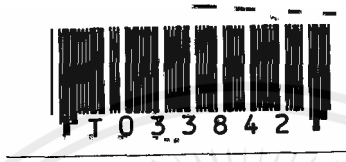
สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การจำลองภาพ 3 มิติจากวัตถุจริง



นาย จักรภพ ตระกูลวงศา 37054105
นาย ชินวัตร ตันติไชยบริบูรณ์ 37054112
นาย ประสิทธิ์ เด่นนินนาท 37054127

ว
ค ๒๒๔๑
๔๗

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 33842
วัน, เดือน, ปี 17 ก.ย. 2542

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2540

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

THREE-DIMENSION SIMULATION

Jakrapob	Trakoolvongsa	37054105
Chinnavat	Tantichaiboriboon	37054112
Prasit	Denninnat	37054127

A Special Project Sumitted in Partial Fulfilment of

The Requirement for the Degree of Bachelor of Science

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science

King Mongkut 's Institute of Technology Chaokhuntaharn Ladkrabang

1997

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาพิเศษเรื่อง การจำลองภาพ 3 มิติ จากวัตถุจริง

ชื่อนักศึกษา นาย จักรภพ ตระกูลวงศา 37054105
นาย ชินวัตร ตันติไชยบริบูรณ์ 37054112
นาย ประสิทธิ์ เด่นนินนาท 37054127

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

อาจารย์ที่ปรึกษา อ. วิรัตน์ ศิริมังคลานุรักษ์

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาประจำปีการศึกษา 2540 หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์

(รศ. ภัคดินี ชิตสกุล)
หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะกรรมการโครงการพิเศษ

(อ. พรชัย เจนจิระพงศ์เวช)
ประธานกรรมการ

(อ. กาญจนา คำนึงกิจ)
กรรมการ

(รศ.ดร. ไมตรี โพธิ์สุข)
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา

(อ. วิรัตน์ ศิริมังคลานุรักษ์)
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาพิเศษ	การจำลองภาพ 3 มิติ จากวัตถุจริง		
นักศึกษา	นาย จักรภพ	ตระกูลวงศา	37054105
	นาย ชินวัตร	ตันติไชยบริบูรณ์	37054112
	นาย ประสิทธิ์	เด่นนินนาท	37054127
อาจารย์ที่ปรึกษา	อ. วิรัตน์ ศิริมังคลานุรักษ์		
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์		
ปีการศึกษา	2540		

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ จัดทำขึ้นโดยนำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ทางคอมพิวเตอร์กราฟฟิค โดยใช้ในการสร้างซอฟแวร์สำหรับสร้างภาพ 3 มิติ จากการมองภาพ 3 มุมมอง โดยแบ่งการทำงานของโปรแกรมออกเป็น 4 ส่วน คือ การหาข้อมูลเบื้องต้นจากการมองภาพใน 2 มิติ และนำข้อมูลที่ได้มาใช้สร้างภาพ 3 มิติ หลังจากนั้นก็นำเสนอทางจอภาพ และส่วนสุดท้ายคือการบันทึกข้อมูลของภาพ 2 มิติจาก 3 มุมมองลงในแฟ้มข้อมูล

การสร้างซอฟแวร์นี้ ใช้ C++ Builder ในการเขียนโปรแกรมส่วนประมวลผล ในการพัฒนาซอฟแวร์เริ่มจากการศึกษาพื้นฐานทางด้าน Drawing เพื่อออกแบบซอฟแวร์ให้เหมาะสม ง่ายต่อความเข้าใจและการใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Speacial Problem Topic Three-Dimension Simulation

Student	Jakrapob	Trakoolvongsa	37054105
	Chinnavat	Tantichaiboriboon	37054112
	Prasit	Denninnat	37054127
Adviser	Mr. Wirat	Sirimangklanurak	

Department Mathematics and Computer Science

Year 1997

Abstract

THREE-DIMENSION SIMULATION is applied from mathematics to computer graphic. First , we simulation two-dimensions symmetry. Then we rotate with X axis or Y axis. This solution is virtual object three-dimensions by C++ Builder.

Software generate symmetrical three-dimensions is developed from Mathematics and computer graphic. We use this software for study mathematics clearly

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้จัดทำปัญหาพิเศษฉบับนี้ ขอขอบคุณอาจารย์ทุก ๆ ท่านที่ช่วยให้คำแนะนำและแนวทางในการทำปัญหาพิเศษ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อาจารย์วิรัตน์ ศิริมังคลานะรักษ์ที่ได้กรุณาช่วยให้คำปรึกษา แนะนำ และค้นคว้า ในการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้แก่ผู้จัดทำและอาจารย์กาญจนา ดำนึงกิจ ที่ดูแลเอาใจใส่ในการทำปัญหาพิเศษมาโดยตลอด รวมทั้งขอขอบคุณ บิดา มารดา เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ที่ให้กำลังใจจนปัญหาพิเศษสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คณะผู้จัดทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

หน้าอนุมัติ	i
บทคัดย่อภาษาไทย	ii
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	iii
กิตติกรรมประกาศ	iv
สารบัญรูปภาพ	vii
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญ / ที่มาของปัญหาพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ	1
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	1
1.5 ขั้นตอนการทำงาน	2
1.6 การวางแผน	4
บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานที่ใช้กับคอมพิวเตอร์กราฟฟิก	
2.1 พื้นผิวที่เกิดจากการหมุน	7
2.2 การแปลงภาพเรขาคณิต 2 มิติ	
2.2.1 การแทนจุดใน 2 มิติ	8
2.2.2 การแปลงรูปใน 2 มิติ	8
2.2.3 การแปลงจุด	8
2.2.4 การแปลงรูปเส้นตรง	10
2.2.5 การแปลงรูปของจุดกึ่งกลางของเส้นตรง	11
2.2.6 การแปลงรูปเส้นขนาน	13
2.2.7 การย่อ ขยายภาพ	14
2.2.8 การย้ายภาพ และ Homogeneous Coordinate	15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การแปลงภาพเรขาคณิต 3 มิติ

