

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับ
ระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

ADAPTIVE PD CONTROLLER DESIGN
FOR CT-SCANNER GANTRY



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2542

ISBN 974-622-537-5

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 33353
วัน, เดือน, ปี 2 ส.ค. 2542

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ADAPTIVE PD CONTROLLER DESIGN
FOR CT-SCANNER GANTRY**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY**

1999

ISBN 974-622-537-5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 1999

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับ

ระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

นักศึกษา

วิโรจน์ แสงธาทอง

รหัสประจำตัว

39061006

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

พ.ศ.

2542

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม

รศ.ดร.โยธิน เปรมปราณีรัชต์

ดร.สุธี ผู้เจริญชนะชัย

บทคัดย่อ

เครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอกซ์หรือที่เรียกย่อๆว่าเครื่องซีทีสแกนเนอร์ เป็นอุปกรณ์ทางการแพทย์ที่สามารถแสดงภาพตัดขวางอวัยวะภายในร่างกายได้โดยไม่ต้องทำการผ่าเปิดอวัยวะออกมาตรวจ การสร้างภาพตัดขวางจะใช้ชุดข้อมูลดิบซึ่งเกิดจากการลดทอนรังสีที่มุมต่างๆรอบวัตถุ 360 องศา เป็นข้อมูลพื้นฐาน อุปกรณ์ทางการแพทย์ดังกล่าวมีส่วนประกอบที่สำคัญสองส่วนคือระบบเอกซเรย์และระบบควบคุมแท่นหมุน ซึ่งระบบควบคุมแท่นหมุนข้างต้นจะทำหน้าที่หมุนระบบเอกซเรย์รอบๆวัตถุที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่และหมุนด้วยระยะทางเชิงมุมครบรอบตำแหน่งพอดี

ในงานวิจัยนี้ได้ออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่เป็นโครงสร้างแบบใหม่ ที่จะทำหน้าที่ชดเชยการหมุนของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง โดยกำหนดให้พารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุนมีค่าคงที่แต่ไม่ทราบค่าที่แน่นอน โครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้นี้จะแตกต่างกับโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานและโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบเดิมคือ การเพิ่มเติมการชดเชยแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นจริงของระบบในกฎการควบคุม เป็นผลให้ตัวควบคุมชดเชยการหมุนของระบบจริงได้มากขึ้น และการใช้อัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรค่าตามเวลาในกฎการปรับค่า แทนที่การใช้อัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนองที่ได้จากการคำนวณอนุพันธ์เชิงเลขของระยะทางเชิงมุมที่เทียบกับเวลา ทำให้โครงสร้างส่วนหลังช่วยลดผลกระทบของสัญญาณรบกวน ผลของการเลือกฟังก์ชันลियाปูนอฟที่เหมาะสมและเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพของระบบปิด จะทำให้ลดขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม เพราะไม่ได้ใช้ค่าพารามิเตอร์จริงของระบบที่ได้จากการวัดโดยตรง หรือไม่ได้ใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประมาณแบบคงที่ก่อนการควบคุมจริงเป็นข้อมูลอีกส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่าของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ขณะทำการควบคุมจริง

จากผลการทดลองควบคุมระบบแท่นหมุนพบว่า ผลตอบสนองของระบบปิดที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่น่าสนใจในงานวิจัยนี้ มีสมรรถนะของการติดตามสัญญาณทราเจ็คทอรีได้ดีกว่าสมรรถนะที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Adaptive PD Controller Design for CT-Scanner Gantry
Student	Mr. Wirote Sanglumtong
Student ID.	39061006
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	1999
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Dr.Jongkol Ngamwiwit
Thesis Co-Advisor	Assoc.Prof.Dr.Yothin Prempraneerach Dr.Suthee Phoojaroenchanachai

ABSTRACT

CT-Scanner is a machine for performing x-ray computerized tomography, which has long been developed especially in the field of diagnostic medicine. The salient feature of the machine is that it enables doctors to view internal organs without any operation. Transmitted x-ray intensity about the attenuation properties of tissues, that depends on which the x-ray beam has traversed through an object at different angle positions of moving a detector round the same object, is converted into multiple projections of the slice. Then, 2-D image on a certain plane of the related slice is reconstructed from them. Such machine is mainly composed of x-ray system and motion control system of gantry. To prevent any error, the purpose of control system design is required for accurate angle position and velocity.

According to particular control system design in this framework, all plant parameters of the gantry are assumed to be constant quantities with unknow values of them. An available controller that can be employed for compensation over rotation dynamics of such mechanical system is adaptive PD one. As a result of contrast, the novel adaptive PD controller scheme is different from basic adaptive PD controller and previous adaptive PD controller in two ways. Firstly, the new control law especially in feedforward part is extended to include compensation of viscous friction that exists in motion control of the gantry. Secondly, desired angle acceleration of trajectory profile is used as a portion of the on-line parameter estimations in new adaptation law, instead of the actual angle acceleration that be obtained through numerical differentiation of measured angle position with respect to time. The latter distinction contributes to alleviate the effects of noise. By selecting suitable Lyapunov function candidate and performing to derive

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

stability condition of closed-loop system, these avoid disadvantages of the priori knowledge that may be difficult to determine or calculate their sizes directly or of the off-line parameter estimations before implementation of real time control. Without identifying the exact values of parameters to be also a portion of the on-line parameter estimations, the new adaptive PD controller design is achieved while the previous adaptive PD controller remains disable. Thus, the controller design procedure is reduced reasonably.

Due to the comparison of closed-loop system responses of effective, novel adaptive PD controller against that of conventional PD one, the tracking result of adaptive PD control system indicates better performance than of conventional PD one.



กิตติกรรมประกาศ

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์จنگกล งามวิวิทย์ ที่กรุณาสละเวลาช่วยตรวจสอบความถูกต้องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ทำให้วิทยานิพนธ์ดังกล่าวมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และสอบถามความคืบหน้าของการทำวิจัยและการเขียนวิทยานิพนธ์ รวมถึงช่วยเป็นธุระจัดการเรื่องทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์โยธิน เปรมปราณีรัชต์ ที่กรุณาสละเวลาช่วยตรวจสอบความถูกต้องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เช่นเดียวกัน ทำให้วิทยานิพนธ์ข้างต้นมีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และสอบถามความคืบหน้าของการทำวิจัยและการเขียนวิทยานิพนธ์ รวมถึงช่วยเป็นธุระจัดการเรื่องทุนการศึกษาของ สวทช. กระทรวงวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์สุริ ผู้เจริญขณะชัย ที่กรุณาสละเวลาช่วยตรวจสอบความถูกต้องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ช่วยเป็นธุระจัดการเรื่องค่าเบี้ยเลี้ยงของการทำวิจัยตลอดช่วงระยะเวลาปี พ.ศ. 2539 ถึง พ.ศ. 2540 ช่วยเป็นธุระจัดการเรื่องอุปกรณ์วัสดุต่างๆที่ใช้ในงานวิจัยและการพิมพ์เอกสาร ช่วยเป็นธุระจัดการเรื่องการส่งบทความเข้าประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 20 และช่วยเป็นธุระจัดการเรื่องทุนการศึกษาของ สวทช. กระทรวงวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม รวมถึงการทำสัมมนาย่อยในการนำทฤษฎีตัวควบคุมไปใช้งานปฏิบัติจริง

ขอขอบคุณคุณอดิศักดิ์ แฉ่งสาริกิจ ที่ได้ให้คำแนะนำ ตอบคำถามของเทคนิคบางส่วนในการนำทฤษฎีตัวควบคุมไปใช้งานปฏิบัติจริง และข้อมูลจำเพาะบางส่วนของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางซึ่ง ไม่ได้เขียนเป็นเอกสารสำรองข้อมูล(รายงานประจำเดือนของผู้ช่วยนักวิจัย) ตลอดช่วงระยะเวลาที่ผู้เขียนศึกษาต่อในระดับปริญญาโท

ขอขอบคุณสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ(สวทช.) ที่ได้ให้ทุนการศึกษาต่อระดับปริญญาโทภายในประเทศ พ.ศ. 2541 และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณคุณพ่อ คุณแม่ และญาติพี่น้องทุกคน ที่ช่วยเป็นกำลังใจและสนับสนุนการศึกษาคือในระดับปริญญาโทของผู้เขียน รวมถึงขอขอบคุณสำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ ที่ส่งเสริมสนับสนุนและให้สถานที่การทำวิจัยเช่นเดียวกัน

สุดท้ายนี้ขอขอบคุณเพื่อนๆชุมนุม EC. รุ่น 31 ทุกคน(ในช่วงระยะเวลาที่ผู้เขียนศึกษาในระดับปริญญาตรี) ที่ได้สอบถามความคืบหน้าของการเขียนวิทยานิพนธ์ รวมถึงการสอบบรรยายวิทยานิพนธ์จากผู้เขียน

วิโรจน์ แสงทอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	III
กิตติกรรมประกาศ.....	V
สารบัญ.....	VI
สารบัญตาราง.....	IX
สารบัญรูป.....	X
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 มูลเหตุและการพัฒนาตัวควบคุมระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	1
1.2 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	2
1.3 การเกิดแรงเสียดทานและการชดเชยแรงเสียดทาน.....	4
1.4 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	6
บทที่ 2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	9
2.1 บทนำ.....	9
2.2 แบบจำลองของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์.....	9
2.3 พื้นฐานการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางและ จุดมุ่งหมายในการควบคุม.....	15
2.4 แบบจำลองของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	18
2.5 การปรับค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมโดยใช้สมการรีคัตติ.....	32
2.6 สรุป.....	36
บทที่ 3 ทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน.....	38
3.1 บทนำ.....	38
3.2 แนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน.....	38
3.3 สรุป.....	46
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้.....	47
4.1 บทนำ.....	47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

4.2	ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก	48
4.3	การแก้ไขความผิดพลาดของผลตอบสนองทาง ตำแหน่งเชิงมุมที่สภาวะคงตัว.....	57
4.4	สรุป	65
บทที่ 5	การทดลองและผลการทดลอง.....	67
5.1	บทนำ.....	67
5.2	ผลการทดลอง	68
5.3	สรุป	78
บทที่ 6	สรุปผลการทดลองและแนวทางการพัฒนาต่อ	82
6.1	บทนำ.....	82
6.2	สรุปผลการทดลอง.....	82
6.3	ข้อจำกัดการใช้งานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้.....	83
6.4	แนวทางในการพัฒนาต่อ	84
เอกสารอ้างอิง		86
ภาคผนวก ก	บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด	90
ก.1	คุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชัน	90
ก.2	บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด	91
ก.3	การพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด	99
ก.4	การประยุกต์ใช้บทวิเคราะห์ของบาวาลัด ในการตรวจสอบเสถียรภาพ	101
ก.4.1	การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวควบคุมพีดี แบบปรับค่าได้แบบแรก.....	102
ก.4.2	การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวควบคุมพีดี แบบปรับค่าได้แบบที่สอง	104

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก ข ข้อกำหนดของการจำลองเขียนแบบและการทดลองหมุนจริง 107

ภาคผนวก ค ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ที่ใช้งาน 119

ค.1 ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน 119

ค.2 ข้อมูลจำเพาะของมอเตอร์กระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวรที่ใช้งาน..... 121

ภาคผนวก ง ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ 122

ประวัติผู้เขียน 129



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
5.1 ค่าเกน K_P และ K_D ที่คำนวณได้จากสมการรีดักต์ติเมื่อ R มีค่าเปลี่ยนแปลง.....	69
ค.1 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน.....	120
ค.2 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของมอเตอร์ที่ใช้งาน	121



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 ส่วนประกอบเชิงกลในระบบแท่นหมุน.....	3
1.2 ภาพถ่ายด้านหน้าของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง	4
2.1 ระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์.....	10
2.2 แบบจำลองของแรงเสียดทานสถิตยและแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่ใช้งาน.....	11
2.3 แผนภาพของระบบเปิดซึ่งเป็นแบบจำลองของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์.....	11
2.4 หลักการพื้นฐานของการใช้รังสีเอกซ์ถ่ายภาพตัดขวาง.....	16
2.5 ตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์ ตัวรับรังสี และบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวาง.....	16
2.6 ส่วนประกอบทางไฟฟ้านอกเหนือจากส่วนประกอบเชิงกล ในระบบแท่นหมุน	19
2.7 ผลลัพธ์ของการเก็บข้อมูลเอ็ดฟุตของระบบเปิดและการประมาณแบบคงที่.....	26
2.8 แผนภาพของฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการที่(2.13) ซึ่งมีแรงเสียดทานเป็นตัวรบกวน.....	27
2.9 การใช้งานตัวกรองอันดับหนึ่งเพื่อหากล้างซีโรของระบบ.....	27
2.10 แบบจำลองของแรงเสียดทานที่ใช้ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบ.....	30
2.11 รูปแบบของสัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้งาน.....	31
3.1 แผนภาพโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน	46
4.1 แผนภาพโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก.....	56
4.2 แผนภาพโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง	64
5.1 ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ).....	71
5.2 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ).....	72
5.3 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ).....	72
5.4 ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ).....	73

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.5 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ).....	73
5.6 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ).....	74
5.7 ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ).....	74
5.8 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ).....	75
5.9 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ).....	75
5.10 ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ).....	76
5.11 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ).....	76
5.12 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ).....	77
5.13 แผนภาพการเชื่อมต่อระหว่างอุปกรณ์ต่างๆในระบบเอกซเรย์ และระบบควบคุม.....	79
5.14 ตำแหน่งของการติดตั้งหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์(เส้นทึบ) เข้ากับระบบแท่นหมุน(เส้นประ) รวมถึงตำแหน่งของร่างกายคนไข้ ในการถ่ายภาพตัดขวาง	80
5.15 ภาพถ่ายตัดขวางของศีรษะเทียมบริเวณระดับหน้าผากซึ่งเกิดจากการทำงาน ร่วมกันของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้และระบบเอกซเรย์.....	80
5.16 ภาพถ่ายตัดขวางของศีรษะเทียมบริเวณระดับหน้าผากซึ่งเกิดจากการทำงาน ร่วมกันของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมและระบบเอกซเรย์.....	81
ข.1 การเชื่อมต่ออุปกรณ์ต่างๆในการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด	110
ข.2 ผังการทำงานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง.....	118
ค.1 การเชื่อมต่อของส่วนย่อยต่างๆในวงจรขับเคลื่อน	119

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 มูลเหตุของการพัฒนาตัวควบคุมระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

ในการสร้างและพัฒนาอุปกรณ์ถ่ายภาพตัดขวางหรือคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางแบบใช้รังสีเอกซ์(x-ray computerized-tomography scanner)ที่ผ่านมาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน[1][2] ได้มีการนำเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล(personal computer หรือ microcomputer)เข้ามาประยุกต์ใช้ งานการเก็บข้อมูลดิบ การสร้างภาพตัดขวางและควบคุมการหมุนครบรอบของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง[3]แทนที่เครื่องคอมพิวเตอร์ระดับเมนเฟรม(mainframe) ผลที่ได้รับคือการลดระยะเวลาในการสร้างภาพตัดขวาง และมีความแม่นยำมากขึ้นในการควบคุมตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง รวมถึงความสะดวกในการปรับปรุงความเร็วของการสร้างภาพตัดขวาง การปรับปรุงวิธีการสร้างภาพตัดขวาง การปรับปรุงคุณภาพของภาพถ่ายตัดขวาง และการพัฒนาตัวควบคุมเซอร์โวของระบบแท่นหมุน ในส่วนของการพัฒนาตัวควบคุมที่ผ่านมามีแนวโน้มที่จะเริ่มจากการใช้ตัวควบคุมพีไอดี(PID)แบบดั้งเดิมซึ่งการหมุนของระบบแท่นหมุนให้มีอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ในขณะที่ถ่ายภาพตัดขวางและชดเชยการหมุนครบรอบพอดี(360 องศา)ของระบบแท่นหมุน ต่อมาได้มีการเปลี่ยนชนิดของตัวควบคุมเป็นพีดีแบบปรับค่าได้(adaptive PD controller)เพื่อชดเชยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบ ผลจากการชดเชยทำให้ระบบแท่นหมุนมีอัตราเร็วเชิงมุมคงที่และหมุนครบรอบได้ตรงตำแหน่งเชิงมุมมากขึ้น นั่นคือระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางสามารถหมุนและหยุดได้หลายรอบโดยไม่ต้องปรับตำแหน่งเชิงมุมหยุดหมุนให้ตรงกับตำแหน่งเชิงมุมเริ่มต้นของการหมุนเพื่อเริ่มหมุนและถ่ายภาพตัดขวางใหม่ในแต่ละครั้ง ซึ่งปัญหานี้จะเกิดขึ้นบ่อยครั้งในการใช้งานตัวควบคุมพีไอดีแบบดั้งเดิมเพื่อชดเชยการหมุนของระบบแท่นหมุน นอกจากนี้การหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่จะช่วยป้องกันความผิดพลาดของข้อมูลดิบ(projection data)ที่นำมาสร้างภาพตัดขวางได้อีกทางหนึ่ง

การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบเดิม[3]จะใช้อัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนอง(actual angular acceleration)ที่ได้จากการคำนวณระยะทางเชิงมุมของการหมุน และค่าพารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุนที่ได้จากขั้นตอนการประมาณแบบคงที่(off-line estimation)ก่อนขั้นตอนการควบคุมจริง หรือค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการวัดโดยตรง(priori knowledge)ที่เป็นค่าคงที่ นำไปเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา(on-line estimation)ในกฎการปรับค่า(adaptation law)ของตัวควบคุมขณะควบคุมการหมุนจริง รวมถึงการใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากขั้นตอนการประมาณแบบคงที่หรือที่ได้จากการวัดโดยตรง นำ

ไปหาคำตอบผลเฉลยของสมการลียาปูนอฟ(Lyapunov equation)ในขั้นแรกและขั้นตอนมาจึงนำผลไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

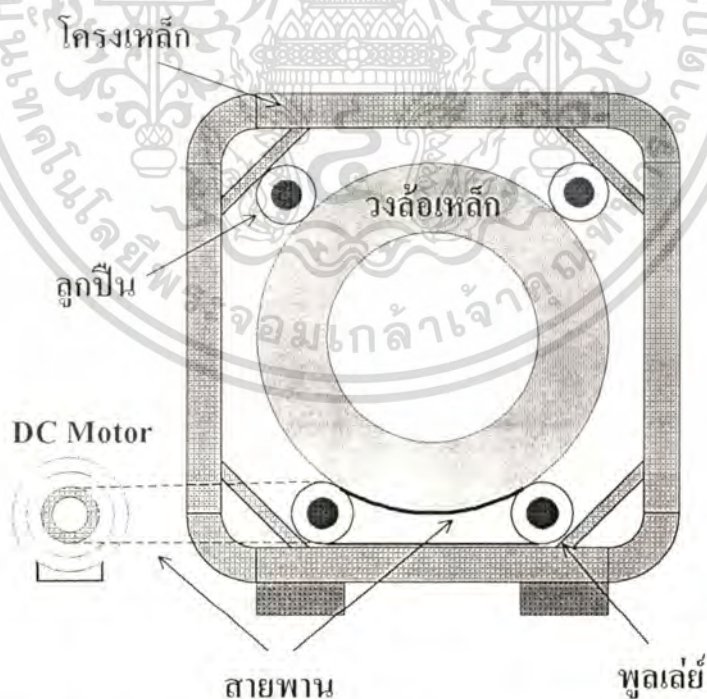
เฉลยที่หาได้ไปใช้เป็นข้อมูลอีกส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่าดังกล่าว ซึ่งผลจากการใช้ปริมาณของการหมุนและค่าคงที่ที่กล่าวถึงมานี้ จะเป็นสาเหตุให้เกิดการขยายสัญญาณรบกวน(noise)ในปริมาณอัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนองซึ่งคำนวณได้จากการหาอนุพันธ์เชิงเลขของระยะทางเชิงมุมที่เทียบกับการสุ่มซ้ำกันถึงสองครั้ง ทำให้สัญญาณรบกวนที่ปะปนมากับปริมาณระยะทางเชิงมุมมีผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกรณีของการใช้ปริมาณการหมุน และเป็นสาเหตุของการเพิ่มขึ้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ก่อนการควบคุมจริงหรือการวัดค่าพารามิเตอร์โดยตรงในกรณีการใช้ค่าคงที่ข้างต้นในกฎการปรับค่า

เพื่อลดผลของสัญญาณรบกวนที่ถูกขยายในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบเดิมและหรือการไม่ใช้ตัวตรวจวัดอัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนอง(acceleration sensor)ที่มีราคาแพงและไม่สะดวกในการติดตั้ง[4] จึงมีแนวความคิดที่จะนำอัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการ(desired angular acceleration)ของสัญญาณทราเจ็คทอรี(trajecctory profile) มาใช้เป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาแทนที่อัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนองที่เกิดจากการคำนวณหาอนุพันธ์เชิงเลขของระยะทางเชิงมุมซึ่งได้จากการวัดอีกทอดหนึ่ง นอกจากนี้การออกแบบกฎการควบคุมที่มีโครงสร้างใหม่(control law scheme)ซึ่งกำหนดให้ทอมชดเชยโมเมนต์ความเฉื่อย(moment inertia)ของระบบแยกเป็นอิสระจากส่วนป้อนกลับ(feedback part) โดยที่กฎการควบคุมโครงสร้างใหม่นี้จะรักษาการชดเชยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุนเหมือนกับกฎการควบคุมโครงสร้างเดิม การเลือกใช้ฟังก์ชันลิยาปูนอฟของความเฉื่อยสัมพัทธ์(inertia related Lyapunov-like function) แทนที่ฟังก์ชันลิยาปูนอฟทั่วไป(positive-definite Lyapunov-like function)[5] จะเป็นขั้นตอนการออกแบบโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่ไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณแบบคงที่ก่อนการควบคุมจริงหรือที่ได้จากการวัดโดยตรง เป็นข้อมูลอีกส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่าขณะควบคุมการหมุนจริง และไม่มีขั้นตอนของการคำนวณหาคำตอบผลเฉลยของสมการลิยาปูนอฟที่ใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุนที่ได้จากการประมาณแบบคงที่ก่อนการควบคุมจริงหรือที่ได้จากการวัดโดยตรง เป็นตัวเลขตั้งต้นของการหาคำตอบดังกล่าว

1.2 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

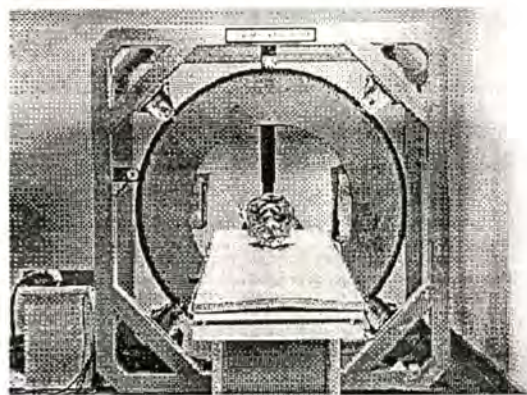
ระบบแท่นหมุน(gantry)ที่ใช้งาน[3]จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือส่วนที่อยู่กับที่และส่วนที่เคลื่อนที่ได้ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 1.1 และเป็นภาพถ่ายด้านหน้าในรูปที่ 1.2 ในส่วนที่เคลื่อนที่ได้นี้จะประกอบไปด้วยส่วนย่อยเชิงกล ได้แก่ วงล้อเหล็ก ลูกปืน สายพาน พูลเลย์(pulley)และมอเตอร์กระแสตรง วงล้อเหล็กมีลักษณะเป็นวงแหวนโลหะเหล็กชิ้นเดียวซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางวง

นอกเท่ากับ 150 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางวงในเท่ากับ 90 เซนติเมตร และความหนาเท่ากับ 1.8 เซนติเมตร รวมถึงตัววงล้อเหล็กมีน้ำหนักประมาณ 153 กิโลกรัม หลอดรังสีเอกซ์(x-ray tube)และตัวรับรังสีเอกซ์(x-ray flat detector)ซึ่งมีน้ำหนักรวมกันประมาณ 30 กิโลกรัม จะถูกยึดติดเข้ากับวงล้อเหล็กกรอบนอก เพื่อให้หมุนรอบวัตถุหรือร่างกายคนไข้ในแนวดิ่งพร้อมกันได้ ร่างกายของคนไข้จะถูกจัดอยู่ในท่านอนและเลื่อนศีรษะเข้าโดยผ่านวงล้อเหล็กกรอบใน ซึ่งจะทำให้ตำแหน่งหรือบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางอยู่ระหว่างหลอดรังสีและตัวรับรังสีพอดี ลูกปืนทำหน้าที่ให้วงล้อเหล็กหมุนได้โดยรอบและจัดวงล้อเหล็กให้ตั้งอยู่ในแนวดิ่งได้พร้อมกับรับน้ำหนักของวงล้อเหล็ก สายพานทำหน้าที่ขับเคลื่อนวงล้อเหล็กให้หมุน พูลเลย์ทำหน้าที่เป็นตัวทอดสายพานเพื่อให้เกิดการขยายขนาดของแรงบิดพยายามหรือทอร์คที่ใช้ขับเคลื่อนหลอดหรือวงล้อเหล็กได้มากขึ้น และมอเตอร์ทำหน้าที่เป็นตัวขับเคลื่อน(actuator)ให้สายพานเคลื่อนที่ซึ่งสายพานดังกล่าวจะขับเคลื่อนวงล้อเหล็กหมุนอีกทอดหนึ่ง ในส่วนที่อยู่กับที่จะเป็นโครงเหล็กจับยึดอุปกรณ์ซึ่งมีลักษณะรูปร่างเป็นท่อนเหล็กเชื่อมติดกันเป็นโครง ด้านหน้าของโครงเหล็กจะจับยึดลูกปืนในตำแหน่งที่รองรับวงล้อเหล็กได้ ฐานของโครงเหล็กจะทำหน้าที่รับน้ำหนักของวงล้อเหล็ก หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสี และด้านลึกของโครงเหล็กจะถ่วงน้ำหนักด้านหลัง ทำให้ระบบหมุนตั้งวางอยู่ได้โดยไม่ล้ม พลิกคว่ำในขณะวงล้อเหล็กหมุน



รูปที่ 1.1 แสดงส่วนประกอบเชิงกลในระบบหมุน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1.2 แสดงภาพถ่ายด้านหน้าของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

1.3 การเกิดแรงเสียดทานและการชดเชยแรงเสียดทาน

เนื่องจากวงล้อเหล็กและหลอดรังสีเอกซ์มีน้ำหนักมาก ทำให้เกิดแรงกดที่ตำแหน่งรองรับวงล้อเหล็กหรือจุดรับน้ำหนักซึ่งประกอบไปด้วย พูลเลย์ สายพาน และลูกปืน แรงกดดังกล่าวเป็นสาเหตุของการเกิดแรงเสียดทานที่จุดสัมผัสหรือผิวสัมผัสของส่วนประกอบเชิงกลที่เคลื่อนที่ได้ระหว่างขอบวงล้อเหล็กและลูกปืน และระหว่างหน้าสัมผัสของขอบวงล้อเหล็ก สายพาน และพูลเลย์ แรงเสียดทานที่กล่าวถึงนี้จะมีคุณสมบัติด้านการเคลื่อนที่หรือด้านการหมุนของวงล้อเหล็ก นอกจากนี้แรงเสียดทานข้างต้นจะเกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสภายในระหว่างเพลาลูกหมุนต่างๆของพูลเลย์และรูสวมเพลาลูกหมุนของโครงเหล็กจับยึดอุปกรณ์ ซึ่งเป็นผลจากน้ำหนักของวงล้อเหล็กและหลอดรังสีเอ็กซ์เช่นกัน รวมถึงแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในตัวมอเตอร์ตรงตำแหน่งรองเดิน(bearing)ซึ่งเป็นบริเวณที่ขัดสีหรือขัดถูกันระหว่างส่วนที่อยู่กับที่(stator)และแกนเพลาลูกหมุนของมอเตอร์(rotor)

แรงเสียดทานซึ่งมีคุณสมบัติด้านการเคลื่อนที่และเกิดขึ้นตามจุดต่างๆในระบบแท่นหมุนจะเหมือนกับแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในระบบเซอร์โวและระบบเชิงกลทั่วไป การศึกษารายละเอียดต่างๆของแรงเสียดทานได้เริ่มมีการทำวิจัยมานานแล้วในรูปของทฤษฎีและการทดลอง[9] เนื้อหาของการออกแบบชิ้นส่วนของเครื่องจักรกล และการหล่อลื่นผิวสัมผัสของวัสดุ เพื่อลดผลของแรงเสียดทานดังกล่าว จะสัมพันธ์กับงานวิศวกรรมเครื่องกล แต่เนื้อหาของการสร้างแบบจำลอง(modeling)หรือคุณลักษณะของแรงเสียดทาน การจำลองเลียนแบบพฤติกรรม(simulation) การประมาณ(identification)ค่าพารามิเตอร์ของส่วนประกอบแรงเสียดทาน และการชดเชย(compensation)แรงเสียดทาน จะสัมพันธ์กับงานวิศวกรรมระบบควบคุม ในส่วนของการชดเชยแรงเสียดทาน จะมีอยู่หลายวิธี วิธีแรกคือการใส่สัญญาณรบกวนความถี่สูง(dither)ลงในสัญญาณควบคุม เมื่อระบบหรือโหลดเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่(velocity reversal) ระบบจะสั้นใน

ระหว่างหยุดการเคลื่อนที่ชั่วขณะ ทำให้แรงเสียดทานมีโอกาสดำรงตัวระบบได้น้อยลง(ด้านการเอกสารเป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เคลื่อนที่ได้ไม่น้อยลง) นั่นคือระบบจะเคลื่อนที่เข้าใกล้ตำแหน่งที่ต้องการได้มากขึ้น แต่ผลตอบสนองของตำแหน่งที่ได้จะไม่มีความเรียบ หรืออีกนัยหนึ่งคือผลตอบสนองที่กล่าวถึงจะเหมือนกับมีสัญญาณรบกวนเข้ามาปะปน วิธีที่สองคือการใช้ตัวอินทิเกรเตอร์(integrator)ในลูปควบคุมเพื่อแก้ความผิดพลาดทางตำแหน่งในสถานะคงตัวซึ่งเกิดจากแรงเสียดทานกระทำต่อระบบ แต่วิธีนี้จะลดทอนแถบกว้างความถี่(system bandwidth)และมาร์จินของเสถียรภาพ(stability margins)ระบบลง ทำให้ผลตอบสนองไม่สามารถลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีได้ในเวลาอันรวดเร็ว และมีโอกาสเกิดโอเวอร์ชูต(overshoot)ได้มาก วิธีที่สามคือการเพิ่มค่าเกนของตัวควบคุมแบบพีไอดีแบบดั้งเดิมให้มีขนาดมากขึ้นเพื่อทำให้เกิดแรงขับเคลื่อนระบบ(inertia force)และชดเชยแรงเสียดทานได้มากขึ้น ทำให้ความผิดพลาดทางตำแหน่งและความเร็วในสถานะคงตัวลดลง แต่ในขณะเดียวกันเสถียรภาพของระบบปิดจะถูกลดทอนลง นั่นคือผลตอบสนองชั่วคราว(transient response) จะเกิดการโอเวอร์ชูตมากขึ้นและไม่ลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีในทันที เพราะแรงเสียดทานซึ่งมีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นจะไม่ถูกชดเชยโดยตรง วิธีที่ดีคือการหาขนาดโดยเฉลี่ยของพารามิเตอร์และส่วนประกอบต่างๆของแรงเสียดทานให้อยู่ในรูปตัวเลข จากนั้นใช้ค่าของแรงเสียดทานที่หาได้ เพิ่มปริมาณแรงขับเคลื่อนระบบด้วยขนาดที่เท่ากัน แต่เนื่องจากขนาดของแรงเสียดทานเปลี่ยนแปลงไปตามปัจจัยสิ่งแวดล้อมโดยรอบ เช่น อุณหภูมิ ความชื้น และความสึกหรอทางกล ทำให้มีโอกาสเกิดการชดเชยมากเกินไป(overcompensation) เป็นผลให้ระบบปิดไม่มีเสถียรภาพ(instability)และเกิดลิมิตไซเคิล(limit cycle) นอกจากนี้การวัดส่วนประกอบต่างๆของแรงเสียดทานโดยตรง เป็นงานที่ทำได้ยาก เพราะการเข้าถึงข้อมูลของแรงเสียดทานทางกายภาพจริงในขณะที่ระบบเคลื่อนที่ที่ต้องใช้ตัวตรวจจับแรงชนิดพิเศษ[4] ซึ่งมีราคาแพงและไม่สะดวกนำไปประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรม

ปัญหาส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นตามมาเมื่อมีการใช้วิธีการชดเชยแรงเสียดทานที่กล่าวถึง คือ ผลตอบสนองทางตำแหน่งและความเร็วชั่วคราวของระบบปิดไม่ลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีได้รวดเร็วเพียงพอและไม่มีเสถียรภาพของระบบปิดเนื่องจากการชดเชยมากเกินไป เพื่อลดปัญหาดังกล่าวให้น้อยลง จึงได้มีการนำวิธีการควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานมาใช้ในงานชดเชยการเคลื่อนที่ของระบบเซอร์โวทั่วไปที่มีแรงเสียดทาน[10] การชดเชยพารามิเตอร์ของระบบดังกล่าวในโครงสร้างของกฎการควบคุมจะประกอบไปด้วย การชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นของระบบด้วยตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมในส่วนป้อนกลับ การชดเชยโมเมนต์ความเฉื่อยรวมและแรงเสียดทานคูลอมบ์รวมของระบบ(Coulomb friction)ในส่วนป้อนล่วงหน้า(feedforward path) จุดเด่นของการควบคุมด้วยวิธีนี้คือการใช้กฎการปรับค่าทำหน้าที่ประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลาเพื่อชดเชยพารามิเตอร์ของระบบจริงที่มีค่าคงที่แต่ไม่ทราบค่าที่แน่นอนให้ได้มากที่สุด ทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งและความเร็วลู่เข้าสู่ศูนย์เร็วขึ้น แทนที่การใช้พารามิเตอร์ซึ่งมีค่าตัวเลขที่แน่นอนค่าใดค่าหนึ่งชดเชยระบบ เมื่อพิจารณาจุดเด่นของวิธีการนี้ แม้ว่าการแก้ไขทั้งสี่นี้ อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ควบคุมแบบนี้ จึงมีความเหมาะสมในการประยุกต์ใช้งานควบคุมการหมุนของระบบแท่นหมุน เครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งเป็นระบบที่มีค่าพารามิเตอร์คงที่แต่ไม่ทราบค่าที่แน่นอนเช่นเดียวกัน และเพิ่มการชดเชยแรงเสียดทานหนืดรวม(viscous friction)ของระบบในกฎการควบคุมพร้อมกับการประมาณค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืดในกฎการปรับค่า ทำให้กฎการควบคุมที่ได้รับการปรับปรุงโครงสร้างข้างต้นสามารถชดเชยพารามิเตอร์ของระบบจริงได้มากขึ้นกว่าเดิม รวมถึงประยุกต์ใช้งานกับระบบเซอร์โวแบบอื่นๆ ได้กว้างขวางเพิ่มขึ้น

1.4 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาของงานวิจัยเครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางสามารถแบ่งออกได้เป็นสองส่วน ดังนี้ ส่วนแรกจะกล่าวถึงการประมวลผลข้อมูลดิบเพื่อสร้างภาพตัดขวางและการปรับปรุงคุณภาพของภาพถ่ายตัดขวางรังสีเอกซ์โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล[2] และส่วนหลังจะกล่าวถึงการออกแบบระบบควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งเนื้อหาส่วนหลังดังกล่าวจะเป็นเนื้อหาหลักของวิทยานิพนธ์นี้ รายละเอียดของเนื้อหาส่วนหลังจะประกอบไปด้วย การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุน การออกแบบตัวควบคุม ผลการทดลองและสรุปผลการทดลอง ในส่วนของการสร้างและพัฒนาโครงหลักจับยึดอุปกรณ์ถ่ายภาพตัดขวางและระบบการขับเคลื่อนเซอร์โวของระบบแท่นหมุนซึ่งได้พัฒนามาจากระบบแท่นหมุนเดิม[1] รวมถึงการเพิ่มวงจรป้องกันภัยในระบบ(ตัดแหล่งจ่ายไฟที่ป้อนให้กับมอเตอร์เมื่อเครื่องคอมพิวเตอร์ซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุม หยุดการทำงานในระหว่างการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด) จะสามารถหาอ่านได้จากงานที่ทำก่อนหน้านี้[3]

รายละเอียดโดยย่อของเนื้อหาในบทต่าง ๆ ของวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 1 บทนำ กล่าวถึงสาเหตุและความจำเป็นในการพัฒนาตัวควบคุมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางอันเนื่องมาจากขีดจำกัดการทำงานของตัวควบคุมพีไอดีแบบดั้งเดิม และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบเดิม ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุน การเกิดแรงเสียดทานที่จุดส่งกำลังและจุดรับน้ำหนักของระบบแท่นหมุน วิธีการชดเชยแรงเสียดทานและข้อจำกัดของวิธีการชดเชยดังกล่าวแต่ละวิธี รวมถึงแนวคิดของการปรับปรุงโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน เพื่อนำมาชดเชยการหมุนของระบบแท่นหมุน

บทที่ 2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์(สมการระบบเปิด)ซึ่งเป็นแบบจำลองพื้นฐานของระบบเซอร์โวทั่วไป[10] แบบจำลองของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานโคลัมบ์ที่ใช้งาน การประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบดังกล่าวแบบคงที่โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด(least square method)[11] พื้นฐานการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวาง จุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้เพื่อใช้ในการเรียนการสอนและเพื่อเผยแพร่ความรู้ทางวิชาการโดยไม่หวังกำไร
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประสงค์ของการควบคุมระบบแท่นหมุน การแก้ไขแบบจำลองการเคลื่อนที่ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ให้เป็นแบบจำลองการหมุนของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง(สมการระบบเปิด)โดยการเพิ่มเติมทอมแรงเสียดทานหนืด ส่วนประกอบทางไฟฟ้าของระบบแท่นหมุน การประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุนแบบคงที่โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดเช่นเดียวกัน รายละเอียดและข้อมูลพื้นฐานอินพุตเอาต์พุตของระบบเปิดที่ใช้ในอัลกอริธึมของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ข้างต้น การปรับปรุงแบบจำลองของแรงเสียดทานที่กล่าวถึงให้อยู่ในรูปของแบบจำลองที่คาร์นอฟ(Karnopp)นำเสนอ[12] เพื่อใช้ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิด เงื่อนไขและรายละเอียดของการกำหนดรูปแบบสัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้งาน[13] และการปรับเปลี่ยนค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งเป็นส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ โดยใช้สมการริคคัตติ(Riccati equation)[14]

บทที่ 3 ทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน กล่าวถึงสมการตั้งต้นที่ใช้ในการออกแบบ การเลือกกฎการควบคุมที่สัมพันธ์และสอดคล้องกับแบบจำลองของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ การหาสมการระบบปิด การระบุถึงกำลังเสมือนหรืออนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟซึ่งเกิดจากการปรับปรุงรูปแบบของสมการระบบปิด การอ้างอิงถึงพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟจากสมการของกำลังเสมือน และการสร้างกฎการปรับค่าซึ่งเกิดจากเงื่อนไขที่ทำให้ระบบปิดเกิดเสถียรภาพ เป็นผลให้กฎการปรับค่าดังกล่าวใช้ความเร่งที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์ระบบแบบแปรตามเวลาในขณะควบคุมการเคลื่อนที่ของโหลดในระบบ[10] แทนที่การใช้ความเร่งของผลตอบสนองซึ่งได้จากการคำนวณหาอนุพันธ์เชิงเลขของระยะทางอีกทอดหนึ่งในงานที่ทำก่อนหน้านี้[5][15][16] รวมถึงการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบปิดโดยใช้บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต(Barbalat's lemma)[17][18][19]

บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ กล่าวถึงเนื้อหาหลักของวิทยานิพนธ์นี้ซึ่งประกอบไปด้วยการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่เกิดจากการปรับปรุงโครงสร้างเพื่อชดเชยคุณลักษณะของการหมุนและแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง โดยที่ในการพิจารณาขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวจะเริ่มต้นจากแนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมข้างต้นแบบแรก ซึ่งมีกฎการควบคุมที่ใกล้เคียงกับกฎการควบคุมของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน แต่เพิ่มเติมส่วนชดเชยแรงเสียดทานหนืด และมีฟังก์ชันลียาปูนอฟหรือพลังงานเสมือนของระบบปิดที่เข้าใจง่าย เนื่องจากในทางทฤษฎี การชดเชยการหมุนของระบบปิดโดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก จะให้ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมซึ่งมีความผิดพลาดที่สถานะคงตัว(steady-state error) ดังนั้นลำดับต่อมาคือการแก้ไขปรับปรุงโครงสร้างของตัวควบคุมที่กล่าวถึง ซึ่งเกิดจากการกำหนดให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมมีความสัมพันธ์กันในรูปของเส้นทางสไลด์(sliding

surface)|19||20|หรือตัวกรองอันดับหนึ่ง กล่าวคือเป็นจุดเริ่มต้นของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง จากนั้นแนวคิดของการออกแบบทุกขั้นตอนจะเหมือนกับแนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน รวมถึงการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบปิดโดยใช้บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัตในแต่ละกรณีของตัวควบคุม

บทที่ 5 การทดลองและผลการทดลอง กล่าวถึงการนำตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเชื่อมต่อเข้ากับระบบเปิด(ระบบแท่นหมุน)ให้เป็นระบบปิด เพื่อชดเชยคุณลักษณะของการหมุนและปรับเปลี่ยนค่าเกนพีดีของตัวควบคุมที่ได้จากการคำนวณของสมการรีคัตติในขั้นตอนการทดลองควบคุมการหมุนจริง จนกว่าผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมซึ่งเกิดจากการใช้งานตัวควบคุมดังกล่าว มีสมรรถนะ(performance)ตามต้องการ พร้อมกับการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในแต่ละค่าของเกนพีดี ลำดับต่อมา นำค่าเกนพีดีข้างต้น เป็นค่าเกนของส่วนป้อนกลับในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง และนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่กล่าวถึง เชื่อมต่อเข้ากับระบบแท่นหมุนให้เป็นระบบปิด แทนที่การใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม จากนั้นทดลองชดเชยคุณลักษณะของการหมุนจริงโดยการปรับเปลี่ยนค่าเกนของส่วนป้อนล่วงหน้าในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จนกว่าผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมมีสมรรถนะตามต้องการเช่นเดียวกัน พร้อมกับการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในแต่ละค่าเกนของส่วนป้อนล่วงหน้า รวมถึงผลลัพธ์ของการถ่ายภาพตัดขวางซึ่งเกิดจากการทำงานร่วมกันของระบบเอกซเรย์และระบบควบคุม

บทที่ 6 สรุปผลการทดลองและแนวทางการพัฒนาต่อ กล่าวถึงสรุปผลการทดลองซึ่งเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบปิดที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมและตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง ชี้ดจำกัดการใช้งานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ดังกล่าวซึ่งสัมพันธ์กับคุณลักษณะต่างๆของระบบ และแนวทางในการพัฒนาปรับปรุงโครงสร้างของตัวควบคุมข้างต้นให้มีประสิทธิภาพของการชดเชยคุณลักษณะการหมุนของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางได้มากขึ้น

ภาคผนวก ก กล่าวถึงคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชัน คำจำกัดความบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต เงื่อนไขเพิ่มเติมของฟังก์ชันที่มีขนาดจำกัด(bounded) การพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต และการประยุกต์ใช้บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัตในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด

ภาคผนวก ข กล่าวถึงการเชื่อมต่อเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล(PC)เข้ากับระบบแท่นหมุน และแนวคิดหลักของการเขียนโปรแกรมที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

ภาคผนวก ค กล่าวถึงข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ที่ใช้ใช้งาน

ภาคผนวก ง กล่าวถึงผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ แท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

2.1 บทนำ

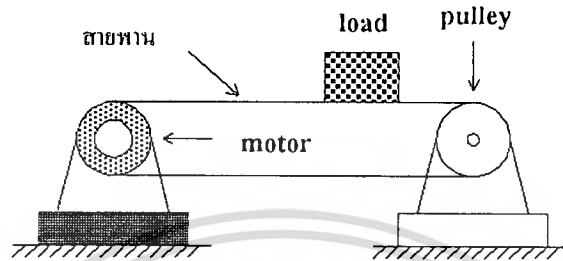
การพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทั่วไปที่ให้ปริมาณเอาต์พุตหรือผลตอบสนองซึ่งต้องการชดเชย จะเป็นขั้นตอนแรกก่อนการออกแบบตัวควบคุม ในกรณีของการออกแบบตัวควบคุมที่ทำหน้าที่ชดเชยผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง จะมีลำดับของขั้นตอนดังกล่าวเช่นเดียวกัน กล่าวคือระบบแบบจำลองที่ให้ปริมาณเอาต์พุตเป็นปริมาณของการหมุน พร้อมกับเลือกและกำหนดคุณลักษณะอื่นที่สัมพันธ์กับการหมุนข้างต้น รวมถึงคุณสมบัติของค่าพารามิเตอร์ต่างๆในแบบจำลอง เป็นผลให้มีอันดับ(order)มากหรือน้อยในแบบจำลอง มีหรือไม่มีคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น และค่าพารามิเตอร์มีคุณสมบัติแปรตามเวลาหรือไม่แปรตามเวลา ซึ่งทำให้การออกแบบตัวควบคุมเพื่อชดเชยพลวัตที่กล่าวถึงมีความยากง่ายซับซ้อนแตกต่างกัน การเลือกและกำหนดแบบจำลองของระบบแท่นหมุนจะเริ่มต้นจากการระบุแบบจำลองของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์(positioning table)ที่พิจารณาแรงเสียดทานซึ่งเป็นพื้นฐานของระบบเซอร์โวทั่วไป[10] เนื่องจากระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์และระบบแท่นหมุนมีส่วนประกอบเชิงกลที่ทำหน้าที่เป็นส่วนขับเคลื่อนและส่วนส่งกำลังเหมือนกัน[3] ทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ได้รับการปรับปรุงให้มีความใกล้เคียงกับพลวัตจริงของระบบแท่นหมุนมากขึ้น ซึ่งแบบจำลองที่ได้จะเป็นพื้นฐานของการออกแบบตัวควบคุมในขั้นตอนต่อไป และเป็นแบบจำลองที่สามารถประยุกต์ใช้ได้กับระบบอื่นกว้างขวางมากกว่าแบบจำลองเดิม นอกจากนี้การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ของแบบจำลองในแต่ละระบบโดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะถูกกล่าวถึง[11] เพื่อนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณทำการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิด[21][22][23] เปรียบเทียบกับผลการทดลองควบคุมการหมุนจริง รวมถึงการเลือกค่าเกน(tune)ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งเป็นส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ โดยใช้สมการรีคัตติ[14] เพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นของระบบแท่นหมุน จะถูกนำเสนอเช่นเดียวกัน

2.2 แบบจำลองของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์

รูปที่ 2.1 แสดงถึงจะได้ว่ามอเตอร์กระแสตรงทำหน้าที่ขับเคลื่อนสายพานซึ่งคล้อยอยู่ระหว่างเพลามุมของมอเตอร์และพูลเลย์ให้เกิดการเคลื่อนที่ รวมถึงสายพานจะทำหน้าที่ขับให้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งวนไสำหรับการศึกษาเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โหลดเกิดการเคลื่อนที่อีกทอดหนึ่ง[10] จากการระบุถึงกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้แบบจำลองของระบบการดำเียงผลิตภัณฑ์ดังนี้

$$m\ddot{x} = u + f \quad (2.1)$$



รูปที่ 2.1 แสดงระบบการดำเียงผลิตภัณฑ์

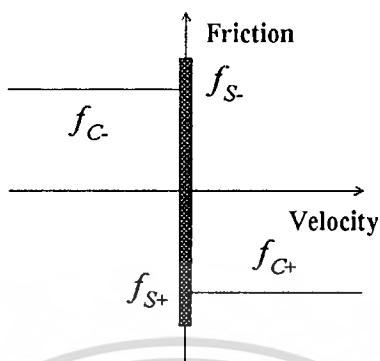
โดยที่ x คือตำแหน่งของโหลดหรือการะ m คือมวลของโหลดซึ่งมีค่าคงที่ u คือแรงบิดที่ขับให้โหลดเคลื่อนที่(แรงพยายาม)ซึ่งสมมูลกับแรงบิดของเพลามอเตอร์ และ f คือแรงเสียดทานรวมซึ่งทำหน้าที่ด้านการเคลื่อนที่ของโหลด นอกจากนี้สมการที่(2.1)จะไม่รวมถึงคุณลักษณะทางไฟฟ้าของมอเตอร์และความยืดหยุ่นของสายพาน ในส่วนของแรงเสียดทานรวม[24][25][26][27] จะประกอบไปด้วยแรงเสียดทานกลอัมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์(static friction) แรงเสียดทานกลอัมบ์จะเกิดขึ้นที่บริเวณผิวหน้าสัมผัสของวัตถุทั้งสองซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ไม่เท่ากับศูนย์ และแรงเสียดทานดังกล่าวมีขนาดคงที่ซึ่งไม่สัมพันธ์กับความเร็วสัมพัทธ์ข้างต้น เมื่อพิจารณาช่วงระยะเวลาที่โหลดเริ่มต้นเคลื่อนที่ออกจากจุดหยุดนิ่ง จะได้ว่ามีแรงเสียดทานสถิตย์กระทำต่อโหลดในทิศทางตรงกันข้ามกับแรงพยายาม ในขณะที่โหลดยังไม่เคลื่อนที่ แรงเสียดทานสถิตย์มีขนาดเท่ากับแรงพยายาม ถ้าแรงพยายามมีขนาดเพิ่มขึ้นมากกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุดโหลดจะเริ่มเคลื่อนที่และแรงเสียดทานสถิตย์จะไม่มีผลต่อการเคลื่อนที่ที่กล่าวถึง เพราะแรงเสียดทานกลอัมบ์เกิดขึ้นแทนที่แรงเสียดทานสถิตย์ นั่นคือแรงเสียดทานรวมจะมีแบบจำลองดังแสดงในรูปที่ 2.2 ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f = [f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta)](1-\xi) + [f_{s+}\mu + f_{s-}(1-\mu)]\xi \quad (2.2)$$

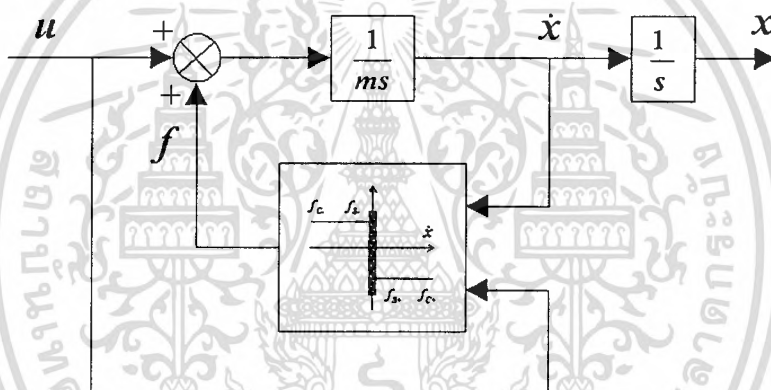
ซึ่งมีเงื่อนไขของการเกิดแรงเสียดทานกลอัมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์ รวมถึงทิศทางการเกิดของแรงเสียดทานแต่ละชนิดดังนี้

$$\eta = 1 \ (\dot{x} \geq 0); \ \xi = 1 \ (\dot{x} = 0); \ \mu = 1 \ (u \geq 0)$$

$$\eta = 0 \ (\dot{x} < 0); \ \xi = 0 \ (\dot{x} \neq 0); \ \mu = 0 \ (u < 0)$$



รูปที่ 2.2 แสดงแบบจำลองของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่ใช้งาน



