

เทคนิคใหม่ในการออกแบบฟิลเตอร์

Novel Techniques in Filter Design

1
1
1
1



@พ.
๗๗4๗๓
๒๐๒4
๐1.

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	IV
บทคัดย่อ	V
Abstract	VI
บทที่ 1	บทนำ
1.1	ปัญหาและที่มาของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้
1.2	เทคนิคริเริ่ม
บทที่ 2	ภูมิหลังของการออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก
2.1	ทั่ว ๆ ไป
2.2	นิยามเบื้องต้น
2.3	ชนิดของวงจรกรองความถี่
2.4	ปัญหาการออกแบบและการสร้างวงจรกรองความถี่
2.5	ฟังก์ชันขนาดกำลังสอง
2.6	การทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันจากฟังก์ชัน ขนาดกำลังสอง
2.7	เทคนิคการออกแบบวงจรกรองความถี่
2.8	วงจรมาตรฐานของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน
2.9	Q factor
2.10	คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกแบบของวิทยานิพนธ์
2.10.1	รีเมสแอลกอริทึม
2.10.2	เกาส์ฮิลมิเนชัน
บทที่ 3	เทคนิคที่ 1 : ในการออกแบบวงจรกรองความถี่ที่ปรับคุณสมบัติได้
	แบบมู โครแมฟ มู โครเออร์
3.1	บทนำ
3.2	การออกแบบ

3.3	ตัวอย่างการออกแบบและผลการออกแบบ	21
3.4	สรุป	21
บทที่ 4	ภูมิหลังการออกแบบวงจรรองความถี่ดิจิทัล	23
4.1	ทั่ว ๆ ไป	23
4.2	นิยามเบื้องต้น	23
4.3	ความหมายของวงจรรองความถี่ดิจิทัล	25
4.4	แนะนำวงจรรองความถี่ดิจิทัล	25
4.5	ข้อดีของวงจรรองความถี่ดิจิทัล	26
4.6	ปัญหาการออกแบบ	26
4.7	รูปแบบของวงจรรองความถี่ดิจิทัล	27
4.7.1	แบบนอนรีเคอร์ซีฟ	27
4.7.2	แบบรีเคอร์ซีฟ	28
4.8	การแปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรองความถี่อนาล็อกไปเป็นดิจิทัล	30
บทที่ 5	เทคนิคที่ 2 : การออกแบบดิจิทัลฟิลเตอร์โดยวิธีแปลงตัวแปร	32
5.1	บทนำ	32
5.2	การออกแบบ	32
5.3	ตัวอย่างการออกแบบ	35
5.4	ผลการออกแบบ	35
5.5	สรุป	36
บทที่ 6	สรุป	37
	บทความและหนังสืออ้างอิง	39
ภาคผนวกที่ 1	โปรแกรมสำหรับเทคนิคในบทที่ 3	41
ภาคผนวกที่ 2	โปรแกรมสำหรับเทคนิคในบทที่ 5	43
	ผลงานวิจัยที่พิมพ์ในวารสารนานาชาติ	45

กติกการประกาศ

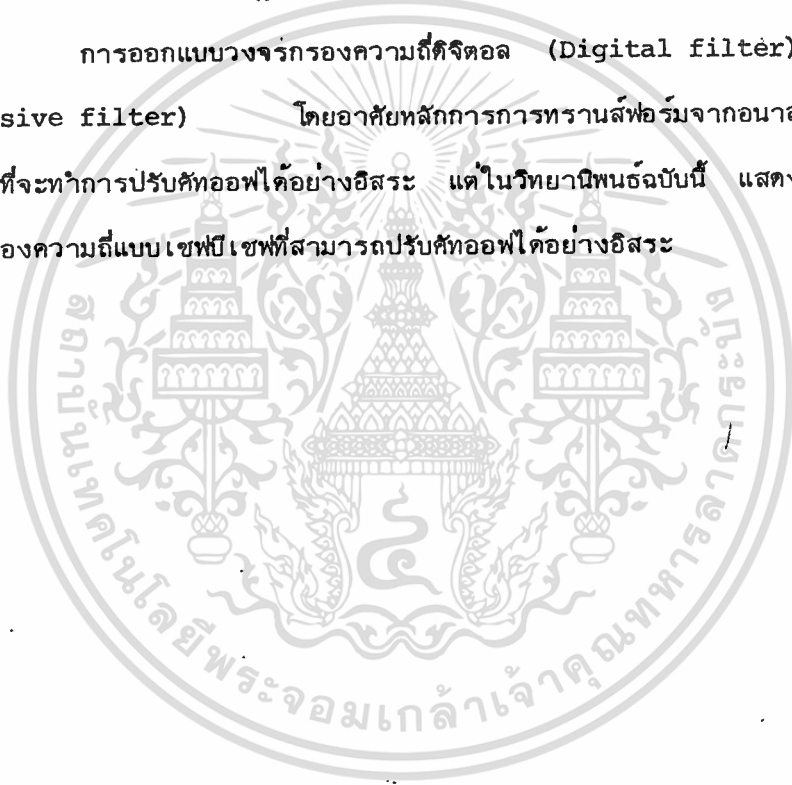
วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาของอาจารย์ที่ปรึกษาที่ได้ช่วยให้คำปรึกษา และแนะนำตลอดเวลาทำการวิจัย จึงใคร่ขอขอบพระคุณอาจารย์ รศ.ดร. ไพรัช รัชพงษ์ ไว้เป็นอย่างสูง ตลอดจน อาจารย์นิทัศน์ กฤษณจินดา อาจารย์ ผศ.ดร. โกศล เพ็ชรสุวรรณ ที่ได้กรุณาให้ความช่วยเหลือและสนับสนุนงานวิจัยมาโดยตลอด และขอขอบพระคุณคณาจารย์ของคณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกท่าน โดยเฉพาะอาจารย์ อีร์ศิลป์ ทุมวิภาค อาจารย์ ชำนาญ ภูริปัญญาวณิช และอาจารย์ พุศศักดิ์ ชิวสุวิทย์ อาจารย์ บุญประสิทธิ์ ไม้กัสด

อนึ่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะไม่สำเร็จล่วงได้ หากไม่ได้รับความช่วยเหลือจากคุณจรินทร์ บุญสิทธิ์ และคุณขวัญใจ มีแสงจันทร์ ที่ได้ช่วยพิมพ์ต้นฉบับนี้ จึงขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้



การออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก (Analog filter) โดยใช้
วงจร RC active filter ที่มีกำลัง (order) สูง จะทำให้มีค่า Q - factor
ที่สูง ซึ่งมีผลทำให้มีความไว (sensitive) สูง ทำให้ยากต่อการสร้าง ดังนั้นจึง
มีวิธีการที่จะพยายามลดค่า Q - factor ลง ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงเทคนิคการออกแบบ
วงจรกรองความถี่ประเภทที่มีจำนวน โพลซ้อนกันอยู่บนแกนจริง (วงจรกรองความถี่มี โครแมฟและ
มู โครเออร์) ให้ได้คุณสมบัติครบระหว่างวงจรกรองความถี่มี โครแมฟ และมู โครเออร์ และได้
แสดงถึงเทคนิคในการลดค่า Q-factor ลงได้ด้วย

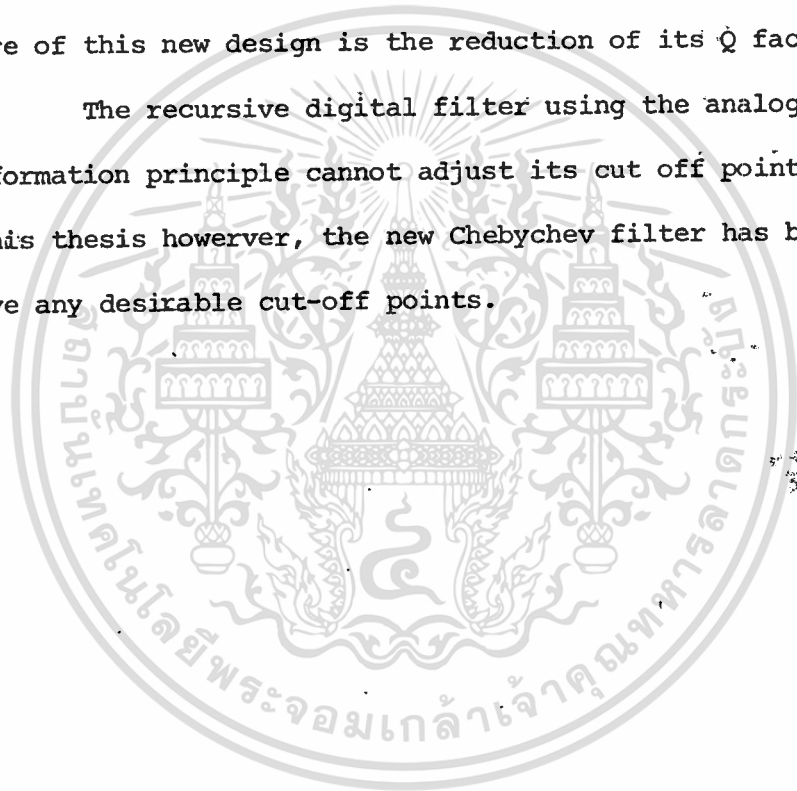
การออกแบบวงจรกรองความถี่ดิจิทัล (Digital filter) แบบรีเคอร์ซีฟ
(recursive filter) โดยอาศัยหลักการการทรานส์ฟอร์มจากอนาล็อกไปสู่ดิจิทัลไม่
สามารถที่จะทำการปรับคutoff ได้อย่างอิสระ แต่ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แสดงเทคนิคการออกแบบ
วงจรกรองความถี่แบบเชฟบีเชฟที่สามารถปรับคutoff ได้อย่างอิสระ



Abstract

The designs of any high order RC active filters always result in high Q factor yielding high sensitivity and make it very difficult to be realizable. This thesis describes the various design techniques of a multiple pole analog filter satisfying the same specifications as both MUCROMAF (multiple-critical-root-maximally-flat) and MUCROER (multiple-critical-root-equal-ripple). The important feature of this new design is the reduction of its Q factor as desired.

The recursive digital filter using the analog to digital transformation principle cannot adjust its cut off points as required, in this thesis however, the new Chebychev filter has been developed to give any desirable cut-off points.



๑.๑ ปัญหาและที่มาของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ผลงานวิจัยที่ผ่านมาอย่างเช่นของเปอร์มูรี [16,17] ซึ่งเป็นการวิจัยในกรณีของการกรองสัญญาณแบบอนาลอก วัตถุประสงค์ก็คือต้องการที่จะลดค่า Q ในวงจรกรองความถี่ ผลการวิจัยของเปอร์มูรีนี้เป็นวงจรกรองความถี่แบบมูโครแมฟ-มูโครเออร์โพลีโนเมียล ดังนั้นถ้าในวงจรกรองความถี่ที่เราต้องการที่จะให้ค่า Q มีค่าลดน้อยลง โดยนำเอามูโครแมฟ-มูโครเออร์ โพลีโนเมียลมาใช้ในวงจรเดียวกันก็จะเป็นสิ่งที่ดี

ปัญหาดังกล่าวจึงเป็นจุดเริ่มต้นสำหรับการออกแบบวงจรกรองความถี่อนาลอกแบบที่นำเอามูโครแมฟ-มูโครเออร์ โพลีโนเมียลมาใช้ในวงจรเดียวกัน

หรืออย่างในกรณีของวงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟตำแหน่งของซีโร ถ้าไม่อยู่ ณ ตำแหน่ง $Z = -1$ ปกติจำนวนซีโรที่ $Z = -1$ มีจำนวน เท่ากับอันดับของวงจรกรองเสมอ ถ้าจำนวนซีโรมี ณ ตำแหน่งอื่น แต่ยังคงรักษายอดคัสส์ที่เท่ากัน ในย่านสัญญาณผ่าน และยังเพิ่มความคมของจุดตัดสัญญาณได้ จึงเป็นปัญหาที่น่าสนใจในการ เป็นจุด เริ่มต้นที่จะทำตามวัตถุประสงค์ ดังกล่าว

๑.๒ เทคนิคริเริ่ม

เทคนิคริเริ่มใหม่ที่ช่วยขจัดปัญหาที่กล่าวไว้ข้างต้นคือ

๑.๒.๑ วงจรกรองความถี่แบบปรับคุณสมบัติได้แบบมูโครแมฟ-มูโครเออร์ (A design for the transitional Mucromaf-Mucroer filters)

๑.๒.๒ วงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟ ที่สามารถปรับความคมของจุดตัดสัญญาณได้ และยังมีจำนวนยอดคัสส์ที่เท่ากัน ในย่านสัญญาณผ่าน (A chebyshev IIR lowpass digital filter with adjustable cutoff-rate)

บทที่ ๒

ภูมิหลังของการออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก

๒.๑ ทั่วไป [1,2]

วงจรรองความถี่ทางไฟฟ้าคือ วงจรแปลง (transform) สัญญาณเข้าเพื่อให้ได้สัญญาณออกตามที่ต้องการ สัญญาณเหล่านี้อาจจะถูกพิจารณาในโดเมนของเวลาหรือโดเมนของความถี่ สำหรับการพิจารณาในโดเมนของความถี่นั้นวงจรรองความถี่เป็นอุปกรณ์สำหรับเลือกความถี่ (frequency-selective device) ซึ่งยอมให้สัญญาณผ่านเฉพาะความถี่ที่ต้องการและจะกีดหรือลดทอนสัญญาณที่ความถี่อื่นๆ

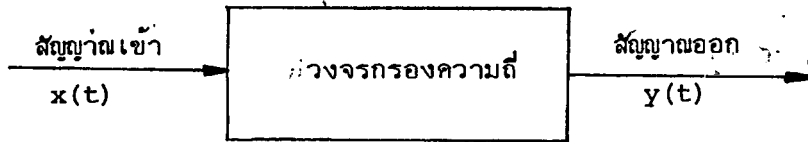
วงจรรองความถี่ทางไฟฟ้าจะใช้กับงานที่มีการส่งสัญญาณต่างๆ เช่นงานทางด้านสื่อสาร คือ โทรเลข โทรศัพท์ เป็นต้น

การแบ่งวงจรรองความถี่อาจแบ่งตามขบวนการ (Process) สัญญาณที่ใช้คือวงจรรองความถี่อนาล็อก (Analog filter) ที่ใช้สำหรับขบวนการสัญญาณอนาล็อก ซึ่งก็คือสัญญาณที่มีฟังก์ชันแปรเปลี่ยนอย่างต่อเนื่องกับเวลา (Continuous-time variable) และวงจรรองความถี่ดิจิทัล (Digital filter) ที่ใช้สำหรับการโปรเซสสัญญาณดิจิทัลซึ่งเป็นสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องนอกจากนี้ยังอาจจะแบ่งวงจรรองความถี่ออกตามชนิดของชิ้นส่วนที่ใช้สร้างคือ วงจรรองความถี่ชนิดพาสซีฟ (Passive filter) และวงจรรองความถี่ชนิดแอคทีฟ (Active filter)

๒.๒ นิยามเบื้องต้น (Preliminary Definition) [1,3]

ถ้า $X(t)$ เป็นสัญญาณเข้ายังวงจรรอง และ $Y(t)$ เป็นสัญญาณออกจากวงจรดังรูปที่ ๒.๑ และจากการทำลาปลาซทรานสฟอร์ม (Laplace Transform) จะได้

$$y(s) = H(s)x(s)$$



รูปที่ ๒.๑ การแทนสัญลักษณ์ของวงจรกรองความถี่

ในที่นี้ $S = \sigma + j\omega$ เป็นความถี่เชิงซ้อน (Complex frequency)

ปริมาณ $Y(s)$ และ $X(s)$ เป็นลาปลาซทรานส์ฟอร์มของ $Y(t)$ และ $X(t)$ ตามลำดับ และในที่นี้ $H(s)$ คือฟังก์ชันของวงจร (Network function) ซึ่งเป็นอัตราส่วนของตัวแปรของสัญญาณออกต่อตัวแปรของสัญญาณเข้าที่ถูกแปลงแล้ว

เมื่อ $S = j\omega$ (ω ในหน่วยของเรเดียนต่อวินาที) ฟังก์ชันของวงจรจะเป็นเชิงซ้อนซึ่งอาจจะเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

ในที่นี้ $|H(j\omega)|$ คือ ผลตอบสนองขนาด (amplitude) หรือ magnitude response)

$\phi(\omega)$ คือ ผลตอบสนองเฟส (phase response)

ต่อจากนี้ จะพิจารณากรณีของฟังก์ชันของวงจร หรือทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer function) ที่มีความหน่วง (delay).

$$H(j\omega) = e^{-j\omega T}$$

$$\text{ผลตอบสนองขนาด } H(j\omega) = 1$$

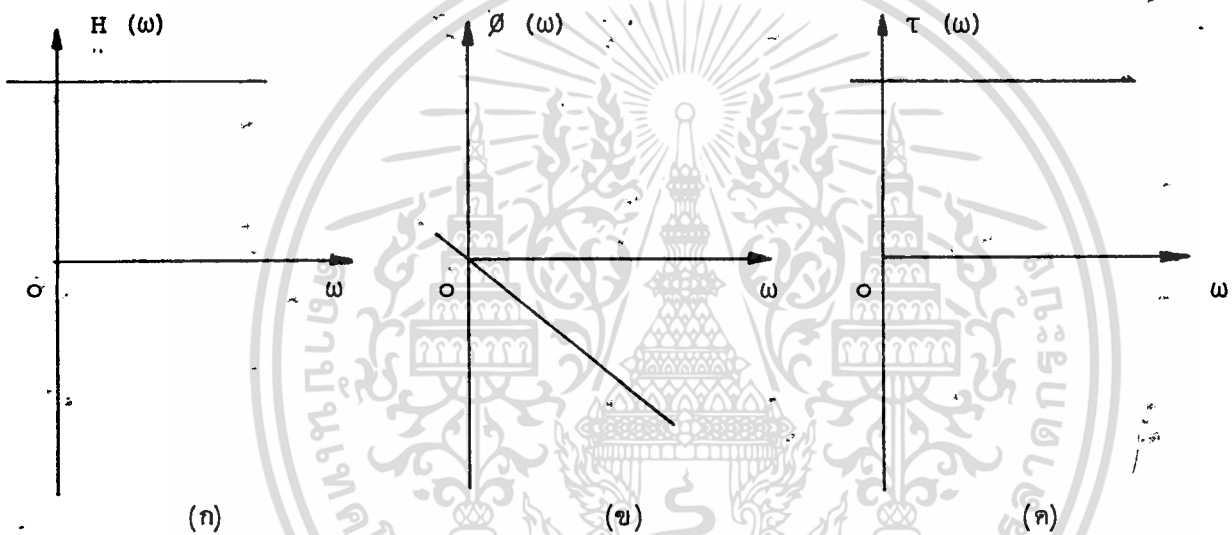
$$\text{ผลตอบสนองเฟส } \phi(\omega) = -\omega T$$

และกรู๊ปดีเลย์ (group delay)

$$\tau(\omega) = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega} \quad \text{วินาที}$$

รูปที่ ๒.๒ ก, ข, ค, แสดงคุณสมบัติของขนาด, เฟส และขนาดของดีเลย์ของ

$$H(j\omega) = e^{-j\omega T}$$



รูปที่ ๒.๒ แสดงคุณสมบัติในอุดมคติของ (ก) ขนาด (ข) เฟส (ค) กรู๊ปดีเลย์

ค่าของผลตอบสนองและกรู๊ปดีเลย์มีความสำคัญมาก สำหรับงานที่ไม่ต้องการให้สัญญาณ
 ส่งเพี้ยน (distort) หลังจากออกจากวงจรกรองความถี่แล้ว นั่นคือการเพี้ยนของสัญญาณจะไม่
 เกิดขึ้นเลย เมื่อเฟสเป็นแบบเชิงเส้น (linear) และมีกรู๊ปดีเลย์คงที่ นอกจากนั้นผลตอบสนอง
 เฟสและกรู๊ปดีเลย์จะมีความสำคัญหรือไม่ยังขึ้นอยู่กับงานเฉพาะอย่างอีกด้วย

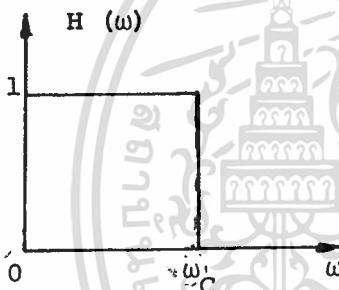
๒.๓ ชนิดของวงจรกรองความถี่ (Type of Filters) [1-3]

วงจรกรองความถี่ที่ใช้สำหรับเลือกความถี่ โดยให้สัญญาณผ่านได้ในย่านความถี่ที่ต้อง
 การ ซึ่งเรียกย่านความถี่นั้นว่า "ย่านผ่านสัญญาณ" (passband) และจะกีดหรือลดทอนสัญญาณ

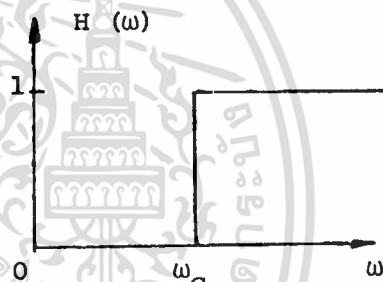
ที่อยู่นอกเหนือจากย่านความถี่ที่ต้องการ ซึ่งเรียกย่านความถี่นี้ว่า "ย่านหยุดสัญญาณ (stopband)" และความถี่ที่อยู่ระหว่างย่านผ่านสัญญาณและย่านหยุดสัญญาณเรียกว่า "ความถี่คutoff (cutoff frequency). ω_c "

ชนิดของวงจรกรองความถี่ในอุดมคติดังแสดงในรูปที่ ๒.๓ มีดังนี้

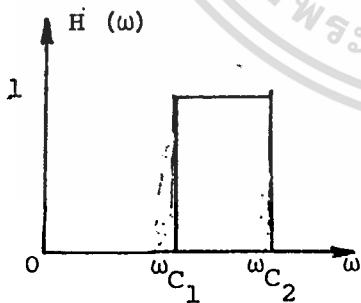
- ก) วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Lowpass Filter)
- ข) วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (Highpass Filter)
- ค) วงจรกรองความถี่กลางผ่าน (Bandpass Filter)
- ง) วงจรกรองความถี่กลางไม่ผ่าน (Bandstop Filter)



