



โปรแกรมแสดงผลการคำนวณสนามแม่เหล็กโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ

**Illustrative Program for Two-dimensional Magnetic Field
Computation Using Finite Element Method**



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2540

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

038582

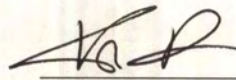
ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2540

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง โปรแกรมแสดงผลการคำนวณสนามแม่เหล็กโดยใช้วิธีไฟไนท์เอลิเมนต์แบบ 2 มิติ

ผู้จัดทำ

1. นาย ชัชวาลย์ บัวเล็ก
2. นาย ประชา สาริกิจ


อาจารย์ที่ปรึกษา
(ดร. ชัยวุฒิ นัตอรุทชัย)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนำ

ในการศึกษายุคปัจจุบันมีการพัฒนากว้างไกลไปจากในอดีตมาก มีการนำ Computer เข้ามาช่วยงานมากมาย เช่น นำ Computer มาช่วยในการคำนวณ หรือเป็นสื่อการศึกษาในเรื่องต่าง ๆ ที่มีการพัฒนาขึ้นมาอยู่เรื่อย ๆ

Finite Element ก็ได้นำ Computer เข้ามาช่วยในการคำนวณมากขึ้นมีความจำเป็นต้องใช้ Computer ช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาของการคำนวณตั้งแต่เริ่มแรกจนกระทั่งจบการคำนวณแล้วประมวลผลออกมาเป็นรูปเส้นทางของสนามแม่เหล็กที่วิ่งเป็นทางบนวัสดุที่ต้องการวิเคราะห์เส้นทางเดินสนามแม่เหล็กและค่าของฟลักซ์แม่เหล็กในบริเวณนั้นด้วย โปรแกรมที่ช่วยในการออกแบบคำนวณของ Finite Element คือ Visual Basic ซึ่งมีความสะดวกในการเขียนโปรแกรมทางด้านกรคำนวณ และทางด้านกราฟฟิก ทำให้เห็นภาพทางเดินของสนามแม่เหล็กได้ชัดเจนโดยรายละเอียดของการทำงานของโปรแกรมจะอยู่ในรายงานฉบับนี้ ซึ่งจะบอกถึงรายละเอียดของ Finite Element ในการวิเคราะห์หาค่าสนามแม่เหล็ก ไฟฟ้า และลำดับขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม Visual Basic

หวังว่ารายละเอียดของโครงการนี้คงจะมีประโยชน์เพื่อการศึกษาทางแม่เหล็กไฟฟ้าแก่ผู้ที่สนใจจากโครงการนี้ไม่มากนักขอ

คณะผู้จัดทำ

นักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์

ภาควิชาไฟฟ้ากำลัง

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

มีนาคม 2541

โปรแกรมแสดงผลการคำนวณสนามแม่เหล็กโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ 2 มิติ

นาย ชัชวาลย์ บัวเล็ก

นาย ประชา สารกิจ

ผศ.ดร. ชัยวุฒิ ฉัตรอุทัย อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2540

บทคัดย่อ

ในปฏิญานิพนธ์นี้ เราจะนำ Finite Element Method มาใช้คำนวณหาสนามแม่เหล็กของหม้อแปลง โดยการกำหนดค่าขอบเขตและคุณสมบัติของสารแม่เหล็กที่ต้องการวิเคราะห์ จากนั้นก็นำโปรแกรม Computer ที่ออกแบบไว้โดยใช้ Visual Basic มาคำนวณและแสดงผลออกมาเป็น รูปเส้นทางการเดินของสนามแม่เหล็ก

Illustrative Program for Two-dimensional Field Computation Using Finite Element Method

Chatchawan Bualek

Pracha Sareekit

Asst.Prof.Dr. Chaivut Chat-uthai Advisor

1997

ABSTRACT

In this thesis we use this technique in finding the Magnetic field of transformer by prescribe the boundary value and magnetic material characteristic. Then we use computer program, with designed by Visual Basic to solve the problem and display the output that make us know the Magnetic field in the transformer.

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	I
ABSTRACT	II
สารบัญ	III
สารบัญรูป	IV
สารบัญตาราง	VII
บทที่ 1 บทนำ	1
บทที่ 2 ทฤษฎีแม่เหล็กเบื้องต้น	4
2.1 บทนำ	4
2.2 สมการของแมกซ์เวลล์ในแม่เหล็กสถิต	4
2.3 กฎบีโอดี-ซาวาร์ต	7
2.4 เงื่อนไขขอบเขตสำหรับสนามแม่เหล็ก	8
2.5 วัสดุแม่เหล็ก	9
2.6 ข้อเปรียบเทียบระหว่างวงจรแม่เหล็กกับวงจรไฟฟ้า	20
2.7 ความเหนี่ยวนำ	23
2.8 การคำนวณหาค่าของความเข้มของสนามแม่เหล็ก ในวงจรแม่เหล็ก	25
2.9 สมการของลาปลาซที่ใช้	27
บทที่ 3 ทฤษฎีการใช้ไฟไนท์อิลิเมนต์ในการแก้ปัญหาแม่เหล็กไฟฟ้า	30
บทที่ 4 โปรแกรมการทำงาน	50
4.1 โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ	50
4.2 ลำดับการทำงานของโปรแกรม	50
4.3 Flow chart ของโปรแกรม	50
บทที่ 5 ผลของการคำนวณ	67
บทที่ 6 สรุปผลการคำนวณ	82
ภาคผนวก	84
กิตติกรรมประกาศ	97
เอกสารอ้างอิง	98

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 2.1 ใช้กฎของแอมแปร์คำนวณหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก	5
รูปที่ 2.2 ใช้กฎของแอมแปร์กับรูปร่างไม่สม่ำเสมอ	5
รูปที่ 2.3 แสดงเส้นทางการกระแส	6
รูปที่ 2.4 แสดงเส้นทางการกระแส	6
รูปที่ 2.5 การใช้กฎบิโอต-ซาวาร์ตคำนวณความเข้มสนามแม่เหล็ก	7
รูปที่ 2.6 เงื่อนไขขอบเขตสำหรับความเข้มสนามแม่เหล็ก	8
รูปที่ 2.7 ขอบเขตของความเข้มสนามแม่เหล็ก	9
รูปที่ 2.8a การเบี่ยงเบนของสนามไฟฟ้า	10
รูปที่ 2.8b การเบี่ยงเบนของสนามแม่เหล็ก	10
รูปที่ 2.9 วัสดุไดอามกเนติก	10
รูปที่ 2.10 วงจรแม่เหล็ก	11
รูปที่ 2.11 BH curve	12
รูปที่ 2.12 curve ของค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก	12
รูปที่ 2.13 สนามแม่เหล็กในวัสดุเฟอร์โรแมกเนติก	12
รูปที่ 2.14 กระแสล้อมรอบวงจรแม่เหล็กเพอร์มีบิลิตีสูง	13
รูปที่ 2.15a hardmagnetic material	14
รูปที่ 2.15b BH curve	14
รูปที่ 2.16 magnetic domain	14
รูปที่ 2.17 BH curve ของวงจรแม่เหล็กถาวร	15
รูปที่ 2.18 สนามของแม่เหล็ก	15
รูปที่ 2.19 ความเข้มสนามแม่เหล็กและความหนาแน่นสนามแม่เหล็กด้านในและ ด้านนอก	15
รูปที่ 2.20 สนามแม่เหล็กภายนอก และภายใน	16
รูปที่ 2.21a แม่เหล็กในวงจรเปิดแม่เหล็ก	17
รูปที่ 2.21b แม่เหล็กในวงจรแม่เหล็ก	17
รูปที่ 2.22 แม่เหล็กถาวรในวงจรแม่เหล็กปิด	17
รูปที่ 2.23 แม่เหล็กถาวรในวงจรแม่เหล็กมีช่องอากาศ	18

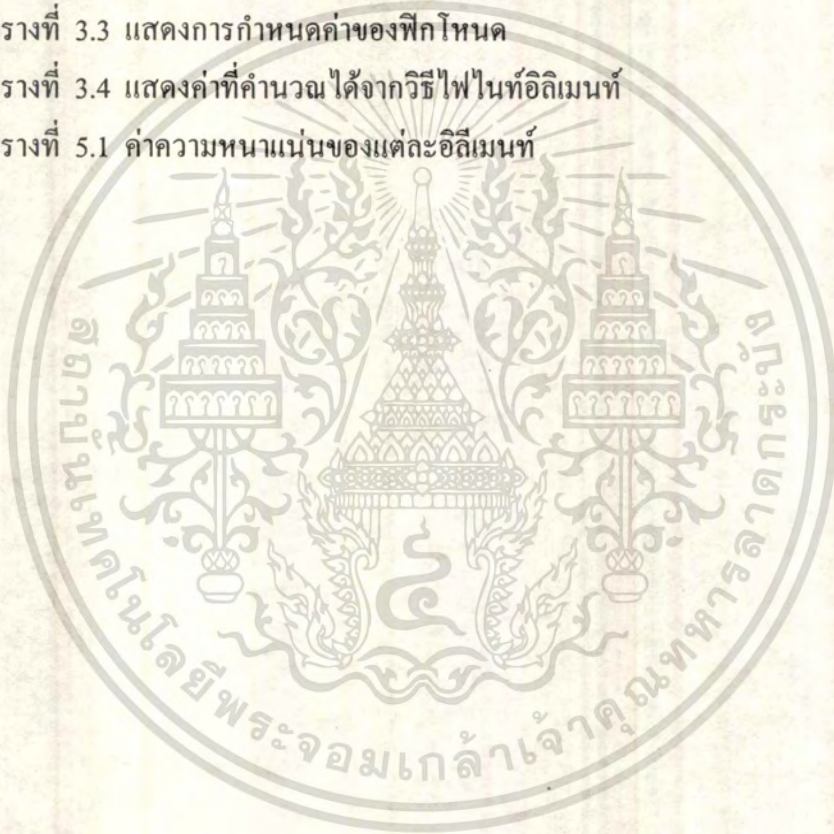
รูปที่ 2.24	load line ของแม่เหล็กถาวร	18
รูปที่ 2.25	แสดงถึงค่า BH curve ของแม่เหล็กถาวรหลัก	19
รูปที่ 2.26	การคำนวณงานไดนามิคของแม่เหล็กถาวร	20
รูปที่ 2.27a	วงจรแม่เหล็กมี 3 ช่องอากาศ	22
รูปที่ 2.27b	วงจรสมมูลไฟฟ้าของวงจรแม่เหล็กในรูปที่ 2.7a	22
รูปที่ 2.28	2 วงจรไฟฟ้าในวงจรแม่เหล็ก	22
รูปที่ 2.29	ความเข้มสนามแม่เหล็กในทอรัส	24
รูปที่ 2.30	ความเข้มสนามแม่เหล็กของขดลวด	25
รูปที่ 2.31a	วงจรแม่เหล็กแบบ 3 ช่องอากาศ	26
รูปที่ 2.31b	ขนาดของช่องอากาศ	26
รูปที่ 3.1	เป็นการแบ่งพื้นที่ของไฟไนท์อิลิเมนต์	30
รูปที่ 3.2	จะเป็นรูปของสามเหลี่ยมอิลิเมนต์	31
รูปที่ 3.3	Shape Function α_1 และ α_2 ของ triangular อิลิเมนต์	34
รูปที่ 3.4	การรวมกันของ 3 อิลิเมนต์ ; i-j-k มีลักษณะเดียวกันกับ local numbering (1-2-3) ของอิลิเมนต์	37
รูปที่ 3.5	โหนด 0 ถูกต่อเข้ากับโหนดอื่น ๆ m โหนด	39
รูปที่ 3.6	For example 1	42
รูปที่ 3.7	For example 2	45
รูปที่ 4.1	Flow chart รวม	51
รูปที่ 4.2	Flow chart รวม	52
รูปที่ 4.3	Flow chart หลัก	53
รูปที่ 4.4	Flow chart Sub First	55
รูปที่ 4.5	Sub ZERO	56
รูปที่ 4.6	Sub EXTRA	57
รูปที่ 4.7	Sub SETUP	60
รูปที่ 4.8	Sub CHOLESKY	61
รูปที่ 4.9	Sub CHOLDE	62
รูปที่ 4.10	Sub CHOLSC	63
รูปที่ 4.11	Sub BXBY	64
รูปที่ 4.12	Sub EQUIPOT	66
รูปที่ 5.1	เป็นหน้าต่างดัดรองรับ	67

รูปที่ 5.2	เป็นหน้าต่างสำหรับเลือกทำ	68
รูปที่ 5.3	แสดงรูปต้นแบบที่ 1	69
รูปที่ 5.4	แสดงรูปต้นแบบที่ 2	70
รูปที่ 5.5	แสดงรูปต้นแบบที่ 3	71
รูปที่ 5.6	เป็นหน้าต่างในการเลือกการคำนวณและรูปแบบ	72
รูปที่ 5.7	แสดงการสร้างสามเหลี่ยมอติเมนธ์	73
รูปที่ 5.8	แสดงการสร้างสามเหลี่ยมอติเมนธ์	74
รูปที่ 5.9	แสดงการสร้างสามเหลี่ยมอติเมนธ์	75
รูปที่ 5.10	แสดงเส้นศักร์แม่เหล็ก	76
รูปที่ 5.11	แสดงเส้นศักร์แม่เหล็ก	77
รูปที่ 5.12	แสดงเส้นศักร์แม่เหล็ก	78
รูปที่ 5.13	เป็นรูปแสดงค่า B และ H	79



สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติแม่เหล็กถาวร	20
ตารางที่ 2.2 คุณสมบัติของวัตถุที่เป็นแม่เหล็กได้ง่าย	29
ตารางที่ 3.1 แสดงค่า Coordinate	46
ตารางที่ 3.2 แสดง Element - Node Identification	47
ตารางที่ 3.3 แสดงการกำหนดค่าของพิกโทหนด	47
ตารางที่ 3.4 แสดงค่าที่คำนวณได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	48
ตารางที่ 5.1 ค่าความหนาแน่นของแต่ละอีลีเมนต์	80



บทที่ 1

บทนำ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการวิเคราะห์ที่มีประสิทธิภาพและทันสมัย ซึ่งเริ่มใช้กันตั้งแต่ 15 ปีมาแล้ว โดยนำมาแก้ไขปัญหาทางโครงสร้างที่ซับซ้อน โดยเฉพาะในอุตสาหกรรมการบิน แต่ในปัจจุบันได้พัฒนานำไปใช้กับการวิเคราะห์ทางความร้อน, ทางกลศาสตร์ของไหล และทางแม่เหล็กไฟฟ้า โดยวิธีการวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ ต้องอาศัยการคำนวณที่ซับซ้อน และจำนวนมาก จึงได้นำ digital computer มาช่วยทางการคำนวณด้วย

ในโครงสร้างต่าง ๆ นั้นประกอบด้วย วัสดุหลายชนิด ซึ่งมีคุณสมบัติต่าง ๆ ในแต่ละจุด ตัวอย่างเช่น สะพาน หรือ งานส่งสัญญาณความถี่สูง ซึ่งประกอบด้วยวัสดุหลายชนิด ซึ่งในการออกแบบของ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จำเป็นต้องใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ขนาดใหญ่ มาช่วยในการคำนวณ เช่น nastran และ stardyne

ในการออกแบบสะพาน วิศวกรต้องคำนึงถึง ค่า stress ของสะพานซึ่งเกิดจากน้ำหนักของตัวสะพานและน้ำหนักของพาหนะที่อยู่บนสะพาน ซึ่งผลของ stress นั้นจะเป็นตัวกำหนดวัสดุที่จะนำมาสร้าง ส่วนของงานรับส่งสัญญาณก็ต้องคำนึงสัญญาณที่รับส่ง ก็ต้องมีค่า distortion ที่ยอมรับได้ ซึ่งจะเป็นตัวบังคับให้เลือกใช้วัสดุที่นำมาสร้าง

ในการวิเคราะห์ทางความร้อน เราต้องการทราบอุณหภูมิภายในวัสดุที่เราพิจารณาอยู่รวมทั้งปริมาณความร้อนที่ไหลผ่านพื้นที่ที่กำหนด

ในการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์ของไหล เราจะสนใจถึงความเร็วของของไหลรวมถึงความดันของของไหลตามบริเวณต่าง ๆ ซึ่งในการไหลที่ซับซ้อนนั้น จำเป็นต้องใช้ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการวิเคราะห์ทั้งสิ้น

จากที่กล่าวมาแล้วจะเห็นว่า วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ได้ถูกนำมาใช้กับการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน โดยแผ่ขยายวงกว้างไปในทุกสาขา ซึ่งแล้วแต่จะมีผู้คิดประยุกต์นำไปใช้ โดย วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะเหมาะสมมากกับการใช้งานในสภาวะที่ซับซ้อนอันเกิดจากรูปทรงที่ไม่ปกติ, ซับซ้อน, ค่า boundary condition หลายแบบ รวมทั้งพฤติกรรมของวัสดุที่ไม่แน่นอน

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ คือ

หลักการพื้นฐานของ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ก็คือการแบ่งรูปทรงที่ยาก, ซับซ้อน ขนาดใหญ่ ออกเป็น ไฟไนต์เอลิเมนต์ จำนวนมาก เอลิเมนต์ นี้ อาจจะเป็น 1, 2 หรือ 3 มิติก็ได้ แต่ที่นิยมที่สุดก็คือ การแบ่งเป็น เอลิเมนต์ 2 มิติ รูปสามเหลี่ยม (two-ขนาดของ เอลิเมนต์) ดังรูปที่ 1 เมื่อรูปทรงถูกการคำนวณว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบ่งออกเป็นรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวจำนวนมากโดยไม่ซ้อนกัน เราก็จะมองเห็นรูปร่างออกมาง่ายขึ้น ในรูปสามเหลี่ยมนี้จะประกอบด้วย 3 nodes (i, j, k) ซึ่งตั้งอยู่บนจุดยอดทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งเราจะพูดถึงวิธีการที่จะนำรูปสามเหลี่ยมนี้ไปแทนในรูปทรงที่ซับซ้อน

รูปทรงที่ซับซ้อนอันหนึ่ง เราจะลองพิจารณาในแง่ของอุณหภูมิที่กระจายอยู่ในรูปทรงนี้ ตัวแปรของสนามที่สนใจในที่นี้คืออุณหภูมิ และเพราะว่าในรูปทรงนี้ประกอบด้วย จุดต่าง ๆ มากมาย ซึ่งอุณหภูมิของจุดเหล่านี้คือสิ่งที่เราสนใจ จากทฤษฎี เรารู้ว่าถ้าเป็นการวิเคราะห์ในระบบปิด เราสามารถคำนวณหาอุณหภูมิที่จุดใด ๆ ในระบบนั้นได้ เพราะว่าค่าที่ต้องการจะออกมาในรูปฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของ x และ y [$T = f(x,y)$] ซึ่งเป็นระบบปิด ดังนั้นจึงสามารถหาค่าอุณหภูมิแต่ละจุดได้

แทนที่เราจะพิจารณาอุณหภูมิในทุก ๆ จุด เราเปลี่ยนมาพิจารณาค่าอุณหภูมิที่จุดเดียวแต่มีจำนวนอนันต์ ซึ่งจุดนี้ก็คือ จุดยอดของสามเหลี่ยมนั่นเอง รูปที่ 2 ทำการแทนที่รูปทรงด้วย อิสิ-เมนต์ รูปสามเหลี่ยมจำนวนหนึ่ง ซึ่งขอบเขตของรูปทรงเฉพาะที่ node เท่านั้น จากนั้นก็ใช้ interpolation function ในการแปลงค่าการเปลี่ยนแปลงของสนาม (ซึ่งในที่นี้คืออุณหภูมิ) ให้อยู่ในรูปของ global coordinates (ในกรณีคือ x,y) ถ้าเรารู้อุณหภูมิที่ node, ข้อจำกัดของ อิสิ-เมนต์, ข้อมูลของวัสดุ, ข้อมูลของ boundary condition และในการคำนวณนั้น ถ้าจำนวนอิสิ-เมนต์มีมาก ๆ ค่าความถูกต้อง (accuracy) ก็จะยิ่งมาก แต่จะเพิ่มเวลาในการคำนวณรวมทั้งค่าใช้จ่ายสูงขึ้นด้วย ดังนั้น จึงต้องใช้ประสบการณ์ในการกำหนดจำนวน อิสิ-เมนต์ ที่จะใช้ให้เหมาะสมที่สุด computer จะทำการคำนวณค่าที่แต่ละ node และแสดงออกมาในรูปของ graphic ซึ่งจะนำไปใช้ในการ design ต่อไป

จะเห็นว่า วิธีไฟไนท์อิสิ-เมนต์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาลักษณะเดียวกัน เช่น ในงานทางโครงสร้าง, สนามที่แปรไปก็คือ การขจัด, การ โกงงอ และความชัน

วิธีไฟไนท์อิสิ-เมนต์ กำหนดคุณสมบัติเหล่านี้ของแต่ละ node จากนั้นก็นำไปหาค่า stress หรือ bending moments ได้

ในงานทางกลศาสตร์ของไหล, สนามที่แปรไปคือ ความเร็ว และความดัน ของของไหล จากนั้นก็นำไปหา shear stresses ได้

กล่าวโดยสรุป แนวความคิดทาง วิธีไฟไนท์อิสิ-เมนต์ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1. แทนที่บริเวณที่พิจารณาด้วย ไฟไนท์อิสิ-เมนต์ (discretization)
2. interpolating polynomials อธิบายการแปรของสนามในแต่ละ อิสิ-เมนต์

ที่นี้ลองมาดูความสำคัญและประโยชน์ของ discretization ในอดีตนักวิทยาศาสตร์ประสบ

ปัญหาในการหาค่าของ รูปทรงที่แปลกและซับซ้อน แต่โดยอาศัยการ discretization ทำให้นักวิทยาศาสตร์เหล่านั้นแก้ปัญหาได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการหา พื้นที่ใต้กราฟของ $f(x)$ ในอดีตนั้นไม่สามารถหาค่าได้ แต่โดยวิธีการ discretization ก็ทำการแทนพื้นที่ด้วยรูปสี่เหลี่ยมเล็กหลายรูป แล้วทำการคำนวณค่าสี่เหลี่ยมแต่ละรูป จากนั้นรวมกันก็จะแทนค่าประมาณของ พื้นที่ ใต้กราฟได้และเป็นการทำลักษณะเดียวกัน แต่จะได้ค่าประมาณที่ต่ำกว่าค่าจริง และเราสามารถสรุปได้อีกว่า ถ้าเราขังแบ่งเป็นสี่เหลี่ยมมากรูปเท่าไร ค่าประมาณที่ได้ก็จะใกล้เคียงกับค่าจริงมากเท่านั้น

สรุป การ discretization ก็คือการแบ่งปัญหาที่ใหญ่ ๆ ยาก ๆ ออกเป็นขนาดเล็กและง่าย จำนวนมาก ซึ่งผลรวมของคำตอบของปัญหาเล็ก ๆ เหล่านี้ จะประมาณค่าของคำตอบในปัญหาใหญ่ ๆ นั้นได้

ซึ่งการหาพื้นที่ใต้กราฟ ก็คือหลักการของอินทิเมนทสี่เหลี่ยม

- 1.ขนาดของอินทิเมนท นั้นมักใช้ในการพิจารณาเกี่ยวกับ ความยาว, ระยะทาง
- 2.ขนาดของอินทิเมนท นั้นมักใช้ในการพิจารณาเกี่ยวกับ พื้นที่
- 3.ขนาดของอินทิเมนท นั้นมักใช้ในการพิจารณาเกี่ยวกับ ปริมาตร

บทที่ 2 ทฤษฎีแม่เหล็กเบื้องต้น

2.1 สนามแม่เหล็กสถิต (Magnetostatic Fields)

สมการของแมกซ์เวลล์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่ม คือทางไฟฟ้าและทางแม่เหล็ก สมการของแมกซ์เวลล์ประกอบด้วยสมการ

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

ถ้าสมการไม่แปรตามเวลา

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

สมการนี้ถูกสร้างขึ้น

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

(2.1)

(2.2)

(2.3)

(2.4)

(2.5)

2.2 สมการของแมกซ์เวลล์ในแม่เหล็กสถิต

2.2.1 สมการ $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$

คุณภาพและปริมาณของ \mathbf{H} ในเทอมของ \mathbf{J} เป็นนิยามของสมการนี้ เราเรียกความสัมพันธ์บางอย่างในการอินทิเกรตจาก

$$\int_s (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.6)$$

ที่เป็นพื้นผิว \mathbf{H} และ \mathbf{J} ที่ถูกจำกัดความ ใช้ทฤษฎีของstoke ทางด้านซ้ายมือสามารถเขียนได้

$$\int_s (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} = \int_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.7)$$

ที่ C เป็นรูปร่างที่ปิดล้อมพื้นผิว S ทางด้านขวามือของสมการ (1.6) แทนด้วยฟลักซ์เวกเตอร์ \mathbf{J} พื้นผิวครอบซึ่ง S ฟลักซ์เป็นการนำกระแสครอบซึ่ง S นั้นเป็น

$$\oint_c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งแสดงการไหลเวียนของ \mathbf{H} ตามเส้นทาง C ล้อมรอบพื้นผิว S เท่ากับกระแสตรงซึ่งพื้นผิวนี้นี้ สมการของแมกซ์เวลล์ $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ เขียนไว้ในกฎแอมแปร์

ในการเลือกพื้นผิว S_1 รัศมีของวงกลม R ในการประยุกต์กฎของแอมแปร์ให้ง่ายขึ้น

$$\oint_{C_1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

เพราะว่า \mathbf{H} และ $d\mathbf{l}$ เป็นเวกเตอร์บางทิศทางการสร้าง $\mathbf{H} d\mathbf{l}$ แบบสเกลาร์เป็นสมการในการสร้างขนาดของ \mathbf{H} และ $d\mathbf{l}$ เพราะว่ามีเนื้อเดียวกัน \mathbf{H} เหมือนกันทั้งหมดตาม C_1 และอิสระตาม C_1

$$H \oint_{C_1} d\mathbf{l} = I$$

หรือ

$$H 2\pi R = I$$

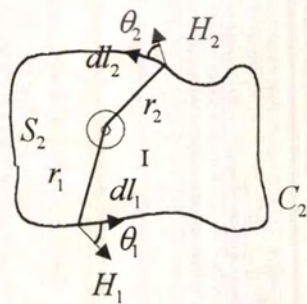
และ

$$H = \frac{I}{2\pi R}$$

(2.9)



รูปที่ 2.1 ใช้กฎของแอมแปร์คำนวณหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็ก



รูปที่ 2.2 ใช้กฎของแอมแปร์กับรูปร่างไม่สม่ำเสมอ

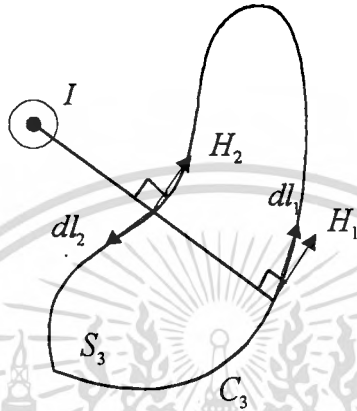
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 2.2 นั้น S_2 เป็นพื้นผิวไม่สม่ำเสมอ

$$\oint_{C_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{l_1} \mathbf{H}_1 \cdot d\mathbf{l}_1 + \int_{l_2} \mathbf{H}_2 \cdot d\mathbf{l}_2 + \dots + \int_{l_n} \mathbf{H}_n \cdot d\mathbf{l}_n$$

สมการนี้มี n เป็นตัวไม่ทราบค่า

$$\oint_{C_3} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0$$



รูปที่ 2.3 แสดงเส้นทางกระแส

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

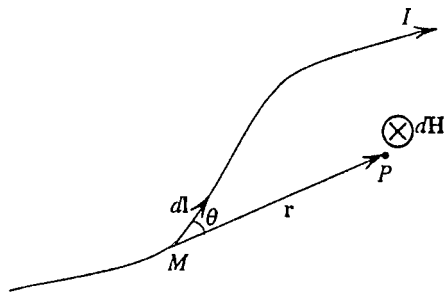
(2.10)

