

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมช่วยสอนและแก้ปัญหาการแก้สมการพีชคณิต



ปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

เลขหม.....

เลขทะเบียน.....33887.....

วัน, เดือน, ปี.1.7.0.ย.2542

ปีการศึกษา 2539

หรือบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Program for Learning and Solving Algebra Equations



A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirement for the Degree of Bachelor of Science
Department of Mathematics and Computer Science
Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

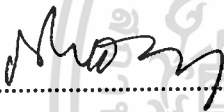
ชื่อหัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมช่วยสอนและแก้ปัญหาการแก้สมการพีชคณิต

โดย

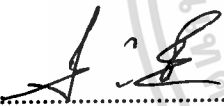
นายจารุศักดิ์ โสขาริ รหัส 36054108
นายโชคชัย วิวัฒนากันตัง รหัส 36054112
นายบุญเลิศ วัฒนศิริรงค์ รหัส 36054118

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ. พัทรินทร์ เหมโชติ


ปัญหาพิเศษฉบับนี้ กรรมการสอบปัญหาพิเศษ ได้ตรวจสอบพิจารณาแล้วจึงอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2539


.....
(รศ. ภัคคินี ชิตสกุล)

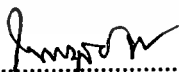
หัวหน้าภาควิชา


.....
(อาจารย์วิระชัย ตันยะสิทธิ์)

ประธานกรรมการ


.....
(ผศ. พัทรินทร์ เหมโชติ)

กรรมการ


.....
(อาจารย์ ไพรบูรณ์ พันธรักษ์พงษ์)

กรรมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนการแก้สมการตรีโกณมิติ สมการกำลังสอง สมการพหุนาม และสมการเศษส่วนพหุนาม เบื้องต้น โดยโปรแกรมช่วยสอนนี้จะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนช่วยแก้สมการ ซึ่งสามารถแก้สมการดังกล่าวข้างต้นได้ และส่วนเนื้อหาและแบบฝึกหัด ผู้ใช้สามารถทดสอบความรู้ของตนเอง และศึกษาเนื้อหาบางส่วน เกี่ยวกับการแก้สมการได้ โปรแกรมประกอบด้วยเครื่องมืออำนวยความสะดวกต่างๆ เช่น ทูลบาร์ เมนูบาร์ เป็นต้น การพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนการแก้สมการแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ขั้นแรกศึกษาเนื้อหาการแก้สมการตรีโกณมิติ สมการกำลังสอง สมการพหุนาม และสมการเศษส่วนพหุนาม และศึกษาด้านแบบที่จะใช้พัฒนาโปรแกรม ขั้นที่สอง ออกแบบโครงสร้างข้อมูลและเขียนโปรแกรม

ผลจากปัญหาพิเศษ จะได้โปรแกรมช่วยสอนการแก้สมการตรีโกณมิติ สมการกำลังสอง สมการพหุนาม และสมการเศษส่วนพหุนาม เบื้องต้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ABSTRACT

The propose of this special project is to develop program for learning the introduction of Solving Equation : First Degree Equations, Quadratic Equations, Polynomials Equations Rational This program is a kind of CAI,an issue is devided into 2 groups. The first one is apart of application we can solve basic equations. The other one is to help learning of solving equations with some exercises and a part of details. Users can have their knowledge test and study an introduction of solving equations. Inside this program consists of many features such as toolbars and menubars etc, that can help users to be enjoy. To develop the project is devided as 2 steps. The first step is studying an issue of First Degree Equations, Quadratic Equations, Polynomials Equations and find out a prototype for project development. And the next one is designing and implementation.

The result of this project, we yield a program that can help to solve and learn First Degree Equations, Quadratic Equations, Polynomials Equations.

กิติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดีก็เพราะหลายเหตุปัจจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

ผศ. พิชรินทร์ เหมโชติ

อาจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์

อาจารย์วีระชัย ต้นยะสิทธิ์

อาจารย์ศรัณย์ อินทรโกสุม

ที่ได้ให้แนวทางในการวิจัย ตลอดจนคำปรึกษาอันก่อให้เกิดแนวความคิดที่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างการทำกรวิจัย นอกจากนี้ยังช่วยแนะนำแนวทางในการดำเนินงานและตรวจทานแก้ไข ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี

ขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่านที่สนับสนุนในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ และให้ความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการทำวิจัย

คณะผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสาทวิชาความรู้ทั้งในภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ แก่ผู้จัดทำ จนกระทั่งงานวิจัยสัมฤทธิ์ผลได้ด้วยดีทุกประการ

ขอขอบพระคุณ

คณะผู้จัดทำ

สารบัญ

หน้า

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญที่มาของปัญหาพิเศษ	1
วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ	1
ขอบเขตของปัญหาพิเศษ	1
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	1
ขั้นตอนในการดำเนินงาน	2
อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ	2

บทที่ 2

ทฤษฎีและนิยามต่าง ๆ ที่นำมาใช้

สมการ	3
การแก้สมการเชิงเส้น	3
การแยกตัวประกอบของพหุนามใด ๆ	4
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	5
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง	6
การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	6
สมการกำลังสอง	8
การหาจำนวนเฉพาะ	10
การหาตัวประกอบ	10
การแยกตัวประกอบของตัวเลข	12
การหาตัวหารร่วมมาก	12
การทอนเศษส่วนอย่างต่ำ	14
การลดทอนค่าราค	14
การหาตัวคูณร่วมน้อย	15
การหารสังเคราะห์	16
Application of Writing Arithmetic Expressions	19
แบบการคำนวณเพื่อแปลงนิพจน์ infix เป็น postfix	20
การหาผลลัพธ์จากนิพจน์ postfix	22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การออกแบบระบบ

การออกแบบโครงสร้างข้อมูลและอัลกอริทึม	23
ขั้นตอนการทำงาน	24
ส่วนของโปรแกรมช่วยสอน	25
เครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม	27
การออกแบบหน้าจออินเทอร์เฟซ	28
การทำงานของเมนูบาร์	42
การทำงานของทูลบาร์	44
แสดงข้อมูลในแฟ้มสมการเมื่อเก็บบันทึก	48

บทที่ 4

การประเมินผล

ความพึงพอใจให้ใช้งาน	49
ความสะดวกในการใช้งานของผู้ใช้	49
โปรแกรมวิธีใช้	49
ผลที่ได้จากการทำงานของระบบ	50

บทที่ 5

สรุปผลและเสนอแนะ

สรุปผล	51
ข้อจำกัดของโปรแกรม	51
แนวทางการวิจัย	51

สารบัญรูปภาพ

		หน้า
รูปที่ 1	แสดงหน้าจอเริ่มต้นเมื่อเรียกใช้โปรแกรม	29
รูปที่ 2	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูไฟล์	30
รูปที่ 2-1	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนู/เปิด	31
รูปที่ 2-2	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูเพิ่ม/บันทึกเพิ่มเป็น	32
รูปที่ 2-3	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูเพิ่ม/พิมพ์	33
รูปที่ 3	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูแก้ไข	34
รูปที่ 4	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูรูปแบบ	35
รูปที่ 4-1	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูรูปแบบ/แบบอักษร	36
รูปที่ 4-2	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูรูปแบบ/ตัวเลือก	37
รูปที่ 5	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิธีใช้	38
รูปที่ 5-1	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิธีใช้/สารบัญ	39
รูปที่ 5-2	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิธีใช้/แบบฝึกหัด	40
รูปที่ 5-3	แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิธีใช้/เกี่ยวกับ โปรแกรม	41
รูปที่ 6	แสดงหน้าจอเมื่อป้อนสมการ	46
รูปที่ 7	แสดงผลลัพธ์เมื่อใช้งาน โปรแกรม	47

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญที่มาของปัญหาพิเศษ

ในปัจจุบันคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์และยังสำคัญต่อการพัฒนาวิทยาการใหม่ๆ อีกด้วย

พีชคณิต (Algebra) เป็นสาขาวิชาหนึ่ง ซึ่งมีความสำคัญในการพัฒนาความคิดใหม่ๆ ซึ่งมีประโยชน์ต่อชีวิตมนุษย์ แต่การที่จะเรียนรู้ให้เข้าใจถึงพีชคณิต เป็นเรื่องที่ยากและยังเป็นพื้นฐานที่จำเป็นในการนำไปใช้ศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นไป และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ บางครั้งต้องใช้เวลาในการทำมาก เช่นการหารสังเคราะห์ เป็นต้น จึงสมควรมีเครื่องมือมาช่วยสอน เพื่อให้มีความน่าสนใจในการเรียนรู้

วัตถุประสงค์ของ ปัญหาพิเศษ

เพื่อพัฒนา โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับแก้ปัญหาและช่วยสอนวิธีการแก้สมการทางพีชคณิตขั้นต้น

ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นจะสามารถสอนให้ผู้ใ้เรียนรู้และเข้าใจสมการพีชคณิตและการแก้สมการได้ มีแบบทดสอบและตัวอย่างในระหว่างเรียน รวมทั้งโปรแกรมนี้ยังสามารถช่วยแก้สมการพีชคณิตได้ด้วย ซึ่งสมการพีชคณิตที่จะสอนและที่จะสามารถแก้สมการได้ เช่น

1. First Degree Equation
2. Quadratic Equation โดยการแยกตัวประกอบ
3. Polynomial Equation โดยการหารสังเคราะห์

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ช่วยให้มีสื่อการสอนคณิตศาสตร์ที่เพิ่มความเข้าใจในการเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็ว
2. ช่วยเพิ่มทักษะในการแก้สมการคณิตศาสตร์แก่ผู้ที่สนใจ

ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1. ศึกษาเครื่องมือที่จะนำมาใช้พัฒนาโปรแกรม
2. ศึกษาลำดับความคิดในการแก้ปัญหาสมการทางพีชคณิต
3. ออกแบบโปรแกรม
4. ทดสอบการทำงานของโปรแกรมและปรับปรุงแก้ไข

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ

- คอมพิวเตอร์รุ่น Pentium RAM 16 MB
- โปรแกรม Microsoft Visual Basic 4.0 Professional Edition
- โปรแกรม HelpScribble 1.2.0
- โปรแกรม Gif Construction Set (32 bit)
- โปรแกรม Adobe Photoshop 3.05
- โปรแกรม LViewPro 1.C5/32 bit for Microsoft Windows 95
- โปรแกรม Microangelo 2.01
- Hard Disk ความจุ 540 MB
- คู่มืออ้างอิงของโปรแกรม Microsoft Visual Basic 4.0
- หนังสือคู่มือที่เกี่ยวกับ การแก้สมการ ALGEBRA
- แผ่น Diskette ขนาด 3.5" จำนวน 2 กล่อง

บทที่ 2

ทฤษฎีและนิยามต่าง ๆ ที่นำมาใช้

สมการ

สมการ (Equation) คือประโยคที่ระบุว่านิพจน์สองนิพจน์เท่ากัน เช่น (1) $2x - 6 = 4 - 3x$
หรือ (2) $y^2 + 3y = 4$

ค่าของตัวแปรซึ่งทำให้แต่ละข้างของสมการเท่ากันเรียกว่า คำตอบ (Solution) ของสมการ
นั้น ดังนั้น $x = 2$ เป็นคำตอบของสมการที่ (1) เนื่องจาก $2(2) - 6 = 4 - 3(2)$ และ $y = 1$ และ $y = -4$
เป็นคำตอบของสมการที่ 2 คำตอบของสมการที่มีตัวแปรตัวเดียวเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ราก (Root)
ของสมการ

การแก้สมการเชิงเส้น

ในการแก้สมการเชิงเส้น จะดำเนินการกับแต่ละข้างของสมการเหมือนกัน เพื่อให้ได้ตัวไม่
ทราบค่าปรากฏอยู่ลำพังทางข้างซ้าย

ตัวอย่างที่ 1

จงแก้สมการ $2x - 6 = 4 - 3x$

ทำโดย บวก 6; $2x = 10 - 3x$ ตรวจสอบคำตอบ $2(2) - 6 = 4 - 3(2)$

บวก $3x$; $5x = 10$ $-2 = -2$

หารด้วย 5; $x = 2$

ตัวอย่างที่ 2

จงแก้สมการ $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x + \frac{5}{6}$ ตรวจสอบคำตอบ :

ทำโดย คูณด้วย ส.ร.น. = 12; $4x - 6 = 9x + 10$ $\frac{1}{3}\left(-\frac{16}{5}\right) - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}\left(-\frac{16}{5}\right) + \frac{5}{6}$

บวก $6 - 9x$; $-5x = 16$

หารด้วย -5 ; $x = -\frac{16}{5}$ $-\frac{47}{30} = -\frac{47}{30}$

การแยกตัวประกอบของพหุนามใด ๆ

โดยทั่วไป การแยกตัวประกอบของพหุนามใด ๆ คือ การเขียนพหุนามนั้นในรูปการคูณของพหุนามที่มีดีกรีต่ำกว่า

ตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง

$$\begin{aligned} 5x + 15 &= 5 \cdot x + 5 \cdot 3 \\ &= 5(x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^3 + x^2 + x &= x \cdot x^2 + x \cdot x + x \cdot 1 \\ &= x(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

พหุนามดีกรีสองจะอยู่ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว ที่ $a \neq 0$ และ x เป็นตัวแปร การแยกตัวประกอบของพหุนาม $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว ที่ $a \neq 0$

