

อนาลอกคอมพิวเตอร์  
ANALOG COMPUTER



โดย  
นายกิตติพงศ์ อินวอ  
นางสาวนรินทร เสรีพิทักษ์  
นางสาวอังศุมาลิ เถลิงศรี

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2541

เลขหม.....  
เลขทะเบียน..... 33930  
วัน, เดือน, ปี 0 ก.ย. 2542

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของมหาวิทยาลัยฯ สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อนาลอกคอมพิวเตอร์  
ANALOG COMPUTER

โดย

นายกิตติพงศ์ อินวอ รหัส 38014026

นางสาวนิรินทร เตรีพิทักษ์ รหัส 38014247

นางสาวอังศุมาลี เถลิงศรี รหัส 38014640

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ. ดร. วันชัย ธีรรัฐจา

ปริญญาานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2541

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

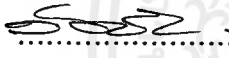
ปริญญาโทปีการศึกษา 2541

ภาควิชา วิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
เรื่อง อนุสกอกคอมพิวเตอรื

ผู้จัดทำ

1. นายกิตติพงศ์ อินวอ รหัส 38014026
2. นางสาวนรินทร เสรีพิทักษ์ รหัส 38014247
3. นางสาวอังศุมาลิ เถลิงศรี รหัส 38014640

.....อาจารย์ที่ปรึกษา  
(.....รศ.ดร.วันชัย รุ่งโรจ.....)

อนาลอกคอมพิวเตอร์

ANALOG COMPUTER

นายกิตติพงศ์ อินวอ รหัส 38014026

นางสาวนิรินทร เสรีพิทักษ์ รหัส 38014247

นางสาวอังศุมาลิ เถลิงศรี รหัส 38014640

โครงการได้รับการตรวจสอบแล้ว พร้อมทั้งจะทำการสอบได้



(รศ.ดร.วันชัย ธีรรัฐจา.)

อาจารย์ที่ปรึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# อนาลอกคอมพิวเตอร์ (ANALOG COMPUTER)

นายกิตติพงศ์ อินวอ

นางสาวนิรินทร เสรีพิทักษ์

นางสาวอังศุมาลี เถลิงศรี

รศ.ดร. วันชัย ธีวรุจา อาจารย์ที่ปรึกษา

## บทคัดย่อ

ในปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการนำเสนอชุดทดลองอนาลอกคอมพิวเตอร์ที่ใช้สำหรับการแก้สมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสอง โดยมีการทำสเกลเวลา สเกลขนาด เพื่อให้สามารถแสดงผลตอบสนองที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรของปัญหาที่ต้องการทราบค่าจากหน่วยแสดงผล นอกจากนี้ชุดทดลองอนาลอกคอมพิวเตอร์ยังสามารถแสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามและสี่ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะของระบบที่มีความสัมพันธ์กับค่ารากสมการ

## Abstract

This thesis is presented the analog computer that can solve the first and second order differential equation by time and magnitude scaling for obtaining the relationship between the responses and problem variable that want to know from the display unit. In addition, the analog computer can perform the responses of third and fourth order differential equation for analyzing the relationship between system characteristic and roots of equation.

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	I
สารบัญ	II
สารบัญรูปภาพ	IV
สารบัญตาราง	VII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาของโครงการ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตโครงการ	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการทำโครงการ	2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงานของโครงการ	2
บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานของอนาล็อกคอมพิวเตอร์	3
2.1 วงจรพื้นฐานของอนาล็อกคอมพิวเตอร์	3
2.2 สเกลเวลา	7
2.3 สเกลขนาด	8
บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานของระบบควบคุม	9
3.1 การตอบสนองต่อเวลาของระบบ	9
3.2 ระนาบเอส (s - plane)	11
3.3 ระบบอันดับหนึ่ง	13
3.4 ระบบอันดับสอง	16
บทที่ 4 การออกแบบและผลการทดลอง	22
4.1 การออกแบบวงจรพื้นฐาน	22
4.2 การหาค่าใหม่สเกลถึงเฟคเตอร์	26
4.3 การหาตัวคูณของระบบ	31
4.4 การทำสเกลขนาด	36
บทที่ 5 ชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์	39
5.1 ลักษณะชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์	39

หน้า 5.2 การใช้งานชุดทดลองอนาลอกคอมพิวเตอร์	41
5.3 ตัวอย่างการใช้งานชุดทดลองอนาลอกคอมพิวเตอร์	43
บทที่ 6 สรุปและวิจารณ์	53
กิตติกรรมประกาศ	
บรรณานุกรม	



## สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 แสดงวงจรรขยายแบบกลับเฟส	3
รูปที่ 2.2 แสดงวงจรรวมสัญญาณแบบกลับเฟส	4
รูปที่ 2.3 แสดงวงจรถอนสัญญาณแบบปรับค่าได้	5
รูปที่ 2.4 แสดงวงจรรินทิกเรเตอร์	6
รูปที่ 3.1 แสดงสัญญาณสี่เหลี่ยม	9
รูปที่ 3.2 แสดงสัญญาณแรมป์	10
รูปที่ 3.3 แสดงสัญญาณอิมพัลส์	10
รูปที่ 3.4 แสดงระบบอันดับหนึ่ง	13
รูปที่ 3.5 แสดงผลตอบสนองต่ออนุตติยของระบบอันดับหนึ่ง	15
รูปที่ 3.6 แสดงการกำหนดค่าของ $\beta$	20
รูปที่ 4.1 แสดงวงจรถอนกลับเฟสสัญญาณ	22
รูปที่ 4.2 แสดงสัญญาณลักษณะวงจรถอนกลับเฟส	22
รูปที่ 4.3 แสดงวงจรรวมสัญญาณหลายอินพุท	23
รูปที่ 4.4 แสดงสัญญาณลักษณะของวงจรรวมสัญญาณ	23
รูปที่ 4.5 แสดงวงจรถอนสัญญาณ	24
รูปที่ 4.6 แสดงสัญญาณลักษณะวงจรถอนสัญญาณ	24
รูปที่ 4.7 แสดงวงจรรินทิกเรเตอร์	25
รูปที่ 4.8 แสดงผลการอินทิเกรต	25
รูปที่ 4.9 แสดงสัญญาณลักษณะวงจรรินทิกเรเตอร์	26
รูปที่ 4.10 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับหนึ่งของอนาลอกคอมพิวเตอร์	34
รูปที่ 4.11 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับสองของอนาลอกคอมพิวเตอร์	35
รูปที่ 4.12 แสดงไดอะแกรมของระบบโดยไม่ใช้ค่าอัตราขยาย	38
รูปที่ 4.13 รูปของระบบ $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.8}{s^2 + 0.32s + 0.8}$ ที่ได้จากโปรแกรม MATLAB	38
รูปที่ 5.1 แสดงด้านหน้าของชุดทดลองอนาลอกคอมพิวเตอร์	39
รูปที่ 5.2 แสดงด้านข้างของชุดทดลองอนาลอกคอมพิวเตอร์	39

	หน้า
รูปที่ 5.3 แสดงวงจรแปลงสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับเป็นกระแสตรง	40
รูปที่ 5.4 แสดงวงจรกำเนิดสัญญาณสี่เหลี่ยม	40
รูปที่ 5.5 แสดงโคอะแกรมของระบบอันดับหนึ่ง	41
รูปที่ 5.6 แสดงโคอะแกรมของระบบอันดับสอง	41
รูปที่ 5.7 แสดงโคอะแกรมของระบบอันดับสาม	42
รูปที่ 5.8 แสดงโคอะแกรมของระบบอันดับสี่	42
รูปที่ 5.9 แสดงโคอะแกรมของสมการ $\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$	43
รูปที่ 5.10 แสดงผลลัพธ์ของสมการ $\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$ ที่ได้จาก อนาลอกคอมพิวเตอร์	44
รูปที่ 5.11 แสดงผลลัพธ์ของสมการ $\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$ ที่ได้จาก การใช้โปรแกรม MATLAB	44
รูปที่ 5.12 แสดงโคอะแกรมของระบบ $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -6\frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$	46
รูปที่ 5.13 แสดงผลลัพธ์ของสมการ $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -6\frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$ ที่ได้จาก อนาลอกคอมพิวเตอร์	46
รูปที่ 5.14 แสดงผลลัพธ์ของสมการ $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -6\frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$ ที่ได้จาก การใช้โปรแกรม MATLAB	47
รูปที่ 5.15 แสดงโคอะแกรมของระบบ $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -0.12\frac{dy(t)}{dt} - 0.04y(t) + 0.04x(t)$	48
รูปที่ 5.16 แสดงผลลัพธ์ของสมการ $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -0.12\frac{dy(t)}{dt} - 0.04y(t) + 0.04x(t)$	49
รูปที่ 5.17 แสดงผลลัพธ์ของสมการ $\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -0.12\frac{dy(t)}{dt} - 0.04y(t) + 0.08x(t)$ จาก โปรแกรม MATLAB	49
รูปที่ 5.18ก. แสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามที่ได้จาก อนาลอกคอมพิวเตอร์	50
รูปที่ 5.18ข. แสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามที่ได้จาก อนาลอกคอมพิวเตอร์	50

	หน้า
รูปที่ 5.18ค. แสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามที่ได้จาก อนาลอกคอมพิวเคอร์	51
รูปที่ 5.18ง. แสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามที่ได้จาก อนาลอกคอมพิวเคอร์	51



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาของโครงการ

อนาล็อกคอมพิวเตอร์ และดิจิทัลคอมพิวเตอร์ทั้งสองชนิดใช้เป็นเครื่องมือสำคัญในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่พบในงานวิศวกรรม เช่น การออกแบบ การวิจัย และการพัฒนาอื่น ๆ ในปัจจุบันนี้พบว่าอนาล็อกคอมพิวเตอร์กลายเป็นสิ่งที่หลายคนไม่รู้จัก และไม่คิดว่าอนาล็อกคอมพิวเตอร์ยังคงมีใช้อยู่ในงานควบคุมกระบวนการทางวิศวกรรมโครงการนี้จึงมุ่งเน้นให้เห็นความสำคัญในการนำอนาล็อกคอมพิวเตอร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์ระบบทางวิศวกรรมที่สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นได้

### 1.2 วัตถุประสงค์

- เพื่อใช้ทฤษฎีพื้นฐานทางอิเล็กทรอนิกส์ในการสร้าง และออกแบบอนาล็อกคอมพิวเตอร์
- เพื่อใช้ทฤษฎีพื้นฐานเกี่ยวกับระบบควบคุม
- เพื่อศึกษาและใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอนาล็อกคอมพิวเตอร์
- เพื่อศึกษาผลตอบสนองของระบบควบคุมจากรากสมการ
- เพื่อแสดงการหาผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์

### 1.3 ขอบเขตของโครงการ

- สามารถสร้างอนาล็อกคอมพิวเตอร์ ที่สามารถแสดงค่าตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ได้ 4 อันดับ
- สามารถแสดงค่าตอบของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง โดยมีการทำสเกลเวลาและสเกลขนาด

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการทำโครงการ

- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีของออปแอมป์
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่ง ถึง ระบบอันดับสี่
- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีทางระบบควบคุมมากขึ้น
- เข้าใจหลักการทำงานของอานาลอกคอมพิวเตอร์ที่มีการปรับเปลี่ยนสเกลเวลาและขนาด
- เข้าใจในการทำงานที่เกี่ยวกับการเก็บข้อมูลและการทำงานวิจัย

## 1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงานของโครงการ

- ทำการศึกษาทฤษฎีพื้นฐานของออปแอมป์
- ศึกษาการทำงานพื้นฐานของตัวอานาลอกคอมพิวเตอร์
- ทำการออกแบบ ทดลองวงจรพื้นฐานที่ใช้ในอานาลอกคอมพิวเตอร์ แล้วทำการเก็บข้อมูล
- ทำการทดลองนำวงจรพื้นฐานมาจำลองเป็นอานาลอกคอมพิวเตอร์ เพื่อแสดงคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์และหาค่าตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อการแสดงคำตอบของอานาลอกคอมพิวเตอร์แล้วทำการเก็บข้อมูล
- นำสมการเชิงอนุพันธ์ต่าง ๆ มาหาค่าตอบ โดยอานาลอกคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้น
- เก็บข้อมูล และสรุปผล

## บทที่ 2

### ความรู้เบื้องต้นของอนาล็อกคอมพิวเตอร์

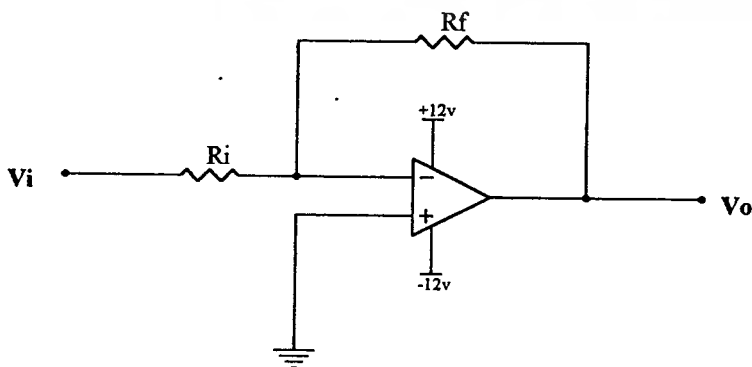
อนาล็อกคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือทางอิเล็กทรอนิกส์ชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์และเลียนแบบพฤติกรรมของระบบที่สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ทำได้โดยการจัดสมการของวงจรพื้นฐานอนาล็อกคอมพิวเตอร์ให้เหมือนกับสมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหา และผลลัพธ์ที่ได้จะอยู่ในรูปของปริมาณทางไฟฟ้าที่แทนปริมาณทางฟิสิกส์ เช่น ความเร็ว ความเร่ง แรง อุณหภูมิ เป็นต้น

อนาล็อกคอมพิวเตอร์จะแสดงคำตอบเป็นคำตอบเนื่องของเวลา โดยความสัมพันธ์ระหว่างเวลาของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ที่ใช้กับตัวแปรของสมการที่นำมาหาคำตอบโดยช่วงเวลาของอนาล็อกคอมพิวเตอร์จะสามารถแสดงให้เห็นคำตอบของสมการซึ่งจะต้องมีการปรับเปลี่ยนช่วงเวลาซึ่งเรียกว่า การสเกลเวลา (time scaling) และมีการปรับเปลี่ยนขนาดเรียกว่า การสเกลขนาด (magnitude scale)

#### 2.1 วงจรพื้นฐานของอนาล็อกคอมพิวเตอร์

##### 2.1.1 วงจรขยายแบบกลับเฟส

จากรูปที่ 2.1 เป็นวงจรขยายสัญญาณที่สามารถขยายสัญญาณได้ทั้ง AC และ DC ที่ประกอบด้วยความต้านทานทางด้านอินพุต ( $R_i$ ) และความต้านทานป้อนกลับ ( $R_f$ ) ที่ต่ออยู่ระหว่างขาเอาต์พุตและขาเอาต์พุตของออปแอมป์ โดยสัญญาณที่ออกมาจากวงจร ( $V_o$ ) จะกลับเฟสกับสัญญาณอินพุต ( $V_i$ ) เสมอ ซึ่งอัตราขยายของวงจรมีความสัมพันธ์กับขนาดของความต้านทานทางด้านอินพุต ( $R_i$ ) และความต้านทานป้อนกลับ ( $R_f$ ) ดังสมการ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดงวงจรขยายแบบกลับเฟส

