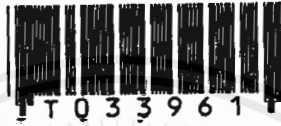


สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ชุดปฏิบัติการระบบควบคุมย้อนกลับ

FEEDBACK CONTROL TRAINERS



น.ส. นันทพร	เจตนพิพัฒน์พงษ์	รหัส 38014237
น.ส. วิชชุดา	วัฒนรัตน์	รหัส 38014455
น.ส. อารยา	ไพศาลพยัคฆ์	รหัส 38014651

ปริญญาบัตรนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2541

๘.๘.๕

เลขหมู่.....
 เลขทะเบียน 33961
 วัน, เดือน, ปี 2.3 ก.ย. 2542

การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชุดปฏิบัติการระบบควบคุมป้อนกลับ

FEEDBACK CONTROL TRAINERS

โดย

น.ส. นันทพร เจตน์พิพัฒน์พงษ์

รหัส 38014237

น.ส. วิชชุดา วัฒนรัตน์

รหัส 38014455

น.ส. อารยา ไพศาลพยัคฆ์

รหัส 38014651

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร.เกียรติศักดิ์ คมวัชระ

อ.วรพงศ์ ตั้งศรีรัตน์

ปฏิญานี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2541

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโทปีการศึกษา 2541

ภาควิชา วิศวกรรมระบบควบคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง ชุดปฏิบัติการระบบควบคุมป้อนกลับ

FEEDBACK CONTROL TRAINERS

ผู้จัดทำ

1.น.ส. นันทพร เจตน์พิพัฒน์พงษ์ รหัส 38014237

2.น.ส. วิชชุดา วัฒนรัตน์ รหัส 38014455

3.น.ส. อารยา ไพศาลพยัคฆ์ รหัส 38014651



อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผศ.ดร.เกียรติศักดิ์ คมวชิระ)



อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(อ.วรวงศ์ ตั้งศิริรัตน์)

FEEDBACK CONTROL TRAINERS

Nuntaporn Jetpipattanapong

Vitchuda Wattanarat

Araya Paisarnpayak

Asst.Prof.Dr.Kiattisak Kumwachara Advisor

Mr.Vorapong Tungsrirat Co - advisor

ABSTRACT

This thesis concerns with the detail of process with P.I.D. Controller. Emphasize the different response when tune each type of controllers. Apply to be a trainer for showing an advantage of P.I.D Controller that can control a system. This trainer can show the different response when change value of a controller. The result can apply with first-order system, second-order system and mechanic plant to find the best stability and performance of system.

บทคัดย่อ

ปฏิญานิพนธ์นี้กล่าวถึงรายละเอียดของตัวควบคุมแบบ PID และแสดงให้เห็นความแตกต่างของผลตอบสนองจากการปรับค่าตัวควบคุมแต่ละตัว พร้อมทั้งได้นำมาประยุกต์เป็นชุดทดลองเพื่อให้ผู้ใช้ได้ทราบผลดีของการต่อสวควบคุมเข้ากับระบบได้อย่างชัดเจน สามารถเห็นความแตกต่างของการใส่ตัวควบคุมแต่ละตัว และผลจากค่าที่เปลี่ยนไป โดยสามารถต่อร่วมกับระบบอันดับที่หนึ่ง, ระบบอันดับที่สอง และระบบทางกล หาค่าเหมาะสมที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพดีที่สุด

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เป็นอย่างมาก ซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้วิทยานิพนธ์นี้เสร็จลงได้ด้วยดีก็คือ ผศ.ดร.เกียรติศักดิ์ คมวัชระ และอาจารย์วรพงศ์ ตั้งศรีรัตน์ ที่ให้ความเอาใจใส่ แนะนำ และช่วยเหลือเสมอมา

วิทยานิพนธ์นี้คงไม่อาจสำเร็จได้ด้วยดี หากไม่ได้รับความช่วยเหลือและความร่วมมืออย่างดีจากหลาย ๆ ฝ่ายด้วยกัน ขอขอบคุณ คุณสุนิธร นวมจิตต์, คุณชนะนาฏ ชีวะพฤกษ์, คุณฐานิศ วิบูลย์วัฒนา และ คุณวัศรัธ จิระกำจรวิทยา

และต้องขอขอบพระคุณบุคคลสำคัญที่สุดที่ทำให้ข้าพเจ้าได้มีวันนี้ ก็คือ บิดา มารดา อันเป็นที่เคารพรักรยิ่ง ซึ่งได้เลี้ยงดูข้าพเจ้าเป็นอย่างดี พร้อมทั้งให้โอกาสในการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังให้กำลังใจ เอาใจใส่เสมอมา ในทุก ๆ ด้านอันหาที่เปรียบค่ามิได้ ข้าพเจ้าขอระลึกในพระคุณอันสุดประมาณ และขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

สารบัญ

	หน้า
บทที่ 1 Continuous Proportional Integral Derivative (P.I.D) Controller	
1.1 Proportional Controller	1
1.2 Integral Controller	4
1.3 Derivative Controller	6
1.4 Proportional Derivative Controller	9
1.5 Proportional Integral Controller	11
1.6 Proportional Integral Derivative Controller	13
บทที่ 2 Analysis of Plant	
2.1 ระบบควบคุมอันดับหนึ่ง	18
2.1.1 การออกแบบสังเคราะห์ค่าซีโรของวงจรอันดับหนึ่ง	21
2.1.2 การออกแบบสังเคราะห์ค่าซีโรของวงจรอันดับสูง จากวงจรอันดับหนึ่ง	22
2.1.3 การออกแบบสังเคราะห์ค่าโพลจากวงจรอันดับหนึ่ง	23
2.1.4 การออกแบบสังเคราะห์ค่าโพลของวงจรอันดับสูง จากวงจรอันดับหนึ่ง	24
2.2 ระบบควบคุมอันดับสอง (Second-Order System)	25
2.2.1 รูปแบบระบบอันดับสอง	26
2.2.2 รูปแบบการปรับปรุงวงจรอันดับสองโดยใช้	30
Electronics Control	

	หน้า
บทที่ 3 Physical Plant	32
บทที่ 4 วงจรกำเนิดสัญญาณ	34
บทที่ 5 ข้อดีของการใช้วงจรถดเชย	35
บทที่ 6 ผลการทดลอง	41
บทที่ 7 สรุปและข้อเสนอแนะ	52

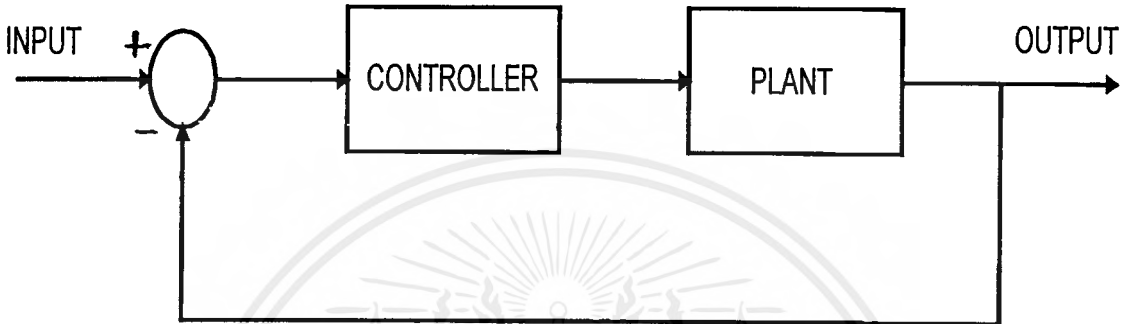
ภาคผนวก



บทที่ 1

Continuous Proportional Integral Derivative (PID) Controller

รูปแบบในการควบคุมแบบ PID นี้ ถูกใช้ในงานควบคุมอย่างกว้างขวาง ระบบควบคุมโดยทั่วไปมีลักษณะดังนี้



รูปที่ 1.1 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมทั่วไป

ในการทำความเข้าใจได้โดยง่าย จำเป็นต้องแยกส่วนประกอบในการพิจารณา ซึ่งแต่ละส่วนมีข้อดีแตกต่างกัน ดังนี้

- Proportional Component ปรับค่าเกณฑ์ทำให้ค่า error และค่า rise time ของระบบลดลง
- Integral Component ช่วยลดค่า error ทำให้ steady – state error เป็น 0 แต่จะมีแนวโน้มที่จะเพิ่ม overshoot และ settling time
- Derivative Component มีผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของ error มีแนวโน้มที่จะลด overshoot และ settling time แต่ในขณะเดียวกันระบบก็จะถูกกระทบกระเทือนได้ง่าย

1.1 Proportional Control

ในการพิจารณาระบบอันดับสองที่ต่อกับ P-Controller สามารถหา transfer function ได้ โดยคูณค่า error ในปัจจุบันกับค่าคงที่ K_p ป้อนเข้าเป็นอินพุทของระบบ ซึ่งจะได้สมการของระบบดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{AK_p}{s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.1)$$

สมการ Characteristic ของระบบ คือ

$$s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + (\omega_n^2 + AK_p) = 0 \quad (1.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าพิจารณาสมการอันดับสองธรรมดา คือ

$$s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \omega_m^2 = 0 \quad (1.3)$$

เทียบสมการ (1.2) กับสมการ (1.3) จะได้ว่า

$$\omega_m^2 = \omega_n^2 + AK_p \quad (1.4)$$

$$\zeta_m = \frac{\zeta_n \omega_n}{\omega_m} \quad (1.5)$$

จากสมการ (1.4) และ (1.5) ค่า undamped natural frequency (ω_m) จะเพิ่มขึ้นในขณะที่ damping ratio (ζ_m) ลดลง และค่า Proportional gain เพิ่มขึ้น ตามลำดับ ซึ่งหมายความว่าความเร็วของระบบเพิ่มขึ้น พร้อมทั้งมีแนวโน้มในการเกิด overshoot

System Error

ค่า error ของระบบคือ

$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad (1.6)$$

ทำให้อยู่ในรูปที่เห็นได้ชัดเจน ดังนี้

$$E(s) = R(s) \left[\frac{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + (\omega_n^2 + AK_p)} \right] \quad (1.7)$$

และค่า steady-state error, $e(\infty)$ เนื่องจาก step input ($R(s)=1/S$) หาได้โดยใช้

Final-value Theorem

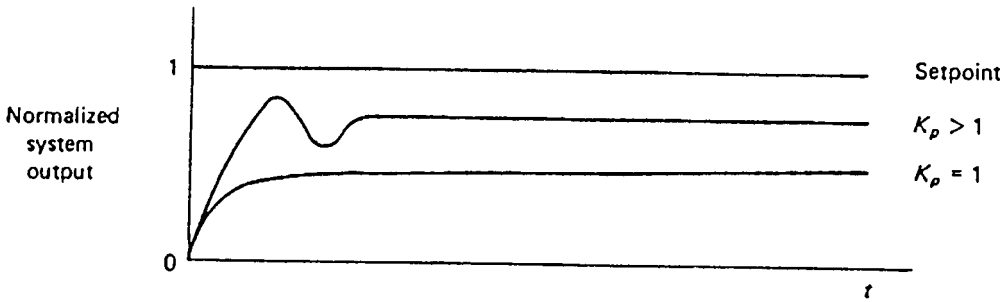
$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (1.8)$$

$$e(\infty) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + AK_p} \quad (1.9)$$

จากสมการ (1.9) จะแสดงได้ว่า ระบบจะมีค่า error อยู่ตลอดเวลา โดยมีค่าลดลงเมื่อค่า Proportional gain (K_p) เพิ่มขึ้น แต่การควบคุมแบบ Proportional มีข้อเสีย คือ ค่า overshoot มากขึ้น เมื่อค่า error น้อยลง

Time domain

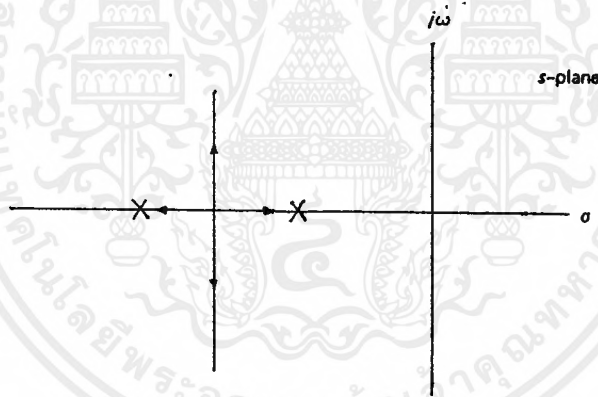
จะแสดงการหาผลของ time domain ได้ดังรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 ผลตอบสนองเชิงเวลา เมื่อต่อระบบร่วมกับ P-Controller

Frequency Domain

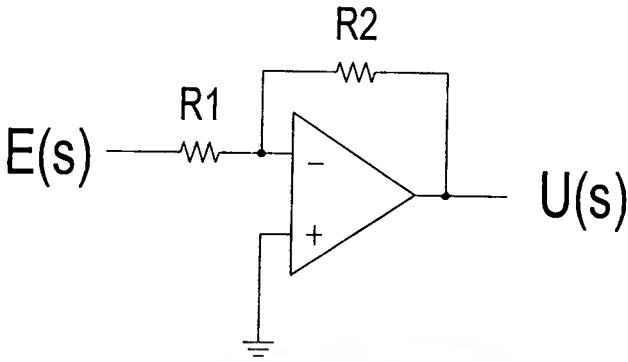
การเคลื่อนที่ของโพลในระบบจะแสดงได้ดังรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 การเคลื่อนที่ของโพลเมื่อต่อระบบร่วมกับ P-Controller

Analog Circuit

Proportional gain สามารถสร้างด้วย operational amplifier (OPAMP) ดังรูป 1.4



รูปที่ 1.4 วงจร P-Controller

ซึ่งหาค่า Proportional gain ได้โดย

$$K_p = -R_2 / R_1 \quad (1.10)$$

1.2 Integral Control

ตัวชดเชยชนิดนี้จะสามารถหา Transfer function ได้โดยคูณค่า K_i / S เข้ากับค่า เกนของระบบ แล้วทำการป้อนกลับ จะสามารถหาค่า Transfer function ได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{AK_i}{s^3 + 2\zeta_n \omega_n s^2 + \omega_n^2 s + AK_i} \quad (1.11)$$

สามารถหาสมการ Characteristic ของระบบได้ คือ

$$s^3 + 2\zeta_n \omega_n s^2 + \omega_n^2 s + AK_i = 0 \quad (1.12)$$

จากสมการ (1.12) ของระบบจะเห็นว่าอันดับของระบบจะเพิ่มขึ้นหนึ่ง ถ้าเปรียบเทียบกับระบบอันดับสองโดยตรง ทำให้พิจารณาได้ไม่ชัดเจน จำเป็นต้องแยกให้อยู่ในระบบอันดับหนึ่งและระบบอันดับสอง เมื่อระบบอันดับหนึ่งลดลง เนื่องจากผลของเวลา ผลตอบสนองที่ได้สามารถประมาณค่าได้ให้เท่ากับผลจากระบบอันดับสอง ถ้าสมมติให้ระบบอันดับหนึ่งมีค่าเป็น $(s + a)$

นำไปหารสมการ (1.12) จะได้สมการคุณลักษณะเป็น

$$(s + a)[s^2 + (2\zeta_n \omega_n - a)s + AK_i / a] = 0 \quad (1.13)$$

ถ้าปรับปรุงสมการ (1.13) ให้สมบูรณ์ จะได้ว่า

$$s^3 + 2\zeta_n \omega_n s^2 + [AK_i / a + a(2\zeta_n \omega_n - a)]s + AK_i = 0 \quad (1.14)$$

ณ จุดนี้ สมการ (1.12) และ (1.14) มีค่าเท่ากัน ในกรณีนี้ ค่า K_i เพิ่มขึ้น ค่าของ a ก็เพิ่มขึ้น

ด้วยเช่นกัน ระบบอันดับสองจะแสดงค่า damping ratio ที่เล็กลง และในที่สุดระบบก็จะไม่โยนขึ้นด้านกรค่า

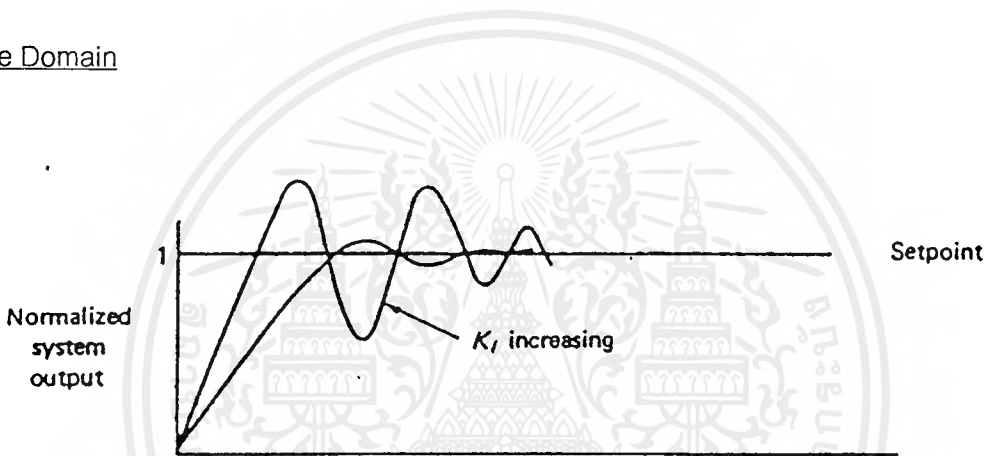
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เสถียร สรุปได้ว่าตัวควบคุมแบบ Integral ทำให้เกิด overshoot และไม่สามารถใช้โดยลำพังได้เช่นเดียวกับตัวควบคุมแบบ Derivative

System Error

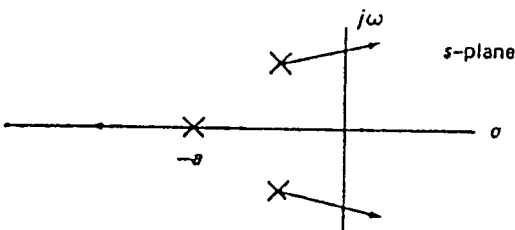
ค่า error ของระบบโดยใช้สมการ (1.6) จะได้ค่า steady-state error เนื่องจาก step input จากสมการ (1.8) คือ $e(\infty) = 0$ เห็นได้ว่าทำไมตัวควบคุมแบบ Integral จึงรวมอยู่ในระบบ นอกจากเพิ่ม overshoot และ damping แล้วตัวควบคุมชนิดนี้ยังใช้ลดค่า error ของระบบให้เป็น 0 อีกด้วย

Time Domain



รูปที่ 1.5 ตัวอย่างผลตอบสนองของระบบที่ใช้ตัวควบคุมแบบ Integral อย่างเดียว

Frequency Domain



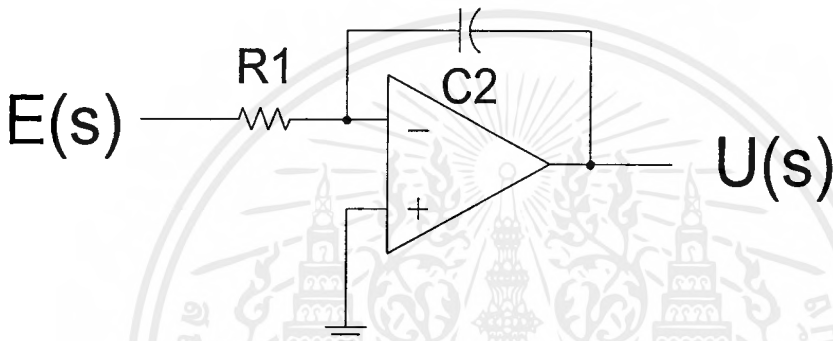
รูปที่ 1.6 การเคลื่อนที่ของโพลเมื่อต่อระบบกับวงจร I-Controller

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 1.6 จะเห็นการเคลื่อนที่ของโพลในระบบทั้ง 3 โพล เมื่อค่า Integral gain (K_I) เพิ่มขึ้นโพลอีก 2 โพล จากระบบอันดับสองเมื่อค่า Integral gain (K_I) เพิ่มขึ้นพบว่าระบบอันดับหนึ่งลดลงเป็นศูนย์อย่างรวดเร็ว ในขณะที่ระบบอันดับสองมี damping ratio ที่ต่ำกว่า และเคลื่อนที่ไปตามวิถีสู่อินฟินิตี้ของ s-plane ซึ่งนำไปสู่การไม่เสถียร

Analog Circuit

Integral gain สามารถสร้างได้ด้วย operational amplifier (OPAMP) ดังในรูปที่ 1.7



รูปที่ 1.7 วงจร I-Controller

ค่า Integral gain คือ

$$K_I = -1 / R_1 C_2 \quad (1.15)$$

1.3 Derivative Control

ในการควบคุมแบบ Derivative คือ การรวมอัตราการเปลี่ยนแปลงของ error คูณกับค่า gain (K_D) ซึ่งหาค่า transfer function ของระบบได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{AK_d s}{s^2 + (2\zeta_n \omega_n + AK_d)s + \omega_n^2} \quad (1.16)$$