2.2.2 สมการ $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

สมการนี้มีความคล้ายคลึงกับ $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ ในกรณีนี้ มันเป็นฟลักซ์แม่เหล็กนั้น ไม่เปลี่ยนแปลง เราสังเกตว่าสมการนี้จะไม่แสดงค่า \mathbf{B} โดยทั่ว ๆ ไป มันเป็นนิยามของฟลักซ์นี้ไม่เปลี่ยนแปลงเท่านั้น ของการประยุกต์กำหนดเงื่อนไข

2.2.3 สมการ $\nabla \times \mathbf{E} = 0$

สมการนี้เป็นกรณีเฉพาะของ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ และแสดงค่าสนามแม่เหล็กอย่างไร เมื่อกำหนดของการแปรผันของ \mathbf{B}



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้รูปที่ 2.4 แสดงเส้นทางกระแสนั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 กฎบีโตร์-ซาวาร์ต (Biot-Savart law)

ความแรงของสนามแม่เหล็ก (Magnetic Field strength) dH เป็นผลจากส่วนของกระแส (Current อิลิเมนต์) $I dl$ สนามแปรผกผันกับระยะทางยกกำลังสอง ไม่แปรผันกับตัวกลางสิ่งแวดลอมและมีทิศทางถูกกำหนดโดยผลคูณเชิงเวกเตอร์ (Cross Product) ของ $I dl$ และ r ความสัมพันธ์นี้รู้จักกันในชื่อกฎบีโตร์-ซาวาร์ต (Biot-savart law) :

$$dH = \frac{I dl \times r}{4\pi r^3} \quad (2.11)$$

รูปที่ 2.5 การใช้กฎบีโตร์-ซาวาร์ต คำนวณความเข้มสนามแม่เหล็ก

ทิศทางของ R เป็นทิศที่ชี้จากส่วนย่อยของกระแสไปยังจุดที่ dH ในการสร้าง $dl \times r$ ขนาดของ dH ได้โดย

$$dH = \frac{I dl}{4\pi r^2} \sin\theta \quad (2.12)$$

ส่วนย่อยของกระแสไม่มีววนแยกออกจากกันทุก ๆ ส่วนย่อยทำให้เกิดการกระจายของเส้นกระแสสมบูรณไปยัง H และถูกรวมเข้าด้วยกัน ผลรวมนี้จะนำไปสู่รูปแบบอินทิกรัลของกฎบีโตร์-ซาวาร์ต:

$$\begin{aligned} H &= \oint \frac{I dl \times r}{4\pi r^2} \\ dH &= \frac{I dl}{4\pi r^2} \cos\phi \\ \tan\phi &= \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (2.13)$$

และ

$$\cos\phi = \frac{R}{r}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$dl = R \sec^2 \phi d\phi$$

และ

$$r = \frac{R}{\cos \phi}$$

จากสมการที่ 2.13

$$H = \frac{I}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos \phi d\phi$$

ลิมิตของอินทิกรัล $-\frac{\pi}{2}$ และ $+\frac{\pi}{2}$ เป็นมุม ϕ สอดคล้อง limit $-\infty$ และ $+\infty$ ของลวด

$$H = \frac{I}{2\pi R}$$

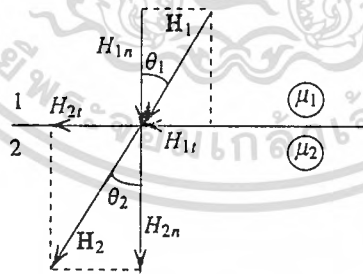
2.4 เงื่อนไขขอบเขตสำหรับสนามแม่เหล็ก

ในความเข้มสนามไฟฟ้า E มีลักษณะคล้ายกับความเข้มสนามแม่เหล็ก H ที่ผ่านวัสดุหนึ่งไปอีก วัสดุหนึ่งทำให้มุมเปลี่ยน ถ้าวัสดุ 2 ชนิด มีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กต่างกัน พิจารณาที่วัสดุ 2 ชนิด คู่มุมค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก μ_1 และ μ_2 ตามลำดับ ในรูปที่ 1.6 ระหว่าง θ_1 และ θ_2 โดยใช้สมการ

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0$$

และ

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$



รูปที่ 2.6 เงื่อนไขขอบเขตสำหรับความเข้มสนามแม่เหล็ก

การสมมุติขึ้นกระแสไม่เป็นขอบเขตระหว่าง 2 วัสดุ

- ความต่อเนื่องของส่วนประกอบของเส้นสัมผัสของ H

$$H_{1t} = H_{2t}$$

- ความต่อเนื่องของส่วนประกอบของแนวฉากของ B

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานที่ปรึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สังเกตความคล้ายคลึงนั้น

$$\tan \theta_1 = \frac{H_{1t}}{H_{1n}}$$

และ

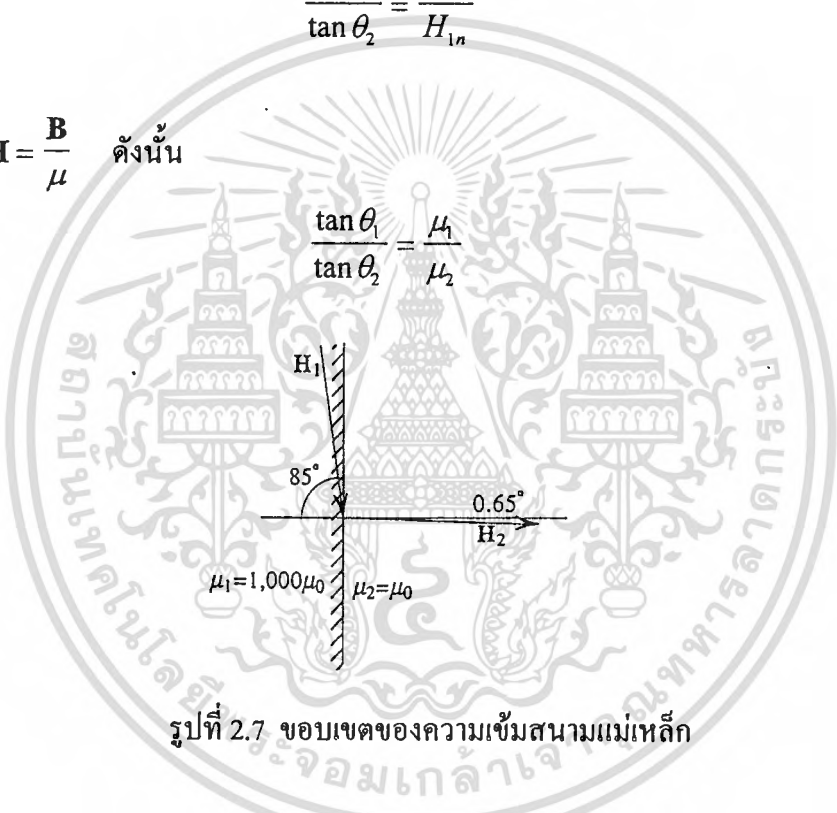
$$\tan \theta_2 = \frac{H_{2t}}{H_{2n}}$$

และ

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{H_{2n}}{H_{1n}} \tag{2.14}$$

ให้ $H = \frac{B}{\mu}$ ดังนั้น

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$



รูปที่ 2.7 ขอบเขตของความเข้มสนามแม่เหล็ก

จากตัวอย่างข้างบน $\mu_2 = \mu_0$, $\mu_1 = 1000\mu_0$ และที่ θ_1 เป็นมุม 85°

$$\tan \theta_2 = \frac{\tan 85^\circ}{1000}$$

หรือ

$$\theta_2 = 0.65^\circ$$

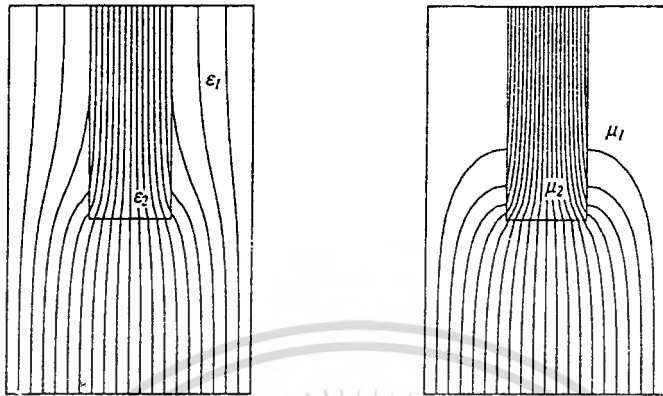
ในรูปที่ 2.8a และ 2.8b แสดงการเปลี่ยนของสนามไฟฟ้า $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 5$ และสนามแม่เหล็ก ($\mu_2 / \mu_1 = 1000$)

2.5 วัสดุแม่เหล็ก (Magnetic Materials)

นิยามแรกที่เกี่ยวข้องกับความเข้มสนามแม่เหล็กของวัสดุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$



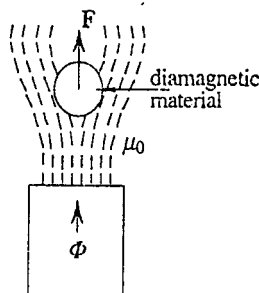
รูปที่ 2.8a การเบี่ยงเบนของสนามไฟฟ้า รูปที่ 2.8b การเบี่ยงเบนของสนามแม่เหล็ก

ที่ μ เป็น แอ็คชวลความซึมซาบสนามแม่เหล็กของวัสดุและ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H / m$ เป็นความซึมซาบสนามแม่เหล็กของอากาศ μ_r ของอากาศเท่ากับ 1 วัสดุแม่เหล็กธรรมดาแบ่งเป็น 2 ชนิด

- Soft magnetic materials
- Hard Magnetic materials

2.5.1 วัสดุไดอามกเนติก (Diamagnetic Materials)

วัสดุไดอามกเนติกที่มีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กต่ำกว่า 1 หรือน้อยกว่า 1 วัสดุที่มีชื่อในกลุ่มนี้คือปรอท (Mercury), ทอง (Gold), เงิน (Silver) และ ทองแดง (Copper) ทองแดงในตัวอย่างมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก $\mu_r = 0.999991$ วัสดุอื่นๆ มีค่า μ_r หลายขนาด ในบทนี้เราจะพิจารณาวัสดุที่มีค่า $\mu_r = 1$ ผลของ ไดอามกเนติซึม ถูกอธิบายโดยใช้ภาพประกอบในรูป 2.9 วัสดุไดอามกเนติกได้พื้นที่ที่มีอิทธิพลต่อรูปแบบสนามที่ $\mu_r < 1$ ทำให้ฟลักซ์ผ่านอากาศมากกว่าผ่านวัสดุที่อากาศมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กมากกว่าวัสดุเหตุนี้ ไดอามกเนติก จะต้านแรงนั้นจากแหล่งที่เกิดสนามแม่เหล็ก อย่างไรก็ตามเพราะว่าค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กมีค่าใกล้เคียง 1 มาก มีผลน้อยมากและแตกต่างในการวัด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้รูปที่ 2.9 วัสดุ ไดอามกเนติกเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.2 วัสดุพาราแมกเนติก (Paramagnetic Materials)

วัสดุพาราแมกเนติกมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก μ_r มากกว่า 1 เล็กน้อย ตัวอย่างเช่น ชนิดของวัสดุนี้เป็นอะลูมิเนียมซึ่งมีค่า $\mu_r = 1.00000036$ เพื่อสิ่งนั้นกับวัสดุไดอามแมกเนติก เราสามารถพิจารณาวัสดุในทางปฏิบัติส่วนมากให้ค่า $\mu_r = 1$ ในทั่ว ๆ ไปจะไม่สนใจผลกระทบของพาราแมกเนติซึม

2.5.3 วัสดุเฟอร์โรแมกเนติก (Ferromagnetic Materials)

2.5.3a โดยทั่ว ๆ ไป

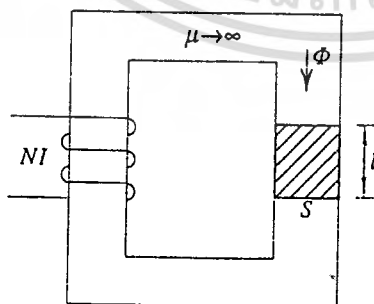
วัสดุเฟอร์โรแมกเนติกมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กมากกว่า 1 มาก ซึ่งนำมาใช้ในบางงาน วัสดุนี้มีความสำคัญที่สุดในอิเล็กทรอนิกส์ส่วนมากมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก μ_r สูง ยกตัวอย่างเช่น เหล็กไม่บริสุทธิ์ 0.2% มีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก $\mu_r \approx 6000$ เหล็กอัลลอยไม่บริสุทธิ์จะมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก $\approx 10^6$ มันเป็นเรื่องที่น่าสนใจเมื่อวัสดุเฟอร์โรแมกเนติกเป็นตัวทำให้สถานที่รอบข้างร้อน และเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นเกินค่าวิกฤต ถูกเรียกว่า “Curie temperature” และค่าของ Curie temperature ของ เหล็กประมาณ $770^\circ c$ ในรูปที่ 1.10 เป็นวงจรแม่เหล็กที่สร้างขึ้นด้วยวัสดุที่มีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก μ_r สูงเป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติทางแม่เหล็กต่อมาเราจะเห็นว่า

$$H = \frac{NI}{l}$$

และ

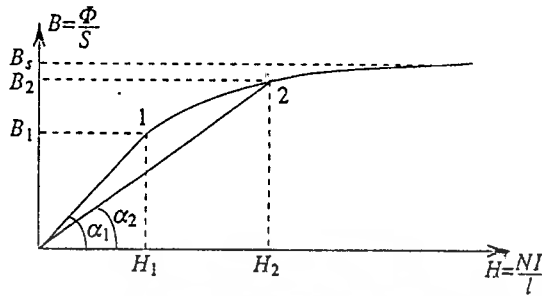
$$B = \Phi / S$$

เราสามารถวัดค่ากระแส I ที่ใช้ในขดลวดและค่าฟลักซ์ Φ ที่ไหลผ่านวัสดุ

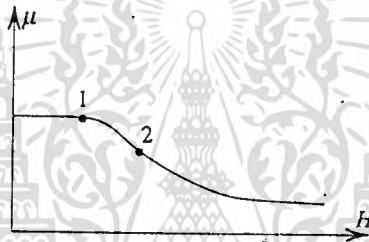


รูปที่ 2.10 วงจรแม่เหล็ก

การเพิ่มค่าสำหรับค่าต่างๆ ของ I , Φ ของตัดส่วนขนาดของค่า I ทำให้มีผลถึงค่า $B = \mu H$ จากเอกสรูปที่ 2.11 เราสามารถ $\tan \alpha = B / H = \mu$ เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



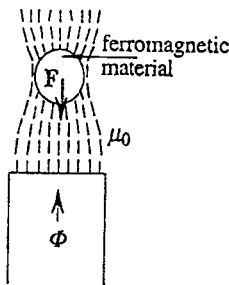
รูปที่ 2.11 BH curve



รูปที่ 2.12 curve ของค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก

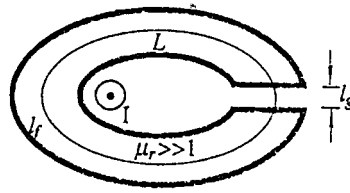
2.5.3b อิทธิพลของเหล็กบนวงจรแม่เหล็ก

ลวดขงอนันต์ นำกระแส I ในการสร้างสนามล้อมรอบพื้นที่ ซึ่งมีขนาด $H = I / 2\pi r$ I กระแสในเส้นลวดถูกเรียกว่า แมกนีโตโมทีฟเฟส(mmf) .พิจารณาสถานการณ์ที่สองแสดงในรูปที่ 2.14 ที่เส้นลวดอยู่รอบ ๆ วัสดุเฟอร์โรแมกเนติกที่มีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็ก μ_r สูง ในการคำนวณสนามแม่เหล็กเราใช้กฎของแอมแปร์



รูปที่ 2.13 สนามแม่เหล็กในวัสดุเฟอร์โรแมกเนติก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ สงวนลิขสิทธิ์ สำหรับการเรียนการสอนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.14 กระแสล่อมรอบวงจรมแม่เหล็กความซึมซาบสนามแม่เหล็กสูง

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

เลือกเส้นทาง L นั้นเกิดขึ้นพร้อมกับสนาม H แบ่งเส้นทางเป็น l_f ในเหล็กและ l_g ในอากาศ

$$\int_{l_f} \mathbf{H}_f \cdot d\mathbf{l} + \int_{l_g} \mathbf{H}_g \cdot d\mathbf{l} = I$$

สมมติให้สนามนั้นคงที่

$$H_f l_f + H_g l_g = I \quad (2.15)$$

จากการพิจารณาด้าน secondary ฟลักซ์ Φ_f ในเหล็กเหมือนฟลักซ์ Φ_g ในอากาศ

$$\Phi_f = \Phi_g$$

\therefore

$$\mu_f H_f S_f = \mu_g H_g S_g$$

ที่ S_f และ S_g เป็นพื้นที่ของเหล็กและช่องอากาศ

$$H_f = \frac{\mu_0}{\mu_r} H_g \quad (2.16)$$

ใช้(2.16) แทนใน (2.15)

$$H_g = \frac{I}{\frac{\mu_0}{\mu_r} l_f + l_g} \quad (2.17)$$

ได้ $\mu_f \gg \mu_0$ เราได้ $H_g = I/l_g$

ในข้อยุติในการเสนอวัสดุเฟอร์โรแมกเนติกในวงจรมแม่เหล็ก

- การเปลี่ยนแปลงของรูปร่างของสนามแม่เหล็ก และการนำของ ฟลักซ์ ที่บริเวณที่ต้องการ

- โดยทั่ว ๆ ไปของความซึมสนามแม่เหล็กสูง

$$\int_{l_g} \mathbf{H}_g \cdot d\mathbf{l} \approx nI \quad (2.18)$$

2.5.4 แม่เหล็กถาวร

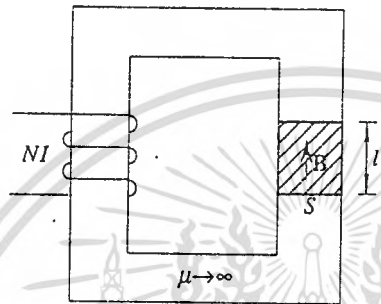
2.5.4a คุณสมบัติโดยทั่ว ๆ ไปของวัสดุที่เป็นแม่เหล็กได้ยาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

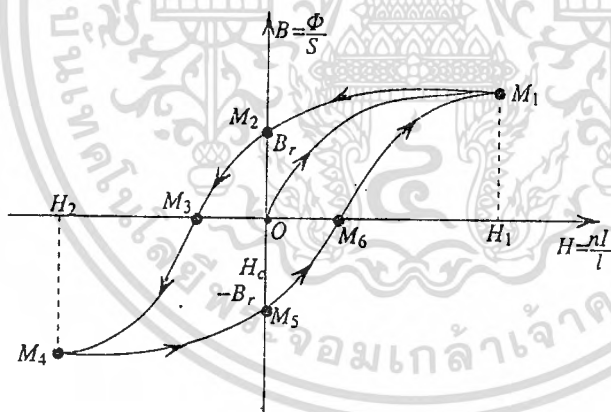
เราแบ่งชั้นของวัสดุแม่เหล็กได้เป็น

- วัสดุที่เป็นแม่เหล็กได้ง่าย
- วัสดุที่เป็นแม่เหล็กได้ยาก

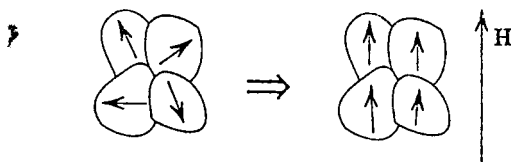
วงจรแม่เหล็กในรูปที่ 2.15 ทำจากสารเฟอร์โรแมกเนติกซึ่งมีความซึมซาบสนามแม่เหล็กสูง เป็นวัสดุที่เป็นแม่เหล็กได้ยากเป็นพื้นที่ในช่องอากาศ [5]



รูปที่ 2.15a hardmagnetic material

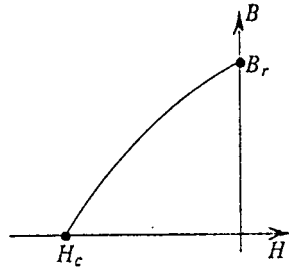


รูปที่ 2.15b BH curve

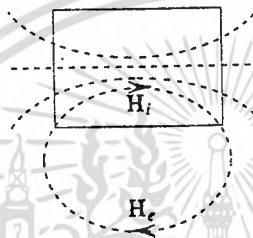


รูปที่ 2.16 magnetic domains

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.17 BH curve ของแม่เหล็กถาวร



รูปที่ 2.18 สนามของแม่เหล็ก

การประยุกต์กฎของแอมแปร์ในการคำนวณหาความเข้มสนาม H ตามเส้นทาง L_1 ที่ L_2 และ L_3 เป็นส่วนนอกและส่วนในของเส้นทางตามลำดับ

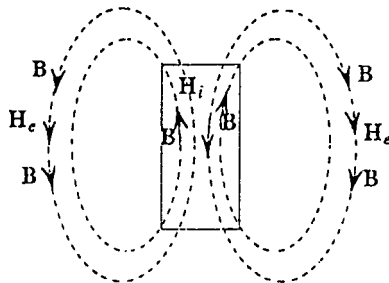
$$\oint_{L_1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (\text{no currents})$$

$$\int_{L_2} \mathbf{H}_i \cdot d\mathbf{l} + \int_{L_3} \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{l} = 0$$

จากการสมมติของสนามทั้งสองส่วนเป็นรูปแบบ

$$H_i = -H_e \frac{l_e}{l_i}$$

เส้นทาง H_i นั้นมีทิศทางตรงกันกับ H_e ต่อจากนั้นพิจารณาการคงอยู่ของฟลักซ์ความเข้มสนามแม่เหล็ก B_i และ B_e ต้องมีทิศทางของวงกลมโดยตรงในคำอื่น ๆ ในที่อากาศ B และ H ค่า H และค่า B พิจารณาจากรูปที่ 2.19



เอกสารนี้เป็นรูปที่ 2.19 ความเข้มสนามแม่เหล็กและความหนาแน่นสนามแม่เหล็กด้านในและด้านนอกค่า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.4b พลังงานสะสมกับแม่เหล็ก

พลังงานได้จากค่าของ V

$$W = \int_V \frac{1}{2} HBdv \quad (2.19)$$

$$W = \frac{1}{2} \int_{V_i} HdlBds + \frac{1}{2} \int_{V_e} HdlBds$$

$$W = \frac{1}{2} d\Phi \int_{I_i} Hdl + \frac{1}{2} d\Phi \int_{I_e} Hdl$$

ที่ I_i และ I_e เป็นเส้นทางภายนอกและภายในของการไหลเวียน

$$W = \frac{1}{2} d\Phi \left[\int_{I_i} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_{I_e} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \right] = \frac{1}{2} d\Phi \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$



รูปที่ 2.20 สนามแม่เหล็กภายนอกและภายใน

จากรูปที่ 2.20

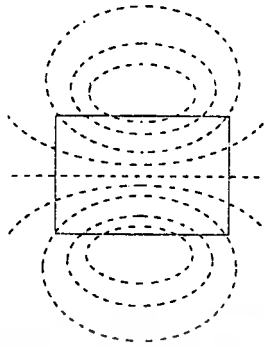
$$w_e = -w_i$$

พลังงานภายในแม่เหล็กจะได้

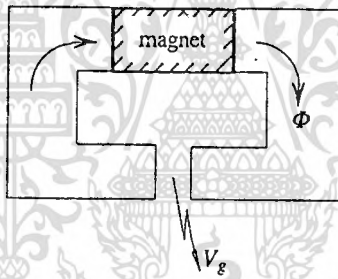
$$w_i = \frac{1}{2} \int_{V_i} BHdv$$

และพลังงานภายนอก

$$w_e = -\frac{1}{2} \int_{V_e} BHdv \quad (2.20)$$

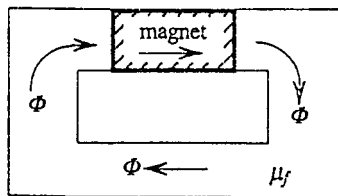


รูปที่ 2.21a แม่เหล็กในวงจรเปิดแม่เหล็ก



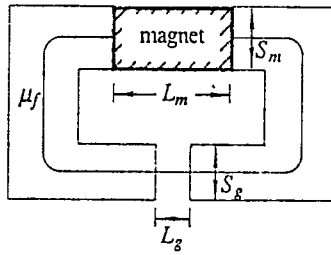
รูปที่ 2.21b แม่เหล็กในวงจรแม่เหล็ก

เมื่อค่า $\mu_f \gg \mu_0$ จะได้ $H_f = 0$ และ $H_i = 0$ และ ส่งผลให้ $B = B_f$



รูปที่ 2.22 แม่เหล็กถาวรในวงจรแม่เหล็กปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.23 แม่เหล็กถาวรในวงจรแม่เหล็กมีช่องอากาศ

ในกรณีนี้ที่ $H = H_g$ ในรูปที่ 2.23 ค่า $\mu_r \gg 1$ เป็นวงจรแม่เหล็กแบบมีช่องอากาศ

$$H_m L_m + H_f L_f + H_g L_g = 0$$

ที่ $H_f \approx 0$

$$H_m L_m = -H_g L_g \tag{2.21}$$

การคงอยู่ของ ฟลักซ์

$$\Phi_m = \Phi_g$$

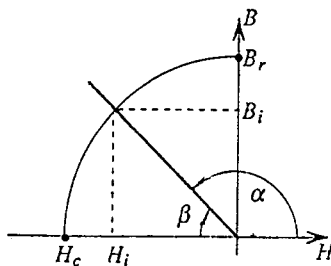
หรือ

$$B_m S_m = \mu_0 H_g S_g \tag{2.22}$$

จากสมการ (2.22) และสมการ (2.21) จะได้

$$\frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 \frac{S_g L_m}{S_m L_g} \tag{2.23}$$

จาก (2.23) B_m / H_m เป็นฟังก์ชันของ "โคเจนชันแฟกเตอร์" ของรูป



รูปที่ 2.24 load line ของแม่เหล็กถาวร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ค่าที่เป็นลมแม่เหล็กทำงานใน ควอตาแดนซ์ที่ 2 ค่า B-H ในรูปที่ 2.24 เรียกเส้นนี้ว่า “โหลดไลน์ (load line)” มุม α ในรูปที่ 2.24 ได้จาก

$$\tan \alpha = \frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 \frac{S_g L_m}{S_m L_g}$$

จากคุณสมบัติ เราใช้มุม β

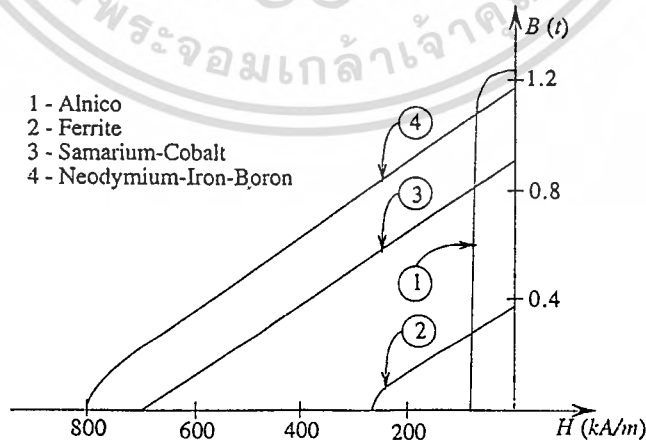
$$\beta = \arctan \left[\mu_0 \frac{S_g L_m}{S_m L_g} \right]$$