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-R_f}{R_i}$$

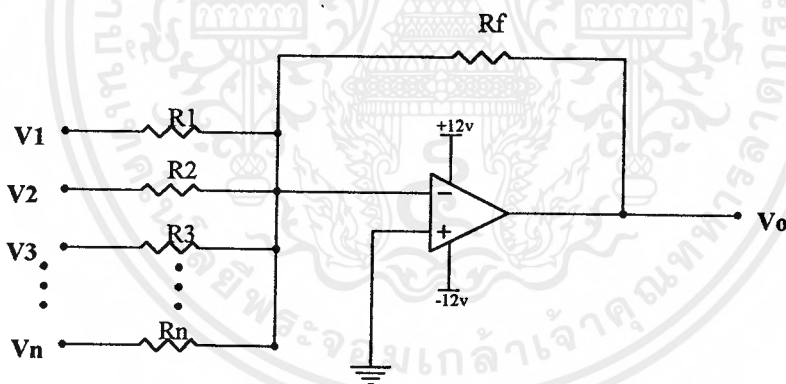
2.1

อัตราขยายของวงจรขยายแบบกลับเฟสมีลักษณะดังนี้

- มากกว่า 1 เมื่อ ความต้านทานป้อนกลับ มากกว่า ความต้านทานอินพุท
- น้อยกว่า 1 เมื่อ ความต้านทานป้อนกลับ น้อยกว่า ความต้านทานอินพุท
- เท่ากับ 1 เมื่อ ความต้านทานป้อนกลับ เท่ากับ ความต้านทานอินพุท

### 2.1.2 วงจรรวมสัญญาณแบบกลับเฟส

จากรูปที่ 2.2 เป็นวงจรรวมสัญญาณทางค่านอินพุท สัญญาณเอาต์พุทที่ได้จะกลับเฟสกับผลรวมของสัญญาณทางค่านอินพุท ( $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ ) เสมอ โดยอัตราขยายของสัญญาณอินพุทแต่ละตัวจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ 2.2



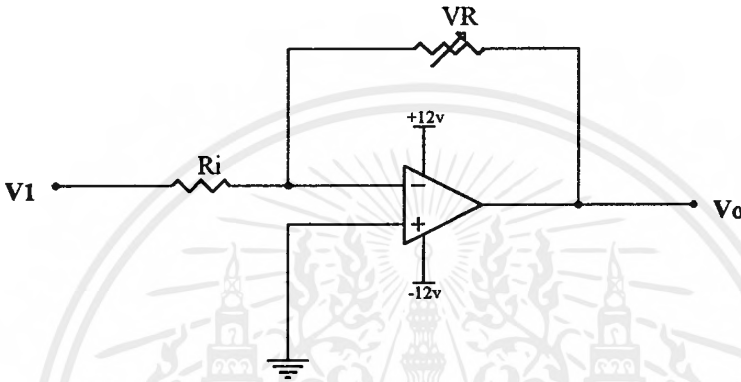
รูปที่ 2.2 แสดงวงจรรวมสัญญาณแบบกลับเฟส

$$V_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2 + \frac{R_f}{R_3}V_3 + \dots + \frac{R_f}{R_n}V_n\right)$$

2.2

### 2.1.3 วงจรลดทอนสัญญาณแบบปรับค่าได้

จากรูปที่ 2.3 แสดงวงจรลดทอนสัญญาณแบบปรับค่าได้ ที่ประกอบด้วยความต้านทานทางด้านอินพุท ( $R_i$ ) และความต้านทานแบบปรับค่าได้ ( $VR$ ) สัญญาณเอาต์พุท ( $V_o$ ) ที่ออกมาจะกลับเฟสกับสัญญาณทางด้านอินพุท ( $V_i$ ) ซึ่งอัตราส่วนการลดทอนจะเป็นดังสมการ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงวงจรลดทอนสัญญาณแบบปรับค่าได้

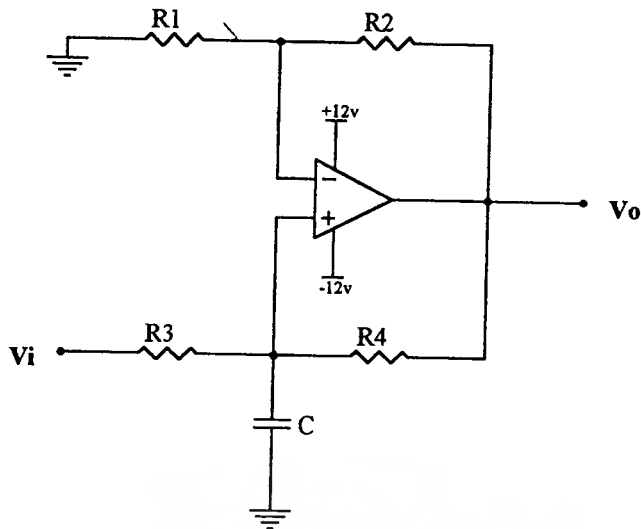
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-VR}{R_i}$$

2.3

อัตราการลดทอนสัญญาณจะขึ้นกับค่าของความต้านทานปรับค่าได้ ( $VR$ ) และความต้านทานด้านอินพุท( $R_i$ ) โดยค่าความต้านทานปรับค่าได้( $VR$ ) นั้นต้องมีค่าสูงสุดเท่ากับ ความต้านทานทางด้านอินพุท ( $R_i$ ) จะทำให้สัญญาณที่ถูกลดทอน มีค่าอยู่ระหว่าง 0 - 1

### 2.1.4 วงจรอินทิเกรเตอร์

วงจรอินทิเกรเตอร์ถือว่าเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ จากรูปที่ 2.4 เป็นวงจรอินทิเกรเตอร์แบบแปลงสัญญาณแรงดันเป็นกระแส ชนิดกราวด์โวลต์ เมื่อโวลต์ของวงจรคือตัวเก็บประจุ ( $C$ )



รูปที่ 2.4 แสดงวงจรอินทิเกรเตอร์

โดยวงจรอินทิเกรเตอร์ดังรูปที่ 2.4 มีคุณสมบัติที่ดีคือสามารถเลือกลักษณะสัญญาณของเอาต์พุต ( $V_o$ ) ที่ออกมาได้ คือ

- เมื่อจ่ายสัญญาณเข้าทางด้านความต้านทาน  $R_1$  ที่ต่อเข้ากับขาอินเวอร์ตติ้งของออปแอมป์ จะมีผลทำให้สัญญาณเอาต์พุตกลับเฟสกับสัญญาณอินพุต
- เมื่อจ่ายสัญญาณเข้าทางด้านความต้านทาน  $R_3$  ที่ต่อเข้ากับขาอินเวอร์ตติ้งของออปแอมป์ จะมีผลให้สัญญาณเอาต์พุตมีเฟสเดียวกับกับสัญญาณอินพุต

สมการที่ 2.4 คือความสัมพันธ์ของบาลานซ์บริดจ์ ที่เป็นเงื่อนไขของตัวแปลงแรงดันเป็นกระแส ชนิดคราวด์โหลด

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

2.4

เมื่อ  $R_1 = R_3$ ,  $R_4 = R_2$

นอกจากนี้แล้ว สมการที่ 2.5 จะเป็นสมการที่ใช้ช่วยกำหนดค่าความต้านทาน ซึ่งจะเห็นว่าควรกำหนดให้ค่าความต้านทาน  $R_2$  มีค่าน้อยกว่า  $R_1$

$$|V_L| < \left( \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) V_{SAT}$$

2.5

ดังนั้นรูปที่ 2.4 จึงมีชื่อว่าเดบูอินทิเกรเตอร์ (Deboo integrator) ซึ่งเป็นแบบนอนอินเวอร์ตอินทิเกรเตอร์ โดยมีความสัมพันธ์ของวงจรดังสมการ 2.7

$$V_o(t) = \left( \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{R_1 * C} \right) \int V_i(t) dt \quad 2.7$$

## 2.2 สเกลเวลา

เมื่อนำอนาลอกคอมพิวเตอรืมาใช้หาผลลัพธ์ของสมการเชิงอนุพันธ์ สิ่งสำคัญที่ต้องพิจารณาถึงคือ การสเกลเวลา เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการของอนาลอกคอมพิวเตอรืทั้งหมด ต้องแสดงออกมาให้เห็นภายในช่วงเวลาของอนาลอกคอมพิวเตอรื ( $\tau$ ) ดังนั้น เมื่อปัญหาที่นำมาคำนวณหาผลลัพธ์มีช่วงเวลาไม่เท่ากัน จึงต้องมีการปรับสเกลเวลาของปัญหาให้เข้ากับช่วงเวลาของอนาลอกคอมพิวเตอรื

ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างช่วงเวลาของปัญหาที่แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดกับช่วงเวลาที่ใช้แสดงผลของอนาลอกคอมพิวเตอรืเป็นไปตามสมการ 2.8

$$\tau = \alpha t \quad 2.8$$

เมื่อ  $\tau$  คือ ช่วงเวลาที่อนาลอกคอมพิวเตอรืใช้แสดงผล

$t$  คือ ช่วงเวลาของปัญหา

$\alpha$  คือ ไทม์สเกลแฟกเตอร์

จากสมการที่ 2.8 จะได้ว่า

เมื่อ  $\alpha > 1$  แสดงว่าช่วงเวลาของอนาลอกคอมพิวเตอรืที่แสดงผลลัพธ์ยาวกว่าช่วงเวลาของปัญหา

เมื่อ  $\alpha < 1$  แสดงว่าช่วงเวลาของอนาลอกคอมพิวเตอรืที่แสดงผลลัพธ์สั้นกว่าช่วงเวลาของปัญหา

ดังนั้นจะต้องทำการจัดรูปสมการของปัญหา โดยการแทนค่า  $t$  ที่เป็นตัวแปรอิสระของปัญหาด้วยเวลาของอนาลอกคอมพิวเตอรื จากความสัมพันธ์ในสมการ 2.8 สมการที่ทำการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สเกลเวลาแล้วจะมีตัวแปรที่เปลี่ยนตามเวลาอยู่ในรูปตัวแปรอิสระตัวใหม่ และเมื่อมีการสเกลเวลาแล้ว ต้องมีการทำสเกลขนาดด้วย ผลลัพธ์ของแต่ละปัญหาจะมีช่วงเวลาที่ต่างกันหมายความว่าแต่ละปัญหามีสเกลเวลาและไทม์สเกลถึงแฟคเตอร์เป็นของตัวเอง เมื่อทำการสเกลเวลาของปัญหาไม่ว่าจะเป็นการขยายสเกลเวลา หรือลดสเกลเวลา เพื่อให้อนาล็อกคอมพิวเตอร์แสดงผลจากการแก้สมการได้หมด จะมีผลทำให้ไทม์สเกลถึงแฟคเตอร์ เปลี่ยนตามการสเกลเวลาโดยมีสัดส่วนตามการสเกลเวลาเช่น เมื่อขยายสเกลเวลา 10 เท่า ไทม์สเกลถึงแฟคเตอร์จะเพิ่มเป็น 10 เท่าด้วย เป็นต้น

### 2.3 สเกลขนาด

สเกลแฟคเตอร์ จะแสดงบทบาทสำคัญในการคำนวณขนาดของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ เมื่อขนาดของผลลัพธ์ของปัญหานั้นสามารถมีค่าต่าง ๆ ได้ไม่จำกัด แต่ขนาดของผลลัพธ์ที่อนาล็อกคอมพิวเตอร์จะถูกจำกัดอยู่ในช่วง  $\pm 100$  โวลท์ จำเป็นต้องทำการสเกลขนาดในสมการของปัญหาให้สามารถแสดงโดยอนาล็อกคอมพิวเตอร์ได้

สเกลแฟคเตอร์สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของค่าสูงสุด ของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ที่สามารถแสดงออกมาได้ต่อค่าประมาณสูงสุดของตัวแปรปัญหาที่เกิดขึ้นดังสมการ 2.9

$$S = \frac{100}{X_m} \quad 2.9$$

เมื่อ  $S$  เป็น สเกลแฟคเตอร์

$X_m$  เป็น ค่าประมาณสูงสุดของตัวแปรปัญหา

ถ้าค่าสูงสุดของตัวแปรทางฟิสิกส์ถูกประมาณค่าไว้สูงเกินไป จะทำให้สเกลแฟคเตอร์มีค่าน้อยเกินไปมีผลต่อความถูกต้องของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ แต่ถ้าค่าสูงสุดของตัวแปรถูกกำหนดให้ต่ำเกินไป จะทำให้ผลลัพธ์ที่ออกมามีขนาดเกินค่าที่จำกัดเอาไว้

## บทที่ 3

### ทฤษฎีพื้นฐานทางระบบควบคุม

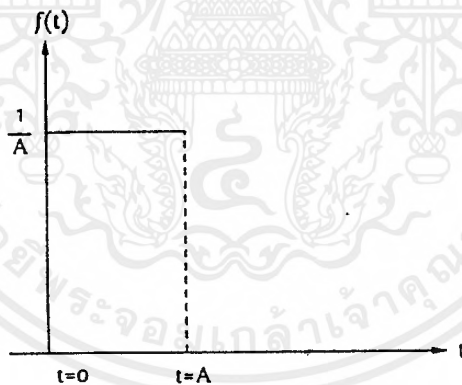
#### 3.1 การตอบสนองต่อเวลาของระบบ

การตอบสนองต่อเวลาของระบบหนึ่ง ๆ จะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

- การตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ (transient response) คือการตอบสนองซึ่งเริ่มต้นจากสภาวะเริ่มต้นจนถึงสภาวะสุดท้าย
- การตอบสนองที่สภาวะคงตัว (steady state response) คือพฤติกรรมของเอาต์พุตของระบบที่เวลาเข้าสู่อนันต์

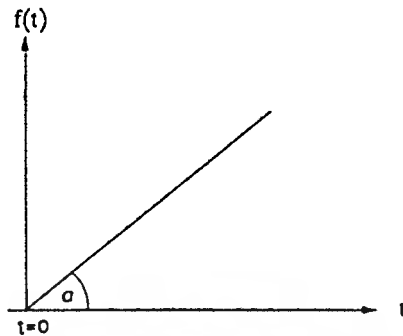
สัญญาณมาตรฐานที่ใช้เป็นอินพุตในการทดสอบผลตอบสนองของระบบมี 3 แบบดังนี้

- สัญญาณสแต็ป เป็นสัญญาณที่ง่ายต่อการวิเคราะห์มีลักษณะดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงสัญญาณสแต็ป

- สัญญาณแรมป์ เป็นสัญญาณที่ใช้กับอินพุตที่ต้องการลักษณะที่มีการเปลี่ยนแปลงต่อเนื่องแบบเชิงเส้นมีลักษณะดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงสัญญาณแรมปี

-สัญญาณอิมพัลส์ คือพัลส์ที่มีความกว้างเป็นศูนย์และเพื่อจะให้มีความเป็นหนึ่งจึงมีขนาดเป็นอนันต์ ใช้กับการตอบสนองที่ต้องตอบสนองต่ออินพุตที่มีลักษณะเป็นสัญญาณกระตุ้น มีลักษณะเป็นดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แสดงสัญญาณอิมพัลส์

จะได้ว่า

การตอบสนองทั้งหมด = การตอบสนองที่สภาวะคงตัว + การตอบสนองช่วงทรานเซียนท์

### 3.2 ระนาบเอส ( S - plane )

#### 3.2.1 สมการคุณลักษณะ

พิจารณาทรานสเฟอร์ฟังก์ชันดังต่อไปนี้

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\text{output}}{\text{input}} = G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad 3.1$$

เมื่อ  $N(s)$  คือ เศษของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน

$D(s)$  คือ ส่วนของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน

จากสมการ 3.1 จะได้ว่า

$$Y(s)D(s) = U(s)N(s) \quad 3.2$$

เมื่ออินพุตของระบบเป็นศูนย์ (  $U(s) = 0$  ) จะทำให้การตอบสนองของระบบมีแต่ผลของการตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ เนื่องจากผลตอบสนองที่สภาวะคงตัวเป็นศูนย์

ดังนั้นจะสามารถหาผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ของระบบใดก็ได้จากการให้อินพุตของระบบเป็นศูนย์จะได้ว่า

$$Y(s)D(s) = 0 \quad 3.3$$

เนื่องจากเอาท์พุท  $Y(s)$  ต้องไม่เป็นศูนย์ค่าของผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์จึงถูกกำหนดโดยสมการ 3.4

$$D(s) = 0 \quad 3.4$$

โดย  $D(s)$  คือส่วนของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันวงปิดที่เป็นศูนย์เรียกสมการที่ 3.4 ว่าสมการคุณลักษณะ