2.3.1 การย่อ ขยายภาพ 17

2.3.2 การหมุน 20

2.3.3 การสะท้อนของภาพ 3 มิติ 24

2.3.4 การย้ายภาพ 26

2.3.5 Orthographic projections 27

2.3.6 A Simple Illumination Model 28

บทที่ 3 การดำเนินงานและพัฒนาระบบ

3.1 หลักและวิธีการในการพัฒนาระบบ 29

3.2 แผนงานและการพัฒนาระบบ

3.2.1 แผนงานและการพัฒนาระบบภาคการศึกษาที่ 1/2540 30

3.2.2 แผนงานและการพัฒนาระบบภาคการศึกษาที่ 2/2540 30

3.3 Context Diagram 31

3.4 ความต้องการด้านฮาร์ดแวร์และซอฟท์แวร์

3.4.1 ความต้องการด้านฮาร์ดแวร์ 32

3.4.2 ความต้องการด้านซอฟท์แวร์ 32

บทที่ 4 ส่วนติดต่อกับผู้ใช้และแนะนำวิธีใช้

4.1 หน้าจอของการทำงาน 34

4.2 แนะนำวิธีและการทดลองวิธีใช้งานโปรแกรม 36

บทที่ 5 สรุปวิจารณ์และแนวทางในการพัฒนาระบบ

5.1 ความสามารถของโปรแกรม 44

5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม 44

5.3 แนวทางในการพัฒนาต่อไป 45

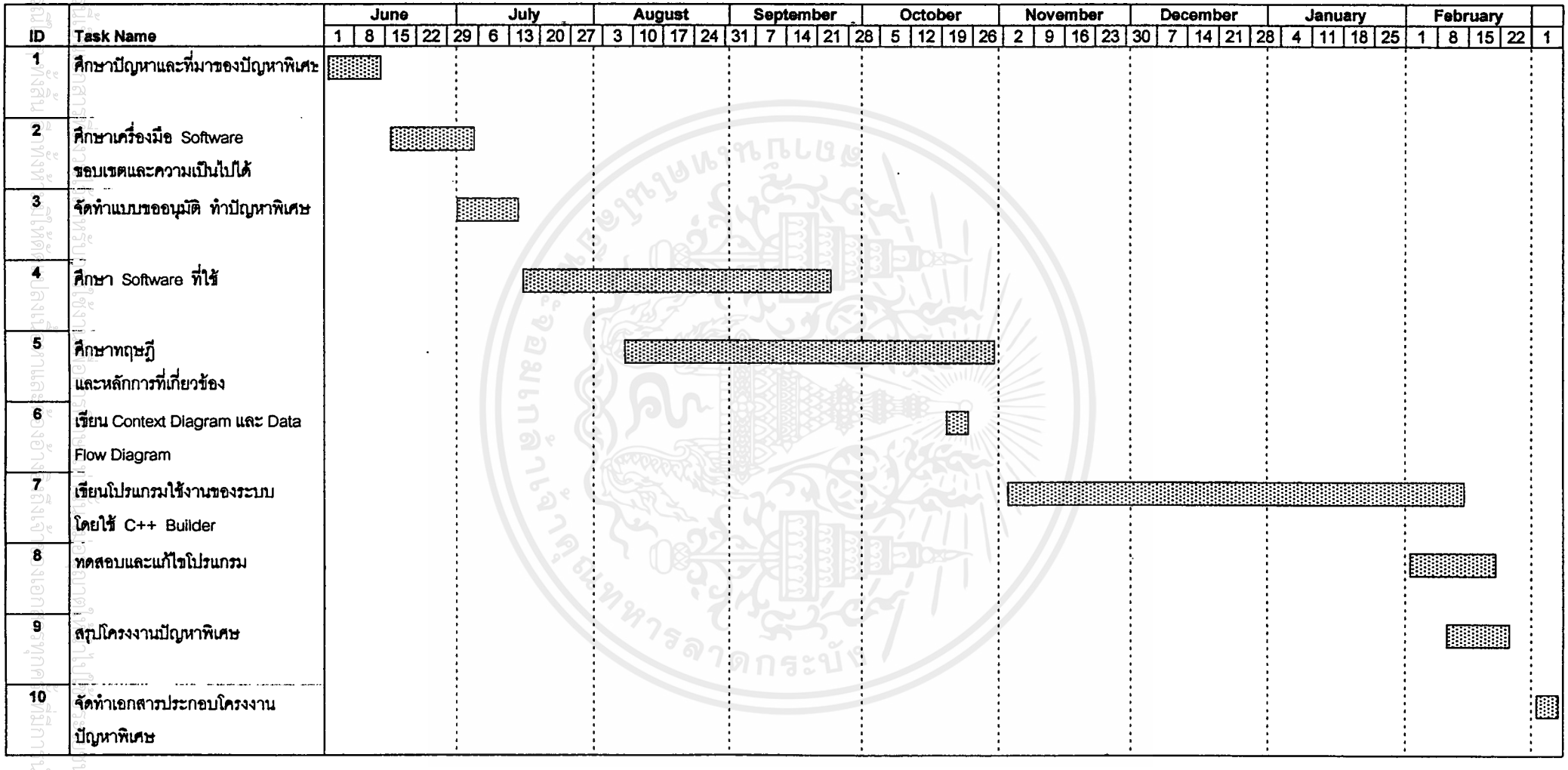
บรรณานุกรม 46

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 รูปแสดงการเก็บข้อมูลแบบ Polygon	5
รูปที่ 2.2 รูปภาพแสดงการย่อขยายของวัตถุ	15
รูปที่ 2.3 รูปภาพแสดงพิกัด Hemogeneous	15
รูปที่ 2.4 รูปภาพแสดงจุดวัตถุในแบบ Hemogeneous Coordinate	18
รูปที่ 2.5 รูปภาพแสดงจุดวัตถุที่ได้จากการคูณเมตริกแปลงภาพ	19
รูปที่ 2.6 รูปภาพแสดงการหมุนของวัตถุตามแกนต่าง ๆ	24
รูปที่ 2.7 รูปภาพแสดงการสะท้อนของวัตถุ	26
รูปที่ 2.8 รูปภาพแสดง projection ของวัตถุ	27
รูปที่ 4.1 รูปภาพแสดงเมนูของโปรแกรม	34
รูปที่ 4.2 รูปภาพแสดงส่วนข้อมูลของจุดวัตถุ	34
รูปที่ 4.3 รูปภาพแสดงส่วนแสดงภาพของวัตถุ	35
รูปที่ 4.4 รูปภาพแสดงการป้อนข้อมูล	36
รูปที่ 4.5 รูปภาพแสดงการป้อนข้อมูลที่ผิดพลาด	37
รูปที่ 4.6 รูปภาพแสดงการใช้งานในการประมวลผล	38
รูปที่ 4.7 รูปภาพแสดงการเลือกองศาของการหมุนภาพ	39
รูปที่ 4.8 รูปภาพแสดงรูปสามมิติที่หมุน	40
รูปที่ 4.9 รูปภาพแสดงรูปสามมิติที่เปลี่ยนมุมมองของภาพ	41
รูปที่ 4.10 รูปภาพแสดงรูปสามมิติที่ทำการซ่อนเส้น	42
รูปที่ 4.11 รูปภาพแสดงรูปสามมิติที่สมบูรณ์ที่ได้จากเครื่องพิมพ์	43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


June
July
August
September
October
November
December
January
February
1 8 15 22 29 6 13 20 27 3 10 17 24 31 7 14 21 28 5 12 19 26 2 9 16 23 30 7 14 21 28 4 11 18 25 1 8 15 22 1
ID
Task Name
1 ศึกษาปัญหาและที่มาของปัญหาพิเศษ
2 ศึกษาเครื่องมือ Software ขอบเขตและความเป็นไปได้
3 จัดทำแบบขออนุมัติ ทำปัญหาพิเศษ
4 ศึกษา Software ที่ใช้
5 ศึกษาทฤษฎี และหลักการที่เกี่ยวข้อง
6 เขียน Context Diagram และ Data Flow Diagram
7 เขียนโปรแกรมใช้งานของระบบ โดยใช้ C++ Builder
8 ทดสอบและแก้ไขโปรแกรม
9 สรุปโครงงานปัญหาพิเศษ
10 จัดทำเอกสารประกอบโครงงาน ปัญหาพิเศษ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญ/ที่มาของปัญหาพิเศษ

เนื่องด้วยคอมพิวเตอร์กราฟฟิก ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับงานต่าง ๆ มากมาย การจำลองภาพ 3 มิติของวัตถุก็เป็นงานประยุกต์ของคอมพิวเตอร์กราฟฟิกด้านหนึ่งที่มีความสำคัญแต่เนื่องจากระบบที่มีใช้อยู่ในปัจจุบันมีราคาสูงและมีความซับซ้อนในการใช้งานดังนั้นการศึกษาและพัฒนาระบบกราฟฟิกเพื่อที่จะสร้างภาพจำลอง 3 มิติ ไปประยุกต์ใช้ได้เหมาะสมขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1. เพื่อที่จะพัฒนาระบบเพื่อช่วยในการจำลองภาพ 3 มิติที่เป็น ลักษณะสมมาตร
2. เพื่อเป็นระบบเบื้องต้นสำหรับการพัฒนางานในด้านคอมพิวเตอร์กราฟฟิกต่อไป