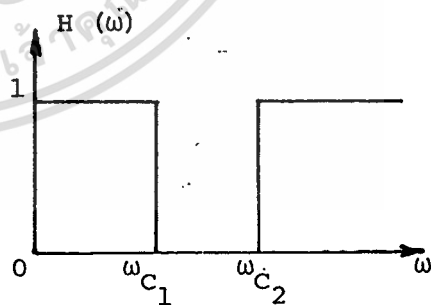
ก)
$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega < \omega_c \\ 0 & \omega > \omega_c \end{cases}$$



ข)
$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega < \omega_c \\ 1 & \omega > \omega_c \end{cases}$$



ค)
$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega_{c1} < \omega < \omega_{c2} \\ 0 & \omega < \omega_{c1} ; \omega > \omega_{c2} \end{cases}$$



ง)
$$H(\omega) = \begin{cases} 0 & \omega_{c1} < \omega < \omega_{c2} \\ 1 & \omega < \omega_{c1} ; \omega > \omega_{c2} \end{cases}$$

รูป 2.3 แสดงผลตอบสนองขนาดของวงจรกรองความถี่ในอุดมคติชนิดต่าง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

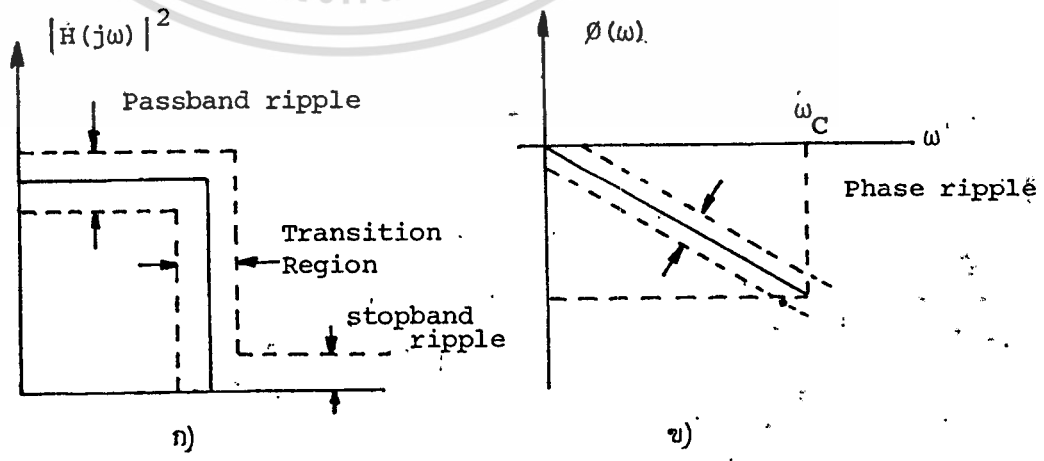
ความถี่ขั้วออกจะถูกนอร์มาไลซ์ (Normalized-cutoff frequency) นั่นคือ $\omega_c = 1$ เร่เรียนต่อวินาที และในการประมาณวงจรรองความถี่จะประมาณด้วยวงจรรองความถี่ต่ำย่านที่ถูกลนอร์มาไลซ์แล้วเสมอในการหาวงจรรองความถี่อื่นๆ เช่นวงจรรองความถี่สูงผ่าน วงจรรองความถี่กลางผ่าน และวงจรรองความถี่กลางไม่ผ่านสามารถหาได้จากวงจรรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้การแปลงความถี่ (frequency transformation) ได้

๒.๔ ปัญหาการออกแบบและการสร้างวงจรรองความถี่ [3-4]

(Problem on using and Realized of Idealized Lowpass Filters)

ในทางปฏิบัติไม่สามารถสร้างวงจรรองความถี่ได้ตามคุณสมบัติในอุดมคติได้อย่างเที่ยงตรงเพียงแต่ได้ใกล้เคียงหรือประมาณให้ใกล้เคียงที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยทั่วๆ ไป แล้วจะกำหนดค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นให้ต่างจากคุณสมบัติในอุดมคติบ้าง ดังรูปที่ ๒.๔ จึงทำให้เกิดปัญหาการประมาณฟังก์ชันหนึ่งด้วยฟังก์ชันใดๆ ให้เป็นไปตามข้อกำหนดโดยให้คุณสมบัติอยู่ภายในขอบเขตของความผิดพลาด ซึ่งจะได้ทราบเฟอ์ฟังก์ชันที่สร้างเป็นวงจรได้จริง (Realized) โดยอยู่ในสภาพเสถียร (stable) อีกด้วย

โดยปกติการออกแบบวงจรรองความถี่จะออกแบบเฉพาะผลตอบสนองขนาดเพียงอย่างเดียว หรือไม่กี่ผลตอบสนองเฟสเพียงอย่างเดียว หรือจะหาทั้งสองพร้อมๆ กัน โดยให้สอดคล้องกับข้อกำหนดที่ต้องการ



รูปที่ ๒.๔ คุณสมบัติของวงจรรองความถี่ต่ำผ่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ... (a) ผลตอบสนองขนาด (b) ผลตอบสนองเฟส

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ลี้กทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

๒.๕ ฟังก์ชันขนาดกำลังสอง (Magnitude square Function) [2,4]

มีประโยชน์ในการประมาณค่าของขนาดโดยไม่คำนึงถึงเฟสโดยที่ฟังก์ชันขนาดจะเป็นโพลิโนเมียล (Polynomial) ของ ω กำลังคู่เสมอ ในการทำฟังก์ชันของขนาดกำลังสองจากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระนาบ S ที่กำหนดให้จะทำได้โดยหาค่าคอนจูเกต (conjugate) ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันคูณเข้ากับทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันแล้วแทน S ด้วย $j\omega$

ตัวอย่างที่ ๑ กำหนด $H(s) = \frac{2+s}{4+s}$ ให้หา $|H(j\omega)|^2$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j\omega} &= \frac{2+s}{4+s} \cdot \frac{2-s}{4-s} \\
 &= \frac{4-s^2}{16-s^2} \\
 &= \frac{4+S^2}{16+S^2} \\
 &= |H(j\omega)|^2
 \end{aligned}$$

๒.๖ การทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันจากฟังก์ชันขนาดกำลังสอง [2,4]

(Transfer Function from Magnitude Square Function)

หลังจากประมาณค่าฟังก์ชันขนาดให้ได้ผลตอบสนองตามต้องการแล้วจะต้องทำการเปลี่ยนกลับไปยังทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่ให้ระบบที่เสถียร โดยเลือกโพล (pole) ที่อยู่ทางซ้ายมือของระนาบ S ซึ่งจะทำได้โดยการแยกแฟคเตอร์หรือหารากของฟังก์ชันขนาดที่แทน ω^2 ด้วย $-s^2$ แล้วเลือกเฉพาะรากที่อยู่ทางซ้ายมือของระนาบ S

$\therefore |H(j\omega)|^2 = H(s) \cdot H(-s) \Big|_{s=j\omega}$

$H(s) \cdot H(-s) = |H(j\omega)|^2$

ตัวอย่างที่ ๒ กำหนดฟังก์ชันขนาดกำลังสองดังนี้

$$|H(j\omega)|^2 = 5 + 4\omega^2$$

ให้หา $H(s)$

วิธีทำ $H(s)H(-s) = |H(j\omega)|^2$
 $\omega^2 = -s^2$

$$= 5 + 4(-s^2)$$

$$= 5 - 4s^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - s\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2} + s\right)$$

$$\therefore H(s) = \frac{\sqrt{5}}{2} + s$$

๒.๗ เทคนิคการออกแบบวงจรรองความถี่ [3, 5, 6, 7, 8]

(Design Technique)

เทคนิคการออกแบบ โดยประมาณเพื่อให้มีคุณสมบัติของวงจรรองความถี่อยู่ในโครงร่างหรือขอบเขตที่ต้องการหรือใกล้เคียงความจริงมากที่สุด

อาจจะแบ่งเทคนิคการออกแบบได้เป็น ๒ ชนิดตามวิธีคณิตศาสตร์ดังนี้

๒.๗.๑ เทคนิคการออกแบบโดยการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้สูตรสำเร็จ (Analytical Design Technique)

การออกแบบนี้เป็น การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical analysis) ซึ่งสะดวกต่อการหาผลลัพธ์ในรูปของสูตรสำเร็จไม่จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีความจำมากเท่าใด อย่างไรก็ตาม ความคล่องตัวน้อยมาก

๒.๗.๒ การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบ (Computer Aided Design)

วิธีนี้เป็นที่นิยมในปัจจุบัน เพราะว่า จะออกแบบได้คล่องตัวไม่ว่าฟังก์ชันที่ต้องการจะเป็นอย่างไรก็ตาม เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

สามารถหาสัมประสิทธิ์ของวงจรรองความถี่ได้ ไม่ว่าจะอยู่ในโดเมนของความถี่หรือโดเมนของเวลา โดยกระบวนการอิตอเรทีฟ (Iterative process) ซึ่งจะเริ่มต้นโดยการเลือกประเภทสมมติฐานความผิดพลาด (error criterion) ของฟังก์ชันที่ประมาณโดยเทียบกับคุณสมบัติที่กำหนดให้ เช่น ขนาดหรือเฟส

ประเภทค่าผิดพลาดที่จะเลือกใช้มีลีสทึนสแควร์ (Least mean square) และเซบีเชฟหรือมินิมักซ์ (Chebyshev or minimax) อาจจะเลือกใช้ประเภทใดก็ได้แล้วใช้วิธีออปติไมเซชัน (optimization Algorithm) ฟังก์ชันผิดพลาด (error function) เพื่อให้ได้สัมประสิทธิ์ของวงจรรองความถี่ที่ดีที่สุดตามประเภทค่าผิดพลาดนั้น ๆ

๒.๔ วงจรมาตรฐานของวงจรรองความถี่ต่ำผ่าน (standard Lowpass Filters)

วงจรรองความถี่ต่ำมาตรฐานจะมีการทำงานแตกต่างกัน แล้วแต่วัตถุประสงค์ของผู้ออกแบบจะสามารถแบ่งได้เป็น

๒.๔.๑ วงจรรองความถี่ชนิดบัตเตอร์เวิร์ท (Butterworth Filter) [1-11]

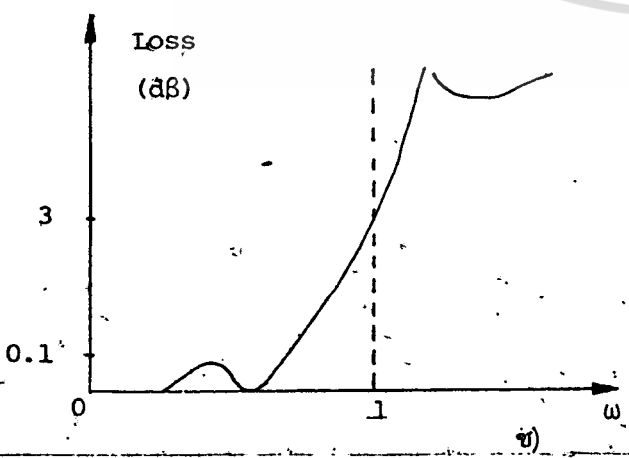
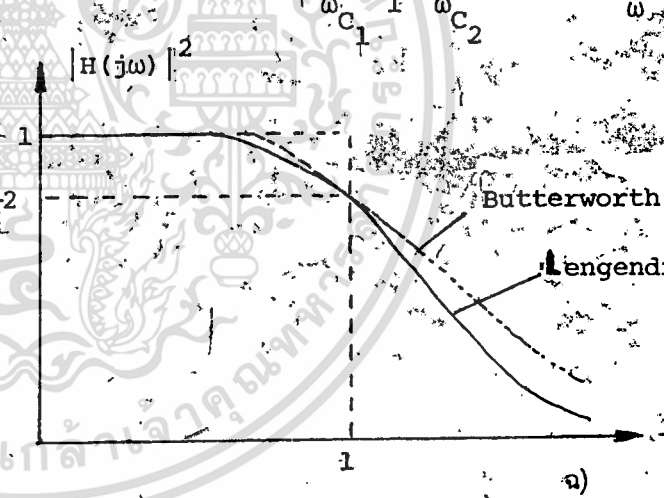
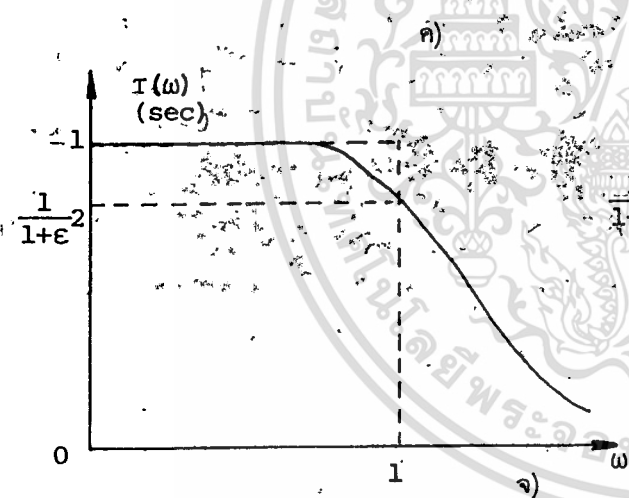
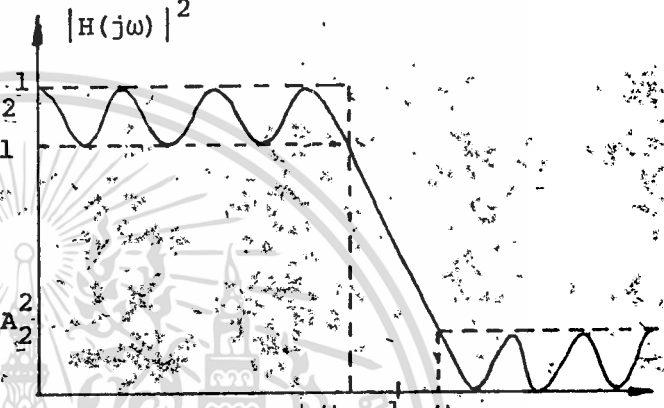
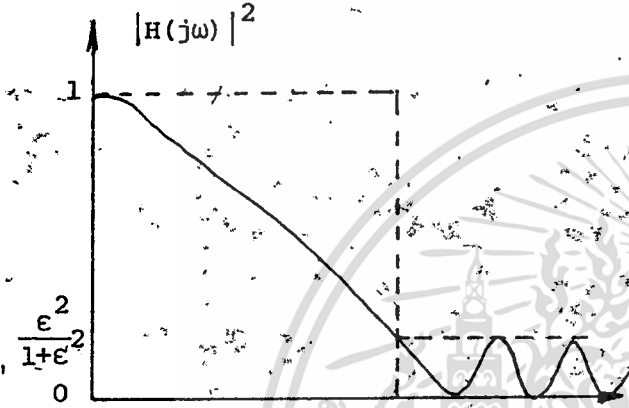
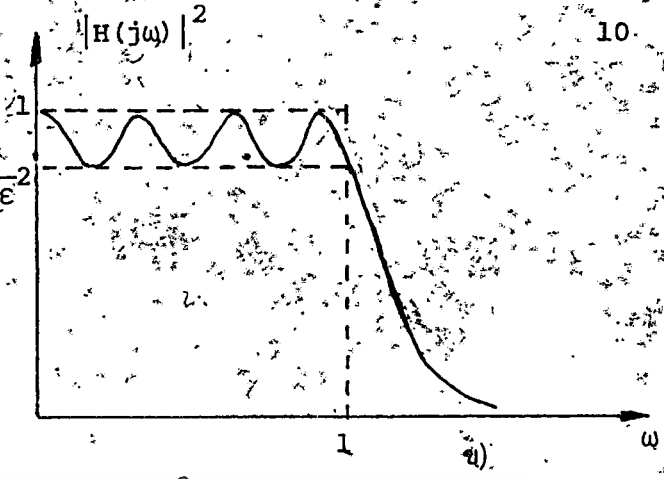
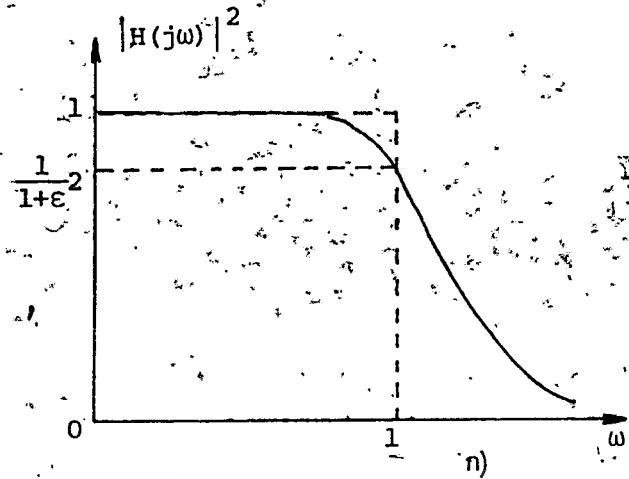
วงจรรองความถี่ชนิดนี้มีชื่อเรียกว่า "Maxsimally Flat" เนื่องมาจากคุณสมบัติที่ให้ผลตอบสนองขนาดเรียบมากที่สุด ณ $\omega=0$ ในย่านผ่านสัญญาณและฟังก์ชันของขนาดจะลดลงทางเดียว (monotonically decreasing) ตาม ω เมื่อ $\omega>0$ ดังรูป ๒.๕ ก.

๒.๔.๒ วงจรรองความถี่ชนิดเซบีเชฟ (Chebyshev Filter) [1-11]

วงจรรองความถี่ชนิดนี้มีชื่อเรียกว่า "Equal ripple" สืบเนื่องมาจากคุณสมบัติที่ว่า จะให้ผลตอบสนองขนาดย่านผ่านสัญญาณเกิดยอคคสีนเท่ากันตลอด และให้ความชันมากที่สุด ณ ความถี่คัทออฟ (sharp-cut-off) $C=1$ และฟังก์ชันของขนาดจะลดลงไปทางเดียวในย่านหยุดสัญญาณ ดังรูปที่ ๒.๕ ข.

๒.๔.๓ วงจรรองความถี่ชนิดอินเวิร์สเซบีเชฟ (Inverse Chebyshev Filter) [1,6,8,10]

เป็นวงจรรองความถี่ที่ให้คุณสมบัติตรงข้ามกับวงจรรองความถี่เซบีเชฟ กล่าวคือ



รูป 2.5 เป็น แสดงผลตอบสนองของวงจรกรองความถี่มาตรฐานชนิดวงจกรองความถี่ต่ำ
 ก) บัตเตอร์เวิร์ท ข) เชบีเชฟ ค) อินเวิร์ส เชบีเชฟ
 ไม่ว่าจะใช้วิธีใดก็ตาม อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ แจกจ่ายหรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
 ง) เอ็ลจิงตัน เจ้าของลิขสิทธิ์ การนำไปใช้

จะให้ผลตอบสนองขนาดจะลดไปทางเดียวในย่านผ่านสัญญาณ และจะเกิดยอดคลื่น เท่ากันในย่านหยุดสัญญาณดังรูปที่ ๒.๔ ค

๒.๔.๔ วงจรกรองความถี่ชนิดอีลิปติก (Elliptic Filter) [1,2,5,7,10]

วงจรกรองความถี่ชนิดนี้มีชื่อเรียกว่า "Double Chebyshev Filter" หรือ "Cauer Filter" เป็นวงจรกรองความถี่ที่ให้คุณสมบัติรวมของวงจรกรองความถี่เชบีเชฟและอินเวอร์สเชบีเชฟ กล่าวคือจะให้ผลตอบสนองขนาดลักษณะคลื่น เท่ากันทั้งย่านผ่านสัญญาณ และย่านหยุดสัญญาณ ดังรูปที่ ๒.๔ ง

๒.๔.๕ วงจรกรองความถี่ชนิดเบสเซล (Bessel Filter) [1,2,3,5,10]

หรือที่รู้จักกันในอีกชื่อหนึ่งว่า "วงจรกรองความถี่ชนิดทอมสัน (Thomson Filter) ซึ่งจะให้ผลตอบสนองของกรุปดีเลย์ราบเรียบดีที่สุดในที่ $\omega=0$ ดังรูปที่ ๒.๔ จ

๒.๔.๖ วงจรกรองความถี่ชนิดเลอจอง (Legendre Filter) [3,6,8]

เป็นวงจรกรองความถี่ประเภทผลตอบสนองที่ขนาดจะลดลง (monotonic magnitude response) เมื่อความถี่สูงขึ้น โดยที่จะให้ความชัน ∞ ความถี่ที่คutoff สูงกว่าของวงจรกรองชนิดบัตเตอร์เวิร์ธ ปาเปาลิสได้เสนอวิธีการออกแบบเมื่อปี ค.ศ. ๑๙๕๘ ดังรูปที่ ๒.๔ ฉ ที่แสดงเปรียบเทียบกับบัตเตอร์เวิร์ธ ∞ อันดับเดียวกัน