ในกรณีที่ $c = 0$ เราสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง ในลักษณะเดียวกับที่กล่าวมาแล้ว เช่น

$$\begin{aligned} x^2 - 4x \\ 2x^2 + 18x \\ -3x^2 + 9x \\ ax^2 - 2ax, \quad a \neq 0 \\ ax^2 + bx, \quad a \neq 0 \end{aligned}$$

ในกรณีที่ $a = 1$ b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ $c \neq 0$ พหุนามดีกรีสอง จะอยู่ในรูป $x^2 + bx + c$ ทำให้เมื่อสามารถหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้ c และบวกกันได้ b

ให้ d และ e แทนจำนวนเต็มสองจำนวนดังกล่าว

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad d \cdot e &= c \\ d + e &= b \\ \text{ฉะนั้น} \quad x^2 + bx + c &= x^2 + (d + e)x + de \\ &= (x^2 + dx) + (ex + de) \\ &= (x + d)x + (x + d)e \\ &= (x + d)(x + e) \end{aligned}$$

ดังนั้น $x^2 + bx + c$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x + d)(x + e)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับพหุนามดีกรีสอง เช่น $x^2 + 4x + 1$ เราไม่สามารถหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันเป็น 1 และบวกกันเป็น 4 ได้ ดังนั้น จึงไม่สามารถเขียนพหุนาม $x^2 + 4x + 1$ ให้อยู่ในรูปการคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มได้

โดยทั่วไปแล้วในการแยกตัวประกอบของพหุนาม $x^2 + bx + c$ เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้าหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้ c และบวกกันได้ b ไม่ได้ เราสามารถแยกตัวประกอบได้โดยวิธีอื่น

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

ในกรณีที่พหุนามดีกรีสองแยกตัวประกอบแล้วได้ตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งซ้ำกัน เช่น

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)(x + 2) = (x + 2)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x - 2)(x - 2) = (x - 2)^2$$

เรียกพหุนามดีกรีสองที่ลักษณะเช่นนี้ว่า กำลังสองสมบูรณ์ ซึ่งอาจเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้ $x^2 + 2ax + a^2$ และ $x^2 - 2ax + a^2$ เมื่อ a แทนจำนวนจริงบวก ซึ่งพหุนามดังกล่าวแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)(x + a)$$

$$= (x + a)^2$$

และ $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)(x - a)$

$$= (x - a)^2$$

ตัวอย่าง

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2(3)x + (3)^2$$

$$= (x + 3)^2$$

ลองพิจารณาการแยกตัวประกอบต่อไปนี้

$$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)(2x + 3)$$

$$(2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2 = (2x + 3)^2$$

$$9x^2 - 30xy + 25y^2 = (3x - 5y)(3x - 5y)$$

$$(3x)^2 - 2(3x)(5y) + (5y)^2 = (3x - 5y)^2$$

จะเห็นว่า การแยกตัวประกอบข้างต้นได้ตัวประกอบเป็นพหุนามที่ซ้ำกัน ดังนั้น พหุนามดีกรีสองดังกล่าวข้างต้นเป็นกำลังสองสมบูรณ์

รูปทั่วไปของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ คือ $A^2 + 2AB + B^2$ และ $A^2 - 2AB + B^2$ เมื่อ A และ B เป็นพหุนาม แยกตัวประกอบได้ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

เช่น

$$16x^2 + 8xy + y^2 = (4x)^2 + 2(4x)y + y^2$$

$$= (4x + y)^2$$

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

พหุนามดีกรีสองที่สามารถเขียนได้ในรูป $x^2 - a^2$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวก เช่น $x^2 - 4$, $x^2 - 9$

9 เรียกว่า ผลต่างกำลังสอง

$$\begin{aligned} x^2 - a^2 &= x^2 + ax - ax - a^2 \\ &= (x^2 + ax) - (xa + a^2) \\ &= (x + a)x - (x + a)a \\ &= (x + a)(x - a) \end{aligned}$$

ในกรณีที่พหุนามดีกรีสองมีสัมประสิทธิ์ของ x^2 ไม่เท่ากับ 1 อาจเขียนในรูปผลต่างของกำลังสองได้ เช่น $4x^2 - 9$ เขียนได้เป็น $(2x)^2 - 3^2$

รูปทั่วไปของพหุนามที่อยู่ในรูปผลต่างของกำลังสอง คือ $A^2 - B^2$ เมื่อ A และ B แทนพหุนาม แยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

เช่น

$$\begin{aligned} x^2 - 4 &= x^2 - 2^2 \\ &= (x + 2)(x - 2) \end{aligned}$$

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

พิจารณาการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 8x + 12$ อีกวิธีหนึ่ง ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} x^2 + 8x + 12 &= \{x^2 + (2)(4)x + 4^2\} - 4^2 + 12 \\ &= (x + 4)^2 - 2^2 \\ &= (x + 4 + 2)(x + 4 - 2) \\ &= (x + 6)(x + 2) \end{aligned}$$

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง $x^2 + bx + c$ โดยวิธีทำกำลังสองสมบูรณ์ สรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1. จัดพหุนามที่กำหนดให้อยู่ในรูป $x^2 + 2px + c$ หรือ $x^2 - 2px + c$ เมื่อ p เป็นจำนวนจริง

บวก เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ทำบางส่วนของพหุนามที่จัดไว้ในข้อ 1 ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ โดยนำกำลังสองของ p บวกเข้าและลบออกดังนี้

$$\begin{aligned} x^2 + 2px + c &= (x^2 + 2px + p^2) - p^2 + c \\ &= (x + p)^2 - (p^2 - c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2px + c &= (x^2 - 2px + p^2) - p^2 + c \\ &= (x - p)^2 - (p^2 - c) \end{aligned}$$

3. ถ้า $p^2 - c = d^2$ เมื่อ d เป็นจำนวนจริงบวก จากข้อ 2 จะได้

$$x^2 + 2px + c = (x + p)^2 - d^2$$

$$x^2 - 2px + c = (x - p)^2 - d^2$$

4. แยกตัวประกอบของ $(x + p)^2 - d^2$ หรือ $(x - p)^2 - d^2$ โดยใช้สูตรการแยกตัวประกอบของผลต่างกำลังสอง

ตัวอย่างการแยกตัวประกอบของ $x^2 + 3x - 238$

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 238 &= x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)x - 238 \\ &= \left\{ x^2 + 2\left(\frac{3}{2}\right)x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \right\} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 238 \\ &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 238 \\ &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9 + 952}{4} \\ &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{961}{4} \\ &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{31}{2}\right)^2 \\ &= \left(x + \frac{3}{2} - \frac{31}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2} + \frac{31}{2}\right) \\ &= \left(x - \frac{28}{2}\right)\left(x + \frac{34}{2}\right) \\ &= (x - 14)(x + 17) \end{aligned}$$

ดังนั้น $x^2 + 3x - 238 = (x - 14)(x + 17)$

สมการกำลังสอง

พิจารณาว่าจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ

$$(x-2)(x+3) = 0$$

การหาคำตอบของสมการข้างต้น ทำได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงที่ว่า ถ้า a, b เป็นจำนวนจริง และ $ab = 0$ แล้ว a หรือ b อย่างน้อยหนึ่งตัวต้องเป็นศูนย์ ดังนั้นในการหาคำตอบของสมการ $(x-2)(x+3) = 0$ จึงต้องหาคำตอบมาแทนค่า x เพื่อให้ $x-2$ หรือ $x+3$ เป็นศูนย์ ซึ่งได้แก่ 2 และ -3 ตามลำดับ

ตัวอย่าง เช่น ให้หาคำตอบของสมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x-3 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x-1 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{หรือ} \quad x = 1$$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 3 และ 1 ในสมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$ จะได้

$$(3)^2 - 4(3) + 3 = 0 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

$$\text{และ } (1)^2 - 4(1) + 3 = 0 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น 1 และ 3 เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 4x + 3 = 0$

การแก้สมการกำลังสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์

การแยกตัวประกอบของพหุนาม $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เพื่อหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ ในบางครั้งต้องจัดพหุนามให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จงแก้สมการ $x^2 - 5x + 2 = 0$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2 = 0$$

$$\left\{x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2\right\} - \frac{25}{4} + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{ดังนั้น } x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} = 0 \text{ หรือ } x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} = 0$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}$$

คำตอบของสมการคือ $\frac{5 + \sqrt{17}}{2}$ และ $\frac{5 - \sqrt{17}}{2}$

หรืออาจใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

เมื่อ x เป็นคำตอบของสมการพหุนามที่อยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$

เช่น ถ้าจะแก้สมการ $9t^2 - 30t + 25 = 0$

จากสูตร จะได้ $a = 9$, $b = -30$, $c = 25$ และ

$$b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4(9)(25)$$

$$= 0$$

$$t = \frac{-(-30)}{2(9)}$$

$$= \frac{5}{3}$$

ดังนั้น

คำตอบของสมการ คือ $\frac{5}{3}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาจำนวนเฉพาะ

จะหาจำนวนเฉพาะ ตั้งแต่ 1 ถึงค่าที่กำหนด

โดย

- เขียนเลขคู่ ตั้งแต่ 3 ถึงจำนวนที่กำหนด
- ใช้ 3 เป็นหลัก นับไปทุก ๆ 3 จำนวน แล้วตัดตัวเลขนั้นทิ้ง
ใช้ 5 เป็นหลักบ้าง นับไปทุก ๆ 5 จำนวน ตรงที่ตัวเลขไหน ให้ตัดเลขนั้นทิ้งจนถึงค่าที่กำหนด (ตัวเลขที่เปรียบเทียบให้นับทุกตัว ไม่ว่าจะถูกตัดไปแล้วหรือไม่ก็ตาม)
ใช้ 7 เป็นหลักบ้าง นับไปทุก ๆ 7 จำนวน ตรงที่ตัวเลขไหน ให้ตัดเลขนั้นทิ้งจนถึงค่าที่กำหนด
ใช้ 11 เป็นหลักบ้าง (ไม่ใช้ 9 เพราะถูกตัดไปแล้ว) นับไปทุก ๆ 11 จำนวน ตรงที่ตัวเลขไหน ให้ตัดเลขนั้นทิ้งจนถึงค่าที่กำหนด
ทำไปเรื่อย ๆ จนเลขที่ใช้เป็นหลักจะเท่ากับค่าที่กำหนด

เช่น ถ้าจะหาจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1 ถึง 38 ทำได้โดย

เลขคู่ 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37

เมื่อใช้ 3 เป็นหลัก : ตัด 9, 15, 21, 27, 33

เมื่อใช้ 5 เป็นหลัก : ตัด 15, 25, 35

เมื่อใช้ 7 เป็นหลัก : ตัด 21, 35

เมื่อใช้ 11 เป็นหลัก : ตัด 33

รวมกับ 1 และ 2

จะได้ 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 เป็นจำนวนเฉพาะ

การหาตัวประกอบ

- 1 เป็นตัวประกอบของทุก ๆ จำนวนและจำนวนนั้น เป็นตัวประกอบของตัวเอง
- นำเลข 2 ถึงจำนวนที่ต้องการหาตัวประกอบลบด้วย 1 มาหารจำนวนนั้น ถ้าหารลงตัว แสดงว่า เลขนั้นเป็นตัวประกอบ

เช่น ถ้าหารตัวประกอบของ 24

1. 1, 24

2. 24/2 ลงตัว 2 เป็นตัวประกอบ

24/3 ลงตัว 3 เป็นตัวประกอบ

24/4 ลงตัว 4 เป็นตัวประกอบ

24/5 ไม่ลงตัว

24/6 ลงตัว 6 เป็นตัวประกอบ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้ตัวประกอบทั้งหมดคือ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

อาจหาตัวประกอบได้อีกวิธีหนึ่ง

หาตัวประกอบของ 24 โดย

หารากที่ 2 ของ 24 ได้ 4.8..... ปัดเป็น 4

แสดงว่า คิดเพียง 1 ถึง 4 เท่านั้น

คือ

$$24/1 = 24 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 1, 24$$

$$24/2 = 12 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 2, 12$$

$$24/3 = 8 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 3, 8$$

$$24/4 = 6 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 4, 6$$

ดังนั้นจะได้ตัวประกอบของ 24 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

หมายเหตุ

ถ้าไม่ลงตัวให้ข้ามไปตัวถัดไปเลย

ตัวอย่าง หาตัวประกอบของ 50 โดย

หารากที่สองของ 50 ได้ 7.07..... ปัดเป็น 7

คิด 1 ถึง 7

$$50/1 = 50 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 1, 50$$

$$50/2 = 25 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 2, 25$$

$$50/3 \quad \text{ไม่ลงตัว}$$

$$50/4 \quad \text{ไม่ลงตัว}$$

$$50/5 = 10 \quad \text{ลงตัว} \quad \text{ได้} \quad 5, 10$$

$$50/6 \quad \text{ไม่ลงตัว}$$

$$50/7 \quad \text{ไม่ลงตัว}$$

ดังนั้นจะได้ตัวประกอบของ 50 คือ 1, 2, 5, 10, 25, 50

การแยกตัวประกอบของตัวเลข

มีวิธีการดังนี้

1. จะต้องหาจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 2 ถึงตัวเลขนั้น
2. หารตัวเลขนั้นด้วยจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 2 หารไปเรื่อย ๆ จนหารด้วย 2 ไม่ลงตัว จึงเปลี่ยนตัวหารเป็นจำนวนเฉพาะตัวถัดไป คือ 3, 5, 7,... จนกระทั่งตัวตั้งและตัวหารจะเท่ากัน
3. ตัวประกอบจะเป็นจำนวนเฉพาะที่หารลงตัวเหล่านั้นคูณกัน

เช่น ถ้าจะแยกตัวประกอบของ 24

1. จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 2 ถึง 24 คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 24} \\
 \underline{4} \\
 2 \overline{) 12} \\
 \underline{4} \\
 2 \overline{) 6} \\
 \underline{4} \\
 2 \overline{) 3} \\
 \underline{2} \\
 1
 \end{array}$$

3. จะได้ $24 = 2*2*2*3$

การหาตัวหารร่วมมาก

จะหา ห.ร.ม. ของตัวเลข a,b,c,d,... โดย

1. นำ a,b,c,d,... มาแยกตัวประกอบ
2. พิจารณาตัวประกอบของ a,b,c,d,... ดูว่ามีตัวไหนเหมือนกันทั้งหมดหรือไม่ ถ้ามี ให้เลือกออกมา
3. ทำซ้ำไปเรื่อย ๆ โดยตัวเลขที่เลือกออกมามคูณกันทั้งหมดจะเป็น ห.ร.ม.