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1. จำลองภาพ 3 มิติจากการหมุนของเส้นรอบแกน x หรือแกน y ซึ่งทำให้เกิดภาพ 3 มิติที่มีลักษณะสมมาตร
2. ปรับปรุงภาพ 3 มิติที่ได้ให้ใกล้เคียงวัตถุจริงมากขึ้น

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ระบบที่สามารถใช้งาน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์
2. เป็นแนวทางในการวิจัยสำหรับผู้ที่มีความสนใจเพื่อนำไปพัฒนาสร้างภาพจำลอง 3 มิติให้มีความใกล้เคียงมากยิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ขั้นตอนการทำงาน

1. ศึกษาความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับคอมพิวเตอร์กราฟฟิกและโปรแกรมภาษา C
2. ออกแบบระบบงานและส่วนประกอบต่าง ๆ ของระบบ
3. พัฒนาระบบ
4. ขั้นตอนทดสอบและแก้ไข
5. สรุปประสิทธิภาพของระบบและปัญหาที่เกิดขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวางแผน

2 มิ.ย. - 13 มิ.ย.	ศึกษาปัญหาและที่มาของปัญหาพิเศษ
16 มิ.ย. - 4 ก.ค.	ศึกษาเครื่องมือ software ขอบเขตและความเป็นไปได้
4 ก.ค. - 14 ก.ค.	จัดทำแบบขออนุมัติทำปัญหาพิเศษ
16 ก.ย. - 23 ก.ย.	ศึกษา software ที่ใช้
18 ส.ค. - 30 ต.ค.	ศึกษาทฤษฎี และ หลักการที่เกี่ยวข้อง
20 ต.ค. - 24 ต.ค.	เขียน context diagram และ flow diagram
3 พ.ย. - 13 ก.พ.	เขียนโปรแกรมใช้งานของระบบ
2 ก.พ. - 20 ก.พ.	ทดสอบและแก้ไขโปรแกรม
10 ก.พ. - 23 ก.พ.	สรุปโครงงานปัญหาพิเศษ
2 มี.ค. - 6 มี.ค.	จัดทำเอกสารประกอบโครงงานปัญหาพิเศษ

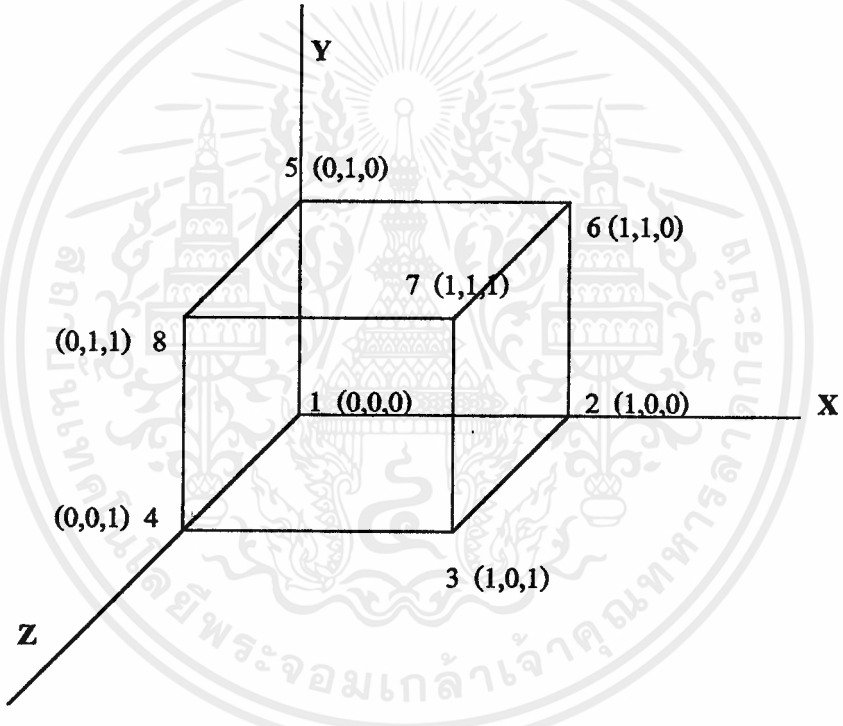
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ความรู้ที่ใช้กับคอมพิวเตอร์กราฟฟิก

การออกแบบชิ้นงานต่างๆไม่ว่าจะเป็น เครื่องหัตถกรรม,ยานพาหนะ,เฟอร์นิเจอร์และอื่นๆ จะต้องมีการกล่าวถึงพื้นผิวของวัตถุ ดังนั้นเราจึงต้องมีความเข้าใจในเรื่องพื้นผิว ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในการแทนข้อมูลของวัตถุ

ในที่นี้เราจะแทนพื้นผิวของวัตถุเป็นแบบ polygon

ตัวอย่าง การเก็บข้อมูลแบบ polygon



รูปที่ 2.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Vertex	X	Y	Z
1	0	0	0
2	1	0	0
3	1	0	1
4	0	0	1
5	0	1	0
6	1	1	0
7	1	1	1
8	0	1	1

ตารางที่ 1

P	Vertex			
1	1	2	6	5
2	2	3	7	6
3	3	4	8	7
4	4	1	5	8
5	5	6	7	8
6	1	4	3	2

ตารางที่ 2

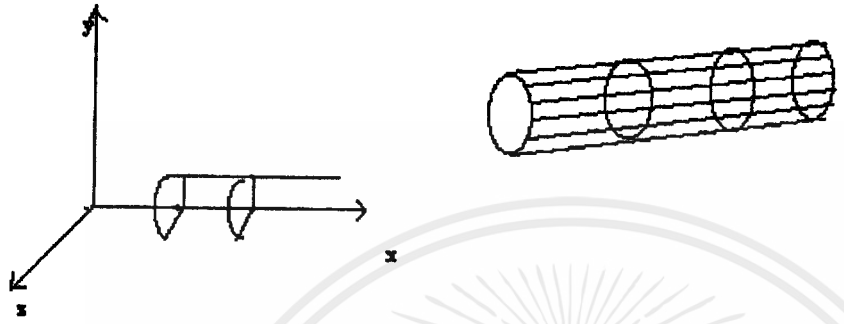
ตารางที่ 1 จะเก็บจุดข้อมูลที่อยู่ในสามมิติจริง

ตารางที่ 2 เก็บ polygon ซึ่งในแต่ละ polygon จะประกอบไปด้วยจุดยอดที่บอกตำแหน่งของ polygon ในที่นี้จะเก็บ 4 จุด เพราะเป็น polygon รูปสี่เหลี่ยมดังตาราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1 Surface of revolution (พื้นผิวที่เกิดจากการหมุน)

พื้นผิวสามมิติอย่างง่ายที่สุด คือ พื้นผิวที่เกิดจากการหมุน หมุนเส้นตรง หรือ ระนาบบน 2มิติ ซึ่ง จะ เรียกว่าเป็นพื้นผิวของการหมุน เช่นถ้าเราหมุนเส้นตรงที่ขนานกับแกน X รอบแกน X เมื่อหมุนครบ 360 องศา จะเกิดพื้นผิวของทรงกระบอก ดังรูป



