบบที่ยังไม่ชดเชย



รูปที่ 10. การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยชนิด PI จากแผนภาพ

ได้ค่า $p = 0.4$ และพบว่า ต้องดึงแผนภาพขึ้นไปอีก 1 dB หรือต้องเพิ่ม Gain อีก 1.12 เท่า จึงได้ว่า

$$K = \frac{K_i}{\omega} \Rightarrow K_i = 1.122(0.4) = 0.46$$

$$K_p = \frac{K_i}{\omega} = \frac{0.46}{0.4} = 1.13$$

ได้ค่าตัวชดเชยเป็น $G_c(s) = 1.13 + \frac{0.46}{s}$ ผลตอบสนองของระบบนี้แสดงในรูปที่ 12.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวชดเชยชนิด PID

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s$$

$$G_c(j\omega) = K_c \bar{G}_c(j\omega) \quad \text{โดยที่} \quad K_c = \frac{K_I}{\omega}$$

จากแผนภาพ Bode Diagram ของระบบ เลือก ω_{cg} ใหม่ที่ 1.5 rad/sec เพื่อเพิ่มความเร็วของผลตอบสนองให้เร็วกว่าระบบที่ใช้ตัวชดเชยชนิด PI ประมาณ 3 เท่า

กำหนดให้ $K_I = 2$ rad/sec ซึ่งจะได้ Velocity error constant เป็น 0.5 และที่ $\omega_{cg} = 1.5$ rad/sec

ได้เงื่อนไขขนาดและมุมของตัวชดเชย เป็น

$$\begin{aligned} \left| \bar{G}_c(j\omega_{cg}) \right|_{dB} &= - \left| K_c G_p(j\omega_{cg}) \right| \\ &= 8.5 \text{ dB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle \bar{G}_c(j\omega_{cg}) &= - \angle K_c G_p(j\omega_{cg}) + PM - 180^\circ \\ &= -(-135^\circ) + 67^\circ - 180^\circ \\ &= 22^\circ \end{aligned}$$

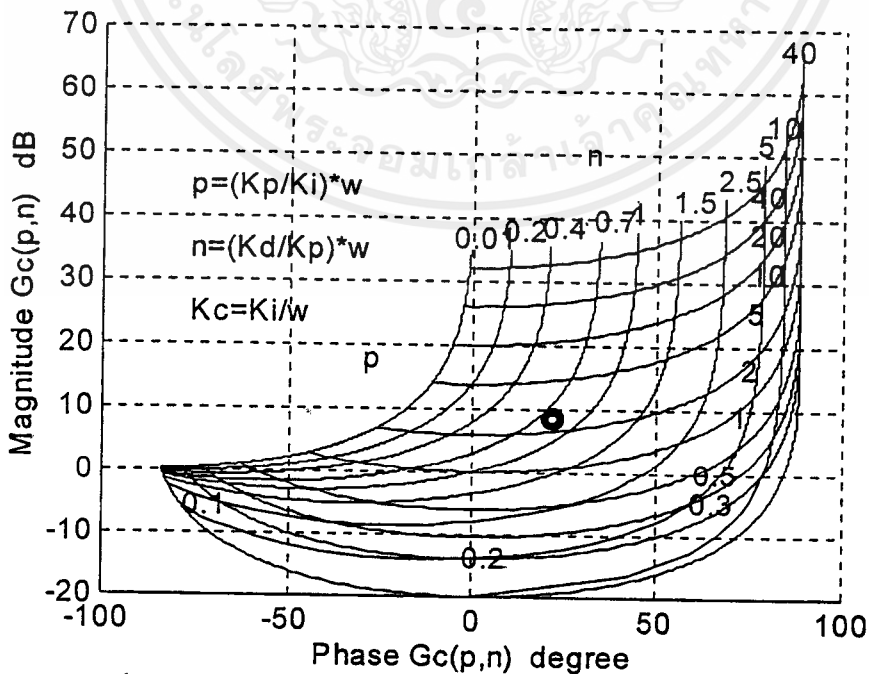
นำไปพล็อตลงบนแผนภาพตัวชดเชยชนิด PID ดังในรูปที่ 11. อ่านค่าพารามิเตอร์ได้

$$\rho = \frac{K_p}{K_I} \omega = 2.4 \Rightarrow K_p = \frac{2.4(2)}{1.5} = 3.2$$

$$\eta = \frac{K_D}{K_p} \omega = 0.75 \Rightarrow K_D = \frac{0.75(3.2)}{1.5} = 1.6$$

\therefore ได้ตัวชดเชยชนิด PID เป็น $G_c(s) = 3.2 + \frac{2}{s} + 1.6 \cdot s$

ผลตอบสนองของระบบควบคุมที่ใช้ตัวชดเชยชนิด PID เป็นดังรูปที่ 12.



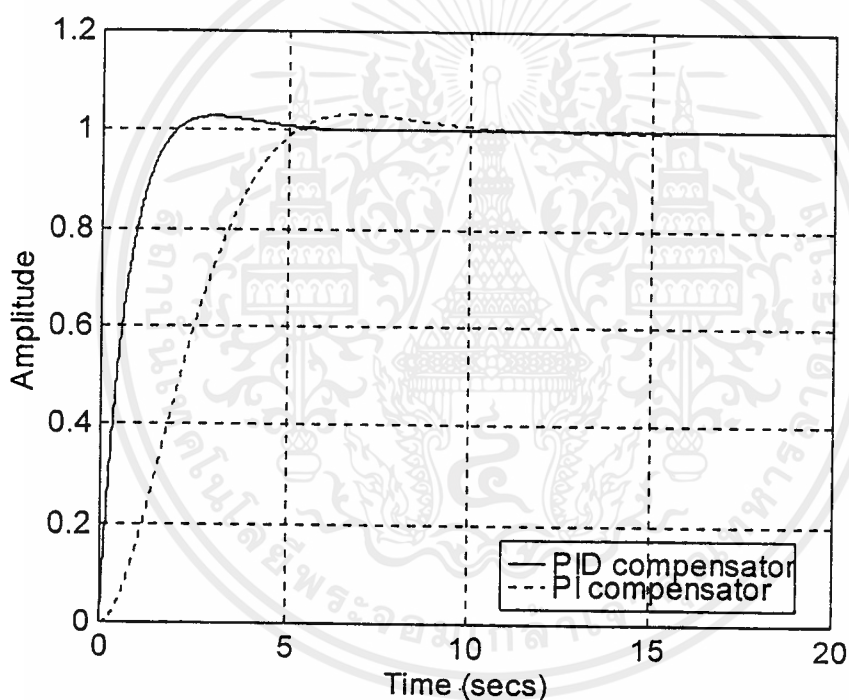
รูปที่ 11. การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยชนิด PID จากแผนภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประสิทธิภาพของตัวชดเชยทั้งสองชนิด ได้แสดงเปรียบเทียบไว้ในตารางที่ 1. ซึ่งแน่นอนว่า ตัวชดเชยชนิด PID ย่อมเป็นที่ต้องการมากกว่า

	Compensator	Steady-State Error	Percent Overshoot	Settling Time (seconds)
PI Controller	$G_c(s) = \frac{(1.13s + 0.46)}{s}$	0	3.25	16.0
PID Controller	$G_c(s) = \frac{(3.2s + 2 + 1.6s^2)}{s}$	0	2.74	5.8

ตารางที่ 1.

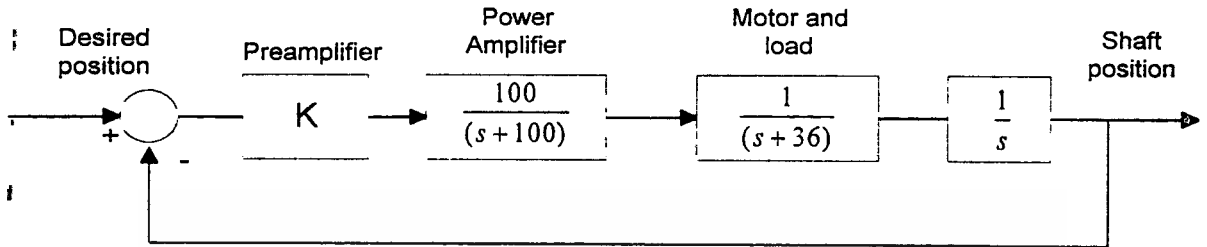


รูปที่ 12. ผลตอบสนองในโดเมนเวลาของระบบที่ชดเชยแล้ว เปรียบเทียบกันทั้ง 2 แบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 2. [5.] ระบบควบคุมตำแหน่งการหมุนของมอเตอร์เป็นดังรูปที่ 13. จงออกแบบตัวชดเชยแบบมูมนำที่ทำให้ระบบมีผลตอบสนองดังนี้

1. percent overshoot = 20%
2. velocity error constant = 40
3. peak time = 0.1 sec



รูปที่ 13. ระบบควบคุมตำแหน่งการหมุนของมอเตอร์

จากรูปได้ open-loop transfer function

$$G(s) = \frac{100 \cdot K}{s \cdot (s+36) \cdot (s+100)}$$

ในตัวอย่างนี้จะใช้การออกแบบที่นิยมใช้ในหนังสือทั่วไป หลาย ๆ วิธี เพื่อเปรียบเทียบกับวิธีทางกราฟิก หรือการใช้แผนภาพในการออกแบบ ว่าสามารถให้ผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกันได้

วิธีที่ 1 ออกแบบโดยวิธีใช้ผลตอบสนองทางความถี่หรือวิธีทางแผนภาพโบด (Bode Diagram Approach)

$$G_c(s) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta \cdot T}}$$

จากเงื่อนไข steady-state error

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s) = 40$$

$$K = 1440$$

ที่ percent overshoot = 20 % จะได้ Damping Ratio เป็น 0.45 และได้ Phase Margin = 48.15° (ดูภาคผนวก ก. และ ภาคผนวก ข.)

วาด bode diagram ของ $G(s) = \frac{144000}{s \cdot (s+36) \cdot (s+100)}$ เพื่อดูผลตอบสนองทางความถี่

(รูปที่ 14.) จะได้ว่าระบบเดิมมี phase margin = 34° แต่เราต้องการ phase margin = 48.15° จะได้ว่ามูมนำที่ต้องเพิ่มเข้าไป คือ

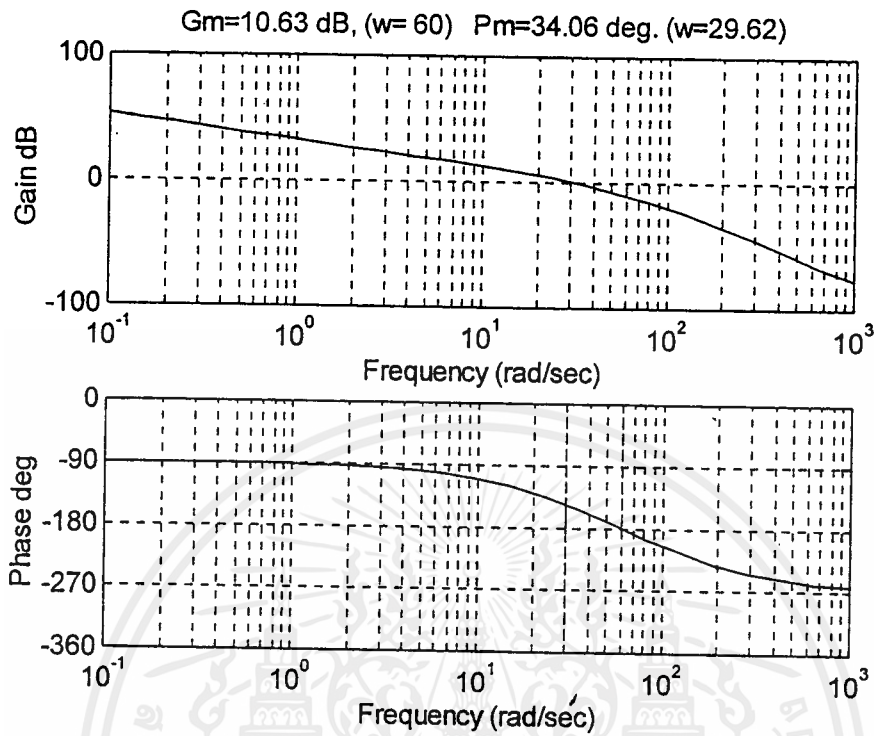
$$\phi_{\max} = 48.15^\circ - 34^\circ + 10^\circ = 24.15^\circ$$

$$\phi_{\max} = \sin^{-1} \frac{1-\beta}{1+\beta}$$

$$\beta = 0.42$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และได้ขนาดของตัวชดเชยที่จุดนี้เป็น $|G_c(j\omega_{\max})| = \frac{1}{\beta} = 3.77 \text{ dB}$



รูปที่ 14. Bode Diagram ของระบบที่ยังไม่ชดเชย

จาก Bode diagram ที่ magnitude = -3.77 dB ได้ $\omega_{\max} = 39 \text{ rad/sec}$ ดังนั้นได้ ω_{cg} ใหม่ที่ $\omega_{cg} = \omega_{\max} = 39 \text{ rad/sec}$ ซึ่งจะใช้หาค่าพารามิเตอร์ที่เหลือ ได้ จากสมการต่อไปนี้

$$\omega_{\max} = \frac{1}{T\sqrt{\beta}}$$

$$\frac{1}{T} = 25.27$$

$$\frac{1}{\beta \cdot T} = 60.18$$

ได้ตัวชดเชยชนิดมูมนำของระบบนี้เป็น $G_c(s) = 2.38 \cdot \frac{s+25.27}{s+60.18}$

วิธีที่ 2 ออกแบบโดยวิธีทางกราฟิกหรือใช้แผนภาพตัวชดเชยช่วยออกแบบ

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{1 + \alpha \cdot Ts}{1 + Ts} \quad ; \quad \alpha > 1$$

จากเงื่อนไข steady-state error

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

$$40 = \frac{K_c K}{36}$$

ให้ $K_c = 1$ ได้ $K = 1440$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ percent overshoot = 20% ได้ $\zeta = 0.45$ และ phase margin = 48.15° และจากเงื่อนไขของ peak time

$$t_p = 0.1 \quad \text{sec}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$\omega_d = 31.42 \quad \text{rad/sec}$$

จากความสัมพันธ์ระหว่าง ω_{cg} กับ ω_n ในภาคผนวก ข.

$$\omega_{cg} = 0.8 \cdot \omega_n = 0.8 \cdot \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

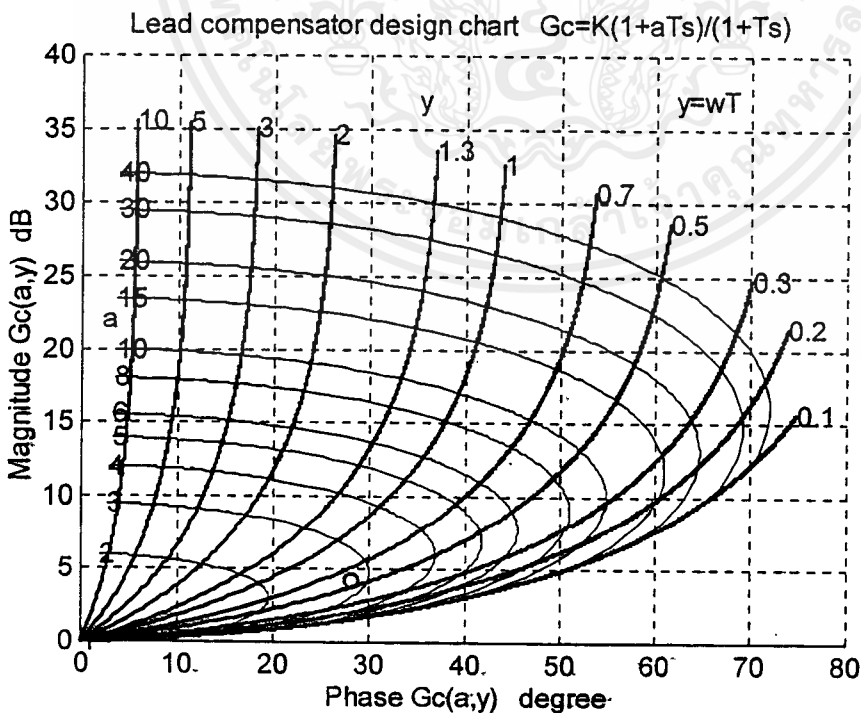
$$\omega_{cg} = 30 \quad \text{rad/sec}$$

เมื่อพิจารณาจาก bode diagram ในรูปที่ 14. ที่ $\omega_{cg} = 30 \text{ rad/sec}$ พบว่าถ้าต้องการให้ จุดนี้เป็น Gain crossover frequency จุดใหม่ แล้วขนาดที่ต้องการจากตัวชดเชยจะมีค่าน้อยมาก ประมาณ 0.5 dB ซึ่งลำบากในการออกแบบ จึงเลือก Gain crossover frequency ใหม่โดยเลือกที่ 40 rad/sec ซึ่งจะทำให้ได้ขนาดและมุมของตัวชดเชย เป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} |\overline{G}_c(j\omega_{cg})|_{dB} &= -|K_c G_p(j\omega_{cg})| \\ &= 4.14 \quad \text{dB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle \overline{G}_c(j\omega_{cg}) &= -\angle K_c G_p(j\omega_{cg}) + PM - 180^\circ \\ &= -(159.81^\circ) + 48.15^\circ - 180^\circ \\ &= 27.96^\circ \end{aligned}$$

นำค่าไปพล็อตลงบนแผนภาพตัวชดเชยชนิดมุนาดังรูปที่ 15.