รูปที่ 2.3 แสดงแผนภาพของระบบเปิดซึ่งเป็นแบบจำลองของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์

โดยที่ η คือตัวระบุเลือกทิศทางของแรงเสียดทานคูลอมบ์ μ คือตัวระบุเลือกทิศทางของแรงเสียดทานสถิตย์ ξ คือตัวระบุเลือกแรงเสียดทานคูลอมบ์หรือแรงเสียดทานสถิตย์ f_{c+} คือแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นในทิศทางบวกของการเคลื่อนที่ (positive motion direction) ซึ่งมีขนาดคงที่ f_{c-} คือแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นในทิศทางลบของการเคลื่อนที่ (negative motion direction) ซึ่งมีขนาดคงที่ f_{s+} คือแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดขึ้นในทิศทางบวกของการเคลื่อนที่ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงพยายาม กล่าวคือมีขนาดเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงศูนย์ถึงแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุดในทิศทางเดียวกัน (F_{s+}) และ f_{s-} คือแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดขึ้นในทิศทางลบของการเคลื่อนที่ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงพยายาม กล่าวคือมีขนาดเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วงศูนย์ถึงแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุดในทิศทางเดียวกัน (F_{s-}) ก่อนการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูลอินพุตเอาต์พุตของระบบเปิด (ระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์) จะถูกกำหนดให้เป็นขั้นตอนเตรียมข้อมูลพื้นฐานที่ใช้คำนวณค่าพารามิเตอร์ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังกล่าว ซึ่งในกรณีนี้ข้อมูลอินพุตคือแรงพยายามที่ใช้ขับโหลดให้เคลื่อนที่ซึ่งเป็นสัญญาณไซนูซอยด์ และข้อมูลเอาต์พุตคือตำแหน่งของโหลด สมมติว่าดิจิตอลคอมพิวเตอร์ทำหน้าที่เก็บรวบรวมข้อมูลอินพุตและข้อมูลเอาต์พุตข้างต้นในคาบการสุ่มเดียวกัน เป็นผลให้การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่จะอยู่ในรูปของเวลาไม่ต่อเนื่อง(discrete-time) เมื่อพิจารณาสมการที่(2.1)ให้อยู่ในรูปของเวลาไม่ต่อเนื่องเช่นเดียวกัน จะเขียนได้ดังนี้

$$z(k) = \alpha_1 w(k-1) + \alpha_2 \eta(k) + \alpha_3 [1 - \eta(k)] \quad (2.3)$$

โดยที่ $z(k) = x(k) - 2x(k-1) + x(k-2)$, $w(k-1) = u(k-1) + u(k-2)$

$$\eta(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } x(k) - x(k-1) \geq 0 \\ 0 & \text{if } x(k) - x(k-1) < 0 \end{cases}$$

$$\alpha_1 = \frac{T^2}{2m}, \quad \alpha_2 = \frac{T^2}{m} f_{c+} \quad \text{และ} \quad \alpha_3 = \frac{T^2}{m} f_{c-}$$

ในการแปลง(discretize)สมการระบบเปิด(สมการที่(2.1))ซึ่งเป็นสมการของเวลาต่อเนื่อง(continuous-time)ไปเป็นสมการของเวลาไม่ต่อเนื่อง(สมการที่(2.3)) จะระบุให้แรงเสียดทานถูกล้อมบิมีขนาดเท่ากันตลอดทุกครั้งของการสุ่มเก็บข้อมูล นั่นคือ $f(k) = f(k-1)$ เนื่องจากการวัดขนาดของแรงเสียดทานสถิติเป็นงานที่ทำได้โดยตรง กล่าวคือเป็นการเพิ่มขนาดของแรงพยายามจนกว่าโหลดเริ่มเคลื่อนที่จึงหยุดการเพิ่มขนาดและคงค่าดังกล่าวเพื่อทำการบันทึกต่อไป ทำให้สมการที่(2.3)ไม่รวมการพิจารณาแรงเสียดทานสถิติ นอกจากนี้รายละเอียดของการแปลงสมการเวลาต่อเนื่องไปเป็นสมการเวลาไม่ต่อเนื่อง จะถูกอ้างอิงจากสมการ

$$\frac{X(z)}{U(z) + F(z)} = (1 - z^{-1}) Z \left\{ L^{-1} \left[\frac{1}{ms^3} \right] \right\}_{t=kT} \quad (2.4)$$

โดยที่ $L^{-1}[\bullet]$ คือการแปลงลาปลาซผกผัน(inverse Laplace transform) $Z\{\bullet\}$ คือการแปลงแซด(Z-transform) และ T คือคาบการสุ่ม ต่อมานำข้อมูลพื้นฐาน $x(k)$ และ $u(k)$ ซึ่งมีจำนวน $N+1$ ชุด โดยที่ $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ทำการคำนวณหา $z(k)$ ซึ่งเปรียบได้กับความเร่งของโหลด $w(k-1)$ และ $\eta(k)$ จำนวน $N-1$ ชุด โดยที่ $k = 2, 3, 4, \dots, N$ จากนั้นจัดเรียงชุดข้อมูลที่คำนวณได้ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์และเวกเตอร์ตามการเพิ่มขึ้นของเวลาที่ตรงกัน จะได้

$$C(N) = \begin{bmatrix} w(1) & \eta(2) & 1 - \eta(2) \\ w(2) & \eta(3) & 1 - \eta(3) \\ w(3) & \eta(4) & 1 - \eta(4) \\ w(4) & \eta(5) & 1 - \eta(5) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ w(N-1) & \eta(N) & 1 - \eta(N) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

และ

$$Y(N) = [z(2) \ z(3) \ z(4) \ z(5) \ \dots \ z(N)]^T \quad (2.6)$$

เมื่อระบุถึงการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบคงที่โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด[11] การคำนวณหาพารามิเตอร์ α_1 , α_2 และ α_3 จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T = (C^T(N)C(N))^{(-1)} C^T(N)Y(N) \quad (2.7)$$

ผลคูณของเมตริกซ์ $C^T(N)C(N)$ เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่มีมิติขนาด 3×3 ซึ่งผลคูณของเมตริกซ์ดังกล่าว จะถูกเขียนให้อยู่ในรูปที่ขยายขึ้นได้ดังนี้

$$C^T(N)C(N) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ \sigma_{13} & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\text{โดยที่ } \sigma_{11} = \sum_{i=2}^N w^2(i-1), \quad \sigma_{12} = \sum_{i=2}^N w(i-1)\eta(i), \quad \sigma_{13} = \sum_{i=2}^N w(i-1)[1 - \eta(i)]$$

$$\sigma_{22} = \sum_{i=2}^N \eta(i) \text{ และ } \sigma_{33} = \sum_{i=2}^N [1 - \eta(i)]$$

สิ่งที่น่าสังเกตคือข้อมูล σ_{11} , σ_{22} และ σ_{33} มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เนื่องจากเมตริกซ์ $C^T(N)C(N)$ เป็นเมตริกซ์สมมาตร จะได้ $(C^T(N)C(N))^{(-1)}$ เป็นเมตริกซ์สมมาตรเช่นเดียวกัน นั่นคือ

$$(C^T(N)C(N))^{(-1)} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \sigma_{22}\sigma_{33} & -\sigma_{12}\sigma_{33} & -\sigma_{13}\sigma_{22} \\ -\sigma_{12}\sigma_{33} & \sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{13}^2 & \sigma_{12}\sigma_{13} \\ -\sigma_{13}\sigma_{22} & \sigma_{12}\sigma_{13} & \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}^2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

โดยที่ $\Delta = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{12}^2\sigma_{33} - \sigma_{13}^2\sigma_{22}$ ดังนั้นเงื่อนไขที่ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่มีคำตอบหรือการคำนวณหาเมตริกซ์ $(C^T(N)C(N))^{(-1)}$ มีอยู่จริงคือ $\Delta \neq 0$ หรือ $\sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} \neq \sigma_{12}^2\sigma_{33} + \sigma_{13}^2\sigma_{22}$ ส่วนผลคูณของเมตริกซ์ $C^T(N)Y(N)$ จะเป็นเวกเตอร์หลักดังนี้

$$C^T(N)Y(N) = [\psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3]^T \quad (2.10)$$

โดยที่ $\psi_1 = \sum_{i=2}^N z(i)w(i-1)$, $\psi_2 = \sum_{i=2}^N z(i)\eta(i)$ และ $\psi_3 = \sum_{i=2}^N z(i)[1 - \eta(i)]$

เป็นผลให้สมการเมตริกซ์ในสมการที่(2.7)ถูกแยกออกเป็นสมการย่อยซึ่งใช้คำนวณค่าพารามิเตอร์ α_1 , α_2 และ α_3 ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{\Delta} (\sigma_{22}\sigma_{33}\psi_1 - \sigma_{12}\sigma_{33}\psi_2 - \sigma_{13}\sigma_{22}\psi_3) \\ \alpha_2 &= \frac{1}{\Delta} (\sigma_{11}\sigma_{33}\psi_2 + \sigma_{12}\sigma_{13}\psi_3 - \sigma_{12}\sigma_{33}\psi_1 - \sigma_{13}^2\psi_2) \\ \alpha_3 &= \frac{1}{\Delta} (\sigma_{12}\sigma_{13}\psi_2 + \sigma_{11}\sigma_{22}\psi_3 - \sigma_{13}\sigma_{22}\psi_1 - \sigma_{12}^2\psi_3) \end{aligned} \quad (2.11)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่(2.3) จะคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ m , f_{c+} และ f_{c-} ย้อนกลับได้ดังนี้

$$m = \frac{T^2}{2\alpha_1}, \quad f_{c+} = \frac{\alpha_2 m}{T^2} = \frac{\alpha_2}{2\alpha_1} \quad \text{และ} \quad f_{c-} = \frac{\alpha_3 m}{T^2} = \frac{\alpha_3}{2\alpha_1} \quad (2.12)$$

การเลือกจำนวนความถี่ของสัญญาณไซน์ซอซด์ซึ่งในกรณีนี้เป็นแรงพยายามขับเคลื่อนโหลด จะเป็นไปตามเงื่อนไขของกฎ persistent excitation [28] เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ของการประมาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าพารามิเตอร์ มีความถูกต้องใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์จริงของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์มากที่สุด

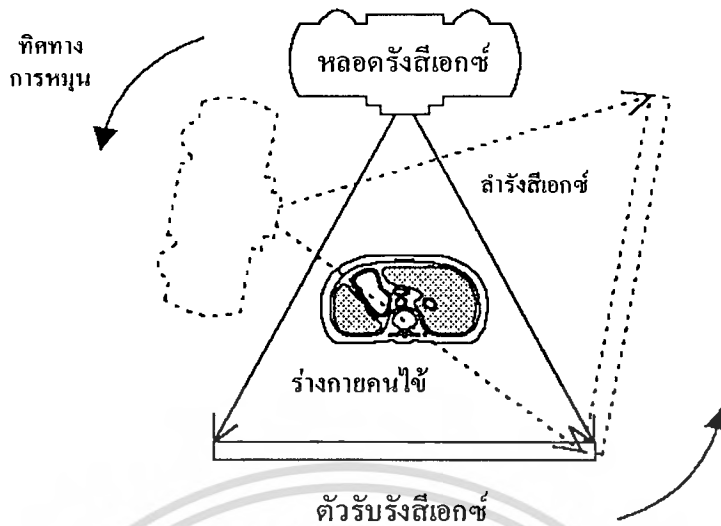
2.3 พื้นฐานการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางและจุดมุ่งหมาย

ในการควบคุม

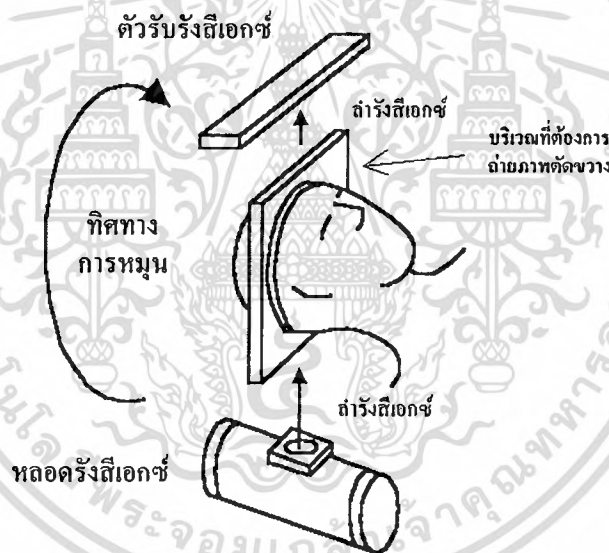
เนื่องจากระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางเป็นส่วนประกอบเชิงกลหลักที่สำคัญของเครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางหรือเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ ดังนั้นก่อนการกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุน จะนำเสนอความหมายและพื้นฐานการทำงานของคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางในลำดับแรกก่อน เพื่อให้ทราบถึงจุดประสงค์ของการควบคุมในลำดับต่อไป

วิธีการแสดงรายละเอียดของภาพอวัยวะภายในร่างกายที่สะดวกและชัดเจนที่สุดโดยที่ไม่มีปัญหาการซ้อนทับกันของเนื้อเยื่อ คือการแสดงผลภาพตัดขวางของร่างกายในลักษณะชั้นบางๆ ก่อนการแสดงผลภาพตัดขวางดังกล่าวออกทางหน้าจอคอมพิวเตอร์ จะต้องผ่านขั้นตอนที่สำคัญทั้งหมด 2 ขั้นตอนคือขั้นตอนการเก็บข้อมูลดิบและขั้นตอนการสร้างภาพตามลำดับ ขั้นตอนแรกจะเป็นหลักการพื้นฐานการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางแบบใช้รังสีเอกซ์[2]และเป็นขั้นตอนที่สัมพันธ์กับการควบคุมทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของระบบแท่นหมุน [3] การเก็บข้อมูลดิบจะเริ่มต้นจากการกำหนดให้หลอดรังสีเอกซ์[6]และตัวรับรังสี[7][8]ที่ถูกยึดติดอยู่ตรงกันข้ามกับหลอดรังสีหมุนไปรอบๆตัวกลางพร้อมกันซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.4 ในขณะที่เกิดการหมุน หลอดรังสีเอกซ์จะฉายรังสีไปที่วัตถุซึ่งต้องการถ่ายภาพตัดขวางหรือบริเวณของร่างกายที่มีอวัยวะผิดปกติอยู่ภายใน(ตัวกลาง) เนื่องจากรังสีเอกซ์มีอำนาจในการทะลุทะลวงตัวกลางทุกชนิดและที่ตำแหน่งต่างๆภายในวัตถุหรืออวัยวะภายในร่างกาย มีการดูดกลืนหรือลดทอนรังสีเอกซ์ไม่เท่ากัน ทำให้รังสีเอกซ์ที่ทะลุผ่านตัวกลางดังกล่าวและตกกระทบบนระนาบของตัวรับรังสีที่ตำแหน่งต่างๆ จะมีความเข้มไม่เท่ากัน เมื่อตัวรับรังสีแปลงความเข้มของรังสีเอกซ์ทุกตำแหน่งบนระนาบไปเป็นข้อมูลดิบดิจิทัลครบทุกหน่วยย่อยแล้ว ตัวรับรังสีจะส่งชุดข้อมูลดิบดิจิทัลดังกล่าวซึ่งแต่ละหน่วยย่อยสัมพันธ์กับความเข้มของรังสีที่ได้รับ ให้กับเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อเก็บรวบรวมต่อไป กระบวนการแปลงความเข้มของรังสีไปเป็นข้อมูลดิบดิจิทัลจนถึงกระบวนการที่ตัวรับรังสีส่งชุดข้อมูลดิบดิจิทัลให้กับคอมพิวเตอร์ จะเกิดขึ้นทุกๆการหมุนหนึ่งองศาหรือครึ่งองศาอย่างต่อเนื่องจนกว่าหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีจะหมุนครบรอบ 360 องศา หลังจากนั้นเครื่องคอมพิวเตอร์จะนำชุดข้อมูลดิบ(ข้อมูลภาพดิจิทัล)ที่เก็บรวบรวมได้ทั้งหมด 360 ชุด(ในกรณีเก็บข้อมูลดิบทุกหนึ่งองศา)หรือ 720 ชุด(ในกรณีเก็บข้อมูลดิบทุกครึ่งองศา)ไปประมวลผลทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการสร้างภาพและแสดงผลภาพตัดขวางที่ได้ออกทางจอภาพตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 แสดงหลักการพื้นฐานของการใช้รังสีเอกซ์ถ่ายภาพตัดขวาง



รูปที่ 2.5 แสดงตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์ ตัวรับรังสี และบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวาง

การถ่ายภาพตัดขวางของร่างกายผู้ป่วยในทางปฏิบัติ จะทำได้โดยการจัดร่างกายคนไข้ให้อยู่ในท่านอนหงายหรือนอนคว่ำบนเตียงคนไข้ ต่อมาจึงเลื่อนเตียงคนไข้ดังกล่าวให้บริเวณของอวัยวะที่ผิดปกติภายในร่างกายหรือบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางมีตำแหน่งตรงกับตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.5 จากนั้นหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีรอบตัวคนไข้ในแนวตั้งหนึ่งรอบ เพื่อฉายรังสีเอกซ์และเก็บข้อมูลดิบ ลำดับสุดท้ายคือการหมุนหลอดรังสีและตัวรับรังสีย้อนกลับหนึ่งรอบซึ่งเกิดจากสายไฟป้อนกำลังของหลอดรังสีและสายส่งข้อมูลดิบดิจิทัลของตัวรับรังสีมีความยาวจำกัด แต่ในบางครั้งผู้วินิจฉัยโรคมีความจำเป็นต้องการดูภาพถ่ายตัดขวางหลายภาพตลอดศีรษะหรือตลอดลำตัวของคนไข้ นั่นคือก่อนการเลื่อนเอกซเรย์ครั้งใหม่ให้คนไข้หันหน้าไปด้านหลังหรือหันหน้าไปข้างหน้าเพื่อถ่ายภาพตัดขวางครั้งต่อไป

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เตียงเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง จะต้องแบ่งบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ แต่ละส่วนจะมีระยะห่างเท่ากัน เช่น อาจจะมีระยะห่าง 1 เซนติเมตร(แต่ละส่วนหนา 1 เซนติเมตร) ขึ้นต่อไปคือการเลื่อนเตียงให้ส่วนแรกที่อยู่ใกล้ตำแหน่งการถ่ายภาพมากที่สุด มีตำแหน่งตรงกับตำแหน่งของหลอดรังสีและตัวรับรังสี จากนั้นหมุนหลอดรังสีและตัวรับรังสีรอบๆส่วนแรกให้ครบหนึ่งรอบเพื่อถ่ายภาพ ต่อมาหลอดรังสีและตัวรับรังสีหมุนย้อนกลับหนึ่งรอบพร้อมกับคอมพิวเตอร์ทำการประมวลผลสร้างภาพและแสดงภาพตัดขวางของส่วนแรก ลำดับต่อไปคือการเลื่อนเตียงให้ส่วนที่สองซึ่งอยู่ถัดจากส่วนแรก อยู่ในตำแหน่งของการถ่ายภาพและเริ่มทำขั้นตอนการเก็บข้อมูลดิบ ซึ่งเป็นเช่นนี้เรื่อยไปในส่วนที่สาม ส่วนที่สี่จนครบหมดทุกส่วนตามลำดับ ดังนั้นหลอดรังสีและตัวรับรังสีจะหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง หยุดหมุน และหมุนย้อนกลับหลายรอบติดต่อกัน เป็นผลให้หลอดรังสีและตัวรับรังสีข้างต้นจะต้องหมุนให้ครบรอบพอดีทุกครั้ง เพื่อความสะดวกรวดเร็วในการถ่ายภาพตัดขวางของผู้ป่วยและขจัดปัญหาเรื่องความยาวของสายไฟ ป้อนกำลังให้กับหลอดรังสีและสายส่งข้อมูลดิบดิจิทัลให้กับคอมพิวเตอร์มีความยาวจำกัด นั่นคือไม่เสียเวลาในการปรับตำแหน่งเชิงมุมหยุดหมุนของหลอดรังสีและตัวรับรังสีให้ตรงกับตำแหน่งเชิงมุมเริ่มต้นการหมุน

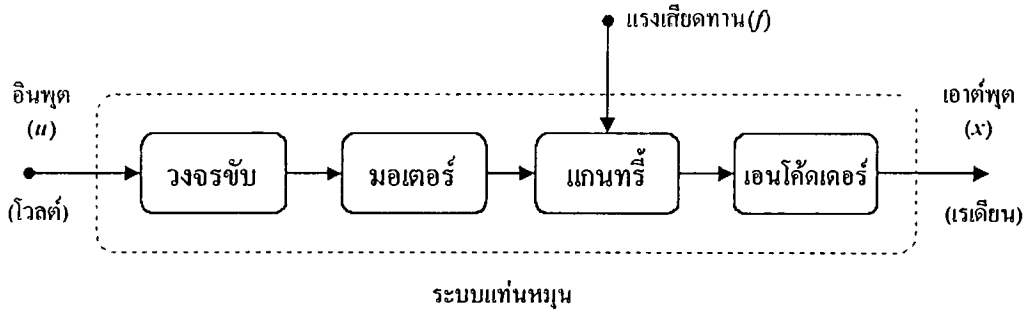
นอกจากการหมุนให้ครบรอบพอดีและหยุดหมุนได้ตรงตำแหน่ง หลอดรังสีและตัวรับรังสีจะต้องหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่ไม่มากเกินค่าหนึ่งและหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมให้มีขนาดคงที่มากที่สุด สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เกิดจากกระบวนการที่ตัวรับรังสีแปลงความเข้มของรังสีเอกซ์ซึ่งตกกระทบทุกตำแหน่งบนระนาบ(1024 ตำแหน่ง)ของตัวรับดังกล่าว ไปเป็นชุดข้อมูลดิบดิจิทัลและกระบวนการที่ตัวรับรังสีส่งชุดข้อมูลดิบดิจิทัล 1 ชุด(1 ชุดเท่ากับข้อมูลดิบ 1024 หน่วยย่อย)ข้างต้นให้กับคอมพิวเตอร์ ใช้เวลาต่อเนื่องรวมกันทั้งสองกระบวนการเท่ากับ 10 มิลลิวินาที(0.01 วินาที) [7][8] รวมถึงกระบวนการทั้งสองเกิดขึ้นทุกๆการหมุนหนึ่งองศาหรือครึ่งองศา จะทำให้หลอดรังสีและตัวรับรังสีต้องใช้เวลาในการหมุนทุกระยะทางเชิงมุมหนึ่งองศาหรือครึ่งองศา มากกว่า 10 มิลลิวินาที นั่นคือหลอดรังสีและตัวรับรังสีต้องหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่มีขนาดน้อยกว่า 100 องศาต่อวินาที(1.746 เรเดียนต่อวินาที)หรือน้อยกว่า 50 องศาต่อวินาที(0.873 เรเดียนต่อวินาที)ตลอดระยะเวลาการหมุนตามลำดับ ถ้าหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมมากกว่าขนาดที่กล่าวถึง จะทำให้กระบวนการทั้งสองเกิดขึ้นและเสร็จสมบูรณ์ภายในระยะทางเชิงมุมที่มากกว่าหนึ่งองศาหรือครึ่งองศาของการหมุนหลอดรังสีและตัวรับรังสี ซึ่งเป็นผลให้ได้รับจำนวนชุดข้อมูลดิบดิจิทัลไม่ครบในการสร้างภาพตัดขวาง แต่ถ้าหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมน้อยกว่าขนาดที่กล่าวถึง จะทำให้กระบวนการทั้งสองเกิดขึ้นและเสร็จสมบูรณ์ภายในระยะทางเชิงมุมที่น้อยกว่าหนึ่งองศาหรือครึ่งองศา ส่วนเวลาที่เหลือจะเป็นช่วงระยะเวลาที่ตัวรับรังสีหยุดกระบวนการทั้งสองชั่วคราวจนกว่าหลอดรังสีและตัวรับรังสีหมุนถึงตำแหน่งเชิงมุมองศาถัดไปหรือครึ่งองศาถัดไป ซึ่งเป็นผลให้ได้รับชุดข้อมูลดิจิทัลครบจำนวน ในกรณีของการรักษาอัตราเร็วเชิงมุมของการหมุนให้มีขนาดคงที่

มากที่สุด จะเกิดจากการหมุนหลอดรังสีเอกซ์รอบตัวคนไข้ในแนวคิงและตัวหลอดรังสีมีน้ำหนักมากเมื่อเทียบกับตัวรับรังสี ในขณะที่หลอดรังสีเอกซ์มีตำแหน่งเชิงมุมที่ตำแหน่งต่างๆบนเส้นโค้งวงกลมอย่างต่อเนื่อง น้ำหนักของหลอดรังสีเอกซ์ซึ่งมีทิศทางคิงลงตลอดเวลาเช่นเดียวกับแรงโน้มถ่วงของโลก จะเสริมการหมุนและด้านการหมุนของหลอดรังสีและตัวรับรังสีในช่วงการหมุนขาหลังและหมุนขาขึ้นของตัวหลอดตามลำดับ นั่นคือถ้าไม่มีการควบคุมอัตราเร็วเชิงมุม หลอดรังสีจะหมุนขาหลังด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่เพิ่มขึ้นและหมุนขาขึ้นด้วยอัตราเร็วเชิงมุมลดลง ซึ่งอาจจะเกิดปัญหาตามมาคือการรับชุดข้อมูลดิฟเฟอเรนเชียลไม่ครบถ้วนเนื่องจากหลอดรังสีหมุนขาหลังด้วยอัตราเร็วเชิงมุมมากกว่าขีดจำกัดการทำงานของตัวรับรังสี หรือในทางกลับกันหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีใช้เวลาในการหมุนครบรอบนานเกินกว่าช่วงเวลาที่กำหนดไว้เนื่องจากตัวหลอดหมุนขาขึ้นด้วยอัตราเร็วเชิงมุมลดลง ทำให้คนไข้ได้รับรังสีในระยะเวลาเกินควร

2.4 แบบจำลองของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

นอกเหนือจากส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุน(แกนทรี)ซึ่งประกอบไปด้วย พูลเลย์ สายพาน ลูกปืน วงล้อเหล็กที่ทำหน้าที่ยึดติดให้หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์หมุนพร้อมกันได้ และโครงเหล็กรองรับน้ำหนักของวงล้อเหล็กดังกล่าว ระบบแท่นหมุนข้างต้นจะมีส่วนประกอบทางไฟฟ้าเพิ่มเติมได้แก่ มอเตอร์กระแสตรงชนิดแม่เหล็กถาวร(permanent magnet) [29]ซึ่งมีพิทช์ของสัปดาห์เท่ากับ 180 โวลต์(DC) พิกัดของกระแสไฟฟ้าเฉลี่ยสูงสุดเท่ากับ 9.6 แอมแปร์(DC) พิกัดของกำลังงานที่ใช้ขับเคลื่อนโหลดได้สูงสุดเท่ากับ 2 แรงม้า และมีอัตราเร็วเชิงมุมของเพลาหมุนสูงสุดเท่ากับ 1,750 รอบต่อวินาที ในส่วนของวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์ที่ใช้ในงาน[30] จะมีโมดูล(module)ของไทรสเตอร์คู่(dual thyristor)ซึ่งทำหน้าที่จ่ายกำลังงานและควบคุมกำลังงานที่ถูกป้อนให้กับมอเตอร์ พิกัดของสัปดาห์แรงดันสูงกระแสสลับอินพุตในค่า RMS เท่ากับ 220 โวลต์ที่มีความถี่เท่ากับ 50 Hz พิกัดของกระแสไฟฟ้าสลับอินพุตในค่า RMS สูงสุดเท่ากับ 60 แอมแปร์ พิกัดของกำลังงานสูงสุดที่จ่ายให้กับมอเตอร์เท่ากับ 4.5 กิโลวัตต์(DC) พิกัดของสัปดาห์กระแสตรงที่จ่ายให้กับขดลวดอาร์เมเจอร์(armature)ของมอเตอร์เท่ากับ 180 โวลต์ พิกัดของกระแสไฟฟ้าตรงเอาต์พุตเฉลี่ยสูงสุดที่ป้อนให้กับขั้วไฟฟ้าของมอเตอร์เท่ากับ 30 แอมแปร์ และสัปดาห์อินพุตควบคุมแรงดันดามีค่าการทำงานอยู่ในช่วง ± 10 โวลต์ รวมถึงเอนโค้ดเดอร์(encoder)ที่ทำหน้าที่วัดตำแหน่งเชิงมุมของวงล้อเหล็ก จะมีความละเอียด(resolution)เท่ากับ 46,250 counts ต่อการหมุน ของวงล้อเหล็ก 1 รอบ(4 counts เท่ากับ 1 พัลส์)และต้องการไฟเลี้ยงที่มีแรงดันเท่ากับ 12 โวลต์ การเชื่อมต่อส่วนประกอบเชิงกลและส่วนประกอบทางไฟฟ้าของส่วนต่างๆ จะแสดงเป็นแผนภาพได้ในรูปที่ 2.6 รายละเอียดของการคำนวณน้ำหนักวงล้อเหล็กและการประมาณค่าแรงบิดที่มอเตอร์ใช้ในการขับเคลื่อนโหลดรวม(วงล้อเหล็ก หลอดรังสีเอกซ์ และตัวรับรังสีเอกซ์) จะหา

เอกสารอ่านได้จากเอกสารของงานที่ทำก่อนหน้านี้[3] การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6 แสดงส่วนประกอบทางไฟฟ้านอกเหนือจากส่วนประกอบเชิงกลในระบบแท่นหมุน

เนื่องจากส่วนขับเคลื่อนและส่วนส่งกำลังของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ และของระบบแท่นหมุนเป็นอุปกรณ์เชิงกลเดียวกัน กล่าวคือมอเตอร์กระแสตรงทำหน้าที่เป็นส่วนขับเคลื่อนและสายพานทำหน้าที่เป็นส่วนส่งกำลัง ทำให้สมการแบบจำลองในสมการที่(2.1)ถูกปรับปรุงและนำมาใช้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุน วิธีการปรับปรุงดังกล่าวทำได้โดยการเพิ่มเติมเทอมของแรงเสียดทานหนีคในสมการที่(2.1) ซึ่งแรงเสียดทานหนีคข้างต้นเป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบและถูกประมาณให้แปรผัน โดยตรงกับอัตราเร็วเชิงมุมของวงล้อหลัก [24][26][27] เป็นผลให้แบบจำลองที่ได้รับการปรับปรุงมีความใกล้เคียงกับระบบแท่นหมุนจริงมากขึ้น เมื่อไม่พิจารณาพลวัตทางไฟฟ้าของมอเตอร์กระแสตรงและความยืดหยุ่นของสายพานแบบจำลองของระบบแท่นหมุนหรือสมการระบบเปิด จะถูกเขียนได้ดังนี้

$$m\ddot{x} + d\dot{x} = n\dot{u} + u + f \quad (2.13)$$

โดยที่ x คือตำแหน่งเชิงมุมของวงล้อหลักหรือปริมาณเอาต์พุตของระบบแท่นหมุน ซึ่งมีหน่วยเป็นเรเดียน u คือศักดาอินพุตควบคุมแรงดันต่ำที่ป้อนให้กับขั้วไฟฟ้าของวงจรขับเคลื่อนหรือปริมาณอินพุตของระบบแท่นหมุน ซึ่งมีหน่วยเป็นโวลต์ m คือโมเมนต์ความเฉื่อยรวมของวงล้อหลัก หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ d คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนีครวมที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุน f คือแรงเสียดทานรวมของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์ ซึ่งเกิดขึ้นในจุดส่งกำลังและจุดรับน้ำหนักของบริเวณพื้นผิวสัมผัสที่เกิดการเคลื่อนที่ และมีหน่วยเป็นโวลต์ และ n คือค่าดิฟเฟอเรนเชียลเกนในชุดวงจรขับเคลื่อน(differential gain)[30]

การกำหนดคุณลักษณะของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุน จะถูกประมาณให้มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และเงื่อนไขการเกิดเช่นเดียวกับสมการที่(2.2) ขนาดของ f_{c+} อาจจะไม่เท่ากับขนาดของ f_{c-} และขนาดของ f_{s+} มากที่สุด(F_{s+}) อาจจะไม่เท่ากับขนาดของ f_{s-} มากที่สุด(F_{s-}) ซึ่งเกิดจากความไม่สมบูรณ์เชิงกล(imperfection)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของอะไหล่แต่ละส่วนในระบบแท่นหมุนและการประกอบอะไหล่แต่ละชิ้นเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ แรงเสียดทาน f_{c+} และ f_{c-} หรือ f_{s+} และ f_{s-} จะเกิดขึ้นไม่พร้อมกัน เมื่อระบุถึงค่าพารามิเตอร์จริงของระบบแท่นหมุนในสมการที่(2.13)และสมการที่(2.2) จะได้ว่ามีค่าคงที่แต่ไม่ทราบค่าที่แน่นอน แต่ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวทุกตัวจะเปลี่ยนแปลงไปตามอายุการใช้งาน(lifetime) การยึดตัวของสายพานและการถอดเปลี่ยนอะไหล่เชิงกลที่ชำรุดสึกหรอ(wear)หรือขาดออกจากกัน เช่น ลูกปืนและสายพาน รวมถึงการถอดเปลี่ยนอุปกรณ์ทางไฟฟ้า เช่น วงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ จะเป็นสาเหตุให้พารามิเตอร์ทุกตัวข้างต้นมีค่าเปลี่ยนแปลงจากเดิมเช่นเดียวกัน

ในส่วนรายละเอียดการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบในสมการที่(2.13)และสมการที่(2.2) โดยใช้วิธีการคำนวณแบบวิเคราะห์โดยตรงหรือการวัดโดยตรง จะเป็นงานที่มีความยุ่งยากซับซ้อน เพราะค่าแกนของวงจรขับเคลื่อนที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักดาอินพุตควบคุม(u)และกระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์ซึ่งถูกป้อนเข้าที่ขั้วไฟฟ้าของมอเตอร์(i_a) รวมถึงค่าแกนของมอเตอร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์และแรงบิดของเพลาหมุนไม่ถูกระบุเป็นตัวเลขในเอกสารคู่มือการใช้งาน ทำให้การหาค่าแกนดังกล่าวเป็นขั้นตอนที่ถูกเพิ่มเติมจากการหาค่าพารามิเตอร์ข้างต้น เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบจะใช้วิธีการคำนวณโดยอ้อม ซึ่งในกรณีนี้คือการประมาณหาค่าพารามิเตอร์แบบคงที่โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด[3][11] เนื่องจากอัลกอริธึมของการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่กล่าวถึง ใช้ชุดข้อมูลอินพุตเอาต์พุตของระบบเปิดเป็นข้อมูลพื้นฐานในการคำนวณ ดังนั้นสัญญาณอินพุตไซนูซอยด์จะถูกป้อนเข้าที่ขั้วไฟฟ้าของวงจรขับเคลื่อนเพื่อกระตุ้น(excite)ให้วงล้อเหล็ก หลอดรังสีเอกซ์ และตัวรับรังสีเอกซ์ หมุนไปและหมุนย้อนกลับซึ่งสัมพันธ์กับขนาดและขั้วของศักดาอินพุตไซนูซอยด์ที่เวลาใดเวลาหนึ่งในขณะที่คอมพิวเตอร์ทำหน้าที่เก็บรวบรวมข้อมูลของศักดาอินพุตและตำแหน่งเชิงมุมของวงล้อเหล็กที่คาบการสุ่มเดียวกัน ซึ่งมีระยะห่างเวลาของการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งหรือมีคาบเวลาของการสุ่มเท่ากับ 0.054 วินาที($T = 0.054 \text{ sec}$) เป็นผลให้สมการระบบเปิดแบบเวลาต่อเนื่องของสมการที่(2.13) จะอยู่ในรูปของสมการแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งได้จากการแปลงแซดพิกัดของสมการ

$$x(z) = G_u(z)U(z) + G_f(z)F(z) \quad (2.14)$$

$$\text{โดยที่ } G_u(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ L^{(-1)} \left[\frac{ns + 1}{s^2(ms + d)} \right] \right\}_{t=kT}$$

$$\text{และ } G_f(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ L^{(-1)} \left[\frac{1}{s^2(ms + d)} \right] \right\}_{t=kT}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(2.14) สมการดังกล่าวจะเกิดจากการแปลงลาปลาซผกผันของฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการที่(2.13)และการแปลงแซดของลาปลาซผกผันที่ได้ตามลำดับ เนื่องจากสมการที่(2.14)จะอธิบายผลตอบสนองของระบบเปิดในขณะที่เกิดการหมุนเท่านั้น ดังนั้นสมการข้างต้นจะไม่รวมการพิจารณาแรงเสียดทานสถิตย์ ต่อมาทำการแปลงแซดผกผันสมการที่(2.14)และกำหนดให้แรงเสียดทานคูลอมบ์มีขนาดเท่ากันตลอดทุกครั้งของการสุ่มเก็บข้อมูล จะได้

$$z(k) = \delta z(k-1) + \alpha u(k-1) + \beta u(k-2) + \tau_1 \eta(k) + \tau_2 [1 - \eta(k)] \quad (2.15)$$

โดยที่ $x(k)$ คือปริมาณเอาต์พุตหรือตำแหน่งเชิงมุมของวงล้อเหล็ก(เรเดียน)

$z(k) = x(k) - x(k-1)$ คือผลต่างของตำแหน่งเชิงมุมหรือผลต่างของระยะทางเชิงมุมที่วงล้อเหล็กหมุนได้ในช่วงระยะเวลาเท่ากับคาบเวลาการสุ่ม ซึ่งเปรียบได้กับอัตราเร็วเชิงมุมที่ไม่คิดคาบเวลาการสุ่ม

$u(k)$ คือปริมาณอินพุตหรือศักดาอินพุตควบคุมที่ป้อนให้กับขั้วไฟฟ้าของวงจรขับเคลื่อน (โวลต์)

$$\delta = e^{(-dT/m)}, \quad \alpha = \frac{d(n(1-\delta) + T) + m(\delta-1)}{d^2}$$

$$\beta = \frac{d(n(\delta-1) - \delta T) + m(1-\delta)}{d^2}, \quad \tau_1 = \frac{T(1-\delta)}{d} f_{c+} \text{ และ } \tau_2 = \frac{T(1-\delta)}{d} f_{c-}$$

$$\text{รวมถึงตัวระบุเลือกทิศทางของแรงเสียดทานคูลอมบ์} \quad \eta(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } z(k) \geq 0 \\ 0 & \text{if } z(k) < 0 \end{cases}$$

เมื่อจัดแจงชุดข้อมูลที่อยู่ในสมการที่(2.15)ให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ศักดาอินพุตควบคุม (u) เวกเตอร์ของตำแหน่งเชิงมุม(x) เวกเตอร์ของผลต่างตำแหน่งเชิงมุม(z) และเวกเตอร์ของตัวระบุเลือกทิศทางการเกิดแรงเสียดทานคูลอมบ์(η และ $1 - \eta$) โดยที่ตัวเลขแต่ละค่าในทุกเวกเตอร์จะเรียงลำดับตามการเพิ่มขึ้นของเวลาที่ตรงกัน ต่อมาจัดแจงเวกเตอร์ที่กล่าวถึงทั้งหมดให้อยู่ในรูปเมตริกซ์และเวกเตอร์เพิ่มเติมดังนี้

$$C(N) = \begin{bmatrix} z(1) & u(1) & u(0) & \eta(2) & 1 - \eta(2) \\ z(2) & u(2) & u(1) & \eta(3) & 1 - \eta(3) \\ z(3) & u(3) & u(2) & \eta(4) & 1 - \eta(4) \\ z(4) & u(4) & u(3) & \eta(5) & 1 - \eta(5) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z(N-1) & u(N-1) & u(N-2) & \eta(N) & 1 - \eta(N) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

และ $Y(N) = [z(2) \ z(3) \ z(4) \ z(5) \ \dots \ z(N)]^T$ (2.17)

จากนั้นนำเมตริกซ์ $C(N)$ และเวกเตอร์ $Y(N)$ มาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ $\delta, \alpha, \beta, \tau_1$ และ τ_2 โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดดังนี้

$$[\delta \ \alpha \ \beta \ \tau_1 \ \tau_2]^T = (C^T(N)C(N))^{(-1)} C^T(N)Y(N) \quad (2.18)$$

ผลคูณของเมตริกซ์ $C^T(N)C(N)$ เป็นเมตริกซ์สมมาตรซึ่งมีมิติขนาด 5×5 เมื่อเขียนผลคูณของเมตริกซ์ดังกล่าว ให้อยู่ในรูปที่ขยายขึ้น จะได้

$$C^T(N)C(N) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & \sigma_{15} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} & \sigma_{25} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} & \sigma_{34} & \sigma_{35} \\ \sigma_{14} & \sigma_{24} & \sigma_{34} & \sigma_{44} & 0 \\ \sigma_{15} & \sigma_{25} & \sigma_{35} & 0 & \sigma_{55} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

โดยที่

$$\sigma_{11} = \sum_{i=2}^N z^2(i-1), \quad \sigma_{12} = \sum_{i=2}^N z(i-1)u(i-1), \quad \sigma_{13} = \sum_{i=2}^N z(i-1)u(i-2)$$

$$\sigma_{14} = \sum_{i=2}^N z(i-1)\eta(i), \quad \sigma_{15} = \sum_{i=2}^N z(i-1)[1 - \eta(i)], \quad \sigma_{22} = \sum_{i=2}^N u^2(i-1)$$

$$\sigma_{23} = \sum_{i=2}^N u(i-1)u(i-2), \quad \sigma_{24} = \sum_{i=2}^N u(i-1)\eta(i), \quad \sigma_{25} = \sum_{i=2}^N u(i-1)[1 - \eta(i)]$$

$$\sigma_{33} = \sum_{i=2}^N u^2(i-2), \quad \sigma_{34} = \sum_{i=2}^N u(i-2)\eta(i), \quad \sigma_{35} = \sum_{i=2}^N u(i-2)[1 - \eta(i)]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sigma_{44} = \sum_{i=2}^N \eta(i) \text{ และ } \sigma_{55} = \sum_{i=2}^N [1 - \eta(i)]$$

เนื่องจากผลคูณของเมทริกซ์ $C^T(N)C(N)$ เป็นเมทริกซ์สมมาตร จะได้ว่า $(C^T(N)C(N))^{(-1)}$ เป็นเมทริกซ์สมมาตรเช่นเดียวกัน ส่วนผลคูณของเมทริกซ์ $C^T(N)Y(N)$ จะเป็นเวกเตอร์หลักดังนี้

$$C^T(N)Y(N) = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^N z(i)z(i-1) \\ \sum_{i=2}^N z(i)u(i-1) \\ \sum_{i=2}^N z(i)u(i-2) \\ \sum_{i=2}^N z(i)\eta(i) \\ \sum_{i=2}^N z(i)[1-\eta(i)] \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

โดยที่ $\sum_{i=2}^N z(i)\eta(i) \geq 0$ และ $\sum_{i=2}^N z(i)[1-\eta(i)] \leq 0$

เมื่อใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ δ , α , β , τ_1 และ τ_2 เป็นตัวเลข การคำนวณหาพารามิเตอร์ของระบบแทนหมุน m , d , n , f_{c+} และ f_{c-} จะทำได้โดยใช้ชุดสมการ

$$\begin{aligned} d &= \frac{T(1-\delta)}{\alpha + \beta}, \quad m = -\frac{dT}{\ln(\delta)} \\ n &= \frac{dT(1+\delta) + 2m(\delta-1) - d^2(\alpha - \beta)}{2d(\delta-1)} \\ f_{c+} &= \frac{\tau_1 d}{T(1-\delta)} \quad \text{และ} \quad f_{c-} = \frac{\tau_2 d}{T(1-\delta)} \end{aligned} \quad (2.21)$$

เนื่องจากตัวเลขของตำแหน่งเชิงมุมที่อ่านได้จากระบบเปิดในขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูลอินพุตเอาต์พุตของการหมุน มีหน่วยเป็น count ดังนั้นก่อนการใช้อัลกอริทึมประมาณหาพารามิเตอร์ของระบบแบบคงที่ จะต้องนำตัวเลขดังกล่าวทุกค่าคูณด้วยค่าคงที่ $1.359 \times 10^{(-4)}$

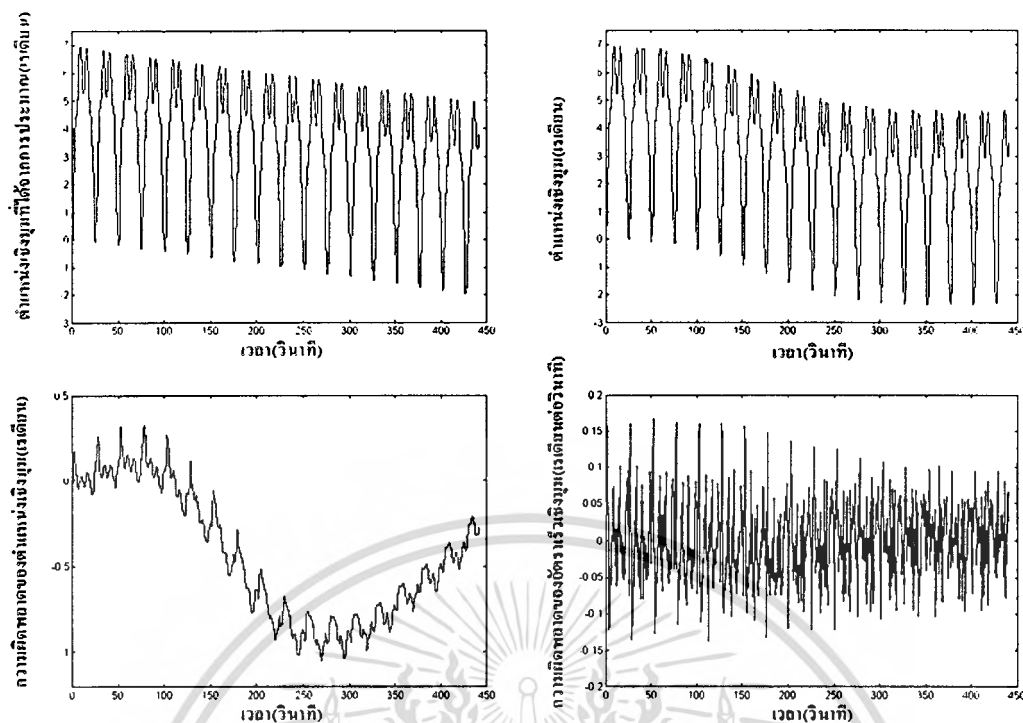
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น เมื่อผู้ยัดใหนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(2π เรเดียน $\div 46,250$ counts) เพื่อเปลี่ยนหน่วย count เป็นหน่วยเรเดียน เมื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบคงที่เสร็จสิ้น จะได้ค่าพารามิเตอร์อยู่ในรูปตัวเลข จากนั้นนำตัวเลขที่ได้จากการคำนวณทำการจำลองเลียนแบบการหมุนของระบบแท่นหมุนซึ่งเป็นกรณีเดียวกับขั้นตอนการเก็บรวบรวมข้อมูลอินพุตเอาต์พุตของการหมุน เพื่อหาความผิดพลาดระหว่างตำแหน่งเชิงมุมของระบบเปิดที่ได้จากการจำลองเลียนแบบและตำแหน่งเชิงมุมของระบบเปิด ซึ่งแสดงความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนที่ใช้งานและค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ด้วยระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยที่สัญญาณอินพุตไซน์ซอซด์ซึ่งป้อนเข้าที่หัวอินพุตของวงจรขับเคลื่อน และป้อนให้กับแบบจำลองของระบบเปิดในขณะทำการจำลองเลียนแบบเป็นสัญญาณเดียวกันคือ $u(t) = 2\sin(0.25t) + 2\sin(0.5t) + 2\sin(t)$ สาเหตุที่เลือกใช้สัญญาณอินพุตที่มีขนาดมากขึ้น คือการให้วงล้อเหล็กหมุนในทิศตามเข็มนาฬิกาได้ครบหนึ่งรอบเช่นเดียวกับการหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวางจริง และหมุนย้อนกลับในทิศทวนเข็มนาฬิกาได้ครบหนึ่งรอบเช่นเดียวกับการหมุนหลังการถ่ายภาพตัดขวางเสร็จสิ้น เพื่อกำหนดให้ตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์อยู่ในตำแหน่งเริ่มต้นก่อนการถ่ายภาพตัดขวาง(ตำแหน่งเริ่มต้น) การหมุนไปและหมุนย้อนกลับของวงล้อเหล็ก(ระบบแท่นหมุน)จะสัมพันธ์กับสัญญาณอินพุตไซน์ซอซด์ ทำให้หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์มีตำแหน่งเชิงมุมครบทุกตำแหน่งของการหมุนจริงอย่างต่อเนื่อง นั่นคือการรับน้ำหนักของลูกปืนจะสัมพันธ์กับตำแหน่งเชิงมุมของหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ หรืออีกนัยหนึ่งคือแรงกดลูกปืนจะมีค่าเปลี่ยนแปลงตามการหมุน ของวงล้อเหล็กในขณะที่มอเตอร์มีแรงขับเคลื่อนตามการเปลี่ยนแปลงสัญญาณอินพุตไซน์ซอซด์ เป็นผลให้คุณลักษณะการหมุนของระบบแท่นหมุนถูกกระตุ้นได้ครบทุกส่วน ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไปครบหนึ่งคาบของสัญญาณอินพุตไซน์ซอซด์ ชุดข้อมูลของตำแหน่งเชิงมุมที่อ่านได้ในช่วงระยะเวลาหนึ่ง จะมีค่าตัวเลขขึ้นอยู่กับคุณลักษณะทุกส่วนของระบบเปิด ทำให้ค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่ได้จากการประมาณมีความถูกต้องใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ของระบบจริงมากที่สุด

เมื่อพิจารณาจำนวนข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวม เพื่อนำมาประมาณหาค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ จะได้ว่าค่าลำดับของตำแหน่งเชิงมุมที่อ่านได้จากการหมุนของวงล้อเหล็ก(ระบบเปิด)และสัญญาณอินพุตไซน์ซอซด์ในคาบการสุมเดียวกัน จะต้องมีย่านวนมากเพียงพอที่ทำให้ผลคูณของเมตริกซ์ $(C^T(N)C(N))^{(-1)}$ มีอยู่จริง ในกรณีนี้จำนวนค่าลำดับข้างต้นที่ใช้ในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของระบบ จะเท่ากับ 8,172 ชุด($N = 8171$) นั่นคือการหมุนวงล้อเหล็ก(ระบบแท่นหมุน)เพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล จะใช้เวลานานประมาณ 7 นาที 21 วินาที($8,172$ ชุด $\times 0.054$ วินาที) เนื่องจากการเก็บรวบรวมข้อมูลข้างต้น มีมากเท่ากับ 8,172 ชุด เป็นผลให้ค่าพารามิเตอร์ของระบบเปิดที่ได้จากการประมาณแบบคงที่ที่มีความถูกต้องใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์จริงของระบบแท่นหมุนมากขึ้น ผลลัพธ์ของการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ระบบคือ $m = 1.8508$, $d = 2.6288$, $n = 0.5418$, $f_{c+} = -0.3674$ และ $f_{c-} = 0.3408$ ต่อมาทำการจำลองเลียนแบบการหมุนวง

