

สายอากาศแผ่นไมโครสตริปรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า

Square and Rectangular Microstrip Patch Antennas

นิรันดร์ คำประเสริฐ

Nirun Kumpasert

อาจารย์ที่ปรึกษา

ณรงค์ เหมกรณ์

Narong Hemakorn

สมณ โกศลวิตร

Sompol Kosalwit

วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2529

สารบัญ

บทคัดย่อ

สัญลักษณ์

บทที่ 1 สายอากาศแผ่นไมโครสตริป

1

1.1 บทนำ

1

1.2 วัสดุฐานส่วนกลาง

3

1.3 การออกแบบสายอากาศ

4

บทที่ 2 การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากฟังก์ชันช่วย

7

2.1 บทนำ

7

2.2 การหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก

7

2.3 การหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า

10

บทที่ 3 การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าบริเวณปลายของ เบ็ก

13

3.1 บทนำ

13

3.2 การหาแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก

13

3.3 การหาศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก

16

3.4 การหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากสมการศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า

18

3.5 การหาสมการสนามไฟฟ้า

19

บทที่ 4 การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าโดยการแก้สมการในทอคลื่น

25

4.1 บทนำ

25

4.2 การหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในทอคลื่น

25

4.3 การหาสมการสนามไฟฟ้า

29

บทที่ 5	การวัดทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่นและการวัดค่าอิมพีแดนซ์	36
5.1	บทนำ	36
5.2	การจักษวาลูปกรณ์และวิธีการวัดทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่น	37
5.3	การวัดทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่น	39
5.4	การวัดทดลองหาอิมพีแดนซ์	55
บทที่ 6	สรุปและวิจารณ์	61
กิจกรรมประกาศ		62
เอกสารอ้างอิง		63
ภาคผนวก		67



บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้อธิบายถึงการกระจายคลื่นพร้อมกันแสดงวิธีการคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าของสายอากาศ ตลอดจนถึงการวัดหาคอนหาสนามไฟฟ้าที่กระจายออกจากสายอากาศ กับแสดงการวัดค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า สายอากาศแบบนี้สามารถที่จะสร้างขึ้นมาจากง่าย ๆ จากแผ่นรีนทร์สองหน้าโคยปล่อยด้านหนึ่งไว้ให้เป็นพื้นกราวด์ส่วนอีกด้านหนึ่งไว้ขึ้นน้ำยากับรีนทร์ก็ต่ออกให้เป็นสายอากาศตามรูปแบบและขนาดที่ต้องการ โดยที่ขนาดความยาวของมันจะสัมพันธ์กับความยาวคลื่นในวัสดุฐานส่วนกลาง (ไดอิเล็กตริก) การบ่อนพลังงานให้กับสายอากาศอาจจะใช้สายโคแอ็คเซียลหรือสายส่งแผ่นรีว (ไมโครสทริปไลน์) ที่ต่ออยู่กับสายอากาศโดยตรงก็ได้ หลังจากนั้นก็วัดหาคอนหาแบบการกระจายคลื่นในระนาบทั้งสอง การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้านั้นจะอาศัยสมการแม่เหล็กสมมูลย์ที่กระจายออกจากบริเวณปลายช่องเปิด กับแสดงการคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าในรูปของโมเมนต์โดยการแก้สมการในทอคลื่น

วิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งออกเป็นหกบทคือ ในบทแรกจะกล่าวถึงประวัติความเป็นมา การสร้างและการวิเคราะห์ในแบบต่างๆ ในบทที่สองได้อธิบายถึงการหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดจากศักย์เวกเตอร์ ในบทที่สามได้อธิบายถึงการคำนวณหาสมการสนามทั้งสองที่เกิดขึ้นจากแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก ในบทที่สี่อธิบายถึงการกระจายคลื่นจากสายอากาศโดยการแก้สมการในทอคลื่นตามทฤษฎีแบบจำลองควาวิดี ในบทที่ห้าอธิบายถึงการวัดหาคอนหาค่าความเข้มสนามไฟฟ้าของสายอากาศและเช็ชเชียบกับผลการคำนวณกับแสดงการวัดหาคอนหาอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ ส่วนบทที่หกบทสุดท้ายได้กล่าวถึงผลทางทฤษฎีและปฏิบัติที่เกิดขึ้น

ABSTRACT

Microstrip patch antenna characteristics such as radiation and impedance are presented in this thesis. Both theoretical and experimental pattern are analysed. The microstrip patch antenna is constructed from simple electronic printed circuit board. The single board is etched on one side only (no front to back registration is required), no board alignments are required. The length of etched boards are related to the wavelength of wave propagation in the microstrip. The microstrip patch antennas are excited by either a coaxial probe or a microstrip line. Measurements for radiation pattern of microstrip patch antennas are given for both E-plane and H-plane. A theoretical analysis is presented with emphasis on the field in the aperture formed by the open end of the microstrip and the field in the waveguide.

The thesis is divided into 6 chapters. Firstly, the microstrip patch antenna concepts, design and theoretical analysis techniques are introduced. Secondly, E-field and H-field generated by the vector potential are solved. Thirdly, the far field radiated by the magnetic current source at the open end is computed. Forthly, the far field radiated is computed by solving the wave equation in the waveguide based on the cavity model theory.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามแก้ไขดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Fifthly, measurement and theoretical calculation of the radiated far field for both patterns, as well as measurements of the entire impedance are presented. Finally, the conclusion of the experimental results and calculation are presented.



สัญลักษณ์

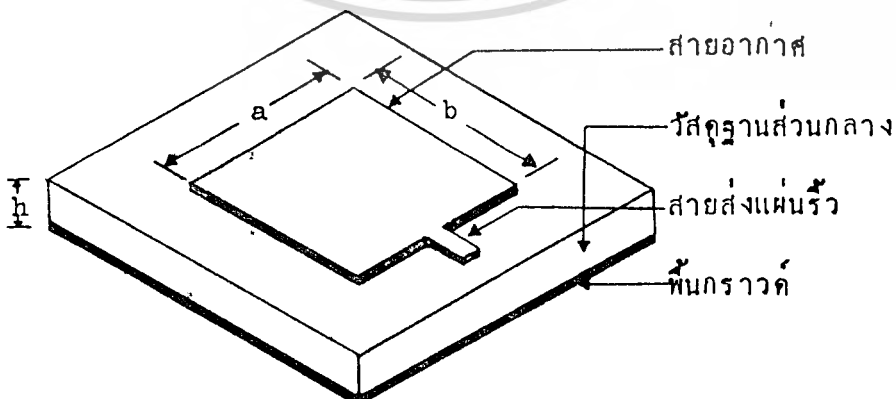
- a = ความกว้างของสายอากาศ
 b = ความยาวของสายอากาศ
 c = ส่วนโค้งมิกโร
 h = ความหนาของสายอากาศ
 $j = \sqrt{-1}$
 k = เวกเตอร์
 $E, \bar{E}$ = สนามไฟฟ้า
 $H, \bar{H}$ = สนามแม่เหล็ก
 s = บริเวณพื้นผิว
 μ = เปรอิมิตีวี่หรือค่าสภาพแม่เหล็ก
 ω = ความเร็วเชิงมุม
 η = อินทรีนอิมิตีวี่
 ϕ_m, ϕ_e = ปริมาณศักย์สเกลาร์แม่เหล็กและไฟฟ้า
 d = ค่าความนำไฟฟ้า
 v_o = ความต่างศักย์ไฟฟ้า

บทที่ 1 .

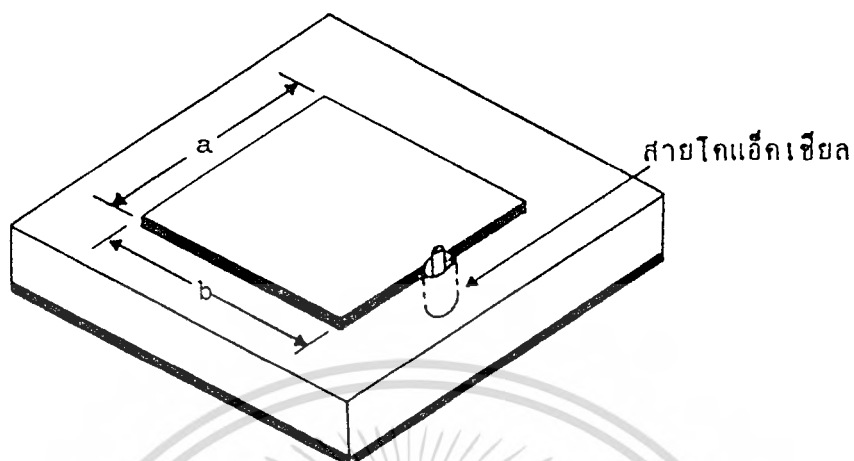
สายอากาศแผ่นไมโครสตริป

1.1 บทนำ

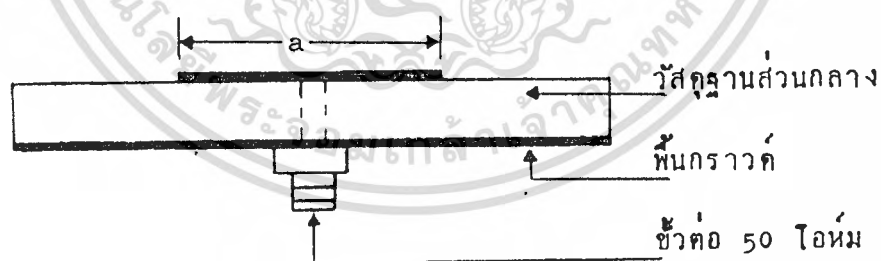
สายอากาศแบบนี้ได้เกิดขึ้นครั้งแรกเมื่อประมาณ 30 ปีมาแล้วโดยชาวสหรัฐชื่อนายเคสแฮมป์ ต่อมาไม่นานนายเลเวลก็ได้ศึกษาทดลองถึงการกระจายคลื่นของสายอากาศต่างๆไว้ หลังจากนั้นก็มีบุคคลหลายๆท่านได้ศึกษางานกันนี้กันอย่างจริงจัง [8] สายอากาศแบบนี้ถ้าเปรียบเทียบกับง่ายๆก็จะมีลักษณะเหมือนกับสมุทที่มีปากด้านหน้าและด้านหลังเป็นแผ่นตัวนำขนานสองแผ่น ส่วนตรงกลางเป็นหน้าสมุทซึ่งก็คือวัสดุฐานส่วนกลางที่มีความบางมาก โดยที่ตัวนำด้านหนึ่งเสมือนเป็นพื้นกราวด์ส่วนอีกด้านหนึ่งจะใช้เป็นสายอากาศตามขนาดและรูปแบบที่ต้องการ เนื่องจากสายอากาศมีขนาดบางมากและเรียบมันจึงสามารถนำไปใช้กับยานหรือจรวดที่มีความเร็วสูงได้ดี นอกจากนั้นเนื่องจากความบางของมันจึงสามารถโค้งงอไปตามผิวของยานได้ง่ายอีกด้วย การสร้างสามารถทำขึ้นได้ง่ายๆจึงทำให้ราคาก่อนข้างต่ำ [4], [5] รูปที่ 1.1 จะแสดงถึงโครงสร้างของสายอากาศรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีการป้อนพลังงานด้วยสายส่งแผ่นรีวที่เชื่อมกับตัวสายอากาศโดยตรง ส่วนรูปที่ 1.2 จะแสดงถึงโครงสร้างของสายอากาศเช่นกันแต่การป้อนพลังงานจะใช้สายโคแอกเซียล ในรูปที่ 1.3 แสดงการป้อนพลังงานโดยใช้สายโคแอกเซียลตรงขอบซึ่งใช้ในการทดลองครั้งนี้ด้วย



รูปที่ 1.1 แสดงโครงสร้างสายอากาศและการป้อนพลังงานโดยใช้สายส่งแผ่นรีว



รูปที่ 1.2 แสดงโครงสร้างสายอากาศและการป้อนพลังงานโดยใช้สายโคแอ็กเซียล



รูปที่ 1.3 แสดงการป้อนพลังงานโดยใช้สายโคแอ็กเซียล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 วัสดุฐานส่วนกลางที่ใช้ทำสายอากาศ

ในการออกแบบสร้างสายอากาศเมื่อเรากำหนดคุณสมบัติต่างๆตามที่ต้องการแล้ว ปัจจัยสำคัญอันดับแรกที่จะต้องนำมาพิจารณานั้นก็คือวัสดุฐานส่วนกลางทั้งนี้เพราะมันเป็นหัวใจสำคัญในการออกแบบซึ่งเราจะต้องทราบค่าคงที่สัมพัทธ์ (ค่ารีเลทีฟเพอร์มิติวิตี) ของมันเสียก่อน เพื่อนำมาใช้คำนวณหาความถี่ ขนาด และคุณสมบัติต่างๆ วัสดุฐานส่วนกลางมีอยู่หลายชนิดด้วยกันซึ่งมีค่าคงที่สัมพัทธ์ตั้งแต่ 1.17 ถึง 25 ทั้งนี้จะขึ้นอยู่กับโครงสร้างและวัสดุที่นำมาใช้ประกอบตั้งแสดงไว้ในตารางที่ A1 (ในหน้าที่ 70) ซึ่งค่าคงที่สัมพัทธ์ของวัสดุฐานส่วนกลางนี้จะแปรค่าไปตามความถี่ และอุณหภูมิแต่ก็มีค่าน้อยมาก โดยปกติแล้วจะขึ้นอยู่กับความถี่และความหนาของสายอากาศ ค่าคงที่สัมพัทธ์ใหม่สามารถกำหนดได้คือ [1], [15]

ϵ_r = ค่ารีเลทีฟเพอร์มิติวิตีของวัสดุฐานส่วนกลาง

ϵ_e = ค่าเอ็ฟเฟกทีฟเพอร์มิติวิตีของวัสดุฐานส่วนกลาง

ซึ่ง

$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_o$

ϵ = ค่าเพอร์มิติวิตีของวัสดุฐานส่วนกลาง

ϵ_o = ค่าเพอร์มิติวิตีของสุญญากาศ 8.854 พิกโกฟารัด/ม.

h = ความหนาของสายอากาศ, ซม.

a = ความกว้างของสายอากาศ, ซม.

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{a} \right)^{-1/2} \quad (1.1)$$

1.3 การออกแบบสายอากาศ

วัตถุประสงค์โดยทั่วไปในการออกแบบสายอากาศก็จะต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพในการทำงานที่สูง ความถี่รีโซแนนซ์ อิมพีแดนซ์ จุดป้อนพลังงาน แบนด์วิดท์ที่กว้าง[8] แต่อย่างไรก็ตามเป้าหมายต่างๆ เหล่านี้ก็ต้องสัมพันธ์ไปกับองค์ประกอบหลายๆอย่างกับงานที่จะนำไปใช้ เช่นถ้าต้องการแบนด์วิดท์ที่กว้างก็จะสามารถทำได้โดยเพิ่มความหนาของวัสดุฐานส่วนกลางให้มากขึ้น แต่ถ้างานที่นำไปใช้นั้นเป็นสายอากาศที่ติดตั้งอยู่บนยานหรือจรวดที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงความหนาของสายอากาศที่เพิ่มก็จะเป็นผลทางคานพลศาสตร์ในการต้านการเคลื่อนที่ของยาน ดังนั้นจึงจะต้องหาวิธีเพิ่มแบนด์วิดท์ใหม่เช่นเพิ่มค่าคงที่สัมพัทธ์ของวัสดุฐานส่วนกลาง หรือลดขนาดความยาวของสายอากาศลง[4],[8] ในที่นี้การออกแบบสายอากาศจะเริ่มต้นด้วยการพิจารณาถึงความถี่ที่นำไปใช้งาน สมมติว่าเราป้อนกำลังงานให้กับสายอากาศบนคานกว้างตามรูปที่ 1.2 ด้วยความถี่ใด ความถี่หนึ่งตามที่ต้องการ ขนาดความกว้างและความยาวของสายอากาศก็สามารถที่จะกำหนดขึ้นมาได้โดยเริ่มต้นพิจารณาได้จาก

$$f = c/\lambda_o \quad (1.2)$$

$$f = \text{ความถี่, GHz}$$

$$c = \text{ความเร็วของคลื่นในสุญญากาศ } 3 \times 10^{10} \text{ ซม./วินาที}$$

$$\lambda_o = \lambda_d \sqrt{\epsilon_e} \quad (1.3)$$

$$\lambda_d = \text{ความยาวคลื่นในวัสดุฐานส่วนกลาง, ซม.}$$

เมื่อเรากำหนดความถี่ขึ้นมาแล้วขนาดความยาวรีโซแนนซ์ของสายอากาศจะหาได้โดย[8]

$$b = \lambda_d/2 \quad \text{ซม.} \quad (1.4)$$

และขนาดความกว้างของสายอากาศในการออกแบบโดยทั่วไปจะกำหนดให้

$$a = \lambda_o / 2 \quad (1.5)$$

ดังนั้นค่าความถี่ใหม่ที่ได้คือ

$$\begin{aligned} f &= c / \lambda_o, \quad \text{จากสมการที่(1.2)} \\ f &= c / \lambda_d \sqrt{\epsilon_e} \\ f &= c / 2b \sqrt{\epsilon_e} \end{aligned} \quad (1.6)$$

จากสมการที่(1.6)จะเห็นว่าความถี่จะขึ้นอยู่กับความยาว(b)กับค่าคงที่ของวัสดุฐานส่วนกลาง ดังนั้นความถี่ที่คำนวณได้จากสมการที่(1.6)จะมากกว่าความถี่จริงๆไปเล็กน้อยคือ

$$\begin{aligned} f_r &= c / 2(b + \Delta l) \sqrt{\epsilon_e} \\ f_r &= \text{ความถี่รีโซแนนซ์} \\ \Delta l &= \text{ค่าความยาวที่เกิดจากการขยายขอบ} \end{aligned} \quad (1.7)$$

เมื่อได้ขนาดความยาวและความกว้างแล้วก็นำไปออกแบบสายอากาศ พร้อมกับวิเคราะห์หาคุณสมบัติของมันซึ่งแนวทางการวิเคราะห์สามารถที่จะทำได้หลายวิธีเช่น

1. ทฤษฎีแบบจำลองของสายส่ง [5] ทฤษฎีนี้จะเป็นวิธีที่ง่ายที่สุด ในการวิเคราะห์คุณสมบัติของสายอากาศ โดยการจำลองความกว้างของสายอากาศเป็นแท่งกระจายคลื่นขนานสองอัน และแยกออกจากกันด้วยสายส่งซึ่งมุมต้านทานค่าด้วยระยะความยาว (b) ซึ่งวิธีนี้จะใช้ได้เฉพาะสายอากาศที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมเท่านั้น นอกจากนั้นแล้วคุณสมบัติบางอย่างของสายอากาศจะไม่สามารถหาได้โดยวิธีนี้ และค่าที่หาได้ก็จะไม่ก่อยเทียงตรงมากนัก

2. ทฤษฎีแบบจำลองควาวิตี [1] ทฤษฎีนี้จะอาศัยการพิจารณาสภาพกำแพงสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กรอบๆตัวสายอากาศกับพื้นกราวด์ ซึ่งวิธีนี้สามารถนำไปกำหนดคุณสมบัติของสายอากาศ

ได้หลายรูปแบบและผลที่ได้จะแน่นอนกว่าวิธีที่ 1.

3. ทฤษฎีแบบจำลองอเพอร์เจอร์ [2] วิธีนี้เป็นการหาสมการสนามจากบริเวณปลายช่องเปิดพร้อมกับพิจารณาหาสมการสนามเช่นเดียวกับวิธีที่ 2.

4. ทฤษฎีการวิเคราะห์ทางตัวเลข [8] วิธีนี้จะอาศัยคอมพิวเตอร์มาช่วยแก้ปัญหาที่มีความยุ่งยาก ทั้งนี้เนื่องจากสายอากาศสามารถดัดแปลงให้เป็นรูปร่างต่างๆ เพื่อให้ได้คุณสมบัติตามที่ต้องการ จากแนวทางการวิเคราะห์ทั้งสามถ้านำมาใช้จะทำให้เกิดความยุ่งยากมากมายในบางกรณีที่ไม่อาจจะทำได้จึงจำเป็นต้องอาศัยวิธีนี้ ซึ่งก็มีอยู่หลายวิธีด้วยกันเช่น วิธีโมเมนต์ วิธียูนิมอนเตคาร์โรและวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์ เป็นต้น ทั้งนี้วิธีนี้จะให้ความถูกต้องมากที่สุดกว่าทั้งสามวิธี จากแนวทางการวิเคราะห์ทั้งสี่ข้อที่กล่าวมาแล้วข้างต้นในบางกรณีก็สามารถที่จะนำมาใช้ร่วมกันได้ ทั้งนี้เพราะคุณสมบัติบางอย่างอาจจะหาได้จากวิธีใดวิธีหนึ่งซึ่งง่ายกว่า ส่วนคุณสมบัติอื่นๆอาจจะหาได้ยากหรือไม่ได้เลย ดังนั้นจากแนวทางการวิเคราะห์ทั้งสี่บางครั้งจึงจำเป็นต้องนำมาใช้ร่วมกัน

บทที่ 2 .

การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากฟังก์ชันช่วย

2.1 บทนำ

ในการวิเคราะห์การกระจายคลื่นเป็นปัญหาสำคัญที่จะต้องกำหนดแหล่งกำเนิดให้ถูกต้อง เพื่อคำนวณหาสมการสนามที่เกิดขึ้น ทั้งนี้ก็อาจจะต้องอาศัยฟังก์ชันช่วย (ศักย์เวกเตอร์) ซึ่งได้แก่ ศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก ($\vec{A}$) หรือศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า ($\vec{F}$) ทั้งนี้จากศักย์เวกเตอร์ทั้งสองก็สามารถนำไปคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้า ($\vec{E}$) และสมการสนามแม่เหล็ก ($\vec{H}$) ออกมาได้ โดยการพิจารณาจาก แหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า ($\vec{J}$) หรือแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก ($\vec{M}$)

2.2 การคำนวณหาสมการสนามจากศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก

ศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก ($\vec{A}$) จะใช้สำหรับแก้หาสมการสนามที่เกิดจากแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า ($\vec{J}$) ในที่นี้ถ้าให้ $\vec{A}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆจะกำหนดได้ว่า

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{จาก } \mu \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.2)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad (2.3)$$

$$\text{สมการแมกเวลล์ } \nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H} \quad (2.4)$$

แทนค่าสมการที่ (2.3) ในสมการที่ (2.4)

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \nabla \times \vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} + j\omega \nabla \times \vec{A} = 0$$

$$\nabla \times (\vec{E} + j\omega \vec{A}) = 0 \quad (2.5)$$

$$\text{จาก } \nabla \times (-\nabla \phi_e) = 0 \quad (2.6)$$

สมการที่ (2.5) จะเท่ากับสมการที่ (2.6)

$$\vec{E} + j\omega \vec{A} = -\nabla \phi_e$$

$$\vec{E} = -\nabla \phi_e - j\omega \vec{A} \quad (2.7)$$

จากสมการที่ (2.2)

$$\begin{aligned} \mu \vec{H} &= \nabla \times \vec{A} \\ \mu \nabla \times \vec{H} &= \nabla \times \nabla \times \vec{A} \\ \nabla \times \vec{H} &= \frac{1}{\mu} (\nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

สมการแมกเวลล์

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= (\sigma + j\omega \epsilon) \vec{E} \\ \nabla \times \vec{H} &= \sigma \vec{E} + j\omega \epsilon \vec{E} \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J} + j\omega \epsilon \vec{E} \end{aligned} \quad (2.9)$$

สมการที่ (2.8) เท่ากับสมการที่ (2.9)

$$\mu \vec{J} + j\omega \mu \epsilon \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \quad (2.10)$$

แทนค่าสมการที่ (2.7) ในสมการที่ (2.10)

$$\mu \vec{J} + j\omega \mu \epsilon (-\nabla \phi_e - j\omega \vec{A}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

$$\mu \vec{J} - j\omega \mu \epsilon \nabla \phi_e - (j\omega)^2 \mu \epsilon \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

$$\mu \vec{J} - j\omega \mu \epsilon \nabla \phi_e + \omega^2 \mu \epsilon \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon\phi_e) \quad (2.11)$$

ทฤษฎีโลเรนซ์ $\nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon\phi_e = 0 \quad (2.12)$

$$j\omega\mu\epsilon\phi_e = -\nabla \cdot \vec{A} \quad (2.13)$$

$$\phi_e = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A} \quad (2.14)$$

แทนค่าสมการที่ (2.12) หรือสมการที่ (2.14) ลงในสมการที่ (2.11)

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (2.15)$$

จากสมการที่ (2.7)

$$\vec{E} = -\nabla\phi_e - j\omega\vec{A}$$

แทนค่า ϕ_e จากสมการที่ (2.14)

$$\vec{E} = -\nabla\left(-\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A}\right) - j\omega\vec{A}$$

$$\vec{E} = \nabla \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \vec{A} - j\omega\vec{A}$$

ดังนั้นจะได้

$$\vec{E} = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - j\omega\vec{A} \quad (2.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การคำนวณหาสมการสนามจากศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า

ถึงแม้ว่ากระแสแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะไม่เป็นจริงตามกายภาพ กระแสแม่เหล็กสมมูลย์ที่เกิดขึ้นโดยอาศัยจากทฤษฎีผิวหรือปริมาตรสมมูลย์ก็สามารถนำมาใช้อธิบายถึงกระแสแม่เหล็กในอาณาบริเวณเอกพันธ์ที่ $\mathbf{J}$ เท่ากับศูนย์แต่ $\mathbf{H}$ จะไม่เท่ากับศูนย์ แต่ทั้งนี้จะต้องสอดคล้องกับ $\nabla \cdot \mathbf{J}$ เท่ากับศูนย์ ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่เกิดจากศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้าจะหาได้จาก

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F} \quad (2.17)$$

$$\text{สมการแมกเวลล์ } \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (2.18)$$

แทนค่าสมการที่ (2.17) ลงในสมการที่ (2.18)

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \cdot -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -j\omega \nabla \times \mathbf{F}$$

$$-j\omega \nabla \times \mathbf{F} + \nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (2.19)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H} + j\omega \mathbf{F}) = 0$$

$$\text{จาก } \nabla \times (-\nabla \phi_m) = 0 \quad (2.20)$$

สมการที่ (2.19) เท่ากับสมการที่ (2.20)

$$\begin{aligned} \mathbf{H} + j\omega \mathbf{F} &= -\nabla \phi_m \\ \mathbf{H} &= -\nabla \phi_m - j\omega \mathbf{F} \end{aligned} \quad (2.21)$$

จากสมการที่ (2.17)

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \nabla \times \mathbf{F} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon} (\nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}) \quad (2.22)$$

สมการแมกเวลล์ $\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{M} - j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.23)$

สมการที่ (2.22) เท่ากับสมการที่ (2.23)

$$\begin{aligned} -\mathbf{M} - j\omega\mu\mathbf{H} &= -\frac{1}{\epsilon} (\nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}) \\ \epsilon\mathbf{M} + j\omega\mu\epsilon\mathbf{H} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F} \\ \nabla^2 \mathbf{F} + j\omega\mu\epsilon\mathbf{H} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \epsilon\mathbf{M} \end{aligned} \quad (2.24)$$

แทนค่าสมการที่ (2.21) ในสมการที่ (2.24)

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{F} + j\omega\mu\epsilon (-\nabla\phi_m - j\omega\mathbf{F}) &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \epsilon\mathbf{M} \\ \nabla^2 \mathbf{F} - j\omega\mu\epsilon \cdot \nabla\phi_m - (j\omega)^2 \mu\epsilon\mathbf{F} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \epsilon\mathbf{M} \\ \nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \epsilon\mathbf{M} + \nabla(j\omega\mu\epsilon\phi_m) \end{aligned} \quad (2.25)$$

ทฤษฎีโลเรนซ์

$$\phi_m = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (2.26)$$

แทนค่าสมการที่ (2.26) ในสมการที่ (2.25)

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \epsilon\mathbf{M} + \nabla(j\omega\mu\epsilon \cdot -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \mathbf{F}) \\ \nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} &= \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - \epsilon\mathbf{M} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) \\ \nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} &= -\epsilon\mathbf{M} \end{aligned} \quad (2.27)$$

เอาสมการที่ (2.26) แทนในสมการที่ (2.21)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (2.21)

$$\mathbf{H} = -\nabla \phi_m - j\omega \mathbf{F}$$

$$\mathbf{H} = -\nabla \cdot - \frac{1}{j\omega \mu_0 \epsilon} \nabla \cdot \mathbf{F} - j\omega \mathbf{F}$$

$$\mathbf{H} = -j \frac{1}{\omega \mu_0 \epsilon} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) - j\omega \mathbf{F} \quad (2.28)$$

ซึ่งศักย์เวกเตอร์ทั้งสอง ($\mathbf{A}$, $\mathbf{F}$) จะได้จากการอินทิเกรตบนแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็ก ($\mathbf{J}$, $\mathbf{M}$) คือ [1], [5], [18]

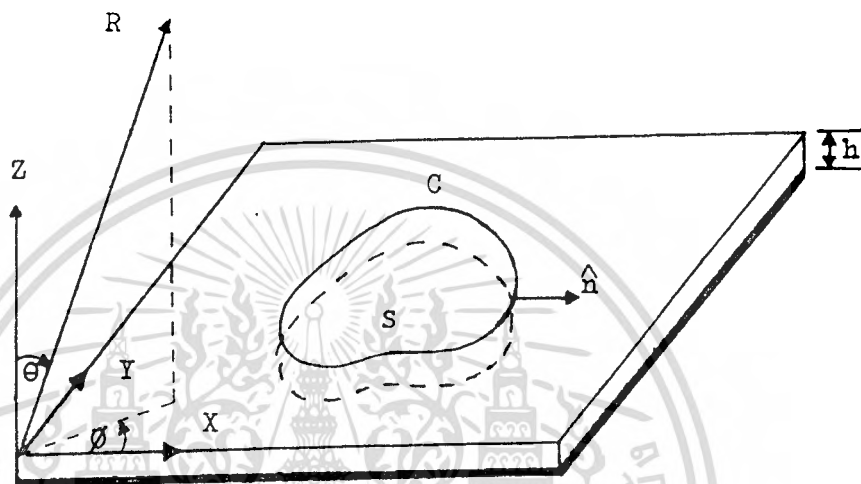
$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iint_s \mathbf{J} \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (2.29)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_s \mathbf{M} \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \quad (2.30)$$

บทที่ 3 .

การคำนวณหาสมการสนามบริเวณปลายช่องเปิด (ทฤษฎีสายส่ง)

3.1 บทนำ



รูปที่ 3.1 แหล่งกำเนิดผิวปิดรูปใดๆ

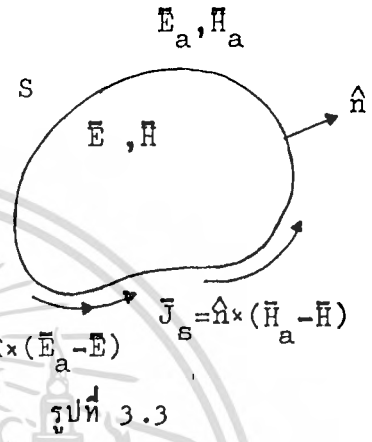
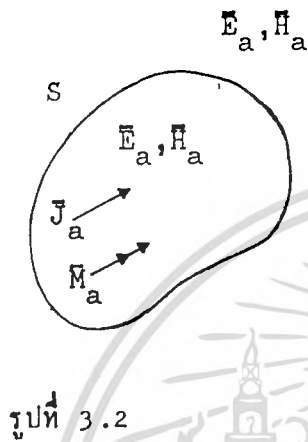
การหาสมการสนามที่เกิดจากแหล่งกำเนิดใดๆ (รูปที่ 3.1) จะสามารถพิจารณาได้จากสนามสมมูลภายนอกผิวปิดจินตภาพที่เกิดจากแหล่งกำเนิดจริง พร้อมกับพิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดขึ้น ทั้งนี้ความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขนี้ด้วย ซึ่งสนามภายในผิวปิดจะมีค่าเป็นศูนย์ตามความหนาแน่นของกระแสที่กำหนดขึ้น ส่วนสนามภายนอกจะเท่ากับการกระจายสนามจากแหล่งกำเนิดจริง

3.2 การหาแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก

การหาสนามสมมูลจะพิจารณาได้จากแหล่งกำเนิดจริง (J_a, M_a) ผิวปิดรูปใดๆ แหล่งกำเนิดในรูปที่ 3.2 จะกระจายสนาม (E_a, H_a) ทั่วบริเวณและเสมือนว่าสนามภายใน กับภายนอกเป็นสนามเดียวกัน ในรูปที่ 3.3 แหล่งกำเนิด (J_a, M_a) ได้เคลื่อนออกจากบริเวณผิว และสมมุติว่าสนาม (E, H) เท่านั้นที่เกิดขึ้นภายในบริเวณนี้ ซึ่งสนามนี้จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของส่วนประกอบของสนามไฟฟ้าและ สนามแม่เหล็กส่วนสัมผัส ดังนั้นแล้วผิวปิดจินตภาพของรูปที่ 3.3 ก็จะสามารถเป็นแหล่งกำเนิดสมมูลย์จะได้



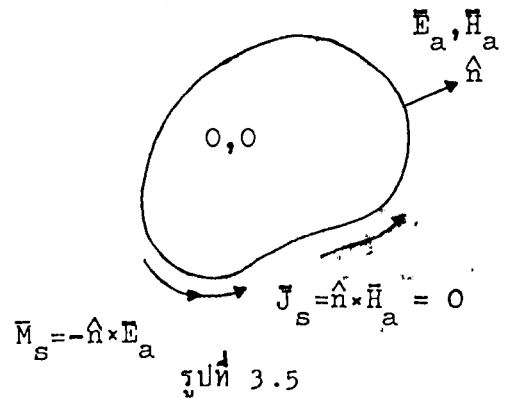
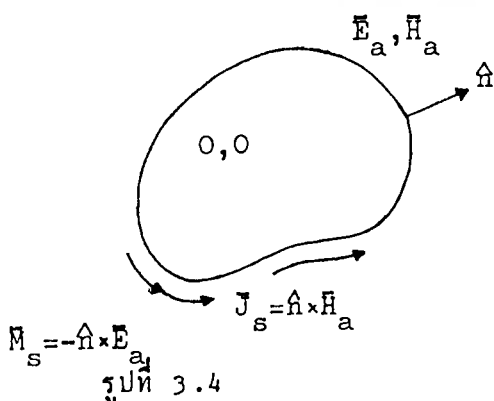
$$J_s = n \times (H_a - H) \quad (3.1)$$

$$M_s = -n \times (E_a - E) \quad (3.2)$$

เนื่องจากสนาม (E, H) ภายในบริเวณผิวปิดจะมีค่าเป็นศูนย์ ในกรณีนี้ปัญหาสนามสมมูลย์ของรูปที่ 3.3 จะสามารถพิจารณาได้ง่ายเข้าคือ

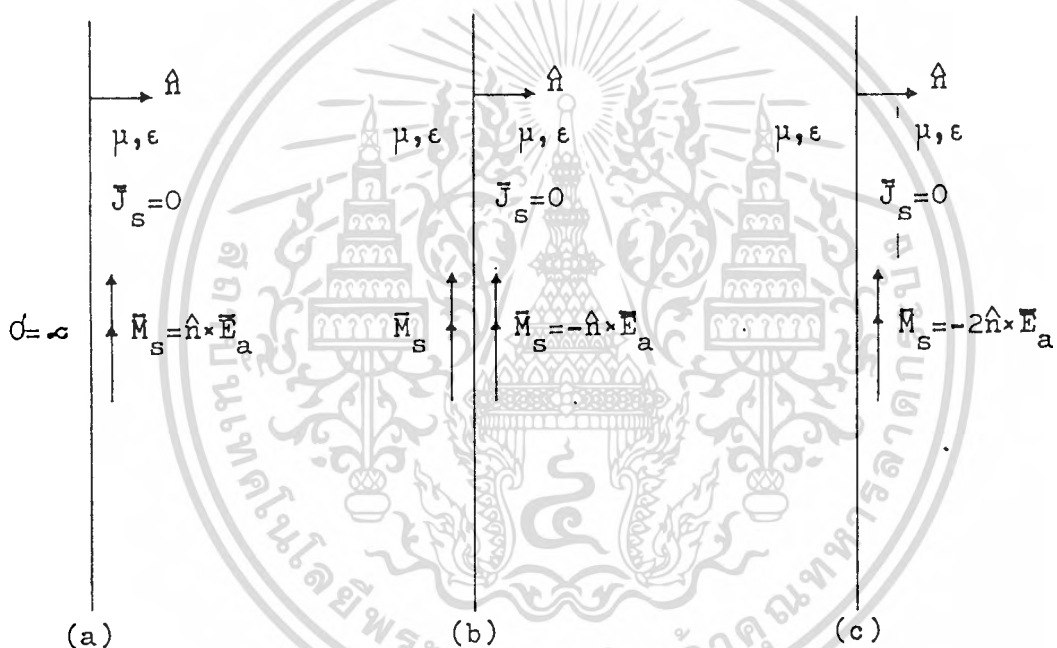
$$J_s = n \times H_a \quad (3.3)$$

$$M_s = -n \times E_a \quad (3.4)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไปว่ากรณิดอกทั้งสี่ อีกทั้งห้าเข้าให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาถึงตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ ($\sigma = \infty$) ในรูปที่ 3.5 ในกรณีนี้แหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมบูรณ์ ($\mathbf{J}_s$) ไม่สามารถจะกระจายออกไปได้ จะมีแต่แหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กสมบูรณ์ ($\mathbf{M}_s$) เท่านั้นที่เกิดขึ้นซึ่งจะนำไปใช้ในการกำหนดหลักการของสนามสมบูรณ์เพื่อหาสมการสนามของสายอากาศที่เกิดขึ้นจริงๆตามการพิจารณาในรูปที่ 3.5 ซึ่งได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.6 ทั้งนี้มันจะสอดคล้องกับความเป็นจริงของสายอากาศในรูป a ในรูป b จะเกิดการเหนี่ยวนำในพื้นกราวด์จึงทำให้เกิดแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กใหม่ในรูป c



รูปที่ 3.6 แสดงแหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กสมบูรณ์

$$\mathbf{M}_s = -2\hat{\mathbf{h}} \times \mathbf{E}_a \quad (3.5)$$

$$\mathbf{M}_s = \text{แหล่งกำเนิดความหนาแน่นกระแสแม่เหล็กสมบูรณ์}$$

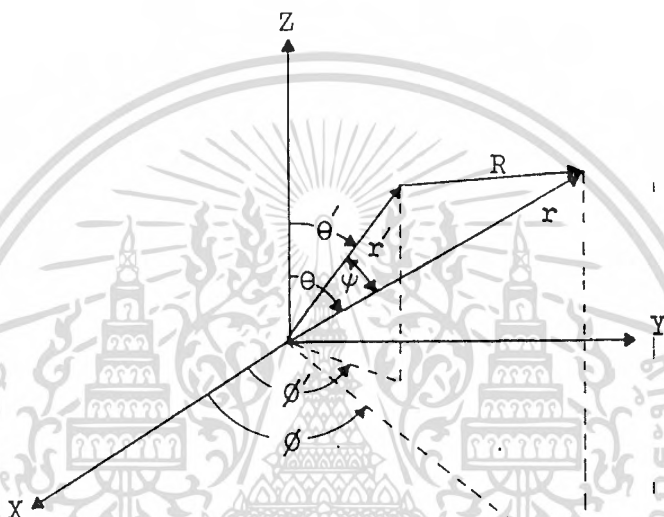
$$\hat{\mathbf{h}} = \text{เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางออกตั้งฉากกับกำแพงแม่เหล็ก}$$

$$\mathbf{E}_a = \text{สนามไฟฟ้าบริเวณปลายช่องเปิด}$$

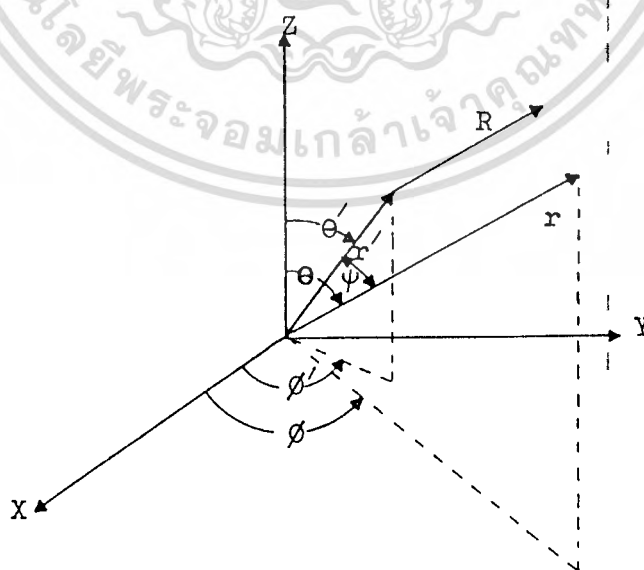
3.3 การหาศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า

เนื่องจากศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้าจะมีความยุ่งยากในการอินทิเกรต แต่ก็สามารถที่จะทำให้ง่ายเข้าได้โดยการพิจารณาค่าตัวแปรต่างๆ ให้น้อยลงตามรูปที่ 3.7 และ 3.8

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_S \vec{M}_s \frac{\vec{e}^{jkR}}{R} ds' \quad (3.6)$$



รูปที่ 3.7 แสดงถึงตำแหน่งสนามที่ไกล



รูปที่ 3.8 แสดงถึงตำแหน่งสนามที่ไกล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม ลิขสิทธิ์จะอยู่กับผู้เผยแพร่เอกสาร และผู้เผยแพร่จะถือว่าตนไม่รับผิดชอบต่อการใช้เอกสารฉบับนี้

$$R = r - r' \cos \psi \quad \text{การเปลี่ยนแปลงทางเฟส} \quad (3.7)$$

$$R = r \quad \text{การเปลี่ยนแปลงทางขนาด} \quad (3.8)$$

จากสมการที่ (3.6)

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_S \vec{M}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds'$$

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_S \vec{M}_s \frac{e^{-jk(r-r'\cos\psi)}}{R} ds'$$

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iint_S \vec{M}_s \frac{e^{-jkr}}{R} e^{jkr'\cos\psi} ds'$$

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi r} e^{-jkr} \iint_S \vec{M}_s e^{jkr'\cos\psi} ds' \quad (3.9)$$

ให้

$$\vec{F}' = \iint_S \vec{M}_s e^{jkr'\cos\psi} ds'$$

$$\vec{F}' = \iint_S (\hat{a}_x M_x + \hat{a}_y M_y + \hat{a}_z M_z) e^{jkr'\cos\psi} ds' \quad (3.10)$$