จาก B_i และ H_i เราสามารถ H_g ได้จากสมการ (2.21) และสมการ (2.22)

$$B_i H_i S_m L_m = -\mu_0 H_g^2 S_g L_g$$

V_m เป็นค่าของแม่เหล็ก จะได้ $V_m = S_m L_m$ และ V_g เป็นค่าแม่เหล็กของอากาศจะได้ $V_g = S_g L_g$

$$H_g = \left[-\frac{B_i H_i V_m}{\mu_0 V_g} \right]^{1/2} \quad (2.24)$$

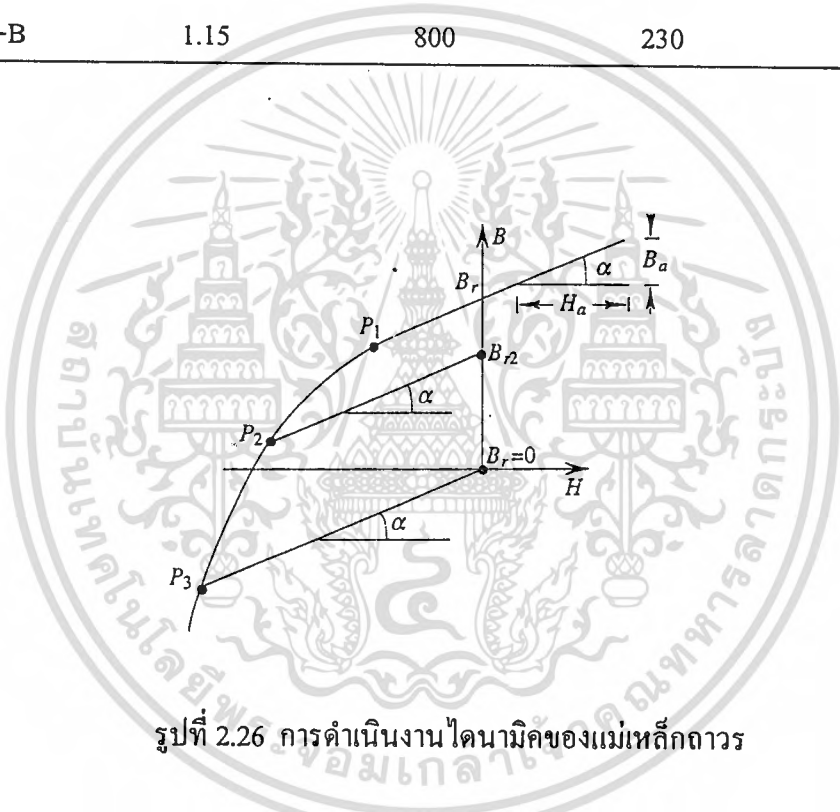


รูปที่ 2.25 แสดงถึงค่า B(H) Curves ของแม่เหล็กถาวรหลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติแม่เหล็กถาวร

Material at(20 ° c)	B_r [T]	H_c [KA/m]	$(BH)_{max}$ [KJ/m ³]	μ_r
Alnico	1.25	60	50	3-5
Ferrite	0.38	240	25	1.1
Sm-Co	0.9	700	150	1.05
Ne-Fe-B	1.15	800	230	1.05



รูปที่ 2.26 การดำเนินงานไดนามิกของแม่เหล็กถาวร

2.6 ข้อเปรียบเทียบระหว่างวงจรแม่เหล็กกับวงจรไฟฟ้าเราจะใช้สมการ 2 กลุ่ม ในการเปรียบเทียบกันระหว่างวงจรแม่เหล็กกับวงจรไฟฟ้า

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}_e}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_m$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{J}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

นิยาม equivalencies ระหว่างคุณสมบัติของสนามไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็ก

$$(\mathbf{E} \ \& \ \mathbf{H}); \left(-\frac{\partial \mathbf{B}_e}{\partial t} \ \& \ \mathbf{J}_m\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเชิง (J & B); (σ & μ) ไม่นอญญาตให้ำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วงจรไฟฟ้า

ค่า potential ของไฟฟ้า

V หาได้จาก E

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\nabla \times (\nabla V) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

จากสมการของ kirchoff

$$I = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$$

ซึ่งพื้นที่ผิวไม่เป็น 0

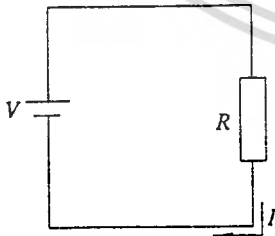
การหาค่าความต้านทานไฟฟ้า

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{\sigma s} l$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

ตัวอย่าง



$$R = \frac{1}{\sigma s} l$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{V\sigma s}{l}$$

วงจรแม่เหล็ก

ค่า potential ของแม่เหล็ก

V หาได้จาก H

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0$$

$$\mathbf{H} = -\nabla V_m$$

$$\nabla \times (\nabla V_m) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

จากสมการ kirchoff

$$\Phi = \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

ซึ่งพื้นที่ผิวไม่เป็น 0

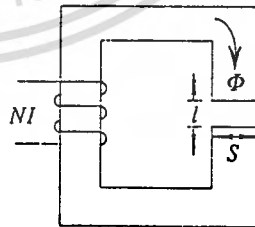
การหาค่าความต้านทานแม่เหล็ก

$$R = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{1}{\mu_0 s} l$$

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

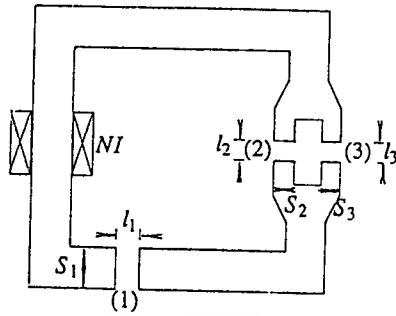
ตัวอย่าง



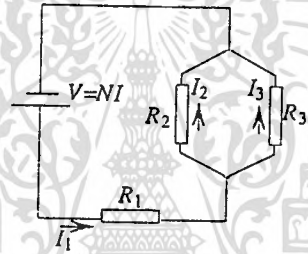
$$R = \frac{1}{\mu_0 s} l$$

$$\Phi = \frac{NI}{R} = \frac{NI\mu_0 s}{l}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



2.27a วงจรแม่เหล็ก มี 3 ช่องอากาศ

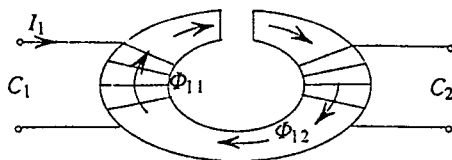


รูปที่ 2.27b วงจรสมมติไฟฟ้าของวงจรแม่เหล็กในรูปที่ 2.27a

$$R_1 = \frac{1}{\mu_0} \frac{l_1}{s_1}$$

$$R_2 = \frac{1}{\mu_0} \frac{l_2}{s_2}$$

$$R_3 = \frac{1}{\mu_0} \frac{l_3}{s_3}$$



รูปที่ 2.28 2 วงจรไฟฟ้าในวงจรแม่เหล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7 ความเหนี่ยวนำ

2.7.1 ความเหนี่ยวนำ

ความเหนี่ยวนำ L ของระบบตัวนำอาจจะนิยามได้เป็นอัตราส่วนของฟลักซ์แม่เหล็กที่คล้องตัวต่อกระแสที่ทำให้เกิดฟลักซ์ สำหรับกระแสสถิต และขดลวด N รอบ

$$L = \frac{N\Phi}{I} \quad (2.25)$$

หน่วยของ L คือเฮนรี ซึ่ง $1 \text{ H.} = 1 \text{ wb/A}$ ความเหนี่ยวนำยังถูกกำหนดได้ด้วย $L = \lambda / I$

ซึ่ง λ คือ $N\Phi$ สำหรับขดลวด N รอบ

2.7.2 ความเหนี่ยวนำร่วม (Mutual Inductance)

จากรูป 2.28 ส่วน Φ_{12} ของฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากกระแส I ผ่านขดลวด 1 นั้น คล้องตัวกับ N_2 รอบของขดลวด 2 แรงดันของความเหนี่ยวนำร่วมในขดลวด 2 ถูกกำหนดโดยในเทอมของความเหนี่ยวนำร่วม

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} \quad (2.26)$$

ความเหนี่ยวนำร่วมนี้จะเป็นผลคูณของความซึมซาบสนามแม่เหล็ก μ ของบริเวณระหว่างขดลวดทั้ง 2 และความยาวเชิงเรขาคณิต เช่นเดียวกับความเหนี่ยวนำ L

2.7.3 พลังงานในระบบเชิงเส้นจะพิจารณาแบบแรก ที่ค่าโพเทนเชียล v_1 และผลของ emf ของวงจร C_1 เท่ากับ

$$U_1 = \frac{d\Phi_{11}}{dt} = \frac{d}{dt}(L_1 I_1)$$

กำลังไฟฟ้าที่ C_1

$$P_1 = U_1 I_1 = \frac{d\Phi_{11}}{dt} I_1$$

และขนาดของพลังงาน

$$W = \int_0^t P_1 dt = \int_0^t I_1 \frac{d\Phi_{11}}{dt} dt = \int_0^{I_1} I_1 d(L_1 I_1)$$

จากการสันนิษฐานระบบเป็นเชิงเส้น

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \quad (2.27)$$

จากการสันนิษฐานนั้นรู้จักวงจร C_1 และ C_2 นำกระแส I_1 และ I_2 มีผลทำให้

$$U_1 = \frac{d\Phi_{11}}{dt} + \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

$$U_2 = \frac{d\Phi_{22}}{dt} + \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

ในการคำนวณลักษณะคล้ายกันนี้ พลังงานทั้งหมดของทั้ง 2 วงจร
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$W = \int_0^t (U_1 I_1 + U_2 I_2) dt$$

$$W = \int_0^{\Phi_{11}, \Phi_{21}} (d\Phi_{11} + d\Phi_{21}) I_1 + \int_0^{\Phi_{22}, \Phi_{12}} (d\Phi_{22} + d\Phi_{12}) I_2$$

ดังนั้น $\Phi_{12} = M_{12} I_1$ และ $\Phi_{21} = M_{21} I_2$ ขณะที่ $\Phi_{11} = L_1 I_1$ และ $\Phi_{22} = L_2 I_2$

$$W = \int_0^{I_1, I_2} (I_1 L_1 dI_1 + M_{21} I_1 dI_2) + \int_0^{I_1, I_2} (I_2 L_2 dI_2 + M_{12} I_2 dI_1)$$

หรือ

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + \int (M_{21} I_1 dI_2 + M_{12} I_2 dI_1) \tag{2.28}$$

$$\int_0^{I_1, I_2} (M_{21} I_1 dI_2 + M_{12} I_2 dI_1) = \frac{1}{2} (M_{21} + M_{12}) I_1 I_2 + \frac{1}{2} \int_0^{I_1, I_2} (M_{21} - M_{12}) (I_1 dI_2 - I_2 dI_1) \tag{2.29}$$

พลังงานแม่เหล็กในวงจร C_1 และ C_2 จากสมการ (2.29) M_{12} ต้องเท่ากับ M_{21}

$$M_{21} - M_{12} = 0$$

และ

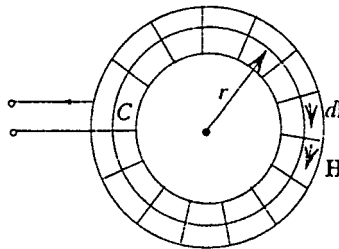
$$M_{21} = M_{12}$$

จากการอินทิกรัลสมการ (2.29) ทางขวามือ

$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M_{12} I_1 I_2 \tag{2.30}$$

ถ้ามีหลายวงจรจะได้

$$W = \sum_{i=1}^J \frac{1}{2} L_i I_i^2 + \sum_{i=1}^J \sum_{l=i+1}^J M_{il} I_i I_l \tag{2.31}$$



รูปที่ 2.29 ความเข้มสนามแม่เหล็กในทอรัส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.4 พลังงานสะสมในสนามแม่เหล็ก

ก่อนที่จะคำนวณพลังงานสะสมในสนามแม่เหล็ก ในอันดับแรกเรากำหนดหาค่าความเข้มสนามแม่เหล็กในทอรัสของขดลวด N รอบ ของการนำกระแส I ดังรูปที่ 2.29

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI$$

และ

$$H = \frac{NI}{2\pi r} \tag{2.32}$$

ที่ $L = N\Phi / I$ เราจะได้

$$L = N\mu \frac{NI}{2\pi r} s \frac{1}{I} = \frac{\mu N^2 s}{2\pi r} \tag{2.33}$$

พลังงานของสนามแม่เหล็ก $W = LI^2 / 2$, ในการคำนวณหาค่าความหนาแน่นพลังงาน

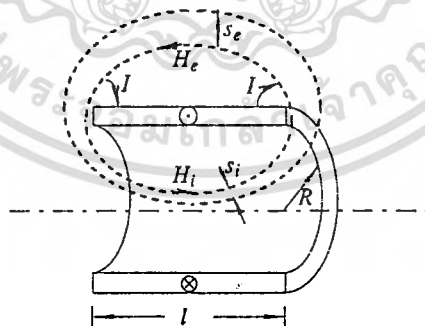
$$W_v = \frac{W}{2s\pi r} = \frac{\frac{1}{2} LI^2}{2s\pi r}$$

แทนค่าของ I จากสมการ(2.32) และ L (2.33)

$$W_v = \frac{1}{2} \mu H^2$$

ปริมาตรความหนาแน่นของพลังงานร่วมกับความหนาแน่นสนามแม่เหล็กสถิต H

$$W_v = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} \tag{2.34}$$



รูปที่ 2.30 ความเข้มสนามแม่เหล็กของขดลวด

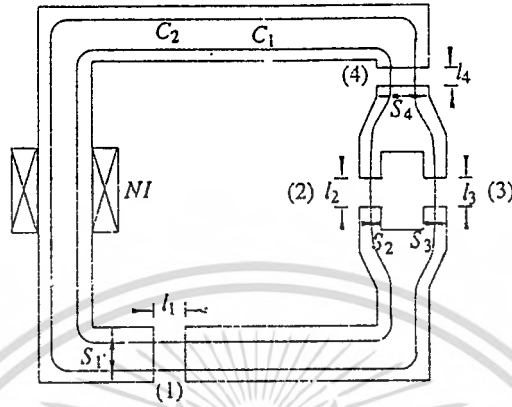
2.8 การคำนวณหาค่าของ ความเข้มของสนามแม่เหล็กในวงจรมแม่เหล็ก

วงจรมแม่เหล็กดังรูปที่ 2.31a เราจะคำนวณค่าความเข้มสนามแม่เหล็กในช่องอากาศ เราใช้

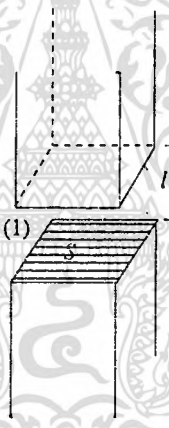
เอกลักษณ์ของ รูปที่ 2.31b ในสัญลักษณ์ S แทนพื้นที่หน้าตัดของอากาศและ d ความยาวของ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อากาศ ตัวเลขในวงเล็บแสดงจำนวนช่องอากาศ ตัวอย่างใน 2.31a ที่ช่องอากาศ 1 ค่าความเข้มสนามแม่เหล็กในช่องอากาศให้เป็น h_1



รูปที่ 2.31a วงจรแม่เหล็กแบบ 3 ช่องอากาศ



รูปที่ 2.31b ขนาดของช่องอากาศ

ในตัวอย่างรูปที่ 2.31

- ที่เส้นทาง c_1
- ที่เส้นทาง c_2

$$h_1 l_1 + h_2 l_2 + h_4 l_4 = NI \tag{2.35}$$

$$h_1 l_1 + h_3 l_3 + h_4 l_4 = NI \tag{2.36}$$

ในการหาค่าฟลักซ์

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3$$

ในเทอมของความเข้มสนาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mu_0 h_1 s_1 = \mu_0 h_2 s_2 + \mu_0 h_3 s_3 \quad (2.37)$$

และ

$$\Phi_1 = \Phi_4$$

หรือ

$$\mu_0 h_1 s_1 = \mu_0 h_4 s_4 \quad (2.38)$$

ให้ $\Phi_4 = \Phi_2 + \Phi_3$

สมการของความเข้มสนามของการไหลเวียนและสมการของการคงอยู่ของฟลักซ์จากการ
แก้ระบบสมการ

$$s_1 = s_4 = s$$

และ

$$s_2 = s_3 = s/3$$

ดังนั้น $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = l$ เป็นระบบของสมการเพราะฉะนั้น

$$h_1 + h_2 + h_4 = NI / l$$

$$h_1 + h_3 + h_4 = NI / l$$

$$h_1 = h_2 / 3 + h_3 / 3$$

$$h_1 = h_4$$

จากอันดับหนึ่งของสองสมการ $h_2 = h_3$

$$h_1 = h_4 = \frac{2NI}{7l}$$

$$h_2 = h_3 = \frac{3NI}{7l}$$

ทำให้เกิดฟลักซ์ขึ้นที่ขดลวดเท่ากับ Φ_1

$$\Phi_1 = \mu_0 \frac{2NI}{7l} s_1$$

2.9 สมการของลาปลาซที่ใช้

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{H} = -\nabla \psi$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot \mu \mathbf{H} = \nabla \cdot \mu (-\nabla \psi) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เปรียบเทียบในทางไฟฟ้า และแม่เหล็ก

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H} &= 0 & \nabla \times \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 & \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 \\ \mathbf{H} &= -\nabla \psi & \mathbf{E} &= -\nabla V \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} & \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}\end{aligned}$$

ที่ S เป็นพื้นผิวของวิถีโคจร

$$F = \int_S \frac{\mu H^2}{2} ds$$

2.10 คุณสมบัติของซอฟต์แวร์แมกเนติก แมตที่เรียล



ตารางที่ 2. 2 คุณสมบัติของวัสดุที่เป็นแม่เหล็กได้ง่าย

Material	Relative permeability (Maximum)	Coercive field [A/m]	Remnant induction[T]	Saturation induction[T]	Conductivity [$\Omega.m$] ⁻¹
Iron (0.2% impure)	9,000	80	0.77	2.15	10^7
Pure iron (0.05% impure)	2.10^5	4	-	2.15	10^7
Silicon iron (3% Si)	55,000	8	0.95	2.0	2×10^6
Permalloy	10^6	4	0.6	1.08	6×10^6
Supermalloy	10^7	0.16	0.5	0.79	1.6×10^6
Permendur	5,000	160	1.4	2.45	1.4×10^6
Nickel*	-	-	-	-	11.5×10^6
Gold*	-	-	-	-	41.2×10^6
Platinum*	-	-	-	-	94.3×10^6
Lead*	-	-	-	-	45.5×10^6
Tungsten*	-	-	-	-	17.8×10^6
Zinc*	-	-	-	-	17.2×10^6
Silver*	-	-	-	-	61.3×10^6
Aluminum*	-	-	-	-	35.5×10^6
Copper*	-	-	-	-	58.1×10^6
Tin*	-	-	-	-	8.7×10^6
Mercury*	-	-	-	-	1.1×10^6

*เป็นวัสดุไดอะแมคนติก หรือพาราแมกเนติก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

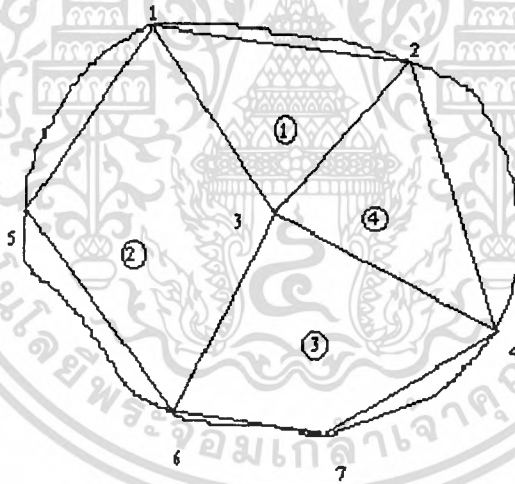
บทที่ 3

ทฤษฎีการใช้ไฟไนท์อิลิเมนต์ในการแก้ปัญหาแม่เหล็กไฟฟ้า

เมื่อก่อนนี้ทฤษฎีไฟไนท์อิลิเมนต์จะถูกใช้เฉพาะทางด้านของการก่อสร้าง, โยธาและเครื่องกล (civil and mechanical engineer) เท่านั้น เพราะสามารถกำจัดขอบเขตพื้นที่ได้แน่นอน แต่ปัจจุบันนี้ ทฤษฎีไฟไนท์อิลิเมนต์ก็ได้ถูกนำมาใช้กับทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ โดยใช้ในการคำนวณ “สนามไฟฟ้า” และ “สนามแม่เหล็ก”[4]

หลักการของไฟไนท์อิลิเมนต์ในการวิเคราะห์ปัญหาสนามแม่เหล็ก

เราสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ หลักการไฟไนท์อิลิเมนต์ โดยแบ่งพื้นที่นั้น ๆ ด้วยอิลิเมนต์ต่าง ๆ ดังรูป



รูปที่ 3.1 เป็นการแบ่งพื้นที่ของไฟไนท์อิลิเมนต์

I = จำนวน โหนด

j = จำนวนอิลิเมนต์

รูปจะถูกแบ่งเป็นส่วน 4 ส่วน คือ Δ 2 อัน และ \square 2 อัน จะเรียกว่า 4 อิลิเมนต์ และมี โหนด 7 โหนด เราสามารถหาค่า โพอเทินเชียล V_e ที่อยู่ในอิลิเมนต์ e ใด ๆ ได้ และสูตรการคำนวณของพื้นที่คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V(x,y) = \sum_{e=1}^N V_e(x,y) \quad (3.1)$$

$V(x,y)$ = โปเทินเชียล ของพื้นที่

\approx ผลรวมของ โปเทินเชียล V_e ของทุกอิลิเมนต์ในพื้นที่

N = จำนวน 3Δ อิลิเมนต์ที่กำหนดไว้ในพื้นที่ โดยที่ค่า V ภายในอิลิเมนต์

สามารถประมาณอยู่ในรูปสมการ polynomial ดังนี้

$$V_e(x,y) = a + bx + cy \quad (3.2)$$

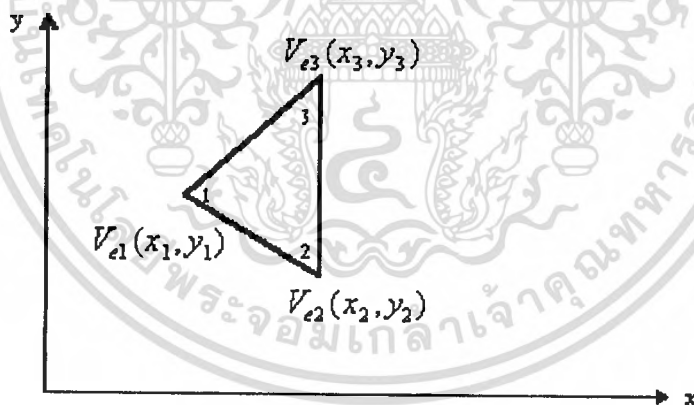
เมื่อเป็นอิลิเมนต์ Δ

x,y ของจุดศูนย์กลาง

$$V_e(x,y) = a + bx + cy + dxy \quad (3.3)$$

เมื่อเป็นอิลิเมนต์ \square

ค่าโปเทินเชียล V_e จะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ เมื่ออยู่ภายในอิลิเมนต์ e แต่จะเท่ากับศูนย์เมื่ออยู่นอกอิลิเมนต์ e



รูปที่ 3.2 จะเป็นรูปของสามเหลี่ยมอิลิเมนต์

จากรูปเราจะต้องประกาศจุดโหนดแบบ โทคอด คือ n_1, n_2 และ n_3 โดยจะต้องประกาศทวนเข็มนาฬิกาจุดต่าง ๆ จะถูกกำหนดด้วยค่า Coordinate x และ y

เราสามารถจะหาค่าสนามไฟฟ้าที่เป็นรูปแบบภายในอิลิเมนต์ได้ดังนี้

$$\vec{E}_e = -\nabla V_e = -(b\vec{a}_x + c\vec{a}_y) \quad (3.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการอิลิเมนต์ Governig

จากสามเหลี่ยมอิลิเมนต์ในรูปที่ 3.2 โพอเทนเชียล v_1, v_2 และ v_3 ที่โหนด 1, 2 และ 3 นำมาคำนวณโดยใช้สูตร (3.2) และนำมาเข้าเมทริกได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_{e1} \\ V_{e2} \\ V_{e3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

จาก matric (3.5) เราสามารถหาค่า a, b และ c ได้

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{e1} \\ V_{e2} \\ V_{e3} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

ทำการอินเวสเมทริก

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_3y_1 - x_1y_3) & (x_1y_2 - x_2y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix}$$

นำอินเวสเมทริกแทนในสมการ (3.6)

และจากสมการ (3.2) นำ a, b และ c จากสมการ (3.6) เข้าไปแทนค่าจะได้ [3]

$$V_e = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_3y_1 - x_1y_3) & (x_1y_2 - x_2y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{e1} \\ V_{e2} \\ V_{e3} \end{bmatrix}$$

หรือ

$$V_e = \sum_{i=1}^3 \alpha_i(x,y) V_{ei} \quad (3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y] \quad (3.8)a$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2A} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y] \quad (3.8)b$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2A} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \quad (3.8)c$$

และ A คือพื้นที่ของอิติเม้นท์ e

$$2A = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = (x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (x_2 y_3 - x_3 y_2)$$

หรือ

$$A = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (3.9)$$

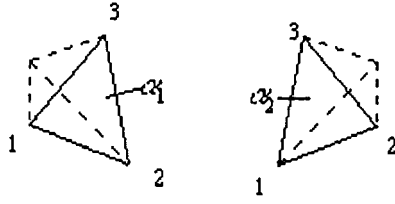
ค่าของ A จะมีค่าเป็นบวก ถ้านับโหนดทวนเข็มนาฬิกา (เริ่มต้นที่ โหนด ใดก็ได้) ซึ่งแสดงตามลูกศรในรูปที่ 3.2 สังเกตสมการ (3.7) ให้ค่าโพเทนเชียล (x, y) ใดๆ ที่อยู่ในแต่ละอิติเม้นท์รู้ค่าโพเทนเชียลที่ตั้งฉากมันจะไม่เหมือน finite difference analysis ที่จะรู้ค่าโพเทนเชียลที่ grid points อย่างเดียว ซึ่งมันจะถูกเรียกว่า “อิติเม้นท์เซพฟิงชัน” ซึ่งจะมีคุณสมบัติดังนี้ [7]:

$$\alpha_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (3.10)a$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i(x, y) = 1 \quad (3.10)b$$

Shape functions α_1 และ α_2 มีภาพประกอบในรูปที่ 3.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 Shape Functions α_1 และ α_2 ของ triangular อีลิเมนต์

พลังงานต่อ 1 หน่วยความยาว มีความสัมพันธ์กับอีลิเมนต์ e จาก [6] คือ

$$W_e = \frac{1}{2} \int \alpha |\bar{\mathbf{E}}|^2 ds = \frac{1}{2} \int \epsilon |\nabla V_e|^2 ds \quad (3.11)$$

ในการคำนวณแบบ 2 มิติ เราสมมติ ขอบเขตประจุอิสระ ($\phi_3 = 0$) แต่จาก (3.7)

$$\nabla V_e = \sum_{i=1}^3 V_{ei} \nabla \alpha_i \quad (3.12)$$

เอา(3.12) มาแทนใน (3.11) จะได้

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \epsilon V_{ei} \left[\int \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j ds \right] V_{ej} \quad (3.13)$$

ถ้าเรากำหนดเทอมที่อยู่ในวงเล็บเป็น

$$C_{ij}^{(e)} = \int \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j ds. \quad (3.14)$$

เราจะสามารถเขียน (3.13) ในรูปเมทริก ได้ดังนี้

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon [V_e]^T [C^{(e)}] [V_e] \quad (3.15)$$