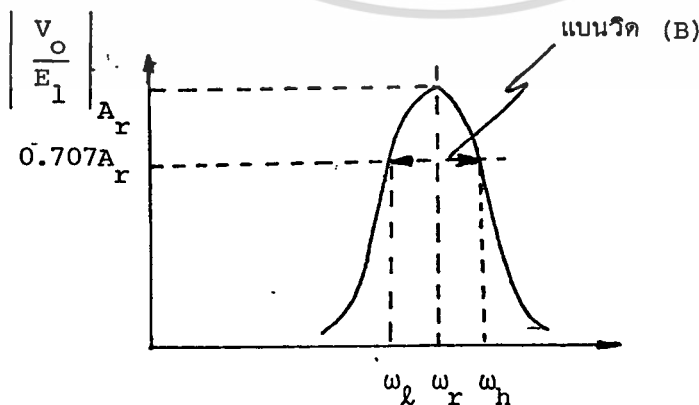
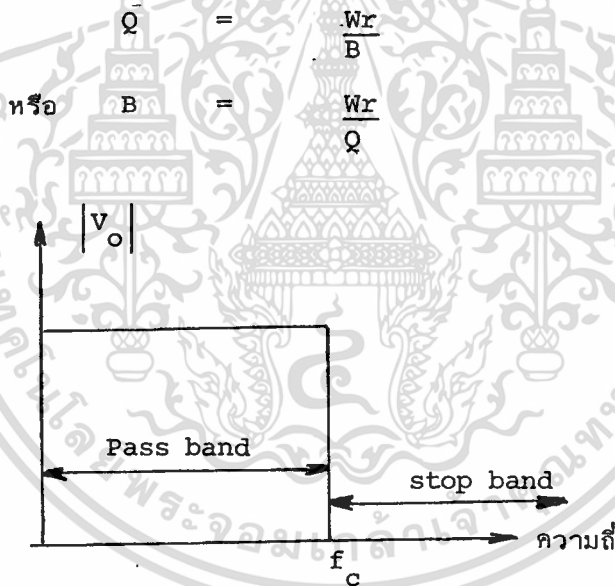
๒.๔.๗ วงจรกรองความถี่ชนิดลีสท์สแควร์ (Least square Filter) [12-15]

เป็นวงจรกรองความถี่ที่เรียกชื่อตามวิธีการเลือกประเภทค่าผิดพลาดคือประเภทลีสท์สแควร์ วงจรกรองประเภทนี้จะให้ความชัน ∞ บริเวณคutoff สูง และความสูญเสียของสัญญาณทางย่านหยุดสัญญาณจะมากกว่าของบัตเตอร์เวิร์ธ โดยที่จะเกิดคลื่นในย่านผ่านสัญญาณด้วย ดังรูป ๒.๔ ข

๒.๔ Q Factor

วงจรกรองแบบช่วงความถี่ผ่าน เป็นวงจรซึ่งออกแบบไว้ให้เฉพาะสัญญาณในช่วงความถี่ใดความถี่หนึ่งผ่านเท่านั้น ส่วนสัญญาณนอกเหนือจากช่วงความถี่นี้จะถูกลดระดับหมด ดังรูปที่ ๒.๖ ก

และ ๒.๖ ข แสดงลักษณะการตอบสนองต่อความถี่ของวงจรกรองช่วงความถี่ผ่านวงจรกรองความถี่
 ดังกล่าวจะมีระดับค่าขยายสัญญาณสูงสุด (A_r) ที่ความถี่เพียงความถี่เดียว ซึ่งจะเรียกว่าเป็นความ
 ถี่รีโซแนนท์ (ω_r) ถ้าความถี่แตกต่างไปจากความถี่รีโซแนนท์ระดับค่าขยายสัญญาณออกจะลดลง และ
 จะมีความถี่อีกหนึ่งขนาด ω_r ที่จุดความถี่ทั้งสองค่าขยายสัญญาณจะเท่ากับ $0.707 A_r$
 จุดความถี่ดังกล่าวที่อยู่สูงกว่า ω_r จะเรียกว่าความถี่คutoffสูง หรือ ω_h ส่วนจุดความถี่อีกจุดหนึ่ง
 ที่อยู่ต่ำกว่า ω_r จะเรียกว่าความถี่คutoffต่ำหรือ ω_l ช่วงความถี่ระหว่าง ω_h และ ω_l เรียก
 ว่าแบนวิท (Bandwidth) อัตราส่วนของความถี่รีโซแนนท์ต่อแบนวิทเรียกว่า (Quality Factor)
 หรือ Q ของวงจร ดังนั้น Q จึงเป็นจำนวนแสดงความละเอียดของวงจรต่อสัญญาณ Q ยิ่งสูงเท่าใด
 ความละเอียดของวงจรต่อความถี่ก็ยิ่งมากขึ้นเท่านั้น Q สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้



รูป 2.6 ก) วงจรกรองแบบช่วงความถี่สัญญาณผ่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และใช้เฉพาะภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

๒.๑๐ คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการออกแบบของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

๒.๑๐.๑ รีเมซแอลกอริทึม (Remez's Algorithm) [5,8]

ในการประมาณฟังก์ชัน $g(\omega)$ ด้วยฟังก์ชัน $f(\omega, \underline{X})$ ที่มีกำลังเท่ากับ n โดยที่

$$f(\omega, \underline{X}) \equiv \sum_{i=0}^n x_i \omega^i$$

จะมีค่าผิดพลาดดังนี้

$$e(\omega) \equiv f(\omega, \underline{X}) - g(\omega)$$

ในที่นี้ให้

$$\underline{\omega} \equiv (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n+1})$$

$$\underline{X} \equiv (X_0, X_1, \dots, X_n)$$

แล้ว

$$f(\omega, \underline{x}) \equiv f(\omega_j, \underline{x}_i)$$

$$g(\omega) \equiv g(\omega_j)$$

$$e(\omega) \equiv e(\omega_j)$$

และ

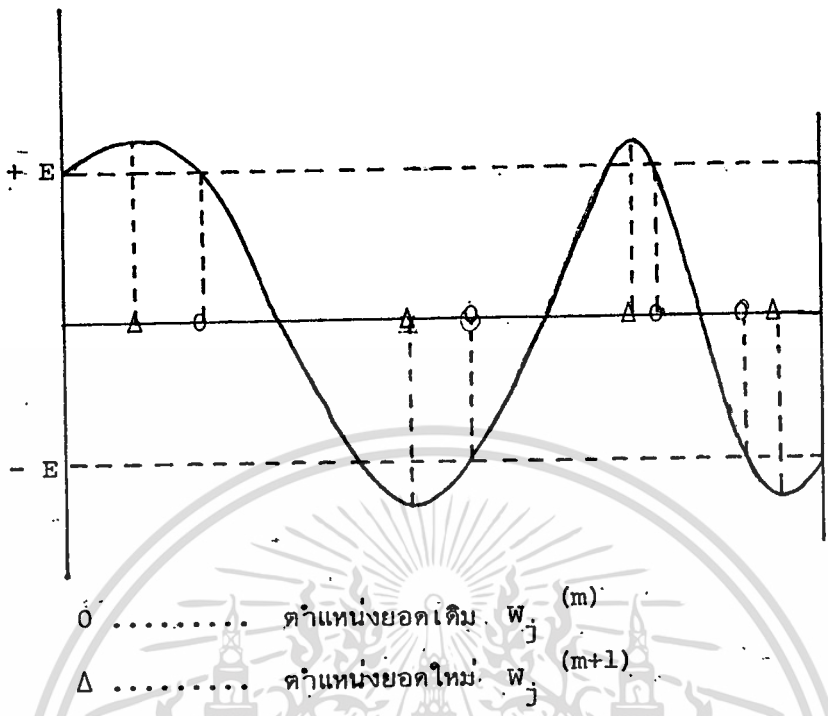
$$f(\omega_j, \underline{x}_i) - g(\omega_j) = (-1)^j E$$

(2.1)

ในที่นี้ ω_j เป็นค่าอยู่ระหว่าง $\omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_j < \omega_{j+1} < \dots < \omega_{n+1}$

โดยที่ $i = 0, 1, \dots, n$

$$j = 0, 1, \dots, n+1$$



รูป 2.6 แสดงริเมสแอลกอริทึม

สำหรับ

$$f(\omega_j, x_i) \equiv \sum_{i=0}^n x_i \omega_j^i$$

แล้ว (๒.๑) จะได้

$$\sum_{i=0}^n x_i \omega_j^i - g(\omega_j) = (-1)^j E \tag{2.2}$$

ในที่นี้จะมีจุดยอดของคลื่นอยู่เท่ากับ (n+2) จุดของ ω_j ($j=0, 1, \dots, n+1$) บนแกนของ ω แล้วสมการ (๒.๒) โดยมีสมการเชิงเส้น (Simultaneous Linear Equation) อยู่ สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า (unknown) อยู่ n+2 ค่าแบ่งเป็น x_i อยู่ (n+1)ค่าและ E อยู่ ๑ ค่า จากสมการ (๒.๒) จะเขียนในรูปของแมทริกซ์ (Matrix) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & \omega_0^1 & \omega_0^2 & \dots & \omega_0^n \\ 1 & \omega_1^1 & \omega_1^2 & \dots & \omega_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_{n+1}^1 & \omega_{n+1}^2 & \dots & \omega_{n+1}^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g(\omega_0) \\ g(\omega_1) \\ \vdots \\ g(\omega_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \vdots \\ (-1)^{n+1} \end{bmatrix} \quad E \quad (2.3)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} 1 & \omega_0^1 & \omega_0^2 & \dots & \omega_0^n & 1 \\ 1 & \omega_1^1 & \omega_1^2 & \dots & \omega_1^n & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \omega_{n+1}^1 & \omega_{n+1}^2 & \dots & \omega_{n+1}^n & (-1)^{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g(\omega_0) \\ g(\omega_1) \\ \vdots \\ g(\omega_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ \vdots \\ (-1)^{n+1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

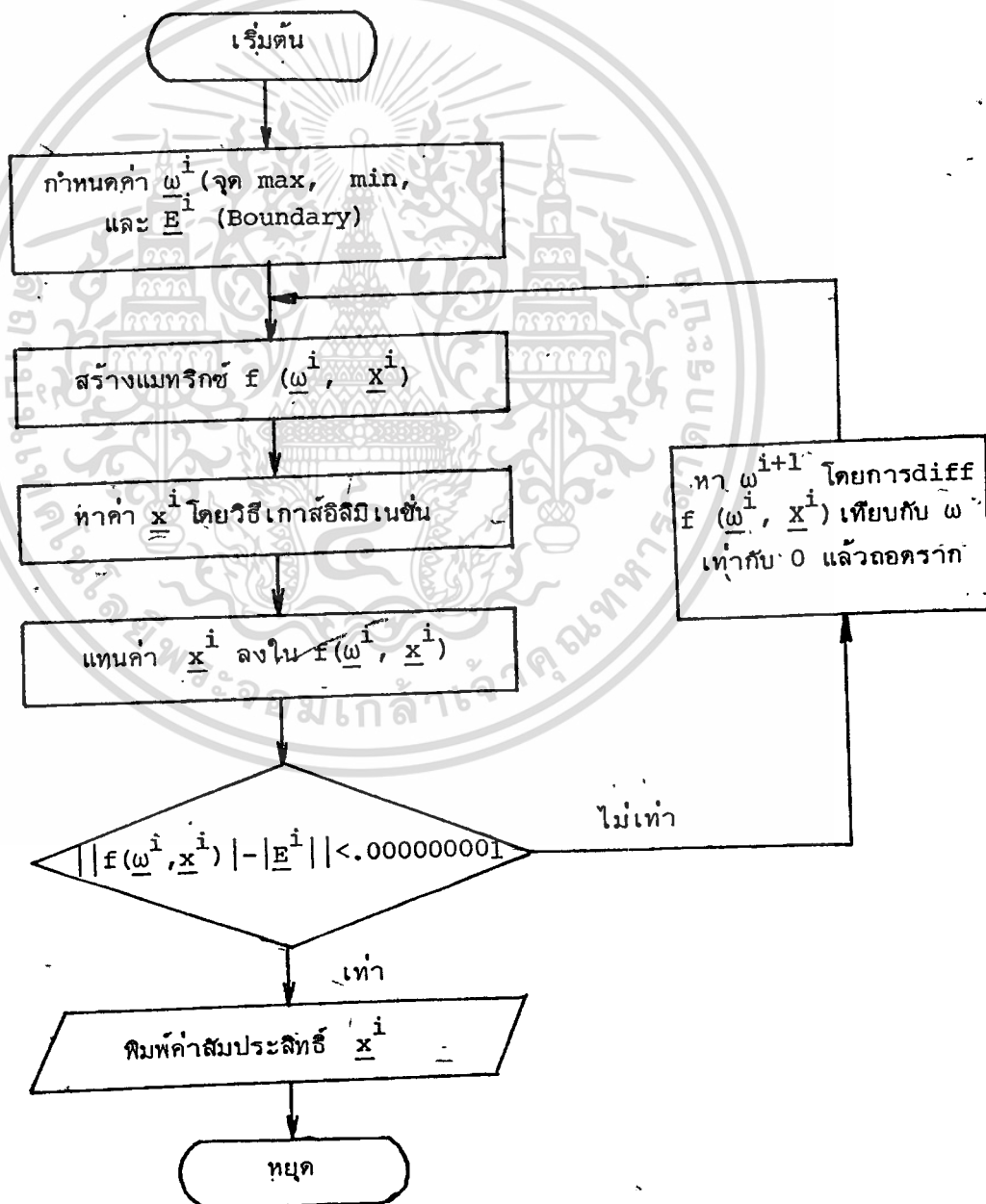
ให้ $\omega_j^{(1)}$ แทนการเลือกกลุ่มของ ω_j ในครั้งแรก และหาทศนิยมของ $(\underline{x}^{(1)}, E^{(1)})$ โดยใช้เกาส์อีลิมีเนชัน (Gauss Elimination) แก้มการ (๒.๔) ให้สอดคล้องกับ $f^1(\underline{\omega}, x^{(1)})$ ซึ่งโดยปกติแล้วจะไม่ได้ค่าผิดพลาดน้อยที่สุดในครั้งแรก การทำอีเทอเรชัน (Iteration) ครั้งต่อไปทำได้โดยกำหนดตำแหน่งของกลุ่ม $\omega_j^{(2)}$ ครั้งที่สองใหม่โดยหาจากตำแหน่งจุดยอดของ $\{f^1(\underline{\omega}, x^{(1)}), -g(\underline{\omega})\}$ แล้วจัดกลุ่มของสมการเชิงเส้นดังเช่นสมการ (๒.๔) ใหม่ ทำนองเดียวกันกับตอนแรกโดยการแก้มการเพื่อให้ได้ $(\underline{x}^{(2)}, E^{(2)})$ ที่สอดคล้องกับ $f^{(2)}(\underline{\omega}, \underline{x}^{(2)})$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และถ้า $f^{(2)}(\underline{\omega}, \underline{x}^{(2)})$ ยังคงไม่ให้ค่าผิดพลาด $\{f^{(2)}(\underline{\omega}, \underline{x}^{(2)}) - g(\underline{\omega})\}$ ที่มีค่าน้อยที่สุด จะต้องทำการหาค่าซ้ำๆ อีกจนกระทั่งถึงครั้งที่ m ซึ่งให้ค่าผิดพลาด $\{f^{(m)}(\underline{\omega}, \underline{x}^{(m)}) - g(\underline{\omega})\}$ ที่มีขนาดของยอดคดสั้นเท่ากันตลอดจึงเสร็จสิ้นแอลกอริทึม โดยให้ตัวไม่ทราบค่า (\underline{x}^m, E^m)

สำหรับในวิธานิพนธ์นี้ E เท่ากับ ϵ และ $g(\underline{\omega}) = 0$ ส่วนวิธีการแก้สมการเชิงเส้นเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ ใช้เกาส์อีลิมเนชันและแสดงโฟลว์-ชาร์ท (Flow-Chart) สำหรับหาค่าสัมประสิทธิ์ตามรีเมสแอลกอริทึม ดังรูปที่ ๒.๘



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูในวงมหาวิทยาลัยและอาจารย์ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูป 2.8 แสดง โฟลว์-ชาร์ทการหาค่าสัมประสิทธิ์ตามรีเมสแอลกอริทึม
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

๒.๑๐.๒ เกาส์อิมิเนชัน

เกาส์อิมิเนชันเป็นวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาค่าตัวไม่ทราบค่าที่ต้องการ สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ใช้ซับรูทีน (Subroutine) ที่เขียนโดยบริษัท ไอบีเอ็ม จำกัด (IBM)



บทที่ ๓

เทคนิคที่ ๑ : ในการออกแบบวงจรกรองความถี่ที่ปรับคุณสมบัติได้แบบมูโครแมฟ-มูโครเออร์

(Technique 1 : A design for the additional members of the transitional Mucromaf-Mucroer Filters)

๓.๑ บทนำ

วงจรกรองความถี่แบบแอดคทีฟจะนำมาสร้างได้ ต้องนำเอาฟิลเตอร์อันดับสอง (Second order filter) มาต่อแคสเคด (cascade) กันเป็นส่วนๆ โดยแต่ละส่วนจะประกอบด้วยคู่ของโพลเชิงซ้อน (complex pole) ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer function) และจะมีโพลอยู่คู่หนึ่งและคู่เดียวเท่านั้น ซึ่งเราเรียกว่าโพลวิกฤต (critical complex pole) ที่ให้ค่า Q สูงกว่าโพลคู่อื่นๆ ทำให้การสร้างในส่วนนี้ทำได้ยากและมีราคาสูง เนื่องจากต้องใช้อุปกรณ์ที่มีค่าเสถียรภาพสูง (high stability) และการสร้างวงจรขึ้นมาก็ต้องมีความเที่ยงตรงดีพอ

มีบางคนได้เสนอวิธีลดค่า Q โดยการหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชันพิเศษซึ่งเพิ่มคิกรีให้สูง แต่ลดค่า Q ลงฟังก์ชันเหล่านี้หามาได้โดยวิธีออปติไมเซชัน (Optimization) แต่ก็ไม่สามารถกำหนดฟังก์ชันได้อย่างแน่นอนตายตัว เพราะแต่ละฟังก์ชันขึ้นอยู่กับวิธีออปติไมเซชันและเมื่อไม่นานมานี้ได้มีผู้เสนอแนวความคิดใหม่ซึ่งสามารถหาคำตอบได้อย่างแน่นอน แนวความคิดนั้นจะกำหนดโพลโนเมียลชิ้นใหม่ ซึ่งให้คุณสมบัติเหมือนโพลโนเมียลเดิมในช่วงผ่านสัญญาณ แต่ให้ค่า Q ที่ต่ำกว่าเดิม เป็นต้นว่า Premoli [16] ได้นำเอาแนวความคิดใหม่ของการลดความไวของฟิลเตอร์ด้วยการเพิ่มจำนวนโพลวิกฤตมาออกแบบฟิลเตอร์ใหม่ ๒ แบบ คือ มูโครแมฟ (Multiple-Critical-Root-Maximally-Flat) และมูโครเออร์ (Multiple-Critical-Root-Equal-Ripple)

เมื่อเร็วๆ นี้ สโตจาโนวิก (Stojanovic) และพาฟโลวิก (Paylovic) ได้

เสนอบทความซึ่งแนะนำเทคนิคการออกแบบวงจรกรองความถี่ปรับคุณสมบัติได้ระหว่างมูโครแมฟและมูโครเออร์ [18] เทคนิคหนึ่งโดยการใช้รีเมสแอลกอริทึม ซึ่งผลที่ได้ให้วงจรกรองความถี่ที่มีคุณสมบัติระหว่างมูโครแมฟและมูโครเออร์ และขณะเดียวกันยังคงรักษายอดคสั่นให้เท่ากันตลอดในย่านผ่านสัญญาณ

จุดมุ่งหมายของเทคนิคการออกแบบในบทนี้ ก็เพื่อออกแบบให้เพิ่มจำนวนยอดคสั่นในย่านผ่านสัญญาณที่มีคุณสมบัติระหว่างมูโครแมฟและมูโครเออร์ครบสมบูรณ์มากกว่าใน [18] โดยที่จำนวนยอดคสั่นในย่านผ่านสัญญาณจะลดลงทีละยอด

๓.๒ การออกแบบ

กำหนดทรานส์เฟอ์ฟังก์ชันที่ประกอบด้วยโพลทั้งหมด (all pole) ได้เป็น

$$\frac{1}{F_n(s, \epsilon)} = \frac{1}{(1 + s / (\omega_{oc} Q_c) + s^2 / \omega_{oc}^2)^\mu \prod_{i=1}^m (1 - s/s_i)} \quad (3.1)$$

โดยที่

- μ เป็นจำนวนเท่าของโพลคู่วิกฤต
- m เป็นจำนวนซิมเพิลโพล (simple pole) ที่ $S=S_i$ ($i=1, 2, \dots, m$)
- $n = m + 2\mu$ เป็นดีกรีทั้งหมดของทรานส์เฟอ์ฟังก์ชัน

สมมติให้โมดูลัส (Modulus) ω_{oc} ของโพลวิกฤตให้เป็น ๑ และ $h_c = 2^{-1}/Q^2$ ค่าแมกนิจูดสแควร์ (Magnitude square) ของโพลโนรมียลให้เป็น

$$G_n(\omega^2, \epsilon) = (\omega^4 - h_c \omega^2 + 1)^\mu A_{v, m-\nu}(\omega^2) \quad (3.2)$$

โดยที่

$$A_{v,m-v}(\omega^2) = \sum_{i=0}^v a_i \omega^{2i} + \sum_{i=1}^{m-v} a_{v+i} \omega^{2(v+i)} \quad (3.3)$$

ผลรวม (summation) ตัวที่ ๑ และตัวที่ ๒ ในสมการ (๓.๓) เป็นโพลีโนเมียลที่มีคุณสมบัติราบเรียบมากที่สุดที่จุดเริ่มต้น (Maximally flat at origin) และคุณสมบัติเป็นคลื่นที่เท่ากันในช่วงผ่านสัญญาณ (passband equal-ripple) ตามลำดับ

เมื่อ $v = m$, $G_n(\omega^2, \epsilon)$ จะเป็นฟูริเยร์โพลีโนเมียล

เมื่อ $v = 0$, $G_n(\omega^2, \epsilon)$ จะเป็นฟูริเยร์โพลีโนเมียล

คุณสมบัติที่เป็นทั้งฟูริเยร์โพลีโนเมียลและฟูริเยร์โพลีโนเมียลคือ โพลีโนเมียลซึ่งหาได้จาก $G_n(\omega^2, \epsilon)$ ในกรณีที่ $v \neq 0$ และ $m \neq 0$