เช่น ตัวอย่าง หา ห.ร.ม. ของ 12 กับ 24

ขั้นตอน

ห.ร.ม.

$$1. \quad 12 = 2*2*3$$

$$24 = 2*2*2*3$$

$$2. \quad 112 = 2*2*3$$

$$24 = 2*2*2*3$$

2

$$2. \quad 212 = 2*2*3$$

$$24 = 2*2*2*3$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$2.312 = 2*2*3$$

$$24 = 2*2*2*3$$

$$2*2*3$$

$$3 \quad \text{ห.ร.ม. คือ } 2*2*3 = 12$$

การหา ห.ร.ม. และการลดทอนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
สามารถหาได้จากฟังก์ชันต่อไปนี้

```
void LowerTerm (int &Num, int &Den)
```

```
{
    int u = 0;
    int s = Num;
    int t = Den;
    do
    {
        u = int(s/t) * t;
        s = s-u;
        t = t-u;
    } while ( u > 0 );
    Num = Num / s;
    Den = Den / s;
}
```

เช่น ถ้าต้องการหา ห.ร.ม. ของ 6 กับ 8 และ ลดทอน $6/8$ ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

u	s	t
0	6	8
0		
6	8	6
6		
2	6	2
6		
0	2	0

<= ได้ 2 เป็น ห.ร.ม.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งาน และ $6/8$ ลดทอนเป็น $6/8$ กับ $8/2$ ได้ $3/4$ ระโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทอนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

นอกจากจะใช้ฟังก์ชันที่กล่าวมาข้างต้นลดทอนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำแล้ว ยังมีอีกวิธีหนึ่งซึ่งวิธีนี้จะเป็นการหา ห.ร.ม. นั้นเองคือ

1. หาเศษและส่วนที่จะลดทอนมาหา ห.ร.ม.
2. นำ ห.ร.ม. ที่ได้ไปหารทั้งเศษและส่วน จะได้ เศษส่วนอย่างต่ำทันที

เช่น หาเศษส่วนอย่างต่ำของ $6/8$

1. หา ห.ร.ม. ของ 6 และ 8

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

จะได้ ห.ร.ม. คือ 2

2. $6/2 = 3$

$$8/2 = 4$$

เศษส่วนอย่างต่ำคือ $3/4$

การลดทอนค่าราก

การลดทอนค่าราก เช่น $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ มีวิธีการดังนี้ คือ

1. แยกตัวประกอบของตัวเลขที่จะลดทอนค่าราก
2. จับคู่ตัวประกอบตามดีกรีของราก เช่น ถ้ารากที่สอง ให้หาตัวประกอบที่เหมือนกัน 2 ตัว แล้วเลือกมา 1 ตัว แต่ถ้าเป็นรากที่สาม ต้องเลือกตัวประกอบที่เหมือนกัน 3 ตัว แล้วเลือกมา 1 ตัว เป็นต้น
3. ถ้าตัวประกอบที่ถูกเลือกออกมามีมากกว่าหนึ่งตัว ให้นำตัวประกอบที่ดึงออกมา มาคูณกัน

เช่น

หา $\sqrt{24}$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$$

หา $\sqrt[3]{24}$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\sqrt[3]{24} = 2\sqrt[3]{3}$$

การหาตัวคูณร่วมน้อย

จะหา ค.ร.น. ของตัวเลข a, b, c, d, \dots โดย

1. นำ a, b, c, d, \dots มาแยกตัวประกอบ

2. พิจารณาตัวประกอบของ a ที่แยกไว้ทีละตัว มาเปรียบเทียบกับตัวประกอบ b, c, d, \dots ว่าซ้ำกันหรือไม่

ถ้าซ้ำกัน เลือกตัวประกอบของ a ตัวนั้นออกมา แล้วตัดตัวประกอบของ b, c, d, \dots ที่ซ้ำกับตัวประกอบของ a ตัวนั้น ออก 1 ตัวจาก 1 ตัวเลข

ถ้าไม่ซ้ำกัน เลือกตัวประกอบของ a ตัวนั้นออกมา

3. ทำซ้ำข้อ 2 โดยตัวประกอบที่ถูกตัดและตัวประกอบที่ถูกเลือกแล้ว จะไม่นำมาพิจารณาจนกว่า ตัวประกอบของทุกตัวเลขที่พิจารณาจะหมด

4. นำตัวประกอบที่ถูกเลือกทั้งหมดมาคูณกัน จะได้ ค.ร.น.

เช่น

หา ค.ร.น. ของ 3, 15, 6, 4

ขั้นตอน

- | | | | | | |
|----|---|---|-------------|-----------------------|-----------------------------|
| 1. | 3 | = | 3 | | |
| | 15 | = | $3 \cdot 5$ | | |
| | 6 | = | $2 \cdot 3$ | | |
| | 4 | = | $2 \cdot 2$ | | |
| 2. | 3 | = | 3 | <= เลือก 3 ออกมา | 3 |
| | 15 | = | $3 \cdot 5$ | <= ตัด 3 ทิ้งเพราะซ้ำ | |
| | 6 | = | $2 \cdot 3$ | <= ตัด 3 ทิ้งเพราะซ้ำ | |
| | 4 | = | $2 \cdot 2$ | | |
| | 3.115 | = | $3 \cdot 5$ | <= เลือก 5 ออกมา | $3 \cdot 5$ |
| | 6 | = | $2 \cdot 3$ | | |
| | 4 | = | $2 \cdot 2$ | | |
| | 3.26 | = | $2 \cdot 3$ | <= เลือก 2 ออกมา | $3 \cdot 5 \cdot 2$ |
| | 4 | = | $2 \cdot 2$ | <= ตัด 2 ทิ้งเพราะซ้ำ | |
| | 3.34 | = | $2 \cdot 2$ | <= เลือก 2 ออกมา | $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$ |
| 4. | ได้ผลลัพธ์เป็น $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 60$ | | | | |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. นำ a คูณกับจำนวนแรกของแถวที่ 3 นำผลคูณไปใส่ในตำแหน่งที่สองของแถวที่ 2
 5. บวกจำนวนในแถวที่ 1 และแถวที่ 2 ในตำแหน่งที่ 2 นำผลบวกใส่ในตำแหน่งเดียวกันของแถวที่ 3
 6. นำ a คูณกับจำนวนในตำแหน่งที่ 2 ของแถวที่ 3 นำผลคูณใส่ในตำแหน่งที่ 3 ของแถวที่ 2
 7. บวกจำนวนในแถวที่ 1 และแถวที่ 2 ในตำแหน่งที่ 3 นำผลบวกใส่ในตำแหน่งเดียวกันของแถวที่ 3
- เป็นเช่นนี้เรื่อย ๆ ไป จนหมดทุกตำแหน่ง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Application of Writing Arithmetic Expressions

สามารถใช้ ordered rooted tree แทนนิพจน์ทางคณิตศาสตร์โดย internal vertices แทน operation, leaves แทน variable หรือ member แต่ละ operation จะ operate จากซ้ายไปขวาใน subtree ในอันดับต่าง ๆ

นิพจน์ทางคณิตศาสตร์นี้จะเขียนอยู่ในรูปแบบ infix form คือ operator อยู่ระหว่าง operand เช่น A, B เป็น operand และ + เป็น operator แล้ว arithmetic expression $A + B$ อยู่ในรูปแบบ infix form

กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการคำนวณค่าของเครื่องคอมพิวเตอร์

1. ลำดับการทำงานการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์ เรียงตามลำดับก่อนหลังดังนี้

- () วงเล็บเล็ก
- ^ ยกกำลัง
- *, / คูณ, หาร
- +, - บวก, ลบ

2. ลำดับการทำงานที่เท่ากันจะทำการคำนวณจากซ้ายไปขวา

$$A + B - C = (A + B) - C$$

$$A * B * C = (A * B) * C$$

$$A * B / C = (A * B) / C$$

$$A / B * C = (A / B) * C$$

3. ในกรณีเครื่องหมายยกกำลังซ้อนจะคำนวณจากขวาไปซ้าย

$$A \wedge B \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

การท่องไปใน tree แบบ inorder นั้น เส้นทางที่เกิดขึ้นอาจซ้ำกันได้ ถึงแม้ tree จะมีรูปแบบต่างกัน

prefix form ได้มาจากการเดินไปใน tree แบบ preorder นิพจน์ที่เขียนแบบ prefix form จะเรียกว่า polish notation

postfix form จะหาได้โดย การเดินไปใน tree แบบ postorder นิพจน์ที่เขียนแบบ postfix form เรียกว่า reverse polish notation

จาก reverse polish notation นี้ เมื่อพิจารณาจากซ้ายไปขวาจะเป็นทิศในการหาค่าของนิพจน์ การคำนวณค่านี้จะใช้กลไกที่เรียกว่า stack เป็นตัวช่วย

โดยปกติ เมื่อป้อนนิพจน์ infix เข้าเครื่องคอมพิวเตอร์ compiler จะไม่สามารถสร้างรหัส หรือชุดของคำสั่งจากนิพจน์ที่ป้อนเข้าไปนี้ได้ compiler จะต้องมีการแปลงนิพจน์จาก infix เป็น

postfix ก่อน แล้วจึงแปลเป็นชุดคำสั่งภาษาเครื่องอีกต่อหนึ่งเพื่อการคำนวณค่าต่อไป ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบการคำนวณเพื่อแปลงนิพจน์ infix เป็น postfix

1. ถ้า input เป็นตัว operand ให้นำไปไว้ที่ output (postfix string)
2. ถ้า input เป็น operator ให้
 - 2.1 นำ operator เข้าสู่ operator stack (opstk) ถ้า stack ตัวนั้นว่างเปล่า
 - 2.2 ถ้า operator stack ไม่ว่างเปล่า ซึ่งแสดงว่า มี operator อยู่ใน stack นั้น ให้เปรียบเทียบลำดับของ operator ที่เป็น input กับ operator ที่อยู่ใน stack ดังนี้

เครื่องหมาย	ลำดับเมื่ออยู่ที่ input	ลำดับเมื่ออยู่ที่ stack
^	3	4
*, /	2	2
+, -	1	1
(0	4

ถ้าลำดับของ operator ที่เป็น input น้อยกว่าหรือเท่ากับลำดับของ operator ที่อยู่ส่วนบนสุดของ stack ให้นำ operator ตัวที่อยู่ส่วนบนสุดของ stack ไปไว้ที่ output

จากนั้นก็เปรียบเทียบแบบเดิมอีก ระหว่าง input ตัวนั้นกับ operator ที่อยู่ส่วนบนสุดของ stack (ซึ่งเป็น operator ตัวใหม่) โดยใช้หลักการเดิมนี้ ทำเช่นนี้จนกระทั่ง

2.2.1 ลำดับของ operator ที่เป็น input มีค่ามากกว่าลำดับของ operator ที่อยู่บนส่วนบนสุดของ stack หรือ

2.2.2 ทำจนกระทั่ง stack ว่างเปล่า หรือ

2.2.3 ทำจนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิด

แต่ถ้าลำดับของ operator ที่เป็น input มากกว่า ลำดับของ operator ที่อยู่ส่วนบนสุดของ stack นำ operator ตัวนั้นใส่เข้าไปใน stack

3. ถ้า input เป็นเครื่องหมายวงเล็บเปิด “(“ ให้ PUSH “(“ ลงสู่ stack แต่ถ้า input เป็นเครื่องหมายวงเล็บปิด “)” ก็ให้ POP stack จนกว่าจะพบเครื่องหมายวงเล็บเปิดแล้วทิ้งเครื่องหมายวงเล็บเปิดและปิด ส่วน operator ที่ POP ออกมา ก็ให้ไปต่อไว้ที่ output ตามลำดับที่ออกมา