รูปที่ 15. การหาค่าพารามิเตอร์จากแผนภาพตัวชดเชยชนิดมุนาดังรูปที่ 15.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อ่านค่าพารามิเตอร์ได้

$$\gamma = 0.52, \alpha = 2.8$$

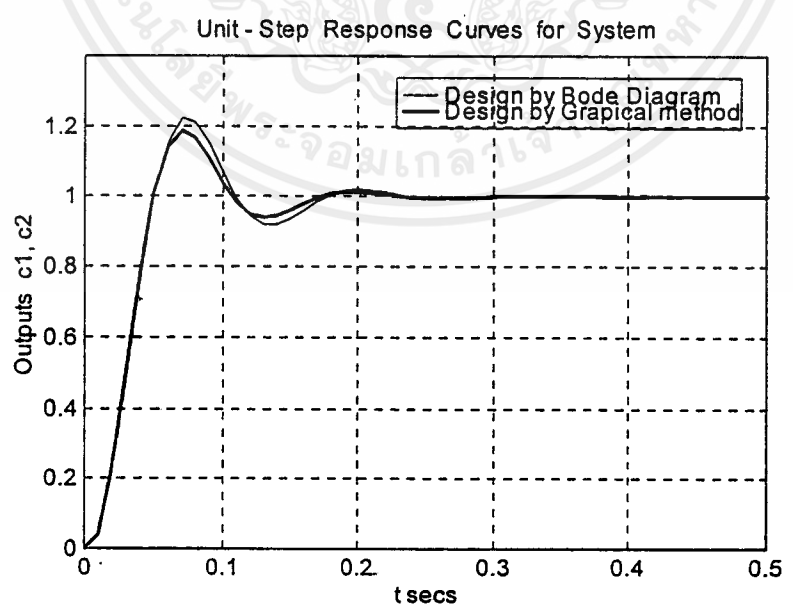
$$T = \frac{\gamma}{\omega_{cg}} = \frac{0.52}{40} = 0.013$$

ได้ตัวชดเชยของระบบนี้เป็น $G_c(s) = \frac{1+0.0364s}{1+0.013s}$

ผลตอบสนองของระบบที่ใช้ตัวชดเชยชนิดมูมนำ ทั้ง 2 ระบบ แสดงไว้ในรูปที่ 16. จะเห็นว่าทั้ง 2 ระบบ มีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกันมาก แม้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการออกแบบจะต่างกันก็ตาม ตารางที่ 2. ทำการเปรียบเทียบผลตอบสนองของทั้ง 2 ระบบกับข้อกำหนดที่ต้องการ

Specification	Desired Value	Bode Diagram Approach	Graphical Method
		$G_c(s) = 2.38 \cdot \frac{s+25.27}{s+60.18}$	$G_c(s) = \frac{1+0.0364s}{1+0.013s}$
Percent overshoot	20%	21 %	20%
Velocity constant	40	40	40
Peak time	0.1 sec	0.075 sec	0.07 sec

ตารางที่ 2. เปรียบเทียบผลตอบสนองของทั้งสองระบบ

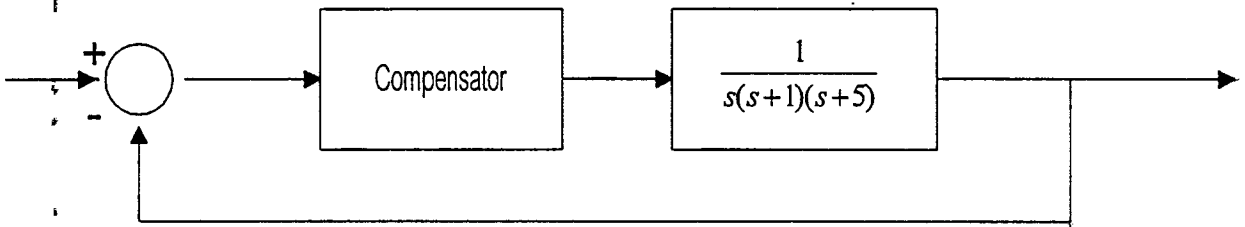


รูปที่ 16. ผลตอบสนองของระบบควบคุมตำแหน่งที่ใช้ตัวชดเชยชนิดมูมนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 3. [4.]

ระบบดังรูป ต้องการ static velocity error constant K_v เป็น 50 sec^{-1} และค่า damping ratio ζ ของระบบวงปิดเป็น 0.5 ให้ออกแบบตัวชดเชยที่ทำให้ระบบมีผลตอบสนองตามที่ต้องการ



รูปที่ 17. ระบบควบคุมของตัวอย่างที่ 3.

ถ้าเลือกใช้ตัวชดเชยชนิดมูตามมูนำ

$$G_C(s) = K_C \left(\frac{1 + \frac{T_2}{\alpha} s}{1 + T_2 s} \right) \left(\frac{1 + \alpha T_1 s}{1 + T_1 s} \right) = K_C \bar{G}_C(s)$$

จากเงื่อนไขของ steady state จะได้ว่า

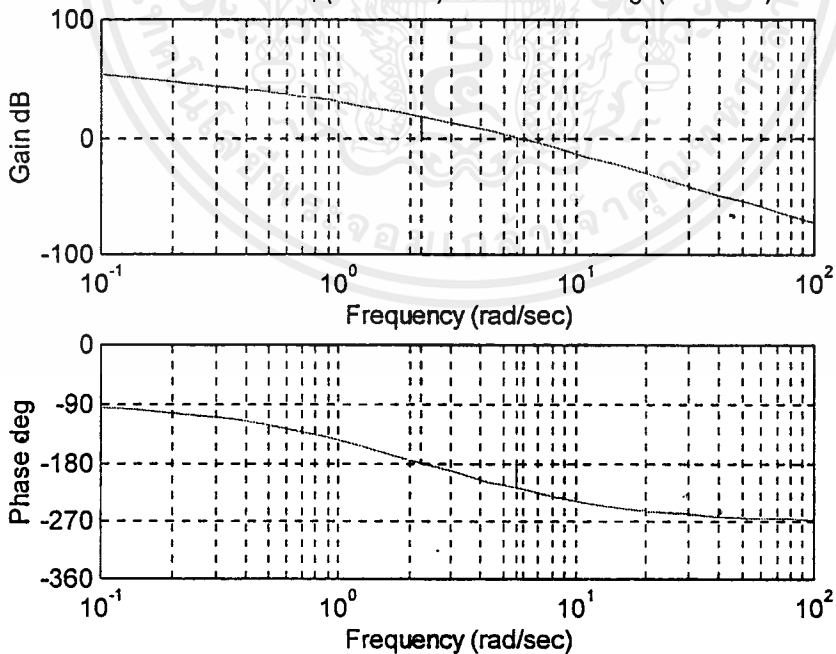
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_C(s) G(s)$$

$$50 = \frac{K_C}{5}$$

$$K_C = 250$$

ผลตอบสนองความถี่ของ $K_C \cdot G(j\omega)$ เป็นดังรูป

Gm=-18.42 dB, ($\omega=2.236$) Pm=-38.79 deg. ($\omega=5.699$)



รูปที่ 18. ผลตอบสนองความถี่ของระบบที่ยังไม่ชดเชย



จากความสัมพันธ์ระหว่าง damping ratio ζ กับ phase margin ในภาคผนวก ก. จะได้ว่าค่า PM ที่ต้องการคือ 55°

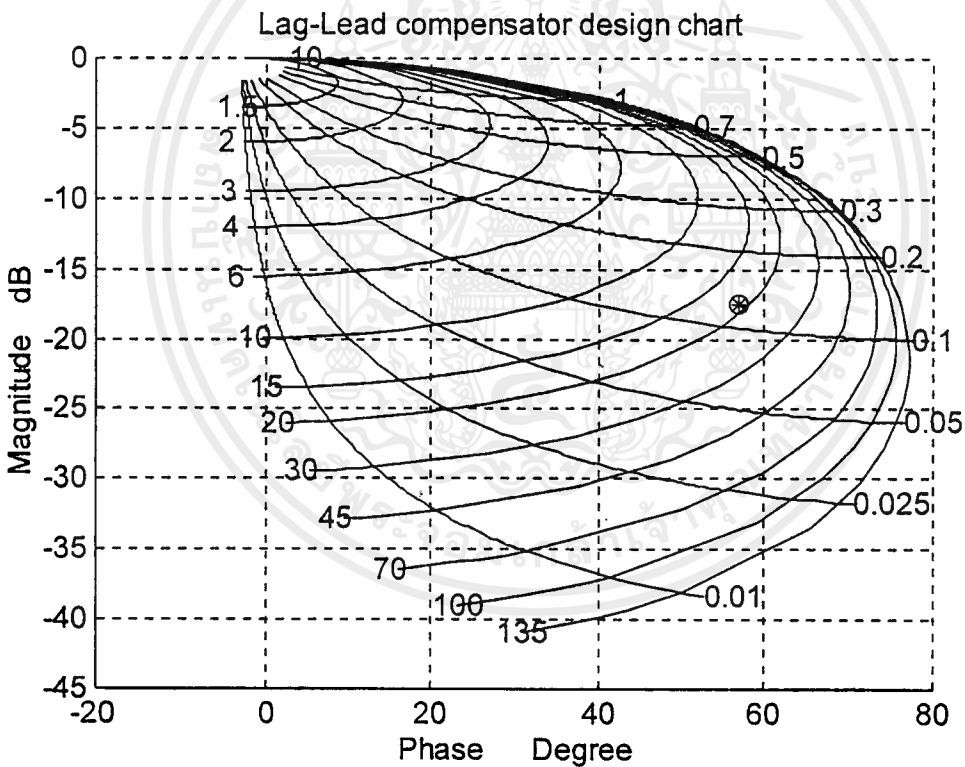
ถ้าเลือก Gain crossover frequency ω_{cg} ของระบบที่ชดเชยแล้วเป็น 2.5 rad/s จะได้เงื่อนไขของขนาดและมุม ของตัวชดเชยเป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} |\bar{G}_c(j\omega_{cg})|_{dB} &= -17.5 \text{ dB} \\ \angle \bar{G}_c(j\omega_{cg}) &= -180^\circ + 55^\circ - (-182^\circ) \\ &= 57^\circ \end{aligned}$$

นำไปพลอตลงบนแผนภาพตัวชดเชยชนิดมูมนำมูมตาม (รูปที่ 19.) แล้วอ่านค่าพารามิเตอร์ได้ว่า $\alpha = 19$,

$$\omega T_1 = 0.13 \Rightarrow T_1 = \frac{0.13}{2.5} = 0.052$$

ได้ตัวชดเชยในส่วนของ LEAD เป็น $\left(\frac{1+19(0.052)s}{1+0.052s} \right) = \left(\frac{1+s}{1+0.052s} \right)$

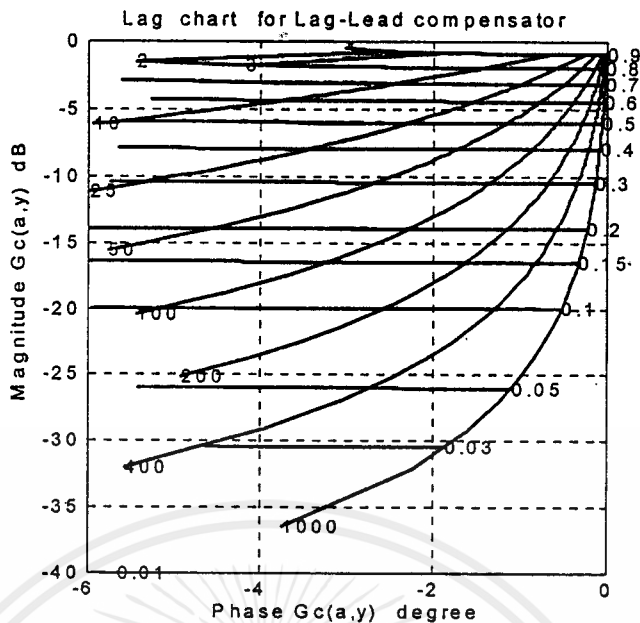


รูปที่ 19. แผนภาพตัวชดเชยชนิดมูมนำมูมตาม

หาค่าพารามิเตอร์ในส่วนของ LAG หรือ T_2 ได้จากการคำนวณตามเงื่อนไขมูมตามในส่วนของ LAG เป็น -3° หรือหาค่าได้จากแผนภาพตัวชดเชยชนิดมูมตาม (Lag Compensator) โดยอ่านค่าของ T_2 จากแผนภาพที่ -3°

และที่ $\alpha' = \frac{1}{\alpha} = 0.052$ จะได้

$$\omega T_2 = 250 \Rightarrow T_2 = \frac{250}{2.5} = 100$$



รูปที่ 20. การใช้แผนภาพตัวชดเชยชนิดมุดตามในการหาค่า T2

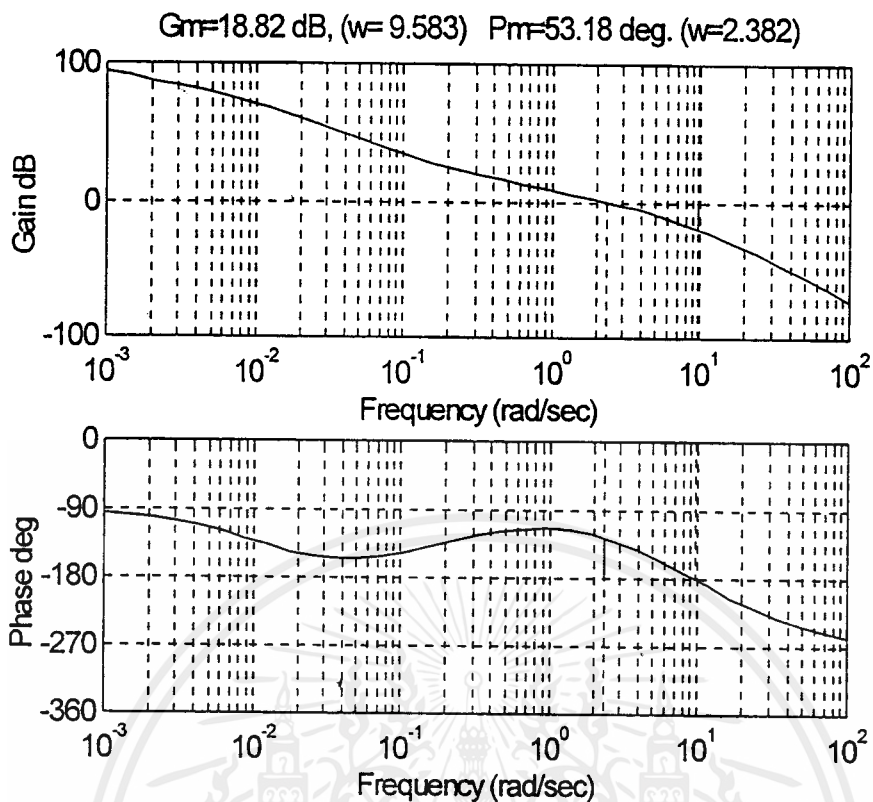
ได้ส่วนของ LAG เป็น
$$\left(\frac{1 + \frac{100}{19}s}{1 + 100s} \right) = \left(\frac{1 + 5.3s}{1 + 100s} \right)$$

∴ จะได้ตัวชดเชย
$$G_C = 250 \left(\frac{1 + 5.3s}{1 + 100s} \right) \left(\frac{1 + s}{1 + 0.052s} \right)$$

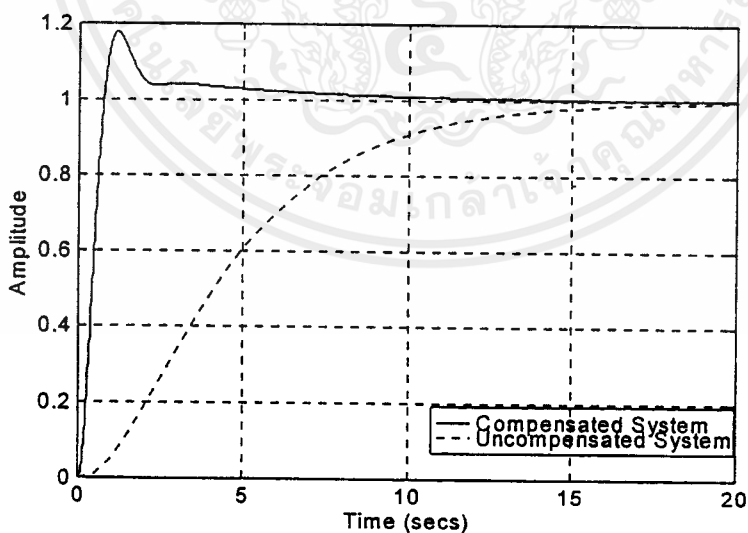
ระบบที่ชดเชยแล้วมี Damping Ratio ประมาณ 0.53 และมี PM. = 53° ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่เราต้องการ ค่าที่คลาดเคลื่อนเกิดจากการอ่านค่าที่ไม่ละเอียด ผลตอบสนองของระบบที่ชดเชยแล้วแสดงไว้ในรูปที่ 21. และ รูปที่ 22. ซึ่งมีค่าของผลตอบสนองต่าง ๆ เป็นดังนี้