และสมการคุณลักษณะของระบบ คือ

$$s^2 + (2\zeta_n \omega_n + AK_d)s + \omega_n^2 = 0 \quad (1.17)$$

เมื่อนำสมการ (1.17) เปรียบเทียบกับสมการ (1.3) พบว่า

$$\omega_m = \omega_n \quad (1.18)$$

$$\zeta_m = \zeta_n + AK_d / 2 \omega_m \quad (1.19)$$

จากสมการ (1.18) และสมการ (1.19) จะเห็นได้ว่า ค่า undamped natural frequency (ω_n) ของระบบ มีค่าเท่ากับ ค่า undamped natural frequency (ω_n) ของ plant ขณะที่ค่า damping ratio (ζ_m) เพิ่มขึ้นเมื่อค่า Derivative gain (K_d) เพิ่มขึ้นตามลำดับ หมายความว่า สามารถควบคุม overshoot และ damping ของระบบได้ด้วยตัวควบคุมแบบ Derivative สังเกตได้ว่า การควบคุมแบบนี้ไต่ต่อสัญญาณรบกวน และไม่ใช้ในรูปแบบของตัวเองอย่างเดียว คือ จะใช้ร่วมกับตัวควบคุมแบบอื่น

System Error

สามารถหาค่า error ของระบบ จากสมการ (1.6) โดย

$$E(s) = R(s) \left[\frac{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + (2\zeta_n \omega_n + AK_d)s + \omega_n^2} \right] \quad (1.20)$$

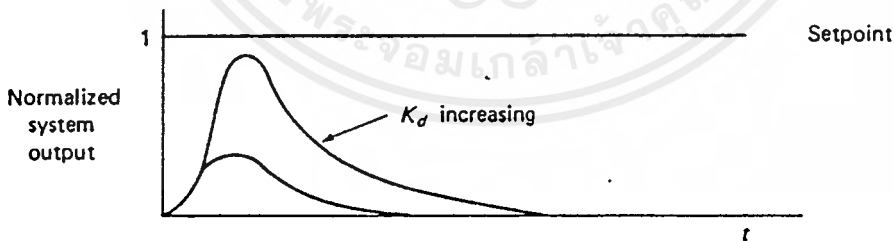
และหาค่า error ที่เวลา infinity จากสมการหาค่า error โดยจะได้ว่า

$$e(\infty) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2} = 1 \quad (1.21)$$

จากสมการ (1.21) ตัวควบคุมชนิดนี้จะไม่ใช้เพียงตัวเดียว เนื่องจากเกิด error ที่ steady-state 100% แต่จะทำให้ค่า overshoot และค่า damping ของระบบลดลง

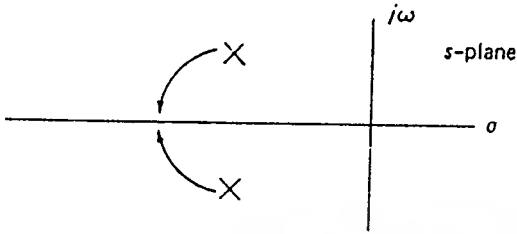
Time Domain

ผลตอบสนองของระบบด้วยการควบคุมแบบ Derivative อย่างเดียว สามารถแสดงได้ดังรูป 1.8



รูปที่ 1.8 ผลตอบสนองเชิงเวลาเมื่อต่อระบบกับ D-Controller

Frequency Domain



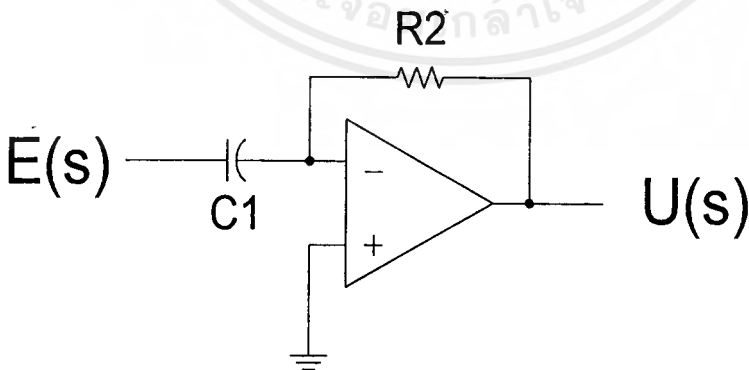
รูปที่ 1.9 การเคลื่อนที่ของโพลเมื่อต่อระบบกับ D-Controller

จากรูปที่ 1.9 โพลของระบบ (สมมติให้เป็นโพลเชิงซ้อน) เคลื่อนที่ไปยังแกนจริงในรูปแบบวงกลม โดยค่า undamped natural frequency มีค่าคงที่ในขณะที่มีการเพิ่มค่า damping ratio (ζ_m) ของระบบ

Analog Circuit

Derivative gain สามารถสร้างได้โดยใช้ operational amplifier (OPAMP) ดังแสดงได้ดัง

รูป 1.10



รูปที่ 1.10 วงจร D-Controller

ค่า Derivative gain จะหาได้ดังนี้

$$K_d = -C_1 R_2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 Proportional Derivative Control

ตัวชดเชยชนิดนี้เป็นการควบคุมทั้งค่าในปัจจุบัน และค่าที่จะเกิดขึ้นต่อไป เมื่อการควบคุมชนิดนี้ถูกใช้ในการปฏิบัติจะใช้เวลามากกว่าที่สมมติฐาน โดย transfer function ของระบบคือ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{AK_d s + AK_p}{s^2 + (2\zeta_n \omega_n + AK_d)s + (\omega_n^2 + AK_p)} \quad (1.22)$$

และสมการ Characteristic ของระบบคือ

$$s^2 + (2\zeta_n \omega_n + AK_d)s + (\omega_n^2 + AK_p) = 0 \quad (1.23)$$

ถ้าเราเปรียบสมการ (1.23) กับ (1.3) จะได้ว่า

$$\omega_m^2 = \omega_n^2 + AK_p \quad (1.24)$$

$$\zeta_m = \frac{2\zeta_n \omega_n + AK_d}{2\sqrt{\omega_n^2 + AK_p}} \quad (1.25)$$

จากสมการ (1.24) พบว่าค่า undamped natural frequency ของระบบเพิ่มขึ้นเมื่อ Proportional gain (K_p) เพิ่มขึ้น จากสมการ (1.25) เห็นได้ว่า Proportional gain มีแนวโน้มที่จะลดค่า damping ratio ของระบบ (ζ_m) โดยประมาณจากส่วนกลับของรากที่สอง และขณะเดียวกัน damping ratio ของระบบ (ζ_m) ก็ลดลงได้โดยตรงโดยการเพิ่มขึ้นของ Derivative gain (K_d) หมายความว่าเราสามารถปรับระบบและเปลี่ยนค่า Proportional gain ขณะที่ให้ค่า Derivative gain มีค่าพอสมควรเท่านั้น ถ้าปรับระบบอย่างเหมาะสมแล้ว จะต้องพิจารณาถึง step response ของระบบด้วย ถ้าสมมติว่าระบบมีค่า Proportional gain ที่เพียงพอ เมื่อ $0 < \zeta_m < 1$ และใช้สมการ (1.22) โดยการแปลงลาปลาซผกผัน ผลของ step response ต่อเวลา คือ

$$Y(t) = K_1 + e^{(\zeta_n \omega_n + AK_d/2)t} [K_2 \cos K_3 t + K_4 \sin K_3 t] \quad (1.26)$$

ซึ่ง K_1, K_2, K_3, K_4 คือค่าคงที่ที่เหมาะสม

เมื่อศึกษาสมการที่ (1.26) พบว่า settling time (T_s) ของระบบ สามารถปรับปรุงโดย damping exponential ซึ่งสามารถปรับปรุงค่า time constant (τ) โดย

$$\tau = \frac{2}{2\zeta_n \omega_n + AK_d} \quad (1.27)$$

และกำหนดให้ค่า settling time ของระบบมีค่า 5 เท่าของ time constant จะได้ว่า

$$T_s = 5\tau = \frac{10}{2\zeta_n \omega_n + AK_d} \quad (1.28)$$

จากสมการ (1.28) สามารถคำนวณค่า Derivative gain ได้จาก settling time ของระบบ ค่า damping ratio ของระบบหาได้โดยใช้สมการ (1.25) และสามารถหาค่า Proportional gain ได้อีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

System Error

ใช้สมการ (1.6) หา error ของระบบได้ดังนี้

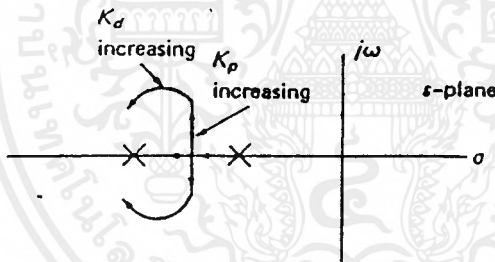
$$E(s) = R(s) \left[\frac{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + (2\zeta_n \omega_n + AK_d)s + (\omega_n^2 + AK_p)} \right] \quad (1.29)$$

และหา steady-state error เนื่องจาก step input โดยสมการ (1.10) จะได้

$$e(\infty) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + AK_p} \quad (1.30)$$

ค่า error ในสมการที่ (1.30) เป็นค่าเดียวกันกับสมการที่ (1.11) ซึ่งเหมือนกับค่า error ในแบบ Proportional gain อย่างเดียว ถ้าเราดูสมการ (1.25) จะเห็นได้ชัดว่าระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมชนิดนี้มี Proportional gain ที่สูงกว่า ดังนั้นค่า error จึงน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการใช้การควบคุมแบบ Proportional เพียงอย่างเดียว

Frequency Domain

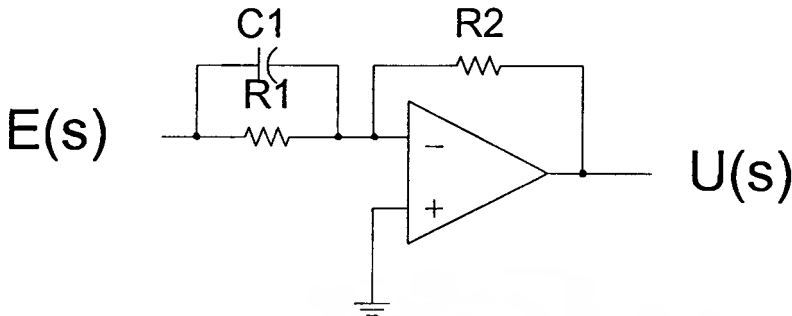


รูปที่ 1.11 การเคลื่อนที่ของโพลเมื่อต่อระบบกับ PD-Controller

รูปที่ 1.11 แสดงการเคลื่อนที่ของโพลของระบบเมื่อค่า gain ทั้งคู่เป็นศูนย์ และให้ Proportional gain เป็นค่าที่ทำให้ระบบเข้าสู่ค่าสุดท้าย และเมื่อค่า Derivative gain เพิ่มขึ้นจนกระทั่งทำให้ระบบเข้าสู่ค่าสุดท้าย ทำให้ทราบถึงการควบคุมที่แสดงในรูป frequency domain โดยแต่ละส่วนจะประกอบกันดังในรูปที่ 1.4 และรูปที่ 1.10

Analog Circuit

วงจร operation amplifier ในรูปที่ 1.12 เป็นวงจรของ Proportional Derivative gain



รูปที่ 1.12 วงจร PD-Controller

หาค่า Proportional gain ได้คือ

$$K_p = -R_2 / R_1 \quad (1.31)$$

หาค่า Derivative gain ได้คือ

$$K_d = -C_1 R_2 \quad (1.32)$$

1.5 Proportional Integral Control

ตัวควบคุมแบบนี้ต้องการให้ได้ผลตอบสนองที่รวดเร็ว มี overshoot และ damping ที่น้อยที่สุด โดยหา Transfer function ของระบบได้ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{AK_p s + AK_I}{s^3 + 2\zeta_n \omega_n s^2 + (\omega_n^2 + AK_p)s + AK_I} \quad (1.33)$$

และหาสมการ Characteristic ของระบบ ได้ คือ

$$s^3 + 2\zeta_n \omega_n s^2 + (\omega_n^2 + AK_p)s + AK_I = 0 \quad (1.34)$$

จากสมการ (1.34) พบว่าระบบจะประกอบไปด้วยอันดับหนึ่งและอันดับสอง ถ้าระบบอันดับหนึ่ง กำหนดให้เป็น $(s+a)$ ก่อน จะได้ระบบอันดับสองจากการหาร รูปแบบของระบบอันดับสอง ก็คล้ายกับสมการ (1.12) และถ้า damping ratio ของระบบอันดับสอง มีค่าระหว่าง 0 กับ 1 ตำแหน่งที่ดีที่สุดของโพลในระบบอันดับหนึ่ง จะเท่ากับส่วนจริงของโพลจากระบบอันดับสอง ซึ่งเป็นผลตอบสนองที่เร็วที่สุดด้วยการควบคุมชนิดนี้ รูปแบบทางคณิตศาสตร์ คือ

$$-a = \frac{-2\zeta_n\omega_n - a}{2} \quad (1.35)$$

ลดรูปลงเหลือ

$$a = \frac{2\zeta_n\omega_n}{3} \quad (1.36)$$

สำหรับระบบที่ดีที่สุด ระบบอันดับหนึ่งควรจะเป็น

$$\left(s + \frac{2\zeta_n\omega_n}{3}\right) \quad (1.37)$$

และใช้การหารระบบอันดับสองในเทอมของค่า K_p และ K_I จากลักษณะของระบบนี้ damping ratio (ζ_n) ถูกเซตให้เป็น 0 สามารถคำนวณค่า K_p และ K_I ได้

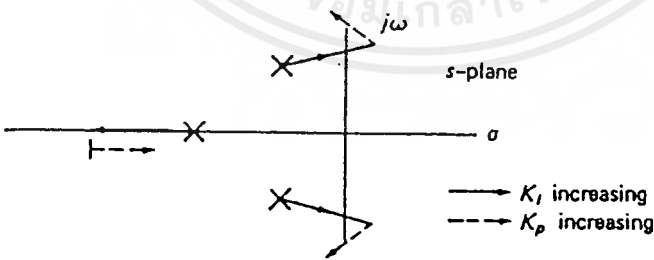
System Error

จากสมการ (1.6) ค่า error ของระบบ คือ

$$E(s) = R(s) \left[\frac{s(s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2)}{s^3 + 2\zeta_n\omega_n s^2 + (\omega_n^2 + AK_p)s + AK_I} \right] \quad (1.38)$$

และค่า steady-state error เนื่องจาก step input โดยใช้สมการ (1.8) จะได้ $e(\infty) = 0$ ทำให้ค่า error ของระบบเป็นศูนย์ พบว่า Integral ยังคงมีผลจนกระทั่งค่า error ค่อย ๆ ลดลงจนเป็น 0 และผลจากการควบคุมแบบนี้ก็คือความเร็วของผลตอบสนองนั่นเอง

Frequency Domain



รูปที่ 1.13 การเคลื่อนที่ของโพล เมื่อต่อระบบกับ PI-Controller

รูปที่ 1.13 พบว่าการเคลื่อนที่ของโพลของระบบด้วยค่า gain ที่เป็นศูนย์ และทำให้

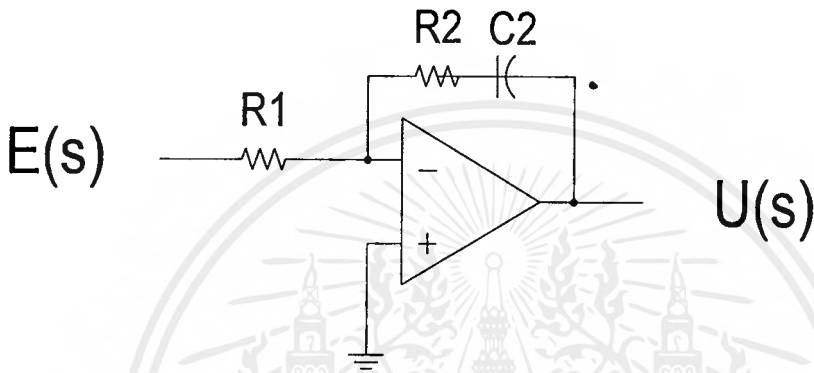
Integral gain มีค่าเข้าสู่ค่าสุดท้ายเมื่อ Proportional gain เพิ่มขึ้นสู่ค่าสุดท้าย เห็นได้ชัดว่าค่า

ไม่่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Integral gain จะดึงระบบเข้าสู่การไม่เสถียร ในขณะที่ค่า Proportional gain จะดึงระบบให้กลับไปสู่ระนาบซ้ายของ s-plane สิ่งนี้ช่วยให้เข้าใจได้ว่าทำไมตัวควบคุมแบบ Integral จึงไม่สามารถใช้ตามลำพังได้

Analog Circuit

วงจร operational amplifier ในรูปที่ 1.14 จะใช้เป็น Proportional Integral gain



รูปที่ 1.14 วงจร PI-Controller

ค่า Proportional gain คือ

$$K_p = -R_2 / R_1 \quad (1.39)$$

ส่วนค่า Integral gain คือ

$$K_i = -1 / R_1 C_2 \quad (1.40)$$

1.6 Proportional Integral Derivative Control

ตัวชดเชยประเภทนี้เป็นการควบคุมทั้งค่าที่เกิดขึ้นแล้ว , ค่าในปัจจุบัน และค่าที่จะเกิดขึ้น จากองค์ประกอบของแต่ละส่วนตามที่ได้กล่าวมาแล้วการควบคุมชนิดนี้ทำให้เกิด zero error ซึ่งทำให้มีผลตอบสนองอย่างรวดเร็ว และสามารถควบคุม damping ได้ เพราะว่า gain ของ Integral ,Proportional และ Derivative ตามลำดับ

โดย Transfer function ของระบบ คือ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s^2 AK_d + sAK_p + AK_i}{s^3 + s^2(2\zeta_n \omega_n + AK_d) + s(\omega_n^2 + AK_p) + AK_i} \quad (1.41)$$

และสมการ Characteristic ของระบบ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$s^3 + s^2(2\zeta_n\omega_n + AK_d) + s(\omega_n^2 + AK_p) + AK_i = 0 \quad (1.42)$$

ถ้าแยกสมการ (1.42) ให้อยู่ในรูปของระบบอันดับหนึ่งและอันดับสองจะได้

$$(s+a)[s^2+s(2\zeta_n\omega_n+AK_d-a)+aK_i]=0 \quad (1.43)$$

ซึ่งระบบอันดับสองคือ

$$s^2+s(2\zeta_n\omega_n+AK_d-a)+aK_i \quad (1.44)$$

จากหัวข้อ Proportional Integral Control ตำแหน่งของระบบอันดับหนึ่งจะเป็น

$$-a = -2\zeta_n\omega_n + AK_d - a \quad (1.45)$$

และ

$$a = \frac{2\zeta_n\omega_n + AK_d}{3} \quad (1.46)$$

ซึ่งได้ผลตอบสนองที่ดีที่สุดเนื่องจากผลของ Integral และจาก Proportional Derivative Control พบว่าส่วนของ Derivative ควบคุม settling time (T_s) ของระบบที่มีค่ามากเกินไป เมื่อใช้แนวคิดนี้กับระบบนี้ จะได้ว่า

$$T_s = \frac{10}{2\zeta_n\omega_n + AK_d - a} \quad (1.47)$$

เมื่อใช้สมการ(1.45) และ (1.46) สามารถแก้สมการหาค่า a และ K_d ได้เหมือนกับในการควบคุมแบบ Proportional Integral จะใช้การหารเพื่อคำนวณหาค่า gain, K_p และ K_i ซึ่งสามารถออกแบบระบบให้มี zero error และยังสามารถควบคุม settling time ของระบบ

System Error

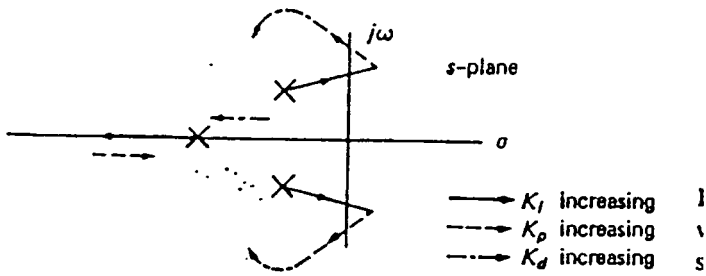
ใช้สมการ (1.6) จะได้ค่า error ของระบบคือ

$$E(s) = R(s) \left[\frac{s^3 + 2\zeta_n\omega_n s^2 + \omega_n^2 s}{s^3 + s^2(2\zeta_n\omega_n + AK_d) + s(\omega_n^2 + AK_p) + AK_i} \right] \quad (1.48)$$