แปลงสมการที่ (3.10) ให้อยู่ในส่วนของประกอบของทรงกลม

$$F'_\theta = \iint_S (M_x \cos\theta \cos\phi + M_y \cos\theta \sin\phi - M_z \sin\theta) e^{jkr'\cos\psi} ds' \quad (3.11)$$

$$F'_\phi = \iint_S (-M_x \sin\phi + M_y \cos\phi) e^{jkr'\cos\psi} ds' \quad (3.12)$$

ซึ่ง

$$r' \cos \psi = \vec{r}' \cdot \hat{a}_r$$

$$r' \cos \psi = (\hat{a}_x x + \hat{a}_y y) \cdot (\hat{a}_x \sin\theta \cos\phi + \hat{a}_y \sin\theta \sin\phi + \hat{a}_z \cos\theta)$$

$$r' \cos \psi = x \sin\theta \cos\phi + y \sin\theta \sin\phi \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามนำไปดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 การหาสมการสนามจากสมการศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า

เนื่องจากสนามที่กระจายออกจากสายอากาศจะมีลักษณะเป็นคลื่นทรงกลม ดังนั้นศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้า ($\mathbf{F}$) จะสามารถให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปของทรงกลมได้คือ

$$\mathbf{F} = \hat{\mathbf{a}}_r F_r(r, \theta, \phi) + \hat{\mathbf{a}}_\theta F_\theta(r, \theta, \phi) + \hat{\mathbf{a}}_\phi F_\phi(r, \theta, \phi) \quad (3.14)$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงตามขนาดของ r ในแต่ละส่วนประกอบใหม่คือ

$$\mathbf{F} = \frac{e^{-jkr}}{r} (\hat{\mathbf{a}}_r F_r(\theta, \phi) + \hat{\mathbf{a}}_\theta F_\theta(\theta, \phi) + \hat{\mathbf{a}}_\phi F_\phi(\theta, \phi)) \quad (3.15)$$

แทนค่าสมการที่ (3.15) ในสมการที่ (2.28)

$$\mathbf{H} = -j\omega \frac{e^{-jkr}}{r} (\hat{\mathbf{a}}_r (0) + \hat{\mathbf{a}}_\theta F_\theta(\theta, \phi) + \hat{\mathbf{a}}_\phi F_\phi(\theta, \phi)) \quad (3.16)$$

แทนค่าสมการที่ (3.15) ในสมการที่ (2.17)

$$\mathbf{E} = j\omega \eta \frac{e^{-jkr}}{r} (\hat{\mathbf{a}}_r (0) - \hat{\mathbf{a}}_\theta F_\phi(\theta, \phi) + \hat{\mathbf{a}}_\phi F_\theta(\theta, \phi)) \quad (3.17)$$

ดังนั้นสมการสนามไฟฟ้าและสมการสนามแม่เหล็กในส่วนประกอบของทรงกลมคือ

$$E_r = 0 \quad (3.18)$$

$$E_\theta = -j\omega \eta F_\phi = \eta H_\phi \quad (3.19)$$

$$E_\phi = j\omega \eta F_\theta = -\eta H_\theta \quad (3.20)$$

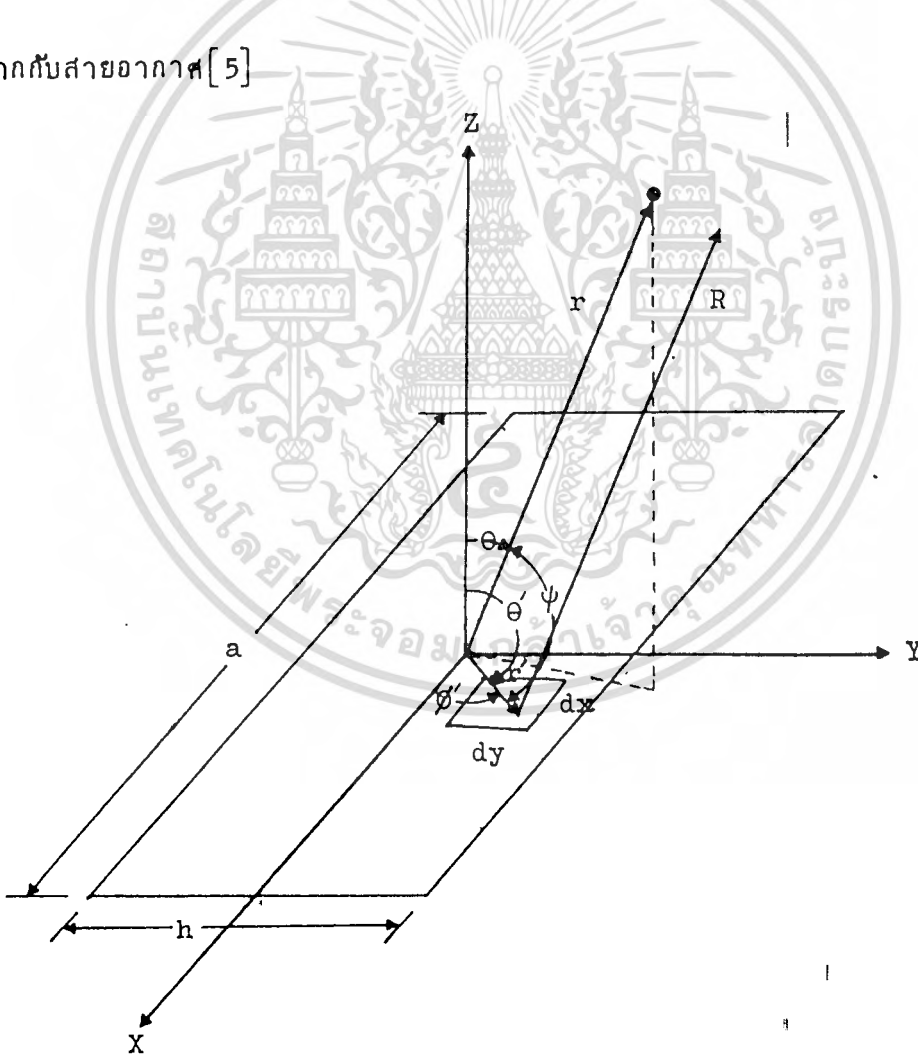
$$\text{และ } H_r = 0 \quad (3.21)$$

$$H_\theta = -j\omega F_\theta \quad (3.22)$$

$$H_\phi = -j\omega F_\phi \quad (3.23)$$

3.5 การหาสมการสนามไฟฟ้า

การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าจะเริ่มต้นด้วยการพิจารณาสนามบริเวณปลายช่องเปิดตามรูปที่ 3.9 เนื่องจากสายอากาศมีความยาวมากความเข้มของสนามภายในบริเวณวัสดุฐานส่วนกลางระหว่างสายอากาศกับพื้นกราวด์จะมีความหนาแน่นมาก และสนามดังกล่าวจะมีทั้งส่วนประสมในแนวตั้งฉากและแนวสัมผัสกับสายอากาศซึ่งสนามในแนวตั้งฉากจะมีเฟสตรงข้ามกันและหักล้างกันหมดไป ส่วนสนามในแนวสัมผัสจะเสริมกันและขนานกับพื้นกราวด์ทำให้เกิดการกระจายสนามในแนวตั้งฉากกับสายอากาศ [5]



รูปที่ 3.9 แสดงการกระจายสนามบริเวณปลายช่องเปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.9 สนามบริเวณปลายช่องเปิดคือ

$$\vec{E}_a = \hat{a}_y E_0 \quad \text{ที่} \quad \begin{cases} -a/2 \leq x \leq a/2 \\ -h/2 \leq y \leq h/2 \end{cases} \quad (3.24)$$

และกระแสแม่เหล็กสมมูลคือ

$$\vec{M}_s = -2\hat{a}_z \times \vec{E}_a \quad (3.25)$$

$$\vec{M}_s = -2\hat{a}_z \times \hat{a}_y E_0 \quad (3.26)$$

$$\vec{M}_s = 2\hat{a}_x E_0 \quad (3.26)$$

จากสมการที่ (3.11), (3.13) และรูปที่ 3.9 จะได้

$$\vec{F}'_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-a/2}^{a/2} M_x \cos\theta \cos\phi e^{jk(x\sin\theta \cos\phi + y\sin\theta \sin\phi)} dx dy \quad (3.27)$$

$$\vec{F}'_\theta = \cos\theta \cos\phi \left[\int_{-h/2}^{h/2} \int_{-a/2}^{a/2} M_x e^{jk(x\sin\theta \cos\phi + y\sin\theta \sin\phi)} dx dy \right] \quad (3.28)$$

และเช่นเดียวกันจากสมการที่ (3.12), (3.13) และรูปที่ 3.9 จะได้

$$\vec{F}'_\phi = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-a/2}^{a/2} -M_x \sin\phi e^{jk(x\sin\theta \cos\phi + y\sin\theta \sin\phi)} dx dy \quad (3.29)$$

$$F'_{\theta} = -\sin\theta \left[\int_{-h/2}^{h/2} \int_{-a/2}^{a/2} M_x e^{jk(x\sin\theta \cos\theta + y\sin\theta \sin\theta)} dx dy \right] \quad (3.30)$$

จากสมการที่ (3.28) และ (3.30) จะเห็นว่าเทอมในวงเล็บ (สเปซแฟกเตอร์) จะมีค่าเหมือนกัน ดังนั้นการอินทิเกรตสามารถหาได้จากสูตร [22], [23]

$$\int_{-c/2}^{c/2} e^{jfkzg(\theta, \phi)} dz = c \frac{\sin[cf/2 \cdot g(\theta, \phi)]}{(cf/2) \cdot g(\theta, \phi)} \quad (3.31)$$

จากสมการที่ (3.28) นำเทอมในวงเล็บมาอินทิเกรตสมมุติให้เท่ากับ P

$$P = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-a/2}^{a/2} e^{jk(x\sin\theta \cos\theta + y\sin\theta \sin\theta)} dx dy$$

$$P = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-a/2}^{a/2} e^{jkx\sin\theta \cos\theta} e^{jky\sin\theta \sin\theta} dx dy$$

$$P = \int_{-h/2}^{h/2} e^{jky\sin\theta \sin\theta} \int_{-a/2}^{a/2} e^{jkx\sin\theta \cos\theta} dx dy$$

$$P = a \frac{\sin[(ka/2) \sin\theta \cos\phi]}{(ka/2) \sin\theta \cos\phi} \int_{-h/2}^{h/2} e^{jk y \sin\theta \sin\phi} dy$$

$$P = a \frac{\sin[(ka/2) \sin\theta \cos\phi]}{(ka/2) \sin\theta \cos\phi} h \frac{\sin[(kh/2) \sin\theta \sin\phi]}{(kh/2) \sin\theta \sin\phi} \quad (3.32)$$

ดังนั้นสมการที่ (3.28) ใหม่คือ

$$F'_\theta = 2ahE_o \cos\theta \cos\phi \frac{\sin[(ka/2) \sin\theta \cos\phi]}{(ka/2) \sin\theta \cos\phi} \frac{\sin[(kh/2) \sin\theta \sin\phi]}{(kh/2) \sin\theta \sin\phi} \quad (3.33)$$

เช่นเดียวกับ F_ϕ ในสมการที่ (3.30) เนื่องจากเทอมในวงเล็บจะคล้ายกับเทอมในวงเล็บของสมการที่ (3.28) ดังนั้นการอินทิเกรตจึงได้ผลลัพธ์เหมือนกัน

$$F'_\phi = -2ahE_o \sin\phi \frac{\sin[(ka/2) \sin\theta \cos\phi]}{(ka/2) \sin\theta \cos\phi} \frac{\sin[(kh/2) \sin\theta \sin\phi]}{(kh/2) \sin\theta \sin\phi} \quad (3.34)$$

นำเทอมที่อยู่หน้าอินทิเกรตในสมการที่(3.9) และสมการที่(3.33) ไปแทนค่าในสมการที่(3.19)

จากสมการที่ (3.19), $E_\theta = -j\omega\eta F'_\phi$ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} E_\theta &= -j\omega\eta \frac{\epsilon}{4\pi r} e^{jkr} \cdot (-2ahE_o \sin\phi) \frac{\sin[(ka/2) \sin\theta \cos\phi]}{(ka/2) \sin\theta \cos\phi} \frac{\sin[(kh/2) \sin\theta \sin\phi]}{(kh/2) \sin\theta \sin\phi} \\ &= jahE_o \omega\eta \frac{\epsilon}{2\pi r} e^{jkr} \sin\phi \frac{\sin[(ka/2) \sin\theta \cos\phi]}{(ka/2) \sin\theta \cos\phi} \frac{\sin[(kh/2) \sin\theta \sin\phi]}{(kh/2) \sin\theta \sin\phi} \end{aligned} \quad (3.35)$$

หากำ

$$\omega\eta\epsilon = \omega\sqrt{\mu/\epsilon} \epsilon$$

$$= \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

$$= \omega\sqrt{\mu_r\mu_o\epsilon_r\epsilon_o}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 \omega\eta\epsilon &= \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}/\sqrt{\epsilon_r} \\
 &= 2\pi f \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon_r} \\
 &= 2\pi\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_0
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\omega\eta\epsilon = k = 2\pi\sqrt{\epsilon_r}/\lambda_0$

$$k = \begin{cases} k_0 & \text{ที่ } y > h \\ k_0\sqrt{\epsilon_r} & \text{ที่ } 0 < y < h \end{cases}$$

แทนค่า $\omega\eta\epsilon$ เท่ากับ k_0 ลงในสมการที่ (3.35)

$$E_\theta = jahE_0k_0 \frac{\bar{e}^{jk_0r} \sin\theta \sin[(k_0a/2)\sin\theta \cos\theta]}{2\pi r} \frac{\sin[(k_0h/2)\sin\theta \sin\theta]}{(k_0h/2)\sin\theta \sin\theta} \quad (3.36)$$

เช่นเดียวกันนำเทอมที่อยู่หน้าอินทิเกรตของสมการที่ (3.9) และสมการ(3.32) ไปแทนค่าในสมการที่ (3.20)

จากสมการที่ (3.20), $E_\phi = j\omega\eta F_\theta$ ดังนั้นจะได้

$$E_\phi = jahE_0k_0 \frac{\bar{e}^{jk_0r} \cos\theta \cos\theta \sin[(k_0a/2)\sin\theta \cos\theta]}{2\pi r} \frac{\sin[(k_0h/2)\sin\theta \sin\theta]}{(k_0h/2)\sin\theta \sin\theta}$$

ที่ระนาบสนามไฟฟ้า ($\theta=90^\circ$) (3.37)

$$E_\theta = jahE_0k_0 \frac{\bar{e}^{jk_0r} \sin[(k_0h/2)\sin\theta]}{2\pi r} \frac{\sin[(k_0h/2)\sin\theta]}{(k_0h/2)\sin\theta} \quad (3.38)$$

$$E_\theta = \frac{jV_0}{\pi} \frac{\bar{e}^{jk_0r}}{r} a \frac{\sin[(\pi h/\lambda_0)\sin\theta]}{h\sin\theta} \quad (3.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{\theta} = 0 \quad (3.40)$$

ที่ระนาบสนามแม่เหล็ก ($\theta=0$)

$$E_{\theta} = 0 \quad (3.41)$$

$$E_{\theta} = \frac{j a k_0 E_0}{2 \pi r} \frac{e^{-j k_0 r} \cos \theta \sin[(k_0 a/2) \sin \theta]}{(k_0 a/2) \sin \theta} \quad (3.42)$$

$$E_{\theta} = \frac{j V_0}{\pi r} \frac{e^{-j k_0 r} \cos \theta \sin[(\pi a/\lambda_0) \sin \theta]}{\sin \theta} \quad (3.43)$$

บทที่ 4 .

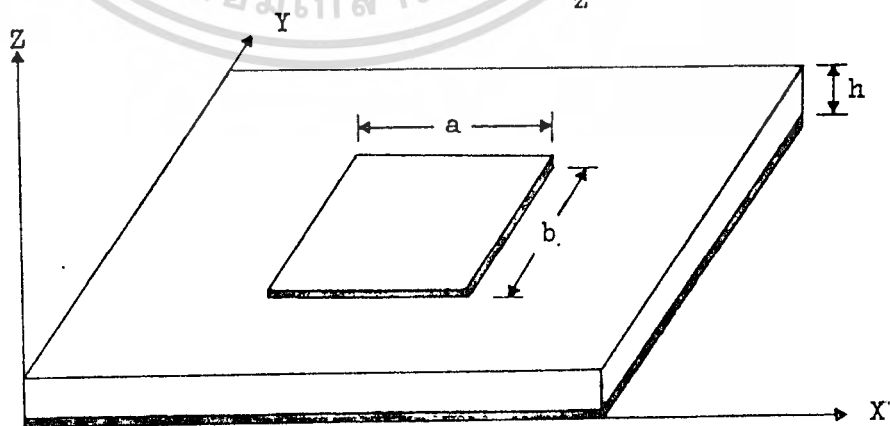
การคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าโดยการแก้สมการในทอคลื่น (ทฤษฎีควีที)

4.1 บทนำ

เนื่องจากสายอากาศมีความยาวมากถึงกล่าวสนามไฟฟ้า (E) จึงมีเฉพาะส่วนประกอบตามแกน Z บริเวณด้านบนและด้านล่างของสายอากาศ สนามแม่เหล็ก (H) จะมีทั้งส่วนประกอบตามแกน X และแกน Y บริเวณรอบๆขอบระหว่างสายอากาศกับพื้นกราวด์ และกระแสไฟฟ้าในสายอากาศจะต้องไม่มีส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกับขอบซึ่งก็หมายความว่า ส่วนประกอบสัมผัสของสนามแม่เหล็กบริเวณขอบถูกตัดทิ้งไป เช่นนี้บริเวณระหว่างสายอากาศกับพื้นกราวด์จึงเสมือนว่าเป็นทอคลื่นที่ล้อมรอบด้วยกำแพงสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กดังกล่าวเช่น ท่อนำคลื่นเป็นต้น[1]

4.2 การหาสมการสนามในทอคลื่น

โดยทั่วไป เมื่อป้อนพลังงานให้กับสายอากาศโหมดต่างๆก็เกิดขึ้นตามการกระจายของสนามในทอคลื่น พิจารณาถึงโหมดสนามไฟฟ้า (TE mode) ถ้าจุ่มป้อนพลังงานให้กับสายอากาศอยู่ที่จุดกำเนิดบนแกน X คลื่นก็จะเดินทางไปในทิศทาง Y อาศัยจากสมการคลื่นในสมการที่(2.15)หรือ(2.27)มาพิจารณาหาสมการสนามไฟฟ้า (E_z) ในทอคลื่นคือ



รูปที่ 4.1 สายอากาศแผ่นไมโครสตริป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(\nabla^2 + k^2)E_z = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + k^2 E_z = 0 \quad (4.2)$$

แก้สมการที่ (4.2) โดยวิธีการแยกตัวแปรซึ่ง E_z จะเป็นฟังก์ชันของ x และ y ดังนั้นคำตอบของสมการนี้จะอยู่ในรูปแบบ

$$E_z = XY = f(x)g(y) \quad (4.3)$$

แทนค่าสมการที่ (4.3) ในสมการที่ (4.2) จะได้ว่า

$$Y \frac{d^2 X}{dx^2} + X \frac{d^2 Y}{dy^2} + k^2 XY = 0 \quad (4.4)$$

หารสมการที่ (4.4) ด้วย XY

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + k^2 = 0 \quad (4.5)$$

แก้สมการที่ (4.5) โดยวิธีการแยกตัวแปร

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k^2 \quad (4.6)$$

เนื่องจากเทอมที่หนึ่งจะเป็นฟังก์ชันของ x และเทอมที่สองเป็นฟังก์ชันของ y เท่านั้นซึ่ง k เป็น

ค่าคงที่ดังนั้นเทอมทั้งสองในสมการที่ (4.6) จึงเท่ากับค่าคงที่ในแต่ละเทอมคือ

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2 \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k_y^2 \quad (4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามนำไปคัดลอกเพื่อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_x^2 + k_y^2 = k^2 \quad (4.9)$$

แก้สมการที่ (4.7) จะได้

$$X = C_1 \sin(b_1 x) \quad (4.10)$$

แทนสมการที่ (4.10) ในสมการที่ (4.7)

$$b_1 = k_x \quad (4.11)$$

ดังนั้นคำตอบใหม่ของสมการที่ (4.10) คือ

$$X = C_1 \cos(b_1 x) \quad (4.12)$$

คำตอบทั่วไปของสมการที่ (4.7) คือ

$$X = C_1 \sin(b_1 x) + C_2 \cos(b_1 x)$$

แทนค่า

$$b_1 = k_x$$

$$X = C_1 \sin(k_x x) + C_2 \cos(k_x x) \quad (4.13)$$

เช่นเดียวกันคำตอบทั่วไปของสมการที่ (4.8) คือ

$$Y = C_3 \sin(k_y y) + C_4 \cos(k_y y) \quad (4.14)$$

แทนค่าสมการที่ (4.13) และสมการที่ (4.14) ในสมการที่ (4.3)

$$E_z = X Y$$

$$= (C_1 \sin(k_x x) + C_2 \cos(k_x x)) (C_3 \sin(k_y y) + C_4 \cos(k_y y))$$

$$= C_1 C_3 \sin(k_x x) \sin(k_y y) + C_2 C_3 \cos(k_x x) \sin(k_y y)$$

$$+ C_1 C_4 \sin(k_x x) \cos(k_y y) + C_2 C_4 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \quad (4.15)$$

เนื่องจากจุดกำเนิดอยู่ที่จุดมุมหนึ่งของสายอากาศรูปที่ 4.1 ($0 \leq z \leq h$, $0 \leq y \leq b$, $0 \leq x \leq a$) ดังนั้นคำตอบสมการคลื่นที่ (4.2) จะอยู่ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตของ

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad x = 0, a \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = 0, \quad y = 0, b \quad (4.17)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.15) ก็จะมีเพียงเทอมสุดท้ายเท่านั้นที่สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตเหล่านี้ กับสมการคลื่นที่ (4.2) จะได้

$$E_z = C_2 C_4 \cos(k_x x) \cos(k_y y) \quad (4.18)$$

$$\text{ซึ่ง } k_x = \frac{m\pi}{a} \quad (4.19)$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad (m, n) = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20)$$

$$\text{ให้ } C_2 C_4 = E_0 = \frac{V_0}{h} \quad (4.21)$$

แทนค่าสมการที่ (4.19), (4.20) และ (4.21) ในสมการที่ (4.18)

$$E_z = \frac{V_0}{h} \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \quad (4.22)$$

และส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กจะหาได้จากสมการที่ (2.23) หรือ (2.28) คือ

$$H_z = 0 \quad (4.23)$$

$$H_x = +j \frac{1}{\omega \mu} \frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$$H_x = -j \frac{\omega}{k_o^2} \epsilon_o \frac{V_o}{h} \frac{n\pi}{b} \cos(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \quad (4.24)$$

$$H_y = -j \frac{1}{\omega \mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$H_y = j \frac{\omega}{k_o^2} \epsilon_o \frac{V_o}{h} \frac{m\pi}{a} \sin(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \quad (4.25)$$

4.3 การหาสมการสนามไฟฟ้า

ในการคำนวณหาสมการสนามไฟฟ้าของสายอากาศนั้นก่อนอื่นจะต้องหาค่าความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างแผ่นพื้นกราวด์กับตัวสายอากาศเสียก่อนเพื่อนำเอาไปแทนค่าในสมการ ศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้าที่ได้หาไว้แล้ว

จากสมการที่ (4.22)

$$E_z = \frac{V_o}{h} \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b)$$

$$E_z h = V_o \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b)$$

$$V(x,y) = V_o \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \quad (4.26)$$

จากสมการที่ (4.26)

$$V(x) = V_o \cos(m\pi x/a) \quad 0 \leq x \leq a, y=0 \quad (4.27)$$

$$V(x) = V_o \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi) \quad 0 \leq x \leq a, y=b \quad (4.28)$$

และ $V(y) = V_0 \cos(n\pi y/b) \quad 0 \leq y \leq b, x=0 \quad (4.29)$

$V(y) = V_0 \cos(n\pi y/b) \cos(m\pi x/a) \quad 0 \leq y \leq b, x=a \quad (4.30)$

จากศักย์เวกเตอร์ไฟฟ้าสามารถเขียนอยู่ในรูปของการอินทิเกรตตามเส้นได้คือ

ให้
$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \int_c \vec{M}_s \frac{-jk(r-r'\cos\psi)}{R} dc'$$

$$\vec{F}' = \int_c \vec{M}_s e^{jk_0 r' \cos\psi} dc' \quad (4.31)$$

เอาสมการที่ (3.25) แทนในสมการที่ (4.31)

$$\vec{F}' = -2 \int_c \hat{a}_z \times \hat{n} V(c) e^{jk_0 r' \cos\psi} dc' \quad (4.32)$$

ซึ่ง
$$\hat{n} = \begin{cases} \hat{a}_x & \text{ในทิศทาง } x \\ \hat{a}_y & \text{ในทิศทาง } y \end{cases} \quad (4.33)$$

ดังนั้น
$$\hat{a}_z \times \hat{n} = \begin{cases} \hat{a}_z \times \hat{a}_x = \hat{a}_y \\ \hat{a}_z \times \hat{a}_y = -\hat{a}_x \end{cases} \quad (4.34)$$

และ
$$r' \cos\psi = \begin{cases} x \cos\phi \sin\theta \\ y \sin\phi \sin\theta \end{cases} \quad (4.35)$$

แทนค่าสมการที่ (4.27) ถึง (4.30) และ สมการที่ (4.34) กับ (4.35) ลงในสมการที่

(4.32) แล้วทำการอินทิเกรตจะได้

$$F' = 2jV_o \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_o a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_o b \sin\theta \sin\theta} \right\} \\ \cdot \left[\frac{\hat{a}_x k_o \cos\theta \sin\theta}{k_o^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} - \frac{\hat{a}_y k_o \sin\theta \sin\theta}{k_o^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right] \quad (4.36)$$

จากสมการที่ (4.36) เทอมในวงเล็บสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของส่วนประกอบทรงกลมได้โดย

$$F'_\theta = 2jV_o \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_o a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_o b \sin\theta \sin\theta} \right\} \\ \cdot \left[\frac{k_o \sin\theta \cos\theta \cos^2\theta}{k_o^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} - \frac{k_o \sin\theta \cos\theta \sin^2\theta}{k_o^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right] \quad (4.37)$$

และ

$$F'_\phi = 2jV_o \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_o a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_o b \sin\theta \sin\theta} \right\} \\ \cdot \left[\frac{-k_o \sin\theta \cos\theta \sin\theta}{k_o^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} - \frac{k_o \sin\theta \sin\theta \cos\theta}{k_o^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right] \quad (4.38)$$

นำสมการที่ (4.37) ไปแทนในสมการที่ (3.19)

$$E_{\theta} = -j\omega\eta \frac{\epsilon}{4\pi r} e^{-jk_0 r} F'_{\theta}$$

$$E_{\theta} = -j \frac{e^{-jk_0 r}}{2\lambda_0 r} 2jV_0 \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_0 a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_0 b \sin\theta \sin\theta} \right\}$$

$$\cdot \left[\frac{-k_0 \sin\theta \cos\theta \sin\theta}{k_0^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} - \frac{k_0 \sin\theta \sin\theta \cos\theta}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right]$$

$$E_{\theta} = -\frac{V_0}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_0 a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_0 b \sin\theta \sin\theta} \right\}$$

$$\cdot \left[\frac{k_0 \sin\theta \cos\theta \sin\theta}{k_0^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} + \frac{k_0 \sin\theta \sin\theta \cos\theta}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right]$$

(4.39)

นำสมการที่ (4.38) ไปแทนในสมการที่ (3.20)

$$E_{\phi} = j\omega\eta \frac{\epsilon}{4\pi r} e^{-jk_0 r} F'_{\phi}$$

$$E_{\theta} = j \frac{\bar{e}^{jk_0 r}}{2\lambda_0 r} 2jV_0 \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_0 a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_0 b \sin\theta \sin\theta} \right\}$$

$$\cdot \left[\frac{k_0 \sin\theta \cos\theta \cos^2\theta}{k_0^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} - \frac{k_0 \sin\theta \cos\theta \sin^2\theta}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right]$$

$$E_{\theta} = \frac{-V_0}{\lambda_0} \frac{\bar{e}^{jk_0 r}}{r} \left\{ 1 - \cos(m\pi) e^{jk_0 a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 - \cos(n\pi) e^{jk_0 b \sin\theta \sin\theta} \right\}$$

$$\cdot \left[\frac{k_0 \sin\theta \cos\theta \cos^2\theta}{k_0^2 \cos^2\theta \sin^2\theta - (m\pi/a)^2} - \frac{k_0 \sin\theta \cos\theta \sin^2\theta}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (n\pi/b)^2} \right] \quad (4.40)$$

ที่โหมด

$$m = 0, n = 1$$

$$E_{\theta} = \frac{-V_0}{\lambda_0} \frac{\bar{e}^{jk_0 r}}{r} \left\{ 1 - e^{jk_0 a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 + e^{jk_0 b \sin\theta \sin\theta} \right\}$$

$$\cdot \left[\frac{\sin\theta}{k_0 \cos\theta \sin\theta} - \frac{k_0 \sin\theta \sin\theta \cos\theta}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (\pi/b)^2} \right] \quad (4.41)$$

$$E_{\theta} = \frac{-V_0}{\lambda_0} \frac{\bar{e}^{jk_0 r}}{r} \left\{ 1 - e^{jk_0 a \cos\theta \sin\theta} \right\} \left\{ 1 + e^{jk_0 b \sin\theta \sin\theta} \right\}$$

$$\cdot \left[\frac{\cos\theta}{k_0 \sin\theta} - \frac{k_0 \sin\theta \cos\theta \sin^2\theta}{k_0^2 \sin^2\theta \sin^2\theta - (\pi/b)^2} \right] \quad (4.42)$$

เทอมในวงเล็บปีกกาของสมการที่ (4.41) และ (4.42) สามารถทำให้ง่ายเข้าได้โดย

$$(1 - e^{jA})(1 + e^{jB}) = 4j e^{jA/2} e^{jB/2} \sin(A/2) \cos(B/2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{\theta} = -j4 \frac{V_0}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} e^{(jk_0 a/2) \cos \varnothing \sin \theta} e^{(jk_0 b/2) \sin \varnothing \sin \theta} \cdot \sin[(k_0 a/2) \cos \varnothing \sin \theta] \cos[(k_0 b/2) \sin \varnothing \sin \theta] \cdot \left[\frac{\sin \varnothing}{k_0 \cos \varnothing \sin \theta} - \frac{k_0 \sin \theta \sin \varnothing \cos \varnothing}{k_0^2 \sin^2 \varnothing \sin^2 \theta - (\pi/b)^2} \right] \quad (4.43)$$

$$E_{\varnothing} = -j4 \frac{V_0}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} e^{(jk_0 a/2) \cos \varnothing \sin \theta} e^{(jk_0 b/2) \sin \varnothing \sin \theta} \cdot \sin[(k_0 a/2) \cos \varnothing \sin \theta] \cos[(k_0 b/2) \sin \varnothing \sin \theta] \cdot \left[\frac{\cos \theta}{k_0 \sin \theta} - \frac{k_0 \sin \theta \cos \theta \sin^2 \varnothing}{k_0^2 \sin^2 \varnothing \sin^2 \theta - (\pi/b)^2} \right] \quad (4.44)$$

ที่ระนาบสนามไฟฟ้า ($\varnothing = 90^\circ$)

$$E_{\theta} = -j2a \frac{V_0}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} e^{(jk_0 b/2) \sin \theta} \cos[(k_0 b/2) \sin \theta] \quad (4.45)$$

$$E_{\varnothing} = 0 \quad (4.46)$$

ที่ระนาบสนามแม่เหล็ก ($\theta=0$)

$$E_{\theta} = 0 \quad (4.47)$$

$$E_{\phi} = -j2a \frac{V_0}{\lambda_0} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} e^{(jk_0 a/2) \sin \theta} \cos \theta \frac{\sin[(k_0 a/2) \sin \theta]}{(k_0 a/2) \sin \theta} \quad (4.48)$$



บทที่ 5.

การวัดหกลองหารูปแบบการกระจายคลื่นและการวัดค่าอิมพีแดนซ์

5.1 บทนำ

การวัดหกลองหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศโค้ทำจากแผ่นปรี้นท์สองหน้า ซึ่งมีวัสดุฐานส่วนกลางเป็นอีพอกซี ซึ่งจะมีค่ารีเลทีฟเพอร์มิติวิตี 4.5 ทั้งนี้ขนาดความยาวของตัวสายอากาศจะสัมพันธ์กับความถี่ที่ใช้ ในที่นี้ใช้ออกแบบสายอากาศเพื่อใช้กับความถี่ 9.375 GHz โดยอาศัยสูตรในหัวข้อ 1.3 มาใช้คำนวณหาขนาดความยาวของมัน การวัดหกลองเพื่อหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศโค้ เริ่มต้นจากสี่เหลี่ยมจัตุรัสหลังจากนั้นก็โค้แปรค่าความกว้างให้มีขนาดต่างๆกัน ทั้งนี้ขนาดของสายอากาศโค้กำหนดไว้ในผลการทดลอง

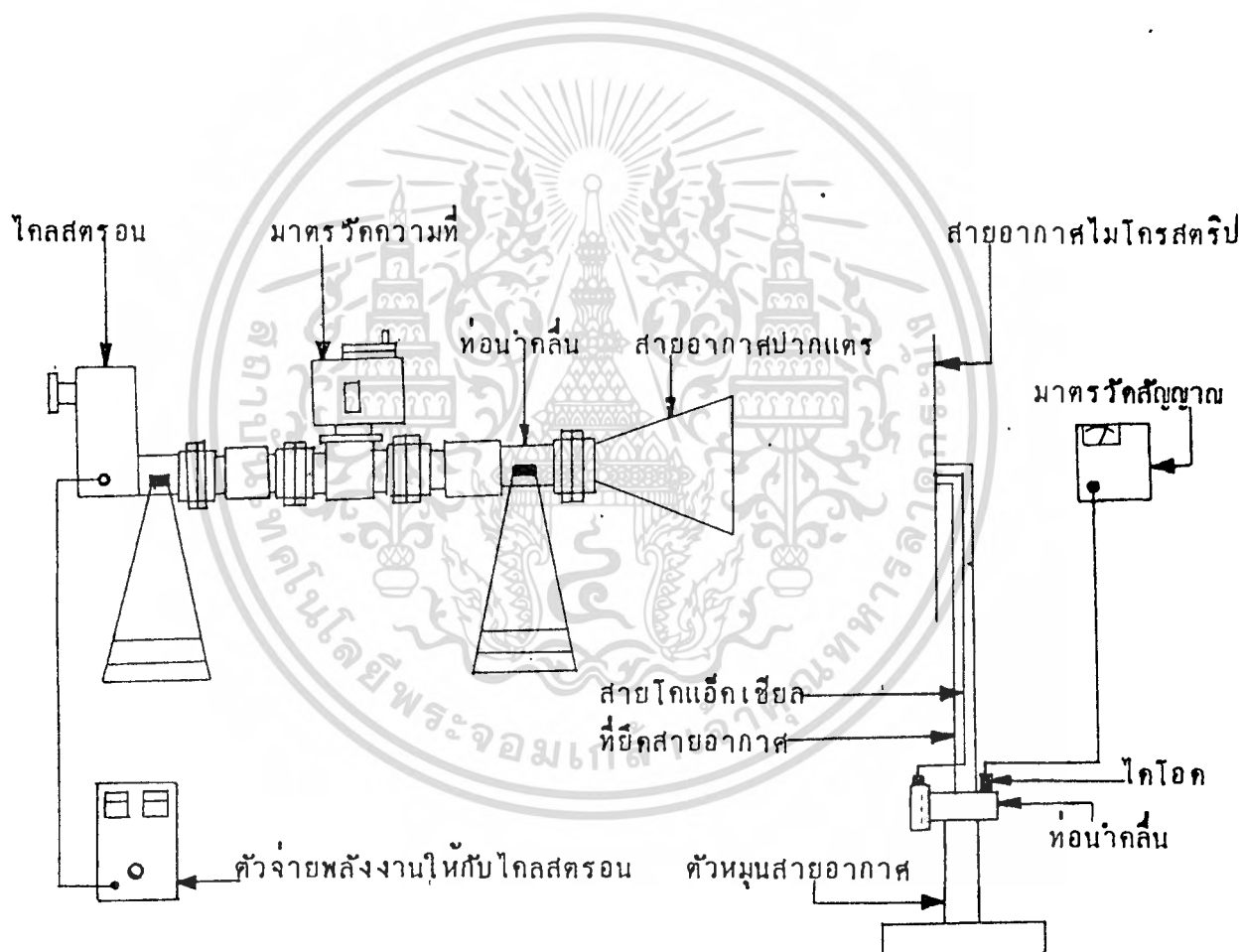
การวัดหกลองหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศโค้ทำการวัดในย่านความถี่เฮ็คซ์ (8.5-10.9 GHz) ทั้งนี้เพื่อหกลองหาข้ออ้างอิงถึงพฤติกรรมทางอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ

5.2 การจกัวางอุปกรณ์และวิธีการวัดหกลองหารูปแบบการกระจายคลื่น

การวัดหกลองโค้จกัอุปกรณ์ต่างๆตามรูปที่ 5.1 ซึ่งชุดเครื่องมือที่ใช้หกลองเป็นของตู้ปั้ (SHIMADA) การป้อนพลังงานให้กับสายอากาศโค้ใช้สายโคแอ็คเซียลเจาะทะลุพื้นกราวด์ที่เป็นทองแดงผ่านวัสดุฐานส่วนกลางขึ้นไปต่อกับตัวสายอากาศ ทั้งนี้สายอากาศจะติดตั้งอยู่บนฐานที่หมุนโค้เพื่อรับคลื่นจากสายอากาศปากแตร การคั้งระนาบของสายอากาศทั้งสองจะต้องให้ตรงกันและไม่ให้สายอากาศเอียงไปข้างใดข้างหนึ่ง ทั้งนี้เพื่อไม่ให้เกิดผลกระทบเกิดขึ้นโค้และจะต้องจกัอุปกรณ์หกลองให้ห่างจากฝามผนังห้องสี่ด้านให้มากที่สุดเท่าที่จะมากโค้เพื่อป้องกันคลื่นสะท้อนจากผนังเข้าสู่ตัวสายอากาศ นอกจากนั้นความสูงของสายอากาศทั้งสองจะต้องจกัให้อยู่ในระดับที่พอเหมาะและระยะห่างจะต้องไม่ใกล้กันจนเกินไป หลังจากนั้นก็หมุนสายอากาศไปทางซ้ายและขวาทีละสององศาแล้วสังเกตผลการเปลี่ยนแปลงค่าความเข้มสนามจากเครื่อง VSWR บันทึกค่าที่อ่านโค้

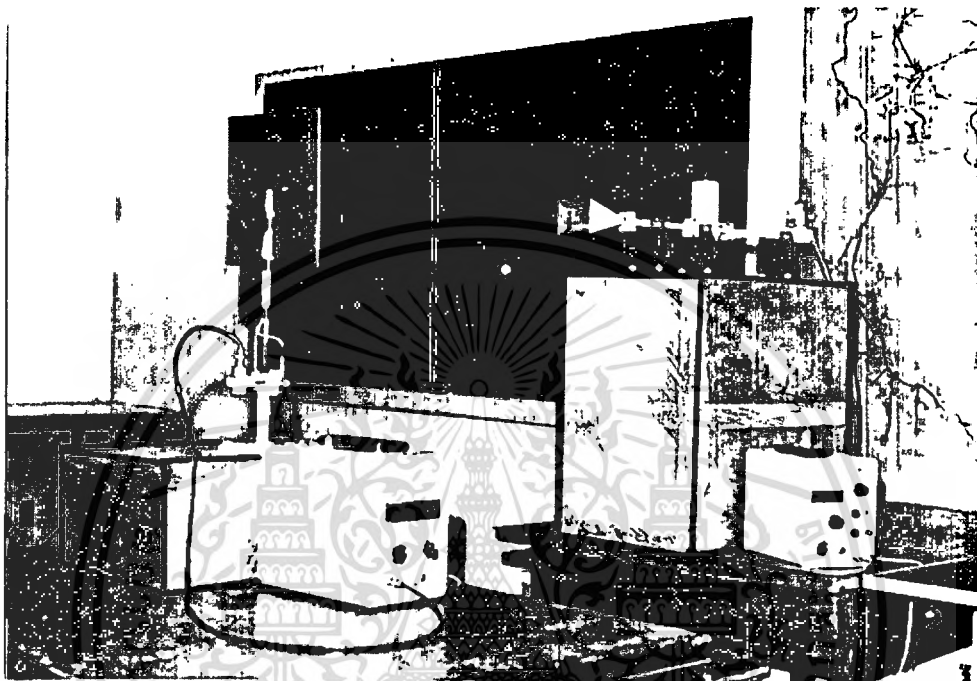
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลงในตารางหลังจากนั้นก็นำผลที่ได้ไปกำหนดจุดลงบนกราฟ เพื่อหารูปแบบการกระจายคลื่นของ
สายอากาศทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก



รูปที่ 5.1 แสดงการจัดวางอุปกรณ์ทดลองเพื่อหารูปแบบการกระจายคลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.2 ชุดอุปกรณ์การทดลองรักษารูปแบบการกระจายคลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 การวัดทดลองและผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่น

การวัดทดลองครั้งนี้ได้ใช้สายอากาศปากแตรเป็นตัวส่งและใช้สายอากาศแผ่นไมโครสตริปเป็นตัวรับคลื่น ซึ่งขนาดของแผ่นพื้นกราวด์จะมีขนาด 1×1 ฟุต ส่วนขนาดความยาวของตัวสายอากาศจะมีขนาดสัมพันธ์กับความถี่ที่ใช้ ซึ่งขนาดความยาวโดยปกติแล้วจะกำหนดได้จากค่า

$$b = \lambda_d / 2$$

แต่เนื่องจากผลของสนามบริเวณขอบกระจายคลื่นขนาดความยาวของสายอากาศก็จะมีค่าประมาณ $0.48\lambda_d$ ถึง $0.49\lambda_d$ แต่ในที่นี้จะเริ่มต้นเลือกใช้ค่าประมาณ $\lambda_d / 2$ ก็คือ

$$b = \lambda_d / 2$$

$$b = \lambda_o / 2\sqrt{\epsilon_e}$$

$$f = 9.375 \text{ GHz}$$

$$c = 3 \times 10^{10} \text{ ซม./วินาที}$$

$$\text{ซึ่งจะได้ค่า } b = 0.75 \text{ ซม.}$$

การวัดทดลองจะเริ่มต้นโดยกำหนดให้ $a=b$ และหลังจากนั้นก็แปรค่า a ให้มีขนาดต่างๆกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วขนาดความกว้างจะมีค่าประมาณ

$$a = \lambda_o / 2 = 1.6 \text{ ซม.}$$

การวัดทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศสามารถวัดได้ในสองระนาบ