โดยสมการ parametric สำหรับจุดที่อยู่ บนพื้นผิวที่เกิดจากการหมุนนี้เป็น

$$P(t) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t) & z(t) \end{bmatrix} \qquad 0 \le t \le tmax$$

และจะได้สมการของ surface เป็น

$$Q(t,\Phi) = \begin{bmatrix} x(t) & y(t)\cos\Phi & y(t)\sin\Phi \end{bmatrix}$$ กรณีนี้หมุนตามแกน X ค่าของ X จะไม่เปลี่ยนแปลง ถ้าเป็นวงกลม parametric equation จะเป็น

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta \qquad 0 \le \theta \le \pi$$

เพราะฉะนั้นจะได้ ได้สมการของ surface เป็น

$$Q(\theta,\Phi) = \begin{bmatrix} x(\theta) & y(\theta)\cos\Phi & y(\theta)\sin\Phi \end{bmatrix}$$
$$Q(\theta,\Phi) = \begin{bmatrix} r\cos\theta & r\sin\theta\cos\Phi & r\sin\theta\sin\Phi \end{bmatrix} \quad 0 \le \theta \le \pi \; ; \; 0 \le \phi \le 2\pi$$

ทุกๆ parametric surface สามารถสร้างให้เกิดพื้นผิวจากการหมุนได้ และสามารถเขียนสมการของพื้นผิวในรูปของ เมตริกซ์ ได้เป็น

$P(t) = [T][N][G]$ โดยที่ [T],[N] เป็น parametric equation และ [G] เป็นจุดบนสมการที่จะนำมาหมุน เมื่อหมุนจะได้สมการเป็น

$Q(t,\phi) = [T][N][G][S]$

[S] เป็น เมตริกซ์ ที่เป็นฟังก์ชัน ของการหมุน เช่น ถ้าหมุนตามแนวแกน X จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 การแปลงภาพเรขาคณิต 2 มิติ

การแปลงภาพเรขาคณิต (Geometric transformations) หมายถึง ภาพที่วาดขึ้นมานั้น สามารถที่จะนำมาเปลี่ยนแปลง แก้ไข ตำแหน่งหรือขนาดได้ ซึ่งการแปลงที่จะกล่าวถึงในหัวข้อใหญ่ ๆ ได้แก่ การย้ายภาพ (Translation), การหมุนภาพ (Rotation), การย่อ - ขยายภาพ (Scaling)

2.2.1 การแทนจุดในสองมิติ

แทนด้วยเมตริกซ์ $[x \quad y]$ และสมาชิก x และ y ในเมตริกซ์นั้น คือคู่ลำดับของจุดบนรูปใน 2 มิติ

2.2.2 การแปลงรูปในสองมิติ

การแปลงภาพใน 2 มิติ จะกระทำได้โดยการคูณเมตริกซ์ใด ๆ เข้าไปในสมการ

$$[A]\,[T] = [B]$$

[T] คือ เมตริกซ์ที่ใช้คูณเพื่อทำการแปลงเมตริกซ์

2.2.3 การแปลงจุด

แทนจุดใด ๆ ด้วย $[x \quad y]$ เราจะได้

$$[X]\,[T] = [x \quad y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$= [(ax + cy) \quad (bx + dy)]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

- ในกรณีที่ $a = d = 1$ และ $c = b = 0$ จะได้

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

จะเห็นได้ว่า ไม่มีการเปลี่ยนตำแหน่งของจุด

- ในกรณีที่ $d = 1, b = c = 0$ จะได้

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ax & y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

จะเห็นได้ว่า ค่า x จะเปลี่ยน ค่า y คงที่

- ในกรณีที่ $b = c = 0$ จะได้

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ax & dy \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

ถ้า $a \neq d$ การย่อ - ขยาย จะผิดเพี้ยนไปจากเดิม แต่ถ้า $a = d > 1$ ภาพที่ถูกขยายแล้ว จะถูกเคลื่อนย้ายห่างออกไปจากจุดประจำที่ แต่ถ้า $a = d < 1$ ภาพที่ถูกย่อแล้ว จะถูกเคลื่อนย้ายเข้ามาใกล้กับจุดประจำที่มากขึ้น

- กรณีที่ $b = c = 0, d = 1$ และ $a = -1$ แล้วจะได้

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -x & y \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

ภาพที่ปรากฏออกมาจะสะท้อนกับแกน y

- ถ้า $b = c = 0$, $a = 1$ และ $d = -1$ ภาพที่ปรากฏออกมาจะสะท้อนกับแกน x
- ถ้า $b = c = 0$, $a = d < 0$ ภาพที่ปรากฏออกมาจะสะท้อนกับจุดกำเนิด
- ในกรณีที่ $a = d = 0$ แล้วจะได้

$$[X]\ [T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x & (bx + y) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า ค่า x ไม่เปลี่ยน แต่ค่า y ขึ้นอยู่กับสมการเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิด ในทางเดียวกัน เมื่อ $a = d = 1$, $b = 0$ ค่า y จะไม่เปลี่ยน แต่ค่า x ขึ้นอยู่กับสมการเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิดเช่นกัน

พิจารณาว่าถ้าต้องการย้ายตำแหน่งของจุด $(0, 0)$ จะได้

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^* & y^* \end{bmatrix}$$

จะเห็นได้ว่า ไม่สามารถย้ายตำแหน่งของจุด (0 , 0) ได้ ดังนั้นจะต้องเปลี่ยนเป็น Homogeneous Coordinate

2.2.4 การแปลงรูปของเส้นตรง

สามารถแปลงรูปของเส้นตรงได้โดยทำการคูณด้วยเมตริกซ์

$[T] = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ โดยที่ a, b, c, d เป็นจำนวนใด ๆ

จะได้ว่า ให้ $[X] = [x \quad y]\,[X]$

$$[T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \left[(ax+cy) \quad (bx+dy)\right]$$

2.2.5 การแปลงรูปของจุดกึ่งกลางของเส้นตรง

เมื่อให้ $[A] = [x_1 \quad y_1]$ $[B] = [x_2 \quad y_2]$ และ $[T] = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ จะได้

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}[T] = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ax_1+cy_1 & bx_1+dy_1 \\ ax_2+cy_2 & bx_2+dy_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A^* \\ B^* \end{bmatrix}$$

จะได้ว่า จุดปลายของเส้นตรง A^*B^* คือ

$$[A^*] = [ax_1+cy_1 \quad bx_1+dy_1]$$

$$[B^*] = [ax_2+cy_2 \quad bx_2+dy_2]$$

การหาจุดกึ่งกลางของเส้นตรง A^*B^* ได้ดังนี้

$$[x_m^* \quad y_m^*] = \left[\frac{x_1^*+x_2^*}{2} \quad \frac{y_1^*+y_2^*}{2}\right]$$

$$= \left[\frac{a(x_1+x_2)}{2}+\frac{c(y_1+y_2)}{2} \quad \frac{b(x_1+x_2)}{2}+\frac{d(y_1+y_2)}{2}\right]$$

พิจารณาที่เส้นตรง AB เดิม มีจุดกึ่งกลาง คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} x_m & y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} & \frac{y_1 + y_2}{2} \end{bmatrix}$$

