

การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้น
Controller Parameters Adjustment by Phase and Gain Margins



โดย
นายกนก หวลกำเนิด
นางสาวสุชนิษฐา พุ่มแดง

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 33927
วัน, เดือน, ปี 20 ก.ย. 2542

ปฏิญญาพันธบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2541

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้น

Controller Parameters Adjustment by Phase and Gain Margins

โดย

นายกนก หวลกำเนิด

นางสาวสุกษิณฐา พุ่มแดง

อาจารย์ที่ปรึกษา

รองศาสตราจารย์ ดร. จงกล งามวิวิทย์

อาจารย์สุมิตร พนาอุดมทรัพย์

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2541

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์ปีการศึกษา 2541


ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

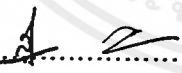
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากค่าเฟสแมจิ้นและเกนแมจิ้น
Controller Parameters Adjustment by Phase and Gain Margins

ผู้จัดทำ นายกนก หวลก่านนิค 38014002

นางสาวสุชนิษฐา พุ่มแดง 38014569


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. จงกล งามวิวิทย์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(อาจารย์สุมิตร พนาอุดมทรัพย์)

การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้น

Controller Parameters Adjustment by Phase and Gain Margins

โดย

นายกนก หวลกำเนิด 38014002

นางสาวศุขนิษฐา พุ่มแดง 38014569

อาจารย์ที่ปรึกษา

รองศาสตราจารย์ ดร. จงกล งามวิวิทย์

อาจารย์สุมิตร พนาอุดมทรัพย์

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์เรื่องการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไคร่การตอบสนองเมื่อถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดี โดยทำการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบนี้ด้วยวิธีของ Ziegler และ Nichols นอกจากนี้ยังได้ศึกษาการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดให้กับกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไคร่การตอบสนองโดยสร้างกราฟที่ใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดให้มีค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นตามที่ต้องการ

Abstract

In this thesis, the studying in parameters tuning of PI, PID and lead compensator for the first-order plus dead-time process is concerned. For PI and PID controllers, the parameters are adjusted based on Ziegler-Nichols tuning formulas to meet the desired phase and gain margins requirement. In the lead compensator design, the graphs which can be used the tune the parameters are generated to ensure that the control system achieves the desired phase and gain margins.

กิตติกรรมประกาศ

อันดับแรกคณะผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่เป็นผู้ให้กำเนิด เลี้ยงดูอบรมสั่งสอน ให้การศึกษา ตลอดจนให้กำลังใจและเป็นที่ยึดเหนี่ยวในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

อนึ่ง ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี ก็เพราะได้รับความเมตตาจากรองศาสตราจารย์ ดร. จงกล งามวิวิทย์ และอาจารย์สุมิตร พนาอุดมทรัพย์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

ขอกราบขอบพระคุณ ดร. นนทวัฒน์ จุลเดชะ อาจารย์พรสุข เทศเจริญ อาจารย์วิพันธ์ ปรีชาพานิช ดร. วันชัย รั้วจุฬา รองศาสตราจารย์สุเธียร เกียรติสุนทร อาจารย์เกียรติศักดิ์ คมวัชระ อาจารย์เกียรติวรรณ ทรงศักดิ์ อาจารย์คงศักดิ์ อนันตศิริรัตน์ อาจารย์เทพจิตร เขยโกคา ดร.สุธี ผู้เจริญชัยชนะ อาจารย์สว่าง เลิศศิริสุนทร อาจารย์ถาวร เบญจนราษฎร์ และคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และเมตตากรุณาให้ความช่วยเหลือให้คำแนะนำและคำปรึกษาในการทำปริญญานิพนธ์แก่คณะผู้จัดทำ

ขอขอบคุณและขอใจเพื่อน ๆ ทุกคน ทั้งเพื่อน ๆ ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมและเพื่อน ๆ ในภาควิชาอื่น ๆ รวมทั้งน้อง ๆ ชมรมพุทธศาสน์และประเพณีที่ทำให้กำลังใจและให้ความช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ให้แก่คณะผู้จัดทำ

คณะผู้จัดทำ

นายกนก หวลกำเนิด

นางสาวสุชนิษฐา พุ่มแดง

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อ	I
กิตติกรรมประกาศ	II
สารบัญ	III
สารบัญรูปภาพ	V
สารบัญตาราง	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 นิยามและทฤษฎีพื้นฐาน	2
2.1 เฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้น	2
2.2 ตัวควบคุมแบบพีไอ	3
2.3 ตัวควบคุมแบบพีไอดี	4
2.4 ตัวชดเชยแบบลีด	5
2.4.1 ตัวชดเชยแบบลีดทาง electronic โดยใช้ Operational Amplifiers	7
2.4.2 ตัวชดเชยแบบลีดทางไฟฟ้า	9
2.4.3 ตัวชดเชยแบบลีดทางกล	10
2.5 กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนอง	11
2.6 การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดีโดยวิธีของ Ziegler-Nichols	12
บทที่ 3 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัว ควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols	13
3.1 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสแมร์จิ้น	13
3.2 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเกนแมร์จิ้น	20
3.3 การทดลองเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นกับอัตราส่วน L/τ	23
3.4 การทดลองศึกษาลักษณะผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit-step input	27
บทที่ 4 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัว ควบคุมแบบพีไอดีซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols	31

4.1 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสอาร์จิน	31
4.2 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเกนอาร์จิน	38
4.3 การทดลองตรวจสอบความถูกต้องของกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าเฟสอาร์จินและเกนอาร์จินกับอัตราส่วน L / τ	42
4.4 การทดลองศึกษาลักษณะผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit-step input	45
บทที่ 5 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสอาร์จินและเกนอาร์จินของกระบวนการ อันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	49
5.1 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของเฟสอาร์จิน	49
5.2 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของเกนอาร์จิน	56
บทที่ 6 สรุปผลการดำเนินงานและแนวทางการพัฒนา บรรณานุกรม	68
	69



สารบัญรูปรูป

รูป	หน้า
บทที่ 2 นิยามและทฤษฎีพื้นฐาน	
รูปที่ 2.1 Bode diagram แสดงค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นของระบบที่เสถียรและไม่เสถียร	3
รูปที่ 2.2 block diagram ของตัวควบคุมแบบพีไอ	3
รูปที่ 2.3 สัญญาณ actuating error signal $e(t)$ ที่เป็น unit-step function	4
รูปที่ 2.4 สัญญาณ output $u(t)$ ของตัวควบคุมแบบพีไอ	4
รูปที่ 2.5 block diagram ของตัวควบคุมแบบพีไอดี	4
รูปที่ 2.6 สัญญาณ actuating error signal $e(t)$ ที่เป็น ramp function	5
รูปที่ 2.7 สัญญาณ output $u(t)$ ของตัวควบคุมแบบพีไอดี	5
รูปที่ 2.8 polar plot ของตัวชดเชยแบบลีดเมื่อกำหนดให้ $K_c = 1$	6
รูปที่ 2.9 Bode diagram ของตัวชดเชยแบบลีดเมื่อกำหนดให้ $K_c = 1, \alpha = 0.1$	6
รูปที่ 2.10 ตัวชดเชยแบบลีดทาง electronic โดยใช้ Operational Amplifiers	7
รูปที่ 2.11 ตัวชดเชยแบบลีดที่ต้องวงจรกลับสัญญาณทางด้าน output	8
รูปที่ 2.12 ตัวชดเชยแบบลีดทางไฟฟ้า	9
รูปที่ 2.13 ตัวชดเชยแบบลีดทางกล	10
รูปที่ 2.14 ผลตอบสนองต่อสัญญาณ step input ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนอง	12
บทที่ 3 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols	
รูปที่ 3.1 ระบบควบคุมวงปิด	13
รูปที่ 3.2 กราฟเฟสมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols	19
รูปที่ 3.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเกนมาร์จิ้น A_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง $0 < L/\tau < 1$	23
รูปที่ 3.4 Bode diagram ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$	24

รูป	หน้า
รูปที่ 3.5 Bode diagram ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$	25
รูปที่ 3.6 Bode diagram ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 1$	26
รูปที่ 3.7 unt-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$	27
รูปที่ 3.8 unt-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$	28
รูปที่ 3.9 unt-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 1$	29
บทที่ 4 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดีซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols	31
รูปที่ 4.1 ระบบควบคุมวงปิด	31
รูปที่ 4.2 กราฟค่าเฟสมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี	37
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงค่าเกนมาร์จิ้นที่เปลี่ยนแปลงตามค่า dead time L	41
รูปที่ 4.4 Bode diagram ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$	42
รูปที่ 4.5 Bode diagram ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$	43
รูปที่ 4.6 Bode diagram ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 1$	44
รูปที่ 4.7 unt-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$	45
รูปที่ 4.8 unt-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$	46
รูปที่ 4.9 unt-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 1$	47
บทที่ 5 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	49
รูปที่ 5.1 ระบบควบคุมวงปิด	49
รูปที่ 5.2 การปรับค่า α และ K_c ของตัวชดเชยแบบลีดกรณีอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1	54

รูป	หน้า
รูปที่ 5.3 ชุดของกราฟแสดงค่าเฟสมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	55
รูปที่ 5.4 ชุดของกราฟแสดงค่าเฟสมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	55
รูปที่ 5.5 ชุดของกราฟแสดงค่าเฟสมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	56
รูปที่ 5.6 ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	60
รูปที่ 5.7 ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	61
รูปที่ 5.8 ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด	61
รูปที่ 5.9 Bode diagram ของ $G_c(j\omega) G_p(j\omega)$ เมื่อ $G_c(j\omega)$ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1, K_p = 1$ และ $G_p(j\omega)$ เป็นตัวชดเชยแบบลีดตามสมการที่ 5.40	63
รูปที่ 5.10 Bode diagram ของ $G_c(j\omega) G_p(j\omega)$ เมื่อ $G_c(j\omega)$ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5, K_p = 1$ และ $G_p(j\omega)$ เป็นตัวชดเชยแบบลีดตามสมการที่ 5.41	64
รูปที่ 5.11 Bode diagram ของ $G_c(j\omega) G_p(j\omega)$ เมื่อ $G_c(j\omega)$ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1, K_p = 1$ และ $G_p(j\omega)$ เป็นตัวชดเชยแบบลีดตามสมการที่ 5.42	66
รูปที่ 5.12 unit-step response ของระบบควบคุมกรณีที่มีอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1	67

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
ตารางการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดี	12
โดยวิธีของ Ziegler-Nichols	



บทที่ 1

บทนำ

ปฏิญานิพนธ์เรื่อง “ การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจากค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้น ” ฉบับนี้ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2541

เนื้อหาของปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้มี 6 บทคือ

บทที่ 1 บทนำ : อธิบายจุดประสงค์และเนื้อหาของปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้

บทที่ 2 นิยามและทฤษฎีพื้นฐาน : ประกอบด้วย นิยามของเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้น,คุณลักษณะของตัวควบคุมแบบพีไอ พีไอดี, ตัวชดเชยแบบลีด, กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนอง, การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดี โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

บทที่ 3 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

บทที่ 4 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

บทที่ 5 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีดและการสร้างกราฟที่ใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดเพื่อชดเชยให้กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองมีค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นตามที่ต้องการ

บทที่ 6 สรุปผลการดำเนินงานและแนวทางการพัฒนา : สรุปผลที่ได้จากการดำเนินงานที่ผ่านมาและแนวทางที่จะสามารถพัฒนาต่อไปได้ในอนาคต

บทที่ 2

นิยามและทฤษฎีพื้นฐาน

2.1 เฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้น

2.1.1 เฟสแมร์จิ้นคือปริมาณ phase lag ที่ถูกเพิ่มให้กับระบบที่ความถี่ gain crossover frequency และทำให้ระบบอยู่ในสถานะเสถียรวิกฤต

ความถี่ gain crossover frequency คือความถี่ที่ค่า magnitude ของ open-loop transfer function $G(j\omega)$ มีค่าเท่ากับ 1 ถ้ากำหนดสัญลักษณ์ของเฟสแมร์จิ้นเป็น ϕ_m ค่าเฟสแมร์จิ้นสามารถหาได้จากสมการที่ 2.1

$$\phi_m = 180^\circ + \phi \quad 2.1$$

เมื่อ ϕ คือค่ามุม phase ของ open-loop transfer function $G(j\omega)$ ที่ความถี่ gain crossover frequency ระบบที่เสถียรเฟสแมร์จิ้นจะมีค่าเป็นบวก ระบบที่ไม่เสถียรเฟสแมร์จิ้นจะมีค่าเป็นลบ

2.1.2 เกนแมร์จิ้น คือส่วนกลับของค่า magnitude ของ open-loop transfer function $G(j\omega)$ ที่ความถี่ phase crossover frequency

ความถี่ phase crossover frequency คือความถี่ที่ค่ามุม phase ของ open-loop transfer function $G(j\omega)$ มีค่าเท่ากับ -180° ถ้ากำหนดสัญลักษณ์ของเกนแมร์จิ้นเป็น A_m และกำหนดสัญลักษณ์ของความถี่ phase crossover frequency เป็น ω_p แล้ว ค่าเกนแมร์จิ้นสามารถหาได้จากสมการที่ 2.2

$$A_m = \frac{1}{|G(j\omega_p)|} \quad 2.2$$

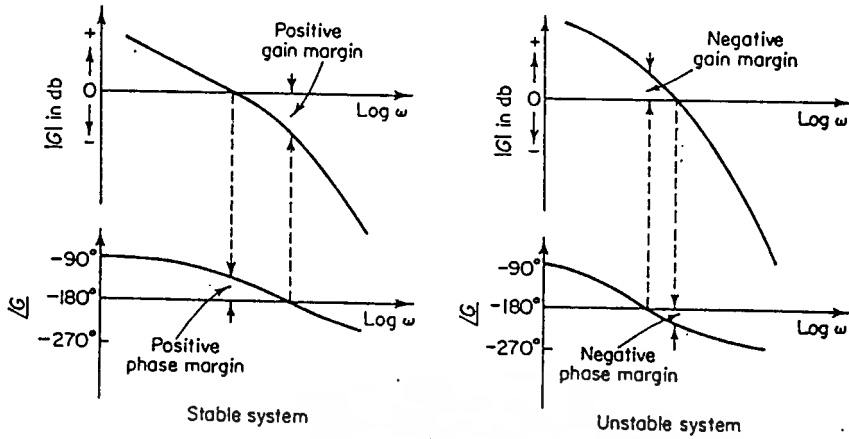
ค่าเกนแมร์จิ้นในหน่วย decibel สามารถหาได้จากสมการที่ 2.3

$$A_m \text{ db} = 20 \log A_m = -20 \log |G(j\omega_p)| \quad 2.3$$

เกนแมร์จิ้นในหน่วย decibel จะมีค่าเป็นบวกเมื่อ A_m มีค่ามากกว่า 1 และมีค่าเป็นลบเมื่อ A_m มีค่าน้อยกว่า 1 ค่าเกนแมร์จิ้นในหน่วย decibel ที่เป็นบวกแสดงว่าระบบเสถียร ส่วนค่าที่เป็นลบแสดงว่าระบบไม่เสถียร สำหรับระบบที่เสถียรค่าเกนแมร์จิ้นเป็นบวกบอกว่าจะสามารถเพิ่มค่าเกนให้กับระบบได้มากเท่าไรก่อนที่ระบบจะเริ่มไม่เสถียร สำหรับระบบที่ไม่เสถียรค่าเกนแมร์จิ้นเป็นบวกบอกว่าจะต้องทำการลดค่าเกนของระบบลงเท่าไรจึงจะทำให้ระบบกลับมาเสถียร

ค่าเฟสแมร์จิ้นที่ทำให้ระบบมีลักษณะการทำงานที่น่าพอใจ (satisfactory performance) อยู่ในช่วง 30° ถึง 60° และค่าเกนแมร์จิ้นควรมากกว่า 6 db หรือ 2

รูปที่ 2.1 แสดงค่าเฟสแมร์จิ้นและเกนแมร์จิ้นของระบบที่เสถียรและระบบที่ไม่เสถียร ใน Bode diagram



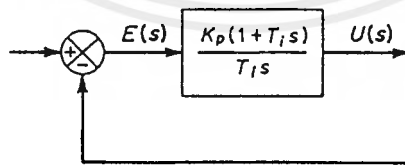
รูปที่ 2.1 Bode diagram แสดงค่าเฟสแมจิ้นและเกนแมจิ้นของระบบที่เสถียรและไม่เสถียร

2.2 ตัวควบคุมแบบพีไอ (PI controller)

transfer function ของตัวควบคุมแบบพีไอเป็นดังสมการที่ 2.4

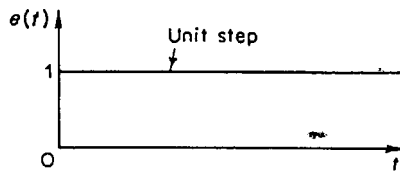
$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \tag{2.4}$$

ค่า K_p คือ proportional gain, T_i คือ integral time ซึ่งสามารถปรับค่าได้ทั้ง 2 ค่า ค่า integral time เป็นตัวกำหนด integral control action ส่วนการปรับค่า proportional gain จะมีผลต่อทั้ง proportional control action และ integral control action

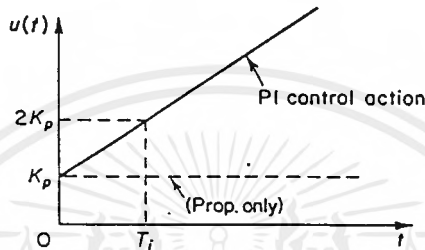


รูปที่ 2.2 block diagram ของตัวควบคุมแบบพีไอ

จากรูปที่ 2.2 ถ้าสัญญาณ actuating error signal $e(t)$ เป็น unit-step function แล้ว สัญญาณ output $u(t)$ ของตัวควบคุมแบบพีไอจะมีลักษณะดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.3 สัญญาณ actuating error signal $e(t)$ ที่เป็น unit-step function



รูปที่ 2.4 สัญญาณ output $u(t)$ ของตัวควบคุมแบบพีไอ

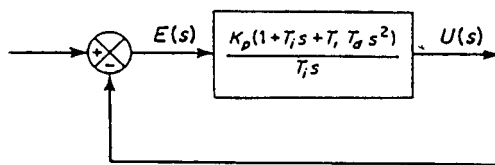
ตัวควบคุมแบบพีไอช่วยปรับปรุงผลตอบสนองในช่วง steady-state ของระบบให้ดีขึ้น โดยช่วยทำให้ steady-state error น้อยลง

2.3 ตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID controller)

transfer function ของตัวควบคุมแบบพีไอดีเป็นดังสมการที่ 2.5

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad 2.5$$

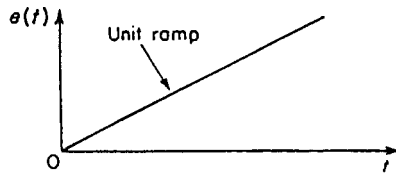
ค่า K_p คือ proportional gain, T_i คือ integral time, T_d คือ derivative time ซึ่งสามารถปรับค่าได้ทั้ง 3 ค่า



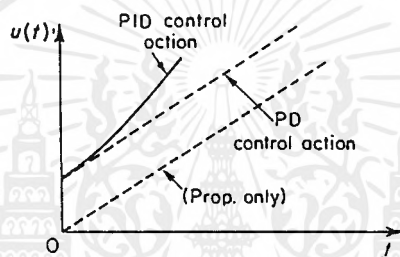
รูปที่ 2.5 block diagram ของตัวควบคุมแบบพีไอดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.5 ถ้าสัญญาณ actuating error signal $e(t)$ เป็น ramp function แล้ว สัญญาณ output $u(t)$ ของตัวควบคุมแบบพีไอดีจะมีลักษณะดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.6 สัญญาณ actuating error signal $e(t)$ ที่เป็น ramp function



รูปที่ 2.7 สัญญาณ output $u(t)$ ของตัวควบคุมแบบพีไอดี

2.4 ตัวชดเชยแบบลีด (Lead compensator)

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 2.6

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad (0 < \alpha < 1) \quad 2.6$$

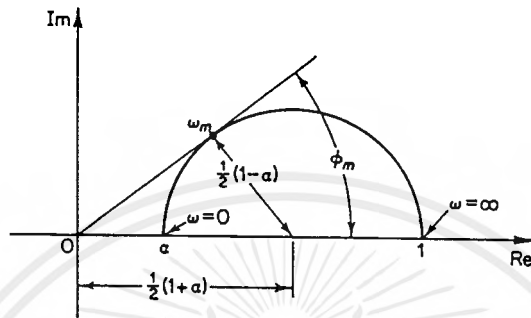
จากสมการที่ 2.6 จะเห็นว่าตัวชดเชยแบบลีดมีซีโรที่ $s = -1/T$ และมีโพลที่ $s = -1/\alpha T$ เนื่องจาก $0 < \alpha < 1$ ดังนั้นซีโรของตัวชดเชยแบบลีดจะมีตำแหน่งในระนาบเชิงซ้อนอยู่ทางขวาของโพลเสมอ ยิ่ง α มีค่าน้อยลง ตำแหน่งของโพลในระนาบเชิงซ้อนก็จะยิ่งอยู่ไกลไปทางซ้ายมากขึ้น โดยทั่วไปค่าต่ำสุดของ α มักถูกจำกัดให้มีค่าประมาณ 0.07 ดังนั้นค่ามุม phase lead สูงสุดที่ตัวชดเชยแบบลีดจะสามารถสร้างขึ้นได้จึงมีค่าประมาณ 60°

เมื่อแทนค่า $s = j\omega$ ลงในสมการที่ 2.6 จะได้สมการของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 2.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_c(j\omega) = K_c \alpha \frac{j\omega T + 1}{j\alpha\omega T + 1} \quad (0 < \alpha < 1) \quad 2.7$$