- คือ
1. วัดในระนาบสนามไฟฟ้า (E_θ)
 2. วัดในระนาบสนามแม่เหล็ก (E_ϕ)

ตารางที่ 1. ตัวอย่างแสดงการวัดค่าความเข้มสนามไฟฟ้า (รูป a)

มุมที่หมุนสายอากาศ (องศา)	ค่าความเข้มสนาม เทียบกับค่าสูงสุด(dB)	มุมที่หมุนสายอากาศ (องศา)	ค่าความเข้มสนาม เทียบกับค่าสูงสุด(dB)
0	0	0	0
-2	0	2	0
-4	0	4	0
-6	-0.5	6	-1.4
-8	-0.6	8	-1.5
-10	-1.1	10	-2.5
-12	-1.5	12	-3.5
-14	-1.4	14	-3.5
-16	-1.9	16	-3.9
-18	-1.9	18	-4
-20	-2	20	-4
-22	-2.4	22	-4
-24	-2.5	24	-4
-26	-2.9	26	-4.2
-28	-3.4	28	-4.1
-30	-3.9	30	-4
-32	-3.9	32	-4
-34	-4	34	-4.1
-36	-4.1	36	-4.5
-38	-4.2	38	-5
-40	-4.5	40	-5.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มุมที่หมุนสายอากาศ (องศา)	ค่าความเข้มสนาม เทียบกับค่าสูงสุด(dB)	มุมที่หมุนสายอากาศ (องศา)	ค่าความเข้มสนาม เทียบกับค่าสูงสุด(dB)
-42	- 5	42	-5.9
-44	- 5.1	44	- 6
-46	- 5.5	46	- 6
-48	- 5.6	48	-6.5
-50	- 6	50	- 7
-52	- 6.1	52	- 7
-54	- 7	54	- 7
-56	- 7	56	- 7
-58	- 7	58	- 7
-60	- 7	60	-7.2
-62	- 6.9	62	- 8
-64	- 7.1	64	-8.5
-66	- 8	66	- 9
-68	- 8.5	68	-10
-70	- 10	70	-10
-72	- 10	72	-11
-74	- 10.1	74	-11.1
-76	- 12	76	-12
-78	- 12.5	78	-12.5
-80	- 12.6	80	-13
-82	- 13	82	-14
-84	- 14.9	84	-14.5

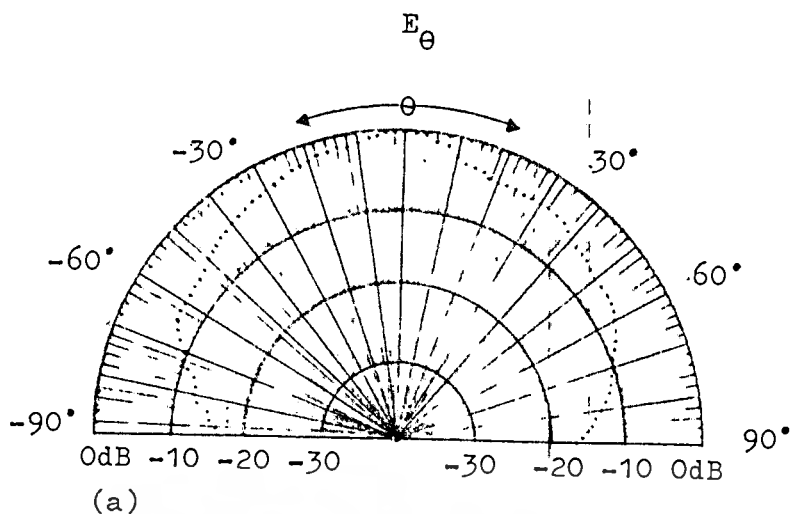
มุมที่หมุนสายอากาศ (องศา)	ค่าความเข้มสนาม เทียบกับค่าสูงสุด (dB)	มุมที่หมุนสายอากาศ (องศา)	ค่าความเข้มสนาม เทียบกับค่าสูงสุด (dB)
-86	-15	86	-14.9
-88	-15.9	88	-15.8
-90	-16.5	90	-16.5



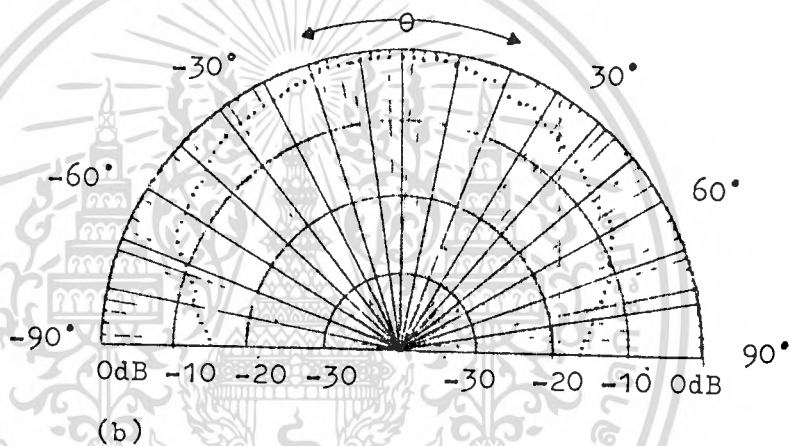
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

..... วัดผลลอง
 ----- ทฤษฎีสายส่ง
 ----- ทฤษฎีคาวิตี

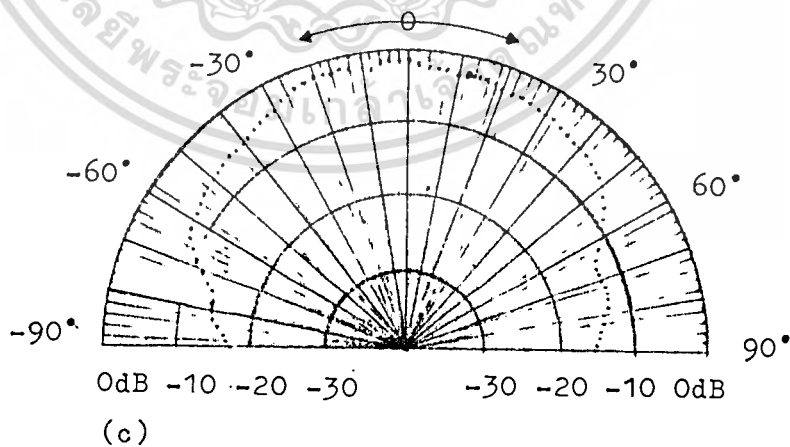
$a = 1.5$ ซม.



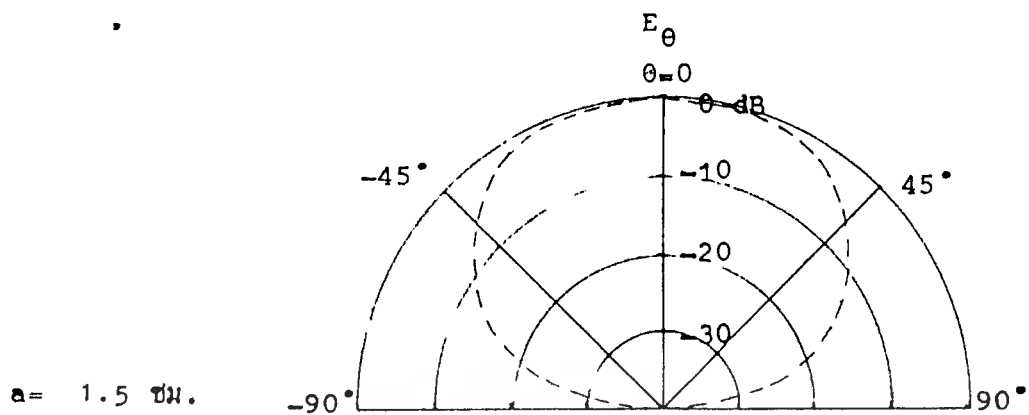
$a = 1.3$ ซม.



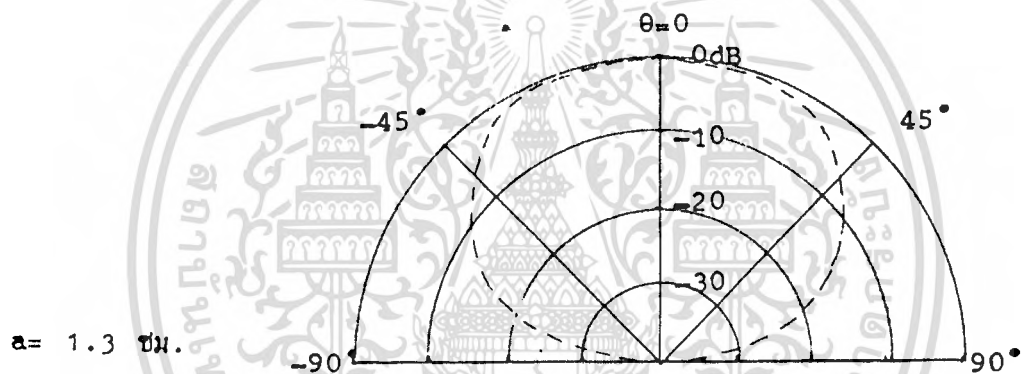
$a = 1.2$ ซม.



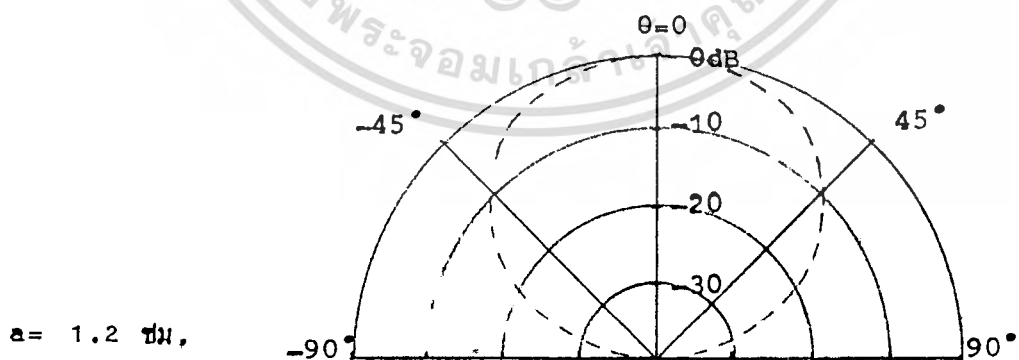
รูปที่ 5.3 แสดงผลการวัดผลลองหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ



(a)



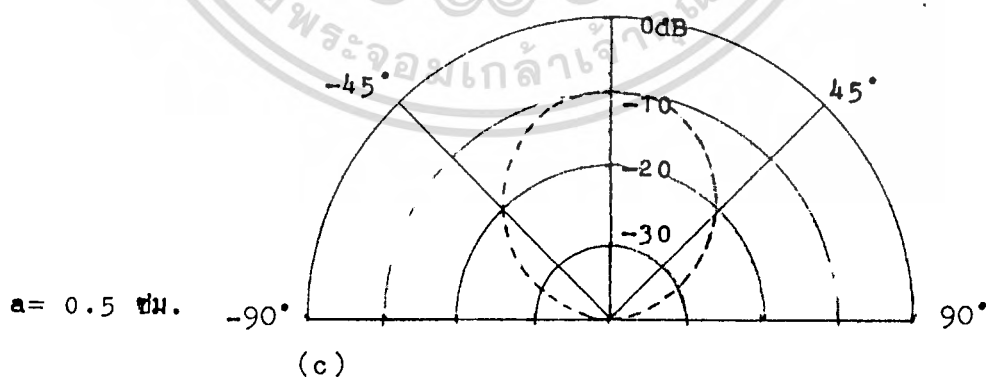
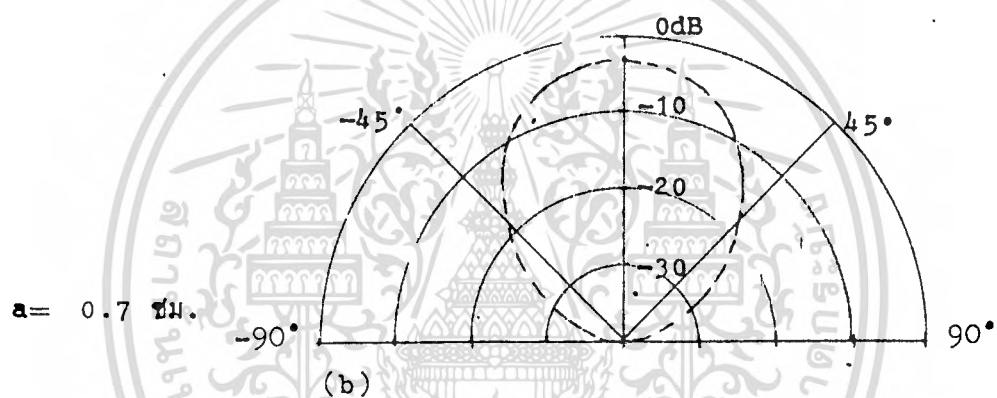
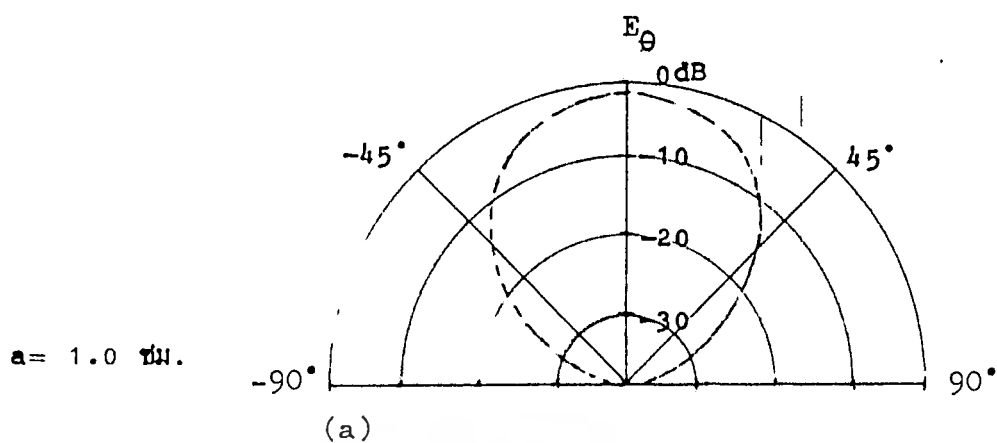
(b)



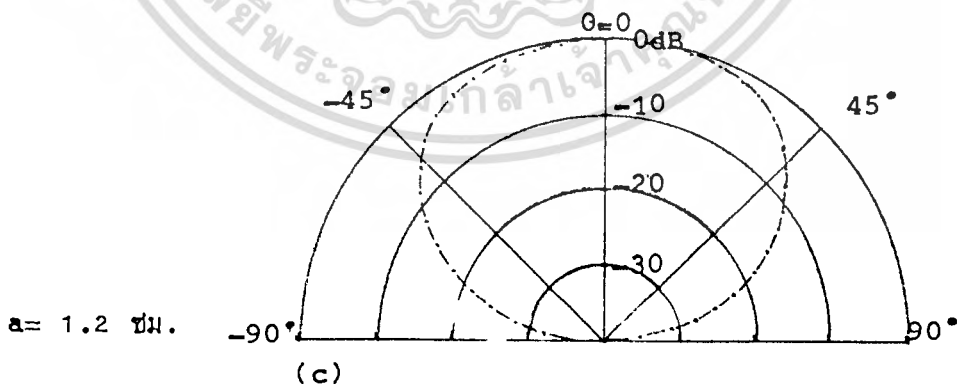
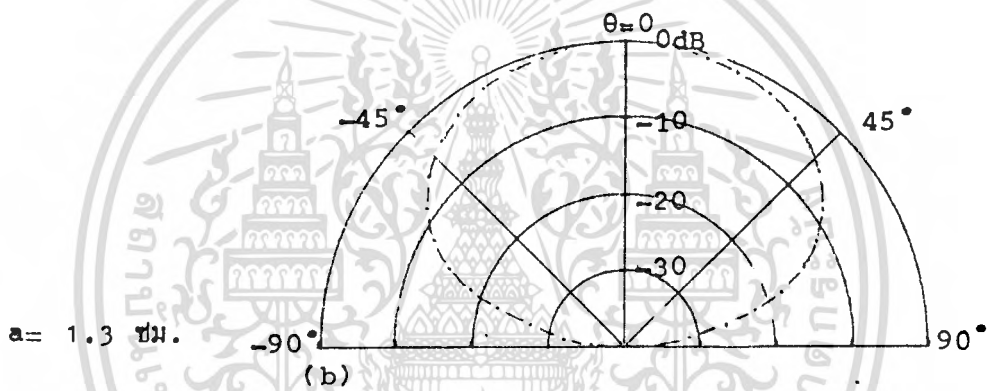
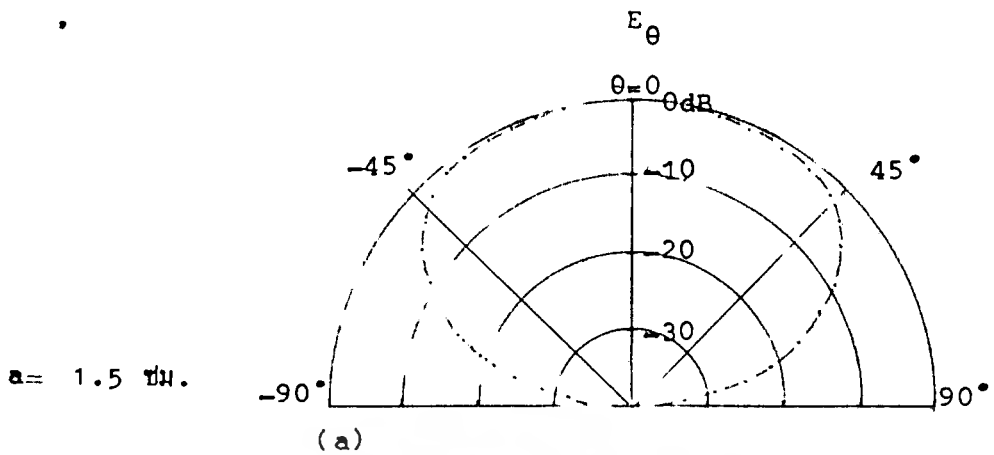
(c)

รูปที่ 5.4 แสดงผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

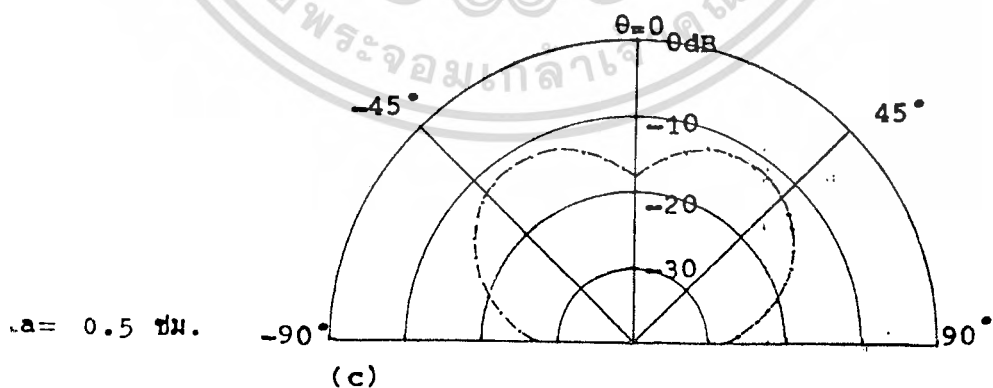
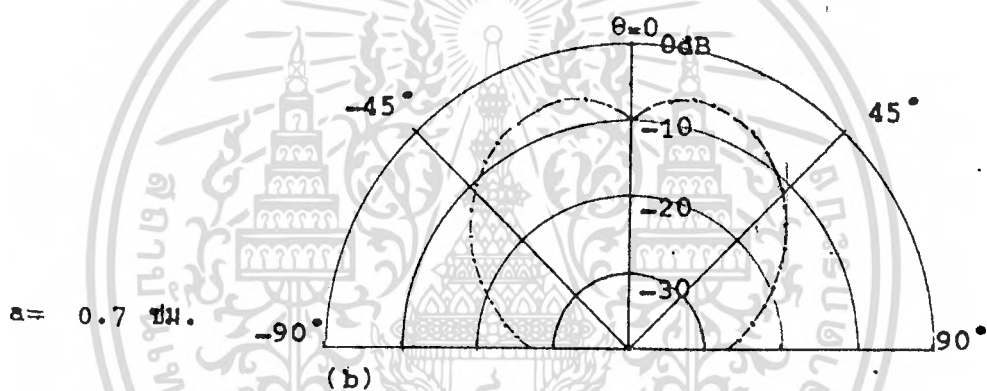
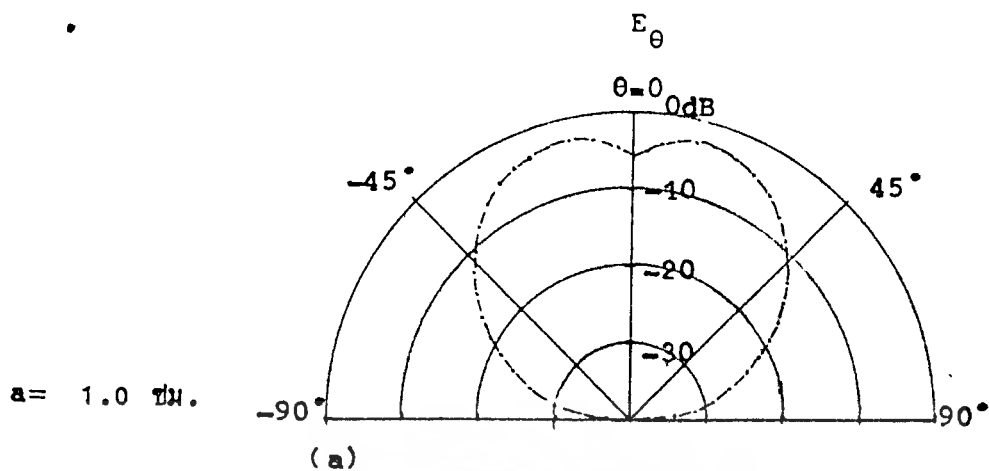