ล้อหลักเช่นเดียวกับการทดลองหมุนจริงเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลอินพุตเอาต์พุต ซึ่งจุดประสงค์ของการจำลองเขียนแบบคือการเปรียบเทียบตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการประมาณหรือการคำนวณ และตำแหน่งเชิงมุมของระบบแท่นหมุนในรูปของความผิดพลาดที่แสดงได้ในรูปที่ 2.7 เพื่อระบุถึงความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้งานและค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณ การแสดงข้อมูลในรูปที่ 2.7 จะระบุถึงตำแหน่งเชิงมุมของระบบเปิดที่ได้จากการจำลองเขียนแบบ ตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการทดลอง ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่เกิดจากการเปรียบเทียบ และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม ตามลำดับ

นอกเหนือจากพารามิเตอร์ของระบบเปิดที่ใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุดประมาณหาค่าให้อยู่ในรูปตัวเลข ค่าพารามิเตอร์เพิ่มเติมชุดสุดท้ายของระบบที่หาได้โดยตรงคือแรงเสียดทานสถิตย์ซึ่งประกอบไปด้วยแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดจากความพยายามในการขับเคลื่อนในหัวล้อหลักหมุนในทิศตามเข็มนาฬิกา(f_{s+})และแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดจากความพยายามในการขับเคลื่อนในหัวล้อหลักหมุนในทิศทวนเข็มนาฬิกา(f_{s-}) การหาแรงเสียดทานสถิตย์จะทำได้โดยการเพิ่มหรือลดแรงดันของสัญญาณอินพุตที่ป้อนให้กับขั้วไฟฟ้าของวงจรขับเคลื่อนจากศักดาศูนย์โวลต์ จนกว่าล้อหลักเริ่มหมุนจึงหยุดการเพิ่มค่าหรือลดค่าแรงดันดังกล่าว และคงค่าแรงดันที่ได้จากการปรับเปลี่ยนครั้งนี้ นั่นคือค่าแรงดันคงที่ซึ่งได้จากการปรับเพิ่มขึ้นหรือลดค่าลงข้างต้นคือแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด f_{s+} และ f_{s-} ของระบบแท่นหมุนตามลำดับ เมื่อพิจารณาวิธีการหาแรงเสียดทานสถิตย์ในทางปฏิบัติ จะมีสองวิธีการ กล่าวคือการใช้แหล่งจ่ายไฟกระแสตรงป้อนแรงดันเข้าที่ขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อน และการใช้แรงดันอนาล็อกเอาต์พุตของแผงวงจร DAC [31] ที่ถูกเสียบติดในสล็อต(Slot)ของเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล ป้อนศักดาเข้าที่ขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อนเช่นเดียวกัน การเพิ่มระดับของแรงดันหรือลดระดับของแรงดันหรือศักดาดังกล่าวในแต่ละครั้งของวิธีหลังโดยการเขียนโปรแกรม จะปรับเปลี่ยนได้ละเอียดมากกว่าวิธีแรก เพราะแรงดันอนาล็อกเอาต์พุตที่ใช้งานมีค่าอยู่ในช่วง ± 10 โวลต์ และความละเอียดของตัวเลขดิจิตอลในแผงวงจร DAC มีจำนวนเท่ากับ 12 บิตหรือเท่ากับ 4,096 ตัวเลขฐานสอง นั่นคือความละเอียดมากที่สุดของการปรับเปลี่ยนศักดาข้างต้นในแต่ละครั้งเท่ากับ 4.8828 มิลลิโวลต์ ซึ่งเป็นตัวเลขที่มีความละเอียดมากกว่าการใช้มือปรับโวลุ่มการเปลี่ยนขนาดของแรงดัน เพื่อกำหนดค่าให้แหล่งจ่ายไฟกระแสตรงสร้างแรงดันที่ต้องการ หรืออีกนัยหนึ่งคือการใช้มือปรับเปลี่ยนระดับของแรงดันในแต่ละครั้ง จะให้ความละเอียดน้อยกว่า ดังนั้นการหาแรงเสียดทานสถิตย์ในกรณีนี้จะใช้วิธีการเขียนโปรแกรม ซึ่งวิธีนี้จะให้ผลลัพธ์ของขนาดแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุดเป็นตัวเลขดังนี้ $f_{s+} = -0.0781$ และ $f_{s-} = 0.0635$

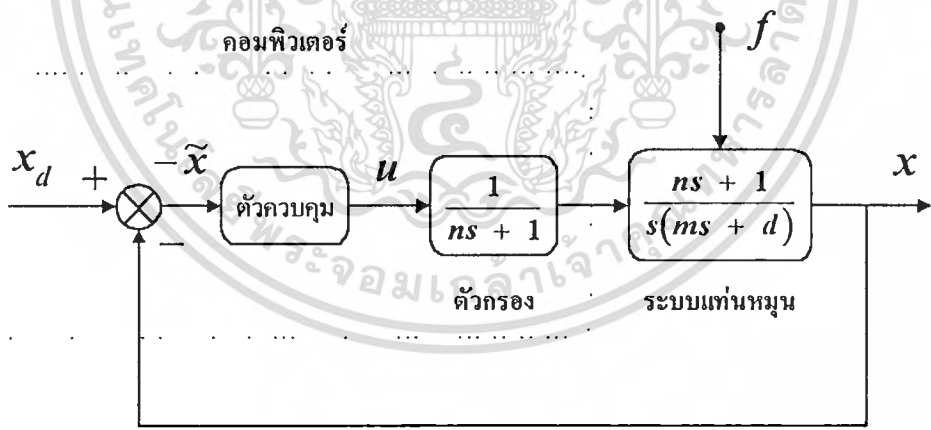
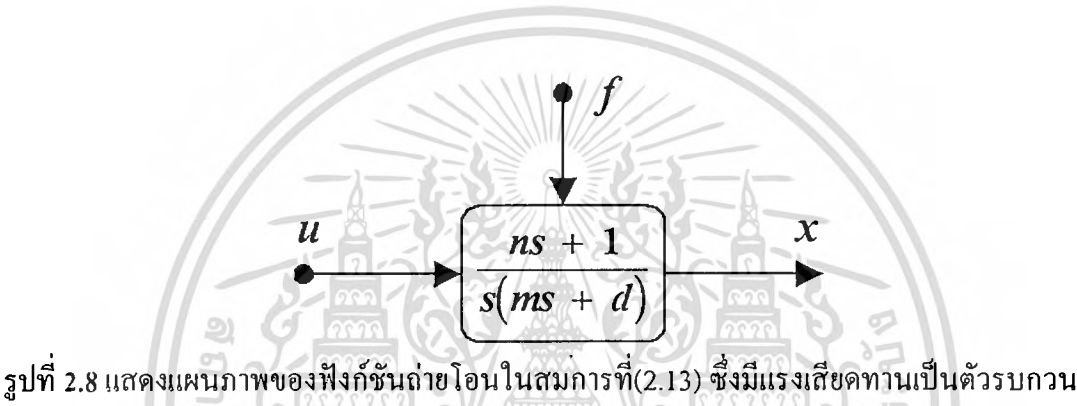


รูปที่ 2.7 แสดงผลลัพธ์ของการเก็บข้อมูลเอาต์พุตของระบบเปิดและการประมาณแบบคงที่

เนื่องจากเทอม mn ในสมการของแบบจำลองระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง (สมการที่(2.13)) เป็นเทอมที่ทำให้ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมมีความยากและมีความซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องลด(cancel)คุณลักษณะที่เกิดจากเทอมดังกล่าวลง วิธีหนึ่งของการลดคุณลักษณะข้างต้น ทำได้โดยการพิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของสมการที่(2.13)ซึ่งมีแรงเสียดทานรวม(แรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานจลน์)ทำหน้าที่เป็นตัวรบกวน(disturbance) ระบบดังแสดงในรูปที่ 2.8 จากการอ้างอิงถึงแผนภาพของระบบแทนหมุน ฟังก์ชันถ่ายโอนจะมีซีโร $s = -(1/n)$ ซึ่งเกิดจากเทอม mn และเป็นสาเหตุของความยุ่งยากในการออกแบบตัวควบคุมเช่นเดียวกัน นั่นคือการหักล้างซีโรของระบบคือการลดผลของคุณลักษณะที่กล่าวถึง ในทางทฤษฎี การเลือกใช้ตัวกรองอันดับหนึ่งที่มีโพล $s = -(1/n)$ (ค่าเวลาคงตัวเท่ากับ n) ซึ่งทำหน้าที่กรองสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมก่อนป้อนให้ขั้วไฟฟ้าอินพุตแรงดันต่ำของวงจรขับเคลื่อน(อินพุตของระบบ)[32] จะสามารถหักล้างผลของซีโรระบบได้ดังแสดงในรูปที่ 2.9 การเลือกใช้งานตัวกรองในทางปฏิบัติจะแบ่งออกเป็นการใช้วงจรกรองอิเล็กทรอนิกส์ RC (ตัวกรองแบบอนาล็อก) ต่ออนุกรมกับขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อนหรือการใช้ตัวกรองแบบดิจิทัลที่อยู่ในรูปของการเขียนโปรแกรม ซึ่งในกรณีนี้จะเลือกใช้งานตัวกรองแบบดิจิทัลแทนที่ตัวกรองแบบอนาล็อก เพราะค่าเวลาคงตัวของตัวกรองคือตัวเลขที่ได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ซึ่งส่วนใหญ่เป็นตัวเลขจุดทศนิยม และตัวเลขจุดทศนิยมที่ได้นี้อาจจะไม่เป็นตัวเลขซึ่งลงตัวเท่ากับผลคูณของค่าความต้านทาน(R)และค่าความจุไฟฟ้า(C)ที่ผู้ผลิตผลิตค่าไม่ต่อเนื่อง หรือถ้าเป็นตัวเลขที่ลงตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลคูณที่กล่าวถึงอาจจะมีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อเวลาผ่านไป ซึ่งเกิดจากเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์(tolerance)และปัจจัยสิ่งแวดล้อม เช่น อุณหภูมิ เป็นต้น รวมถึงการใช้ตัวต้านทางแบบปรับค่าได้ (potentiometer)และตัวเก็บประจุแบบปรับค่าได้(trimmer) จะมีปัญหาของเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดและปัจจัยสิ่งแวดล้อมเช่นเดียวกัน แต่ปัญหาที่กล่าวถึงจะไม่เกิดขึ้นในการใช้งานตัวกรองแบบดิจิตอล ซึ่งมีค่าเวลาคงตัวที่เป็นตัวเลขเศษส่วนหรือตัวเลขจุดทศนิยมซึ่งถูกโปรแกรมได้โดยง่ายและไม่มีค่าเปลี่ยนแปลงเมื่อเวลาผ่านไป เป็นผลให้ตัวกรองแบบดิจิตอลสามารถหักล้างผลของซีรโรว์ระบบได้มากที่สุด เพราะตัวเลขที่ได้จากการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่มีความใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์จริงของระบบ ทำให้แบบจำลองของระบบแทนหมุนที่เป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุม จะถูกลดรูปสมการลงเหลือ



รูปที่ 2.9 แสดงการใช้งานตัวกรองอันดับหนึ่ง เพื่อหักล้างซีรโรว์ของระบบ

$$m\ddot{x} + d\dot{x} = u + f \tag{2.22}$$

เมื่อพิจารณาแบบจำลองของแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์ที่ใช้ใช้งาน ซึ่งมีความไม่ต่อเนื่องของแรงบิดด้านการเคลื่อนที่ในขณะที่วงล้อเหล็กหมุนกลับทิศทาง(อัตราเร็วเชิงมุมเปลี่ยนเครื่องหมายจากบวกเป็นลบหรือกลับกัน) แบบจำลองดังกล่าวจะเป็นสาเหตุให้เกิดอัตราการใช้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เปลี่ยนแปลงของแรงบิดข้างต้นที่มีค่ามากมายไม่จำกัดจำนวน(infinite)ซึ่งเป็นผลจากการหมุนกลับทิศทางตามที่กล่าวถึงในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิด(ระบบแทนหมุน) เพราะอัลกอริธึมของการอินทิเกรตเชิงเลขที่ใช้หาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ จะให้ผลตอบสนองหรือคำตอบที่ไม่ต่อเนื่องกล่าวคือระยะห่างของคำตอบแต่ละตัวเลขบนแกนเวลามีค่าเท่ากับ step-size ของอัลกอริธึม นั่นคือผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้ในกรณีของการหมุนกลับทิศทาง มีโอกาสที่ไม่มีตัวเลขเท่ากับศูนย์เป็นคำตอบ แต่มีตัวเลขที่มีค่าใกล้เคียงศูนย์ซึ่งระบุเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายลบเกิดขึ้นแทนที่ เป็นผลให้แรงเสียดทานคูลอมบ์มีค่าเปลี่ยนแปลงจากเครื่องหมายบวกเป็นลบหรือกลับกันทันทีทันใด ทำให้การหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ไม่มีเสถียรภาพ(unstable)หรืออีกนัยหนึ่งคือคำตอบที่ได้มีคุณสมบัติลู่ออกซึ่งเทียบกับแกนเวลา วิธีหนึ่งของการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น จะทำได้โดยการเลือกใช้แบบจำลองของแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์ที่คาร์ร่อนอฟนำเสนอในการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิด[12] แบบจำลองที่กล่าวถึงจะระบุการเกิดแรงเสียดทานสถิตย์ดังนี้

$$f = f_c \xi(\sigma) + f_s [1 - \xi(\sigma)] \quad (2.23)$$

โดยที่ตัวระบุเลือกของการเกิดแรงเสียดทาน จะมีเงื่อนไขของการกำหนดค่าดังนี้

$$\xi(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{if } |\dot{x}| > \sigma \\ 0 & \text{if } |\dot{x}| \leq \sigma \end{cases} \quad \text{where } \sigma > 0 \quad (2.24)$$

ในส่วนของการเกิดแรงเสียดทานสถิตย์ จะมีเงื่อนไขดังนี้

$$f_s = \begin{cases} F_{s+} & \text{if } u > -F_{s+} \quad \text{where } F_{s+} < 0 \\ -u & \text{if } -F_{s-} \leq u \leq -F_{s+} \\ F_{s-} & \text{if } u < -F_{s-} \quad \text{where } F_{s-} > 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

โดยที่ F_{s+} และ F_{s-} คือแรงเสียดทานสถิตย์ที่มีขนาดมากที่สุดซึ่งเกิดขึ้นจริงในระบบแทนหมุนของการหมุนวงล้อเหล็กในทิศทางบวกและทิศทางลบตามลำดับ จากการอ้างอิงถึงสมการที่(2.23), (2.24) และ (2.25) จะอธิบายได้ว่า เมื่อวงล้อเหล็กมีอัตราเร็วเชิงมุมอยู่ในช่วง $|\dot{x}| \leq \sigma$ แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในช่วงเวลานี้คือแรงเสียดทานสถิตย์ซึ่งมีค่าเท่ากับแรงพยายามขับเคลื่อนโหลด(ศักดาอินพุตควบคุม) หรือแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด เป็นผลให้วงล้อเหล็กถูกกำหนดให้ไม่เกิดการหมุนด้วยระยะทางเชิงมุมที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง แต่ถ้าวงล้อเหล็กมีอัตราเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นจน

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

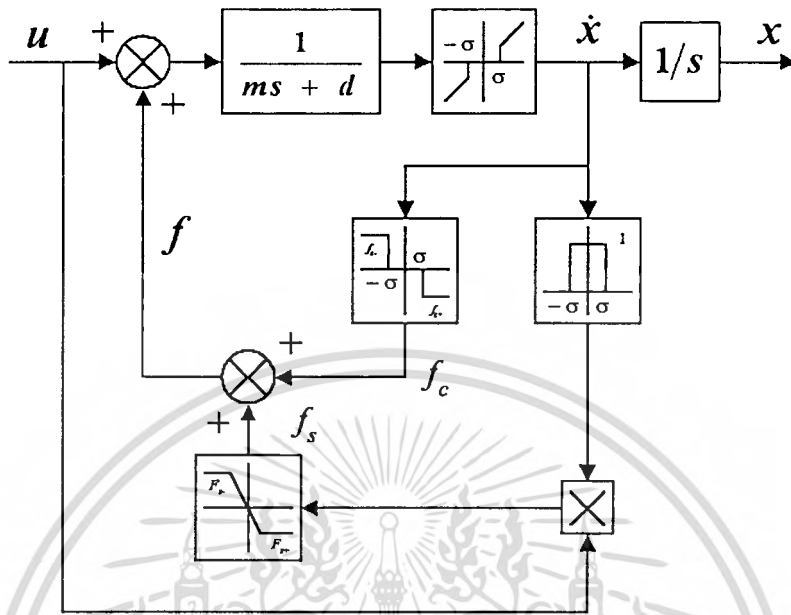
อยู่นอกช่วง $|\dot{x}| \leq \sigma$ แรงเสียดทานคูลอมบ์จะเกิดขึ้นแทนที่แรงเสียดทานสถิตย์ นั่นคือวงล้อเหล็กจะหมุนด้วยระยะทางเชิงมุมที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ในกรณีที่วงล้อเหล็กเริ่มหมุนจากสภาพหยุดนิ่งหรือหมุนกลับทิศทางหลังจากมีอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากับศูนย์ แรงพยายามขับเคลื่อนโหลดจะมีขนาดมากกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุดและแรงเสียดทานคูลอมบ์ ซึ่งเกิดขึ้นในทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของแรงพยายามและทิศทางของการหมุนตามลำดับ เป็นผลให้วงล้อเหล็กมีอัตราเร็วเชิงมุมอยู่ในช่วง $|\dot{x}| > \sigma$ และมีระยะทางเชิงมุมที่เพิ่มขึ้น ส่วนในกรณีที่วงล้อเหล็กหยุดหมุนหรือเริ่มหมุนกลับทิศทางก่อนมีอัตราเร็วเชิงมุมเท่ากับศูนย์ แรงพยายามขับเคลื่อนโหลดในทิศทางเดียวกับการหมุน จะมีขนาดน้อยกว่าแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด ซึ่งเกิดขึ้นในทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของการหมุนและทิศทางของแรงพยายามตามลำดับ เป็นผลให้วงล้อเหล็กมีอัตราเร็วเชิงมุมอยู่นอกช่วง $|\dot{x}| > \sigma$ และมีระยะทางเชิงมุมคงที่ นอกจากนี้เงื่อนไขของการเกิดแรงเสียดทานคูลอมบ์จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$f_c = f_{c+}U(\dot{x} - \sigma) + f_{c-}U(-\dot{x} - \sigma) \quad (2.26)$$

โดยที่ $U(\cdot)$ คือฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย(unit step function) ในขั้นตอนการจำลองเขียนแบบดังกล่าว ค่าคงที่ σ จะถูกเลือกให้เป็นเลขบวกที่มีขนาดมากเพียงพอ เพื่อป้องกันการถ่วงออกของคำตอบหรือผลตอบสนองที่ได้จากการแก้สมการเชิงอนุพันธ์แบบเชิงเลข และไม่ถูกเลือกให้มีขนาดมากเกินไป จนทำให้ข้อมูลที่สำคัญของผลตอบสนองข้างต้นผิดเพี้ยนจากผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด ซึ่งในกรณีนี้จะกำหนดให้ $\sigma = 0.01$ เมื่อพิจารณาสมการที่(2.25)และสมการที่(2.26) จะได้ว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด(F_{s+} และ F_{s-})อาจจะมีขนาดไม่เท่ากับแรงเสียดทานคูลอมบ์(f_{c+} และ f_{c-})ที่เกิดขึ้นในทิศทางการหมุนทิศเดียวกันแบบจำลองแรงเสียดทานของคาร์นอนอฟที่ถูกนำมาใช้งานในกรณีนี้ จะแสดงได้ในรูปที่ 2.10

ในการหมุนวงล้อเหล็กเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง หลอดรังสีเอกซ์[6]และตัวรับรังสีเอกซ์[8] ซึ่งถูกยึดติดเข้ากับวงล้อเหล็ก จะถูกกำหนดให้หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่โดยใช้เวลานานที่สุดภายในระยะทางเชิงมุมและช่วงระยะเวลาทั้งหมดของการหมุนซึ่งถูกระบุจากผู้ใช้งานก่อนการหมุนดังกล่าว การกำหนดให้วงล้อเหล็กหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่จะเป็นการป้องกันความผิดพลาดของข้อมูลดิบที่นำมาใช้สร้างภาพตัดขวางในขั้นตอนต่อไป[3] ส่วนเงื่อนไขที่กำหนดช่วงระยะเวลาในการหมุนของหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์คือระยะเวลาที่คนไข้ถูกฉายรังสีเอกซ์และระยะเวลานานที่สุดที่หลอดรังสีเอกซ์ผลิตลำรังสีเอกซ์ได้อย่างต่อเนื่องก่อนการปิดหลอดโดยอัตโนมัติ[33] ซึ่งเกิดจากข้อจำกัดการทนอุณหภูมิของตัวหลอดและการระบายความร้อน เนื่องจากรังสีเอกซ์เป็นรังสีที่อันตรายต่อสิ่งมีชีวิต ทำให้การหมุนวงล้อเหล็กเพื่อถ่ายภาพตัดขวางควรใช้ระยะเวลาด้าน

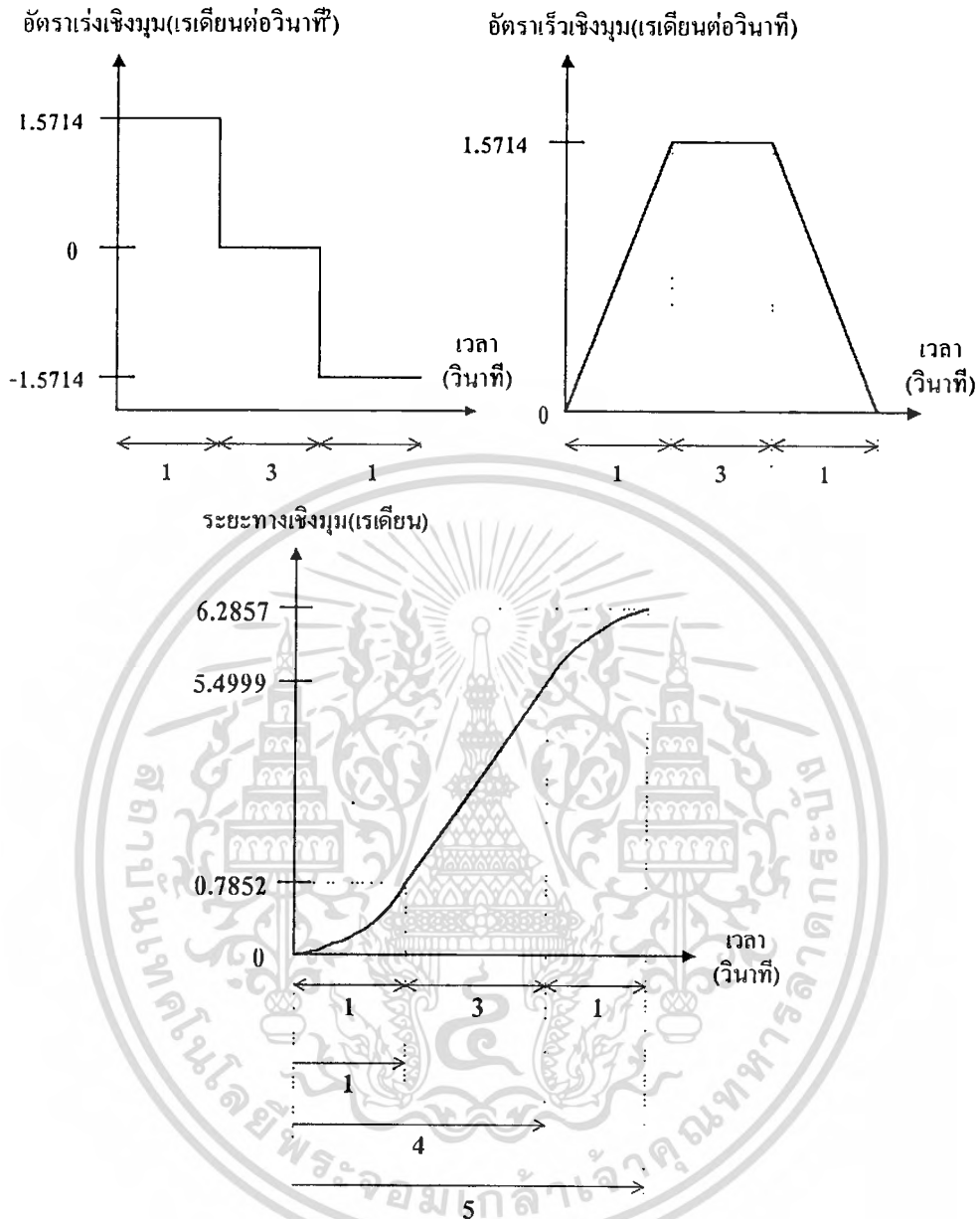
ที่สุดภายในระยะทางเชิงมุมที่ต้องการ รวมถึงเงื่อนไขที่ใช้กำหนดระยะทางเชิงมุมของการหมุน หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์พร้อมกันคือจำนวนชุดข้อมูลดิบที่นำไปใช้สร้างภาพตัดขวาง



รูปที่ 2.10 แสดงแบบจำลองของแรงเสียดทานที่ใช้ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบ

นอกจากนี้เงื่อนไขเพิ่มเติมที่กำหนดอัตราเร่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดของการหมุนวงล้อหลักในขณะถ่ายภาพตัดขวางโดยที่ระยะทางเชิงมุมและช่วงระยะเวลาทั้งหมดถูกระบุเป็นตัวเลข คือระยะเวลาที่ใช้ในการแปลงความเข้มของรังสีเอกซ์ซึ่งเกิดจากการลดทอน เป็นข้อมูลดิบดิจิทัลขนาด 12 บิต ของตัวรับรังสีเอกซ์ในแต่ละครั้ง ขีดจำกัดการสร้างแรงบิดของมอเตอร์ช่วงของแรงดันที่ใช้งานของสัญญาณควบคุมซึ่งป้อนให้กับขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อนในการควบคุมระบบปิด และการกระตุ้นโหมดค้างทอนที่ไม่รวมอยู่ในแบบจำลองของระบบแทนหมุน (unmodeled resonant mode) ซึ่งเกิดจากความยืดหยุ่นของสายพาน เมื่ออ้างอิงถึงเงื่อนไขทั้งหมดข้างต้น รูปแบบการหมุนซึ่งสอดคล้องกับข้อจำกัดที่กล่าวถึงและง่ายที่สุดในการเขียนโปรแกรมเป็นเส้นทางคำสั่งหรือสัญญาณทราเจ็คทอรีกำหนดปริมาณการหมุนของวงล้อหลักเทียบกับเวลา คือความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมและเวลาเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู (standard trapezoidal profile) ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.11 [13] เนื่องจากชุดข้อมูลดิบที่ต้องการประมวลผลสร้างภาพตัดขวาง มีจำนวนเท่ากับ 360 ชุด ซึ่งเกิดจากตัวรับรังสีเก็บข้อมูลในแต่ละหนึ่งองศาของการหมุน เป็นผลให้วงล้อหลักต้องหมุนด้วยระยะทางเชิงมุมเท่ากับ 1 รอบหรือ 2π เรเดียน (360 องศา หรือ 46,250 counts) ส่วนช่วงระยะเวลาทั้งหมดของการหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ครบหนึ่งรอบ จะถูกเลือกให้เท่ากับ 5 วินาที ซึ่งเป็นช่วงระยะเวลาที่ไม่มากกว่าเวลาของการผลิตลำรังสีเอกซ์ได้อย่างต่อเนื่องของหลอดรังสีเอกซ์ [33]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.11 แสดงรูปแบบของสัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้งาน

การคำนวณอัตราเร่งเชิงมุม อัตราเร็วเชิงมุมสูงสุด และอัตราห้วงเชิงมุมของการหมุนวงล้อเหล็ก จะทำได้โดยการแบ่งช่วงระยะเวลาทั้งหมดเป็นสามส่วน[13] คือช่วงระยะเวลาที่โหลดเริ่มหมุนจากสภาพหยุดนิ่งและมีอัตราเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นจนมีขนาดเท่ากับอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุด(โหลดหมุนด้วยอัตราเร่งเชิงมุมคงที่) ช่วงระยะเวลาที่โหลดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดคงที่(อัตราเร่งเชิงมุมเท่ากับศูนย์) และช่วงระยะเวลาที่โหลดเริ่มมีอัตราเร็วเชิงมุมลดลงจนเกิดการหยุดหมุน(โหลดหมุนด้วยอัตราห้วงเชิงมุมคงที่) ในกรณีนี้จะกำหนดให้ช่วงระยะเวลาที่โหลดมีอัตราเร่งเชิงมุมคงที่เท่ากับช่วงระยะเวลาที่โหลดมีอัตราห้วงเชิงมุมคงที่ นั่นคืออัตราเร่งเชิงมุมเท่ากับอัตรา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน่วยเชิงมุม รวมถึงช่วงระยะเวลาที่วงล้อเหล็กมีอัตราเร่งเชิงมุมคงที่และอัตราหน่วยเชิงมุมคงที่จะถูกเลือกให้มีค่าเท่ากับ 1 วินาที เป็นผลให้ช่วงระยะเวลาที่วงล้อเหล็กมีอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดคงที่มีค่าเท่ากับ 3 วินาที

ดังนั้นอัตราเร่งเชิงมุมและอัตราหน่วยเชิงมุมที่ได้จากการคำนวณมีค่าประมาณ 1.5714 rad/sec^2 และอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดที่ได้จากการคำนวณมีค่าประมาณ 1.5714 rad/sec [13] ซึ่งเป็นตัวเลขที่กำหนดให้วงล้อเหล็ก(ตัวรับรังสีเอกซ์)ใช้เวลามากกว่า 10 มิลลิวินาทีในการหมุนอย่างต่อเนื่องทุกระยะทางเชิงมุมหนึ่งองศา และไม่เกินขีดจำกัดการทำงานในช่วงที่เป็นเชิงเส้นของอุปกรณ์ขับเคลื่อนและส่วนส่งกำลังในขณะทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด นั่นคือการขับเคลื่อนหมุนโหลดให้สัมพันธ์กับสัญญาณทราเจ็คทอรีที่ได้จากการเขียนโปรแกรมจะไม่เกิดปัญหาเรื่องการอ้อมตัวของสนามแม่เหล็กที่ใช้สร้างแรงบิดในมอเตอร์กระแสตรง เวลาขาขึ้น(rise time)ของผลตอบสนองระบบปิดที่สั้นมากเมื่อเทียบกับคาบการสุ่มของตัวควบคุม โหมดกำหนดที่ เกิดขึ้นในสายพาน และการเก็บข้อมูลดิบที่ไม่ครบจำนวนของตัวรับรังสีเอกซ์ในการหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวางหนึ่งรอบ

2.5 การปรับค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมโดยใช้สมการรีคัตติ

การปรับเปลี่ยนค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่ได้รับการปรับปรุงโครงสร้างในบทต่อไป จะแบ่งออกเป็นการปรับค่าเกนของส่วนป้อนล่วงหน้า(adaptation gain)และการปรับค่าเกนของส่วนป้อนกลับ เนื่องจากส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ดังกล่าวเป็นตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม และการปรับค่าเกนทั้งสองส่วนของตัวควบคุมข้างต้นเป็นงานที่ทำแยกอิสระออกจากกันได้ ทำให้วิธีหรือขั้นตอนการปรับค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมนำมาใช้ได้กับการปรับค่าเกนของส่วนป้อนกลับในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

เมื่อระบุถึงรายละเอียดการปรับค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม วิธีการปรับค่าเกนดังกล่าวจะทำได้โดยเริ่มต้นจากการพิจารณาแบบจำลองคุณลักษณะเชิงเส้นของระบบแทนหมุนเท่านั้น(สมการที่(2.22)) ซึ่งไม่รวมถึงแบบจำลองของแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดขึ้นในระบบ ต่อมาจัดรูปแบบจำลองเชิงเส้นข้างต้นซึ่งเป็นระบบเปิด ให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะ(state space equation)ที่อธิบายความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมและความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมเป็นตัวแปรสถานะ โดยสมมุติว่าสัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้งานมีความเรียบ(smooth)เพียงพอ จากนั้นกำหนดให้สัญญาณอินพุตของระบบเปิดคือสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม และใช้สมการรีคัตติคำนวณหาค่าเกนพีดีของตัวควบคุม[14]ซึ่งเป็นค่าเกนที่ให้สมรรถนะ(performance)ในการควบคุมที่ดีที่สุดของการถ่วงน้ำหนักระหว่างการลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีของผลตอบสนองและการประหยัพลังงาน ในส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองเชิงเส้นระบบแทนหมุน จะถูกเขียนได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(ms + d)} = \frac{\alpha}{s(s + \beta)} \quad (2.27)$$

โดยที่ $\alpha = 1/m$ และ $\beta = d/m$ ซึ่งค่าพารามิเตอร์ m และ d จะอยู่ในรูปของตัวเลข ต่อมาแปลงลาปลาซผกผันสมการที่(2.27)ให้อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง จะได้

$$\ddot{x}(t) + \beta \dot{x}(t) = \alpha u(t) \quad (2.28)$$

จากนั้นจัดสมการที่(2.28) ให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะที่อธิบายตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของผลตอบสนองเป็นตัวแทนสถานะ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t) \quad (2.29)$$

เมื่อพิจารณาความผิดพลาดของผลตอบสนองซึ่งอยู่ในรูปเวกเตอร์ จะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \ddot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{x}_d(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

ต่อมาแทนค่าสมการที่(2.29)ลงในสมการที่(2.30) จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \ddot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} \dot{x}_d(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

เนื่องจาก $x(t) = \tilde{x}(t) + x_d(t)$ และ $\dot{x}(t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \dot{x}_d(t)$ ผลจากการแทนค่าลงในสมการที่(2.31) และจัดรูปใหม่ จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \ddot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \dot{x}_d(t) + \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการหาค่าเกณฑ์ที่ดีที่สุดของตัวควบคุมที่ดีที่สุดในการควบคุมการหมุนของระบบปิด จะสมมุติว่าสัญญาณทราเจ็คทอรีมีความเรียบเพียงพอที่ทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณดังกล่าวเทียบกับเวลามีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ $\beta \dot{x}_d(t) + \ddot{x}_d(t) = 0$ จากนั้นกำหนดให้สัญญาณควบคุม $u(t)$ เป็น

$$u(t) = -[K_P \quad K_D] \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

ซึ่งค่าเกณฑ์ที่ดีที่สุดของตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุด จะคำนวณหาได้จากสมการ

$$[K_P \quad K_D] = R^{(-1)} \begin{bmatrix} 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = R^{(-1)} [\alpha p_{12} \quad \alpha p_{22}] \quad (2.34)$$

ส่วนตัวแปร p_{11} , p_{12} และ p_{22} จะเป็นคำตอบของสมการรีคัตติ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} R^{(-1)} \begin{bmatrix} 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

โดยที่ตัวแปร q_{11} , q_{12} , q_{22} และ R ถูกกำหนดค่าให้เป็นตัวเลขในก่อนหน้า การพิจารณาผลคูณของเมตริกซ์แต่ละเทอมในสมการที่(2.35) จะทำให้สมการข้างต้นลดรูปลงเหลือ

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ p_{11} - \beta p_{12} & p_{12} - \beta p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & p_{11} - \beta p_{12} \\ 0 & p_{12} - \beta p_{22} \end{bmatrix} - R^{(-1)} \begin{bmatrix} p_{12}^2 \alpha^2 & p_{12} p_{22} \alpha^2 \\ p_{12} p_{22} \alpha^2 & p_{22}^2 \alpha^2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

จากสมการที่(2.36) จะให้สมการที่มีจำนวนเท่ากับ 3 สมการพร้อมกันดังนี้

$$R^{(-1)} \alpha^2 p_{12}^2 = q_{11} \quad (2.37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p_{11} - \beta p_{12} - R^{(-1)} \alpha^2 p_{12} p_{22} = -q_{12} \quad (2.38)$$

$$2p_{12} - 2\beta p_{22} - R^{(-1)} \alpha^2 p_{22}^2 = -q_{22} \quad (2.39)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่(2.37)และสมการที่(2.39)ใหม่ จะได้

$$p_{12} = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{q_{11}}{R^{(-1)}}} = m \sqrt{\frac{q_{11}}{R^{(-1)}}} \quad (2.40)$$

$$R^{(-1)} \alpha^2 p_{22}^2 + 2\beta p_{22} - 2p_{12} - q_{22} = 0 \quad (2.41)$$

เนื่องจากสมการที่(2.41)เป็นสมการพหุนามกำลังสอง ดังนั้น p_{22} จะคำนวณหาได้จากสม

การ

$$p_{22} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 + R^{(-1)} \alpha^2 (2p_{12} + q_{22})}}{R^{(-1)} \alpha^2} \quad (2.42)$$

นอกจากนี้ตัวแปร p_{11} จะถูกคำนวณหาได้จากการจัดรูปสมการที่(2.38) รวมถึงการแทนค่า p_{12} และ p_{22} ลงในสมการดังกล่าว นั่นคือ

$$p_{11} = \beta p_{12} + R^{(-1)} \alpha^2 p_{12} p_{22} - q_{12} \quad (2.43)$$

ต่อมาค่าเกนพีดีของตัวควบคุมจะถูกคำนวณได้จากสมการที่(2.34) กล่าวคือ

$$K_P = R^{(-1)} \alpha p_{12} = \sqrt{R^{(-1)} q_{11}} \quad \text{และ} \quad K_D = R^{(-1)} \alpha p_{22} \quad (2.44)$$

สมการที่ใช้คำนวณค่าเกน K_D ในสมการที่(2.44) จะถูกขยายรูปสมการได้ดังนี้

$$K_D = -\frac{\beta}{\alpha} + \sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha^2} + R^{(-1)} (2p_{12} + q_{22})} \quad (2.45)$$

จากนั้นแทนค่า α และ β ลงในสมการที่(2.45) เป็นผลให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_D = -d + \sqrt{d^2 + R^{(-1)}(2p_{12} + q_{22})} \quad (2.46)$$

ต่อมาแทนค่า p_{12} จากสมการที่(2.40) ลงในสมการที่(2.46) จะได้

$$K_D = -d + \sqrt{d^2 + 2m\sqrt{R^{(-1)}q_{11}} + R^{(-1)}q_{22}} \quad (2.47)$$

นั่นคือค่าแกน K_P และ K_D ของตัวควบคุมแบบพีดี จะมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$K_D + d = \sqrt{d^2 + 2mK_P + R^{(-1)}q_{22}} \quad (2.48)$$

ลำดับต่อไปคือการยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการที่(2.48) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$K_P = \frac{1}{2m} K_D^2 + \frac{d}{m} K_D - \frac{R^{(-1)}q_{22}}{2m} \quad (2.49)$$

หรือ

$$K_P = \frac{\alpha}{2} K_D^2 + \beta K_D - \frac{\alpha}{2} R^{(-1)}q_{22} \quad (2.50)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในกรณีที่ตัวแปร q_{22} และ R เป็นตัวเลขที่มีค่าคงที่ ความสัมพันธ์ระหว่างค่าแกน K_D และ K_P ที่เหมาะสมที่สุดในการควบคุม จะเป็นรูปกราฟพาราโบลา

ดังนั้นวิธีหนึ่งของการปรับเปลี่ยนค่าแกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม(K_P และ K_D) ให้เป็นค่าแกนที่ดีที่สุดและง่ายที่สุด จะทำได้โดยการเลือกค่า R เพียงตัวแปรเดียวโดยที่ตัวแปร q_{11} และ q_{22} เป็นค่าคงที่(สมการที่(2.44)และสมการที่(2.47))

2.6 สรุป

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์หรือระบบเซอร์โวทั่วไปในสมการที่(2.1) จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน และตัวควบคุมดังกล่าวจะทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น(แรงเสียดทาน)ของการเคลื่อนที่ในระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ ส่วนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางในสมการที่(2.22) จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่ได้รับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การปรับปรุงโครงสร้างจากตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน และทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นของการหมุนในระบบปิด รวมถึงค่าพารามิเตอร์ของระบบแทนหมุนที่ได้จากการประมาณแบบคงที่และที่ได้จากการทดลองหาโดยตรง(แรงเสียดทานสถิตย์) จะถูกนำไปใช้เป็นข้อมูลในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิด เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดเช่นเดียวกัน นอกจากนี้การปรับค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมโดยใช้สมการรีคัตติ จะเป็นขั้นตอนหนึ่งของการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด ค่าเกนของตัวควบคุมข้างต้นที่ให้ผลตอบสนองของการหมุนที่มีสมรรถนะดีที่สุด จะเป็นค่าเกนของส่วนป้อนกลับในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ในลำดับต่อไป



บทที่ 3

ทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน

3.1 บทนำ

ก่อนการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้เพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งเป็นตัวควบคุมที่ได้รับการปรับปรุงโครงสร้าง จะอธิบายตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานเพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์หรือระบบเซอร์โวทั่วไป[10] จุดเด่นของตัวควบคุมดังกล่าวคือกฎการควบคุมของตัวควบคุมมีส่วนชดเชยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบ(แรงเสียดทานคูลอมบ์) และใช้ความเร่งที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรี เป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่า แทนความเร่งของผลตอบสนองที่ได้จากการคำนวณอนุพันธ์เชิงเลขระยะทางของโหลดซึ่งได้จากการวัดอีกทอดหนึ่ง[5][15][16] ทำให้ลดผลของสัญญาณรบกวนซึ่งถูกขยายขนาดจากการคำนวณแบบเชิงเลขในการควบคุมการเคลื่อนที่ของระบบปิด รวมถึงอุปกรณ์ตรวจวัดปริมาณความเร่งของผลตอบสนองมีราคาแพง[4] เป็นผลให้งานควบคุมความแม่นยำของตำแหน่งและความเร็วในระบบเซอร์โว มีค่าใช้จ่ายสูง ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมข้างต้น จะเริ่มต้นจากการกำหนดสมการตั้งต้นของการออกแบบ การเลือกกฎการควบคุมที่สอดคล้องสัมพันธ์กับแบบจำลองการเคลื่อนที่ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ การหาสมการระบบปิด การกำหนดฟังก์ชันลียาปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด การหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพพร้อมกับการหากฎการปรับค่า และการใช้บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัดพิสุจน์เสถียรภาพของระบบปิด

3.2 แนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน

เมื่อพิจารณาระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ในขณะที่โหลดเคลื่อนที่[10] จะมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาแรงเสียดทานคูลอมบ์เป็นสมการระบบเปิดดังนี้

$$m\ddot{x} = u + f_{c+}\eta + f_{c-}(1 - \eta) \quad (3.1)$$

ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของระบบปิดหรือการควบคุมการเคลื่อนที่ของโหลดที่ถูกวางบนสายพานของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ ผลตอบสนองทางตำแหน่งของโหลดที่ได้จะเกิดความผิดพลาดเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณทราเจ็คทอรี ซึ่งความผิดพลาดดังกล่าว จะถูกเขียนเป็นสมการ

ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tilde{x} = x - x_d \quad (3.2)$$

โดยที่ x_d คือตำแหน่งของโหลดที่ต้องการ(desired position)ในสัญญาณทราเจ็คทอรี และ $\tilde{x}$ คือความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งของโหลด นอกจากนี้สมการที่(3.2)เป็นสมการตั้งต้นในการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานของระบบเซอร์โวทั่วไป ต่อมาหาอนุพันธ์ของสมการที่(3.2)เทียบกับเวลาซ้ำกันสองครั้ง และนำค่าคงที่ m คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$m\ddot{\tilde{x}} = m\ddot{x} - m\ddot{x}_d \quad (3.3)$$

แทนค่าเทอม $m\ddot{x}$ จากสมการที่(3.1) ลงในสมการที่(3.3) จะได้

$$m\ddot{\tilde{x}} = u + f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta) - m\ddot{x}_d \quad (3.4)$$

เลือกกฎการควบคุมที่มีพารามิเตอร์ทุกตัวถูกประมาณค่าแบบแปรตามเวลา และสอดคล้องสัมพันธ์กับเทอมทุกเทอมทางด้านขวามือของสมการที่(3.4)ได้ดังนี้

$$u = \hat{m}\ddot{x}_d - \hat{f}_{c+}\eta - \hat{f}_{c-}(1-\eta) - K_D E \quad (3.5)$$

โดยที่ $\hat{m}(t)$, $\hat{f}_{c+}(t)$ และ $\hat{f}_{c-}(t)$ คือพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบแปรตามเวลา เทอม $\hat{m}\ddot{x}_d$ ทำหน้าที่ชดเชยโมเมนต์ความเฉื่อยของโหลดในระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ เทอม $\hat{f}_{c+}\eta$ และเทอม $\hat{f}_{c-}(1-\eta)$ ทำหน้าที่ชดเชยแรงเสียดทานคู่ตอมบ์ซึ่งมีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นที่เกิดขึ้นจริงในระบบ รวมถึงเทอม $K_D E$ คือตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งทำหน้าที่ชดเชยพลวัตที่เป็นเชิงเส้นของระบบ สามเทอมแรกทางด้านขวามือในสมการที่(3.5)เป็นส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุม ส่วนเทอมสุดท้ายคือส่วนป้อนกลับของตัวควบคุม นอกจากนี้

$$E = \tilde{x} + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (3.6)$$

นั่นคือค่าคงที่ K_D คือค่าเกนของตัวควบคุมแบบดี(D) และค่าคงที่ $K_D \lambda$ คือค่าเกนของตัวควบคุมแบบพี(P) ซึ่งค่าเกน K_D และ λ มีค่าเป็นตัวเลขบวก(ค่าเกนของส่วนป้อนกลับ) จากนั้นแทนค่ากฎการควบคุมของสมการที่(3.5)ลงในสมการที่(3.4) จะได้สมการระบบปิดดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m\ddot{x} = \tilde{m}\ddot{x}_d - \tilde{f}_{c+}\eta - \tilde{f}_{c-}(1-\eta) - K_DE \quad (3.7)$$

โดยที่ $\tilde{m}(t) = \hat{m}(t) - m$, $\tilde{f}_{c+}(t) = \hat{f}_{c+}(t) - f_{c+}$ และ $\tilde{f}_{c-}(t) = \hat{f}_{c-}(t) - f_{c-}$ ซึ่งเป็นความผิดพลาดของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ต่อมานำเทอม $m\lambda\dot{x}$ บวกทั้งสองข้างของสมการที่(3.7) และใช้สมการที่(3.6)จัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$m\dot{E} = \tilde{m}\ddot{x}_d - \tilde{f}_{c+}\eta - \tilde{f}_{c-}(1-\eta) - K_DE + m\lambda\dot{x} \quad (3.8)$$

ในการหาพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลิยาปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดจะเริ่มต้นจากการนำตัวแปร E คูณทั้งสองข้างของสมการที่(3.8) จะได้สมการของกำลังเสมือนดังนี้

$$m\dot{E}E = \tilde{m}\ddot{x}_dE - \tilde{f}_{c+}E\eta - \tilde{f}_{c-}E(1-\eta) - K_DE^2 + m\lambda\dot{x}E \quad (3.9)$$

เมื่อพิจารณาเทอม K_DE^2 และเทอม $m\lambda\dot{x}E$ ที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการที่(3.9) จะเขียนให้อยู่ในรูปที่ขยายขึ้นโดยใช้สมการที่(3.6)ได้ดังนี้

$$K_DE^2 = K_D\dot{x}^2 + 2K_D\lambda\dot{x}\ddot{x} + K_D\lambda^2\ddot{x}^2 \quad (3.10)$$

$$m\lambda\dot{x}E = m\lambda\dot{x}^2 + m\lambda^2\ddot{x}\ddot{x}$$

จากนั้นแทนค่าเทอม K_DE^2 และเทอม $m\lambda\dot{x}E$ ลงในสมการที่(3.9) พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$m\dot{E}E + \lambda(2K_D - m\lambda)\dot{x}\ddot{x} = -K_D\lambda^2\ddot{x}^2 - (K_D - m\lambda)\dot{x}^2 + \tilde{m}\ddot{x}_dE - \tilde{f}_{c+}E\eta - \tilde{f}_{c-}E(1-\eta) \quad (3.11)$$

ต่อมานำเทอม $\frac{1}{\gamma_1}\dot{m}\tilde{m}$, $\frac{1}{\gamma_2}\dot{\tilde{f}}_{c+}\tilde{f}_{c+}$ และ $\frac{1}{\gamma_2}\dot{\tilde{f}}_{c-}\tilde{f}_{c-}$ บวกทั้งสองข้างของสมการที่(3.11) โดยที่ค่าคงที่ γ_1 และ γ_2 มีค่าเป็นบวกเสมอ พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[mE^2 + \lambda(2K_D - m\lambda)\tilde{x}^2 + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{m}^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{f}_{c+}^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{f}_{c-}^2 \right] \\
& = -K_D \lambda^2 \tilde{x}^2 - (K_D - m\lambda) \dot{\tilde{x}}^2 + \tilde{m} \left(\frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{m}} + \ddot{x}_d E \right) \\
& \quad + \tilde{f}_{c+} \left(\frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{f}}_{c+} - E\eta \right) + \tilde{f}_{c-} \left[\frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{f}}_{c-} - E(1-\eta) \right]
\end{aligned} \tag{3.12}$$

นั่นคือพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันเลียยาปูโนฟ จะถูกเลือกให้อยู่ในรูป

$$V = \frac{1}{2} mE^2 + \frac{\lambda}{2} (2K_D - m\lambda) \tilde{x}^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{m}^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{f}_{c+}^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{f}_{c-}^2 \geq 0 \tag{3.13}$$

รวมถึงกำลังเสมือนหรืออนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันเลียยาปูโนฟ จะถูกเลือกให้อยู่ในรูป

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & -K_D \lambda^2 \tilde{x}^2 - (K_D - m\lambda) \dot{\tilde{x}}^2 + \tilde{m} \left(\frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{m}} + \ddot{x}_d E \right) \\
& + \tilde{f}_{c+} \left(\frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{f}}_{c+} - E\eta \right) + \tilde{f}_{c-} \left[\frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{f}}_{c-} - E(1-\eta) \right]
\end{aligned} \tag{3.14}$$

เงื่อนไขสำคัญที่ทำให้ระบบปิดเกิดเสถียรภาพ คือการกำหนดให้เทอม

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\gamma_1} \dot{\tilde{m}} + \ddot{x}_d E = 0 \\
& \frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{f}}_{c+} - E\eta = 0 \\
& \frac{1}{\gamma_2} \dot{\tilde{f}}_{c-} - E(1-\eta) = 0
\end{aligned} \tag{3.15}$$

เป็นผลให้กำลังเสมือนในสมการที่(3.14) จะลดรูปลงเหลือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\dot{V} = -K_D \lambda^2 \tilde{x}^2 - (K_D - m\lambda) \tilde{x}^2 \leq 0 \quad (3.16)$$

เมื่อระบบถึงเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้เกิดเสถียรภาพ และจัดรูปสมการที่(3.15)ใหม่ จะได้กฎการปรับค่าดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= \dot{\hat{m}} = -\gamma_1 \ddot{x}_d E \\ \dot{\hat{f}}_{c+} &= \dot{\hat{f}}_{c+} = \gamma_2 E \eta \\ \dot{\hat{f}}_{c-} &= \dot{\hat{f}}_{c-} = \gamma_2 E (1 - \eta) \end{aligned} \quad (3.17)$$