จากสมการที่ 2.7 ถ้ากำหนดให้ $K_c = 1$ จะสามารถวาด polar plot ของตัวชดเชยแบบลีดได้ ดังรูปที่ 2.8

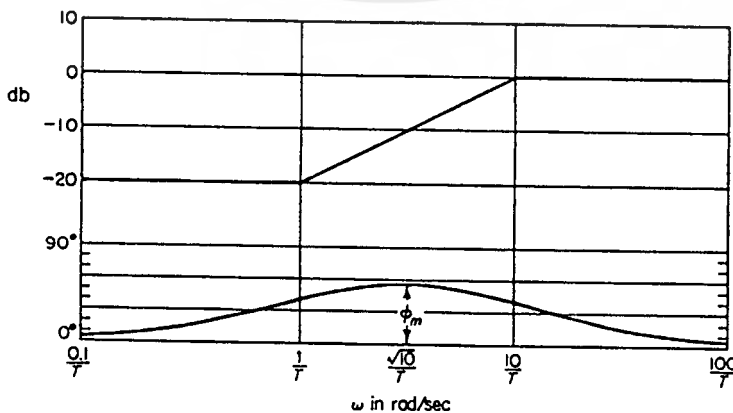


รูปที่ 2.8 polar plot ของตัวชดเชยแบบลีดเมื่อกำหนดให้ $K_c = 1$

จากรูปที่ 2.8 ค่ามุมระหว่างแกนจริงบวกและเส้นสัมผัสที่ลากจากจุดกำเนิดไปสัมผัสครึ่งวงกลมจะเป็นค่ามุม phase lead สูงสุด ϕ_{max} กำหนดให้ความถี่ที่จุดสัมผัสเป็น ω_m จากรูปที่ 2.8 ค่ามุม phase ที่ความถี่ $\omega = \omega_m$ คือ ϕ_{max} ความสัมพันธ์ระหว่างค่า ϕ_{max} กับค่า α เป็นดังสมการที่ 2.8

$$\sin \phi_{max} = \frac{\frac{1-\alpha}{2}}{\frac{1+\alpha}{2}} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad 2.8$$

จากสมการที่ 2.7 ถ้ากำหนดให้ $K_c = 1, \alpha = 0.1$ จะสามารถ plot Bode diagram ของตัวชดเชยแบบลีดได้ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 Bode diagram ของตัวชดเชยแบบลีดเมื่อกำหนดให้ $K_c = 1, \alpha = 0.1$

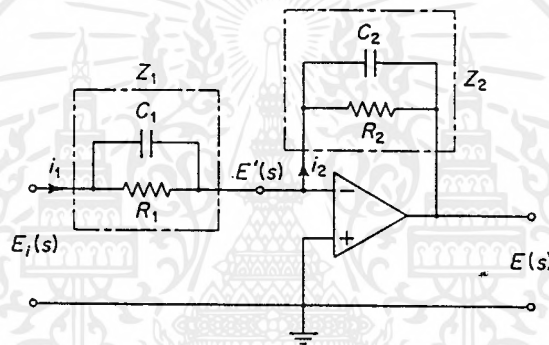
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.9 จะเห็นว่าความถี่ corner frequency ของตัวชดเชยแบบลีดคือ $\omega_1 = 1/T$, $\omega_2 = 1/\alpha T$ $= 10/T$ นอกจากนั้นจะเห็นว่าความถี่ ω_m เป็นค่าเฉลี่ยเรขาคณิต (geometric mean) ของความถี่ corner frequency ทั้ง 2 ค่า ซึ่งค่าของ ω_m หาได้จากสมการที่ 2.9 และ 2.10

$$\log \omega_m = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{\alpha T} \right) \quad 2.9$$

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}} \quad 2.10$$

2.4.1 ตัวชดเชยแบบลีดทาง electronic โดยใช้ Operational Amplifiers



รูปที่ 2.10 ตัวชดเชยแบบลีดทาง electronic โดยใช้ Operational Amplifiers

จากรูปที่ 2.10 หา transfer function ของวงจร โดยกำหนดให้ input impedance และ feedback impedance เป็น Z_1 และ Z_2 ตามลำดับจะได้ค่าของ Z_1 และ Z_2 เป็นดังสมการที่ 2.11 และ 2.12

$$\therefore Z_1 = \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} \quad 2.11$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{R_2 C_2 s + 1} \quad 2.12$$

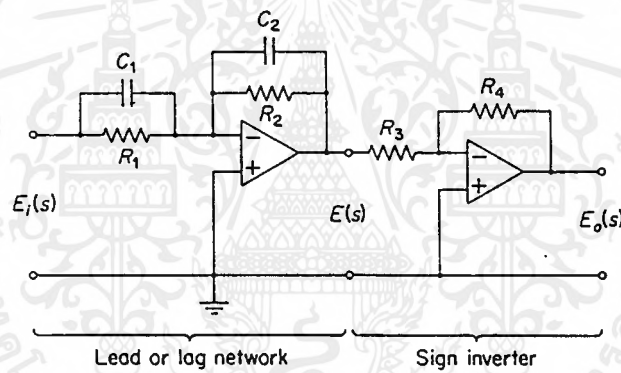
จากรูปที่ 2.10 เนื่องจากกระแสที่ไหลเข้าไปในตัว Operational Amplifiers มีค่าน้อยมาก ดังนั้นกระแส i_1 จึงเท่ากับกระแส i_2 ทำให้ได้สมการที่ 2.13

$$\frac{E_i(s) - E'(s)}{Z_1} = \frac{E'(s) - E(s)}{Z_2} \quad 2.13$$

จากสมการที่ 2.13 เนื่องจาก $E'(s) \approx 0$ ดังนั้นจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดในรูปที่ 2.10 เป็นดังสมการที่ 2.14

$$\frac{E(s)}{E_i(s)} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1} = -\frac{C_1}{C_2} \frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \quad 2.14$$

จากสมการที่ 2.14 จะเห็นว่ามีความหมายลบบนอยู่ในสมการ ดังนั้นวงจรในรูปที่ 2.10 จึงเป็นวงจรกลับเครื่องหมาย (sign inverter) ถ้าเราไม่ต้องการให้มีการกลับเครื่องหมายสามารถทำได้โดยการต่อวงจรกลับเครื่องหมายอีกวงจรหนึ่งที่ด้าน input หรือ output ของวงจรในรูปที่ 2.10 ซึ่งจะได้วงจรเป็นดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 ตัวชดเชยแบบลีดที่ต่อวงจรกลับสัญญาณทางด้าน output

จากรูปที่ 2.11 transfer function ของวงจรกลับสัญญาณเป็นดังสมการที่ 2.15

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = -\frac{R_4}{R_3} \quad 2.15$$

ดังนั้นตัวชดเชยแบบลีดในรูปที่ 2.11 จะมี transfer function เป็นดังสมการที่ 2.16, 2.17

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1} = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2} \frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \quad 2.16$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = K_c \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad 2.17$$

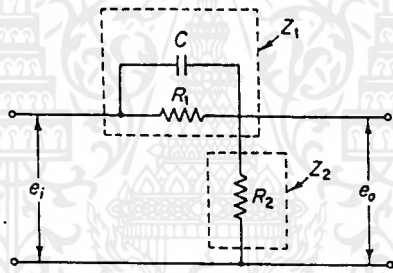
เมื่อ

$$T = R_1 C_1, \quad \alpha T = R_2 C_2, \quad K_c = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2}$$

$$K_c \alpha = \frac{R_4 C_1}{R_3 C_2} \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3}, \quad \alpha = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}$$

จากสมการที่ 2.17 จะเห็นว่าวงจรในรูปที่ 2.11 จะเป็นตัวชดเชยแบบลีดถ้า $R_1 C_1 > R_2 C_2$.

2.4.2 ตัวชดเชยแบบลีดทางไฟฟ้า



รูปที่ 2.12 ตัวชดเชยแบบลีดทางไฟฟ้า

หา transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดทางไฟฟ้า เนื่องจากวงจรในรูปที่ 2.12 เป็น four-terminal network เราจะ assume ให้ source impedance ที่วงจรเห็นมีค่าเป็น 0 และให้ output impedance มีค่าเป็น infinite

จากรูปที่ 2.12 ค่า complex impedance Z_1, Z_2 เป็นดังสมการที่ 2.18, 2.19

$$Z_1 = \frac{R_1}{R_1 C s + 1} \quad 2.18$$

$$Z_2 = R_2 \quad 2.19$$

ดังนั้นจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดทางไฟฟ้าในรูปที่ 2.12 เป็นดังสมการที่ 2.20

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1 C s + 1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C s + 1} \quad 2.20$$

กำหนดให้ $R_1 C = T, \quad \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha < 1$

ดังนั้นจะได้สมการที่ 2.20 กลายเป็นสมการที่ 2.21

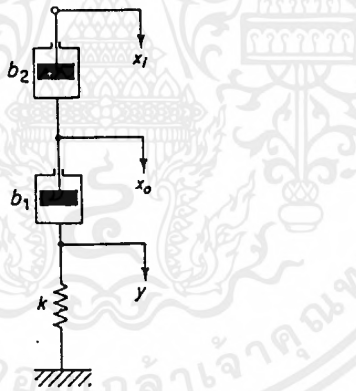
$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad 2.21$$

ถ้าใช้วงจรในรูปที่ 2.12 เป็นตัวชดเชยแบบลีด โดยทั่วไปมักจำเป็นต้องเพิ่มตัว amplifier ที่มีเกน K_c ที่สามารถปรับค่าได้เข้าไปด้วย ดังนั้นจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่

2.22

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad 2.22$$

2.4.3 ตัวชดเชยแบบลีดทางกล



รูปที่ 2.13 ตัวชดเชยแบบลีดทางกล

หา transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดทางกล จากรูปที่ 2.13 จะได้สมการของตัวชดเชยเป็นดังสมการที่ 2.23, 2.24

$$b_2(\dot{x}_i - \dot{x}_o) = b_1(\dot{x}_o - \dot{y}) \quad 2.23$$

$$b_1(\dot{x}_o - \dot{y}) = ky \quad 2.24$$

ทำการแปลง Laplace สมการที่ 2.23, 2.24 โดย assume ให้สถานะเริ่มต้นเป็น 0 และทำการกำจัดเทอม $Y(s)$ ออกไปจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดในรูปที่ 2.13 เป็นดังสมการที่ 2.25

$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{b_2}{b_1 + b_2} \frac{\frac{b_1}{k}s + 1}{\frac{b_2}{b_1 + b_2} \frac{b_1}{k}s + 1} \quad 2.25$$

จากสมการที่ 2.25 กำหนดให้ $\frac{b_1}{k} = T$ $\frac{b_2}{b_1 + b_2} = \alpha < 1$

ดังนั้นจะได้สมการที่ 2.25 อยู่ในรูปแบบ transfer function ของตัวชดเชยแบบสปีดคังสมการที่ 2.26

$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad 2.26$$

ถ้าหากเราจะใช้วงจรในรูปที่ 2.13 เป็นตัวชดเชยแบบสปีดแล้ว โดยทั่วไปมักจำเป็นต้องเพิ่มอุปกรณ์เชื่อมต่อ (linkage device) ที่มีเกน K_c ที่สามารถปรับค่าได้เข้าไปด้วย ดังนั้นจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบสปีดเป็นดังสมการที่ 2.27

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} \quad 2.27$$

2.5 กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง (First-order plus dead-time process)

transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองเป็นดังสมการที่

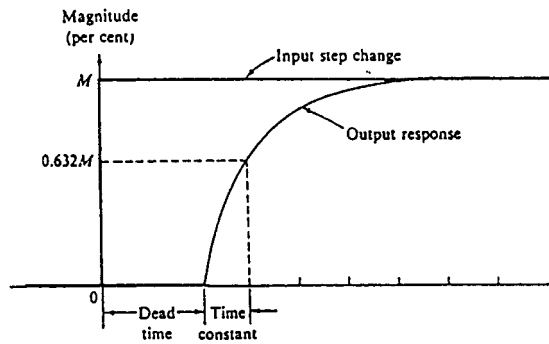
2.28

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + s\tau} e^{-sL} \quad 2.28$$

เมื่อ K_p คือค่า process gain, L คือค่า dead time, τ คือค่า time constant ค่าทั้ง 3 ค่านี้เป็นพารามิเตอร์ที่กำหนดลักษณะการทำงานของกระบวนการ

รูปที่ 2.14 แสดงกราฟผลตอบสนองต่อสัญญาณ step input ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง จากรูปจะเห็นว่าค่า dead time L และค่า time constant τ จะเป็นตัวกำหนดลักษณะของผลตอบสนองของกระบวนการต่อสัญญาณ step input ซึ่งเราสามารถหาค่าทั้ง 2 ได้โดยการทดสอบกระบวนการด้วยสัญญาณ step input และดูผลตอบสนองของกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.14 ผลตอบสนองต่อสัญญาณ step input ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนอง

2.6 การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดี โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดีที่ใช้ควบคุมกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลา ไร้การตอบสนองโดยวิธีของ Ziegler-Nichols มีพื้นฐานการปรับค่าโดยดูที่ลักษณะของผลตอบสนองต่อสัญญาณ step input ในช่วง transient ของกระบวนการ

ตารางที่ 2.1 การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอและพีไอดีโดยวิธีของ Ziegler-Nichols

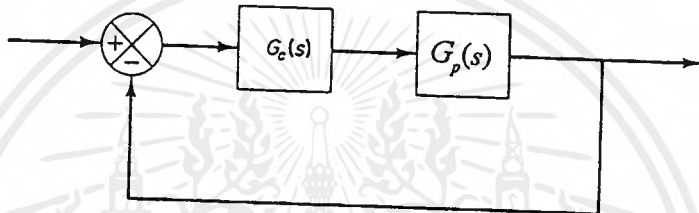
ชนิดของตัวควบคุม	พารามิเตอร์ของตัวควบคุม		
	K_C	T_I	T_d
PI	$0.9\tau/K_pL$	$3L$	-
PID	$1.2\tau/K_pL$	$2L$	$0.5L$

บทที่ 3

การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมารจินและเกนมารจินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

3.1 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมารจิน

พิจารณาระบบควบคุมวงปิดดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ระบบควบคุมวงปิด

จากรูปที่ 3.1 $G_p(s)$ เป็น transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+s\tau} e^{-sL} \quad 3.1$$

เป็น transfer function ของตัวควบคุมแบบพีไอ

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) \quad 3.2$$

จากนิยามของเฟสมารจินในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการของเฟสมารจินในหน่วย radian เป็นดังสมการที่ 3.3

$$\phi_m = \text{Arg}[G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] \quad 3.3$$

เมื่อ ω_g คือค่า gain crossover frequency

จากสมการที่ 2.3 เนื่องจาก $G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)$ เป็นปริมาณเชิงซ้อน ถ้าให้ Z_1 และ Z_2 เป็นปริมาณเชิงซ้อนจากคุณสมบัติของปริมาณเชิงซ้อนในสมการที่ 3.4

$$\text{Arg}[Z_1 Z_2] = \text{Arg}[Z_1] + \text{Arg}[Z_2] \quad 3.4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นสมการที่ 3.3 จะเปลี่ยนรูปเป็นสมการที่ 3.5

$$\phi_m = \text{Arg}[G_c(j\omega_g)] + \text{Arg}[G_p(j\omega_g)] + \pi \quad 3.5$$

จากสมการที่ 3.1 sinusoidal transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองเป็นดังสมการที่ 3.6

$$G_p(j\omega) = \left[\frac{K_p(1-j\omega\tau)}{1+\omega^2\tau^2} \right] e^{-j\omega L} \quad 3.6$$

จากสมการที่ 3.6 ค่า $\text{Arg}[G_p(j\omega_g)]$ เป็นดังสมการที่ 3.7,3.8,3.9

$$\text{Arg}[G_p(j\omega_g)] = \text{Arg} \left[\left[\frac{K_p(1-j\omega_g\tau)}{1+\omega_g^2\tau^2} \right] e^{-j\omega_g L} \right] \quad 3.7$$

$$= \text{Arg} \left[\frac{K_p(1-j\omega_g\tau)}{1+\omega_g^2\tau^2} \right] + \text{Arg}[e^{-j\omega_g L}] \quad 3.8$$

$$= -\arctan(\omega_g\tau) - \omega_g L \quad 3.9$$

จากสมการที่ 3.2 sinusoidal transfer function ของตัวควบคุมแบบพีไอเป็นดังสมการที่ 3.10

$$G_c(j\omega) = K_c \left(1 - j \frac{1}{\omega T_i} \right) \quad 3.10$$

จากสมการที่ 3.10 ค่า $\text{Arg}[G_c(j\omega_g)]$ เป็นดังสมการที่ 3.11,3.12

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_g)] = \arctan \left(-\frac{1}{\omega_g T_i} \right) \quad 3.11$$

$$= -\frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_g T_i) \quad 3.12$$

แทนสมการที่ 3.9,3.12 ลงในสมการที่ 3.5 จะได้สมการเฟสมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองซึ่งถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอเป็นดังสมการที่ 3.13

$$\phi_m = \frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_g T_i) - \arctan(\omega_g\tau) - \omega_g L \quad 3.13$$

จากสมการที่ 3.13 จะเห็นว่าค่าเฟสมาร์จินมีความสัมพันธ์กับค่า L, τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของ
กระบวนการ, ค่า T_i ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของตัวควบคุม, และความถี่ gain crossover frequency ω_g
ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่าง ω_g กับพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวควบคุม

จากนิยามของความถี่ gain crossover frequency ในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการที่ใช้หาค่า
gain crossover frequency เป็นดังสมการที่ 3.14

$$|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)| = 1 \quad 3.14$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.15

$$|Z_1 Z_2| = |Z_1| |Z_2| \quad 3.15$$

เมื่อ Z_1, Z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อน

เนื่องจาก $G_c(j\omega_g), G_p(j\omega_g)$ เป็นจำนวนเชิงซ้อน จะได้สมการที่ 3.14 เป็นดังสมการที่ 3.16

$$|G_c(j\omega_g)| |G_p(j\omega_g)| = 1 \quad 3.16$$

จากสมการที่ 3.6 จะได้เทอม $|G_p(j\omega_g)|$ เป็นดังสมการที่ 3.17

$$|G_p(j\omega_g)| = \frac{K_p}{\sqrt{1 + \omega_g^2 \tau^2}} \quad 3.17$$

จากสมการที่ 3.10 จะได้เทอม $|G_c(j\omega_g)|$ เป็นดังสมการที่ 3.18

$$|G_c(j\omega_g)| = \frac{K_c \sqrt{\omega_g^2 T_i^2 + 1}}{\omega_g T_i} \quad 3.18$$

แทนสมการที่ 3.17, 3.18 ลงในสมการที่ 3.16 จะได้สมการที่ 3.19

$$\frac{K_c K_p}{\omega_g T_i} \sqrt{\frac{\omega_g^2 T_i^2 + 1}{\omega_g^2 \tau^2 + 1}} = 1 \quad 3.19$$

จากสมการที่ 3.19 คูณไขว้สมการและยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการจากนั้นจัดรูปสมการจะ
ได้พหุนามกำลัง 4 ของความถี่ gain crossover frequency ω_g เป็นดังสมการที่ 3.20

$$(T_i^2 \tau^2) \omega_g^4 + (T_i^2 - K_c^2 K_p^2 T_i^2) \omega_g^2 - (K_c^2 K_p^2) = 0 \quad 3.20$$

จากสมการที่ 3.20 แก้อสมการหาความถี่ gain crossover frequency ω_g จะได้ความถี่ gain crossover frequency ω_g เป็นดังสมการที่ 3.21

$$\omega_g = \sqrt{\frac{(K_c^2 K_p^2 T_i - T_i) + \sqrt{(T_i - K_c^2 K_p^2 T_i)^2 + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{2T_i \tau^2}} \quad 3.21$$

จากสมการที่ 3.13 หาเทอม $\omega_g T_i, \omega_g \tau, \omega_g L$ เพื่อแทนลงในสมการ จะได้

เทอม $\omega_g T_i$ เป็นดังสมการที่ 3.22

$$\omega_g T_i = \sqrt{\frac{(K_c^2 K_p^2 T_i - T_i) + \sqrt{(T_i - K_c^2 K_p^2 T_i)^2 + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{\frac{2\tau^2}{T_i}}} \quad 3.22$$

เทอม $\omega_g \tau$ เป็นดังสมการที่ 3.23

$$\omega_g \tau = \sqrt{\frac{\left[K_c^2 K_p^2 \left(\frac{T_i}{\tau} \right) - \left(\frac{T_i}{\tau} \right) \right] + \sqrt{\left[\left(\frac{T_i}{\tau} \right) - K_c^2 K_p^2 \left(\frac{T_i}{\tau} \right) \right]^2 + (4K_c^2 K_p^2)}}{2 \left(\frac{T_i}{\tau} \right)}} \quad 3.23$$

เทอม $\omega_g L$ เป็นดังสมการที่ 3.24

$$\omega_g L = \sqrt{\frac{(K_c^2 K_p^2 T_i - T_i) + \sqrt{(T_i - K_c^2 K_p^2 T_i)^2 + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{\frac{2T_i \tau^2}{L^2}}} \quad 3.24$$

จากตารางการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอ,พีไอดี ของ Ziegler-Nichols ในบทที่ 2 แทนค่า $K_c = 0.9 \tau / K_p L, T_i = 3L$ ลงในสมการที่ 3.22, 3.23, 3.24 จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอม $\omega_g T_i$ เป็นดังสมการที่ 3.25

$$\omega_g T_i = \frac{\left[\frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - 3\left(\frac{L}{\tau}\right) \right] + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]^2 + \frac{3.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}} \quad 3.25$$

เทอม $\omega_g \tau$ เป็นดังสมการที่ 3.26

$$\omega_g \tau = \frac{\left[\frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - 3\left(\frac{L}{\tau}\right) \right] + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]^2 + \frac{3.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{6\left(\frac{L}{\tau}\right)} \quad 3.26$$