4. ถ้า input หมดแล้ว ให้ POP stack นำ operator ออกมาไว้ที่ output ทั้งหมด

ตัวอย่าง การแปลง $((A + B) * C - (D - E)) ^ (F + G)$ เป็น postfix

infix	postfix string	obstk
(blank	blank
(blank	(
A	blank	((
+	A	((
B	A	((+
)	AB	((+
*	AB+	(
C	AB+	(*
-	AB+C	(*
(AB+C*	(-
D	AB+C*	(-
-	AB+C*D	(-
E	AB+C*D	(-
)	AB+C*DE	(-
)	AB+C*DE-	(-
^	AB+C*DE--	blank
(AB+C*DE--	^
F	AB+C*DE--	^C
+	AB+C*DE--F	^C
G	AB+C*DE--F	^C+
)	AB+C*DE--FG ^C+	
	AB+C*DE--FG+	^
	AB+C*DE--FG+^	

postfix คือ $AB+C*DE--FG+^$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาผลลัพธ์จากนิพจน์ postfix

จากนิพจน์ infix เมื่อผ่าน compiler จะถูกเปลี่ยนเป็นนิพจน์ postfix และจากนิพจน์ postfix เมื่อต้องการหาค่าทางคณิตศาสตร์ มีวิธีการดังนี้

1. ถ้าเป็น operand ให้ PUSH สู่ stack
2. ถ้าเป็น operator ให้ POP ค่า 2 ค่า จาก stack แล้วทำการคำนวณโดยใช้ operator ตัวนั้น ในกรณีนี้ให้ใช้ค่าแรกที่ได้จาก stack เป็น operand ตัวที่ 2 จากนั้นเก็บผลลัพธ์ไว้ที่ stack



บทที่ 3

การออกแบบระบบ

1. การออกแบบโครงสร้างข้อมูลและอัลกอริทึม

เนื่องจากจุดประสงค์ของโปรแกรมนี้ส่วนหนึ่งเป็นแก้สมการตัวแปรเดียวดีกรี 1 ถึงดีกรี 5 โดยจะพยายามให้โปรแกรมคิดแก้ปัญหาเป็นขั้นตอน ให้คล้ายกับขั้นตอนที่คนเราคิดให้มากที่สุด ดังนั้นอัลกอริทึมที่ใช้ ก็จะเป็นอัลกอริทึมที่ต้องใช้เงื่อนไขมากมาย

เนื่องจากการรับโจทย์สมการ ออกแบบให้รับเป็นสตริง แล้วจึงนำสตริงมาแยกออกเป็นตัวอักษร แล้วส่งเข้าโครงสร้างข้อมูลที่ได้ออกแบบไว้

ใน 1 พจน์จะประกอบด้วยข้อมูลสำคัญดังนี้

TYPE MONO

PREVIOUS_ID : INTEGER

SIGN : CHARACTER

COEFICIENT_UP : INTEGER

COEFICIENT_DOWN : INTEGER

VARIABLE : CHARACTER

POW : INTEGER

END

อธิบาย

PREVIOUS_ID เป็นตัวบอกว่าพจน์นี้ต่ออยู่กับ พจน์ที่เท่าใด

SIGN จะบอกว่าเครื่องหมายของพจน์นี้มีค่าเป็นเท่าใด

COEFICIENT_UP จะเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรหรือค่าคงที่

COEFICIENT_DOWN จะเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรหรือค่าคงที่ในส่วนหาร

VARIABLE เก็บชื่อตัวแปร

POW เก็บค่ายกกำลังของตัวแปร VARIABLE

ตัวอย่างเช่น ถ้า รับข้อมูลเข้าเป็น “ $X^3+6X^2-9X-10$ ” จะเก็บค่าดังนี้

พจน์ที่	PREVIOUS_ID	SIGN	COEF_UP	COEF_DOWN	VARIABLE	POW	
1	0	+	1	1	X	3	$+X^3$
2	1	+	6	1	X	2	$+6X^2$
3	2	-	9	1	X	1	$-9X$
4	3	-	10	1	''	0	-10

2. ขั้นตอนการทำงาน

จะสรุปขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมในส่วนของการแก้สมการได้ดังนี้

1. รับข้อมูลเป็นสมการ
2. ตรวจสอบรูปแบบสมการที่รับเข้ามา หากไม่ถูกต้อง โปรแกรมจะส่งเมสเสจบอกผู้ใช้แล้วให้รับข้อมูลใหม่
3. ส่งข้อมูลเข้าโครงสร้างข้อมูล
4. นำข้อมูลที่อยู่ในโครงสร้างข้อมูล ไปผ่านกระบวนการคำนวณ
5. เมื่อคำนวณผ่านในแต่ละขั้นตอนแล้ว ก็แสดงผลวิธีทำให้ผู้ใช้ดูเป็นขั้นตอน แล้วบันทึกผลที่ได้ลงในแฟ้มข้อมูลชั่วคราว (รูปแบบนามสกุล .TMC มีไม่เกิน 10 แฟ้ม โจทย์สมการข้อละ 1 แฟ้ม ชื่อแฟ้ม FILE???.TMC โดย ? เป็นตัวเลขข้อของสมการ)
6. ถ้าโปรแกรมไม่สามารถแก้สมการที่ให้มาได้ จะมีเมสเสจบอกผู้ใช้ว่า หาผลลัพธ์ไม่ได้
7. เมื่อมีการบันทึกแฟ้ม จะนำแฟ้ม FILE???.TMC ที่มีอยู่ทั้งหมดในขณะนั้น มาเขียนต่อกันเป็นแฟ้มที่ผู้ใช้กำหนดเมื่อบันทึก ซึ่งมีรูปแบบนามสกุลเป็น .EQU
8. การเปิดหรือโหลดแฟ้มข้อมูล .EQU เป็นการแยกแฟ้ม .EQU ออกเป็นแฟ้มชั่วคราว (.TMC) ทั้งหมด แล้วจึงดึงข้อมูลจากแฟ้ม .TMC ไปแสดงผล
9. การพิมพ์ข้อมูล จะพิมพ์จากแฟ้ม .TMC เช่น ถ้าเลือกพิมพ์ข้อ 1 ก็จะพิมพ์เฉพาะแฟ้ม FILE1.TMC เป็นต้น
10. การลบข้อบางข้อทิ้ง ถ้าไม่ใช่ข้อสุดท้ายจะมีการเลื่อนข้อถัดไปจนหมดขึ้นไปแทนที่แฟ้มที่ถูกลบ เช่น ถ้ลบข้อที่ 2 ข้อ 2 เดิมจะถูกแทนที่ด้วยข้อ 3 และข้อ 3 จะถูกแทนที่ด้วย ข้อ 4 ...

Fillchcfracexpl (Obj as Object) เพื่อสำหรับเติมคำตอบเลือกเนื้อหาย่อ
ของสมการเศษส่วนพหุนาม โพรซีเคอร์รับ parameter 1 ตัวคือ Obj เป็นตัวแปรแบบ Object ในที่นี้
Object ที่ต้องการคือ Combo box

Fillchcfracstep (Obj as Object) เพื่อสำหรับเติมคำตอบเลือกวิธีการแก้
สมการเศษส่วนพหุนาม โพรซีเคอร์รับ parameter 1 ตัวคือ Obj เป็นตัวแปรแบบ Object ในที่นี้
Object ที่ต้องการคือ Combo box

2. ประเภทแบบฝึกหัดเป็น โจทย์ปัญหาแก้สมการ

ในส่วนนี้ใช้ Microsoft Visual Basic 4.0 สร้างฟอร์ม 1 ฟอร์ม เพื่อแสดงโจทย์
ปัญหาและรับคำตอบ ในส่วนแบบฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหานี้ เราจัดเก็บข้อมูลต่างๆ เป็นแฟ้ม
ข้อมูลชื่อ SENRPRJ.MDB ซึ่งรายละเอียดข้อมูลมีดังนี้

TABLE PROBLEM

KEY_ID AS TEXT(3)

เป็น Primary Key สำหรับคิงข้อมูลในเรคอร์ด โดย

ถ้าอักษรตัวแรกเป็น 1 หมายถึง สมการดีกรีหนึ่ง

ถ้าอักษรตัวแรกเป็น 2 หมายถึง สมการกำลังสอง

ถ้าอักษรตัวแรกเป็น 3 หมายถึง สมการพหุนาม

ถ้าอักษรตัวแรกเป็น 4 หมายถึง สมการเศษส่วนพหุนาม

QUESTION AS TEXT(15)

เป็นฟิลด์เก็บคำถามแต่ละข้อ โดยเป็นชื่อไฟล์โจทย์ซึ่งเป็นไฟล์รูปภาพ

SOLUTION AS TEXT(15)

เป็นฟิลด์เก็บวิธีทำแต่ละข้อ ซึ่งมีรูปแบบเป็นไฟล์รูปภาพ

HLP AS TEXT(100)

เป็นฟิลด์ช่วยคิดวิธีแก้ปัญหา

FLG_ANS AS INTEGER

เป็นฟิลด์เก็บจำนวนคำตอบของแต่ละโจทย์

ANSWER1 AS TEXT(20)

เป็นฟิลด์เก็บคำตอบแรก

ANSWER2 AS TEXT(20)

เป็นฟิลด์เก็บคำตอบที่สอง

ANSWER AS TEXT(20)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้เป็นฟิลด์เก็บคำตอบที่สาม ภาษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การแสดงโจทย์ปัญหาจะเป็นแบบสุ่มโจทย์มาแสดงทีละ 5 ข้อ โดยขั้นตอนการสุ่มมีดังนี้

1. เลือกหัวข้อเรื่องโจทย์การแก้สมการ จะได้อักษรตัวแรกของ KEY_ID
2. สร้าง QUERY ข้อมูลโจทย์สมการแต่ละหัวข้อจาก KEY_ID และเก็บข้อมูลลงใน QQUES โดยใช้ SQL(Structured Query Language) เช่น

```
SELECT * FROM PROBLEM WHERE KEY_ID LIKE '1*'
```

หมายเหตุ สำหรับโจทย์สมการตรีโกณหนึ่ง

3. สุ่มโจทย์ปัญหาจาก QQUES 5 ข้อ

4. เครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม

โปรแกรม Microsoft Visual Basic 4.0 Professional Edition

เป็นโปรแกรมหลักที่ใช้พัฒนาปัญหาพิเศษ ทั้งในส่วนของโปรแกรมช่วยแก้สมการพีชคณิตและโปรแกรมช่วยสอนสมการพีชคณิต โดย

- สร้างเมนูต่าง ๆ ด้วย Menu Editor
- สร้าง Toolbar โดยใช้ control Toolbar
- สร้างส่วน Input Box ด้วย control ComboBox และส่วน Output Box ด้วย control ListBox
- สร้างปุ่ม Option, ปุ่ม Check Box และ ปุ่มคำสั่ง โดยใช้ control SSOption , SSCheck และ control SSCommand ซึ่งเป็น custom controls ที่ผู้พัฒนาต้องเพิ่มเติมจาก Sheridan 3D Controls นอกเหนือจาก control มาตรฐาน
- ใช้ control CommonDialog สำหรับเปิดไฟล์ HELP
- สร้างภาพเคลื่อนไหว ด้วย control PictureClip ซึ่งเป็น custom controls ที่ผู้พัฒนาต้องเพิ่มเติมจาก Microsoft PictureClip นอกเหนือจาก control มาตรฐาน

โปรแกรม HelpScribble 1.2.0

ใช้สร้าง Help File ดังนี้

HlpProject .hlp มีเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีต่าง ๆ ของสมการ

HlpUsage.hlp มีเนื้อหาเกี่ยวกับวิธีใช้งาน โปรแกรม

โปรแกรม Gif Construction Set (32 bit)

ใช้สร้างภาพต่อเนื่อง โดยการนำภาพมาต่อกัน แล้วทำ image strip เพื่อนำภาพที่ได้ไปดำเนินการใน Microsoft Visual Basic ต่อไปโดยใช้ control Picture Clip ซึ่งเป็น custom controls ที่ผู้พัฒนาต้องเพิ่มเติมจาก Microsoft PictureClip นอกเหนือจาก control มาตรฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรม MicroAngelo Version 2.01

ใช้สร้างภาพและตกแต่ง icon เพื่อนำไปใช้ใน control imagelist ใน Microsoft Visual Basic เพื่อการสร้างรูป icon บน toolbar ต่อไป