รูปที่ 5.5 แสดงผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศขนาดต่างๆ



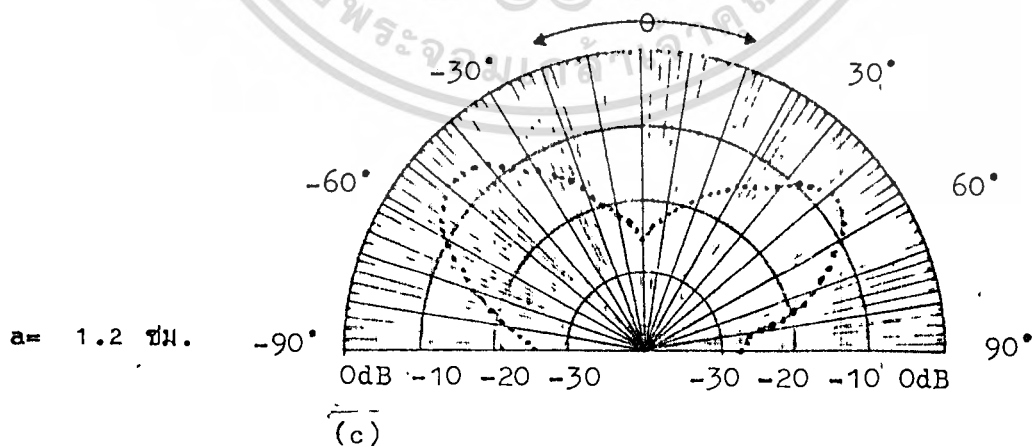
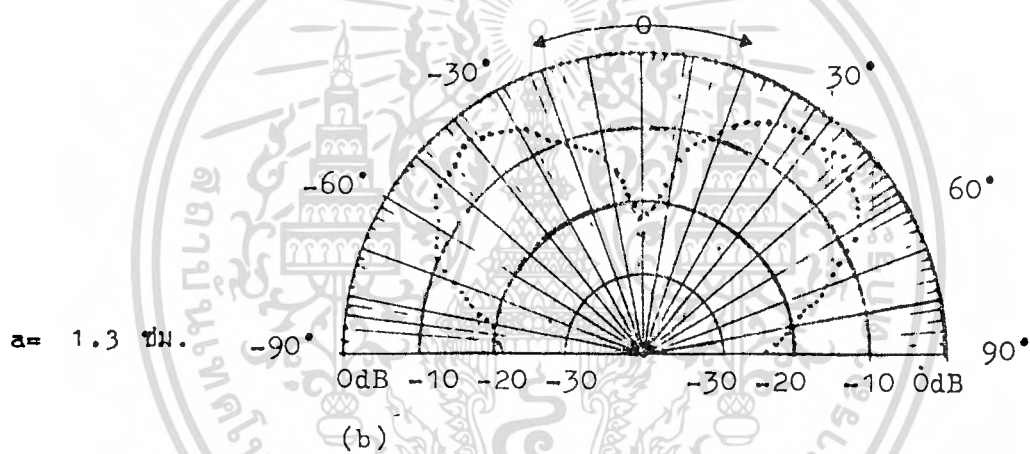
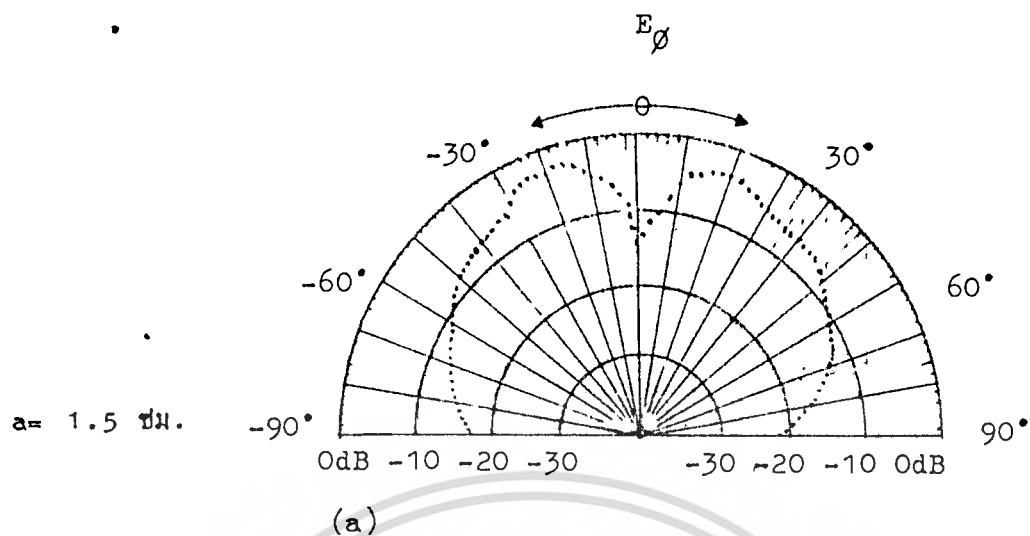
รูปที่ 5.6 แสดงผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.7 แสดงผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

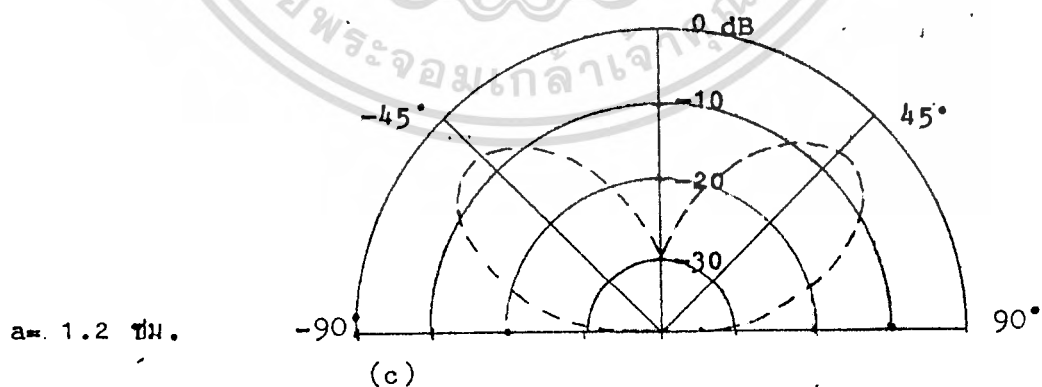
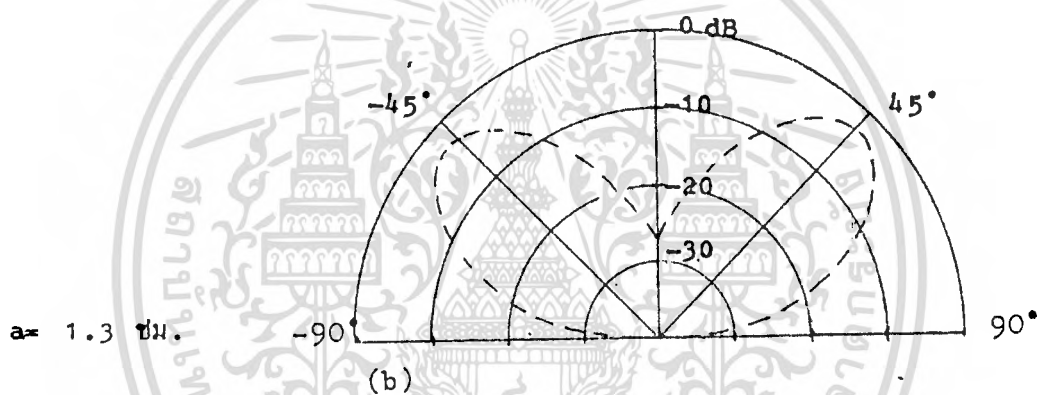
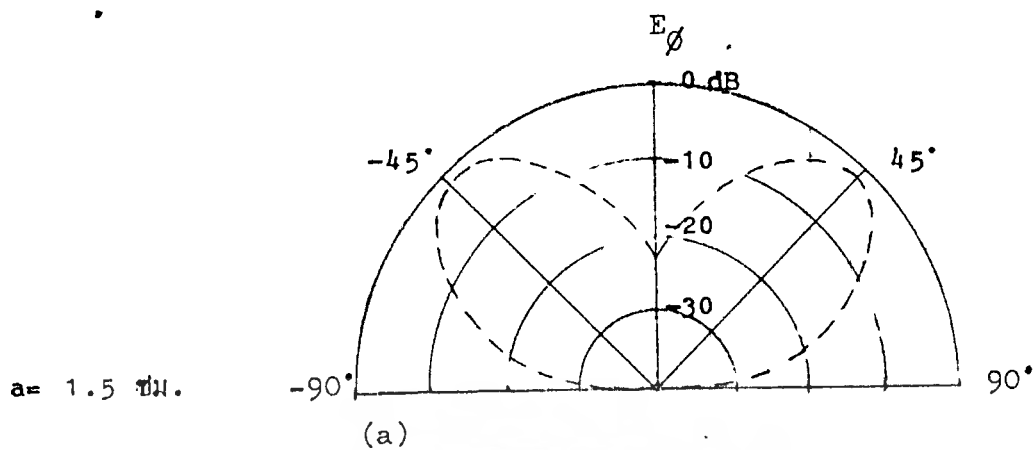
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 แสดงผลการวัดทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

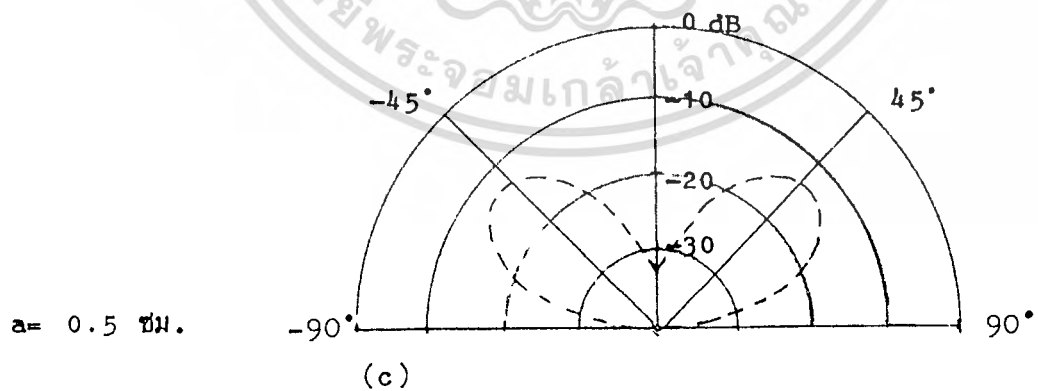
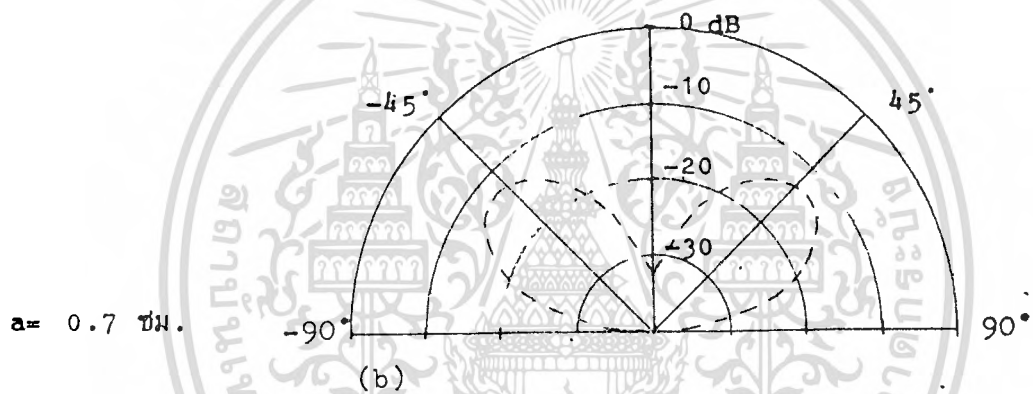
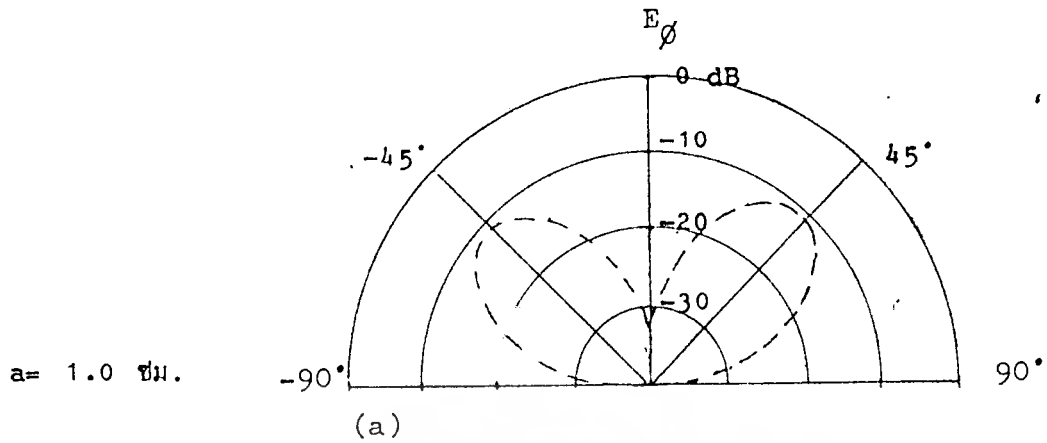
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



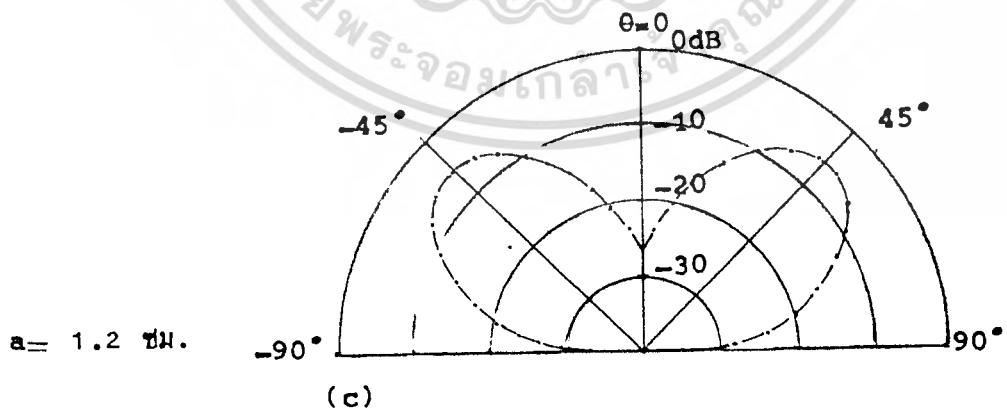
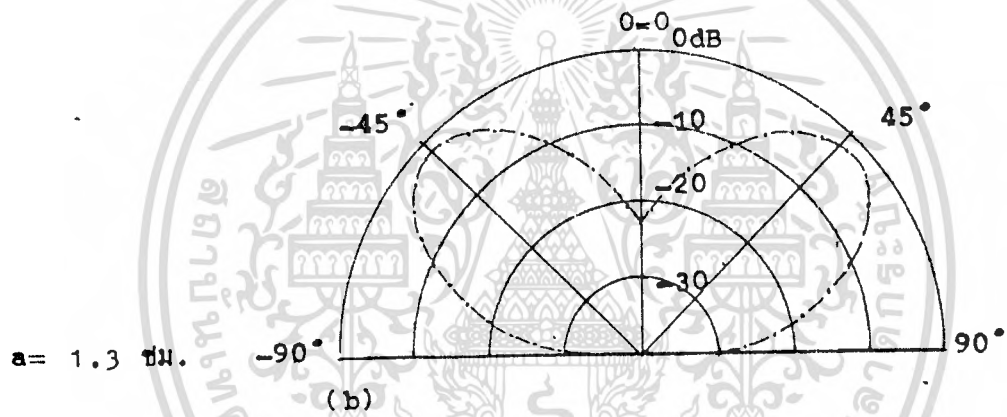
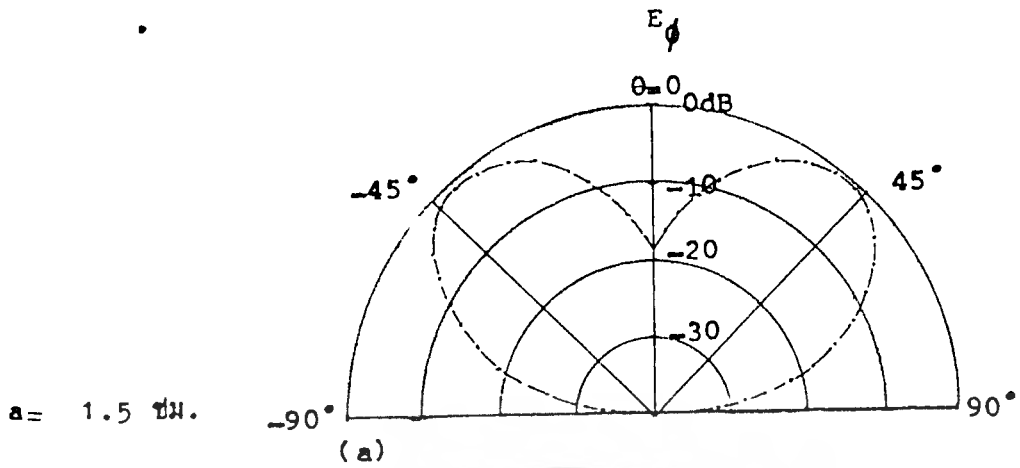
รูปที่ 5.9 แสดงผลการคำนวณหาแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



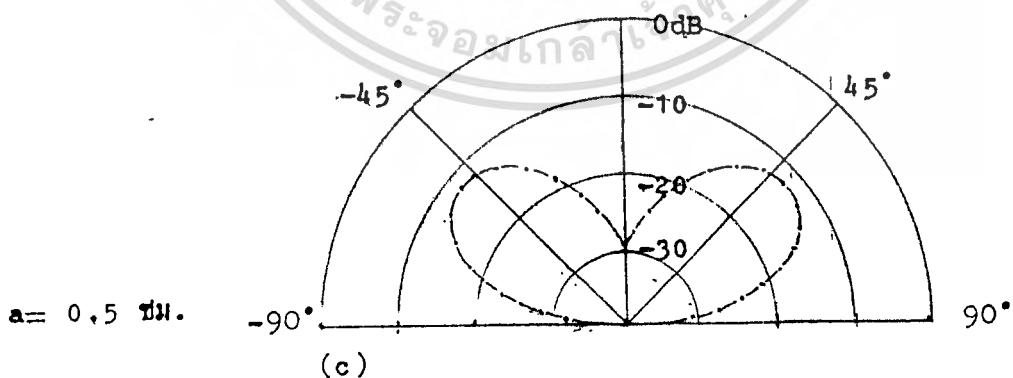
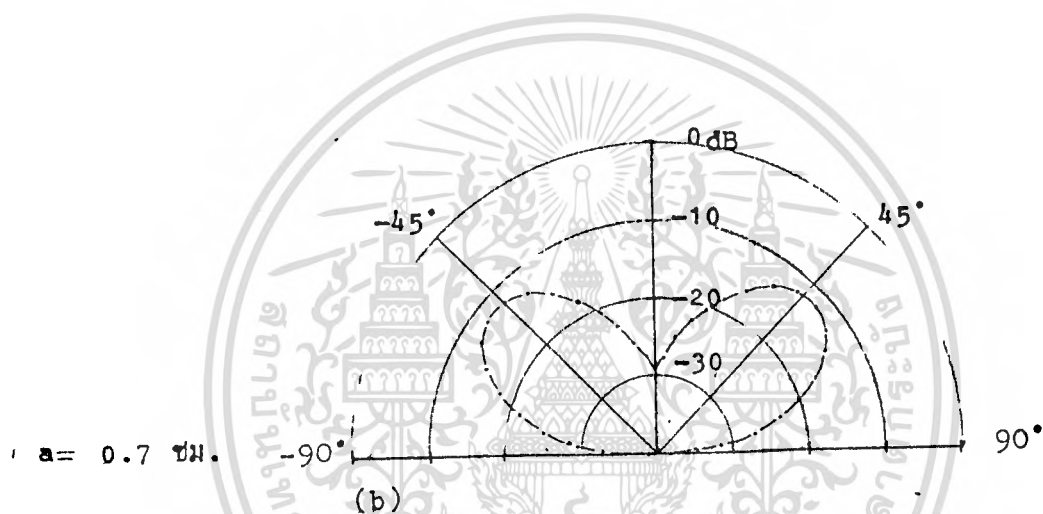
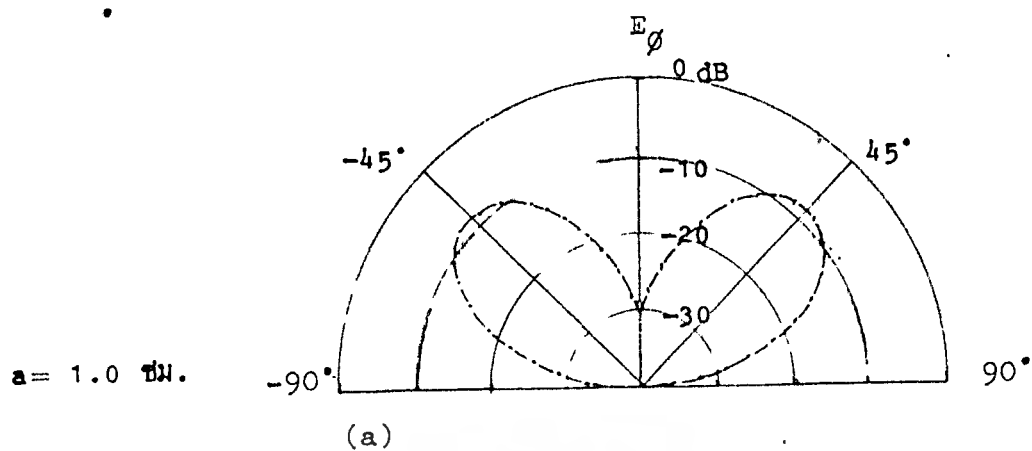
รูปที่ 5.10 แสดงผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