เทอม $\omega_g L$ เป็นดังสมการที่ 3.27

$$\omega_g L = \frac{\left[\frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - 3\left(\frac{L}{\tau}\right) \right] + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]^2 + \frac{3.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{\frac{6}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}} \quad 3.27$$

แทนสมการที่ 3.25, 3.26, 3.27 ลงในสมการที่ 3.13 จะได้สมการเฟสอาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองซึ่งถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอที่เป็นดังสมการที่ 3.28

$$\phi_m = \frac{\pi}{2} + \arctan \left[\frac{\left[\frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - 3\left(\frac{L}{\tau}\right) \right] + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]^2 + \frac{3.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{\frac{2}{3} \left(\frac{L}{\tau}\right)} \right] \quad 3.28$$

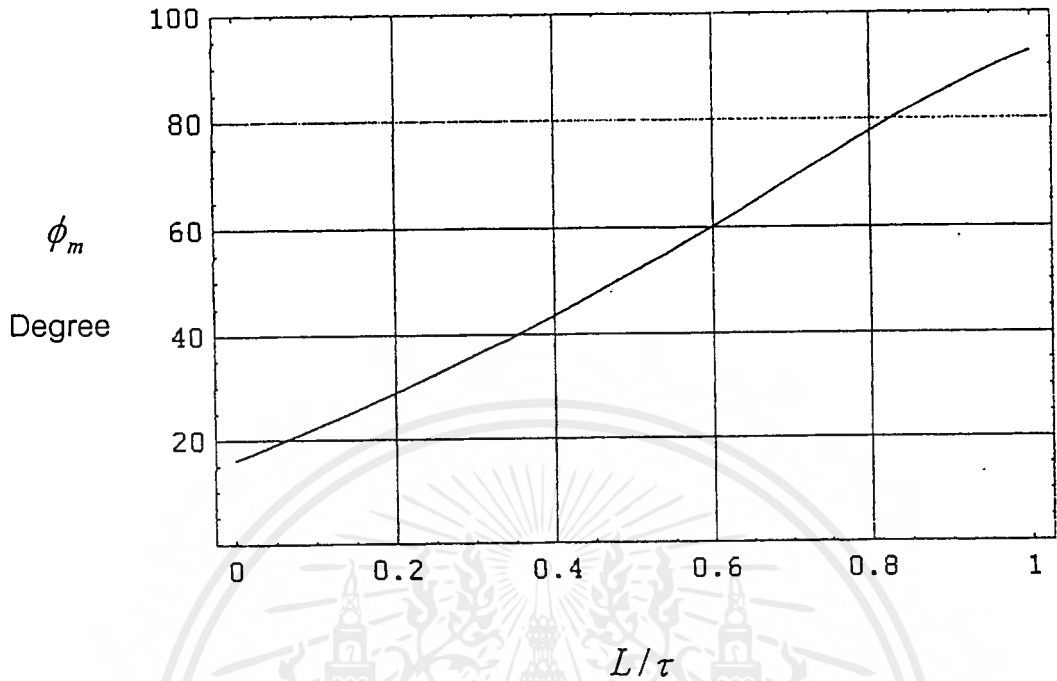
$$- \arctan \left[\frac{\left[\frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - 3\left(\frac{L}{\tau}\right) \right] + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]^2 + \frac{3.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{6\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]$$

$$- \arctan \left[\frac{\left[\frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - 3\left(\frac{L}{\tau}\right) \right] + \sqrt{\left[3\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{2.43}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} \right]^2 + \frac{3.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{\frac{6}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}} \right]$$

จากสมการที่ 3.28 จะเห็นว่าค่าเฟสมาร์จินมีความสัมพันธ์กับอัตราส่วนระหว่างค่าเวลาไครการตอบสนองและค่าเวลาดังตัวของกระบวนการ (L/τ) จากนั้น plot กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเฟสมาร์จิน ϕ_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง $0 < L/\tau < 1$ จะได้กราฟแสดงในรูปที่ 3.2

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างเฟสมาร์จิน ϕ_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง $0 < L/\tau < 1$

ในรูปที่ 3.2 จะเห็นว่าเมื่ออัตราส่วน L/τ มีการเปลี่ยนแปลงจากค่า 0.1 ถึง 1 เฟสมาร์จินจะมีการเปลี่ยนแปลงจากค่า 23° ถึง 93°



รูปที่ 3.2 กราฟเฟสแมจิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไคร์การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

3.2 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเกนมาร์จิ้น

จากนิยามของเกนมาร์จิ้นในบทที่ 2 จะได้สมการของเกนมาร์จิ้นเป็นดังสมการที่ 3.29

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)|} \quad 3.29$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.15 จะได้ค่าเกนมาร์จิ้นเป็นดังสมการที่ 3.30

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)||G_p(j\omega_p)|} \quad 3.30$$

จากสมการที่ 3.6 เทอม $|G_p(j\omega_p)|$ เป็นดังสมการที่ 3.31

$$|G_p(j\omega_p)| = \frac{K_p}{\sqrt{1+\omega_p^2\tau^2}} \quad 3.31$$

จากสมการที่ 3.10 จะได้เทอม $|G_c(j\omega_p)|$ เป็นดังสมการที่ 3.32

$$|G_c(j\omega_p)| = \frac{K_c\sqrt{\omega_p^2T_i^2+1}}{\omega_pT_i} \quad 3.32$$

แทนสมการที่ 3.31,3.32 ลงในสมการที่ 3.30 จะได้สมการเกนมาร์จิ้นของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร์การตอบสนองซึ่งถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอเป็นดังสมการที่ 3.33

$$A_m = \frac{\omega_pT_i}{K_cK_p} \sqrt{\frac{\omega_p^2\tau^2+1}{\omega_p^2T_i^2+1}} \quad 3.33$$

จากสมการที่ 3.33 จะเห็นว่าค่าเกนมาร์จิ้นมีความสัมพันธ์กับค่า K_p, τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ค่า K_c, T_i ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของตัวควบคุมและค่าความถี่ phase crossover frequency ω_p ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า ω_p กับพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวควบคุม

จากนิยามของค่า phase crossover frequency ω_p ในบทที่ 2 จะได้สมการที่ใช้หาค่า ω_p เป็นดังสมการที่ 3.34

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)] = -\pi \quad 3.34$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 2.4 จะได้สมการที่ใช้หาค่า ω_p เป็นดังสมการที่ 3.35

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)] + \text{Arg}[G_p(j\omega_p)] + \pi = 0 \quad 3.35$$

จากสมการที่ 3.6 เทอม $\text{Arg}[G_p(j\omega_p)]$ เป็นดังสมการที่ 3.36

$$\text{Arg}[G_p(j\omega_p)] = -\arctan(\omega_p \tau) - \omega_p L \quad 3.36$$

จากสมการที่ 3.10 เทอม $\text{Arg}[G_c(j\omega_p)]$ เป็นดังสมการที่ 3.37

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)] = -\frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_p T_i) \quad 3.37$$

แทนสมการที่ 3.36, 3.37 ลงในสมการที่ 3.35 จะได้สมการที่ 3.38

$$\frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_p T_i) - \arctan(\omega_p \tau) - \omega_p L = 0 \quad 3.38$$

แก้สมการที่ 3.38 เพื่อหาค่า phase crossover frequency ω_p แต่เนื่องจากในสมการที่ 3.38 มีฟังก์ชัน \arctan อยู่ในสมการซึ่งเป็นการยากในการแก้สมการด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (analytically) แต่เราสามารถหารูปแบบประมาณของผลเฉลยของสมการที่ 3.38 ได้โดยใช้การประมาณฟังก์ชัน \arctan ตามสมการที่ 3.39

$$\arctan x \approx \begin{cases} \frac{\pi}{4}x, & |x| \leq 1 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4x}, & |x| > 1 \end{cases} \quad 3.39$$

จากสมการที่ 3.38 เนื่องจาก $|\omega_p T_i| > 1$ และ $|\omega_p \tau| > 1$ ดังนั้นจะได้สมการที่ประมาณมาจากสมการที่ 3.38 เป็นดังสมการที่ 3.40

$$\frac{\pi}{2} + \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4\omega_p T_i} \right] - \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4\omega_p \tau} \right] - \omega_p L = 0 \quad 3.40$$

จากสมการที่ 3.40 จัดรูปสมการจะได้สมการกำลังสองของ phase crossover frequency ω_p เป็นดังสมการที่ 3.41

$$(L)\omega_p^2 + \left(-\frac{\pi}{2}\right)\omega_p + \left(\frac{\pi}{4T_i} - \frac{\pi}{4\tau}\right) = 0 \quad 3.41$$

ทำการแก้สมการที่ 3.41 จะได้ค่า phase crossover frequency ω_p เป็นดังสมการที่ 3.42

$$\omega_p = \frac{\pi + \sqrt{\pi^2 - 4\pi L \left(\frac{1}{T_i} - \frac{1}{\tau}\right)}}{4L} \quad 3.42$$

จากสมการที่ 3.33 หาเทอม $\omega_p T_i$, $\omega_p \tau$ เพื่อแทนลงในสมการ จะได้

เทอม $\omega_p T_i$ เป็นดังสมการที่ 3.43

$$\omega_p T_i = \frac{\pi + \sqrt{\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right)}}{\left(\frac{4}{3}\right)} \quad 3.43$$

เทอม $\omega_p \tau$ เป็นดังสมการที่ 3.44

$$\omega_p \tau = \frac{\pi + \sqrt{\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right)}}{4\left(\frac{L}{\tau}\right)} \quad 3.44$$

แทนสมการที่ 3.43, 3.44 ลงในสมการที่ 3.33 และแทนค่าค่า $K_c = 0.9\tau / K_p L$, $T_i = 3L$ จากตารางการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอ, พีไอดี ของ Ziegler-Nichols จากบทที่ 2 ลงในสมการที่ 3.33 จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเกนมารีจิ้นและอัตราส่วน L/τ เป็นดังสมการที่ 3.45

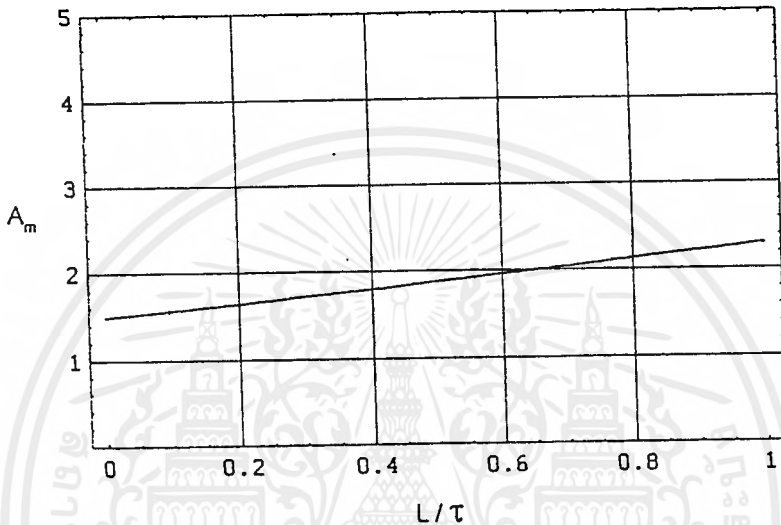
$$A_m = \frac{\frac{\pi + \sqrt{\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right)}}{\frac{4}{3}}}{\frac{0.9}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}} \sqrt{\frac{[2\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right) + 16\left(\frac{L}{\tau}\right)^2] + 2\pi \sqrt{\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right)}}{16\left(\frac{L}{\tau}\right)^2} \cdot \frac{[2\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right) + \left(\frac{16}{9}\right)] + 2\pi \sqrt{\pi^2 - 4\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{L}{\tau}\right)}}{16}} \quad 3.45$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการ plot กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเกนมาร์จิ้น A_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง

$0 < L/\tau < 1$ จะได้กราฟแสดงในรูปที่ 3.3

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าเกนมาร์จิ้น A_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง $0 < L/\tau < 1$ ในรูปที่ 3.3 จะเห็นว่าเมื่ออัตราส่วน L/τ มีการเปลี่ยนแปลงจากค่า 0.1 ถึง 1 เกนมาร์จิ้นจะมีการเปลี่ยนแปลงจากค่า 1.53 ถึง 2.3



รูปที่ 3.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเกนมาร์จิ้น A_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง $0 < L/\tau < 1$

3.3 การทดลองเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นกับอัตราส่วน L/τ

ทำการทดลองโดยการ plot Bode diagram ของ open-loop transfer function ของระบบควบคุมในรูปที่ 3.1 โดยปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอตามตารางการปรับค่าพารามิเตอร์ของ Ziegler-Nichols ในบทที่ 2 และตรวจสอบค่าเฟสมาร์จิ้นและเกนมาร์จิ้นที่อ่านได้จาก Bode diagram ว่าตรงกับค่าที่ได้จากกราฟหรือไม่โดยเลือกทำการทดลองที่ค่าอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

การทดลองที่ 3.1 อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.1$

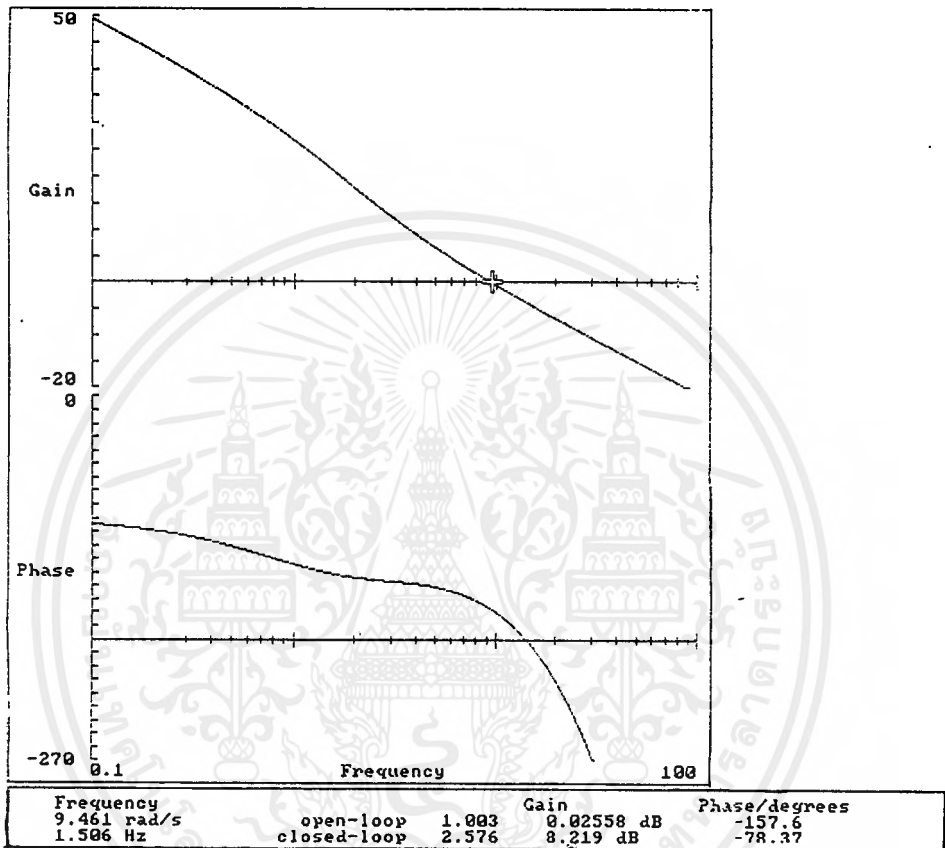
transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.1s}}{s+1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 9 \left(\frac{0.3s + 1}{0.3s} \right)$$



รูปที่ 3.4 Bode diagram ของ าระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอ กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$

จากรูปที่ 3.4 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินมีค่าประมาณ 22.4° และเกนมาร์จินมีค่าประมาณ 1.53 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในกราฟ

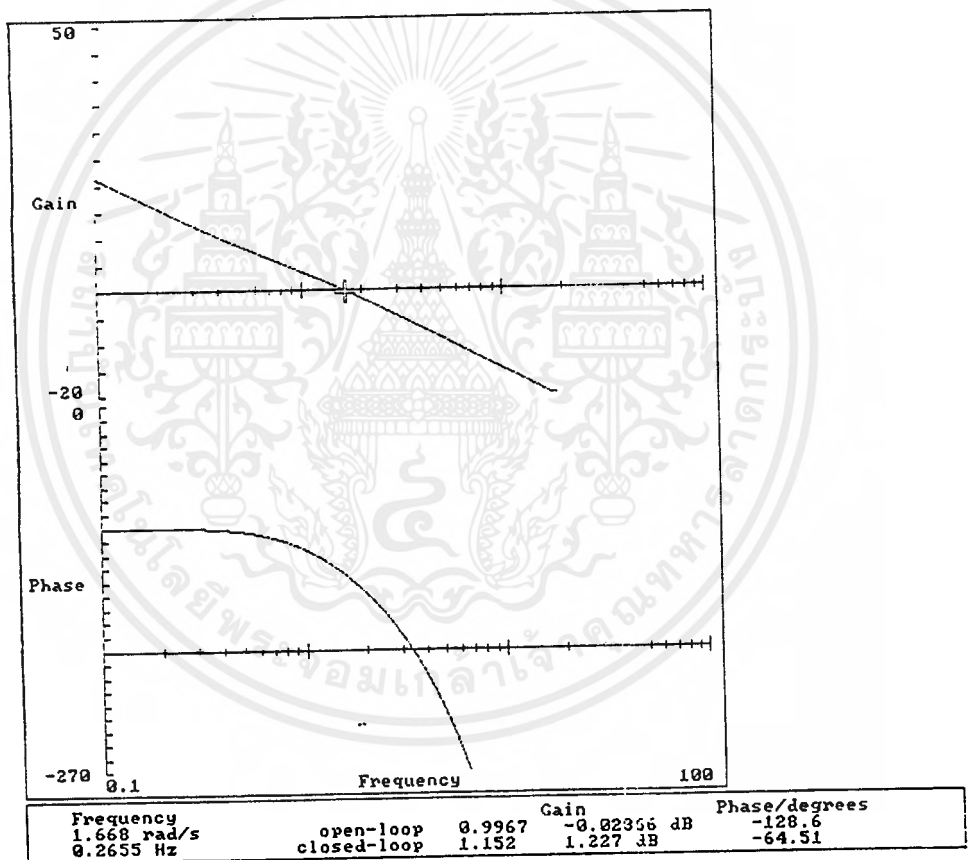
การทดลองที่ 3.2 อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.5$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 1.8 \left(\frac{1.5s+1}{1.5s} \right)$$



รูปที่ 3.5 Bode diagram ของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอ กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$

จากรูปที่ 3.5 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินมีค่าประมาณ 51.4° และเกนมาร์จินมีค่าประมาณ 1.75 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในกราฟ

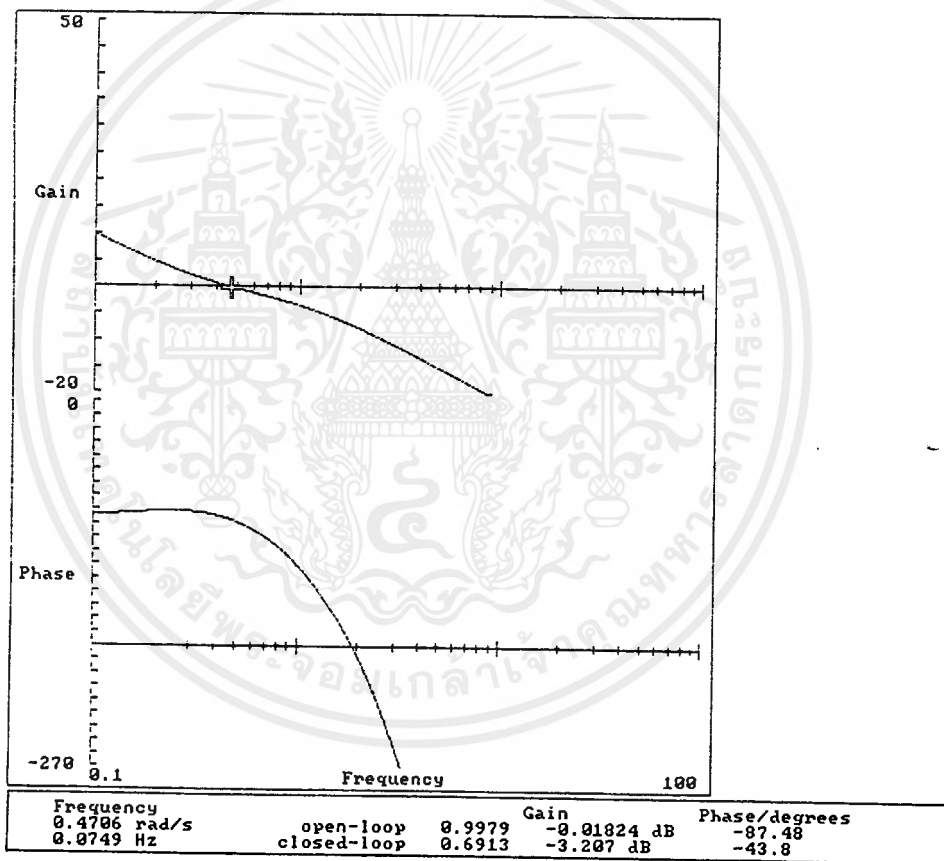
การทดลองที่ 3.3 อัตราส่วน $L/\tau = 1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 0.9 \left(\frac{3s+1}{3s} \right)$$



รูปที่ 3.6 Bode diagram ของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอ กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 1$

จากรูปที่ 3.6 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินมีค่าประมาณ 92.52° และเกนมารจินมีค่าประมาณ 2.3 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในกราฟ