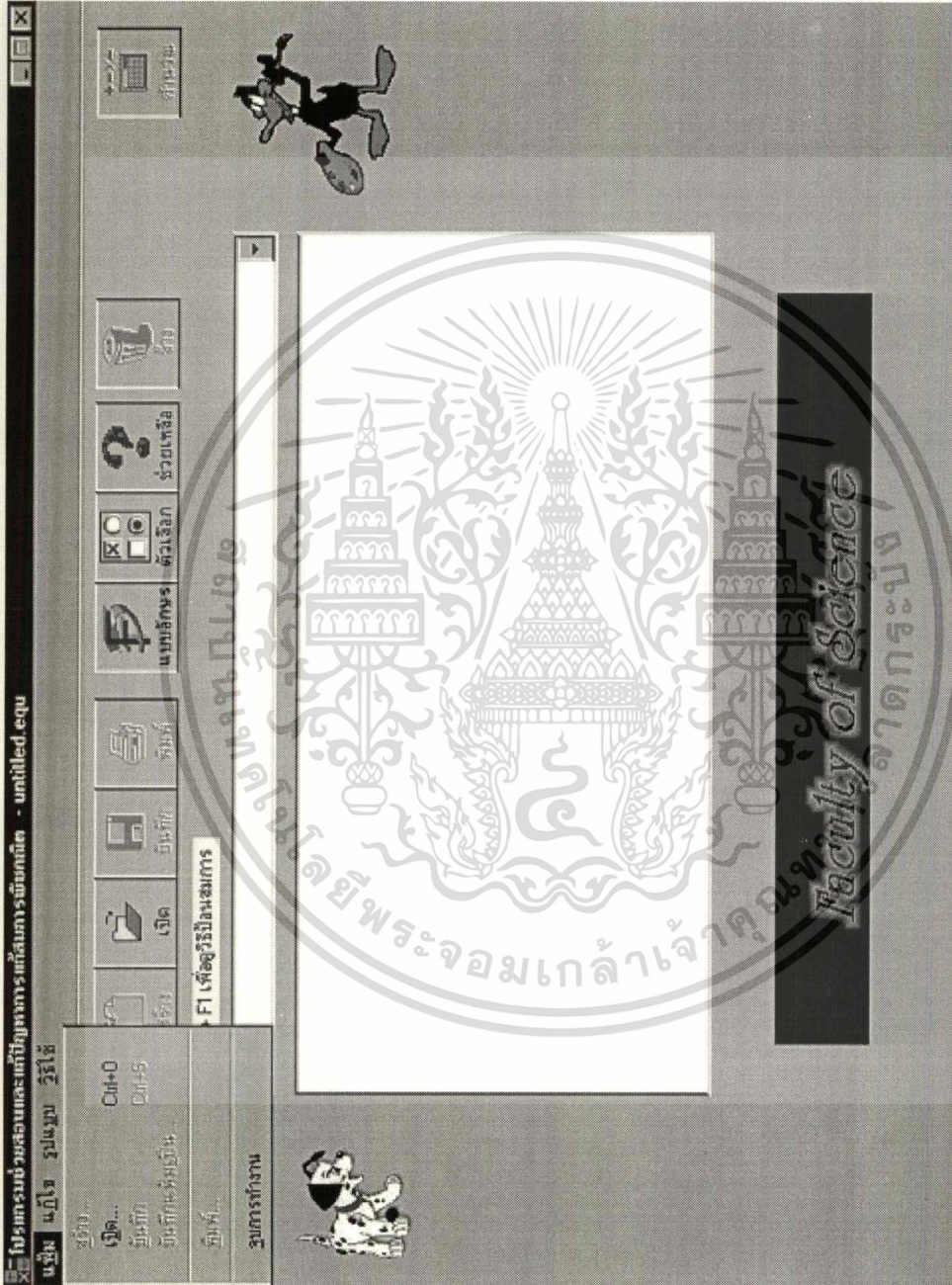
โปรแกรม Adobe Photoshop Version 3.05 และ โปรแกรม LviewPro 1.C5 (32 bit)

ใช้ตกแต่งภาพต่าง ๆ

5. การออกแบบหน้าจออินเทอร์เน็ต

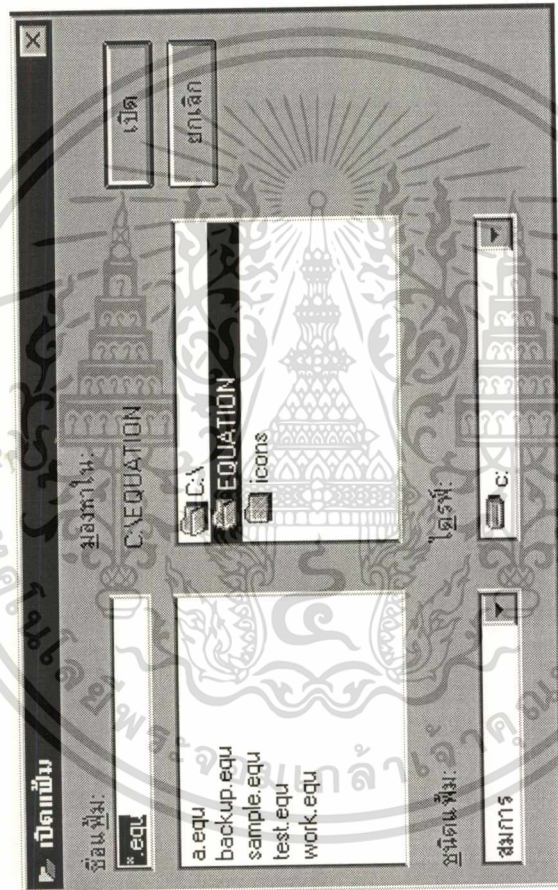
เน้นที่ความสวยงาม ใช้งาน ใช้ปุ่มทูลบาร์ที่ใหญ่สะดุดตา ที่เหมาะสมกับโปรแกรมช่วยสอน มีคำอธิบายประกอบเมื่อลากตัวชี้ไปบนทูลบาร์





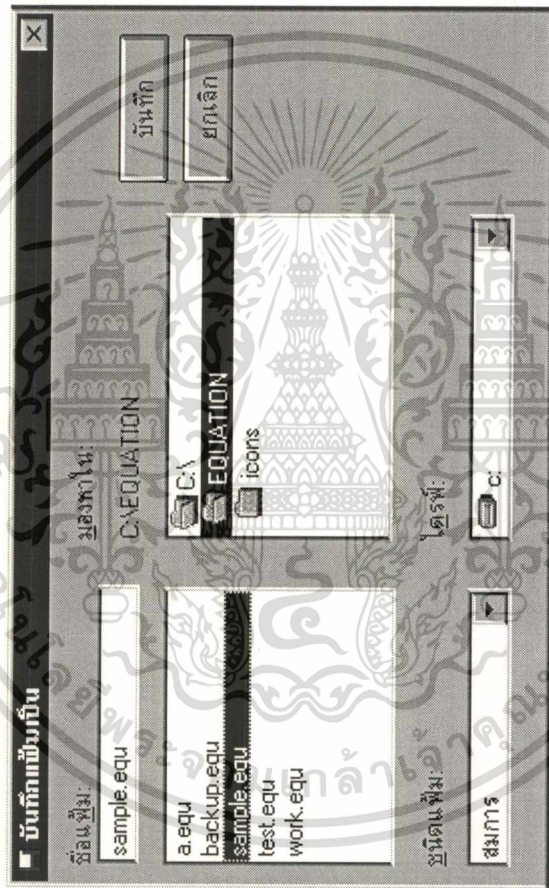
รูปที่ 2 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนู ไฟล์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



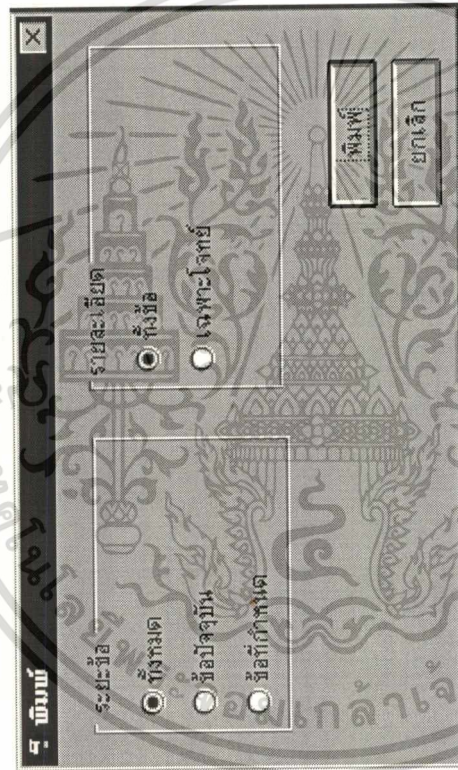
รูปที่ 2-1 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนู/เปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



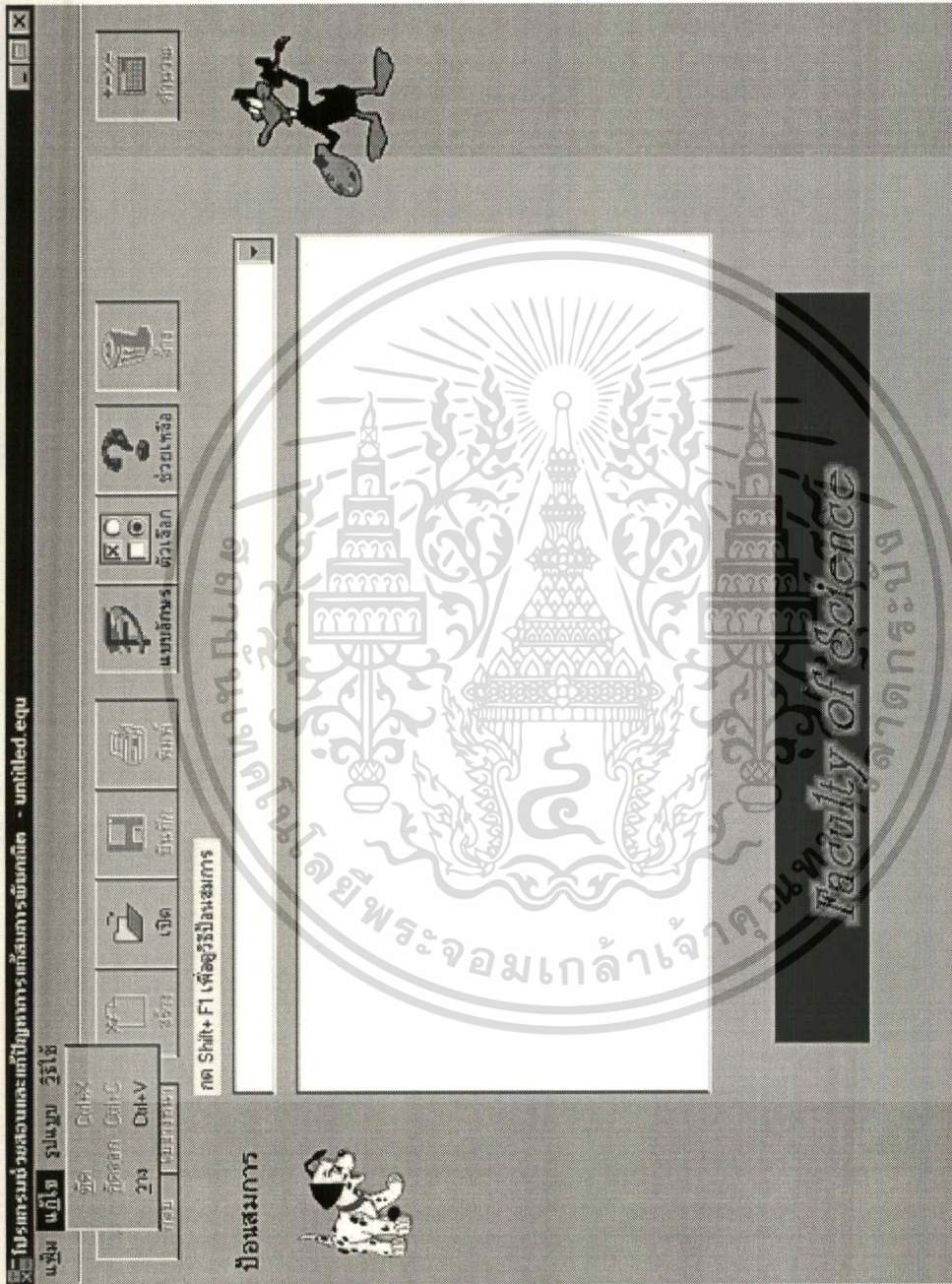
รูปที่ 2-2 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูเพิ่มบันทึกเพิ่มเติม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



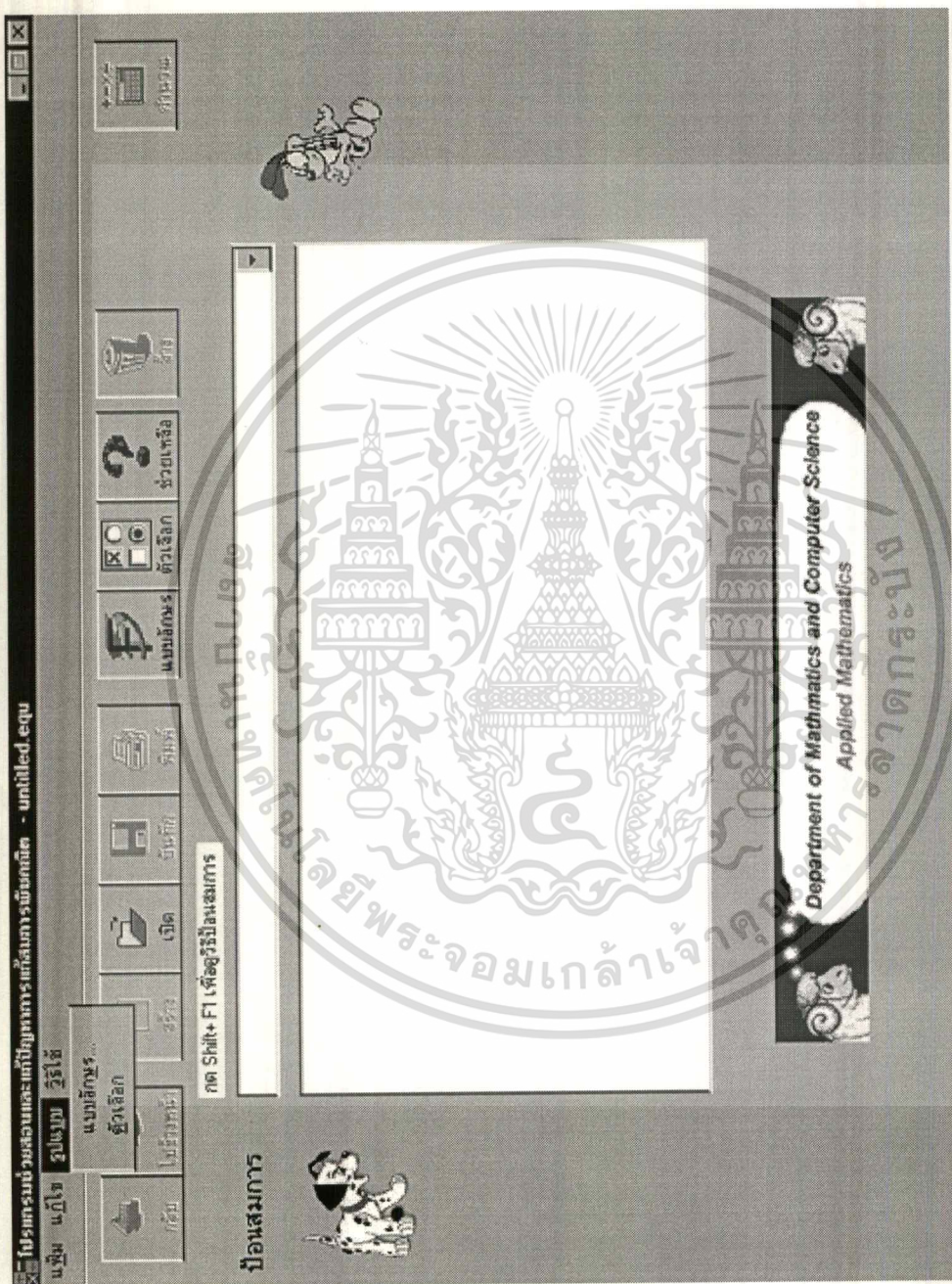
รูปที่ 2-3 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูพิมพ์/พิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