และค่า steady-state error เนื่องจาก unit step คือ

$$e(\infty)=0 \quad (1.49)$$

Frequency Domain



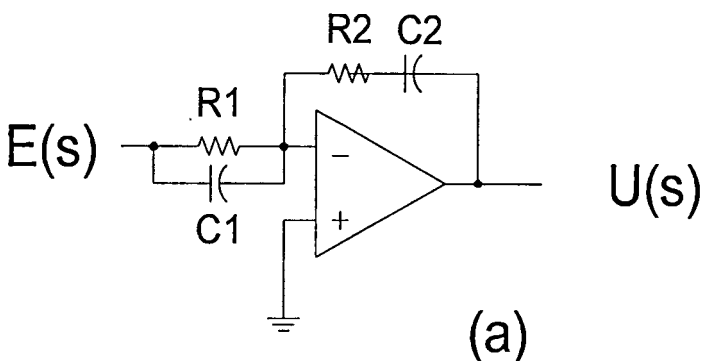
รูปที่ 1.15 การเคลื่อนที่ของโพล เมื่อต่อระบบกับ PID-Controller

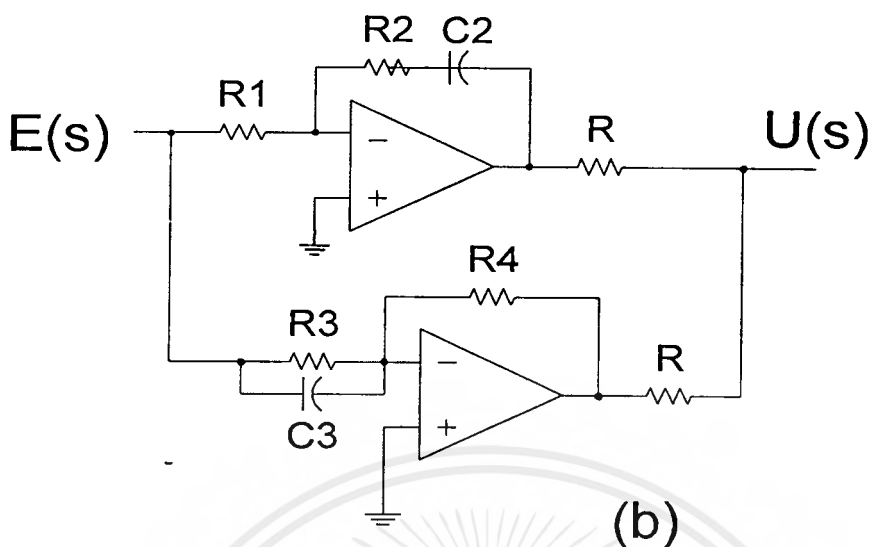
รูปที่ 1.15 แสดงแนวการเคลื่อนที่ของโพลในระบบ ที่มีค่า gain ทั้งสามตัวแยกกัน โดยเริ่มจากค่าศูนย์จนถึงค่าสุดท้าย

พบว่าเหตุที่ระบบควบคุมแบบ Proportional Integral Derivative ถึงต้องการการปรับ เนื่องมาจากค่า gain แต่ละตัวจะทำให้เกิดแต่ละแนวการเคลื่อนที่ของโพล ในระบบ ดังนั้นจึงเลี่ยงไม่ได้ที่จะต้องเข้าใจทั้งใน Frequency Domain และ Time Domain เราจะออกแบบระบบควบคุมแบบ Proportional Integral Derivative แบบคร่าวๆ และตรวจสอบผลตอบสนองของระบบในการเพิ่มค่า gain ตัวใดตัวหนึ่งในเวลาเดียวกัน

Analog Circuits

วงจร Operation Amplifier(OPAMP) ในรูปที่ 1.16 สามารถใช้เป็นแบบในการหาค่า Proportional Integral Derivative gain





รูปที่ 1.16 แสดงวงจร PID-Controller

ค่า Proportional gain คือ

$$(a) K_p = -(R_2 / R_1 + C_1 / C_2) \quad (1.50)$$

$$(b) K_p = -(R_2 / R_1 + R_4 / R_3) \quad (1.51)$$

ค่า Integral gain คือ

$$(a) K_i = -1 / R_1 C_2 \quad (1.52)$$

$$(b) K_i = 1 / R_1 C_2 \quad (1.53)$$

ค่า Derivative gain คือ

$$(a) K_d = -R_2 C_1 \quad (1.54)$$

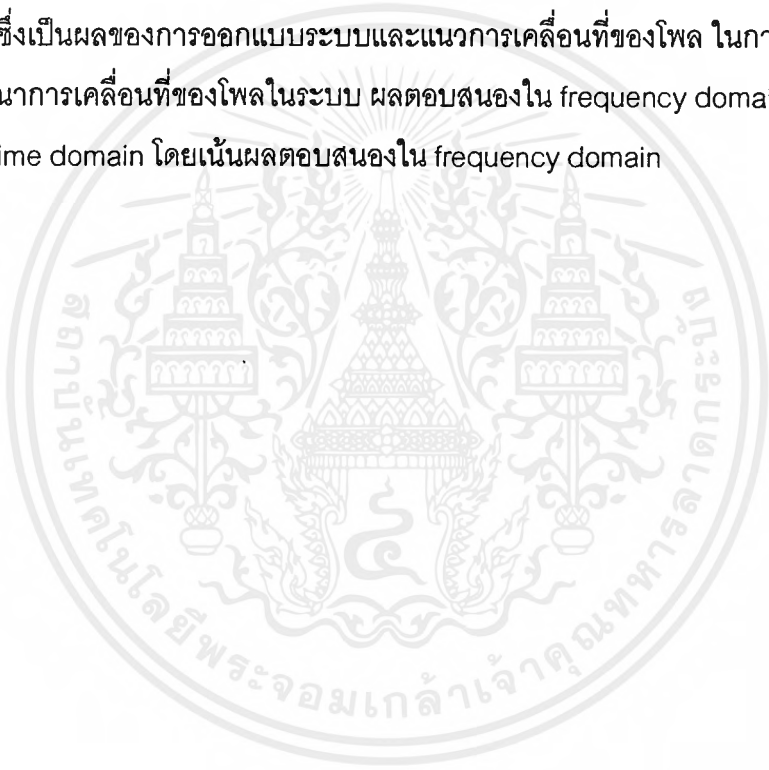
$$(b) K_d = -R_4 C_3 \quad (1.55)$$

วงจรในรูป 1.16 จะเปลี่ยนแปลงได้มากกว่าในการเลือกค่าเกณฑ์แต่ละตัว ค่าความต้านทาน (R) ขึ้นอยู่กับวงจรภายนอกและรวมถึงแสดงลักษณะการรวมกันของค่าเกณฑ์แต่ละตัว

ในที่นี้พิจารณาการควบคุมแบบ Proportional, Integral และ Derivative โดยแยกลักษณะในการควบคุม Proportional พบว่าเกิด error ค่าหนึ่งตลอดเวลา ซึ่งจะลดลงเมื่อค่าเกณฑ์เพิ่มขึ้น ในการควบคุมแบบ Integral เมื่อเกณฑ์เพิ่มขึ้น จะมีแนวโน้มที่จะไม่เสถียรเกิดขึ้น และทำให้เกิด zero error ขึ้นอีกด้วย ในการควบคุมแบบ Derivative พบว่าความเร็วของระบบถูกรักษาไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยการลด damping ratio ของระบบลง เนื่องจาก Derivative และ Integral ไม่สามารถให้ได้ตามลำพัง เมื่อใช้ Proportional และ Derivative ด้วยกัน พบว่า ระบบมีผลตอบสนองเร็วขึ้น และเมื่อควบคุม damping ratio ควบคุมกันไป ค่าของ Proportional gain ในระบบจะต้องใช้ค่าที่สูงกว่าการควบคุมแบบ Proportional อย่างเดียวมาก เนื่องจากมีสมการค่า error เดียวกันกับใน Proportional พบว่าค่า steady-state error มีค่าน้อยลง การใช้ Proportional กับ Integral จะทำให้ไม่เกิด zero error ซึ่งคุณสมบัตินี้มีผลต่อความเร็วของระบบ ส่วนการควบคุมแบบสุดท้ายเป็นการใช้ Proportional ร่วมกับ Integral และ Derivative ทำให้ระบบมี zero error และสามารถควบคุม settling time ได้อย่างสมบูรณ์ เมื่อค่า gain แต่ละตัวถูกเปลี่ยนโดยลำพัง พบว่าเกิดการเปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องกัน ถ้าเพิ่มค่า Derivative gain อย่างเดียวทำให้ระบบช้าลง ซึ่งเป็นผลของการออกแบบระบบและแนวการเคลื่อนที่ของโพล ในการควบคุมทุกแบบพิจารณาการเคลื่อนที่ของโพลในระบบ ผลตอบสนองใน frequency domain และผลตอบสนองใน time domain โดยเน้นผลตอบสนองใน frequency domain



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ANALYSIS OF PLANT

การวิเคราะห์ระบบในงานควบคุม ส่วนใหญ่พิจารณาระบบควบคุมอันดับหนึ่ง (First-order System) และระบบควบคุมอันดับสอง (Second-order System)

2.1 ระบบควบคุมอันดับหนึ่ง (First-Order System)

ระบบควบคุมอันดับหนึ่ง มีสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ที่ใช้อธิบายคุณลักษณะของระบบอันดับหนึ่ง คือ

$$\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = Ar(t) \quad (2.1)$$

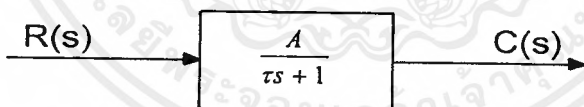
พารามิเตอร์ของระบบอันดับหนึ่งมีสองค่า คือ

1. ค่าคงตัวเวลา (time constant) τ เป็นค่าที่กำหนดความเร็วในการตอบสนองของระบบอันดับหนึ่ง

2. ค่า gain A เป็นค่าที่บอกถึงค่าสุดท้าย (final value) ของผลตอบสนองของระบบต่อสัญญาณ step transfer function ของระบบที่แสดงคุณลักษณะด้วยสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง คือ

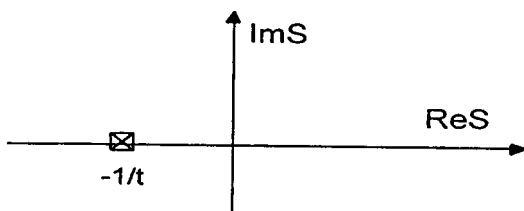
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{A/\tau}{s+1/\tau} \quad (2.2)$$

หรือแสดงในรูปของบล็อกไดอะแกรมได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.1 บล็อกไดอะแกรมของระบบอันดับหนึ่ง

ระบบนี้มีโพลเพียงโพลเดียว อยู่ที่ตำแหน่ง $s = -1/\tau$



รูปที่ 2.2 แสดงตำแหน่งของโพลบน s-plane

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

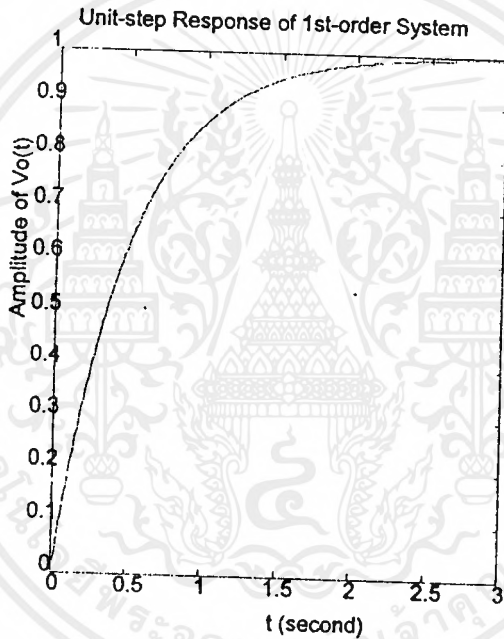
เมื่อให้สัญญาณอินพุต $r(t)$ เป็นสัญญาณ step หรือ $R(s) = 1/s$ และหาสัญญาณเอาต์พุต $C(s)$

$$C(s) = R(s) G(s) = \frac{A/\tau}{s(s+1/\tau)} = \frac{A}{s} - \frac{A}{s+1/\tau} \quad (2.3)$$

แปลงลาปลาซผกผัน (inverse laplace transform) สมการที่ (2.3) ได้ step response ของระบบอันดับหนึ่งเท่ากับ

$$c(t) = A(1-e^{-t/\tau}) \quad (2.4)$$

เมื่อทำการพล็อต step response ของระบบอันดับหนึ่ง ในสมการที่ (2.4) โดยให้ค่า $A = 1$ และ $\tau = 1$ โดยคำนวณค่า $c(t)$ จะได้กราฟระหว่าง $c(t)$ ได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงผลตอบสนองเชิงเวลาของระบบอันดับหนึ่งต่อ unit-step input สำหรับการหาผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response) ของระบบอันดับหนึ่งต่อไปนี้

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (2.5)$$

เมื่อแทน $s = j\omega$ จะได้ว่า

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1} \quad (2.6)$$

ซึ่งจะหาค่าขนาดของ $G(j\omega)$ ได้เป็น

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2 + 1}} \quad (2.7)$$

และมุมเฟสเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi = 0 - \tan^{-1} \omega \tau \quad (2.8)$$

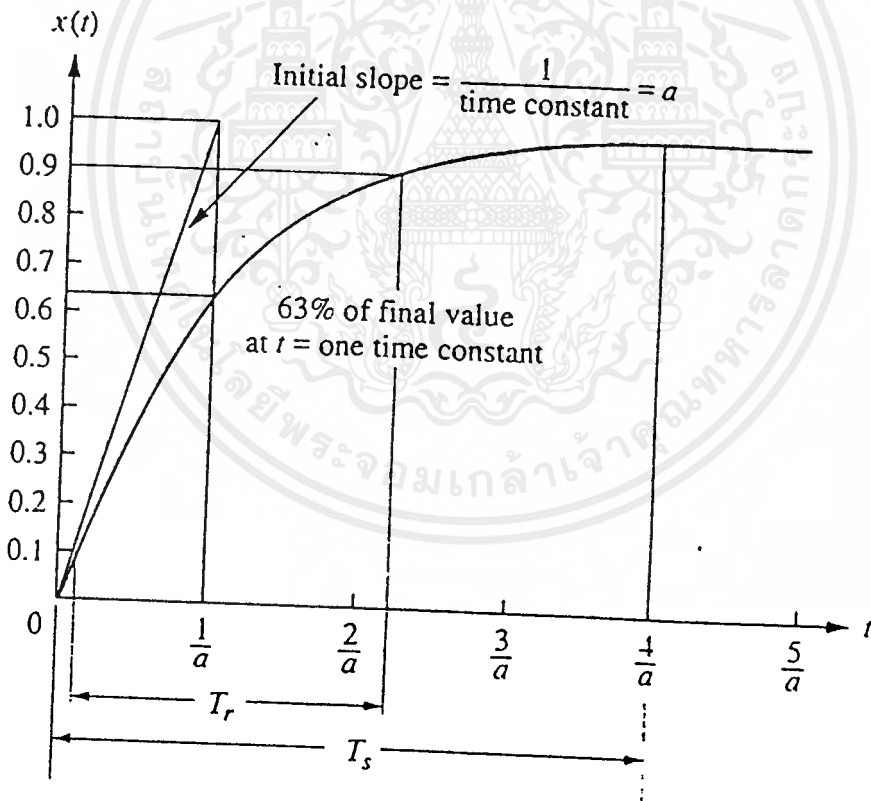
จากสมการที่ (2.3) สมมติให้ $1/\tau = a$ และไม่พิจารณาค่า gain จะได้ว่า

$$T.F = \frac{1}{s + a} \quad (2.9)$$

โดยค่า $1/a$ เท่ากับค่า time constant ของผลตอบสนอง ซึ่งคือเวลาที่ทำให้ e^{-at} มีค่า 37 % ของค่าที่กำหนดหรือ คือเวลาที่ทำให้ ผลตอบสนองของระบบขึ้นถึง 63 % ของค่าสุดท้าย แสดงดังรูปที่ 2.3

ส่วนกลับของค่า time constant จะเป็นค่าของความถี่ ซึ่งเราสามารถเรียกค่า a ว่าเป็นค่า exponential frequency ซึ่งอนุพันธ์ของ e^{-at} จะเท่ากับ $-a$ เมื่อ $t = 0$

time constant สามารถประมาณได้จากการ plot ค่าโพล ซึ่งโพลจะอยู่ที่ $-a$ ซึ่งถ้าโพล ยิ่งไกลจากแกนจินตภาพเท่าไร ค่า transient response ก็จะมีเพิ่มขึ้นเร็ว



รูปที่ 2.4 แสดงผลตอบสนองต่อ unit-step ของระบบอันดับหนึ่ง

rise time (T_r)

rise time เป็นเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าจาก 10% ไปจนถึง 90% ของค่าสุดท้าย ซึ่งหาได้จากการแก้สมการ

$$C(t) = 1 - e^{-at} \quad (2.10)$$

โดยแทนค่า $C(t) = 0.9$ และ $C(t) = 0.1$ จะได้

$$T_r = \frac{2.31}{a} - \frac{0.11}{a} = \frac{2.2}{a} \quad (2.11)$$

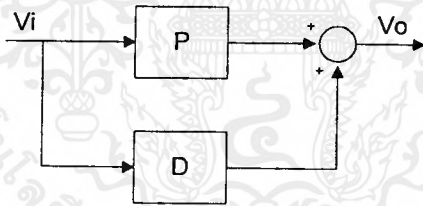
settling Time (T_s)

settling Time เป็นเวลาที่ผลตอบสนองไปถึง และมีค่าอยู่ในช่วง 2% ของค่าสุดท้าย โดยแทนค่า $C(t)$ ด้วย 0.98 ในสมการ (2.10) เพื่อหาค่า t จะได้

$$T_s = \frac{4}{a}$$

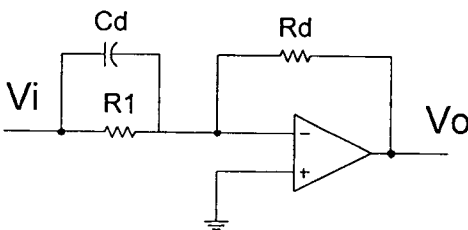
2.1.1 การออกแบบสังเคราะห์ค่าซีโรของวงจรรดับหนึ่ง

รูปแบบของซีโร คือ $s+a$ ซึ่งเกิดจากการรวมค่าที่ได้จากวงจร P และวงจร D



รูปที่ 2.5 บล็อกไดอะแกรมของการสังเคราะห์ซีโร

วงจรพื้นฐาน



รูปที่ 2.6 วงจรพื้นฐานของการสังเคราะห์ซีโร

หาค่า Transfer Function ได้ดังนี้

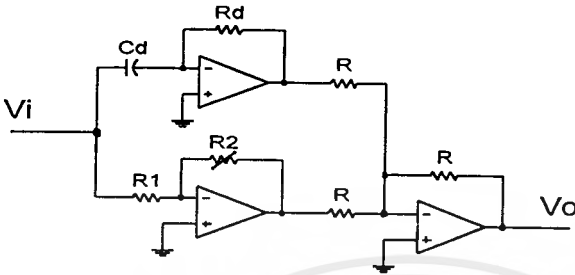
$$\frac{V_o}{V_i} = -\left(\frac{R_D}{R_1} + sC_D R_D\right) \quad (2.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{V_o}{V_i} = -\left(s + \frac{1}{C_D R_1}\right) \quad (2.13)$$

$$\text{จะได้ } s_z = \frac{-1}{C_D R_1}$$

วงจรที่ปรับปรุงเพื่อความเสถียรในการปรับค่า



รูปที่ 2.7 วงจรที่ปรับปรุงจากวงจรพื้นฐาน

หาค่า Transfer Function ได้ดังนี้

$$\frac{V_o}{V_i} = sR_D C_D + \frac{R_2}{R_1} \quad (2.14)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = s + \frac{R_2}{C_D R_1 R_D} \quad (2.15)$$

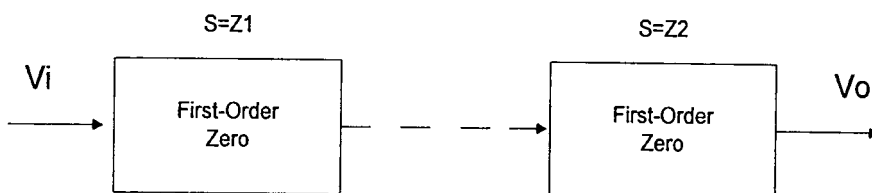
$$\text{จะได้ } s_z = \frac{-R_2}{C_D R_1 R_D}$$