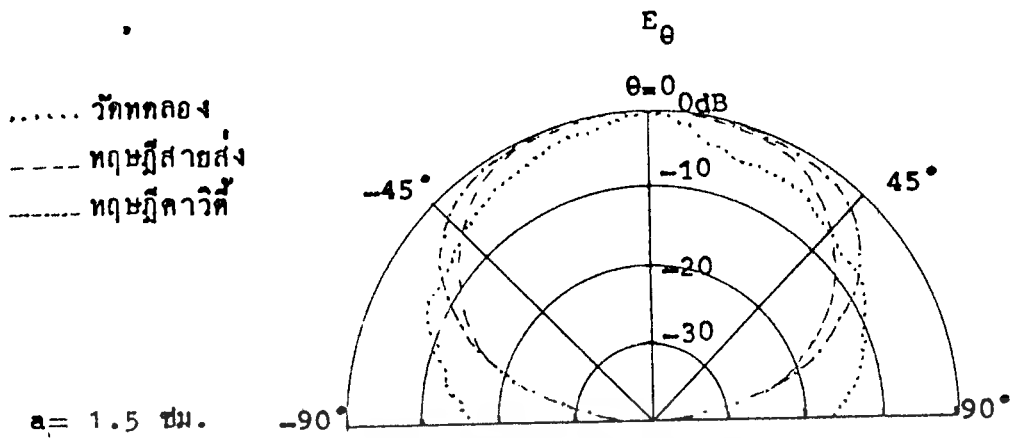
รูปที่ 5.11 แสดงผลการคำนวณหา รูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามแก้ไขดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

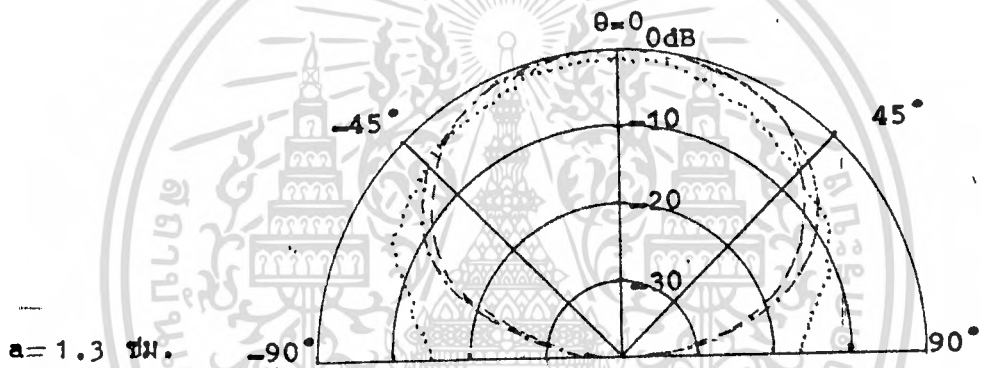


รูปที่ 5.12 แสดงผลการคำนวณหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

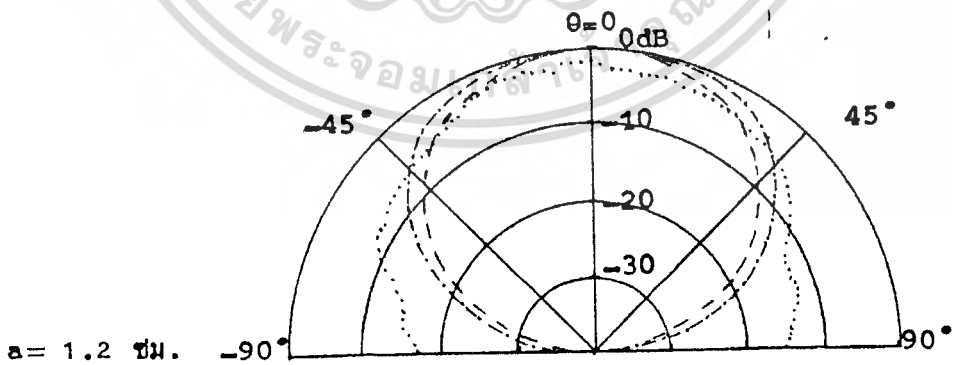
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a)



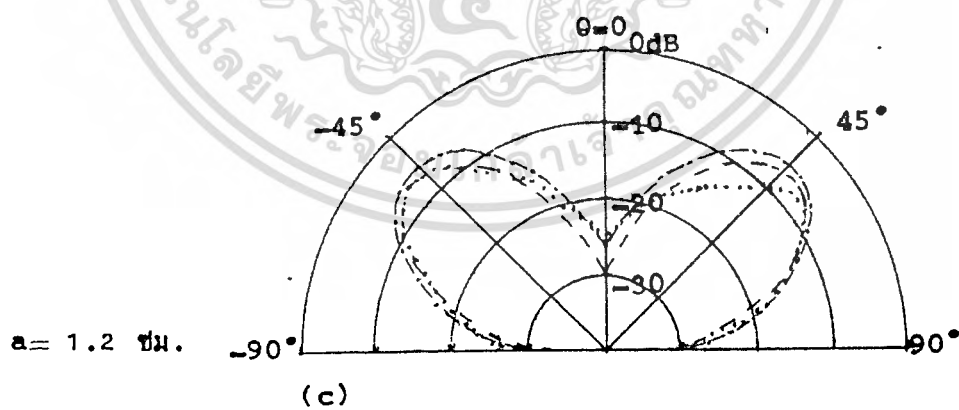
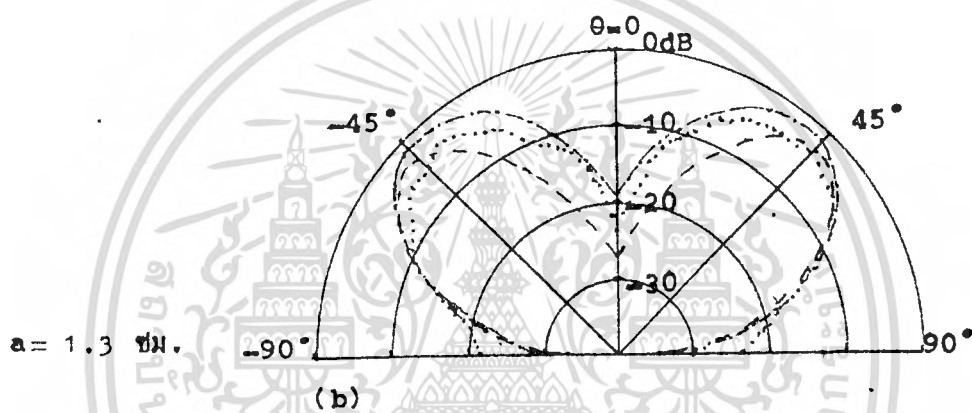
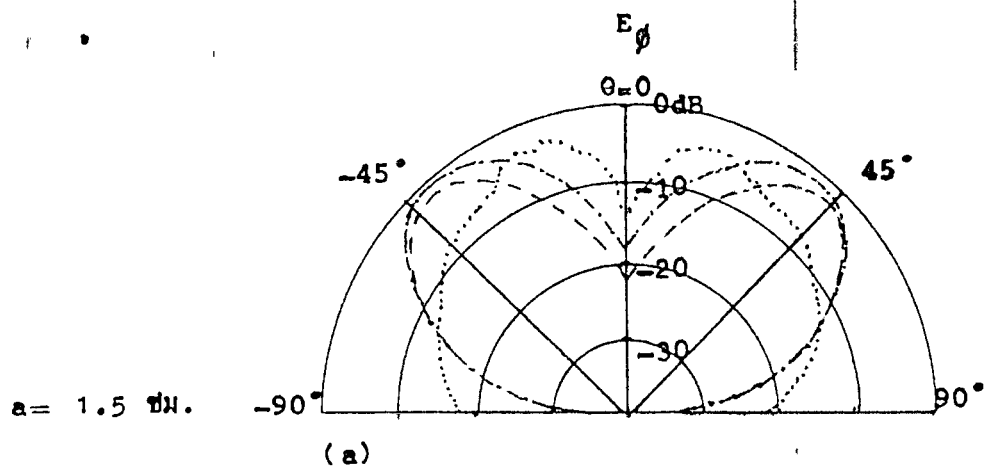
(b)



(c)

รูปที่ 5.12 แสดงรูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศที่ขนาดต่างๆ

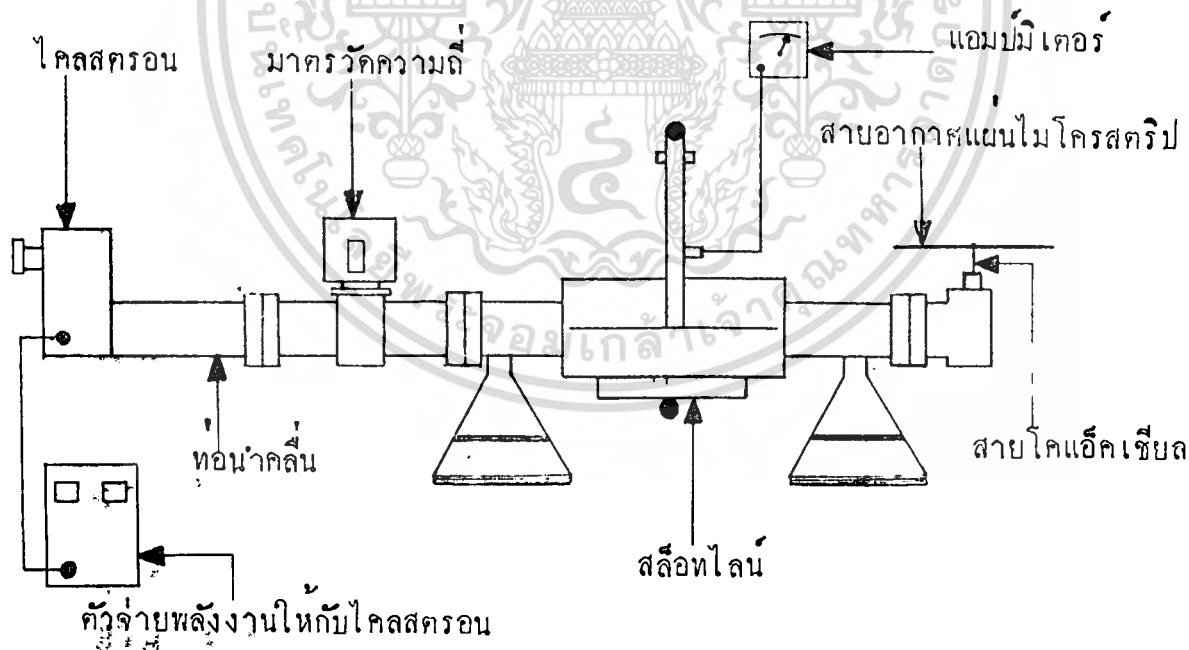
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.13 แสดงรูปแบบการกระจายคลื่นของเสาอากาศที่ขนาดต่างๆ

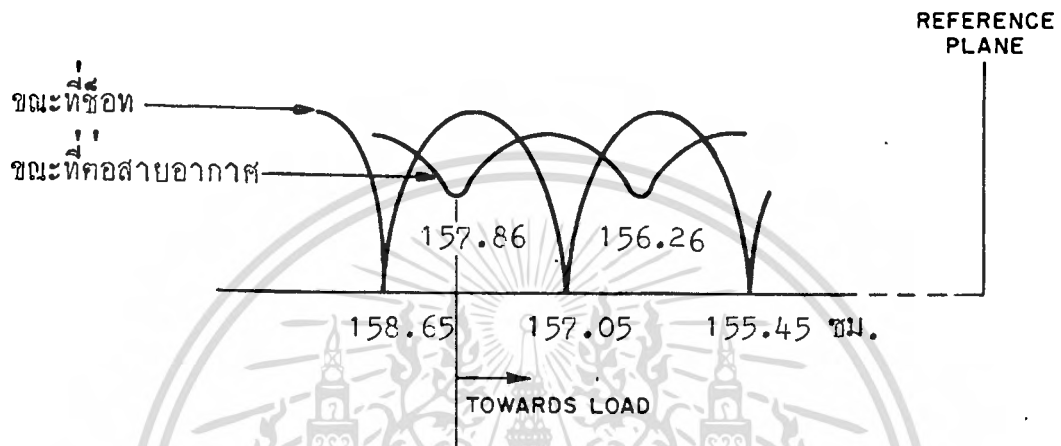
5.4 การวัดหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ

การวัดหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศในวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้ **slotted line** เป็นตัววัดตามรูปที่ 5.14 ซึ่งชุดเครื่องมือที่ใช้ทดลอง เป็นยี่ห้อ SHIMADA โดยทั่วไปแล้วการวัดหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศโดยวิธีนี้จะทำได้โดยการหาจุดตัดระหว่างค่า **VSWR** กับระยะทางที่เคลื่อนที่ไปยังโหลด (เครื่องกำเนิด) บนแผ่นสมิทซ์ แต่ในที่นี้เนื่องจากสายอากาศที่ใช้วัดหาค่าอิมพีแดนซ์ไม่ได้เชื่อมอยู่กับอุปกรณ์ที่ใช้วัดโดยตรง ซึ่งมีสายโคแอกเซียลต่อรวมอยู่ด้วย ดังนั้นค่าอิมพีแดนซ์ที่ได้จะเป็นค่าอิมพีแดนซ์รวมของสายโคแอกเซียลกับสายอากาศ ดังนั้นจุดตัดจึงกล่าวบนแผ่นสมิทซ์จึงไม่ใช่ค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศอย่างเดียวนั้นจะได้โดยการเทียบความยาวของสายโคแอกเซียล ในแผ่นสมิทซ์



รูปที่ 5.14 แสดงอุปกรณ์การทดลองหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ

การวัดหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศเมื่อจัดเตรียมอุปกรณ์เรียบร้อยแล้ว ก็ทำการชื้อทปลายท่อนำคลื่นควยแผ่นตัวนำ เพื่อหาจุดค่าสัคต่างๆของกระแสทั้งรูปที่ 5.1 5



รูปที่ 5.15 แสดงรูปคลื่นขณะชื้อทและทอโหลด

หลังจากนั้นก็นำแผ่นตัวนำออกแล้วเอาสายอากาศมาต่อแทนแล้ววัดค่ากระแสสูงสุด และต่ำสุดจากแอมป์มิเตอร์พร้อมกับอ่านค่าจุดค่าสัคต่างๆบนสล็อตไลน์ ทั้งเช่นที่ความถี่ 9.375 GHz ($\lambda_0 = 3.2$ ซม.) ในตอนที่ทำการชื้อทกระแสต่ำสุดจะอยู่ที่ 155.45 ซม., 157.05 ซม. 158.65 ซม. ฯลฯ ทั้งรูปที่ 5.15 หลังจากนั้นนำเอาสายอากาศมาต่อแทนแล้ววัดค่ากระแสสูงสุดได้ 13 μA และกระแสต่ำสุดได้ 4.8 μA ที่จุด 156.26 ซม., 157.86 ซม. และที่ 159.46 ซม. ฯลฯ เป็นต้น ซึ่งจากรูปคลื่นทั้งสองจะเห็นว่าจุดค่าสัคของรูปคลื่นตอนชื้อทจะมีทิศทางเคลื่อนที่ไปยังโหลด และผลต่างของจุดค่าสัคของคลื่นทั้งสองจะหาค่าเป็นระยะ 0.81 ซม. แล้วเมื่อนำไปเทียบกับความยาวคลื่นก็จะได้ $0.253\lambda_0$ จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้นก็จะสามารถกำหนดจุดตัดหาค่าอิมพีแดนซ์บนแผ่นสมิทซ์ได้โดยเริ่มต้นหาค่า VSWR จากค่ากระแสที่วัดได้เสียก่อน

$$VSWR = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}$$

$$VSWR = \sqrt{\frac{13.0 \mu A}{4.8 \mu A}} = 1.65$$

นำค่า VSWR ที่คำนวณได้กับระยะทาง $0.253\lambda_0$ ไปกำหนดจุดตัดบนแผ่นสมิทซ์ที่จุด X ซึ่งระยะทาง $0.253\lambda_0$ ที่หมุนไปยังจุด X นี้จะมีทิศทางการหมุนไปทางโหลตามที่จุดต่ำสุดของคลื่นคอนซ็อนเคลื่อนที่ไปดังกล่าว ที่จุด X นี้ก็คือค่าอิมพีแดนซ์รวมของสายโคแอกเชียลกับสายอากาศ ดังนั้นค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศอย่างเคียวจะหาได้โดยการหมุนย้อนกลับจากจุด X ไปยังเครื่องกำเนิด โดยระยะที่หมุนกลับนี้จะได้จากความยาวของสายโคแอกเชียล 2 ซม. ไปเทียบกับความยาวคลื่น 3.2 ซม. ซึ่งจะได้อีก $0.625\lambda_0$ ดังนั้นระยะที่หมุนจากจุด X ไปยังเครื่องกำเนิด $0.625\lambda_0$ ($0.50\lambda_0 + 0.125\lambda_0$) จะอยู่ที่จุด Y ซึ่งที่จุดนี้ก็คือค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศเท่านั้น และที่จุดแสดงค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศจุดต่างๆตามความถี่ที่กำหนดไว้ก็จะมีวิธีหา เช่นเดียวกันนี้ดังแสดงไว้ในรูปที่ 5.16, 5.17 และ 5.18

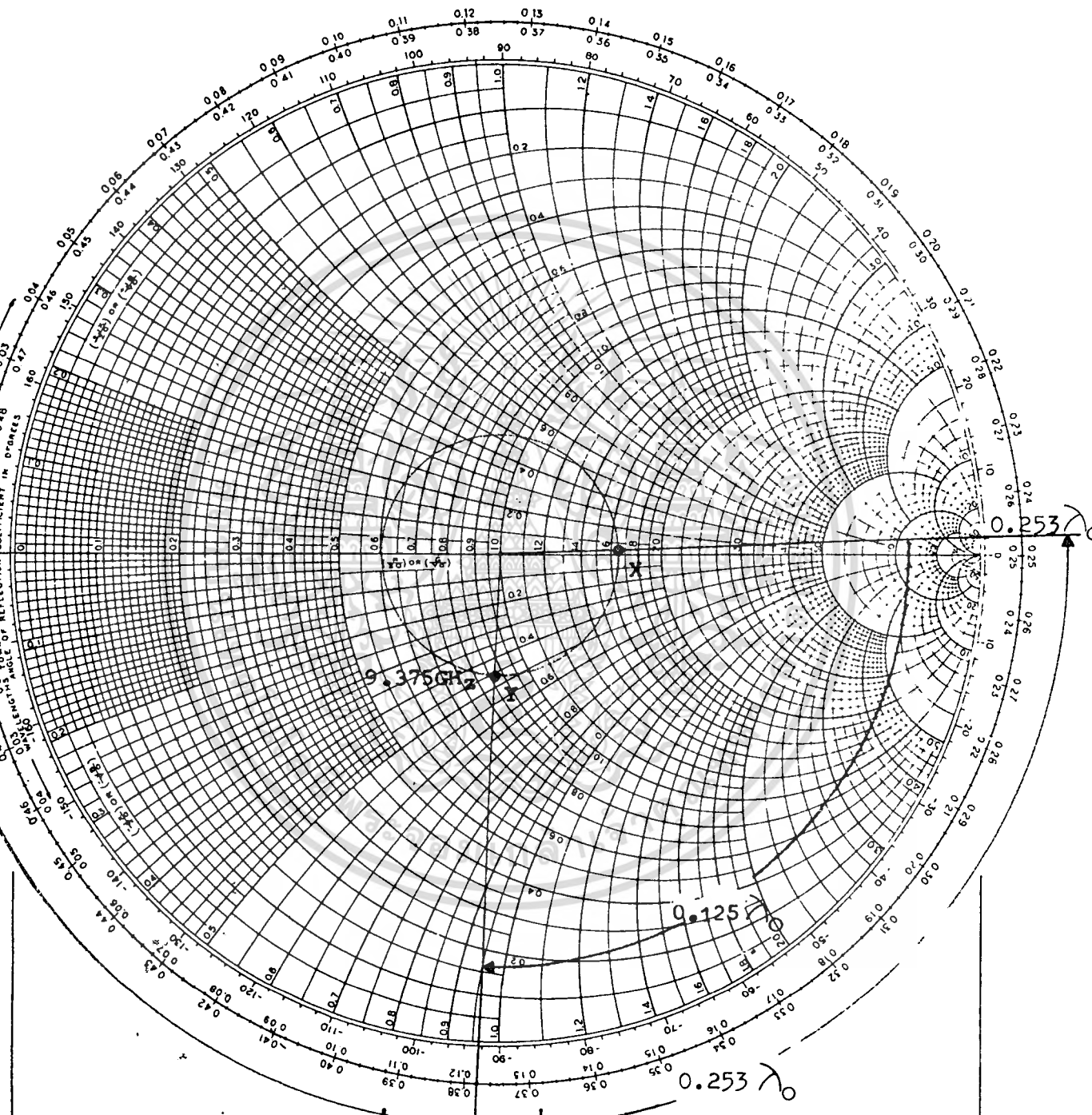
= R-JX, $Z_o = \Omega$
 = G-JB $Y_o = \Upsilon$