- Percent overshoot = 18 %
- Damping Ratio = 0.48
- Settling time = 8 sec

ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับที่เราต้องการ



รูปที่ 21. ผลตอบสนองความถี่ของระบบที่ชดเชยแล้ว

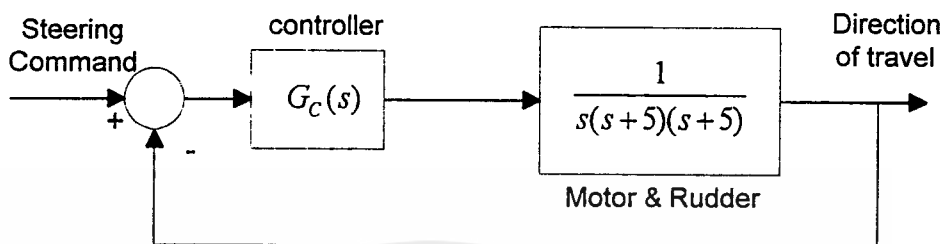


รูปที่ 22. ผลตอบสนองทางเวลาของระบบที่ชดเชยแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 4. [9.] The Design of a Remotely Operated Vehicle (ROV) Control System

การควบคุมยานพาหนะระยะไกลสำหรับการสำรวจใต้ทะเล ต้องการควบคุมทิศทางการเคลื่อนที่ของยาน โดยใช้มอเตอร์ไฟฟ้าและใบพัดในการขับเคลื่อนยาน ใช้ทางเสื่อในการควบคุมยานให้ไปตามทิศทางที่ต้องการ ส่วนประกอบต่างๆของระบบควบคุมระบบนี้ แสดงไว้ในรูปที่ 23. โดยเป้าหมายการควบคุมคือ ระบบมีผลตอบสนองที่รวดเร็วต่อ step input โดยยอมให้มี percent overshoot ไม่เกิน 25 % และ steady-state error ต่อ ramp input ไม่เกิน 3.33 % หรือ velocity error constant ≤ 30



รูปที่ 23. ระบบควบคุมทิศทางของ ROV

วิธีที่ 1

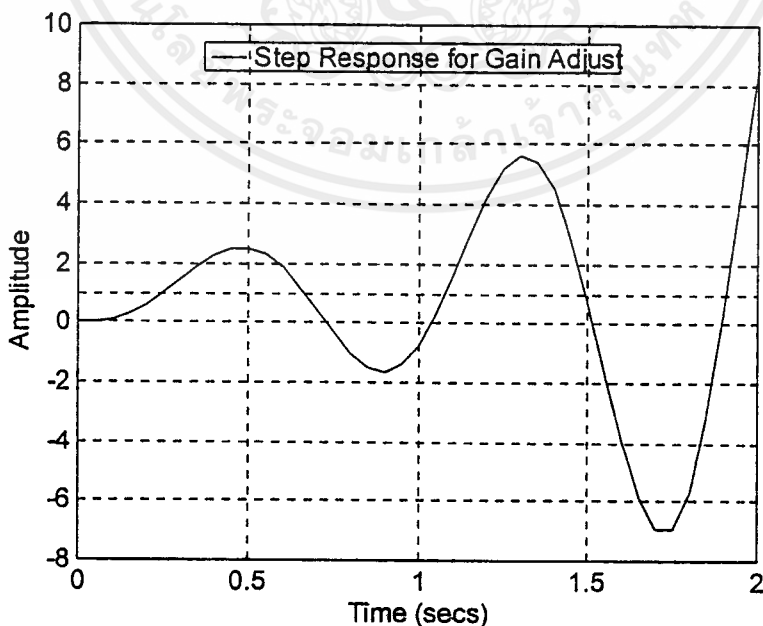
ออกแบบตัวชดเชยโดยการเพิ่ม gain K จากเงื่อนไข steady-state error

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

$$30 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left\{ \frac{K}{s \cdot (s+5)^2} \right\}$$

$$K = 750$$

เมื่อตรวจสอบพบว่าระบบยังไม่มีเสถียรภาพตามที่ต้องการ



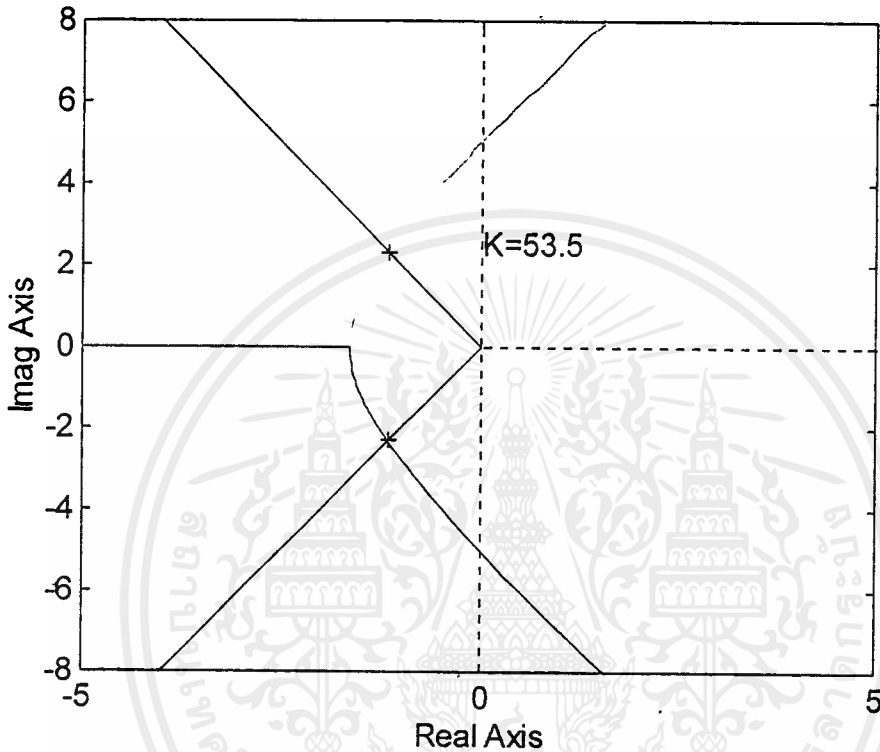
รูปที่ 24. ผลตอบสนองของระบบที่ปรับ Gain

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีที่ 2 ออกแบบตัวชดเชยแบบมูตาม โดยใช้วิธีการของเส้นทางเดินราก (Root locus Approach)

$$G_c(s) = \frac{K \cdot (s+z)}{(s+p)} \quad \text{โดยที่ } z > p$$

จากข้อกำหนดของ percent overshoot ที่ 25 % ทำให้เรารู้ว่าต้องเลือก Damping Ratio เป็น 0.45
วาดเส้นทางเดินรากของระบบที่ยังไม่มีการชดเชยเพื่อหาค่า K ที่ทำให้ระบบมี Damping Ratio = 0.45



รูปที่ 25. เส้นทางเดินรากของระบบที่ยังไม่มีตัวชดเชย

จะได้ว่า ต้องเลือก K ที่ $K = 53.5$

จากสมการ steady - state error หาค่า $K_{vuncomp.}$

$$K_{vuncomp.} = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

$$K_{vuncomp.} = \frac{53.5}{25} = 2.14$$

จะได้ $\alpha = \left| \frac{z}{p} \right| = \frac{K_{vcomp.}}{K_{vuncomp.}} = \frac{30}{2.14} = 14.0$

เลือกใช้ $\alpha = 14.5$ เพื่อให้สำหรับค่าความผิดพลาด และเลือก $z = 0.10$ ดังนั้นจะได้

$$p = \frac{z}{\alpha} = \frac{0.10}{14.5} = 0.0069$$

ได้ตัวชดเชยของระบบนี้เป็น $G_c(s) = \frac{53.5 \cdot (s+0.1)}{(s+0.0069)}$ ได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 28.

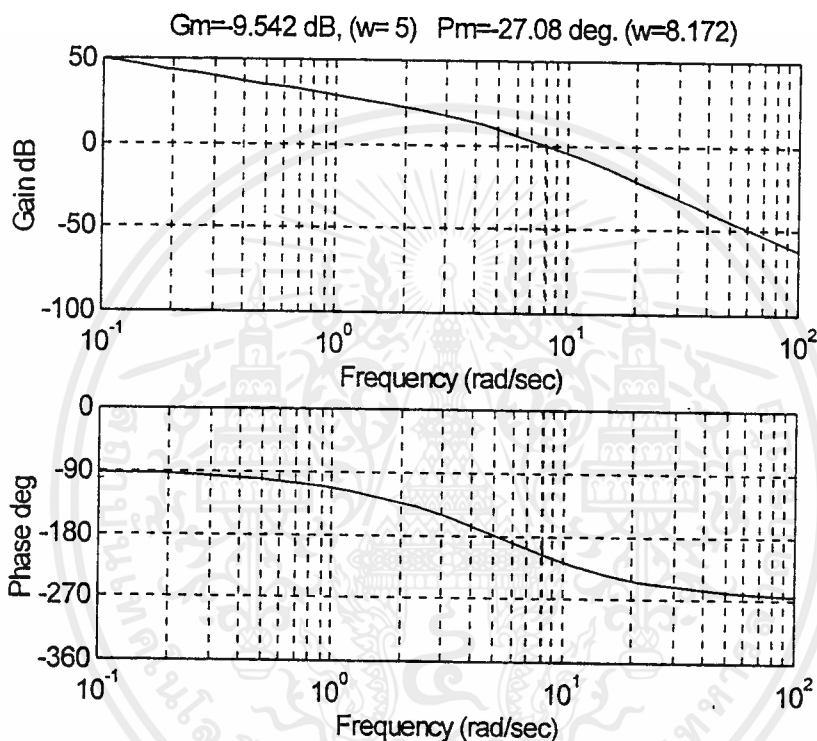
วิธีที่ 3 ออกแบบตัวชดเชยแบบมตามโดยวิธีผลตอบสนองเชิงความถี่ (Bode diagram Approach)

$$G_c(s) = \frac{K \cdot (1 + Ts)}{(1 + \alpha Ts)} \quad \text{โดยที่ } \alpha > 1$$

จากความสัมพันธ์ในภาคผนวก ที่ percent overshoot 25% ได้ phase margin 45°

วาด bode diagram ของ $G(s) = \frac{K}{25s \cdot (0.2s + 1)^2}$ โดยที่ $K = 750$ ซึ่งหาได้

จากเงื่อนไขของ Kv



รูปที่ 26. Bode Diagram ของระบบที่ยังไม่ชดเชย

จาก bode diagram ระบบเดิมมีค่า phase margin = -27° เนื่องจากต้องการ phase margin = 45° (จากความสัมพันธ์ของ Damping Ratio และ Phase Margin ในภาคผนวก ข.) จึงทำการเลือก ω_{cg} ใหม่ ณ จุดที่มีมุมเฟสประมาณ $45^\circ + 10^\circ - 180^\circ = -125^\circ$ ได้ที่ $\omega_{cg} = 1.6$ rad/sec ซึ่งมีค่า magnitude = 24.6 dB ดังนั้นจึงต้องตั้งขนาดที่ความถี่นี้ลงมามาก -24.6 dB ขนาดของตัวชดเชยที่จุดนี้ประมาณได้เป็นตามสมการข้างล่าง

$$20 \cdot \log \alpha = 24.6 \text{ dB}$$

$$\therefore \alpha = 17$$

เลือกใช้ $1/T$ ที่ประมาณ 1 / 10 ของ Gain crossover frequency ใหม่ หรือที่ 0.16 rad/sec จะได้ $T = 6.25$

$$\therefore \text{ได้ตัวชดเชยของระบบนี้เป็น } G_c(s) = 750 \cdot \frac{(6.25s + 1)}{(106s + 1)} \quad \text{ผลตอบสนองเป็นดังรูปที่ 28}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีที่ 4 ออกแบบตัวชดเชยแบบมูมตามโดยวิธีทางกราฟิก

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{(1 + \alpha T \cdot s)}{(1 + T \cdot s)} \quad \text{โดยที่ } 0 < \alpha < 1$$

จากวิธีที่ 3 จะได้ phase margin = 45° ถ้าเลือก $\omega_{cg} = 1.6 \text{ rad/sec}$

จากเงื่อนไข steady - state error

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_c(s) \cdot G(s)$$

$$30 = \frac{K_c}{25}$$

$$K_c = 750$$

หาเงื่อนไขขนาดและมุมของตัวชดเชย

$$\begin{aligned} \left| \overline{G_c}(j\omega_{cg}) \right|_{dB} &= - \left| K_c \cdot G_p(j\omega_{cg}) \right| \\ &= -24.6132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle \overline{G_c}(j\omega_{cg}) &= - \angle K_c \cdot G_p(j\omega_{cg}) + PM - 180^\circ \\ &= -(-125.489) + 45^\circ - 180^\circ \\ &= -9.5107^\circ \end{aligned}$$

นำไปพล็อตลงบนแผนภาพของตัวชดเชยชนิดมูมตาม ดังรูปที่ 27. แล้วอ่านค่าพารามิเตอร์ออกมาได้

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.06, \quad \gamma = 100 \\ \tau &= \frac{\gamma}{\omega_{cg}} = \frac{100}{1.6} = 62.5 \end{aligned}$$

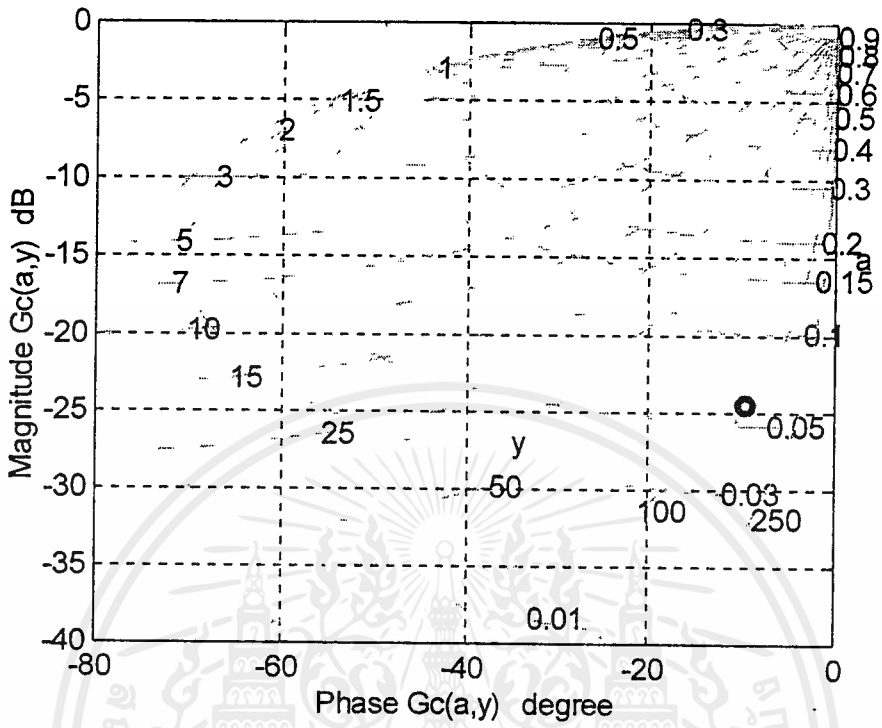
ได้ตัวชดเชยของระบบนี้เป็น
ชดเชยนี้แสดงอยู่ในรูปที่ 28.

$$G_c(s) = \frac{750 \cdot (1 + 3.75s)}{(1 + 62.5s)} \quad \text{ส่วนผลตอบสนองของระบบที่ใช้ตัวชดเชย}$$

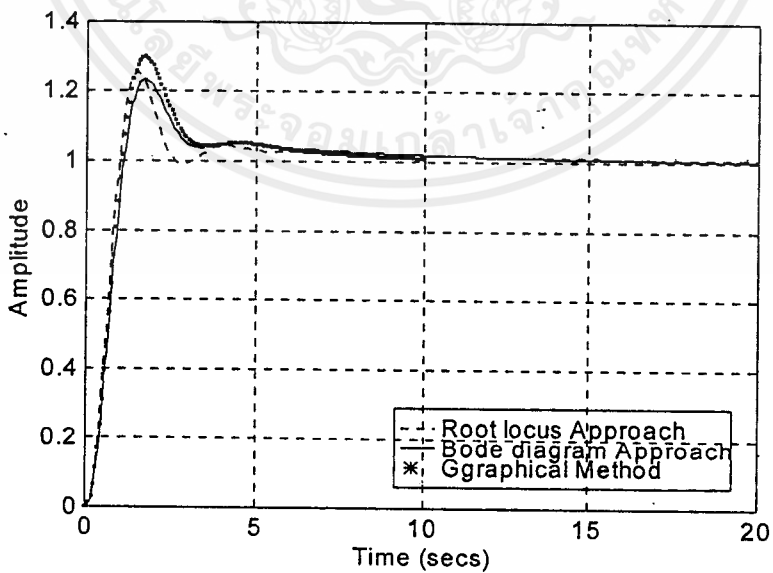
ข้อกำหนดของผลตอบสนองของระบบที่ออกแบบไว้ทั้ง 3 วิธี ได้สรุปเอาไว้ในตารางที่ 3. แล้ว

Compensator	Percent overshoot	Settling Time	Velocity error constant
$G_c(s) = \frac{53.5 \cdot (s + 0.1)}{(s + 0.0069)}$	26 %	7.0 sec	30
$G_c(s) = 750 \cdot \frac{(62.5s + 1)}{(106s + 1)}$	24 %	12.0 sec	30
$G_c(s) = \frac{750 \cdot (1 + 3.75s)}{(1 + 62.5s)}$	30 %	12.0 sec	30

ตารางที่ 3.