โดยที่ $\dot{m} = 0$, $\dot{f}_{c+} = 0$ และ $\dot{f}_{c-} = 0$ จากนั้นเขียนกฎการปรับค่าของสมการที่(3.17)ให้อยู่ในรูปการอินทิเกรต จะได้

$$\begin{aligned} \hat{m}(t) &= \hat{m}(0) - \gamma_1 \int_0^t \ddot{x}_d(\tau) E(\tau) d\tau \\ \hat{f}_{c+}(t) &= \hat{f}_{c+}(0) + \gamma_2 \int_0^t E(\tau) \eta(\tau) d\tau \\ \hat{f}_{c-}(t) &= \hat{f}_{c-}(0) + \gamma_2 \int_0^t E(\tau) [1 - \eta(\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (3.18)$$

โดยที่ $\hat{m}(0)$, $\hat{f}_{c+}(0)$ และ $\hat{f}_{c-}(0)$ คือค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลา ซึ่งผู้ใช้งานจะกำหนดค่าตัวเลขก่อนการควบคุม ส่วนค่าคงที่ γ_1 และ γ_2 คือค่าเกนของส่วนป้อนล่วงหน้าตัวควบคุม นอกจากนี้เงื่อนไขเพิ่มเติมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพของระบบปิดคือ $K_D > m\lambda$ ต่อมาเขียนสมการระบบปิดที่รวมกฎการควบคุมและกฎการปรับค่าในสมการเดียวกัน ซึ่งเกิดจากการหาอนุพันธ์ของสมการที่(3.7)เทียบกับเวลา และแทนกฎการปรับค่าของสมการที่(3.17)ลงในสมการที่ได้พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$m\ddot{x} + K_D \ddot{x} + (K_D \lambda + \gamma_1 \ddot{x}_d^2 + \gamma_2) \dot{x} + (\gamma_1 \ddot{x}_d^2 + \gamma_2) \lambda \tilde{x} = \ddot{m} \ddot{x}_d \quad (3.19)$$

ในส่วนของการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลา จะเขียนได้ดังนี้

$$\ddot{V} = -2K_D \lambda^2 \tilde{x} \dot{\tilde{x}} - 2(K_D - m\lambda) \tilde{x} \dot{\tilde{x}} \quad (3.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนต่อไปคือการตรวจสอบหรือพิสูจน์เสถียรภาพของระบบปิด ซึ่งเป็นขั้นตอนที่แสดงให้เห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) กำลังเสมือนในสมการที่(3.16)มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V} \rightarrow 0$) เป็นผลให้ความผิดพลาดทางตำแหน่งและความผิดพลาดของความเร็วของโหลด มีค่าลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน ($\tilde{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$) กล่าวคือ

$$\dot{V} \rightarrow 0 \Rightarrow \tilde{x} \rightarrow 0 \text{ และ } \dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$$

เมื่อระบุถึงความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติฟังก์ชันในภาคผนวก ก และบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาสาลัด จะได้ว่าเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้กำลังเสมือน ($\dot{V}(t)$) มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ คือพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลิยาปูนอฟ ($V(t)$) มีขอบเขตล่าง(lower bounded) รวมถึงกำลังเสมือนดังกล่าวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา ($\dot{V} \leq 0$) และมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอก रूप(uniform continuity) ตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุม ($t \in [0, \infty)$) ซึ่งคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบนี้ จะเกิดจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลา ($\dot{V}(t)$) ในสมการที่(3.20) มีขนาดจำกัดตลอดช่วงระยะเวลาข้างต้น

$$V \text{ มีขอบเขตล่าง, } \dot{V} \leq 0 \text{ และ } \ddot{V} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{V} \rightarrow 0$$

แต่อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลา มีความสัมพันธ์กับตัวแปร $\tilde{x}$, $\dot{\tilde{x}}$ และ $\ddot{\tilde{x}}$ ถ้าตัวแปร $\tilde{x}$, $\dot{\tilde{x}}$ และ $\ddot{\tilde{x}}$ ดังกล่าว มีขนาดจำกัด จะได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนข้างต้น มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$\tilde{x}, \dot{\tilde{x}} \text{ และ } \ddot{\tilde{x}} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \ddot{V} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

การแสดงให้เห็นว่าตัวแปร $\tilde{x}$, $\dot{\tilde{x}}$ และ $\ddot{\tilde{x}}$ มีขนาดจำกัด จะเริ่มต้นจากการพิจารณาพลังงานเสมือนในสมการที่(3.13)และกำลังเสมือนในสมการที่(3.16) เนื่องจากพลังงานเสมือนมีเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ประกอบไปด้วยกำลังสองของตัวแปร E (E^2) กำลังสองของความผิดพลาดผลตอบสนองทางตำแหน่งของโหลด ($\tilde{x}^2$) และกำลังสองของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลา ($\tilde{m}^2$, $\tilde{f}_{c+}^2$ และ $\tilde{f}_{c-}^2$) จะทำให้พลังงานเสมือนดังกล่าวมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา(positive-definite function)หรือมีขอบเขตล่าง รวมถึงกำลังเสมือนมีเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ประกอบไปด้วยกำลังสองของความผิดพลาดผลตอบสนองทางตำแหน่งของโหลด ($\tilde{x}^2$) และกำลังสองของความผิดพลาดผลตอบ

สนองทางความเร็วของโหนด($\dot{\tilde{x}}^2$) จะทำให้กำลังเสมือนข้างต้นมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา(negative-definite function) กล่าวคือ

$$E^2 \geq 0, \tilde{x}^2 \geq 0, \tilde{m}^2 \geq 0, \tilde{f}_{c+}^2 \geq 0 \text{ และ } \tilde{f}_{c-}^2 \geq 0 \Rightarrow V \geq 0$$

$$\dot{\tilde{x}}^2 \geq 0 \text{ และ } \dot{\tilde{x}}^2 \geq 0 \Rightarrow \dot{V} \leq 0$$

เมื่อพิจารณาสมการที่(3.13)และสมการที่(3.16)พร้อมกัน จะได้ว่าพลังงานเสมือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าเดิมตลอดเวลา($V(t) \leq V(0)$)ซึ่งมีความหมายว่าพลังงานเสมือนมีขนาดจำกัดตลอดเวลาและมีค่าจำกัด(finite limit) รวมถึงเทอมที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการที่(3.13)ทุกเทอมจะมีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$V \geq 0 \text{ และ } \dot{V} \leq 0 \Rightarrow V(t) \leq V(0) \Rightarrow V \text{ มีขนาดจำกัด}$$

$$V \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow E^2, \tilde{x}^2, \tilde{m}^2, \tilde{f}_{c+}^2 \text{ และ } \tilde{f}_{c-}^2 \text{ มีขนาดจำกัด}$$

$$E^2, \tilde{x}^2, \tilde{m}^2, \tilde{f}_{c+}^2 \text{ และ } \tilde{f}_{c-}^2 \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow$$

$$E, \tilde{x}, \tilde{m}, \tilde{f}_{c+} \text{ และ } \tilde{f}_{c-} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

เนื่องจากค่าคงที่ λ ของตัวกรองอันดับหนึ่งในสมการที่(3.6) มีค่าเป็นบวก($\lambda > 0$) จะได้ว่าตัวกรองดังกล่าวมีคุณสมบัติของเสถียรภาพแบบสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตที่มีขอบเขตจำกัด(bounded-input bounded-output stable : BIBO) และเสถียรภาพแบบเชิงอะซิมโทติก(asymptotically stable)[34] นั่นคือเมื่อตัวแปร E มีขนาดจำกัด จะทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งของโหนด($\tilde{x}$)และความเร็วของโหนด($\dot{\tilde{x}}$)มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$E \text{ มีขนาดจำกัด และ } \lambda > 0 \Rightarrow \tilde{x} \text{ และ } \dot{\tilde{x}} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

ในการควบคุมการเคลื่อนที่ของโหนดซึ่งถูกวางบนสายพานระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์สัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้งาน จะมีตำแหน่ง(x_d)ความเร็ว($\dot{x}_d$)และความเร่ง($\ddot{x}_d$)ซึ่งมีขนาดจำกัดเป็นผลให้เทอม $\tilde{m}\ddot{x}_d$ มีขนาดจำกัด ทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางความเร่งของโหนด($\ddot{\tilde{x}}$)ในสมการระบบปิดของสมการที่(3.7) มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน รวมถึงผลตอบสนองทางตำแหน่ง($\tilde{x}$) ความเร็ว($\dot{\tilde{x}}$) และความเร่ง($\ddot{\tilde{x}}$)ของโหนดมีขนาดจำกัด ซึ่งเกิดจากการอ้างอิงถึงสมการที่(3.2)

$$\begin{aligned}\tilde{m}, x_d, \dot{x}_d \text{ และ } \ddot{x}_d \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \tilde{m}\ddot{x}_d \text{ มีขนาดจำกัด} \\ \tilde{m}\ddot{x}_d, \tilde{f}_{c+}, \tilde{f}_{c-} \text{ และ } E \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \ddot{x} \text{ มีขนาดจำกัด} \\ \tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \ddot{\tilde{x}}, x_d, \dot{x}_d \text{ และ } \ddot{x}_d \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow x, \dot{x} \text{ และ } \ddot{x} \text{ มีขนาดจำกัด}\end{aligned}$$

นั่นคือตัวแปร $\tilde{x}$ และ $\ddot{x}$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป เนื่องจากตัวแปร $\tilde{x}$, $\dot{\tilde{x}}$ และ $\ddot{\tilde{x}}$ มีขนาดจำกัด จะทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือน $(\dot{V}(t))$ มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน ซึ่งหมายความว่ากำลังเสมือน $(\dot{V}(t))$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป $(t \rightarrow \infty)$ กำลังเสมือนจะมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ $(\dot{V} \rightarrow 0)$ ซึ่งเป็นไปตามบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาสาลิต และเป็นผลให้ตัวแปร $\tilde{x}$ และ $\ddot{x}$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์พร้อมกัน $(\tilde{x} \rightarrow 0 \text{ และ } \ddot{x} \rightarrow 0)$ หรืออีกนัยหนึ่งคือตัวแปร E มีค่าลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน $(E \rightarrow 0)$ รวมถึงผลตอบแทนของทางตำแหน่งและความเร็วของโหลด จะมีค่าลู่เข้าหาตำแหน่งและความเร็วของสัญญาณทราเจ็คทอรีตามลำดับ $(x \rightarrow x_d \text{ และ } \dot{x} \rightarrow \dot{x}_d)$ นอกจากนี้การลู่เข้าหาศูนย์ของตัวแปรสถานะ $\ddot{x}$ และ $\tilde{x}$ จะไม่สัมพันธ์กับขนาดของค่าคงที่ $\ddot{x}(0)$ และ $\tilde{x}(0)$ ในตอนเริ่มต้นของการควบคุม (globally asymptotic convergence) ในขณะเดียวกันพลังงานเสมือนจะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง $(V \rightarrow c)$ เป็นผลให้ความผิดพลาดของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา $(\tilde{m}, \tilde{f}_{c+}$ และ $\tilde{f}_{c-})$ จะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งเช่นเดียวกัน

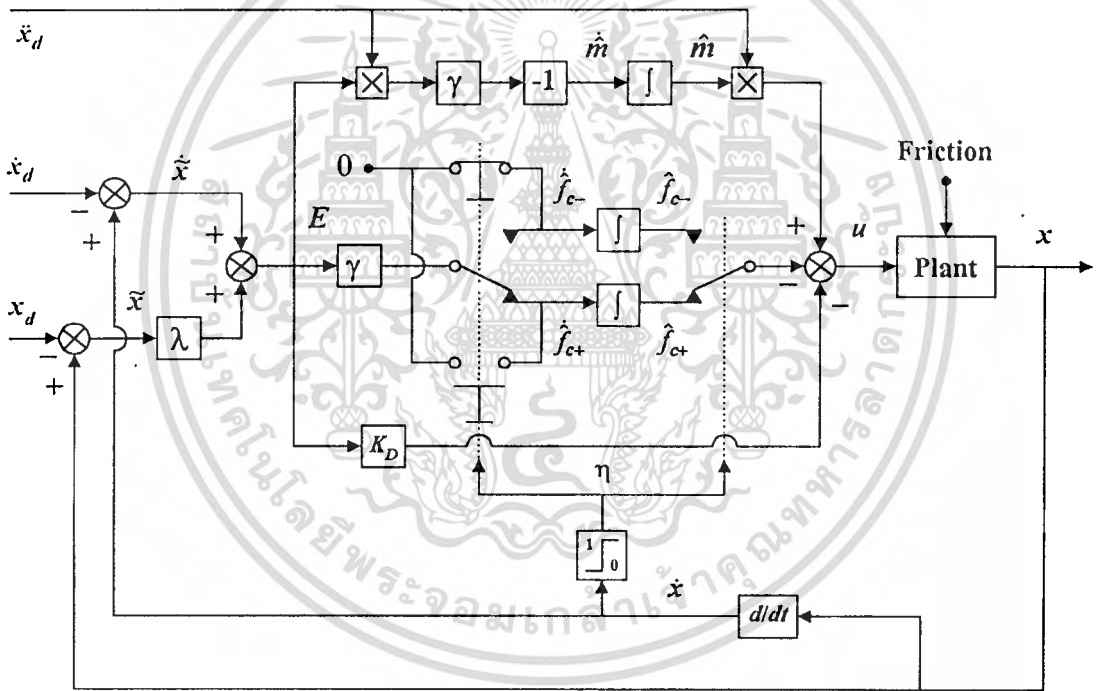
$$\begin{aligned}\tilde{x} \rightarrow 0 \text{ และ } \ddot{x} \rightarrow 0 &\Rightarrow x \rightarrow x_d \text{ และ } \dot{x} \rightarrow \dot{x}_d \\ V \rightarrow \text{ค่าคงที่}, E \rightarrow 0 \text{ และ } \tilde{x} \rightarrow 0 &\Rightarrow \tilde{m}, \tilde{f}_{c+} \text{ และ } \tilde{f}_{c-} \rightarrow \text{ค่าคงที่}\end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาเงื่อนไขเพิ่มเติมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพของระบบปิด กล่าวคือ $K_D > m\lambda$ จะได้ว่าก่อนการนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานดังกล่าวไปใช้งาน ค่าพารามิเตอร์ m ของระบบซึ่งในกรณีนี้คือมวลของโหลด จะต้องถูกระบุให้มีตัวเลขที่แน่นอน วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ m ที่ง่ายที่สุดคือการชั่งน้ำหนักโหลดโดยตรง ส่วนวิธีอื่นที่มีขั้นตอนยุ่งยากซับซ้อนมากกว่าคือการเก็บรวบรวมข้อมูลอินพุตเอาต์พุตของระบบเปิด(ระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์)เพื่อนำมาประมาณค่าพารามิเตอร์แบบคงที่ ต่อมนำค่าคงที่ m ซึ่งได้จากการวัดปริมาณโดยตรง(ชั่งน้ำหนัก) หรือใช้อัลกอริธึมทางคณิตศาสตร์คำนวณ เป็นเงื่อนไขของการปรับค่าเกน K_D และ λ ของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน(ค่าเกนของส่วนป้อนกลับ)ให้สอดคล้องกับอสมการของเงื่อนไขเพิ่มเติมที่ทำให้เกิดเสถียรภาพข้างต้น นอกจากนี้โครงสร้างตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานและการนำตัวควบคุมที่กล่าวถึงเชื่อมต่อเข้ากับระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์หรือระบบเปิด(plant)ให้เป็นระบบปิด จะแสดงเป็นแผนภาพได้ในรูปที่ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 สรุป

แนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานเพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น(แรงเสียดทาน)ของการเคลื่อนที่ในระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ ทุกขั้นตอน จะถูกนำไปใช้เป็นแนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งเกิดจากการปรับปรุงโครงสร้าง เพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นของการหมุนในระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งขั้นตอนทั้งหมดจะเริ่มต้นจากการเลือกสมการตั้งต้นของการออกแบบตัวควบคุม การเลือกกฎการควบคุมที่สอดคล้องสัมพันธ์กับแบบจำลองเพื่อชดเชยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบ การหาสมการระบบปิด การหาพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพ การหากฎการปรับค่าจากเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพของระบบปิด และการใช้ทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาสาลัตพิสูจน์เสถียรภาพ



รูปที่ 3.1 แสดงแผนภาพ โครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน

บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

4.1 บทนำ

เมื่อเปรียบเทียบแบบจำลองการหมุนของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางและแบบจำลองการเคลื่อนที่ของระบบเซอร์โวมอเตอร์ขับเคลื่อน (ระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์) จะได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนมีเทอมของแรงเสียดทานหนืดเพิ่มเติมขึ้นมา ทำให้การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ในงานชดเชยการหมุนของระบบแท่นหมุนดังกล่าวต้องเพิ่มเติมการชดเชยแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นจริงในระบบเช่นเดียวกัน จุดประสงค์ของการออกแบบตัวควบคุมข้างต้นให้มีความแตกต่างจากตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบเดิม[3]คือการใช้อัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการ ($\ddot{x}_d$) ของสัญญาณทราเจ็คทอรี แทนที่อัตราเร่งเชิงมุม ($\ddot{x}$) ของผลตอบสนองซึ่งได้จากการคำนวณอนุพันธ์แบบเชิงเลขของระยะทางเชิงมุม (x) ที่เทียบกับเวลา เพื่อลดผลของสัญญาณรบกวนในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลา และหลีกเลี่ยงการใช้งานอุปกรณ์ตรวจวัดอัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนองซึ่งมีราคาแพงและไม่สะดวกในการติดตั้ง [4] รวมถึงการไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณค่าแบบคงที่หรือค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการวัดโดยตรงก่อนขั้นตอนการควบคุมจริง นำมาเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในขณะที่ควบคุมการหมุนจริง นอกเหนือจากการออกแบบตัวควบคุมให้สอดคล้องและสัมพันธ์กับแบบจำลองของระบบแท่นหมุน

การพิจารณาตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่ได้รับการปรับปรุงโครงสร้างนี้ ในลำดับแรกจะเริ่มต้นจากการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรกให้มีผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมเข้าสู่หาอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีเพียงอย่างเดียว โดยไม่คำนึงถึงผลตอบสนองทางด้านตำแหน่งเชิงมุม ซึ่งการสร้างตัวควบคุมแบบแรกจะมีกฎการควบคุมและความหมายของฟังก์ชันลียาปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด รวมถึงเงื่อนไขของการเกิดเสถียรภาพ ซึ่งเข้าใจง่าย ลำดับต่อมาคือการแก้ไขปรับปรุงตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรกให้เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง[37]ซึ่งมีผลตอบสนองของระยะทางเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมเข้าสู่หาหาระยะทางเชิงมุมที่ต้องการและอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีพร้อมๆกัน การสร้างตัวควบคุมแบบที่สอง จะมีแนวความคิดเช่นเดียวกับการสร้างตัวควบคุมแบบแรก แต่เพิ่มความสัมพันธ์ระหว่างความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุมให้อยู่ในรูปของเส้นทางการเลื่อน[19][20]หรือตัวกรองแบบอันดับหนึ่ง(first-order stable filter)ในขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม เป็นผลให้เงื่อนไข

ไยเสถียรภาพของระบบปิดรองรับ(guarantee)การลู่เข้าหาตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม(tracking convergence)

ในส่วนของการขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมทั้งสองแบบนี้ จะเริ่มต้นจากการกำหนดกฎการควบคุมให้สอดคล้องกับแบบจำลองของระบบแท่นหมุน การหาสมการระบบปิด การตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดโดยใช้ฟังก์ชันลียาปูนอฟ และการหากฎการปรับค่าที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาจากเงื่อนไขของเสถียรภาพดังกล่าว รวมถึงการใช้ทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาสต์ในการตรวจสอบเสถียรภาพข้างต้น

4.2 ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก

จากบทที่ผ่านมา ในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานให้ชดเชยแรงเสียดทาน จะพิจารณาการชดเชยแรงเสียดทานคูลอมบ์เพียงอย่างเดียว เพราะแรงเสียดทานสถิตย์กระทำต่อระบบตอนเริ่มต้นการเคลื่อนที่เท่านั้น เมื่อระบบเคลื่อนที่ได้แล้ว จะมีแรงเสียดทานคูลอมบ์อย่างเดียวซึ่งกระทำต่อระบบ ในกรณีของระบบแท่นหมุน การออกแบบตัวควบคุมให้ชดเชยแรงเสียดทานจะมีลักษณะเดียวกัน แต่เพิ่มเติมการชดเชยแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นจริงในระบบ กล่าวคือ ในขณะที่วงล้อเหล็กหมุน ($\dot{x} = 0$) จะมีแรงเสียดทานสถิตย์เท่านั้น ซึ่งเกิดขึ้นที่จุดรับน้ำหนักและจุดส่งกำลังของระบบ เมื่อวงล้อเหล็กหมุนได้แล้ว ($\dot{x} \neq 0$) จะมีแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานหนืดเกิดขึ้นที่จุดรับน้ำหนักและจุดส่งกำลังแทนที่แรงเสียดทานสถิตย์ ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ในส่วนของการชดเชยแรงเสียดทาน จะพิจารณาแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานหนืดเท่านั้น เมื่อเขียนสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนให้อยู่ในรูปของแรงดันอินพุตที่ป้อนให้กับวงจรขับเคลื่อนในขณะที่วงล้อเหล็กหมุน จะได้

$$u = m\ddot{x} + \overbrace{d\dot{x} - f_{c+}\eta - f_{c-}(1-\eta)}^{-f} = Y(\dot{x}, \ddot{x}, \eta)p \quad (4.1)$$

โดยที่ $Y(\dot{x}, \ddot{x}, \eta) = [\ddot{x} \quad \dot{x} \quad -\eta \quad -(1-\eta)]$ และ $p = [m \quad d \quad f_{c+} \quad f_{c-}]^T$

กำหนดกฎการควบคุมให้สอดคล้องและสัมพันธ์กับแบบจำลองของสมการที่(4.1) จะได้

$$\begin{aligned} u &= m\ddot{x}_d + \hat{d}\dot{x}_d - \hat{f}_{c+}\eta - \hat{f}_{c-}(1-\eta) - K_D\dot{\tilde{x}} - K_P\tilde{x} \\ &= Y(\dot{x}_d, \ddot{x}_d, \eta)\hat{p} - K_D\dot{\tilde{x}} - K_P\tilde{x} \end{aligned} \quad (4.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $Y(\dot{x}_d, \ddot{x}_d, \eta) = [\ddot{x}_d \quad \dot{x}_d \quad -\eta \quad -(1-\eta)]$, $\hat{p} = [\hat{m} \quad \hat{d} \quad \hat{f}_{c+} \quad \hat{f}_{c-}]^T$
และ $\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t)$

นอกจากนี้ตัวแปร $\hat{m}(t)$, $\hat{d}(t)$, $\hat{f}_{c+}(t)$ และ $\hat{f}_{c-}(t)$ คือพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณแบบแปรตามเวลา $x_d(t)$, $\dot{x}_d(t)$ และ $\ddot{x}_d(t)$ คือตำแหน่งเชิงมุม(ระยะทางเชิงมุม)ที่ต้องการ อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการ และอัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรี (เส้นทางคำสั่ง)ตามลำดับ ซึ่งได้จากการกำหนดอัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการที่เวลาใดๆในขั้นแรก ต่อมาจึงอินทิเกรตหาอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการและระยะทางเชิงมุมที่ต้องการที่เวลาใดๆ เรียงตามลำดับก่อนการควบคุมจริง $\tilde{x}(t)$ และ $\dot{\tilde{x}}(t)$ คือความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมตามลำดับ K_P และ K_D คือค่าเกนพี(P)และค่าเกนดี(D)ตามลำดับ ซึ่งมีค่าคงที่เป็นบวกเสมอ(ค่าเกนของส่วนป้อนกลับ) เทอม $\hat{m}\ddot{x}_d$ และเทอม $\hat{d}\dot{x}_d$ ทำหน้าที่ชดเชยโมเมนต์ความเฉื่อยและแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุนตามลำดับ ส่วนเทอม $\hat{f}_{c+}\eta$ และเทอม $\hat{f}_{c-}(1-\eta)$ ทำหน้าที่ชดเชยแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่เกิดจากการหมุนของระบบในทิศทางบวก($\dot{x} \geq 0$)และทิศทางลบ($\dot{x} < 0$)ตามลำดับ รวมถึงเทอม $K_D\dot{\tilde{x}} + K_P\tilde{x}$ คือตัวควบคุมพีดี(PD)แบบดั้งเดิมที่ทำหน้าที่ชดเชยพลวัตเชิงเส้นของระบบและเป็นส่วนป้อนกลับของกฎการควบคุม ซึ่งแตกต่างจากสี่เทอมแรกที่เป็นส่วนป้อนล่วงหน้าของกฎการควบคุม เนื่องจากระยะเวลาของการหมุนหรือผลตอบสนองที่วัดได้จากระบบแท่นหมุนคือระยะทางเชิงมุม($x(t)$)ของวงล้อหลักซึ่งมีเพียงปริมาณเดียว ดังนั้นการหาข้อมูลอัตราเร็วเชิงมุมขณะใดขณะหนึ่ง($\dot{x}(t)$)จะคำนวณได้จากอนุพันธ์เชิงเลขของระยะทางเชิงมุมที่เทียบกับคาบการสุ่ม เป็นผลให้เงื่อนไข η ที่ใช้ระบุทิศทางการกระทำของแรงเสียดทานคูลอมบ์ในสมการที่(4.1)และทิศทางการชดเชยในสมการที่(4.2)มีความแตกต่างกัน นั่นคือการกำหนดเงื่อนไข η ในแบบจำลอง จะเกิดจากอัตราเร็วเชิงมุมของวงล้อหลัก ในขณะที่การกำหนดเงื่อนไข η ในกฎการควบคุม จะเกิดจากอัตราเร็วเชิงมุมซึ่งได้จากการคำนวณระยะทางเชิงมุมที่ถูกวัดได้อีกทอดหนึ่ง

การประมาณค่าพารามิเตอร์ $\hat{m}(t)$, $\hat{d}(t)$, $\hat{f}_{c+}(t)$ และ $\hat{f}_{c-}(t)$ แบบแปรตามเวลา มีจุดประสงค์เพื่อปรับปรุงผลตอบสนองของระบบปิดให้ดีกว่าการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม และแก้ปัญหาการไม่รู้ค่าพารามิเตอร์จริงที่มีค่านั่นของระบบ แต่การประมาณค่าดังกล่าว จะต้องรักษาเสถียรภาพตลอดระยะเวลาของการควบคุมการหมุนจริงพร้อมๆกัน การตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดที่กล่าวถึง จะทำได้โดยการนำกฎการควบคุมในสมการที่(4.2)แทนลงในสมการระบบเปิดของสมการที่(4.1) และเขียนเป็นสมการระบบปิดได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + d\dot{x} - f_{c+}\eta - f_{c-}(1-\eta) \\
 = \hat{m}\ddot{x}_d + \hat{d}\dot{x}_d - \hat{f}_{c+}\eta - \hat{f}_{c-}(1-\eta) - K_D\dot{\tilde{x}} - K_P\tilde{x}
 \end{aligned} \quad (4.3)$$

ในการพิจารณาสมการระบบปิด จะสมมติให้ตัวควบคุมที่ใช้งานเป็นตัวควบคุมแบบอะนาล็อก(ตัวควบคุมแบบสัญญาณต่อเนื่อง) นั่นคือการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข η ในแบบจำลองระบบเปิด และในกฎการควบคุม จะเกิดขึ้นพร้อมกัน เมื่อนำเทอม $m\ddot{x}_d$ และเทอม $d\dot{x}_d$ ลบทั้งสองข้างของสมการที่(4.3) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\begin{aligned}
 m\ddot{\tilde{x}} + (K_D + d)\dot{\tilde{x}} + K_P\tilde{x} &= \tilde{m}\ddot{x}_d + \tilde{d}\dot{x}_d - \tilde{f}_{c+}\eta - \tilde{f}_{c-}(1-\eta) \\
 &= Y(\dot{x}_d, \ddot{x}_d, \eta)\tilde{p}
 \end{aligned} \quad (4.4)$$

โดยที่ $\tilde{p} = [\tilde{m} \quad \tilde{d} \quad \tilde{f}_{c+} \quad \tilde{f}_{c-}]^T$, $\tilde{m}(t) = \hat{m}(t) - m$, $\tilde{d}(t) = \hat{d}(t) - d$
 $\tilde{f}_{c+}(t) = \hat{f}_{c+}(t) - f_{c+}$ และ $\tilde{f}_{c-}(t) = \hat{f}_{c-}(t) - f_{c-}$

จากสมการระบบปิดในสมการที่(4.4) ตัวแปร $\tilde{m}(t)$, $\tilde{d}(t)$, $\tilde{f}_{c+}(t)$ และ $\tilde{f}_{c-}(t)$ คือความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ส่วน $\tilde{x}(t)$ คือความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร่งเชิงมุม เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว มีจุดประสงค์ต้องการให้ผลตอบสนองตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมเข้าสู่ค่าตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการและอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราบเชิงทอริตามลำดับ โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลา ซึ่งเพิ่มเติมจากการชดเชยของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม ในขณะเดียวกันวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ข้างต้น จะต้องสอดคล้องกับการรักษาเสถียรภาพของระบบปิด ดังนั้นการตรวจสอบเสถียรภาพ จะพิจารณาถึงการเข้าสู่หาศูนย์ของความผิดพลาดผลตอบสนองที่กล่าวถึง และความจำเป็นของการเข้าสู่หาศูนย์หรือการเข้าสู่หาค่าคงที่ใดๆของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา

ในส่วนของการเลือกวิธีตรวจสอบเสถียรภาพ จะอ้างอิงถึงพลังงานเสมือน(virtual energy) ซึ่งเขียนอยู่ในรูปของฟังก์ชันลิยาปูนอฟได้ดังนี้

$$V = \frac{1}{2}m\dot{\tilde{x}}^2 + \frac{1}{2}K_P\tilde{x}^2 + \frac{1}{2}\tilde{p}^T\Gamma\tilde{p} \quad (4.5)$$

โดยที่ Γ คือเมตริกซ์จำกัดบวกทแยงมุมซึ่งมีขนาด 4×4 มิติ

(Diagonal Positive-Definite 4×4 Matrix)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้า ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าระบบปิดมีเสถียรภาพ เมื่อเวลาผ่านไป พลังงานเสมือน($V(t)$)ในสมการที่(4.5) จะมีขนาดลดลง(dissipate)หรือมีขนาดคงที่ นั่นคืออัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานเสมือนที่เทียบกับเวลาหรือกำลังเสมือน(virtual power)มีค่าเป็นลบหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา การหาอนุพันธ์อันดับหนึ่ง($dV(t)/dt$)ของพลังงานเสมือนเทียบกับเวลา จะเขียนได้ดังนี้

$$\dot{V} = m\ddot{x}\dot{x} + K_p\dot{x}\dot{x} + \tilde{p}^T\Gamma\dot{p} \quad (4.6)$$

โดยที่ $\dot{p}^T\Gamma\dot{p} = (\Gamma\dot{p})^T\dot{p} = \dot{p}^T\Gamma\dot{p}$ และ $\Gamma^T = \Gamma$

พิจารณาสมการระบบปิดในสมการที่(4.4) เมื่อนำตัวแปร $\dot{x}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$m\ddot{x}\dot{x} + K_p\dot{x}\dot{x} = -(K_D + d)\dot{x}^2 + Y_D\tilde{p}\dot{x} \quad (4.7)$$

โดยที่ $Y_D = Y(\dot{x}_d, \ddot{x}_d, \eta)$ นำสมการที่(4.7)แทนลงในสมการที่(4.6) และจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\dot{V} = -(K_D + d)\dot{x}^2 + \tilde{p}^T(Y_D^T\dot{x} + \Gamma\dot{p}) \quad (4.8)$$

โดยที่ $Y_D\tilde{p} = \tilde{p}^TY_D^T$ การเกิดเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบปิด จะทำได้โดยการกำหนดให้

$$Y_D^T\dot{x} + \Gamma\dot{p} = 0 \quad (4.9)$$

ดังนั้นกำลังเสมือนในสมการที่(4.8) จะลดรูปลงเหลือ

$$\dot{V} = -(K_D + d)\dot{x}^2 \leq 0 \quad (4.10)$$

และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลาดังนี้

$$\ddot{V} = -2(K_D + d)\dot{x}\ddot{x} \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนต่อไปของการตรวจสอบเสถียรภาพ คือการแสดงให้เห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) กำลังเสมือน ($\dot{V}(t)$) ในสมการที่(4.10) จะเข้าสู่หาศูนย์ ($\dot{V} \rightarrow 0$) และเป็นผลให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{\tilde{x}}$) มีค่าเข้าสู่หาศูนย์เช่นเดียวกัน ($\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$) ซึ่งเขียนข้อความดังกล่าวเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\dot{V} \rightarrow 0 \Rightarrow \dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$$

เมื่ออ้างอิงถึงบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาสาลัดและความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกในฟังก์ชัน จะได้ว่าเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้กำลังเสมือน ($\dot{V}(t)$) มีค่าเข้าสู่หาศูนย์ คือพลังงานเสมือน ($V(t)$) มีขอบเขตล่าง รวมถึงกำลังเสมือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา ($\dot{V} \leq 0$) และมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูปตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุม ($t \in [0, \infty)$) ซึ่งความต่อเนื่องดังกล่าว จะเกิดจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลา ($\dot{V}(t)$) ในสมการที่(4.11) มีขนาดจำกัดตลอดเวลาเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$V \text{ มีขอบเขตล่าง, } \dot{V} \leq 0 \text{ และ } \ddot{V} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{V} \rightarrow 0 \Rightarrow \dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$$

แต่อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลา มีความสัมพันธ์กับความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{\tilde{x}}$) และอัตราเร่งเชิงมุม ($\ddot{\tilde{x}}$) ถ้าตัวแปรสถานะ $\tilde{x}$ และ $\dot{\tilde{x}}$ มีขนาดจำกัด อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือน จะมีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$\tilde{x} \text{ และ } \dot{\tilde{x}} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \ddot{V} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

การแสดงให้เห็นว่าตัวแปรสถานะ $\tilde{x}$ และ $\dot{\tilde{x}}$ มีขนาดจำกัด จะเริ่มพิจารณาจากสมการที่(4.5.)และสมการที่(4.10.) เนื่องจากพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟมีเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ประกอบไปด้วยกำลังสองของความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{\tilde{x}}^2$) กำลังสองของความผิดพลาดของผลตอบสนองตำแหน่งเชิงมุม ($\tilde{x}^2$) และกำลังสองของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ($\tilde{p}^T \Gamma \tilde{p}$) จะทำให้พลังงานเสมือนดังกล่าวมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา นั่นคือพลังงานเสมือนมีขอบเขตล่าง รวมถึงกำลังเสมือนมีเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ประกอบไปด้วยกำลังสองของความผิดพลาดของผล

ตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุม($\dot{\tilde{x}}^2$)แต่เพียงอย่างเดียว จะทำให้กำลังเสมือนข้างต้นมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา กล่าวคือ

$$\dot{\tilde{x}}^2 \geq 0, \quad \tilde{x}^2 \geq 0 \quad \text{และ} \quad \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \geq 0 \Rightarrow V \geq 0 \Rightarrow V \text{ มีขอบเขตล่าง}$$

$$\dot{\tilde{x}}^2 \geq 0 \Rightarrow \dot{V} \leq 0$$

เมื่อพิจารณาพลังงานเสมือนที่มีขอบเขตล่างและสมการที่(4.10)พร้อมกัน จะได้ว่าพลังงานเสมือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าเดิมตลอดเวลา($V(t) \leq V(0)$) ซึ่งหมายความว่าพลังงานเสมือนมีค่าจำกัดและมีขนาดจำกัดตลอดเวลา โดยที่เป็นไปตามความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชันสเกลลาร์ในภาคผนวก ก รวมถึงเทอมทุกเทอมที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการที่(4.5) จะมีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$V \text{ มีขอบเขตล่าง และ } \dot{V} \leq 0 \Rightarrow V(t) \leq V(0) \Rightarrow V \text{ มีค่าจำกัด}$$

$$V \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{\tilde{x}}^2, \tilde{x}^2 \text{ และ } \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

$$\dot{\tilde{x}}^2, \tilde{x}^2 \text{ และ } \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{\tilde{x}}, \tilde{x} \text{ และ } \|\tilde{p}\| \text{ มีขนาดจำกัด}$$

เนื่องจากสัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้งาน มีตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการ(x_d) อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการ($\dot{x}_d$) และอัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการ($\ddot{x}_d$) ขนาดจำกัด จะทำให้ผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม(x)และอัตราเร็วเชิงมุม($\dot{x}$) มีขนาดจำกัด รวมถึงเวกเตอร์ Y_D มีขนาด(norm)จำกัด เช่นเดียวกัน เมื่อเวกเตอร์ $\tilde{p}$ และ Y_D มีขนาดจำกัด จะได้ว่าผลคูณภายใน(inner product)ของเทอม $Y_D \tilde{p}$ มีขนาดจำกัด และเป็นผลให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร่งเชิงมุม($\ddot{\tilde{x}}$)ในสมการระบบปิดของสมการที่(4.4) มีขนาดจำกัด ซึ่งเกิดจากตัวแปรสถานะ $\dot{\tilde{x}}, \tilde{x}$ และเทอม $Y_D \tilde{p}$ มีขนาดจำกัด กล่าวคือ

$$\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, x_d, \dot{x}_d \text{ และ } \ddot{x}_d \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow x, \dot{x} \text{ และ } \|Y_D\| \text{ มีขนาดจำกัด}$$

$$\|\tilde{p}\| \text{ และ } \|Y_D\| \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow Y_D \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

$$\dot{\tilde{x}}, \tilde{x} \text{ และ } Y_D \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \ddot{\tilde{x}} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

นั่นคือตัวแปรสถานะ $\dot{\tilde{x}}$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป เนื่องจากตัวแปรสถานะ $\dot{\tilde{x}}$ และ $\ddot{\tilde{x}}$ มีขนาดจำกัด จะทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือน($\dot{V}(t)$)มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน ซึ่งหมายความว่ากำลังเสมือน($\dot{V}(t)$)มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) กำลังเสมือนจะลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V} \rightarrow 0$) ซึ่งเป็นไปตามบทวิเคราะห์ของบาวาลัด และเป็นผลให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุมลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน ($\dot{x} \rightarrow 0$) หรือ ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมจะลู่เข้าหาอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรี ($\dot{x} \rightarrow \dot{x}_d$) นอกจากนี้การลู่เข้าหาศูนย์ของตัวแปรสถานะ $\dot{x}$ จะไม่สัมพันธ์กับขนาดของค่าคงที่ $\dot{x}(0)$ ในตอนเริ่มต้นการควบคุม และในขณะเดียวกันพลังงานเสมือนจะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($V \rightarrow c$) หรือมีค่าจำกัด เป็นผลให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม ($\tilde{x}$) และความผิดพลาดของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ($\tilde{m}$, $\tilde{d}$, $\tilde{f}_{c+}$ และ $\tilde{f}_{c-}$) จะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งเช่นเดียวกัน

$$\begin{aligned} \dot{x} \rightarrow 0 \text{ และ } \tilde{x} \rightarrow \text{ค่าคงที่} &\Rightarrow \dot{x} \rightarrow \dot{x}_d \text{ และ } x(\infty) \neq x_d(\infty) \\ V \rightarrow \text{ค่าคงที่ และ } \dot{x} \rightarrow 0 &\Rightarrow \tilde{x}, \tilde{m}, \tilde{d}, \tilde{f}_{c+} \text{ และ } \tilde{f}_{c-} \rightarrow \text{ค่าคงที่} \end{aligned}$$

ลำดับต่อไปคือการหากฎการปรับค่าที่ใช้ประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในขณะควบคุมจริง ซึ่งได้จากการพิจารณาสมการที่(4.9) และจัดรูปสมการดังกล่าวได้ดังนี้

$$\dot{\tilde{p}} = \dot{\tilde{p}} = -\Gamma^{(-1)} Y_D^T \dot{\tilde{x}} \quad (4.12)$$

โดยที่ $\Gamma^{(-1)} = \text{diag}[\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_3]$ และ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ มีค่าเป็นบวกเสมอ(ค่าเกนของส่วนป้อนลวงหน้าหรือค่าเกนในกฎการปรับค่า) เมื่อขยายรูปสมการที่(4.12) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{m}} &= \dot{\tilde{m}} = -\gamma_1 \ddot{x}_d \tilde{x} \\ \dot{\tilde{d}} &= \dot{\tilde{d}} = -\gamma_2 \dot{x}_d \tilde{x} \\ \dot{\tilde{f}}_{c+} &= \dot{\tilde{f}}_{c+} = \gamma_3 \dot{x} \eta \\ \dot{\tilde{f}}_{c-} &= \dot{\tilde{f}}_{c-} = \gamma_3 \dot{x} (1 - \eta) \end{aligned} \quad (4.13)$$

โดยที่ $\dot{m}=0$, $\dot{d}=0$, $\dot{f}_{c+}=0$ และ $\dot{f}_{c-}=0$ จากนั้นเขียนสมการที่(4.13) ให้อยู่ในรูปการอินทิเกรตได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \hat{m}(t) &= \hat{m}(0) - \gamma_1 \int_0^t \ddot{x}_d(\tau) \dot{\tilde{x}}(\tau) d\tau \\
 \hat{d}(t) &= \hat{d}(0) - \gamma_2 \int_0^t \dot{x}_d(\tau) \dot{\tilde{x}}(\tau) d\tau \\
 \hat{f}_{c+}(t) &= \hat{f}_{c+}(0) + \gamma_3 \int_0^t \dot{\tilde{x}}(\tau) \eta(\tau) d\tau \\
 \hat{f}_{c-}(t) &= \hat{f}_{c-}(0) + \gamma_3 \int_0^t \dot{\tilde{x}}(\tau) [1 - \eta(\tau)] d\tau
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

โดยที่ $\hat{m}(0)$, $\hat{d}(0)$, $\hat{f}_{c+}(0)$ และ $\hat{f}_{c-}(0)$ คือค่าเริ่มต้นในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ซึ่งผู้ใช้งานจะกำหนดค่าตัวเลขก่อนการควบคุม แผนภาพโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรกจะแสดงได้ในรูปที่ 4.1 ลำดับสุดท้ายคือการหาสมการระบบปิดที่รวมกฎการปรับค่าและกฎการควบคุมให้อยู่ในสมการเดียวกัน ซึ่งทำได้โดยการหาอนุพันธ์ของสมการที่(4.4)เทียบกับเวลา และแทนกฎการปรับค่าของสมการที่(4.13)ลงในสมการที่ได้ พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่ จะได้

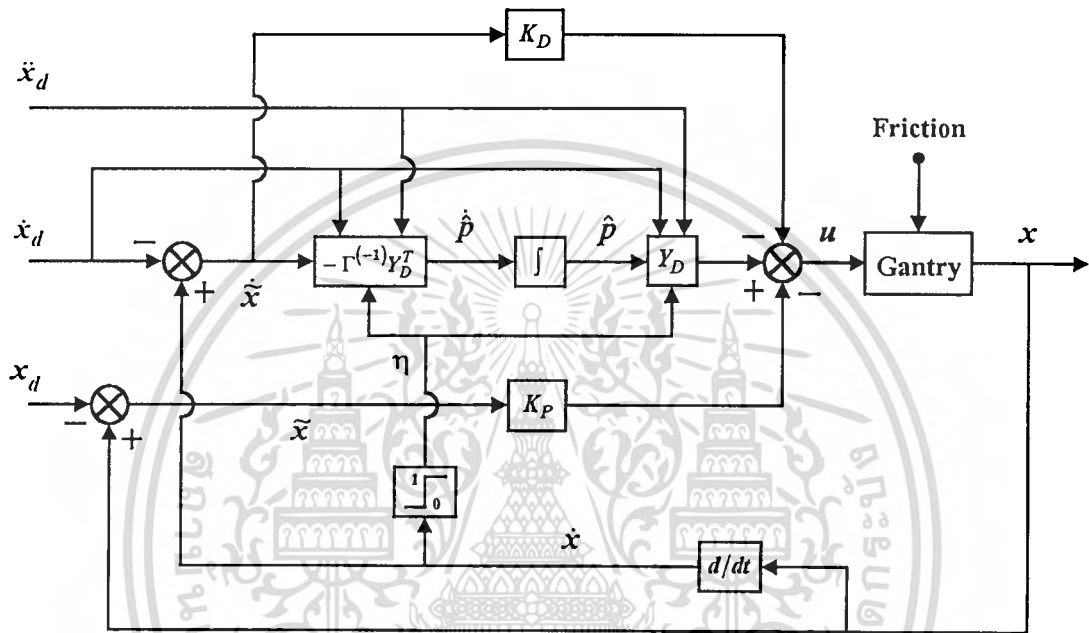
$$m\ddot{\tilde{x}} + (K_D + d)\dot{\tilde{x}} + (K_P + \gamma_1\dot{x}_d^2 + \gamma_2\dot{x}_d^2 + \gamma_3)\tilde{x} = \tilde{m}\ddot{x}_d + \tilde{d}\dot{x}_d \tag{4.15}$$

ในขั้นตอนของการตรวจสอบเสถียรภาพที่ผ่านมา ขั้นตอนดังกล่าวจะแสดงให้เห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไปจนถึงสภาวะคงตัว ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุมจะเข้าสู่หาศูนย์ ส่วนความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม จะเข้าสู่หาค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่ง ซึ่งหมายความว่า ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุม จะมีความผิดพลาดที่สภาวะคงตัว การหาความผิดพลาดข้างต้น จะพิจารณาได้จากสมการที่(4.4)และสมการที่(2.2) เมื่อวงล้อเหล็กหยุดหมุน ($\dot{x}=0$, $\dot{\tilde{x}}=0$, $\eta=1$, $\xi=1$)และสิ้นสุดการควบคุม ($t \rightarrow \infty$) แรงเสียดทานสถิตย์จะเกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุนแทนที่แรงเสียดทานคูลอมบ์ ในขณะเดียวกันวงล้อเหล็กหรือระบบปิดจะมีปริมาณของตัวแปรสถานะ $\ddot{\tilde{x}}=0$ และ $\dot{\tilde{x}}=0$ รวมถึงสัญญาณทรานเจ็คทอรี จะมี $\dot{x}_d=0$ และ $\ddot{x}_d=0$ ดังนั้น

$$-f_{s+}\mu - f_{s-}(1-\mu) = -\overbrace{\hat{f}_{c+}(\infty)}^{u(\infty)} - K_P\tilde{x}(\infty)$$

$$\tilde{x}(\infty) = \frac{f_{s+}\mu + f_{s-}(1-\mu) - \hat{f}_{c+}(\infty)}{K_P} \quad (4.16)$$

โดยที่ $\mu = \begin{cases} 1 & \text{if } \tilde{x}(\infty) < -\hat{f}_{c+}(\infty)/K_P \\ 0 & \text{if } \tilde{x}(\infty) > -\hat{f}_{c+}(\infty)/K_P \end{cases}$



รูปที่ 4.1 แสดงแผนภาพโครงสร้างของตัวควบคุมฟีดแบ็คแบบปรับค่าได้แบบแรก

ซึ่งมีความหมายว่าแรงเสียดทานสถิตย์ f_{s+} และ f_{s-} เกิดขึ้นไม่พร้อมกัน รวมถึงแรงเสียดทานสถิตย์ที่ทำหน้าที่ด้านการหมุน จะมีขนาดเท่ากับแรงพยายามขับเคลื่อนระบบแต่มีทิศทางตรงข้ามกัน นั่นคือ $f_{s+} = -u$ หรือ $f_{s-} = -u$ เนื่องจากจุดประสงค์ของการออกแบบตัวควบคุมซึ่งทำหน้าที่ชดเชยการหมุนของระบบแทนหมุน คือการให้วงล้อเหล็กหมุนครบรอบตำแหน่งพอดีและหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ตามการกำหนดของสัญญาณทราเจ็คทอรีหรือเส้นทางคำสั่ง ในขณะที่ถ่ายภาพตัดขวาง เพื่อป้องกันความผิดพลาดของข้อมูลดิบที่นำมาใช้สร้างภาพ แต่ตัวควบคุมฟีดแบ็คแบบปรับค่าได้แบบแรก จะให้ผลลัพธ์ของการควบคุมที่มีความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมที่สภาวะคงตัว กล่าวคือวงล้อเหล็กอาจจะหมุนไม่ครบรอบหรือวงล้อเหล็กอาจจะหมุนเกินรอบ ซึ่งการแก้ไขปัญหที่เกิดขึ้น จะทำได้โดยการปรับปรุงโครงสร้างของตัวควบคุมฟีดแบ็คแบบปรับค่าได้แบบแรก ให้อยู่ในรูปของตัวแปรสถานะ $\hat{x}$ และ $\tilde{x}$ ที่มีความสัมพันธ์กันแทนที่การกำหนดให้ตัวแปรสถานะข้างต้น เป็นปริมาณซึ่งแยกอิสระออกจากกัน

4.3 การแก้ไขความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมที่สถานะคงตัว

เมื่อพิจารณาสมการทางคณิตศาสตร์ของแบบจำลองระบบแท่นหมุน(สมการระบบเปิด) ให้อยู่ในรูปของสมการปริภูมิสถานะ จะเขียนได้ดังนี้

$$\ddot{x} = -\frac{d}{m}\dot{x} + \frac{1}{m}u + \frac{1}{m}[f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta)] \quad (4.17)$$

จุดมุ่งหมายของการควบคุมในกรณีนี้ คือการกำหนดให้ตำแหน่งเชิงมุม(x)และอัตราเร็วเชิงมุม($\dot{x}$)ของวงล้อเหล็ก มีผลตอบสนองสู่เข้าหาตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการ(x_d)และอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการ($\dot{x}_d$)ของสัญญาณทราเจ็คทอรีพร้อมกันตามลำดับ หรืออีกนัยหนึ่งคือ การกำหนดให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองตำแหน่งเชิงมุม($\tilde{x}$)และอัตราเร็วเชิงมุม($\dot{\tilde{x}}$)สู่เข้าหาศูนย์พร้อมกัน เนื่องจากแบบจำลองในสมการที่(4.17)เป็นระบบเปิดแบบไม่เชิงเส้นซึ่งมีอันดับสองระบบดัง กล่าวจะมีเส้นทางการเลื่อน[19][20] ดังนี้

$$E = (d/dt + \lambda)\tilde{x} = \dot{\tilde{x}} + \lambda\tilde{x} \quad (4.18)$$

ซึ่งสมการที่(4.18)จะอยู่ในรูปของตัวกรองแบบอันดับหนึ่งหรือสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยที่ค่าคงที่ λ มีค่าเป็นบวกเสมอ จากนั้นนำค่าเกนดี(K_D)คูณทั้งสองข้างของสมการดังกล่าว จะได้

$$K_DE = K_D\dot{\tilde{x}} + K_D\lambda\tilde{x} = K_D\dot{\tilde{x}} + K_P\tilde{x} \quad (4.19)$$

นั่นคือค่าเกน $K_D\lambda$ คือค่าเกนพี และเทอม K_DE คือตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม เมื่อขยายรูปสมการที่(4.18) จะได้

$$E = \dot{x} - \dot{x}_d + \lambda\tilde{x} = \dot{x} - x_r \quad (4.20)$$

โดยที่ $x_r = \dot{x}_d - \lambda\tilde{x}$ คือสัญญาณอ้างอิงเทียม(virtual reference trajectory) ต่อมาหาอนุพันธ์ของสมการที่(4.20)เทียบกับเวลา และแทนค่าตัวแปร $\ddot{x}$ ของสมการที่(4.17)ลงในสมการที่ได้พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$m\dot{E} + d\dot{x} = u - m\dot{x}_r + f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta) \quad (4.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น และอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ได้โดยไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อนำเทอม dx_r ลบทั้งสองข้างของสมการที่(4.21) จะได้

$$m\dot{E} + dE = u - m\dot{x}_r - dx_r + f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta) \quad (4.22)$$