ซึ่งสามารถปรับค่าของซีโร ได้จากการปรับค่า R_2

2.1.2 การออกแบบสังเคราะห์หาค่าซีโร ของวงจรอันดับสูงจากวงจรอันดับหนึ่ง

จากการที่ซีโรมีผลต่อ residue หรือ amplitude แต่ไม่มีผลต่อผลตอบสนองธรรมชาติ เช่น exponential, damping, sinusoid และ ค่าอื่น ๆ ถ้าซีโรอยู่ใกล้โพลเด้นก็จะมีผลต่อ transient response ถ้าซีโรอยู่ไกลจากโพลเด้นก็จะมีผลให้ผลตอบสนองจะเข้าใกล้ระบบที่มี 2 โพล

ในการออกแบบระบบที่ต้องการซีโรหลาย ๆ ตัว เราสามารถสังเคราะห์จากวงจรอันดับหนึ่ง โดยนำมาต่ออนุกรมกัน



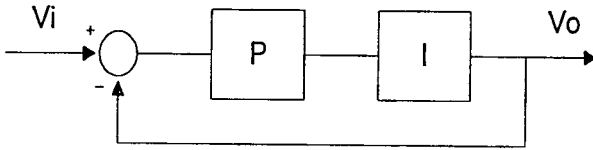
รูปที่ 2.8 บล็อกของการสังเคราะห์วงจรอันดับสูง

วงจรมีโพลที่หาได้คือ

$$s = Z_1, Z_2, \dots, Z_n$$

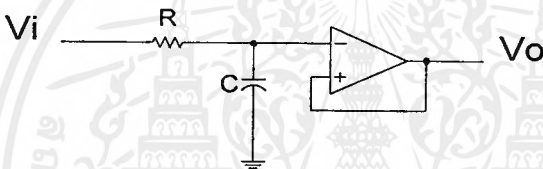
2.1.3 การออกแบบสังเคราะห์ค่าโพลของวงจรอันดับหนึ่ง

รูปแบบของโพล คือ $1/(s+a)$ ซึ่งเกิดจากการอนุกรมกันระหว่างวงจร P และวงจร I



รูปที่ 2.9 บล็อกไดอะแกรมของการสังเคราะห์ โพล

วงจรพื้นฐาน



รูปที่ 2.10 วงจรพื้นฐานของการสังเคราะห์ โพล

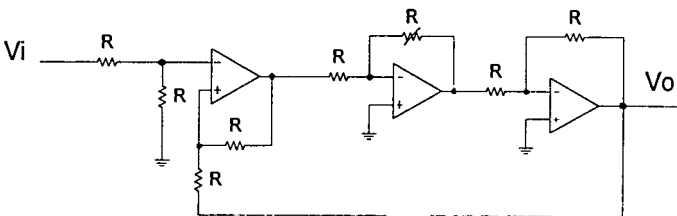
ซึ่งสามารถหาค่า Transfer Function ได้ดังนี้

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + sRC} \tag{2.16}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{RC}{s + \frac{1}{RC}} \tag{2.17}$$

จะได้ $s_p = \frac{-1}{RC}$

วงจรที่ปรับปรุงเพื่อความเสถียรในการปรับค่า



รูปที่ 2.11 วงจรที่ปรับปรุงจากวงจรพื้นฐาน

ซึ่งสามารถหาค่า Transfer Function ได้ดังนี้

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{(R_2 / R_1)(1/sC_1R_f)}{1 + (R_2 / R_1)(1/sC_1R_f)} \quad (2.18)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + sC_1R_1R_f} \quad (2.19)$$

จะได้ $s_p = -R_2 / C_1R_1R_f$

พบว่า สามารถปรับค่าของซีโรว์ ได้จากการปรับค่าของ R_2

2.1.4 การออกแบบและสังเคราะห์ค่าโพลของวงจรอันดับสูงจากวงจรอันดับหนึ่ง

ในการวิเคราะห์ระบบด้วยโพลที่มีจำนวน 1 หรือ 2 โพล จะมีสูตรในการอธิบายค่าของ percent overshoot, settling time และ peak time ถ้าระบบมีโพลมากกว่า 2 หรือมีซีโรว์ เราจะไม่สามารถใช้สูตรในการคำนวณได้ อย่างไรก็ตามภายใต้เงื่อนไขที่ว่า ระบบหนึ่งที่มีโพลมากกว่า 2 หรือมีซีโรว์สามารถประมาณเป็นระบบอันดับสอง ที่มีจำนวนโพลเด่นเป็นจำนวนเชิงซ้อน 2 ตัว จากการประมาณค่านี้เราสามารถนำสูตรในการคำนวณหาค่า percent overshoot, settling time และ peak time ของระบบอันดับสูง

ถ้าเราพิจารณาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการเพิ่มผลตอบสนองระบบอันดับสอง เราจะประมาณให้พฤติกรรมของระบบที่มีโพล 3 โพล มีลักษณะเช่นเดียวกับระบบที่มี 2 โพล พิจารณาระบบที่มี 3 โพลด้วยโพลเชิงซ้อน 2 โพล และโพลที่ 3 อยู่บนแกนจริง

โดยให้ โพลเชิงซ้อนเป็น

$$-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.20)$$

และโพลจริงเป็น $-\alpha_r$

ซึ่งจะได้สมการเอาต์พุตดังนี้

$$C(s) = \frac{A}{S} + \frac{B(s + \zeta\omega_n) + C\omega_d}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} + \frac{D}{s + \alpha_r} \quad (2.21)$$

ทำให้อยู่ในรูปเชิงเวลาได้ดังนี้

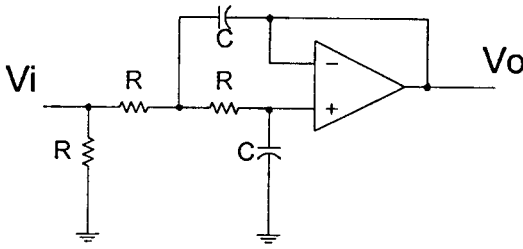
$$c(t) = Au(t) + e^{-\zeta\omega_n t}(B\cos\omega_d t + C\sin\omega_d t) + De^{-\alpha_r t} \quad (2.22)$$

ความแม่นยำในการพิจารณาจะเป็นตัวกำหนดระยะห่างของโพลที่ 3 และโพลเด่น ถ้า exponential ค่อย ๆ หายไปเล็กน้อย ดังนั้นถ้าโพลจริงอยู่ห่างออกไปทางซ้ายมากกว่า 5 เท่าของโพลเด่น เราพอจะสันนิษฐานได้ว่า ระบบจะถูกแสดงโดยคู่โพลเด่น

ในการออกแบบ plant ที่ต้องการโพลหลาย ๆ ตัว เราสามารถสังเคราะห์ได้จากวงจรอันดับหนึ่ง โดยนำมาต่ออนุกรมกัน จากวงจร โพล ที่ได้คือ $s = P_1, P_2, \dots, P_n$

2.2 ระบบควบคุมอันดับสอง (Second Order System)

รูปแบบโดยทั่วไปของระบบอันดับสองมีลักษณะ



รูปที่ 2.12 วงจรระบบอันดับสอง

โดยทั่วไปแล้ว ระบบอันดับสองจะกล่าวถึง damping และ overshoot ในขณะที่ระบบอันดับหนึ่งจะแสดงถึงการเสื่อมลงของสัญญาณ ซึ่งระบบอันดับสูง ๆ ก็จะสามารถประมาณได้จากระบบ ทั้งสองอันดับนี้ ในหัวข้อนี้จะอธิบายลักษณะทั่ว ๆ ไป และวิเคราะห์หาค่าเฉพาะต่าง ๆ ที่ใช้ในการหาผลตอบสนองของระบบอันดับสอง โดยไม่ต้องหากราฟ เราจะนิยามค่า 2 ค่าที่ใช้เฉพาะในระบบอันดับสอง ซึ่งค่านี้จะใช้อธิบายลักษณะ transient response ของระบบ เช่นเดียวกับค่า time constant ที่ใช้อธิบายผลตอบสนองของระบบอันดับหนึ่ง ค่า 2 ค่านี้ คือ natural frequency และค่า damping ratio

natural frequency , ω_n

ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของระบบอันดับสอง ก็คือ ความถี่ของการ oscillate ในระบบที่ปราศจาก damping ตัวอย่างเช่น ความถี่ของการ oscillate ในวงจร RLC ที่ต่ออนุกรมกัน โดยที่ค่าความต้านทานคือ ค่า natural frequency

damping ratio , ζ

damping ratio ค่านี้ใช้ในการเปรียบเทียบความถี่ของการลดลงแบบ exponential กับ ความถี่ธรรมชาติ ซึ่งอัตราส่วนนี้ คือ ค่าคงที่ที่พิจารณาถึงผลตอบสนองเชิงเวลา ซึ่งนิยามได้ดังนี้

$$\zeta = \frac{\text{exponential decay frequency}}{\text{natural frequency (rad/sec)}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{natural period (sec)}}{\text{exponential time constant}}$$

ปรับปรุงได้ โดยพิจารณาระบบต่อไปนี้

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b} \quad (2.23)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ไม่มี damping ค่าโพลจะอยู่บนแกนจินตภาพ และผลตอบสนองจะเป็นแบบ undamped sinusoidal สำหรับโพลที่เป็นจำนวนจินตภาพอย่างเดียว $a = 0$ ดังนี้

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + b} \quad (2.24)$$

จากนิยาม ค่าความถี่ธรรมชาติ คือ ค่าความถี่ในการ oscillate ของระบบ เมื่อโพลของระบบนี้อยู่บนแกนจินตภาพที่ $\pm j\sqrt{b}$

$$\omega_n = \sqrt{b} \quad (2.25)$$

ดังนั้น

$$b = \omega_n^2 \quad (2.26)$$

จากสมการที่ (2.22) จะเห็นว่า ค่า a คือค่าอะไร สมมติว่า ระบบ underdamped คือระบบที่ค่าโพลเชิงซ้อน มีส่วนจริง, σ เท่ากับ $-a/2$ ซึ่งจะได้ว่า

$$\zeta = \frac{\text{exponential decay frequency}}{\text{natural frequency (rad/sec)}} = \frac{|\sigma|}{\omega_n} = \frac{a/2}{\omega_n} \quad (2.27)$$

จะได้ว่า

$$a = 2\zeta\omega_n \quad (2.28)$$

ดังนั้น transfer function ของระบบอันดับสอง จะอยู่ในรูป

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.29)$$

ในหัวข้อนี้ เราได้นิยามค่าใหม่ 2 ค่า ของระบบอันดับสอง : ค่าความถี่ธรรมชาติ, ω_n และ damping ratio, ζ จะเห็นว่า ค่าความถี่ธรรมชาติมีความสัมพันธ์กับ damping ratio การแปรค่า damping ratio เพียงอย่างเดียว จะทำให้เกิดผลตอบสนองในช่วง overdamped, critically damped, underdamped และ undamped

2.2.1 รูปแบบของระบบอันดับสอง

สมการอนุพันธ์ของระบบอันดับสอง จะอยู่ในรูป

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{dy}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 u(t) \quad (2.30)$$

จากสมการที่ (2.30) เมื่อแปลงลาปลาซและให้ค่าเริ่มต้น เป็น 0 จะได้สมการ

$$s^2 Y(s) + 2\zeta\omega_n s Y(s) + \omega_n^2 Y(s) = \omega_n^2 U(s) \quad (2.31)$$

และ transfer function ของระบบอันดับสอง จะอยู่ในรูป

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.32)$$

และหาสมการ Characteristic ของระบบได้ดังนี้

$$s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (2.33)$$

ซึ่งสมการ Characteristic ของระบบ จะหาได้ค่อนข้างง่าย เมื่อเทียบกับการหาสมการ Characteristic ของระบบรวม ซึ่งจะต้องหาจาก Transfer function ของระบบปิด ซึ่งจะสมมติให้ได้สมการ Characteristic เป็น

$$s^2 + 2\zeta_m \omega_m s + \omega_m^2 = 0 \quad (2.34)$$

ซึ่งค่า ω_m และ ζ_m เป็น function ของ ω_n และ ζ_n ตามลำดับ และ ตัวแปรเหล่านี้ จะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงในค่า ω_n และ ζ_n ของระบบ

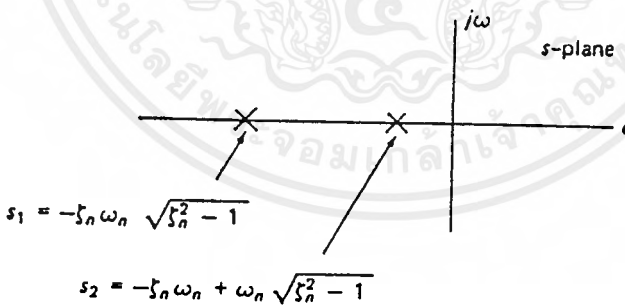
ผลจากการเปลี่ยนแปลงค่า damping ratio ของระบบ จะมีผลทำให้ค่าโพลของระบบเกิดการเปลี่ยนแปลง ซึ่งเราสามารถหาโพลของระบบ ในเทอมของ damping ratio ได้ โดยหาจากรากของสมการ Characteristic สมการ (2.32) ได้ดังนี้

$$s_{1,2} = -\zeta_n \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta_n^2 - 1} \quad (2.35)$$

ซึ่งเราสามารถแยกพิจารณาค่า ζ_n ได้เป็นกรณีต่าง ๆ

กรณีที่ 1 : $\zeta_n > 1$

จากสมการ (2.32) จะพบว่า รากของสมการทั้งคู่เป็นจำนวนจริง ซึ่งจะได้ผลตอบสนองของระบบเป็นแบบ exponential หรือแบบ overdamped และสามารถพิจารณาตำแหน่งของโพล ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.13

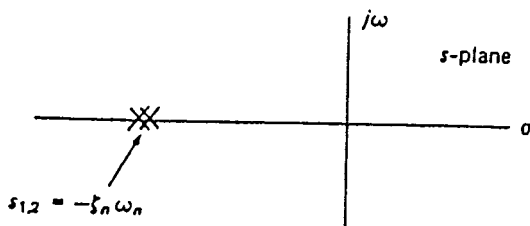


กรณีที่ 2 : $\zeta_n = 1$

ในกรณีนี้ จะสามารถหารากของสมการได้เป็น

$$s_{1,2} = -\zeta_n \omega_n \quad (2.36)$$

จากสมการ (2.33) จะพบว่า รากทั้งสองมีค่าเท่ากัน และ เป็นจำนวนจริง ซึ่งผลที่ได้ก็จะเป็นแบบ exponential เราเรียกกรณีนี้ว่า critically damped สามารถพิจารณาตำแหน่งของโพล ได้ดังรูปที่ 2.14



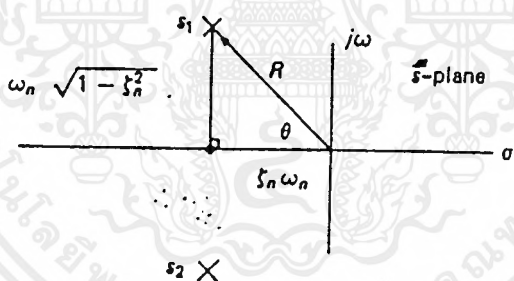
รูปที่ 2.14 ตำแหน่งของโพลเมื่อ $\zeta_n = 1$

กรณีที่ 3 : $0 < \zeta_n < 1$

ในกรณีนี้ จะสามารถหารากของสมการได้เป็น

$$s_{1,2} = -\zeta_n \omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (2.37)$$

จากสมการนี้ จะพบว่า ตำแหน่งของโพลจะเป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งหมายความว่าผลตอบสนองจะลดลงแบบ sine และ cosine ในกรณีนี้แสดงถึง underdamped plant รูปที่ 2.15 แสดงถึงตำแหน่งของโพล



รูปที่ 2.15 ตำแหน่งของโพล เมื่อ $0 < \zeta_n < 1$

ในกรณีนี้น่าสนใจเป็นพิเศษ เนื่องจากระบบควบคุมส่วนมากจะ operate ในบริเวณนี้ จากรูป 2.15 จะแสดงระยะทางจากจุดกำเนิดถึงโพล ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าของ R และมุมที่เวกเตอร์นี้ทำกับแกนจริงคือ θ โดยที่

$$R = \omega_n \quad (2.38)$$

และจากตรีโกณมิติ

$$\cos \theta = \zeta_n \quad (2.39)$$

จากสมการ (2.37) จะพบว่า undamped natural frequency (ω_n) ยาวเท่ากับเวคเตอร์ และค่า cosine ของมุม θ ก็คือค่า damping ratio (ζ_n) ดังในสมการ(2.36) และองค์ประกอบทางความถี่จะถูกกำหนดเป็น damped natural frequency (ω_d) โดย

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad (2.40)$$

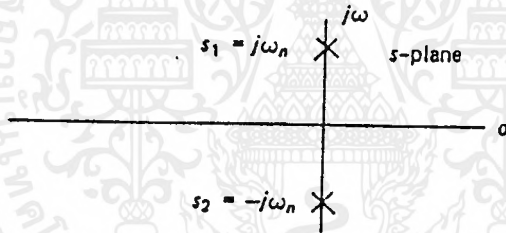
ในสมการ(2.37) ระบบจะมีค่า damped natural frequency น้อยกว่าค่า undamped natural frequency และจะมีค่าเท่ากันก็ต่อเมื่อ มุม θ เป็น 90° เท่านั้น ดังในกรณีถัดไป

กรณีที่ 4 : $\zeta_n = 0$

จากสมการที่(2.34) ตำแหน่งของโพล จะอยู่ที่

$$s_{1,2} = \pm j\omega_n \quad (2.41)$$

ในกรณีนี้โพลจะอยู่บนแกนจินตภาพ ซึ่งหมายความว่าเกิดการ oscillator ด้วยความถี่ที่เท่ากับ undamped natural frequency ของระบบ ในรูปที่ 2.16 แสดงตำแหน่งของโพล



รูปที่ 2.16 ตำแหน่งของโพล เมื่อ $\zeta_n = 0$

กรณีที่ 5 : $\zeta_n < 0$

จากสมการ(1.52) ตำแหน่งของโพลจะอยู่ที่

$$s_{1,2} = \zeta_n \omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} \quad , -1 < \zeta_n < 0 \quad (2.42)$$

$$s_{1,2} = \zeta_n \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta_n^2 - 1} \quad , \zeta_n \leq -1 \quad (2.43)$$

จากสมการ(2.42) จะเห็นได้ชัดเจนว่าโพลจะอยู่ในระนาบขวาของ S-Plane ดังนั้นจะให้ระบบที่ไม่เสถียร (unstable) ซึ่งเราจะไม่ออกแบบระบบประเภทนี้

step response

ในหัวข้อที่แล้ว เราได้ศึกษาการเคลื่อนที่ของโพล เมื่อแปรค่า damping ratio ไป เรา

จะทำนายผลตอบสนองเชิงเวลาโดยดูจากตำแหน่งของโพล โดยเราจะให้ระบบอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และคำนวณ step response ของค่า damping ratio ในแต่ละกรณีจากหัวข้อที่แล้ว ดูค่า · ความเร็วของระบบเปรียบเทียบกับค่า damping ratio

ลักษณะของระบบโดยส่วนมาก จะมี damping ratio มากกว่าหนึ่ง และเมื่อเราใส่ระบบ เข้าไปในระบบควบคุม ค่า damping ratio ของระบบสามารถปรับปรุงได้โดยค่าจากเอาต์พุทของตัว compensate

สรุป

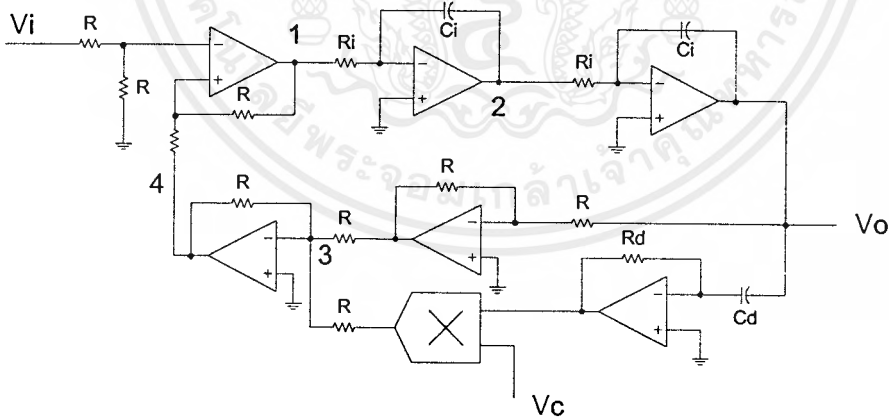
ในหัวข้อนี้ เราจะนิยามระบบอันดับสอง ในเทอมของ undamped natural frequency และ damping ratio โดยพิจารณาจากการเคลื่อนที่ของโพล บน S-Plane เมื่อ damping ratio ของระบบเปลี่ยนไป ซึ่งทำให้เราเข้าใจว่าผลตอบสนองเชิงเวลา มีความสัมพันธ์กับค่า damping ratio อย่างไร