รูปที่ 27. เส้นขนาดและมุมที่พลอตลงบนแผนภาพ



รูปที่ 28. ผลตอบสนองของระบบที่ออกแบบทั้ง 3 วิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. การออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาติสคริต

การออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาติสคริต มีลักษณะโดยพื้นฐานเหมือนกับกรออกแบบในระบบเวลาต่อ เนื่อง คือต้องการให้ผลตอบสนองของระบบที่ควบคุม ปฏิบัติตัวให้ตรงตาม specifications ที่ต้องการ เช่น ผลตอบสนองเวลาชั่วขณะต่อ step input (percent overshoot , rise time , settling time และอื่นๆ) มีค่าตามต้องการ หรือผลตอบสนองเวลาคงตัวมีค่า steady state error ตามที่ต้องการ หรือถ้าจะมองในโดเมนความถี่ ก็เหมือนกับข้อกำหนดในระบบเวลาต่อเนื่อง เช่น Phase Margin, Gain Margin หรือ Bandwidth เป็นต้น

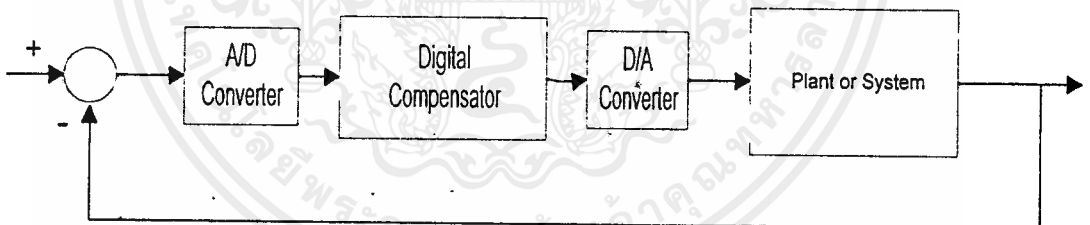
สำหรับการออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาติสคริตนั้นสามารถทำได้ใน 2 ลักษณะ คือ

1. ทำการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่องก่อน แล้วจึงทำการแปลงตัวชดเชยแบบอนาล็อกไปเป็นดิจิทัล โดยทำให้ผลตอบสนองของระบบเวลาติสคริตที่ได้ กับของระบบเวลาต่อเนื่อง ตรงกัน วิธีนี้นิยมใช้ในระบบเวลาต่อเนื่องที่ได้รับการออกแบบมาอย่างดีแล้ว และต้องการเปลี่ยนมาใช้ตัวชดเชยแบบดิจิทัลแทน (อ่านรายละเอียดการหาตัวควบคุมแบบดิจิทัลที่สมมูลกับตัวควบคุมแบบอนาล็อก ได้จาก [8.])

2. ทำการออกแบบในระบบเวลาติสคริตโดยตรง วิธีนี้เราต้องทำการแปลงระบบที่ต้องการควบคุมให้อยู่ในรูปแบบเวลาติสคริตก่อน โดยใช้การแปลง Z (Z Transform) แล้วใช้เทคนิคการออกแบบที่ใช้ในระบบเวลาต่อเนื่องในหัวข้อที่ผ่านมา มาหาตัวควบคุมแบบดิจิทัลที่จะทำให้ระบบมีผลตอบสนองตรงตามต้องการ ดังจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

4.1 การวิเคราะห์ระบบควบคุมดิจิทัล

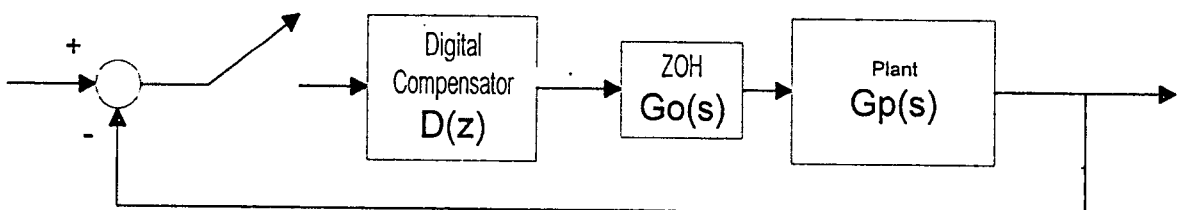
ระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมดิจิทัล โดยทั่วไปจะมีส่วนประกอบที่เพิ่มเข้ามาจากระบบต่อเนื่อง 2 ส่วน คือ หน่วย Analog to Digital Converter (ADC) และหน่วย Digital to Analog Converter (DAC) ดังแสดงในรูปที่ 29.



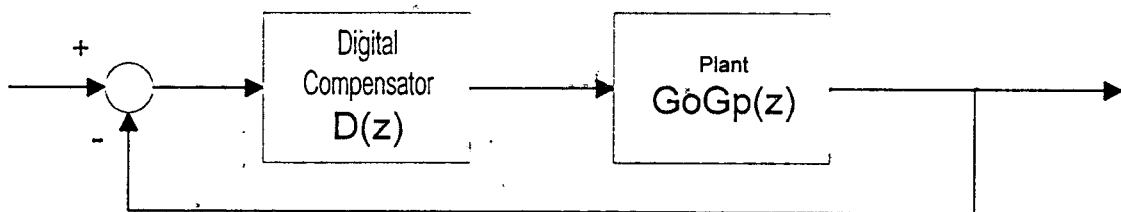
รูปที่ 29. Block Diagram ในการวิเคราะห์ระบบควบคุมดิจิทัล

- หน่วย ADC สามารถประมาณ เป็นเครื่องชั่งตัวอย่างได้
- หน่วย DAC สามารถประมาณ เป็นหน่วย Zero order Hold (ZOH)

จากการประมาณข้างต้น ทำให้ได้ระบบควบคุมเป็นดังรูป



รูปที่ 30. ระบบที่ทำการประมาณ ส่วน DAC และ DAC แล้ว



รูปที่ 30. ระบบควบคุมในเวลาติดคริต

$$G_O(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} ;$$

โดย

$$G_O G_P(z) = (1 - z^{-1}) Z \left[\frac{G_P(s)}{s} \right]$$

(4-1)

ในการหาคำตอบสนองความถี่ของระบบเวลาติดคริต ทำได้โดยแทน $z = e^{j\omega T}$ ลงในทรานสเฟอริงฟังก์ชันของระบบในระบบเวลาติดคริต แต่อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์ผลตอบสนองความถี่ในระนาบ Z ไม่อาจทำได้สะดวกด้วยวิธีที่เคยใช้ในระนาบ S เช่นวิธีการของ Bode diagram เนื่องจากมีเงื่อนไขเสถียรภาพที่ต่างกัน ในระนาบ S เงื่อนไขเสถียรภาพคือ ทางด้านซ้ายมือของแกนจินตภาพ แต่ในระนาบ Z เงื่อนไขเสถียรภาพคือภายในวงกลมหนึ่งหน่วย จึงเป็นการสะดวกกว่าที่จะทำการแปลงทรานสเฟอริงฟังก์ชันในระนาบ Z ไปสู่ระนาบ W เพื่อแปลงวงกลมหนึ่งหน่วยไปสู่ระนาบซ้ายมืออีกครั้ง โดยใช้การแปลงแบบไบลิเนียร์ (อ่านรายละเอียดการแปลงแบบไบลิเนียร์ได้ใน [7.]) ซึ่งจะทำให้ใช้เครื่องมือวิเคราะห์ผลตอบสนองความถี่ของระนาบ S ได้ วิธีการทรานสเฟอริงระนาบ Z ไปสู่ระนาบ W ทำได้ดังนี้

$$z = \frac{1 + \frac{T}{2} w}{1 - \frac{T}{2} w}$$

$$w = \frac{2z - 1}{Tz + 1}$$

(4-2)

แม้ว่าระนาบ W และระนาบ S จะมีเงื่อนไขเสถียรภาพเหมือนกันในเชิงเรขาคณิตแล้ว คืออยู่ด้านซ้ายมือของแกนจินตภาพเหมือนกัน แต่ความถี่ของทั้งสองระนาบจะต่างกัน ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ ν ในระนาบ W กับความถี่จริง ω ในระนาบ S เป็นดังนี้

$$w|_{w=j\nu} = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \Big|_{z=e^{j\omega T}}$$

$$j\nu = \frac{2 e^{j\omega \frac{T}{2}} - e^{-j\omega \frac{T}{2}}}{T e^{j\omega \frac{T}{2}} + e^{-j\omega \frac{T}{2}}}$$

$$= \frac{2}{T} j \tan \frac{\omega T}{2}$$

นั่นคือ

$$\nu = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega T}{2}$$

(4-3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการแปลงแบบโบลีเนียนี้ เราสามารถนำข้อกำหนดและการออกแบบในโดเมนความถี่ตามปกติของระบบต่อเนื่องมาใช้ได้ เมื่อหาตัวควบคุม $D(w)$ ได้แล้ว ทำการแปลงกลับเป็น $D(z)$ ก็จะได้ตัวชดเชยหรือตัวควบคุมดิจิทัลตามที่ต้องการ เราจะศึกษารายละเอียดการออกแบบรวมถึงตัวอย่างในหัวข้อต่อไป

4.2 หลักการออกแบบตัวควบคุมดิจิทัลโดยวิธีทางกราฟิก

เช่นเดียวกับการออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาต่อเนื่อง ข้อกำหนดที่ต้องการจากระบบ ระบบหนึ่งในโดเมนความถี่จะบอกอยู่ในรูปของ Gain Margin (GM), Phase margin (PM), Gain crossover frequency (ω_{cg}), Phase crossover frequency (ω_{cp}) และอยู่ในรูปของ steady state error

พิจารณาระบบหรือ Plant $G_p(z)$ ระบบหนึ่งที่ต้องการตัวชดเชยมาต่ออนุกรม เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบมีค่า Phase Margin ที่ Gain crossover frequency ω_{cg} rad/s เป็น PM° ตามที่ต้องการ แล้ว เราจะเขียนสมการของผลตอบสนองความถี่ที่ ω_{cg} ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} |D(e^{j\omega_{cg}T})G_p(e^{j\omega_{cg}T})|_{dB} &= 0 \\ \angle[D(e^{j\omega_{cg}T})G_p(e^{j\omega_{cg}T})] &= -180^\circ + PM \end{aligned} \quad (4-4)$$

สำหรับการออกแบบตามเงื่อนไขของ Gain Margin GM ที่ phase crossover frequency ω_{cp} จะได้สมการ

$$\begin{aligned} |D(e^{j\omega_{cp}T})G_p(e^{j\omega_{cp}T})|_{dB} &= -GM \\ \angle[D(e^{j\omega_{cp}T})G_p(e^{j\omega_{cp}T})] &= -180^\circ \end{aligned} \quad (4-5)$$

จัดรูปสมการที่ (4-4) และ (4-5) ใหม่ โดยทำให้ $D(z)$ อยู่ในรูปของ $\bar{D}(z) = K_C \bar{D}(z)$ และจัดรูปของ LHS ให้เหลือ แต่ $\bar{D}(z)$ เพียงอย่างเดียว ซึ่งอยู่ในรูปดังต่อไปนี้ตามลำดับ

$$\begin{aligned} |\bar{D}(e^{j\omega_{cg}T})|_{dB} &= -|K_C G_p(e^{j\omega_{cg}T})|_{dB} \\ \angle \bar{D}(e^{j\omega_{cg}T}) &= -\angle K_C G_p(e^{j\omega_{cg}T}) - 180^\circ + PM \end{aligned} \quad (4-6)$$

$$\begin{aligned} |\bar{D}(e^{j\omega_{cp}T})|_{dB} &= -|K_C G_p(e^{j\omega_{cp}T})|_{dB} - GM \\ \angle \bar{D}(e^{j\omega_{cp}T}) &= -\angle K_C G_p(e^{j\omega_{cp}T}) - 180^\circ \end{aligned} \quad (4-7)$$

สมการทั้งสองสมการมีลักษณะเหมือนกันกับสมการที่ใช้ในการออกแบบตัวชดเชยในระบบเวลาต่อเนื่อง วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยจึงทำได้เหมือนกัน โดยจัดรูปพารามิเตอร์ของตัวชดเชยให้เหลือไม่เกิน 2 ตัว จะทำให้สามารถหาค่าของพารามิเตอร์ได้จากการแก้สมการ (4-6) หรือ (4-7) แล้วแต่เงื่อนไขที่ใช้ และเช่นเดียวกับระบบเวลาต่อเนื่อง การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยที่เงื่อนไขมุมและขนาดต่าง ๆ กันโดยอ่านค่าจากแผนภาพตัวชดเชยที่สร้างขึ้นไว้ก่อนแล้ว ย่อมทำได้เช่นเดียวกัน จะกล่าวถึงการสร้างแผนภาพตัวชดเชยดิจิทัลในรูปแบบต่าง ๆ ในหัวข้อต่อไป

การหาขนาดและมุมของ $G_p(z)$ ทำได้ไม่สะดวก ทำการทรานสฟอร์มระบบไปอยู่ในระนาบ W เพื่อความสะดวกในการหาขนาดและมุมของ $G_p(z)$ ที่จะนำไปใช้ในสมการหาตัวชดเชย และเพื่อความสะดวกในการสร้างแผนภาพตัวชดเชย ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่าตัวชดเชย $D(z)$ เมื่อทำการทรานสฟอร์มไปอยู่ในระนาบ W แล้ว จะมีรูปแบบของตัวชดเชยเหมือนกันกับตัวชดเชยในระบบเวลาต่อเนื่อง

ถ้าให้ v_{cg} เป็นความถี่ในระนาบ W ที่แปลงมาจาก ω_{cg} ในระนาบ Z ตามสมการที่ (4-3) แล้ว สมการเงื่อนไขขนาดและมุมในระนาบ W เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} |\bar{D}(jv_{cg})|_{dB} &= -|K_C G_P(jv_{cg})|_{dB} \\ \angle \bar{D}(jv_{cg}) &= -\angle K_C G_P(jv_{cg}) - 180^\circ + PM \end{aligned} \quad (4-8)$$

สำหรับ v_{cp} ที่ เป็นความถี่ที่เปลี่ยนมาจาก ω_{cp} ก็เช่นเดียวกัน มีสมการเงื่อนไขขนาดและมุมดังนี้

$$\begin{aligned} |\bar{D}(jv_{cp})|_{dB} &= -|K_C G_P(jv_{cp})|_{dB} - GM \\ \angle \bar{D}(jv_{cp}) &= -\angle K_C G_P(jv_{cp}) - 180^\circ \end{aligned} \quad (4-9)$$

4.3 ตัวชดเชยดิจิตอลรูปแบบต่าง ๆ

1. ตัวชดเชยดิจิตอลชนิด PI

ถ้าให้ $u(t)$ เป็น เอกลักษณ์ของตัวชดเชยดิจิตอลในส่วนที่เกิดจากการอินทิกรัล และ $e(t)$ เป็นอินพุตที่เข้ามายังตัวชดเชยดิจิตอลแล้ว สามารถประมาณ $u(t)$ จากการอินทิกรัล $e(t)$ ให้อยู่ในรูปแบบเวลาดิสครีตได้ โดยใช้การประมาณแบบ trapezoidal (อ่านรายละเอียดใน [8.]) ดังนั้นค่าของอินทิกรัลที่ $t = (k+1)T$ คือ

$$\begin{aligned} u[(k+1)T] &= u(kT) + \int_{kT}^{(k+1)T} e(\tau) d\tau \\ &= u(kT) + \frac{1}{2} T \{e[(k+1)T] + e(kT)\} \end{aligned}$$

ทำการแปลง Z จะได้ $zU(z) = U(z) + \frac{T}{2} [zE(z) + E(z)]$

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{Tz+1}{2z-1}$$

∴ จะได้รูปแบบของตัวชดเชยดิจิตอลชนิด PI เป็น $D(z) = K_p + K_I \frac{Tz+1}{2z-1}$

ทำการแปลงแบบไบลีเนียร์ตามสมการ (4-2)

$$\begin{aligned} D(w) &= K_p + K_I \frac{T}{2} \left(\frac{1 + \frac{T}{2}w + 1 - \frac{T}{2}w}{1 + \frac{T}{2}w - 1 + \frac{T}{2}w} \right) \\ &= K_p + K_I \frac{T}{2} \left(\frac{2}{wT} \right) \\ &= K_p + \frac{K_I}{w} \\ D(jv) &= K_p + \frac{K_I}{jv} \\ &= K_C (\rho - j) = K_C \bar{D}(\rho) \end{aligned} \quad (4-10)$$

โดยที่ $\rho = \frac{K_p}{K_I} v$ และ $K_C = \frac{K_I}{v}$ (4-11)

พบว่า ในระนาบ w ตัวชดเชยดิจิตอลชนิด PI มีรูปแบบเดียวกันกับตัวชดเชยชนิด PI ในระบบเวลาต่อเนื่อง จึงมีลักษณะของแผนภาพพหุคูณเหมือนในรูปที่ 1.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ตัวขดเซยติจิดอลชนิด PD

ทำการประมาณส่วนเอทพุท $u(t)$ ที่เกิดจากการ derivative อินพุท $e(t)$ ที่ $t=kT$

$$u(kT) \cong \frac{e(kT) - e[(k-1)T]}{T}$$

ทำการแปลง z ได้
$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{(z-1)}{Tz}$$

\therefore จะได้รูปแบบของตัวขดเซยติจิดอลชนิด PD เป็น
$$D(z) = K_p + K_D \frac{z-1}{Tz1}$$

ทำการแปลงแบบไบลิเนียร์ตามสมการ (4-2)

$$D(w) = K_p + K_D \left(\frac{1 + \frac{wT}{2} - 1 + \frac{wT}{2}}{T \left(1 + \frac{wT}{2} \right)} \right)$$

$$= K_p + K_D \frac{w}{1 + \frac{wT}{2}}$$

$$D(jv) = K_p + K_D \frac{jv}{1 + \frac{jvT}{2}}$$

$$= K_p \left(1 + \frac{\frac{K_D}{K_p} \frac{2}{vT} j}{\frac{2}{vT} + j} \right)$$

$$= K_p \left(\frac{m + j(1 + \eta mj)}{m + j} \right)$$

$$= K_C \bar{D}(m, \eta)$$

(4-12)

$$m = \frac{2}{vT};$$

โดยที่

$$\eta = \frac{K_D}{K_p} v$$

(4-13)

จะได้

$$|\bar{D}(m, \eta)|_{dB} = 10 \log \left[\frac{m^2 + (1 + m\eta)^2}{m^2 + 1} \right]$$

$$\angle \bar{D}(m, \eta) = \tan^{-1} \left(\frac{1 + m\eta}{m} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{1}{m} \right)$$

นำไปพลอตลงบนระนาบ X, Y จะได้แผนภาพตัวขดเซยติจิดอลชนิด PD, เป็นดังรูปที่ 32.