เลือกกฎการควบคุมที่มีพารามิเตอร์ทุกตัวถูกประมาณค่าแบบแปรตามเวลา และสอดคล้องกับเทอมทุกเทอมทางด้านขวามือของสมการที่(4.22) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} u &= m\dot{x}_r + \hat{d}x_r - \hat{f}_{c+}\eta - \hat{f}_{c-}(1-\eta) - K_DE \\ &= Y(x_r, \dot{x}_r, \eta)\hat{p} - K_DE \end{aligned} \quad (4.23)$$

โดยที่ $Y(x_r, \dot{x}_r, \eta) = [\dot{x}_r \quad x_r \quad -\eta \quad -(1-\eta)]$ นอกจากนี้เทอม $m\dot{x}_r$ และเทอม $\hat{d}x_r$ จะทำหน้าที่ชดเชยโมเมนต์ความเฉื่อยและแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นจริงในระบบตามลำดับ จากนั้นแทนค่าแรงดันอินพุตที่ป้อนให้กับวงจรขับเคลื่อน(สมการที่ 4.23) ลงในสมการที่(4.22) และจัดรูปสมการใหม่ จะได้สมการระบบปิดดังนี้

$$m\dot{E} + (K_D + d)E = \tilde{m}\dot{x}_r + \tilde{d}x_r - \tilde{f}_{c+}\eta - \tilde{f}_{c-}(1-\eta) = Y(x_r, \dot{x}_r, \eta)\tilde{p} \quad (4.24)$$

ขั้นตอนต่อไปคือการหาพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันของลียาปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด โดยเริ่มต้นจากการจัดรูปสมการที่(4.24)ใหม่ และนำตัวแปร E คูณทั้งสองข้างของสมการดังกล่าว จะได้

$$m\dot{E}E = -(K_D + d)E^2 + Y_R\tilde{p}E \quad (4.25)$$

โดยที่ $Y_R = Y(x_r, \dot{x}_r, \eta)$ และสมการที่(4.25)คือกำลังเสมือน คำนวณนำเทอม $\tilde{p}^T\Gamma\dot{\tilde{p}}$ บวกทั้งสองข้างของสมการที่(4.25) จะได้

$$\begin{aligned} m\dot{E}E + \tilde{p}^T\Gamma\dot{\tilde{p}} &= -(K_D + d)E^2 + \tilde{p}^TY_R^TE + \tilde{p}^T\Gamma\dot{\tilde{p}} \\ \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(mE^2 + \tilde{p}^T\Gamma\tilde{p}) &= -(K_D + d)E^2 + \tilde{p}^T(Y_R^TE + \Gamma\dot{\tilde{p}}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $Y_R \tilde{p} = \tilde{p}^T Y_R^T$ นั่นคือพลังงานเสมือนและกำลังเสมือนที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพ ของระบบปิด จะอยู่ในรูป

$$V = \frac{1}{2} m E^2 + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \quad (4.27)$$

และ
$$\dot{V} = -(K_D + d) E^2 + \tilde{p}^T (Y_R^T E + \Gamma \dot{\tilde{p}}) \quad (4.28)$$

กำหนดให้
$$Y_R^T E + \Gamma \dot{\tilde{p}} = 0 \quad (4.29)$$

ดังนั้นกำลังเสมือนในสมการที่(4.28) จะลดรูปลงเหลือ

$$\dot{V} = -(K_D + d) E^2 \leq 0 \quad (4.30)$$

และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลาคงนี้

$$\ddot{V} = -2(K_D + d) E \dot{E} \quad (4.31)$$

ขั้นตอนต่อไปของการพิจารณาเสถียรภาพของระบบปิด คือการแสดงให้เห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมซึ่งเป็นคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งในสมการที่(4.18) จะลู่เข้าหาศูนย์ ($\tilde{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$) ซึ่งเกิดจากตัวแปร E มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($E \rightarrow 0$) นั่นคือ เขียนข้อความดังกล่าวเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$E \rightarrow 0 \Rightarrow \dot{\tilde{x}} \rightarrow 0 \text{ และ } \tilde{x} \rightarrow 0$$

การลู่เข้าหาศูนย์ของตัวแปร E จะเกิดจากกำลังเสมือนในสมการที่(4.30) มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V} \rightarrow 0$) เช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$\dot{V} \rightarrow 0 \Rightarrow E \rightarrow 0$$

เมื่ออ้างอิงถึงบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาสาลิตและความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติเชิงอะซิมมิดในฟังก์ชัน จะได้ว่าเงื่อนไขสำคัญที่ทำให้กำลังเสมือน ($\dot{V}(t)$) มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ คือพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟ ($V(t)$) มีขอบเขตล่าง รวมถึงกำลังเสมือนดังกล่าวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา ($\dot{V} \leq 0$) และมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูปตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุม ($t \in [0, \infty)$) ซึ่งคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบนี้ จะเกิดจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลา ($\dot{V}(t)$) ในสมการที่(4.31) มีขนาดจำกัดตลอดช่วงระยะเวลาข้างต้นเช่นเดียวกัน

$$V \text{ มีขอบเขตล่าง, } \dot{V} \leq 0 \text{ และ } \ddot{V} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{V} \rightarrow 0 \Rightarrow E \rightarrow 0$$

แต่อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนที่เทียบกับเวลามีความสัมพันธ์กับตัวแปร E และตัวแปร $\dot{E}$ ถ้าตัวแปร E และตัวแปร $\dot{E}$ ดังกล่าวมีขนาดจำกัด จะได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนมีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$E \text{ และ } \dot{E} \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \ddot{V} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

การแสดงให้เห็นว่าตัวแปร E และตัวแปร $\dot{E}$ มีขนาดจำกัด จะเริ่มต้นจากการพิจารณาพลังงานเสมือนในสมการที่(4.27)และกำลังเสมือนในสมการที่(4.30) เนื่องจากพลังงานเสมือนมีเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ประกอบไปด้วยกำลังสองของตัวแปร E (E^2) และกำลังสองของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ($\tilde{p}^T \Gamma \tilde{p}$) จะทำให้พลังงานเสมือนดังกล่าวมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา นั่นคือพลังงานเสมือนมีขอบเขตล่าง รวมถึงกำลังเสมือนมีเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ประกอบไปด้วยกำลังสองของตัวแปร E เพียงอย่างเดียว จะทำให้กำลังเสมือนข้างต้นมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา กล่าวคือ

$$E^2 \geq 0 \text{ และ } \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \geq 0 \Rightarrow V \geq 0 \Rightarrow V \text{ มีขอบเขตล่าง}$$

$$E^2 \geq 0 \Rightarrow \dot{V} \leq 0$$

เมื่อพิจารณาพลังงานเสมือนที่มีขอบเขตล่างและสมการที่(4.30)พร้อมกัน จะได้ว่าพลังงานเสมือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าเดิมตลอดเวลา ($V(t) \leq V(0)$) ซึ่งหมายความว่าพลังงานเสมือนมีค่าจำกัดและมีขนาดจำกัดตลอดเวลา โดยที่เป็นไปตามความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติ

เชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชันสเกลลาร์ในภาคผนวก ก รวมถึงเทอมที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการที่ (4.27) ทุกเทอม จะมีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$\begin{aligned} V \text{ มีขอบเขตล่าง และ } \dot{V} \leq 0 &\Rightarrow V(t) \leq V(0) \Rightarrow V \text{ มีค่าจำกัด} \\ V \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow E^2 \text{ และ } \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด} \\ E^2 \text{ และ } \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow E \text{ และ } \|\tilde{p}\| \text{ มีขนาดจำกัด} \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าคงที่ λ ของตัวกรองอันดับหนึ่งในสมการที่(4.18) มีค่าเป็นบวก ($\lambda > 0$) จะได้ว่าตัวกรองดังกล่าวมีคุณสมบัติของเสถียรภาพแบบสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตที่มีขอบเขตจำกัดและมีเสถียรภาพเชิงอะซิมโทติก[34] นั่นคือ เมื่อตัวแปร E มีขนาดจำกัด จะทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม ($\tilde{x}$) และอัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{\tilde{x}}$) มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$E \text{ มีขนาดจำกัด และ } \lambda > 0 \Rightarrow \tilde{x} \text{ และ } \dot{\tilde{x}} \text{ มีขนาดจำกัด}$$

ในการควบคุมการหมุนจริงของระบบแท่นหมุน สัญญาณทราบเชิงทอรีที่ใช้งาน จะมีตำแหน่งเชิงมุม (x_d) อัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{x}_d$) และอัตราเร่งเชิงมุม ($\ddot{x}_d$) ซึ่งมีขนาดจำกัด เป็นผลให้สัญญาณอ้างอิงเทียบ (x_r และ $\dot{x}_r$) ในสมการที่(4.20) มีขนาดจำกัด รวมถึงผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม (x) และอัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{x}$) มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน กล่าวคือ

$$\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, x_d, \dot{x}_d \text{ และ } \ddot{x}_d \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow x, \dot{x}, x_r \text{ และ } \dot{x}_r \text{ มีขนาดจำกัด}$$

เมื่อสัญญาณอ้างอิงเทียบมีขนาดจำกัด จะได้ว่าเวกเตอร์ Y_R มีขนาดจำกัด เนื่องจากเวกเตอร์ $\tilde{p}$ และเวกเตอร์ Y_R มีขนาดจำกัด จะทำให้ผลคูณภายในของเทอม $Y_R \tilde{p}$ มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน และเป็นผลให้ตัวแปร $\dot{E}$ ในสมการระบบปิดของสมการที่(4.24) มีขนาดจำกัด ซึ่งเกิดจากตัวแปร E และเทอม $Y_R \tilde{p}$ มีขนาดจำกัด กล่าวคือ

$$\begin{aligned} x_r \text{ และ } \dot{x}_r \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \|Y_R\| \text{ มีขนาดจำกัด} \\ \|Y_R\| \text{ และ } \|\tilde{p}\| \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow Y_R \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด} \\ E \text{ และ } Y_R \tilde{p} \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \dot{E} \text{ มีขนาดจำกัด} \end{aligned}$$

นั่นคือตัวแปร E มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป เนื่องจากตัวแปร E และ $\dot{E}$ มีขนาดจำกัด จะทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือน $(\ddot{V}(t))$ มีขนาดจำกัดเช่นเดียวกัน ซึ่งหมายความว่ากำลังเสมือน $(\dot{V}(t))$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป $(t \rightarrow \infty)$ กำลังเสมือนจะลู่เข้าหาศูนย์ $(\dot{V} \rightarrow 0)$ ซึ่งเป็นไปตามทวิเคราะห์ของบาสาลัด และเป็นผลให้ตัวแปร E ลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน $(E \rightarrow 0)$ รวมถึงความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุม จะลู่เข้าหาศูนย์พร้อมกัน $(\tilde{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0)$ หรือผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุม จะลู่เข้าหาค่าตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการและอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีตามลำดับ $(x \rightarrow x_d$ และ $\dot{x} \rightarrow \dot{x}_d)$ นอกจากนี้การลู่เข้าหาศูนย์ของตัวแปรสถานะ $\tilde{x}$ และ $\dot{\tilde{x}}$ จะไม่สัมพันธ์กับขนาดของค่าคงที่ $\tilde{x}(0)$ และ $\dot{\tilde{x}}(0)$ ในตอนเริ่มต้นการควบคุม ในขณะที่เดียวกันพลังงานเสมือนจะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง $(V \rightarrow c)$ หรือมีค่าจำกัด เป็นผลให้ความผิดพลาดของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา $(\tilde{m}, \tilde{d}, \tilde{f}_{c+}$ และ $\tilde{f}_{c-})$ จะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งเช่นเดียวกัน

$$\begin{aligned} \tilde{x} \rightarrow 0 \text{ และ } \dot{\tilde{x}} \rightarrow 0 &\Rightarrow x \rightarrow x_d \text{ และ } \dot{x} \rightarrow \dot{x}_d \\ V \rightarrow \text{ค่าคงที่ และ } E \rightarrow 0 &\Rightarrow \tilde{m}, \tilde{d}, \tilde{f}_{c+} \text{ และ } \tilde{f}_{c-} \rightarrow \text{ค่าคงที่} \end{aligned}$$

กล่าวคือ ในทางทฤษฎี วงล้อเหล็กจะหมุนครบรอบได้ตำแหน่งพอดีและมีอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ตามการกำหนดของสัญญาณทราเจ็คทอรี ในขณะที่ถ่ายภาพตัดขวาง ต่อมาพิจารณาการหากฎการปรับค่า ซึ่งเกิดจากการจัดรูปสมการที่(4.29)ใหม่ ดังนี้

$$\dot{\tilde{p}} = \ddot{\tilde{p}} = -\Gamma^{(-1)} Y_R^T E \quad (4.32)$$

จากนั้นขยายรูปสมการที่(4.32) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{m}} &= \ddot{\tilde{m}} = -\gamma_1 \dot{x}_r E \\ \dot{\tilde{d}} &= \ddot{\tilde{d}} = -\gamma_2 \dot{x}_r E \\ \dot{\tilde{f}}_{c+} &= \ddot{\tilde{f}}_{c+} = \gamma_3 E \eta \\ \dot{\tilde{f}}_{c-} &= \ddot{\tilde{f}}_{c-} = \gamma_3 E (1 - \eta) \end{aligned} \quad (4.33)$$

โดยที่ $\dot{\tilde{m}} = 0$, $\dot{\tilde{d}} = 0$, $\dot{\tilde{f}}_{c+} = 0$ และ $\dot{\tilde{f}}_{c-} = 0$ เมื่อเขียนสมการที่(4.33)ให้อยู่ในรูปการ

อินทิเกรต จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
\dot{m}(t) &= \dot{m}(0) - \gamma_1 \int_0^t \dot{x}_r(\tau) E(\tau) d\tau \\
\dot{d}(t) &= \dot{d}(0) - \gamma_2 \int_0^t x_r(\tau) E(\tau) d\tau \\
\hat{f}_{c+}(t) &= \hat{f}_{c+}(0) + \gamma_3 \int_0^t E(\tau) \eta(\tau) d\tau \\
\hat{f}_{c-}(t) &= \hat{f}_{c-}(0) + \gamma_3 \int_0^t E(\tau) [1 - \eta(\tau)] d\tau
\end{aligned} \tag{4.34}$$

หรือเขียนกฎการปรับค่าให้อยู่ในรูปของการนิยามค่านวนหาอนุพันธ์ ซึ่งเป็นรูปแบบของสมการที่นำไปใช้งาน จะได้

$$\begin{aligned}
\dot{m}(t) &= \lim_{T \rightarrow 0} [\dot{m}(t-T) - \gamma_1 T \dot{x}_r(t) E(t)] \\
\dot{d}(t) &= \lim_{T \rightarrow 0} [\dot{d}(t-T) - \gamma_2 T x_r(t) E(t)] \\
\hat{f}_{c+}(t) &= \lim_{T \rightarrow 0} [\hat{f}_{c+}(t-T) + \gamma_3 T E(t) \eta] \\
\hat{f}_{c-}(t) &= \lim_{T \rightarrow 0} [\hat{f}_{c-}(t-T) + \gamma_3 T E(t) (1 - \eta)]
\end{aligned} \tag{4.35}$$

โดยที่ T คือคาบการสุ่มของตัวควบคุม ในการทดลอง จะกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของ $\dot{m}(0)$, $\dot{d}(0)$, $\hat{f}_{c+}(0)$ และ $\hat{f}_{c-}(0)$ ในสมการที่(4.34) เท่ากับศูนย์ เมื่อพิจารณาการประมาณค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c+}(t)$ และ $\hat{f}_{c-}(t)$ แบบแปรตามเวลา จะได้ว่า ช่วงระยะเวลาที่ η มีค่าเท่ากับศูนย์ พารามิเตอร์ $\hat{f}_{c+}(t)$ จะมีขนาดคงที่ ซึ่งเกิดจากการหยุดอินทิเกรตตัวแปร E และไม่ถูกนำไปใช้ในกฎการควบคุม(สมการที่(4.23)) ส่วนพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c-}(t)$ จะถูกประมาณค่า(update) ซึ่งเกิดจากการอินทิเกรตตัวแปร E และถูกนำไปใช้ในกฎการควบคุม ในกรณีที่ ช่วงระยะเวลาที่ η มีค่าเท่ากับหนึ่ง จะเกิดการประมาณค่าและนำไปใช้ในกฎการควบคุม กลับกัน ขั้นตอนสุดท้ายคือการหาสมการระบบปิดที่รวมกฎการปรับค่าและกฎการควบคุมในสมการเดียวกัน ซึ่งทำได้โดยการหาอนุพันธ์ของสมการที่(4.24)เทียบกับเวลาและแทนกฎการปรับค่าของสมการที่(4.33)ลงในสมการที่ได้ พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$m\ddot{E} + (K_D + d)\dot{E} + (\gamma_1 \dot{x}_r^2 + \gamma_2 x_r^2 + \gamma_3)E = \tilde{m}\ddot{x}_r + d\dot{x}_r \tag{4.36}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\hat{f}_{c+}(\infty) = f_{s+}\mu + f_{s-}(1-\mu) \quad (4.38)$$

$$\text{โดยที่} \quad \mu = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{f}_{c+}(\infty) \leq 0 \\ 0 & \text{if } \hat{f}_{c+}(\infty) > 0 \end{cases}$$

ซึ่งมีความหมายว่า แรงเสียดทานสถิตย์ f_{s+} และ f_{s-} เกิดขึ้นไม่พร้อมกัน นอกจากนี้แรงเสียดทานสถิตย์ที่ทำหน้าที่ด้านการหมุน จะมีขนาดเท่ากับแรงพยายามขับเคลื่อนระบบแต่มีทิศตรงข้ามกัน นั่นคือ $f_{s+} = -u$ หรือ $f_{s-} = -u$ เป็นผลให้ในช่วงของสภาวะคงตัว พารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบแปรตามเวลา $\hat{f}_{c+}(\infty)$ จะมีขนาดเท่ากับแรงเสียดทานสถิตย์ f_{s+} หรือ f_{s-} ที่เกิดขึ้นในขณะนั้น เพราะ $u(\infty) = -\hat{f}_{c+}(\infty)$

4.4 สรุป

การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก มีโครงสร้างและฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดซึ่งเข้าใจง่าย แต่ให้ผลตอบแทนที่มีความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่สภาวะคงตัว เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง จะเกิดจากการปรับปรุงโครงสร้างของตัวควบคุมแบบแรกโดยใช้สมการที่(4.18)เป็นสมการตั้งต้นในการออกแบบ ผลลัพธ์ของการเลือกฟังก์ชันเลียปูนอฟ(พลังงานเสมือน)และการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟ(กำลังเสมือน)ข้างต้นรวมถึงการกำหนดเงื่อนไขเสถียรภาพ จะทำให้ผลตอบแทนของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมเข้าสู่หาค่าตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการและอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีตามลำดับ นั่นคือความผิดพลาดของผลตอบแทนเข้าสู่หาศูนย์เชิงอะซิมโทติก การนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สองไปใช้งานทดลองหาคะการหมุนจริงคือการสร้างกฎการควบคุมในสมการที่(4.23)และกฎการปรับค่าในสมการที่(4.35) รวมถึงการนำมาเชื่อมต่อเข้ากับระบบแท่นหมุน(ระบบเปิด)ให้เป็นระบบปิด ส่วนตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรกจะไม่ถูกนำไปใช้งาน จุดเด่นของการออกแบบตัวควบคุมทั้งสองแบบนี้คือการเพิ่มเติมเทอมที่ทำหน้าที่ชดเชยแรงเสียดทานหนืดในกฎการควบคุม ซึ่งแรงเสียดทานหนืดเป็นปริมาณทางกายภาพที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุน การใช้อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรี เป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในขณะที่ควบคุมจริง แทนที่การใช้อัตราเร็วเชิงมุมของผลตอบแทนซึ่งได้จากการคำนวณอนุพันธ์ของระยะทางเชิงมุมที่เทียบกับคาบการสุ่ม เพื่อลดผลของสัญญาณรบกวนที่ถูกขยายขนาดจากการคำนวณแบบเชิงเลข และหลีกเลี่ยงการใช้งานอุปกรณ์ตรวจวัดปริมาณอัตราเร็วเชิงมุมของผลตอบแทน ซึ่งมีราคาแพงและไม่สะดวกในการติดตั้ง[4] รวมถึงการไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบซึ่งเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้จากการประมาณแบบคงที่หรือค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการวัดโดยตรงก่อนการควบคุมจริง นำมาเป็นข้อมูลอีกส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในขณะควบคุมจริง[3] จะทำให้ลดขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สองจะถูกประยุกต์ใช้งานได้กว้างขวางมากกว่าตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

การทดลองและผลการทดลอง

5.1 บทนำ

หลังจากออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งเกิดจากการปรับปรุงโครงสร้าง เพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น(แรงเสียดทาน)ของการหมุนในระบบ แท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการนำตัวควบคุมดังกล่าวทดสอบใช้งานจริง และเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบปิดที่ได้กับผลตอบสนองของระบบเปิดที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม การทดสอบใช้งานจริงของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะแบ่งออกเป็นสองขั้นตอนคือ การจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในทางทฤษฎีและการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดในทางปฏิบัติซึ่งมีรายละเอียดในภาคผนวก ข

ในส่วนของการจำลองเลียนแบบ จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณแบบคงที่และแรงเสียดทานสถิตย์ที่หาได้โดยตรง เป็นข้อมูลของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ แท่นหมุนเท่านั้น แบบจำลองของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลออม์จะเป็นแบบจำลองของคาร์รnofที่ได้นำเสนอในงานก่อนหน้านี้ ลำดับขั้นตอนของการใช้งานตัวควบคุมทั้งสองแบบจะเริ่มต้นจากการนำตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเชื่อมต่อเข้ากับระบบเปิด(ระบบแท่นหมุน)ให้เป็นระบบปิด เพื่อทดลองชดเชยการหมุนจริงโดยใช้ค่าเกนพีดีของค่าต่างๆที่ละชุดในการหมุนแต่ละครั้ง พร้อมกับการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในกรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมและค่าเกนของค่าต่างๆชุดเดียวกัน ซึ่งค่าเกนพีดีที่กล่าวถึงของแต่ละชุดจะเกิดจากการคำนวณหาคำตอบของสมการวิคตอเรียกอดหนึ่ง ต่อมาเลือกค่าเกนพีดีของตัวควบคุมที่ให้ผลตอบสนองของระบบปิดซึ่งมีสมรรถนะดีที่สุดในการทดลองควบคุมการหมุนจริงและผลตอบสนองที่ได้อยู่ในช่วงหน่วงสูงกว่าวิกฤต(overdamped) เป็นค่าเกนของส่วนป้อนกลับ(ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม)ในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

จากนั้นเปลี่ยนชนิดของตัวควบคุมที่ทำหน้าที่ชดเชยการหมุนของระบบ เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สองแทนที่ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งเป็นตัวควบคุมที่ถูกใช้งานในลำดับแรก ต่อมาทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดโดยใช้ค่าเกนของส่วนป้อนล่วงหน้าค่าต่างๆที่ละชุดในการหมุนแต่ละครั้ง พร้อมกับการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในกรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้และค่าเกนของค่าต่างๆชุดเดียวกัน ซึ่งการกำหนดค่าเกนส่วนป้อนล่วงหน้าจะระบุให้มีขนาดน้อยกว่าค่าเกนพีดีของส่วนป้อนกลับอย่างเพียงพอในการทดลองหมุนจริงครั้งแรกของกรณีนี้ จากนั้นเพิ่มค่าเกนส่วนป้อนล่วงหน้า(ค่าเกนในกฎการปรับค่า)ให้มีค่ามากกว่าเดิมในการทดลองหมุนจริงครั้งต่อไปโดยที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าเกนส่วนป้อนกลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการเพิ่มค่าเกนที่กล่าวถึงจะใช้จำนวนเท่าคูณกับค่าเกนเดิมซึ่งผลคูณที่ได้คือค่าเกนใหม่ เงื่อนไขของการสิ้นสุดการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดและการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดโดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ทำหน้าที่เป็นตัวชดเชยรวมถึงการเพิ่มค่าเกน คือผลตอบสนองที่ถูกระบุว่าสัญญาณทราเจ็คทอรีได้ดีที่สุดและเร็วเพียงพอเมื่อเทียบกับเวลาที่ผ่านไปในการทดลอง นอกจากนี้สัญญาณทราเจ็คทอรีที่ใช้ในการทดลองควบคุมการหมุนจริงและการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนโดยใช้ตัวควบคุมทั้งสองกรณี จะมีรูปแบบกำหนดการหมุนของระบบเป็นรูปแบบเดียวกัน

5.2 ผลการทดลอง

รายละเอียดของขั้นตอนการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดพร้อมกับขั้นตอนการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด จะเริ่มต้นจากการนำตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเชื่อมต่อเข้ากับระบบเปิดให้เป็นระบบปิด และปรับเปลี่ยนค่าเกนของตัวควบคุมซึ่งทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะของการหมุนโดยใช้สมการรีคัตติคก่อนการกำหนดให้ตัวควบคุมทำงานในแต่ละครั้ง ในส่วนของการปรับเปลี่ยนค่าเกนพีดีของตัวควบคุม จะใช้ค่าเกนพีดีที่มีค่ามากที่สุดซึ่งระบบปิด(วงลูปหลักของระบบแทนหมุน)สามารถรักษาผลตอบสนองของการหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่เกิดการกระตุกในขณะเคลื่อนที่และไม่เกิดโอเวอร์ชูต(overshoot) เพราะการใช้ค่าเกนพีดีที่มีค่ามากขึ้น จะทำให้ตัวควบคุมชดเชยคุณลักษณะการหมุนของระบบได้มากขึ้น เป็นผลให้ความผิดพลาดโดยรวมของผลตอบสนองมีค่าลดลง นั่นคือผลตอบสนองติดตามสัญญาณทราเจ็คทอรีได้ดีขึ้นหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือตัวควบคุมมีสมรรถนะในการชดเชยพลวัตของระบบได้มากขึ้น(กราฟของผลตอบสนองที่เทียบกับเวลามีความใกล้เคียงกับกราฟของสัญญาณทราเจ็คทอรีที่เทียบกับเวลาในแกนเดียวกัน)

และขั้นตอนการปรับค่าเกนที่กล่าวถึง จะเริ่มต้นจากการกำหนดค่าของตัวแปร $q_{11} = 100$ และ $q_{22} = 10$ ให้เป็นค่าคงที่ รวมถึงตัวแปร R มีค่าเปลี่ยนแปลงลดลงซึ่งเท่ากับ 1, 0.9 และ 0.8 ตามลำดับ จากนั้นแทนค่าลงในสมการรีคัตติค(สมการที่(2.44)และสมการที่(2.47))ทีละครั้งของค่า R จะได้ชุดของค่าเกน K_P และ K_D เป็นตัวเลขคงที่ที่เหมาะสมค่าหนึ่งและมีความมากขึ้นตามการลดลงของ R ดังแสดงในตารางที่ 5.1 เมื่อทดลองควบคุมการหมุนจริงโดยใช้ค่าเกนของตัวควบคุม K_P และ K_D ข้างต้นทีละคู่ ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้ในแต่ละครั้ง จะมีความต่อเนื่องและไม่เกิดการแกว่ง(oscillate) กรณีที่ตัวแปร R มีค่าเปลี่ยนแปลงลดลงจากเดิมซึ่งเท่ากับ 0.7, 0.6 และ 0.5 ตามลำดับ สมการรีคัตติคจะให้ชุดของค่าเกน K_P และ K_D เป็นตัวเลขที่เหมาะสมที่สุดและมีความมากขึ้นดังแสดงในตารางที่ 5.1 เมื่อใช้ค่าเกน K_P และ K_D ชุดนี้ทีละคู่ ทดลองควบคุมการหมุนจริง ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้ จะไม่มีความต่อเนื่องกล่าวคือเกิดการแกว่งที่มีขนาดมากขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของค่าเกนตัวควบคุม(ซึ่งสัมพันธ์กับการลดลงของค่า R)

เอกสารนี้เป็นเอกสารต้นฉบับสำหรับการนำเสนอในงานวิจัยด้านวิชาการ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.1 ค่าเกณฑ์ K_P และ K_D ที่คำนวณได้จากสมการรีคัตติเมื่อ R มีค่าเปลี่ยนแปลง

R	K_P	K_D	$\lambda = K_P/K_D$
1	10	4.7147	2.121
0.9	10.5409	4.9237	2.1409
0.8	11.1803	5.1683	2.1632
0.7	11.9523	5.4606	2.1888
0.6	12.9099	5.8189	2.2186
0.5	14.1421	6.2739	2.2541

เนื่องจากการปรับค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนกลับและส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งมีตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมทำหน้าที่ในส่วนป้อนกลับ เป็นงานที่ทำแยกอิสระออกจากกันได้ เพราะในช่วงเวลาเริ่มต้นของการควบคุมการหมุนระบบปิด ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้จะมีลักษณะใกล้เคียงกับตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมกล่าวคือส่วนป้อนกลับเท่านั้นที่ทำหน้าที่ชดเชยการหมุนของระบบปิด เมื่อเวลาผ่านไปส่วนป้อนล่วงหน้าและส่วนป้อนกลับ จะทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะของระบบพร้อมกัน นั่นคือค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมที่มีค่ามากที่สุดและสอดคล้องกับเงื่อนไขของการปรับค่าเกณฑ์ จะถูกนำไปใช้เป็นค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนกลับที่กล่าวถึงได้ ดังนั้นค่าเกณฑ์ $K_D = 5.1683$ และ $K_P = 11.1803$ ($\lambda = 2.1632$) ซึ่งได้จากการคำนวณของสมการรีคัตติโดยการเลือก $R = 0.8$ จะเป็นค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนกลับในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ในขั้นตอนต่อไป ผลลัพธ์ของการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนและผลการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดโดยทั้งสองขั้นตอนนี้ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมที่มีค่าเกณฑ์ $K_P = 11.1803$ และ $K_D = 5.1683$ จะแสดงได้ในรูปที่ 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 และ 5.6 ตามลำดับ (เส้นประ) ซึ่งประกอบไปด้วยผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุม ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุม และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมในรูปของ $\int_0^t |\dot{x}(\tau)| d\tau$ (IAE) ที่เทียบกับเกณฑ์เวลาในสองขั้นตอนที่กล่าวถึง

ขั้นตอนสุดท้ายของการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดพร้อมกับขั้นตอนของการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิด คือกรณีของการนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้เชื่อมต่อเข้ากับระบบเปิดให้เป็นระบบปิด แทนที่ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม และปรับเปลี่ยนค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมซึ่งทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะของการหมุนก่อนการกำหนดให้ตัวควบคุมทำงานในแต่ละครั้ง ในส่วนของการปรับเปลี่ยนค่าเกณฑ์ทั้งหมดของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือการปรับค่าเกนของส่วนป้อนกลับและการปรับค่าเกนของส่วนป้อนลวงหน้า(กฎการปรับค่า)

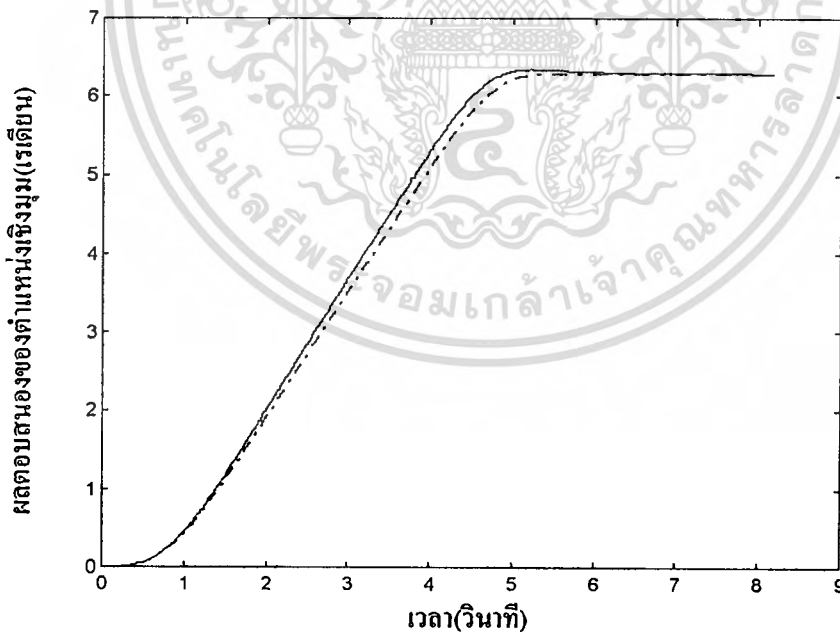
การเลือกค่าเกนของส่วนป้อนกลับจะระบุเป็นค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมที่เหมาะสมที่สุดซึ่งถูกคำนวณหาได้จากขั้นตอนที่ผ่านมา และการเลือกค่าเกนของส่วนป้อนลวงหน้า จะมีเงื่อนไขเดียวกับการปรับค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมข้างต้น กล่าวคือค่าเกนของส่วนป้อนลวงหน้าจะถูกระบุให้มีค่ามากที่สุดซึ่งระบบปิดสามารถรักษาผลตอบสนองของการหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่เกิดการกระตุกในขณะเคลื่อนที่ การเลือกใช้ค่าเกนที่มีค่าน้อยลง จะทำให้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้มีลักษณะใกล้เคียงกับตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม เพราะอัตราการเปลี่ยนแปลงของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่า มีค่าน้อยกว่า เป็นผลให้พารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณค่า มีขนาดน้อยกว่าเช่นเดียวกัน เมื่อเทียบกับค่าพารามิเตอร์จริงของระบบตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุม นั่นคือส่วนป้อนลวงหน้าของกฎการควบคุมจะไม่สามารถชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบจริงได้เพียงพอ ซึ่งเพิ่มเติมจากการชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นในระบบจริงของส่วนป้อนกลับ ทำให้ผลตอบสนองไม่ลู่เข้าหาสัญญาณรบกวนที่ตลอดช่วงระยะเวลาที่ถูกพิจารณา

แต่ถ้าปรับค่าเกนให้มีค่ามากขึ้น ค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณแบบแปรตามเวลา จะมีขนาดใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ของระบบจริงภายในช่วงระยะเวลาอันสั้น เป็นผลให้ส่วนป้อนลวงหน้าของกฎการควบคุมชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น(แรงเสียดทาน)ของระบบจริงได้มากขึ้นซึ่งสัมพันธ์กับขนาดของค่าเกนที่ใช้งาน ดังนั้นผลตอบสนองจะลู่เข้าหาสัญญาณรบกวนที่ตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุม เมื่อพิจารณาขั้นตอนการปรับค่าเกนของส่วนป้อนลวงหน้า(กฎการปรับค่า) จะเริ่มต้นจากการระบุให้ $\gamma_1 = 0.18508$, $\gamma_2 = 0.26288$ และ $\gamma_3 = 0.03408$ ในการทดลองควบคุมการหมุนจริงครั้งแรก ซึ่งค่าเกนชุดนี้คือหนึ่งในสิบส่วนของค่าพารามิเตอร์ระบบที่ได้จากการประมาณแบบคงที่(m , d และ f_c ตามลำดับ)

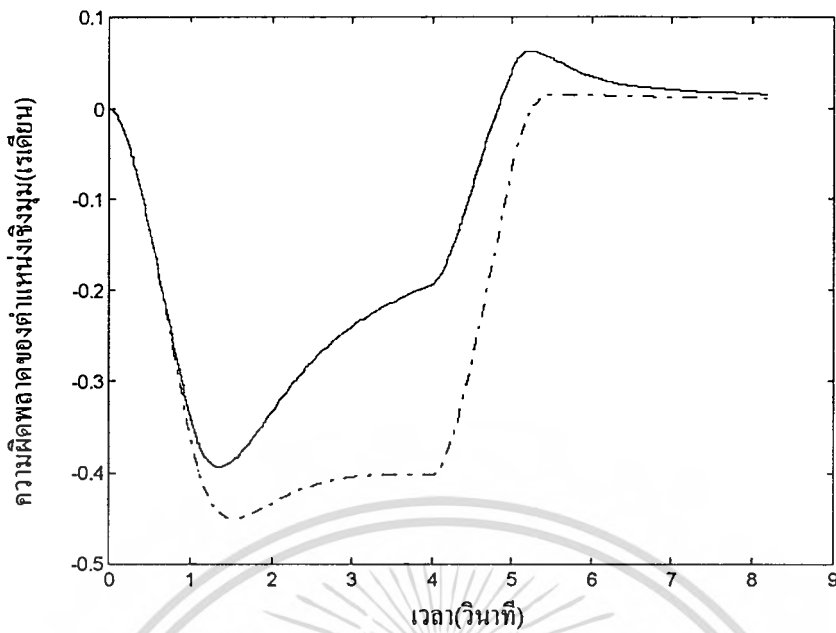
ต่อมาในการทดลองควบคุมการหมุนจริงครั้งที่สอง จะเพิ่มค่าเกนเป็นสองเท่าจากค่าเดิม นั่นคือ $\gamma_1 = 0.37016$, $\gamma_2 = 0.52576$ และ $\gamma_3 = 0.06816$ ผลการทดลองควบคุมการหมุนจริงในสองครั้งนี้ จะให้ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่มีความต่อเนื่องและไม่เกิดการแกว่ง แต่การเพิ่มค่าเกนเป็นสามเท่าจากค่าเดิมของการทดลองครั้งแรก($\gamma_1 = 0.55524$, $\gamma_2 = 0.78864$ และ $\gamma_3 = 0.10224$) ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จะไม่มีมีความต่อเนื่องหรือเริ่มเกิดการแกว่ง ผลลัพธ์ของการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนและผลการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดโดยทั้งสองขั้นตอนนี้ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่มีค่าเกนของส่วนป้อนลวงหน้า $\gamma_1 = 0.18508$, $\gamma_2 = 0.26288$ และ $\gamma_3 = 0.03408$ จะแสดงได้ในรูปที่ 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 และ 5.6 (เส้นทึบ) หรือแสดงได้ในรูปที่ 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 และ 5.12 (เส้นประ) รวมถึงผลลัพธ์ของทั้งสองขั้นตอนที่ใช้ค่าเกน $\gamma_1 = 0.37016$, $\gamma_2 = 0.52576$

และ $\gamma_3 = 0.06816$ จะแสดงได้ในรูปที่ 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11 และ 5.12 (เส้นทึบ) ซึ่งประกอบไปด้วยผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุม ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุม และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมในรูปของ $\int_0^t |\ddot{x}(\tau)| d\tau$ ที่เทียบกับแกนเวลาในสองขั้นตอนที่กล่าวถึง

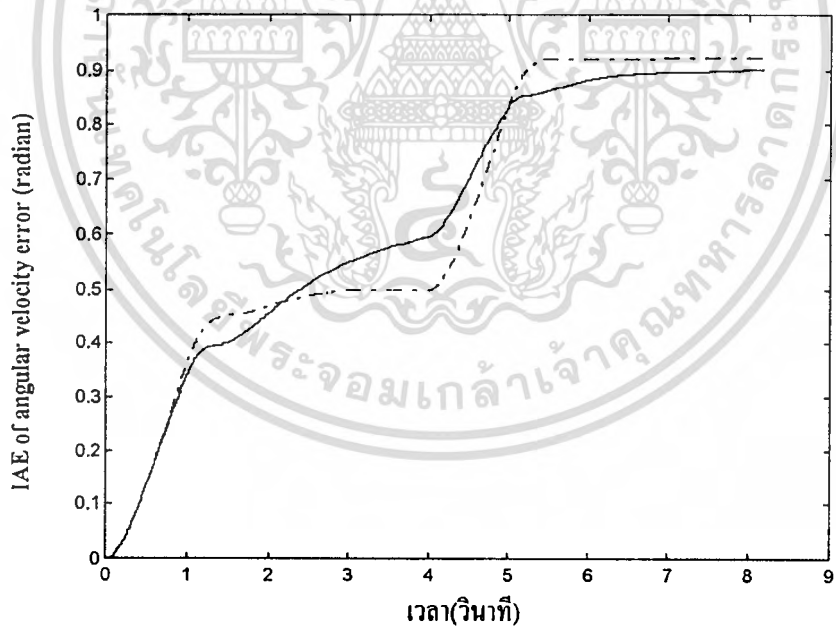
จากรูปที่ 5.1 ถึงรูปที่ 5.12 อธิบายได้ว่า ในช่วงระยะเวลาเริ่มต้นของการควบคุม ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้จะทำงานใกล้เคียงกับตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม เพราะค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณแบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่ามีขนาดน้อยเมื่อเทียบกับค่าพารามิเตอร์จริงของระบบ เป็นผลให้ส่วนป้อนล่วงหน้าของกฎการควบคุมไม่สามารถชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบจริงได้เพียงพอ ทำให้ผลตอบสนองไม่ลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีในช่วงเวลานี้ แต่เมื่อเวลาผ่านไป ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณแบบแปรตามเวลาจะมีขนาดมากขึ้นซึ่งใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์ของระบบจริง เป็นผลให้กฎการควบคุมทำงานชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบได้มากขึ้นเช่นเดียวกัน ดังนั้นผลตอบสนองจะเริ่มลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรี นอกจากนี้ในทางทฤษฎี การใช้ค่าแกนของส่วนป้อนล่วงหน้าที่มีค่ามากขึ้น จะทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของการประมาณค่าพารามิเตอร์มีค่ามากขึ้น นั่นคือผลตอบสนองจะลู่เข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีได้มากขึ้นภายในช่วงระยะเวลาอันสั้น



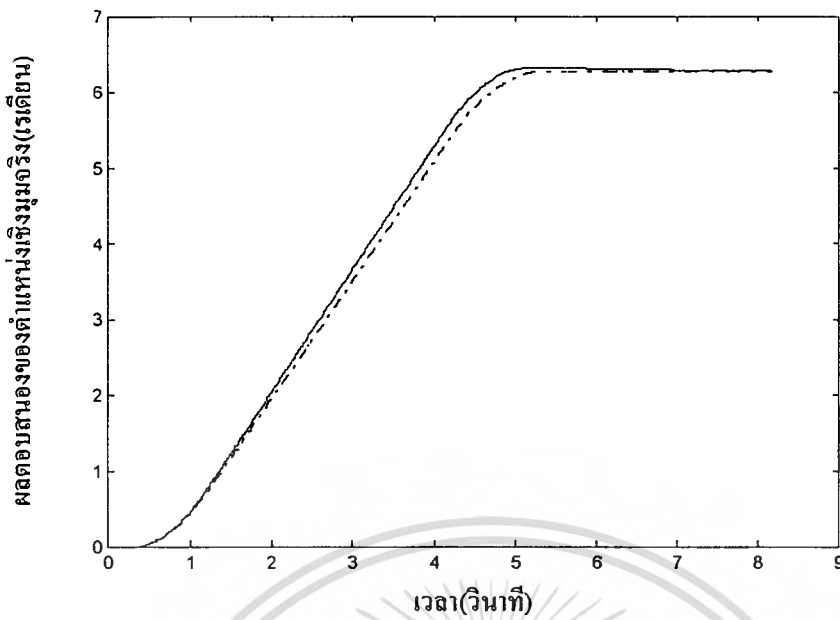
รูปที่ 5.1 แสดงผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ)



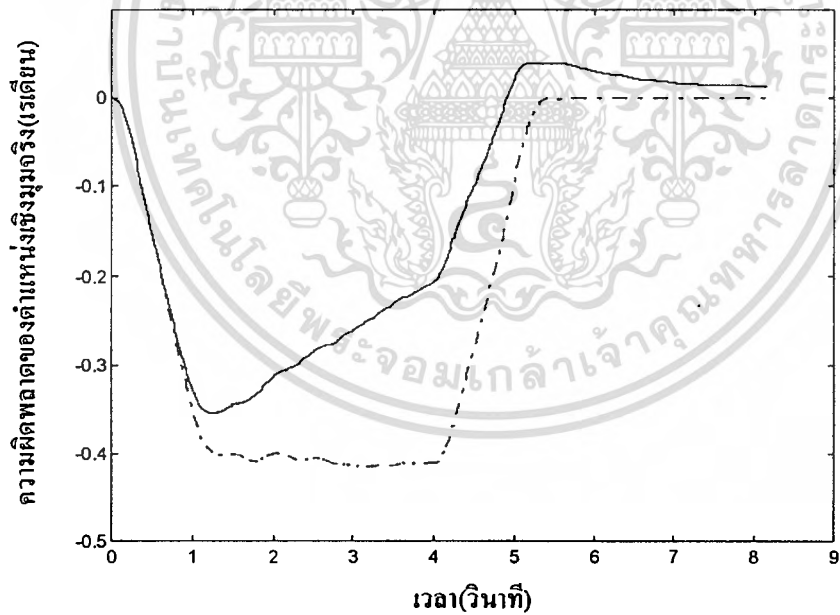
รูปที่ 5.2 แสดงความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ)



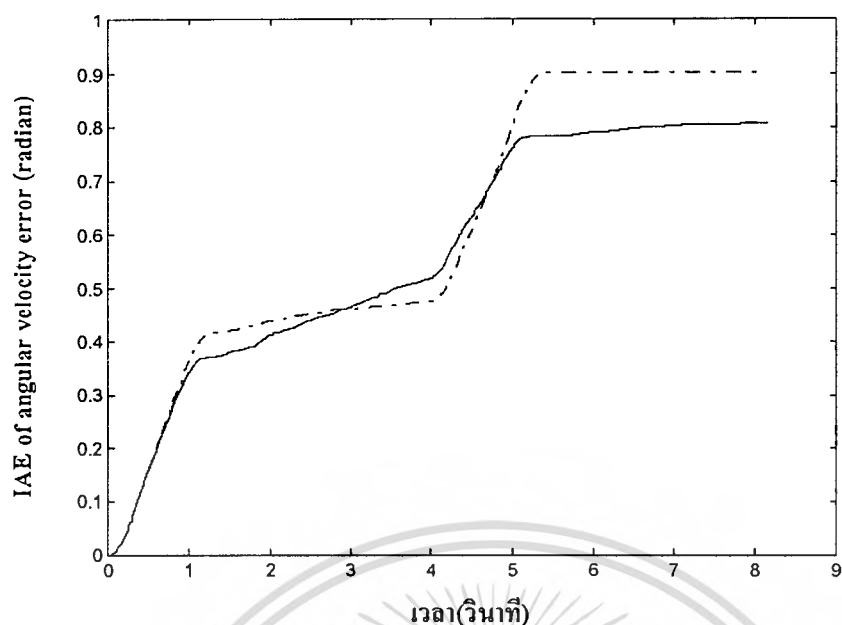
รูปที่ 5.3 แสดงความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ)



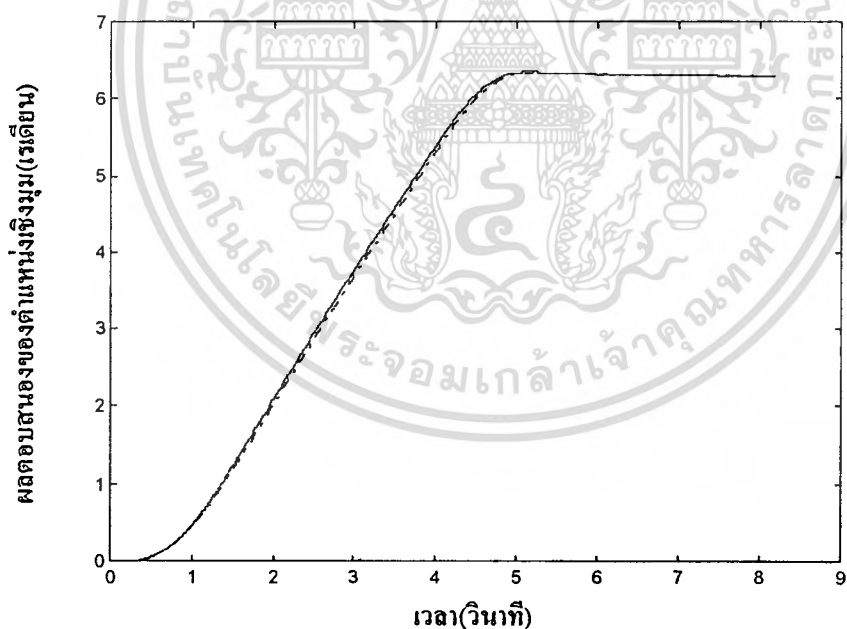
รูปที่ 5.4 แสดงผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม
พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ)



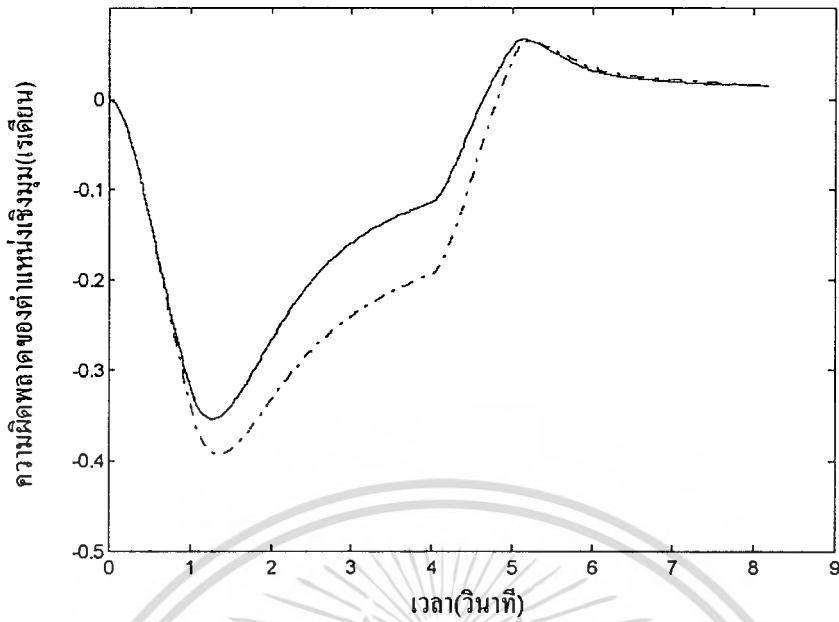
รูปที่ 5.5 แสดงความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม
พีดีแบบดั้งเดิม(เส้นประ)และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(เส้นทึบ)



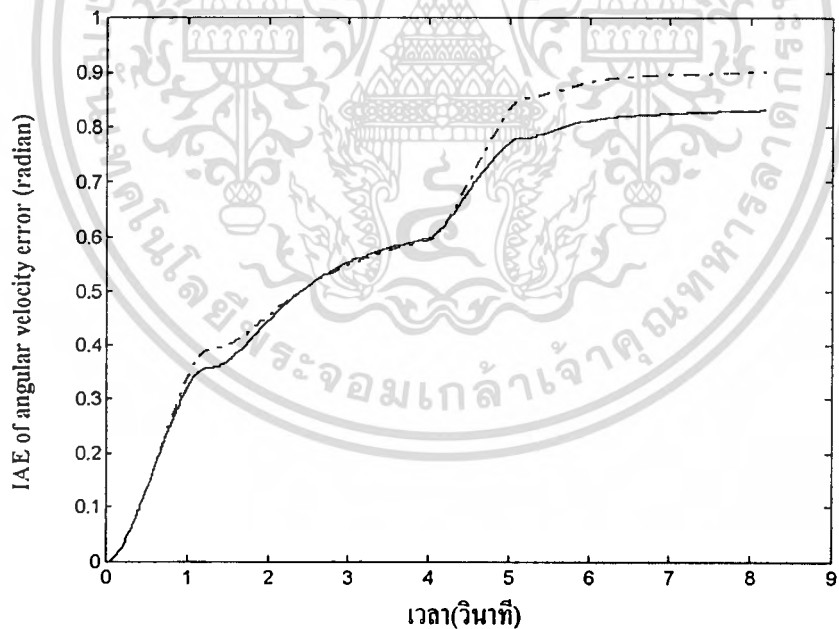
รูปที่ 5.6 แสดงความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม (IAE) ในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม (เส้นประ) และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ (เส้นทึบ)