แล้วนำเมตริกซ์ [T] มาคูณกับเมตริกซ์จุดกึ่งกลางของเส้นตรง AB จะได้จุดกึ่งกลางของเส้นตรงที่ย้ายไป คือ

$$\begin{bmatrix} x_m & y_m \end{bmatrix} [T] = \begin{bmatrix} \frac{a(x_1 + x_2)}{2} + \frac{c(y_1 + y_2)}{2} & \frac{b(x_1 + x_2)}{2} + \frac{d(y_1 + y_2)}{2} \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง พิจารณาเส้นตรง AB ที่จุด A อยู่ที่จุด(0,1) และ B อยู่ที่จุด (2,3) นั่นคือ

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad [B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ที่ใช้สำหรับคูณเพื่อทำการแปลงเมตริกซ์เดิม คือ

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อทำการแปลงจะได้เส้นตรง A^*B^* โดยที่

$$\begin{bmatrix} A^* \\ B^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} [T] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 11 & 7 \end{bmatrix}$$

จุดกึ่งกลางของ A^*B^* คือ

$$\begin{bmatrix} x_m^* & y_m^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3+11}{2} & \frac{1+7}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 4 \end{bmatrix}$$

จุดกึ่งกลางของเส้น AB เดิม คือ

$$\begin{bmatrix} x_m & y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0+2}{2} & \frac{1+3}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$$

จะได้จุดกึ่งกลางใหม่ที่ได้จากการแปลง คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} x_m^* & y_m^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m & y_m \end{bmatrix} [T] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 4 \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะเห็นว่าได้ผลลัพธ์เท่ากัน

2.2.6 การแปลงรูปของเส้นขนาน

ให้ $[A] = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \end{bmatrix}$ และ $[B] = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 \end{bmatrix}$ พิจารณาเส้นตรงที่เกิดจาก[A] และ [B] ซึ่งขนานกับ [E] และ [F] ดังนั้นความชันของทั้งสองเส้นจะเท่ากับ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ขั้นต่อไป ทำการแปลงจุดปลายของเส้น AB โดยใช้เมตริกซ์ [T] ขนาด 2 x 2

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} [T] = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ax_1 + cy_1 & bx_1 + dy_1 \\ ax_2 + cy_2 & bx_2 + dy_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x_1^* & y_1^* \\ x_2^* & y_2^* \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A^* \\ B^* \end{bmatrix}$$

หาความชันของ A^*B^* จะได้

$$m^* = \frac{(bx_2 + dy_2) - (bx_1 + dy_1)}{(ax_2 + cy_2) - (ax_1 + cy_1)} = \frac{b(x_2 - x_1) + d(y_2 - y_1)}{a(x_2 - x_1) + c(y_2 - y_1)}$$

หรือ $$m^* = \frac{b + d\dfrac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}}{a + c\dfrac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)_1}} = \frac{b + dm}{a + cm}$$

จะเห็นได้ว่า ความชันของ m^* ขึ้นอยู่กับ x_1, x_2, y_1 และ y_2 แต่เพราะว่า m,a,b,c,d มีค่าเท่าเดิมสำหรับเส้น EF และ AB ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า เมื่อทำการแปลงเส้นคู่ขนานแล้วนั้นก็จะยังคงขนานกันอยู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.7 การย่อขยายภาพ

เราสามารถเปลี่ยนขนาดของภาพได้โดยการเปลี่ยนขนาดหน้าต่างแสดงภาพ หรือเปลี่ยนขนาดของช่องแสดงภาพ เทคนิคนี้ไม่สามารถใช้ได้ในบางกรณี เช่น ถ้าเราต้องการเปลี่ยนขนาดของภาพภาพหนึ่งในหน้าต่างเท่านั้นถ้าเราขยายหรือย่อ ขนาดของหน้าต่าง ภาพทั้งหมดในหน้าต่างก็จะขยายหรือย่อไปด้วย ในที่นี้จะกล่าวถึงวิธีการเปลี่ยนขนาดของภาพเฉพาะภาพใดภาพหนึ่ง พิจารณาจาก

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

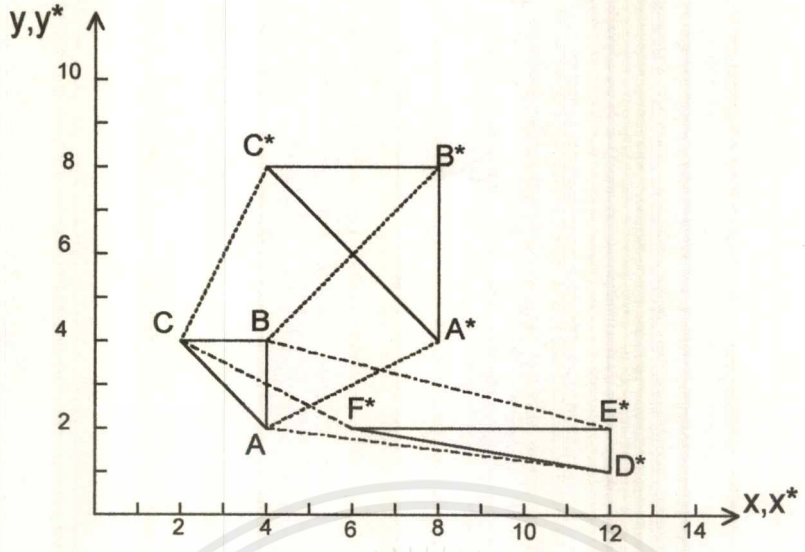
ในกรณีที่ $a = d$, $b = c = 0$ เป็นรูปแบบมาตรฐานของการย่อขยายภาพ แล้วจะได้รูปของการย่อขยาย จากสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยม $A^*B^*C^*$ ดังรูป

แต่ ถ้า$a \neq d$, $b = c = 0$ แล้วจะทำให้รูปแบบการย่อขยายผิดพลาดไป คือ จะได้รูปของการย่อขยายจากสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยม $D^*E^*F^*$ ดังรูป

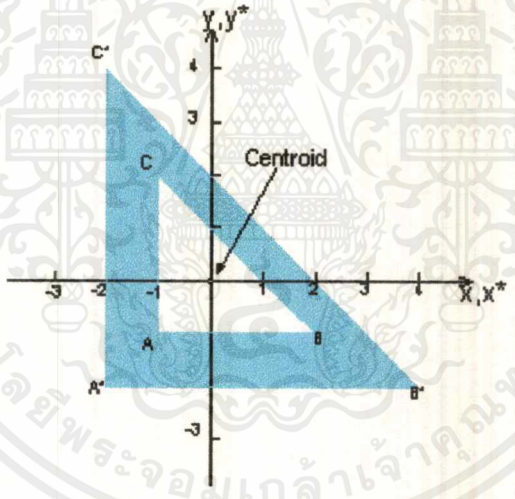
ในกรณีที่ $a = d > 1$ ภาพที่ถูกขยายแล้วจะถูกเคลื่อนย้ายห่างออกไปจากจุดประจำที่ แต่ถ้ากรณีที่ $a = d < 1$ ภาพที่ถูกย่อแล้วจะถูกเคลื่อนย้ายเข้ามาใกล้กับจุดประจำที่มากขึ้น ยกตัวอย่างเช่น

$$[X^*] = [X]\,[T] = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 12 \\ 1 & 12 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2