### 3.2.2 โพล และซีโรของระบบ

ค่ารากของสมการคุณลักษณะคือค่าของ  $s$  ที่ทำให้ส่วนของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นศูนย์ ค่ารากดังกล่าวนี้เรียกว่า โพลของระบบกล่าวคือ

$$D(s) = 0 \text{ จะทำให้ทราบค่าโพลของระบบ}$$

สัญลักษณ์ของโพลบนระนาบเอสคือ  $\times$

ซีโรคือค่าของ  $s$  ที่ทำให้ส่วนของเศษของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นศูนย์ กล่าวคือ

$$N(s) = 0 \text{ ทำให้ทราบค่าซีโรของระบบ}$$

สัญลักษณ์ของซีโรบนระนาบเอสคือ  $\circ$

### 3.2.3 ความสัมพันธ์ของตำแหน่งโพลกับการตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ของระบบ

- เมื่อโพลเป็นจำนวนจริง

$$s = \sigma \text{ คือ ตำแหน่งโพล, } y(t) = Ce^{\sigma t} \text{ คือ ทรานเซียนท์เทอม}$$

ถ้าค่าทรานเซียนท์ลดลงตามเวลาค่าของ  $\sigma$  ที่เป็นลบกล่าวคือโพลจะต้องอยู่บนครึ่งซ้ายของแกนจินตภาพบนระนาบเอส และยิ่งโพลอยู่ด้านซ้ายมากเพียงใดผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์จะยิ่งลดลงจนเป็นศูนย์หรือหายไปจากผลตอบสนองรวมของระบบเร็วขึ้น ระบบที่ผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์สามารถลดลงจนสูญไปจากระบบเรียกว่า ระบบเสถียร

สำหรับ โพลที่อยู่ด้านขวาของแกนจินตภาพจะทำให้ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้นตามเวลาและยิ่งโพลอยู่ขวาเพียงใดก็จะยิ่งทำให้อัตราการเพิ่มของฟังก์ชันเร็วขึ้น ระบบที่มีโพลอยู่ทางด้านขวาของแกนจินตภาพบนระนาบเอสนี้จัดว่าเป็นระบบไม่เสถียร

- เมื่อโพลเป็นจำนวนจินตภาพ

ค่ารากของสมการคุณลักษณะอันดับสองหรือมากกว่าอาจให้ค่ารากเป็นจำนวนจินตภาพได้ สำหรับระบบที่เป็นระบบจริงจะได้โพลจินตภาพที่เป็นลักษณะของคู่คอนจูเกต

$$s = \sigma \pm jw \text{ คือตำแหน่งโพล, } y(t) = Re^{\sigma t} \text{ คือทรานเซียนท์เทอม}$$

ยิ่งโพลนั้นมีส่วนจินตภาพ (ค่าของ  $w$ ) ค่ามากเท่าใดก็จะทำให้ความถี่ของการแกว่งสูงขึ้น สำหรับความเร็วของการหายไปของผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ของระบบจะขึ้นกับส่วนจริงของโพลนั้น ๆ เช่นเดียวกับกรณีแรก

ถ้าโพลที่เป็นจำนวนจินตภาพนั้นอยู่บนครึ่งซ้ายของระนาบเอสจะได้ระบบที่เสถียร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อโพลมีค่าซ้ำ

ในกรณีที่นิพจน์การคุณลักษณะมีค่ารากซ้ำกันหลายตัวจะทำให้ผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ของระบบอยู่ในรูป

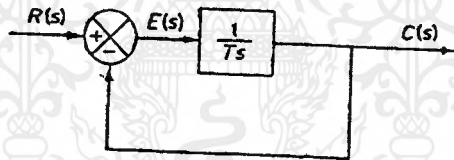
$$y(t) = (c_1 + c_2 t + c_3 t^2 + \dots + c_m t^{m-1}) e^{\alpha t}$$

เมื่อ ค่าของ  $c_1, c_2, \dots, c_m$  ขึ้นกับค่า ซีโร, อินพุท และเงื่อนไขเริ่มต้น

โดย  $m =$  อันดับของรากที่ซ้ำกัน,  $\alpha$  ขึ้นกับตำแหน่งของโพลที่ซ้ำกัน

### 3.3 ระบบอันดับหนึ่ง

พิจารณาระบบดังรูป



รูปที่ 3.4 แสดงระบบอันดับหนึ่ง

ความสัมพันธ์ระหว่างอินพุทเอาต์พุทเขียนได้เป็น

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

3.5

โดย  $\tau =$  ค่าเวลาคงตัวของระบบ

- เมื่ออินพุทเป็นยูนิตส텝จะได้

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}; (t \geq 0)$$

### 3.3.1 ผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่ง

ผลตอบสนองต่อยูนิตสเต็ปอินพุท

สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งของระบบอันดับหนึ่งจะอยู่ในรูป

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}y(t) = \frac{k}{\tau}x(t) \quad 3.6$$

จะมีพารามิเตอร์อยู่สองตัว คือ  $\tau$  และ  $k$  ในสมการ 3.6

$\tau$  เรียกว่า ค่าเวลาคงตัวของระบบ จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับความเร็วในการตอบสนองต่ออินพุทของระบบ

$k$  เรียกว่า คีชีเกนของระบบ จะทำให้ค่าสุดท้ายของเอาต์พุท (คือค่าที่เอาต์พุทมีค่าเข้าใกล้ที่สภาวะคงตัว) ในการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุทเป็นยูนิตสเต็ป

ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของระบบอันดับหนึ่ง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{k}{\tau}}{s + \frac{1}{\tau}} = \frac{k}{\tau s + 1}$$

จากทรานสเฟอ์ฟังก์ชันจะได้ว่าระบบมีโพลเดี่ยวอยู่ที่  $s = -\frac{1}{\tau}$

$$Y(s) = \frac{\frac{k}{\tau}}{s(s + \frac{1}{\tau})}$$

แยกเศษส่วนย่อยได้เป็น

$$Y(s) = \frac{\frac{k}{\tau}}{s} + \frac{\frac{k/\tau}{-1/\tau}}{s + \frac{1}{\tau}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจะได้ผลตอบสนองต่อสแต็ปเป็น

$$y(t) = k - ke^{-\frac{t}{\tau}}$$

ถ้า  $\tau$  เป็นลบแล้วโพลจะอยู่บนซีกขวาของระนาบเอสทำให้ขนาดของผลตอบสนองต่อสแต็ป  $y(t)$  เพิ่มขึ้นตามเวลาทำให้ระบบไม่เสถียร

ในกรณีที่  $k = 1$  จะได้

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

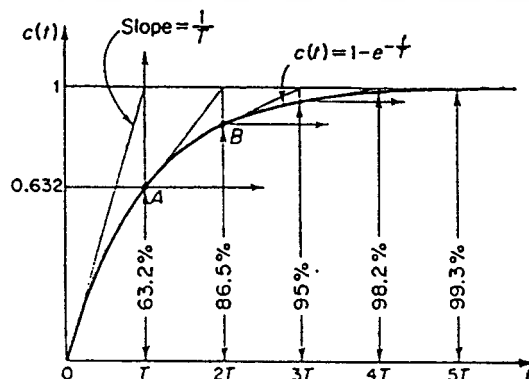
ซึ่งแสดงว่าตอนเริ่มต้นค่าเอาต์พุต  $y(t)$  เป็นศูนย์และผลสุดท้าย  $y(t)$  จะเป็น 1 นอกจากนี้ยังมีผลตอบสนองของเอกซ์โปเนนเชียล ที่ทำให้  $t = \tau$  ค่าของ  $y(t) = 0.632$  กล่าวคือผลตอบสนอง  $y(t)$  จะมีค่า 63.2% ของค่าสุดท้าย

$$y(t) = 1 - e^{-1} = 0.632$$

และยังค่า  $\tau$  น้อยเพียงใดก็จะยิ่งทำให้ระบบตอบสนองเร็วขึ้น คุณสมบัติอีกประการหนึ่งของเอกซ์โปเนนเชียลเคิร์ฟคือความชันที่  $t = 0$  จะเท่ากับ  $1/\tau$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \Big|_{t=0} = \frac{1}{\tau}$$

และความชันจะลดลงอย่างต่อเนื่องจาก  $1/\tau$  ที่  $t = 0$  จนเป็น 0 ที่  $t = \infty$



รูปที่ 3.5 แสดงผลตอบสนองต่อยูนิตสแต็ปของระบบอันดับหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่จุด A มีค่าเวลาคงตัว  $t = \tau$  ค่าตอบสนองจะเริ่มจากศูนย์ไปจนถึง 63.2% ของค่าสุดท้าย  
 ที่  $t = 2\tau$  ค่าตอบสนองจะไปจนถึง 86.5% ของค่าสุดท้าย ที่  $t = 3\tau, 4\tau$  และ  $5\tau$  กราฟค่าตอบสนอง  
 จะมีค่าเป็น 95% , 98.2% และ 99.3% ของค่าสุดท้ายตามลำดับ

ดังนั้นจึงสรุปว่าที่  $t \geq 4\tau$  ค่าตอบสนองจะมีค่าผิดพลาดอยู่ในช่วง 2% ของค่าสุดท้าย  
 ในการประมาณค่าตอบสนองที่ถูกต้องและใกล้เคียงค่าสุดท้ายจะใช้ค่า  $t \geq 4\tau$  เพื่อประมาณค่าตอบ  
 สนองของเอาท์พุท

### 3.4 ระบบอันดับสอง

#### 3.4.1 ผลตอบสนองของระบบอันดับสอง

สมการเชิงอนุพันธ์ของระบบอันดับสองเป็นดังสมการ 3.7

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\tau} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{\tau^2} y(t) = \frac{1}{\tau^2} x(t) \quad 3.7$$

โดยกำหนดสถานะเริ่มต้นเป็นศูนย์

$\zeta$  เรียกว่า damping ratio ,  $W_n$  เรียกว่า undamping natural frequency  
 จะได้

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2} \quad 3.8$$

และจะมีโพลอยู่ที่

$$s = -\zeta W_n \pm \sqrt{(\zeta^2 - 1)W_n^2}$$

คุณสมบัติทางไดนามิกของระบบอันดับสองจะขึ้นกับตัวแปร 2 ตัวคือ  $\zeta$  และ  $W_n$  โดยค่าของ  $W_n$  จะทำหน้าที่ปรับไทม์สเกล ส่วนค่าของ  $\zeta$  จะเป็นตัวกำหนดสถานะของโพลว่าเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน

- ถ้า  $0 \leq \zeta \leq 1$  จะได้ค่าโพลวงปิดเป็นคอมเพล็กซ์คอนจูเกตอยู่บนซีกซ้ายของระนาบเอตมีค่า

$$s = -\zeta W_n \pm j W_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

และเรียกระบบนี้ว่า อันเดอร์แดมพ์ ผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์จะเกิดการแกว่ง

- ถ้า  $\zeta = 1$  ค่าโพลวงปิดทั้งสองตัวจะมีค่าเท่ากันอยู่ที่  $s = -W_n$  เรียกระบบนี้ว่า คริติคอลแดมพ์ ผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ของระบบแบบคริติคอลแดมพ์และ โอเวอร์แดมพ์จะ ไม่มีการแกว่ง

- ถ้า  $\zeta = 0$  จะทำให้ผลตอบสนองช่วงทรานเซียนท์ไม่หายไปจากผลตอบสนองรวมของระบบ

### 3.4.2 ชนิดของผลตอบสนองของระบบอันดับสอง

#### 3.4.2.1 กรณีอันเดอร์แดมพ์ ( $0 < \zeta < 1$ )

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_n^2}{(s + \zeta W_n + j W_d)(s + \zeta W_n - j W_d)} \quad 3.9$$

โดย

$$W_d = W_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad 3.10$$

$W_d$  = เรียกว่า damped natural frequency

เมื่ออินพุตเป็นยูนิตสเต็ปจะได้

$$y(t) = 1 - \frac{e^{\zeta W_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin\left(W_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}\right) \quad 3.11$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ว่าความถี่ของการแกว่งช่วงทรานเซียนท์คือ  $W_d$  หรือ damped natural frequency

- ค่าสัญญาณผิดพลาดของระบบนี้คือ

$$e(t) = x(t) - y(t)$$

$$e(t) = e^{-\zeta W_n t} \left( \cos(W_d t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(W_d t) \right) \quad 3.12$$

$$e(\infty) = 0$$

ฉะนั้นที่สภาวะคงตัว ( $t = \infty$ ) จะไม่มีค่าผิดพลาด

- พิจารณาที่  $\zeta = 0$

ถ้า damping ratio  $\zeta$  เท่ากับ 0 จะทำให้ผลตอบสนองของระบบเป็นอันดั้มพ์และจะเกิดการแกว่งต่อเนื่องไปเรื่อยๆ ในกรณีนี้จะได้

$$y(t) = 1 - \cos(W_n t) \quad ; (t \geq 0)$$

จากสมการข้างต้นจะเห็นว่า  $W_n$  ซึ่งแทนค่า undamped natural frequency ของระบบเป็นความถี่ที่ระบบแกว่งเมื่อค่า  $\zeta$  ลดลงจนเป็นศูนย์

โดยส่วนใหญ่แล้วมักจะไม่นิยามค่าของความถี่  $W_n$  แต่ความถี่ที่สามารถสังเกตได้ในระบบจะเป็นความถี่  $W_d$  ซึ่งมีค่าเป็น  $W_n \sqrt{1-\zeta^2}$  ซึ่งมักจะมิต่ำกว่า  $W_n$

การเพิ่ม  $\zeta$  จะทำให้ค่า  $W_d$  ลดลงและถ้าค่า  $\zeta$  เพิ่มขึ้นจนเกินหนึ่งจะทำให้ผลการตอบสนองกลายเป็นโอเวอร์ดั้มพ์ซึ่งไม่มีการแกว่ง

### 3.4.2.2 กรณีคริติคอลดั้มพ์ ( $\zeta = 1$ )

ในกรณีนี้ค่าโพลวงปิดทั้งสองมีค่าเท่ากันให้อินพุทเป็นยูนิตสเต็ป ;  $X(s) = 1/s$

$$Y(s) = \frac{W_n^2}{s(s + W_n)^2}$$

$$y(t) = 1 - e^{-W_n t} (1 + W_n t) \quad ; (t \geq 0)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4.2.3 กรณีโอเวอร์แดมป์ ( $\zeta \geq 1$ )

โพลวงปิดทั้งสองเป็นจำนวนจริงลบที่ไม่เท่ากัน เมื่ออินพุตเป็นยูนิตสเต็ปจะได้

$$Y(s) = \frac{W_n^2}{s(s + \zeta W_n + W_n \sqrt{\zeta^2 - 1})(s + \zeta W_n - W_n \sqrt{\zeta^2 - 1})}$$

จะได้ค่าการตอบสนองทางเวลาคือ

$$y(t) = 1 + \frac{W_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left( \frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right) \quad ; (t \geq 0)$$

เมื่อ  $\zeta$  มากกว่า 1  $y(t)$  จะประกอบด้วยเอ็กซ์โปเนนเชียล 2 ฟังก์ชันโดยฟังก์ชันหนึ่งจะลดลงเร็วกว่าอีกส่วนหนึ่ง ถ้าส่วนนั้นเร็วกว่ามากจะทำให้โพลที่ทำให้เกิดฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลนั้น ๆ ถูกละทิ้งไปได้

นั่นคือถ้า  $-s_2$  อยู่ใกล้กับแกนจินตภาพมากกว่า  $s_1$  สามารถประมาณ  $y(t)$  ได้โดยการละทิ้ง  $-s_1$  เนื่องจากผลของ  $-s_1$  มีต่อระบบน้อยมากเนื่องจากเอ็กซ์โปเนนเชียลเทอม ซึ่ง  $-s_1$  ประกอบอยู่นั้นลดลงและหายไปจากระบบอย่างรวดเร็ว