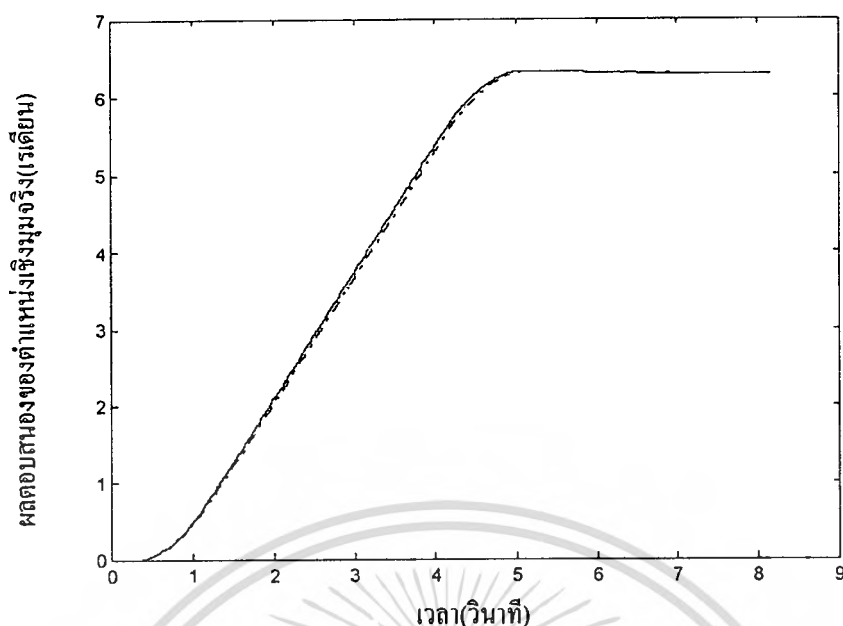
รูปที่ 5.7 แสดงผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์ต่ำ (เส้นประ) และค่าเกณฑ์สูง (เส้นทึบ)



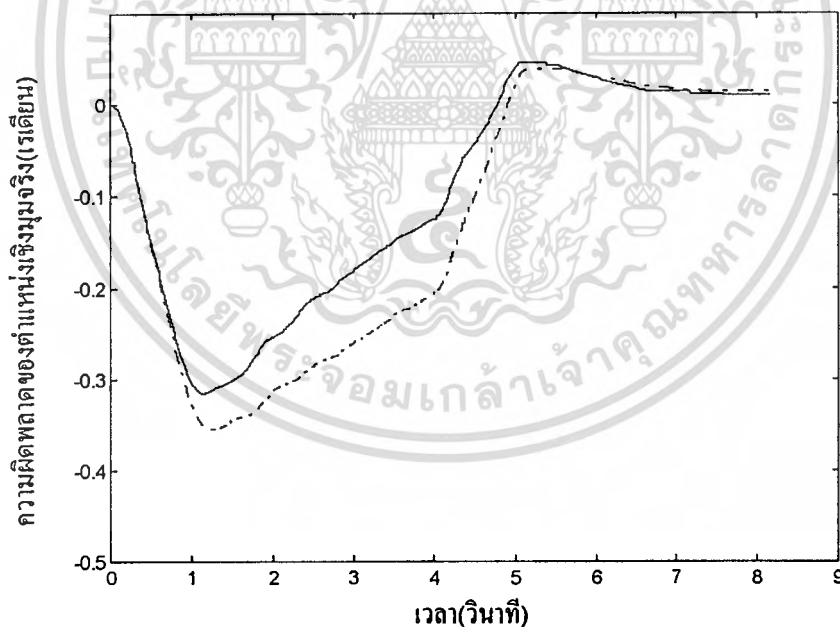
รูปที่ 5.8 แสดงความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัวควบคุม
พีดี้แบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์ต่ำ(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ)



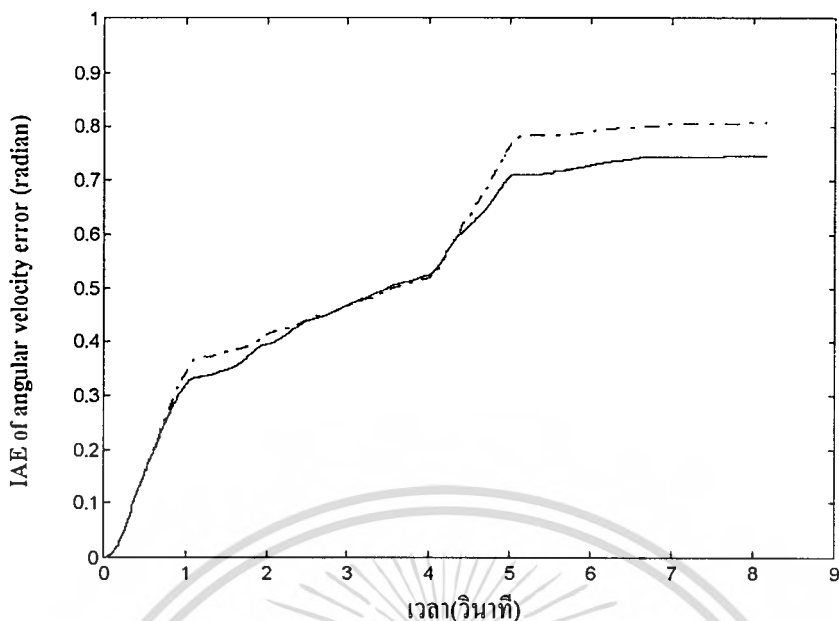
รูปที่ 5.9 แสดงความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบที่ใช้ตัว
ควบคุมพีดี้แบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์ต่ำ(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ)



รูปที่ 5.10 แสดงผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม
พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์ต่ำ(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ)



รูปที่ 5.11 แสดงความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุม
พีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์ต่ำ(เส้นประ)และค่าเกณฑ์สูงขึ้น(เส้นทึบ)



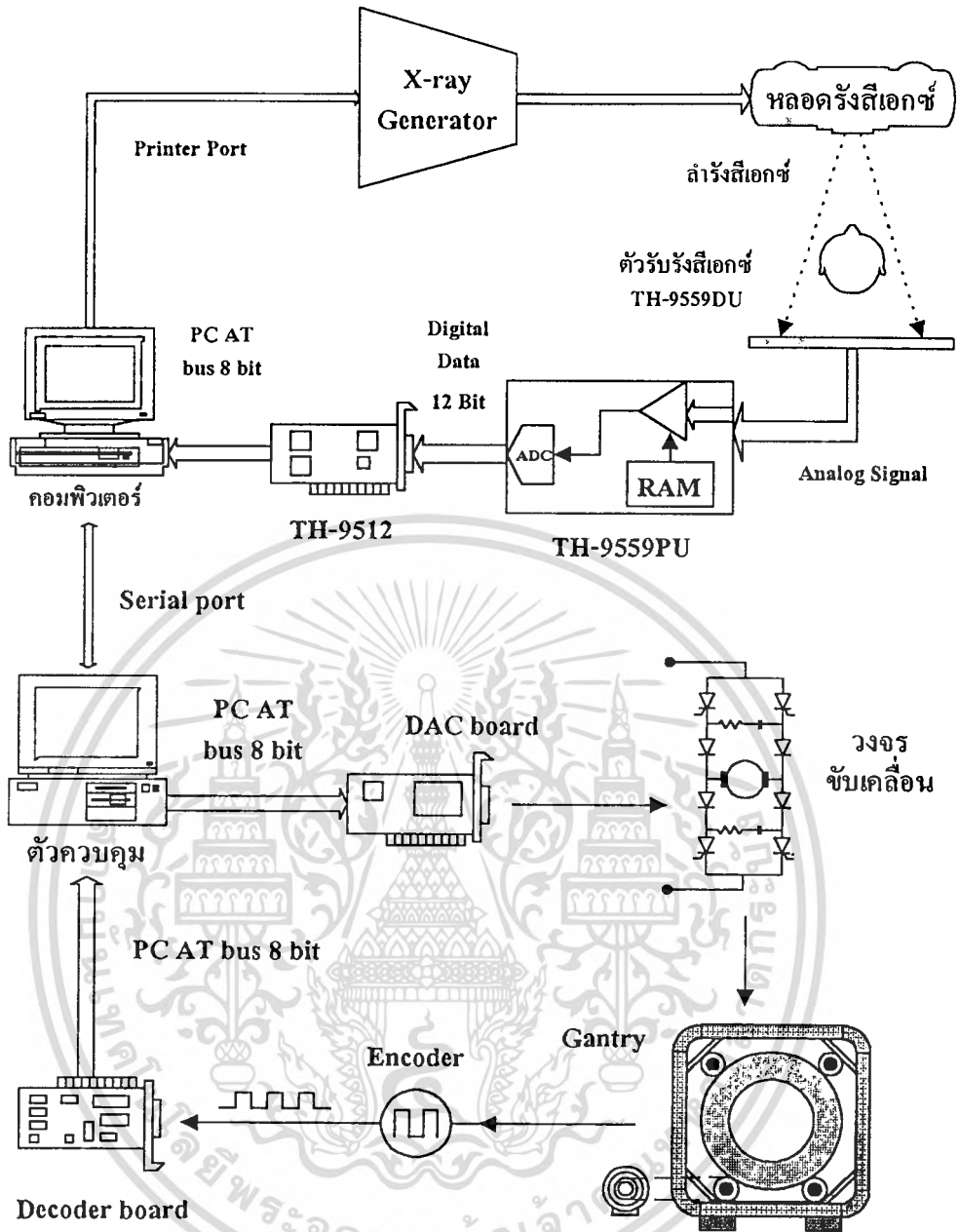
รูปที่ 5.12 แสดงความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม (IAE) ในขั้นตอนการทดลองหมุนจริงที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้เมื่อมีค่าเกณฑ์ (เส้นประ) และค่าเกณฑ์สูงขึ้น (เส้นทึบ)

เมื่อพิจารณาถึงการนำระบบควบคุมทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ทำงานร่วมกับระบบเอชเรย์ซึ่งแสดงในรูปที่ 5.13 และการติดตั้งอุปกรณ์ในรูปที่ 5.14 ในการควบคุมหรือซดเซกการหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง จะได้ผลลัพธ์ตามที่ต้องการ กล่าวคือวงล้อเหล็ก (หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์) หมุนได้ครบหนึ่งรอบตำแหน่งพอดีโดยใช้ช่วงระยะเวลาประมาณ 5 วินาที ซึ่งไม่มากกว่าระยะเวลานานที่สุดของการเปิดหลอดรังสีเอกซ์ หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์มีอัตราเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้นจนถึงขนาดตามที่กำหนดไว้ และเป็นอัตราเร็วเชิงมุมซึ่งมีขนาดคงที่ภายในช่วงระยะเวลาที่ถูกระบุ รวมถึงมีอัตราเร็วเชิงมุมลดลงจนเกิดการหยุดหมุนได้ และในขณะที่เดียวกันตัวรับรังสีเอกซ์เก็บข้อมูลดิบได้ครบจำนวน 360 โปรเจกชันในการหมุนแต่ละครั้ง ลำดับต่อไปคือการวางสรีระเทียม (radio phantom) ให้มีตำแหน่งอยู่ประมาณกึ่งกลางระหว่างหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ จากนั้นเปิดหลอดรังสีเอกซ์ และหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์พร้อมกันเพื่อเก็บข้อมูลดิบหนึ่งรอบซึ่งในลำดับนี้ระบบควบคุม (ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้) และระบบเอชเรย์จะทำงานพร้อมกัน หลังจากการหมุนครบหนึ่งรอบและหยุดหมุน หลอดรังสีเอกซ์จะถูกปิดเพื่อหยุดการฉายรังสีเอกซ์ ต่อมานำข้อมูลดิบหรือข้อมูลภาพที่เก็บรวบรวมได้ มาประมวลผลสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริทึมทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบไปด้วยสามอัลกอริทึม คือการปรับข้อมูลโปรเจกชัน (modified projection) การคอนโวลูชัน (convolution) และการฉายเงากลับ (back projection) เรียงตามลำดับ [2] จากนั้นแสดงภาพถ่ายตัดขวางที่ได้ออกจากจอภาพหรือจอแสดงผลซึ่งแสดงในรูปที่ 5.15 ภาพถ่ายดังกล่าวเป็นภาพถ่ายเอกซเรย์เป็นเอกซเรย์ที่ส่งวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

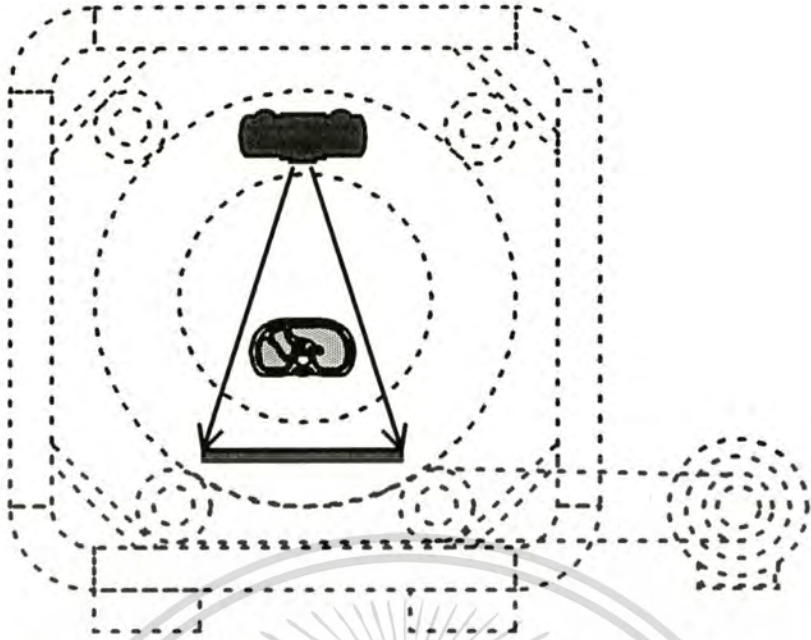
ตัดขวางของศีรษะเทียมบริเวณระดับหน้าผาก ซึ่งเปรียบเทียบกับการนำระบบควบคุมทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม ทำงานร่วมกับระบบเอกเซอร์ย์ เป็นผลให้ในการหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง มีความผิดพลาดของข้อมูลดิบที่นำมาใช้สร้างภาพและแสดงออกทางจอภาพดังแสดงได้ในรูปที่ 5.16 กล่าวคือบางส่วนของภาพตัดขวางข้างต้นมีความไม่ชัดเจนหรือไม่คมชัด(บริเวณที่ถูกครี)ซึ่งเกิดจากชุดข้อมูลดิบที่เก็บรวบรวมได้มีจำนวนไม่ครบ

5.3 สรุป

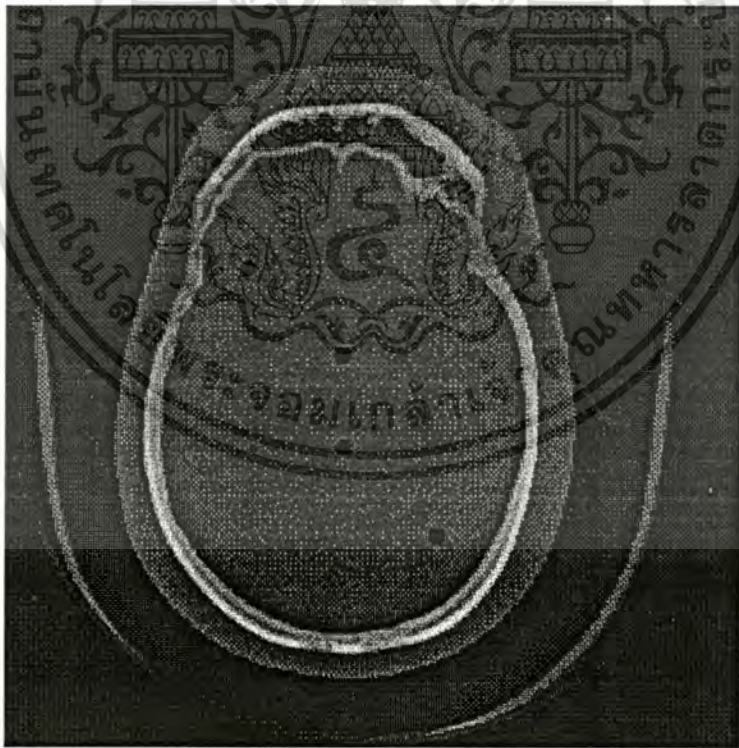
จากการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบปิดที่เกิดจากการชดเชยคุณลักษณะของการหมุนโดยใช้ตัวควบคุมทั้งสองแบบของขั้นตอนการจำลองเลียนแบบและขั้นตอนการทดลองหมุนจริง จะได้ว่าผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของกรณีการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ มีความผิดพลาดโดยรวมน้อยกว่าผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของกรณีการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม เมื่อปรับเปลี่ยนหรือเลือกใช้ค่าเกนของส่วนป้อนล่วงหน้า(กฎการปรับค่า)ในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ให้มีค่ามากขึ้นกว่าเดิม ผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่เกิดจากการชดเชยคุณลักษณะการหมุนของตัวควบคุมดังกล่าวในขั้นตอนการจำลองเลียนแบบและขั้นตอนการทดลองหมุนจริง จะมีความผิดพลาดโดยรวมลดลงจากเดิม นอกจากนี้ในช่วงเวลาเริ่มต้นของการควบคุม แรงเสียดทานสถิตย์จะทำหน้าที่ต้านการหมุนของระบบปิด เป็นผลให้วงล้อเหล็กไม่หมุนในทันทีหรืออีกนัยหนึ่งคือหลุดวงล้อล็อกและตัวรับรังสีเอกซ์ไม่มีระยะทางเชิงมุมเพิ่มขึ้นและเกิดความผิดพลาดของผลตอบสนอง นั่นคือกฎการควบคุมของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะเพิ่มแรงพยายาม(ศักดา)ให้มีขนาดมากกว่าแรงเสียดทานสถิตย์ ซึ่งในช่วงระยะเวลาสั้นๆข้างต้น กฎการปรับค่าของส่วนป้อนล่วงหน้าจะใช้เวลาผิดพลาดของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นนี้ เป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา เป็นผลให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่กล่าวถึงไม่เป็นไปตามทฤษฎี จนกว่าวงล้อเหล็กเกิดการหมุน ในขณะที่หลุดวงล้อล็อกและตัวรับรังสีเอกซ์หมุนพร้อมกันและมีระยะทางเชิงมุมเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาจะเป็นไปตามทฤษฎี และส่วนป้อนล่วงหน้าของกฎการควบคุม จะชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น(แรงเสียดทาน)ของระบบแท่นหมุนได้มากขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของเวลา ดังนั้นการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่กล่าวถึงในช่วงเวลาเริ่มต้นของการควบคุมซึ่งเป็นช่วงระยะเวลาของการเกิดแรงเสียดทานสถิตย์ จะไม่มีผลกระทบถึงหรือมีผลกระทบถึงน้อยมากในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่วงเวลาต่อไป



รูปที่ 5.13 แสดงแผนภาพการเชื่อมต่อระหว่างอุปกรณ์ต่างๆในระบบเอกซเรย์และระบบควบคุม

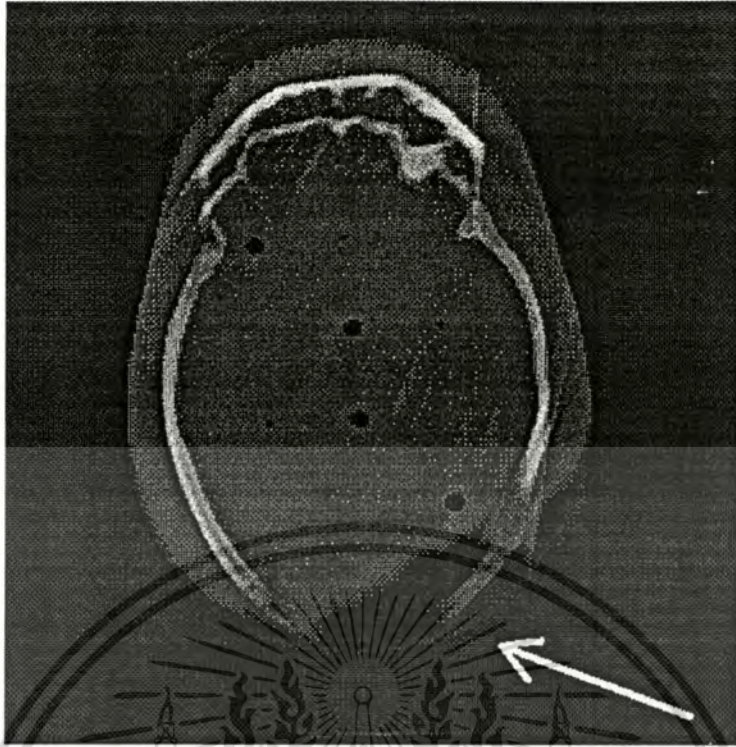


รูปที่ 5.14 แสดงตำแหน่งของการติดตั้งหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์(เส้นทึบ)เข้ากับระบบแท่นหมุน(เส้นประ) รวมถึงตำแหน่งของร่างกายคนใช้ในการถ่ายภาพตัดขวาง



รูปที่ 5.15 แสดงภาพถ่ายตัดขวางของศีรษะเทียมบริเวณระดับหน้าผาก ซึ่งเกิดจากการทำงานร่วมกันของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้และระบบเอกซเรย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.16 แสดงภาพถ่ายตัดขวางของศีรษะเทียมบริเวณระดับหน้าผาก ซึ่งเกิดจากการทำงานร่วมกันของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมและระบบเอกซเรย์

สรุปผลการทดลองและแนวทางการพัฒนาต่อ

6.1 บทนำ

หลังจากผ่านขั้นตอนการจำลองเขียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดและการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด(ระบบแท่นหมุน) เมื่อนำข้อมูลของความผิดพลาดผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่เกิดจากการชดเชยคุณลักษณะของการหมุนโดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมและตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ มาเปรียบเทียบกัน จะได้ว่ามีข้อแตกต่างระหว่างข้อมูลของผลตอบสนองระบบปิดในกรณีการใช้งานของตัวควบคุมทั้งสองแบบ ต่อมาพิจารณาขีดจำกัดการใช้งานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่เกิดจากการปรับปรุงโครงสร้าง ขีดจำกัดข้างต้นจะสัมพันธ์กับคุณสมบัติของค่าพารามิเตอร์ในระบบจริง(plant) รวมถึงขีดจำกัดของการปรับค่าเกนส่วนป้อนกลับและส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ที่สัมพันธ์กับแบบจำลองส่วนอื่น(unmodeled dynamics)ในระบบแท่นหมุนนอกเหนือจากแบบจำลองเชิงกลของระบบ และการกล่าวถึงแนวทางการแก้ไขแบบจำลองของระบบแท่นหมุนให้สอดคล้องใกล้เคียงกับคุณลักษณะของระบบจริงมากขึ้นพร้อมกับการพัฒนาโครงสร้างของตัวควบคุมให้สัมพันธ์กับแบบจำลองที่ได้จากการแก้ไข

6.2 สรุปผลการทดลอง

ในการพิจารณาเปรียบเทียบข้อมูลของผลตอบสนองระบบปิดที่ได้จากสองขั้นตอนการทดลองโดยใช้ตัวควบคุมทั้งสองแบบ จะได้ว่าตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งทำหน้าที่ชดเชยการหมุนของระบบปิดดังกล่าว ให้ผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่มีสมรรถนะของการติดตามสัญญาณทราเจ็คทอรีได้ดีกว่าผลตอบสนองของปริมาณการหมุนเดียวกันที่เกิดจากการชดเชยของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม กล่าวคือในช่วงระยะเวลาที่ตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีมีอัตราการเปลี่ยนแปลง(อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการไม่เท่ากับศูนย์) ผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะลู่เข้าหาตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการ ได้เร็วกว่าผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมที่เกิดจากการชดเชยของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม และในช่วงระยะเวลาที่อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีมีอัตราการเปลี่ยนแปลง(อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการไม่เท่ากับศูนย์) ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะลู่เข้าหาอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการได้เร็วกว่าผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่เกิดจากการชดเชยของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเช่นเดียวกัน นอกจากนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นี้การปรับเปลี่ยนค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนล่วงหน้า(กฎการปรับค่า)ในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ให้มีขนาดมากขึ้นกว่าค่าเดิม โดยที่ค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนกลับมีขนาดคงที่ จะทำให้ผลตอบสนองของระบบปิดที่เกิดจากการชดเชยข้างต้นมีอัตราการลู่เข้าหาสัญญาณรบกวนที่เร็วขึ้นกว่าเดิม กล่าวคือในช่วงระยะเวลาที่ตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณรบกวนมีอัตราการเปลี่ยนแปลงไม่เท่ากับศูนย์ ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งมีขนาดของค่าเกณฑ์ส่วนป้อนล่วงหน้ามากกว่าค่าเดิม จะให้ผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม(x)ที่ลู่เข้าหาตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการ(x_d)เร็วขึ้นกว่าเดิม และในช่วงระยะเวลาที่อัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณรบกวนมีอัตราการเปลี่ยนแปลงไม่เท่ากับศูนย์ ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งมีขนาดของค่าเกณฑ์ส่วนป้อนล่วงหน้ามากกว่าค่าเดิม จะให้ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุม($\dot{x}$)ที่ลู่เข้าหาอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการ($\dot{x}_d$)เร็วขึ้นกว่าเดิม เช่นเดียวกัน

6.3 ข้อจำกัดการใช้งานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

เนื่องจากในขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวและการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด ได้กำหนดให้ระบบเซอร์โวจริงที่ต้องการนำตัวควบคุมมาเชื่อมต่อเพื่อชดเชยคุณลักษณะหรือพลวัต มีค่าพารามิเตอร์คงที่เมื่อเทียบกับเวลา(อัตราการเปลี่ยนแปลงเท่ากับศูนย์) ดังนั้นในการนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ข้างต้นไปใช้งานจริง ระบบเซอร์โวที่กล่าวถึงจะต้องมีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงจากค่าเดิม(ก่อนการทำงานของตัวควบคุม)ไม่เกินขอบเขตของค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดซึ่งเป็นสาเหตุให้ระบบปิดไม่เกิดเสถียรภาพในทางทฤษฎี เมื่อเทียบกับค่าพารามิเตอร์เฉลี่ยตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุมหรืออีกนัยหนึ่งคือค่าพารามิเตอร์ของระบบเซอร์โวจะต้องมีขนาดเกือบคงที่ เป็นผลให้แนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมเพื่อชดเชยคุณลักษณะของระบบที่มีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงตามเวลา(time-varying)มีความแตกต่างหรือไม่เหมือนกับแนวคิดของการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่กล่าวถึง นั่นคือถ้านำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้เชื่อมต่อเข้ากับระบบเซอร์โวจริงที่มีค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงตามเวลา จะไม่สามารถรับรองเสถียรภาพของระบบปิดได้ นอกจากนี้ในขั้นตอนการกำหนดแบบจำลองของระบบแท่นหมุนทางทฤษฎี คุณลักษณะทางไฟฟ้าของมอเตอร์กระแสตรงและคุณลักษณะเชิงกลของความยืดหยุ่นสาขาทวนซึ่งเป็นคุณลักษณะที่เกิดขึ้นจริงในทางปฏิบัติ จะไม่ถูกรวมหรือเป็นส่วนหนึ่งของแบบจำลองระบบแท่นหมุน เป็นผลให้ในขั้นตอนการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด มีข้อจำกัดในการปรับเปลี่ยนเพิ่มค่าเกณฑ์ส่วนป้อนล่วงหน้า(กฎการปรับค่า)และค่าเกณฑ์ส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ กล่าวคือถ้าเพิ่มค่าเกณฑ์กล่าวถึงให้มีค่าเท่ากับหรือมากกว่าค่าเกณฑ์หนึ่ง คุณลักษณะของตัวควบคุมจะกระตุ้นคุณลักษณะของมอเตอร์และความยืดหยุ่นของสาขาทวนให้แสดงพลวัตที่ชัดเจนมากขึ้น นั่นคือในช่วงเวลานี้แบบจำลองของระบบแท่นหมุนไม่ได้ประกอบ

ไปด้วยแบบจำลองเชิงกลแต่เพียงอย่างเดียว ทำให้ผลตอบสนองของระบบปิดที่ได้มีความไม่ต่อเนื่องและเกิดการแกว่ง

จุดเด่นของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่น่าสนใจในงานวิจัยนี้ คือกฎการควบคุมมีส่วนชดเชยแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นจริงในระบบแท่นหมุน เพิ่มเติมจากส่วนชดเชยแรงเสียดทานกลอมป์ซึ่งมีคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นในกฎการควบคุมของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน [10] เป็นผลให้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้นี้ถูกประยุกต์ใช้งาน ได้กว้างขวางมากกว่าตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐาน เมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้และตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบเดิม[3] จะพบว่ามีความแตกต่างที่สำคัญสองประการคือ ประการแรกตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้นี้ใช้อัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจ็คทอรีเป็นข้อมูลส่วนหนึ่งในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา แทนการใช้อัตราเร่งเชิงมุมของผลตอบสนองที่ได้จากการหาค่าอนุพันธ์ของตำแหน่งเชิงมุมที่เทียบกับคาบการสุ่มซ้ำกันถึงสองครั้ง ประมาณค่าพารามิเตอร์ที่กล่าวถึงในกฎการปรับค่า เป็นผลให้สามารถลดขนาดของสัญญาณรบกวนที่ถูกขยายขนาดจากการคำนวณในขณะควบคุมการหมุนของระบบปิดได้ และประการที่สองตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่น่าสนใจนี้ จะไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์จริงของระบบที่ได้จากการประมาณแบบคงที่ก่อนควบคุมการหมุนของระบบปิด หรือค่าพารามิเตอร์จริงของระบบที่ได้จากการวัดโดยตรง นำมาเป็นข้อมูลอีกส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาของกฎการปรับค่าในขณะควบคุมการหมุนของระบบปิด เป็นผลให้ลดขั้นตอนในการออกแบบตัวควบคุมให้น้อยลงได้

6.4 แนวทางในการพัฒนาต่อ

เนื่องจากหลอดรังสีเอกซ์ที่ถูกยึดติดกับวงล้อเหล็กมีน้ำหนักมาก ในขณะที่วงล้อเหล็กดังกล่าวของระบบแท่นหมุน หมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง หลอดรังสีเอกซ์จะมีตำแหน่งเชิงมุมในแนวตั้งที่ตำแหน่งต่างๆกันอย่างต่อเนื่องบนเส้นรอบวงของวงล้อเหล็ก ทำให้น้ำหนักของหลอดรังสีเอกซ์ในส่วนองแกนที่สัมผัสเส้นรอบวงมีขนาดเปลี่ยนแปลงขึ้นลงในลักษณะที่เป็นคาบซึ่งสัมพันธ์กับตำแหน่งเชิงมุมข้างต้น นั่นคือในช่วงขาลงของการหมุนหลอดรังสีเอกซ์ น้ำหนักที่กล่าวถึงจะเสริมการขับเคลื่อนโหลดของสายพาน เป็นผลให้มอเตอร์สร้างแรงบิดที่ใช้ขับเคลื่อนสายพานด้วยขนาดลดลง แต่ในช่วงขาขึ้นของการหมุนหลอดรังสีเอกซ์ น้ำหนักที่กล่าวถึงจะต้านการขับเคลื่อนโหลดของสายพาน เป็นผลให้มอเตอร์สร้างแรงบิดที่ใช้ขับเคลื่อนสายพานด้วยขนาดเพิ่มขึ้น เพื่อรักษาอัตราเร็วเชิงมุมของวงล้อเหล็กให้มีขนาดคงที่ตลอดการหมุนครบรอบ ดังนั้น น้ำหนักของตัวหลอดรังสีจะเป็นสาเหตุของการเกิดตัวรบกวนในการสร้างแรงบิดหรือแรงพยายามขับเคลื่อนสายพานของมอเตอร์ เมื่อพิจารณาโครงสร้างของตัวรบกวนที่กล่าวถึง จะได้ว่าเป็นตัวแปรหรือเทอมที่ถูกเขียนอยู่ในรูป $g \cdot \sin(x)$ โดยที่ g คือน้ำหนักของตัวหลอดรังสีในแนวตั้ง และมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความหมายว่าเป็นตัวรบกวนซึ่งมีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นผลให้การปรับปรุงโครงสร้างของแบบจำลองระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง จะทำได้โดยการเพิ่มเทอม $g \cdot \sin(x)$ ลงในแบบจำลองที่กล่าวถึง ทำให้แบบจำลองที่ได้มีความถูกต้องใกล้เคียงกับระบบจริงเพิ่มมากขึ้น ในส่วนของการปรับปรุงโครงสร้างของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ให้สัมพันธ์กับแบบจำลองของระบบแทนหมุน จะทำได้โดยการเพิ่มเติมส่วนชดเชยน้ำหนักของหลอดรังสีเอกซ์บนแกนที่สัมผัสเส้นรอบวงของวงล้อหลักในกฎการควบคุมเช่นเดียวกัน และเพิ่มเติมการประมาณค่าพารามิเตอร์ของน้ำหนักตัวหลอดรังสีแบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่าตามลำดับ



เอกสารอ้างอิง

- [1] อัครินทร์ คุณกิตติ. “การพัฒนาและสร้างอุปกรณ์ถ่ายภาพตัดขวาง.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2537.
- [2] สมชาย เกรียงอารีกุล. “การประมวลผลข้อมูลโปรเจกชันเพื่อการปรับปรุงภาพตัดขวางรังสีเอกซ์.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2538.
- [3] อติศักดิ์ แข็งสาริกิจ. “การออกแบบระบบควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2540.
- [4] Jacob J. M. **Industrial Control Electronics : Applications and Design**. International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1989.
- [5] Lewis F. L., Abdallah C. T. and Dawson D. M., Griffin J., Editor. **Control of Robot Manipulators**. New York : Macmillan Publishing Company. 1993.
- [6] Toshiba Corporation. “Rotating Anode X-Ray Tube Housing Assembly (Rotanode™ DRX-1603B).” Tokyo, Japan : Toshiba Corporation. Electron Tube Device & Equipment, Technical Data. July 16, 1982.
- [7] Thomson Tubes Electroniques. “TH9512 Interface Package for X-Ray Linear Detector with PC AT Imaging Board.” Moirans, France : Departement Tubes Intensificateurs D’Images, Thomson Tubes Electroniques. Installation and Operation Manual Version 2.0. March 1993.
- [8] Thomson Tubes Electroniques. “TH9559 X-Ray Linear Detector (12 bits – 0.45 mm).” Moirans, France : Departement Tubes Intensificateurs D’Images, Thomson Tubes Electroniques. Installation and Operation Manual.
- [9] Armstrong B. and Canudas de Wit C. “Friction Modeling and Compensation.” pp. 1369-1382. in Levine W. S. **The Control Handbook**. Boca Raton, Florida : CRC Press, Inc. 1996.
- [10] Li W. and Cheng X. “Adaptive High-Precision Control of Positioning Tables – Theory and Experiments.” IEEE Transactions on Control Systems Technology. Vol. 2, No. 3, September 1994. pp. 265-270.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [11] Ogata K. **Discrete-Time Control Systems**. International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1987.
- [12] Yen J., Huang C. and Lu S. “Stability of PDF Controller with Stick-Slip Friction Device.” *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. Vol. 119, September 1997. pp. 486-490.
- [13] วิโรจน์ แสงรงทอง. “รายละเอียดการควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางแบบเวลาจริง(3) : การคำนวณเส้นทางคำสั่ง(Trajectory Generation).” กรุงเทพฯ : สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. รายงานประจำเดือน. 1 มีนาคม 2541.
- [14] อติศักดิ์ แสงสาริกิจ และสุธี ผู้เจริญชนะชัย. “การออกแบบระบบควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” หน้า 436-440. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. ธันวาคม 2537.
- [15] Spong M. W. and Vidyasagar M. **Robot Dynamics and Control**. Singapore : John Wiley & Sons, Inc. 1989.
- [16] Craig J. J. **Adaptive Control of Mechanical Manipulators**. Reading, Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company. 1988.
- [17] Narendra K. S. and Annaswamy A. M., Kailath T., Editor. **Stable Adaptive Systems**. International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1989.
- [18] Khalil H. K., Griffin J., Editor. **Nonlinear Systems**. Singapore : Macmillan Publishing Company. 1992.
- [19] Slotine J. E. and Li W. **Applied Nonlinear Control**. International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1991.
- [20] Asada H. and Slotine J. E. **Robot Analysis and Control**. New York : John Wiley & Sons, Inc. 1986.
- [21] วิโรจน์ แสงรงทอง. “การจำลองการควบคุมระบบแท่นหมุน(Simulation)(1).” กรุงเทพฯ : สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. รายงานประจำเดือน. 1 มิถุนายน 2541.
- [22] วิโรจน์ แสงรงทอง. “การจำลองการควบคุมระบบแท่นหมุน(Simulation)(2).” กรุงเทพฯ : สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. รายงานประจำเดือน. 1 กรกฎาคม 2541.

- [23] วิโรจน์ แสงธงทอง. “การจำลองการควบคุมระบบแท่นหมุน(Simulation)(3).” กรุงเทพฯ : สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. รายงานประจำเดือน. 4 สิงหาคม 2541.
- [24] Smith D. L. **Introduction to Dynamic Systems Modeling for Design.** International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1994.
- [25] Friedland B. **Advanced Control System Design.** International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1996.
- [26] Armstrong-Helouvry B. **Control of Machines with Friction.** Boston : Kluwer Academic Publishers. 1991.
- [27] Younkin G. W., Yeaple F., Editor. **Industrial Servo Control Systems : Fundamentals and Applications.** New York : Marcel Dekker, Inc. 1996.
- [28] Middleton R. H. and Goodwin G. C., Kailath T., Editor. **Digital Control and Estimation : A Unified Approach.** International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1990.
- [29] Baldor. “Direct Current Motors.” Arkansas, U.S.A. : Baldor. Catalog E-104. March 1, 1991.
- [30] Control Techniques. “4Q2 0.55-7.5 kW D.C. Motor Regenerative Speed Controller.” Control Techniques. Instruction Manual (Ref DCA 4/88 Code 0176-7004).
- [31] Data Translation, Inc. “User Manual for DT2821 Series.” Eighth Edition. Marlboro, U.S.A. : Data Translation, Inc. Document UM-05073-F. June 1988.
- [32] วิโรจน์ แสงธงทอง. “รายละเอียดการควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางแบบเวลาจริง(2) : ตัวกรองแบบดิจิทัล.” กรุงเทพฯ : สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. รายงานประจำเดือน. 26 ธันวาคม 2540.
- [33] Toshiba Corporation. “Operation Manual for X-Ray Generator – 125 kV, 320 mA - Model KXO-12R.” Tokyo, Japan : Toshiba Corporation. No. 2B312-044E*A. 1990.
- [34] Chen C. T. **System and Signal Analysis.** Second Edition. New York : Saunders College Publishing, Harcourt Brace College Publisher. 1994.
- [35] National Semiconductor. “LM628 Precision Motion Controller.” [Online]. Available : <http://www.national.com/pf/LM/LM628.html>. 1996.
- [36] Gilluwe F. V., Schulman A., Editor. **The Undocumented PC : A Programmer's Guide to I/O, CPUs and Fixed Memory Areas.** Reading, Massachusetts : Addison-Wesley Publishing Company. 1994.

- [37] วิโรจน์ แสงธงทอง, โยธิน เปรมปราณีรัชต์ และสุธี ผู้เจริญชนะชัย. “การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” หน้า 580-585. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 20. เล่มที่ 3. กรุงเทพฯ : ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. พฤศจิกายน 2540.



ภาคผนวก ก

บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาไลต์

ก.1 คุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชัน

ความจริงข้อที่หนึ่ง ถ้า $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ ไม่ได้หมายความว่าฟังก์ชัน $f(t)$ จะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ [19]

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = \sin[\ln(t)]$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = \frac{\cos[\ln(t)]}{t}$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะได้ว่า $f'(t) \rightarrow 0$ ในขณะที่ฟังก์ชัน $f(t)$ เกิดการแกว่งซาลงซึ่งเทียบกับการเพิ่มค่าขึ้นของตัวแปร t นั่นคือฟังก์ชัน $f(t)$ จะไม่ลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่ง

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = \sqrt{t} \sin[\ln(t)]$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = \frac{2\cos[\ln(t)] + \sin[\ln(t)]}{2\sqrt{t}}$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะได้ว่า $f'(t) \rightarrow 0$ ในขณะที่ฟังก์ชัน $f(t)$ มีขนาดเพิ่มขึ้นแต่เกิดการแกว่งซาลงซึ่งเทียบกับการเพิ่มค่าขึ้นของตัวแปร t นั่นคือฟังก์ชัน $f(t)$ จะไม่ลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งเช่นเดียวกัน

ความจริงข้อที่สอง ถ้า $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = c$ โดยที่ c คือค่าคงที่ ไม่ได้หมายความว่าอนุพันธ์ $f'(t) \rightarrow 0$ ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ [19]

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = e^{(-t)} \sin(e^{2t})$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = 2e^t \cos(e^{2t}) - e^{(-t)} \sin(e^{2t})$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะได้ว่าฟังก์ชัน $f(t) \rightarrow 0$ แต่ในขณะเดียวกันอนุพันธ์ $f'(t)$ มีขนาดเพิ่มขึ้นและแกว่งถี่ขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของตัวแปร t นั่นคืออนุพันธ์ $f'(t)$ มีค่าไม่ลู่เข้าหาศูนย์

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = e^{(-t)} \sin^2(e^{2t})$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = 4e^t \sin(e^{2t}) \cos(e^{2t}) - e^{(-t)} \sin^2(e^{2t})$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะ

ได้ว่าฟังก์ชัน $f(t) \rightarrow 0$ แต่ในขณะเดียวกันอนุพันธ์ $\dot{f}(t)$ มีขนาดเพิ่มขึ้นและแกว่งถี่ขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของตัวแปร t นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{f}(t)$ มีค่าไม่ลู่เข้าหาศูนย์

ความจริงข้อที่สาม ถ้าฟังก์ชันสเกลาร์ (scalar function) $f(t)$ มีขอบเขตล่างและมีขนาดลดลงหรือเท่ากับค่าเดิม ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ ซึ่งเกิดจากอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันดังกล่าวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ($\dot{f}(t) \leq 0$) ตลอดช่วงของตัวแปร $t \in [0, \infty)$ จะได้ว่าฟังก์ชัน $f(t)$ มีขนาดลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งหรือมีค่าจำกัด แต่ความจริงข้างต้นไม่ได้มีความหมายว่าอนุพันธ์ $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ นอกจากนี้ความจริงข้อที่สาม จะมีประโยชน์ในการพิจารณาฟังก์ชัน $f(t)$ ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปร t อย่างไม่แน่ชัด กล่าวคือไม่สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร t และฟังก์ชัน $f(t)$ ให้อยู่ในรูปสมการได้ รวมถึงการประยุกต์ใช้ความจริงข้อที่สามในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด[19]

$$f(t) \text{ มีขอบเขตล่าง และ } \dot{f}(t) \leq 0 \Rightarrow f(t) \text{ มีค่าจำกัด}$$

ก.2 บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลด์

ถ้าฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าจำกัด ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ และมีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ ซึ่งมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะได้ว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{g}(t) \rightarrow 0$) ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ [19]

$$g(t) \text{ มีค่าจำกัด และ } \dot{g}(t) \text{ ต่อเนื่องแบบเอกรูป} \Rightarrow \dot{g}(t) \rightarrow 0$$

เงื่อนไขที่ทำให้อนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูปหรือมีความเรียบในช่วงพิจารณา $[0, \infty)$ คือ $\forall R > 0, \exists \eta(R) > 0, \forall t_1 \geq 0, \forall t \geq 0$

$$\text{เมื่อสมมุติให้ } |t - t_1| < \eta(R) \Rightarrow |\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1)| < R$$

นั่นคือ การแสดงให้เห็นว่า η และ R มีความสัมพันธ์กัน เป็นการระบุว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ โดยที่ค่าคงที่ $\beta > 0$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t + \eta$ เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้

ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\alpha e^{(-\beta t)} - \alpha e^{(-\beta t_1)} = R \quad (\text{ก.1})$$

จากนั้นแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.1) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha - R e^{\beta t}} \right) \quad (\text{ก.2})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t + \eta$ จะเขียนเงื่อนไขดังกล่าวได้ดังนี้

$$\alpha e^{(-\beta t_1)} - \alpha e^{(-\beta t)} = R \quad (\text{ก.3})$$

ต่อมาแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.3) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha + R e^{\beta t}} \right) \quad (\text{ก.4})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูปของกรณีนี้คือสมการที่(ก.3) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{R}{\alpha} e^{\beta t} \right) \quad (\text{ก.5})$$

และในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบข้างต้นคือสมการที่(ก.1) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 - \frac{R}{\alpha} e^{\beta t} \right) \quad (\text{ก.6})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t + \eta$ เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\alpha t_1^2 - \alpha t^2 = R \quad (\text{ก.7})$$

จากนั้นแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.7)และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = -t + \sqrt{t^2 + \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.8})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t + \eta$ จะเขียนเงื่อนไขดังกล่าวได้ดังนี้

$$\alpha t^2 - \alpha t_1^2 = R \quad (\text{ก.9})$$

ต่อมาแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.9)และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = -t + \sqrt{t^2 - \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.10})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูปของกรณีนี้คือสมการที่(ก.9) เมื่อแทนค่า t_1 และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t - \sqrt{t^2 - \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.11})$$

และในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบข้างต้นคือสมการที่(ก.7) เมื่อแทนค่า t_1 และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t - \sqrt{t^2 + \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.12})$$

ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho > 0$ และ $t_1 = t + \eta$ เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\rho \ln(t_1) - \rho \ln(t) = R \quad (\text{ก.13})$$

จากนั้นแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.13) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t(e^{R/\rho} - 1) \quad (\text{ก.14})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho < 0$ และ $t_1 = t + \eta$ จะเขียนเงื่อนไขดังกล่าวได้ดังนี้

$$\rho \ln(t) - \rho \ln(t_1) = R \quad (\text{ก.15})$$

ต่อมาแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.15)และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t(e^{(-R/\rho)} - 1) \quad (\text{ก.16})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho > 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูปของกรณีนี้คือสมการที่(ก.15) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\eta = t(1 - e^{(-R/\rho)}) \quad (\text{ก.17})$$

และในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho < 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบข้างต้นคือสมการที่(ก.13) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t(1 - e^{R/\rho}) \quad (\text{ก.18})$$

ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$A_m > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$|A_m \sin(\omega t_1 + \phi) - A_m \sin(\omega t + \phi)| = R \quad (\text{ก.19})$$

จากนั้นแทนค่า $t_1 = t \pm \eta$ ลงในสมการที่(ก.19) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\sqrt{2}A_m \sqrt{1 - \cos(\omega \eta)} |\sin(\omega t + \phi \pm \theta)| = R \quad (\text{ก.20})$$

$$\text{โดยที่ } \theta = \tan^{(-1)}\left(\frac{\sin(\omega \eta)}{\cos(\omega \eta) - 1}\right)$$

และมีความหมายว่าค่าของตัวแปร η จะกำหนดค่าของตัวแปร R ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$k > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\left| e^{(-kt_1)} \sin(\omega t_1 + \phi) - e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi) \right| = R \quad (\text{ก.21})$$

ต่อมาแทนค่า $t_1 = t + \eta$ ลงในสมการที่(ก.21) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$e^{(-kt)} \sqrt{e^{(-2k\eta)} + 1 - 2e^{(-k\eta)} \cos(\omega\eta)} \left| \sin(\omega t + \phi + \theta) \right| = R \quad (\text{ก.22})$$

$$\text{โดยที่ } \theta = \tan^{(-1)} \left(\frac{e^{(-k\eta)} \sin(\omega\eta)}{e^{(-k\eta)} \cos(\omega\eta) - 1} \right)$$

จากนั้นแทนค่า $t_1 = t - \eta$ ลงในสมการที่(ก.21)เช่นเดียวกัน และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$e^{(-kt)} \sqrt{e^{2k\eta} + 1 - 2e^{k\eta} \cos(\omega\eta)} \left| \sin(\omega t + \phi - \theta) \right| = R \quad (\text{ก.23})$$

$$\text{โดยที่ } \theta = \tan^{(-1)} \left(\frac{e^{k\eta} \sin(\omega\eta)}{e^{k\eta} \cos(\omega\eta) - 1} \right)$$

ซึ่งมีความหมายว่าค่าของตัวแปร η จะกำหนดค่าของตัวแปร R ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ในกรณีที่อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันมีความซับซ้อน การหาเงื่อนไขของความต่อเนื่องแบบเอกรูปดังกล่าว จะเป็นขั้นตอนที่ยากและไม่สะดวก ดังนั้นการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจะทำให้ได้โดยการพิจารณาอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชัน $g(t)$ เพราะฟังก์ชันใดๆซึ่งมีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ($\dot{g}(t)$) ที่มีความต่อเนื่องแบบเอกรูปในช่วงของตัวแปร $t \in [0, \infty)$ อนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันเดียวกัน ($\ddot{g}(t)$) จะมีขนาดจำกัดตลอดช่วงของตัวแปร $t \in [0, \infty)$ เช่นเดียวกัน นั่นคือถ้าอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด การตรวจสอบโดยใช้ทฤษฎีผลต่างจำกัด (finite difference theorem) จะเป็นจริง [19] ซึ่งเขียนได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\dot{g}(t)$ ต่อเนื่องแบบเอกรูป $\Rightarrow \ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด
 $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด, $\forall t$, $\forall t_1$ และ $t_2 \in (t_1, t) \Rightarrow \dot{g}(t) - \dot{g}(t_1) = \ddot{g}(t_2)(t - t_1)$

และจะได้ความสัมพันธ์ว่า $\eta = R/|\ddot{g}(t_2)|$ เนื่องจากผลต่างของอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t) - \dot{g}(0)$ ที่เวลา t ใดๆ คือพื้นที่ใต้กราฟของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ในช่วงระยะเวลา 0 ถึง t และผลต่างของอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t_1) - \dot{g}(0)$ ที่เวลา t_1 คือพื้นที่ใต้กราฟของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ในช่วงระยะเวลา 0 ถึง t_1 จะได้ว่าผลต่างของ $\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1)$ คือพื้นที่ใต้กราฟของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ในช่วงระยะเวลา t_1 ถึง t ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1) = \int_{t_1}^t \ddot{g}(\tau) d\tau \quad (\text{ก.24})$$

นั่นคือ $\frac{\int_{t_1}^t \ddot{g}(\tau) d\tau}{t - t_1}$ เป็นค่าเฉลี่ยของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ทุกค่าที่อยู่ในช่วงของตัวแปร t_1 ถึง t ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าวจะเท่ากับค่าของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ บางค่าในช่วงของตัวแปร t_1 ถึง t ช่วงเดียวกัน สมมุติว่ามีตัวแปร $t_2 \in (t_1, t)$ ที่ทำให้ค่าของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ เท่ากับค่าเฉลี่ยข้างต้น ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1)}{t - t_1} = \frac{\int_{t_1}^t \ddot{g}(\tau) d\tau}{t - t_1} = \ddot{g}(t_2) \quad (\text{ก.25})$$