จากการทดลองที่ 3.1, 3.2 และ 3.3 สามารถสรุปได้ว่ากราฟเฟสแมริจินในรูปที่ 3.2 และกราฟเกนแมริจินในรูปที่ 3.3 มีความถูกต้อง

3.4 การทดลองศึกษาลักษณะผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit-step input

ทำการทดลอง plot กราฟผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมในรูปที่ 3.1 และเปรียบเทียบกราฟที่ได้ว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร โดยทำการทดลองที่ค่าอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

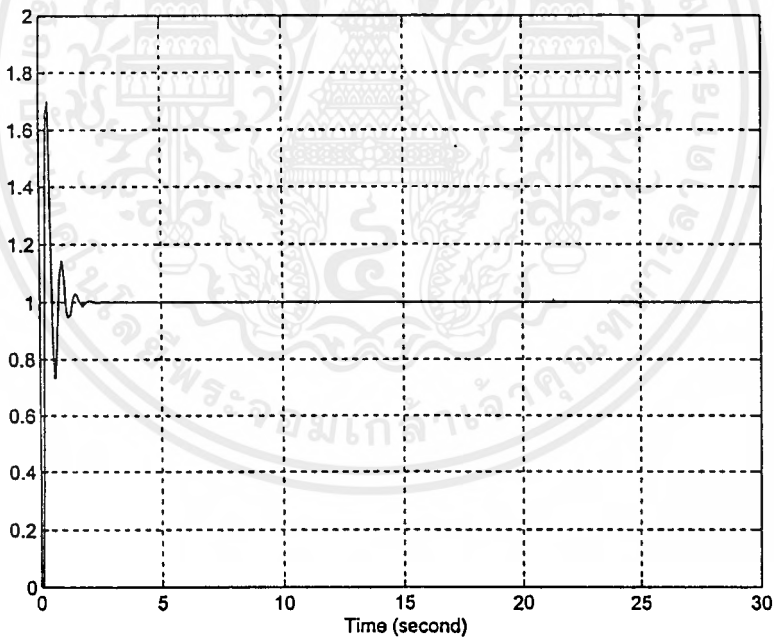
การทดลองที่ 3.4 อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.1s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 9 \left(\frac{0.3s+1}{0.3s} \right)$$



รูปที่ 3.7 unit-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$

จากรูปที่ 3.7 ค่า rise time $t_r = 0.2$ sec, settling time $t_s = 1.5$ sec

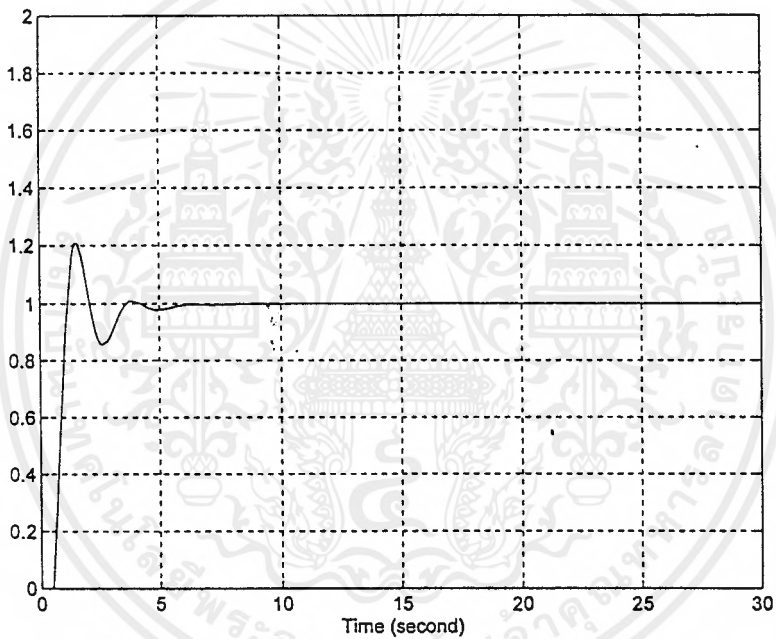
การทดลองที่ 3.5 อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.5$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 1.8 \left(\frac{1.5s+1}{1.5s} \right)$$



รูปที่ 3.8 unit-step response ของระบบควบคุมที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$

จากรูปที่ 3.8 ค่า rise time, $t_r = 1.15$ sec, settling time, $t_s = 3.7$ sec

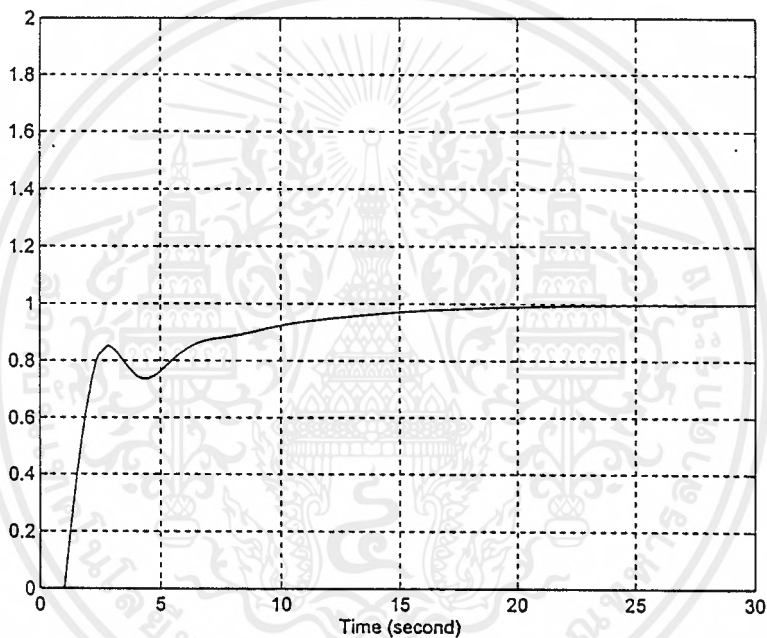
การทดลองที่ 3.6 อัตราส่วน $L/\tau = 1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 0.9 \left(\frac{3s+1}{3s} \right)$$



รูปที่ 3.9 unit-step response ของระบบควบคุมกรณีอัตราส่วน $L/\tau = 1$

จากรูปที่ 3.9 ค่า rise time $t_r = 26$ sec ,settling time $t_s = 23$ sec

จากการทดลองที่ 3.4 ถึง 3.6 สามารถสรุปได้ว่า ที่อัตราส่วน L / τ ค่าต่ำ ๆ (0.1) ผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit -step input จะมีการแกว่งมาก, overshoot มีค่าสูง, rise time และ settling time มีค่าน้อย ระบบมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input เร็วมาก ซึ่งที่ค่าอัตราส่วน L / τ ค่าต่ำ ๆ นี้เฟสมาร์จินและเกนมาร์จินจะมีค่าต่ำ เมื่ออัตราส่วน L / τ มีค่ามากขึ้น เฟสมาร์จินและเกนมาร์จินมีค่ามากขึ้น ผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit-step input จะมีการแกว่งน้อยลง, ค่า overshoot ลดลง, rise time และ settling time เพิ่มขึ้น ระบบมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ช้าลง ที่ค่าอัตราส่วน $L / \tau = 1$ ผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit-step input จะมี overshoot เป็น 0, ค่า rise time และ settling time มีค่าสูงมาก ระบบควบคุมมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ช้ามาก



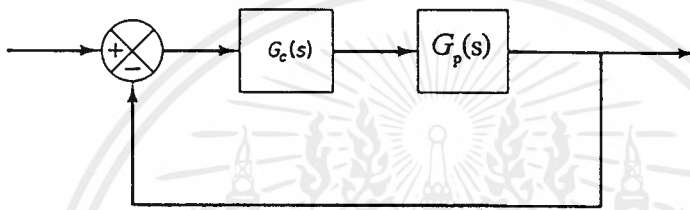
บทที่ 4

การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดีซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ

Ziegler-Nichols

4.1 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จิน

พิจารณาระบบควบคุมวงปิดดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ระบบควบคุมวงปิด

จากรูปที่ 4.1 $G_p(s)$ เป็น transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนอง

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1+s\tau} e^{-sL} \quad 4.1$$

$G_c(s)$ เป็น transfer function ของตัวควบคุมแบบพีไอดี

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad 4.2$$

จากนิยามของเฟสมาร์จินในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการของเฟสมาร์จินในหน่วย radian เป็นดังสมการที่ 4.3

$$\phi_m = \text{Arg}[G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] + \pi \quad 4.3$$

เมื่อ ω_g คือความถี่ gain crossover frequency

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.4 ของบทที่ 3 จะได้สมการของเฟสมาร์จินจากสมการที่ 4.3 เป็นสมการที่ 4.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi_m = \text{Arg}[G_c(j\omega_g)] + \text{Arg}[G_p(j\omega_g)] + \pi \quad 4.4$$

จากสมการที่ 4.1 sinusoidal transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไคร์การตอบสนองเป็นดังสมการที่ 4.5

$$G_p(j\omega) = \left[\frac{K_p(1 - j\omega\tau)}{1 + \omega^2\tau^2} \right] e^{-sL} \quad 4.5$$

จากสมการที่ 4.5 ค่า $\text{Arg}[G_p(j\omega)]$ เป็นดังสมการที่ 4.6

$$\text{Arg}[G_p(j\omega_g)] = -\arctan(\omega_g\tau) - \omega_g L \quad 4.6$$

จากสมการที่ 4.2 sinusoidal transfer function ของตัวควบคุมแบบพีไอดีเป็นดังสมการที่ 4.7

$$G_c(j\omega) = K_c \left[1 + j \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right) \right] \quad 4.7$$

จากสมการที่ 4.7 ค่า $\text{Arg}[G_c(j\omega)]$ เป็นดังสมการที่ 4.8

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_g)] = \arctan \left(\omega_g T_d - \frac{1}{\omega_g T_i} \right) \quad 4.8$$

แทนสมการที่ 4.6, 4.8 ลงในสมการที่ 4.4 จะได้สมการเฟสมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไคร์การตอบสนองซึ่งถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดีเป็นดังสมการที่ 4.9

$$\phi_m = \arctan \left(\omega_g T_d - \frac{1}{\omega_g T_i} \right) - \arctan(\omega_g\tau) - \omega_g L + \pi \quad 4.9$$

จากสมการที่ 4.9 จะเห็นว่าค่าเฟสมาร์จินมีความสัมพันธ์กับค่า L , τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ค่า T_i , T_d ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของตัวควบคุม และค่าความถี่ gain crossover frequency ω_g ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่าง ω_g กับพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนิยามของความถี่ gain crossover frequency ในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการที่ใช้หาค่า gain crossover frequency ω_g เป็นดังสมการที่ 4.10

$$|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)|=1 \quad 4.10$$

หากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.15 ในบทที่ 3 จะได้สมการที่ 4.10 เป็นดังสมการที่ 4.11

$$|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)|=1 \quad 4.11$$

จากสมการที่ 4.5 จะได้เทอม $|G_p(j\omega_g)|$ เป็นดังสมการที่ 4.12

$$|G_p(j\omega_g)| = \frac{K_p}{\sqrt{1+\omega_g^2\tau^2}} \quad 4.12$$

จากสมการที่ 4.7 จะได้เทอม $|G_c(j\omega_g)|$ เป็นดังสมการที่ 4.13

$$|G_c(j\omega_g)| = \frac{K_c \sqrt{T_d^2 T_i^2 \omega_g^4 + (T_i^2 - 2T_d T_i) \omega_g^2 + 1}}{\omega_g T_i} \quad 4.13$$

แทนสมการที่ 4.12, 4.13 ลงในสมการที่ 4.11 จะได้สมการที่ 4.14

$$\frac{K_c K_p}{\omega_g T_i} \sqrt{\frac{T_d^2 T_i^2 \omega_g^4 + (T_i^2 - 2T_d T_i) \omega_g^2 + 1}{1 + \omega_g^2 \tau^2}} \quad 4.14$$

จากสมการที่ 4.14 คูณไขว้สมการและยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ จากนั้นจัดรูปสมการ จะได้สมการกำลัง 4 ของความถี่ gain crossover frequency ω_g เป็นดังสมการที่ 4.15

$$(K_c^2 K_p^2 T_d^2 T_i^2 - T_i^2 \tau^2) \omega_g^4 + (K_c^2 K_p^2 T_i^2 - 2K_c^2 K_p^2 T_d T_i - T_i^2) \omega_g^2 + (K_c^2 K_p^2) = 0 \quad 4.15$$

จากสมการที่ 4.15 แก้สมการหา gain crossover frequency ω_g ออกมาเป็นดังสมการที่ 4.16

$$\omega_g = \sqrt{\frac{(T_i^2 + 2K_c^2 K_p^2 T_d T_i - K_c^2 K_p^2 T_i^2) - \sqrt{(K_c^4 K_p^4 - 2K_c^2 K_p^2 + 1)T_i^2 + (4K_c^2 K_p^2 - 4K_c^4 K_p^4)T_d T_i + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{2(K_c^2 K_p^2 T_d^2 T_i^2 - T_i^2 \tau^2)}} \quad 4.$$

จากสมการที่ 4.9 หาเทอม $\omega_g T_d$, $\omega_g T_i$, $\omega_g \tau$, $\omega_g L$ เพื่อแทนลงในสมการ จะได้

เทอม $\omega_g T_d$ เป็นดังสมการที่ 4.17

$$\omega_g T_d = \sqrt{\frac{(T_i + 2K_c^2 K_p^2 T_d - K_c^2 K_p^2 T_i) - \sqrt{(K_c^4 K_p^4 - 2K_c^2 K_p^2 + 1)T_i^2 + (4K_c^2 K_p^2 - 4K_c^4 K_p^4)T_d T_i + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{2\left(K_c^2 K_p^2 T_i - \frac{T_i \tau^2}{T_d}\right)}} \quad 4.$$

เทอม $\omega_g T_i$ เป็นดังสมการที่ 4.18

$$\omega_g T_i = \sqrt{\frac{(T_i + 2K_c^2 K_p^2 T_d - K_c^2 K_p^2 T_i) - \sqrt{(K_c^4 K_p^4 - 2K_c^2 K_p^2 + 1)T_i^2 + (4K_c^2 K_p^2 - 4K_c^4 K_p^4)T_d T_i + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{2\left(\frac{K_c^2 K_p^2 T^2}{T_i} - \frac{\tau^2}{T_i}\right)}} \quad 4.$$

เทอม $\omega_g \tau$ เป็นดังสมการที่ 4.19

$$\omega_g \tau = \sqrt{\frac{(T_i + 2K_c^2 K_p^2 T_d - K_c^2 K_p^2 T_i) - \sqrt{(K_c^4 K_p^4 - 2K_c^2 K_p^2 + 1)T_i^2 + (4K_c^2 K_p^2 - 4K_c^4 K_p^4)T_d T_i + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{2\left(\frac{K_c^2 K_p^2 T_d^2 T_i}{\tau^2} - T_i\right)}} \quad 4.$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอม $\omega_g L$ เป็นดังสมการที่ 4.20

$$\omega_g L = \sqrt{\frac{(T_i + 2K_c^2 K_p^2 T_d - K_c^2 K_p^2 T_i) - \sqrt{(K_c^4 K_p^4 - 2K_c^2 K_p^2 + 1)T_i^2 + (4K_c^2 K_p^2 - 4K_c^4 K_p^4)T_d T_i + (4K_c^2 K_p^2 \tau^2)}}{\frac{2}{L^2}(K_c^2 K_p^2 T_d^2 T_i - T_i \tau^2)}} \quad 4.20$$

จากตารางการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอ,พีไอดีของ Ziegler-Nichols ในบทที่ 2

แทนค่า $K_c = 1.2 \tau / K_p L$, $T_i = 2L$, $T_d = 0.5L$ ลงในสมการที่ 4.17,4.18,4.19,4.20 จะได้

เทอม $\omega_g T_d$ เป็นดังสมการที่ 4.21

$$\omega_g T_d = \sqrt{\frac{2\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{1.44}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - \sqrt{4\left(\frac{L}{\tau}\right)^2 - 5.76 + \frac{5.76}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{\frac{-10.24}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}}} \quad 4.21$$

เทอม $\omega_g T_i$ เป็นดังสมการที่ 4.22

$$\omega_g T_i = \sqrt{\frac{2\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{1.44}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - \sqrt{4\left(\frac{L}{\tau}\right)^2 - 5.76 + \frac{5.76}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}}}{\frac{-0.64}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}}} \quad 4.22$$

เทอม $\omega_g \tau$ เป็นดังสมการที่ 4.23

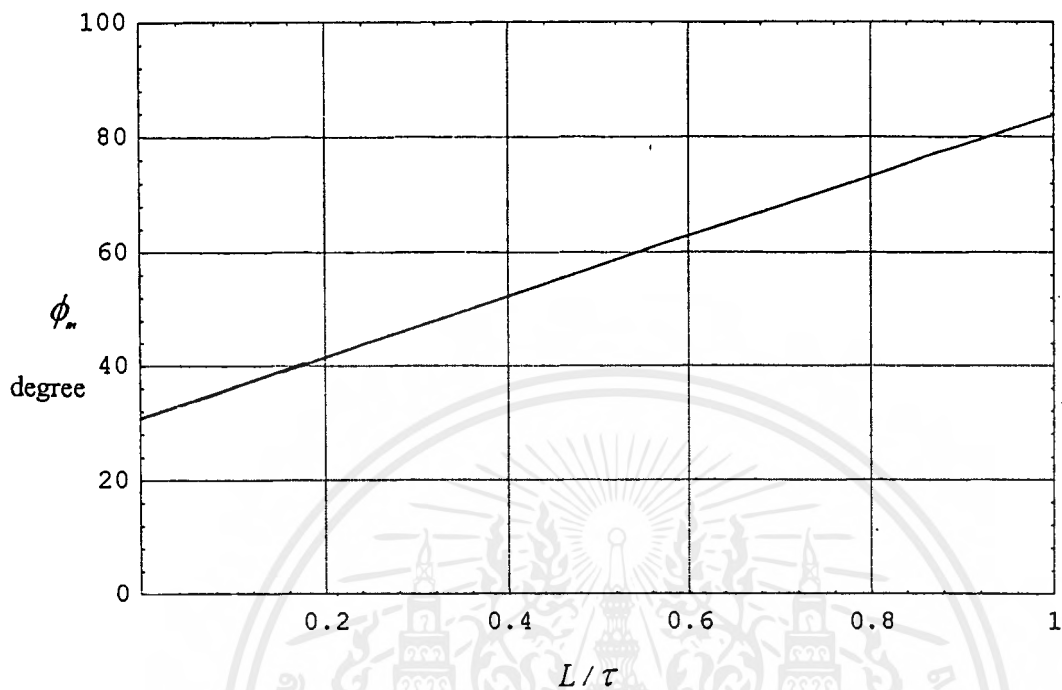
$$\omega_g \tau = \sqrt{\frac{\left[2\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{1.44}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - \sqrt{4\left(\frac{L}{\tau}\right)^2 - 5.76 + \frac{5.76}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}} \right]}{-2.56\left(\frac{L}{\tau}\right)}} \quad 4.23$$

เทอม $\omega_g L$ เป็นดังสมการที่ 4.24

$$\omega_g L = \sqrt{\frac{\left[2\left(\frac{L}{\tau}\right) - \frac{1.44}{\left(\frac{L}{\tau}\right)} - \sqrt{4\left(\frac{L}{\tau}\right)^2 - 5.76 + \frac{5.76}{\left(\frac{L}{\tau}\right)^2}} \right]}{\frac{-2.56}{\left(\frac{L}{\tau}\right)}}} \quad 4.24$$

จากสมการที่ 4.21, 4.22, 4.23 และ 4.24 จะเห็นว่าเทอม $\omega_g T_d$, $\omega_g T_r$, $\omega_g \tau$, $\omega_g L$ แต่ละเทอมต่างมีความสัมพันธ์กับอัตราส่วน L/τ ดังนั้นจากสมการที่ 4.9 ค่าเฟสมาร์จินจะมีความสัมพันธ์กับอัตราส่วน L/τ ด้วย แทนสมการที่ 4.21, 4.22, 4.23 และ 4.24 ลงในสมการที่ 4.9 และ plot กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเฟสมาร์จิน ϕ_m กับอัตราส่วน L/τ ในช่วง $0 < L/\tau < 1$ จะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 4.2

จากกราฟเฟสมาร์จินในรูปที่ 4.2 จะเห็นว่าเมื่ออัตราส่วน L/τ มีค่าเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 0.1 ถึง 1 เฟสมาร์จินจะมีการเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 36° - 84°



รูปที่ 4.2 กราฟค่าเฟสอาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี

4.2 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเกนมาร์จิน

จากนิยามของเกนมาร์จินในบทที่ 2 เราได้สมการของเกนมาร์จินเป็นดังสมการที่ 4.25

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)|} \quad 4.25$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.15 ทำให้ได้สมการของเกนมาร์จินจากสมการที่ 4.25 เป็นสมการที่ 4.26

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)| |G_p(j\omega_p)|} \quad 4.26$$

จากสมการที่ 4.5 เทอม $|G_p(j\omega_p)|$ เป็นดังสมการที่ 4.27

$$|G_p(j\omega_p)| = \frac{K_p}{\sqrt{1 + \omega_p^2 \tau^2}} \quad 4.27$$

จากสมการที่ 4.7 เทอม $|G_c(j\omega_p)|$ เป็นดังสมการที่ 4.28

$$|G_c(j\omega_p)| = \frac{K_c \sqrt{T_d^2 T_i^2 \omega_p^4 + (T_i^2 - 2T_d T_i)^2 \omega_p^2 + 1}}{\omega_p T_i} \quad 4.28$$