ในกรณีนี้จะได้ผลตอบสนองของระบบใกล้เคียงกับกรณีระบบอันดับหนึ่งเนื่องจาก  $-s_2$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} \approx \frac{\zeta W_n - W_n \sqrt{\zeta^2 - 1}}{(s + \zeta W_n - W_n \sqrt{\zeta^2 - 1})s} = \frac{s_2}{s + s_2}$$

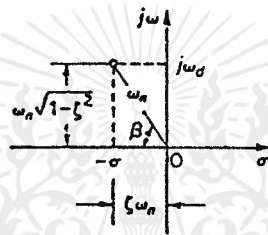
เมื่ออินพุตของระบบเป็นยูนิตสเต็ปจะได้ผลตอบสนองทางเวลาคือ

$$y(t) = 1 - e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})W_n t} \quad ; (t \geq 0) \quad 3.12$$

### 3.4.3 คำจำกัดความคุณลักษณะสนองช่วงทรานเซียนท์ของผลตอบ

- คิเดย์ไทม์ ( $t_d$ ) คือ เวลาที่ผลตอบสนองมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสุดท้ายเป็นครั้งแรก
- ไรส์ไทม์ ( $t_r$ ) คือ เวลาที่ระบบมีค่าจาก 10 - 90% ของค่าสุดท้ายสำหรับระบบโอเวอร์แดมป์ และ 0 - 100% ของค่าสุดท้ายสำหรับระบบอันเดอร์แดมป์

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{W_d} \quad 3.14$$



รูปที่ 3.6 แสดงการกำหนดค่าของ  $\beta$

- พิคไทม์ ( $t_p$ ) คือ เวลาของระบบที่ขึ้นถึงยอดแรกของโอเวอร์ชูท ซึ่งสามารถหาค่าได้จากสมการ 3.15

$$t_p = \frac{\pi}{W_d} \quad 3.15$$

- ค่าเปอร์เซ็นต์สูงสุดของโอเวอร์ชูท ( $M_p$ ) คือ ค่าสูงสุดของผลตอบสนองเมื่อเทียบกับค่าสุดท้าย ที่พิคไทม์

$$\% M_p = e^{-\left(\frac{\sigma\pi}{W_d}\right)} * 100 \quad 3.16$$

- เซตติงไทม์ ( $t_s$ ) คือ เวลาที่การตอบสนองช่วงทรานเซียนท์มีค่าอยู่ในช่วง  $\pm 2\%$  หรือ  $\pm 5\%$  ของค่าสถานะคงตัว

ที่ 2% criterion

$$t_s = \frac{4}{\zeta W_n} \quad 3.17$$

ที่ 5% criterion

$$t_s = \frac{3}{\zeta W_n} \quad 3.18$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

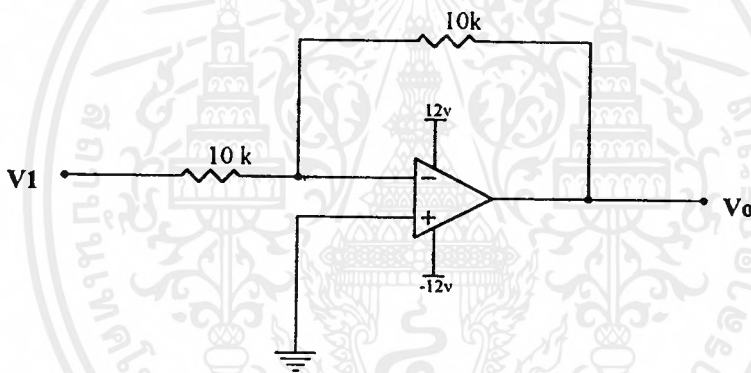
## บทที่ 4

### การออกแบบและผลการทดลอง

#### 4.1 การออกแบบวงจรพื้นฐาน

##### 4.1.1 วงจรกลับเฟสสัญญาณ

จากวงจรขยายแบบกลับเฟสได้ทำการออกแบบให้มีอัตราขยายเท่ากับหนึ่ง เพื่อให้สัญญาณเอาต์พุตกลับเฟสกับสัญญาณอินพุต ดังสมการ 4.1 ดังนั้นความต้านทานอินพุตจึงต้องมีค่าเท่ากับ ความต้านทานป้อนกลับ มีค่าเท่ากับ  $10k\Omega$  ตามรูปที่ 4.1

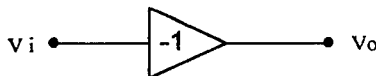


รูปที่ 4.1 แสดงวงจรกลับเฟสสัญญาณ

$$V_o = -V_i$$

4.1

สัญลักษณ์วงจรถกลับเฟสสัญญาณแสดงดังรูปที่ 4.2

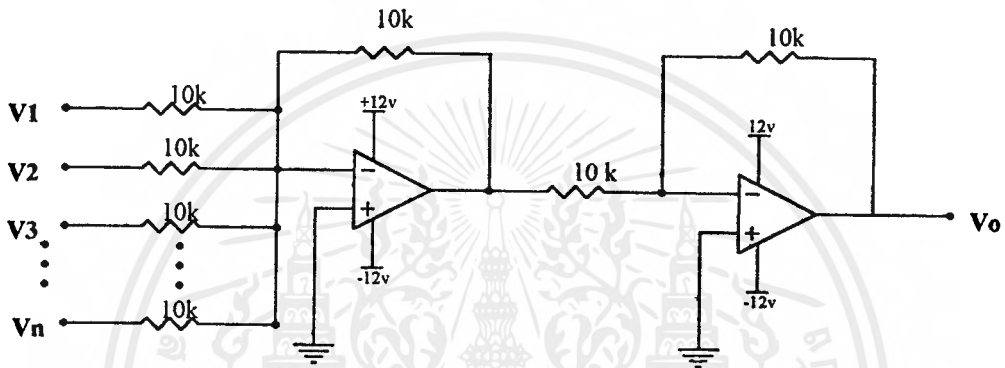


รูปที่ 4.2 แสดงสัญลักษณ์ วงจรถกลับเฟส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.1.2 วงจรรวมสัญญาณ

วงจรรวมสัญญาณที่ใช้ในอนาล็อกคอมพิวเตอร์นั้น สัญญาณเอาต์พุตจะมีค่าเท่ากับผลรวมของสัญญาณทางด้านอินพุต โดยแต่ละอินพุตไม่มีการขยายขนาด จึงกำหนดให้ความต้านทานที่ต่ออยู่ด้านอินพุตทุกตัว เท่ากับความต้านทานป้อนกลับ ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $10k\ \Omega$  วงจรรวมสัญญาณที่ใช้ในอนาล็อกคอมพิวเตอร์จะมีตั้งแต่ 2 อินพุตขึ้นไปดังรูปที่ 4.3 และความสัมพันธ์จะเป็นไปตามสมการ 4.2

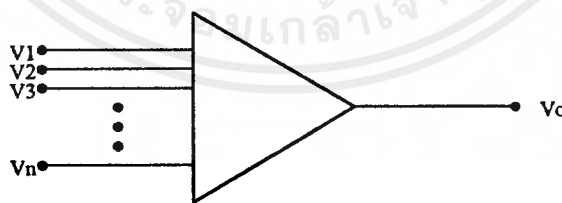


รูปที่ 4.3 แสดงวงจรรวมสัญญาณหลายอินพุต

$$V_o = (V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n)$$

4.2

สัญลักษณ์ที่แทนวงจรรวมสัญญาณ ในอนาล็อกคอมพิวเตอร์แสดงดังรูปที่ 4.4



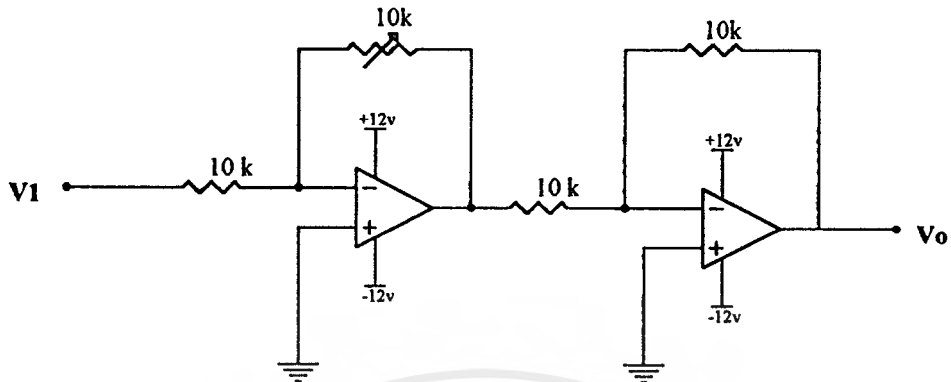
รูปที่ 4.4 แสดงสัญลักษณ์ของวงจรรวมสัญญาณ

### 4.1.3 วงจรลดทอนสัญญาณ

รูปที่ 4.5 แสดงวงจรลดทอนสัญญาณที่มีค่าความต้านทานด้านอินพุต ( $R_i$ ) เท่ากับ  $10k\ \Omega$  และความต้านทานปรับค่าได้มีค่าเท่ากับ  $10k\ \Omega$  ลักษณะของสัญญาณเอาต์พุตจะมีเฟสเดียวกับเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณอินพุต เนื่องจากมีการต่อวงจรกลับเฟสเพิ่ม โดยค่าของสัญญาณเอาต์พุตจะเป็นดังสมการ

4.3



รูปที่ 4.5 แสดงวงจรลดทอนสัญญาณ

$$V_o = aV_i$$

4.3

$$\text{เมื่อ } 0 \leq a \leq 1$$

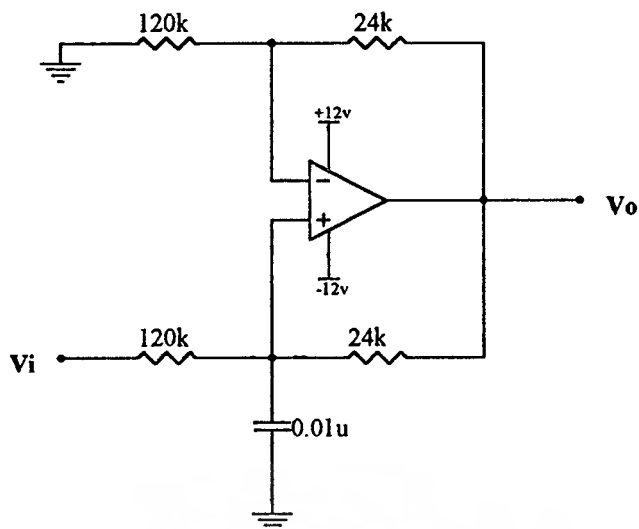
สัญลักษณ์ของวงจรลดทอนสัญญาณที่ใช้ในอานาลอกคอมพิวเตอร် แสดงในรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 แสดงสัญลักษณ์วงจรลดทอนสัญญาณ

#### 4.1.4 วงจรอินทิเกรเตอร์

วงจรอินทิเกรเตอร์ตามรูปที่ 4.7 มีอัตราขยาย ( $K_i$ ) เท่ากับ 1000 หมายความว่าวงจรมีค่าเวลาของการอินทิเกรต ( $\tau_i$ ) เท่ากับ 0.001 วินาที ค่านี้จะถูกนำมาพิจารณาร่วมกับ ความสัมพันธ์ของบาลานซ์บริดจ์เพื่อกำหนดค่าความต้านทาน และตัวเก็บประจุของวงจรที่แสดงในรูปที่ 4.7 โดยกำหนดให้  $R_1 = 5R_2$

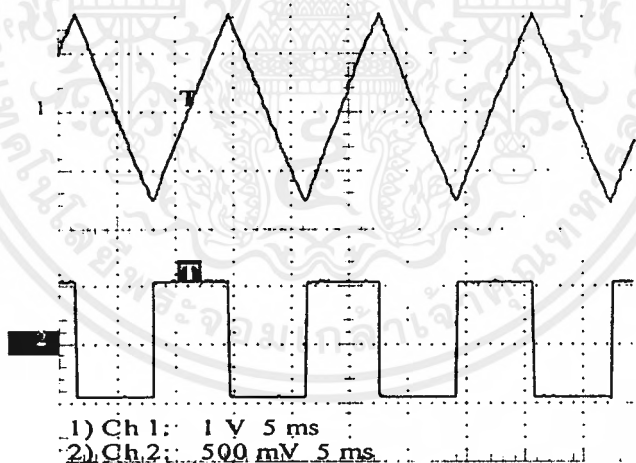


รูปที่ 4.7 แสดงวงจรอินทิเกรเตอร์

ดังนั้นสัญญาณเอาต์พุตจะมีความสัมพันธ์ดังสมการ 4.4

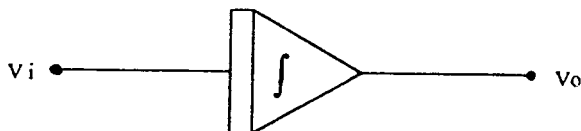
$$V_o(t) = 1000 \int V_i(t) dt$$

4.4



รูปที่ 4.8 แสดงผลการอินทิเกรต

สัญลักษณ์ของวงจรอินทิเกรเตอร์ที่ใช้ในอนาล็อกคอมพิวเตอร์เป็นดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 สัญลักษณ์วงจรรวมอินทิเกรเตอร์

## 4.2 การหาค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์

จากบทที่แล้ว ไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ ( $\alpha$ ) จะเป็นตัวบอกความสัมพันธ์ระหว่างช่วงเวลา ของอนาลอกคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณกับช่วงเวลาของปัญหาที่แสดงว่าอนาลอกคอมพิวเตอร์มีช่วงเวลาในการคำนวณมากหรือน้อยกว่าช่วงเวลาของปัญหา ฉะนั้นความเร็วในการคำนวณผลลัพธ์ของอนาลอกคอมพิวเตอร์ จึงขึ้นอยู่กับคาบเวลาในการอินทิเกรต ( $T_i$ ) ของวงจรรวมอินทิเกรตที่ใช้

เพื่อให้ทราบค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ หรือความเร็วในการคำนวณของอนาลอกคอมพิวเตอร์มีความจำเป็นต้องใช้ทฤษฎีของระบบควบคุมอันดับสองร่วมด้วย เพราะมีความสัมพันธ์ที่สามารถบอกถึงลักษณะของผลลัพธ์ได้

ขั้นตอนของการหาค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์เป็นดังนี้

1. จัดรูปสมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหาตัวอย่างที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองให้อยู่ในรูปแบบที่เหมาะสมสำหรับอนาลอกคอมพิวเตอร์ คือจัดตัวแปรที่มีอันดับสูงสุดให้อยู่ทางด้านซ้ายของสมการแล้ววาดไดอะแกรมที่ไม่ได้ทำการสเกลเวลาเพื่อนำไปใช้กับอนาลอกคอมพิวเตอร์

2. ใช้โปรแกรมที่สามารถดูผลการตอบสนองของระบบตัวอย่างได้เช่น MATLAB, CODAS เพื่อใช้ผลตอบสนองของระบบหรือผลลัพธ์ของสมการมาเป็นหลักในการปรับการแสดงผล คำตอบของสมการจากอนาลอกคอมพิวเตอร์ ในที่นี้ขอยกตัวอย่างระบบที่ใช้เป็นแบบมาตรฐานในการหาค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ คือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{S^2 + S + 1}$$

เนื่องจากระบบนี้มี  $W_n = 1$  และเมื่อทราบสเกลถึงแฟคเตอร์ของระบบก็สามารถนำมาเป็นค่าเปรียบเทียบในการเปลี่ยนสเกลเวลา เพราะจำนวนเท่าของการทำสเกลเวลาเป็นสัดส่วนโดยตรงกับไหม้สเกลถึงแฟคเตอร์ ดังนั้นการสเกลเวลาในที่นี้คือการเพิ่มหรือลดความถี่ของ  $W_n$  เพื่อทำการเพิ่มหรือลดสเกลเวลา

3. เขียนสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบตัวอย่างอีกครั้ง โดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ 2.8 จะได้สมการที่มีตัวแปรอิสระตัวใหม่แล้วทำการแปลงลาปลาซ ซึ่งจะได้ระบบอันดับสองที่มีการสเกลเวลา

จาก

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{dy}{dt} - y - x$$

จากสมการ 2.8

$$\tau = \alpha t$$

ดังนั้น

$$d\tau = \alpha dt$$

$$d\tau^2 = \alpha^2 dt^2$$

จะได้

$$\alpha^2 \frac{d^2 y}{d\tau^2} = -\alpha \frac{dy}{d\tau} - y + x$$

4.5

$$\frac{d^2 y}{d\tau^2} = -\frac{1}{\alpha} \frac{dy}{d\tau} - \frac{1}{\alpha^2} y + \frac{1}{\alpha^2} x$$

4.6

ทำการแปลงลาปลาซ สมการที่ 4.6

$$s^2 Y(s) = -\frac{1}{\alpha} s Y(s) - \frac{1}{\alpha^2} Y(s) + \frac{1}{\alpha^2} X(s)$$

$$\left(s^2 + \frac{s}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\right) Y(s) = \frac{1}{\alpha^2} X(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{1}{\alpha^2}}{s^2 + \frac{s}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}} \quad 4.7$$

จากสมการรูปแบบมาตรฐานระบบอันดับสอง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2} \quad 4.8$$

สามารถปรับสมการ 4.7 ให้เข้ากับรูปแบบมาตรฐานตามสมการ 4.8 ได้ดังสมการ 4.9

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{W_n^2}{\alpha^2}}{s^2 + \frac{2\zeta W_n}{\alpha} s + \frac{W_n^2}{\alpha^2}} \quad 4.9$$

4. ทำการปรับผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณของอนุภาคคอมพิวเตอรืให้เหมือนกับผลที่ได้จากโปรแกรม หลังจากนั้นทำการวัดค่า  $M_p$  และ  $W_d$  จากผลของอนุภาคคอมพิวเตอรืแล้วใช้ความสัมพันธ์ในสมการ 3.16 และสมการ 3.10 ในการหาค่าของ  $\zeta$  และ  $W_n$  ของระบบที่อนุภาคคอมพิวเตอรืแสดงผลออกมา

5. นำค่า  $\zeta$  และค่า  $W_n$  ที่ได้จากข้อ 4 มาเขียนทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของระบบอันดับสองใหม่อีกครั้งแล้วจัดรูปตามสมการ 4.8

6. ทำการเทียบสัมประสิทธิ์ระหว่างทรานสเฟอ์ฟังก์ชัน ของระบบตัวอย่างที่จัดอยู่ในรูปที่มีการสเกลเวลาตามสมการ 4.9 กับทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของระบบที่ได้จากข้อ 5 จะได้ไทม์สเกลถึงแฟคเตอร์ของระบบออกมา

ซึ่งไทม์สเกลถึงแฟคเตอร์ที่ได้จากระบบที่ได้ทำการทดลอง  $W_n$  มีค่าต่าง ๆ ดังนี้

- เมื่อระบบมี  $W_n = 1$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน	$\zeta$	$\alpha$
$\frac{1}{s^2 + 0.2s + 1}$	0.2	0.001012
$\frac{1}{s^2 + 0.3s + 1}$	0.3	0.000953
$\frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$	0.4	0.001014
$\frac{1}{s^2 + 0.5s + 1}$	0.5	0.000958

:เมื่อ  $W_n = 1$  ได้  $\alpha \approx 0.001$

ตารางที่ 4.1 แสดงผลการหาค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ที่  $W_n = 1$

- เมื่อระบบมี  $W_n = 0.1$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน	$\zeta$	$\alpha$
$\frac{0.01}{s^2 + 0.04s + 0.01}$	0.2	0.0001012
$\frac{0.01}{s^2 + 0.06s + 0.01}$	0.3	0.0000953
$\frac{0.01}{s^2 + 0.08s + 0.01}$	0.4	0.0001014
$\frac{0.01}{s^2 + 0.1s + 0.01}$	0.5	0.0000958

:เมื่อ  $W_n = 0.1$  ได้ค่า  $\alpha \approx 0.0001$

ตารางที่ 4.2 แสดงการหาค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ที่  $W_n = 0.1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อระบบมี  $W_n = 0.5$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน	$\zeta$	$\alpha$
$\frac{0.25}{s^2 + 0.2s + 0.25}$	0.2	0.000506
$\frac{0.25}{s^2 + 0.3s + 0.25}$	0.3	0.000476
$\frac{0.25}{s^2 + 0.4s + 0.25}$	0.4	0.000507
$\frac{0.25}{s^2 + 0.5s + 0.25}$	0.5	0.000479

:เมื่อ  $W_n = 0.5$  ได้  $\alpha \approx 0.0005$

ตารางที่ 4.3 แสดงผลการหาค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ที่  $W_n = 0.5$

จากผลการทดลองที่ได้จากตาราง สามารถสรุปได้ดังนี้คือ

1. ค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ ( $\alpha$ ) มีค่าขึ้นกับค่าของ  $W_n$
2. ค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ไม่มีความสัมพันธ์กับ  $\zeta$  ที่เป็นตัวบ่งลักษณะผลตอบสนองของระบบ
3. ระบบที่ค่า  $W_n$  ต่างกันจะมีไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ต่างกัน ซึ่งจะมีค่าเป็นเท่าใดนั้นสามารถหาได้จากการพิจารณาว่าระบบนั้นมี  $W_n$  เป็นกี่เท่าของ  $W_n = 1$  ที่มีค่าไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์ ( $\alpha$ ) = 0.001 ก็สามารถทราบค่าของไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์โดยการคูณ  $\alpha = 0.001$  ด้วย  $W_n$  ของระบบ
4. นอกจากการเปลี่ยนแปลงค่าของ  $W_n$  ในระบบต่าง ๆ จะมีผลต่อ ไทม์สเกลลิงแฟคเตอร์แล้ว  $W_n$  ของระบบที่ต่างจาก  $W_n = 1$  ยังเกี่ยวกับการทำสเกลเวลา ของระบบต่าง ๆ ดังนี้
  - การขยายสเกลจะทำให้  $W_n$  ของระบบลดลง อนุาลอกคอมพิวเตอรืจะแสดงผลตอบสนองกว้างมากขึ้น
  - การลดสเกลจะทำให้  $W_n$  ของระบบเพิ่มขึ้น อนุาลอกคอมพิวเตอรืจะแสดงผลตอบสนองแคบกว่าเดิม

## ตัวอย่างการทำสเกลเวลา

ระบบตัวอย่าง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{25}{s^2 + 5s + 25}$$

ระบบมี  $W_n = 5$  แสดงว่าระบบมีความถี่มากกว่า  $W_n = 1$  จึงต้องทำการขยายสเกลเวลาเพื่อให้ระบบนี้สามารถแสดงผลตอบสนองออกทางหน่วยแสดงผลได้

จาก

$$T = \frac{1}{f}$$

และ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}$$

เมื่อทำการขยายสเกลเวลาก็คือการลดความถี่ลง และเมื่อทำการขยายสเกลเวลา 5 เท่านี้ ตำแหน่งที่แสดงความถี่ในระบบจะมีค่าลดลงด้วย โดยจะได้ว่า

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{25}{s^2 + \frac{5}{5}s + \frac{25}{5^2}}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1} \quad 4.10$$

สมการที่ 4.10 แสดงระบบที่ได้ทำการสเกลเวลาแล้ว และลักษณะของผลตอบสนองของระบบยังคงเหมือนเดิม

## 4.3 การหาตัวคูณของระบบ

จากทฤษฎีของอนาล็อกคอมพิวเตอร์ วงจรอินทิเกรเตอร์ที่ใช้จะมีอัตราขยาย (Ki) หรือมีคาบเวลาในการอินทิเกรต ( $\tau$ ) มีค่าเท่ากับ 1 แต่ในทางปฏิบัติไม่สามารถทำให้วงจรอินทิเกรเตอร์ที่ใช้มีอัตราขยายเท่ากับ 1 ได้ เพราะถ้าหากวงจรอินทิเกรเตอร์มีความเวลาในการอินทิเกรตเท่ากับเอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานี้เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือใช้โดยไม่ได้รับอนุญาต หากมีข้อสงสัยหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม กรุณาติดต่อผู้จัดทำเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หนึ่งอนาลอกคอมพิวเตอร์จะทำงานได้ช้า ดังนั้นเพื่อให้อนาลอกคอมพิวเตอร์มีความเร็วในการทำงานที่เหมาะสม วงจรอินทิเกรเตอร์ที่ใช้จึงมีอัตราขยายเท่ากับ 1000 เมื่อมีการนำเอาวงจรรวมอินทิเกรเตอร์มาใช้หาผลลัพธ์ให้ได้ตามทฤษฎี จำเป็นต้องมีการลดทอนอัตราขยายของวงจรมีเป็นหนึ่ง แต่ปัญหาที่ตามมาคือ จีคจำกัดของวงจรรวมอินทิเกรเตอร์ไม่สามารถลดทอนให้มีอัตราขยายต่ำ ๆ ได้ละเอียด เพื่อให้อนาลอกคอมพิวเตอร์จะสามารถแสดงผลของปัญหาได้ถูกต้อง โดยไม่ต้องลดทอนอัตราขยายของวงจรรวมอินทิเกรเตอร์ให้เป็นหนึ่ง ดังนั้นเมื่อใช้อนาลอกคอมพิวเตอร์แสดงผลให้ได้เหมือนกับผลลัพธ์จริงของปัญหา แสดงว่าจะต้องมีตัวเลขชุดหนึ่งเป็นของระบบโดยรวม เพื่อให้อนาลอกคอมพิวเตอร์สามารถแสดงผลที่ตรงกับผลลัพธ์จริงออกมา

การหาค่าของตัวเลขที่ปรากฏอยู่ในระบบอันดับต่าง ๆ ของอนาลอกคอมพิวเตอร์ สามารถทำได้ดังนี้

1. จักรูปสมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหาตัวอย่างที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองที่อยู่ในรูปที่เหมาะสมสำหรับอนาลอกคอมพิวเตอร์ คือจัดตัวแปรที่มีอันดับสูงสุดให้อยู่ทางด้านซ้ายของสมการแล้ววาดไคอะแกรมที่ไม่ได้ทำการสเกลเวลาเพื่อนำไปใช้กับอนาลอกคอมพิวเตอร์
2. ทำการปรับค่าของตัวลดทอนสัญญาณที่ใช้ เพื่อให้ผลลัพธ์ที่ได้จากอนาลอกคอมพิวเตอร์เหมือนกับผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้โปรแกรมในการแสดงผลที่ออกมา
3. เมื่อลักษณะผลลัพธ์ที่ได้เหมือนกันแล้วทำการลดทอนขนาดของผลลัพธ์ ให้มีในสถานะคงตัว(steady state) เท่ากับ 1
4. บันทึกค่าจากตัวลดทอนสัญญาณที่ตำแหน่งต่าง ๆ ในไคอะแกรมการทำงานของอนาลอกคอมพิวเตอร์ เพื่อนำมาเขียนทรานสเฟอร์ฟังก์ชันใหม่

#### 4.3.1 ตัวคูณของระบบอันดับหนึ่ง

ผลการทดลองการหาตัวคูณของระบบอันดับหนึ่งในตารางที่ 4.4

k คือ ตัวลดทอนทางด้านอินพุท

a คือ ตัวลดทอนของ  $y(t)$  ที่ป้อนกลับ

ผลการทดลองหาตัวคูณของระบบอันดับสองในตารางที่ 4.5

k คือ ตัวลดทอนทางด้านอินพุท

a1 คือ ตัวลดทอนของ  $y(t)$  ที่ป้อนกลับ

a2 คือ ตัวลดทอนของ  $\frac{dy(t)}{dt}$  ที่ป้อนกลับ

ทรานสเฟอ์ฟังก์ชัน	$\tau$	ค่าของตัวลค ทอน (โวลท์)		ความสัมพันธ์ของการเกิด ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันที่ตัว ลคทอน		ทรานสเฟอ์ ฟังก์ชัน ใหม่
		a	k	a	k	
$\frac{0.5}{s+0.5}$	2	0.192	0.208	$\frac{0.192}{2}$	$\frac{0.208}{2}$	$\frac{0.208}{s+0.192}$
$\frac{1}{s+1}$	1	0.200	0.212	$\frac{0.200}{1}$	$\frac{0.212}{1}$	$\frac{0.212}{s+0.200}$
$\frac{2}{s+2}$	0.5	0.198	0.210	$\frac{0.198}{0.5}$	$\frac{0.210}{0.5}$	$\frac{0.210}{s+0.198}$

ตารางที่ 4.4 แสดงผลการหาค่าตัวลคของระบบอันดับหนึ่ง

จากผลการทดลองสามารถสรุปได้ว่าตัวลคของระบบที่จะต้องนำมาคูณเข้ากับ  
ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันเดิมคือ

$$\frac{0.2}{\tau}$$

4.11

เมื่อ  $\tau$  คือ ค่าเวลาคงตัวของระบบ

ดังนั้นสามารถนำอนุบาลอกคอมพิวเตอรืมาแสดงผลลัพธ์ของสมการระบบอันดับหนึ่งได้ดัง  
ต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.1

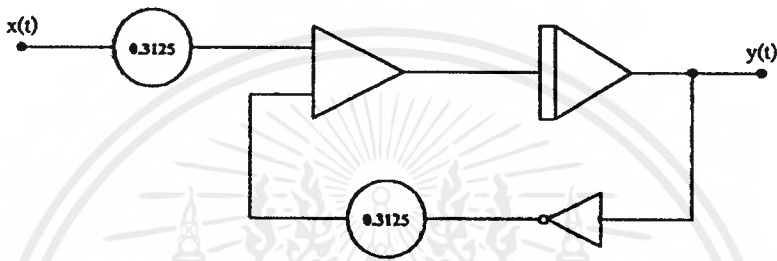
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1.25}{s+1.25}$$

จากสมการ 3.5 สมการมีค่า  $\tau = 0.8$  ฉะนั้นตัวคูณของระบบจะมีค่าเท่ากับ  $\frac{0.2}{0.8} = 0.25$  จะ

ได้

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.25 * 1.25}{s + (0.25 * 1.25)}$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.3125}{s + 0.3125}$$



รูปที่ 4.10 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับหนึ่งของอนุภาคคอมพิวเตอร์

#### 4.3.2 ตัวคูณระบบอันดับสอง

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน	ค่าของตัวลดทอน			ความสัมพันธของการเกิดทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ตัวลดทอน			ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันใหม่
	a1	a2	k	a1	a2	k	
$\frac{1}{s^2 + 0.4s + 1}$	0.28	0.85	0.81	0.7*0.4	0.85*1	0.81*1	$\frac{0.81}{s^2 + 0.28s + 0.85}$
$\frac{1}{s^2 + 0.6s + 1}$	0.53	0.9	0.85	0.88*0.6	0.9*1	0.85*1	$\frac{0.85}{s^2 + 0.53s + 0.9}$
$\frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$	0.69	0.8	0.75	0.69*1	0.8*1	0.75*1	$\frac{0.75}{s^2 + 0.69s + 0.8}$
$\frac{1}{s^2 + s + 1}$	0.8	0.8	0.78	0.8*1	0.8*1	0.78*1	$\frac{0.78}{s^2 + 0.8s + 0.8}$

ตารางที่ 4.5 แสดงผลการหาตัวคูณของระบบอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการทดลองระบบอันดับสองสามารถสรุปได้ว่าตัวคูณระบบที่จะต้องนำมาคูณเข้ากับทรานสเฟอร์ฟังก์ชันคือ 0.8