ดังนั้น ถ้าอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป ตัวแปร $t_2 \in (t_1, t)$ ในสมการที่(ก.25) จะถูกคำนวณหาค่าได้ หรือถ้าแสดงให้เห็นว่าตัวแปร t, t_1 อนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t), \dot{g}(t_1)$ และอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t_2)$ มีความสัมพันธ์กันซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่(ก.25) รวมถึงถ้าตัวแปร $t_2 \in (t_1, t)$ ถูกคำนวณหาค่าได้ จะสรุปได้ว่าอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด และอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ถ้าฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าจำกัด ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ และอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด ตลอดช่วง $t \in [0, \infty)$ จะได้ว่าอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีค่าเข้าหาศูนย์ ($\dot{g}(t) \rightarrow 0$) ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \dot{g}(t) - \dot{g}(t_1) &= \ddot{g}(t_2)(t - t_1) \Rightarrow \ddot{g}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} \\ \ddot{g}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \dot{g}(t) \text{ ต่อเนื่องแบบเอกรูป} \\ g(t) \text{ มีค่าจำกัด และ } \ddot{g}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \dot{g}(t) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ โดยที่ค่าคงที่ $\beta > 0$ เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$t_2 = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta(t_1 - t)}{e^{(-\beta t)} - e^{(-\beta t_1)}} \right) \quad (\text{ก.26})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$ เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$t_2 = \frac{t + t_1}{2} \quad (\text{ก.27})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$ เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$t_2 = \frac{t - t_1}{\ln(t) - \ln(t_1)} \quad (\text{ก.28})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$A_m > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\cos(\omega t_2 + \phi) = \frac{2 \sin\left(\omega \frac{t-t_1}{2}\right) \cos\left(\omega \frac{t+t_1}{2} + \phi\right)}{\omega(t-t_1)} \quad (\text{ก.29})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$k > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าแบบเชิงเลขได้จาก

$$\frac{e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi) - e^{(-kt_1)} \sin(\omega t_1 + \phi)}{(t-t_1)\sqrt{k^2 + \omega^2}} = e^{(-kt_2)} \cos(\omega t_2 + \phi + \theta) \quad (\text{ก.30})$$

$$\text{โดยที่ } \theta = \tan^{(-1)}(k/\omega)$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ก.3 การพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาไลต์

ในการพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาไลต์[17][18][19] จะสมมติให้ผลลัพธ์ของบทวิเคราะห์ฟังก์ชันดังกล่าวไม่เป็นความจริง(contradiction) กล่าวคือ ถ้าฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าจำกัด ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ และมีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ ซึ่งมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะได้ว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีค่าลู่เข้าหาตัวเลขใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์ นั่นคือ

$$\exists \varepsilon_0 > 0, \forall t_i > 0 \text{ และ } t_i \rightarrow \infty \Rightarrow |\dot{g}(t_i)| \geq \varepsilon_0$$

เนื่องจากอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะได้ว่า $\forall R_0 > 0, \exists \eta(R_0) > 0, \forall t \geq 0$ และ

$$|t - t_i| < \eta(R_0) \Rightarrow |\dot{g}(t) - \dot{g}(t_i)| < R_0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลือก $R_0 = \varepsilon_0/2$ จะทำให้ $\exists \eta(\varepsilon_0) > 0, \exists t \geq 0$ และ

$$|t - t_i| < \eta(\varepsilon_0) \Rightarrow |\dot{g}(t) - \dot{g}(t_i)| < \frac{\varepsilon_0}{2}$$

ซึ่งหมายความว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ และ $\dot{g}(t_i)$ เป็นตัวเลขที่มีค่ามากกว่าศูนย์เหมือนกันหรือน้อยกว่าศูนย์เหมือนกัน(constant sign)ตลอดช่วง $t_i - \eta < t < t_i + \eta$ เมื่อพิจารณา $|\dot{g}(t)|$ ในช่วงของตัวแปร $t_i - \eta < t < t_i + \eta$ ช่วงเดียวกัน จะคำนวณหาค่าได้ดังนี้

$$|\dot{g}(t)| = |\dot{g}(t_i) - (\dot{g}(t_i) - \dot{g}(t))|$$

$$|\dot{g}(t)| \geq |\dot{g}(t_i)| - |\dot{g}(t_i) - \dot{g}(t)|$$

$$|\dot{g}(t)| > \varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0}{2} = \frac{\varepsilon_0}{2}$$

นั่นคือผลลัพธ์ค่าสัมบูรณ์ของการอินทิเกรตในช่วงที่พิจารณา จะเขียนได้ดังนี้

$$\left| \int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(t) dt \right| = \int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} |\dot{g}(t)| dt > \frac{\varepsilon_0}{2} (2\eta) = \varepsilon_0 \eta$$

เนื่องจาก

$$\int_0^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau = \int_0^{t_i - \eta} \dot{g}(\tau) d\tau + \int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau$$

เป็นผลให้ เมื่อตัวแปร $t_i \rightarrow \infty$ ในกรณีที่ $\int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau > \varepsilon_0 \eta$ จะได้ว่า

$$\int_0^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau > \int_0^{t_i - \eta} \dot{g}(\tau) d\tau + \varepsilon_0 \eta$$

และในกรณีที่ $\int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau < -\varepsilon_0 \eta$ จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_0^{t_1+\eta} \dot{g}(\tau) d\tau < \int_0^{t_1-\eta} \dot{g}(\tau) d\tau - \varepsilon_0 \eta$$

ดังนั้น $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{g}(\tau) d\tau = g(t) - g(0)$ โดยที่ $g(0)$ เป็นค่าคงที่ จะมีค่าไม่จำกัดหรือไม่ดูเข้าหาค่าคงที่ ซึ่งขัดแย้งกับการกำหนดให้ $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t)$ มีค่าจำกัดในลำดับแรก

ก.4 การประยุกต์ใช้บทวิเคราะห์ของบาสาลต์ในการตรวจสอบเสถียรภาพ

เนื่องจากพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลิยาปูนอฟ ($V(t)$) ที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดแบบไม่เชิงเส้น มีความสัมพันธ์กับเวลาอย่างไม่แน่ชัด กล่าวคือความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและปริมาณของพลังงานเสมือนจะไม่ถูกเขียนเป็นสมการได้ ซึ่งเกิดจากการไม่สามารถหาคำตอบหรือผลตอบสนองของสมการระบบปิดโดยวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ แต่การหาคำตอบดังกล่าว จะทำได้โดยการคำนวณแบบเชิงเลข รวมถึงการตรวจสอบเสถียรภาพข้างต้นคือการแสดงให้เห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) ค่าพลังงานเสมือนมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V}(t) \rightarrow 0$) และเป็นผลให้พลังงานเสมือนมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งหรือมีค่าจำกัด ($V(t) \rightarrow c$) ดังนั้นการตรวจสอบเสถียรภาพที่กล่าวถึงจะมีขั้นตอนเดียวกับการแสดงให้เห็นว่า เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ ฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งและอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t) \rightarrow 0$ โดยใช้ความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชันสเกลลาร์และบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาสาลต์ตามลำดับ เพื่อแก้ปัญหาความสัมพันธ์ที่ไม่แน่ชัดระหว่างเวลาและพลังงานเสมือน

ถ้าพลังงานเสมือน $V(t)$ มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

- 1.) พลังงานเสมือน $V(t)$ มีขอบเขตล่าง
- 2.) $\dot{V}(t) \leq 0$ ตลอดระยะเวลาของการควบคุม (semi-negative definite function)
- 3.) ในช่วงระยะเวลา t ถึง t_1 ใดๆ สมมุติว่ามีเวลา $t_2 \in (t_1, t)$ และมีเงื่อนไขที่ทำให้

สมการ $\frac{\dot{V}(t) - \dot{V}(t_1)}{t - t_1} = \ddot{V}(t_2)$ เป็นจริง ซึ่งหมายความว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลัง

เสมือน ($\dot{V}(t)$) ที่เทียบกับเวลา มีขนาดจำกัด หรือกำลังเสมือนมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป [19]

จะได้ว่า เมื่อเวลา $t \rightarrow \infty$ พลังงานเสมือนมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($V(t) \rightarrow c$) และกำลังเสมือนมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V}(t) \rightarrow 0$) พร้อมกัน

$$V(t) \text{ มีขอบเขตล่าง, } \dot{V}(t) \leq 0 \text{ และ } \ddot{V}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{V}(t) \rightarrow 0$$

ก.4.1 การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก

เริ่มต้นจากการพิจารณาพลังงานเสมือน $\int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau$ ในขณะเวลาที่เวลา $t \rightarrow \infty$ โดยการอินทิเกรตสมการที่(4.10)ในช่วงระยะเวลา 0 ถึง t และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (K_D + d) \int_0^t \dot{x}^2(\tau) d\tau = V(0) - V(t) < \infty \quad (ก.31)$$

เนื่องจากพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟในสมการที่(4.5) เป็นฟังก์ชันจำกัดบวก กล่าวคือ $V(t) \geq 0$ และ $\int_0^t \dot{x}^2(\tau) d\tau \geq 0$ จะทำให้พลังงานเสมือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าเดิมตลอดเวลา ($V(t) \leq V(0)$) และ 0 เป็นขอบเขตล่างของพลังงานเสมือนซึ่งเป็นผลให้พลังงานเสมือน $V(t)$ ในสมการที่(ก.31) มีค่าจำกัด ต่อมาสมมติว่าสมการ $\frac{\dot{V}(t) - \dot{V}(t_1)}{t - t_1} = \ddot{V}(t_2)$ เป็นจริง เมื่ออ้างอิงถึง $\dot{V}(t)$ และ $\dot{V}(t_1)$ ในสมการที่(4.10) และอ้างอิงถึง $\ddot{V}(t_2)$ ในสมการที่(4.11) จะได้เงื่อนไข

$$\frac{\dot{x}^2(t) - \dot{x}^2(t_1)}{t - t_1} = \frac{d\dot{x}^2(t)}{dt} \bigg|_{t=t_2} \quad (ก.32)$$

การแสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขในสมการที่(ก.32) เป็นจริง จะเริ่มจากการจัดรูปสมการที่(4.7) ใหม่ซึ่งเป็นสมการของกำลังเสมือน และเขียนได้ดังนี้

$$m\ddot{x}\dot{x} = -(K_D + d)\dot{x}^2 - K_P\dot{x}\dot{x} + Y_D\tilde{p}\dot{x} \quad (ก.33)$$

ต่อมาใช้คุณสมบัติของเวกเตอร์ $Y_D\tilde{p} = \tilde{p}^T Y_D^T$ และแทนค่า $Y_D^T\dot{x} = -\Gamma\tilde{p}$ ซึ่งได้จากสมการที่(4.9) ลงในสมการที่(ก.33) จะได้

$$m\ddot{x}\dot{x} = -(K_D + d)\dot{x}^2 - K_P\dot{x}\dot{x} - \tilde{p}^T \Gamma\tilde{p} \quad (ก.34)$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่(ก.34)ใหม่ จะเขียนได้

$$\frac{1}{2} \frac{d(m\dot{\tilde{x}}^2)}{dt} = -(K_D + d)\dot{\tilde{x}}^2 - K_P \dot{\tilde{x}} \tilde{x} - \tilde{p}^T \Gamma \dot{\tilde{p}} \quad (\text{ก.35})$$

ในกรณีที่ $t < t_1$ ผลของการอินทิเกรตสมการที่(ก.35)ในช่วงระยะเวลา t ถึง t_1 จะเขียนเป็นสมการของพลังงานเสมือนได้ดังนี้

$$\frac{1}{2} m\dot{\tilde{x}}^2(t) - \frac{1}{2} m\dot{\tilde{x}}^2(t_1) = \int_t^{t_1} [(K_D + d)\dot{\tilde{x}}^2(\tau) + K_P \dot{\tilde{x}}(\tau) \tilde{x}(\tau) + \tilde{p}^T(\tau) \Gamma \dot{\tilde{p}}(\tau)] d\tau \quad (\text{ก.36})$$

เนื่องจาก ในช่วงระยะเวลา t ถึง t_1 จะมีเวลา t_2 ที่ทำให้

$$\frac{\int_t^{t_1} [(K_D + d)\dot{\tilde{x}}^2(\tau) + K_P \dot{\tilde{x}}(\tau) \tilde{x}(\tau) + \tilde{p}^T(\tau) \Gamma \dot{\tilde{p}}(\tau)] d\tau}{t_1 - t} = (K_D + d)\dot{\tilde{x}}^2(t_2) + K_P \dot{\tilde{x}}(t_2) \tilde{x}(t_2) + \tilde{p}^T(t_2) \Gamma \dot{\tilde{p}}(t_2) \quad (\text{ก.37})$$

จัดรูปสมการที่(ก.37)ใหม่ และแทนค่าลงในสมการที่(ก.36) จะได้

$$\frac{1}{2} m\dot{\tilde{x}}^2(t) - \frac{1}{2} m\dot{\tilde{x}}^2(t_1) = [(K_D + d)\dot{\tilde{x}}^2(t_2) + K_P \dot{\tilde{x}}(t_2) \tilde{x}(t_2) + \tilde{p}^T(t_2) \Gamma \dot{\tilde{p}}(t_2)](t_1 - t) \quad (\text{ก.38})$$

เมื่อพิจารณาสมการที่(ก.34) ในเวลา t_2 และแทนค่าลงในสมการที่(ก.38) จะได้

$$\frac{1}{2} m\dot{\tilde{x}}^2(t) - \frac{1}{2} m\dot{\tilde{x}}^2(t_1) = -m\ddot{\tilde{x}}(t_2) \dot{\tilde{x}}(t_2)(t_1 - t) \quad (\text{ก.39})$$

จัดรูปสมการที่(ก.39)ใหม่ จะได้สมการที่(ก.40) และสมการที่(ก.41) ตามลำดับ

$$\dot{\tilde{x}}^2(t) - \dot{\tilde{x}}^2(t_1) = 2\dot{\tilde{x}}(t_2) \ddot{\tilde{x}}(t_2)(t - t_1) \quad (\text{ก.40})$$

$$\frac{\dot{x}^2(t) - \dot{x}^2(t_1)}{t - t_1} = \frac{d\dot{x}^2(t)}{dt} \bigg|_{t=t_2} \quad (ก.41)$$

ส่วนในกรณีที่ $t > t_1$ จะได้ผลลัพธ์เป็นสมการที่(ก.41)เช่นเดียวกัน นั่นคือเงื่อนไขในสมการที่(ก.32)เป็นจริง ดังนั้นเมื่อพิจารณาสมการที่(ก.31) สมการที่(4.10) และสมการที่(ก.32) จะได้ว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) กำลังเสมือนจะมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V}(t) \rightarrow 0$) เป็นผลให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองอัตราเร็วเชิงมุมมีค่าลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน ($\ddot{x} \rightarrow 0$)

ก.4.2 การตรวจสอบเสถียรภาพของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง

เริ่มต้นจากการพิจารณาพลังงานเสมือน $\int_0^t \dot{V}(\tau) d\tau$ ในขณะที่เวลา $t \rightarrow \infty$ โดยการอินทิเกรตสมการที่(4.30)ในช่วงระยะเวลา 0 ถึง t และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (K_D + d) \int_0^t E^2(\tau) d\tau = V(0) - V(t) < \infty \quad (ก.42)$$

เนื่องจากพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟในสมการที่(4.27) เป็นฟังก์ชันจำกัดบวก กล่าวคือ $V(t) \geq 0$ และ $\int_0^t E^2(\tau) d\tau \geq 0$ จะทำให้พลังงานเสมือนมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าเดิมตลอดเวลา ($V(t) \leq V(0)$) และ 0 เป็นขอบเขตล่างของพลังงานเสมือน ซึ่งเป็นผลให้พลังงานเสมือน $V(t)$ ในสมการที่(ก.42) มีค่าจำกัด ต่อมาสมมติว่าสมการ $\frac{\dot{V}(t) - \dot{V}(t_1)}{t - t_1} = \ddot{V}(t_2)$ เป็นจริง เมื่ออ้างอิงถึง $\dot{V}(t)$ และ $\dot{V}(t_1)$ ในสมการที่(4.30) และอ้างอิงถึง $\ddot{V}(t_2)$ ในสมการที่(4.31) จะได้เงื่อนไข

$$\frac{E^2(t) - E^2(t_1)}{t - t_1} = \frac{dE^2(t)}{dt} \bigg|_{t=t_2} \quad (ก.43)$$

การแสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขในสมการที่(ก.43) เป็นจริง จะเริ่มจากการจัดรูปสมการที่(4.25)ใหม่ ซึ่งเป็นสมการของกำลังเสมือน และเขียนได้ดังนี้

$$m\dot{E}E = -(K_D + d)E^2 + Y_R \tilde{p}E \quad (ก.44)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อมาใช้คุณสมบัติของเวกเตอร์ $Y_R \tilde{p} = \tilde{p}^T Y_R^T$ และแทนค่า $Y_R^T E = -\Gamma \dot{\tilde{p}}$ ซึ่งได้จากสมการที่(4.29) ลงในสมการที่(ก.44) จะได้

$$m\dot{E}E = -(K_D + d)E^2 - \tilde{p}^T \Gamma \dot{\tilde{p}} \quad (\text{ก.45})$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่(ก.45)ใหม่ จะเขียนได้

$$\frac{1}{2} \frac{d(mE^2)}{dt} = -(K_D + d)E^2 - \tilde{p}^T \Gamma \dot{\tilde{p}} \quad (\text{ก.46})$$

ในกรณีที่ $t < t_1$ ผลของการอินทิเกรตสมการที่(ก.46)ในช่วงระยะเวลา t ถึง t_1 จะเขียนเป็นสมการของพลังงานเสมือนได้ดังนี้

$$\frac{1}{2}mE^2(t) - \frac{1}{2}mE^2(t_1) = \int_t^{t_1} [(K_D + d)E^2(\tau) + \tilde{p}^T(\tau)\Gamma\dot{\tilde{p}}(\tau)]d\tau \quad (\text{ก.47})$$

เนื่องจาก ในช่วงระยะเวลา t ถึง t_1 จะมีเวลา t_2 ที่ทำให้

$$\frac{\int_t^{t_1} [(K_D + d)E^2(\tau) + \tilde{p}^T(\tau)\Gamma\dot{\tilde{p}}(\tau)]d\tau}{t_1 - t} = (K_D + d)E^2(t_2) + \tilde{p}^T(t_2)\Gamma\dot{\tilde{p}}(t_2) \quad (\text{ก.48})$$

จัดรูปสมการที่(ก.48)ใหม่ และแทนค่าลงในสมการที่(ก.47) จะได้

$$\frac{1}{2}mE^2(t) - \frac{1}{2}mE^2(t_1) = [(K_D + d)E^2(t_2) + \tilde{p}^T(t_2)\Gamma\dot{\tilde{p}}(t_2)](t_1 - t) \quad (\text{ก.49})$$

เมื่อพิจารณาสมการที่(ก.45) ในเวลา t_2 และแทนค่าลงในสมการที่(ก.49) จะได้

$$\frac{1}{2}mE^2(t) - \frac{1}{2}mE^2(t_1) = -m\dot{E}(t_2)E(t_2)(t_1 - t) \quad (\text{ก.50})$$

จัดรูปสมการที่(ก.50)ใหม่ จะได้สมการที่(ก.51)และสมการที่(ก.52) ตามลำดับ

$$E^2(t) - E^2(t_1) = 2E(t_2)\dot{E}(t_2)(t - t_1) \quad (\text{ก.51})$$

$$\frac{E^2(t) - E^2(t_1)}{t - t_1} = \frac{dE^2(t)}{dt} \bigg|_{t=t_2} \quad (\text{ก.52})$$

ส่วนในกรณีที่ $t > t_1$ จะได้ผลลัพธ์เป็นสมการที่(ก.52)เช่นเดียวกัน นั่นคือเงื่อนไขในสมการที่(ก.43)เป็นจริง ดังนั้นเมื่อพิจารณาสมการที่(ก.42) สมการที่(4.30) และสมการที่(ก.43) จะได้ว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) กำลังเสมือนจะมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V}(t) \rightarrow 0$) เป็นผลให้ตัวแปร $E \rightarrow 0$ เช่นเดียวกัน ต่อมาพิจารณาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งในสมการที่(4.18) จะได้

$$\dot{\tilde{x}}(t) = E(t) - \lambda \tilde{x}(t) \quad (\text{ก.53})$$

$$\tilde{x}(t) = e^{(-\lambda t)} \tilde{x}(0) + \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} E(\tau) d\tau \quad (\text{ก.54})$$

โดยที่ $\tilde{x}(0)$ คือความผิดพลาดของผลตอบสนองตำแหน่งเชิงมุมในเวลาเริ่มต้นของการควบคุม ในขณะที่ตัวแปร $E \rightarrow 0$ เทอม $\int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} E(\tau) d\tau$ จะมีค่าลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน นั่นคือตัวแปรสถานะ $\tilde{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$ พร้อมกัน

ภาคผนวก ข

ข้อกำหนดของการจำลองเลียนแบบและการทดลองหมุนจริง

เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดโดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ทำหน้าที่เป็นตัวชดเชย[21][22][23] กล่าวคือนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ดังกล่าวเชื่อมต่อเข้ากับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนในสมการที่(2.22)ให้เป็นระบบปิด ขั้นตอนข้างต้นจะใช้ตัวเลขของค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณแบบคงที่ในบทที่ 2 ซึ่งประกอบไปด้วยค่าคงที่ m , d , f_{c+} และ f_{c-} รวมถึงตัวเลขของค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการวัดโดยตรงซึ่งประกอบไปด้วยค่าคงที่ F_{s+} และ F_{s-} เป็นข้อมูลของแบบจำลองที่กล่าวถึง ในส่วนของแบบจำลองแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานสถิตย์ที่ถูกระบุในขั้นตอนนี้ จะเป็นแบบจำลองของคาร์ร็อนอฟที่เกิดจากการแก้ไขสมการที่(2.2) เพื่อป้องกันการลู่ออกหรือความไม่เสถียรของคำตอบซึ่งได้จากการคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์แบบเชิงเลข นั่นคือแบบจำลองของคุณลักษณะแรงเสียดทานในสมการที่(2.23), (2.24), (2.25) และ (2.26) จะถูกใช้งานแทนที่แบบจำลองของสมการที่(2.2)พร้อมกับการกำหนดค่าคงที่ σ จะเป็นตัวเลขเดียวกับที่ถูกอ้างอิงถึงในบทที่ 2 นอกจากนี้กฎการควบคุมในสมการที่(4.23)ซึ่งมีส่วนป้อนล่งหน้าเขียนอยู่ในรูปการคูณกันของเวกเตอร์และกฎการปรับค่าในสมการที่(4.32)ซึ่งเขียนอยู่ในรูปเวกเตอร์ จะถูกนำมาประกอบเข้าด้วยกันเป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ เพื่อเชื่อมต่อเข้ากับแบบจำลองของระบบแท่นหมุนอีกทอดหนึ่ง และก่อนการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดทุกครั้ง ค่า stepsize บนแกนเวลา จะถูกกำหนดให้มีขนาดคงที่เท่ากับ 0.001 วินาที ซึ่งเป็นตัวเลขที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในขณะที่ทำการจำลองเลียนแบบ รวมถึงตัวเลขของขนาด stepsize จะเป็นค่าเดียวกับคาบการสุ่มของตัวควบคุมในการทดลองควบคุมการหมุนจริง ในกรณีของการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดโดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม ข้อมูลของแบบจำลองระบบแท่นหมุน แบบจำลองของแรงเสียดทานที่ใช้งาน และขนาดของ stepsize จะเหมือนกับกรณีของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

ก่อนการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด(ระบบแท่นหมุน)โดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมและตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ทำหน้าที่เป็นตัวชดเชยตามลำดับ อุปกรณ์เพิ่มเติมที่นอกเหนือจากอุปกรณ์ทางไฟฟ้าและอุปกรณ์เชิงกลในระบบแท่นหมุน จะถูกนำมาเชื่อมต่อเข้ากับระบบเปิดดังกล่าวให้เป็นระบบปิดที่แสดงได้ในรูปที่ ข.1 ซึ่งอุปกรณ์เพิ่มเติมข้างต้นจะประกอบไปด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล แผงวงจรแปลงสัญญาณดิจิตอลเป็นสัญญาณอะนาล็อก(DAC board)[31] และแผงวงจรนับสัญญาณพัลส์ของเอนโค้ดเดอร์(decoder board)ที่มีขนาด 32 บิต[35] แผงวงจรทั้งสองนี้จะถูกเสียบในช่องสลอต(slot)ของเครื่องคอมพิวเตอร์ การส่งผ่านข้อมูลและคำสั่งระหว่างตัวเครื่องคอมพิวเตอร์และแผงวงจรทั้งสองจะเป็นวิธีแบบบัส AT หรือบัส EISA แผง

วงจร DAC จะมีช่อง(channel)ของสัญญาณเอาต์พุตอะนาล็อกเชื่อมต่อเข้ากับขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อนซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในระบบแท่นหมุน เป็นผลให้ช่องสัญญาณที่กล่าวถึงถูกกำหนดให้มีแรงดันการทำงานอยู่ในช่วง ± 10 โวลต์ รวมถึงแผงวงจรนี้จะมีช่องของสัญญาณอินพุตเฟส A เฟส B และไฟเลี้ยง 12 โวลต์ เชื่อมต่อเข้ากับขาสัญญาณต่างๆที่ตรงกันของเอนโค้ดเดอร์แบบควอดราเจอร์(quadrature incremental encoder)ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในระบบแท่นหมุนเช่นเดียวกัน นั่นคืออุปกรณ์(hardware)ทั้งหมดที่เชื่อมต่องานเป็นระบบปิด จะประกอบไปด้วยวงจรขับเคลื่อน(power amplifier unit) มอเตอร์กระแสตรง ส่วนประกอบเชิงกลของแท่นหมุน(โพลหรือแกนทรี) เอนโค้ดเดอร์ แผงวงจร DAC แผงวงจรนับ และเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล ซึ่งอุปกรณ์ที่ส่วนแรกจะถูกเรียกรวมกันว่าระบบแท่นหมุน

เนื่องจากแผงวงจร DAC ที่ใช้งานมีระดับความละเอียดของตัวเลขดิจิตอลเท่ากับ 12 บิต หรือ 4096 ตัวเลขฐานสองและกำหนดให้ตัวเลข 2048 เท่ากับศูนย์โวลต์ กล่าวคือตัวเลขดิจิตอลที่ถูกป้อนให้กับแผงวงจร DAC จะมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 4095 ถ้าตัวเลขดิจิตอลมีค่ามากกว่า 2048 ซึ่งอยู่ในช่วง 2049 ถึง 4095 สัญญาณเอาต์พุตอะนาล็อกที่ได้จะมีขั้วของศักดาเป็นบวกซึ่งอยู่ในช่วง 4.8828 มิลลิโวลต์ถึง 9.9951 โวลต์ และถ้าตัวเลขดิจิตอลมีค่าน้อยกว่า 2048 ซึ่งอยู่ในช่วง 2047 ถึง 0 สัญญาณเอาต์พุตอะนาล็อกจะมีขั้วของศักดาเป็นลบซึ่งอยู่ในช่วง -4.8828 มิลลิโวลต์ถึง -10 โวลต์ ดังนั้นแผงวงจร DAC ที่ใช้งานจะมีค่าเกนในการแปลงสัญญาณเท่ากับ 0.0048828 เป็นผลให้ต้องนำส่วนกลับของค่าเกนที่กล่าวถึงคูณเข้ากับปริมาณควบคุม(n)ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมหรือกฎการควบคุมของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งคำนวณหาได้จากสมการที่(4.23) และนำค่าคงที่ 2048 บวกเข้ากับผลคูณที่ได้ ก่อนการป้อนตัวเลขดิจิตอลให้กับแผงวงจร DAC โดยผ่านทางบัส AT หรือบัส EISA ทำให้ศักดาที่ปรากฏบนขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อนมีขนาดและขั้วเหมือนกับปริมาณควบคุมหรือกฎการควบคุมซึ่งคำนวณได้ที่เวลาเดียวกันในขณะที่ควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด

ในส่วนของการวัดระยะทางเชิงมุมของระบบแท่นหมุน(วงล้อเหล็ก)หรือการนับพัลส์ของสัญญาณเอนโค้ดเดอร์ แผงวงจรนับจะมีความจุของการบันทึกและนับตัวเลขที่อยู่ในช่วง 1,073,741,824 ถึง 1,073,741,823 counts (position range) ซึ่งเพียงพอกับการใช้งานหรือทดลองหมุนจริง การนับตัวเลขที่กล่าวถึงเพิ่มขึ้นหรือลดลงจะสัมพันธ์กับทิศทางการหมุนของวงล้อเหล็กและตัวเลขศูนย์ count หมายถึงหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ที่ถูกยึดติดกับวงล้อเหล็กมีตำแหน่งเชิงมุมอยู่ในตำแหน่งเริ่มต้น

วิธีการนำตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้มาใช้งานในการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดหรือในทางปฏิบัติ จะทำได้โดยการเขียนกฎการควบคุมของสมการที่(4.23)และกฎการปรับค่าของสมการที่(4.34)ซึ่งเป็นสมการหลักของตัวควบคุมให้อยู่ในรูปชุดคำสั่งของโปรแกรม จุดเด่นของการเขียนตัวควบคุมดังกล่าวเป็นภาษาโปรแกรมคือการแก้ไขจุดผิดพลาด(bug)และการ

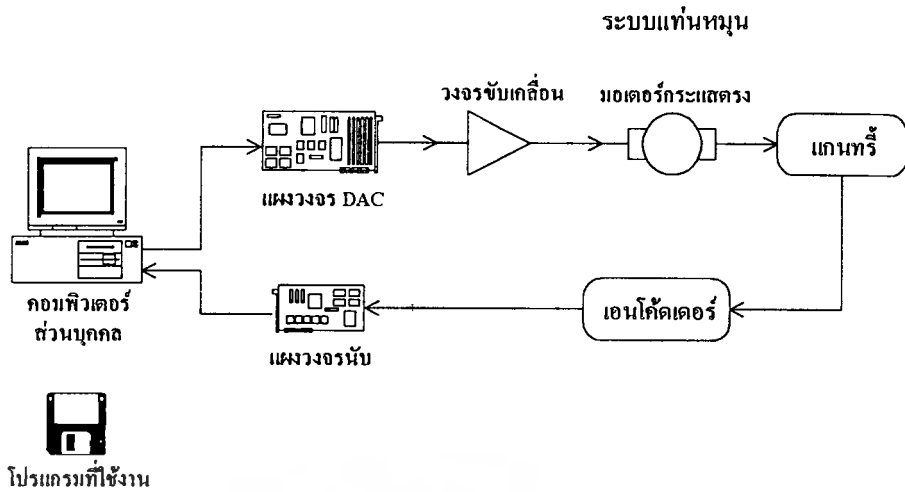
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พัฒนาอัลกอริธึมคำนวณของตัวควบคุมจะเป็นขั้นตอนที่ทำได้ง่ายและสะดวก การกำหนดให้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ทำงานด้วยคาบการสุ่มที่คงที่คือการกำหนดให้ตัวควบคุมข้างต้นทำหน้าที่เป็นโปรแกรมบริการอินเทอร์รัพต์ทางด้านเวลา(clock tick interrupt service routine หรือ user's interrupt for timer)แทนที่โปรแกรมเดิมที่มีอยู่ก่อนหน้านี้(old interrupt for timer)[36] เมื่อคอมพิวเตอร์เกิดการอินเทอร์รัพต์ทางด้านเวลา(invoketimer interrupt)ซึ่งเป็นอินเทอร์รัพต์ที่มีลำดับความสำคัญของการเกิดมากที่สุด(the highest priority interrupt)และเกิดด้วยอัตราคงที่ตลอดเวลา ตัวควบคุมที่อยู่ในรูปของโปรแกรมจะถูกเรียกให้ทำงาน(execute)ด้วยอัตราคงที่ตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุมเช่นเดียวกัน การปรับเปลี่ยนคาบระยะเวลาของการเกิดอินเทอร์รัพต์ที่กล่าวถึง(timer interval)คือการปรับเปลี่ยนคาบระยะเวลาของการเรียกตัวควบคุมให้ทำงานหรืออีกนัยหนึ่งเป็นการปรับเปลี่ยนคาบการสุ่มของตัวควบคุม(sampling time หรือ sampling period) ซึ่งในการทดลองจริงคาบระยะเวลาที่กล่าวถึงจะถูกปรับเปลี่ยนให้มีขนาดเท่ากับ 0.001 วินาที(user's interval)ซึ่งเป็นขนาดที่น้อยกว่าคาบระยะเวลาเดิม นั่นคือคาบการสุ่มของตัวควบคุมที่ใช้งานจริงจะมีขนาดเท่ากับ 0.001 วินาทีหรือ 1 มิลลิวินาที

นอกจากนี้ปริมาณควบคุม(u)ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมหรือกฎการควบคุมของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่เกิดจากการคำนวณในแต่ละครั้งของการเรียกโปรแกรมซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมให้ทำงาน จะถูกนำมาป้อนให้กับตัวกรองแบบดิจิตอลที่มีค่าเวลาคงตัวเท่ากับค่าพารามิเตอร์ของระบบ n ก่อนการคูณผลลัพธ์ของการกรองที่ได้ด้วยส่วนกลับของค่าเกนแฉวงจร DAC แทนที่การคูณปริมาณควบคุมหรือกฎการควบคุมด้วยส่วนกลับของค่าเกนที่กล่าวถึง เพราะในทางทฤษฎีผลลัพธ์ของการกรองจะหักล้างซีโร่ของระบบ เป็นผลให้ระบบแทนหมุนมีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหมือนกับแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด

ในส่วนของการเลือกค่าพารามิเตอร์ของระบบ n เป็นค่าเวลาคงตัวของตัวกรองแบบดิจิตอลที่กล่าวถึง จะกำหนดให้ใช้ตัวเลขที่ได้จากการประมาณแบบคงที่ของการคำนวณในบทที่ 2 เมื่อพิจารณาถึงวิธีการนำตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมมาใช้งานในทางปฏิบัติจริง จะได้ว่ามีวิธีการเหมือนกับกรณีของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ รวมถึงการนำปริมาณควบคุมที่คำนวณได้ป้อนให้กับตัวกรองแบบดิจิตอลที่มีค่าเวลาคงตัวเท่ากับ n จะเป็นกรณีเหมือนกัน เพื่อให้เกิดเงื่อนไขเดียวกันในการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบปิดที่เกิดจากการชดเชยของตัวควบคุมทั้งสองแบบ



รูปที่ ข.1 แสดงการเชื่อมต่ออุปกรณ์ต่างๆ ในการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด

เนื่องจากในทางทฤษฎี ก่อนการควบคุมการหมุนของระบบปิด ค่าเริ่มต้นของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาของกฎการปรับค่า ($\hat{m}(0)$, $\hat{d}(0)$, $\hat{f}_{c+}(0)$ และ $\hat{f}_{c-}(0)$) จะถูกกำหนดให้เป็นตัวเลขค่าใดๆก็ได้ การเลือกตัวเลขของค่าเริ่มต้นดังกล่าวอาจจะกำหนดให้เป็นค่าพารามิเตอร์จริงของระบบแทนหมุน แต่ในการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดและการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด ตัวเลขข้างต้นทุกค่าจะถูกระบุเลือกให้เป็นตัวเลขศูนย์ เพื่อทดสอบการทำงานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะของการหมุนโดยไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์จริงของระบบหรืออีกนัยหนึ่งเป็นการกำหนดให้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ทำงานเต็มขีดความสามารถ

ในส่วนรายละเอียดของชุดคำสั่งทั้งหมดของโปรแกรมที่ใช้งานซึ่งสัมพันธ์กับตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะแบ่งออกเป็นสองส่วนหลักคือ โปรแกรมหลักและโปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลา โปรแกรมหลักจะมีหน้าที่ซึ่งเรียงตามลำดับการทำงานที่สำคัญดังนี้

- 1.) กำหนด(reset)เวลาเริ่มต้นของการควบคุมระบบปิด($k = 1$)
- 2.) ระบุ(fix)ตัวเลขของคาบการสุ่มที่ใช้คำนวณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่า($T = 0.001$ วินาที)
- 3.) กำหนด(select)ตัวเลขเริ่มต้นของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาให้เท่ากับศูนย์($\hat{m}(0) = 0$, $\hat{d}(0) = 0$, $\hat{f}_{c+}(0) = 0$ และ $\hat{f}_{c-}(0) = 0$)
- 4.) เลือก(set)ช่องการทำงาน(multiplexor channel)ของสัญญาณเอาต์พุตอะนาล็อกในแผงวงจร DAC
- 5.) กำหนด(set)ค่าของตำแหน่งเชิงมุมวงล้อเหล็ก(หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์)ก่อนการหมุนจริงในแผงวงจรนั้บ(decoder board)ให้เท่ากับศูนย์(zero position)

6.)สร้างหรือคำนวณ(evaluate)สัญญาณทราเจ็คทอรี(desired trajectory profile)ซึ่งกำหนดไว้ล่วงหน้าหลัก(หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์)ในระบบแท่นหมุน มีตำแหน่งเชิงมุมและหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมและอัตราเร่งเชิงมุมขณะใดขณะหนึ่งตามที่ต้องการในขณะที่ควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด จำนวนตัวเลขของแต่ละปริมาณการหมุนที่ได้จากการคำนวณ จะมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างช่วงระยะเวลาของการควบคุมจริงในแต่ละครั้งและส่วนกลับของคาบการสุ่มตัวควบคุม (อัตราการเกิดอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลา)

7.)จอง(allocate)หน่วยความจำ(dynamics memory)ที่ใช้เก็บชุดข้อมูล(data storage)ของผลตอบสนองระบบปิด(closed-loop responses)และกฎการควบคุม(control signal)ที่ได้จากการคำนวณในขณะที่ควบคุมจริง

8.)ปรับเปลี่ยน(set)คาบระยะเวลาของการเกิดอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลาจากค่าเดิม(timer interval)เป็นค่าตัวเลขที่ผู้ใช้งานกำหนดให้(user's interval)ซึ่งมีความหมายคือคาบการสุ่มของตัวควบคุม[36]

9.)เปลี่ยนแปลง(initialize)โปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลาจากโปรแกรมเดิม(old interrupt for timer)เป็นโปรแกรมที่ทำหน้าที่ของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้(user's interrupt for timer)[36] ซึ่งหลังจากการเปลี่ยนแปลงโปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ที่กล่าวถึง ตัวควบคุมจะเริ่มต้นการทำงานทันที ในขณะที่เดียวกันโปรแกรมหลักจะเริ่มต้นการวนลูป(loop)และตรวจสอบเงื่อนไขการออกจากลูป ภายในลูปที่กล่าวถึงของโปรแกรมหลัก จะไม่มีชุดคำสั่ง(empty)ที่กำหนดการทำงานของคอมพิวเตอร์ ในการวนลูปและตรวจสอบเงื่อนไขแต่ละครั้ง(repeat) โปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะถูกเรียกให้ทำงานคำนวณตัวเลขความผิดพลาดของผลตอบสนอง กฎการปรับค่า และกฎการควบคุมตามลำดับ เมื่อสิ้นสุดการทำงาน(return from timer interrupt)ของโปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ คอมพิวเตอร์จะตรวจสอบเงื่อนไขของการออกจากลูป(until)ในส่วนที่ถูกค้างการทำงานก่อนการเกิดอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลาอย่างต่อเนื่องกับส่วนเดิม นั่นคือในการวนลูปและตรวจสอบเงื่อนไขแต่ละครั้ง โปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์หรือตัวควบคุมจะถูกเรียกให้ทำงานคำนวณตัวเลขได้มากกว่าหนึ่งครั้ง เงื่อนไขของการออกจากลูปที่กล่าวถึงคือเวลาสิ้นสุดการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด(time out is reached) เมื่อโปรแกรมหลักวนลูปและตรวจสอบเงื่อนไขจนถึงเวลาสิ้นสุดการควบคุมหรืออีกนัยหนึ่งคือตัวควบคุมถูกเรียกให้ทำงานด้วยอัตราการเกิดอินเตอร์รัพต์คงที่จนถึงเวลาสิ้นสุดการควบคุม โปรแกรมหลักจะหลุดออกจากลูป

10.)ติดตั้ง(restore)โปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลาโปรแกรมเดิม แทนที่โปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุม

11.)เปลี่ยนแปลง(reset)คาบระยะเวลาของการเกิดอินเตอร์รัพต์ทางด้านเวลาจากคาบการสุ่มของตัวควบคุมเป็นตัวเลขเดิมในทันที

12.) ป้อนศักดาศูนย์โวลต์ให้กับขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อนโดยผ่านแผงวงจร DAC เพื่อหยุดการจ่ายกระแสไฟฟ้าอาร์มเจอร์ให้กับมอเตอร์กระแสตรงอีกทอดหนึ่ง (turn off power amplifier unit and motor)

13.) บันทึก(record)ข้อมูลของชุดผลตอบสนองของระบบปิดและกฎการควบคุม(ผลการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด)จากหน่วยความจำลงในอุปกรณ์เก็บข้อมูลสำรอง(harddisk)

14.) และลำดับสุดท้ายคือการคืน(release)หน่วยความจำที่ถูกจองก่อนหน้านี้ ซึ่งใช้เก็บชุดข้อมูลของผลการทดลองควบคุมการหมุนจริงในขณะที่ตัวควบคุมทำงาน

เมื่อโปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ถูกเรียกให้ทำงานที่เวลา $t = kT$ ในแต่ละครั้ง โปรแกรมบริการอินเตอร์รัพต์ดังกล่าว จะมีการทำงานที่สำคัญเรียงตามลำดับดังนี้

1.) อ่าน(read)ตำแหน่งเชิงมุม($x(t)$)ของวงล้อเหล็ก(หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์)ในระบบแทนหมุนจากแผงวงจรนับ

2.) เปิดตาราง(look up table)เพื่อเข้าถึง(get)ข้อมูลของสัญญาณทราเจ็คทอรีซึ่งประกอบไปด้วยตำแหน่งเชิงมุม($x_d(t)$) อัตราเร็วเชิงมุม($\dot{x}_d(t)$) และอัตราเร่งเชิงมุม($\ddot{x}_d(t)$) ที่ต้องการให้วงล้อเหล็กหมุนได้ในขณะนั้นซึ่งตรงกับเวลา $t = kT$

3.) คำนวณหา(calculate)อัตราเร็วเชิงมุม($\dot{x}(t)$)ของวงล้อเหล็กโดยใช้วิธีอนุพันธ์แบบเชิงเลข ต่อมาคำนวณหาความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม($\tilde{x}(t)$)และอัตราเร็วเชิงมุม($\dot{\tilde{x}}(t)$) รวมถึงตัวแปร $E(t)$ จากนั้นคำนวณหาสัญญาณอ้างอิงเทียม $x_r(t)$ และ $\dot{x}_r(t)$

4.) ระบุเลือกการประมาณค่าแรงเสียดทานกลอัมบ์ของการหมุนในทิศทางบวก($\hat{f}_{c+}(t)$) หรือทิศทางลบ($\hat{f}_{c-}(t)$)แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่า ถ้า $\dot{x}(t)$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์($\dot{x}(t) \geq 0$)จริง ตัวเลือก η จะมีค่าลอจิกเป็นหนึ่ง($\eta = 1$) ซึ่งมีความหมายว่าที่เวลา $t = kT$ ค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c+}(t)$ จะถูกคำนวณตัวเลข และค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c-}(t)$ จะมีค่าคงที่ แต่ถ้า $\dot{x}(t)$ มีค่าน้อยกว่าศูนย์($\dot{x}(t) < 0$)จริง ตัวเลือก η จะมีค่าลอจิกเป็นศูนย์($\eta = 0$) ซึ่งมีความหมายว่าที่เวลา $t = kT$ ค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c-}(t)$ จะถูกคำนวณตัวเลข และค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c+}(t)$ จะมีค่าคงที่ นั่นคือการคำนวณค่าพารามิเตอร์ข้างต้นจะสัมพันธ์กับทิศทางของแรงเสียดทานกลอัมบ์ที่เกิดขึ้นจริงในระบบแทนหมุน

5.) คำนวณ(compute)ค่าพารามิเตอร์ $\hat{m}(t)$, $\hat{d}(t)$, $\hat{f}_{c+}(t)$ และ $\hat{f}_{c-}(t)$ แบบแปรตามเวลาของกฎการปรับค่า รวมถึงกฎการควบคุม($u(t)$)ที่เวลา $t = kT$ ถ้า $\dot{x}(t) \geq 0$ ($\eta = 1$) ค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c+}(t)$ จะเป็นส่วนหนึ่งในกฎการควบคุม และค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c-}(t)$ จะไม่ถูกพิจารณาในส่วนนี้ แต่ถ้า $\dot{x}(t) < 0$ ($\eta = 0$) ค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c-}(t)$ จะเป็นส่วนหนึ่งในกฎการ

ควบคุมแทนที่ค่าพารามิเตอร์ $\hat{f}_{c+}(t)$ ซึ่งสัมพันธ์กับทิศทางของแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นจริง เช่นเดียวกัน

6.) ป้อน(send)กฎการควบคุม(สัปดาห์)ที่คำนวณได้ให้กับขั้วไฟฟ้าอินพุตของวงจรขับเคลื่อน (amplifier input terminals) โดยผ่าน(through)แผงวงจร DAC

7.) นำข้อมูลของผลตอบสนองระบบปิดที่ได้($x(t)$ และ $\dot{x}(t)$) และกฎการควบคุมที่เวลา $t = kT$ เก็บ(collect)ลงในหน่วยความจำที่ถูกต้องก่อนหน้านี้

8.) และลำดับสุดท้ายคือการระบุ(update)เวลาของการควบคุมที่เพิ่มขึ้นจากเดิมเท่ากับหนึ่ง คาบการสุ่มของตัวควบคุม

ลำดับการทำงานที่สำคัญของโปรแกรมบริการอินเทอร์รัพต์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จะแสดงเป็นผังงานได้ในรูปที่ ข.2 นอกจากนี้ลำดับการทำงานที่สำคัญของโปรแกรมหลักและโปรแกรมบริการอินเทอร์รัพต์ดังกล่าว จะเขียนเป็นคำสั่งเทียม(pseudocode) หรืออัลกอริทึมได้ดังนี้

MAIN :

Start { เริ่มต้นการทำงานของโปรแกรมหลัก }

Reset $k \leftarrow 1$

Fix $T \leftarrow 0.001$

Select $\hat{m}_0 \leftarrow 0$, $\hat{d}_0 \leftarrow 0$, $\hat{f}_{cp0} \leftarrow 0$, $\hat{f}_{cn0} \leftarrow 0$

$\hat{m}_k \leftarrow 0$, $\hat{d}_k \leftarrow 0$, $\hat{f}_{cpk} \leftarrow 0$, $\hat{f}_{cnk} \leftarrow 0$

{ $\hat{m}(0)=0$, $\hat{d}(0)=0$, $\hat{f}_{c+}(0)=0$ และ $\hat{f}_{c-}(0)=0$ }

Provide $x_0 \leftarrow 0$, $\dot{x}_k \leftarrow 0$ { $x(0)=0$ }

Set multiplexor channel in DAC board

Set zero position in decoder board

Evaluate desired trajectory profile

Allocate dynamics memory for data storage

Set sampling time (user's interval)

Initialize user's interrupt for timer (controller)

REPEAT_loop

Empty (wait for real time clock)

{ Nothing }

UNTIL time out is reached

Restore old interrupt for timer

Reset timer interval

Turn off power amplifier unit and motor

Record data (closed-loop responses and control signal)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้า ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Release blocks of dynamics memory

Terminate { จบการทำงานของโปรแกรมหลัก }

Clock_tick interrupt service routine (controller) :

Invoke timer interrupt at $t = kT$

BEGIN_task

Let $x_{k-1} \leftarrow x_k$

Let $\hat{m}_{k-1} \leftarrow \hat{m}_k, \hat{d}_{k-1} \leftarrow \hat{d}_k$

Let $\hat{fcp}_{k-1} \leftarrow \hat{fcp}_k, \hat{fcn}_{k-1} \leftarrow \hat{fcn}_k$

Read x_k from decoder board

Get $xd_k, \dot{x}_d$ and $\ddot{x}_d$ by look up table

$\{x_d(t), \dot{x}_d(t) \text{ และ } \ddot{x}_d(t)\}$

Calculate

$$\dot{x}_k \leftarrow \frac{x_k - x_{k-1}}{T} \left\{ \dot{x}(t) = \frac{x(t) - x(t-T)}{T} \right\}$$

$$\tilde{x}_k \leftarrow x_k - x_{d_k} \left\{ \tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t) \right\}$$

$$\tilde{\dot{x}}_k \leftarrow \dot{x}_k - \dot{x}_{d_k} \left\{ \tilde{\dot{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \right\}$$

$$E_k \leftarrow \tilde{\dot{x}}_k + \lambda \tilde{x}_k \left\{ E(t) = \tilde{\dot{x}}(t) + \lambda \tilde{x}(t) \right\}$$

$$xr_k \leftarrow \dot{x}_{d_k} - \lambda \tilde{x}_k \left\{ x_r(t) = \dot{x}_d(t) - \lambda \tilde{x}(t) \right\}$$

$$\dot{x}r_k \leftarrow \ddot{x}_{d_k} - \lambda \tilde{\dot{x}}_k \left\{ \dot{x}_r(t) = \ddot{x}_d(t) - \lambda \tilde{\dot{x}}(t) \right\}$$

if $\dot{x}_k \geq 0$ then $\eta_k \leftarrow 1$ otherwise $\eta_k \leftarrow 0$

Compute

$$\hat{m}_k \leftarrow \hat{m}_{k-1} - \gamma_1 \dot{x}r_k E_k T$$

$$\{ \hat{m}_k = \hat{m}_0 - \gamma_1 T \sum_{i=1}^k \dot{x}r_i E_i \text{ หรือ } \hat{m}(t) = \hat{m}(0) - \gamma_1 \int_0^t \dot{x}_r(\tau) E(\tau) d\tau \}$$

$$\hat{d}_k \leftarrow \hat{d}_{k-1} - \gamma_2 xr_k E_k T$$

$$\{ \hat{d}_k = \hat{d}_0 - \gamma_2 T \sum_{i=1}^k xr_i E_i \text{ หรือ } \hat{d}(t) = \hat{d}(0) - \gamma_2 \int_0^t x_r(\tau) E(\tau) d\tau \}$$

$$\hat{f}cp_k \leftarrow \hat{f}cp_{k-1} + \gamma_3 E_k \eta_k T$$

$$\{ \hat{f}cp_k = \hat{f}cp_0 + \gamma_3 T \sum_{i=1}^k E_i \eta_i \text{ หรือ } \hat{f}_{c+}(t) = \hat{f}_{c+}(0) + \gamma_3 \int_0^t E(\tau) \eta(\tau) d\tau \}$$

$$\hat{f}cn_k \leftarrow \hat{f}cn_{k-1} + \gamma_3 E_k (1 - \eta_k) T$$

$$\{ \hat{f}cn_k = \hat{f}cn_0 + \gamma_3 T \sum_{i=1}^k E_i (1 - \eta_i) \text{ หรือ}$$

$$\hat{f}_{c-}(t) = \hat{f}_{c-}(0) + \gamma_3 \int_0^t E(\tau) [1 - \eta(\tau)] d\tau \}$$

$$u_k \leftarrow \hat{m}_k \dot{x}_r + \hat{d}_k x_r - \hat{f}cp_k \eta_k - \hat{f}cn_k (1 - \eta_k) - K_D E_k$$

$$\{ u = \hat{m} \dot{x}_r + \hat{d} x_r - \hat{f}_{c+} \eta - \hat{f}_{c-} (1 - \eta) - K_D E \}$$