เมื่อตัวอักษร T ที่อยู่ข้างบน ใช้แสดงการทรานสโพสของเมทริก

$$[V_e] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.16a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$[C^{(e)}] = \begin{bmatrix} C_{11}^{(e)} & C_{12}^{(e)} & C_{13}^{(e)} \\ C_{21}^{(e)} & C_{22}^{(e)} & C_{23}^{(e)} \\ C_{31}^{(e)} & C_{32}^{(e)} & C_{33}^{(e)} \end{bmatrix} \quad (3.16)b$$

เมทริก $[C^{(e)}]$ โดยปกติจะถูกเรียกว่า เมทริก สัมประสิทธิ์ของลิเมนต์ (อีลีเมนต์โคเอซิฟเซียน เมทริก) (หรือ 'stiffness เมทริก ' ในทฤษฎีเกี่ยวกับการก่อสร้าง)เมทริก อีลีเมนต์ $C_{ij}^{(e)}$ ของ เมทริก สัมประสิทธิ์บางที่อาจพิจารณาการเชื่อมต่อระหว่าง โหนด I และ j ได้ ; ค่าดังกล่าวมาจาก (3.8) และ (3.14) ดังตัวอย่าง

$$\begin{aligned} C_{12}^{(e)} &= \int \nabla \alpha_1 \cdot \nabla \alpha_2 ds \\ &= \frac{1}{4A^2} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \int ds \\ &= \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \end{aligned} \quad (3.17)a$$

ในทำนองเดียวกัน

$$C_{13}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)] \quad (3.17)b$$

$$C_{23}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1)] \quad (3.17)c$$

$$C_{11}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_2 - y_3)^2 + (x_3 - x_2)^2] \quad (3.17)d$$

$$C_{22}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_3 - y_1)^2 + (x_1 - x_3)^2] \quad (3.17)e$$

$$C_{33}^{(e)} = \frac{1}{4A} [(y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_1)^2] \quad (3.17)f$$

และ

$$C_{21}^{(e)} = C_{12}^{(e)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left. \begin{aligned} C_{31}^{(e)} &= C_{13}^{(e)} \\ C_{32}^{(e)} &= C_{23}^{(e)} \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

อิลีเมนต์ทั้งหมดของAssembling

ให้พิจารณาว่า อิลีเมนต์ แต่ละตัวเหมือนกันหมดมีขั้นตอนต่อไปก็จะเป็นการรวมอิลีเมนต์ ในขอบเขตการคำนวณทั้งหมดเข้าด้วยกัน energy ที่เกี่ยวกับการรวมกันของอิลีเมนต์ คือ

$$W = \sum_{e=1}^N W_e = \frac{1}{2} [V]^T [C][V] \quad (3.19)$$

เมื่อ

$$[V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

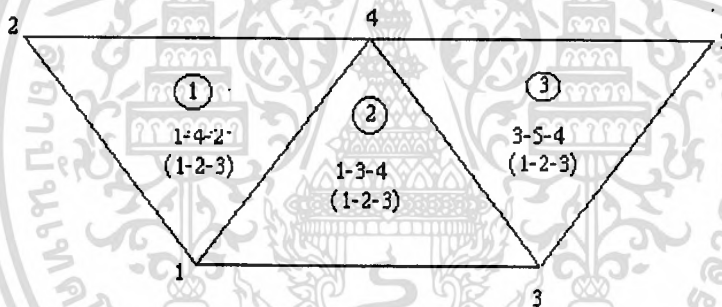
n คือ จำนวนของ โหนด, N คือ จำนวนของ อิลีเมนต์ และ $[C]$ จะเรียกว่า “over-all” หรือ “global โคเอฟิเชียน เมทริก” หรือ เมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์รวม ซึ่ง ก็คือการรวมกันของ เมทริก สัมประสิทธิ์ของ อิลีเมนต์ แต่ละตัว

การทำให้ เมทริก สัมประสิทธิ์ของแต่ละอิลีเมนต์ มารวมกันเป็นเมทริกสัมประสิทธิ์ แบบ global มีภาพประกอบในตัวอย่าง ให้คิดว่าไฟไนต์อิลีเมนต์เมชเกิดขึ้นจาก 3 ไฟไนต์อิลีเมนต์ที่ แสดงในรูปที่ 3.4 ให้สังเกตการนับของ เมช การนับของ โหนด เป็น 1, 2, 3, 4 และ 5 เราจะ เรียกมันว่า การนับแบบ global (local numbering) และมันก็คือการนับ 1-2-3 ของแต่ละ อิลีเมนต์ ในรูปที่ 2 จะพบว่า local numbering จะต้องนับทวนเข็มนาฬิกาเสมอ โดยจะเริ่มต้นจาก โหนด ไหนของ อิลีเมนต์ ก็ได้ ใน อิลีเมนต์ 3 เราสามารถเลือก 4-3-5 แทน 3-5-4 ก็ได้ ซึ่งจะมีลักษณะ เช่นเดียวกับ 1-2-3 ของ อิลีเมนต์ ในรูปที่ 3.2 ดังนั้น การนับในรูปที่ 3.4 จะไม่ผิดจากทั้งหมด

สมมุติว่า เราจะดูรายละเอียดการนับในรูปที่ 3.4 , เมทริก สัมประสิทธิ์โดยรวม (โกลบอล โคเอฟิเชียนเมทริก) คาดว่าจะเป็นดังนี้

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

ซึ่ง เมทริก ขนาด 5x5 เกิดจาก 5 โหนด ($n=5$) ที่มาเกี่ยวข้องกัน C_{ij} คือการเชื่อมกันระหว่าง โหนด*i* กับ *j* เราใส่ค่า C_{ij} โดยอาศัยความจริงที่ว่ากระจายของโพเทนเชียลระหว่างขอบเขตของอีลิเมนต์ต้องเป็นไปอย่างต่อเนื่อง อีลิเมนต์ทั้งหมดที่มีโหนด *i* และ *j* อยู่ร่วมด้วยจะส่งค่ามาให้กับ ตำแหน่ง ij ใน $[C]$ ตัวอย่างเช่น ในรูปที่ 4 อีลิเมนต์ 1 และ 2 มี โหนด 1 ร่วมกัน; ดังนั้น



รูปที่ 3.4 การรวมกันของ 3 อีลิเมนต์*s*; *i-j-k* มีลักษณะเดียวกันกับ local numbering (1-2-3)ของอีลิเมนต์ในรูปที่ 3.2

$$C_{11} = C_{11}^{(1)} + C_{11}^{(2)} \quad (3.22)a$$

โหนด 2 เป็นของอีลิเมนต์ 1 ตัวเดียว; ดังนั้น

$$C_{22} = C_{33}^{(1)} \quad (3.22)b$$

โหนด 4 เป็นของอีลิเมนต์ 1, 2 และ 3; ดังนั้น

$$C_{44} = C_{22}^{(1)} + C_{33}^{(2)} + C_{33}^{(3)} \quad (3.22)c$$

โหนด 1 และ 4 เป็นของอีลิเมนต์ 1 และ 2 ในเวลาเดียวกัน; ดังนั้น

$$C_{14} = C_{41} = C_{12}^{(1)} + C_{13}^{(2)} \quad (3.22)d$$

เนื่องจากไม่มีการเชื่อมต่อ (หรือ การเชื่อมต่อโดยตรง) ระหว่าง โหนด 2 และ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$C_{23} = C_{32} = 0 \quad (3.22)e$$

ขั้นต่อไป เราจะนำค่าทั้งหมดใส่ลงในโกลบอลโคเอซิฟเซียนเมทริก โดยตรวจสอบจากรูปที่ 3.4 จะได้ว่า

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11}^{(1)} + C_{11}^{(2)} & C_{13}^{(1)} & C_{12}^{(2)} & C_{12}^{(1)} + C_{13}^{(2)} & 0 \\ C_{31}^{(1)} & C_{33}^{(1)} & 0 & C_{32}^{(1)} & 0 \\ C_{21}^{(2)} & 0 & C_{22}^{(2)} + C_{11}^{(3)} & C_{23}^{(2)} + C_{13}^{(3)} & C_{12}^{(3)} \\ C_{21}^{(1)} & C_{23}^{(1)} & C_{32}^{(2)} + C_{31}^{(3)} & C_{22}^{(1)} + C_{33}^{(2)} + C_{33}^{(3)} & C_{32}^{(3)} \\ C_{21}^{(1)} + C_{31}^{(2)} & 0 & C_{21}^{(3)} & C_{23}^{(3)} & C_{22}^{(3)} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

ให้สังเกตว่าอิลิเมนต์โคเอซิฟเซียนเมทริก จะซ้อนกันที่โหนดที่มีอิลิเมนต์ที่ใช้โหนดร่วมกันและมันจะมี 27 เทอม (9 เทอมต่อแต่ละอิลิเมนต์, 3 อิลิเมนต์) ใน โกลบอลโคเอซิฟเซียนเมทริก [C]

ดังนั้น คุณสมบัติของ เมทริก [C] จะเป็นดังนี้

- 1.) เป็น symmetric ($C_{ij} = C_{ji}$) เท่ากันพอดีของอิลิเมนต์โคเอซิฟเซียนเมทริก
- 2.) เมื่อ $C_{ij} = 0$ ถ้าไม่มีการเชื่อมต่อระหว่าง โหนด i และ j มันจะเห็นได้ชัดเมื่อมีจำนวนอิลิเมนต์มาก ๆ [C] จะกลายเป็นแบบห่าง ๆ และเป็นหมู่
- 3.) เป็น Singular แม้ว่ามันไม่ปรากฏชัด มันก็สามารถแสดงได้โดยใช้ อิลิเมนต์โคเอซิฟเซียนเมทริก ของ(16)b เพิ่ม คอลัมน์ 2 และ 3 ให้กับ คอลัมน์ 1 ให้ค่าเป็น 0 ใน คอลัมน์ 1 ใน (3.16)b

สมการ Solving the Resulting

มันสามารถแสดงสมการลาปลาซที่ต้องการ เมื่อพลังงานรวมที่อยู่ในขอบเขตการคำนวณมีค่าต่ำสุด ดังนั้น เราจึงกำหนด partial derivative ของ W ซึ่งเกี่ยวข้องกับค่า โทเทินเชียล ของแต่ละโหนด ให้เป็น "0" ; ดังนี้

$$\frac{\partial w}{\partial v_1} = \frac{\partial w}{\partial v_2} = \dots = \frac{\partial w}{\partial v_n} = 0$$

หรือ

$$\frac{\partial w}{\partial v_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.24)$$

ตัวอย่างเช่น ให้ $\frac{\partial w}{\partial v} = 0$ ที่ โฟไนท์อิลิเมนต์ ของ รูปที่ 3.4 เราเอาสมการ (3.21) แทนใน (3.19) และ take partial delivative ของ W เทียบกับ V_1 เราจะได้

$$0 = \frac{\partial w}{\partial v_1} = 2V_1C_{11} + V_2C_{12} + V_3C_{13} + V_4C_{14} + V_5C_{15} + V_2C_{21} + V_3C_{31} + V_4C_{41} + V_5C_{31}$$

หรือ

$$0 = V_1C_{11} + V_2C_{12} + V_3C_{13} + V_4C_{14} + V_5C_{15} \tag{3.25}$$

โดยทั่วไป เมื่อ $\frac{\partial w}{\partial V_k} = 0$ จะทำให้

$$0 = \sum_{i=1}^N V_i C_{ik} \tag{3.26}$$

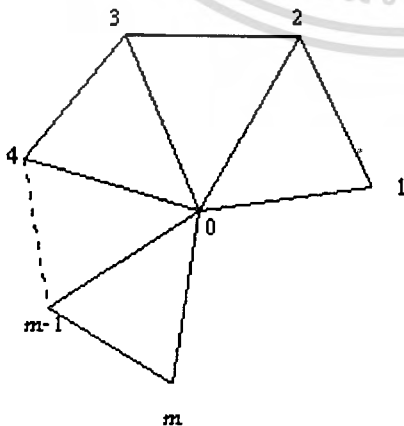
เมื่อ n คือ จำนวน โหนด ที่อยู่ใน เมช โดยเราจะเขียนสมการ (26) สำหรับทุก โหนด ของ $k=1, 2, \dots, n$ เราจะได้ชุดของ Simultaneous equation โดยอาศัยการคำนวณจาก $[V]' = [V_1, V_2, \dots, V_n]$ มันสามารถทำได้ 2 ทางที่เหมือนกัน ในการหา Finite difference equation โดยใช้ Laplace's (or Poisson's) equation [8]

A) Iteration Method : สมมติให้ โหนด 0 ถูกต่อเข้ากับ โหนด อื่น ๆ จำนวน m โหนด ดัง รูป รูปที่ 3.5 จากแนวความคิดในสมการ (3.25)

$$0 = V_o C_{oo} + V_1 C_{o1} + V_2 C_{o2} + \dots + V_m C_{om}$$

หรือ

$$V_o = -\frac{1}{C_{oo}} \sum_{k=1}^m V_k C_{ok} \tag{3.27}$$



รูปที่ 3.5 โหนด 0 ถูกต่อเข้ากับ โหนด อื่น ๆ m โหนด

ดังนั้น ถ้าเรารู้ค่า โปเทนเชียล ของ โหนด ที่ต่อเข้ากับ 0 ทุกตัว เราก็จะสามารถหาค่า V_0 ได้โดยใช้สมการ (3.27) iteration process จะเริ่มจาก การกำหนดค่า โปเทนเชียล ของ free โหนดs (เมื่อเราไม่รู้ค่าของมัน) ให้เท่ากับ 0 หรือให้เท่ากับ ค่าเฉลี่ยของ โปเทนเชียล [9]

$$V_{ave} = \frac{1}{2}(V_{min} + V_{max}) \quad (3.28)$$

เมื่อ V_{min} และ V_{max} คือ ค่าต่ำสุด และสูงสุด ของ V ที่โหนดคงที่s (เมื่อโปเทนเชียล ถูกกำหนดไว้ หรือ รู้ค่า) ค่าเริ่มต้นในการคำนวณ คือ ค่าโปเทนเชียล ของโหนดอิสระ s ที่ถูกคำนวณโดยใช้สมการ (3.27) จะสิ้นสุดการคำนวณครั้งแรก (First iteration) เมื่อ ค่าใหม่ถูกคำนวณจาก Free โหนด s ทุกตัว ซึ่งมันจะกลายเป็นค่าเก่าในการคำนวณครั้ง 2 (second iteration) กระบวนการต่าง ๆ จะถูกทำซ้ำจนกระทั่ง ความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นระหว่างครั้งก่อนกับครั้งหลังเพียงพอที่จะละเลยเสียได้

B.) วิธีบานเมทริก : ถ้าให้โหนดอิสระ s ทั้งหมดเป็นจำนวนแรก และ โหนดคงที่ เป็นจำนวนสุดท้าย เราจะสามารถเขียนสมการที่ (3.19) ได้ดังนี้

$$W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} V_f & V_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ff} & C_{fp} \\ C_{pf} & C_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ V_p \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

เมื่อตัวห้อย f และ p หมายถึง โหนด ที่มีโปเทนเชียล เป็นแบบ Free และ Fixed (หรือถูกกำหนดไว้) ตามลำดับ ด้วยเหตุนี้ V_p จึงเป็นค่าคงที่ (ถูกกำหนดค่าเอาไว้) เราเพียงแต่แยกความเกี่ยวข้องกับ V_f โดยนำสมการที่ (3.24) มาใช้กับ (3.29) จะได้ผลดังนี้

$$\begin{bmatrix} C_{ff} & C_{fp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f \\ V_p \end{bmatrix} = 0$$

หรือ

$$[C_{ff}][V_f] = -[C_{fp}][V_p] \quad (3.30)$$

ซึ่งสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$[A][V] = [B] \quad (3.31a)$$

หรือ

$$[V] = [A]^{-1}[B] \quad (3.31b)$$

เมื่อ $[V] = [V_f], [A] = [C_{ff}], [B] = -[C_{fp}][V_p]$ เนื่องจากโดยทั่วไปแล้ว เมทริก $[A]$ เป็น nonsingular คือ ค่าโพเทนเชียลของ free โหนด สามารถหาได้จากสมการที่ (3.31) เราสามารถหา $[V]$ ในสมการที่ (3.31)a ได้โดยใช้วิธีของ Gaussian elimination technique และเราสามารถหา $[V]$ ในสมการ (3.31)b โดยใช้การอินเวสเมทริก ได้เหมือนกันถ้าขนาดของ เมทริก ที่จะทำการอินเวส ไม่ใหญ่จนเกินไป

ขั้นต่อไปสังเกตที่สมการ (3.11) การคำนวณถูกจำกัดอยู่ในปัญหา 2 มิติ ทำให้ต้องใช้ Laplace's equation คือ $\nabla^2 V = 0$ ความคิดพื้นฐานที่ถูกพัฒนาในบทความนี้ จะสามารถขยายให้เกิดการวิเคราะห์ปัญหา ไฟไนท์อีลิเมนต์ โดยใช้ Poisson's equation ($\nabla^2 V = -\rho_v / \epsilon, \nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}$) หรือ wave equation ($\nabla^2 \Phi - \gamma^2 \Phi = 0$)

ตัวอย่างการคำนวณ

เครื่องแสดงแนวความคิดนี้ ส่วนแรกคือ ตัวอย่าง 2 ข้อ ตัวอย่างแรกเป็นการเตรียมการสู่ตัวอย่างที่ 2 ซึ่งกระบวนการคำนวณถูกเขียนลงในโปรแกรม Fortran code ถูกพัฒนาอย่างง่าย ๆ และมีคำอธิบายในตัวของมันเอง เนื่องจากมีเจตนาเพื่อการแนะนำเท่านั้น

Example 1 : พิจารณา 2 อีลิเมนต์ เมช ซึ่งแสดงอยู่ในรูปที่ 3.6(a) ใช้ วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ คำนวณหาโพเทนเชียล ที่อยู่ใน เมช

Solution : อีลิเมนต์โคเอซิซเขียนเมทริก สามารถหาได้จากสมการ (3.17) และ (3.18) อย่างไรก็ตามการคำนวณเราจะง่ายขึ้น ถ้าเรากำหนด

$$\begin{aligned} P_1 &= (y_2 - y_3), P_2 = (y_3 - y_1), P_3 = (y_1 - y_2) \\ Q_1 &= (x_3 - x_2), Q_2 = (x_1 - x_3), Q_3 = (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (3.32)$$

เมื่อ P_i และ Q_i ($i=1, 2, 3$ คือ เลขของ local โหนด) แต่ละเทอมของอีลิเมนต์โคเอซิซเขียนเมทริกหาได้โดย

$$C_{ij}^{(e)} = \frac{1}{4A} [P_i P_j + Q_i Q_j] \quad (3.33)$$

เมื่อ $A = \frac{1}{2}(P_2 Q_3 - P_3 Q_2)$ มันเห็นได้ชัดว่าสมการ (3.33) สะดวกกว่าใช้สมการ (3.17)

และ (3.18) อีลิเมนต์ I เกิดจาก โหนด 1-2-4 ตรง กันกับการนับแบบ local 1-2-3 ในรูปที่

3.6(b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

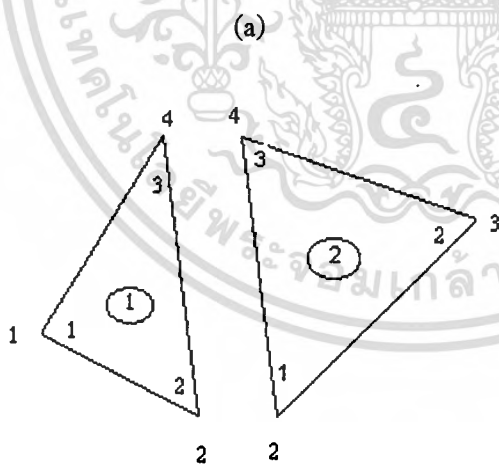
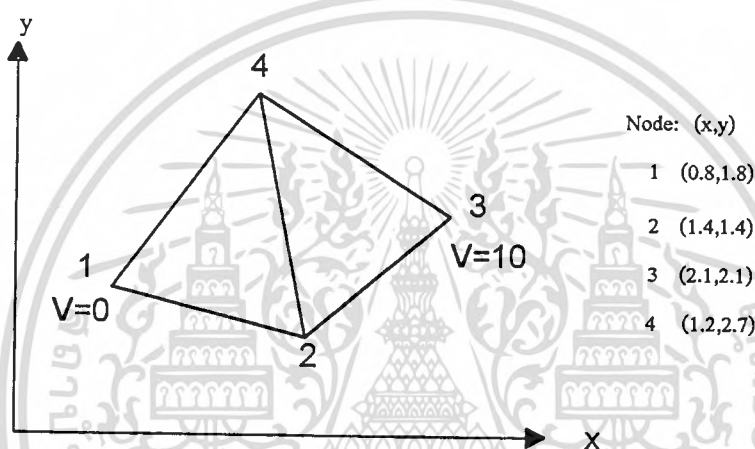
$$P_1 = -1.3 \quad P_2 = 0.9 \quad P_3 = 0.4,$$

$$Q_1 = -0.2 \quad Q_2 = -0.4 \quad Q_3 = 0.6,$$

$$A = \frac{1}{2}(0.54 + 0.16) = 0.35$$

เอาทั้งหมดมาแทนใน (3.33) จะได้

$$[C^{(1)}] = \begin{bmatrix} 1.236 & -0.7786 & -0.4571 \\ -0.7786 & 0.6929 & 0.0857 \\ -0.4571 & 0.0857 & 0.3714 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$



รูปที่ 3.6 For example 1: (a) two-เมฆอิลีเมนต์

(b) local and global numbering ของอิลีเมนต์

อิลีเมนต์ 2 เกิดจาก โหนด 2-3-4 ตรงกับ local 1-2-3 ในรูปที่ 3.6(b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_1 = -0.6 \quad P_2 = 1.3 \quad P_3 = -0.7$$

$$Q_1 = -0.9 \quad Q_2 = 0.2 \quad Q_3 = 0.7$$

$$A = \frac{1}{2}(0.91 + 0.14) = 0.525$$

ดังนั้น

$$[C^{(2)}] = \begin{bmatrix} 0.5571 & -0.451 & -0.1 \\ -0.4571 & 0.8238 & -0.3667 \\ -0.1 & -0.3667 & 0.4667 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

ใช้สมการที่(3.30) จะได้

$$\begin{bmatrix} C_{22} & C_{24} \\ C_{42} & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ V_4 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{21} & C_{23} \\ C_{41} & C_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

มันสามารถเขียนในรูปแบบที่สะดวกกว่าได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & C_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & C_{42} & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -C_{21} & -C_{23} \\ 0 & 1 \\ -C_{41} & -C_{43} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (3.37a)$$

หรือ

$$[C][V] = [B] \quad (3.37b)$$

เทอมของ global โคเอซิฟิเชียน เมทริก เป็นดังนี้

$$C_{22} = C_{22}^{(1)} + C_{11}^{(2)} = 0.6929 + 0.5571 = 1.25$$

$$C_{24} = C_{23}^{(1)} + C_{13}^{(2)} = 0.0857 - 0.1 = -0.0143$$

$$C_{44} = C_{33}^{(1)} + C_{33}^{(2)} = 0.3714 + 0.4667 = 0.8381$$

$$C_{21} = C_{21}^{(1)} = -0.7786$$

$$C_{23} = C_{21}^{(2)} = -0.4571$$

$$C_{41} = C_{31}^{(1)} = -0.4571$$

$$C_{43} = C_{32}^{(2)} = -0.3667$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สังเกตว่า เราจะนับแบบ local เมื่อเราจะหา local โคะอะพีชเซียน เมทริก และนับแบบ global เมื่อเราต้องการหา global โคะอะพีชเซียน เมทริก ดังนั้น square เมทริก $[C]$ จะเป็นดังนี้

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.25 & 0 & -0.0143 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.0143 & 0 & 0.8381 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

และ เมทริก $[B]$ ด้านขวามือของสมการที่ (3.37)a จะเป็น

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.571 \\ 10.0 \\ 3.667 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

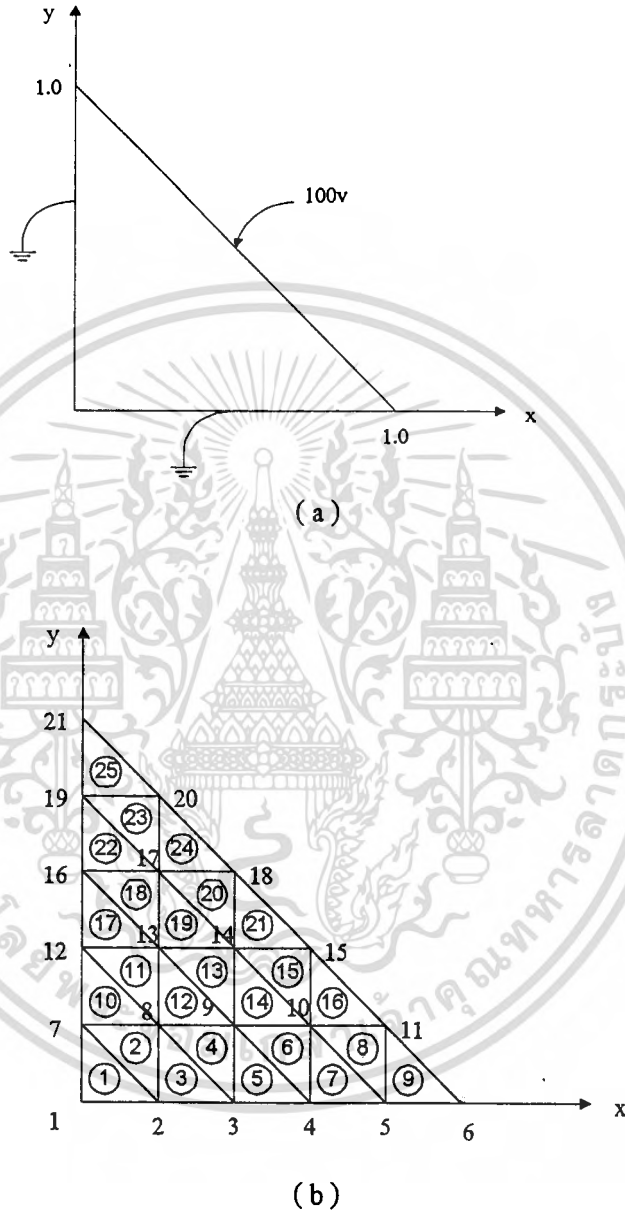
ทำการ invert เมทริก $[C]$ ใน (3.38) จะได้

$$[V] = [C][B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.708 \\ 10.0 \\ 4.438 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $V_1 = 0, V_2 = 3.703, V_3 = 10$ และ $V_4 = 4.438$

เรารู้ค่าของ โปเทินเชียล ที่ โหนด และ โปเทินเชียล ที่ โหนด ไต ๆ ภายใน เมช จะสามารถหาได้จากสมการ(3.7)

Example 2 : คำนวณค่า Potential ในรูป 7(a) โดยใช้ finite element method



รูปที่ 3.7 For example 2: a) two-dimensional electrostatic problem

b) solution region divided into 25 triangular elements

Solution : ในการคำนวณเราจะแบ่งพื้นที่ออกเป็น 25 elements ซึ่งประกอบด้วย 21 node ดังรูป 3.7(b) เพื่อที่จะได้กำหนดข้อมูลตามรูปทรงเรขาคณิต ในตัวอย่างนี้เราจะคำนวณโดยใช้