2.2 รูปแบบการปรับปรุงวงจรอันดับสอง โดยใช้ Electronics Control

ในวงจรระบบอันดับสองโดยทั่วไป จะมีรูปแบบสมการเป็น

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2} \tag{2.44}$$

ซึ่งในการปรับค่า ζ_n และ ω_n นั้น ในวงจรธรรมดา ไม่สามารถปรับค่าได้โดยสะดวก จึงมีการปรับปรุงโดยเพิ่มวงจรคูณ จากการใช้ AD534 ตามวงจрдังรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.17 วงจรของระบบอันดับสอง โดยใช้ Electronic Control

ที่ 1 : $V_1 = V_i - V_4 \rightarrow V_i = V_1 + V_4$ (2.45)

ที่ 2 : $V_2 = - \frac{1}{sC_I R_I} V_1$ (2.46)

$V_o = \frac{1}{(sC_I R_I)^2} V_1 \rightarrow V_1 = (sC_I R_I)^2 V_o$ (2.47)

$$\text{ที่ 4 : } V_4 = (1 + sC_D R_D k_m V_c) V_o \quad (2.48)$$

แทนสมการ (2.46) , (2.47) ในสมการ (2.44)

$$V_i = [(sC_I R_I)^2 + sC_D R_D k_m V_c + 1] V_o$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\left(\frac{1}{C_I R_I}\right)^2}{s^2 + s\left(\frac{C_D R_D k_m V_c}{C_I^2 R_I^2}\right) + \left(\frac{1}{C_I R_I}\right)^2} \quad (2.49)$$

จะเห็นได้ว่า

$$\omega_n = \frac{1}{C_I R_I} \quad (2.50)$$

$$2\zeta\left(\frac{1}{C_I R_I}\right) = \frac{C_D R_D k_m V_c}{C_I^2 R_I^2} \quad (2.51)$$

กำหนดให้ค่า $R_D = R_I$ และ ค่า $C_D = C_I$ ดังนั้น เราจะได้

$$\zeta = k_m V_c / 2$$

ให้ค่า $k_m = 2$ จะได้ว่า

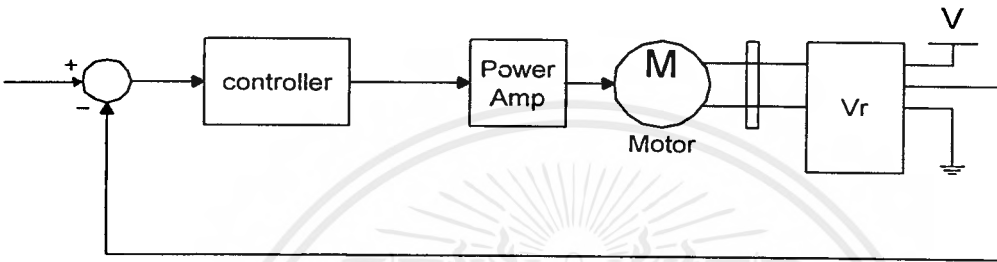
$$\zeta = V_c$$

จะพบว่าสามารถปรับค่า ζ_n และ ω_n ได้โดยเป็นอิสระต่อกัน โดยปรับค่า ω_n จากการปรับ R_I และปรับค่า ζ_n จากการปรับ V_c

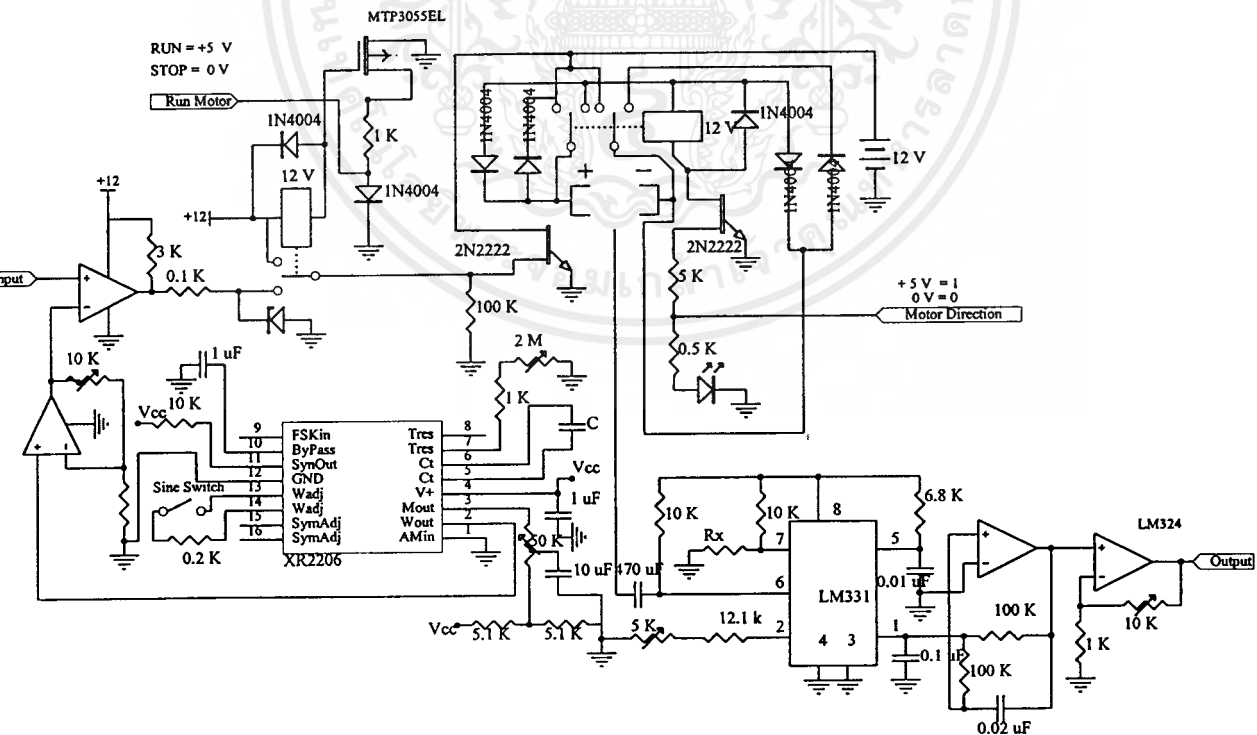
บทที่ 3

PHYSICAL PLANT

เราสามารถประยุกต์ใช้ PID CONTROLLER ในงานควบคุมระบบต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นระบบทางไฟฟ้า (ELECTRONIC PLANT) หรือ ระบบทางกล (MECHANIC PLANT) การประยุกต์ใช้ในงานระบบทางกลในที่นี้เราพิจารณา MOTOR SPEED CONTROL PLANT ดังนี้



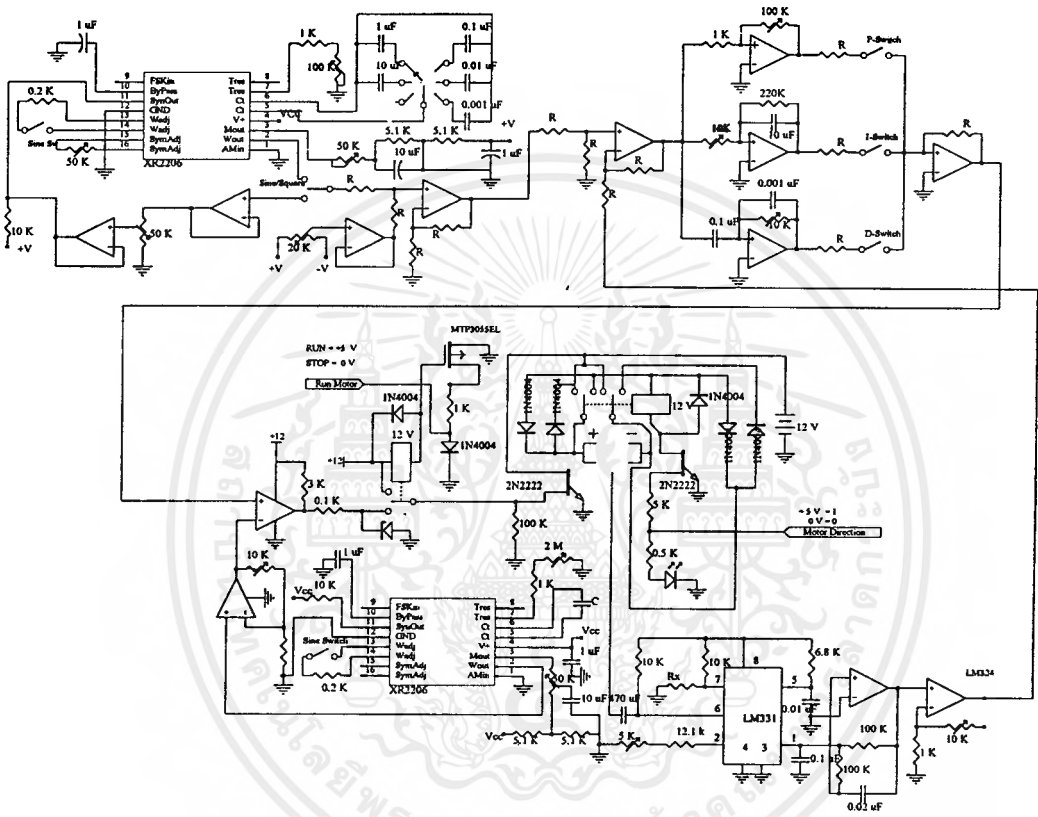
รูปที่ 3.1 การนำ PID CONTROLLER มาควบคุมระบบ



รูป 3.2 วงจร Motor Driver

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.2 สัญญาณรูปสามเหลี่ยม (Triangular wave) ถูกกำเนิดโดย XR2206 นำสัญญาณนี้มาเปรียบเทียบกับสัญญาณอินพุทโดยวงจรเปรียบเทียบ (Comparator) สัญญาณที่ได้จะอยู่ในรูปพัลส์ ความถี่ของพัลส์จะคงที่ตามความถี่ของสัญญาณรูปสามเหลี่ยม ช่วง ON ของพัลส์ขึ้นอยู่กับสัญญาณอินพุท ถ้าสัญญาณอินพุทเพิ่มขึ้นความกว้างของพัลส์ช่วง ON จะเพิ่มขึ้น แต่ถ้าสัญญาณอินพุทลดลงความกว้างของพัลส์ช่วง ON จะลดลงเช่นกัน ความกว้างของช่วง ON เป็นตัวกำหนดความเร็วของมอเตอร์



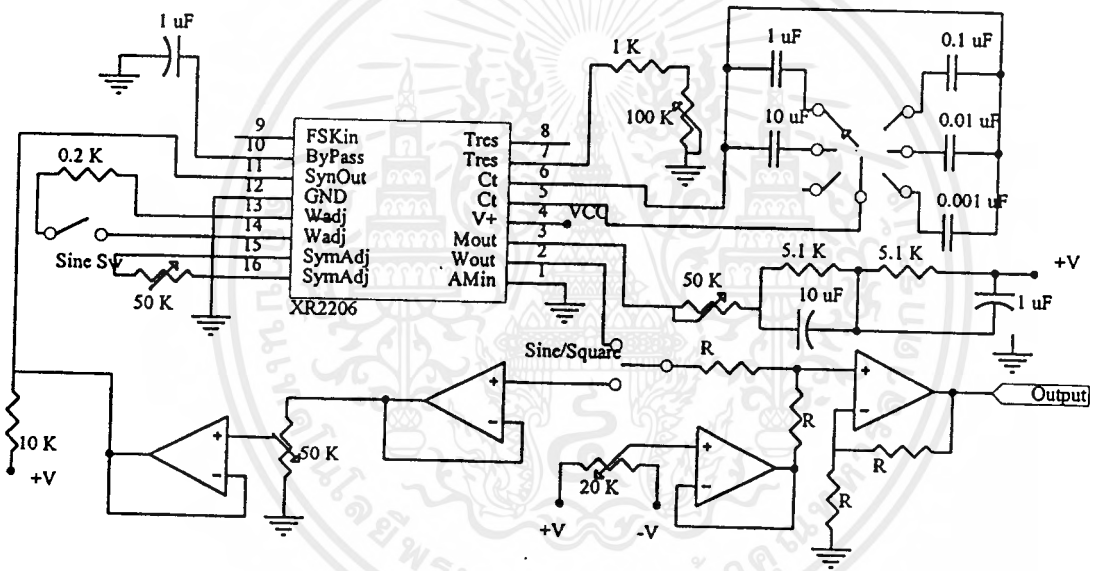
รูปที่ 3.3 วงจรควบคุมความเร็วของมอเตอร์โดยใช้ PID Controller

จากรูปที่ 3.3 เอาท์พุทของ PID Controller เป็นอินพุทป้อนให้กับวงจรขับมอเตอร์ ขณะที่มอเตอร์หมุนจำนวนรอบของการหมุนจะถูกเปลี่ยนเป็นความถี่โดยเซ็นโค้ดเดอร์ในมอเตอร์ ความถี่ที่ได้ผ่านวงจรแปลงความถี่เป็นแรงดัน นำแรงดันที่ได้และสัญญาณอินพุทเข้าวงจรดิฟเฟอเรนเชียลเพื่อเป็นการป้อนกลับแบบลบ

บทที่ 4

วงจรกำเนิดสัญญาณ

ในการกำเนิดสัญญาณ XR2206 จะถูกนำมาใช้ เนื่องจากสามารถกำเนิดได้ทั้งสัญญาณไซน์, สัญญาณสามเหลี่ยมและสัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีคุณภาพ เอกลักษณ์สามารถปรับได้ทั้งความขนาดและความถี่ สามารถเลือกความถี่ได้ในช่วง 0.01 Hz ถึงมากกว่า 1 MHz



รูปที่ 4.1 วงจรกำเนิดสัญญาณ

บทที่ 5

ข้อดีของการใช้วงจรถดเซย์

ในการพิจารณาระบบโดยทั่วไปว่ามีประสิทธิภาพดีหรือไม่ เราจะพิจารณาจากค่าค่า ๆ ดังต่อไปนี้

1. ค่า Error เป็นค่าที่แสดงความคลาดเคลื่อนของค่าสุดท้ายของผลตอบสนองของระบบกับค่าที่ต้องการ
2. ค่า Rise time, t_r เป็นค่าของเวลาที่ผลตอบสนองใช้ในการที่จะเพิ่มจาก 10% - 90% , 5% - 95% หรือ 0% - 100% ของค่าสุดท้าย โดยปกติแล้วในระบบ Second order ถ้าเป็นการตอบสนองแบบ Underdamped มักนิยมใช้ ค่า 0% - 100% แต่ถ้าเป็นการตอบสนองแบบ Overdamped จะนิยมใช้ค่า 10% - 90%
3. ค่า Peak time , t_p เป็นค่าของเวลาที่ผลตอบสนองใช้ในการขึ้นถึงค่าสูงสุดของ Overshoot
4. ค่า Maximum (percent) overshoot , M_p ของค่า Overshoot ที่วัดขึ้นจากค่าสุดท้ายของระบบ
5. ค่า Settling time , t_s เป็นค่าของเวลาที่ผลตอบสนองใช้ในการเข้าถึงช่วงที่ใกล้เคียงค่าสุดท้ายโดยจะกำหนดค่าโดยคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของค่าสุดท้าย (ปกติใช้ 2% หรือ 5%) จากฟังก์ชันถ่ายโอนลูปิด (Closed Loop Transfer Function)

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

เราจะได้

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)s} \\ &= \frac{1}{s} - \frac{s + 2\zeta\omega_n}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \end{aligned}$$

ให้ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ จะได้

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{s + \zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2} - \frac{\zeta\omega_n}{(s + \zeta\omega_n)^2 + \omega_d^2}$$

หาค่า $C(t)$

$$\begin{aligned} C(t) &= \mathcal{F}^{-1}[C(s)] = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \omega_d t \right) \\ &= 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \left(\omega_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right) \quad (t \geq 0) \end{aligned} \quad (5.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. ค่า Error

$$\text{จาก } \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\begin{aligned} \text{ซึ่งค่า error จะมีค่า } E(s) &= R(s) - C(s)H(s) \\ &= R(s) - \frac{G(s)H(s)R(s)}{1+G(s)H(s)} \\ &= R(s) \left[\frac{1}{1+G(s)H(s)} \right] \end{aligned}$$

หาค่า error ณ เวลาที่ผลตอบสนองเข้าสู่ค่าสุดท้าย จะได้ว่า

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

ซึ่งถ้าให้ค่า input เป็น unit-step จะได้ว่า

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1+G(s)H(s)} \frac{1}{s} \\ &= \frac{1}{1+G(0)H(0)} \end{aligned}$$

สมมติให้ $G(0)H(0)$ มีค่าเท่ากับ K_p

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K_p} \quad (5.2)$$

พิจารณาชนิดของระบบ

ถ้าเป็นระบบ type 0 จะได้

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots} = K$$

ถ้าเป็นระบบ type 1 หรือสูงกว่าจะได้

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots} = \infty \quad (N \geq 1)$$

เมื่อนำค่า K_p ไปแทนในสมการ (5.2) จะได้

$$e_{ss} = \frac{1}{1+K} \quad \text{สำหรับระบบ type 0}$$

$$e_{ss} = 0 \quad \text{สำหรับระบบ type 1 หรือสูงกว่า}$$

ในระบบอันดับที่ 1 และระบบอันดับที่ 2 เราจะเห็นว่า เป็นระบบ type 0 ดังนั้น ถ้าต้องการ จะกำจัดค่า error ของระบบ จะต้องทำการนำพจน์ $\frac{1}{s}$ มาคูณเข้าไป ซึ่งพจน์นี้ เราจะได้จากการ ใสค่า I ลงไปในสมการ

2. ค่า Rise time

จากสมการ (5.1) จะได้

$$c(t) = 1 = 1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t \right)$$

เราให้ $e^{-\zeta\omega_n t} \neq 0$ ดังนั้น จะได้

$$\cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t = 0$$

$$\tan \omega_d t_r = - \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} = - \frac{\omega_d}{\sigma}$$

จะได้ค่า $t_r = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d}{-\sigma} \right) = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$

เห็นได้ว่า เมื่อค่า ω_d เพิ่มขึ้นจะทำให้ t_r มีค่าน้อยลง ซึ่งค่า $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ ในการที่ ใสค่า P เข้าในระบบดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ค่า ω_n จะเพิ่มขึ้น ค่า ζ_n จะมีค่าน้อยลง ดังนั้นค่า ω_d จะน้อยลงด้วย ทำให้ค่า rise time มีค่าน้อยลง และถ้าหากเราใสค่า D จากการที่กล่าวมาแล้ว ค่า ω_n จะเท่าเดิม แต่ค่า ζ_n จะเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ ω_d มีค่าน้อยลงซึ่ง rise time จะมีค่า มากขึ้น

3. ค่า Peak time

ค่า peak time เป็นค่าที่สูงสุด ดังนั้นความชันของจุดนั้นจะมีค่าเป็น 0 เพื่อหาค่านี้ เราจึงดิฟ เฟอร์เรนเชียล สมการ (5.1)

$$\left. \frac{dc}{dt} \right|_{t=t_p} = (\sin \omega_d t_p) \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t_p} = 0$$

เราจะได้ $\sin \omega_d t_p = 0$

$$\omega_d t_p = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

สำหรับค่า overshoot จะเกิดขึ้นเมื่อ $\omega_d t_p = \pi$ จะได้

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

เห็นได้ว่า เมื่อค่า ω_d เพิ่มขึ้นจะทำให้ t_p มีค่าน้อยลง ซึ่งค่า $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ ในการที่ใส่ค่า P เข้าในระบบดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ค่า ω_n จะเพิ่มขึ้น ค่า ζ_n จะมีค่าน้อยลง ดังนั้นค่า ω_d จะน้อยลงด้วย ทำให้ค่า peak time มีค่าน้อยลง และถ้าหากเราใส่ค่า D จากการที่กล่าวมาแล้ว ค่า ω_n จะเท่าเดิม แต่ค่า ζ_n จะเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ ω_d มีค่าน้อยลงซึ่ง peak time จะมีค่ามากขึ้น

4. ค่า Maximum overshoot

$$\begin{aligned} M_p &= c(t_p) - 1 \\ &= -e^{-\zeta\omega_n(\pi/\omega_d)} \left(\cos \pi + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \pi \right) \\ &= e^{-(\sigma/\omega_d)\pi} = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \end{aligned}$$

ในการที่ใส่ค่า P เข้าในระบบดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ค่า ζ_n จะมีค่าน้อยลง ทำให้ค่า maximum overshoot มีค่ามากขึ้น และถ้าหากเราใส่ค่า D จากการที่กล่าวมาแล้ว ค่า ζ_n จะเพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลทำให้ค่า maximum overshoot มีค่าน้อยลง