Send u_k to amplifier input terminals through DACboard

Collect x_k , $\dot{x}_k$ and u_k onto memory

Update $k \leftarrow k + 1$

END_task

Return from timer interrupt

เนื่องจากลำดับการทำงานของการนำกฎการควบคุมที่คำนวณได้ป้อนให้กับตัวกรองแบบดิจิทัล เพื่อหากล้างซีโร่ของระบบแทนหมุน จากนั้นคุณผลลัพธ์ของการกรองด้วยส่วนกลับของค่าเกนแฉวงจร DAC ก่อนการส่งผ่านให้กับแฉวงจรวงจรดังกล่าวอีกทอดหนึ่ง ไม่เป็นลำดับการทำงานหรือส่วนหนึ่งของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ดังนั้นลำดับการทำงานข้างต้นจะไม่ถูกระบุในผังงานหรือคำสั่งเทียมของโปรแกรมบริการอินเทอร์พรีต แต่ในโปรแกรมที่ใช้งานจริง จะมีชุดคำสั่งของลำดับการทำงานที่กล่าวถึง ในกรณีของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม โปรแกรมที่ใช้งานจะแบ่งออกเป็นสองส่วนเช่นเดียวกัน คือโปรแกรมหลักและโปรแกรมบริการอินเทอร์พรีต ลำดับการทำงานหรือชุดคำสั่งทุกคำสั่งของโปรแกรมหลักจะเหมือนกับกรณีของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ แต่โปรแกรมบริการอินเทอร์พรีตจะทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งมีจำนวนของลำดับการทำงานที่น้อยกว่า

ก่อนการกำหนดให้โปรแกรมที่ใช้งานดังกล่าวซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมเกิดการทำงานวงจรขับเคลื่อนจะถูกจ่ายไฟกระแสสลับที่มีแรงดัน RMS เท่ากับ 220 โวลต์จากแหล่งจ่ายในขณะที่ศักดาแรงดันต่ำของขั้วไฟฟ้าอินพุตวงจรขับเคลื่อนจะต้องมีค่าเท่ากับศูนย์โวลต์เท่านั้น เพื่อป้องกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไม่ให้กระแสไฟสลับที่มีแรงดันสูงข้างต้นถูกเปลี่ยนรูปร่างสัญญาณเป็นกระแสไฟตรงอาร์เมเจอร์ ซึ่งป้อนให้กับขั้วของมอเตอร์ในทันที ถ้าไม่มีการป้องกันที่กล่าวถึง กล่าวคือไม่มีศักดาหรือแรงดันของสัญญาณไฟฟ้าใดๆป้อนให้กับขั้วอินพุตของวงจรขับเคลื่อน มอเตอร์จะขับสายพานให้เคลื่อนที่ และสายพานจะขับให้วงล้อเหล็ก(หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์)หมุนอีกทอดหนึ่ง ซึ่งเป็นการหมุนของโพลที่ที่ไม่สามารถควบคุมหรือบังคับให้หยุดหมุนได้ และหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์จะหมุนครบรอบโดยใช้ช่วงระยะเวลาสั้นๆ ถ้าปล่อยให้หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ที่ถูกยึดติดกับวงล้อเหล็ก หมุนได้หลายรอบติดต่อกัน สายเคเบิลของสายไฟแรงดันสูงที่เชื่อมต่อกับตัวหลอดรวมถึงสายเคเบิลของสายรับส่งสัญญาณข้อมูลดิบ สายสัญญาณควบคุม และสายจ่ายไฟเลี้ยงที่เชื่อมต่อกับอุปกรณ์ตัวรับรังสี จะพันกันและบิดตัวเป็นเกลียว ซึ่งเป็นสาเหตุให้สายเคเบิลที่กล่าวถึงมีโอกาสเกิดการฉีกขาดได้ การหยุดมอเตอร์ไม่ให้ขับโพลเกิดการหมุนต่อไป จะทำได้โดยการตัดแหล่งจ่ายไฟกระแสสลับแรงดันสูงออกจากวงจรขับเคลื่อน

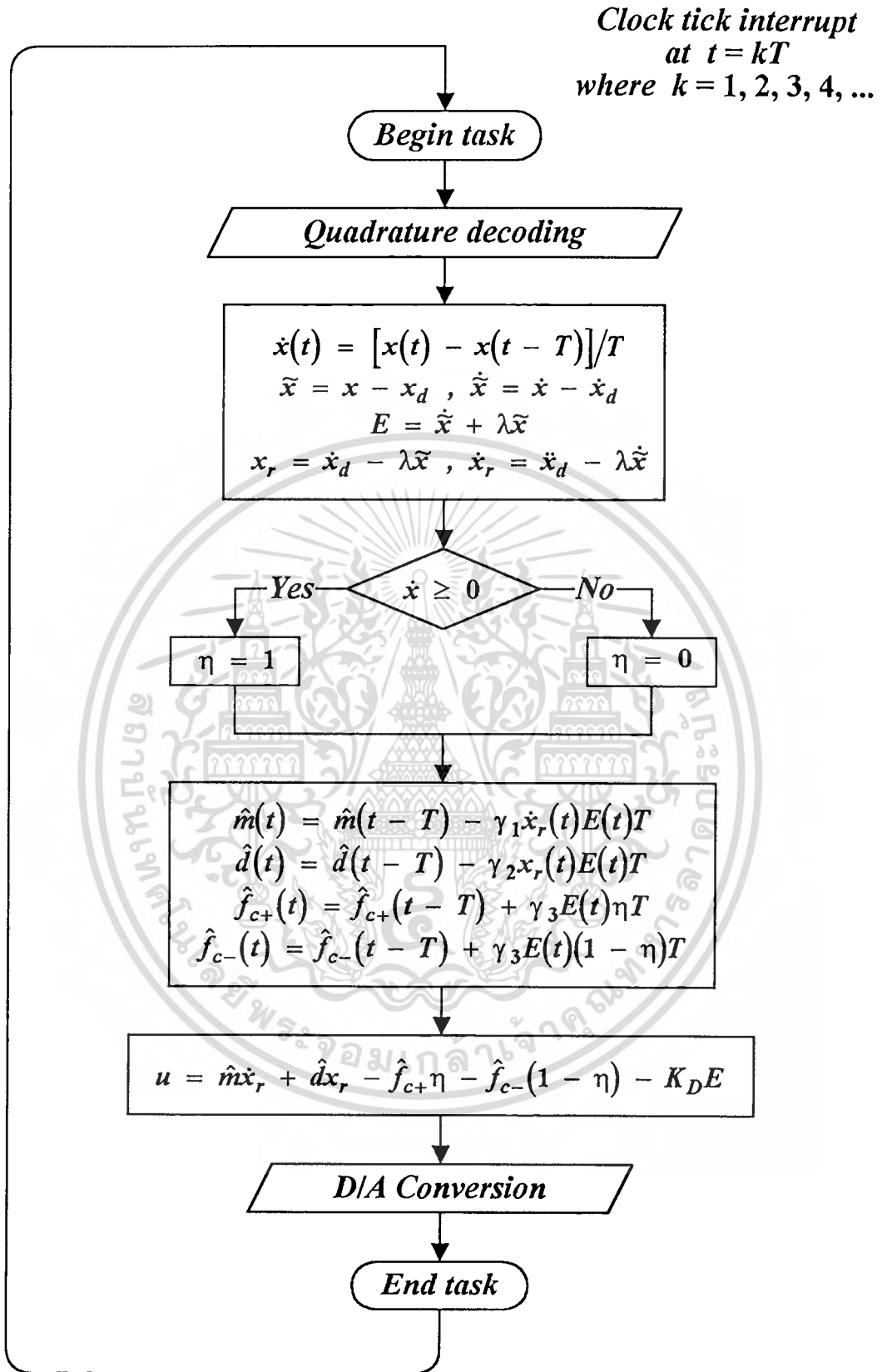
เนื่องจากในขั้นตอนการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดแต่ละครั้ง วงล้อเหล็ก(หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์)จะถูกกำหนดให้หมุนด้วยระยะทางเชิงมุมเท่ากับหนึ่งรอบพอดี ดังนั้นหลังจากการทดลองหมุนจริงในแต่ละครั้ง วงล้อเหล็กจะถูกขับให้หมุนย้อนกลับด้วยระยะทางเชิงมุมเท่ากับหนึ่งรอบเช่นเดียวกัน เพื่อป้องกันไม่ให้สายเคเบิลที่กล่าวถึงก่อนหน้านี้เกิดการพันกันบิดตัวเป็นเกลียว รวมถึงกำหนดให้หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์มีตำแหน่งเชิงมุมเริ่มต้นเป็นตำแหน่งเดียวกันทุกครั้งก่อนการทดลองหมุนจริงครั้งต่อไป ซึ่งเหมือนกับตำแหน่งเชิงมุมเริ่มต้นก่อนการหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง เมื่อเสร็จสิ้นขั้นตอนการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดพร้อมกับหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์มีตำแหน่งเชิงมุมอยู่ในตำแหน่งเริ่มต้น การปิดเครื่องคอมพิวเตอร์ในทันทีโดยที่ไม่ตัดแหล่งจ่ายไฟกระแสสลับแรงดันสูงออกจากวงจรขับเคลื่อนก่อนการปิดดังกล่าว จะทำให้มอเตอร์ขับสายพานให้เคลื่อนที่และสายพานขับวงล้อเหล็กให้หมุนอีกทอดหนึ่ง ซึ่งการหมุนข้างต้นเป็นการหมุนที่ไม่สามารถควบคุมหรือบังคับทิศทางและปริมาณของการเคลื่อนที่ได้เช่นเดียวกัน เพราะไม่มีศักดาหรือแรงดันของสัญญาณไฟฟ้าใดๆป้อนให้กับขั้วอินพุตของวงจรขับเคลื่อน เป็นผลให้สายเคเบิลที่เชื่อมต่อกับอุปกรณ์ของรังสีเอกซ์มีโอกาสเกิดการบิดตัวพันกันเป็นเกลียว นั่นคือลำดับที่ถูกต้องจะเริ่มต้นด้วยการตัด(ถอดปลั๊ก)แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับแรงดันสูงออกจากวงจรขับเคลื่อน และต่อมาคือการปิดเครื่องคอมพิวเตอร์ นอกจากนี้ก่อนขั้นตอนการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิด นี้อด(mut)ทุกตัวที่ทำหน้าที่ยึดติดหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์เข้ากับที่รองรับซึ่งถูกยึดติดกับวงล้อเหล็กอีกทอดหนึ่ง จะถูกสวมเข้ากับรูปประกอบและถูกขันให้แน่น เพื่อป้องกันการดกหล่นของอุปกรณ์รังสีเอกซ์ที่กล่าวถึงในขณะทดลองการหมุนจริง

เมื่อพิจารณาความผิดพลาดของผลตอบสนองทางอัตราเร็วเชิงมุมที่เทียบกับเวลา ซึ่งเป็นข้อมูลของผลการทดลองที่ได้จากการควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดโดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้า เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดั้งเดิมและตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ตามลำดับ จะได้ว่ามีความไม่เรียบของข้อมูลข้างต้น กล่าวคือมีการขึ้นลง (Fluctuate) ของข้อมูล ซึ่งเกิดจากการคำนวณหาอัตราเร็วเชิงมุมโดยใช้วิธีอนุพันธ์ของตำแหน่งเชิงมุมแบบเชิงเลขที่เทียบกับคาบการสุ่มในขณะที่ทดลองควบคุมการหมุน เป็นผลให้มีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการคำนวณดังกล่าวปะปนในผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุม ทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางอัตราเร็วเชิงมุมมีความไม่ต่อเนื่องของข้อมูล ถ้านำความผิดพลาดของผลตอบสนองที่กล่าวถึงซึ่งเทียบกับเวลา ทั้งสองกรณีของตัวควบคุมมาเปรียบเทียบกันโดยตรง จะเป็นงานที่สังเกตและหาข้อสรุปของผลลัพธ์จากการเปรียบเทียบได้ยาก เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาที่เกิดขึ้น จะนำความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมทั้งสองกรณีนี้ มาคำนวณหาค่า

$\int_0^t |\dot{x}(\tau)| d\tau$ ในลำดับแรก ต่อมาจึงเปรียบเทียบปริมาณที่คำนวณได้และหาข้อสรุปตามลำดับซึ่งเป็นงานที่ทำได้ง่ายกว่า นั่นคือการนำเสนอข้อมูลในรูปของกราฟความสัมพันธ์ จะแสดงปริมาณ $\int_0^t |\dot{x}(\tau)| d\tau$ บนแกนเวลา แทนที่ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมบนแกนเวลา และเพื่อความสะดวกในการเปรียบเทียบและสังเกต ผลลัพธ์ของการจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในส่วนของความผิดพลาดอัตราเร็วเชิงมุม จะถูกแสดงให้อยู่ในรูปของปริมาณ $\int_0^t |\dot{x}(\tau)| d\tau$ บนแกนเวลาเช่นเดียวกัน



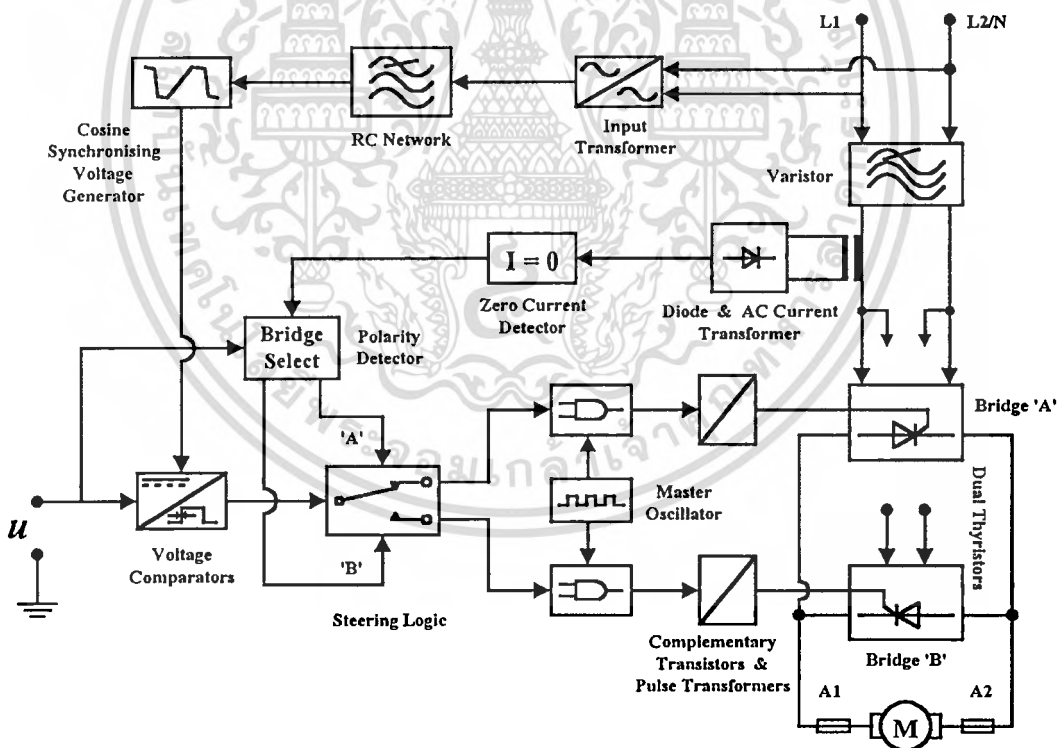
รูปที่ ข.2 แสดงผังการทำงานของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบที่สอง

ภาคผนวก ค

ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ที่ใช้งาน

ค.1 ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน

เมื่อพิจารณาวงจรขับเคลื่อนดังกล่าวที่แสดงในรูปที่ ค.1 จะมีส่วนประกอบย่อยคือ โมดูลของไทรสเตอร์คู่ จำนวน 4 โมดูลซึ่งถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันเป็นบริดจ์ ส่วนสร้างสัญญาณทริกขาเกต เพื่อควบคุมการนำกระแสไฟฟ้าของอุปกรณ์ไทรสเตอร์โดยมีตำแหน่งเริ่มต้นจากเฟสของศักดากระแสลับซึ่งสัมพันธ์กับขนาดของ n ส่วนเลือกบริดจ์ของโมดูลไทรสเตอร์ข้างต้นโดยการตรวจสอบขั้วของศักดาต่ำ n และการลดลงจนมีขนาดเป็นศูนย์ของกระแสไฟฟ้าสลับที่ถูกป้อนให้กับอุปกรณ์ไทรสเตอร์ เพื่อกลับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์ที่ถูกจ่ายให้กับมอเตอร์ ซึ่งเป็นการกลับทิศทางการหมุนของมอเตอร์ และส่วนการสร้างศักดาซิงโครไนซ์ เพื่อเปรียบเทียบกับขนาดของศักดาต่ำ n จะได้สัญญาณทริกขาเกต



รูปที่ ค.1 แสดงการเชื่อมต่อของส่วนย่อยต่างๆในวงจรขับเคลื่อน

ตารางที่ ค.1 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน

กระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์เฉลี่ยสูงสุดที่จ่ายให้กับมอเตอร์	30 แอมแปร์(DC)
กระแสไฟฟ้าสลับสูงสุดที่ถูกป้อนจากแหล่งจ่ายไฟ	60 แอมแปร์(RMS)
ขนาดของฟิวส์ที่ใช้งานเพื่อป้องกันกระแสไฟฟ้าเกิน	80 แอมแปร์
พิกัดสูงสุดของมอเตอร์เมื่อใช้แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับ 220/240 โวลต์	4.5 กิโลวัตต์
กำลังสูญเสียเปล่า	100 วัตต์
ศักดาอาร์เมเจอร์เมื่อใช้แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับ 220/240 โวลต์	180 โวลต์(DC)

แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับที่ป้อนกำลังให้กับวงจรขับเคลื่อน จะต้องมียึดค่าเท่ากับ 220/240 โวลต์(RMS) $\pm$ 10% และมีความถี่เท่ากับ 50/60 Hz.

วงจรขับเคลื่อนดังกล่าวมีสถานะโหลดเกินสูงสุดในการนำกระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์เฉลี่ย 45 แอมแปร์อย่างต่อเนื่องตลอดช่วงระยะเวลาเท่ากับ 15 วินาทีเท่านั้น

อุณหภูมิรอบๆ วงจรขับเคลื่อนในขณะที่ทำงาน ควรจะอยู่ในช่วง -10 ถึง 40 องศาเซลเซียส และที่อุณหภูมิ 40 องศาเซลเซียส ความชื้นของอากาศโดยรอบไม่ควรมากกว่า 85% R.H. นอกจากนี้ต้องไม่มีการควบแน่นเกิดหยดน้ำ

วงจรขับเคลื่อนข้างต้นใช้อุปกรณ์ไทรสเตอร์คู่(dual thyristor)ซึ่งถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันเป็นบริดจ์และใช้สัญญาณตรีกาเกตแบบควบคุมเฟส ในการควบคุมจ่ายกำลังหรือกระแสไฟฟ้าให้กับมอเตอร์

แผงวงจรขับเคลื่อน แผ่นระบายความร้อน และอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่างๆบนแผงวงจร มีน้ำหนักรวมกันประมาณ 3.6 กิโลกรัม

ค.2 ข้อมูลจำเพาะของมอเตอร์กระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวรที่ใช้งาน

ตารางที่ ค.2 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของมอเตอร์ที่ใช้งาน

กำลังเฉลี่ยที่ใช้ขับโหลดได้สูงสุด	1.5 กิโลวัตต์
ความเร็วรอบของเพลาลูกในสถานะที่ไม่มีโหลด	1750 รอบต่อนาที
ศักดาอาร์มเจอร์ที่ปลายขั้ว	180 โวลต์(DC)
กระแสไฟฟ้าเฉลี่ยอาร์มเจอร์ในสถานะที่มีโหลดเต็มพิกัด	9.6 แอมแปร์(DC)
แรงบิดขับเคลื่อนในสถานะที่มีโหลดเต็มพิกัด	8.16 นิวตัน-เมตร
กระแสไฟฟ้าอาร์มเจอร์สูงสุดชั่วขณะ	51 แอมแปร์
ความต้านทานปลายขั้วที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส	1.109 โอห์ม
ความเหนี่ยวนำอาร์มเจอร์	12.4 มิลลิเฮนรี
โมเมนต์ความเฉื่อยของแกนเพลาลูก	0.0118 กิโลกรัม-ตารางเมตร
อุณหภูมิรอบๆมอเตอร์ในสถานะที่มีโหลดเต็มพิกัด	40 องศาเซลเซียส

ข้อมูลเพิ่มเติมของผู้ผลิต

Specific Number : 35P251Z170

Motor Frame : D90D

Motor Type : 3548P

Wound : PM

Enclosure : TEFC(totally enclosed fan cooled)

Class : F

Duty : CONT

Supply : K

Series Number : W2 - 90

ภาคผนวก ง

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

บทความนี้ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 20 วันที่ 13-14 พฤศจิกายน 2540 ณ โรงแรมโซลทวินทาวเวอร์ ถนนพระราม 6 ดัดใหม่ กรุงเทพมหานคร ซึ่งดำเนินการจัดประชุมโดย ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

CT18

การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

Adaptive PD Controller Design for CT-Scanner Gantry

วิโรจน์ แสงรุ่งทอง

โชติน เปรมปราณีรัชต์

นักศึกษาปริญญาโท

รองศาสตราจารย์

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ถนนฉลองกรุง

ลาดกระบัง

กรุงเทพฯ 10520

โทร (02)326-9985, 326-9986 (ext. 5102) โทรสาร (02)326-7339 Email : s9061006@kmitl.ac.th

สุธี ผู้เจริญชนะชัย

หน่วยปฏิบัติการวิจัยระบบเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ

สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

โทร (02)955-0285-93

โทรสาร (02)955-0284

Email : suthee@nwg.nectec.or.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการออกแบบระบบควบคุมพีดี(PD)แบบปรับค่าได้ในงานควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง เพื่อชดเชยแรงเสียดทานหนืดและแรงเสียดทานคูลอมบ์ซึ่งมีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นที่เกิดขึ้นในระบบ วิธีการชดเชยแรงเสียดทานซึ่งเป็นพารามิเตอร์จริงของระบบที่ไม่ทราบค่าแน่นอนจะทำได้โดยส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมจะเริ่มจากการกำหนดส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าและส่วนควบคุมป้อนกลับซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบพีดี จากนั้นจะหา

เงื่อนไขที่ทำให้ระบบปิดมีเสถียรภาพ เพื่อกำหนดส่วนที่ใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ของส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้า ผลการทดลองจะเปรียบเทียบผลตอบสนองที่ได้จากการใช้ตัวควบคุมแบบพีดีธรรมดาและแบบปรับค่าได้

Abstract

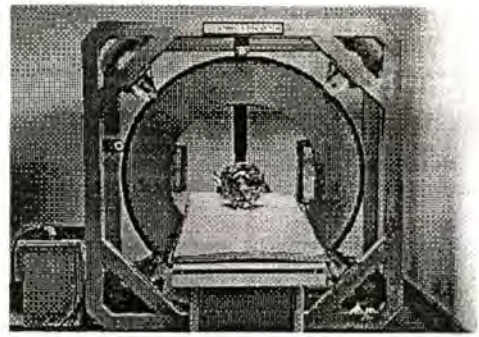
This paper presents adaptive PD controller design for motion control of a CT-scanner gantry. The gantry is a mechanical system containing viscous and coulomb frictions, which are nonlinear and difficult to identify the exact values. To cope with

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

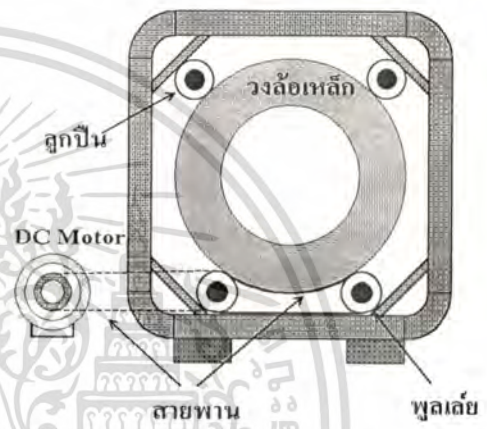
these nonlinear disturbances, a novel controller design method is developed. Specifically, the controller structure is composed of feedback and feedforward parts. The feedback part is PD control, while the feedforward one is based on a new adaptive control including the friction model. Analysis of closed-loop system is performed to derive a stability condition and a suitable adaptation law. The adaptive controller is experimentally implemented and tested on the gantry, resulting improvement over conventional PD controller.

1 บทนำ

ระบบแท่นหมุน(rotating gantry system) ของเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง(CT-scanner)ในรูปที่ 1. จะประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นอุปกรณ์เชิงกลต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 2. เนื่องจากพลวัตเชิงกลที่ซับซ้อนของวงล้อเหล็กและตัววงล้อเหล็กมีน้ำหนักมาก ทำให้จุดส่งกำลังซึ่งเป็นตัวสัมผัสระหว่างวงล้อเหล็ก พูลเลย์ สายพาน และมอเตอร์เกิดแรงเสียดทานขึ้น แรงเสียดทานดังกล่าวจะมีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น และเป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนในทางปฏิบัติ ดังนั้นในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางโดยใช้ตัวควบคุมแบบเชิงเส้น เช่น ตัวควบคุมแบบพีไอดี(PID) จะให้ผลตอบสนองที่ล่าช้าหาสัญญาณอ้างอิงได้ไม่ดีพอ วิธีหนึ่งในการเพิ่มความสามารถของตัวควบคุมในการชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของแรงเสียดทาน คือการเลือกตัวควบคุมที่รวมการชดเชยคุณสมบัติที่ไม่เป็นเชิงเส้น เช่น ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ เพื่อชดเชยให้ผลตอบสนองล่าช้าหาสัญญาณอ้างอิง(trajec-tory)มากขึ้นในขณะใช้งาน



รูปที่ 1 ระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง



รูปที่ 2 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุน

จากการหาแบบจำลองและประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุน[1] จะได้สมการของระบบแท่นหมุนที่ประกอบไปด้วยเทอมของโมเมนต์ ความเฉื่อย แรงเสียดทานหนืด แรงเสียดทานคูลอมบ์ และสัญญาณอินพุต ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ในงานควบคุมระบบแท่นหมุนที่ประกอบไปด้วยส่วนควบคุมป้อนกลับซึ่งเป็นตัวควบคุมแบบพีดี(PD) และส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าเช่นเดียวกับการออกแบบตัวควบคุมในงานระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์[2] จะต้องเพิ่มเติมการชดเชยแรงเสียดทานหนืดในส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้า

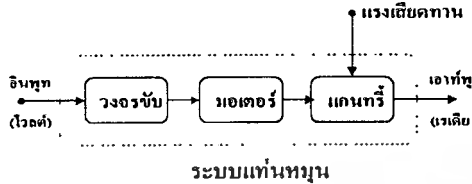
2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุน

นอกจากระบบแท่นหมุนจะประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นอุปกรณ์เชิงกลดังที่กล่าวข้างต้นแล้ว ระบบ

แท่นหมุนยังมีอุปกรณ์ทางไฟฟ้าเพิ่มเติมอีกคือ วงจร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขับ(driver)ทำหน้าที่จ่ายกระแสไฟฟ้าศักดาสูงให้กับมอเตอร์ และเอนโค้ดเดอร์(encoder)ทำหน้าที่วัดตำแหน่งการหมุนของวงล้อเหล็ก จากนั้นไปเรียกวงล้อเหล็ก พูลเลย์ และลูกปืนรวมกันว่าแกนทรี(gantry)ซึ่งสามารถเขียนเป็นแผนภาพของระบบแทนหมุนได้ในรูปที่ 3.



รูปที่ 3 แผนภาพรวมของระบบแทนหมุน

ในระบบแทนหมุนจะมีแรงเสียดทาน 3 ชนิดที่เกิดขึ้นที่ผิวสัมผัสกันของวัตถุ คือแรงเสียดทานสถิตย์(static friction) แรงเสียดทานคูลอมบ์(coulomb friction) และแรงเสียดทานหนืด(viscous friction) [2] ในที่นี้จะกำหนดให้แรงเสียดทานหนืดแปรผันโดยตรงกับความเร็วของวัตถุ ส่วนแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์จะมีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นดังแสดงในรูปที่ 4

เมื่อพิจารณาการหมุนของวงล้อเหล็ก จะเป็นไปตาม กฎของนิวตันซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$m\ddot{x} + d\dot{x} = u + f \quad (1)$$

โดยที่ x คือตำแหน่งของวงล้อเหล็ก(เรเดียน)

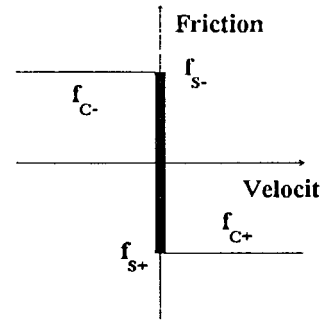
m คือมวลของวงล้อเหล็ก

d คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืด

u คือสัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรขับ (โวลต์)

และ f คือแรงเสียดทานรวมของระบบแทนหมุน

เรียก m , d และ f ว่าพารามิเตอร์จริงของระบบแทนหมุน ในส่วนของแรงเสียดทานรวมของระบบแทนหมุน คือแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้



รูปที่ 4 แบบจำลองของแรงเสียดทาน

$$f = [f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta)](1-\xi) + [f_{s+}\mu + f_{s-}(1-\mu)]\xi \quad (2)$$

โดยการเกิดแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์จะมีเงื่อนไขดังนี้

$$\eta = 1 (\dot{x} \geq 0); \xi = 1 (\dot{x} = 0); \mu = 1 (u \geq 0) \\ \eta = 0 (\dot{x} < 0); \xi = 0 (\dot{x} \neq 0); \mu = 0 (u < 0)$$

3 การออกแบบตัวควบคุม

ในการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางที่ผ่านมา [1] จะใช้ความเร่งจริงของวงล้อเหล็กที่ได้จากการคำนวณ($\ddot{x}$)มาประมาณค่าพารามิเตอร์(on-line estimation) แต่การคำนวณความเร่งโดยใช้ตำแหน่งที่ได้จากการวัดจะต้องหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาถึงสองครั้ง เป็นเหตุให้สัญญาณรบกวนที่ปะปนมาจากการวัดตำแหน่งถูกขยายตามและมีผลต่อประมาณค่าพารามิเตอร์ จุดประสงค์ของหัวข้อนี้คือการนำความเร่งของสัญญาณอ้างอิง ($\ddot{x}_d$)มาใช้แทนความเร่งที่ได้จากการคำนวณเพื่อลดสัญญาณรบกวนในการประมาณค่าพารามิเตอร์[3]

ขั้นแรกกำหนดสัญญาณควบคุม(control law)ที่ป้อนเข้าวงจรขับดังนี้

$$u = m\ddot{x}_r + d\dot{x}_r - K_D E - \hat{f} \quad (3)$$

โดยที่ $\hat{m}, \hat{d}, \hat{f}$ คือพารามิเตอร์ของระบบแทน
หมุนที่ได้จากการประมาณ และ K_D คือค่าเกนของ
ตัวควบคุมแบบดิ(derivative gain)ซึ่งมีค่าเป็นบวก
เสมอ เทอมของส่วนควบคุมป้อนกลับ ค่าความผิดพลาดรวมของตำแหน่งและความเร็วจะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$E = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (4)$$

โดยที่ $\tilde{x} = x - x_d$ เมื่อ x_d คือตำแหน่งที่ต้องการในสัญญาณอ้างอิง และ $K_D \lambda$ คือค่าเกนของตัวควบคุมแบบพี(proportional gain) ซึ่ง λ มีค่าเป็นบวกเสมอ เทอมของส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าที่จะชดเชยโมเมนต์ความเฉื่อยและแรงเสียดทานหนืดสัญญาณอ้างอิงจะรวมกับค่าความผิดพลาดเขียนเป็นสมการได้

$$x_r = \dot{x}_d - \lambda \tilde{x} \quad (5)$$

เนื่องจากแรงเสียดทานสถิตยมีผลต่อการหมุนเมื่อวงล้อเหล็กเริ่มเคลื่อนที่เท่านั้น หลังจากที่วงล้อเหล็กเคลื่อนที่ได้แล้วแรงเสียดทานสถิตยจะหมดไป ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมจะชดเชยแรงเสียดทานคูลอมบ์และแรงเสียดทานหนืดเท่านั้น การชดเชยแรงเสียดทานคูลอมบ์จะชดเชยที่ความเร็วในทิศทางบวกและทิศทางลบตามสมการ

$$\hat{f} = \hat{f}_{c+} \eta + \hat{f}_{c-} (1 - \eta) \quad (6)$$

เงื่อนไขในการชดเชยแรงเสียดทานจะเป็นเช่นเดียวกับเงื่อนไขในการเกิดแรงเสียดทาน ต่อมาหาสมการระบบปิดโดยการนำสัญญาณควบคุมในสมการที่ (3) แทนลงในสมการที่ (1) ซึ่งเป็นสมการระบบเปิด จะได้

$$m\dot{E} + (K_D + d)E = Y\tilde{p} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } Y &= [\dot{x}_r \quad x_r \quad -\eta \quad -(1-\eta)] \\ \tilde{p} &= [\tilde{m} \quad \tilde{d} \quad \tilde{f}_{c+} \quad \tilde{f}_{c-}]^T \\ \tilde{m} &= \hat{m} - m, \quad \tilde{d} = \hat{d} - d \\ \tilde{f}_{c+} &= \hat{f}_{c+} - f_{c+} \\ \text{และ } \tilde{f}_{c-} &= \hat{f}_{c-} - f_{c-} \end{aligned}$$

จากนั้นเลือกฟังก์ชันของเลียปูนอฟ (Lyapunov function) ให้อยู่ในรูป

$$V = \frac{1}{2} m E^2 + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \quad (8)$$

โดยที่ Γ คือเมตริกซ์สมมาตรที่มีคุณสมบัติเป็น positive definite จากนั้นหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟในสมการที่ (8) เทียบกับเวลา และแทนสมการระบบปิดในสมการที่ (7) จะได้

$$\dot{V} = -(K_D + d)E^2 + \tilde{p}^T (Y^T E + \Gamma \dot{\tilde{p}}) \quad (9)$$

เพื่อให้ระบบปิดในสมการที่ (7) เกิดเสถียรภาพ จะกำหนดให้เทอมที่สองของอนุพันธ์ฟังก์ชันเลียปูนอฟในสมการที่ (9) เท่ากับศูนย์ ซึ่งจะได้ส่วนที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์(adaptation law) และการลดรูปของสมการที่ (9)ดังนี้

$$\dot{\tilde{p}} = \dot{\hat{p}} = -\Gamma^{-1} Y^T E \quad (10)$$

$$\dot{V} = -(K_D + d)E^2 \leq 0 \quad (11)$$

จะได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไป ฟังก์ชันของเลียปูนอฟในสมการที่ (8) จะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนลู่เข้าค่าใด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $\hat{m}, \hat{d}, \hat{f}$ คือพารามิเตอร์ของระบบแทน
 หนุมที่ได้จากการประมาณ และ K_D คือค่าเกนของ
 ตัวควบคุมแบบดิ(derivative gam)ซึ่งมีค่าเป็นบวก
 เสมอ เทอมของส่วนควบคุมป้อนกลับ ค่าความผิด
 พลาครวมของตำแหน่งและความเร็วจะเขียนเป็นสม
 การได้ดังนี้

$$E = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (4)$$

โดยที่ $\tilde{x} = x - x_d$ เมื่อ x_d คือตำแหน่งที่
 ต้องการในสัญญาณอ้างอิง และ $K_D \lambda$ คือค่าเกนของ
 ตัวควบคุมแบบพี(proportional gain) ซึ่ง λ มีค่าเป็น
 บวกเสมอ เทอมของส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าที่จะ
 เชชโมเมนต์ความเฉื่อยและแรงเสียดทานหนีค
 สัญญาณอ้างอิงจะรวมกับค่าความผิดพลาดเขียนเป็น
 สมการได้

$$x_r = \dot{x}_d - \lambda \tilde{x} \quad (5)$$

เนื่องจากแรงเสียดทานสถิตยมีผลต่อการ
 หนุมเมื่อวงล้อเหล็กเริ่มเคลื่อนที่เท่านั้น หลังจากที่จะ
 ล้อเหล็กเคลื่อนที่ได้แล้วแรงเสียดทานสถิตยจะหมด
 ไป ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมจะชดเชยแรง
 เสียดทานกลูอมบ์และแรงเสียดทานหนีคเท่านั้น การ
 ชดเชยแรงเสียดทานกลูอมบ์จะชดเชยที่ความเร็วในทิศ
 ทางบวกและทิศทางลบตามสมการ

$$\hat{f} = \hat{f}_{c+} \eta + \hat{f}_{c-} (1 - \eta) \quad (6)$$

เงื่อนไขในการชดเชยแรงเสียดทานจะเป็น
 เช่นเดียวกับเงื่อนไขในการเกิดแรงเสียดทาน ต่อมา
 หาสมการระบบปิดโดยการนำสัญญาณควบคุมในสม
 การที่ (3) แทนลงในสมการที่ (1) ซึ่งเป็นสมการระบบ
 ปิด จะได้

$$m\dot{E} + (K_D + d)E = Y\tilde{p} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{โดยที่ } Y &= [\dot{x}_r \quad x_r \quad -\eta \quad -(1-\eta)] \\ \tilde{p} &= [\tilde{m} \quad \tilde{d} \quad \tilde{f}_{c+} \quad \tilde{f}_{c-}]^T \\ \tilde{m} &= \hat{m} - m, \quad \tilde{d} = \hat{d} - d \\ \tilde{f}_{c+} &= \hat{f}_{c+} - f_{c+} \\ \text{และ } \tilde{f}_{c-} &= \hat{f}_{c-} - f_{c-} \end{aligned}$$

จากนั้นเลือกฟังก์ชันของเลียปูนอฟ
 (Lyapunov function) ให้อยู่ในรูป

$$V = \frac{1}{2} m E^2 + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \quad (8)$$

โดยที่ Γ คือเมตริกซ์สมมาตรที่มีคุณสมบัติเป็น
 positive definite จากนั้นหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูน
 โฟนในสมการที่ (8) เทียบกับเวลา และแทนสมการ
 ระบบปิดในสมการที่ (7) จะได้

$$\dot{V} = -(K_D + d)E^2 + \tilde{p}^T (Y^T E + \Gamma \dot{\tilde{p}}) \quad (9)$$

เพื่อให้ระบบปิดในสมการที่ (7) เกิดเสถียร
 ภาพ จะกำหนดให้เทอมที่สองของอนุพันธ์ฟังก์ชันลิ
 ยาปูนอฟในสมการที่ (9) เท่ากับศูนย์ ซึ่งจะได้ส่วนที่
 ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์(adaptation law)
 และการลดรูปของสมการที่ (9)ดังนี้

$$\dot{\tilde{p}} = \dot{\hat{p}} = -\Gamma^{(-1)} Y^T E \quad (10)$$

$$\dot{V} = -(K_D + d)E^2 \leq 0 \quad (11)$$

จะได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไป ฟังก์ชันของเลียปูน
 โฟนในสมการที่ (8) จะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนเข้าสู่ค่าใด

ค่าหนึ่ง หรือเมื่อ $t \rightarrow \infty$ ส่งผลให้ $E \rightarrow 0$ จากสมการที่ (4) เมื่อ $E \rightarrow 0$ จะทำให้ $\ddot{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{x} \rightarrow 0$ เนื่องจากการเลือกใช้ $\lambda > 0$ สำหรับการปรับค่านั้นกำหนดให้ $\Gamma^{(-1)} = \text{diag}[\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_3]$ โดยที่ γ_1, γ_2 และ γ_3 คือค่าเกณฑ์ที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์(adaptation gain)ซึ่งมีค่าเป็นบวก จากนั้นจะขยายสมการที่ (10) ได้เป็น

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \dot{\hat{m}} = -\gamma_1 \dot{x}_r E \\ \dot{d} &= \dot{\hat{d}} = -\gamma_2 x_r E \\ \dot{f}_{c+} &= \dot{\hat{f}}_{c+} = \gamma_3 E \eta \\ \dot{f}_{c-} &= \dot{\hat{f}}_{c-} = \gamma_3 E (1 - \eta)\end{aligned}\quad (12)$$

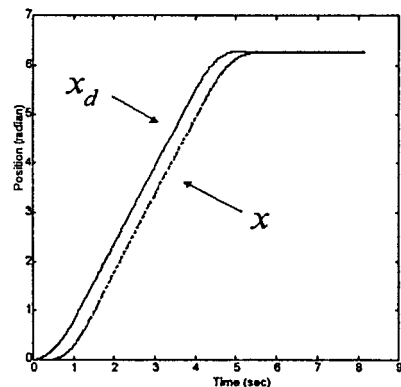
ข้อดีของกฎการปรับค่าตามสมการที่ (12) คือการหลีกเลี่ยงการใช้ความเร่งจริง($\ddot{x}$)ซึ่งอ่อนไหว(sensitive)ต่อสัญญาณรบกวน โดยเปลี่ยนเป็นการใช้ความเร่งของสัญญาณอ้างอิง($\ddot{x}_d$)ซึ่งสร้างได้โดยปราศจากสัญญาณรบกวนแทน นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบกับ[2] วิธีการออกแบบตัวควบคุมในบทความนี้สามารถใช้ได้กว้างขวางกว่าเนื่องจากครอบคลุมถึงการชดเชยแรงเสียดทานหนืด(viscous friction)ด้วย

4 ผลการทดลอง

การทดลองควบคุมการหมุนของวงล้อเหล็กจะใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและแบบปรับค่าได้เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองของการใช้ตัวควบคุมทั้งสองแบบ ในส่วนของตัวควบคุมแบบพีดีจะปรับค่าเกณฑ์ K_D และ λ จนให้ผลตอบสนองของตำแหน่งที่ไม่เกิดโอเวอร์ชูต(overshoot)และค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัว(steady-state error)ต่ำ จากการทดลองปรับค่าเกณฑ์ดังกล่าวจะได้ตัวเลขค่าเกณฑ์ 0.2 และ 38.34 ตามลำดับ ซึ่งในทางทฤษฎีสามารถใช้เลขบวกจำนวนใดๆได้ วิธีการปรับค่าเกณฑ์ K_D และ λ จะเหมือนกับการปรับค่า

เกณฑ์ของตัวควบคุมพีดีแบบธรรมดาโดยที่ $K_P = K_D \lambda$ ค่อยนำค่าเกณฑ์ K_D และ λ ค่าเดียวกันนี้ไปใช้ในตัวควบคุมแบบปรับค่าได้

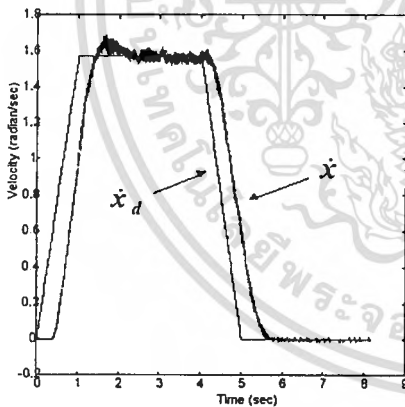
ในส่วนของการควบคุมแบบปรับค่าได้จะพยายามเลือกค่าเกณฑ์ γ_1, γ_2 และ γ_3 ให้มากที่สุด เพื่อให้พารามิเตอร์ของระบบแทนหมุนที่ได้จากการประมาณมีขนาดเพิ่มขึ้นจากค่าเริ่มต้นที่ศูนย์ จนมีขนาดมากพอที่จะชดเชยพารามิเตอร์จริงของระบบในเวลาอันสั้นได้ แต่การเพิ่มค่าเกณฑ์ดังกล่าวต้องไม่ทำให้สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรจับ(n)มีขนาดใหญ่จนอยู่นอกช่วงการใช้งานหรือเกิดการอิ่มตัว(saturation) และวงล้อเหล็กต้องหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่เกิดการกระตุกในระหว่างเคลื่อนที่ จากการทดลองเลือกใช้ค่าเกณฑ์ γ_1, γ_2 และ γ_3 เท่ากับ $2.56 \times 10^{(-5)}$, $2.68 \times 10^{(-6)}$ และ 0.0016 ตามลำดับ ถ้าใช้ค่าเกณฑ์ดังกล่าวให้มีขนาดเล็กลง ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้จะมีลักษณะใกล้เคียงกับตัวควบคุมแบบพีดี แต่ถ้าปรับให้มีขนาดมากขึ้น ส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าจะชดเชยและเสริมสมรรถนะของระบบให้ดีขึ้น เพราะพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณโดยใช้สมการที่(12)จะมีขนาดเข้าใกล้ค่าจริงเร็วขึ้น ผลตอบสนองของตำแหน่งและความเร็วของวงล้อเหล็กที่ได้จากการใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและแบบปรับค่าได้จะแสดงได้ในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 เส้นทึบของรูปทั้งสองจะแทนสัญญาณอ้างอิง และเส้นประแทนผลตอบสนองเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและแบบปรับค่าได้



รูปที่ 5 ผลตอบสนองตำแหน่งของระบบแทนหมุน

เมื่อเปรียบเทียบความผิดพลาดตำแหน่ง (position error) ระหว่างการใช้ตัวควบคุมแบบพีดี (เส้นประ) และตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ (เส้นทึบ) ดังในรูปที่ 7 จะได้ว่าช่วงที่สัญญาณอ้างอิงมีความเร็วที่ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้จะให้ความผิดพลาดน้อยกว่าตัวควบคุมแบบพีดี โดยเฉพาะที่สถานะคงตัว ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้จะให้ผลตอบสนองที่ลู่เข้าหาสัญญาณอ้างอิงมากกว่า

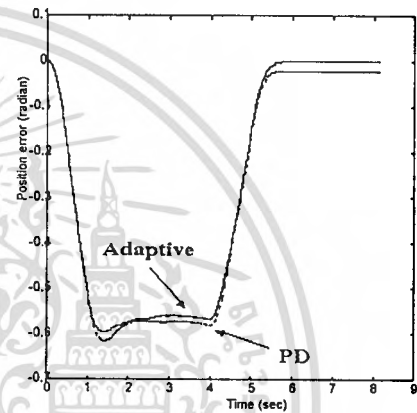
เนื่องจากผลตอบสนองความเร็วของวงล้อหลักที่ได้จากการชดเชยด้วยตัวควบคุมทั้งสองแบบเป็นสัญญาณที่ไม่เรียบ ทำให้เปรียบเทียบความผิดพลาดความเร็วโดยตรงได้ยาก ดังนั้นจึงนำความผิดพลาดความเร็วที่ได้จากการใช้ตัวควบคุมทั้งสองไปหาค่า $\int |e(t)| dt$ (IAE) แล้วนำมาเขียนกราฟดังในรูปที่ 8 จะได้ว่าตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ (เส้นทึบ) จะให้ความผิดพลาดความเร็วโดยรวมน้อยกว่าตัวควบคุมแบบพีดี (เส้นประ)



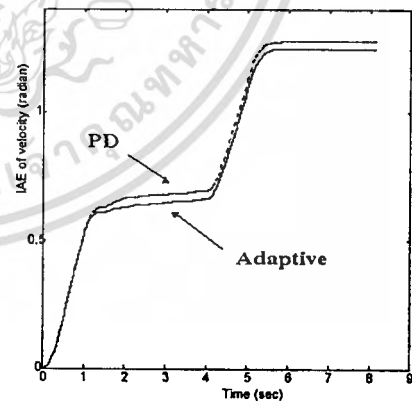
รูปที่ 6 ผลตอบสนองความเร็วของระบบแทนหมุน

เมื่อพิจารณาสัญญาณอินพุตที่ป้อนให้วงจรจับคั่งในรูปที่ 9 จะพบว่า ที่สถานะคงตัว ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ (เส้นทึบ) จะลดแรงดันเหลือศูนย์ แต่ตัวควบคุมแบบพีดี (เส้นประ) จะคงค่าแรงดันส่วนหนึ่งไว้ นั่นคือตัวควบคุมแบบปรับค่าได้จะใช้พลังงานควบคุมน้อยกว่าตัวควบคุมแบบพีดี

จากผลการทดลองจะได้ว่าในช่วงการตอบสนองชั่วครู่ (transient) ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้จะมีลักษณะเหมือนกับตัวควบคุมแบบพีดี เพราะพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณในส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้ายังไม่ลู่เข้าค่าจริง จนเมื่อเข้าใกล้สถานะคงตัว ค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมีขนาดใกล้เคียงค่าจริงมากขึ้น ทำให้ส่วนควบคุมป้อนล่วงหน้าชดเชยพารามิเตอร์จริงของระบบได้ดีขึ้น เป็นเหตุให้ผลตอบสนองลู่เข้าหาสัญญาณอ้างอิงได้มากขึ้นตามลำดับ



รูปที่ 7 เปรียบเทียบความผิดพลาดตำแหน่ง

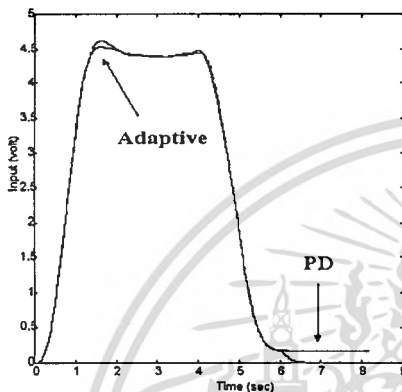


รูปที่ 8 เปรียบเทียบ IAE ของความเร็ว

5 สรุป

ในการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบใหม่ซึ่งใช้กับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง เพื่อชดเชยพารามิเตอร์จริงของระบบที่ไม่ทราบค่าแน่นอน เช่น แรงเสียดทานกลลอมบี้ แรงเสียด

ทานหนักและโมเมนต์ความเฉื่อย จะช่วยทำให้ผลตอบสนองโดยรวมของระบบดีขึ้นและใช้พลังงานในการควบคุมน้อยกว่าการใช้ตัวควบคุมพีดีธรรมดาซึ่งเป็นตัวควบคุมที่ไม่มีส่วนชดเชยพารามิเตอร์จริง ในส่วนของการชดเชยแรงเสียดทานอาจจะเพิ่มการชดเชยแรงเสียดทานสถิตย์ เพราะแรงเสียดทานสถิตย์สามารถหาขนาดได้โดยตรง



รูปที่ 9 เปรียบเทียบแรงดันของสัญญาณอินพุต

6 กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คุณอดิศักดิ์ แจ่มสารกิจ จากบริษัทไทยแมชชีน โปรดักส์จำกัด ที่ช่วยให้คำแนะนำทางเทคนิค

เอกสารอ้างอิง

- [1] อดิศักดิ์ แจ่มสารกิจ, “การออกแบบระบบควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง”, วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาโท สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2539
- [2] Weiping Li and Xu Cheng, “Adaptive High-Precision Control of Positioning Tables - Theory and Experiments”, IEEE Transaction on Control System Technology, Vol. 2 No. 3, September 1994
- [3] Mark W. Spong and M. Vidyasagar, “Robot Dynamics and Control”, John Wiley & Sons, 1989

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายวิโรจน์ แสงธทอง เกิดเมื่อวันที่ 17 มกราคม 2516 ที่อำเภอตากลี จังหวัดนครสวรรค์ สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนตากลีประชาสรรค์ในปี พ.ศ. 2532 และปี พ.ศ. 2535 ตามลำดับ เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรีที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง โดยผ่านโครงการรับนักศึกษาจากต่างจังหวัดหรือในชนบทเข้าศึกษาต่อเป็นกรณีพิเศษ(โควต้า)ซึ่งไม่ได้ผ่านการสอบคัดเลือกของทบวงมหาวิทยาลัย(เอ็นทรานซ์) และสำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม ในปี พ.ศ. 2539



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้