วงจรกรองความถี่ที่ปรับคุณสมบัติได้แบบที่เป็นเลขชี้กำลังได้จาก [18] แต่ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถที่จะหาวงจรกรองความถี่ที่ปรับคุณสมบัติได้ทุก ๆ แบบทั้งเลขชี้และเลขคู่ ตามลำดับดังนี้

๓.๒.๑ ในกรณีกำหนดค่า h_c ค่าสัมประสิทธิ์ (coefficients) a_0, a_1, \dots, a_v ที่จุดซึ่งมีความราบเรียบที่ $\omega=0$ จะอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 + \epsilon^2 \\ a_i &= \frac{1}{i} (m+1-i) h_c a_{i-1} - \frac{1}{i} (2m+i-2) a_{i-2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

โดยที่ $i = 1, 2, \dots, v$

โดยที่ $a_{-1} = a_{v+1} = a_{v+2} = 0$ ในขณะที่เดียวกันกับที่จะมีค่า loss เท่ากับ $10 \log(1 + \epsilon^2)$ db ที่ $\omega=0$

๓.๒.๒ ตัวสัมประสิทธิ์ที่ไม่รู้ค่าอีก $m-v$ ตัวของ $A(\omega^2)$ หาได้จากการทำรีเมชัน (Remez iteration) โดยกำหนดค่าความถี่จุดยอดคลื่น $m-v+1$ ค่า โดยที่ให้

$$0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{m-v} < \omega_{m-v+1}$$

ถ้าเรารู้ค่าความถี่เหล่านี้ เราจะสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ $a_{v+1}, a_{v+2}, \dots, a_m$ ได้จากสมการเส้นตรง

$$\sum_{i=1}^{m-v} a_{v+i} \omega_j^{2(v+i)} = \frac{C_j}{(\omega_j^4 - h \omega_j^2 + 1)} - \sum_{i=0}^v a_i \omega_j^{2i} \quad (3.5)$$

โดยที่ $j = 1, 2, \dots, m-v$

ค่า $C_j = 1 + \epsilon^2$ หรือ 1 สลับกันไปในแต่ละสมการที่เป็นเลขคู่และเลขคี่

ค่า Q_c หาได้จากความสัมพันธ์

$$G_n(\omega_{m-v+1}^2, \epsilon) = 1 \quad (3.6)$$

เมื่อทำรีเมสอนเทอร์เรชันสมการที่ (๓.๕) เสร็จก็จะได้สัมประสิทธิ์ดังที่ต้องการ

๓.๓ ตัวอย่างการออกแบบและผลการออกแบบ ของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในที่นี้ให้ $\epsilon^2 = 1$ ตำแหน่งของโพลและค่า Q อันดับ n และ $\mu = 2$ ในกรณีที่ต้องการหาทั้งกรณีอันดับคู่และอันดับคี่ แสดงไว้ในตารางที่ ๑ ค่าความถี่ที่จุดตัดของพลาททำให้ใน ๑ เรเดียน/วินาที

รูปที่ ๓.๑ และ ๓.๒ แสดงผลตอบสนองความสูญเสียสัญญาณ (loss response)

ทางย่านผ่านสัญญาณและย่านหยุดสัญญาณและผลตอบสนองกรุปดีเลย์แสดงในรูปที่ ๓.๓ โดยกำหนดให้ $\epsilon = 1$ (ยอดคลื่นในย่านผ่านสัญญาณเท่ากับ 3dB)

๓.๔ สรุป

วิธีการออกแบบดังที่ได้อธิบายไว้ในบทนี้เป็นวิธีการหนึ่งในการออกแบบให้ได้วงจรกรองความถี่ที่ให้คุณสมบัติประกอบกันระหว่างมูโครแมฟและมูโครเออร์นี่ ทำให้นักออกแบบสามารถเลือกคุณสมบัติได้อล่องตัวขึ้นและยังให้ค่าความไวต่ำกว่าฟิลเตอร์ที่มีอยู่เดิม

สำหรับในกรณีที่ต้องการออกแบบในย่านความถี่ปานกลางหรือความถี่สูงก็สามารถทำได้โดยการใช้วิธีแปลงความถี่ (frequency transformation)

Table I. The pole location and Q-factors for the ninth-order transitional Mucromaf-Microer filters.

ω_{01}	Q_{01}	ω_{02}	Q_{02}	ω_{03}	Q_{03}	ω_{0c}	Q_c
0.865084	0.5	0.874697	0.544668	0.909651	0.732333	1.067662	1.794610
0.655285	0.5	0.668423	0.557648	0.717945	0.831546	0.979971	3.313055
0.483026	0.5	0.499692	0.585017	0.569243	1.163875	0.977666	4.562070
0.401542	0.5	0.428383	0.632260	0.615360	2.418588	0.978957	5.502634
0.278380	0.5	0.316589	0.768626	0.664941	3.359056	0.980383	6.180754
0.218573	0.5	0.349710	1.511294	0.691298	3.945004	0.981189	6.652932
0.105828	0.5	0.283445	1.921641	0.703713	4.230295	0.981741	6.892799

NB The numerical values for even y are taken from Ref. [3]

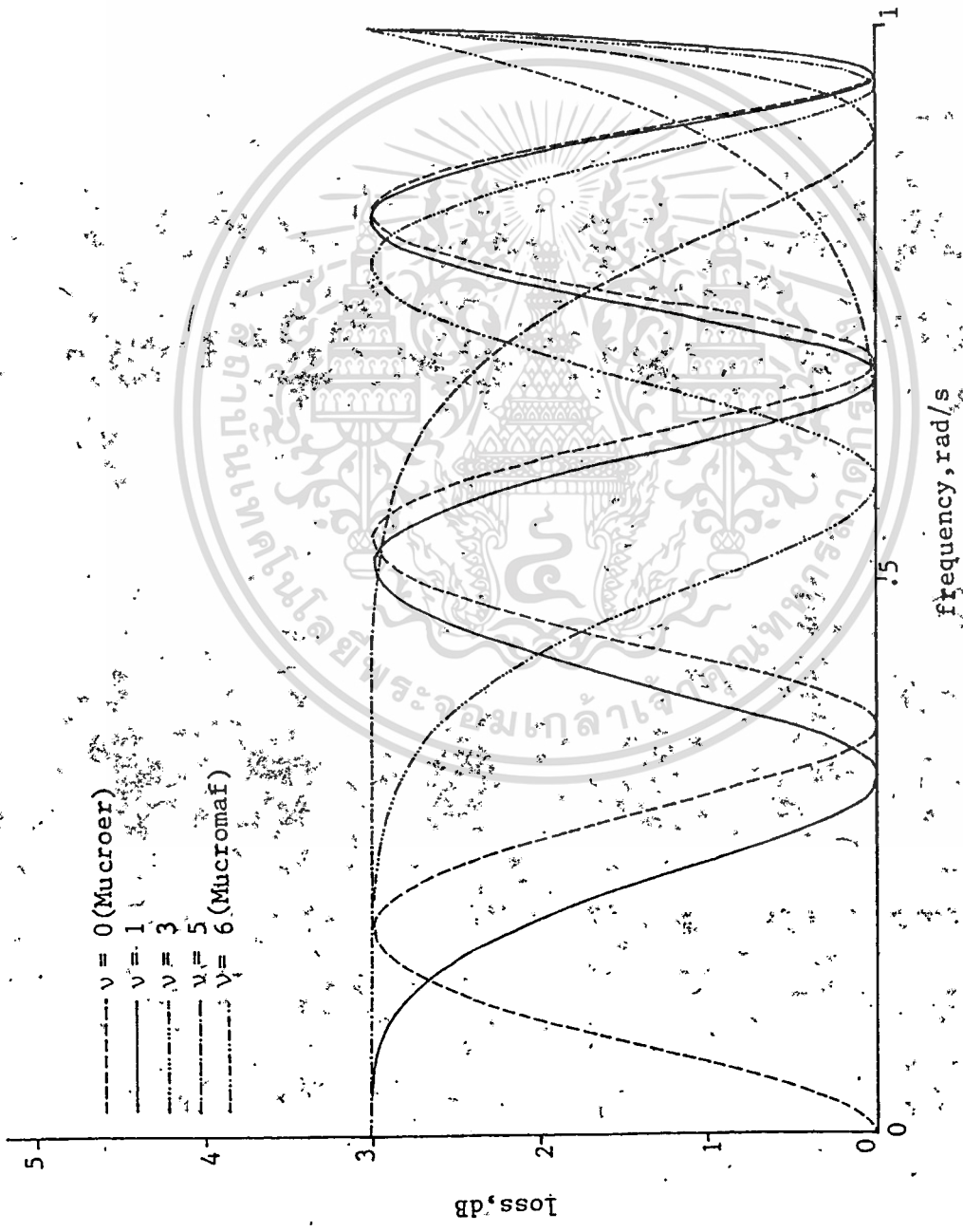


Fig (3.1) P. Thajchayapong et al

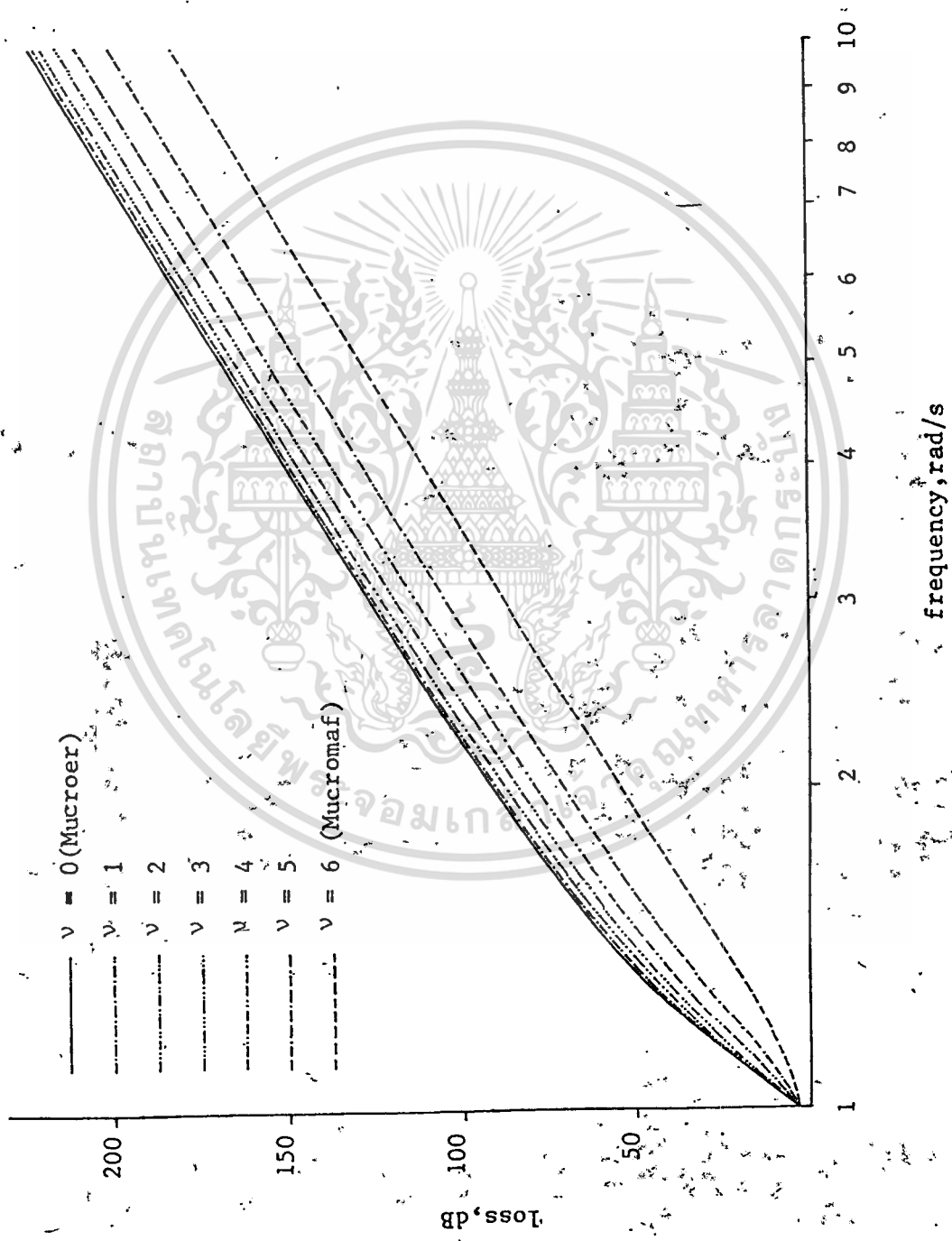


Fig 3.2

P. Thajchayapong et al

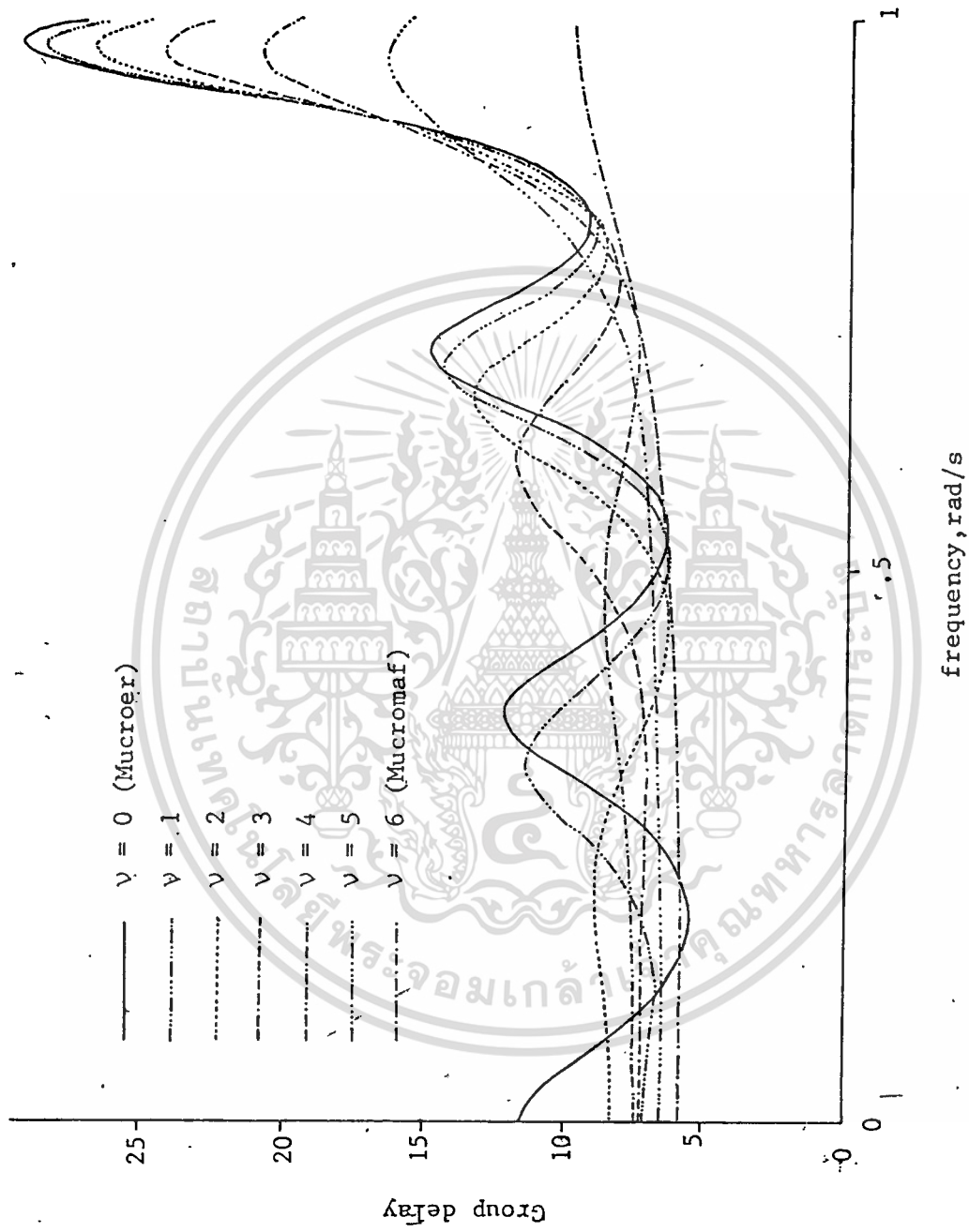


Fig 3.3:

P. Thajchayapong et al

บทที่ ๔

ภูมิหลังของการออกแบบวงจรกรองความถี่ดิจิทัล

๔.๑ ทั่วไป

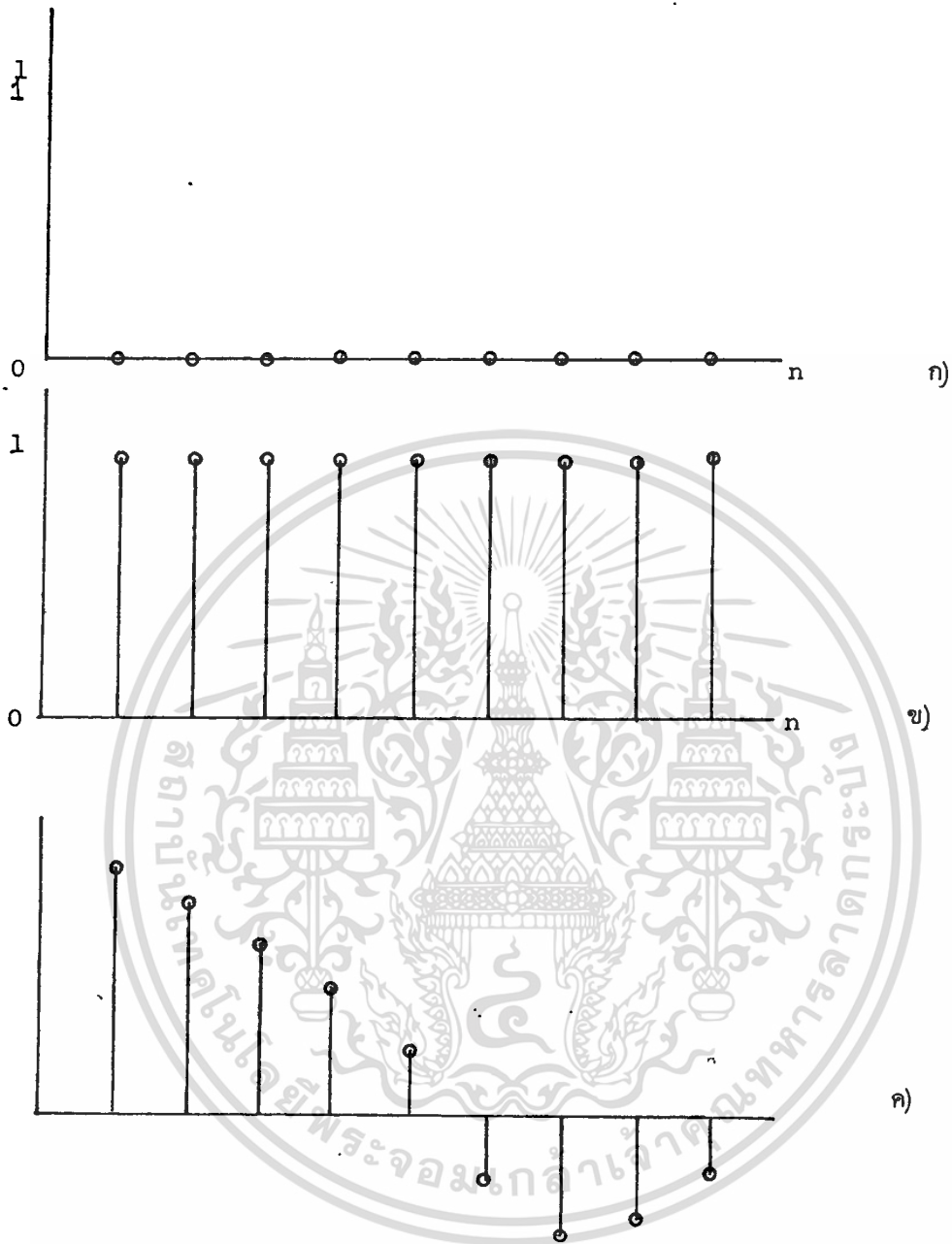
สัญญาณที่ใช้กันในปัจจุบัน ถ้าจะแบ่งตามโพรเซส (Process) ในแกนเวลา จะแบ่งได้ ๒ แบบคือ

๔.๑.๑ สัญญาณที่มีความต่อเนื่องทางแกนเวลา หรือ สัญญาณอนาลอก (analog signal) คณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานสำหรับสัญญาณประเภทนี้คือลาปลาซทรานส์ฟอร์ม (Laplace Transform)

๔.๑.๒ สัญญาณที่ไม่มีความต่อเนื่องทางแกนเวลา หรือสัญญาณดิจิทัล (Digital signal) คณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานสำหรับสัญญาณประเภทนี้คือ Z-ทรานส์ฟอร์ม (Z-Transform)

๔.๒ นิยามเบื้องต้น (Preliminary Definition) [19]

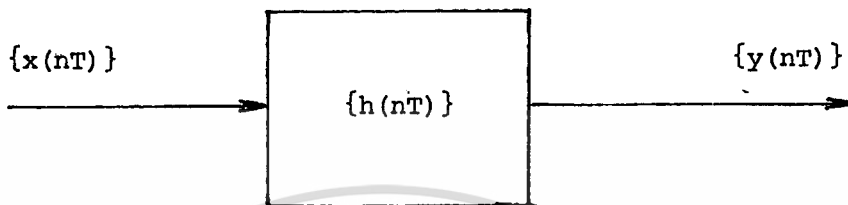
สัญญาณที่ไม่มีความต่อเนื่องในแกนเวลาจะประกอบด้วยลำดับของสัญญาณ (sequence) $\{x(nT)\}_n$ เป็นตรรกะที่มีแปรค่าในช่วงใดๆ T เป็นคาบเวลาที่ใช้ในการแซมปลิง (sampling) รูปข้างล่างเป็นตัวอย่างของสัญญาณที่ไม่มีความต่อเนื่องทางแกนเวลา