ตัวอย่าง 4.2

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

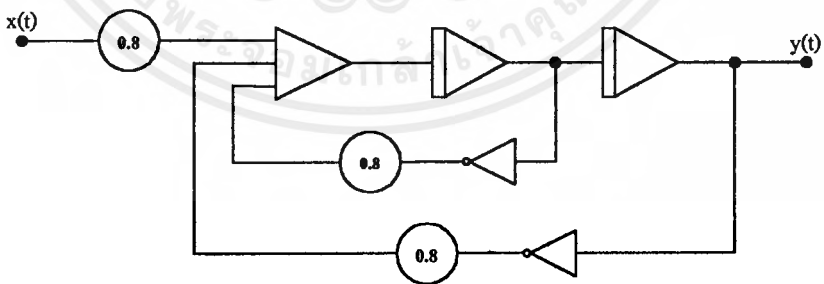
ทำการคูณด้วยตัวคูณของระบบที่มีค่า 0.8 จะได้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันใหม่ที่จะนำปรับที่ตัวลดทอน ณ.ตำแหน่งที่ตรงกับการเขียนไคอะแกรมของอนาลอกคอมพิวเตอรืคือ

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{(1 * 0.8)}{s^2 + (0.8 * 1)s + (1 * 0.8)}$$

จะได้

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.8}{s^2 + 0.8s + 0.8}$$

ไคอะแกรมของระบบอันดับสองของอนาลอกคอมพิวเตอรืเป็นดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 แสดงไคอะแกรมของระบบอันดับสองของอนาลอกคอมพิวเตอรื

ในระบบอันดับสองจำเป็นต้องทำการสเกลเวลาโดยต้องทำให้ค่า  $W_n$  ของระบบต้องมีค่าน้อยกว่าหนึ่งก่อนแล้วจึงคูณด้วยตัวคูณของระบบเพราะเนื่องจากว่าตัวลดทอนของอนาลอกคอมพิวเตอรืที่เป็นตัวปรับลักษณะของผลลัพธ์มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 เท่านั้น

### 4.3.3 ระบบอันดับสาม และระบบอันดับสี่

การหาค่าตัวคูณในระบบอันดับสาม และอันดับสี่เป็นเรื่องที่ทำได้ยากมากเนื่องจากต้องมีการปรับค่าของตัวลทอนที่มีผลโดยตรงต่อการเปลี่ยนแปลงของรากสมการ ซึ่งในการปรับค่านี้นักจะทำให้รากสมการไปอยู่ทางด้านขวาของระนาบเอสเมื่อมีรากสมการที่เป็นคู่คอมเพล็กซ์คอนจูเกตเป็นรากสมการที่เด่นจะทำให้ผลตอบสนองที่ได้เกิดการแกว่งซึ่งหมายความว่าระบบนั้นไม่มีเสถียรภาพ

จะพบว่าในระบบอันดับสามและสี่หรือในระบบที่มีอันดับสูง ๆ ขึ้นไปนั้นจะมีโอกาสที่ระบบนั้นจะไม่มีเสถียรภาพสูง เนื่องจากในการปรับค่าของตัวลทอนในแต่ละครั้งไม่สามารถที่จะทราบค่าได้ว่ารากสมการนั้นมีค่าเท่าใด และอยู่ตำแหน่งใดของระนาบเอส

ดังนั้นในการทำหาค่าลทอนอานาลอกคอมพิวเตอรืนี้เพียงเพื่อมุ่งพิจารณาพฤติกรรมการเคลื่อนที่ของรากสมการที่เกิดจากการปรับตัวลทอนสัญญาณอานาลอกคอมพิวเตอรืต่อการเปลี่ยนแปลงผลตอบสนองที่มีลักษณะต่าง ๆ

## 4.4 การทำสเกลขนาด

เพื่อที่จะสามารถสังเกตเห็นผลลัพธ์ที่ได้จาก อานาลอกคอมพิวเตอรืในช่วงที่หน่วยแสดงผลสามารถแสดงให้เห็นทั้งหมดได้นั้นจะเป็นต้องมีการสเกลขนาดของระบบหรือปัญหาให้เพิ่มขึ้นหรือลดลง ปัญหาหรือระบบทุกระบบจะให้ผลลัพธ์ที่ออกมาแตกต่างกันออกไป ดังนั้นเพื่อให้สามารถสังเกตเห็นผลลัพธ์ของปัญหาได้ทั้งหมด จึงกำหนดให้ทำการสเกลขนาดคือทำการเพิ่มหรือลดอัตราขยายผลลัพธ์ของปัญหาเป็นจำนวนเท่าของ 1 ที่ถือเป็นค่าสภาวะคงตัวของระบบ

การทำสเกลขนาดมีดังนี้

1. จัดสมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหาให้เป็นรูปของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน โดยการแปลงลาปลาซ
2. จัดทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบอันดับต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปมาตรฐานดังนี้
  - ระบบอันดับหนึ่ง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k * \frac{1}{\tau}}{s + \frac{1}{\tau}}$$

- ระบบอันดับสอง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k * W_n^2}{s^2 + 2\zeta W_n s + W_n^2}$$

3. ทำสเกลเวลาถ้า  $W_n$  มากกว่า 1 แล้วคูณด้วยตัวคูณของระบบแต่ละอันดับ โดยยังแสดงค่าของอัตราขยายเอาไว้

4. เขียนโคจรแอมพลิจูดของอนุกรมฟูริเยร์โดยตัวลทอนสัญญาณอินพุทไม่ได้คูณด้วยค่า  $k$  หมายความว่า  $k$  เท่ากับ 1

5. ค่าผลลัพธ์ที่ได้จากอนุกรมฟูริเยร์ จะเข้าสู่ภาวะคงตัวเท่ากับหนึ่ง ดังนั้นค่าของผลลัพธ์ ณ.ตำแหน่งเวลาต่าง ๆ เมื่อได้ออกมาแล้วจึงทำการคูณด้วยค่า  $k$  ที่เป็นอัตราขยายหรือลทอนก็จะได้ค่าผลลัพธ์ที่แท้จริงของสัญญาณ ณ.เวลาที่ต้องการได้

ตัวอย่างการทำสเกลขนาด

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2}{s^2 + 0.4s + 1}$$

จัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

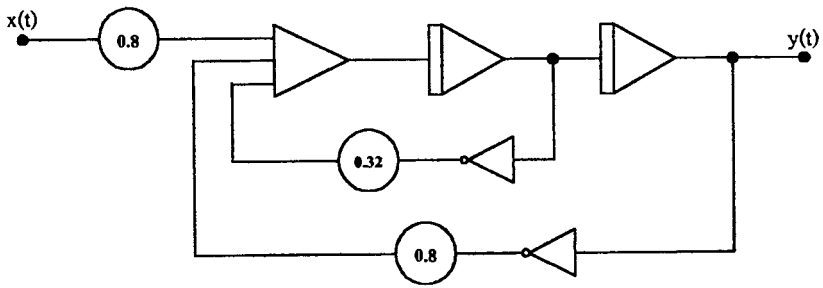
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2 * 1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

ระบบที่มีอัตราขยายเท่ากับ 2 และ  $W_n = 1$  จึงไม่ต้องสเกลเวลาใหม่สเกลถึงแฟคเตอร์จึงเท่ากับ 0.001 จากนั้นทำการใช้ตัวคูณของระบบจะได้

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2 * 0.8}{s^2 + 0.32s + 0.8}$$

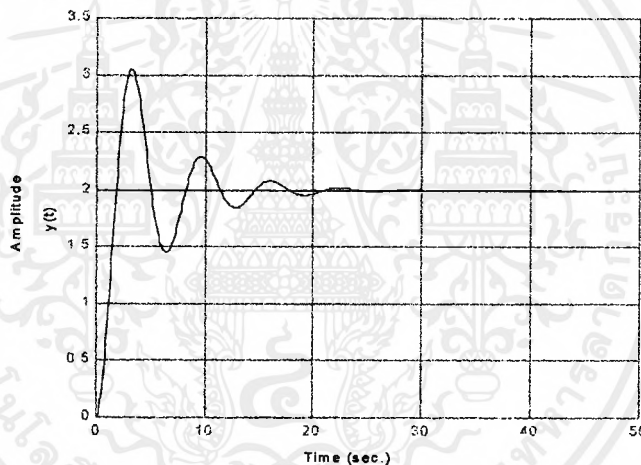
เขียนโคจรแอมพลิจูดของอนุกรมฟูริเยร์โดยไม่ใช่ค่าของอัตราขยายได้ดังรูปที่ 4.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 แสดงไดอะแกรมของระบบ โดยไม่ใช้ค่าอัตราขยาย

ผลตอบสนองที่ได้เป็นดังรูปที่ 4.13



รูป 4.13 รูปของระบบ  $\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.8}{s^2 + 0.32s + 0.8}$  ที่ได้จากโปรแกรม MATLAB

ที่  $t = 3.206$

$$\tau = \alpha t = 0.001 * 3.206 = 0.003206 \text{ sec}$$

ค่าผลลัพธ์จากตำแหน่งเวลาของอนาล็อกเท่ากับ 1.5

ค่าของผลลัพธ์จริงจะมีค่าเท่ากับ  $1.5 * 2 = 3$

ที่  $t = 5$

$$\tau = \alpha t = 0.001 * 5 = 0.005 \text{ sec}$$

ค่าผลลัพธ์จากตำแหน่งเวลาของอนาล็อกเท่ากับ 1.105

ค่าของผลลัพธ์จริงจะมีค่าเท่ากับ  $1.105 * 2 = 2.21$  ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

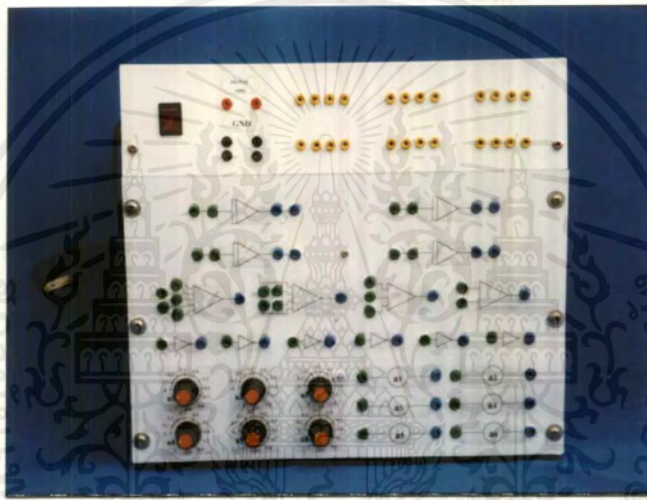
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### ชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์

#### 5.1 ลักษณะชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์

ชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์ที่สร้างขึ้นมีลักษณะตามรูปที่ 5.1 และ 5.2



รูปที่ 5.1 แสดงด้านหน้าของชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์



รูปที่ 5.2 แสดงด้านข้างของชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์ ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้

1. วงจรอินทิเกรเตอร์ 4 ชุด

2. วงจรรวมสัญญาณ

- 5 อินพุต 1 ชุด

- 4 อินพุต 1 ชุด

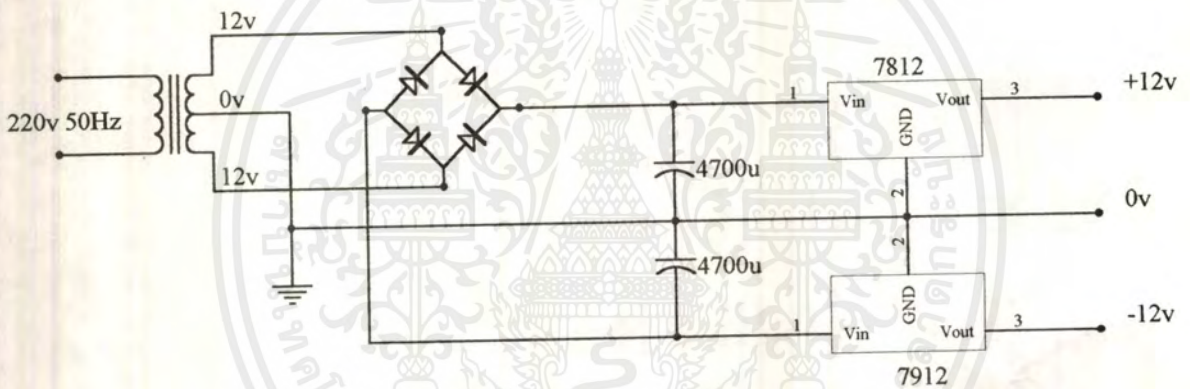
- 3 อินพุต 1 ชุด

- 2 อินพุต 1 ชุด

3. วงจรกลับเฟสสัญญาณ 6 ชุด

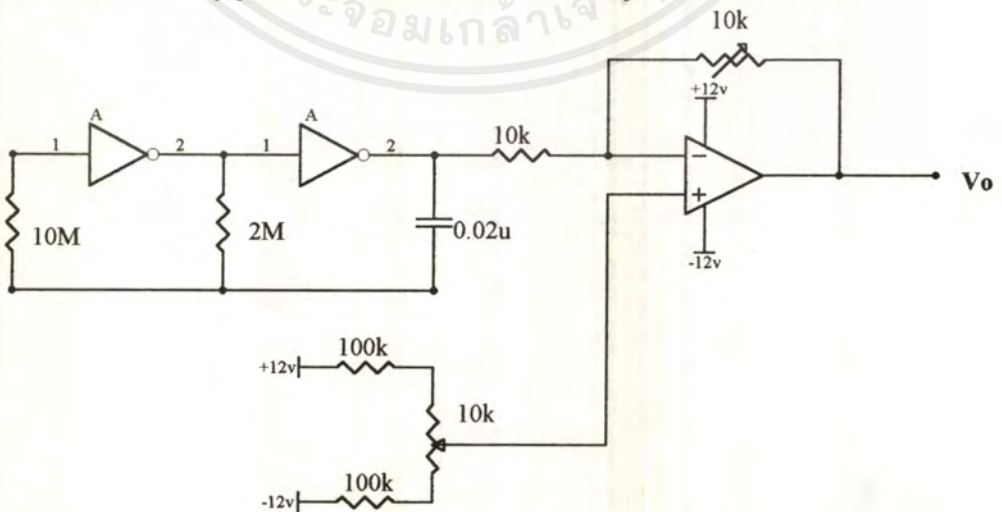
4. วงจรลดทอนสัญญาณ 6 ชุด

5. วงจรแปลงสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับเป็นกระแสตรงขนาด  $\pm 12$  โวลต์ ดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 แสดงวงจรแปลงสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับเป็นกระแสตรง

6. วงจรกำเนิดสัญญาณสี่เหลี่ยม ความถี่ 11.36 Hz ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 แสดงวงจรกำเนิดสัญญาณสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. จุดเชื่อมสัญญาณ 6 จุด
8. จุดกราวด์ 1 จุด

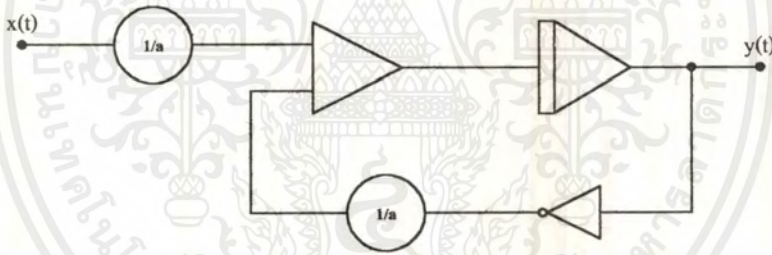
## 5.2 การใช้งานชุดทดลองอนุกรมคอมพิวเตอร์

การใช้งานอนุกรมคอมพิวเตอร์สิ่งที่จะต้องทำอันดับแรกคือ การจัดรูปสมการทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับการใช้งานอนุกรมคอมพิวเตอร์ดังนี้

1. จัดสมการทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ โดยให้ตัวแปรที่มีอันดับสูงสุดอยู่ทางด้านซ้ายมือและค่าสัมประสิทธิ์ข้างหน้าเป็น 1 ซึ่งไดอะแกรมของระบบอันดับต่าง ๆ มีดังนี้