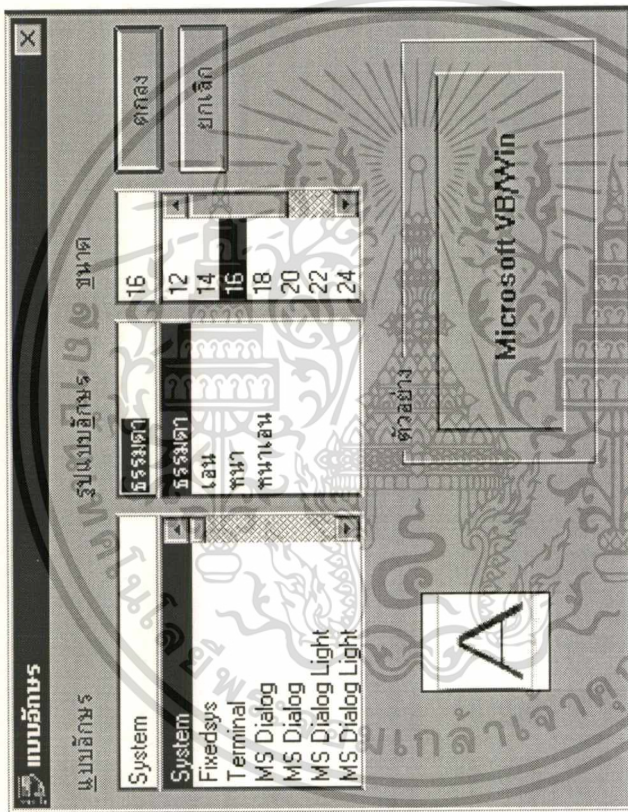
รูปที่ 3 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูแก้ไข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



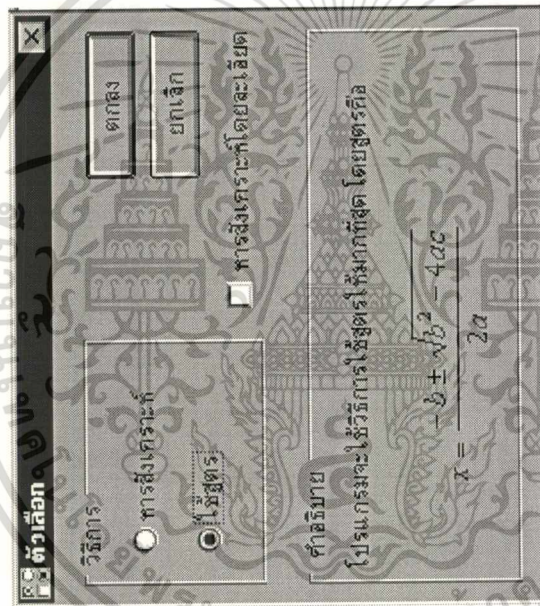
รูปที่ 4 แสดงหน้าจอเมื่อเด็กเมนูรูปแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



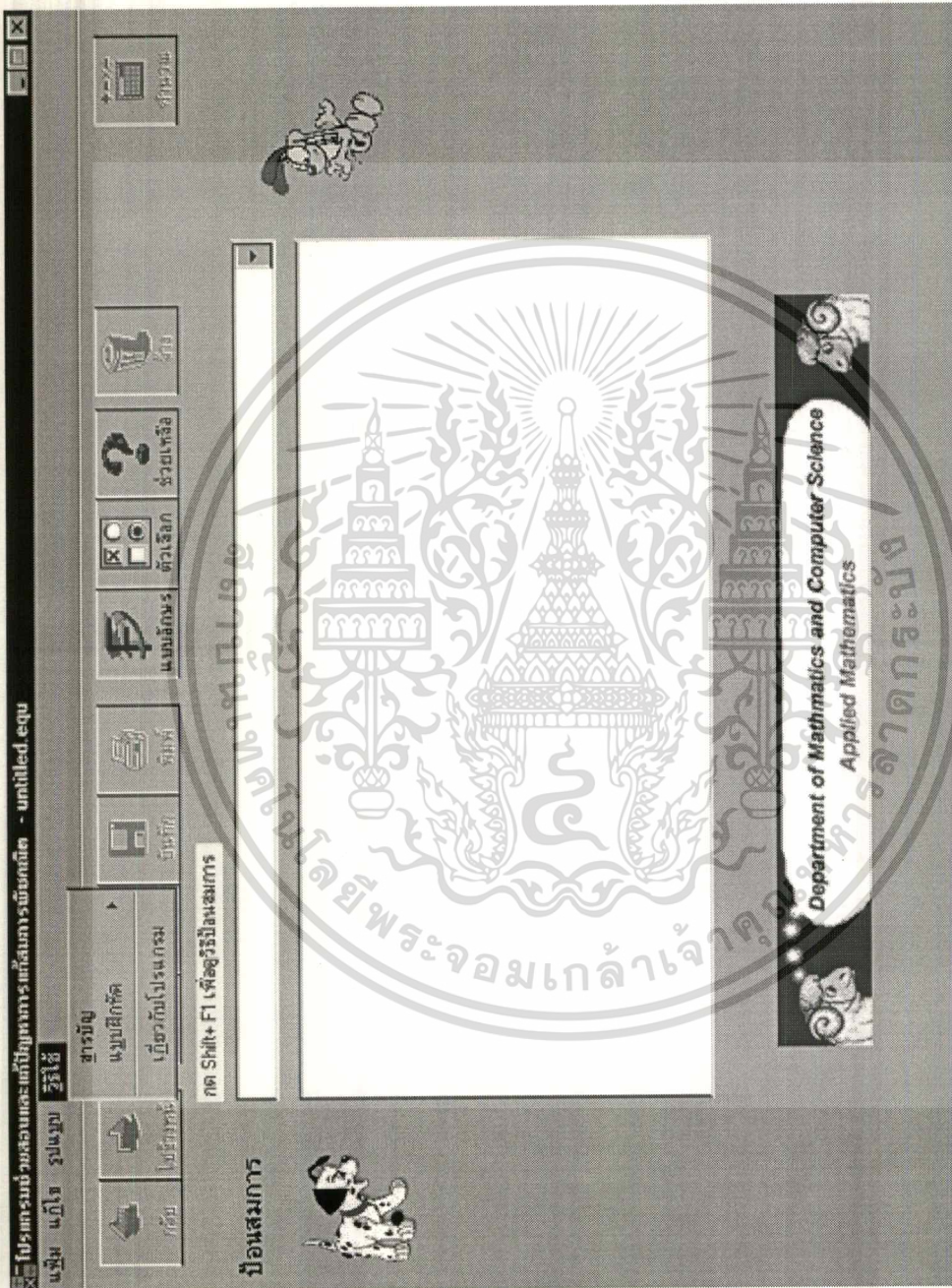
รูปที่ 4-1 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูรูปแบบ/แบบอักษร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



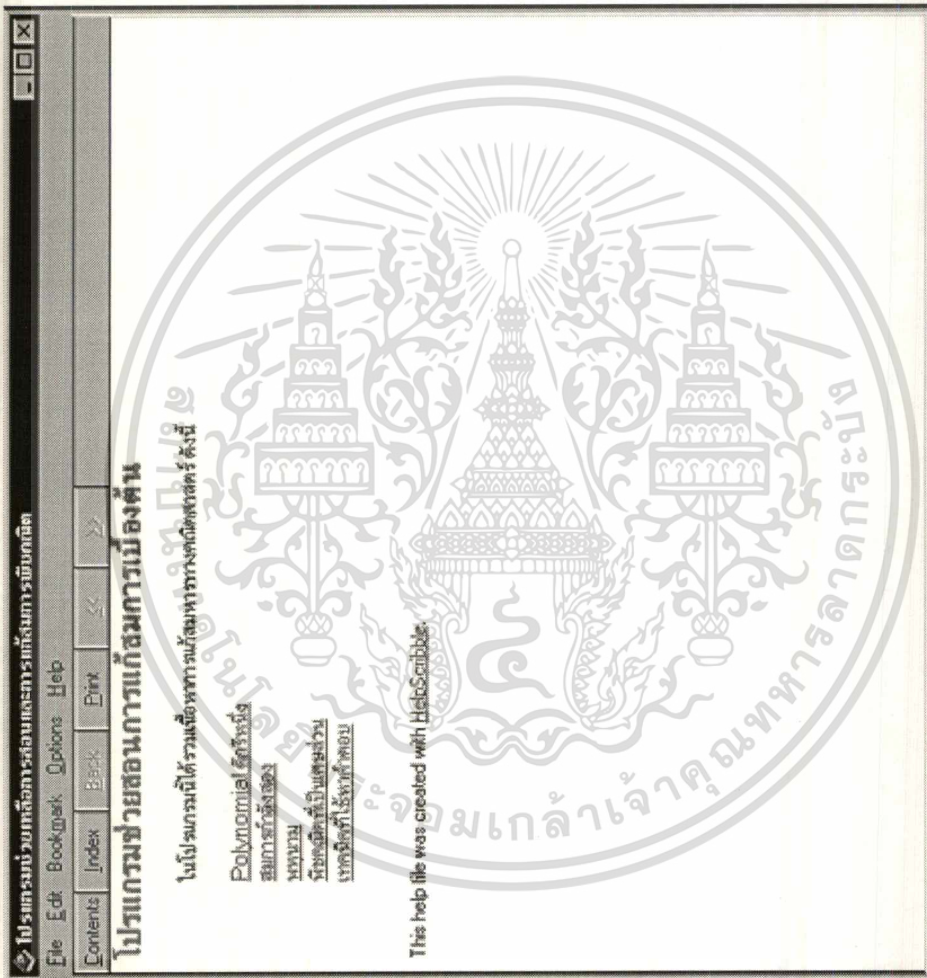
รูปที่ 4-2 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูรูปแบบ / ตัวเลือกวิธีการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