รูปที่ ๔.๑ สัญญาณที่ไม่มีความต่อเนื่องทางแกนเวลา

- (ก) ยูนิทอิมพัลส์ (unit impulse)
- (ข) ยูนิทสเตป (unit step)
- (ค) สัญญาณลักษณะไซคัส (Sinusoidal)

ระบบของเวลาที่ไม่มีความต่อเนื่อง (discrete time system) จะทำงานได้ต่อเมื่อสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณดิจิทัล และให้สัญญาณออกเป็นสัญญาณดิจิทัล



รูปที่ ๔.๒ ระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรกับเวลาและไม่มีความต่อเนื่อง

๔.๓ ความหมายของวงจรกรองความถี่ดิจิทัล

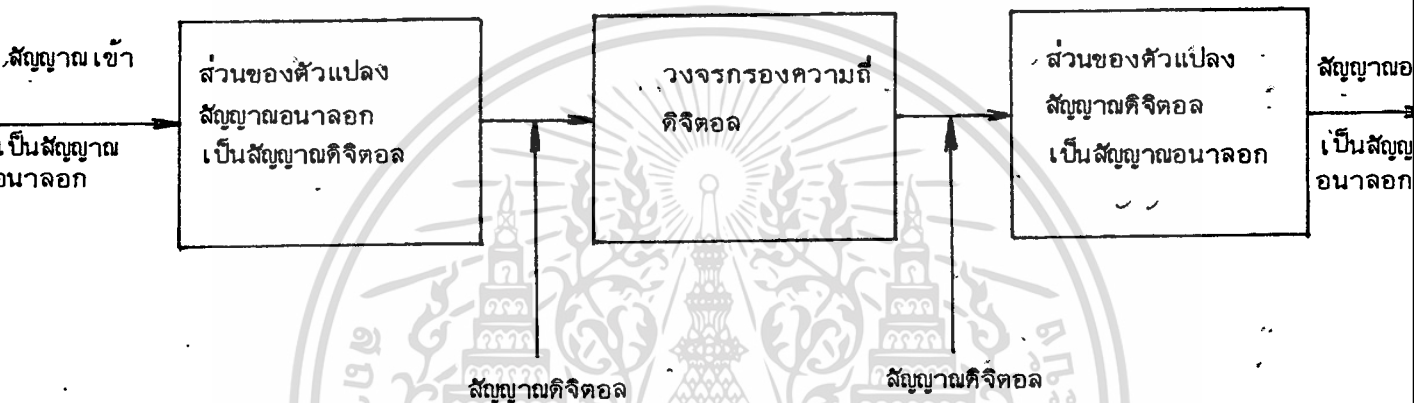
วงจรกรองความถี่ดิจิทัลคือวงจรกรองความถี่ที่ทำงานกับสัญญาณที่มีรูปแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete signal) โดยปกติทั่วๆ ไปสัญญาณจะอยู่ในรูปต่อเนื่อง (Continuous signal) การทำงานเกี่ยวกับสัญญาณต่อเนื่องนี้จะใช้วงจรกรองความถี่ชนิดพาสซีฟ (Passive Filter) อันประกอบด้วยตัวความต้านทาน ตัวเก็บประจุ และขดลวดเป็นพื้นฐาน หรือวงจรกรองความถี่ชนิดแอ็คทีฟ (Active Filter) ซึ่งใช้พวกทรานซิสเตอร์ (Transistor) หรือออปแอมป์ (Operation amplifier) แต่เนื่องจากสัญญาณดิจิทัลประกอบด้วยหน่วยเลขฐานสอง (Binary bit) ดังนั้นอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรกรองความถี่ดิจิทัลจึงประกอบด้วยหน่วยความจำ ตัวคูณเลข ตัวหารเลข ตัวบวกเลขและตัวลบเลข ทำให้มีข้อได้เปรียบกว่าวงจรกรองความถี่ของสัญญาณต่อเนื่องตรงที่สามารถเก็บสัญญาณที่จะกรองได้นานกว่าและสามารถที่จะสร้างวงจรกรองความถี่ให้มีความถูกต้องแม่นยำได้ด้วยการเพิ่มจำนวนเลขฐานสอง

๔.๔ แนะนำวงจรกรองความถี่ดิจิทัล (Introduction in digital Filter) [19,20]

วงจรกรองความถี่ดิจิทัลทำงานโดยแปลงสัญญาณที่ต่อเนื่องให้เป็นสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่อง โดยวิธีการแซมปลิง สัญญาณต่อเนื่องด้วยความถี่ที่สูงกว่าหรืออย่างน้อยเท่ากับสองเท่าของความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ลึกทั้งห้าปี หักตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สูงสุดของสัญญาณต่อเนื่อง เพื่อทำให้ผลตอบสนองของวงจรรองความถี่ดิจิทัลยังคงถูกต้องในทุกๆ ความถี่ของสัญญาณนั้น กระบวนการคำนวณของวงจรรองความถี่ดิจิทัลจะเปลี่ยนกลุ่มของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่อง (Digital signal sequence) ให้เป็นกลุ่มของสัญญาณที่ต่อเนื่องอีกกลุ่มหนึ่งตามคุณสมบัติของวงจร ดังได้แสดงไว้ในรูปที่ ๔.๓



รูปที่ ๔.๓ การใช้วงจรกรองความถี่ดิจิทัลกับสัญญาณอนาลอก

๔.๕ ข้อดีของวงจรกรองความถี่ดิจิทัล

วงจรกรองความถี่ดิจิทัลทำงานได้อย่างถูกต้องและแม่นยำค่าสัมประสิทธิ์ของทรานสเฟอริงฟังก์ชันของวงจรสามารถออกแบบให้มีคุณสมบัติตำแหน่งก็ได้ จึงทำให้วงจรกรองความถี่ดิจิทัลมีความคล่องตัวสูงในการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของวงจรตามความต้องการในขณะที่วงจรกรองความถี่ของสัญญาณต่อเนื่องทำไม่ได้

๔.๖ ปัญหาการออกแบบ (Problem on using of Idealized Filter)

จุดประสงค์ในการออกแบบของวงจรกรองความถี่ดิจิทัลโดยทั่วไปแล้ว ต้องการให้ผลตอบสนองแปรผันไปตามความถี่ ผลตอบสนองที่ว่าคือ

๔.๖.๑ ผลตอบสนองขนาด (Magnitude)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

๔.๖.๒ ผลตอบสนองเฟส (Phase) หรือ-กรุปดีเลย์ (Group delay)

ในการออกแบบเพื่อให้ได้ผลตอบสนองตามประสงค์นั้น สามารถใช้วิธีการออกแบบได้สองวิธีคือ

๑. การหาสูตรสำเร็จ (Analytical solution)
๒. การใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ (Computer aided)

๔.๗ รูปแบบของวงจรกรองความถี่ดิจิทัล [19,20]

สามารถแบ่งตามลักษณะการทำงานได้เป็น ๒ รูปแบบคือ

๔.๗.๑ แบบนอนรีเคอร์ซีฟ (Non-Recursive Digital Filter) เป็นวงจรกรองความถี่ที่มีผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัด (Impulse response finite duration) สามารถแสดงสมการความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณเข้า $X(nT)$ กับสัญญาณออก $Y(nT)$ ได้เป็น

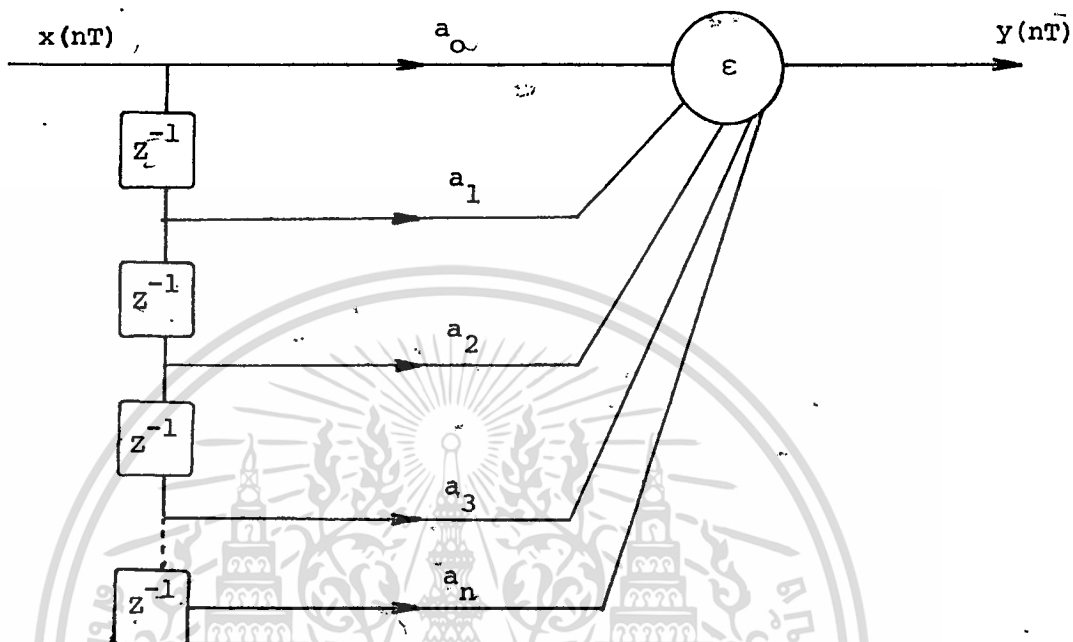
$$Y(nT) = \sum_{i=0}^n a_i X(nT-iT) \quad (4.1)$$

แปลงให้อยู่ในแกนความถี่โดยใช้ Z-ทรานส์ฟอร์ม

$$Y(Z) = X(Z) \sum_{i=0}^n a_i Z^{-i} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} H(Z) &= \frac{Y(Z)}{X(Z)} \\ &= \sum_{i=0}^n a_i Z^{-i} \end{aligned} \quad (4.3)$$

จากสมการ (๔.๒) หรือสมการ (๔.๓) สามารถเขียนเป็นรูปแผนภูมิได้ดังรูปข้างล่าง



รูป ๔.๔ แผนภูมิของวงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบนอนรีเคอร์ซีฟ

๔.๗.๒ แบบรีเคอร์ซีฟ (Recursive digital Filter) เป็นวงจรกรองความถี่ที่มีผลตอบสนองอิมพัลส์อนันต์ (Impulse response infinite duration) โดยมีความสัมพันธ์ของสัญญาณเข้าซึ่งแทนด้วย $X(nT)$ กับสัญญาณออกที่แทนด้วย $Y(nT)$ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$Y(nT) = \sum_{i=0}^m a_i X(nT-iT) - \sum_{i=1}^n b_i Y(nT-iT) \quad (4.4)$$

เมื่อ T เป็นช่วงเวลาในการแซมปลิง

สมการ (๔.๔) แปลงให้อยู่ในแกนความถี่โดยใช้ Z-ทรานส์ฟอร์ม

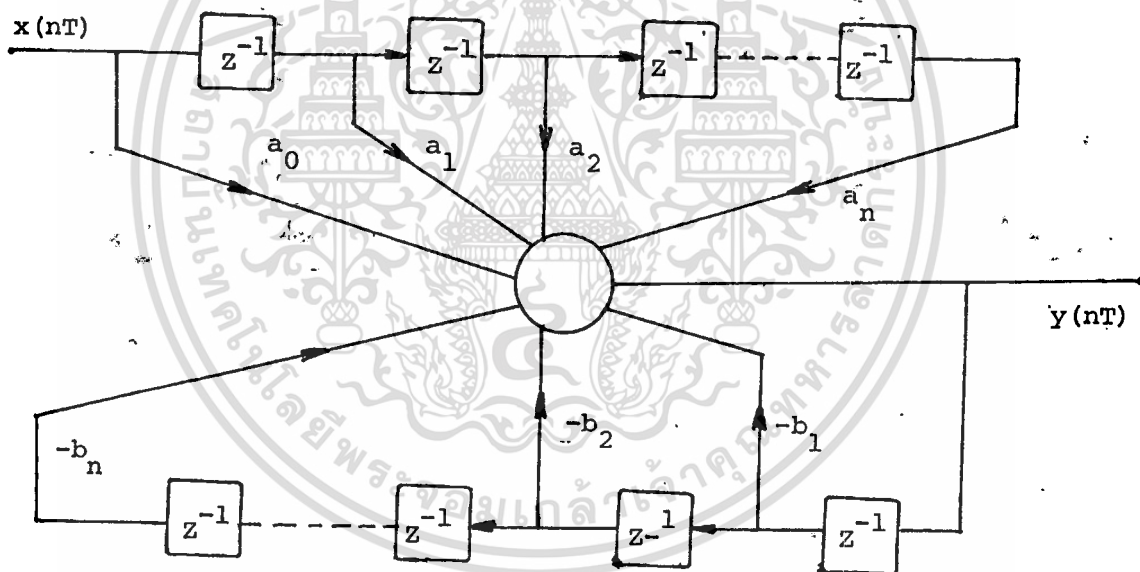
$$Y(Z) = X(Z) \sum_{i=0}^m a_i Z^{-i} - Y(Z) \sum_{i=1}^n b_i Z^{-i} \quad (4.5)$$

ทรานส์ฟอร์มฟังก์ชันของวงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟ คือ

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)}$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^m a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^n b_i z^{-i}} \quad (4.6)$$

สมการ (๔.๕) หรือสมการ (๔.๖) สามารถเขียนรูปแผนภูมิได้ดังรูปข้างล่าง



รูป ๔.๕ แผนภูมิของวงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีโควีร์

ข้อแตกต่างของวงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีโควีร์และแบบนอนรีโควีร์จะพิจารณาได้จากความมีเสถียรภาพของระบบคือแบบนอนรีโควีร์นั้นจะรับประกันได้ว่าระบบจะเสถียรเสมอ ทั้งนี้เพราะทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของระบบมีแต่ขั้ว (zero) เพียงอย่างเดียวส่วนวงจรกรองความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบรีเคอร์ซีฟ เสถียรภาพของระบบนี้ขึ้นอยู่กับตำแหน่งโพลที่อยู่ในวงกลมรัศมีเท่ากับหนึ่งในระนาบ Z ระบบนั้นจะเสถียรนอกจากนี้วงกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟจะให้อัตราความคม (cut-off-rate) สูงกว่าแบบนอนรีเคอร์ซีฟ ที่เป็นเช่นนี้เนื่องมาจากโพลของแบบรีเคอร์ซีฟ

๔.๘ การแปลงทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรกรองความถี่อนาลอกไปเป็นดิจิทัล (Transformation of Analog filter to Digital filter) [19,20,21]

ในการออกแบบวงจรกรองความถี่ดิจิทัลบางครั้ง ถ้าออกแบบทางอนาลอกก่อนอาจจะง่ายหรือเลือก วงจรกรองความถี่อนาลอกจากคู่มือการออกแบบที่มีคุณสมบัติตรงตามวงจรกรองความถี่ดิจิทัลที่ต้องการก็สามารถแปลงจากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของอนาลอกไปเป็นดิจิทัลได้ ด้วยการใช้อนุกรมกำลังทรานส์ฟอร์ม (Bilinear Transform) โดยมีหลักการคือแทน S ด้วย $\frac{Z-1}{Z+1}$ ส่วนความสัมพันธ์ของความถี่ที่จุดใดๆ ระหว่างอนาลอกกับดิจิทัลหาได้โดย

$$\text{ให้ } S = j\omega_A \quad (A \text{ หมายถึงอนาลอก}) \quad (4.7)$$

$$Z = e^{j\omega_D T} \quad (D \text{ หมายถึงดิจิทัล}) \quad (4.8)$$

$$S = \frac{Z-1}{Z+1} \quad (4.9)$$

แทนค่า สมการ (๔.๘) ด้วย (๔.๗) และ (๔.๙)

$$j\omega_A = \frac{e^{j\omega_D T} - 1}{e^{j\omega_D T} + 1}$$

$$j\omega_A = \frac{e^{\frac{j\omega_D T}{2}} - e^{-\frac{j\omega_D T}{2}}}{e^{\frac{j\omega_D T}{2}} + e^{-\frac{j\omega_D T}{2}}}$$

$$j\omega_A = \frac{j \sin \frac{\omega_D T}{2}}{\cos \frac{\omega_D T}{2}}$$

$$= j \tan \frac{\omega_D T}{2}$$

$$\omega_A = \tan \frac{\omega_D T}{2}$$

ฉะนั้นถ้ารู้จุดตัดของวงจรรองความถี่นาลอก จะคำนวณหาจุดตัดของวงจรรองความถี่จัตตอลได้ เสถียรภาพของวงจรรองความถี่จัตตอลที่ได้ ขึ้นอยู่กับเสถียรภาพของวงจรรองความถี่นาลอกเดิมโดยตรง



บทที่ ๔

เทคนิคที่ ๒ : การออกแบบดิจิทัลฟิลเตอร์โดยวิธีแปลงตัวแปร

(Technique 2 : A digital Filter Design by Transform Variable Method

๔.๑ บทนำ

วิธีมาตรฐานในการออกแบบเซฟิเซฟ IIR ดิจิตอลฟิลเตอร์ซึ่งมีกำลัง n จะมีซีโรที่ $Z = -1$ จำนวน n หรือไม่มีเลยทั้งนี้ขึ้นอยู่กับว่าเราใช้ฟังก์ชัน tangent หรือ ฟังก์ชัน sine ในการออกแบบโดยใช้ขนาดกำลังสอง (Magnitude square) หรือวิธีไปลิเนียร์ทรานส์ฟอร์ม (Bilinear Transform) ก็ได้ จำนวนซีโรดังกล่าวก็จะมีจำนวน n เสมอ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะบรรยายถึงการนำทรานส์ฟอร์มมาใช้ในการออกแบบเซฟิเซฟ IIR ดิจิตอลฟิลเตอร์กำลัง n เพื่อให้จำนวนซีโรที่ $Z = -1$ มีจำนวนเท่าใดก็ได้ที่ไม่เกิน n นอกจากนี้ยังอธิบายวิธีการปรับความคมการกำจัดโดยกำหนดซีโรซึ่งอยู่ใกล้ขอบของย่านสัญญาณผ่าน ในขณะที่ยังรักษาคุณสมบัติของเซฟิเซฟในย่านที่สัญญาณผ่าน

๔.๒ การออกแบบ

จากกฎทรานส์ฟอร์มระหว่างระนาบ S และระนาบ W [6]

$$W = \sqrt{1 + \frac{W^2}{s^2}} \quad , \quad \text{Re} [w] \geq 0 \quad (5.1)$$

เราได้กฎทรานส์ฟอร์มจากการแทนค่าของ

$$s = \frac{Z-1}{Z+1} \quad (5.2)$$

แทนลงในสมการ (5.1) จะได้ว่า

$$W^2 = 1 + \tan^2 \frac{W_{PD}}{2}, \operatorname{Re} [w] > 0 \quad (5.3)$$

$$\left[\frac{Z-1}{Z+1} \right]^2$$

ซึ่ง W_{PA} และ W_{PD} เป็นขอบของย่านที่สัญญาณผ่านสำหรับอนาลอกและดิจิทัล
ชนิดวงจรรองความถี่ต่ำผ่านตามลำดับ จุดที่น่าสนใจ 2 ข้อ ของวงจรรองความถี่แบบดิจิทัล
ชนิดสัญญาณความถี่ต่ำผ่านสามารถออกแบบได้ดังนี้

5.2.1 วงจรรองชนิด IIR ที่มีจำนวนขั้วที่ $Z = -1$

สำหรับวงจรรองสัญญาณความถี่ต่ำผ่านแบบ IIR กำลังที่ n กำหนดให้ m
และ $n-m$ เป็นจำนวนของขั้วที่ $Z = -1$ และ $Z = 0$ ตามลำดับ ใช้สมการ (5.3)
ในการทรานส์ฟอร์มเป็นระนาบ W จะได้ $W = 1$ และ $(1 + \tan^2 \frac{W_{PD}}{2})^{1/2}$ และ
ได้สมการโพลีโนเมียล [6]

$$E(W^2) + WF(W^2) = [W+1]^m \left[W + (1 + \tan^2 \frac{W_{PD}}{2})^{1/2} \right]^{n-m} \quad (5.4)$$

โดยที่ $E(W^2)$ และ $F(W^2)$ เป็นส่วนที่เป็นจำนวนคู่และคี่ของโพลีโนเมียล
ตามลำดับ ทรานส์ฟอร์มฟังก์ชัน ในรูปของระนาบ W กับคลื่นที่เท่ากันในย่านสัญญาณผ่าน และ
รายละเอียดของขั้วโพลีโนเมียล จะหาได้โดย

$$\begin{aligned} |H(W)|^2 &= H(W) + H(-W) \\ &= \frac{E^2(W^2) - W^2 F^2(W^2)}{(1+k_p^2) E^2(W^2) - W^2 F^2(W^2)} \end{aligned} \quad (5.5.a)$$

$$H(-W) = \frac{E(W^2) - WF(W^2)}{\sqrt{1+k_p^2} E(W^2) - WF(W^2)} \quad (5.5.b)$$

โดยที่ k_p เกี่ยวข้องกับ α_p ถือเป็นค่าสูญเสียในย่านที่สัญญาณผ่าน

$$k_p^2 = 10^{\alpha_p/10} - 1 \quad (5.6)$$

จุดประสงค์ของวงจรกรองความถี่ชนิด IIR โดยฟังก์ชันขนาดกำลังสองสามารถหาได้จากสมการ (5.5.b) โดยวิธีการทรานส์ฟอร์ม

$$\begin{aligned} |H(z)|^2 &= H(z)H(z^{-1}) \\ &= |H(w)|^2 \left| \frac{w^2 - 1}{w^2 + 1} \right|^2 \\ &= |H(w)|^2 \left| \frac{\left\{ \frac{(z-1)}{(z+1)} \right\}^2}{\left\{ \frac{(z-1)}{(z+1)} \right\}^2} \right|^2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

5.2.2 วงจรกรองชนิด IIR ชนิดที่มีความคมที่จุดเปลี่ยนสัญญาณ

ถ้ากำหนดจำนวนคู่ของซีโรที่ $z = e^{\pm j\omega_i}$ โดยที่ $\pi \geq \omega_i > \omega_{PD}$