3. แผนภาพตัวขดเซยดิจิตอลชนิด PID

จากหัวข้อที่ผ่านมา ๗ มา เราจะได้รูปแบบของตัวขดเซยชนิด PID เป็น

$$\begin{aligned}
 D(z) &= K_p + K_I \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} + K_D \frac{z-1}{Tz} \\
 D(w) &= K_p + K_I \frac{T}{2} \left(\frac{1 + \frac{wT}{2} + 1 - \frac{wT}{2}}{1 + \frac{wT}{2} - 1 + \frac{wT}{2}} \right) + \frac{K_D}{T} \left(\frac{1 + \frac{wT}{2} - 1 + \frac{wT}{2}}{1 + \frac{wT}{2}} \right) \\
 &= K_p + \frac{K_I}{w} + K_D \frac{w}{1 + \frac{wT}{2}} \\
 D(jv) &= K_p + \frac{K_I}{jv} + K_D \frac{jv}{1 + \frac{jvT}{2}} \\
 &= \frac{K_I}{v} \left(\frac{K_p}{K_I} v + \frac{1}{j} + \frac{\frac{K_D}{K_I} v^2 j}{1 + \frac{jvT}{2}} \right) \\
 &= \frac{K_I}{v} \left(\rho - j + \frac{m\rho\eta}{m+j} \right) \\
 &= \frac{K_I}{v} \left(\frac{m\rho + jp - jm + 1 + jm\rho\eta}{m+j} \right) \\
 &= \frac{K_I}{v} \left(\frac{(1+m\rho) + j(\rho + m\rho\eta - m)}{m+j} \right) \\
 &= K_C \bar{D}(z)
 \end{aligned} \tag{4-14}$$

$$\text{โดยที่ให้ } K_C = \frac{K_I}{v} \quad ; m = \frac{2}{vT} \quad ; \rho = \frac{K_p}{K_I} v \quad ; \eta = \frac{K_D}{K_p} v \tag{4-15}$$

ได้ขนาดและมุมของตัวขดเซยเป็น

$$\begin{aligned}
 |\bar{D}(m, \eta)|_{dB} &= 10 \log \left[\frac{(1+m\rho)^2 + (\rho + m\rho\eta - m)^2}{m^2 + 1} \right] \\
 \angle \bar{D}(m, \eta) &= \tan^{-1} \left(\frac{\rho + m\rho\eta - m}{1+m\rho} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{1}{m} \right)
 \end{aligned}$$

นำไปพลอตลงแผนภาพตัวขดเซยดิจิตอลชนิด PID ที่ค่า m ต่าง ๆ กัน ได้ดังรูปที่ 33.

4. ตัวชดเชยดีจิตอลชนิดม้วนนำและตัวชดเชยดีจิตอลชนิดม้วนตาม
รูปแบบของตัวชดเชยทั้งตัวชดเชยทั้งสองชนิดเป็นดังนี้

$$D(z) = K \frac{b+1}{a+1} \left(\frac{z+a}{z+b} \right)$$

โดยที่ $b > a$ สำหรับ ตัวชดเชยชนิดม้วนนำ (Lead Compensator)
 $b < a$ สำหรับ ตัวชดเชยชนิดม้วนตาม (Lag Compensator)

ทำการแปลงแบบโบลีเนียร์

$$D(w) = K \frac{b+1}{a+1} \frac{1 + \frac{wT}{2} + a - \frac{awT}{2}}{1 + \frac{wT}{2} + b - \frac{bwT}{2}}$$

$$= K \frac{b+1}{a+1} \frac{(1+a) + \frac{(1-a)wT}{2}}{(1+b) + \frac{(1-b)wT}{2}}$$

$$= K \left(\frac{1 + \frac{1-a}{1+a} \frac{wT}{2}}{1 + \frac{1-b}{1+b} \frac{wT}{2}} \right)$$

$$D(jv) = K \frac{1 + \frac{1-a}{1+a} \frac{jvT}{2}}{1 + \frac{1-b}{1+b} \frac{jvT}{2}}$$

$$K_c = K$$

ให้ $\tau = \frac{1-b}{1+b} T \Rightarrow b = \frac{1 - \frac{2}{T} \tau}{1 + \frac{2}{T} \tau}$ (4-16)

$$\alpha = \left(\frac{1+b}{1-b} \right) \left(\frac{1-a}{1+a} \right) \frac{T}{2} \Rightarrow a = \frac{1 - \frac{2}{T} \alpha \tau}{1 + \frac{2}{T} \alpha \tau}$$

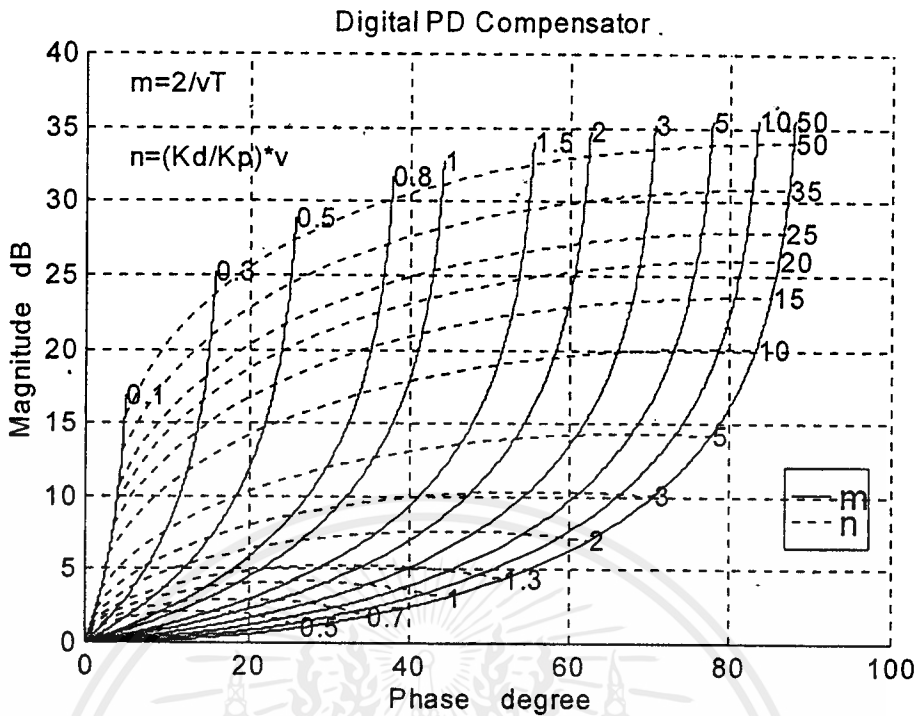
∴ จะได้ $D(jv) = K_c \left(\frac{1 + \alpha jv}{1 + jv} \right)$ (4-17)
 $= K_c \bar{D}(jv)$

โดยที่ $\alpha > 1$ สำหรับ ตัวชดเชยชนิดม้วนนำ (Lead Compensator)

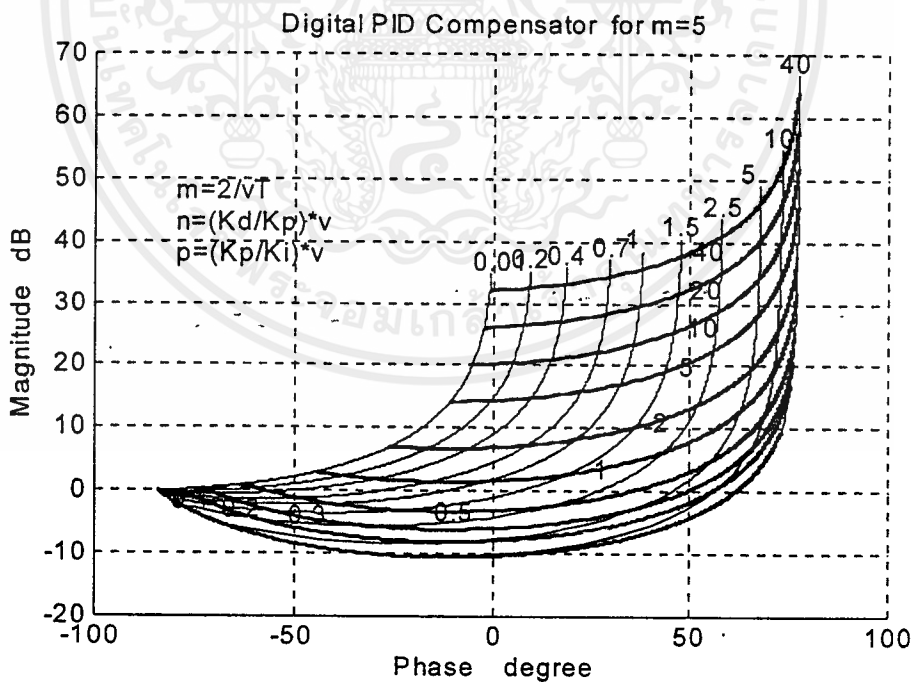
$1 > \alpha > 0$ สำหรับ ตัวชดเชยชนิดม้วนตาม (Lag Compensator)

พบว่าสมการ (4-17) มีลักษณะเหมือนกับสมการที่ (2-13) และ (2-14) ของตัวชดเชยชนิดม้วนนำ และตัวชดเชยชนิดม้วนตามในระบบเวลาต่อเนื่อง

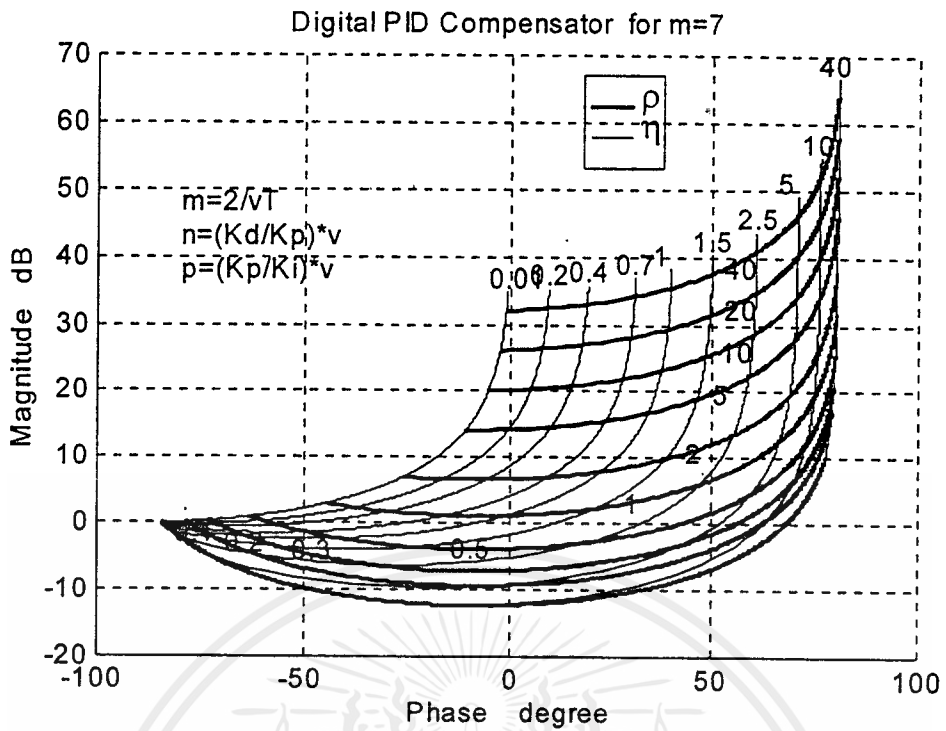
เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เราจึงใช้แผนภาพรูปที่ 4. และ รูปที่ 5. กับตัวชดเชยดีจิตอลชนิดม้วนนำและม้วนตามได้
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



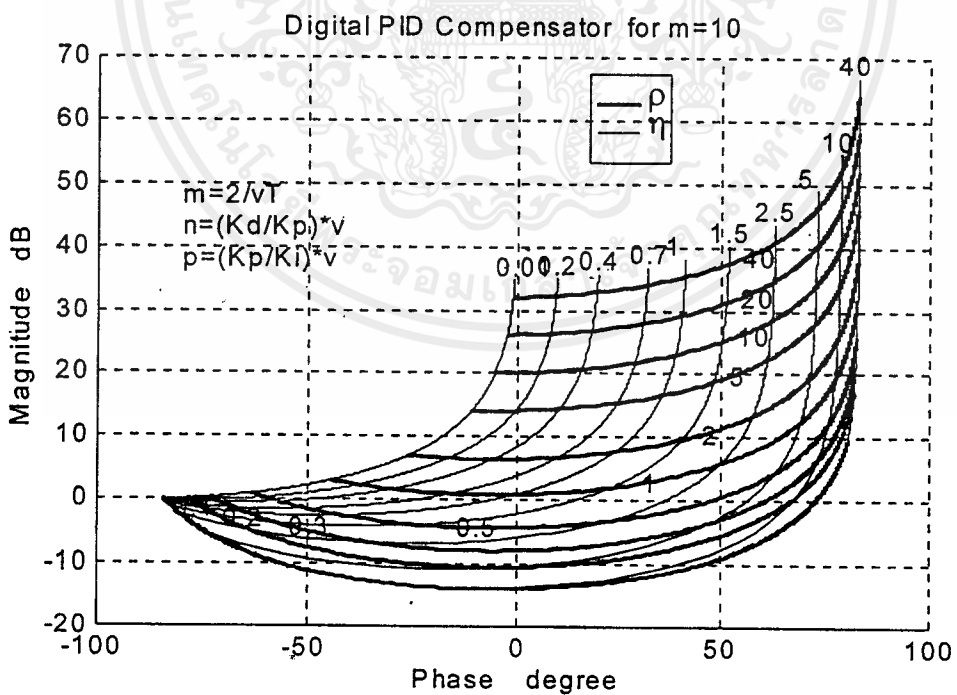
รูปที่ 32. แผนภาพตัวชดเชยดิจิตอลชนิด PD

รูปที่ 33-A. แผนภาพตัวชดเชยดิจิตอลชนิด PID สำหรับ $m=5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