รูปที่ 2.3

2.2.8 การย้ายภาพ และ Homogeneous Coordinate

การเขียนคู่ลำดับ ปกตินั้นเรามีปัญหาในการย้ายจุด $[0 \quad 0]$ เพราะว่าเมื่อคูณด้วยเมตริกซ์ใด ๆ แล้ว ค่าของตำแหน่งใหม่ที่ออกมาก็คงยังเป็นศูนย์เสมอ ดังนั้น เราแก้ปัญหาโดยวิธีการเขียนพิกัดให้อยู่ในรูปของ Homogeneous Coordinate เช่น $[x \quad y]$ เขียนเป็น Homogeneous

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Coordinate คือ $[x \quad y \quad 1]$ หรือ Homogeneous Coordinate เขียนได้เป็น $[hx \quad hy \quad h]$ ดังนั้นจะเห็นได้ว่า สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ Homogeneous Coordinate ได้หลายรูปแบบ เช่น $[6 \quad 4 \quad 2], [12 \quad 8 \quad 4], [3 \quad 2 \quad 1]$ ทั้งหมดล้วนแทนจุด $(3,2)$ และเมตริกซ์ที่ใช้แปลงข้อมูลจะอยู่ในรูป $[T] = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ m & n & 1 \end{bmatrix}$

จะได้ $$[x^* \quad y^* \quad 1] = [x \quad y \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ m & n & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [x+m \quad y+n \quad 1]$$

จะเห็นได้ว่า สามารถทำการแปลง $(0,0)$ ได้

2.3 การแปลงภาพเรขาคณิต 3 มิติ

เนื่องจากเราต้องการใช้การคำนวณทางเมตริกซ์มาใช้ในการคำนวณการแปลงภาพ เราจึงต้องแปลงพิกัดปกติของเราให้เป็น " Homogeneous Coordinate " ก่อน ดังนั้นถ้าเป็นพิกัด 3 มิติ จะต้องเขียนในรูป vector 1 x 4 เช่น $[x \quad y \quad z]$ จะต้องทำการเขียนให้อยู่ในรูปของ $[x \quad y \quad z \quad 1]$ สำหรับจุดใหม่ที่แปลงแล้วคือ $[x' \quad y' \quad z']$ เขียนให้อยู่ในรูปของ vector จะเป็น $[x' \quad y' \quad z' \quad h]$

$$[x' \quad y' \quad z' \quad h] = [x \quad y \quad z \quad 1] [T]$$

ซึ่ง $[T]$ คือ เมตริกซ์ที่ใช้ทำการแปลง และถ้าเราจะทำการแปลงจาก " Homogeneous Coordinate " กลับมาเป็น " Physical Coordinate" เราสามารถทำได้โดย

$$[x^* \quad y^* \quad z^* \quad 1] = \left[\frac{x'}{h} \quad \frac{y'}{h} \quad \frac{z'}{h} \quad 1\right]$$

สำหรับเมตริกซ์ที่ใช้ในการคูณ เพื่อทำการแปลงภาพใน 3 มิตินั้น มีรูปแบบเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[T] = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ g & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

2.3.1 Three Dimensional Scaling (การย่อ - ขยายภาพ)

เมตริกซ์ที่ใช้ในการเปลี่ยน Scale ของวัตถุใด ๆ นั้น จะมีรูปแบบของเมตริกซ์เป็น

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ax & ey & jz & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x^* & y^* & z^* & 1 \end{bmatrix}$$

รวมทั้งหมดแล้ว ในการแปลง Scale ของภาพนั้น เมตริกซ์ที่นำมาคูณเพื่อทำการแปลงจะอยู่ในรูปของ

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} x' & y' & z' & s \end{bmatrix}$$

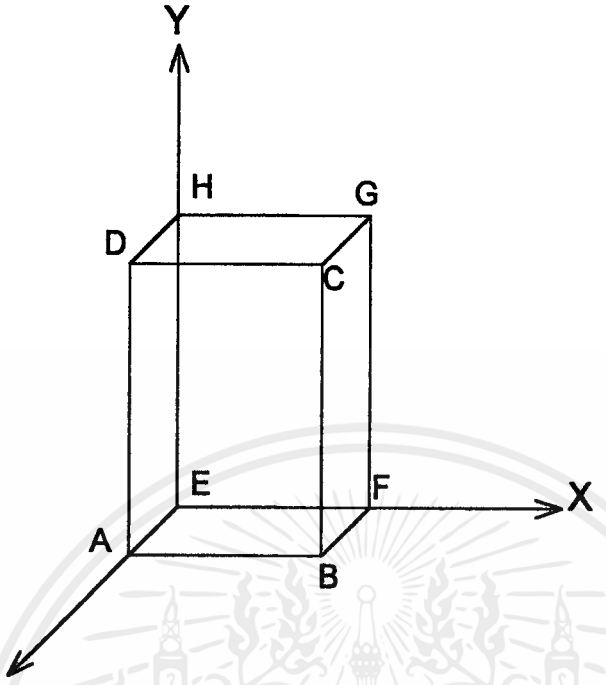
และเปลี่ยนเป็น" Physical Coordinate " โดย

$$[X]\,[T] = \begin{bmatrix} x^* & y^* & z^* & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x'}{s} & \frac{y'}{s} & \frac{z'}{s} & 1 \end{bmatrix}$$

หรือ $$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ เพื่อทำให้ค่า h = 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

33842



รูปที่ 2.4

พิจารณาจากรูปที่ 2.4 เขียน Homogeneous Coordinate ได้เป็น

$$[X] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ทำการย่อ - ขยายวัตถุ โดยการคูณด้วยเมตริกซ์

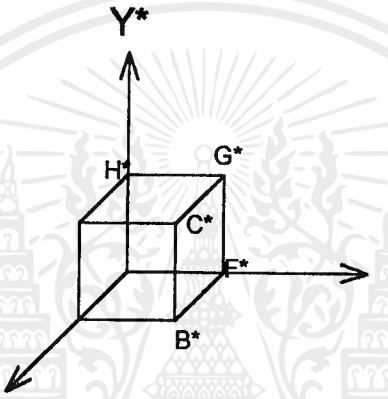
$$[T] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

และผลลัพธ์ของ Homogeneous Coordinate คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[X^*] = [X]\,[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ผลที่ได้ดังจะเห็นในรูป 2.5



รูปที่ 2.5

แต่ถ้าต้องการทำให้รูปมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า เมตริกซ์ [T] **ที่นำมาคูณจะอยู่ในรูป**

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ผลของHomogeneous Coordinate **ที่เปลี่ยนไป แสดงให้เห็นในด้านล่าง**

$$[X'] = [X^*][T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 1 & 0 & 1 & 0.5 \\ 1 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 1 & 1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่า [X′] ที่หาได้อยู่ในรูปของ Homogeneous Coordinate แต่ไม่สามารถแปลงในรูป " Physical Coordinate" ได้ จึงต้องแปลง [X′] ก่อน โดยการคูณ 2 แล้วจะได้

$$[X^*] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จะสังเกตุได้ว่า ถ้าต้องการทำให้รูปมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า จะคูณด้วย [T] แล้วหา [X′] ได้จากนั้นก็คูณ 2 ก็จะได้ $[X^*]$ ดังนั้น หากเราต้องการทำให้มีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น n เท่า จะคูณด้วย

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

แล้วหา [X′] ได้จากนั้นก็คูณ n ก็จะได้ $[X^*]$ ซึ่งมีขนาดเป็น n เท่าของ [X] เดิม

2.3.2 การหมุน

การหมุนภาพจะต้องกำหนดว่าจุดใดเป็นจุดหมุนเสมอ หรือเมตริกซ์ที่ใช้ทำการคูณเพื่อหมุนภาพนั้น จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