Laplace's equation ซึ่งจะมีขั้นตอนดังนี้
 เอกสารนี้จัดทำขึ้นเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- step 1 : กำหนดข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณตาม element และ node คือกำหนดค่า potential ของ fix node และกำหนดค่า coordinate x,y ของทุก node ที่อยู่ในแต่ละ element ตามการนับภายใน 1-2-3 ซึ่งได้แสดงดังตาราง 1, 2 และ 3 ตามลำดับ
- step 2 : ขั้นตอนนี้จะเป็นการหาค่า coefficient matrix $[C^{(e)}]$ ของแต่ละ element และ global matrix $[C]$ ตามตัวอย่างที่ 1 matrix $[B]$ ในด้านขวาของสมการ (37) จะอยู่ในขั้นตอนนี้ด้วย

ตารางที่ 3.1

แสดงค่า Coordinate ของ finite element mesh ของรูป ที่ 3.7

Node	x	y	Node	x	y
1	0.0	0.0	12	0.0	0.4
2	0.2	0.0	13	0.2	0.4
3	0.4	0.0	14	0.4	0.4
4	0.6	0.0	15	0.6	0.4
5	0.8	0.0	16	0.0	0.6
6	1.0	0.0	17	0.2	0.6
7	0.0	0.2	18	0.4	0.6
8	0.2	0.2	19	0.0	0.8
9	0.4	0.2	20	0.2	0.8
10	0.6	0.2	21	0.0	1.0
11	0.8	0.2			

ตารางที่ 3.2

แสดง Element - Node Identification

Element	Local Node no.			Element	Local Node no.		
	1	2	3		1	2	3
1	1	2	7	14	9	10	14
2	2	8	7	15	10	15	14
3	2	3	8	16	10	11	15
4	3	9	8	17	12	13	16
5	3	4	9	18	13	17	16
6	4	10	9	19	13	14	17
7	4	5	10	20	14	18	17
8	5	11	10	21	14	15	18
9	5	6	11	22	16	17	19
10	7	8	12	23	17	20	19
11	8	13	12	24	17	18	20
12	8	9	13	25	19	20	21
13	9	14	13				

ตารางที่ 3.3

แสดงการกำหนดค่าของ Fixed Node

Node	Prescribed Potential	Node	Prescribed Potential
1	0.0	18	100.0
2	0.0	20	100.0
3	0.0	21	50.0
4	0.0	19	0.0
5	0.0	16	0.0
6	50.0	12	0.0
11	100.0	7	0.0
15	100.0		

เอกสารนี้เป็น step 3 : global matrix จากขั้นตอนที่แล้ว จะถูกนำมาคำนวณเพื่อหาค่า potential โดยใช้
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการทางสมการเชิงเส้น

step 4 : ค่าที่ได้จากการคำนวณ จะถูกแสดงไว้ในตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4

แสดงค่าที่คำนวณได้จากวิธี Finite Element

No. of Nodes = 21			
No. of Element = 25			
No. of Fixed Nodes =			
15			
Node	x	y	Potential
1	0.00	0.00	0.000
2	0.20	0.00	0.000
3	0.40	0.00	0.000
4	0.60	0.00	0.000
5	0.80	0.00	0.000
6	1.00	0.00	50.000
7	0.00	0.20	0.000
8	0.20	0.20	18.182
9	0.40	0.20	36.364
10	0.60	0.20	59.091
11	0.80	0.20	100.000
12	0.00	0.40	0.000
13	0.20	0.40	36.364
14	0.40	0.40	68.182
15	0.60	0.40	100.000
16	0.00	0.60	0.000
17	0.20	0.60	59.091
18	0.40	0.60	100.000
19	0.00	0.80	0.000
20	0.20	0.80	100.000
21	0.00	1.00	50.000

ค่าที่ได้ในตารางที่ 3.4 จะสามารถตรวจสอบได้โดยใช้ finite difference method จาก finite difference analysis จะได้ค่า potential ที่ free node ดังนี้

$$V_8 = 15.41$$

$$V_9 = 26.74$$

$$V_{10} = 56.69$$

$$V_{13} = 34.88$$

$$V_{14} = 65.41$$

$$V_{17} = 58.72$$

แม้ว่า ผลจากการคำนวณด้วย finite difference จะถือว่ามีความแน่นอน แต่การคำนวณด้วยวิธี finite element จะมีความละเอียดมากกว่า เนื่องจากได้ทำการแบ่งพื้นที่ใหญ่ๆ ออกเป็นพื้นที่เล็ก ๆ ทำให้ได้ทราบค่าที่ละเอียดและถูกต้อง ในพื้นที่ส่วนที่เล็ก ๆ ได้



บทที่ 4

โปรแกรมการทำงาน

4.1 โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ

ในการคำนวณของวิธีไฟโรทอติเมนต์ มีความยุ่งยากที่จะทำความเข้าใจ ดังนั้นโปรแกรมที่ใช้ต้องมีความสามารถทางการคำนวณและทางด้านของการแสดงผลด้วย ที่สำคัญภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรมต้องง่ายต่อการเข้าใจมากที่สุด ภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรมง่าย งานก็ไปได้เร็ว ในโครงการนี้ใช้โปรแกรมวิซวลเบสิก เป็นโปรแกรมที่สะดวกและง่ายต่อการทำความเข้าใจและทางด้านของการแสดงผล โปรแกรมวิซวลเบสิกเป็นโปรแกรมที่ทำงานบน Windows จึงสะดวกในการใช้งาน

4.2 ลำดับการทำงานของโปรแกรม

ลำดับขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมแสดงผลคำนวณสนามแม่เหล็ก

1. กำหนดให้มีหน้าต่างเมนูสำหรับเลือกวิธีการคำนวณและแบบที่ใช้ในการคำนวณ
2. เมื่อเลือกค่าได้แล้วโปรแกรมดึงค่าข้อมูลจากไฟล์ที่เก็บข้อมูลมาเก็บไว้ที่ตัวแปรต่างๆ

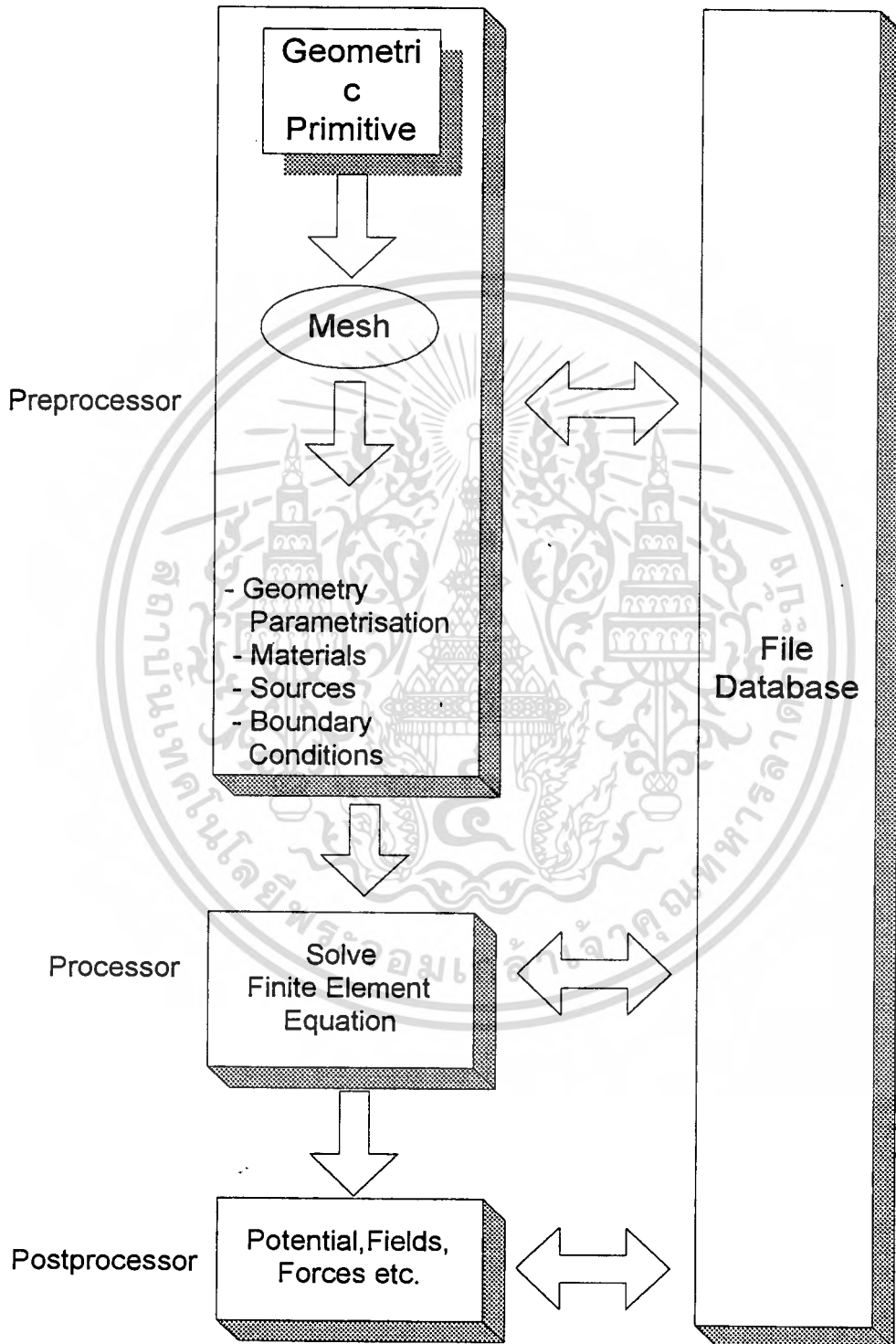
จำนวน 4 ไฟล์เป็นแบบอาร์เรย์

3. นำข้อมูลที่ถูกเรียกมาคำนวณที่ Sub SETUP
4. เอาข้อมูลที่ได้จาก Sub SETUP มาแก้เมทริกมีหลายวิธีที่ใช้แก้เมทริก
5. จากข้อ 4. เรานำค่าที่ได้มาคำนวณหาค่าความเข้มสนามแม่เหล็ก หรือค่า B
5. จากข้อ 4. นำค่าที่ได้มาพล็อตเส้นแรงแม่เหล็ก

4.3 Flowchart ของโปรแกรม

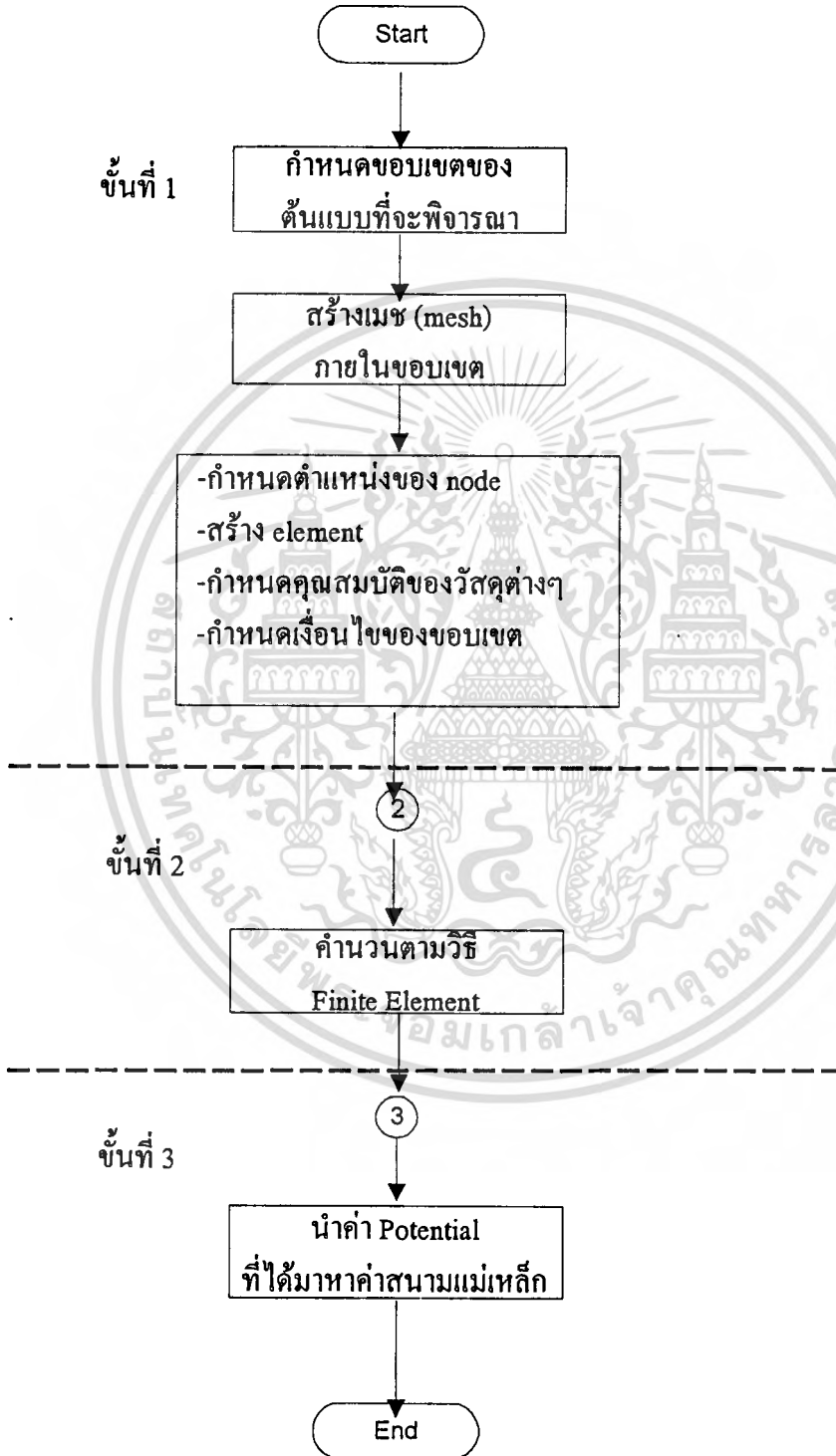
การออกแบบโปรแกรม

Flowchart การทำงานของโปรแกรมทั้งหมด



รูปที่ 1 Flowchart รวม

ขั้นตอนการคำนวณด้วย Finite Element

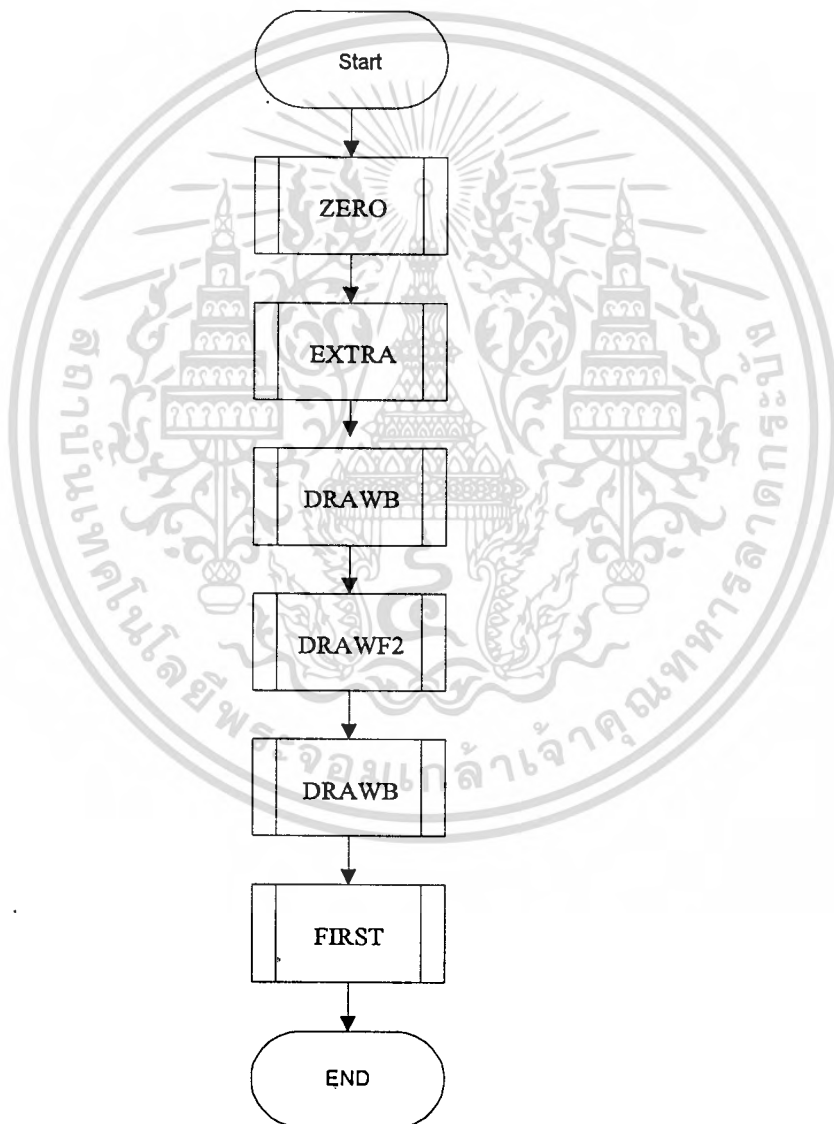


รูปที่ 4.2 Flowchart รวม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ประโยชน์ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Flow chart ของ Program Finite อลิเมนต์

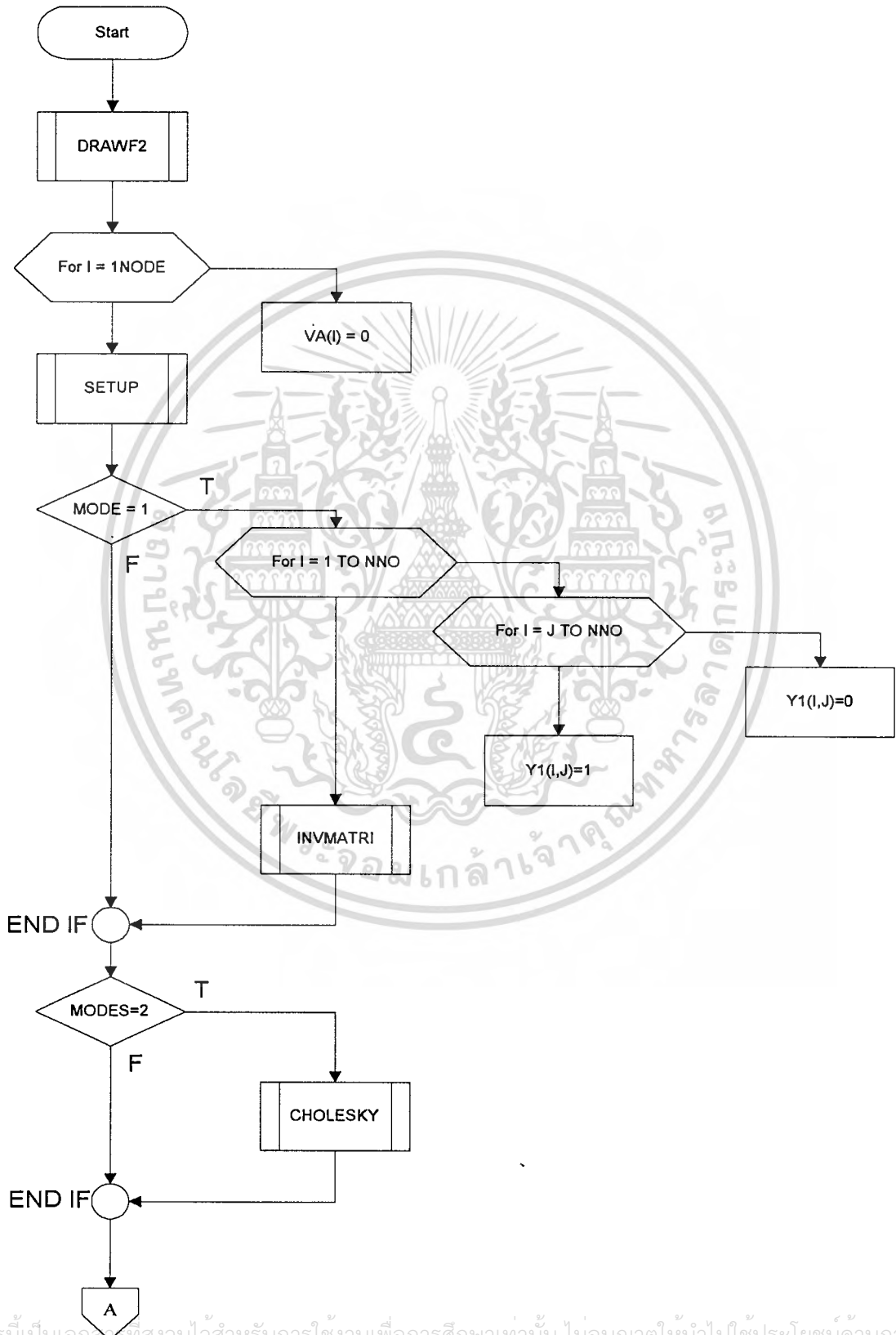
Procedure : main



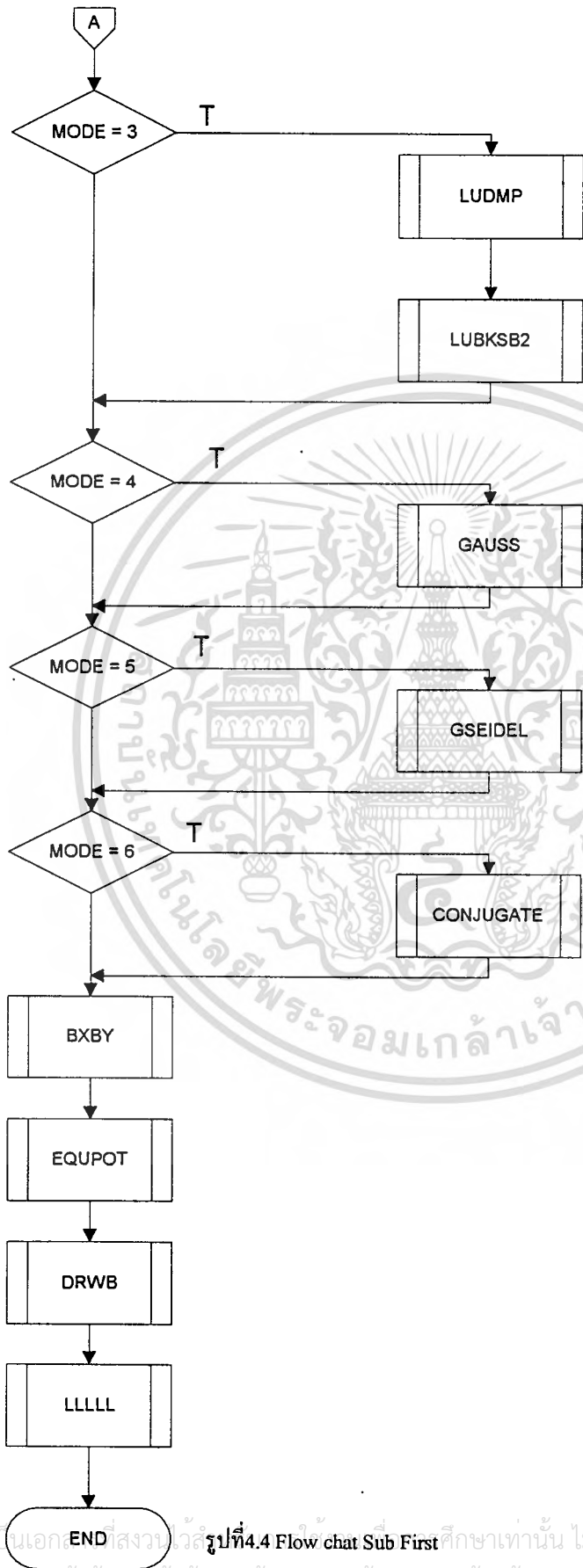
รูปที่ 4.3 Flow chart หลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