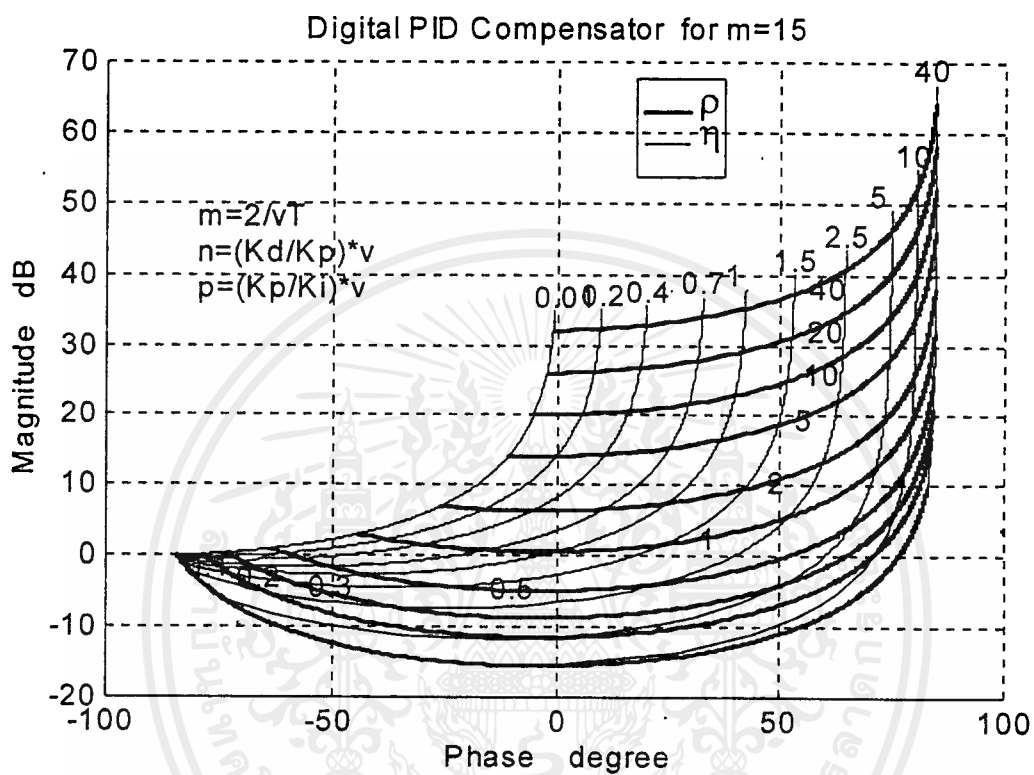


รูปที่ 33-B. แผนภาพตัวขดเซตดิจิตอลชนิด PID สำหรับ $m=7$



รูปที่ 33-C. แผนภาพตัวขดเซตดิจิตอลชนิด PID สำหรับ $m=10$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

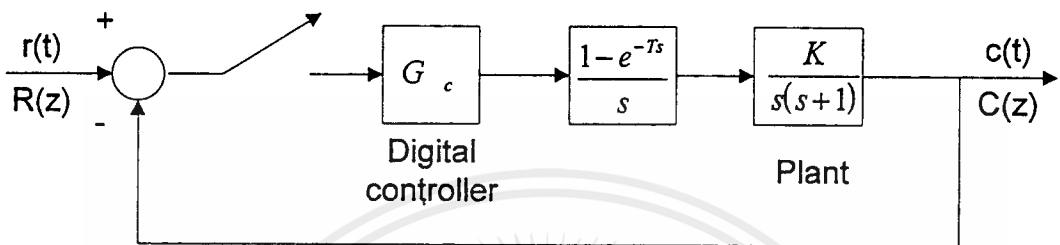


รูปที่ 33-D. แผนภาพตัววัดเฟสดิจิตอลชนิด PID สำหรับ $m=15$

ตัวอย่างที่ 5. ระบบควบคุมแบบบดิจิตอลดังรูปที่ 34. จงออกแบบตัวชดเชยแบบบดิจิตอลให้ระบบมีผลตอบสนองเชิงความถี่ดังนี้

1. phase margin = 50°
2. gain margin > 10°
3. velocity error constant = 2

โดยกำหนดให้ sampling period $T = 0.2$ sec



รูปที่ 34.

วิธีทำ จากรูปที่ 34. ได้ Z transfer function ของระบบเป็น

$$\begin{aligned} G(z) &= Z \left[\frac{1 - e^{-0.2s}}{s} \cdot \frac{K}{s(s+1)} \right] \\ &= (1 - z^{-1}) Z \left[\frac{K}{s^2(s+1)} \right] \\ &= \frac{K(0.01873z + 0.01752)}{z^2 - 1.8187z + 0.8187} \end{aligned}$$

ทำการแปลงแบบไบลิเนียร์จาก $G(z)$ เป็น $G(w)$ จาก

$$z = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w} = \frac{1 + 0.1w}{1 - 0.1w}$$

จะได้

$$G(w) = \frac{K(-0.000333w^2 - 0.09633w + 0.9966)}{w^2 + 0.9969w}$$

กำหนดเลือกตัวควบคุมบดิจิตอลชนิดมูน่า มี transfer function เป็น

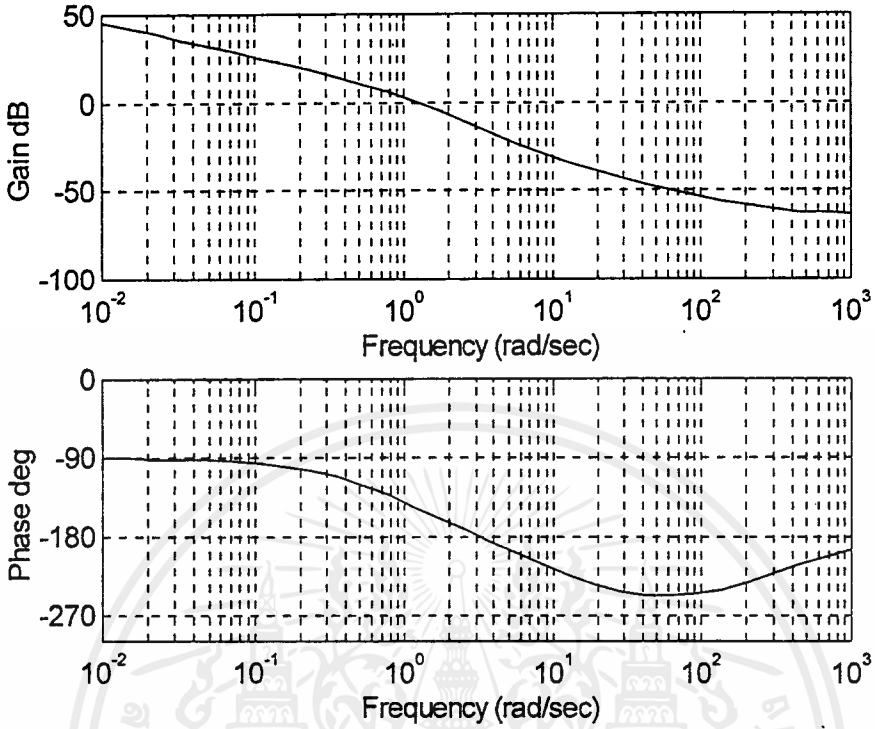
$$.G_c(w) = K_c \cdot \frac{1 + \tau \cdot w}{1 + \alpha \tau \cdot w} \quad ; \quad K_c = 1$$

จากเงื่อนไข steady - state error

$$K_v = \lim_{w \rightarrow 0} w G_c(w) G(w)$$

$$K \cong 2$$

วาดแผนภาพ bode diagram ของ $G(w) = \frac{2 \cdot (-0.000333w^2 - 0.09633w + 0.9966)}{w^2 + 0.9969w}$



รูปที่ 35. ผลตอบสนองทางความถี่ของระบบที่ยังไม่ชดเชย

จาก bode diagram ได้ phase margin = 30° และ gain margin = 14.5 dB ถ้าเลือก gain crossover frequency ใหม่เป็น 2 rad/sec ดังนั้นจะได้เงื่อนไขขนาดและมุมของตัวชดเชยเป็น

$$\begin{aligned} \left| \overline{G}_c(jv_{cg}) \right|_{dB} &= - \left| K_c G_p(jv_{cg}) \right| \\ &= 6.85 \text{ dB} \\ \angle \overline{G}_c(jv_{cg}) &= - \angle K_c G_p(jv_{cg}) + PM - 180^\circ \\ &= 164.43^\circ + 50^\circ - 180^\circ \\ &= 34.43^\circ \end{aligned}$$

นำค่าที่ได้พลอตลงในแผนภาพตัวชดเชยแบบมูมนำแล้วอ่านค่าพารามิเตอร์ออกมาได้

$$\alpha = 3.8, \gamma = 0.5, \tau = \frac{0.5}{2} = 0.25$$

จะได้ตัวควบคุมเป็น $G_c(w) = \frac{1 + 0.95w}{1 + 0.25w}$

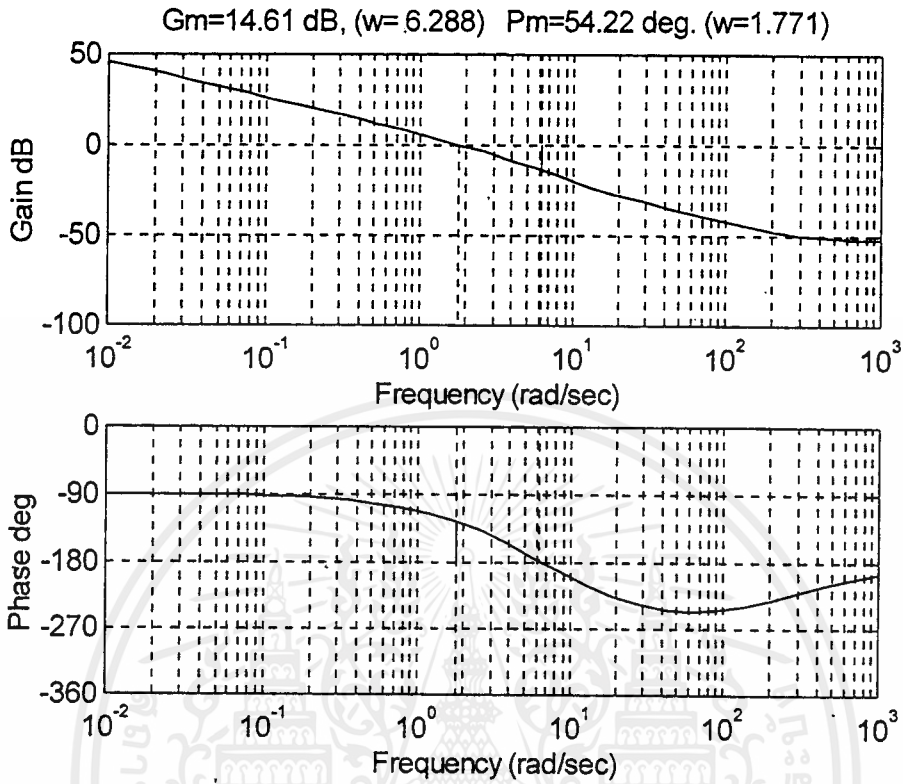
ผลตอบสนองความถี่ของระบบที่มีตัวชดเชยนี้เป็นดังรูปที่ 36. พบว่ามีค่า PhaseMargin = 54 และ Gain Margin = 14 dB ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการ จึงเลือกตัวชดเชยนี้เป็นตัวชดเชยของระบบ

ทำการแปลงแบบไพลินีเยร์จาก $G_c(w)$ เป็น $G_c(z)$ จาก

$$w = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1} = 10 \cdot \frac{z-1}{z+1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สําคัญที่ควรเก็บรักษาไว้เป็นอย่างดี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้
$$G_c(z) = \frac{10.5z - 8.5}{3.5z - 1.5}$$



รูปที่ 37. bode diagram ของ $G_c G(w)$

สำหรับตัวชดเชยดิจิทัลชนิดอื่น ๆ ก็มีลักษณะการออกแบบเหมือนกับในระบบเวลาต่อเนื่องเพียงแต่ต้องทำการแปลงระบบให้อยู่ในระนาบ W ก่อนเท่านั้นเอง

5. แนวทางการพัฒนาในขั้นต่อไป

แนวคิดของการออกแบบโดยวิธีทางกราฟิกตามที่กล่าวมาทั้งหมดนั้น ให้ผลที่มีความถูกต้องสูงเฉพาะกับระบบที่ใช้เงื่อนไขของผลตอบสนองความถี่ ส่วนผลตอบสนองในโดเมนเวลา แม้เราจะสามารถหาความสัมพันธ์ของผลตอบสนองในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ได้ แต่นั่นก็ไม่ใช่ค่าที่ถูกต้องจริง ๆ เป็นเพียงค่าที่ใช้การประมาณที่ให้ผลใกล้เคียงเท่านั้น การศึกษาถึงวิธีการหาแผนภาพและขั้นตอนการออกแบบตัวชดเชยที่ใช้เงื่อนไขของผลตอบสนองในโดเมนเวลาที่แท้จริงขึ้นมาจึงเป็นแนวทางการพัฒนาในขั้นต่อไปที่น่าสนใจ เพราะในหนังสือทฤษฎีทางระบบควบคุมทั่วไป การออกแบบในโดเมนของเวลาก็มักจะถูกลำถึงควบคู่ไปกับการออกแบบในโดเมนความถี่อยู่เสมอ การพัฒนาความละเอียดของวิธีการทางแผนภาพก็เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่น่าสนใจ การสร้างตารางขนาดและมุมของตัวชดเชยชนิดต่างๆขึ้นมาแทนแผนภาพ แม้จะทำให้มีขนาดที่เทอะทะและมีความยุ่งยากในการสร้างตารางเพิ่มขึ้นมาอย่างมาก แต่ก็ทำให้การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยมีความละเอียดที่สูงขึ้น แต่จากการทดลองใช้งานแผนภาพค่าที่ได้จากการออกแบบก็ให้ความถูกต้องอยู่ในเกณฑ์ที่ดีอยู่แล้ว

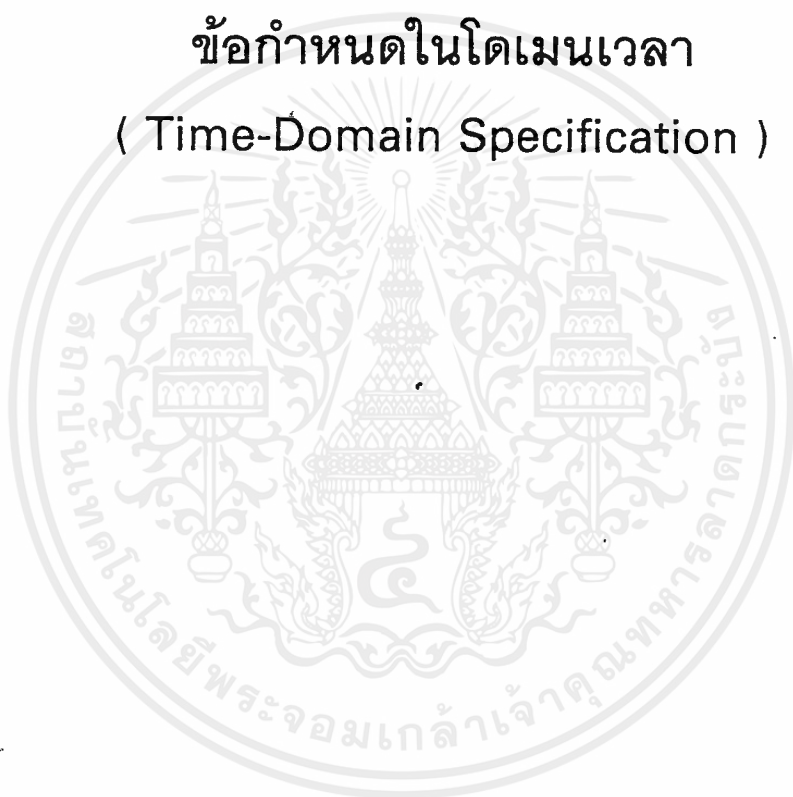
6. บทสรุปและวิจารณ์

จากตัวอย่างการออกแบบตัวชดเชยโดยวิธีทางกราฟิก หรือการใช้แผนภาพตัวชดเชยนั้น แสดงให้เห็นถึงเวลาที่ลดลงในการคำนวณในขั้นตอนการออกแบบ รวมถึงขั้นตอนการออกแบบที่ไม่ซับซ้อน ไม่ยุ่งยาก มีลักษณะขั้นตอนที่เหมือน ๆ กันสำหรับทุกชนิดของตัวชดเชย จะต่างกันก็เพียงแต่แผนภาพที่ใช้ ส่วนความละเอียดที่ได้จากแผนภาพนั้นไม่ใช่ปัญหาที่ใหญ่มากนัก อยู่ในเกณฑ์ที่ดีสามารถยอมรับได้ และการใช้โปรแกรม MatLab มาช่วยในการออกแบบนั้น ทำให้การออกแบบมีความสะดวกมากขึ้น ตัวอย่างที่แสดงไว้แสดงให้เห็นในจุดนี้ จุดที่ดูเหมือนจะเป็นจุดด้อยที่แท้จริงของวิธีการทางกราฟิก คือ ไม่สามารถรับรองผลตอบสนองชั่วขณะในโดเมนเวลาจากการออกแบบได้อย่างแท้จริง เนื่องจากการใช้ข้อสมมติของระบบอันดับที่สองในการหาความสัมพันธ์ของผลตอบสนองชั่วขณะในโดเมนเวลากับโดเมนความถี่ ทำให้ผลตอบสนองของระบบที่ได้จากการออกแบบโดยแผนภาพนั้นมีความผิดพลาดขึ้นในกรณีที่ระบบหรือ plant มีความซับซ้อนมาก ๆ ข้อด้อยอีกอย่างก็คือส่วนของการออกแบบในระบบเวลาดิสคริต ซึ่งต้องทำการออกแบบ ผ่านทางโดเมน W ทำให้ต้องเสียเวลาไปกับการแปลงระบบไปมาเพื่อแลกกับเวลาที่ลดลงในการออกแบบ ซึ่งท้ายที่สุดแล้วอาจจะทำให้ขั้นตอนการออกแบบโดยรวมมีความยุ่งยากและใช้เวลาไม่ต่างกับวิธีอื่น ๆ แต่อย่างไรก็ตามโดยรวมแล้ว จุดเด่นของวิธีทางกราฟิกนี้ก็สามารถลบล้างจุดด้อยได้อย่างเพียงพอ และทำให้แนวคิดของการออกแบบวิธีนี้เป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่น่าสนใจ

ภาคผนวก ก

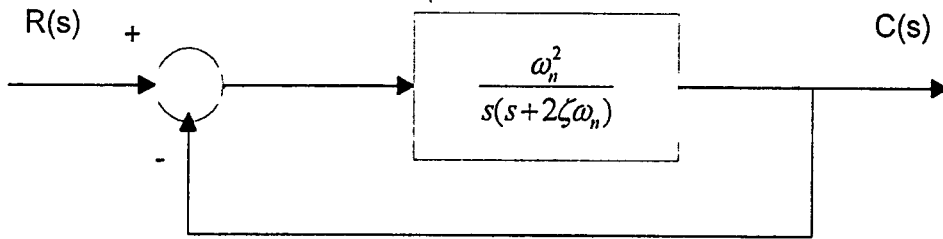
APPENDIX A

ข้อกำหนดในโดเมนเวลา (Time-Domain Specification)



ข้อกำหนดในโดเมนเวลา (Time-Domain Specification) [4.]