หมุนตามแกน x

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมุนตามแกน z

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega & 0 & 0 \\ -\sin\omega & \cos\omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

หมุนตามแกน y

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง พิจารณารูปที่ 2.6 เมตริกซ์ของตำแหน่ง คือ

$$[X] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ต่อไป จะทำการหมุนรอบแกน x โดย $\theta = 90°$ จะได้เมตริกซ์สำหรับ การคูณเพื่อแปลง คือ

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยเมตริกซ์ที่ทำการแปลงแล้ว คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[X^*] = [X]\,[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

อีกกรณีหนึ่งคือการหมุนรอบแกน y โดยที่ $\phi = 90°$ จะได้เมตริกซ์สำหรับการ คูณเพื่อแปลง คือ

$$[T'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยเมตริกซ์ที่ทำการแปลงแล้ว คือ

$$\left[X^{*'}\right] = [X]\,[T']$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ต่อไปลองพิจารณาการหมุนตามแกน x แล้วต่อด้วยการหมุนตามแกน y จะได้เมตริกซ์ใช้คูณ เพื่อทำการหมุนดังต่อไปนี้

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ \sin^2\theta & \cos\theta & \cos\theta\sin\theta & 0 \\ \cos\theta\sin\theta & -\sin\theta & \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

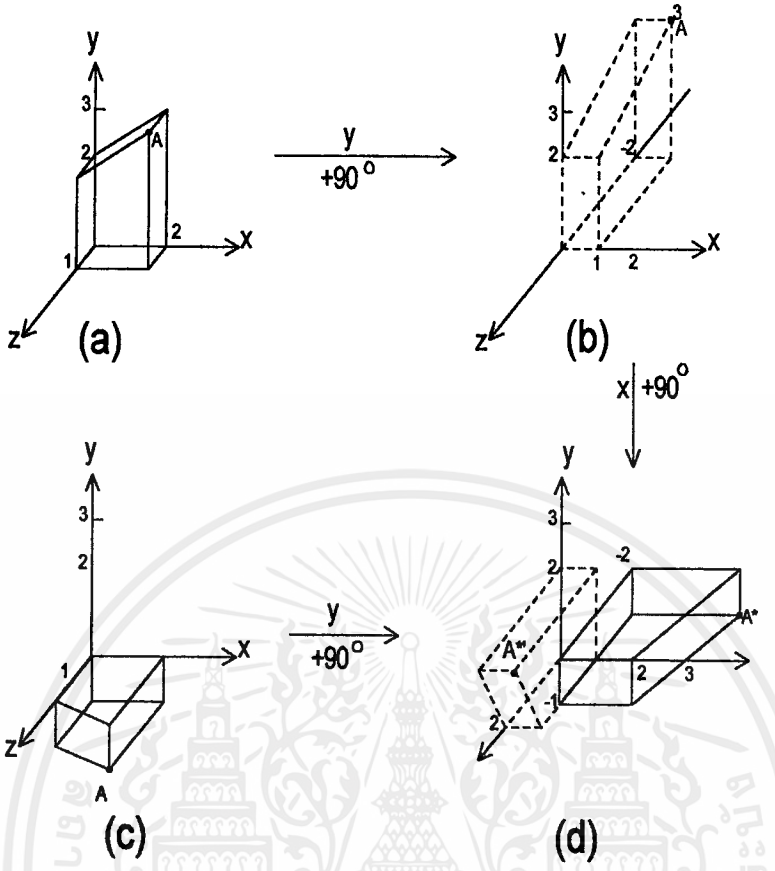
และในทางกลับกัน ถ้าเราหมุนตามแกน y ก่อน แล้วค่อยหมุนตามแกน x เมตริกซ์ที่ใช้หมุนจะเป็น

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & -\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ถ้าเราลองทำการเปรียบเทียบการหมุนทั้ง 2 ลักษณะ จะเห็นว่าเมื่อหมุนเสร็จแล้ว ภาพ 3 มิติที่ปรากฏจะต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6

2.3.3 การสะท้อนของภาพ 3 มิติ

ในการสะท้อนของรูป 3 มิตินั้นจะเสมือนกับการหมุนภาพต่อไปเป็นเมตริกซ์ที่จะใช้ในการคูณเพื่อให้เกิดภาพสะท้อน

ถ้าสะท้อนตาม plane x - y

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ถ้าสะท้อนตาม plane y - z

$$[T] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าสะท้อนตาม plane x - z $\quad [T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

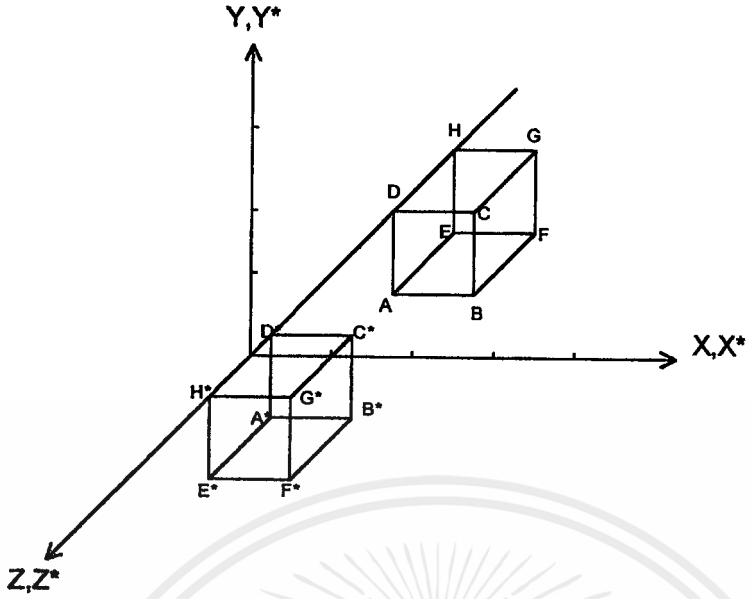
ตัวอย่าง กล่อง ABCDEFGH แสดงดังรูปที่ 5 เขียนเมตริกซ์แสดงตำแหน่ง ได้

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[X^*] = [X][T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.7

2.3.4 การย้ายภาพ

เมตริกซ์ที่ใช้ในการย้ายภาพ คือ

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l & m & n & 1 \end{bmatrix}$$

การหมุน " Homogeneous Coordinate " นั้น สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l & m & n & 1 \end{bmatrix}$$

จะได้ $\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x+l) & (y+m) & (z+n) & 1 \end{bmatrix}$

หรือในการหมุน " Physical Coordinate" ก็จะสามารถเขียนได้เป็น

จากรูป (b) จะมี projection บน $y = 0$ เป็นรูป (a) , $z = 0$ เป็นรูป (c) ,

$x=0$เป็นรูป (d) $x^* = x + l$

$$y^* = y + m$$

$$z^* = z + n$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.5 Orthographic projections