- ระบบอันดับหนึ่ง

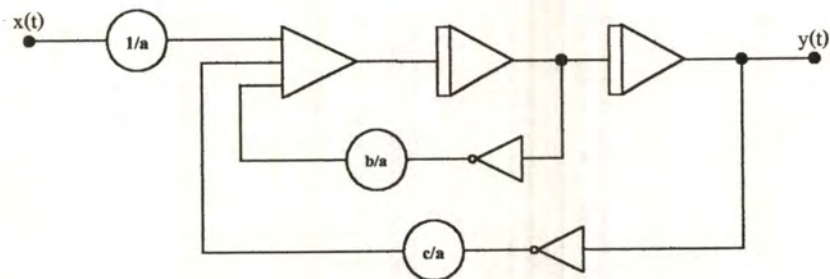
$$\frac{dy(t)}{dt} = -\frac{1}{a}y(t) + \frac{1}{a}x(t)$$



รูป 5.5 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับหนึ่ง

- ระบบอันดับสอง

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = -\frac{b}{a}\frac{dy(t)}{dt} - \frac{c}{a}y(t) + \frac{1}{a}x(t)$$

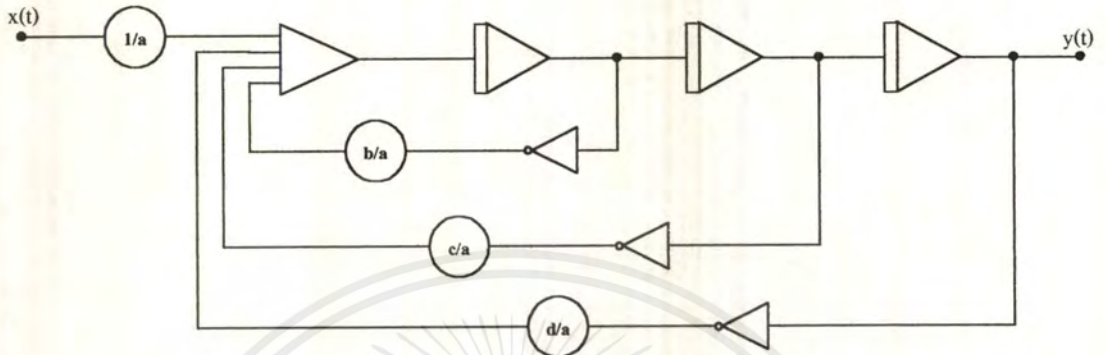


รูปที่ 5.6 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ระบบอันดับสาม

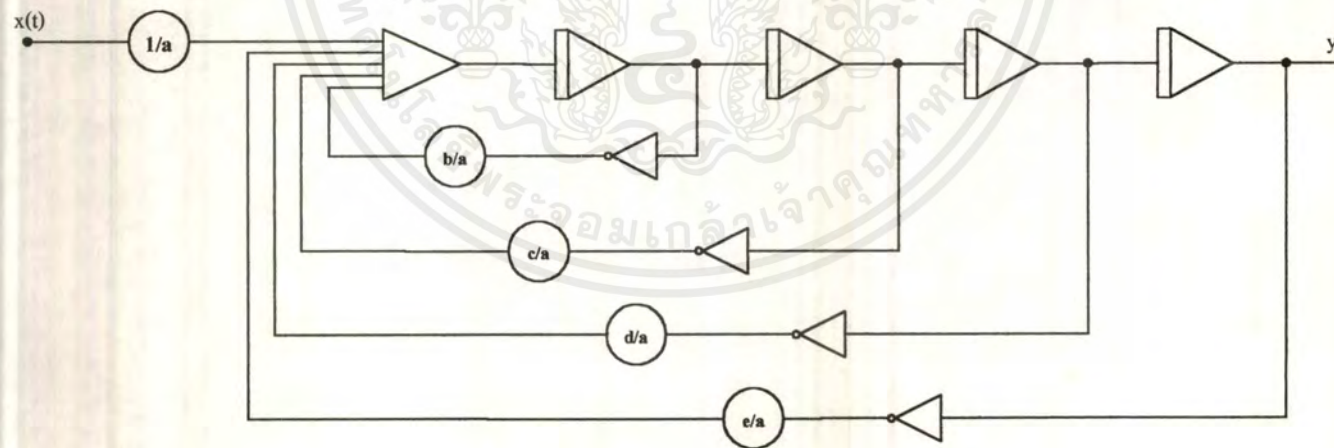
$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} = -\frac{b}{a} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{c}{a} \frac{dy(t)}{dt} - \frac{d}{a} y(t) + \frac{1}{a} x(t)$$



รูป 5.7 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับสาม

- ระบบอันดับสี่

$$\frac{d^4 y(t)}{dt^4} = -\frac{b}{a} \frac{d^3 y(t)}{dt^3} - \frac{c}{a} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} - \frac{d}{a} \frac{dy(t)}{dt} - \frac{e}{a} y(t) + \frac{1}{a} x(t)$$



รูป 5.8 แสดงไดอะแกรมของระบบอันดับสี่

หลังจากทำการจัดรูปสมการเรียบร้อยแล้วถ้าค่า  $\tau$  ของสมการมีค่ามากกว่าหนึ่ง หรือน้อยกว่าหนึ่ง ต้องทำการสเกลเวลา เพื่อให้อนาล็อกคอมพิวเตอร์สามารถแสดงผลฟังก์ชันของสมการออกมาได้ แล้วใส่ตัวคูณของระบบ เมื่อสมการที่นำมาพิจารณาเป็นของระบบอันดับหนึ่งและอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.3 ตัวอย่างการใช้งานชุดทดลองอนุกรมคอมพิวเตอร์

ตัวอย่างที่ 5.1

$$\frac{dy(t)}{dt} + \sqrt{2}y(t) = \sqrt{2}x(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$$

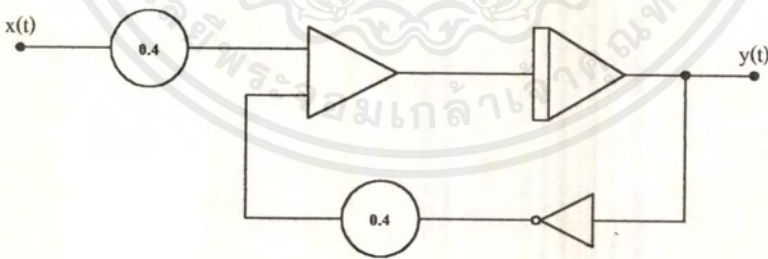
จากสมการที่ 3.5 ดังนั้นสมการนี้มี  $\tau = 0.707$  และมี  $K = 1$

ใส่ตัวคูณที่มีค่าเท่ากับ  $(0.2/\tau) = (0.2/0.707) = 0.2828$  ทางด้านขวามือของสมการเพื่อทำการสเกลเวลา จะได้

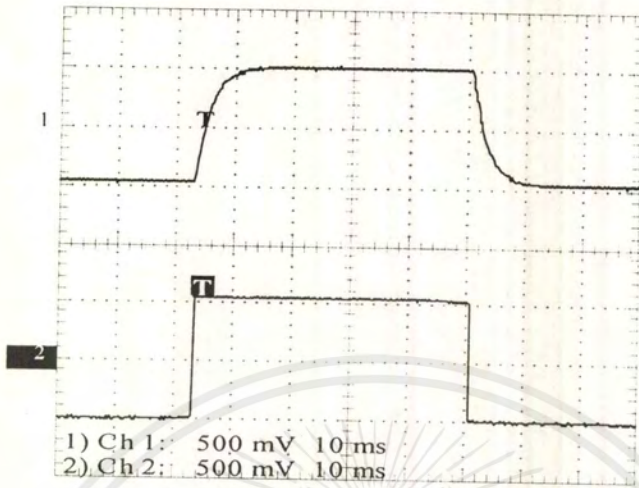
$$\frac{dy(t)}{dt} = -(\sqrt{2} * 0.2828)y(t) + (\sqrt{2} * 0.2828)x(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -0.4y(t) + 0.4x(t)$$

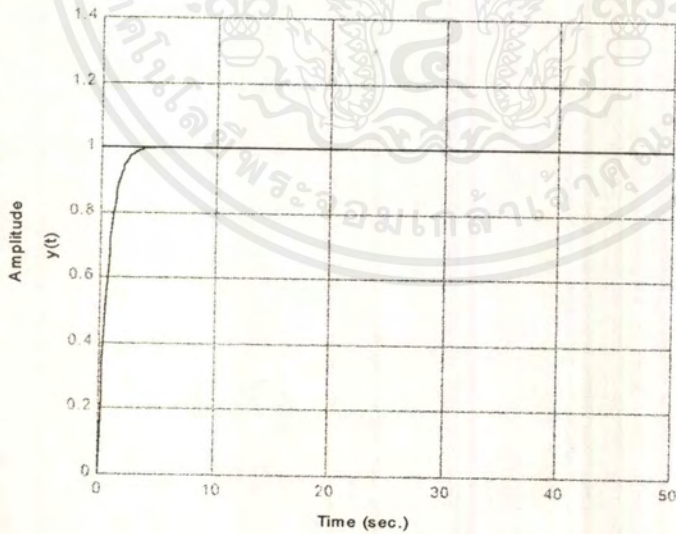
จะได้ไคอะแกรมดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 แสดงไคอะแกรมของสมการ  $\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$



รูปที่ 5.10 แสดงผลลัพธ์ของสมการ  $\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$  ที่ได้จากอนุกรมคอมพิวเตอร์



รูป 5.11 แสดงผลลัพธ์ของสมการ  $\frac{dy(t)}{dt} = -\sqrt{2}y(t) + \sqrt{2}x(t)$  จากการใช้โปรแกรม MATLAB

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 5.2

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 25y(t) = 25x(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -6 \frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$$

จากสมการที่ 3.7 ระบบนี้จึงมี  $k=1$  และมี  $\tau = \frac{1}{W_n} = \frac{1}{5}$  เห็นว่าค่าของ  $\tau$  น้อยกว่า 1 จึงทำการสเกลเวลาโดยขยายสเกล 5 เท่า

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -\frac{6}{5} \frac{dy(t)}{dt} - \frac{25}{5^2} y(t) + \frac{25}{5^2} x(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -1.2 \frac{dy(t)}{dt} - y(t) + x(t)$$

สมการที่ถูกสเกลเวลาจะมีค่า  $\tau = \frac{1}{W_n} = 1$  แล้วค่าใหม่สเกลถึงแฟคเตอร์ตัวใหม่จะมีค่าเท่ากับ  $0.001 * 1 = 0.001$

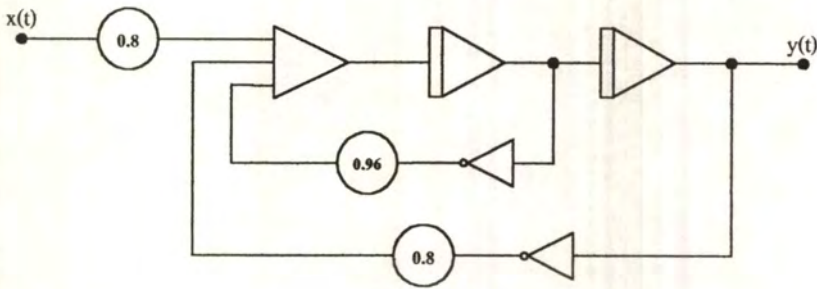
เมื่อทำการสเกลเวลาแล้ว ถ้าคืบต่อไปจึงทำการใส่ตัวคูณของระบบอันดับสองที่มีค่าเท่ากับ 0.8 เข้ากับทางด้านขวาของสมการ

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -(1.2 * 0.8) \frac{dy(t)}{dt} - (1 * 0.8)y(t) + (1 * 0.8)x(t)$$

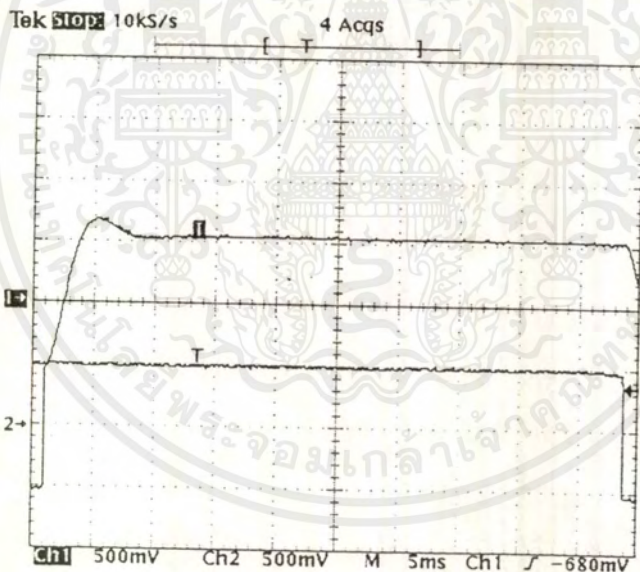
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -0.96 \frac{dy(t)}{dt} - 0.8y(t) + 0.8x(t)$$

จะได้ไดอะแกรมดังรูปที่ 5.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



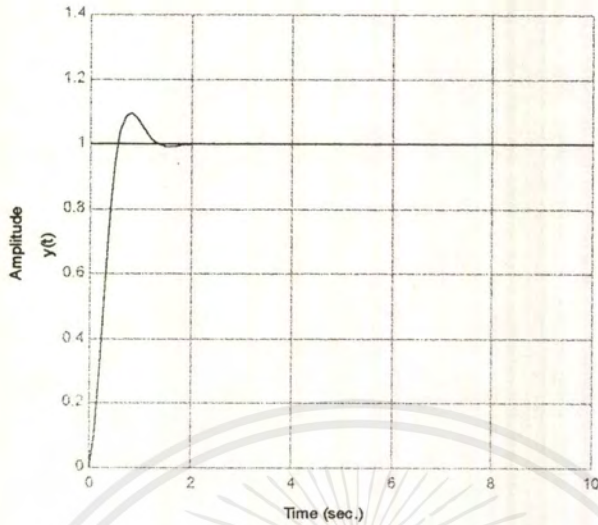
รูปที่ 5.12 แสดงไดอะแกรมของระบบ  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -6 \frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$



รูปที่ 5.13 แสดงผลลัพธ์ของสมการ  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -6 \frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$  ที่ได้  
จากอนาลอกคอมพิวเตอร์

การทราบผล ณ เวลา  $t$  ใดใด นั้นจะใช้ความสัมพันธ์  $\tau = \alpha t$  เพื่อเปลี่ยนให้เป็นเวลาของ  
อนาลอกคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.14 แสดงผลลัพธ์ของสมการ  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -6 \frac{dy(t)}{dt} - 25y(t) + 25x(t)$  จากการใช้โปรแกรม MATLAB

โดยจะสามารถหาค่าผลลัพธ์ของสมการที่เวลา  $t$  ต่าง ๆ ได้ดังนี้

ที่  $t = 1$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.001 * 1 = 0.001$ ,  $y(t) = 0.24$  โวลต์

ที่  $t = 2$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.001 * 2 = 0.002$ ,  $y(t) = 0.72$  โวลต์

ที่  $t = 5$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.001 * 5 = 0.005$ ,  $y(t) = 1.18$  โวลต์

ที่  $t = 10$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.001 * 10 = 0.01$ ,  $y(t) = 1.04$  โวลต์

ที่  $t = 15$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.001 * 15 = 0.015$ ,  $y(t) = 1.04$  โวลต์

ตัวอย่างที่ 5.3

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 0.12 \frac{dy(t)}{dt} + 0.04y(t) = 0.08x(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -0.12 \frac{dy(t)}{dt} - 0.04y(t) + (2 * 0.04)x(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 3.7 ระบบนี้จึงมี  $k=2$  และมี  $\tau = \frac{1}{W_n} = \frac{1}{0.2}$  เห็นว่าค่าของ  $\tau$  มากกว่า 1 จึง

ทำการลดสเกลเวลา ลง 2.5 เท่า และต้องลดสเกลขนาดลงเท่ากับ 2

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -(0.12 * 2.5) \frac{dy(t)}{dt} - (0.04 * (2.5)^2) y(t) + (0.04 * (2.5)^2) x(t)$$