แทนสมการที่ 4.27, 4.28 ลงในสมการที่ 4.26 จะได้สมการเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไรการตอบสนองซึ่งถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดีเป็นดังสมการที่ 4.29

$$A_m = \frac{\omega_p T}{K_c K_p} \sqrt{\frac{1 + \omega_p^2 \tau^2}{T_d^2 T_i^2 \omega_p^4 + (T_i^2 - 2T_d T_i)^2 \omega_p^2 + 1}} \quad 4.29$$

จากสมการที่ 4.29 จะเห็นว่าค่าเกนมาร์จินมีความสัมพันธ์กับค่า K_p , τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ค่า K_c , T_i , T_d ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของตัวควบคุม และความถี่ phase crossover

frequency ω_p ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า ω_p กับพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวควบคุม

จากนิยามของค่า phase crossover frequency ω_p ในบทที่ 2 จะได้สมการที่ใช้หาค่า ω_p เป็นดังสมการที่ 4.30

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)] = -\pi \quad 4.30$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.4 จะได้สมการที่ใช้หาค่า ω_p เป็นดังสมการที่ 4.31

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)] + \text{Arg}[G_p(j\omega_p)] + \pi = 0 \quad 4.31$$

จากสมการที่ 4.5 เทอม $\text{Arg}[G_p(j\omega_p)]$ เป็นดังสมการที่ 4.32

$$\text{Arg}[G_p(j\omega_p)] = -\arctan(\omega_p \tau) - \omega_p L \quad 4.32$$

จากสมการที่ 4.7 เทอม $\text{Arg}[G_c(j\omega_p)]$ เป็นดังสมการที่ 4.33

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)] = \arctan\left(\omega_p T_d - \frac{1}{\omega_p T_i}\right) \quad 4.33$$

แทนสมการที่ 4.32, 4.33 ลงในสมการที่ 4.31 จะได้สมการที่ใช้หาค่า phase crossover frequency ω_p เป็นดังสมการที่ 4.34

$$\arctan\left(\omega_p T_d - \frac{1}{\omega_p T_i}\right) - \arctan(\omega_p \tau) - \omega_p L + \pi = 0 \quad 4.34$$

แก้สมการที่ 4.34 เพื่อหาค่า phase crossover frequency ω_p แต่เนื่องจากในสมการที่ 4.34 มีฟังก์ชัน \arctan อยู่ในสมการซึ่งเป็นการยากในการแก้สมการด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (analytically) แต่เราสามารถหารูปแบบประมาณของผลเฉลยของสมการที่ 4.34 ได้โดยใช้การประมาณฟังก์ชัน \arctan ตามสมการที่ 4.35

$$\arctan x \approx \begin{cases} \frac{\pi}{4} x, & |x| \leq 1 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4x}, & |x| > 1 \end{cases} \quad 4.35$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 4.34 เนื่องจาก

$$\left| \omega_p T_d - \frac{1}{\omega_p T_i} \right| > 1$$

$$|\omega_p \tau| > 1$$

ดังนั้นสมการที่ 4.34 ที่ผ่านการประมาณฟังก์ชัน \arctan แล้วจะเป็นสมการที่ 4.36

$$\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi T_i \omega_p}{4 T_d T_i \omega_p^2 - 4} \right] - \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4 \tau \omega_p} \right] - \omega_p L + \pi = 0 \quad 4.36$$

จัดรูปสมการที่ 4.36 ในที่สุดจะได้พหุนามกำลัง 4 ของค่า phase crossover frequency ω_p เป็นสมการที่ 4.37

$$(4\pi L^3)\omega_p^4 - (4\pi L^2)\omega_p^3 - [\pi L^2 - (2\pi - 4)L]\omega_p^2 + (4\pi \tau)\omega_p + \pi = 0 \quad 4.37$$

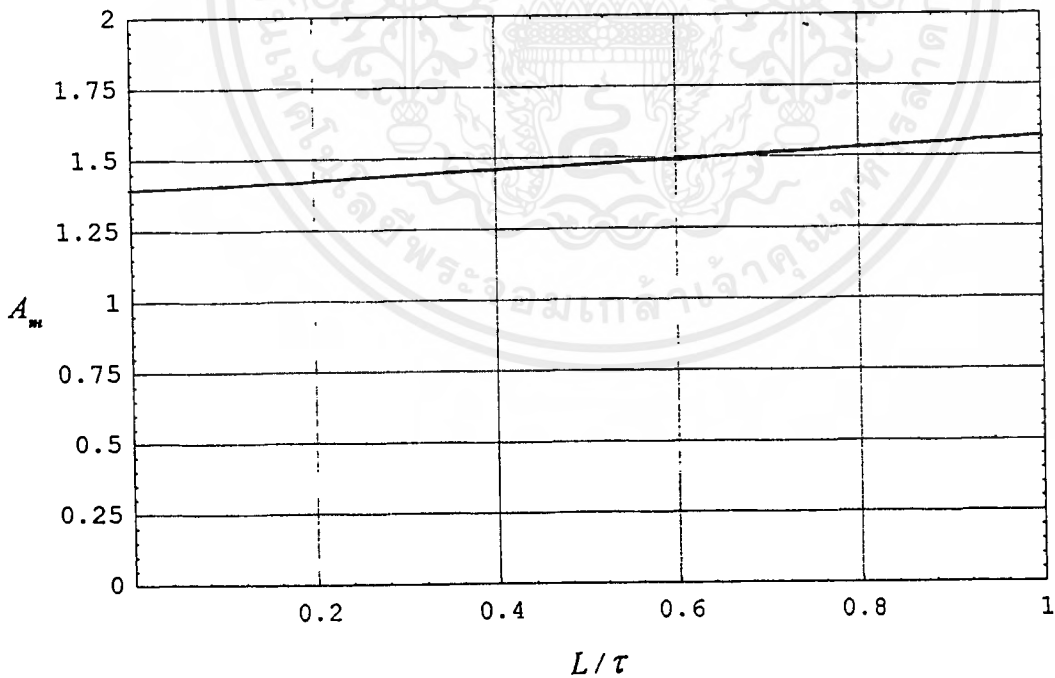
จากสมการที่ 4.37 จะเห็นว่าสัมประสิทธิ์แต่ละเทอมจะขึ้นอยู่กับค่า L, τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของกระบวนการ ดังนั้นหากเราทราบค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ ทำการแทนค่าดังกล่าวลงในสมการที่ 4.37 แล้วแก้สมการของค่า ω_p ออกมา จากนั้นแทนค่า ω_p พร้อมด้วยพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวควบคุมลงในสมการที่ 4.29 ก็จะสามารถหาค่าเกนมาร์จินได้

พิจารณากรณีศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดีซึ่งปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols โดยกำหนดให้ค่า time constant τ และ gain K_p ของกระบวนการมีค่าคงที่เท่ากับ 1 และค่า dead time L ของกระบวนการมีค่าเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 0.1 ถึง 1 ซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

L (sec)	ω_p (rad/sec)	A_m
0.1	23.6694	1.416
0.2	12.1328	1.44
0.3	8.26795	1.45
0.4	6.32478	1.46
0.5	5.15217	1.48

L (sec)	ω_p (rad/sec)	A_m
0.6	4.36592	1.504
0.7	3.80108	1.51
0.8	3.37506	1.528
0.9	3.04186	1.547
1.0	2.77386	1.568

จากนั้นนำค่าแอมพลิจูด A_m ที่คำนวณได้ในตารางไป plot ลงบน scale จะได้กราฟของแอมพลิจูดที่เปลี่ยนแปลงตามค่า dead time L ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงค่าแอมพลิจูดที่เปลี่ยนแปลงตามค่า dead time L

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การทดลองตรวจสอบความถูกต้องของกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฟสแมรีจิ้นและเกนแมรีจิ้นกับอัตราส่วน L/τ

ทำการทดลองโดยการ plot Bode diagram ของ open-loop transfer function ของระบบควบคุมในรูปที่ 4.1 โดยปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอดีตามตารางการปรับค่าพารามิเตอร์ของ Ziegler-Nichols ในบทที่ 2 และตรวจสอบค่าเฟสแมรีจิ้นและเกนแมรีจิ้นที่อ่านได้จาก Bode diagram ว่าตรงกับค่าในกราฟหรือไม่ โดยเลือกทำการทดลองที่ค่าอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

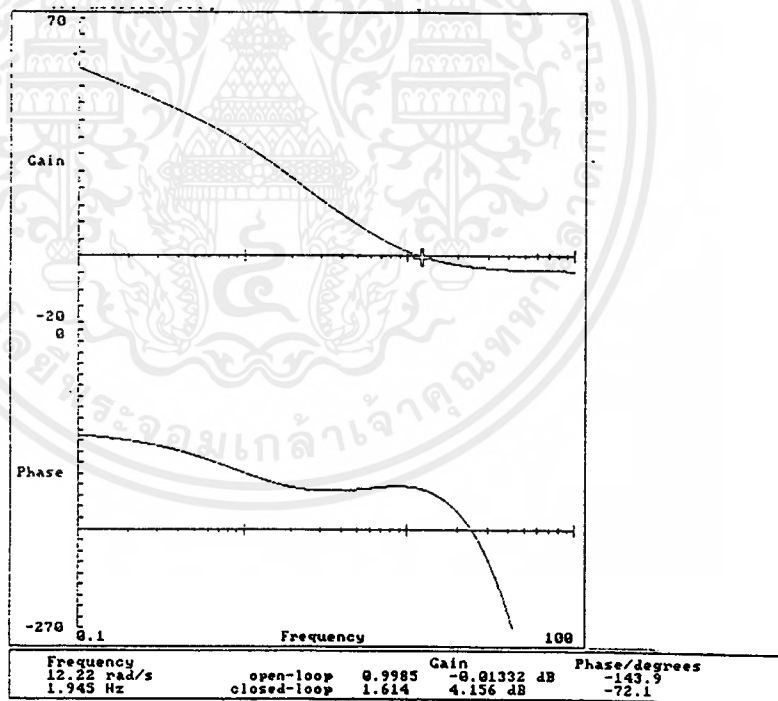
การทดลองที่ 4.1 อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.1s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 12 \left(1 + \frac{5}{s} + 0.05s \right)$$



รูปที่ 4.4 Bode diagram ของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$

จากรูปที่ 4.4 จะเห็นว่าเฟสแมรีจิ้นมีค่าประมาณ 36.1° และเกนแมรีจิ้นมีค่าประมาณ 1.42 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในกราฟ

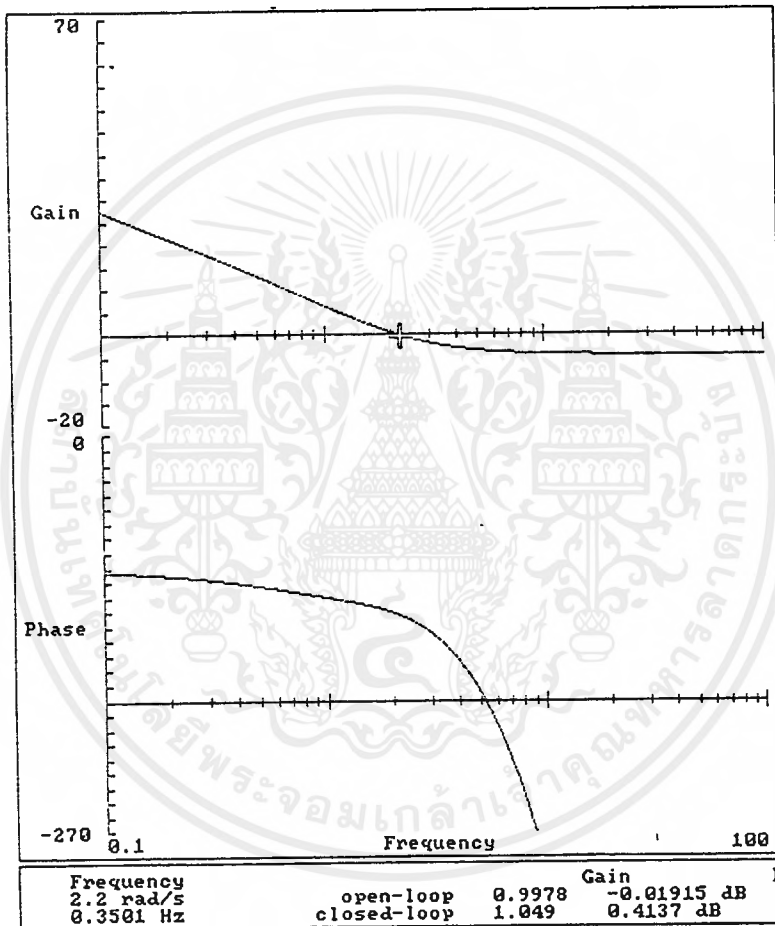
การทดลองที่ 4.2 อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.5$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 2.4 \left(1 + \frac{1}{s} + 0.25s \right)$$



รูปที่ 4.5 Bode diagram ของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$

จากรูปที่ 4.5 จะเห็นว่าเฟสมาร์จिनมีค่าประมาณ 56.9° และเกนมารจिनมีค่าประมาณ 1.48 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในกราฟ

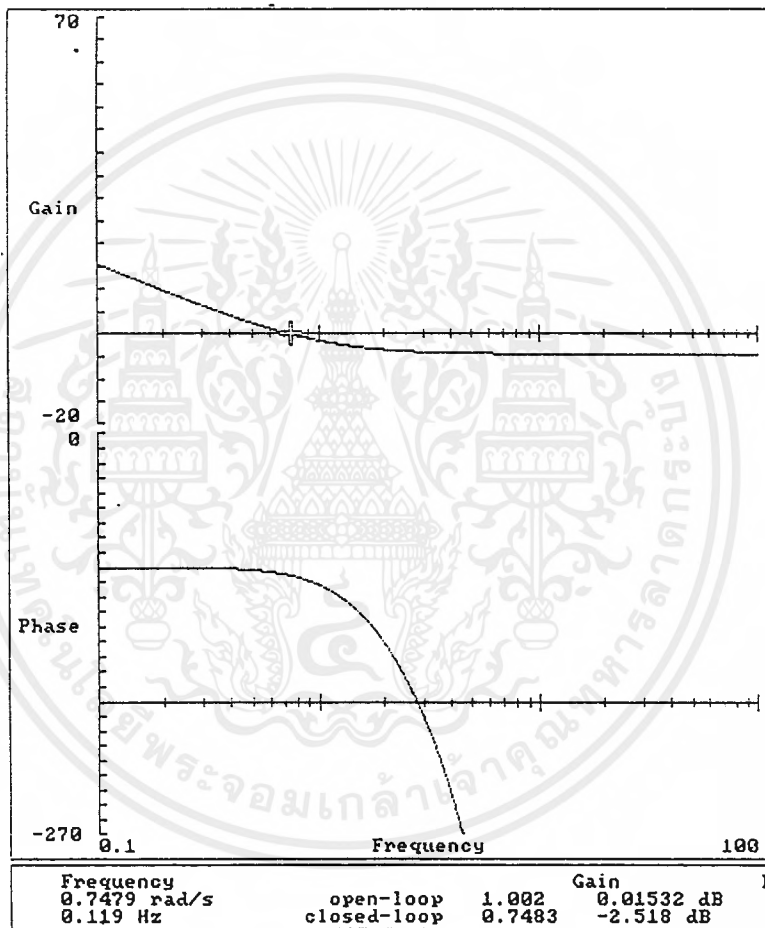
การทดลองที่ 4.3 อัตราส่วน $L/\tau = 1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 1.2 \left(1 + \frac{0.5}{s} + 0.25s \right)$$



รูปที่ 4.6 Bode diagram ของ กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบพีไอดี กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 1$

จากรูปที่ 4.6 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินมีค่าประมาณ 83.94° และเกนมารจินมีค่าประมาณ 1.57 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าในกราฟ

จากการทดลองที่ 4.1, 4.2 และ 4.3 สามารถสรุปได้ว่ากราฟเฟสแมริจินในรูปที่ 4.2 และกราฟเกนมาร์จินในรูปที่ 4.3 ให้ค่าเฟสแมริจินและเกนมาร์จินได้ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง

4.4 การทดลองศึกษาลักษณะผลตอบสนองของระบบควบคุมต่อสัญญาณ unit-step input

ทำการทดลอง plot กราฟผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมในรูปที่ 4.1 และเปรียบเทียบกราฟที่ได้ว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร โดยทำการทดลองที่ค่าอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

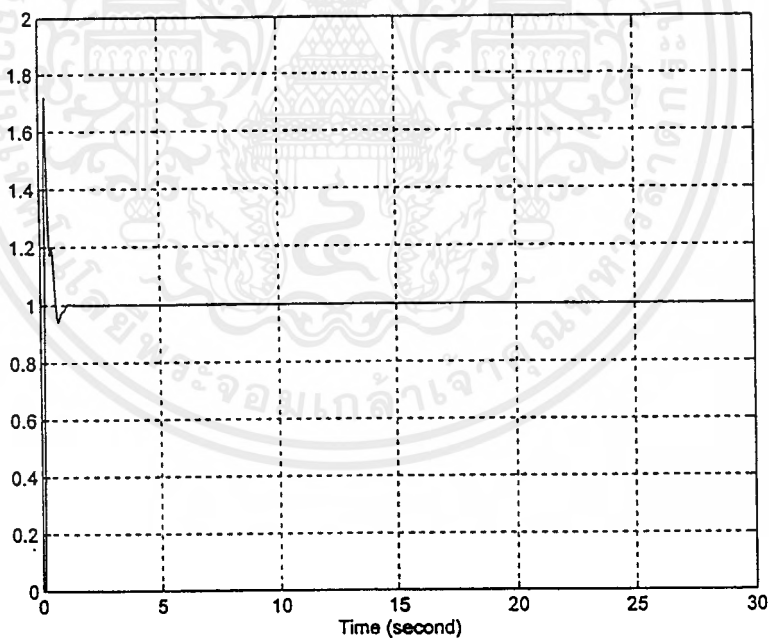
การทดลองที่ 4.4 อัตราส่วน $L/\tau = 0.1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.1s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 12 \left(1 + \frac{5}{s} + 0.05s \right)$$



รูปที่ 4.7 unit-step response ของระบบควบคุมกรณีที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$

จากรูปจะเป็นว่า unit-step response ของระบบควบคุม มีค่า overshoot เท่ากับ 70 % , rise time $t_r = 0.17$ sec , settling time $t_s = 1$ sec

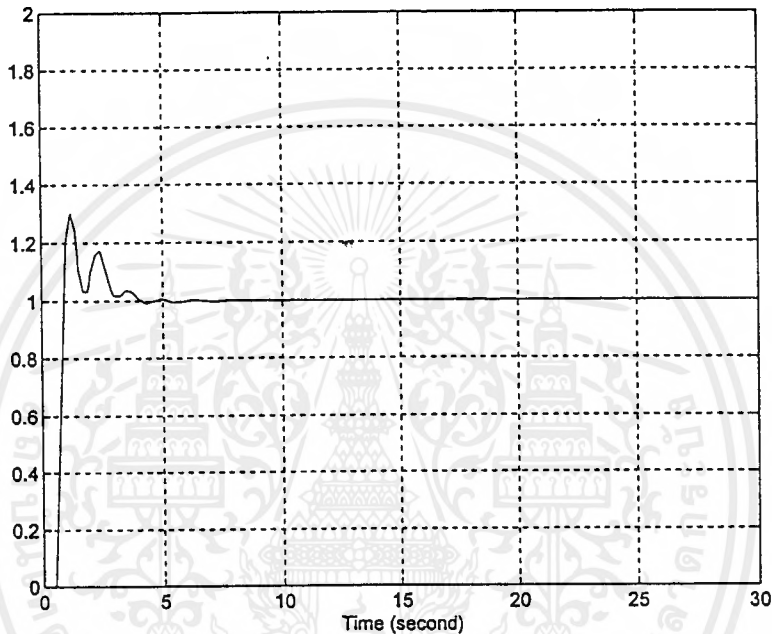
การทดลองที่ 4.5 อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 0.5$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 2.4 \left(1 + \frac{1}{s} + 0.25s \right)$$



รูปที่ 4.8 unit-step response ของระบบควบคุมกรณีที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$

จากรูปจะเป็นว่า unit-step response ของระบบควบคุม มีค่า overshoot เท่ากับ 30 %
 ,rise time $t_r = 0.9$ sec ,settling time $t_s = 4.5$ sec

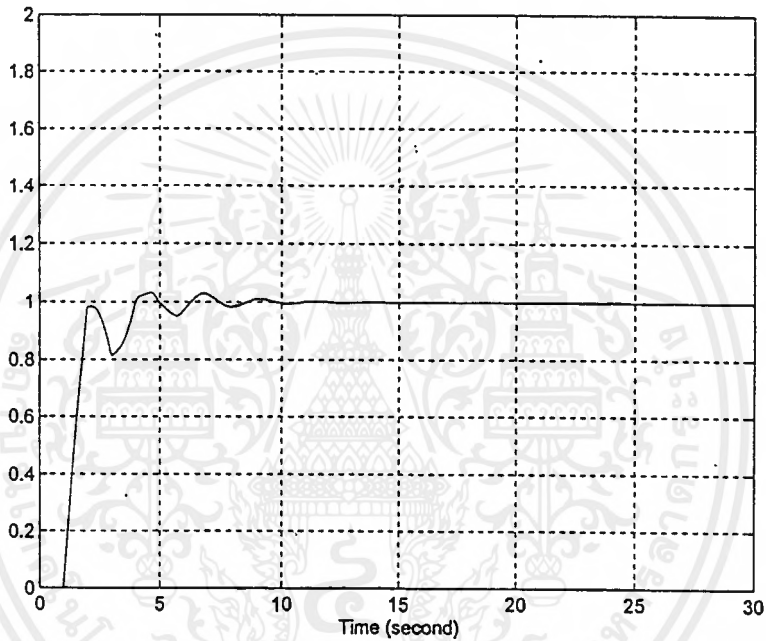
การทดลองที่ 4.6 อัตราส่วน $L/\tau = 1$, กำหนดให้ค่า $K_p = 1, \tau = 1, L = 1$

transfer function ของกระบวนการ

$$G_p(s) = \frac{e^{-s}}{s+1}$$

transfer function ของตัวควบคุม

$$G_c(s) = 1.2 \left(1 + \frac{0.5}{s} + 0.25s \right)$$



รูปที่ 4.9 unit-step response ของระบบควบคุมที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$