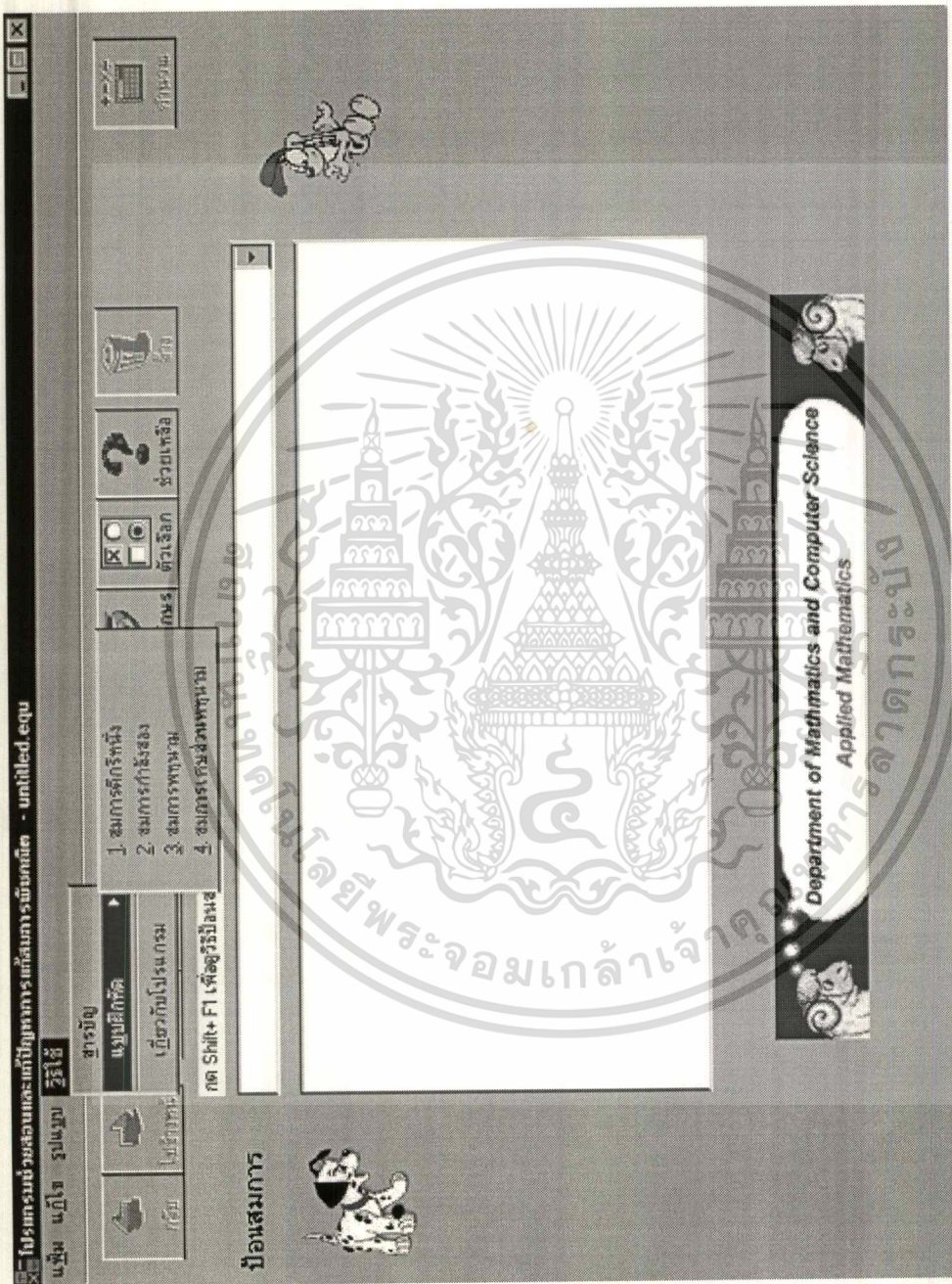
รูปที่ 5 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวีซีดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



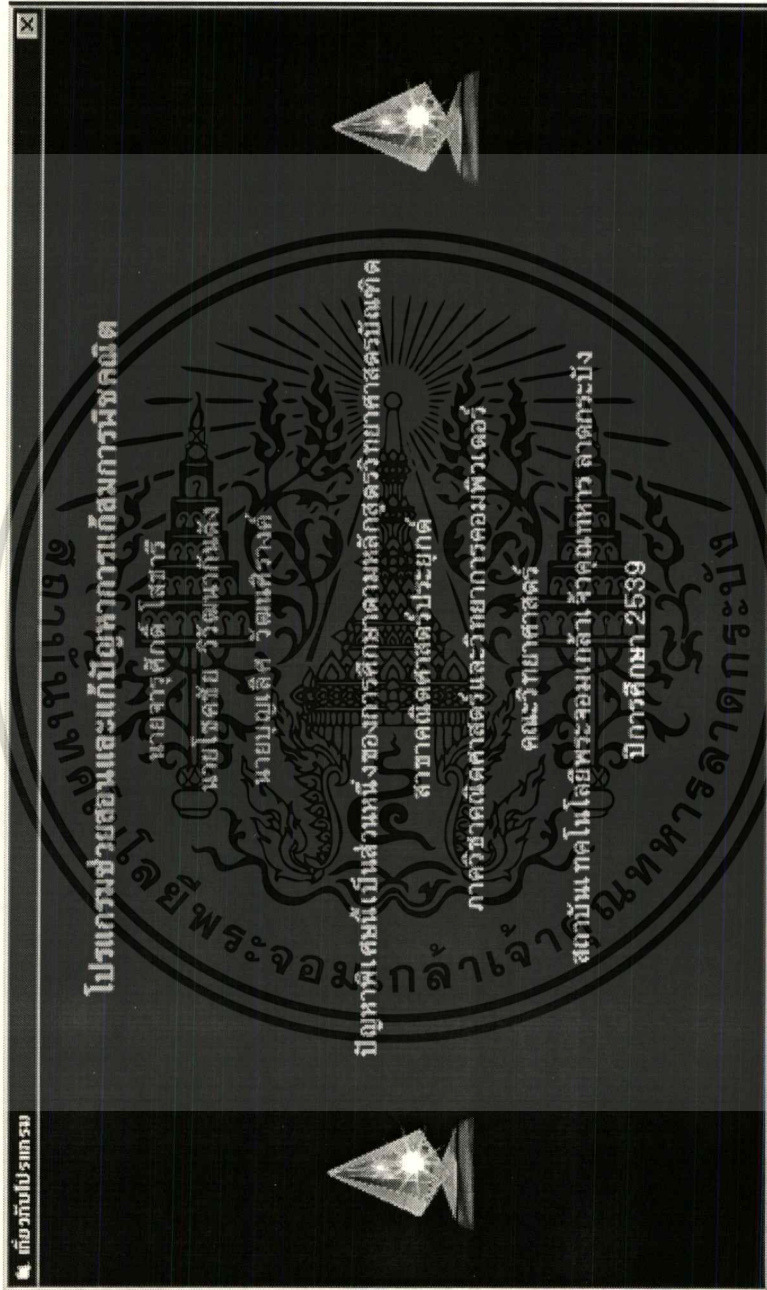
รูปที่ 5-1 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิชา / สารบัญ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5-2 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิธีใช้ / แบบฝึกหัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5-3 แสดงหน้าจอเมื่อเลือกเมนูวิธีใช้ / เกี่ยวกับโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. การทำงานของเมนูบาร์

แฟ้ม มีหน้าที่เกี่ยวกับแฟ้มสมการ ดังนี้

- สร้าง

สร้างแฟ้มสมการใหม่ โดยปกติ จะมีชื่อเป็น untitled.equ

- เปิด

เปิดแฟ้มสมการที่มีอยู่แล้ว

- บันทึก

บันทึกแฟ้มสมการปัจจุบัน ถ้าแฟ้มสมการยังไม่เคยถูกจัดเก็บ จะมีผลเหมือนกับการเลือกเมนู บันทึกแฟ้มเป็น

- บันทึกแฟ้มเป็น

บันทึกแฟ้มสมการไปยังแฟ้มสมการอื่น ตาม path ที่กำหนด

- พิมพ์

เข้าสู่หน้าจอการพิมพ์ โดยมีตัวเลือกการพิมพ์ ได้แก่

- ระยะเวลา

- พิมพ์ทั้งหมด
- พิมพ์เฉพาะข้อปัจจุบัน
- พิมพ์เฉพาะข้อที่กำหนด

- รายละเอียด

- ทั้งข้อ (ทั้งโจทย์และวิธีทำ)
- เฉพาะโจทย์

- จบการทำงาน ยกเลิกการทำงานของระบบ และยืนยันการบันทึกแฟ้มสมการ หากยังไม่ได้นบันทึกก่อนการยกเลิกการทำงาน

แก้ไข มีหน้าที่เกี่ยวกับ

- ตัด

ตัดข้อความที่เลือก(ถูกทำแถบสี) ไว้ไปสู่ clipboard เมนูตัดจะไม่สามารถใช้งานได้ หากข้อความยังไม่ถูกทำแถบสี

- คัดลอก

คัดลอกข้อความที่เลือก(ถูกทำแถบสี) ไว้ไปสู่ clipboard เมนูคัดลอกจะไม่สามารถใช้งานได้ หากข้อความยังไม่ถูกทำแถบสี

- วาง

นำข้อความที่อยู่ใน clipboard วางบนที่เคอร์เซอร์อยู่

รูปแบบ มีหน้าที่กำหนดรูปแบบต่าง ๆ ดังนี้

- แบบอักษร

เลือกแบบอักษร รูปแบบอักษร และขนาด ของ ช่องป้อนสมการ และช่องแสดงผล

- ตัวเลือก

ช่วยให้โปรแกรมตัดสินใจว่าจะเลือกใช้วิธีการแก้สมการแบบใด

วิธีใช้

- แบบฝึกหัด

- 1 สมการดีกรีหนึ่ง
- 2 สมการกำลังสอง
- 3 สมการพหุนาม
- 4 สมการเศษส่วนพหุนาม

- สารบัญ

เนื้อหาของระบบความช่วยเหลือของโปรแกรม

- เกี่ยวกับโปรแกรม

เกี่ยวกับผู้จัดทำและอื่น ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. การทำงานของปุ่มบนทูลบาร์



ปุ่มย้อนกลับไปข้อก่อนหน้า

ปุ่มนี้จะใช้งานไม่ได้ เมื่อขณะนั้นอยู่ในข้อที่ 1 (ข้อแรก)



ปุ่มเลื่อนไปข้อข้างหน้า

ปุ่มนี้จะใช้งานไม่ได้ เมื่อขณะนั้นอยู่ในข้อที่ 10 (ข้อสุดท้าย)



สร้างแฟ้มข้อมูลใหม่

ปุ่มนี้ใช้เมื่อต้องการลบข้อมูลที่ค้างอยู่ในโปรแกรมทั้งหมด แล้วเตรียมพร้อมรับสมการข้อ 1 ใหม่ ถ้ามีแฟ้มสมการที่ยังไม่ได้ถูกจัดเก็บ เมื่อกดปุ่มนี้จะมีหน้าจอถามผู้ใช้งานว่าจะยืนยันจัดเก็บก่อนหรือไม่ ปุ่มนี้มีผลเหมือนกับ การเลือกเมนูแฟ้ม/สร้าง



เปิดแฟ้มข้อมูล

ปุ่มนี้ใช้เมื่อต้องการเปิดแฟ้มสมการที่เคยบันทึกไว้ โดยปกติแฟ้มสมการจะมีรูปแบบนามสกุลเป็น .EQU เมื่อปุ่มนี้ถูกกด จะมีหน้าจอเปิดแฟ้มข้อมูลขึ้นมาให้ผู้เลือกใช้ว่าจะเปิดแฟ้มใด ถ้ามีข้อมูลอยู่ก่อนและยังไม่ได้ถูกจัดเก็บ จะมีหน้าจอถามผู้ใช้งานว่าจะยืนยันจัดเก็บข้อมูลก่อนหรือไม่ ปุ่มนี้มีผลเหมือนกับ การเลือกเมนูแฟ้ม/เปิด



บันทึกแฟ้มข้อมูล

ใช้ปุ่มนี้เมื่อต้องการบันทึกแฟ้มสมการปัจจุบัน ถ้าแฟ้มข้อมูลเดิมยังไม่ถูกเคยจัดเก็บมาก่อน (เป็น Untitled.equ) ก็จะมีหน้าจอถามผู้ใช้งานว่าจะให้จัดเก็บลงในแฟ้มข้อมูลใด แต่ถ้าแฟ้มข้อมูลเดิมนั้นเคยถูกจัดเก็บมาก่อน

แล้วจะบันทึกลงในแฟ้มข้อมูลปัจจุบัน ปุ่มนี้มีผลเหมือนกับ การเลือกเมนู
แฟ้ม/บันทึก



พิมพ์

พิมพ์

เปิดหน้าจอการพิมพ์ เพื่อให้ผู้ใช้เลือกว่าจะพิมพ์ข้อมูลสมการข้อใดบ้าง
ปุ่มนี้มีผลเหมือนกับ การเลือกเมนูแฟ้ม/พิมพ์



แบบอักษร

แบบอักษร

เปิดหน้าจอแบบอักษร เพื่อเปลี่ยนชื่อแบบอักษร (Font name) แบบอักษร
(Font Style) และขนาดอักษร (Font Size) โดยจะส่งผลถึงช่อง ป้อน
สมการ และช่องวิธีทำ ปุ่มนี้มีผลเหมือนกับ การเลือกเมนुरูปแบบ/แบบ
อักษร



ตัวเลือก

ตัวเลือก

ใช้เมื่อต้องการเปลี่ยนตัวเลือกให้โปรแกรมตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดแก้
สมการ เช่น หาสังเคราะห์ หรือ ใช้สูตร ปุ่มนี้มีผลเหมือนกับ การเลือก
เมนुरูปแบบ/ตัวเลือก



ล้าง

ลบข้อปัจจุบัน

ใช้เมื่อต้องการลบสมการข้อปัจจุบันทิ้ง หากไม่ใช่สมการข้อสุดท้าย เมื่อ
ลบแล้วจะเลื่อนสมการข้อถัดไปทั้งหมดที่มีขึ้นมา