5. ค่า Settling time

ในการ settling time เราจะต้องหาเวลาที่ $C(t)$ ใช้เพื่อเข้าสู่ $\pm 2\%$ ของค่า steady-state, C_{final} จากนิยามของ settling time คือ ค่าเวลาที่ทำให้ขนาดของการลดลงแบบ sinusoid เท่ากับ 0.2 หรือ

$$e^{-\zeta\omega_n t} \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.02$$

แก้สมการเพื่อหาค่า t ดังนั้น settling time คือ

$$T_s = -\frac{\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}$$

จะพบว่าเศษของสมการ จะมีค่าอยู่ในช่วง 3.19 ถึง 4.74 ถ้าค่า ζ แปรค่าจาก 0 ถึง 0.9 ดังนั้นจะประมาณค่า settling time ที่ใช้สำหรับ ζ ทุกค่าได้ดังนี้

$$T_s = 4/\zeta\omega_n$$

ในการที่ใส่ค่า P เข้าในระบบดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ค่า ω_n จะเพิ่มขึ้น ค่า ζ_n จะมีค่าน้อยลง ดังนั้นค่า T_s จะมากขึ้นหรือน้อยลงขึ้นอยู่กับค่าที่เปลี่ยนไปของค่า ω_n และค่า ζ_n แต่ถ้าหากเราใส่ค่า D จากการที่กล่าวมาแล้ว ค่า ω_n จะเท่าเดิม แต่ค่า ζ_n จะเพิ่มขึ้น มีผลทำให้ค่า settling time มีค่าลดลง

ข้อดีและข้อเสียของการใช้ PID Controller

1. P-Controller การควบคุมแบบนี้ สัญญาณวัดของ control variable จะมีค่าเท่ากับค่าเป้าหมายที่สภาวะการทำงานและสภาพแวดล้อมค่าใดค่าหนึ่งเท่านั้น ถ้าสภาวะแวดล้อมและสภาพการทำงานเปลี่ยนแปลงไป (เกิด disturbance) สัญญาณวัดจะมีค่าต่างไปจากค่าเป้าหมายที่สภาวะ steady-state ใหม่ ค่าความแตกต่างระหว่างสัญญาณวัดกับค่าเป้าหมายที่สภาวะ steady-state นี้เราเรียกว่า Offset ขนาดของ offset นี้จะมีค่าขึ้นอยู่กับขนาดของ disturbance และยิ่งค่า Kp มีค่ามาก Offset จะยิ่งมีค่าน้อยลง แต่ว่าถ้ามีมากเกินไปจะทำให้สัญญาณเกิดการแกว่ง (oscillate) กล่าวโดยสรุป P-Controller จะไม่แกว่งถ้าเราสามารถปรับค่าเกณฑ์ที่เหมาะสม ซึ่งทำให้ดีกว่า on-off Control ซึ่งมีการแกว่งรอบค่าเป้าหมาย แต่มีข้อเสียคือเกิด offset การควบคุมแบบนี้เหมาะสำหรับ process ที่มี disturbance ไม่มาก มี dead time เล็กและ capacity lag ขนาดปานกลาง

2. PI-Controller จากการที่ P-Controller จะเกิด offset ถ้ามีสัญญาณรบกวน process เกิดขึ้น ดังนั้นเพื่อที่จะกำจัดค่า offset นี้ เราจำเป็นต้องให้ตัวควบคุมสามารถปรับค่าไปแอสโดยอัตโนมัติ ตัวควบคุมดังกล่าวได้แก่ PI-Controller ซึ่งมี Integral Action เพิ่มเติมจากเดิมเพื่อทำหน้าที่กำจัด offset และความไวในการกำจัด offset จะขึ้นอยู่กับ Ti การเพิ่ม Integral Action จะเสมือนเป็นการเพิ่ม Capacity Lag เข้าไปในระบบควบคุม ทำให้ process variable เปลี่ยนแปลงเข้าสู่เป้าหมายได้ช้าลง ระบบควบคุมแบบ PI จะเหมาะสำหรับ process ที่ค่อนข้างไวอยู่แล้ว คือระบบที่มี dead time น้อยและ capacity lag ขนาดไม่มากนัก (ระบบที่มี time constant น้อย)

3. PD-Controller จะใช้ในงานควบคุมจำพวกเดียวกับ P-Controller จะให้ค่า offset น้อยกว่า P-Controller การเพิ่ม Derivative Action เข้าไปใน PI-Controller จะทำให้ผลตอบสนอง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของระบบต่อสิ่งรบกวนไวขึ้น สัญญาณวัดเปลี่ยนแปลงสู่ค่าเป้าหมายไวขึ้น และจะไวขึ้นมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับค่า T_d ในระบบควบคุมที่สัญญาณวัดมีสัญญาณรบกวน (noise) เราไม่ควรใช้ Derivative Action แม้ว่าสัญญาณรบกวนจะมีขนาดเล็กลง แต่อัตราการเปลี่ยนแปลงความถี่มักมีค่าสูง Derivative Action ซึ่งมีขนาดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับการเปลี่ยนแปลง อาจจะทำให้สัญญาณ output ของ controller ผิดพลาดไปอย่างมากมาย เพื่อแก้ปัญหา noise ในทางปฏิบัติจึงมักจะเพิ่มการกรองความถี่ (Filtering) ด้วยค่า time constant ใน Derivative Action

4. PID Controller ระบบจะควบคุมการตอบสนองต่อสิ่งรบกวน (Disturbance) ไวขึ้น ทำให้เสถียรภาพในการควบคุมดีขึ้นกว่า PI-Controller สำหรับ process ที่ตอบสนองช้า การควบคุมชนิดนี้เหมาะสำหรับ process ที่มี capacity lag โต ๆ (time constant) และ dead time ขนาดไม่มากนัก



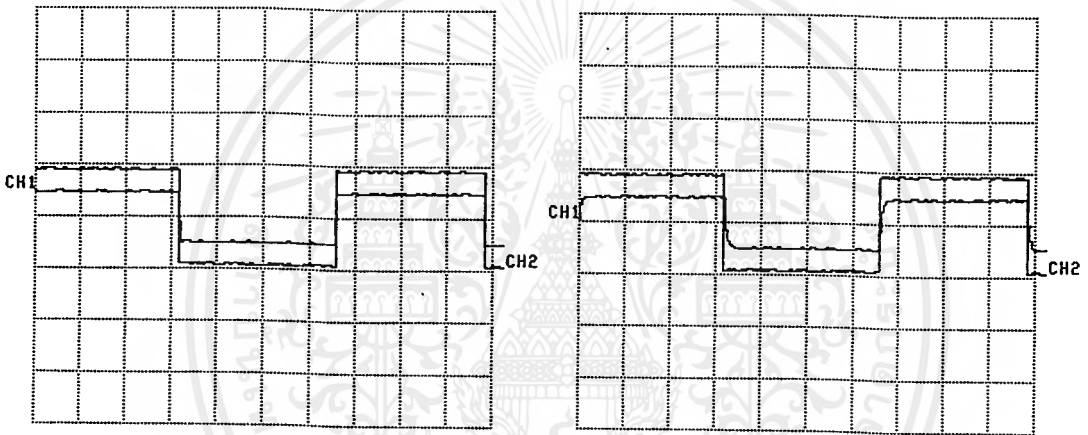
บทที่ 6

ผลการทดลอง

เราได้ทดลองเพื่อนำเสนอถึงคุณสมบัติต่าง ๆ จากการปรับค่าไม่ว่าจะเป็นการปรับค่า τ ในวงจรอันดับหนึ่ง การปรับค่า ζ และ ω_n ในวงจรอันดับสอง รวมทั้งการนำเสนอผลจากการปรับค่า K_p, K_i และ K_d ของวงจร PID Controller

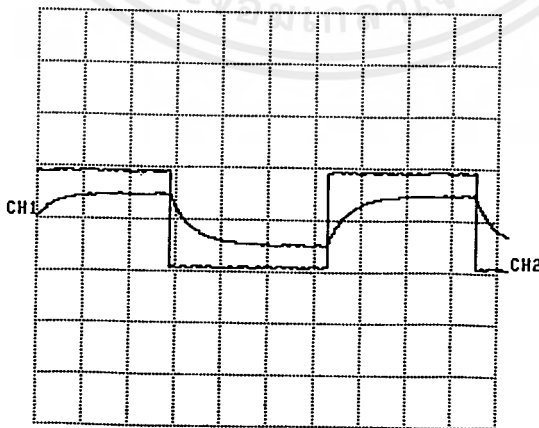
การทดลองที่ 1 ระบบอันดับหนึ่ง

การทดลองที่ 1.1 การทดลองเพื่อนำเสนอวงจรอันดับหนึ่งโดยการปรับค่า τ



(ก) $\tau = 0.1 \text{ ms.}$

(ข) $\tau = 1 \text{ ms.}$



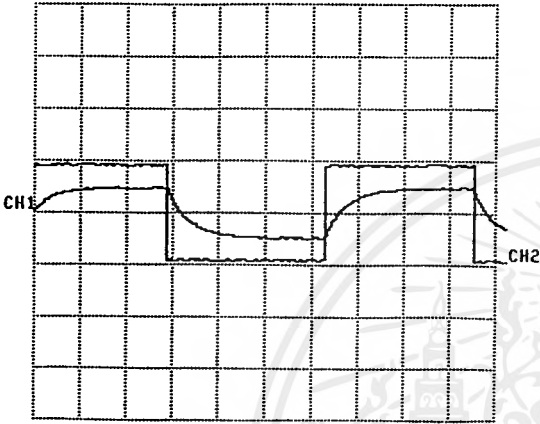
(ค) $\tau = 10 \text{ ms.}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารรูปที่ 6.1 ผลของวงจรอันดับหนึ่งจากการเปลี่ยนค่า τ ญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

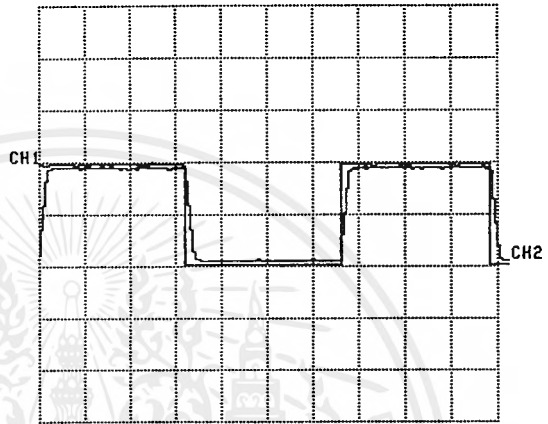
จากกราฟจะเห็นได้ว่าเมื่อเพิ่มค่า τ จะทำให้ rise time เพิ่มขึ้น

การทดลองที่ 1.2 การทดลองเพื่อนำเสนอผลของวงจรรันดับหนึ่งจากการใช้ P, PI, PD และ PID Controller

การทดลองนี้เลือกระบบอันดับหนึ่งที่มี $\tau = 10$ ms.



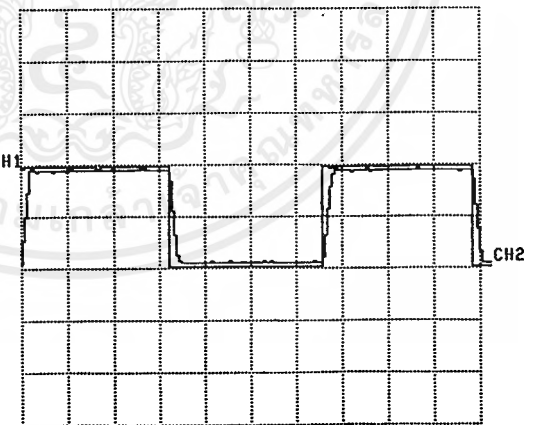
(ก)



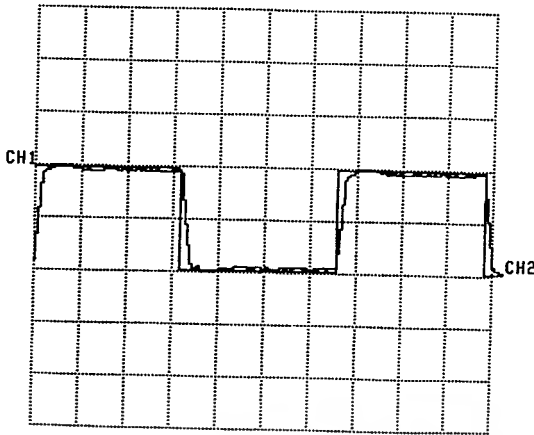
(ข)



(ค)



(ง)



(จ)

รูปที่ 6.2 ผลของระบบอันดับหนึ่งจากการใส่ Controller ประเภทต่างๆ

(ก) ระบบอันดับหนึ่งที่ไม่มีตัวควบคุม

(ข) P Controller , $K_p = 36.5$

(ค) PI Controller , $K_p = 36.5$, $K_i = 20000$

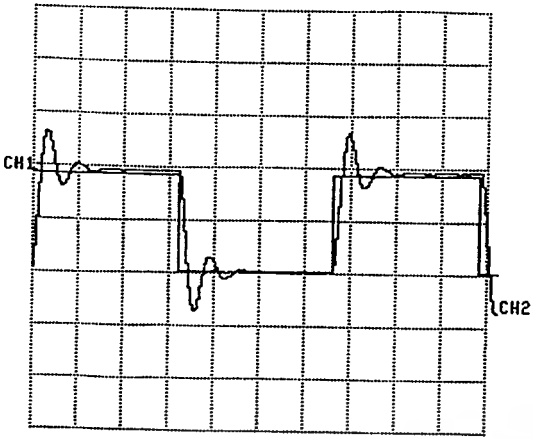
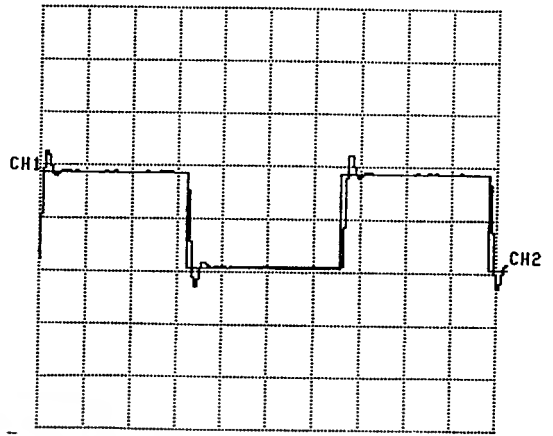
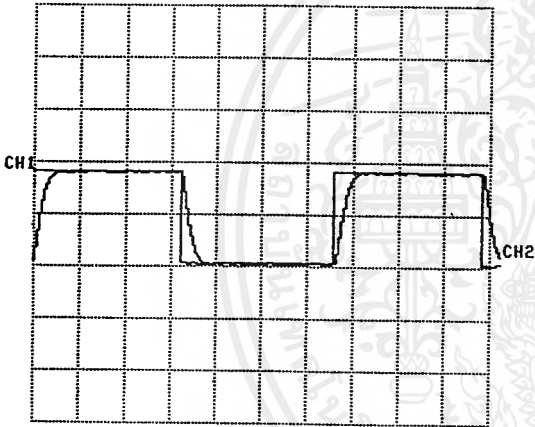
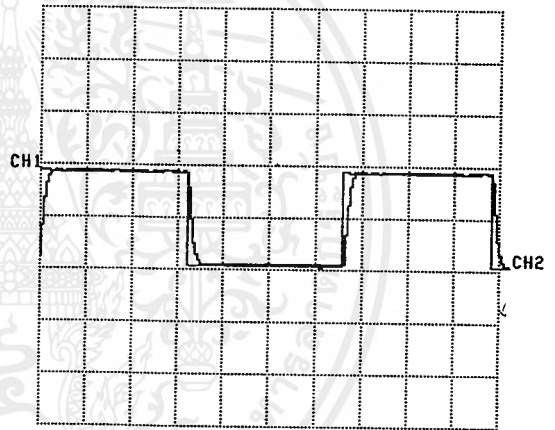
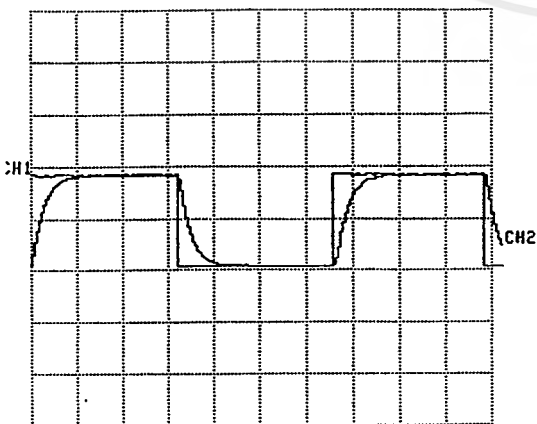
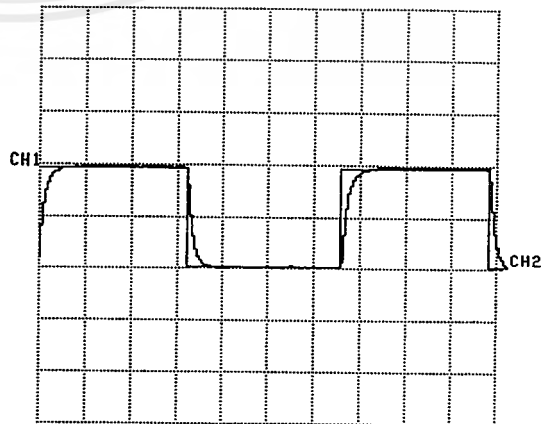
(ง) PD Controller , $K_p = 36.5$, $K_d = 0.0528$

(จ) PID Controller , $K_p = 36.5$, $K_i = 2000$, $K_d = 0.0528$

จากรูปที่ 6.2 พบว่าระบบที่ใส่ P Controller สามารถปรับ K_p เพื่อให้ได้ค่าเอาต์พุตที่ใกล้เคียงอินพุตมากที่สุด เมื่อเพิ่ม K_p ค่า Error จะลดลงแต่ไม่หมดไป แก้ไขโดยเพิ่มส่วนของ I Controller ทำให้ไม่มีค่า Error แต่ถ้าค่า K_p มีค่ามากเกินไปสัญญาณจะเกิดการแกว่ง ในส่วนของ D Controller ช่วยลด Overshoot และทำให้การ damped ดีขึ้น ตัวควบคุมแต่ละประเภทมีข้อดีแตกต่างกัน เมื่อนำข้อดีของตัวควบคุมทั้งสามประเภทมารวมกันเป็น PID Controller ทำให้ระบบอันดับหนึ่งมีผลตอบสนองที่ดีที่สุด

การทดลองที่ 2 ระบบอันดับสอง

การทดลองที่ 2.1 การทดลองเพื่อนำเสนอผลของการ ζ และ ω_n ที่มีต่อระบบอันดับสอง

(ก) $\omega_n = 1000, \zeta = 0.5$ (ข) $\omega_n = 2000, \zeta = 0.5$ (ค) $\omega_n = 1000, \zeta = 1$ (ง) $\omega_n = 2000, \zeta = 1$ (จ) $\omega_n = 1000, \zeta = 1.5$ (ฉ) $\omega_n = 2000, \zeta = 1.5$

รูปที่ 6.3 ผลของ ζ และ ω_n ที่มีต่อระบบอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ภายใต้การดำเนินงานของศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า ζ จะมีผลต่อระบบตอบสนองดังนี้คือ เมื่อ $\zeta < 1$ จะเกิด underdamped เมื่อ $\zeta = 1$ จะเกิด overdamped ส่วน ω_n จะมีผลต่อ transient และ rise time คือเมื่อ ω_n เพิ่มขึ้นค่า transient และ rise time จะลดลง ระบบเข้าสู่ steady-state เร็วขึ้น

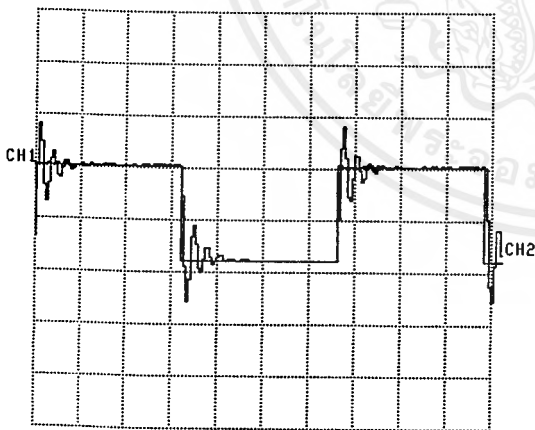
ผลการทดลองที่ 2.2 การทดลองเพื่อนำเสนอผลตอบสนองต่อระบบอันดับสองที่ $\zeta < 1$ เมื่อใส่ P, PI, PD และ PID Controller