จากรูปจะเป็นว่า unit-step response ของระบบควบคุม มีค่า overshoot เท่ากับ 4 %
 ,rise time $t_r = 4$ sec ,settling time $t_s = 11$ sec

จากการทดลองที่ 4.4,4.5,4.6 สามารถสรุปได้ว่าที่อัตราส่วน L / τ ค่าต่ำ ๆ (0.1) เฟสมาร์จินและเกนมาร์จินมีค่าต่ำ ผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดจะมีค่า overshoot สูง, rise time และ settling time มีค่าน้อย ระบบจะมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input เร็วมาก เมื่ออัตราส่วน L / τ เพิ่มขึ้น เกนมาร์จินและเฟสมาร์จินมีค่าเพิ่มขึ้น ผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดจะมีค่า overshoot ลดลง, rise time และ settling time มีค่าเพิ่มขึ้น ระบบจะมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ช้าลง ที่อัตราส่วน L / τ สูง (1) เฟสมาร์จินมีค่าประมาณ 84° เกนมาร์จินมีค่าประมาณ 1.568 ผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดจะมีค่า overshoot ประมาณ 3 % ส่วนค่า rise time และ settling time มีค่าค่อนข้างสูง ระบบจะมีการตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ค่อนข้างช้า

เมื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดกรณีที่ตัวควบคุมเป็นแบบพีไอและพีไอดี จะเห็นว่าที่อัตราส่วน L / τ ค่าต่ำ ๆ (0.1) ค่า overshoot ใกล้เคียงกัน ,ผลตอบสนองมีการแกว่งค่อนข้างมากพอ ๆ กัน ,ค่า rise time และ settling time มีค่าใกล้เคียงกัน

ที่อัตราส่วน L / τ ที่อยู่ในช่วงกลาง ๆ (0.5) ผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดกรณีที่ตัวควบคุมเป็นแบบพีไอดีจะมีค่า overshoot สูงกว่ากรณีที่ตัวควบคุมเป็นแบบพีไอ และผลตอบสนองมีการแกว่งมากกว่า ส่วนค่า rise time และ settling time จะมีค่าน้อยกว่า

ที่อัตราส่วน L / τ ที่อยู่ในช่วงค่าสูง ๆ (1) ผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดกรณีที่ตัวควบคุมเป็นแบบพีไอดีจะมีค่า overshoot สูงกว่ากรณีที่ตัวควบคุมเป็นแบบพีไอ และผลตอบสนองมีการแกว่งมากกว่า ส่วนค่า rise time และ settling time จะมีค่าน้อยกว่ามาก

ทั้งกรณีที่ตัวควบคุมเป็นแบบพีไอและพีไอดี ผลตอบสนองต่อสัญญาณ unit-step input ของระบบควบคุมวงปิดจะมีค่า steady-state error เป็น 0

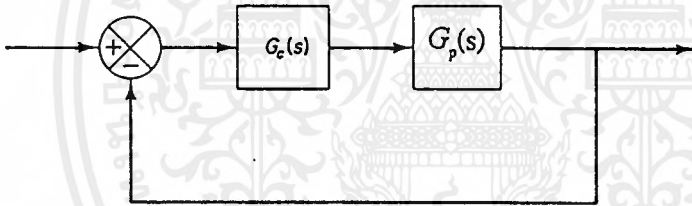
บทที่ 5

การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับ หนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด

จุดประสงค์ของบทนี้คือการสร้างกราฟที่ใช้ปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีด (Lead compensator) เพื่อชดเชยให้กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองมีค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินตามที่ต้องการ

5.1 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของเฟสมาร์จิน

พิจารณาระบบควบคุมวงปิดในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 ระบบควบคุมวงปิด

จากรูปที่ 5.1 $G_p(s)$ เป็น transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบ

สนอง

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + s\tau} e^{-sL} \quad 5.1$$

$G_c(s)$ เป็น transfer function ของตัวชดเชยแบบลีด

$$G_c(s) = K_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = K_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad 5.2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนิยามของเฟสมาร์จินในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการของเฟสมาร์จินในหน่วย radian เป็นดังสมการที่ 5.3

$$\phi_m = \text{Arg}[G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)] + \pi \quad 5.3$$

เมื่อ ω_g คือความถี่ gain crossover frequency

จากสมการที่ 5.3 และคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.4 ในบทที่ 3 จะได้สมการของเฟสมาร์จินเป็นดังสมการที่ 5.4

$$\phi_m = \text{Arg}[G_c(j\omega_g)] + \text{Arg}[G_p(j\omega_g)] + \pi \quad 5.4$$

จากสมการที่ 5.1 sinusoidal transfer function ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง เป็นดังสมการที่ 5.5

$$G_p(j\omega) = \left[\frac{K_p(1 - j\omega\tau)}{1 + \omega^2\tau^2} \right] e^{-j\omega L} \quad 5.5$$

จากสมการที่ 5.5 ค่า $\text{Arg}[G_p(j\omega_g)]$ เป็นดังสมการที่ 5.6

$$\text{Arg}[G_p(j\omega_g)] = -\arctan(\omega_g\tau) - \omega_g L \quad 5.6$$

จากสมการที่ 5.2 sinusoidal transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 5.7

$$G_c(j\omega) = K_c \alpha \frac{j\omega T + 1}{j\omega \alpha T + 1} = K_c \frac{j\omega + \frac{1}{T}}{j\omega + \frac{1}{\alpha T}}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad 5.7$$

จากสมการที่ 5.7 ค่า $\text{Arg}[G_c(j\omega_g)]$ เป็นดังสมการที่ 5.8

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_g)] = \arctan(\omega_g T) - \arctan(\alpha \omega_g T) \quad 5.8$$

แทนสมการที่ 5.6, 5.8 ลงในสมการที่ 5.4 จะได้สมการเฟสมาร์จินของกระบวนการอันดับ

หนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 5.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi_m = \arctan(\omega_g T) - \arctan(\alpha \omega_g T) - \arctan(\omega_g \tau) - \omega_g L + \pi \quad 5.9$$

จากสมการที่ 5.9 จะเห็นว่าค่าเฟสอาร์จินมีความสัมพันธ์กับค่า L, τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของกระบวนการ, ค่า α, T ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของตัวชดเชย และความถี่ gain crossover frequency ω_g ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่าง ω_g กับพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวชดเชย

จากนิยามของความถี่ gain crossover frequency ω_g ในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการที่ใช้หาค่า gain crossover frequency ω_g เป็นดังสมการที่ 5.10

$$|G_c(j\omega_g)G_p(j\omega_g)| = 1 \quad 5.10$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.15 ในบทที่ 3 จะได้สมการที่ 5.10 เป็นดังสมการที่ 5.11

$$|G_c(j\omega_g)| |G_p(j\omega_g)| = 1 \quad 5.11$$

จากสมการที่ 5.5 จะได้เทอม $|G_p(j\omega_g)|$ เป็นดังสมการที่ 5.12

$$|G_p(j\omega_g)| = \frac{K_p}{\sqrt{1 + \omega_g^2 \tau^2}} \quad 5.12$$

จากสมการที่ 5.7 จะได้เทอม $|G_c(j\omega_g)|$ เป็นดังสมการที่ 5.13

$$|G_c(j\omega_g)| = K_c \alpha \sqrt{\frac{1 + \omega_g^2 T^2}{1 + \alpha^2 \omega_g^2 T^2}} \quad 5.13$$

แทนสมการที่ 5.12, 5.13 ลงในสมการที่ 5.11 จะได้สมการที่ 5.14

$$\alpha K_c K_p \sqrt{\frac{1 + \omega_g^2 T^2}{(1 + \alpha^2 \omega_g^2 T^2)(1 + \omega_g^2 \tau^2)}} = 1 \quad 5.14$$

จากสมการที่ 5.14 คูณไขว้สมการและยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการ จากนั้นจัดรูปสมการใหม่
จะได้สมการกำลัง 4 ของความถี่ gain crossover frequency ω_g เป็นดังสมการที่ 5.15

$$(\alpha^2 \tau^2 T^2) \omega_g^4 + (\tau^2 + \alpha^2 T^2 - K_c^2 K_p^2 \alpha^2 T^2) \omega_g^2 + (1 - K_c^2 K_p^2 \alpha^2) = 0 \quad 5.15$$

จากสมการที่ 5.15 แก้สมการหาค่า gain crossover frequency ω_g ออกมาเป็นดังสมการที่ 5.16

$$\omega_g = \sqrt{\frac{(K_c^2 K_p^2 \alpha^2) T^2 - \tau^2 + \sqrt{\tau^4 - (2\alpha^2 + 2\alpha^2 K_c^2 K_p^2 + 4\alpha^4 K_c^2 K_p^2) \tau^2 T^2 + (\alpha^4 K_c^4 K_p^4 - 2\alpha^4 K_c^2 K_p^2 + \alpha^4) T^4}}{2\alpha^2 \tau^2 T^2}} \quad 5.16$$

จากสมการที่ 5.9 หาเทอม $\omega_g T, \alpha \omega_g T, \omega_g \tau, \omega_g L$ เพื่อแทนลงในสมการ จะได้

เทอม $\omega_g T$ เป็นดังสมการที่ 5.17

$$\omega_g T = \sqrt{\frac{\left[(\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - \alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 - 1 \right] + \sqrt{\left(\alpha^4 - 2\alpha^4 K_c^2 K_p^2 + \alpha^4 K_c^4 K_p^4 \right) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + (4\alpha^4 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + 1}}{2\alpha^2}} \quad 5.17$$

เทอม $\alpha \omega_g T$ เป็นดังสมการที่ 5.18

$$\alpha \omega_g T = \sqrt{\frac{\left[(\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - \alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 - 1 \right] + \sqrt{\left(\alpha^4 - 2\alpha^4 K_c^2 K_p^2 + \alpha^4 K_c^4 K_p^4 \right) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + (4\alpha^4 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + 1}}{2}} \quad 5.18$$

เทอม $\omega_g \tau$ เป็นดังสมการที่ 5.19

$$\omega_g \tau = \sqrt{\frac{\left[(\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - \alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 - 1 \right] + \sqrt{(\alpha^4 - 2\alpha^4 K_c^2 K_p^2 + \alpha^4 K_c^4 K_p^4) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + (4\alpha^4 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + 1}}{2\alpha^2 \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2}} \quad 5.19$$

เทอม $\omega_g L$ เป็นดังสมการที่ 5.20

$$\omega_g L = \sqrt{\frac{\left[(\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - \alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 - 1 \right] + \sqrt{(\alpha^4 - 2\alpha^4 K_c^2 K_p^2 + \alpha^4 K_c^4 K_p^4) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + (4\alpha^4 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2 K_c^2 K_p^2 - 2\alpha^2) \left(\frac{L}{\tau} \right)^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2 + 1}}{2\alpha^2 \left(\frac{T}{L} \right)^2}} \quad 5.20$$

จากสมการที่ 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 จะเห็นว่าเทอม $\omega_g T$, $\alpha \omega_g T$, $\omega_g \tau$, $\omega_g L$ มีค่าเปลี่ยนแปลงตามค่า α , K_c , K_p , อัตราส่วน L / τ , อัตราส่วน T / L ดังนั้นค่าพสมาร์จินในสมการที่ 5.9 จะมีค่าเปลี่ยนแปลงตามค่าดังกล่าวด้วย

ในบทนี้จะศึกษาเพื่อสร้างกราฟที่ใช้ปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดเพื่อชดเชยกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองให้มีค่าพสมาร์จินตามที่ต้องการ โดยค่าพสมาร์จินที่สนใจจะอยู่ในช่วง $30^\circ - 60^\circ$ และสนใจศึกษากรณีที่อัตราส่วน L / τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1 โดยกำหนดให้ค่า $K_p = 1$

การปรับค่า α และค่า K_c

เนื่องจากค่า α ของตัวชดเชยแบบลีดมีค่า $0 < \alpha < 1$ จะทำการปรับค่า α ในช่วง 0.1 ถึง 0.9 ส่วนค่า K_c จะทำการปรับค่าให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่

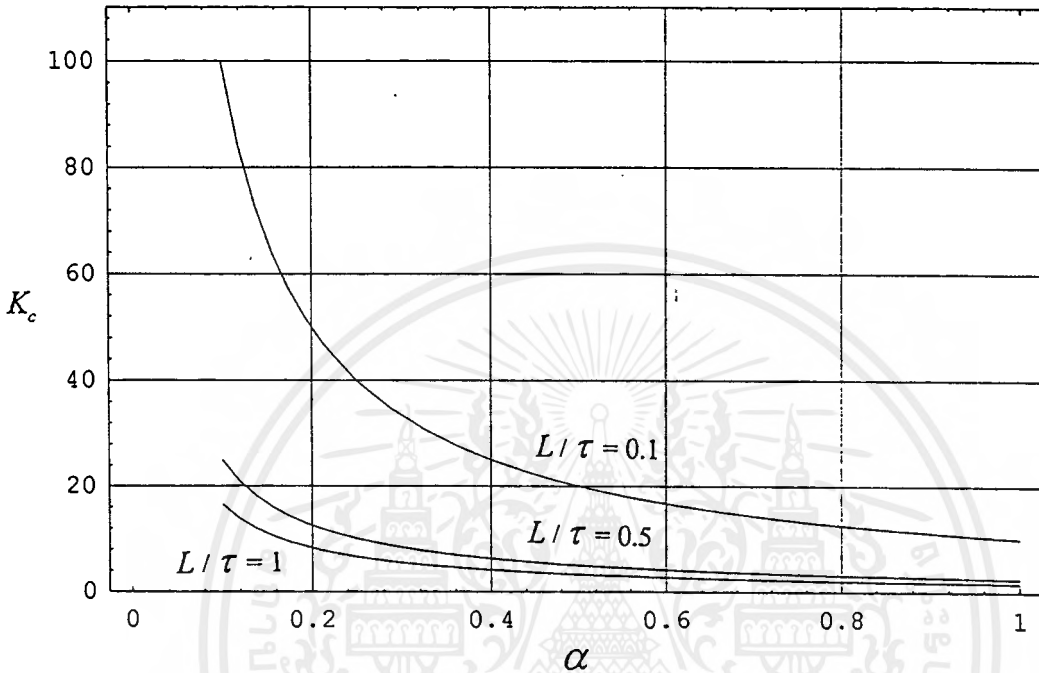
กรณีที่อัตราส่วน $L / \tau = 0.1$ ปรับค่า α และ K_c ให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่เท่ากับ 10

กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ปรับค่า α และ K_c ให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่

เท่ากับ 2.5

กรณีที่อัตราส่วน $L/\tau = 1$ ปรับค่า α และ K_c ให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่เท่า

กับ 1.65



รูปที่ 5.2 การปรับค่า α และ K_c ของตัวชดเชยแบบตีกรณีที่มีอัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

กรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$

plot กราฟค่าเฟสแมริจิ้นจากสมการที่ 5.9 ในหน่วยของศาตั้งแต่ค่า $\alpha = 0.1$ ถึง 0.9

โดยใช้การปรับค่า α และ K_c ตามรูปที่ 5.2 และใช้อัตราส่วน T/L ตั้งแต่ค่า 0.1 ถึง 1 จะได้ชุดของ

กราฟแสดงค่าเฟสแมริจิ้นแสดงดังรูปที่ 5.3

กรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$

plot กราฟค่าเฟสแมริจิ้นจากสมการที่ 5.9 ในหน่วยของศาตั้งแต่ค่า $\alpha = 0.1$ ถึง 0.9

โดยใช้การปรับค่า α และ K_c ตามรูปที่ 5.2 และใช้อัตราส่วน T/L ตั้งแต่ค่า 0.1 ถึง 1 จะได้ชุดของ

กราฟแสดงค่าเฟสแมริจิ้นแสดงดังรูปที่ 5.4

กรณีอัตราส่วน $L/\tau = 1$

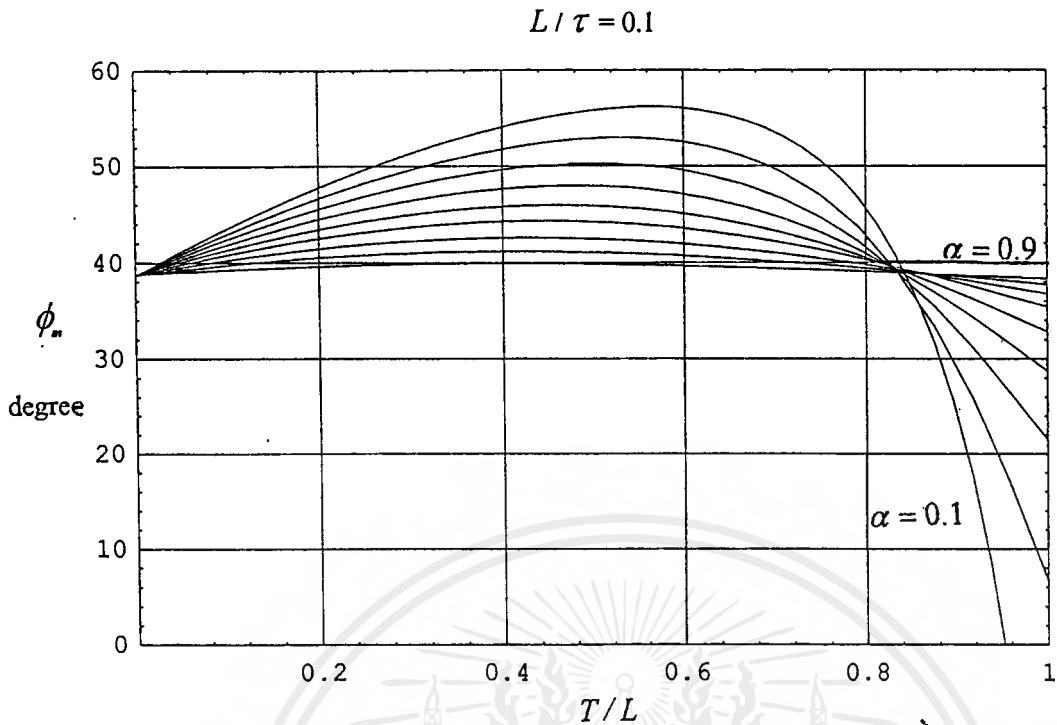
plot กราฟค่าเฟสแมริจิ้นจากสมการที่ 5.9 ในหน่วยของศาตั้งแต่ค่า $\alpha = 0.1$ ถึง 0.9

โดยใช้การปรับค่า α และ K_c ตามรูปที่ 5.2 และใช้อัตราส่วน T/L ตั้งแต่ค่า 0.1 ถึง 1 จะได้ชุดของ

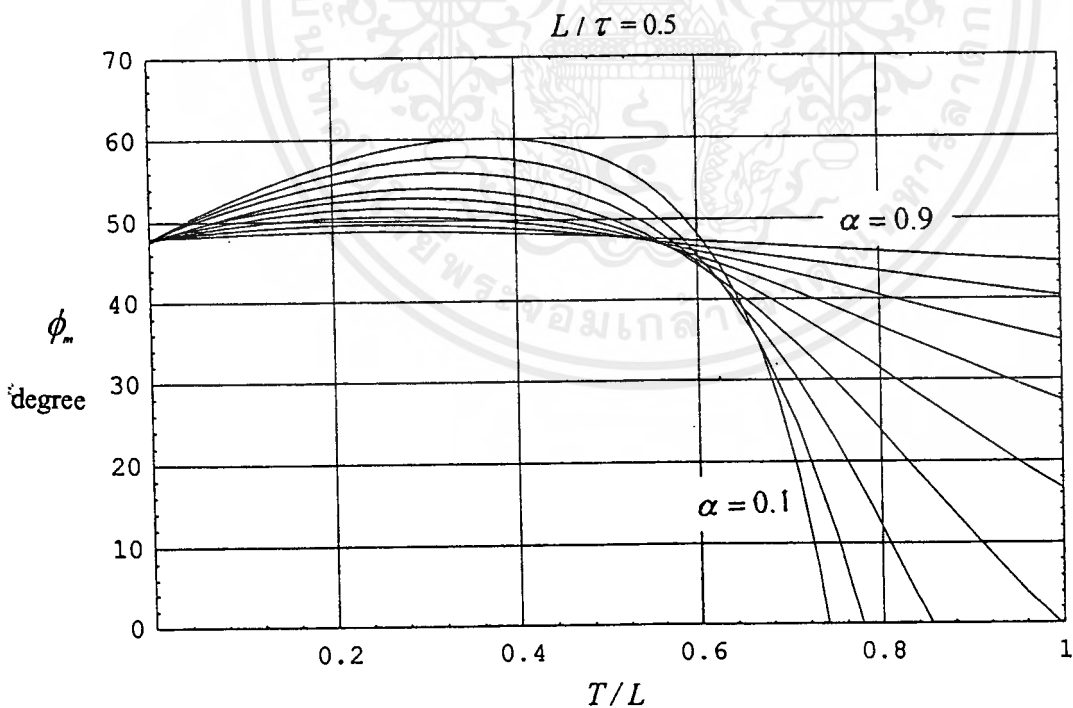
กราฟแสดงค่าเฟสแมริจิ้นแสดงดังรูปที่ 5.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