DATE

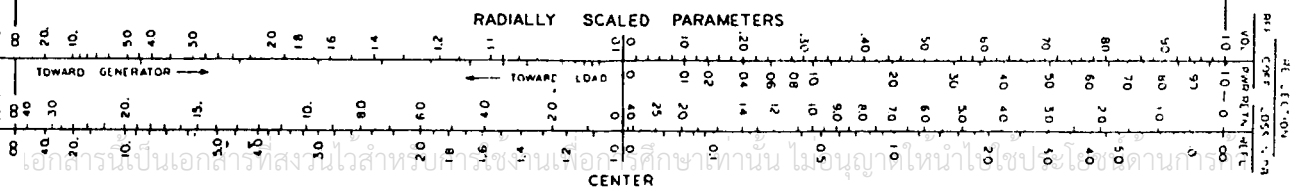
58

$f(\text{GHz})$

$a = b = 0.75 \text{ ซม.}$



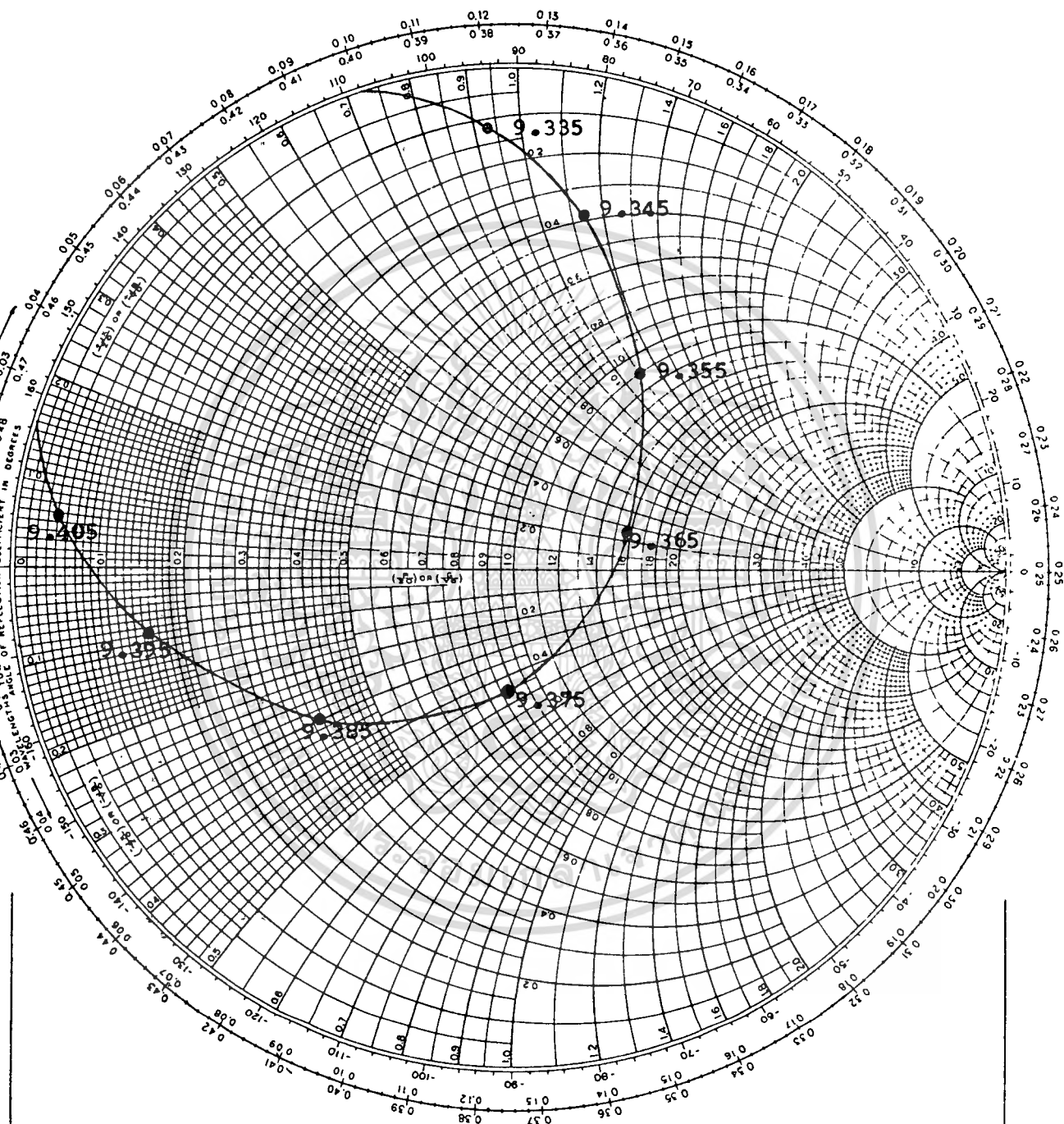
รูปที่ 5.16 แสดงค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ



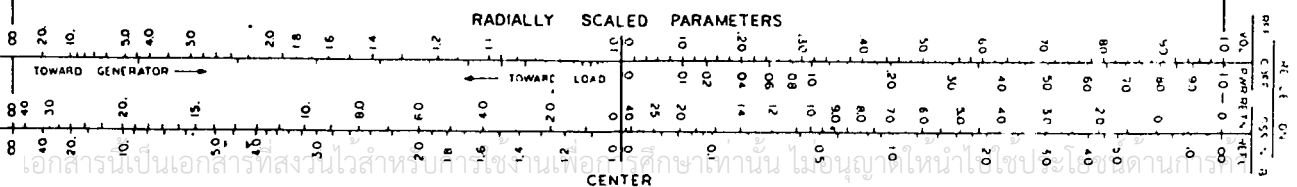
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้แก้ไขหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่ควรแก้ไขหรือเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$f(\text{GHz})$

$a = b = 0.75 \text{ มม.}$



รูปที่ 5.17 แสดงค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำโดยไม่ขออนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม ผู้ออกให้ข้อมูลนี้ไม่ได้มีเจตนาที่จะรับประกันความถูกต้องของข้อมูลหรือการนำไปใช้

บทที่ 6.

สรุปและวิจารณ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แสดงถึงทฤษฎีการคำนวณและการทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศแผ่นไมโครสตรักเจอร์สรีเหลี่ยมจัตุรัสและสี่เหลี่ยมผืนผ้า พร้อมกับแสดงการวัดทดลองหาค่าอิมพีแดนซ์ของมันซึ่งผลการคำนวณกับการทดลองโดยปกติแล้วจะต้องได้ผลที่ตรงกัน แต่ก็อาจจะได้ผลที่แตกต่างกันบ้างทั้งนี้อาจจะเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ เช่น ประการแรกการตั้งสายอากาศทั้งสองไม่ตรงกัน ประการที่สองการหมุนสายอากาศโอนเอียงไปข้างใดข้างหนึ่ง ประการที่สามมุมที่หมุนซ้ายและขวาในแต่ละครั้งอาจจะไม่เท่ากันจึงทำให้การอ่านค่าความเข้มสนามผิดไปได้ ประการที่สี่เนื่องจากการวัดทดลองได้ทำในห้องซึ่งคลื่นอาจจะเกิดการสะท้อน จากบริเวณรอบๆห้องมายังสายอากาศได้ ประการที่ห้าเพราะว่าค่าคงที่สัมพัทธ์ของวัสดุฐานส่วนกลางจะมีค่าแปรเปลี่ยนไปตามสภาพที่ไค้กล่าวไว้แล้วจึงทำให้การคำนวณคลาดเคลื่อนไปบ้าง ประการสุดท้ายเนื่องจากขนาดของพื้นกราวด์ในทางทฤษฎีนี้จะต้องมีค่านันต์แต่ในทางปฏิบัติไม่อาจทำได้ก็พยายามให้มีค่ามากเท่าที่จะทำได้ จากเหตุผลอันนี้เองจึงทำให้คลื่นเกิดการเลี้ยวเบนขึ้นที่บริเวณขอบของแผ่นพื้นกราวด์เข้าสู่ตัวสายอากาศได้โดยเฉพาะที่มุม 90 องศา จากเหตุผลนี้เองจึงทำให้รูปแบบการกระจายคลื่นที่ทดลองได้คลาดเคลื่อนไปได้

จากการวัดทดลองหารูปแบบการกระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้จากทฤษฎีสายส่งและทฤษฎีควาตีแล้ว จะเห็นว่าทฤษฎีควาตีมีความถูกต้องใกล้เคียงกับการทดลองมากกว่าทฤษฎีสายส่ง ส่วนการวัดทดลองหาค่าอิมพีแดนซ์ของสายอากาศนั้น เมื่อความกว้างของสายอากาศมีค่าเพิ่มมากขึ้นก็将会เห็นว่าค่าอิมพีแดนซ์มีค่าลดลง

กิติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณท่านอาจารย์ ศศ.ณรงค์ เหมกรณ์ เป็นอย่างสูงที่ได้ช่วยกรุณาแนะนำให้คำปรึกษา ตลอดจนได้ให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์นี้พร้อมทั้งท่านอาจารย์ สมผล โกศลวิทย์ ที่ได้ช่วยกรุณาหาอุปกรณ์การทดลองให้และยังได้ให้คำปรึกษาแนะนำการทดลองครั้งนี้ด้วย และนอกจากนั้นขอขอบพระคุณท่านอาจารย์ ผศ.ดร.วิวัฒน์ กิรานนท์ ที่ได้ช่วยกรุณาตรวจแก้ไขข้อผิดพลาดต่างๆให้จนเป็นที่เรียบร้อย ส่วนเรื่องของวิทยานิพนธ์นี้ขอมอบไว้ให้กับบิดา มารดา และบูรพคณาจารย์ ที่เคารพยิ่งทุกท่าน



เอกสารอ้างอิง

- [1] Y.T.Lo, D. Solomon and W.F. Richards, "Theory and experiment on microstrip antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.Ap-27, No. 6, p.137, Mar.1979.
- [2] P. Hammer, D. Van Bouchaute, D. Verschraeven and A. Van De Capelle, "A model for calculating the radiation field of microstrip antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.Ap-27, No.2, pp.267-270, Mar.1979.
- [3] Anders G. Derneryd and Anders G. Lind, "Extend analysis of rectangular microstrip resonator," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-27, No.6, p.846, Nov.1979.
- [4] Robert E. Munson, "Conformal microstrip antennas and phased arrays," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-24, No.5, pp.74-76, Jan.1974.
- [5] Anders G. Derneryd, "Linearly polarized microstrip antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap- 27, No.4, p.847, Nov.1979.
- [6] M.D. Deshpande and M.C. Bailey, "Input impedance of microstrip antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-30, No.4, pp.645-650, July 1982.

- [7] Pradeep K. Agrawal and M.C. Bailey, "An analysis Technique for microstrip antennas," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-25, No.6, pp.756-759, Nov.1977.
- [8] Keith R. Carver and James W. Ming, "Microstrip antennas technology," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-29, No.1, pp.2-6, 18, Jan.1981.
- [9] Ander G. Derneryd, "A theoretical investigation of rectangular microstrip element," IEEE Transactions on Antennas and propagation, Vol. Ap-26, No.4, pp.532-535, July 1978.
- [10] William F. Richards, Yuent. Lo and Daniel D. Harrison, "An improved theory for microstrip antennas and application," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-29, No.1, pp.38-45, Jan.1981.
- [11] Edward H. Newman and Pravitt Tulyathan, "Analysis of microstrip antennas using moment methods," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-29, No.1, pp.50-52, Jan.1981.
- [12] David C. Chang, "Analytical theory of an unloaded rectangular microstrip patch," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-29, No.1, p.54, Jan.1981.
- [13] D.S. James and S.H. Tse, "Microstrip end effects," Electronics Letters, Vol.8, No.2, p.41, 27th Jan.1972.

- [14] H. Pues, Ir., J. Bogaers, Ir., R. Pleck, Ir., and Van de Capelle, Dr. Ir., "Wideband quasi-log-periodic microstrip antennas," IEE Proc. Vol.128, No.3, p.160, June 1981.
- [15] D.L. Sengupta, "Approximation expression for the resonant frequency of a rectangular patch antennas," Electronics Letters, Vol.19, No.2, p.834, 29th Sept.1983.
- [16] D.L. Sengupta, "Resonant frequency of a tunable rectangular patch antennas," Electronics Letters, Vol.20, No.15, p.614, July 1984.
- [17] P.Y.P.Chen, "Wave propagation in transversely inhomogeneous dielectric waveguide," Electronics Letters, Vol.18, No.17, p.736, 19th Aug.1982.
- [18] P. Perlmutter, S. Shtrikman and David Treves, "Electric surface current model for the analysis of microstrip antennas with application to rectangular elements," IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. Ap-33, No.3, p.295, Mar.1985.
- [19] Y. Lin and Prof. L. Shafai, "Moment method solution of the near field distribution and far field patterns of microstrip antennas," IEE Proc., Vol. 132, No. 6, p.369, Oct.1985.
- [20] G. Essayag and B. Sauve, "Effects of geometrical parameters of a microstrip on its dispersive properties," Electronics Letters, Vol. 8, No.21, p.526, 19th Oct.1972.

- [21] R.F. Harrington, Time-harmonic electromagnetic field, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [22] Erwin Kreyszig, Advanced engineering mathematics, John-Wiley, New York, 1979.
- [23] รศ.วิพันธุ์ ปรียาพานิช, คณิตศาสตร์วิศวกรรม, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2524.
- [24] ศิริศิลป์ พุมวิภาท, คุณสมบัติการแผ่คลื่นของสายอากาศต้นทิมทีที่เหล็ยมจุฑูรศ วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต , สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2525.

ภาคผนวก

สูตรต่างๆที่สำคัญ

$$a = \lambda_o / 2 \quad (1)$$

$$b = \lambda_d / 2 \quad (2)$$

$$f = c / 2b\sqrt{\epsilon_e} \quad (3)$$

$$f_r = qc / \lambda_d \sqrt{\epsilon_e} \quad (4)$$

$$f_r = c / 2(b + \Delta l) \sqrt{\epsilon_e} \quad (5)$$

$$q = 0.5 \left[(1 + 10h/a)^{-1/2} + 1 \right] \quad (6)$$

$$\Delta l = 0.412h \left(\frac{\epsilon_e + 0.300}{\epsilon_e - 0.252} \right) \cdot \left(\frac{\frac{a}{h} + 0.262}{\frac{a}{h} + 0.813} \right) \quad (7)$$

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{a} \right)^{-1/2} \quad (8)$$

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (9)$$

$$k^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2 \quad (10)$$

$$k_o = 2\pi / \lambda_o \quad (11)$$

$$\eta = E / H \quad (12)$$

$$Z_o = \eta = \sqrt{\mu_o / \epsilon_o} \quad (13)$$

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_o \quad (14)$$

$$\mu = \mu_r \mu_o \quad (15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การแปลงจุดทิศทางจากรูปทรงสี่เหลี่ยมเป็นรูปทรงกลม

$$\begin{bmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta \cos\phi & \sin\theta \sin\phi & \cos\theta \\ \cos\theta \cos\phi & \cos\theta \sin\phi & -\sin\theta \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$$

$$A_\theta = \sin\theta \cos\theta \cos^2\phi + \sin\theta \cos\theta \sin^2\phi - \sin\theta \cdot \cos\theta$$

$$A_\phi = -\sin\theta \cos\phi \sin\phi + \sin\theta \sin\phi \cos\phi$$

สมการเวกเตอร์

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$$

$$\nabla(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} + (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B} + \vec{B} \times (\nabla \times \vec{A}) + \vec{A} \times (\nabla \times \vec{B})$$

$$\nabla \cdot (f\vec{A}) = (\nabla f) \cdot \vec{A} + f(\nabla \cdot \vec{A})$$

$$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\nabla \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{B})$$

$$\nabla \times (f\vec{A}) = (\nabla f) \times \vec{A} + f(\nabla \times \vec{A})$$

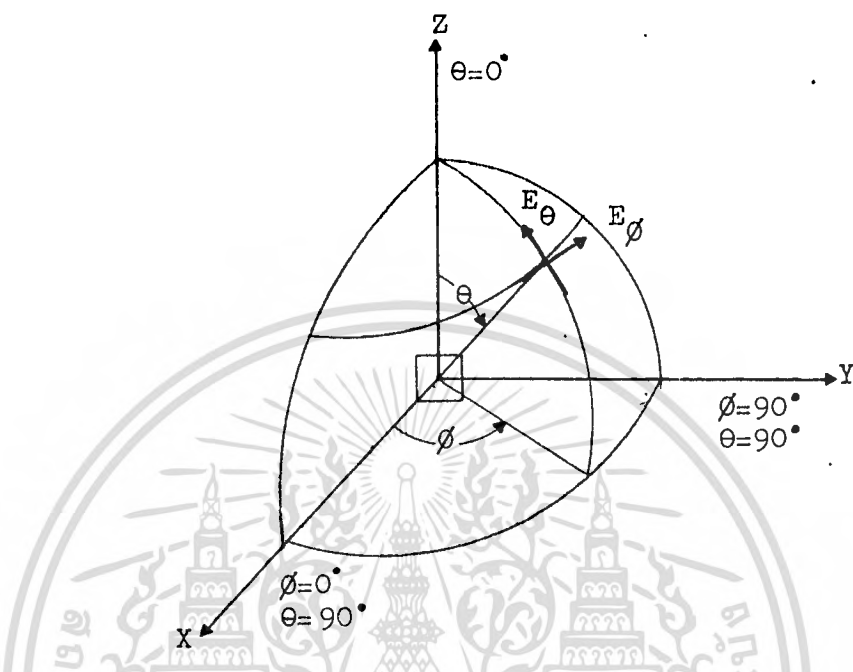
$$\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \nabla)\vec{A} - (\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B} + (\nabla \cdot \vec{B})\vec{A} - (\nabla \cdot \vec{A})\vec{B}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

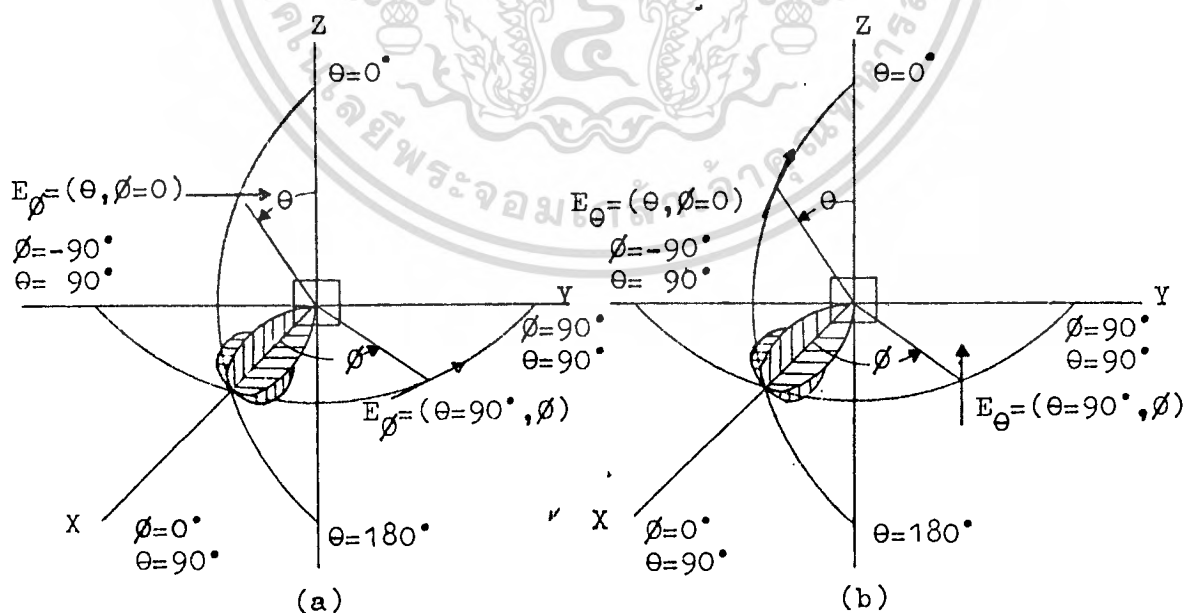
$$\nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเป็นข้อโต้แย้งและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ A1 แสดงจุดพิกัดรวมทรงกลม



รูปที่ A2 แสดงการวางสายอากาศในแนวนอน (a) และแนวตั้ง (b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ที่เห็น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ A1 ค่ารีเลทีฟเพอร์มิติวิตีของวัสดุฐานส่วนกลาง

วัสดุฐานส่วนกลาง	ϵ_r
PTFE unreinforced	2.10
PTFE glass woven web	2.17-2.55
PTFE quartz reinforced	2.47
PTFE glass random fiber	2.17-2.35
Alumina ceramic	9.7-10.3
Silicone resin ceramic	3-25
Glass bonded mica	7.5
Vacuum	1
Mica	6
Bakelite	5
Paraffin	2.10
Nylon	3.80
Rubber	3
Plywood	2.1
Quartz	5
Teflon	2.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้