ดังนั้นจะเหลือซีโรที่ $z = -1$ อยู่จำนวน $n - 2P$ ความคมของจุดตัดสัญญาณหาได้จากสมการ (5.3) และ (5.4)

$$E(w^2) + WF(w^2) = \left[w + \left\{ 1 + \left(\frac{\tan^2 \frac{\omega_{PD}}{2}}{\tan^2 \frac{\omega_i}{2}} \right) \right\}^{1/2} \right]^{2P} [w + 1]^{N-2P}$$

โดยที่ $2P \leq n$ ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรกรองแบบดิจิทัล

สามารถหาได้โดยใช้สมการ (5.5), (5.6), (5.7) ตามลำดับ

5.3 ตัวอย่างการออกแบบ

เพื่อให้เข้าใจกับหลักงานออกแบบในหัวข้อ 5.2 จะสมมติให้วงจรกรองความถี่
อันดับที่ 6 ในที่นี้หัวข้อที่ 5.21 ให้ $\alpha_p = 3 \text{ dB}$, $W_{PD} = 1$ เรเดียม/วินาที,
 $m = 3$, $n-m = 3$ จะได้

$$H(Z) = \frac{2.766215 \times 10^{-3} (Z+1)^3}{(Z^2 - 1.668339Z + 0.747975)(Z^2 - 1.352446Z + 0.81334)(Z^2 - 1.0779172Z + 0.929357)}$$

ในหัวข้อที่ 5.2.2 ให้ $\alpha_p = 3 \text{ dB}$, $W_{PD} = 1$ เรเดียม/วินาที
 $P = 1$ และ $N - 2P = 4$ จะได้

$$H(Z) = \frac{1.741084 \times 10^{-3} (Z+1)^4 (Z^2 - 0.6306 + 5Z + 1)}{(Z^2 - 1.602331Z + 0.713555)(Z^2 - 1.280609Z + 0.83403)(Z^2 - 1.077652Z + 0.953002)}$$

5.4 ผลการออกแบบ

วิธีการออกแบบดังที่อธิบายในบทนี้ ได้ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยแก้ปัญหา โดยเขียน โปรแกรม
ไว้สำเร็จเพื่อหาค่าตอบสนอง โดยที่โปรแกรมได้แสดงไว้ในภาคผนวก

รูป 5.1, และ 5.2 แสดงผลตอบสนองความสูญเสียสัญญาณ (Loss
response) ทางย่านผ่านสัญญาณและย่านหยุดสัญญาณตามลำดับ และเป็นไปตามกรณีของ

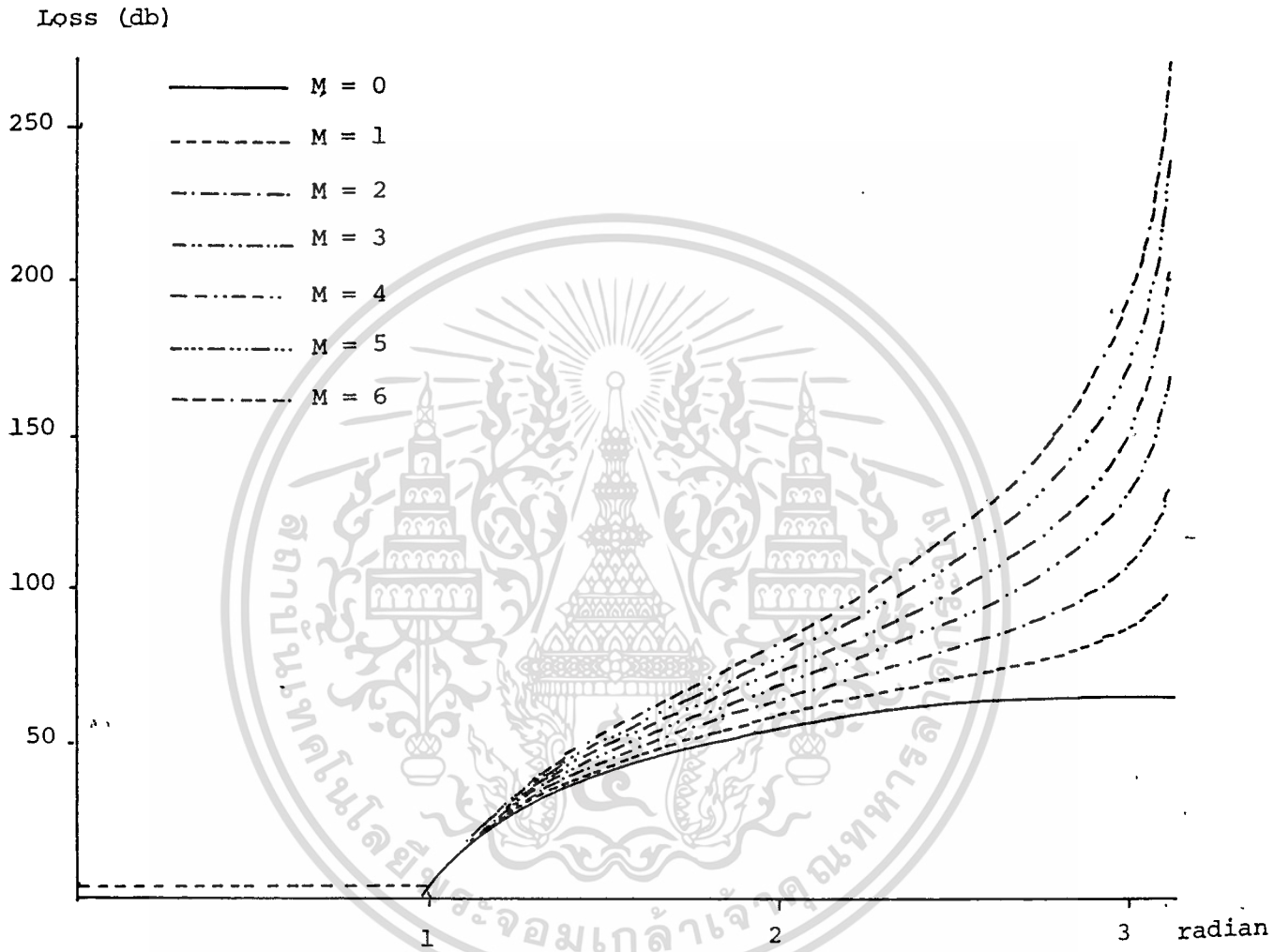
5.2.1

รูป 5.3 และ 5.4 แสดงผลตอบสนองความสูญเสียสัญญาณ (Loss response)
ทางย่านผ่านสัญญาณและย่านหยุดสัญญาณตามลำดับและเป็นไปตามกรณีของ 5.2.2

5.5 สรุป

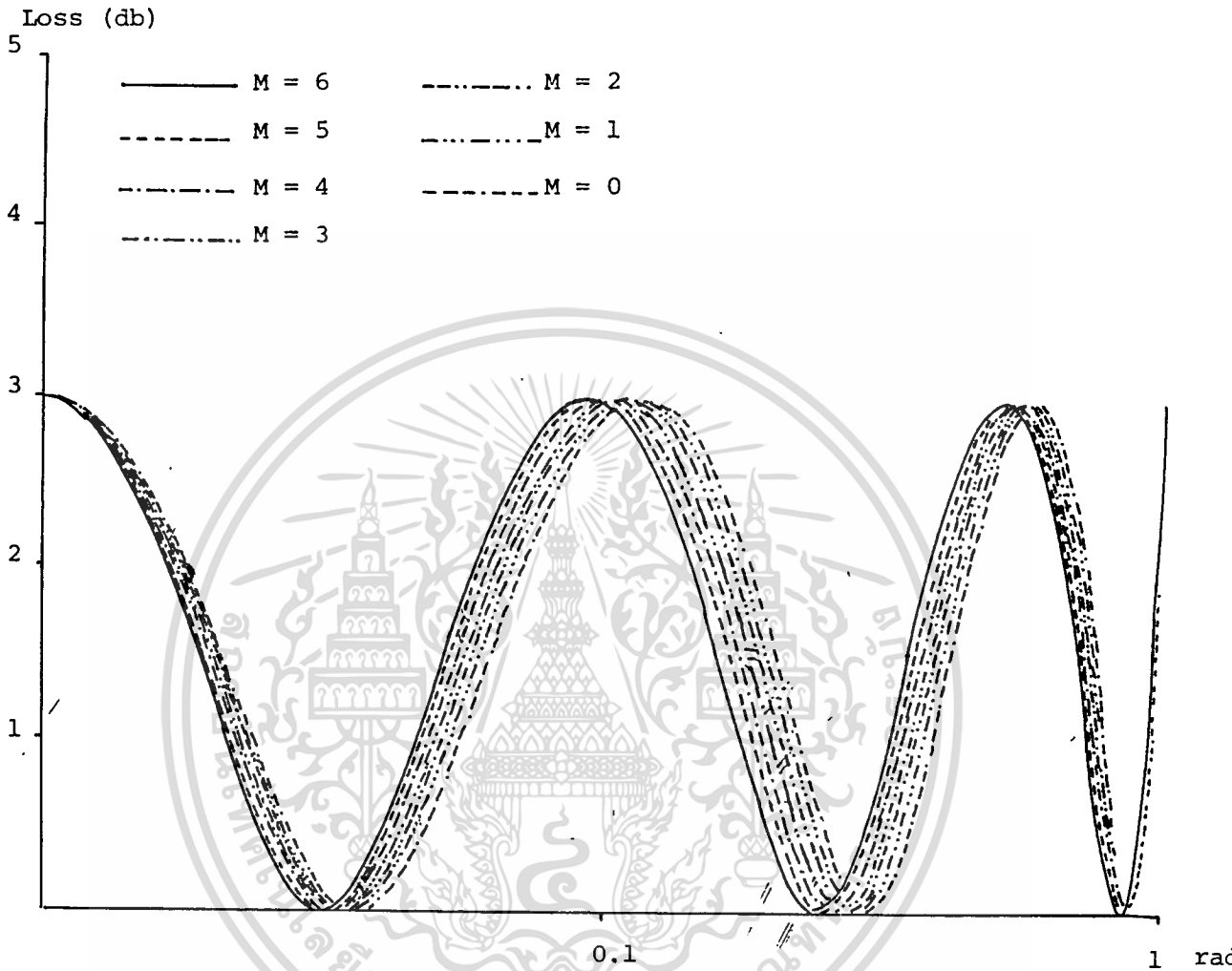
วิธีการออกแบบดังที่ได้อธิบายไว้ในบทนี้ เป็นการออกแบบวงจรกรองความถี่ ดิจิตอลแบบเซฟพีเซฟ IIR โดยการใช้วิธีการของทรานส์ฟอร์ม ซึ่งอาจจะกำหนดซีโร ได้ ดังเช่น

1. กำหนดซีโรที่ $z = -1$ สามารถทำให้มีโมโนโทนในย่านที่สัญญาณไม่ผ่าน
2. กำหนดซีโรที่ $z = e^{\frac{+j\omega}{i}}$ โดยที่ซีโรกำหนดให้ไม่อยู่ในย่านที่สัญญาณผ่านจะสามารถทำให้ความคมของจุดตัดสัญญาณมีความคมมาก
ดังนั้นสามารถที่จะกำหนดซีโรที่ตำแหน่งใดก็ได้ที่อยู่นอกช่วงที่สัญญาณผ่าน โดยจะไม่ไปรบกวนคุณสมบัติของคลื่นที่เท่ากันในย่านสัญญาณผ่านเลย



รูปที่ 5.1

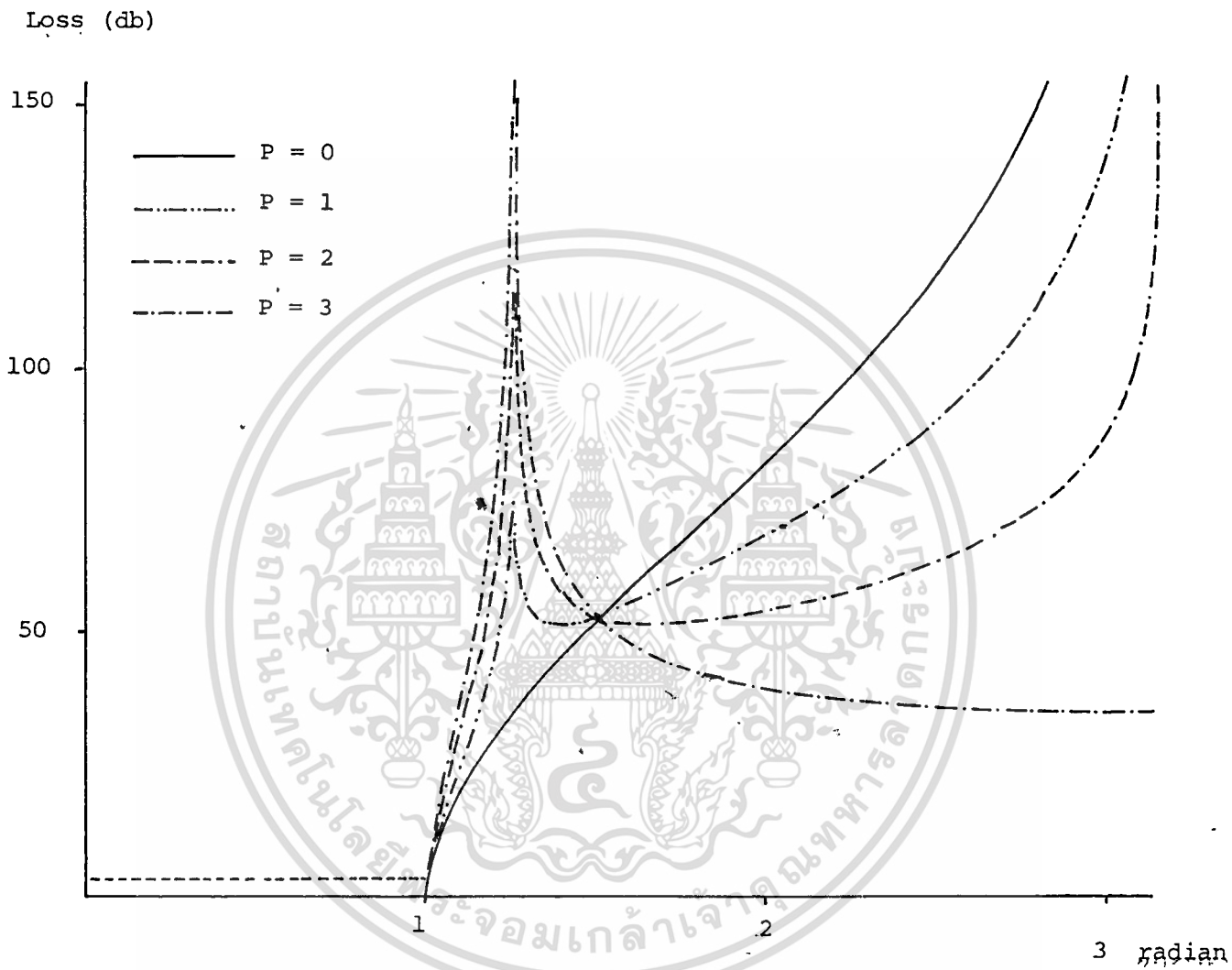
P. Thajchayapong et al.



รูปที่ 5,2

P, Thajchayapong et al.

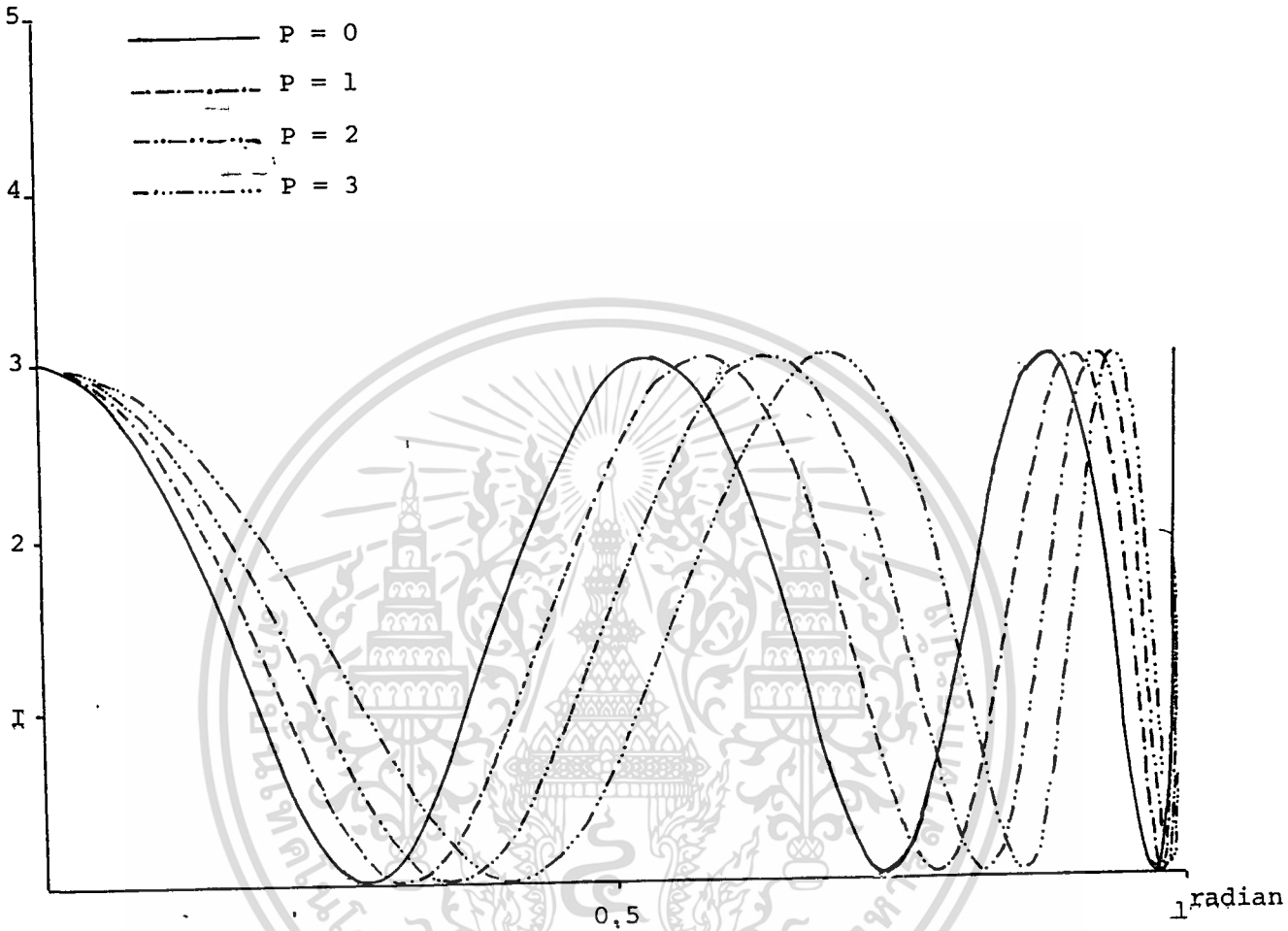
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไปว่ากรกฏีโดยทั้งสี่บ ลึกซึ้งห้าวหาญให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.3

P. Thajchayapong et al.

Loss (db)



รูปที่ 5.4

P.Thajchayapong et al.,

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุป

บทที่ 1 กล่าวถึงปัญหาที่เป็นที่มาของวิทยานิพนธ์ และเทคนิคริเริ่ม บทที่ 2 กล่าวถึงภูมิหลังของวงจรกรองความถี่อนาล็อก บทที่ 4 กล่าวถึงภูมิหลังของวงจรกรองความถี่ดิจิตอล บทที่ 4 กล่าวถึงการประมาณที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ บทที่ 3 ได้กล่าวถึงการออกแบบวงจรกรองความถี่ที่ปรับคุณสมบัติได้แบบมูโครแมฟ-มูโครเออร์ เป็นการออกแบบที่ต้องการจะลดค่า Q ลง โดยการเพิ่มโพลวิกฤตเข้าไปในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน โดยจะแสดงการออกแบบในกรณีที่จำนวนยอดคลื่น (ripple peak) ในช่วงผ่านสัญญาณ เป็นเลขทั้งจำนวนคู่และจำนวนคี่ บทที่ 5 ได้กล่าวถึงการออกแบบวงจรกรองความถี่ดิจิตอลแบบบรีเคอร์ซีฟ หรือวงจรกรองความถี่ที่มีผลตอบสนองอิมพัลส์อนันต์ (Impulse response infinite duration) เป็นการออกแบบวงจรที่ใช้วิธีการทรานส์ฟอร์ม เพื่อที่จะให้มีการกำหนดซีโร่ ณ ตำแหน่งใดก็ได้ที่อยู่นอกช่วงที่สัญญาณผ่าน โดยที่ในย่านสัญญาณผ่าน ยังเป็นช่วงที่ยอดคลื่นที่เท่ากัน (equal ripple อยู่)

ผลจากเทคนิคในบทที่ 3 ได้หาค่าตำแหน่งของโพลและค่า Q ซึ่งหาจากตำแหน่งของโพลที่อยู่ใกล้แกนจินตยะมากที่สุด เพื่อพิจารณาความไวของระบบ (Sensitivity) ถ้าค่า Q ยิ่งสูงระบบจะยิ่งมีความไวมากเท่านั้น ในที่นี้จะสังเกตเห็นว่า ถ้า Q มีค่าสูงมากหรือตำแหน่งของโพลที่อยู่เกือบติดกับแกนจินตยะแล้วระบบจะมีโอกาสไม่เสถียร

เสถียรภาพของวงจรกรองความถี่ บทที่ 5 ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของซีโร่โดยไม่จำเป็นต้องอยู่ ณ ตำแหน่งที่ $Z = -1$ เป็นจำนวนเท่ากับอันดับเสมอไปอาจจะอยู่ที่ตำแหน่ง $Z = e^{\pm j\omega_i}$ ก็ได้ ซึ่งจะเพิ่มความคมของจุดตัดสัญญาณ