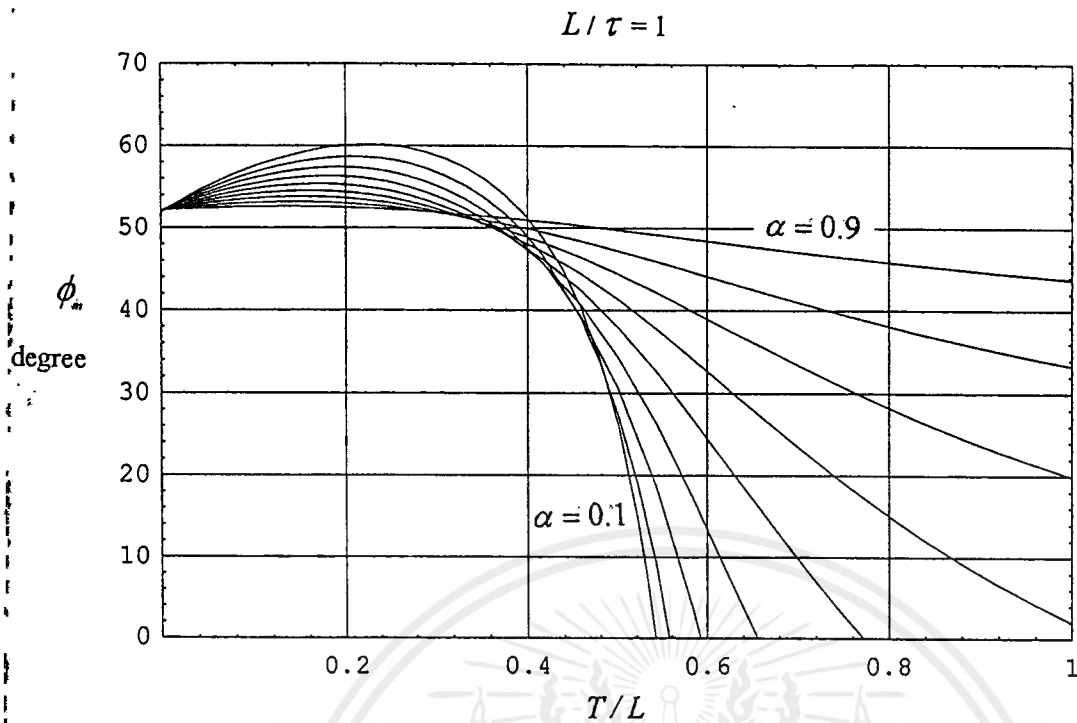


รูปที่ 5.3 ชุดของกราฟแสดงค่าเฟสอาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง
ที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด



รูปที่ 5.4 ชุดของกราฟแสดงค่าเฟสอาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง
ที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.5 ชุดของกราฟแสดงค่าเฟสอาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$ ซึ่งถูกขดเซชด้วยตัวขดเซชแบบลิด

5.2 การศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงของเกนมาร์จิน

จากนิยามของเกนมาร์จินในบทที่ 2 จะได้สมการของเกนมาร์จินเป็นดังสมการที่ 5.21

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)|} \quad 5.21$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.15 ในบทที่ 3 จะได้สมการของเกนมาร์จินเป็นดังสมการที่ 5.22

$$A_m = \frac{1}{|G_c(j\omega_p)||G_p(j\omega_p)|} \quad 5.22$$

จากสมการที่ 5.5 จะได้เทอม $|G_p(j\omega_p)|$ เป็นดังสมการที่ 5.23

$$|G_p(j\omega_p)| = \frac{K_p}{\sqrt{1+\omega_p^2\tau^2}} \quad 5.23$$

จากสมการที่ 5.7 จะได้เทอม $|G_c(j\omega_p)|$ เป็นคังสมการที่ 5.24

$$|G_c(j\omega_p)| = K_c\alpha\sqrt{\frac{1+\omega_p^2T^2}{1+\alpha^2\omega_p^2T^2}} \quad 5.24$$

แทนสมการที่ 5.23, 5.24 ลงในสมการที่ 5.22 จะได้สมการค่าเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีดเป็นคังสมการที่ 5.25

$$A_m = \frac{1}{\alpha K_c K_p} \sqrt{\frac{(1+\alpha^2\omega_p^2T^2)(1+\omega_p^2\tau^2)}{1+\omega_p^2T^2}} \quad 5.25$$

จากสมการที่ 5.25 จะเห็นว่าค่าเกนมาร์จินมีความสัมพันธ์กับค่า K_p, τ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง, ค่า K_c, α, T ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีด

ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ phase crossover frequency ω_p กับพารามิเตอร์ของกระบวนการและตัวชดเชยแบบลีด

จากนิยามของ ความถี่ phase crossover frequency ω_p ในบทที่ 2 ทำให้เราได้สมการเงื่อนไขที่ใช้หาค่า ω_p ในหน่วย radian เป็นคังสมการที่ 5.26

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)G_p(j\omega_p)] = -\pi \quad 5.26$$

จากคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อนในสมการที่ 3.4 ในบทที่ 3 จะได้สมการที่ 5.26 เปลี่ยนรูปเป็นสมการที่ 5.27

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)] + \text{Arg}[G_p(j\omega_p)] + \pi = 0 \quad 5.27$$

จากสมการที่ 5.5 จะได้เทอม $\text{Arg}[G_p(j\omega_p)]$ เป็นคังสมการที่ 5.28

$$\text{Arg}[G_p(j\omega_p)] = -\arctan(\omega_p \tau) - \omega_p L \quad 5.28$$

จากสมการที่ 5.7 จะได้ทอม $\text{Arg}[G_c(j\omega_p)]$ เป็นดังสมการที่ 5.29

$$\text{Arg}[G_c(j\omega_p)] = \arctan(\omega_p T) - \arctan(\alpha\omega_p T) \quad 5.29$$

แทนสมการที่ 5.28, 5.29 ลงในสมการที่ 5.27 จะได้สมการเงื่อนไขที่ใช้หาค่า ω_p ในหน่วย radian เป็นดังสมการที่ 5.30

$$\arctan(\omega_p T) - \arctan(\alpha\omega_p T) - \arctan(\omega_p \tau) - \omega_p L + \pi = 0 \quad 5.30$$

แก้สมการที่ 5.30 เพื่อหาค่า ω_p แต่เนื่องจากในสมการที่ 5.30 มีฟังก์ชัน \arctan อยู่ในสมการ ซึ่งเป็นการยากในการแก้สมการด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (analytically) แต่เราสามารถหารูปแบบประมาณของผลเฉลยของสมการที่ 5.30 ได้โดยการประมาณฟังก์ชัน \arctan ในสมการที่ 5.30 ด้วยสมการที่ 3.39 ในบทที่ 3

$$\arctan x \approx \begin{cases} \frac{\pi}{4}x, & |x| < 1 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4x}, & |x| > 1 \end{cases}$$

- กรณีที่ 1 เมื่อ $|\omega_p T| < 1, |\alpha\omega_p T| < 1, |\omega_p \tau| > 1$ จะได้สมการที่ประมาณมาจากสมการที่ 5.30 เป็นดังสมการที่ 5.31

$$\frac{\pi}{4}(\omega_p T) - \frac{\pi}{4}(\alpha\omega_p T) - \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4\omega_p \tau} \right] - \omega_p L + \pi = 0 \quad 5.31$$

จัดรูปสมการที่ 5.31 ในที่สุดจะได้พหุนามกำลัง 2 ของ ω_p เป็นดังสมการที่ 5.32

$$[(1-\alpha)\pi\tau T - (4L\tau)]\omega_p^2 + (2\pi\tau)\omega_p + \pi = 0 \quad 5.32$$

แก้สมการที่ 5.32 จะได้ความถี่ phase crossover frequency ω_p เป็นดังสมการที่ 5.33

$$\omega_p = \frac{-\pi\tau - \sqrt{(\pi\tau)^2 - (1-\alpha)(\pi^2\tau T) + (4\pi L)}}{(1-\alpha)\pi\tau T - (4L\tau)} \quad 5.33$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 5.25 หาเทอม $\omega_p T$, $\omega_p \tau$ เพื่อแทนลงในสมการ จะได้

เทอม $\omega_p T$ เป็นดังสมการที่ 5.34

$$\omega_p T = \frac{-\pi \left(\frac{T}{L}\right) - \sqrt{\pi^2 \left(\frac{T}{L}\right)^2 + (4\pi) \left(\frac{L}{\tau}\right) \left(\frac{T}{L}\right)^2 - (1-\alpha) \left(\pi^2\right) \left(\frac{L}{\tau}\right) \left(\frac{T}{L}\right)^3}}{(1-\alpha) \left(\pi\right) \left(\frac{T}{L}\right) - 4} \quad 5.34$$

เทอม $\omega_p \tau$ เป็นดังสมการที่ 5.35

$$\omega_p \tau = \frac{-\pi - \sqrt{\pi^2 + \left[4\pi - (1-\alpha) \left(\pi^2\right) \left(\frac{T}{L}\right)\right] \left(\frac{L}{\tau}\right)}}{(1-\alpha) \left(\pi\right) \left(\frac{L}{\tau}\right) - 4 \left(\frac{L}{\tau}\right)} \quad 5.35$$

จากสมการที่ 5.25, 5.34, 5.35 จะเห็นว่าค่ากนมารจินมีความสัมพันธ์กับค่า α, K_c , อัตราส่วน L / τ , อัตราส่วน T / L

ในบทนี้จะศึกษาเพื่อสร้างกราฟที่ใช้ปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบสปีดเพื่อชดเชยกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไว้การตอบสนองให้มีค่ากนมารจินตามที่ต้องการ โดยค่าพสมารจินที่สนใจจะอยู่ในช่วง 0 ถึง 2 และสนใจศึกษากรณีที่มีอัตราส่วน L / τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1 โดยกำหนดให้ค่า $K_p = 1$

การปรับค่า α และค่า K_c

เนื่องจากค่า α ของตัวชดเชยแบบสปีดมีค่า $0 < \alpha < 1$ จะทำการปรับค่า α ในช่วง 0.1 ถึง 0.9 ส่วนค่า K_c จะทำการปรับค่าให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่

กรณีที่อัตราส่วน $L / \tau = 0.1$ ปรับค่า α และ K_c ให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่เท่ากับ 10

กรณีที่อัตราส่วน $L / \tau = 0.5$ ปรับค่า α และ K_c ให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่เท่ากับ 2.5

กรณีที่อัตราส่วน $L / \tau = 1$ ปรับค่า α และ K_c ให้ผลคูณระหว่าง α กับ K_c มีค่าคงที่เท่ากับ 1.65

รูปที่ 5.2 แสดงการปรับค่า α และ K_c ของตัวชดเชยแบบพีคกรณิที่อัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

กรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$

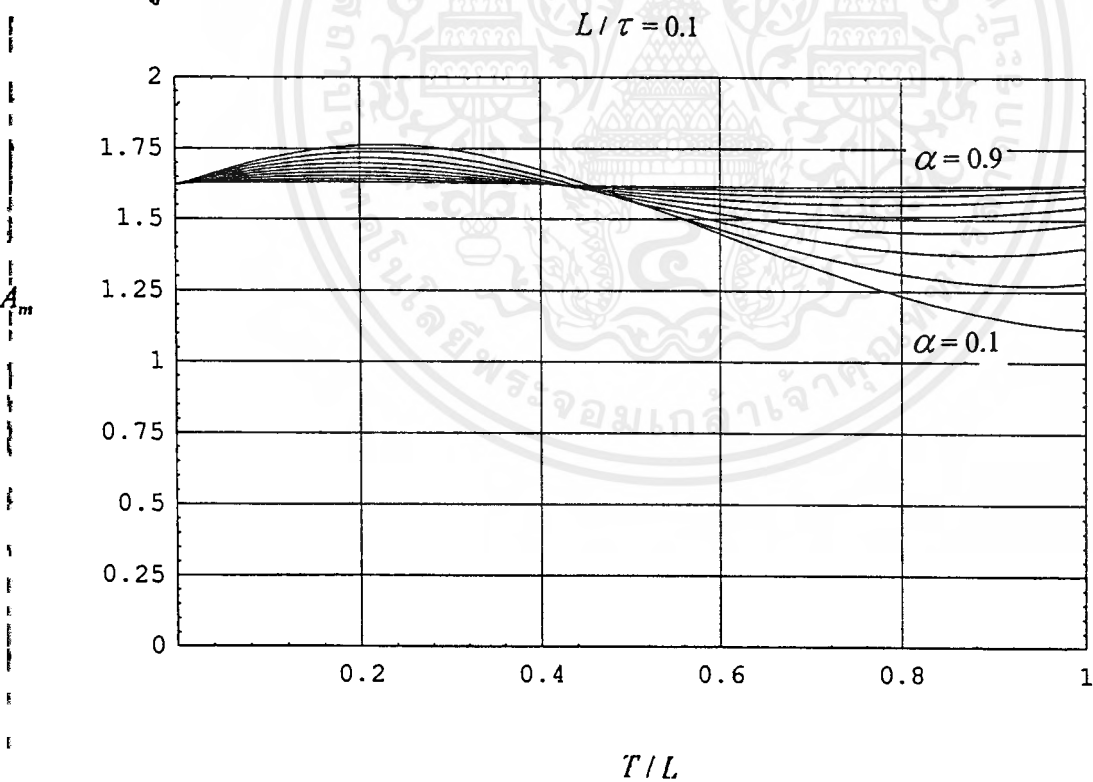
plot กราฟค่าเกนมาร์จินจากสมการที่ 5.25 ตั้งแต่ค่า $\alpha = 0.1$ ถึง 0.9 โดยใช้ในการปรับค่า α และ K_c ตามรูปที่ 5.2 และใช้อัตราส่วน T/L ตั้งแต่ค่า 0.1 ถึง 1 จะได้ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินแสดงดังรูปที่ 5.6

กรณีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$

plot กราฟค่าเกนมาร์จินจากสมการที่ 5.25 ตั้งแต่ค่า $\alpha = 0.1$ ถึง 0.9 โดยใช้ในการปรับค่า α และ K_c ตามรูปที่ 5.2 และใช้อัตราส่วน T/L ตั้งแต่ค่า 0.1 ถึง 1 จะได้ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินแสดงดังรูปที่ 5.7

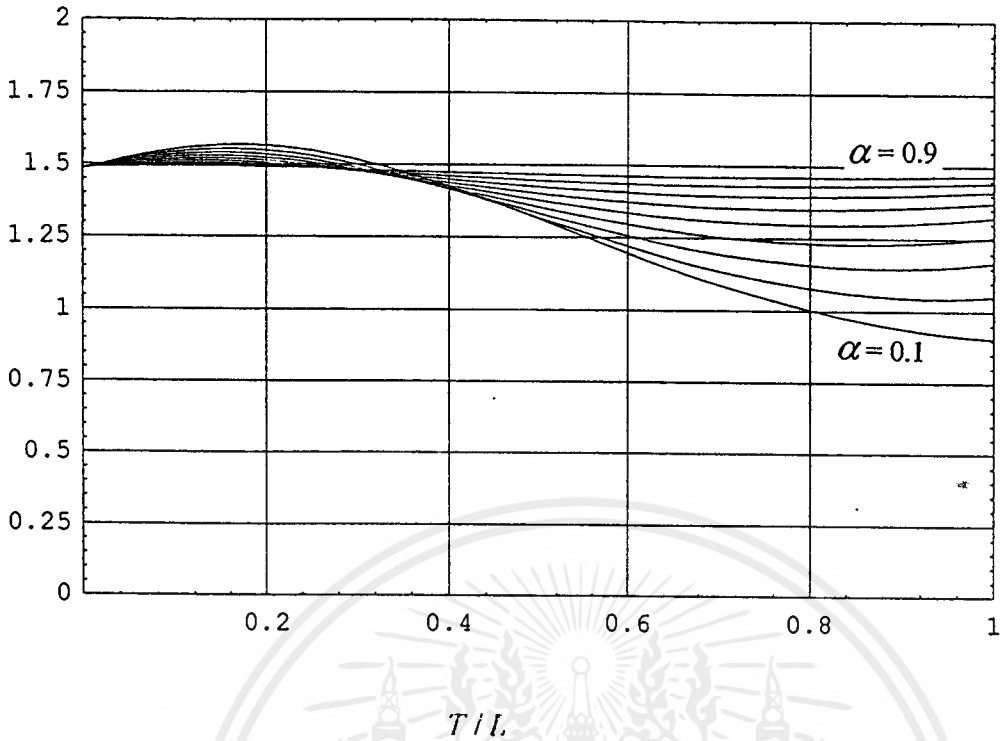
กรณีอัตราส่วน $L/\tau = 1$

plot กราฟค่าเกนมาร์จินจากสมการที่ 5.25 ตั้งแต่ค่า $\alpha = 0.1$ ถึง 0.9 โดยใช้ในการปรับค่า α และ K_c ตามรูปที่ 5.2 และใช้อัตราส่วน T/L ตั้งแต่ค่า 0.1 ถึง 1 จะได้ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินแสดงดังรูปที่ 5.8



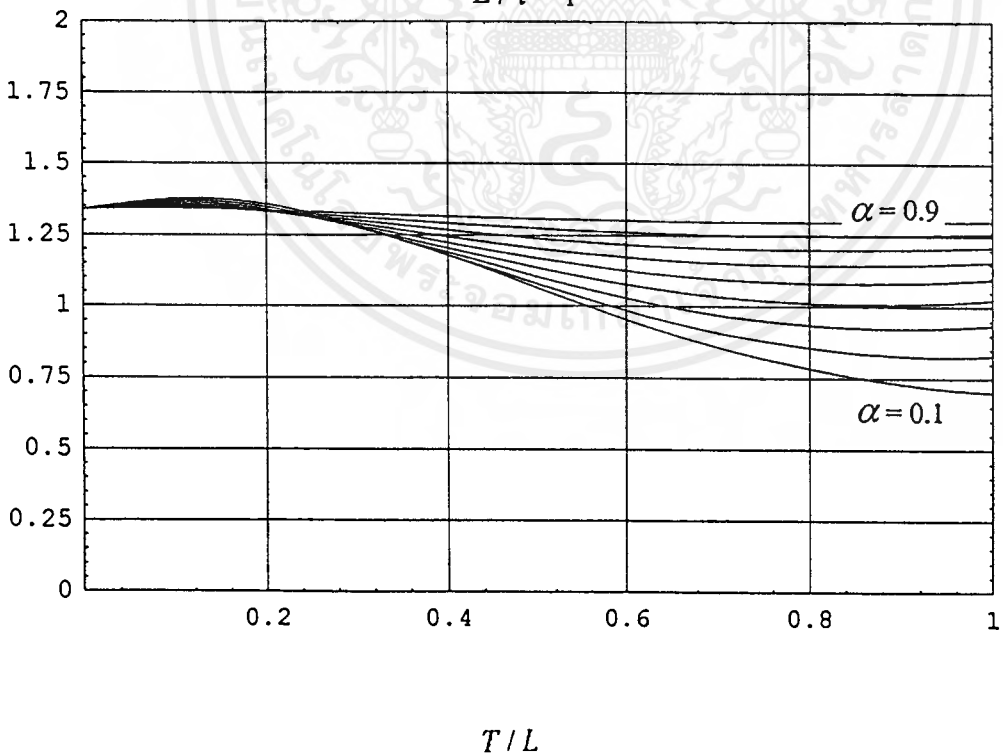
รูปที่ 5.6 ชุดของกราฟแสดงค่าเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบพีค

$$L/\tau = 0.5$$



รูปที่ 5.7 ชุดของกราฟแสดงค่าแอมพลิจูดของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด

$$L/\tau = 1$$



รูปที่ 5.8 ชุดของกราฟแสดงค่าแอมพลิจูดของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$ ซึ่งถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- กรณีที่ 2 เมื่อ $|\omega_p T| > 1, |\alpha \omega_p T| < 1, |\omega_p \tau| > 1$ จะได้สมการที่ประมาณมาจากสมการที่ 5.30 เป็นดังสมการที่ 5.36

$$\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4\omega_p T} \right] - \frac{\pi}{4} (\alpha \omega_p T) - \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4\omega_p \tau} \right] - \omega_p \tau + \pi = 0 \quad 5.36$$

จากสมการที่ 5.36 ทำการจัดรูปสมการในที่สุดจะได้พหุนามกำลัง 2 ของ ω_p เป็นดังสมการที่ 5.37

$$[(\alpha \pi \tau T^2) + (4L \tau T)] \omega_p^2 - (4\pi \tau T) \omega_p + (\tau - T) \pi = 0 \quad 5.37$$

แก้สมการที่ 5.37 จะได้ค่า ω_p เป็นดังสมการที่ 5.38

$$\omega_p = \frac{-2\pi \tau T + \sqrt{(4 - \alpha) \pi^2 \tau^2 T^2 - 4\pi L \tau^2 T - \alpha \pi^2 \tau T^3 - 4\pi L \tau T^2}}{\alpha \pi \tau T^2 + 4L \tau T} \quad 5.38$$

แต่เนื่องจากในสมการที่ 5.38 เงื่อนไขที่ทำให้ค่า ω_p มีค่ามากกว่า 0 เป็นดังสมการที่ 5.39

$$(\alpha^2 \pi + 4L) + (\alpha \pi + 4L) \left(\frac{L}{\tau} \right) \left(\frac{T}{L} \right) < 0 \quad 5.39$$

จากสมการที่ 5.39 จะเห็นว่าไม่มีค่า α, L , อัตราส่วน L/τ และอัตราส่วน T/L ที่สอดคล้องกับสมการ ดังนั้นกรณีที่ 2 จึงไม่เกิดขึ้น

จากกราฟในรูปที่ 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 และ 5.8 เราสามารถใช้กราฟทั้ง 7 รูปนี้ทำการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดเพื่อชดเชยให้กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนองมีค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินตามที่ต้องการ ได้ดังตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5.1 ต้องการ ใช้ตัวชดเชยแบบลีดชดเชยกระบวนการอันดับหนึ่งอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง ที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1, K_p = 1, \tau = 1$ มีเฟสมาร์จินเท่ากับ 55° และเกนมาร์จินเท่ากับ 1.65