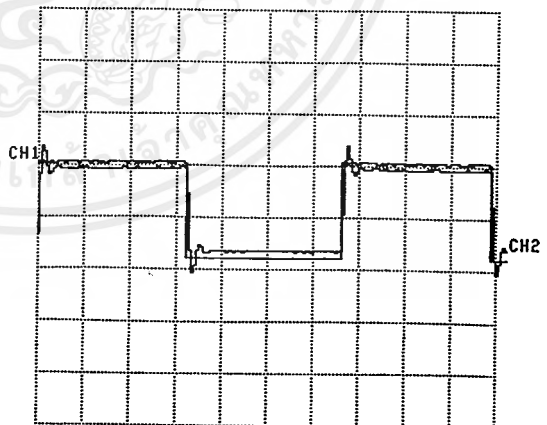
(ก)



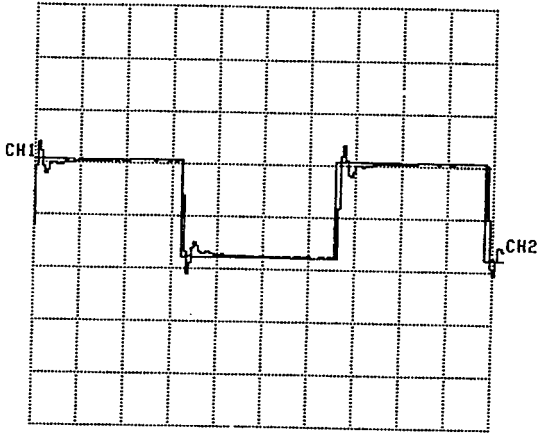
(ข)



(ค)



(ง)

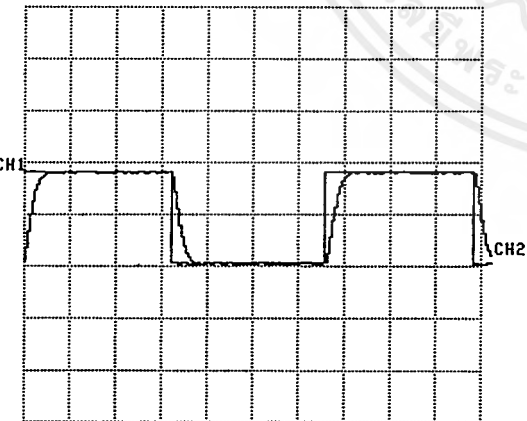


(จ)

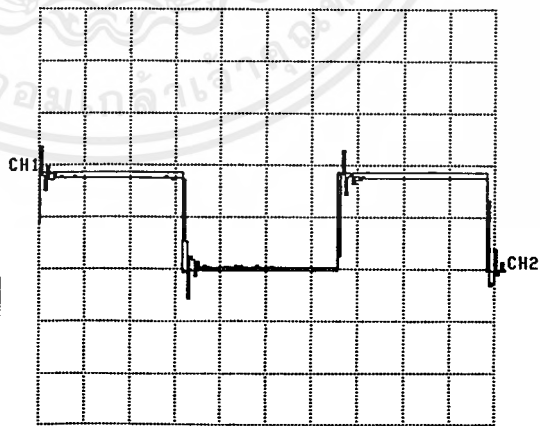
รูปที่ 6.4 ผลตอบสนองของระบบอันดับสองที่ $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ และ $\zeta = 0.5$

- (ก) ไม้ใส่ Controller
- (ข) P Controller, $K_p = 4.6$
- (ค) PI Controller, $K_p = 4.6, K_i = 735$
- (ง) PD Controller, $K_p = 4.6, K_d = 9.4 \times 10^4$
- (จ) PID Controller, $K_p = 4.6, K_i = 735, K_d = 9.4 \times 10^4$

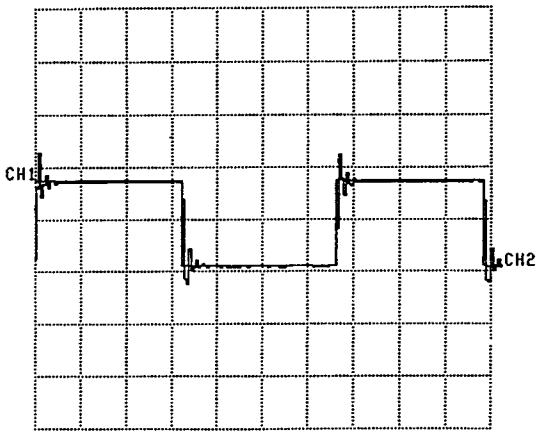
การทดลองที่ 2.3 การทดลองเพื่อนำเสนอผลตอบสนองของระบบอันดับสองที่ $\zeta = 1$ เมื่อใส่ P, PI, PD และ PID Controller



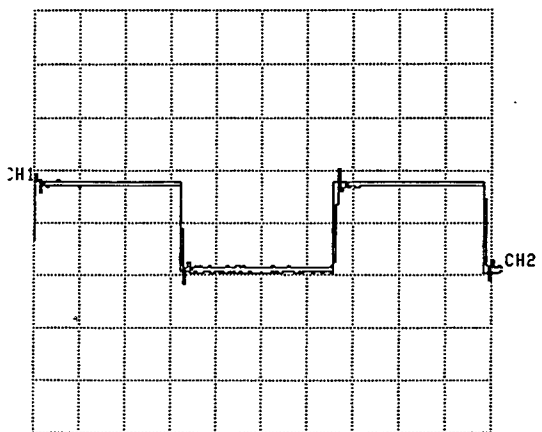
(ก)



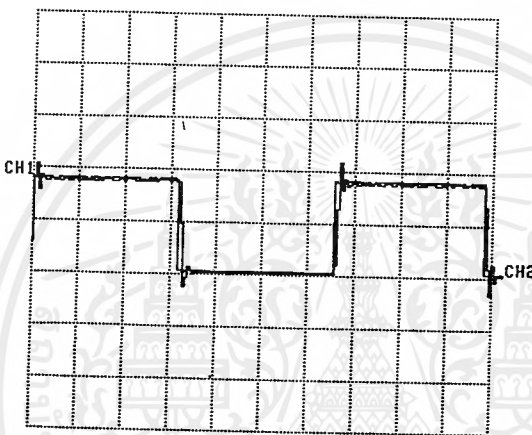
(ข)



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 6.5 ผลตอบสนองของระบบอันดับสองที่ $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ และ $\zeta = 1$ เมื่อ Controller ประเภทต่าง ๆ

(ก) ไม่ใส่ Controller

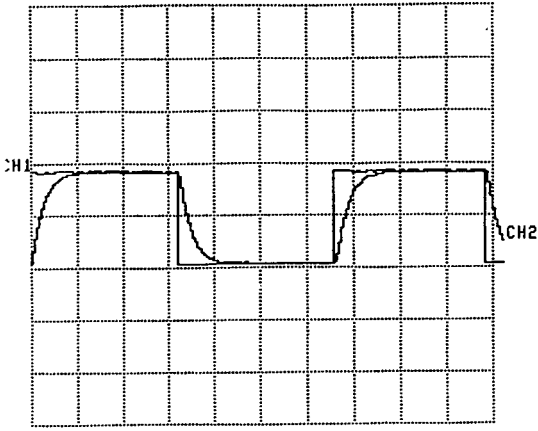
(ข) P Controller, $K_p = 90$

(ค) PI Controller, $K_p = 90$, $K_i = 645.16$

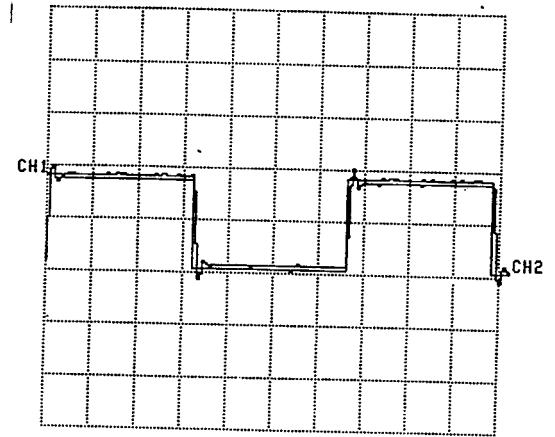
(ง) PD Controller, $K_p = 90$, $K_d = 9.4 \times 10^4$

(จ) PID Controller, $K_p = 90$, $K_i = 645016$, $K_d = 9.4 \times 10^4$

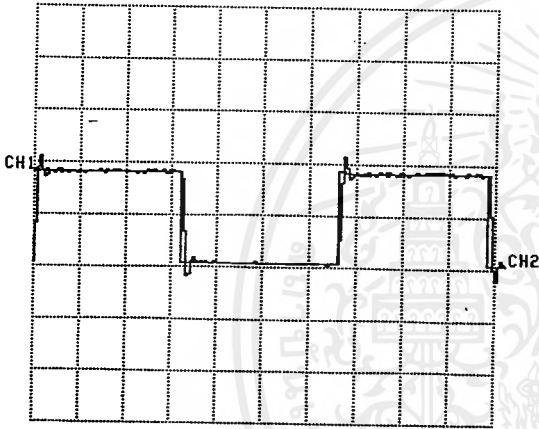
การทดลองที่ 2.4 การทดลองเพื่อนำเสนอผลตอบสนองของระบบอันดับสองที่ $\zeta = 1.5$ เมื่อใส่ P, PI, PD และ PID Controller



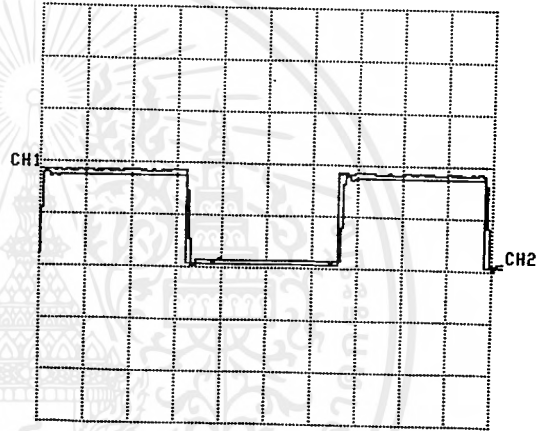
(ก)



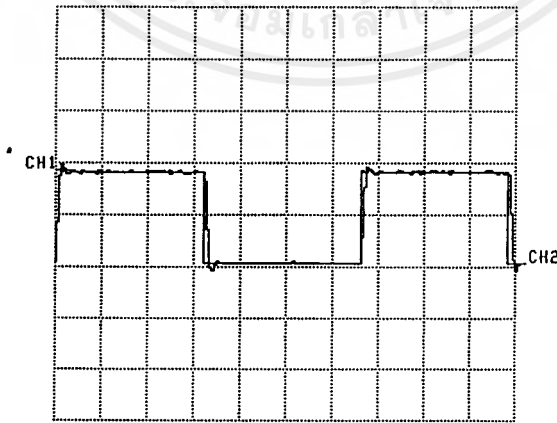
(ข)



(ค)



(ง)



(จ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 6.6 ผลตอบสนองของระบบอันดับสองที่ $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ และ $\zeta = 1.5$ เมื่อใส่

Controller ประเภทต่าง ๆ

(ก) ไม้ใส่ Controller

(ข) P Controller, $K_p = 9$

(ค) PI Controller, $K_p = 9, K_i = 1470$

(ง) PD Controller, $K_p = 9, K_d = 9.4 \times 10^4$

(จ) PID Controller, $K_p = 9, K_i = 1470, K_d = 9.4 \times 10^4$

จากผลการทดลองที่ 2.2, 2.3 และ 2.4 ระบบอันดับสอง เมื่อใส่ P Controller สามารถปรับ K_p เพิ่มขึ้น เพื่อให้ Error ลดลง แต่ถ้า K_p มีค่ามากเกินไป สัญญาณจะเกิดการแกว่ง ส่วนผลของ I Controller การปรับค่า K_i จะช่วยลด Error เพิ่มเติมจากการปรับ K_p แต่ถ้า K_i มากเกินไป สัญญาณจะเกิดการ oscillate และ I Controller ยังทำให้เกิด Overshoot ส่วนผลของ D Controller จะช่วยลด Overshoot ของระบบ

การทดลองที่ 3

การทดลองนี้จะเสนอการปรับค่า Controller แบบ Ziegler - Nichols

วิธีการของ Ziegler - Nichols มีหลักการดังนี้

1. closed loop P Controller และ Plant
2. ปรับค่า K_p จนกระทั่งเกิดการ Oscillate ให้ค่า K_p ที่ได้มีค่าเท่ากับ K_{cr}
3. วัดคาบของการ oscillate ที่ได้จากข้อ 2 ให้มีค่าเท่ากับ P_{cr}
4. ให้ค่าของ Controller มีค่า

$$G_{cs} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

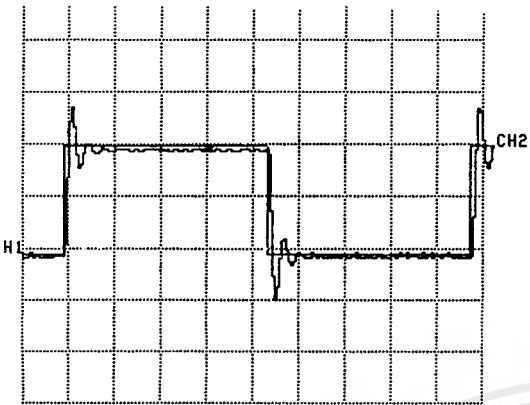
เราสามารถหาค่า PID ตามวิธีของ Ziegler - Nichols ได้ตามตารางดังนี้

	ค่า K_p	ค่า T_i	ค่า T_d
P	$0.5 K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45 K_{cr}$	$1/1.2 P_{cr}$	0
PID	$0.6 K_p$	$0.5 P_{cr}$	$5. 0.125 P_{cr}$

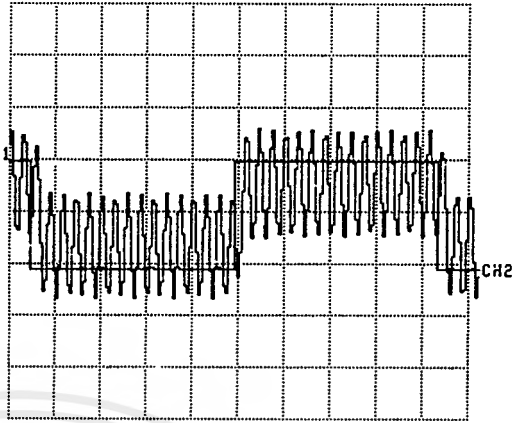
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลอง

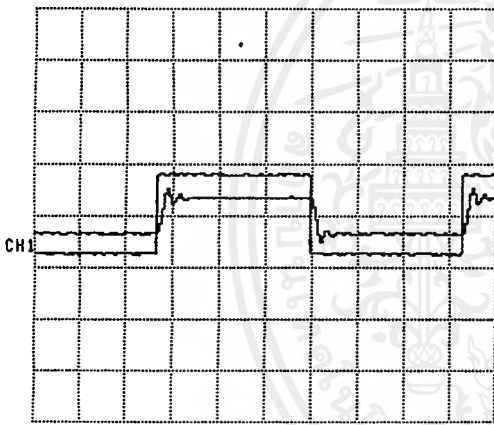
ทดลองกับระบบอันดับสอง โดยเลือก $\omega_n = 1000 \text{ rad/sec}$, $\zeta = 0.3$



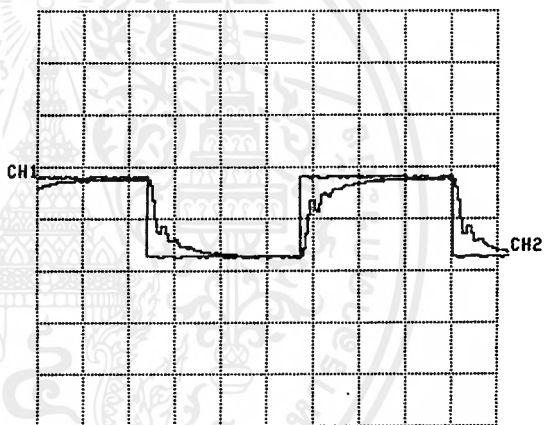
(ก)



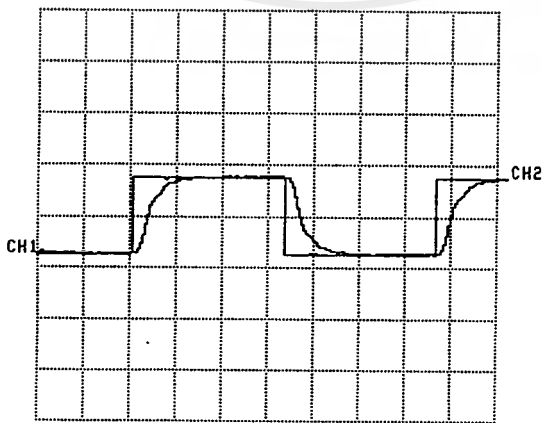
(ข)



(ค)



(ง)



(จ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 6.7 ผลตอบสนองของระบบอันดับสองที่ $\omega = 1000$ rad/s และ $\xi = 0.3$ เมื่อใส่

Controller ประเภทต่าง ๆ

(ก) ไม้ใส่ Controller

(ข) P Controller, $K_p = 1,600$

(ค) P Controller, $K_p = 800$

(ง) PI Controller, $K_p = 720$, $K_i = 3.36$

(จ) PID Controller, $K_p = 960$, $K_i = 2.688$, $K_d = 0.672$



บทที่ 7

สรุปและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการจำลองระบบที่ประกอบไปด้วย Controller และ Plant โดยแสดงถึงผลดีของ PID Controller ที่มีต่อระบบ เพื่อเป็นแนวทางในการนำ PID Controller ไปประยุกต์ใช้กับ Plant ในงานควบคุมอื่น ๆ ต่อไป

ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินงานเพื่อให้เครื่องมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น ควรมีการเพิ่มเติมในส่วนของย่านความถี่ในการใช้งานให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น รวมทั้งเพิ่มเติมส่วนของการป้อนกลับ นอกเหนือไปจากการป้อนกลับหนึ่งหน่วย (Unity Feedback)