ข้อเสนอแนะสำหรับผู้ต้องการทำวิจัยต่อจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้พอจะเสนอแนะได้ดังต่อไปนี้

1. ออกแบบให้ช่วงความถี่กลางผ่าน (Bandpass filter)

ในวงจรกรองความถี่แบบดิจิตอล โดยการใช่วิธีทรานส์ฟอร์ม ซึ่งเป็นวิธีที่จะใส่ฟังก์ชันเข้าไป

เพื่อที่จะต้องการให้มีความคมปรากฏมากยิ่งขึ้น โดยค่าความสูญเสียในย่านไม่ต้องการให้
สัญญาณผ่านจะปรากฏจำนวนคลื่น (ripple peak) ขึ้น และอาจจะปรับจุดศูนย์กลาง
ของย่านสัญญาณผ่านได้



บทความและหนังสืออ้างอิง

- [1] D.E.Johnson "Introduction to filter Theory"
Prentice - Hall, New Jersey, 1976
- [2] Harry Y-F Lam, "Analog and digital filter"
Prentice - Hall, New Jerry, 1979
- [3] F.KUO, "Network Analysis & Synthesis"
John Wiley & Sons, 1966
- [4] A.Budak, Passive and Active Network Analysis and Synthesis,
"Houghton Mifflin, 1974
- [5] G. C Temes, J.W Lapatra "Introduction to circuit synthesis
and design" Mcgraw-Hill, 1977
- [6] G. C Temes, S.K Mitra, "Modern filter theory and Design",
Wiley; 1973
- [7] F.F. Kuo, W.G Mognuson "Computer oriented circuit design"
Prentice - Hall
- [8] George Szentirmai "Computer - Aided Filter design"
IEEE Press Inc, New york 1973
- [9] Louis Weinberg "Network Analysis & Synthesis"
Kogakusha Company, 1967
- [10] M.E. Vanvalkenburg "Modern Network Synthesis"
Wiley, 1960
- [11] H.J Zverev "Handbook of filter synthesis"
Wiley, 1967
- [12] P.Thajchayopong & P.Lomtong" Flat Magnitude Low pass filter
with a pair of Imaginary axis Zero" Proe IEEE. Vol. 66, No 5,
PP 592-594, May 1978
- [13] P. Thajchayapong & P.Lomtong "Transition between a flat
magnitude and a sharp cut - off Lowpass filter," Int J.Electronic,
Voel 46, No 1. PP 91-95 1979
- [14] P.Thajchayapong "Flat Magnitude Low pass Filter with Multiple
Pairs of Imaginary axis zero Proc IEEE Vol 66, No 10, PP.
1283-1284, 1978

- [15] P. Thajchayapong, "Least-mean-square (Minimum integrated power loss ratio) Lowpass filter with a pair of Imaginary-axis zero" Electron, Lett Vol 14. No 9, PP 268-270, Oct 1978
- 1 (16) A. Premoli, "The Mucromaf polynomials : an approach to the maximally flat approximation of RC Active filter with low sensitivity", IEEE trans, Circuits Theory, Vol. GT-20, No. 1, PP. 77-80, 1973
- [17] A. Premoli "A new class of equal-ripple filtering functions with low. Q - factors : the Mucroer polynomials", ibid, Vol GA S-21, No. 5, PP 609-613, 1974.
- (18) V.S. Stojanovic and V.D. Pavlovic, "Transitional multiple-pole transfer functions for active filter design", Electron, Lett., Vol 16, No. 1, PP. 21-22, Jan 1980
- [19] A. Peled & B.Liu "Digital signal Processing Theory Design and Implementation" John wiley & Son, 1979
- [20] B. Gold & C.M. Rader "Digital Processing of signal" Mcgraw-Hill, 1969
- [21] A.V. Oppenheim & R.W.Schafer "Digital signal processing" Prentice - Hall, 1971
- [22] S.N HaZra "New Squared-magnitude function for digital bandpass filter" Electron. Lett Voll 11., No 15, 1975
- [23] J.P Therian "Recursive digital filter with maximally flat group delay" IEEE Trons Circuit Theory Vol CT-18, PP.659-644, Nov 1970
- [24] P. Thajchayapong, M. Puangpool and S. Bunjongjit "Maximally flat F.I.R. filter with prescribed cut off frequency" Electron, Lett., Vol.16, No.13, pp 514-515, June 1980
- [25] P. Thajchayapong, M. Puangpool and S. Bunjongjit "A Chebyshev IIR lowpass digital filter with adjustable cut-off rate" INT,J.Electronics Vol.49, No.4, pp,301-305, 1980

ภาคผนวกที่ ๑ โปรแกรมสำหรับเทคนิคในบทที่ ๓

```

10  OPTION BASE 1
20  DIM A(4,4),B(4),D(4),K(4),W(7),I(0:7),Iroot(6),Y(0:6),S(7),Xroot(6),Hroot
),H(7),C(4),Ri(5),Q(5),Aai(0:6),Gn(6),Gg(6),Ggg(6),Gggg(6),O(0:1000)
21  Nzz=2
22  REDIM A(Nzz,Nzz),B(Nzz),X(Nzz),D,(Nzz),C(Nzz)
30  Mew=3
40  W(1)=.45
50  W(2)=.75
60  W(3)=.708
70  W(4)=.851
80  W(5)=.972
90  M1=5
100 V=3
110 O1=4.562070
120 O2=6.185754
130 Qc=(O1+O2)/2
140 Hc=2-1/Qc^2
150 Epsi=1
151 PRINT "M=";M1; "y=";V; "Mew=";Mew; "hc=";Hc
190 FOR i=1 TO M1-V
200 FOR J=1 TO M1-V
210 A(I,J)=W(I) (2*(V+J)
220 NEXT J
230 NEXT I
231 MAT PRINT A
232 PAUSE
270 MAT C=ZER
280 FOR I=1 TO M1-V STEP^2
290 C(I)=1/(N(I) 4-Hc*W(I) 2+1)^2
300 NEXT I
310 FOR I=2 TO M1-V STEP^2
320 C(I)=(1+Epsi^2)/(W(I) 4-Hc*W(I)^2+1^2
330 NEXT I

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

350 Aai(0)=1+Epsi^2
 ไม่สามารถได้ทั้งหมด อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

360 FOR I=1 TO V
370 Q(I)=1/I*(Mew+I-1)*Hc*Aai(I-1)
380 IF I=1 THEN 410
390 Ri(I)=- (1/I)*(2*Mew+I-2)*Aai(i-2)
400 GOTO 430
410 Aai(1)=Q(I)
420 GOTO 440
430 Aai(I)=Q(I)+Ri(I)
440 NEXT I
450 MAT D=ZER
460 FOR J=1 TO M1-V
470 FOR I=0 TO V
480 D(J)=D(J)+Aai(I)*W(J) (I*2)
500 PAUSE
510 NEXT I
520 PRINT "D(";J;" )=";D(J)
530 NEXT J
540 MAT B=C-D
580 CALL Simultaneous(A(*),B(*),4,X(*))
590 FOR I1=1 TO Mi-V
600 PRINT "X(";I1;" )=";X*I1)
610 NEXT I1
620 FOR I=0 TO V
630 Aai(I)=Aai(I)
640 PRINT "Aai(";I;" )=";Aai(I)
650 NEXT I
660 FOR I=V+1 TO M1
670 Aai(I)=X*I-V)
680 PRINT "Aai(";I;" )=";Aai(I),W(I)
690 NEXT I
691 PAUSE
700 FOR I=0 TO M1-V+1
710 PRINT "Aai(";I;" )=";Aai(I)
720 NEXT I
721 PAUSE
740 GOTO 1400
780 FOR I=1 TO M1

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไปว่ากรกฏีใดงทั้งสี่บ อีกทั้งหำงกรกฏีให้ตัดแงลงเบื้อหำ และต้องอ้างถึงถึงเจ้าของเอกสารทกครั้งทีมีการนำงไปใช้

```

790 R(I)=Aai(I-1)*(2*Mew+I-1)-Hc*(Mew+I)*Aai(I)+(I+1)*Aai(I+1)
800 NEXT I
810 R(0)=- (Hc*Mew*Aai(0)+Aai(1))
820 R(M1+1)=Aai(M1)*(2*Mew+M1)
830 FOR I=0 TO M1+1
840 Y(I)=R(I)
860 NEXT I
880 FOR I=0 TO M1+1
890 I(I)=0
900 NEXT I
940 N=M1+1
950 Tolf=.0000001
960 Tola=.0000001
970 Itmax=200
980 CALL Siljak(N,Y(*),I(*),Tola,Tolf,Itmax,W(*),Iroot(*))
990 FOR J=1 TO N
1000 PRINT "W(";J;")=";W(J),"Iroot(";J;")=";Iroot(J)
1010 NEXT J
1130 MAT S=W
1140 CALL Vectorsort_s(W(*),1,N,1)
1150 FOR L=1 TO N
1160 E=1
1170 FOR K=1 TO N
1180 T=L-1
1190 IF W(L)-S(K)<>0 THEN 1280
1200 IF L=1 THEN 1250
1210 IF E>1 THEN 1250
1220 IF W(L)<>W(T) THEN 1250
1230 E=2
1240 GOTO 1280
1250 Xroot5(L)=Iroot(K)
1260 PRINT "NW(";L;")=";W(L),"NIroot(";L;")=";Xroot(L)
1270 GOTO 1290
1280 NEXT K
1290 NEXT L
1300 M=0

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

1320 IF W(I)<.000001 THEN 1380

```

1330 IF ABS(Xroot(I))>.0000001 THEN 1380
1340 M=M+1
1350 H(M)=W(I)
1360 Hroot(M)=Xroot(I)
1370 PRINT H(M),M,Hroot(M)
1380 NEXT I
1390 FOR L=1 TO M+1
1400 K=L+(N-M)
1410 W(K)=H(L)
1420 NEXT L
1430 FOR K=1 TO N-M
1440 W(K)=0
1450 NEXT K
1460 MAT W=SQR(W)
1470 PRINT
1480 PRINT
1490 FOR I=1 TO M1
1500 W(I)=SQR(H(I))
1510 PRINT "W(":I:")=";W(I)
1520 NEXT I
1540 MAT Gg=ZER
1550 MAT W=ZER
1560 FOR K=1 TO M1-V+1
1570 W(K)=H(K)
1580 NEXT K
1590 FOR O=1 TO 2 STEP .01
1600 FOR K=1 TO M1-V+1
1610 W(K)=0
1620 NEXT K
1630 FOR K=1 TO M1-V+1
1640 Gg(K)=(W(K)^4-Hc*W(K)^2+1)^Mew
1650 NEXT K
1660 MAT Ggg=ZER
1670 FOR I=1 TO M1-V+1
1680 FOR J=0 TO V
1690 Ggg(I)=Hai(J)*W(I)^(2*J)+Ggg(I)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

1700 NEXT J

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

1710
1710 NEXT I
1720 MAT Ggg=ZER
1730 FOR I=1 TO M1-V+1
1740 FOR L=1 TO M1-V
1750 Ggg(I)=Aai(V+L)*W(I)^(2*(V+L))+Gggg(I)
1760 NEXT L
1770 NEXT I
1780 PRINT
1790 PRINT
1800 FOR I=1 TO M1-V+1
1810 Gn(I)=Gg(I)*(Ggg(I)+Gggg(I))
1820 PRINT "Gn(";I;")=";Gn(I),"W(";I;")=";W(I)
1830 NEXT I
1840 NEXT O
1850 PAUSE
1860 PRINT
1870 PRINT
1880 FOR K=1 TO M1-V+1
1890 PRINT "Wmmmm(";K;")=";W(K)
1900 NEXT K
1910 INPUT "SATISFY? -Y/N(Y=1 YES,Y=0 NO)",Y
1920 IF Y=1 THEN 1940
1930 GOTO 150
1940 Sum1=0
1950 FOR I=0 TO M-y+1
1960 Sumi=Sumi+Aai(I)*W(M-y+1)^(2*I)
1961 NEXT I
1970 Hc=-((1/W(M-V+1))^2)*((1/Sumi)^(1/Mew)-1-W(M-y+1)^4)
1980 GOTO 150
1990 END

```

ภาคผนวกที่ ๒ โปรแกรมสำหรับเทคนิคในบทที่ ๕

```

10      OPTION BASE I
20      DIM Z(0:20),W(0:20),A(0:20),Cc(0:20),E(0:20),F(0:20),N(0:20),D(0:20),Rcoef(
0:20),Icoef(0:20),Rroot(0:20),Iroot(0:20),Rrootn(0:20),Rrootd(0:20),Zd(0:20)
30      DIM Zn(0:20),S(0:20),Irootd(0:20),Rrr(0:2),Imm(0:2),Gg(0:20,Wi(0:20),Qq(0:
20),Coe(0:20),Irootn(0:20),Id(0:20),Id(0:20),Rd(0:20),Nre(0:20),Nim(0:20),Uu(0:20)
40      N=6
50      A1=3
60      Wp=1
70      Ang=Wp+.25
80      R(1)=COS(Ang)
90      R(2)=R(1)
100     I(1)=SIN(Ang)
110     I(2)=-I(1)
120     T2=TAN(Wp/2)*TAN(Wp/2)
130     FOR S=0 TO N-2 STEP 21
140     P=S
150     Q=N-S-2
160     PRINTER IS 0
170     PRINT "P=";P;"Q=";Q;"Wp=";Wp
180     PRINTER IS 16
190     Wi(0)=SQR(1+T2)
200     Wi(1)=1
220     CALL Mpp(Gg(*),Wi(*),P)
240     Kkp=10^(A1/10)-1
250     PRINT "Kkp=";Kkp
270     FOR I=0 TO P
280     PRINT "Gg(";I;")=";Gg(I)
290     NEXT I
300     W(0)=1
310     W(1)=1
330     CALL Mpp(Qg(*),W(*),Q)
350     FOR I=0 TO Q
360     PRINT "Qg(";I;")=";Qg(I)
370     NEXT I

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

400     FOR J=1 TO 2
410         T2=TAN(Wp/2) *TAN(Wp/2)
420         X=R(J) *R(J)-I (J) *I (J)
430         Y=2*R(J) *I (J)
440         Rn=(1+T2) *X+(2*T2-2) *R(J)+(1+T2)
450         In=Y*(1+T2)-I (J) *(2-2*T2)
460         Rd=X-2*R(J)+1
470         Id=Y-2*I (J)
480         Re=(Rd*Rn+Id*In)/(Rd*Rd+Id*Id)
490         Im=(In*Rd-Id*Rn)/(Rd*Rd+Id*Id)
500         MAT Rcoef=ZER
510         MAT Icoef=ZER
520         Rcoef(0)=Re
530         Icoef(0)=Im
540         Rcoef(2)=-1
560         Tol a=.000001
570         Tolf=.000001
580         Itmax=700
590     CALL Siljak(2,Rcoef(*),Icoef(*),Tola,Tolf,Itmax,Rroot(*),Iroot(*))
        FOR D=1 TO 2
610         IF Rroot(D)>=0 THEN 630
620         NEXT D
630         Wcom(J)=Rroot(D)
640         Wc(J)=Iroot(D)
650         PRINT "Wral(";J;")=";Wcom(J);"Wim(";J;")=";Wc(J)
660         NEXT J
661         K=4
670         CALL Product(Wcom(*L),Wc(*L),Z(*L),KL
671         MAT PRINT Wc;
672         MAT PRINT Wcom
680         FOR T=0 TO K
690         PRINT "Z C";T;")=";Z C T L
700         NEXT T

```

```

730 CALL Mply(Gg(*),Qq(*),Coe(*),P,Q,N-2)
741 MAT PRINT Coe
743 FOR T=0 TO N-2
744 Uu(T)=Coe(T)
745 NEXT T
746 CALL Mply(uu(*),Z(*),Coe(*),N-2,2,N)
747 MAT PRINT Coe
750 FOR I=0 TO N STEP 2
760 E(I)=Coe(I)
770 NEXT I
790 FOR I=1 TO N-1 STEP 2
800 F(I)=Coe(I)
810 NEXT I
830 FOR I=0 TO N
840 N(I)=E(I)-F(I)
850 D(I)=SQR(1+Kkp)*E(I)-F(I)
860 PRINT "N(";I;")=";N(I);
870 PRINT "D(";I;")=";D(I)
880 NEXT I
900 FOR I=0 TO N
910 Rcoef(I)=D(I)
920 Icoef(I)=0
930 NEXT I
950 Tola=,00001
960 Tolf=,00001
970 Itmax=500
990 CALL Siljak(N,Rcoef(*),Icoef(*),Tola,Tolf,Itmax,Root(*),Iroot(*))
1010 FOR I=1 TO N
1020 PRINT "Rrootd(";I;")=";Root(I);
1030 Rrootd(I)=Root(I)
1040 PRINT "Irootd(";I;")=";Iroot(I)
1050 Irootd(I)=Iroot(I)
1060 NEXT I
1070 FOR I=0 TO N
1090 Rcoef(I)=N(I)
1110 Icoef(I)=0

```

```

1120     NEXT I
1130     Tola=.00001
1140     Tolf=.00001
1150     Itmax=500
1170     CALL Siljak(N,Rcoef(*),Icoef(*),Tola,Tolf,Itmax,Rroot(*),Iroot(*))
1190     FOR I=1 TO N
1200     PRINT "Rrootn(";I;")=";Rroot(I);
1210     Rrootn(I)=Rroot(I)
1220     PRINT "Irootn(";I;")=";Iroot(I)
1230     Irootn(I)=Iroot(I)
1240     NEXT I
1250     PRINTER IS 16
1260     PRINT "*****"
1270     FOR I=1 TO N
1280     X=Rrootd(I)*Rrootd(I)-Irootd(I)*Irootd(I)
1290     Y=2*Rrootd(I)*Irootd(I)
1300     T2=TAN(Wp/2)*TAN(Wp/2)
1310     Rrr(0)=1+T2-X
1320     Imm(0)=-Y
1330     Rrr(1)=2*T2-2+2*X
1340     Imm(1)=2*Y
1350     Rrr(2)
1360     Imm(2)=Imm(0)
1370     Itmax=500
1380     Tola=.0000001
1390     Tolf=.0000001
1400     CALL Siljak(2,Rrr(*),Imm(*),Tola,Tolf,Itmax,Rroot(*),Iroot(*))
1410     PRINTER IS 16
1420     FOR J=1 TO 2
1430     Phase(J)=ATN(Iroot(J)/Rroot(J))
1440     A1=SQR(Rroot(J)*Rroot(J)+Iroot(J)*Iroot(J))
1450     IF A1>1 THEN 1530
1460     PRINT "ZR(";J;")=";Rroot(J),"ZI(";J;")=";Iroot(J)
1470     PRINT "Phase(";J;")=";Phase(J)
1480     Rd(I)=Rroot(J)
1490     Id(I)=Iroot(J)
1500     PRINT IS 0