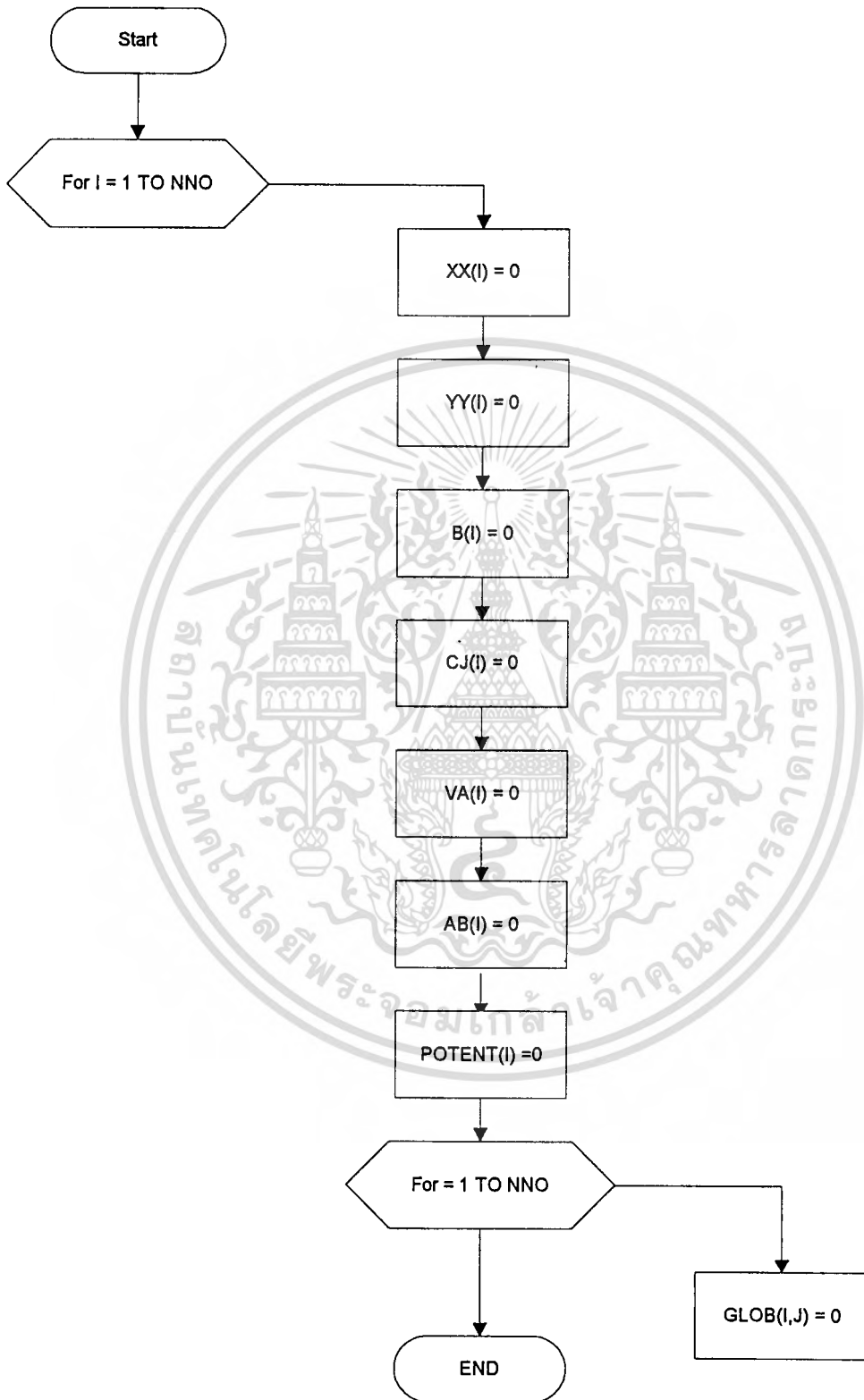
Sub : First



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



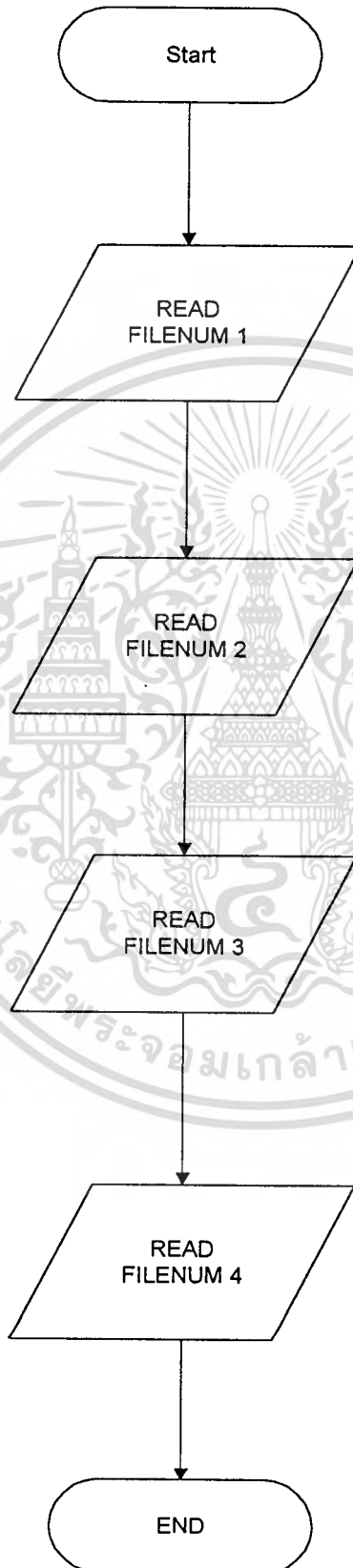
Sub : ZERO



รูปที่ 4.5 Sub ZERO

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

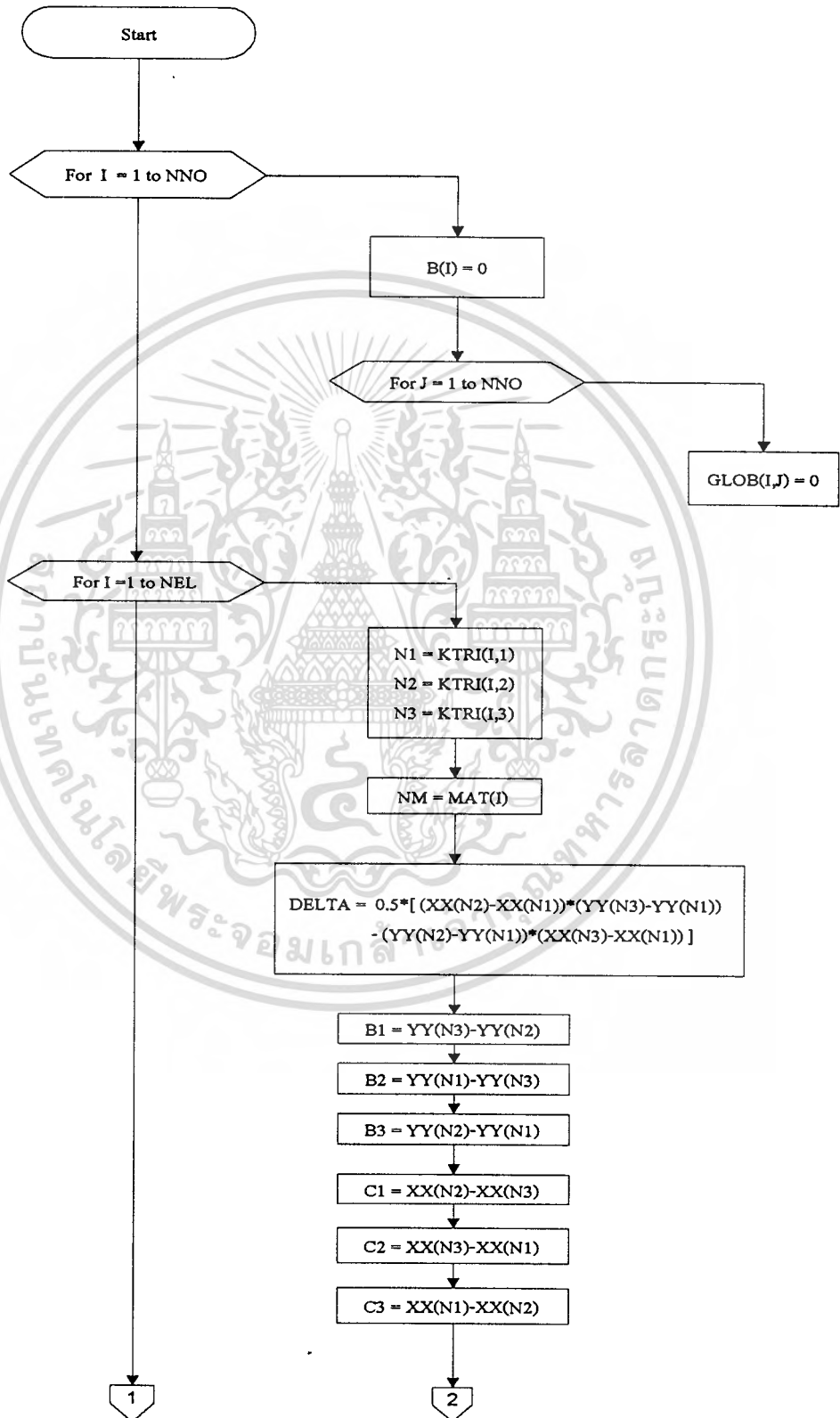
Sub : EXTRA



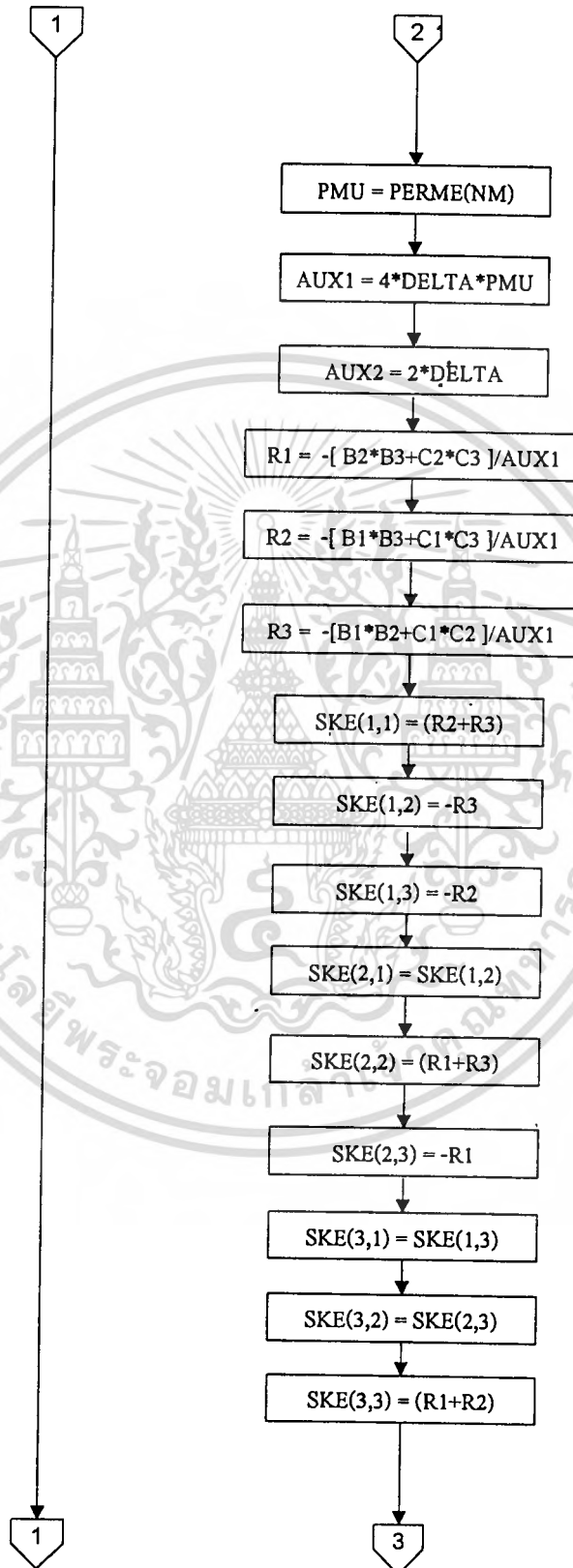
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในห้องเรียนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.6 Sub : EXTRA

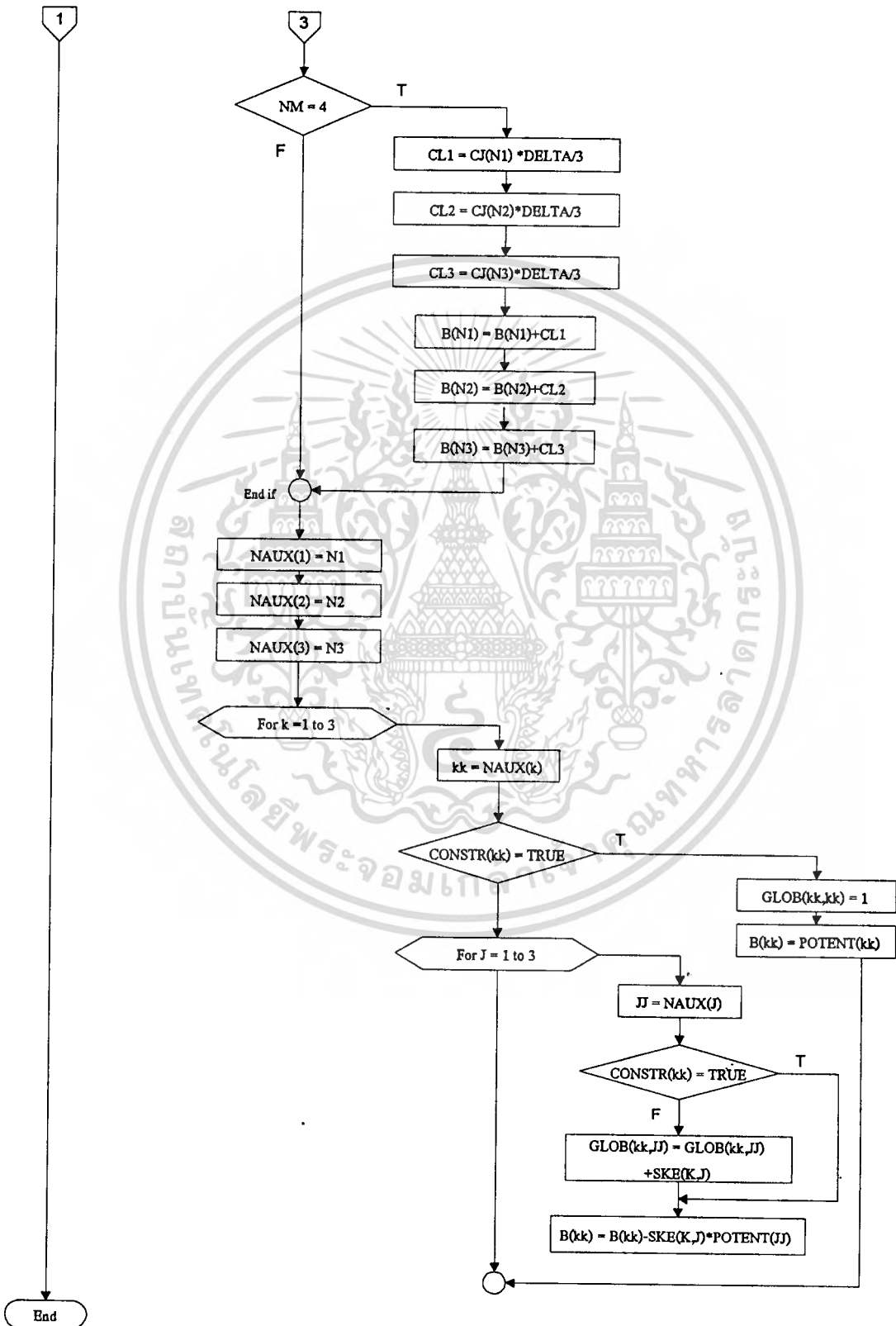
Sub : SETUP



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



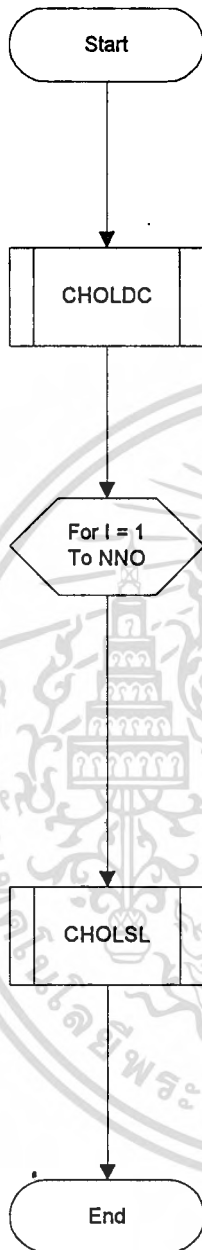
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 Sub SETUP

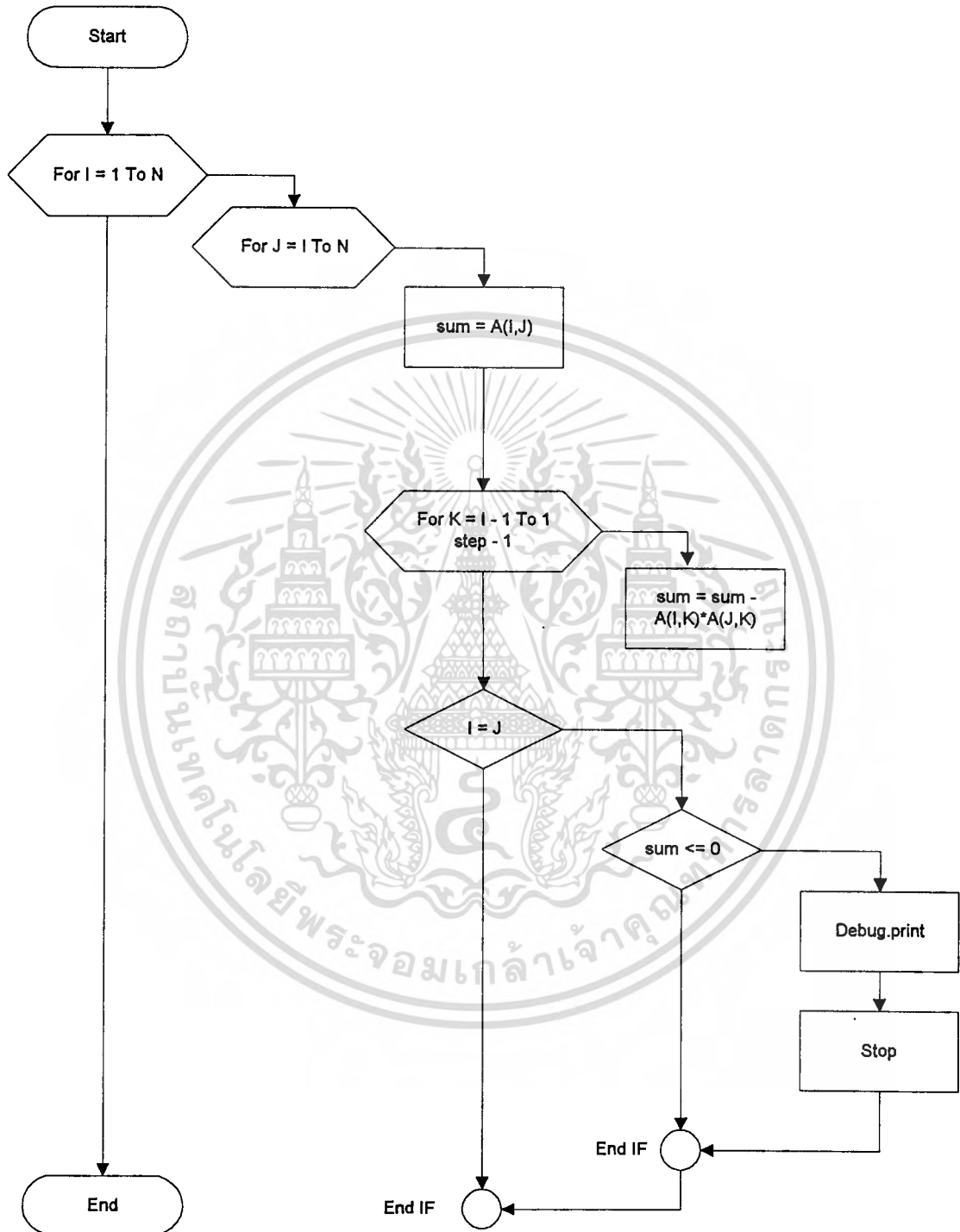
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Sub CHOLESKY



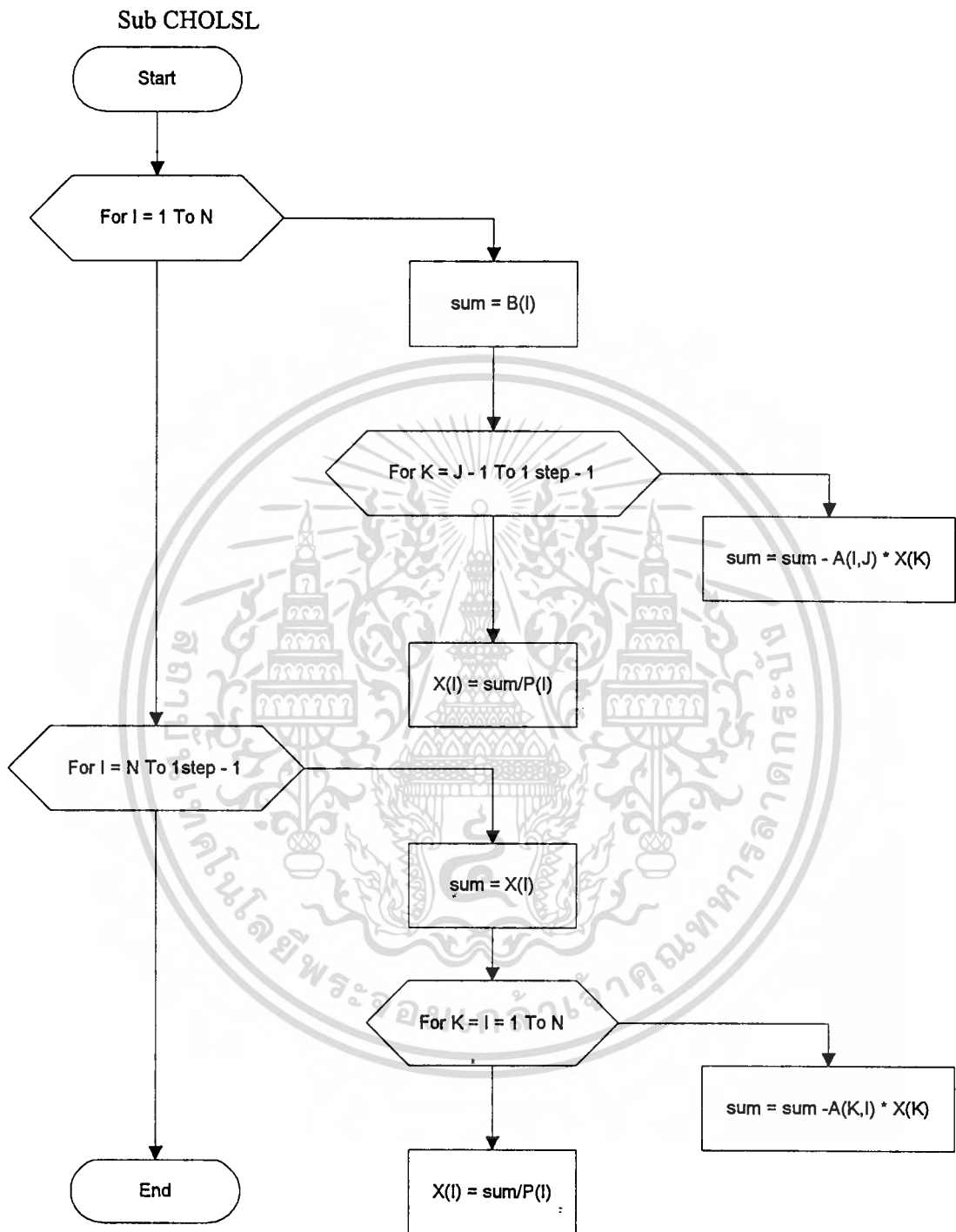
รูปที่ 4.8 Sub CHOLESKY

Sub CHOLDC



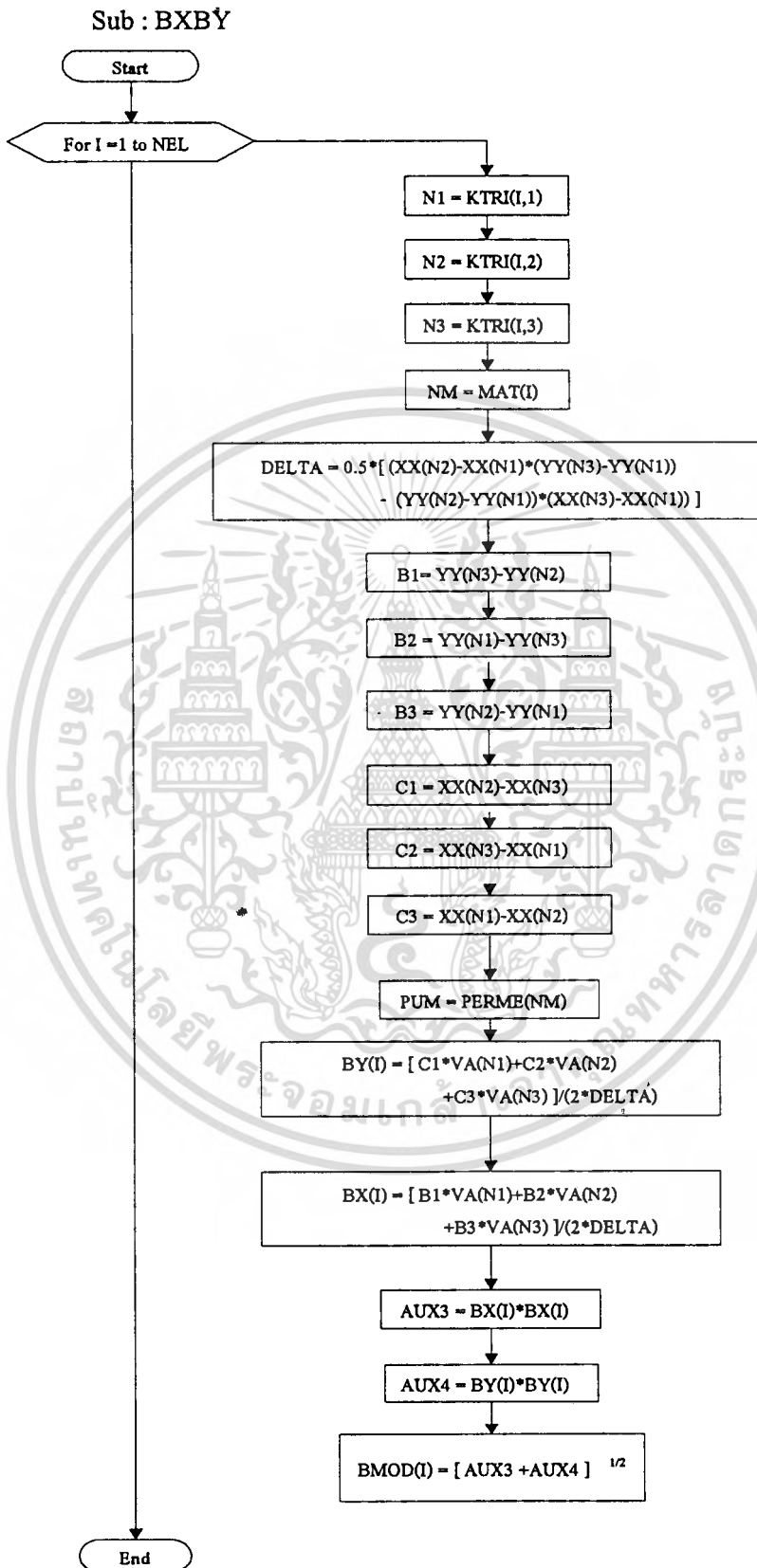
รูปที่ 4.9 Sub CHOLDC

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



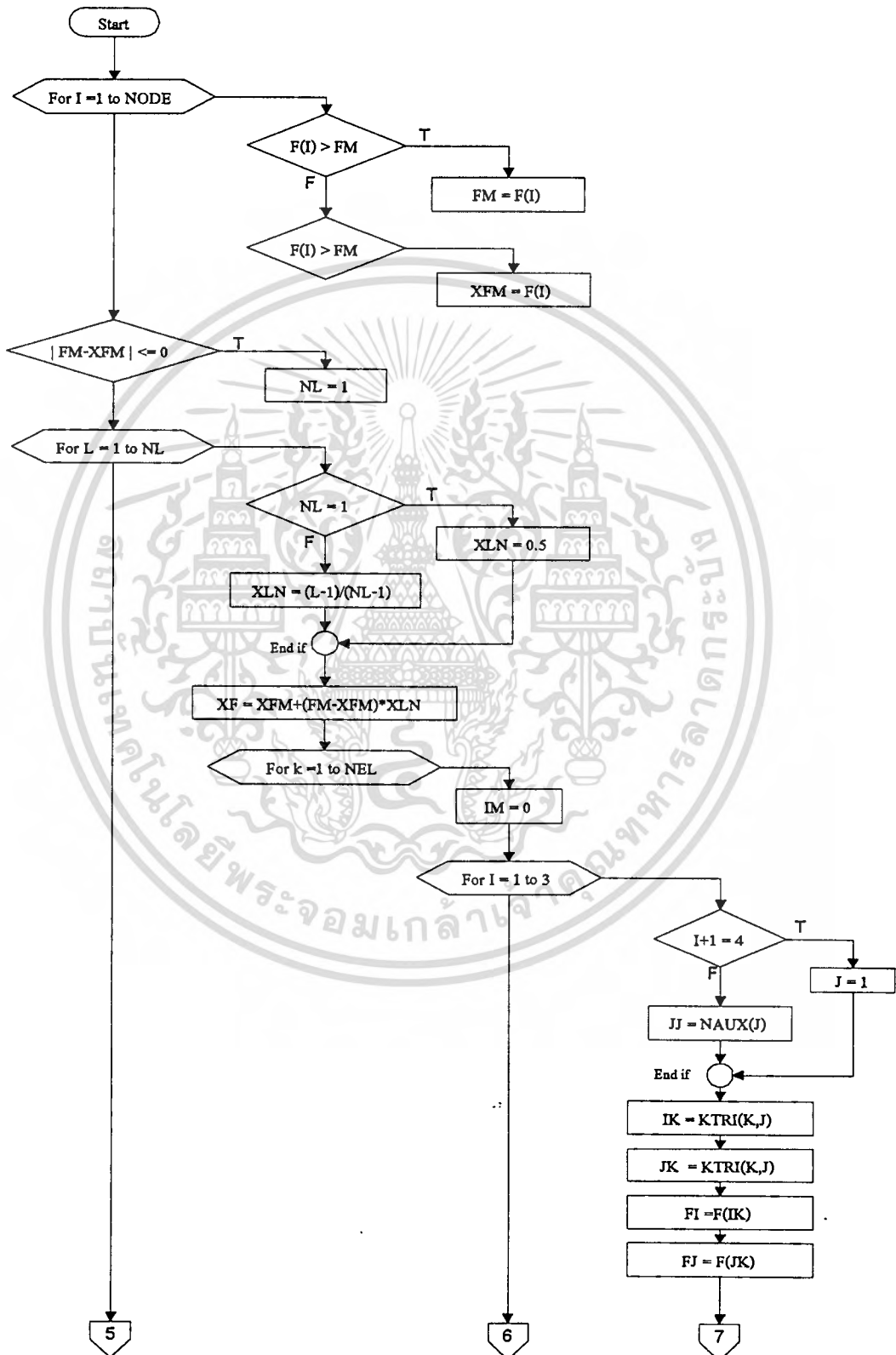
รูปที่ 4.10 Sub CHOLSL

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

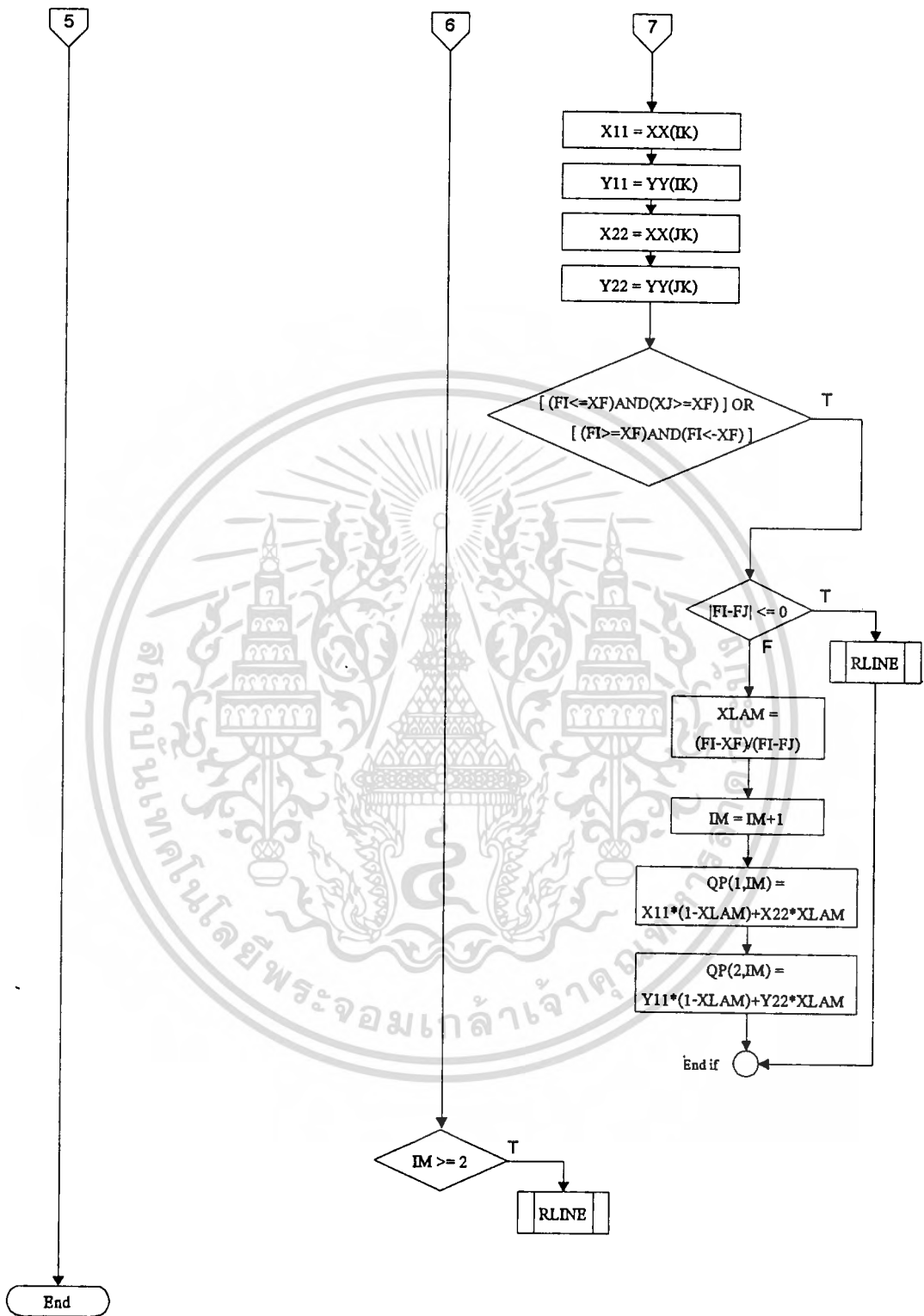


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในที่อาคารวิศวกรรมเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 รูปที่ 4.9 Sub BXB \bar{Y}
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Sub : EQUPOT