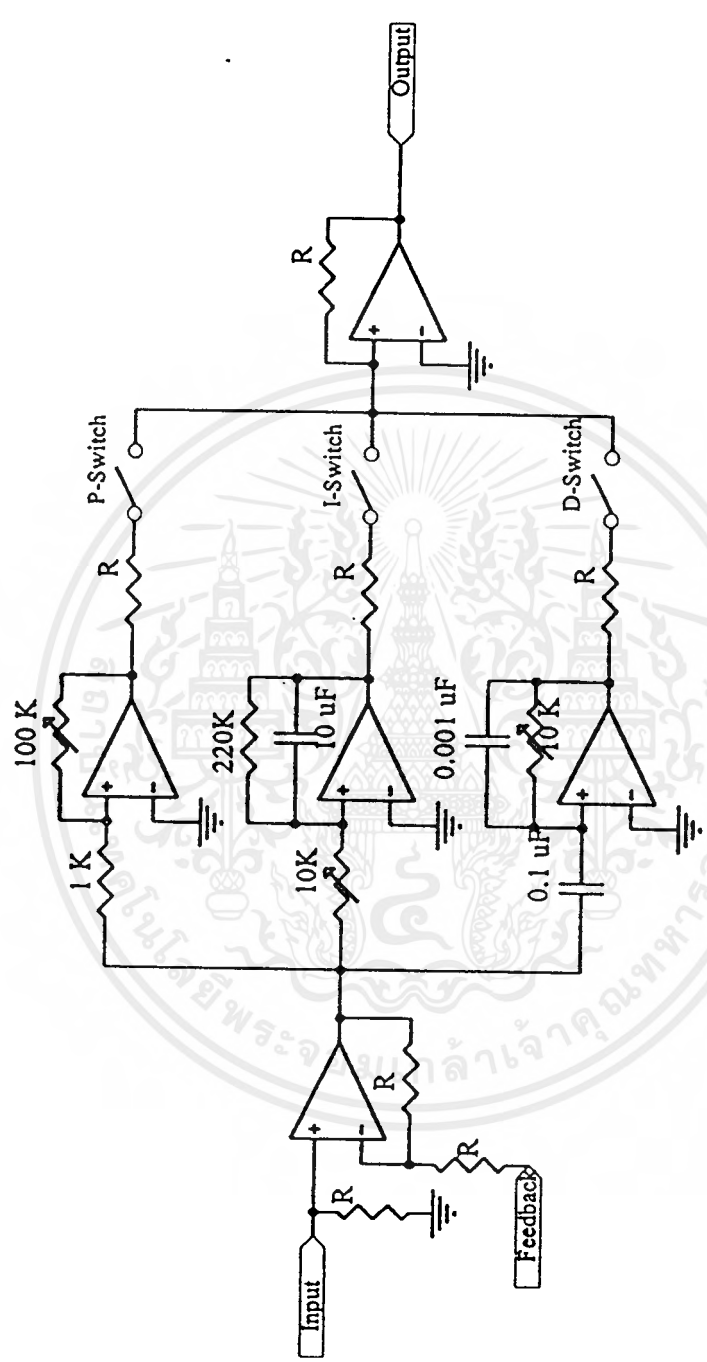


ภาคผนวก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

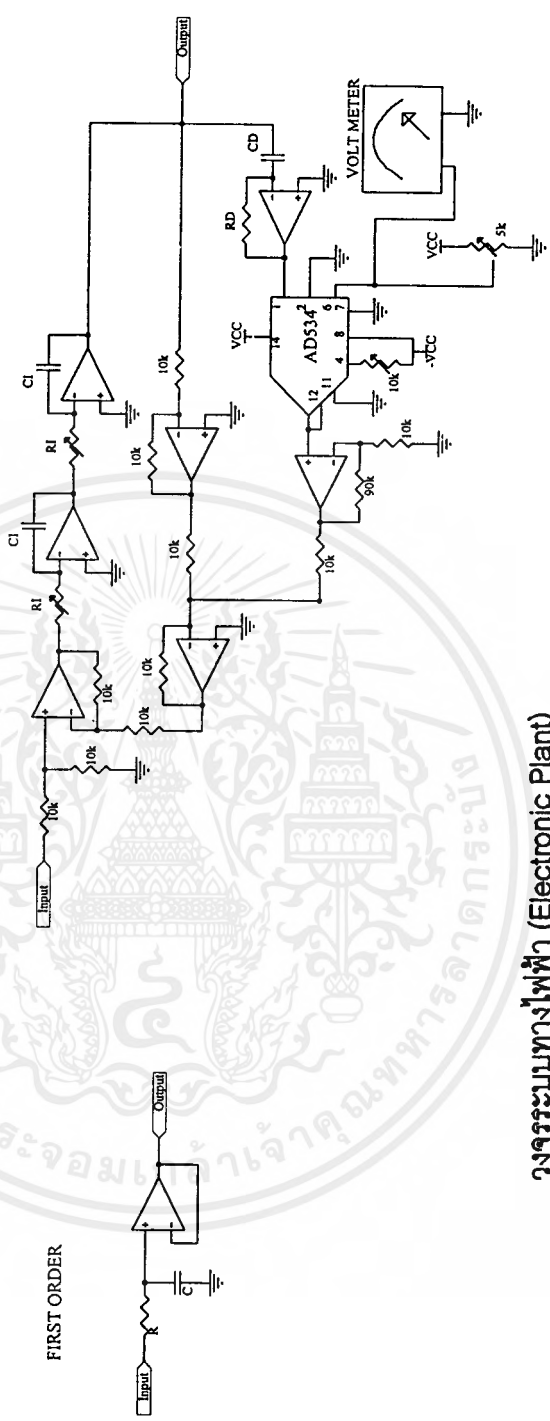
1 2 3 4 5 6 7 8



วงจร PID Controller

TITLE	Number	Revision
SIZE	D	
DATE	25-MAR-1999	SHEET of
FILE	C:\MYDOCS\INDO007\INDO007-INDO007-INDO007.DWG	SHEET of

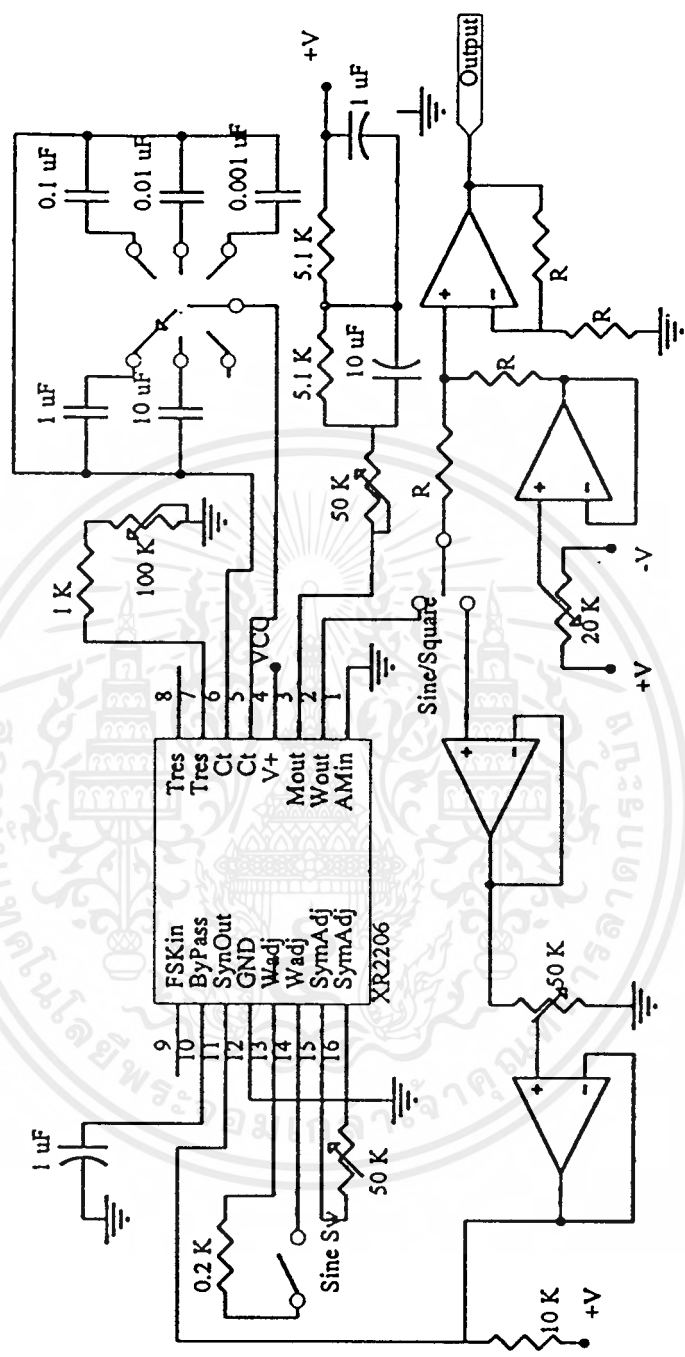
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



วงจรระบบทางไฟฟ้า (Electronic Plant)

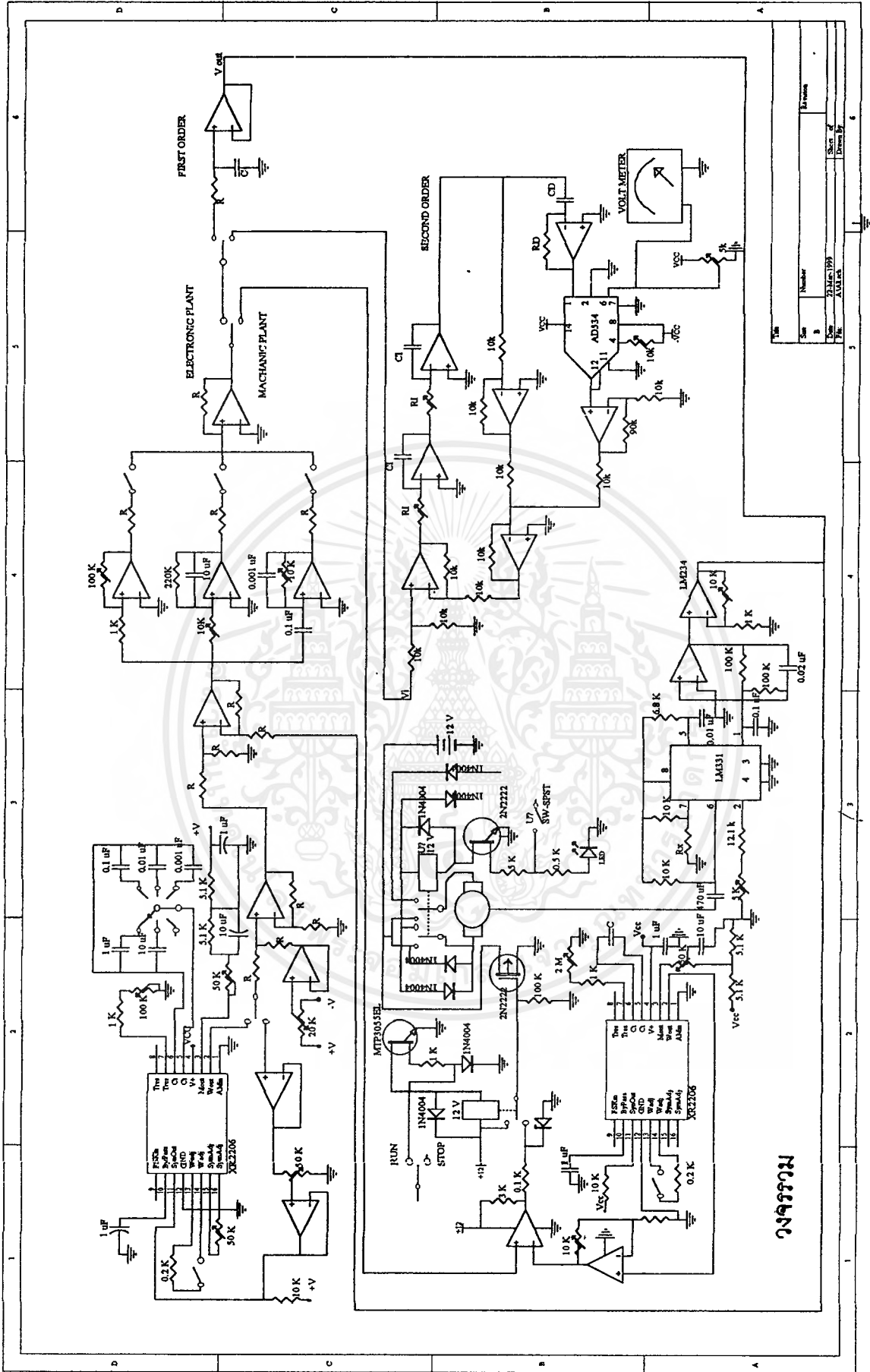
FILE	NUMBER	REVISION
DATE: 25/05/2559	B	
FILE: C:\MYDOCU\110007_F\11201107.DRAWING		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



วงจรกำเนิดสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

FEATURES

- Low-Sine Wave Distortion, 0.5%, Typical
- Excellent Temperature Stability, 20ppm/°C, Typ.
- Wide Sweep Range, 2000:1, Typical
- Low-Supply Sensitivity, 0.01%V, Typ.
- Linear Amplitude Modulation
- TTL Compatible FSK Controls
- Wide Supply Range, 10V to 26V
- Adjustable Duty Cycle, 1% TO 99%

APPLICATIONS

- Waveform Generation
- Sweep Generation
- AM/FM Generation
- V/F Conversion
- FSK Generation
- Phase-Locked Loops (VCO)

GENERAL DESCRIPTION

The XR-2206 is a monolithic function generator integrated circuit capable of producing high quality sine, square, triangle, ramp, and pulse waveforms of high-stability and accuracy. The output waveforms can be both amplitude and frequency modulated by an external voltage. Frequency of operation can be selected externally over a range of 0.01Hz to more than 1MHz.

The circuit is ideally suited for communications, instrumentation, and function generator applications requiring sinusoidal tone, AM, FM, or FSK generation. It has a typical drift specification of 20ppm/°C. The oscillator frequency can be linearly swept over a 2000:1 frequency range with an external control voltage, while maintaining low distortion.

ORDERING INFORMATION

Part No.	Package	Operating Temperature Range
XR-2206M	16 Lead 300 Mil CDIP	-55°C to +125°C
XR-2206P	16 Lead 300 Mil PDIP	-40°C to +85°C
XR-2206CP	16 Lead 300 Mil PDIP	0°C to +70°C
XR-2206D	16 Lead 300 Mil JEDEC SOIC	0°C to +70°C

DC ELECTRICAL CHARACTERISTICS

Test Conditions: Test Circuit of Figure 2 $V_{CC} = 12V$, $T_A = 25^\circ C$, $C = 0.01\mu F$, $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$, $R_3 = 25k\Omega$
Unless Otherwise Specified. S_1 open for triangle, closed for sine wave.

Parameters	XR-2206M/P			XR-2206CP/D			Units	Conditions
	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.		
General Characteristics								
Single Supply Voltage	10		26	10		26	V	
Split-Supply Voltage	± 5		± 13	± 5		± 13	V	
Supply Current		12	17		14	20	mA	$R_1 \geq 10k\Omega$
Oscillator Section								
Max. Operating Frequency	0.5	1		0.5	1		MHz	$C = 1000pF$, $R_1 = 1k\Omega$
Lowest Practical Frequency		0.01			0.01		Hz	$C = 50\mu F$, $R_1 = 2M\Omega$
Frequency Accuracy		± 1	± 4		± 2		% of f_0	$f_0 = 1/R_1C$
Temperature Stability Frequency		± 10	± 50		± 20		ppm/ $^\circ C$	$0^\circ C \leq T_A \leq 70^\circ C$ $R_1 = R_2 = 20k\Omega$
Sine Wave Amplitude Stability ²		4800			4800		ppm/ $^\circ C$	
Supply Sensitivity		0.01	0.1		0.01		%/V	$V_{LOW} = 10V$, $V_{HIGH} = 20V$, $R_1 = R_2 = 20k\Omega$
Sweep Range	1000:1	2000:1			2000:1		$f_H = f_L$	$f_H @ R_1 = 1k\Omega$ $f_L @ R_1 = 2M\Omega$
Sweep Linearity								
10:1 Sweep		2			2		%	$f_L = 1kHz$, $f_H = 10kHz$
1000:1 Sweep		8			8		%	$f_L = 100Hz$, $f_H = 100kHz$
FM Distortion		0.1			0.1		%	$\pm 10\%$ Deviation
Recommended Timing Components								
Timing Capacitor: C	0.001		100	0.001		100	μF	Figure 5
Timing Resistors: R_1 & R_2	1		2000	1		2000	k Ω	
Triangle Sine Wave Output¹								
Triangle Amplitude		160			160		mV/k Ω	Figure 2, S_1 Open
Sine Wave Amplitude	40	60	80		60		mV/k Ω	Figure 2, S_1 Closed
Max. Output Swing		6			6		V _{p-p}	
Output Impedance		600			600		Ω	
Triangle Linearity		1			1		%	
Amplitude Stability		0.5			0.5		dB	For 1000:1 Sweep
Sine Wave Distortion								
Without Adjustment		2.5			2.5		%	$R_1 = 30k\Omega$
With Adjustment		0.4	1.0		0.5	1.5	%	See Figure 7 and Figure 8 .

Notes

¹ Output amplitude is directly proportional to the resistance, R_3 , on Pin 3. See Figure 3.

² For maximum amplitude stability, R_3 should be a positive temperature coefficient resistor.

Bold face parameters are covered by production test and guaranteed over operating temperature range.

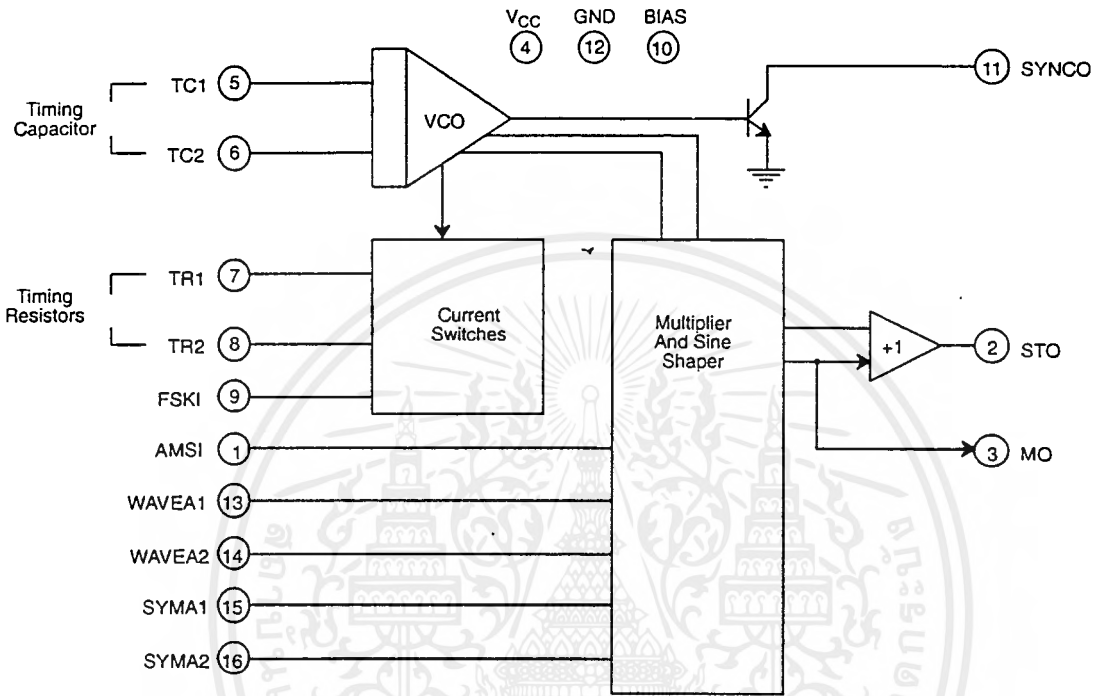


Figure 1. XR-2206 Block Diagram

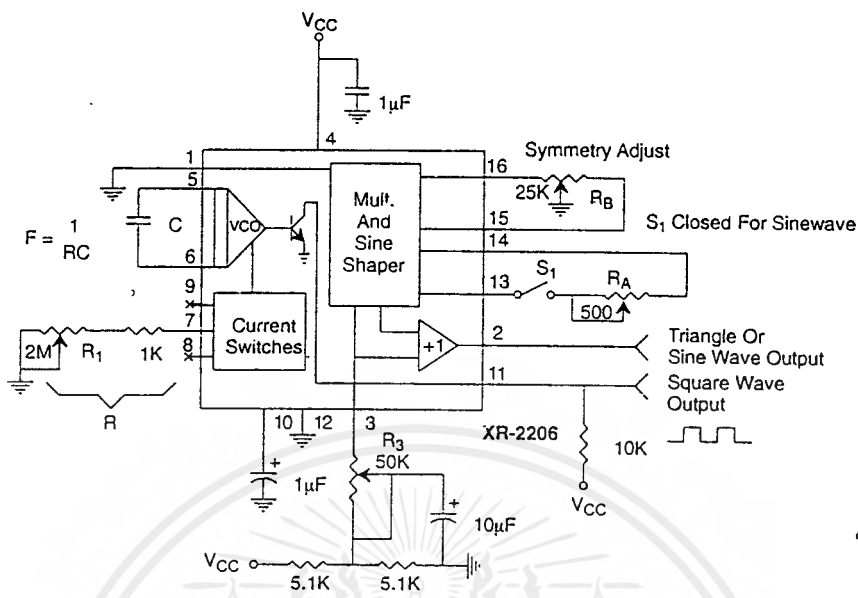


Figure 12. Circuit for Sine Wave Generation with Minimum Harmonic Distortion. (R_3 Determines Output Swing - See Figure 3)

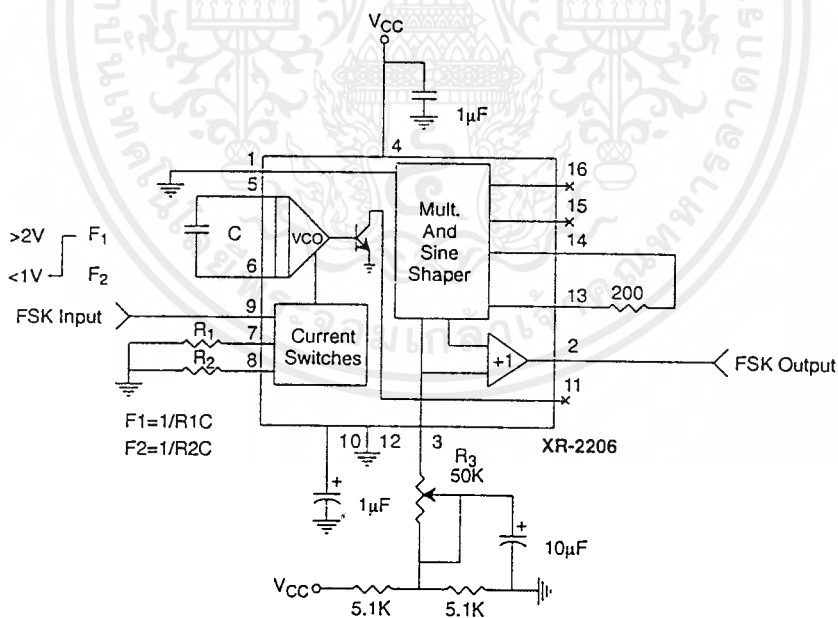


Figure 13. Sinusoidal FSK Generator

เอกสารอ้างอิง

1. Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering. Prentice-Hall, 1995
2. Brogan, W., Modern Control Theory. Englewood Cliffs, M.J.: Prentice-Hall, 1985



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้