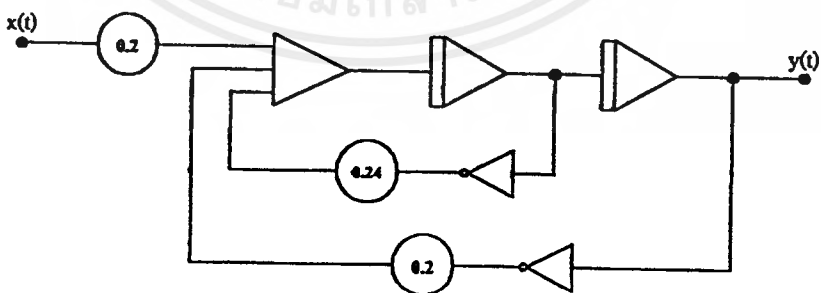
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -0.3 \frac{dy(t)}{dt} - 0.25 y(t) + 0.25 x(t)$$

สมการที่ถูกสเกลเวลาจะมีค่า  $\tau$  เท่ากับ  $\frac{1}{0.5}$  แล้วค่าไทม์สเกลถึงแพ็คเกจอร์ตัวใหม่จะมีค่าเท่ากับ  $0.001 * \sqrt{0.25} = 0.0005$  เมื่อทำการสเกลเวลาแล้ว ถ้าดับต่อไปจึงทำการใส่ตัวคูณของระบบอันดับสองที่มีค่าเท่ากับ 0.8 เข้ากับทางด้านขวาของสมการ

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -(0.3 * 0.8) \frac{dy(t)}{dt} - (0.25 * 0.8) y(t) + (0.25 * 0.8) x(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -0.24 \frac{dy(t)}{dt} - 0.2 y(t) + 0.2 x(t)$$

จะได้ไดอะแกรมดังรูปที่ 5.15



รูปที่ 5.15 แสดงไดอะแกรมของระบบ  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -0.12 \frac{dy(t)}{dt} - 0.04 y(t) + 0.04 x(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยจะสามารถหาค่าผลลัพธ์ของสมการที่เวลา  $t$  ต่าง ๆ ได้ดังนี้

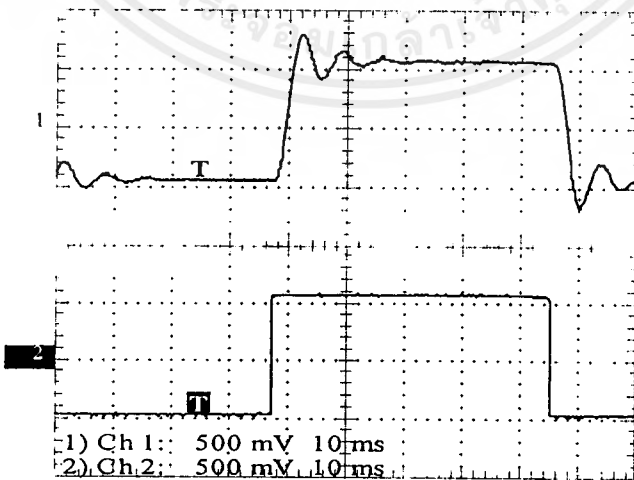
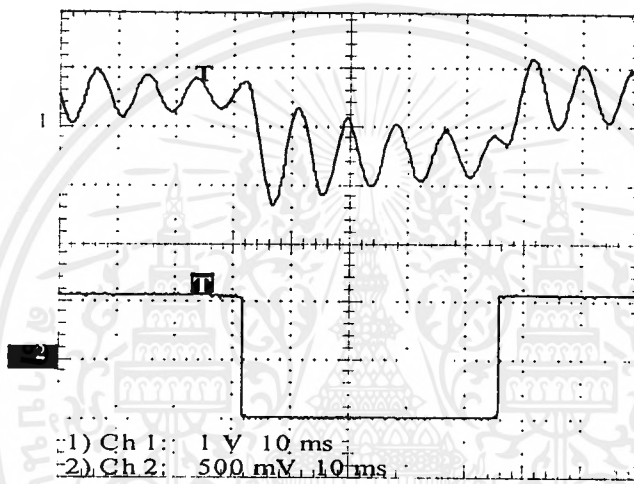
ที่  $t = 20$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.0005 \cdot 20 = 0.01$  ,  $y(t) = 2 \cdot 1.175 = 2.35$  โวลต์

ที่  $t = 35$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.0005 \cdot 35 = 0.0175$  ,  $y(t) = 2 \cdot 0.956 = 1.912$  โวลต์

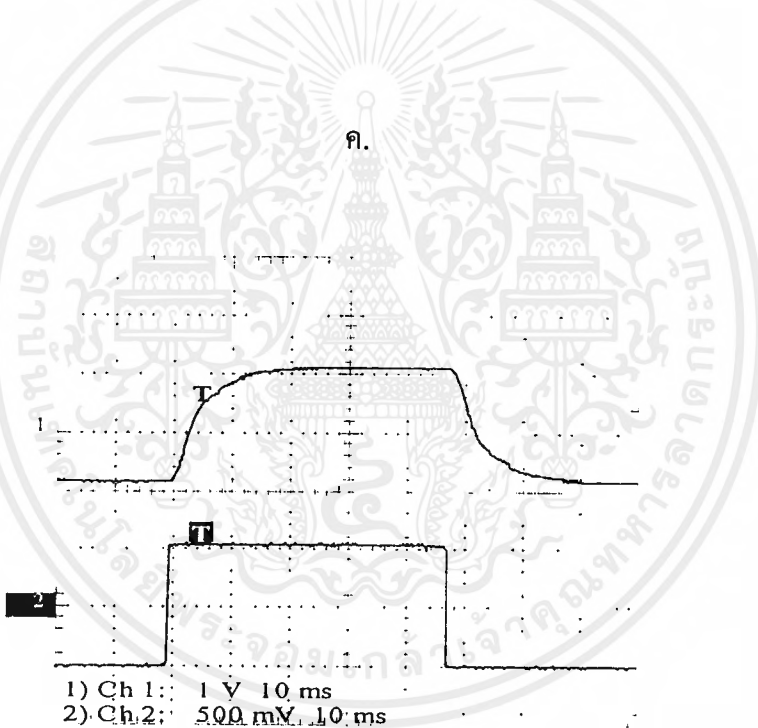
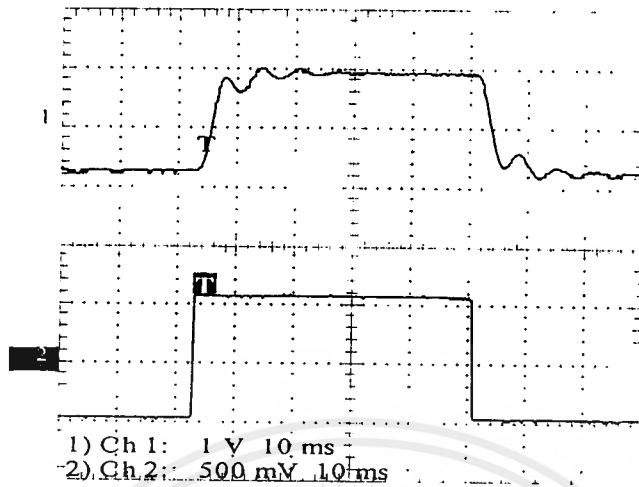
ที่  $t = 50$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.0005 \cdot 50 = 0.025$  ,  $y(t) = 2 \cdot 1 = 2$  โวลต์

ที่  $t = 90$  วินาที  $\tau = \alpha t = 0.0005 \cdot 90 = 0.045$  ,  $y(t) = 2 \cdot 1 = 2$  โวลต์

ตัวอย่างที่ 5.4 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสาม และอันดับสี่



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ง.

รูปที่ 5.18 แสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามที่ได้จากอนุกรมคอนพิวเตอร์

จากรูปที่ 5.18 แสดงผลตอบสนองของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสามที่ได้จากอนุกรมคอนพิวเตอร์โดยการปรับตัวลดทอนสัญญาณ ณ. ตำแหน่งต่าง ๆ ตามไคอะแกรมของอนุกรมคอนพิวเตอร์ แล้วนำค่าที่ได้จากการปรับตัวลดทอนมาเขียนเป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเพื่อพิจารณาค่าแห่งรากของสมการที่มีผลต่อการแสดงผลตอบสนองดังตารางที่ 5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน จากตัวลคทอน	ตำแหน่งของรากสมการ บนระนาบเอส
รูปที่ 5.18 ก	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.46}{s^3 + 0.925s^2 + 0.58s + 0.47}$	-0.876 , -0.0247±0.7322j
รูปที่ 5.18 ข	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.46}{s^3 + 0.928s^2 + s + 0.47}$	-0.5675 , -0.1720±0.878j
รูปที่ 5.18 ค	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.46}{s^3 + 0.54s^2 + s + 0.47}$	-0.3432 , -0.0984±0.960j
รูปที่ 5.18 ง	$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{0.46}{s^3 + 0.95s^2 + s + 0.17}$	-0.200 , -0.3250±0.8422j

ตารางที่ 5.1 แสดงทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน และรากของสมการคุณลักษณะที่ได้จากการปรับตัวลคทอนของอานาลอกคอมพิวเตอร

จากตารางที่ 5.1 ค่ารากสมการที่ได้จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของการปรับตัวลคทอนสัญญาณนั้น สามารถนำมาพิจารณาความสัมพันธ์ของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นได้เหมือนกับการทราบค่ารากสมการจริง พิจารณาได้นี้

- เมื่อรากสมการจริงลบบอยู่ทางซ้ายมือของรากคอมเพลกซ์คอนจูเกต ถ้าหากว่ารากจำนวนจริงอยู่ห่างจากจุดกำเนิดมากกว่ารากที่เป็นคอมเพลกซ์คอนจูเกต และเมื่อรากจำนวนจริงลบบนี้เคลื่อนไปตามแกนจริงลบบเข้าไปหารากคอมเพลกซ์คอนจูเกตทำให้ผลของการเคลื่อนรากจริงลบบมีผลต่อผลตอบสนองรวมของระบบมากขึ้น คือผลตอบสนองจะเล็กลงหรือมีค่าเวลาคงตัวมากขึ้น ดังรูปที่ 5.18 ก , 5.18 ข , 5.18 ค

- เมื่อรากจำนวนจริงลบบอยู่ทางด้านขวาของรากคอมเพลกซ์คอนจูเกต และอยู่ใกล้จุดกำเนิดมากกว่าจะทำให้ รากสมการตัวนี้กลายเป็นรากสมการที่มีผลต่อผลตอบสนองโดยรวมของระบบมากกว่ารากที่เป็นคอมเพลกซ์คอนจูเกตซึ่งผลที่ได้จะมีลักษณะคล้ายผลตอบสนองจากระบบอันดับหนึ่งดังรูปที่ 5.18 ง

ส่วนผลตอบสนองของระบบคันดับสี่ที่ได้จะมีลักษณะคล้ายกับของระบบอันดับสามและมีหลักการในการพิจารณาการตอบสนองของระบบเช่นเดียวกับระบบอันดับสาม

## บทที่ 6

### สรุปและวิจารณ์

#### สรุป

จากการทดสอบวงจรทั้งหมดที่ใช้ในชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์ปรากฏว่าวงจรทั้งหมดทำงานได้ตามต้องการ และเมื่อนำวงจรทั้งหมดบรรจุกล่องเป็นชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์แล้วทำการต่อวงจรต่าง ๆ ให้มีสมการทางคณิตศาสตร์เหมือนกับปัญหาที่นำมาหาคำตอบ ปรากฏว่าชุดทดลองสามารถแก้สมการเชิงอนุพันธ์ได้แต่ผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่ดีเท่าที่ควร

#### ปัญหาที่พบ

จากโครงการที่ทำมานั้นได้พบปัญหาอยู่หลายส่วน ซึ่งสามารถพิจารณาและวิเคราะห์ถึงปัญหาได้ว่าเกิดมาจากสาเหตุดังต่อไปนี้

1. ปัญหาผลลัพธ์ที่ได้จากชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์คลาดเคลื่อนจากทฤษฎี ซึ่งเกิดจากอุปกรณ์วัดและแสดงผลที่ไม่สามารถแสดงผลได้ละเอียดพอ
2. ปัญหาในการเลือกค่าไทม์สเตปและตัวคูณของระบบ เนื่องจากต้องมีการทำการทดลองเปรียบเทียบค่าจากตัวอย่างที่นำมาใช้เป็นจำนวนมาก และผลที่ได้ออกมามีค่าใกล้เคียงกันอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่ง ดังนั้นค่าที่นำมาใช้อาจจะไม่ถูกต้อง 100% จึงมีผลต่อการใช้งานของชุดทดลองอนาล็อกคอมพิวเตอร์

#### แนวทางการแก้ไข

สามารถวางแนวทางในการแก้ไขโดยคร่าว ๆ คือ

1. การแก้ปัญหาจากความผิดพลาดจากการวัดนั้นจะต้องเลือกใช้อุปกรณ์วัดและแสดงผลที่สามารถวัดค่าได้ละเอียด เช่น ออสซิลโลสโคปแบบดิจิทัลที่สามารถวัดค่าได้ละเอียด และยังสามารถเก็บผลจากการวัดได้ด้วย
2. การแก้ไขในด้านอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่นำมาใช้ได้ด้วยการใช้อุปกรณ์ที่มีค่าความผิดพลาดน้อย

#### วิจารณ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการทำโครงการได้พบปัญหาที่ต้องหาวิธีการแก้ไขให้ได้ เพื่อให้งานที่รับผิดชอบสำเร็จ ซึ่งในบางครั้งปัญหาที่พบเป็นปัญหาที่ไม่คาดคิดว่าจะเกิดขึ้นจึงต้องทำการวิเคราะห์ถึงสาเหตุและทำการแก้ไข ซึ่งทำให้เข้าใจถึงการทำงานของชุดทดลองออนไลน์คอมพิวเตอร์ โดยคาดว่าจะสามารถนำโครงการนี้ไปพัฒนาและปรับปรุงให้ดียิ่งขึ้นไปและสามารถนำไปใช้งานได้เหมาะสม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม

มงคล ทองสงคราม, อิเล็กทรอนิกส์ 2, ห้างหุ้นส่วนจำกัด วิ.เจ. พรินติ้ง, กรุงเทพฯ, 2536

สุเชียร เกียรติสุนทร, พื้นฐานวิศวกรรมระบบควบคุมในกระบวนการอุตสาหกรรม, ส่วน  
ตำราสนับสนุนเทคนิคอุตสาหกรรม สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย - ญี่ปุ่น), กรุงเทพฯ, 2540

D. E. HYNDMAN, Analog and Hybrid Computer, Biddles Ltd., Guildford, 1977

Friedrich Frohr and Fritz Ottenburger, Introduction to Electronic Control  
Engineering, original ed, Siemen Aktiengesellschaft Heyden & Son Ltd., North Ireland,  
1981

Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering 2<sup>nd</sup> ed., Prentice-Hall International  
Editions, New Jersey, 1990

M.L. James , G.M. Smith, J.C. Wolford, Analog-Computer Simulation Engineering  
System, 2<sup>nd</sup> ed, The Hadden Craftsmen, Inc, Pennsylvania, 1967

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้สามารถสำเร็จส่งออกไปได้ด้วยดี ทั้งนี้เนื่องจากความอนุเคราะห์จากบุคคลต่าง ๆ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง รศ. ดร. วันชัย รั้วรุจา อาจารย์ที่ปรึกษาที่ได้ให้คำแนะนำ และคำปรึกษาจนทำให้โครงการนี้สำเร็จส่งออกไปได้ด้วยดี และที่จะลืมเสียมิได้คือ เพื่อน ๆ ที่ได้คอยให้กำลังใจและความช่วยเหลือเป็นอย่างดี ทางคณะผู้จัดทำจึงขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย



.....

(นายกิตติพงศ์ อินวอ)



.....

(นางสาวนรินทร เสรีพิทักษ์)



.....

(นางสาวอังคมาลี เถลิงศรี)