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 Sub Equipot

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

ผลของการคำนวณ

จากโปรแกรมการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เข้ามาช่วยในการคำนวณ ผลที่ได้จากการคำนวณ เริ่มจากหน้าต่างเมนูในการเลือกแบบของวัสดุที่ถูกออกแบบไว้แล้ว และการเลือกวิธีการแก้เมตริกของเมตริกในการแก้สมการแม่เหล็ก



รูปที่ 5.1 เป็นหน้าต่างต้อนรับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.2 เป็นหน้าต่างสำหรับเลือกทำ

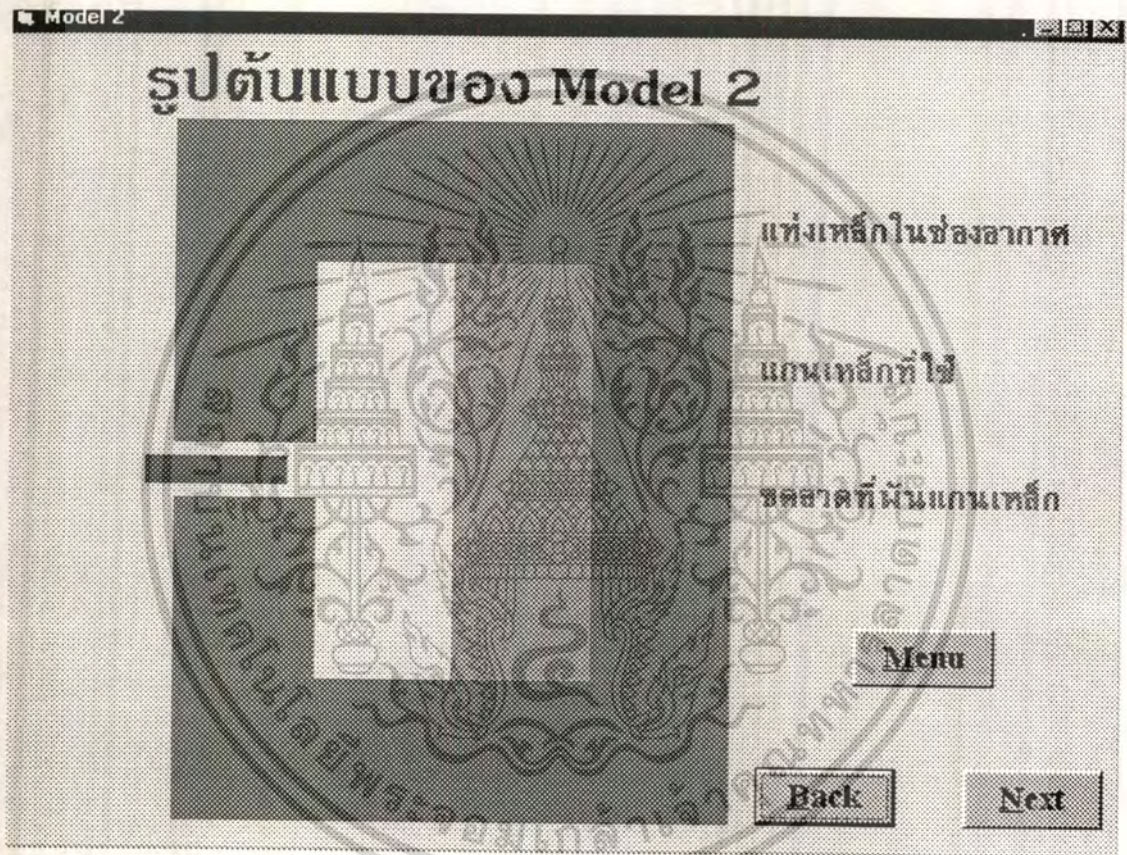
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.3 รูปต้นแบบที่ 1

ในรูปที่ 5.3 เป็นตัวอย่างของแบบที่ 1 ที่ถูกออกแบบไว้ในโปรแกรมเพื่อทำการคำนวณค่าเส้นค้ำแม่เหล็กและค่าความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.4 รูปต้นแบบที่ 2

ในรูปที่ 5.4 เป็นตัวอย่างของแบบที่ 2 ที่ถูกออกแบบไว้ในโปรแกรมเพื่อทำการคำนวณค่าเส้นสักซ์-แม่เหล็กและค่าความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก

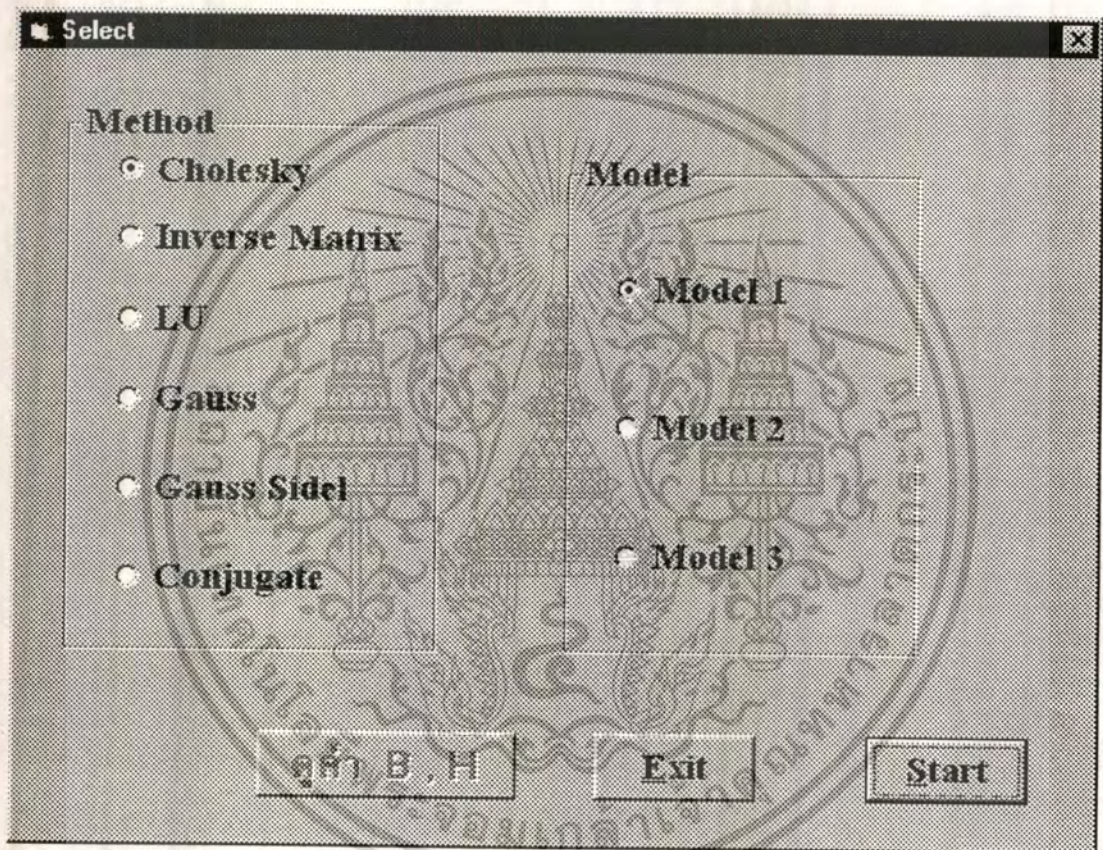
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.5 รูปต้นแบบที่ 3

ในรูปที่ 5.5 เป็นตัวอย่างของแบบที่ 3 ที่ถูกออกแบบไว้ในโปรแกรมเพื่อทำการคำนวณค่าเส้นลัดย-
แม่เหล็กและค่าความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็ก

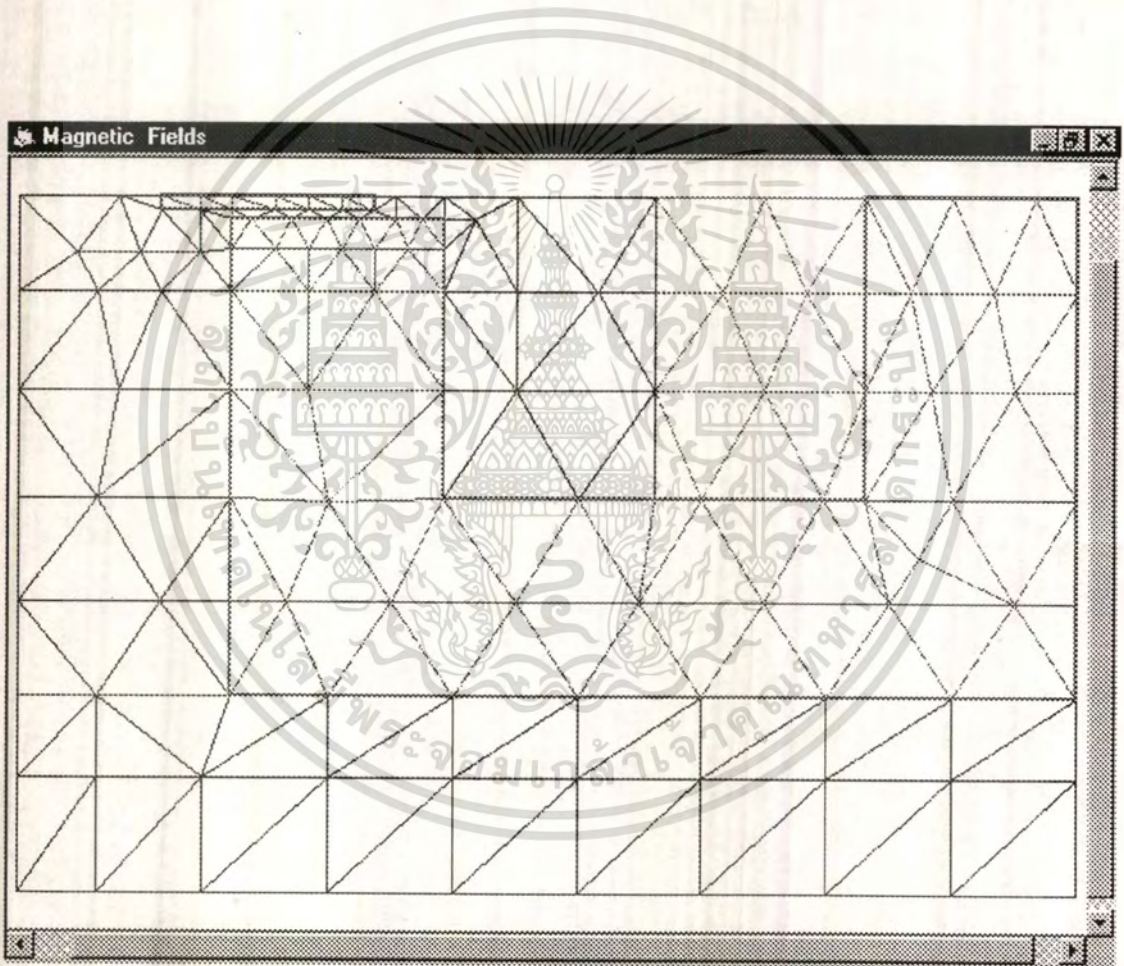
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.6 เป็นหน้าต่างในการเลือกการคำนวณและรูปแบบ

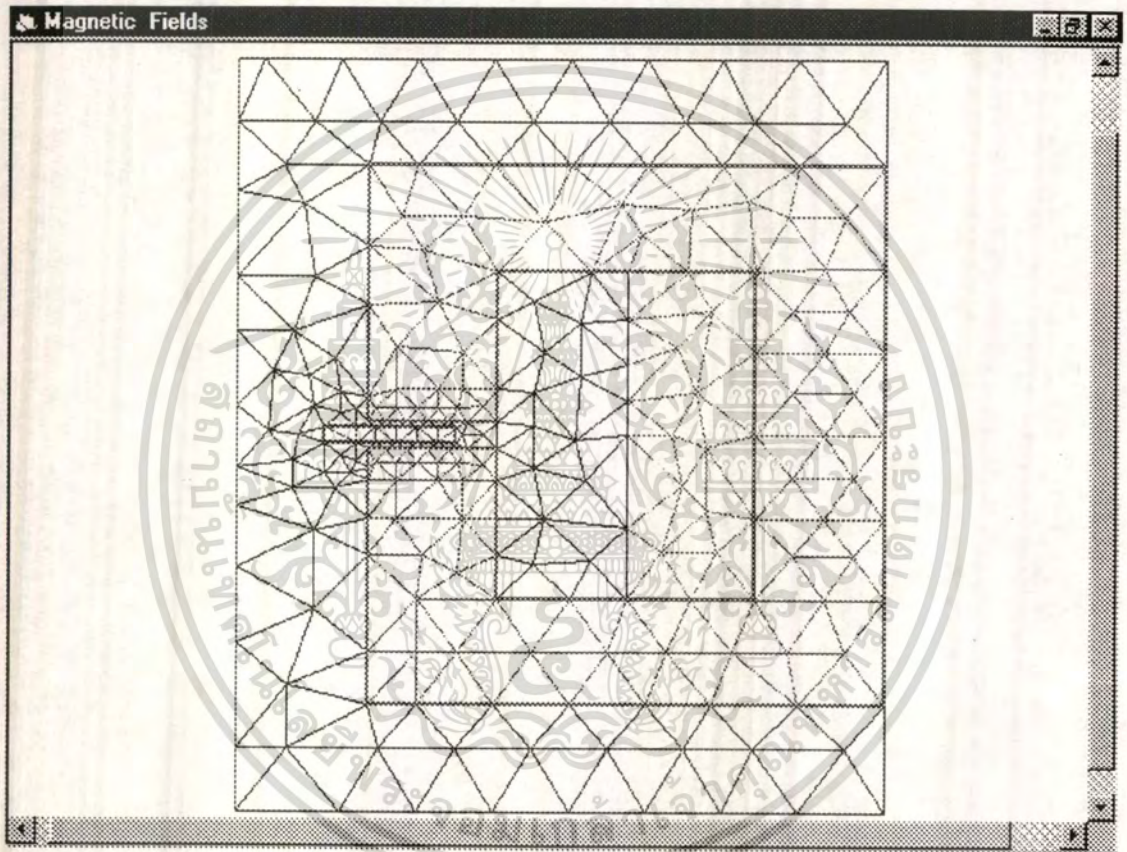
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.3 เป็นการสร้างอิลิเมนต์ของแบบที่ 1 เป็นการตีตารางเป็นสามเหลี่ยมที่เรียกว่า “ สามเหลี่ยมอิลิเมนต์ “ ในการสร้างสามเหลี่ยมอิลิเมนต์จะต้องแยกจุดต่อของวัสดุที่คนละชนิดกัน



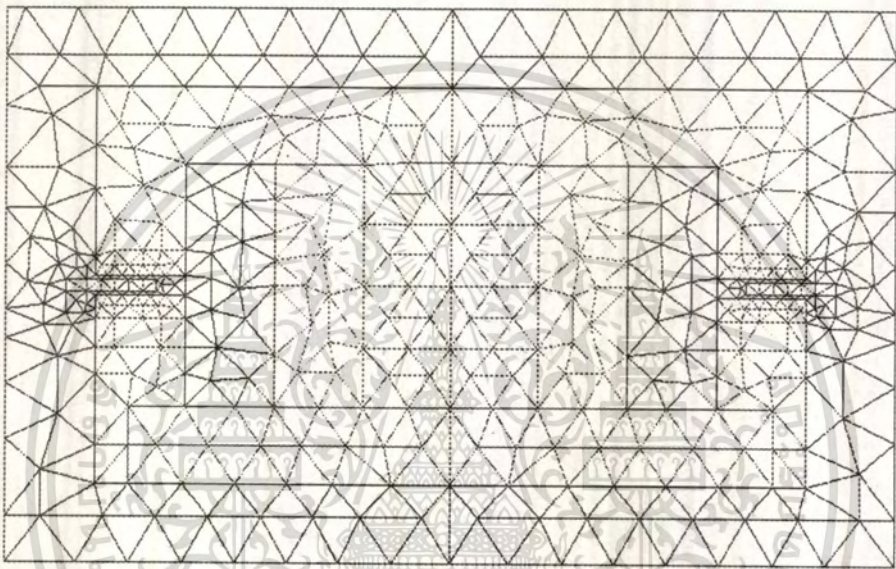
รูปที่ 5.7 รูปแสดงการสร้างสามเหลี่ยมอิลิเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 รูปแสดงการสร้างสามเหลี่ยมมิติเมท

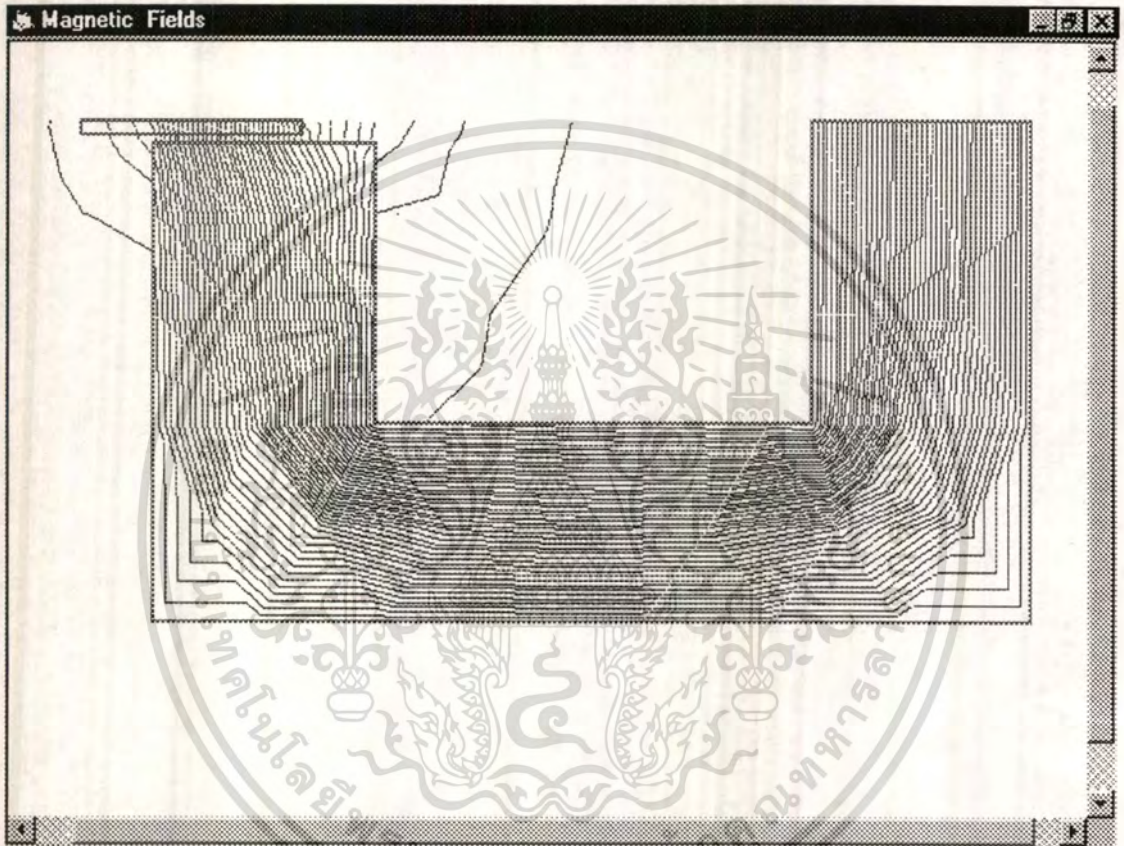
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.9 รูปแสดงการสร้างสามเหลี่ยมอติเมทริกซ์

ในรูปที่ 5.10 เป็นรูปแสดงเส้นสัจแม่เหล็กของแบบที่ 1 เน้นตรงที่มีช่องอากาศแสดงให้เห็นว่าเส้นสัจแม่เหล็กมีการหักเหตามค่า μ ของวัสดุที่ใช้ วัสดุใดมีค่า μ มากแสดงว่าวัสดุเป็นตัวนำแม่เหล็กได้ดี ดังแสดงในรูปที่ 5.10 ใช้วัสดุ 3 อย่าง คือ เหล็ก อากาศ และทองแดง เหล็กมีค่า μ มากที่สุด ดังนั้นเส้นสัจแม่เหล็กจึงเลือกวิ่งในเหล็กมากที่สุด เพราะเป็นเหล็กตัวนำที่ดีที่สุด

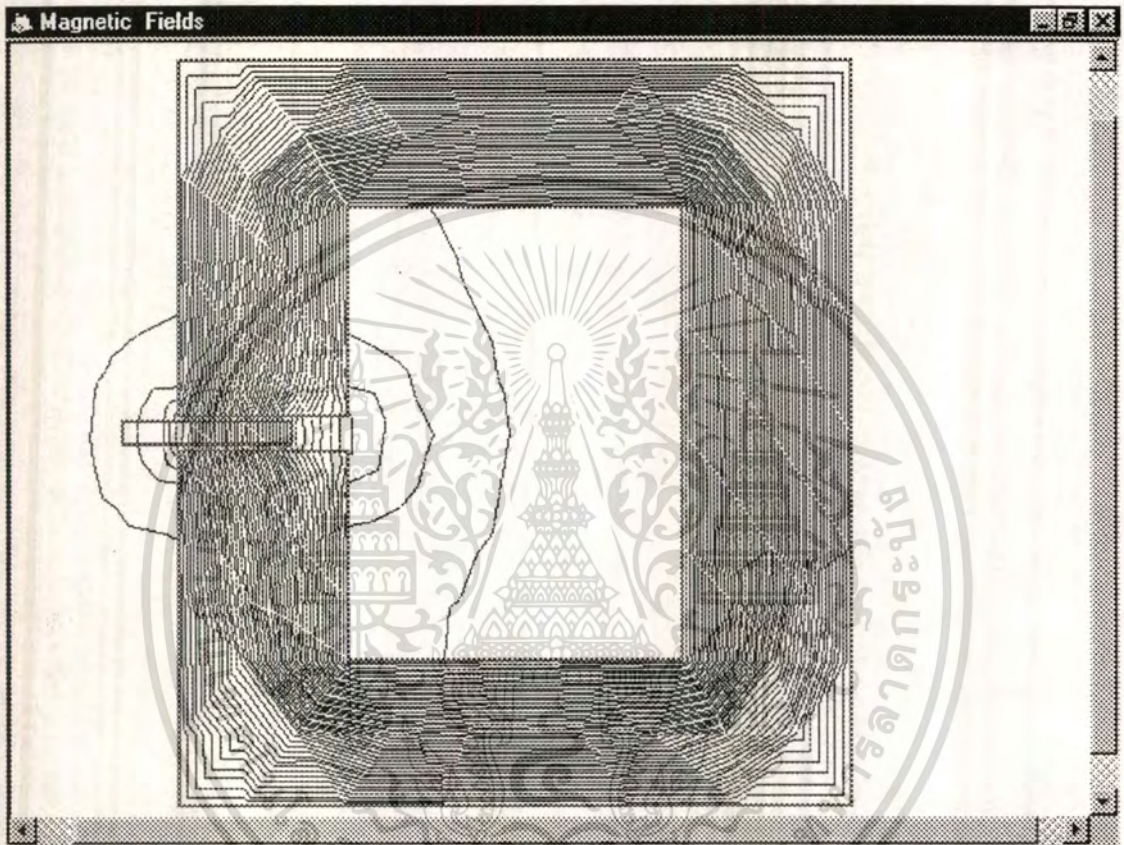
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.10 รูปแสดงเส้นสัจย์แม่เหล็ก

ในรูปที่ 5.11 เป็นรูปแสดงเส้นสัจย์แม่เหล็กที่วิ่งตามแกนเหล็ก และมีเส้นสัจย์วิ่งผ่านอากาศบ้าง เนื่องจากว่ามีช่องว่างอากาศ ทำให้แกนเหล็กไม่ต่อถึงกันทำให้เส้นสัจย์แม่เหล็กหักเหตามค่า μ_r ของวัสดุที่จะวิ่งผ่านมาก จากรูปมีแท่งเหล็กอยู่ตรงกลาง จึงทำให้เส้นสัจย์แม่เหล็กถูกรวมกันเพื่อที่ผ่านไปให้ครบรอบ