```

```

1510 PRINT "Rd(";I;")";Rd(I),"Id(";I;")";Id(I)
1520 PRINTER IS 16
1530 NEXT J
1540 NEXT I
1550 MAT Nre=(1)
1560 MAT Nim=ZER
1561 Nre(1)=COS(Ang)
1562 Nre(2)=-COS(Ang)
1563 Nim(1)=SIN(Ang)
1564 Nim(2)=-SIN(Ang)
1570 Inn=1
1580 Ind=-1
1590 Gl=-20
1600 FOR H=0 TO Wp STEP .01
1610 Nmag=1
1620 FOR Jj=1 TO Q+2
1630 Re=COS(H)+Inn*Nre(Jj)
1640 Im=SIN(H)+Inn*Nim(Jj)
1650 N1=SQR(Re*Re+Im*Im)
1660 Nmag=Nmag*N1
1670 NEXT Jj
1680 Dmag=1
1690 FOR Ii=1 TO N
1700 Re=COS(H)+Ind*Rd(Ii)
1710 Im=SIN(H)+Ind*Id(Ii)
1720 D1=SQR(Re*Re+Im*Im)
1730 Dmag=Dmag*D1
1740 NEXT Ii
1750 Trans=Nmag/Dmag
1760 IF Gl-Trans<0 THEN Gl=Trans
1770 NEXT H
1780 PRINTER IS 0
1790 PRINT "-----"
1800 PRINT "Nomalize=";Gi
1810 PRINT "-----"
1820 PRINTER IS 16

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไปว่ากรณิดางหนังสือ ลึกทั้งหำกรณิดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

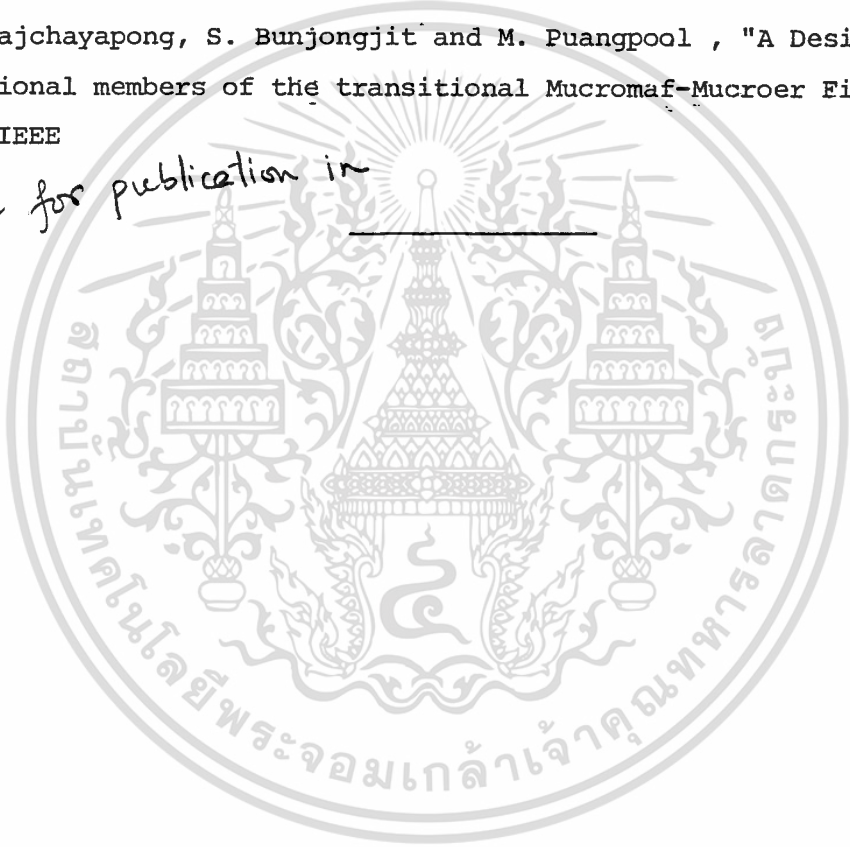
1840 NEXT S
1850 PRINTER IS 16
1860 END



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. P. Thajchayapong, M. Puangpool and S. Bunjongjit "Maximally flat F.I.R. filter with prescribed cut off frequency" Electron. Lett., vol.16, No.13, pp 514-515, June 1980
2. P. Thajchayapong, M. Puangpool and S. Bunjongjit " A Chebyshev IIR lowpass digital filter with adjustable cut-off rate" INT,J.Electronics Vol.49, No.4, pp.301-305, 1980
3. P. Thajchayapong, S. Bunjongjit and M. Puangpool , "A Design for the additional members of the transitional Mucromaf-Mucroer Filter", Proc IEEE

3
^
accepted for publication in



MAXIMALLY FLAT F.I.R. FILTER WITH PRESCRIBED CUTOFF FREQUENCY

Indexing terms: Filters, Digital control

Maximally flat f.i.r. digital filter design provides the advantage of giving a closed-form solution, but there still remains a problem of designing such a filter whose magnitude response passes through a prescribed cutoff frequency point. It is described here how to generate a class of transitional maximally flat f.i.r. digital filters to overcome such a difficulty.

Introduction: Maximally flat f.i.r. digital filter design¹⁻⁴ offers an advantageous feature over other optimal designs,⁵ e.g. the minimax design, in providing the weighting coefficients in closed form. There still, however, remains a problem of choosing the coefficients of this filter type with its magnitude response passing through an arbitrary specified cutoff frequency. So far, for a given filter of order $2N$, the 'flatness' parameter K must be chosen in accordance with expr. 9 of Reference 1 to give the filter cutoff point near to the desired value. But as is seen from Fig. 2 of Reference 1, the magnitude responses never exactly pass through the desired cutoff frequency. The purpose of this paper is twofold. First, it is shown that for any two adjacent values of K , a class of transitional maximally flat f.i.r. filters can be generated. It is then shown further that for any given filter order $2N$, one can design such an f.i.r. filter with its magnitude response passing through a prescribed cutoff frequency.

Design procedure

Transitional filters between two adjacent values of K : The elegant design of Miller² is comparatively simple and readily applicable to our proposal. From exprs. 4 and 6 of Reference 2 the maximally f.i.r. filter function in the q -plane is rewritten here again as

$$H_0(q) = \left| \sum_{l=0}^{N-K} \binom{N}{l} (-q^2)^l \right| / (1 - q^2)^N \quad (1)$$

where $2N$ is the filter order and K is the degree of flatness in the stopband. Substitution of $q = j\Omega$ gives

$$H_0(\Omega) = \left| \sum_{l=0}^{N-K} \binom{N}{l} \Omega^{2l} \right| / (1 + \Omega^2)^N \quad (2)$$

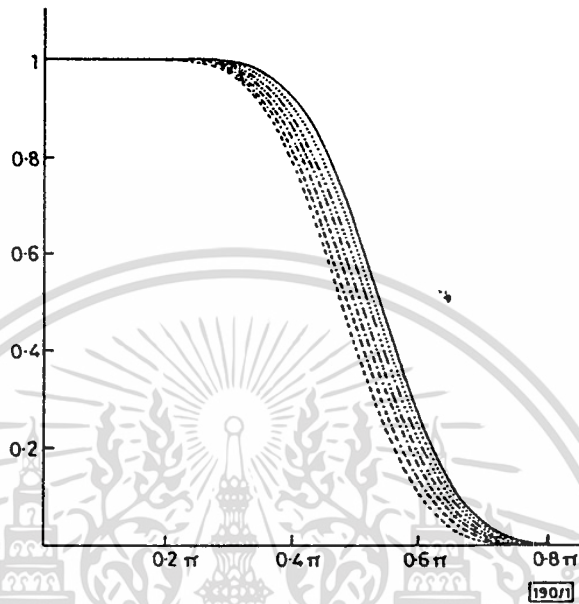


Fig. 1 Transitional maximally flat f.i.r. digital filters with $N = 10$, $K_1 = 6$ and $K_2 = 5$

C_s values

—	252	—○—	84
—○—	210	—○—	42
—○—	168	—○—	0
—○—	126		

To obtain a transitional filter between two adjacent values of K , say K_1 and K_2 with $K_2 = K_1 - 1$, we add an extra term in the numerator of eqn. 2 as

$$H_0(\Omega) = \left\{ \sum_{l=0}^{N-K_1} \binom{N}{l} \Omega^{2l} + C_{N-K_2} \Omega^{2(N-K_2)} \right\} / (1 + \Omega^2)^N \quad (3)$$

If C_{N-K_2} is now allowed to vary between $0 \leq C_{N-K_2} \leq \binom{N}{N-K_2}$, a class of transitional filters whose magnitude responses lie between those with the flatness parameters K_1 and K_2 is obtained. Fig. 1 shows the case of transitional responses with $N = 10$, $K_1 = 6$ and $K_2 = 5$.

F.I.R. filter with arbitrary specified cutoff point: For a specified cutoff point in the z -plane, the corresponding cutoff point in the q -plane is determined via

$$\Omega_{OA} = \tan \frac{\Omega_{OD}}{2} \quad (4)$$

where Ω_{OA} and Ω_{OD} are the analogue and digital cutoff frequencies, respectively. The sampling frequency is normalised to unity. Next, the two adjacent values of K (i.e. K_1 and K_2) between which the magnitude response with the specified cutoff point falls into are determined. This can be done with the help of the empirical expr. 9 of Reference 1. The coefficient C_{N-K_2} , giving the filter function whose magnitude response passes through the cutoff point Ω_{OA} , is then determined from

$$C_{N-K_2} = \frac{1}{\Omega_{OA}^{2(N-K_2)}} \left[\frac{(1 + \Omega_{OA}^2)^N}{\sqrt{2}} - \sum_{l=0}^{N-K_1} \binom{N}{l} \Omega_{OA}^{2l} \right] \quad (5)$$

To compare with the previous results,¹ the case of $\Omega_{OD} = 1.159$ rad (corresponding to $\xi = 0.3$ in Reference 1) is chosen as the

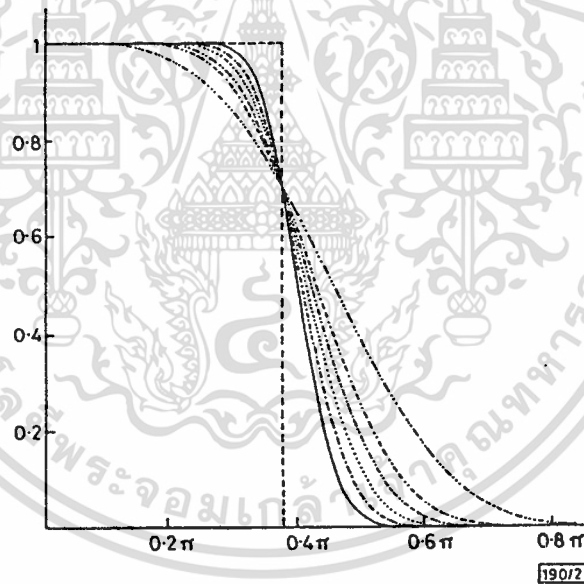


Fig. 2 Maximally flat f.i.r. digital filters with cutoff frequency at 1.159 rad.

<i>N</i> values			
—	45	---	14
- - -	28	- - - - -	10
.....	20	- - - - -	5

Table 1 VARIOUS PARAMETERS FOR FIG. 2

114	N	K_1	K_2	C_{N-K_2}
115	5	4	3	5-79138
116	10	7	6	60-22232
117	14	10	9	1252-29180
118	20	14	13	46716-343698
119	28	19	18	2549414-08372
120	45	31	30	223613681064

cutoff point. The responses with various N are illustrated in Fig. 2. Table 1 also indicates the related parameters.

Conclusions: It has been described how to generate the transitional maximally flat f.i.r. digital filters between any two adjacent flatness parameters. For a given filter order $2N$, the previous designs^{1,2} give only N useful filters (see Fig. 1, Reference 1). However, the technique described above shows that an infinite number of this filter type can be generated. The technique is then extended to the design of a maximally flat f.i.r. filter whose magnitude response passes through an arbitrary cutoff frequency. Hence, a solution to the problem encountered in the previous design¹ is found.

Acknowledgments: One of the authors, P. Thajchayapong, wishes to acknowledge the Japanese Society for the Promotion of Science (JSPS) and the National Research Council of Thailand (NRCT) for the JSPS scholarship support during his stay in Japan at the University of Electrocommunications.

P. THAJCHAYAPONG
M. PUANGPOOL
S. BANJONGJIT

16th May 1980

Faculty of Engineering
King Mongkut Institute of Technology
Ladkrabang Campus, Ladkrabang, Bangkok, Thailand

Reprinted from *ELECTRONICS LETTERS* 19th June 1980 Vol.16 No.13 pp. 514-515

A Chebyshev IIR lowpass digital filter with adjustable cut-off rate

P. THAJCHAYAPONG† M. PUANGPOOL†
and S. BANJONGJIT†

For a given order of a Chebyshev IIR digital filter, existing design techniques using the squared magnitude function or the bilinear transform do not allow the freedom of adjusting the cut-off rate. An available transform method is used to overcome this difficulty.

1. Introduction

The standard design techniques for an n th order Chebyshev IIR digital filter give the number of zeros at $Z = -1$ either n or none at all. This depends on whether a tangent or a sine function is employed in the squared magnitude expression (Rader and Gold 1967). The well known bilinear transform design also always gives n zeros at that location (Gold and Rader 1969). The purpose of this paper is to apply an available transform method (Temes and Mitra 1973) which can give any desired number $m < n$ of zeros at $Z = -1$. It is shown further that a sharp cut-off can also be achieved by assigning a number of zeros near to the passband edge. It is seen as an application of the transform method which has been used previously in analogue filter design (Temes and Mitra 1973) to IIR digital filter design.

2. Design procedure and examples

From the transformation between the S -plane and the W -plane (Temes and Mitra 1973)

$$W = \sqrt{\left(1 + \frac{\omega_{PA}^2}{S^2}\right)}, \quad \text{Re}[W] \geq 0 \quad (1)$$

we may obtain the transformation between the Z -plane and the W -plane by the substitution of

$$S = \frac{Z-1}{Z+1} \quad (2)$$

into (1) as

$$W = \sqrt{\left(1 + \frac{\tan^2(\omega_{PD}/2)}{[(Z-1)/(Z+1)]^2}\right)}, \quad \text{Re}[W] \geq 0 \quad (3)$$

where ω_{PA} and ω_{PD} are the passband edges for the analogue and digital lowpass filters respectively. The two cases of lowpass digital filters of our interest can be designed as follows.

Received 14 July 1980; accepted 15 September 1980.

† Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology, Ladkrabang Campus, Ladkrabang, Bangkok, Thailand.

2.1. IIR filter with an assigned number of zeros at $Z = -1$

For an n th order lowpass IIR filter, let m and $(n - m)$ be the number of zeros at $Z = -1$ and $Z = 0$ respectively. Using (3), these zeros transform respectively into the W -plane as 1 and $(1 + \tan^2 \frac{1}{2}\omega_{PD})$ respectively. We then formulate the polynomial (Temes and Mitra 1973)

$$E(W^2) + WF(W^2) = \{W + 1\}^m \{W + (1 + \tan^2 \frac{1}{2}\omega_{PD})^{1/2}\}^{n-m} \quad (4)$$

where $E(W^2)$ and $WF(W^2)$ are the even and odd parts of the polynomial respectively. The transfer function in the W -plane with the equi-ripple passband and the specified zeros is therefore given by

$$|H(W)|^2 = H(W)H(-W) = \frac{E^2(W^2) - W^2 F^2(W^2)}{(1 + j_P^2)E^2(W^2) - W^2 F^2(W^2)} \quad (5a)$$

or

$$H(-W) = \frac{E(W^2) - WF(W^2)}{\sqrt{(1 + k_P^2)E(W^2) - WF(W^2)}} \quad (5b)$$

where k_P is related to α_P , the passband loss, via

$$k_P^2 = 10^{\alpha_P/10} - 1 \quad (6)$$

the squared magnitude function of the required IIR filter may be obtained from (5b) by the transformation

$$\begin{aligned} |H(Z)|^2 &= H(Z)H(Z^{-1}) \\ &= |H(W)|^2_{W^2=1} = 1 + (\tan^2 \frac{1}{2}\omega_{PD}) / [(Z-1)/(Z+1)]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

However, it is numerically advantageous to solve for the poles of $H(-W)$ in (5b) and then transform them into the Z -plane to formulate the IIR filter transfer function.

A 6th order lowpass filter with $\alpha_P = 3$ db, $\omega_{PD} = 1$ rad/s with $m = 3$ and $n - m = 3$ is given by

$$H(Z) = \frac{2.766215 \times 10^{-3}(Z+1)^3}{(Z^2 - 1.668339Z + 0.747975)(Z^2 - 1.352446Z + 0.813321)(Z^2 - 1.077917Z + 0.929357)} \quad (8)$$

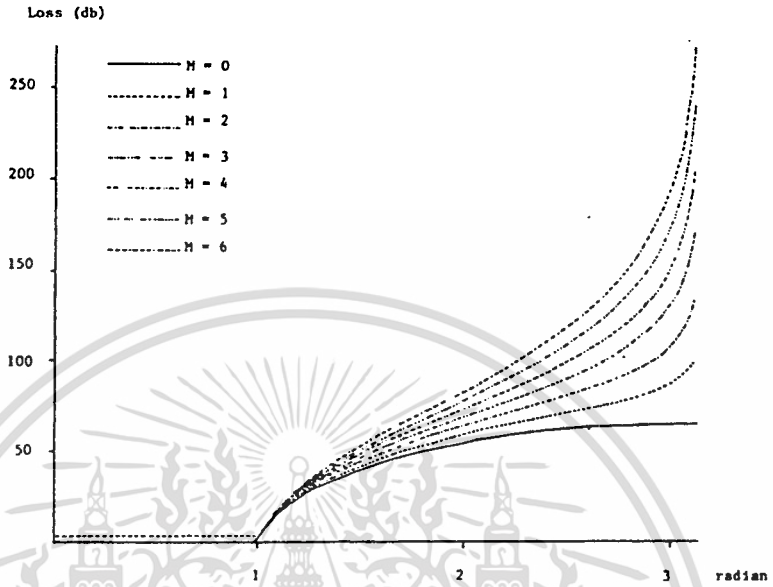
The filter with other values of m has also been designed as illustrated in Fig. 1. The sampling period T is normalized to unity.

2.2. IIR filter with sharp cut-off

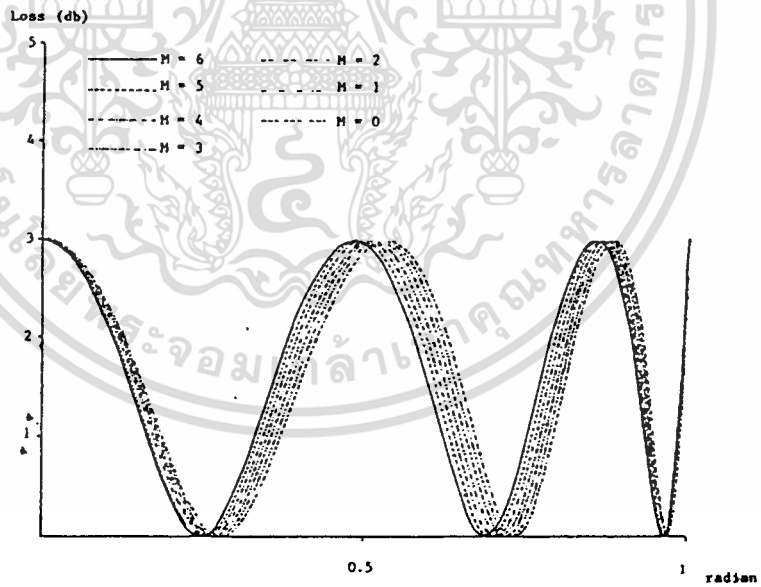
If we now specify p pairs of zeros at $Z = \exp(\pm j\omega_i)$, where $\pi \geq \omega_i > \omega_{PD}$, and the rest $(n - 2p)$ to be at $Z = -1$, a sharp cut-off filter can be obtained. Using (3), the polynomial in (4) becomes

$$E(W^2) + WF(W^2) = \{W + [1 - (\tan^2 \frac{1}{2}\omega_i / \tan^2 \frac{1}{2}\omega_{PD})]^{1/2}\}^{2p} \{W + 1\}^{n-2p} \quad (9)$$

where $2p \leq n$. The transfer function of the digital filter can subsequently be obtained using (5), (6) and (7) respectively.



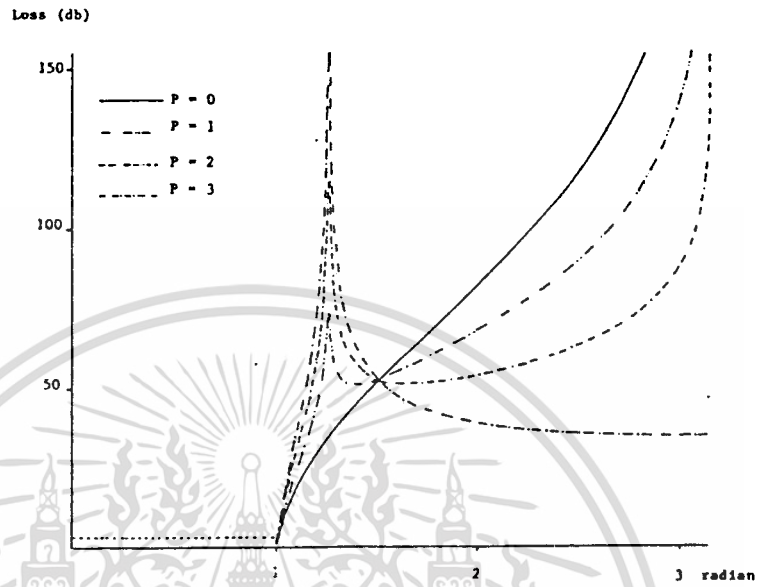
(a)



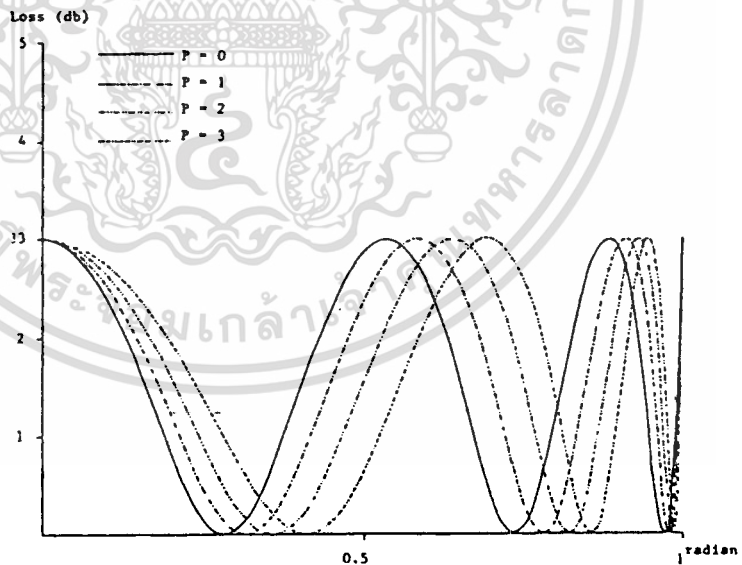
(b)

Figure 1 (a). Loss responses in the stopband. (b) Loss responses in the passband.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไปกว่ากรณีใดที่ขออนุญาต ลึกขังห้ามมิให้คัดลอกไปเผยแพร่ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a)



(b)

Figure 2 (a). Loss responses in the stopband. (b) Loss responses in the passband.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไปกว่ากรณียกข้อยกเว้น อื่นๆที่ระบุไว้ให้ชัดเจน และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A 6th order lowpass filter with $\omega_p = 3$ db, $\omega_{PD} = 1$ rad/s with $p = 1$ and $n - 2p = 4$ is given by

$$H(Z) = \frac{1.741084 \times 10^{-3}(Z+1)^4(Z^2 - 0.630645Z + 1)}{(Z^2 - 1.602331Z + 0.713555)(Z^2 - 1.280609Z + 0.83403)} \quad (10)$$

$$\times (Z^2 - 1.077652Z + 0.953002)$$

It is illustrated in Fig. 2 (a) in comparison with the case of all zeros at $Z = -1$.

3. Conclusions

It has been described how to design a Chebyshev IIR digital filter using an existing transform technique. Two cases of interest have been demonstrated i.e. (i) a monotone stopband Chebyshev IIR filter with prescribed number of zeros at $Z = -1$ and (ii) a sharp cut-off Chebyshev IIR filter with prescribed number of pole pairs at $Z = \exp(+j\omega)$ in the stopband. Finally it should be noticed that, in fact, the technique allows the zeros to be anywhere outside the passband without disturbing the equi-ripple passband characteristics.

REFERENCES

- GOLD, B., and RADER, C. M., 1969, *Digital Processing of Signals* (New York: McGraw-Hill), pp. 70-78.
- RADER, C. M., and GOLD, B., 1967, *Proc. Inst. elect. electron. Engrs.*, 55, 149-171; 1972, Reprinted in *Digital Signal Processing*, L. R. Rabiner, and C. M. Rader, Eds. (New York: I.E.E.E. Press).
- TEMES, G. C., and MITRA, S. K., 1973, *Modern Theory and Design* (New York: Wiley), pp. 48-53.