วิธีการปรับค่า เนื่องจากอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$ ดังนั้นการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดจึงต้องใช้กราฟในรูปที่ 5.2, 5.3 และ 5.6 จากกราฟในรูปที่ 5.2 ที่เส้นอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$ ที่ค่า α

$\alpha = 0.1$ อ่านค่า K_c ได้เท่ากับ 100 จากกราฟในรูปที่ 5.3 จะเห็นว่าที่กราฟเส้น $\alpha = 0.1$ อัตราส่วน $T/L = 0.4$ อ่านค่าเฟสมาร์จินได้ประมาณ 55° จากกราฟในรูปที่ 5.6 จะเห็นว่าที่กราฟเส้น $\alpha = 0.1$ อัตราส่วน $T/L = 0.4$ อ่านค่าเกนมาร์จินได้ประมาณ 1.65 ดังนั้นจะได้พารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดดังต่อไปนี้

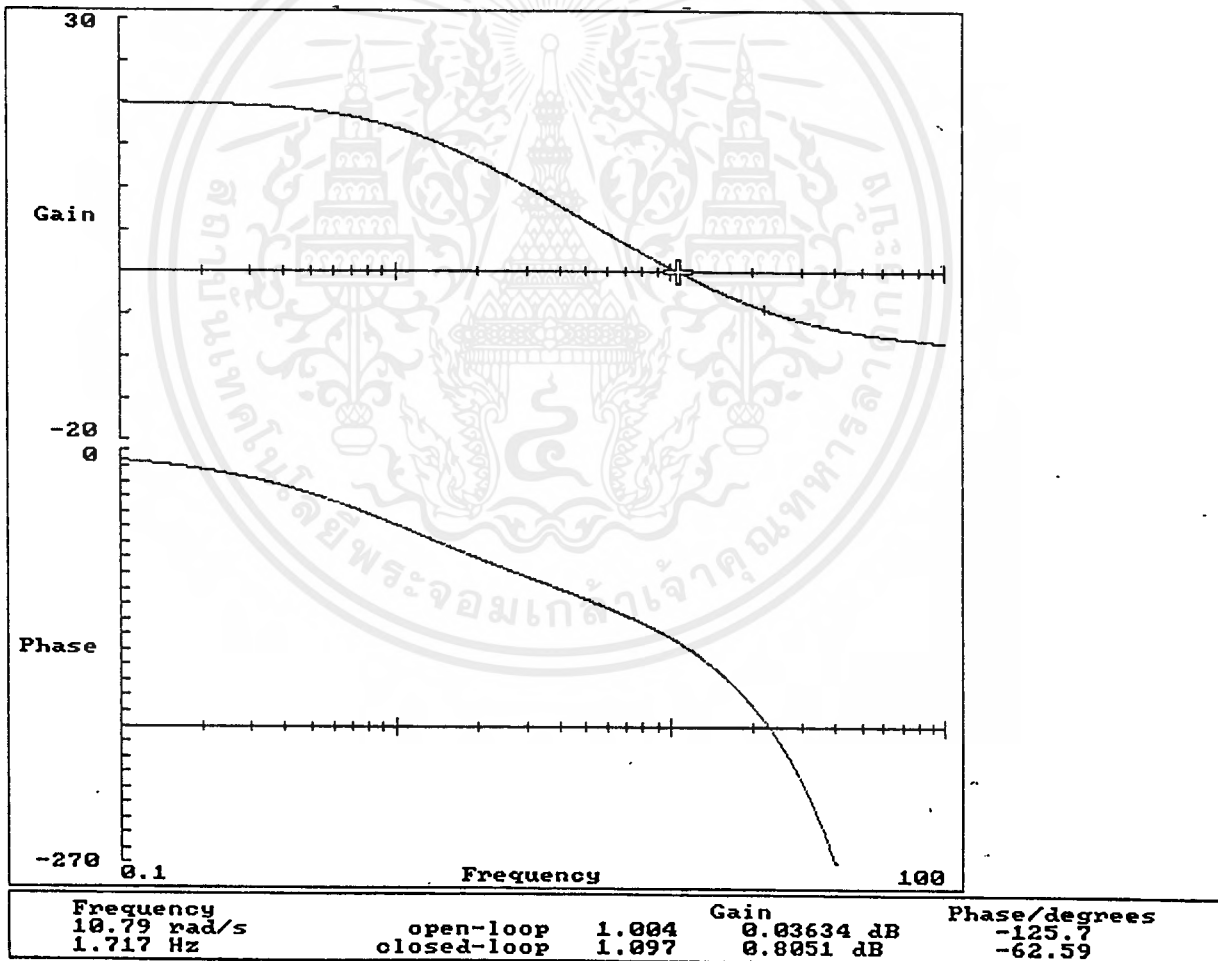
$$\alpha = 0.1$$

$$K_c = 100$$

$$T = 0.04$$

และจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 5.40

$$G_c(s) = 100 \left(\frac{s+25}{s+250} \right) \quad 5.40$$



รูปที่ 5.9 Bode diagram ของ $G_c(j\omega)$ เมื่อ $G_p(j\omega)$ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้

การตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.1$, $K_p = 1$ และ $G_c(j\omega)$ เป็นตัวชดเชยแบบลีดตามสมการที่ 5.40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก Bode diagram ในรูปที่ 5.6 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินของ $G_c(j\omega) G_p(j\omega)$ มีค่าประมาณ 54.3° ซึ่งใกล้เคียงกับค่า 55° ที่ต้องการ และมีค่าเกนมารจินประมาณ 1.65 ตามที่ต้องการ

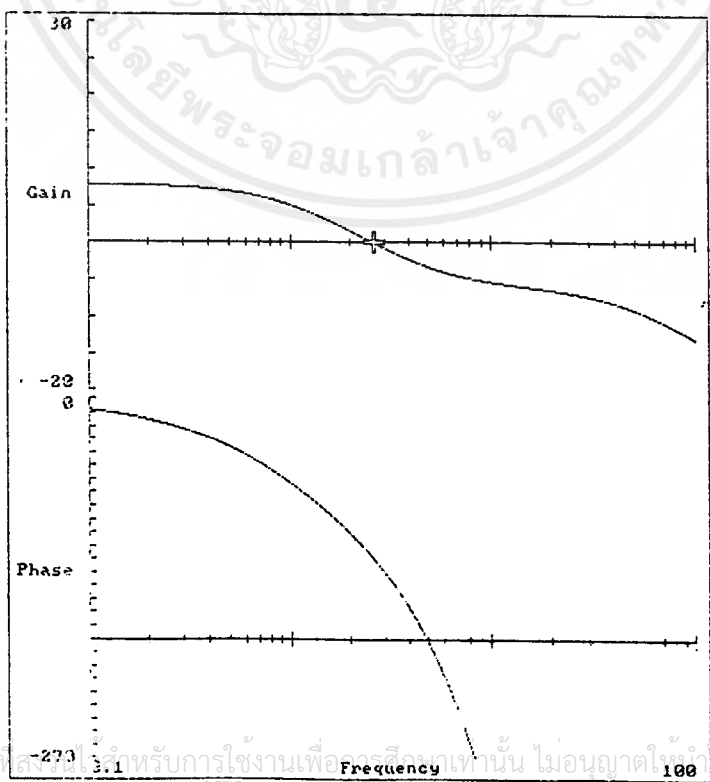
ตัวอย่างที่ 5.2 ต้องการใช้ตัวชดเชยแบบลีดชดเชยกระบวนการอันดับหนึ่งอันดับหนึ่งที่มีเวลาไครการตอบสนอง ที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5, K_p = 1, \tau = 1$ มีเฟสมาร์จินเท่ากับ 60° และเกนมารจินเท่ากับ 1.42

วิธีการปรับค่า เนื่องจากอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ดังนั้นการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีด จึงต้องใช้กราฟในรูปที่ 5.2, 5.4 และ 5.7 จากกราฟในรูปที่ 5.2 ที่เส้นอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$ ที่ค่า $\alpha = 0.1$ อ่านค่า K_c ได้เท่ากับ 25 จากกราฟในรูปที่ 5.4 จะเห็นว่าที่กราฟเส้น $\alpha = 0.1$ อัตราส่วน $T/L = 0.4$ อ่านค่าเฟสมาร์จินได้ประมาณ 60° จากกราฟในรูปที่ 5.7 จะเห็นว่าที่กราฟเส้น $\alpha = 0.1$ อัตราส่วน $T/L = 0.4$ อ่านค่าเกนมารจินได้ประมาณ 1.42 ดังนั้นจะได้พารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดดังต่อไปนี้

$\alpha = 0.1$
 $K_c = 25$
 $T = 0.2$

และจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 5.41

$$G_c(s) = 25 \left(\frac{s+5}{s+50} \right) \tag{5.41}$$



Frequency	Gain	Phase/degrees
1.002 rad/s	0.0161 dB	-119.9
0.9989 Hz	-0.009134 dB	-59.34

รูปที่ 5.10 Bode diagram ของ $G_c(j\omega)$ $G_p(j\omega)$ เมื่อ $G_p(j\omega)$ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 0.5$, $K_p = 1$ และ $G_c(j\omega)$ เป็นตัวชดเชยแบบลีดตามสมการที่ 5.41

จาก Bode diagram ในรูปที่ 5.10 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินของ $G_c(j\omega)$ $G_p(j\omega)$ มีค่าประมาณ 60° ตามที่ต้องการ และมีค่าเกนมาร์จินประมาณ 1.42 ตามที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 5.3 ต้องการใช้ตัวชดเชยแบบลีดชดเชยกระบวนการอันดับหนึ่งอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนอง ที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$, $K_p = 1$, $\tau = 1$ มีเฟสมาร์จินเท่ากับ 60° และเกนมาร์จินเท่ากับ 1.37

วิธีการปรับค่า เนื่องจากอัตราส่วน $L/\tau = 1$ ดังนั้นการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดจึงต้องใช้กราฟในรูปที่ 5.2, 5.5 และ 5.8 จากกราฟในรูปที่ 5.2 ที่เส้นอัตราส่วน $L/\tau = 1$ ที่ค่า $\alpha = 0.1$ อ่านค่า K_c ได้เท่ากับ 16.5 จากกราฟในรูปที่ 5.5 จะเห็นว่าที่กราฟเส้น $\alpha = 0.1$ อัตราส่วน $T/L = 0.2$ อ่านค่าเฟสมาร์จินได้ประมาณ 60° จากกราฟในรูปที่ 5.8 จะเห็นว่าที่กราฟเส้น $\alpha = 0.1$ อัตราส่วน $T/L = 0.2$ อ่านค่าเกนมาร์จินได้ประมาณ 1.37 ดังนั้นจะได้พารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดดังต่อไปนี้

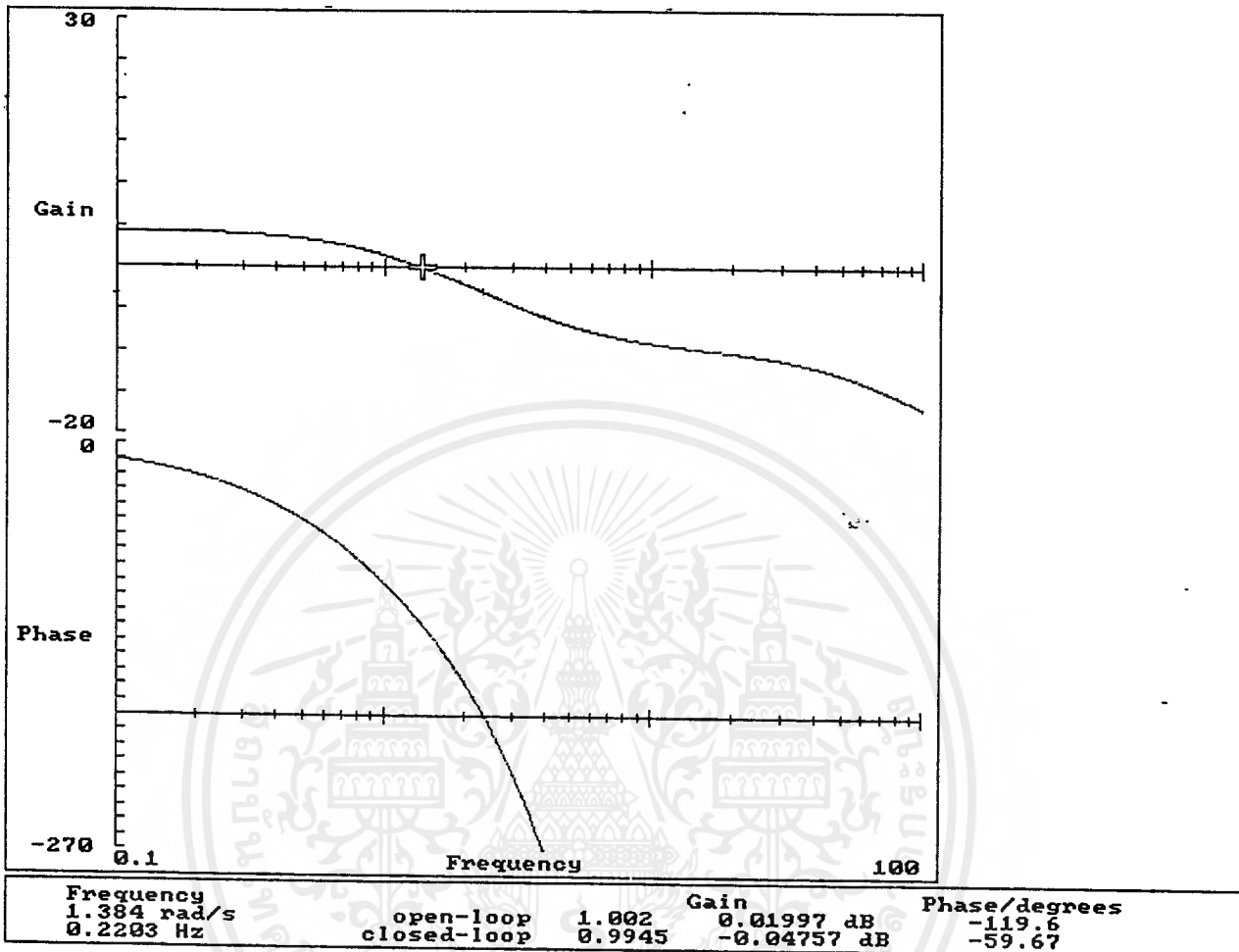
$$\alpha = 0.1$$

$$K_c = 16.5$$

$$T = 0.2$$

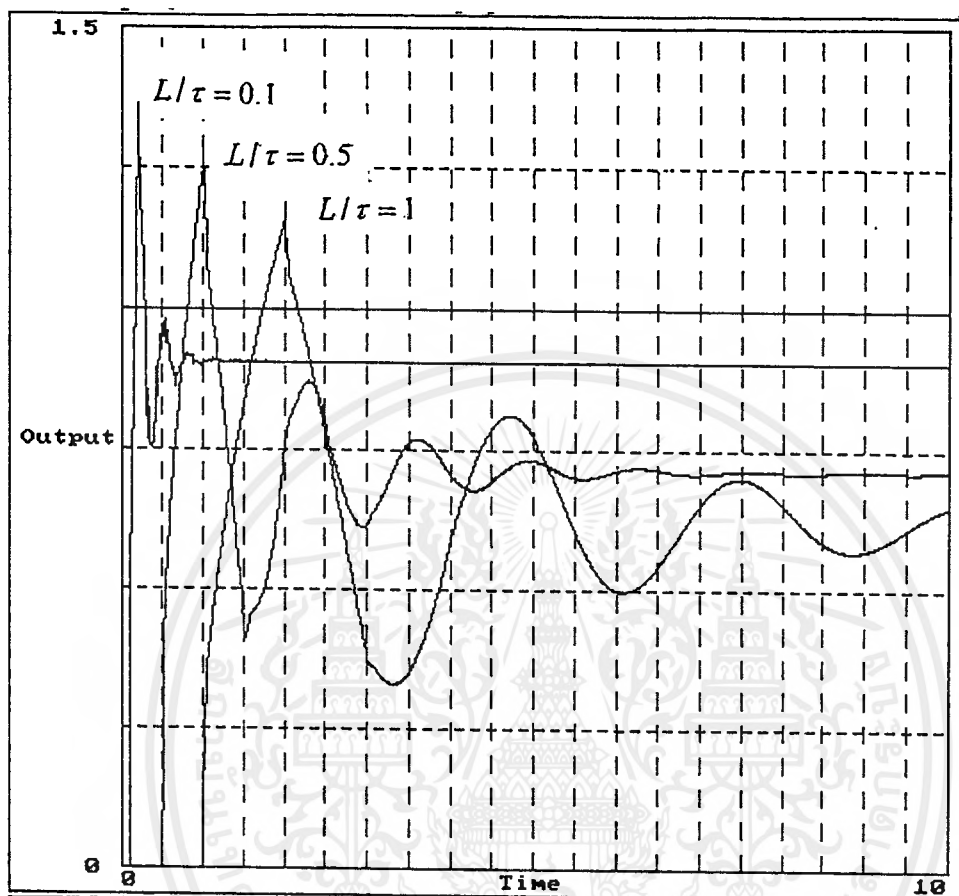
และจะได้ transfer function ของตัวชดเชยแบบลีดเป็นดังสมการที่ 5.42

$$G_c(s) = 16.5 \left(\frac{s+25}{s+250} \right) \quad 5.42$$



รูปที่ 5.11 Bode diagram ของ $G_c(j\omega) G_p(j\omega)$ เมื่อ $G_p(j\omega)$ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองที่มีอัตราส่วน $L/\tau = 1$, $K_p = 1$ และ $G_c(j\omega)$ เป็นตัวชดเชยแบบลีดตามสมการที่ 5.42

จาก Bode diagram ในรูปที่ 5.11 จะเห็นว่าเฟสมาร์จินของ $G_c(j\omega) G_p(j\omega)$ มีค่าประมาณ 60.4° ซึ่งใกล้เคียงกับค่า 60° ที่ต้องการ และมีค่าเกนมาร์จินประมาณ 1.37 ตามที่ต้องการ จากตัวอย่างที่ 5.1, 5.2 และ 5.3 สามารถสรุปได้ว่ากราฟค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินที่แสดงไว้ในรูปที่ 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 และ 5.8 ให้ค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินที่ใกล้เคียงกับค่าจริง สามารถนำกราฟดังกล่าวไปใช้งานเพื่อปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดให้ชดเชยกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไร้การตอบสนองให้มีค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินตามที่ต้องการได้



รูปที่ 5.12 unit-step response ของระบบควบคุมกรณีที่มี อัตราส่วน L/τ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 1

จากรูปที่ 5.12 จะเห็นว่าที่ค่าอัตราส่วน L/τ ค่าน้อยกว่า unit-step response ของระบบควบคุมจะมี overshoot ค่าสูงกว่า, rise time และ settling time มีค่าน้อยกว่า และ steady-state error มีค่าน้อยกว่า

บทที่ 6

สรุปผลการดำเนินงานและแนวทางการพัฒนา

สรุปผลการดำเนินงาน

บทที่ 3 ได้ทำการศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมโดยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

ผลการดำเนินงาน สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินกับอัตราส่วน L/τ ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมโดยตัวควบคุมแบบพีไอซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols ออกมาได้ดังแสดงในรูปที่ 3.2 และ 3.3

บทที่ 4 ได้ทำการศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมโดยตัวควบคุมแบบพีไอดีซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols

ผลการดำเนินงาน สามารถสร้างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินกับอัตราส่วน L/τ ของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกควบคุมโดยตัวควบคุมแบบพีไอดีซึ่งถูกปรับค่าพารามิเตอร์โดยวิธีของ Ziegler-Nichols ออกมาได้ดังแสดงในรูปที่ 4.2 และ 4.3

บทที่ 5 ได้ทำการศึกษาลักษณะการเปลี่ยนแปลงค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินของกระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองที่ถูกชดเชยด้วยตัวชดเชยแบบลีด (Lead compensator)

ผลการดำเนินงาน สามารถสร้างกราฟที่ใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดเพื่อชดเชยให้กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองมีค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินตามที่ต้องการได้ดังแสดงในรูปที่ 5.2 ถึง 5.8

จากกราฟ unit-step response ของระบบควบคุมในรูปที่ 5.12 จะเห็นว่าตัวชดเชยแบบลีดจะยังคงทำให้มี steady-state error เหลืออยู่ หากเราต้องการทำให้ steady-state error ลดน้อยลงเราต้องใช้ตัวชดเชยแบบแล็ก (Lag compensator) แทน

แนวทางการพัฒนา

เราสามารถนำหลักการในการสร้างกราฟที่ใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบลีดเพื่อชดเชยให้กระบวนการอันดับหนึ่งที่มีเวลาไ้การตอบสนองมีค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินตามที่ต้องการ ไปประยุกต์ใช้ในการสร้างกราฟที่ใช้ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวชดเชยแบบแล็กเพื่อชดเชยให้กระบวนการดังกล่าวมีค่าเฟสมาร์จินและเกนมาร์จินตามที่ต้องการได้

บรรณานุกรม

1. Katsuhigo Ogata, *Modern Control Engineering*, second edition, Prentice Hall international Editions, 1995
2. W. K. Ho, C. C. Hang, and J. H. Zhou , “ Performance and Gain and Phase Margins of Well-Known PI Tuning Formulas”, *IEEE Trans. Control SystemTechnology*, Vol3, No. 2, JUNE 1995
3. F. G. Shinsky, *Process Control System* ,third edition, New York, McGraw Hill Book Co., 1988
4. Karl J. Astrom, Bjom Wittenmark, *Adaptive Control*, second edition, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989
5. Robert N. Bateson, *Introduction to Control System Technology*, fourth edition, Macmillan Publishing Company, 1993
6. Stephen Wolfram, *Mathematica 3*, third edition, Wolfram Research, 1997
7. Erwin Kreyzig, *Advanced Engineering Mathematics*, seventh edition, John Wiley & Sons, Inc., 1993