พิจารณาระบบอันดับสองมาตรฐาน ดังรูป



รูปที่ A-1 ระบบควบคุมป้อนกลับอันดับสอง

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

เมื่อ ζ = Damping Ratio และ ω_n = Undamped frequency ของระบบ

ระบบดังกล่าวมีผลตอบสนองต่อ Unit Step Input ในกรณี $\zeta < 1$ (Underdamped) ซึ่งเป็นกรณีที่ใช้ในการออกแบบทั่วไปดังนี้

$$\begin{aligned} c(t) &= 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos\omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d t \right) \\ &= 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \left(\omega_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

เมื่อ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$

โดยทั่วไปคุณลักษณะต่าง ๆ ของระบบในโดเมนของเวลา มักจะระบุอยู่ในรูปของ

1. Rise time : เวลาที่ระบบใช้ในการทำให้ผลตอบสนองเพิ่มจาก 0% เป็น 100 % ของผลตอบสนองค่าสุดท้าย
2. Peak time : เวลาที่ทำให้เกิดค่าสูงสุดของ overshoot ลูกแรก
3. Maximum (percent) overshoot : ค่าสูงสุดของผลตอบสนอง (วัดจาก 1)
4. Settling time : เวลาที่ทำให้ผลตอบสนองเข้าสู่และแกว่งอยู่ในช่วง ๆ หนึ่ง (ระบุเป็น ร้อยละของค่าสุดท้าย) ของค่าสุดท้าย

การหาค่าของข้อกำหนดต่าง ๆ ในโดเมนเวลา

1. Rise time: t_r จากสมการ (A-1) หาค่า Rise time ได้โดยให้ $c(t_r) = 1$ จะได้

$$c(t_r) = 1 = 1 - e^{-\zeta\omega_n t_r} \left(\cos\omega_d t_r + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\omega_d t_r \right)$$

$$0 = \sin\left(\omega_d t_r + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$$

$$t_r = \frac{\pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}}{\omega_d} \quad (\text{A-2})$$

2. Peak time : t_p หาได้จากเวลาที่ทำให้อนุพันธ์ของสมการ (A-1) มีค่าเท่ากับ 0

$$\frac{dc}{dt}\bigg|_{t=t_p} = (\sin\omega_d t_p) \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t_p} = 0$$

$$\sin\omega_d t_p = 0$$

$$\omega_d t_p = \pi$$

$$\therefore \text{จะได้ Peak time } t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (\text{A-3})$$

3. Maximum overshoot : M_p จะเกิดที่ peak time หรือ $t = t_p$ แทนลงใน (A-1) จะได้ M_p ออกมาดังสมการต่อไปนี้

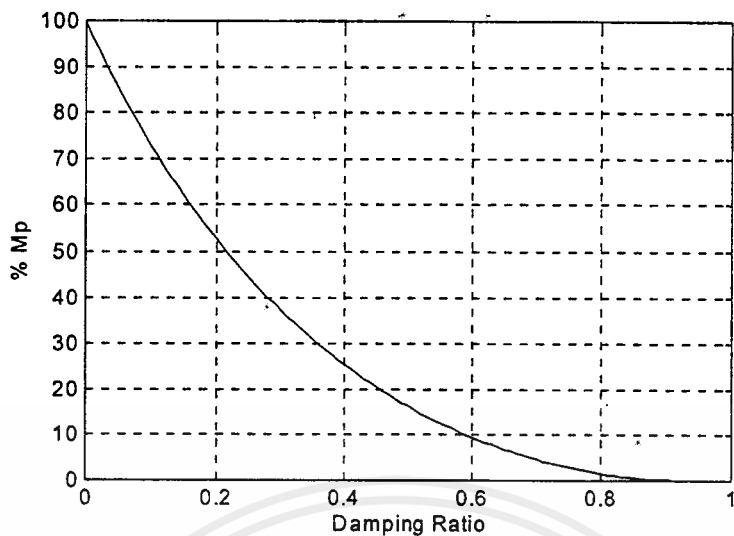
$$\begin{aligned} M_p &= c(t_p) - 1 = -e^{-\zeta\omega_n \left(\frac{\pi}{\omega_d}\right)} \left(\cos\pi + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin\pi \right) \\ &= e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

ความสัมพันธ์ระหว่าง Maximum overshoot และ damping ratio เป็นดังรูปที่ A-2.

4. Settling time : t_s เพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบ เรามักจะนิยาม settling time เป็น

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (2\% \text{ criterion})$$

$$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} \quad (5\% \text{ criterion})$$



รูปที่ A-2. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Damping Ratio กับ % overshoot

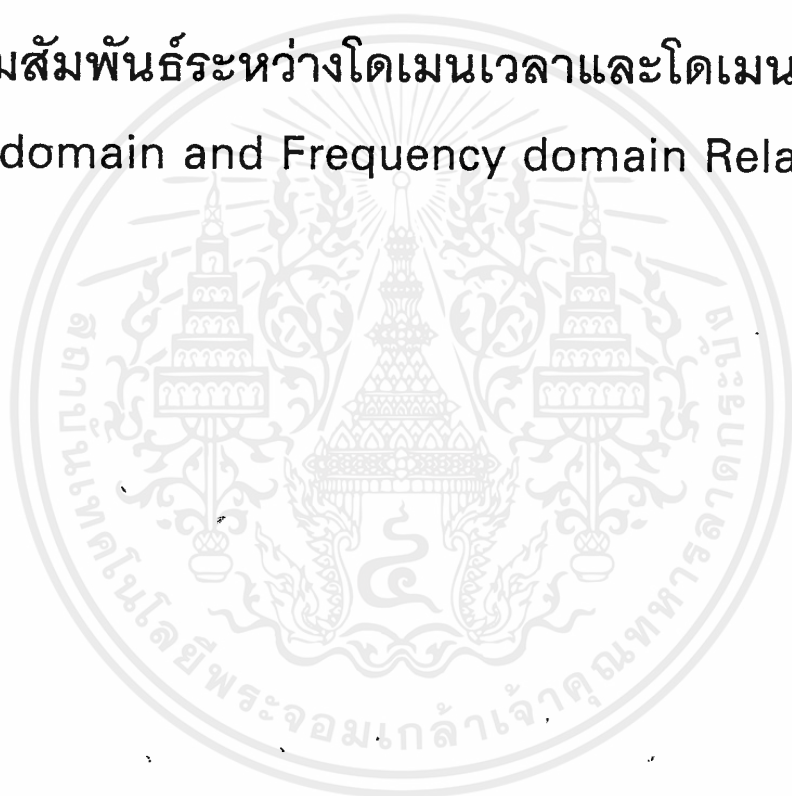


ภาคผนวก ข

APPENDIX B

ความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนเวลาและโดเมนความถี่

(Time domain and Frequency domain Relationship)



ความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ [3.]

พิจารณาทรานสเฟอ์ฟังก์ชันวงเปิดของระบบอันดับสอง

$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{j\omega(j\omega + 2\zeta\omega_n)}$$

เราสามารถหา Gain Crossover Frequency (ω_{cg}) ของระบบได้จากเงื่อนไขขนาด ดังนี้

$$\begin{aligned} |G(j\omega_{cg})| &= 1 \\ \omega_n^2 &= \omega_{cg} \sqrt{\omega_{cg}^2 + (2\zeta\omega_n)^2} \\ \omega_{cg}^4 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_{cg}^2 - \omega_n^4 &= 0 \end{aligned}$$

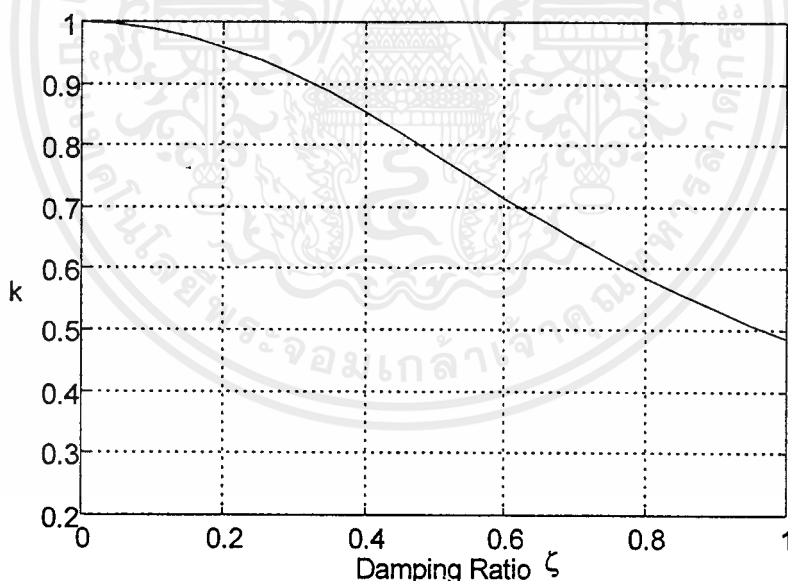
หารากของสมการ ω_{cg}^2 ได้จากสูตรของสมการควอดราติก

$$\omega_{cg}^2 = \omega_n^2 (-2\zeta^2 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 1})$$

$$\therefore \omega_{cg} = \omega_n \sqrt{\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2}$$

$$\omega_{cg} = \omega_n k \quad \text{โดยที่} \quad k = \sqrt{\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2} \quad (\text{B-1})$$

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง k และ ω_{cg} ดังในรูปที่ B-1



รูปที่ B-1 การหาค่า ω_{cg} จากข้อกำหนดในโดเมนเวลา

จากรูปที่ 1 จะพบว่าที่ค่า ω_{cg} ต่างๆ กัน ค่า k มีค่าใกล้เคียง 1 ดังนั้นค่า Gain Crossover Frequency (ω_{cg}) และ Undamped Natural Frequency (ω_n) มีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด

จากทรานสเฟอ์ฟังก์ชันวงเปิดของระบบอันดับสอง หาค่า Phase Margin (PM) ได้จาก

$$PM = 180^\circ + \angle G(j\omega_{cg})$$

$$PM = 180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_{cg}}{2\zeta\omega_n}\right)$$

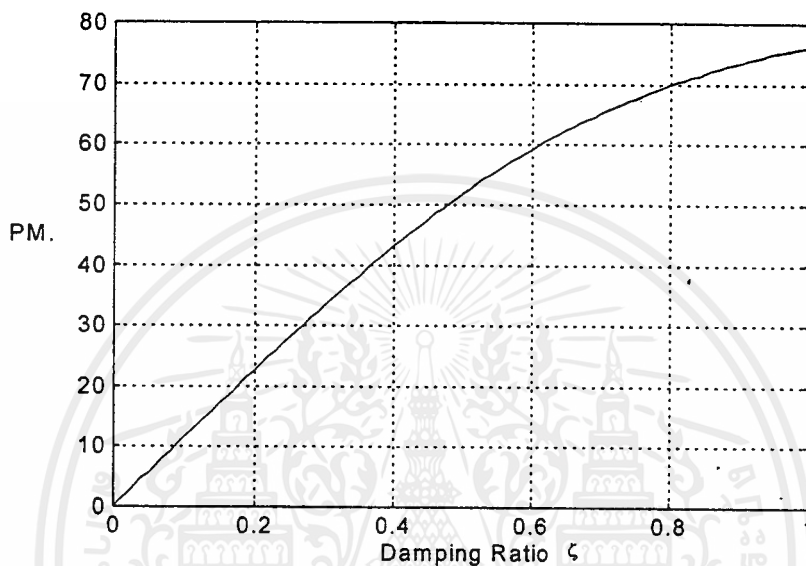
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อ $2\zeta\omega_n$ เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากความสัมพันธ์ระหว่าง ω_{cg} และ ω_n เมื่อแทนลงในสมการข้างบน จะได้

$$PM = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{k}{2\zeta}\right)$$

$$PM = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta}{k}\right) \quad (B-2)$$

ได้ความสัมพันธ์ ระหว่าง Phase Margin (PM) และ Damping Ratio (ζ) ดังแสดงในรูปที่ B-2



รูปที่ B-2 ความสัมพันธ์ระหว่าง PM และ ζ

จากรูปพบว่า PM แปรผันโดยตรงกับ ζ โดยเฉพาะที่ ζ น้อยกว่า 0.6 PM จะมีค่าประมาณ 100 เท่าของค่า ζ

สรุปก็คือ สำหรับค่า Damping Ratio ส่วนใหญ่

- ค่า Gain Crossover Frequency (ω_{cg}) มีค่าใกล้เคียงกับ ค่า Undamped natural Frequency (ω_n)
- ค่า Phase Margin (PM) มีค่าประมาณ 100 เท่าของ ค่า Damping Ratio (ζ)

ภาคผนวก ค

APPENDIX C

โปรแกรมสำหรับสร้างแผนภาพตัวชดเชย
(Compensator Design Charts Generated Program)



```
% โปรแกรม LAG.m รันบน MATLAB version 4.21
```

```
% สร้างแผนภาพตัวชดเชยชนิดมูตาม ( Lag Compensator )  $\bar{G}_c(\alpha, \gamma) = \frac{1 + j\alpha\gamma}{1 + j\gamma}$ 
```

```
delete temp.mat; % ลบตัวแปรที่เก็บไว้ในครั้งก่อน
save temp.mat; % เก็บค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบริการ
```

```
clc
```

```
clear % ลบค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบริการ
% เพื่อเพิ่มหน่วยความจำให้โปรแกรม
```

```
hold off
```

```
% ทำการวาดแผนภาพของตัวชดเชยชนิดมูตาม ( Lag Compensator )
```

```
% วาดเส้น  $\alpha$  คงที่ โดยให้  $\gamma$  แปรค่าไป
```

```
a=[0.9:-0.1:0.1 0.15 0.05 0.03 0.01]; % กำหนดค่าของเส้น  $\alpha$  คงที่
```

```
y=[0.1:0.05:1 1:0.1: 10 10:0.5:200]; % กำหนดช่วงที่จะให้  $\gamma$  แปรค่าไป
```

```
col=size(a,2);
```

```
for x=1:col
```

```
gc=(1+j*y*a(x))./(1+j*y); % ทรานสเฟอริงฟังก์ชันของตัวชดเชยชนิดมูตาม
```

```
mag=20*log10(abs(gc)); % หาขนาดของตัวชดเชย
```

```
phase=angle(gc)*180/pi; % หามุมของตัวชดเชย
```

```
hold on
```

```
plot(phase,mag) % พล็อตขนาดและมุมของตัวชดเชยลงบนแผนภาพ
```

```
valp=num2str(a(x)); % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
```

```
text(phase(size(y,2)),mag(size(y,2)),valp);
```

```
end
```

```
clear
```

```
% วาดเส้น  $\gamma$  คงที่ โดยให้  $\alpha$  แปรค่าไป
```

```
a=[0.005:0.01:0.7 0.8 0.9]; % กำหนดช่วงที่จะให้  $\alpha$  แปรค่าไป
```

```
y=[ 0.3 0.5 1 1.5 2 3 5 7 10 15 25 50 100]; % กำหนดค่าของเส้น  $\gamma$  คงที่
```

```
col=size(y,2);
```

```
for x=1:col
```

```
gc=(1+j*y(x)*a)./(1+j*y(x)); % ทรานสเฟอริงฟังก์ชันของตัวชดเชยชนิดมูตาม
```

```
mag=20*log10(abs(gc)); % หาขนาดของตัวชดเชย
```

```
phase=angle(gc)*180/pi; % หามุมของตัวชดเชย
```

```
plot(phase,mag) % พล็อตขนาดและมุมของตัวชดเชยลงบนแผนภาพ
```

```
valp=num2str(y(x)); % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

text(phase(size(a,2)),mag(size(a,2)),valp);
end

axis([-55 0 -30 0])           % กำหนดขอบเขตที่จะแสดงของกราฟ
title('Lag compensator design chart ');
ylabel('Magnitude dB');
xlabel('Phase degree');

grid
clear
hold off
load temp.mat