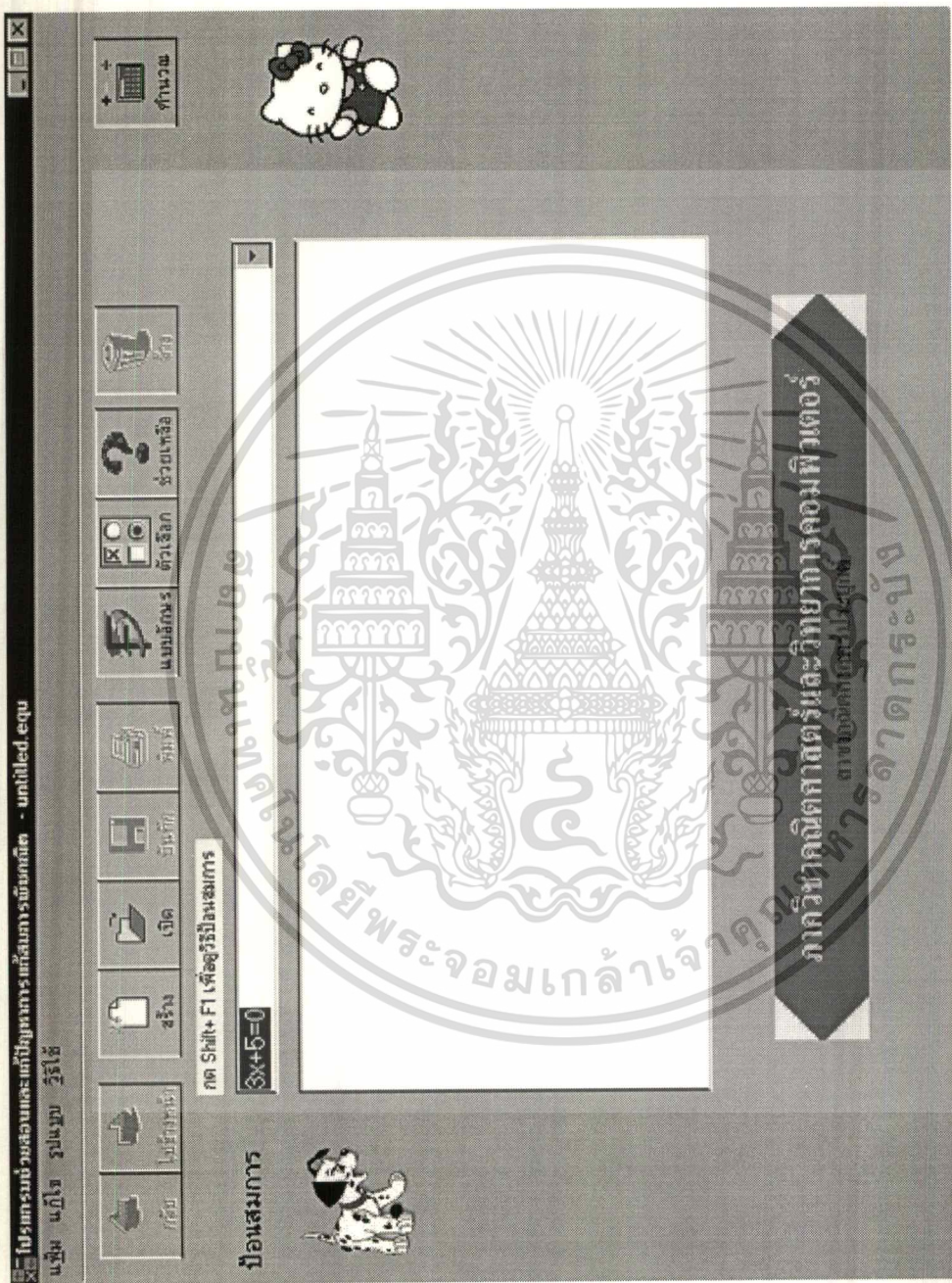


คำนวณ

คำนวณ

ใช้เมื่อต้องการให้โปรแกรมทำการคำนวณสมการข้อปัจจุบันที่ได้พิมพ์เข้า
ไปในช่องป้อนสมการ อาจกด <Enter> เมื่อป้อนสมการเสร็จทันทีเลยก็

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6 แสดงหน้าจอเมื่อป้อนสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมคำนวณและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ - untitled.equ

ปุ่ม แก้ไข รูปแบบ ใช้ใช้

ปุ่ม: ก้อน, ไม่มีการคำนวณ, สร้าง, เปิด, บันทึก, พิมพ์, แอปพลิเคชัน, ตัวเลือก, ช่วยเหลือ, ซ้ำ

ปุ่ม: ฟังก์ชัน

หน้าจอแสดง:

โจทย์: $3x + 5 = 0$

วิธีทำ:

นำ 5 ลบออกทั้งสองข้างของสมการ

$$3x + 5 - 5 = 0 - 5$$

$$3x = -5$$

นำ 3หารตลอดสมการ จะได้

$$x = (-5/3)$$

สรุปคำตอบ: $x = -5/3$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

สาขาวิชาเทคโนโลยีการเกษตร

รูปที่ 7 แสดงหน้าจอเมื่อใช้งานโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แสดงข้อมูลในแฟ้มสมการเมื่อเก็บบันทึก

ซึ่งแฟ้มสมการเป็นแฟ้มข้อความ ผู้ใช้สามารถนำแฟ้มสมการไปใช้งานในกรณีอื่น ๆ ได้

ข้อมูลในแฟ้มสมการ (SAMPLE.EQU)

ข้อ 1

$$3x+2=5$$

วิธีทำ

$$3x + 2 = 5$$

จัดสมการใหม่ จะได้

$$3x + 2 - 2 = 5 - 2$$

$$3x - 3 = 0$$

นำ 3 บวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ

$$3x - 3 + 3 = 0 + 3$$

$$3x = 3$$

นำ 3 หารตลอดสมการ จะได้

$$x = 1$$

บทที่ 4

การประเมินผล

ผลการประเมิน โปรแกรมช่วยสอนการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านต่าง ๆ มีดังนี้

1. ความดึงดูดให้ใช้งาน

การติดต่อกับผู้ใช้ในส่วนช่วยแก้สมการมีหน้าจอดีๆ รูปแบบเป็นหน้าจอมาตรฐานเรียบ ๆ มีเมนู มีทูลบาร์ขนาดเหมาะสม สำหรับโปรแกรมช่วยสอน บนทูลบาร์ประกอบด้วยภาพ Icon ต่าง ๆ ช่วยเพิ่มสีสันส่วนติดต่อกับผู้ใช้ และเมื่อป้อนสมการเพื่อคำนวณ ผลที่ได้สามารถแสดงให้เห็นถึงวิธีทำหรือวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบจึงเป็นส่วนที่น่าสนใจมากของโปรแกรมนี้

การติดต่อกับผู้ใช้ในส่วนแบบฝึกหัดช่วยสอน มีภาพการ์ตูนน่ารักเล็ก ๆ ประดับและสีสันของตัวอักษร ช่วยเพิ่มความน่าสนใจ แบบฝึกหัดนี้จะแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ประเภทเติมคำ หรือ ทฤษฎี ติดต่อกับผู้ใช้โดยใช้ Combo box เลือกคำตอบที่ถูกที่สุด และมีปุ่มอำนวยความสะดวก ต่าง ๆ ดึงดูดผู้ใช้ให้อยากใช้ ประเภทที่สองคือ แบบฝึกหัดที่เป็นโจทย์แก้สมการ เป็นการทดสอบความรู้เบื้องต้นของผู้ใช้ และช่วยสอนการแก้สมการ มีเฉลยวิธีการคิด ซึ่งถูกเก็บเป็นไฟล์รูปภาพในฐานะข้อมูล ซึ่งช่วยให้ผู้ใช้เข้าใจถึงการแก้สมการอีกวิธีหนึ่ง นอกจากนี้ยังมีเนื้อหาบางส่วนเกี่ยวกับการแก้สมการ เพื่อให้ผู้ใช้ได้ทำความเข้าใจ และเตรียมพื้นฐานก่อนทำแบบฝึกหัด

2. ความสะดวกในการใช้งานของผู้ใช้

สำหรับการใช้งานโปรแกรม จะมีส่วนอำนวยความสะดวกให้กับผู้ใช้ทั้งทูลบาร์ ทูลทึปเมนูบาร์ command button รวมทั้งส่วนช่วยเหลือต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้ใช้สามารถใช้งานโปรแกรมได้ในส่วนโปรแกรมช่วยคำนวณ ผู้ใช้สามารถจัดเก็บโจทย์ปัญหาที่ป้อนและวิธีทำได้ลงในไฟล์ ซึ่งในแต่ละไฟล์จะเก็บสมการและวิธีทำได้ไม่เกิน 10 ข้อ และพิมพ์โจทย์ปัญหาที่ทำการแก้สมการออกทางเครื่องพิมพ์เพื่อเก็บไว้ได้ โดยโปรแกรมจะทำการจัดเก็บข้อมูลลงในรูปแบบไฟล์สกุล .EQU ในส่วนโปรแกรมช่วยสอน สอนด้วยแบบฝึกหัดแล้วจะมีเมนูใหม่มาแทนคือเมนูให้เลือกประเภทแบบฝึกหัดตรงนี้ผู้ใช้สามารถกลับไปสู่เมนูแบบฝึกหัดได้ โดยการปิดหน้าจอปัจจุบันก่อน

3. โปรแกรมวิธีใช้

เมนูวิธีใช้ ช่วยอธิบายการทำงาน ส่วนนี้มีลักษณะแบบไฮเปอร์เท็กซ์ที่สามารถคลิกเมาส์คำที่เป็นคีย์เวิร์ด เพื่อเชื่อมโยงส่วนอธิบายเนื้อหา

4. ผลที่ได้จากการทำงานของระบบ

โปรแกรมไม่ได้เป็นประเภทฝังตัวอยู่ในหน่วยความจำ สามารถใช้งานโปรแกรมนี้อีกโดยไม่ทำให้ระบบหยุดทำงานอย่างกะทันหัน เมื่อออกจากโปรแกรมแล้วสามารถใช้งานโปรแกรมอื่นต่อไปได้อีกตามปกติ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลและเสนอแนะ

1. สรุปผล

ผลที่ได้จากการพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนและแก้ปัญหาสมการพีชคณิตนี้ สามารถแก้สมการดีกรีหนึ่ง และสมการพหุนามดีกรีไม่เกิน 20 ได้ โดยป้อนสมการและสั่งให้คำนวณ โปรแกรมจะทำการคำนวณและแก้สมการแต่ละขั้นตอนไว้ในไฟล์ชั่วคราว (.TMC) และนำมาแสดงผลแต่ละขั้นตอน เมื่อทำการคำนวณเสร็จ สามารถที่จะเปิด/จัดเก็บ โจทย์และวิธีทำที่โปรแกรมคำนวณไว้ได้ ในไฟล์ข้อความที่มีรูปแบบนามสกุลเป็น .EQU นอกจากนี้ยังสามารถเลือกเมนูพิมพ์เพื่อพิมพ์ โจทย์สมการและวิธีทำที่คำนวณไว้ได้ โดยสามารถเลือกที่จะพิมพ์ข้อมูลบางส่วนหรือทั้งหมดได้

โปรแกรมอีกส่วนหนึ่งจะเป็นแบบฝึกหัดช่วยสอน มี 2 ประเภทคือ แบบฝึกหัดแบบเติมข้อความ และแบบแก้โจทย์สมการเพื่อให้ผู้ใช้ได้ฝึกคิดแก้ปัญหา ซึ่งในส่วนแบบฝึกหัดนี้ เราสามารถอ่านเนื้อหาบางส่วน เพื่อทำความเข้าใจกับการแก้สมการก่อนได้ โดยเลือกอ่านจากระบบช่วยเหลือ (เมนู Help)

2. ข้อจำกัดของโปรแกรม

โปรแกรมนี้นี้มีข้อจำกัดคือ

1. ไม่สามารถรับ โจทย์สมการที่มีวงเล็บได้
2. ไม่สามารถแก้สมการที่มีผลลัพธ์เป็นจำนวนเชิงซ้อนได้
3. โปรแกรมนี้ออกแบบมาสำหรับ Windows95 จึงไม่สามารถทำงานบน Windows แบบ 16บิตได้
4. สามารถคิดสมการพหุนามได้เพียงดีกรีไม่เกิน 20
5. สมการที่ใส่ต้องเป็นสมการที่มี 1 ตัวแปรเท่านั้น

3. แนวทางการวิจัย

เนื่องจากปัญหาพิเศษในหัวข้อการพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนและแก้ปัญหาสมการพีชคณิต เรื่องสมการดีกรีหนึ่ง สมการพหุนามและสมการเศษส่วนพหุนาม ได้พัฒนาได้เพียงบางส่วนเท่านั้น ดังนั้นหากผู้ใดสนใจจะทำการพัฒนาต่อก็สามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ในส่วนของ สมการพหุนาม สมการเศษส่วนพหุนาม และทำความเข้าใจกับโครงสร้างข้อมูลที่ออกแบบไว้อย่างถ่องแท้และ

เนื่องจากโปรแกรมนี้พัฒนาโดยใช้โปรแกรม Microsoft Visual Basic 4.0 professional สำหรับ Windows95 ดังนั้น ผู้ทำวิจัยจึงควรศึกษาการใช้งาน โปรแกรมนี้ให้เข้าใจด้วยเช่นกัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

Linda Pulsinelli, Patricia Hooper, *Introductory Algebra an Interactive approach*, Macmillan Publishing Company, Newyork, 1987

Max A. Sobe, Norbert Lerner, *Algebra for College students an intermediate approach*, Prentice-Hall, New Jersey, 1986

รศ. กมล เอกไทยเจริญ, *คู่มือคณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 ค011*, บริษัท ไฮเอ็ดพับลิชชิง จำกัด

จิระ จริงจิตร, *เรียนลัด Visual Basic*, บริษัท ค่านสุทธาการพิมพ์ จำกัด 2538

วัลลภ เฉลิมสุขวิวัฒนาการ, *ทฤษฎีและตัวอย่าง โจทย์ คณิตศาสตร์พื้นฐาน*

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, *หนังสือเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ค012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*, โรงพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว 2536

สุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพาณิช, *Visual Basic 4.0 Professional*, บริษัท เอช. เอ็น. กรุ๊ป จำกัด 2539