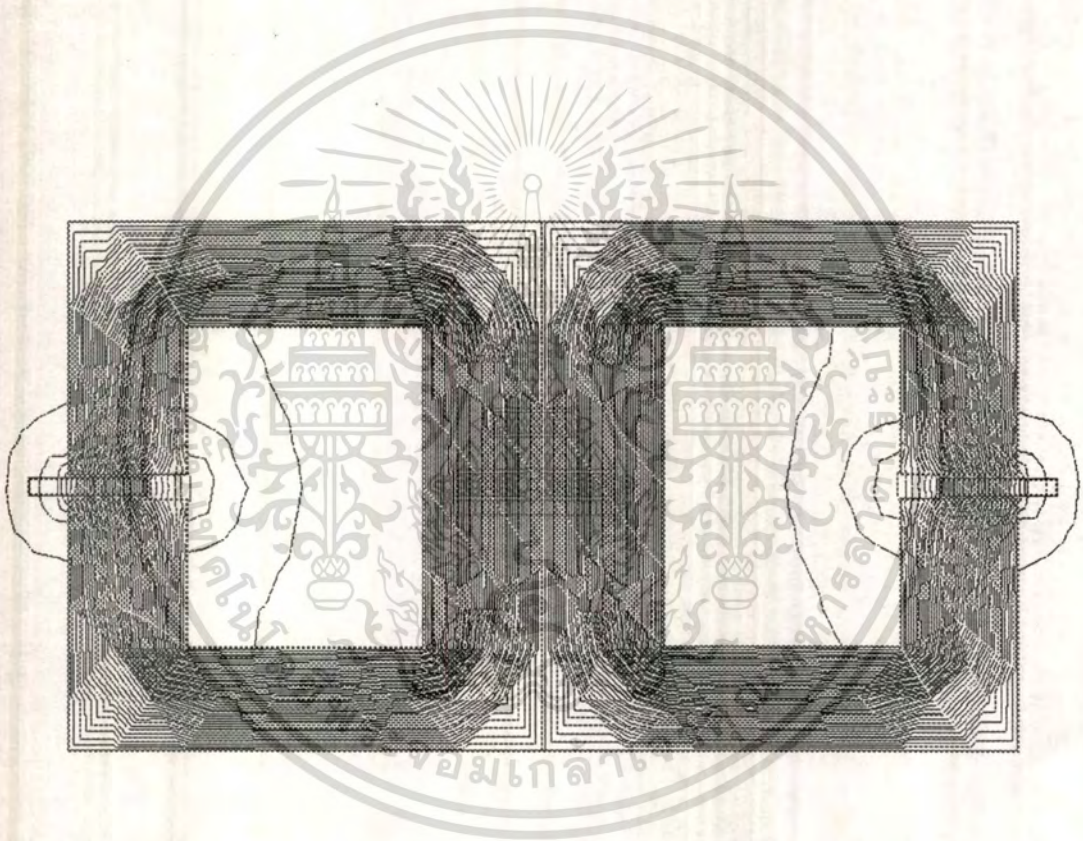
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.11 รูปแสดงเส้นค้ำแม่เหล็ก

จากการคำนวณผลที่ได้จากโปรแกรมนอกจากจะได้เส้นแรงแล้วยังสามารถหาค่าความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็กไฟฟ้า ในการคำนวณจะได้ความหนาแน่นของฟลักซ์แม่เหล็กในแต่ละอิติเมนต์ และในแต่ละอิติเมนต์จะมีค่าความหนาแน่นแตกต่างกันออกไปดังในตารางที่ 5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.12 รูปแสดงเส้นสัคย์แม่เหล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2932.25104757929

ค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนท์อีลีเมนต์

อีลีเมนต์	ค่า H	ค่า B
99 #	1587320.5668026	1.50721802171947E-02
100 #	2468852.73847359	2.34397969307926E-02
101 #	2353663.08864165	2.23488783453643E-02
102 #	2460918.42204129	0.023367306347914
103 #####	2266408.84640176	2.15203679037694E-02
104 #####	1345218.04785286	1.27733296428602E-02
105 #####	783460.672028376	7.43824112675136E-03
106 #####	150890.129903175	1.43275610387741E-03
107 #####	492504.049843528	4.67650325472225E-03
108 #####	753041.684573066	7.15040189002771E-03
109 #####	1759743.50931926	1.67093981286498E-02
110 #####	2244487.59222132	2.13122177036746E-02
111 #####	3197827.43033792	3.03645226689335E-02
112 #####	3106076.0309138	2.94933101008977E-02
113 #####	2952027.56711996	2.80305644797282E-02
114 #####	1693804.92566839	1.60832875389946E-02
115 #####	961206.81019785	9.12700469728025E-03
116 #####	389148.80634426	3.69510800980903E-03
117 #####	14134288.8148709	0.134210160641173
118 ##	17166054.1379261	0.162997863819098
119 ##	26401916.7476612	0.250695704209073
120 ##	20000000.0000000	0.200000000000000

Back

คือค่าที่อากาศ

คือค่าที่ถนนหลัก

คือค่าที่ถนนหลักในอากาศ

คือค่าที่ขดลวด

Exit

รูปที่ 5.13 เป็นรูปแสดงค่า B และ H

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.1 ค่าความหนาแน่นของแต่ละอิเลเมนต์

อิเลเมนต์ที่	ค่า B	อิเลเมนต์ที่	ค่า B	อิเลเมนต์ที่	ค่า B
1	2.78E-05	31	5.23E-04	61	0.076474
2	9.58E-05	32	6.80E-04	62	0.127177
3	7.26E-05	33	4.21E-04	63	0.101823
4	1.60E-04	34	6.65E-04	64	0.150584
5	1.75E-04	35	1.06E-03	65	6.53E-02
6	9.44E-05	36	1.57E-03	66	6.71E-02
7	1.46E-04	37	1.57E-03	67	5.64E-02
8	8.45E-05	38	3.46E-03	68	0.349466
9	1.37E-04	39	3.04E-03	69	0.291039
10	1.83E-04	40	3.75E-03	70	1.279591
11	1.51E-04	41	7.09E-03	71	1.204259
12	1.88E-04	42	6.74E-03	72	1.210138
13	2.00E-04	43	4.97E-03	73	1.212604
14	1.82E-04	44	8.52E-03	74	1.210368
15	2.26E-04	45	8.52E-03	75	1.198973
16	1.78E-04	46	2.05E-02	76	1.163818
17	2.22E-04	47	1.29E-02	77	1.057377
18	3.09E-04	48	1.48E-02	78	0.81703
19	2.08E-04	49	2.90E-02	79	0.567699
20	2.43E-04	50	0.043556	80	0.449982
21	2.79E-04	51	4.06E-02	81	0.401803
22	5.34E-04	52	2.31E-02	82	0.394806
23	4.98E-04	53	3.60E-02	83	0.439177
24	2.99E-04	54	4.17E-02	84	0.157525
25	4.68E-04	55	3.68E-02	85	0.230223
26	7.13E-04	56	4.76E-02	86	8.54E-02
27	4.81E-04	57	4.71E-02	87	0.15197
28	1.67E-03	58	4.86E-02	88	0.106444
29	1.07E-03	59	4.37E-02	89	7.15E-02
30	8.86E-04	60	7.35E-02	90	4.45E-02

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อิทธิพันธ์ที่	ค่า B	อิทธิพันธ์ที่	ค่า B	อิทธิพันธ์ที่	ค่า B	อิทธิพันธ์ที่	ค่า B
91	5.38E-02	121	1.138722	151	1.05192	181	1.29339
92	3.57E-02	122	1.217805	152	1.143944	182	0.964275
93	3.65E-02	123	1.21269	153	1.041352	183	0.819958
94	2.74E-02	124	1.204523	154	1.091995	184	1.398687
95	4.52E-02	125	1.198841	155	0.937629	185	1.544025
96	3.37E-02	126	1.197798	156	1.239643	186	0.94756
97	0.0359	127	1.040178	157	1.098155	187	0.69999
98	1.22E-02	128	1.212969	158	1.058956	188	0.29666
99	1.51E-02	129	1.290392	159	0.909774	189	0.47875
100	2.34E-02	130	1.250059	160	0.451216	190	0.47875
101	2.23E-02	131	1.233598	161	0.94572	191	0.961214
102	2.34E-02	132	1.195232	162	0.61782	192	0.769129
103	2.15E-02	133	1.243388	163	1.488635	193	1.627409
104	1.28E-02	134	1.144488	164	1.334802	194	1.188535
105	7.44E-03	135	1.223878	165	1.153788	195	1.410209
106	1.43E-03	136	1.076283	166	0.451176	196	1.124578
107	4.68E-03	137	0.802769	167	0.250126	197	0.93034
108	7.15E-03	138	0.854246	168	0.636783	198	1.06888
109	1.67E-02	139	0.432197	169	0.725722	199	1.06888
110	2.13E-02	140	0.729758	170	0.916992	200	1.109222
111	3.04E-02	141	0.470175	171	1.037786	201	1.111603
112	0.029493	142	0.732866	172	1.136884	202	1.125454
113	2.80E-02	143	0.941037	173	1.065083	203	1.188688
114	1.61E-02	144	0.817994	174	1.09065	204	1.13776
115	9.13E-03	145	0.978719	175	1.124782	205	1.137756
116	3.70E-03	146	1.065149	176	1.124671	206	1.127143
117	0.13421	147	1.110233	177	1.148465	207	1.125013
118	0.162998	148	1.184208	178	1.078972	208	1.11916
119	0.250696	149	1.154649	179	1.066959	209	1.108964
120	0.369048	150	1.229386	180	1.166381	210	1.114691

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุปผลการดำเนินงาน

จากการเสนอโครงการในขั้นต้น เราจะเห็นได้ว่าเราสามารถใช่วิธี Finite อิติเมนต์ มาประยุกต์ใช้ในการช่วยคำนวณสนามแม่เหล็กแบบสองมิติ ได้อย่างละเอียดพอสมควร จากการดำเนินงานทั้งหมด จะเริ่มต้นที่การกำหนดโมเดลของหม้อแปลงที่เราต้องการวิเคราะห์ จากนั้นก็นำมาวาดโมเดลลงบนกระดาษกราฟ และทำการแบ่งโมเดลนั้นออกเป็น อิติเมนต์สามเหลี่ยมเล็ก ๆ จำนวนมาก ซึ่งเราได้นำข้อมูลของโมเดลมาคำนวณในขั้นต่อไป คือการหาค่าศักย์ (potential) ของแต่ละโนด ซึ่งเราจะเริ่มจากการหา อิติเมนต์ Coefficient เมื่อนำมาหา โกลบอล Coefficient Matrix หรือ ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) และใช้การแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาค่าศักย์ของแต่ละโนด จากนั้นจะนำมาคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็ก (B) เพื่อแสดงทางเดินของสนามแม่เหล็ก

ในการดำเนินงานในขั้นตอนแรกของการคำนวณเนื่องจากเราได้แบ่งโมเดลของเราออกเป็นอิติเมนต์เล็ก ๆ จำนวนมาก ทำให้โมเดลของเราละเอียดมากเกินไป ทำให้เราต้องตามแก้ไขข้อมูลที่ผิดพลาดจากการกำหนดของเรา และในขั้นตอนของการคำนวณจะยังใช้เวลามากขึ้นถ้าเรากำหนดจำนวนโนดและอิติเมนต์ไว้เป็นจำนวนมาก เวลาที่ใช้เริ่มตั้งแต่การอ่านข้อมูล การแสดง Mesh Generation การคำนวณค่าศักย์ และการคำนวณค่าสนามแม่เหล็ก เพื่อแสดงเส้นทางเดินของสนามแม่เหล็ก เราจะใช้เวลาทั้งหมดในการรันโปรแกรม ไม่ต่ำกว่า 50 นาที

นอกจากจะได้ทราบค่าสนามแม่เหล็กแล้ว เรายังสามารถ ที่จะรู้ถึงลักษณะของสนามแม่เหล็กในขอบเขตที่เราศึกษาอีกด้วย ซึ่งในการศึกษาในขั้นต้นนี้อาจจะไม่ละเอียดมากนัก ยังต้องมีการศึกษาและปรับปรุงต่อไปอีก เพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องและแม่นยำรวดเร็วยิ่งขึ้น และจะได้นำไปใช้กับสนามแม่เหล็กที่มีลักษณะเป็นแบบอนสแตติก ที่มีรูปร่างซับซ้อน ซึ่งอาจจะขยายไปถึงรูปทรงสามมิติอีกด้วย

จุดบกพร่องของโครงการนี้ก็คือ ศึกษาได้ในสนามแม่เหล็กแบบสแตติก ในระนาบสองมิติเท่านั้น โดยมีคิตสนามแม่เหล็กทั่วโลก เนื่องจากแนวทางในการศึกษาด้านการคำนวณสนามแม่เหล็กด้วยวิธี Finite อิติเมนต์ นี้ ในประเทศไทยยังน้อยมาก อีกทั้งการศึกษาด้านแม่เหล็กที่เป็นแบบอนสแตติก เป็นเรื่องที่ยาก และความรู้ทางด้านโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการช่วย

คำนวณค่าสนามแม่เหล็กและโปรแกรมในการพล็อตเส้นทางเดินของสนามแม่เหล็กของคณะผู้จัดทำยังมีน้อยมาก เนื่องจากไม่ได้ศึกษามาทางด้านโปรแกรมโดยตรง ดังนั้นโครงการนี้จึงควรจะเป็นการศึกษาร่วมกันระหว่าง ภาควิศวกรรมไฟฟ้ากับภาควิศวกรรมคอมพิวเตอร์

ส่วนที่จะต้องศึกษาต่อไปคือ นำวิธีการ Finite Element นี้ไปใช้กับสนามแม่เหล็กที่เป็นแบบนอนสแตติก ที่มีขอบเขตที่จะศึกษามีรูปทรงซับซ้อนที่เป็นสามมิติ และขยายความสามารถของโปรแกรมในการคำนวณให้ละเอียด และทำการลดขั้นตอนบางส่วนของโปรแกรมในการคำนวณ เพื่อให้โปรแกรมทำงานได้รวดเร็ว และให้ผู้ศึกษาโครงการนี้ต่อเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น เพื่อที่จะนำความรู้ทั้งหมดนี้ ไปประยุกต์ใช้กับอุปกรณ์ไฟฟ้าต่าง ๆ เช่น นำไปคำนวณค่าสนามแม่เหล็กของหม้อแปลง Generator Motor เป็นต้น



ภาคผนวก

ไฟล์ข้อมูลของโหนด

โหนดที่	ค่า X	ค่า Y	ค่า J
1	12.7	0	0
2	11.2	0	0
3	11.2	1.5	0
4	12.7	1.5	0
5	12.7	2.54	0
6	11.2	2.54	0
7	9.7	2.54	0
8	9.7	1.5	0
9	9.7	0	0
10	8.2	0	0
11	8.2	1.5	0
12	8.2	2.54	0
13	6.7	2.54	0
14	6.7	1.5	0
15	6.7	0	0
16	5.2	0	0
17	5.2	1.5	0
18	5.2	2.54	0
19	3.7	2.54	0
20	3.7	1.5	0
21	3.7	0	0
22	2.2	0	0
23	2.2	1.5	0
24	2.54	2.54	0
25	0.95	2.54	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

26	0.95	1.5	0
27	0.95	0	0
28	0	0	0
29	0	1.5	0
30	0	2.54	0
31	0	3.75	0
32	1.7	3.75	0
33	2.54	3.75	0
34	2.54	5.08	0
35	0.95	5.08	0
36	0	5.08	0
37	0	6.5	0
38	1.2	6.5	0
39	2.54	6.5	0
40	2.54	7.75	0
41	1.7	7.75	0
42	0.95	7.75	0
43	0	7.75	0
44	0	8.99	0
45	0.7	8.25	0
46	1.2	8.99	0
47	1.45	8.25	0
48	2.15	8.25	0
49	2.54	8.3	0
50	2.54	8.69	0
51	2.15	8.79	0
52	1.69	8.79	0
53	1.69	8.99	0
54	2.54	8.79	0
55	2.75	8.69	0
56	3.05	8.79	0
57	3.25	8.69	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

58	3.45	8.79	0
59	3.65	8.69	0
60	3.85	8.79	0
61	4.05	8.69	0
62	4.23	8.79	0
63	4.5	8.69	0
64	4.23	8.99	0
65	4.5	8.99	0
66	4.8	8.69	0
67	5.08	8.99	0
68	5.08	8.69	0
69	5.45	8.69	0
70	5.95	8.99	0
71	5.95	7.75	0
72	5.08	7.75	0
73	5.08	8.3	0
74	6.95	7.75	0
75	7.62	8.99	1000000
76	7.62	7.75	1000000
77	7.62	6.5	1000000
78	5.95	6.5	0
79	5.08	6.5	0
80	5.08	5.08	0
81	6.7	5.08	0
82	7.62	5.08	1000000
83	8.2	5.08	1000000
84	9.65	5.08	1000000
85	10.16	5.08	1000000
86	10.16	6.5	1000000
87	8.95	6.5	1000000
88	8.45	7.75	1000000
89	9.45	7.75	1000000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ดูแลระบบได้ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

90	10.16	7.75	1000000
91	10.16	8.99	1000000
92	8.95	8.99	1000000
93	2.15	8.99	0
94	2.54	8.99	0
95	3.05	8.99	0
96	3.45	8.99	0
97	3.85	8.99	0
98	3.05	8.3	0
99	3.45	8.3	0
100	3.85	8.3	0
101	4.25	8.3	0
102	4.65	8.3	0
103	4.25	7.75	0
104	3.45	7.75	0
105	3.45	6.5	0
106	3.7	5.05	0
107	3.2	3.75	0
108	4.45	3.75	0
109	5.95	3.75	0
110	7.45	3.75	0
111	8.95	3.75	0
112	10.45	3.75	0
113	11.95	3.75	0
114	10.8	4.35	0
115	12.7	3.75	0
116	12.7	5.08	0
117	11.2	5.08	0
118	10.95	6.5	0
119	11.95	6.5	0
120	12.7	6.5	0
121	12.7	7.75	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

122	11.7	7.75	0
123	10.7	7.75	0
124	11.2	8.99	0
125	12.2	8.99	0
126	12.7	8.99	0

ไฟล์ข้อมูลของอิติเมณฑ

อิติเมณฑที่	โหนดที่	โหนดที่	โหนดที่	โหนดที่
1	2	1	4	1
2	2	4	3	1
3	3	4	5	1
4	3	5	6	1
5	8	6	7	1
6	8	3	6	1
7	9	3	8	1
8	9	2	3	1
9	10	9	8	1
10	10	8	11	1
11	11	8	7	1
12	11	7	12	1
13	14	12	13	1
14	14	11	12	1
15	15	11	14	1
16	15	10	11	1
17	16	15	14	1
18	16	14	17	1
19	17	14	13	1
20	17	13	18	1
21	20	17	18	1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

22	20	18	19	1
23	21	17	20	1
24	21	16	17	1
25	22	21	20	1
26	22	20	23	1
27	23	20	19	1
28	23	19	24	1
29	23	24	25	1
30	26	23	25	1
31	27	23	26	1
32	27	22	23	1
33	28	27	26	1
34	28	26	29	1
35	29	26	25	1
36	29	25	30	1
37	30	25	31	1
38	25	32	31	1
39	25	24	32	1
40	24	33	32	1
41	32	33	34	1
42	32	34	35	1
43	31	32	35	1
44	31	35	36	1
45	36	35	37	1
46	35	38	37	1
47	35	39	38	1
48	35	34	39	1
49	38	39	41	1
50	39	40	41	1
51	38	41	42	1
52	37	38	42	1
53	37	42	43	1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

54	43	45	44	1
55	43	42	45	1
56	45	46	44	1
57	45	47	46	1
58	42	47	45	1
59	42	41	47	1
60	41	48	47	1
61	41	40	48	1
62	40	49	48	1
63	48	49	51	1
64	48	51	52	1
65	47	48	52	1
66	47	52	46	1
67	52	53	46	1
68	49	50	51	1
69	50	54	51	1
70	50	55	54	1
71	55	56	54	1
72	55	57	56	1
73	56	57	58	1
74	57	59	58	1
75	59	60	58	1
76	59	61	60	1
77	61	62	60	1
78	61	63	62	1
79	62	63	65	1
80	62	65	64	1
81	63	66	65	1
82	66	67	65	1
83	66	68	67	1
84	68	69	67	1
85	73	69	68	1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานทางการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

86	72	69	73	1
87	69	70	67	1
88	69	71	70	1
89	72	71	69	1
90	71	74	70	1
91	74	75	70	1
92	74	76	75	1
93	77	76	74	1
94	78	77	74	1
95	78	74	71	1
96	78	71	72	1
97	79	78	72	1
98	80	78	79	1
99	80	81	78	1
100	81	77	78	1
101	81	82	77	1
102	82	83	77	4
103	83	87	77	4
104	83	84	87	4
105	84	86	87	4
106	84	85	86	4
107	86	90	89	4
108	87	86	89	4
109	87	89	88	4
110	77	87	88	4
111	77	88	76	4
112	76	88	75	4
113	88	92	75	4
114	88	89	92	4
115	89	91	92	4
116	89	90	91	4
117	52	51	53	2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

118	51	93	53	2
119	51	54	93	2
120	54	94	93	2
121	56	95	94	2
122	54	56	94	2
123	56	58	95	2
124	58	96	95	2
125	58	60	96	2
126	60	97	96	2
127	60	62	97	2
128	62	64	97	2
129	49	55	50	2
130	49	98	55	3
131	98	57	55	3
132	98	99	57	3
133	99	59	57	3
134	99	100	59	3
135	100	61	59	3
136	100	101	61	3
137	101	63	61	3
138	101	102	63	3
139	102	66	63	3
140	102	73	66	3
141	73	68	66	3
142	72	73	102	3
143	103	72	102	3
144	103	102	101	3
145	103	101	100	3
146	104	103	100	3
147	104	100	99	3
148	104	99	98	3
149	40	104	98	3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

150	40	98	49	3
151	39	105	40	3
152	105	104	40	3
153	105	103	104	3
154	105	79	103	3
155	79	72	103	3
156	106	80	79	3
157	106	79	105	3
158	106	105	39	3
159	34	106	39	3
160	33	107	34	3
161	107	106	34	3
162	107	108	106	3
163	108	80	106	3
164	108	109	80	3
165	109	81	80	3
166	24	107	33	3
167	24	19	107	3
168	19	108	107	3
169	19	18	108	3
170	18	109	108	3
171	18	13	109	3
172	109	110	81	3
173	13	110	109	3
174	13	12	110	3
175	110	82	81	3
176	110	83	82	3
177	110	111	83	3
178	110	12	111	3
179	12	7	111	3
180	83	111	84	3
181	111	112	84	3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

182	111	7	112	3
183	7	6	112	3
184	112	85	84	3
185	112	114	85	3
186	112	113	114	3
187	112	6	113	3
188	6	5	113	3
189	5	115	113	3
190	113	115	116	3
191	113	116	117	3
192	114	113	117	3
193	85	114	117	3
194	85	118	86	3
195	85	117	118	3
196	117	119	118	3
197	117	116	119	3
198	116	120	119	3
199	119	120	121	3
200	119	121	122	3
201	118	119	122	3
202	118	122	123	3
203	123	86	118	3
204	86	123	90	3
205	90	123	91	3
206	123	124	91	3
207	123	122	124	3
208	122	125	124	3
209	122	121	125	3
210	121	126	125	3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไฟล์ข้อมูลฝึกโหนด

โหนดที่	ค่าโพเห็นเขียล
2	0
5	0
9	0
10	0
15	0
16	0
21	0
22	0
27	0
28	0
29	0
30	0
31	0
36	0
37	0
43	0
44	0
115	0
116	0
120	0
121	0
126	0



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไฟล์ข้อมูลค่า μ วัสดุ

วัสดุที่	ค่า μ วัสดุ
1	1
2	6000
3	6000
4	1



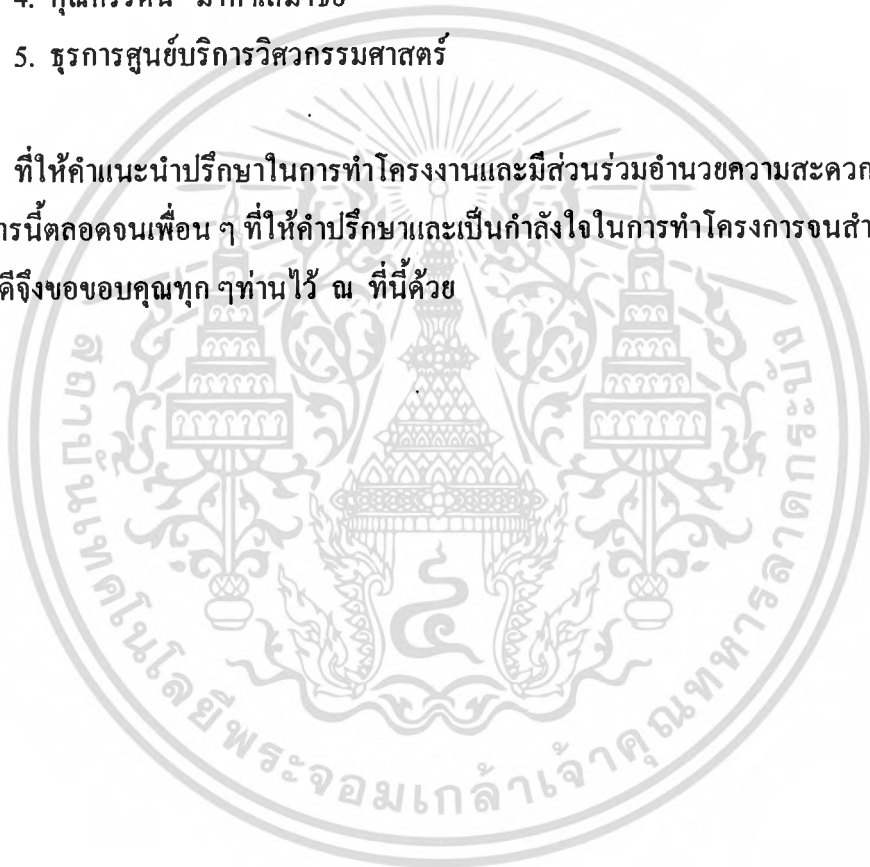
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้จัดทำของขอบคุณ

1. ดร.ชัชวาลย์ นัทรอุทัย
2. คุณต่อพงษ์ ชวงพานิช
3. คุณอาภรณ์ ปัญญาจุก
4. คุณศิริรัตน์ มาหาเสมาชัย
5. ชุรการศูนย์บริการวิศวกรรมศาสตร์

ที่ให้คำแนะนำปรึกษาในการทำโครงการและมีส่วนร่วมอำนวยความสะดวกในการจัดทำโครงการนี้ตลอดจนเพื่อน ๆ ที่ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจในการทำโครงการจนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีจึงขอขอบคุณทุก ๆ ท่านไว้ ณ ที่นี้ด้วย





บรรณานุกรม

- [1] ผศ.ดร.จเร สุวัฒน์ปัญญา, “การคำนวณเชิงตัวเลขด้วย BASIC”, ซีเอ็ดดูเคชั่น จำกัด, กรุงเทพฯ ๑, 2533.
- [2] E. Kreyszig, “Advanced Engineering Mathematic”, John Wiley & Sons, New York, 1998.
- [3] Jianming Jin, “The Finite Element Method in Electromagnetics”, John Wiley & Sons, Inc. New York PP 1-135, 1993.
- [4] Mathew N.O. Sadiku, “A Simple Introduction to Finite Element Analysis of Electromagnetic Problems” IEEE Transactions on Education, Vol. 32, No.2 May 1989.
- [5] P.P. Silvester and R.L. Ferrari, “Finite Element for electrical engineers”, Cambridge University Press, Cambridge (UK), 2nd Edition, 1990.