```



```

% โปรแกรม LEAD.m รันบน MATLAB version 4.21

% สร้างแผนภาพตัวชดเชยชนิดมูมนำ ( Lead compensator )  $\bar{G}_c(\alpha, \gamma) = \frac{1 + j\alpha\gamma}{1 + j\gamma}$ 
delete temp.mat; % ลบตัวแปรที่เก็บไว้ในครั้งก่อน
save temp.mat; % เก็บค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน
clg
clear % ลบค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน
% เพื่อเพิ่มหน่วยความจำให้โปรแกรม

hold off

% ทำการวาดแผนภาพของตัวชดเชยชนิดมูมนำ ( Lead Copensator )
% วาดเส้น  $\alpha$  คงที่ โดยให้  $\gamma$  แปรค่าไป
a=[1 2 3 4 5 6 8 10 15 20 30 40 ]; % กำหนดค่าของเส้น  $\alpha$  คงที่
y=[0.1:0.01:1 1:0.1:15]; % กำหนดช่วงที่จะให้  $\gamma$  แปรค่าไป
col=size(a,2);
for x=1:col
    gc=(1+j*y*a(x))./(1+j*y); % ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของตัวชดเชยชนิดมูมนำ
    mag=20*log10(abs(gc)); % หาขนาดของตัวชดเชย
    phase=angle(gc)*180/pi; % หามุมของตัวชดเชย
    hold on
    plot(phase,mag) % พล็อตขนาดและมุมของตัวชดเชยลงบนแผนภาพ
    valp=num2str(a(x)); % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
    text(phase(size(y,2)),mag(size(y,2)),valp);
end
clear

% วาดเส้น  $\gamma$  คงที่ โดยให้  $\alpha$  แปรค่าไป
a=[1:0.04:60]; % กำหนดช่วงที่จะให้  $\alpha$  แปรค่าไป
y=[0.1 0.2 0.3 0.5 0.7 1 1.3 2 3 5 10 ]; % กำหนดค่าของเส้น  $\gamma$  คงที่
col=size(y,2);
for x=1:col
    gc=(1+j*y(x)*a)./(1+j*y(x)); % ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของตัวชดเชยชนิดมูมนำ
    mag=20*log10(abs(gc)); % หาขนาดของตัวชดเชย
    phase=angle(gc)*180/pi; % หามุมของตัวชดเชย
    plot(phase,mag) % พล็อตขนาดและมุมของตัวชดเชยลงบนแผนภาพ
    valp=num2str(y(x)); % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
#  
text(phase(size(a,2)),mag(size(a,2)),valp);  
end  
  
title('Lead compensator design chart ');  
ylabel('Magnitude dB');  
xlabel('Phase degree');  
  
grid  
clear  
hold off  
load temp.mat
```



```

% โปรแกรม P_l.m รันบน MATLAB version 4.21
% สร้างแผนภาพตัวขดเชยชนิด PI  $\bar{G}_c(\rho) = \rho - j$ 
delete temp.mat; % ลบตัวแปรที่เก็บไว้ในครั้งก่อน
save temp.mat; % เก็บค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบริษัท
clg
clear % ลบค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบริษัท
% เพื่อเพิ่มหน่วยความจำให้โปรแกรม

hold off

% ทำการวาดแผนภาพของตัวขดเชยชนิด PD
p=[0.01 0.1:0.1:1 1.3 1.5 2:0.5:4 5 6 7 8 10 15 20 30 40]; % กำหนดช่วงที่จะให้  $\rho$  แปรค่าไป
col=size(p,2);
gc=p-j; % ทราบสเฟอริกฟังก์ชันของตัวขดเชยชนิด PI
mag=20*log10(abs(gc)); % หาขนาดของตัวขดเชย
phase=angle(gc)*180/pi; % หามุมของตัวขดเชย
plot(phase,mag); % พล็อตขนาดและมุมของตัวขดเชยลงบนแผนภาพ
for x=1:col
    valp=num2str(p(x)); % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
    text(phase(x),mag(x),'x');
    if p(x)<=1&(-1)^x==-1
        text(phase(x),mag(x)+1,valp);
    elseif p(x)<=1&(-1)^x==1
        text(phase(x),mag(x)+2,valp);
    else
        text(phase(x)-3.5,mag(x),valp);
    end
end

end

grid

title('PI design chart ');
ylabel('Magnitude Gc(p) dB');
xlabel('Phase Gc(p) degree');
text(-35,17,'p');

clear
load temp.mat

```

```

% โปรแกรม PD.m รันบน MATLAB version 4.21
% สร้างแผนภาพตัวขดเชยชนิด PD  $\bar{G}_c(\eta) = 1 + j\eta$ 
delete temp.mat; % ลบตัวแปรที่เก็บไว้ในครั้งก่อน
save temp.mat; % เก็บค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน
clg
clear % ลบค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน
% เพื่อเพิ่มหน่วยความจำให้โปรแกรม
hold off
% ทำการวาดแผนภาพของตัวขดเชยชนิด PD
n=[0.01 0.1:0.1:1 1.2 1.5:0.5:3 4 5:1:10 15 20 30 40]; % กำหนดช่วงที่จะให้  $\eta$  แปรค่าไป
col=size(n,2);
gc=1+n*j; % ทราบสเฟอริกซ์ของตัวขดเชยชนิด PD
mag=20*log10(abs(gc)); % หาขนาดของตัวขดเชย
phase=angle(gc)*180/pi; % หามุมของตัวขดเชย
plot(phase,mag); % พล็อตขนาดและมุมของตัวขดเชยลงบนแผนภาพ
for x=1:col
    valp=num2str(n(x)); % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
    text(phase(x),mag(x),'x');
    if n(x)<=1.5&(-1)^x==-1
        text(phase(x),mag(x)+1,valp);
    elseif n(x)<=1.5&(-1)^x==1
        text(phase(x),mag(x)+2,valp);
    else
        text(phase(x)-3,mag(x),valp);
    end
end
end
grid
title('PD design chart ');
ylabel('Magnitude  $G_c(n)$  dB');
xlabel('Phase  $G_c(n)$  degree');
text(45,13,' $\eta$ ');
clear
load temp.mat

```

% โปรแกรม PID.m รันบน MATLAB version 4.21

```
% สร้างแผนภาพตัวขดเชยชนิด PID       $\bar{G}_c(\rho, \eta) = \frac{1 - \rho\eta + j\rho}{j}$ 
delete temp.mat;                       % ลบตัวแปรที่เก็บไว้ในครั้งก่อน
save temp.mat;                          % เก็บค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน
clear                                    % ลบค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน.
                                        % เพื่อเพิ่มหน่วยความจำให้โปรแกรม

clc
hold off

% ทำการวาดแผนภาพ โดยวาดเส้น  $\rho$  คงที่ก่อน
p=[0.1 0.2 0.3 0.5 1 2 5 10 20 40]; % กำหนดค่า  $\rho$  ของแต่ละเส้นที่  $\rho$  คงที่
n=[0.01:0.05:1 1.01:0.05:40];      % กำหนดช่วงที่จะให้  $\eta$  แปรค่าไป
[row,col]=size(p);
for x=1:col
    gc=(1-p(x)*n+j*p(x))/j;          % ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวขดเชยชนิด PID
    mag=20*log10(abs(gc));            % หาขนาดของตัวขดเชย
    phase=angle(gc)*180/pi;          % หามุมของตัวขดเชย
    hold on
    plot(phase,mag)                  % พล็อตขนาดและมุมของตัวขดเชยลงบนแผนภาพ
    valp=num2str(p(x));              % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
    if p(x)<=0.3
        text(phase(100),mag(100),valp);
    else
        text(phase(75),mag(75),valp);
    end
end
end
clear
```

% ทำการวาดแผนภาพ โดยวาดเส้น η คงที่ก่อน

```
n=[0.01 0.2 0.4 0.7 1 1.5 2.5 5 10 40]; % กำหนดค่า  $\eta$  ของแต่ละเส้นที่  $\eta$  คงที่
p=[0.1:0.01:10 11:1: 55];              % กำหนดช่วงที่จะให้  $\rho$  แปรค่าไป
[row col]=size(n);
for x=1:col
```

```
    gc=(1-p*n(x)+j*p)/j;              % ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวขดเชยชนิด PID
```

```
    mag=20*log10(abs(gc));            % พล็อตขนาดและมุมของตัวขดเชยลงบนแผนภาพ
```

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินทางปัญญาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาและเผยแพร่โดยไม่แสวงหาผลประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

phase=angle(gc)*180/pi;          % หามุมของตัวขดเซย
plot(phase,mag)                 % พล็อตขนาดและมุมของตัวขดเซยลงบนแผนภาพ
valn=num2str(n(x));            % กำกับค่าให้กับกราฟแต่ละเส้น
if n(x)<0.2
    text(phase(size(p,2))-5,mag(size(p,2))+2,valn);
elseif n(x)<10
    text(phase(size(p,2))-2.2,mag(size(p,2))+3,valn);
else
    text(phase(size(p,2))-6,mag(size(p,2)),valn);
end
end

grid
ylabel('Magnitude Gc(p,n) dB');
xlabel('Phase Gc(p,n) degree');
text(-30,18,'p');
text(30,50,'n');
clear
hold off
load temp.mat

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

% โปรแกรม LagLead.m รันบน MATLAB version 4.21

% สร้างแผนภาพตัวขดเชยชนิดมมนำมตาม

$$\bar{G}_C = \left(\frac{1 + \frac{T_2}{\alpha} j\omega}{1 + T_2 j\omega} \right) \left(\frac{1 + j\alpha\omega T_1}{1 + j\omega T_1} \right)$$

delete temp.mat;

% ลบตัวแปรที่เก็บไว้ในครั้งก่อน

save temp.mat;

% เก็บค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน

clear

% ลบค่าตัวแปรที่ใช้งานอยู่ในหน้าจอบัจจุบัน

% เพื่อเพิ่มหน่วยความจำให้โปรแกรม

clg

hold off

% ทำการวาดแผนภาพ โดยวาดเส้น α คงที่ก่อน

a=[1.5 2 3 4 6 10 15 20 30 45 70 100 135];

y=[0.005:0.001:0.01 0.01:0.01:1 1:1:10];

col=size(a,2);

for x=1:col

maglag=-20*log10(a(x));

% ประมาณค่ามมและขนาดในส่วนของ Lag

phaselag=-3;

gc=(1+j*y*a(x))./(1+j*y);

% ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของส่วนของ Lead

mag=20*log10(abs(gc))+maglag;

% ขนาดและมมของตัวขดเชยที่ α , ωT_1 ค่าต่าง ๆ

phase=angle(gc)*180/pi+phaselag;

hold on

plot(phase,mag,'-g')

valp=num2str(a(x));

text(phase(1)-3,mag(1),valp);

end

clear

% วาดเส้น γ คงที่ค่าต่าง ๆ โดยให้ α แปรค่าไป

a=[1.2:0.05:10 10:1:70 70:5:90 90 100 110 120 130 140 150];

y=[0.01 0.025 0.05 0.1 0.2 0.3 0.5 0.7 1 10];

col=size(y,2);

for x=1:col

maglag=-20*log10(a);

% ประมาณค่ามมและขนาดในส่วนของ Lag

phaselag=-3;

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

gc=(1+j*y(x)*a)/(1+j*y(x));
mag=20*log10(abs(gc))+maglag;
phase=angle(gc)*180/pi+phaselag;
plot(phase,mag,'-g')
valp=num2str(y(x));
text(phase(size(a,2)),mag(size(a,2)),valp);
end

```

```

title('Lag-Lead compensator design chart ');
xlabel('Phase Degree')
ylabel('Magnitude dB')
grid
clear
hold off
load temp.mat

```



```
% โปรแกรม DPD.m รันบน MATLAB version 4.21
```

```
% สร้างแผนภาพตัวขดเซยดิจิตอลชนิด PD  $\bar{G}_C(m, \eta) = \frac{m + j(1 + m\eta)}{m + j}$ 
```

```
save temp.mat;
```

```
delete temp.mat;
```

```
save temp.mat;
```

```
clear
```

```
clg
```

```
hold off
```

```
m=[0.1 0.3 0.5 0.8 1 1.5 2 3 5 10 50 ];
n=[0.01:0.01:1 1:0.1:15 15:1:60];
col=size(m,2);
for x=1:col
    gc=(m(x)+j*(1+n*m(x)))/(m(x)+j);
    mag=20*log10(abs(gc));
    phase=angle(gc)*180/pi;
    hold on
    plot(phase,mag)
    valp=num2str(m(x));
    text(phase(size(n,2)),mag(size(n,2)),valp);
end
```

```
clear
```

```
m=[0.1:0.05:5 5:60];
```

```
n=[ 0.5 0.7 1 1.3 2 3 5 10 15 20 25 35 50];
```

```
col=size(n,2);
```

```
for x=1:col
```

```
    gc=(m+j*(1+n(x)*m))/(m+j);
```

```
    mag=20*log10(abs(gc));
```

```
    phase=angle(gc)*180/pi;
```

```
    plot(phase,mag)
```

```
    valp=num2str(n(x));
```

```

    text(phase(size(m,2)),mag(size(m,2)),vaip);
end

```

```

title('Digital PD Compensator')

```

```

ylabel('Magnitude dB');

```

```

xlabel('Phase degree');

```

```

text(5,38,'m=2/vT')

```

```

text(5,33,'n=(Kd/Kp)*v')

```

```

grid

```

```

clear

```

```

hold off

```

```

load temp.mat

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
% โปรแกรม DPID.m รันบน MATLAB version 4.21
```

```
% สร้างแผนภาพตัวขดเซยติจิตอลชนิด PID  $\bar{G}_c(\rho, \eta) = \frac{(1+m\rho) + j(\rho+m\rho\eta - m)}{m+j}$ 
```

```
% ที่ค่า m ต่าง ๆ กัน
```

```
save temp.mat;
```

```
delete temp.mat;
```

```
save temp.mat;
```

```
clear
```

```
clg
```

```
hold off
```

```
m=15;
```

```
p=[0.1 0.2 0.3 0.5 1 2 5 10 20 40];
```

```
n=[0.01:0.05:1 1.01:0.05:40];
```

```
col=size(p,2);
```

```
for x=1:col
```

```
gc=((1+m*p(x))+j*(p(x)+m*p(x)*n-m))./(m+j);
```

```
mag=20*log10(abs(gc));
```

```
phase=angle(gc)*180/pi;
```

```
hold on
```

```
plot(phase,mag)
```

```
valp=num2str(p(x));
```

```
text(phase(35),mag(35),valp);
```

```
end
```

```
clear
```

```
hn=15;
```

```
h=[0.01 0.2 0.4 0.7 1 1.5 2.5 5 10 40];
```

```
p=[0.1:0.01:10 11:1: 55];
```

```
col=size(n,2);
```

```
for x=1:col
```

```
gc=((1+m*p)+j*(p+m*p*n(x)-m))./(m+j);
```

```
mag=20*log10(abs(gc));
```

```
phase=angle(gc)*180/pi;
```

```
plot(phase,mag)
```

```
valn=num2str(n(x));
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
text(phase(size(p,2))-5,mag(size(p,2))+2,vaIn);
```

```
end
```

```
*title('Digital PID Compensator for m=15')
```

```
ylabel('Magnitude dB');
```

```
xlabel('Phase degree');
```

```
.text(-80,48,'m=2/vT')
```

```
text(-80,43,'n=(Kd/Kp)*v')
```

```
text(-80,38,'p=(Kp/Ki)*v')
```

```
grid
```

```
clear
```

```
hold off
```

```
load temp.mat
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่เอากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หนังสืออ้างอิง

- [1.] W.R. Wakeland, "Bode compensator design", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-21, pp. 771-773, Oct. 1976.
- [2.] K.S. Yeung, K.Q. Chaid and T.X. Dinh, "Bode Design Charts for Continuous-Time and Discete-Time Compensator", IEEE Trans. Education, vol.38,NO. 3, pp. 252-257,Aug. 1995.
- [3.] G.H. Hostetter, C.J. Savant Jr. and R.T. Stefani, "Design of Feedback Control System", Second edition, Suander College Publishing, 1989
- [4.] Katsuhiko Ogata, "Modern Control Engineering", Second edition, Prentice-Hall Inc. , 1990
- [5.] G.F. Franklin, J.D. Powell, and A.E. Naeini, "Feedback Control of Dynamic System", Third edition, Addison-Wesley, 1994
- [6.] Katsuhiko Ogata, "Solving Control Engineering Problem With MATLAB", International edition, Prentice-Hall Inc. , 1994
- [7.] G.F. Franklin, J.D. Powell, and M.L. Workman, "Digital Contrlo of Dynamic System", Second edition Reading, MA:Addison-Wesley, 1990
- [8.] รศ.วิพันธ์ ปรีชาพานิชย์, "การวิเคราะห์ระบบควบคุมเวลาติสครีต". พิมพ์ครั้งที่ 1, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2537
- [9.] R.C. Dorf, "Modern Control System", Sixth edition Reading, MA:Addison-Wesley, 1992