เมตริกซ์สำหรับการหา projection บนระนาบที่ $z = 0$ คือ

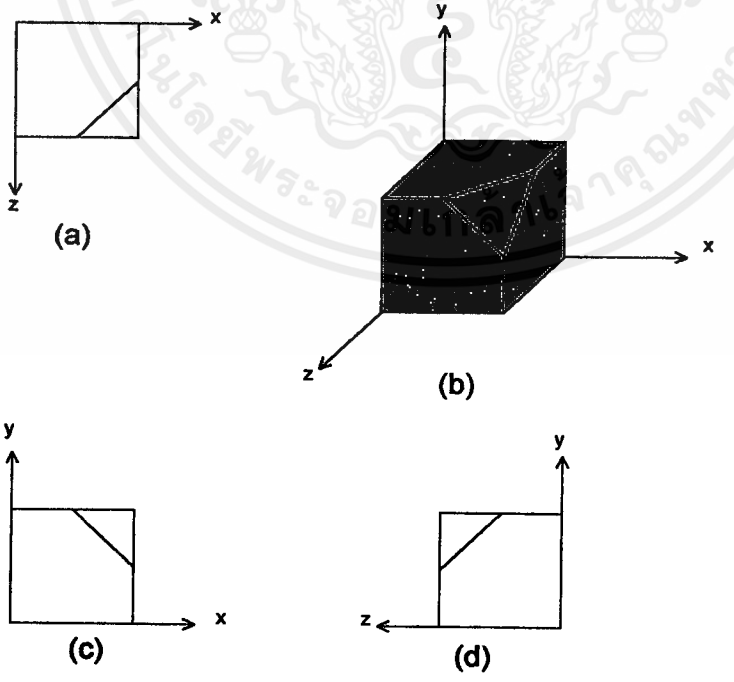
$$[P_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $x = 0$ และ $y = 0$ เมตริกซ์สำหรับการหา projection คือ

$$[P_x] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[P_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เป็นการหา projection จากการมองแค่ 3 มุมมอง สำหรับใน 6 มุมมอง เมื่อเรามองทางด้านหลัง เราก็หา projection บน $z = 0$ ทั้งด้านข้างซ้าย และ ด้านล่างก็เช่นกัน หา projection บนระนาบ $x = 0$ และ $y = 0$ ตามลำดับ



รูปที่ 2.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.6 A Simple Illumination Model

สมการเบื้องต้นที่ใช้

$$I=I_i k_d \cos\theta \quad (0<k_d<1) \quad 0\leq\theta\leq\pi/2$$

I คือ (Intensity) ความเข้มของแสงสะท้อนซึ่งมีผลต่อการลงสีให้วัตถุ

ซึ่งนอกจากนี้ยังมีตัวแปรอื่น ๆ ที่มีความสำคัญซึ่งมีผลต่อค่าของ I ดังสมการ

$$I = I_a k_a + I_d/d + k[k_d(n.L) + k_s(RS)^n]$$

- เช่นความยาวของคลื่นแสง
- ความสามารถในการสะท้อนแสงของวัตถุ
- เวกเตอร์ข้างเคียง (S)
- เนื่องจาก shade สีมีค่าตั้งแต่ 0-255

ดังนั้นจึงกำหนดค่า I ให้อยู่ในช่วง 0-255 เพื่อจะได้นำค่า I ที่ได้ไปกำหนดสีที่จะลงบน polygon ของวัตถุซึ่งการลง shade สีแบบนี้เป็นวิธี constant shadding จะได้สมการเป็น

$$I = 255\cos\theta$$

แต่เนื่องจาก $\cos\theta = n.L/|n||L|$

n คือ normal เวกเตอร์

L คือ Reflox เวกเตอร์

Ie คือ Reflex Ray

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่3
การดำเนินงานและการพัฒนาระบบ

3.1 หลักและวิธีการในการพัฒนาระบบ

ในการพัฒนาระบบจะมีส่วนของการออกแบบหน้าจอ ซึ่งเป็นส่วนที่โปรแกรมจะต้องติดต่อกับผู้ใช้ กล่าวคือ จะมีการออกแบบหน้าจอที่มีลักษณะคล้ายกับการใช้งานจริงแล้วนำไปให้ผู้ใช้ทดลองใช้งาน จากนั้นจะนำข้อผิดพลาดและข้อเสนอแนะต่าง ๆ เพื่อกลับมาแก้ไขที่หน้าจอใหม่ จนกว่าผู้ใช้จะยอมรับว่าใช้ง่าย และสะดวก

สำหรับการพัฒนาระบบอื่น ๆ เช่น การหาความต้องการของระบบ (Requirement) การออกแบบซอฟท์แวร์ (Software Design) การทดสอบระบบ (System Testing) จะใช้การแบ่งโปรแกรมออกเป็นฟังก์ชันและโมดูล ซึ่งเป็นพื้นฐานประการหนึ่งของการโปรแกรมเชิงโครงสร้าง (Structured Programming) เนื่องจากระบบที่มีขนาดใหญ่ ถ้าเกิดมีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นจะสามารถแก้ไขระบบได้ง่าย

3.2 แผนงานและการพัฒนาระบบ

1. ศึกษาหลักและ computer graphic และหลักทางคณิตศาสตร์ที่ต้องนำมาใช้ในการวางแผนงานและพัฒนาระบบ
2. ศึกษาระบบและวิธีการใช้งาน Application Development Tools เพื่อให้เหมาะสม และมีความสามารถที่จะใช้พัฒนาระบบได้โดยเลือก C++ Builder
3. ศึกษาระบบ Software ที่เกี่ยวกับ graphic ที่มีในปัจจุบัน เพื่อศึกษาและนำมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนาโปรแกรม
4. ทำการพัฒนาระบบงานจริง โดยแบ่งขั้นตอนดังนี้
   - ออกแบบ flow chart ของระบบงาน
   - กำหนด input output ของแต่ละ flow chart ในระบบ
   - ออกแบบ user interface
   - ดำเนินงานพัฒนาโปรแกรม
   - หาข้อผิดพลาดของโปรแกรมโดยไปให้ผู้ใช้งานทดลองใช้ เพื่อสามารถนำมาปรับปรุงให้ได้ตรง ความต้องการมากที่สุด
   - จัดทำเอกสารประกอบการใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ติดตั้งระบบให้สามารถทำงานได้ตามวัตถุประสงค์

3.2.1 แผนงานและการพัฒนาระบบภาคการศึกษาที่ 1/2540

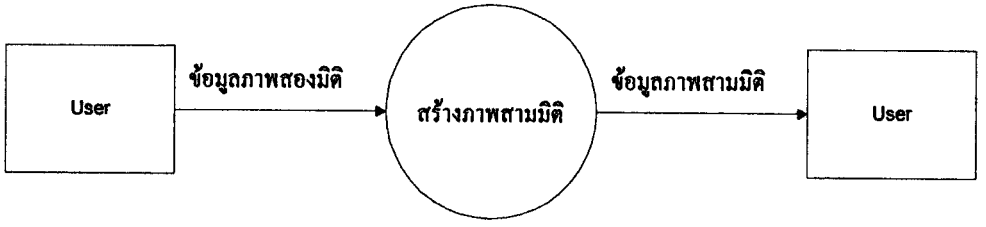
1. ศึกษาหลักการ Computer Graphic และหลักการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องต่อไปนี้
   - ภาพ 2 มิติและ 3 มิติ
   - การหมุนรูป
   - การย่อ ขยายรูป
   - การซ่อนเส้นของรูป
   - การใส่สีของรูป
2. เลือกใช้ C++Builder เพื่อใช้ในการออกแบบและพัฒนาส่วนประมวลผลส่วนหน้า (Font-End) หรือส่วนของการติดต่อกับผู้ใช้ (User Interface)
3. ศึกษาระบบ Soft Ware ที่เกี่ยวกับ Graphic
4. พัฒนาระบบงานจริง
   เมื่อทำการวิเคราะห์การทำงานของระบบได้แล้วจึงทำการเขียน System Flow Diagram

3.2.2 แผนงานและการพัฒนาระบบภาคการศึกษาที่ 2/2540

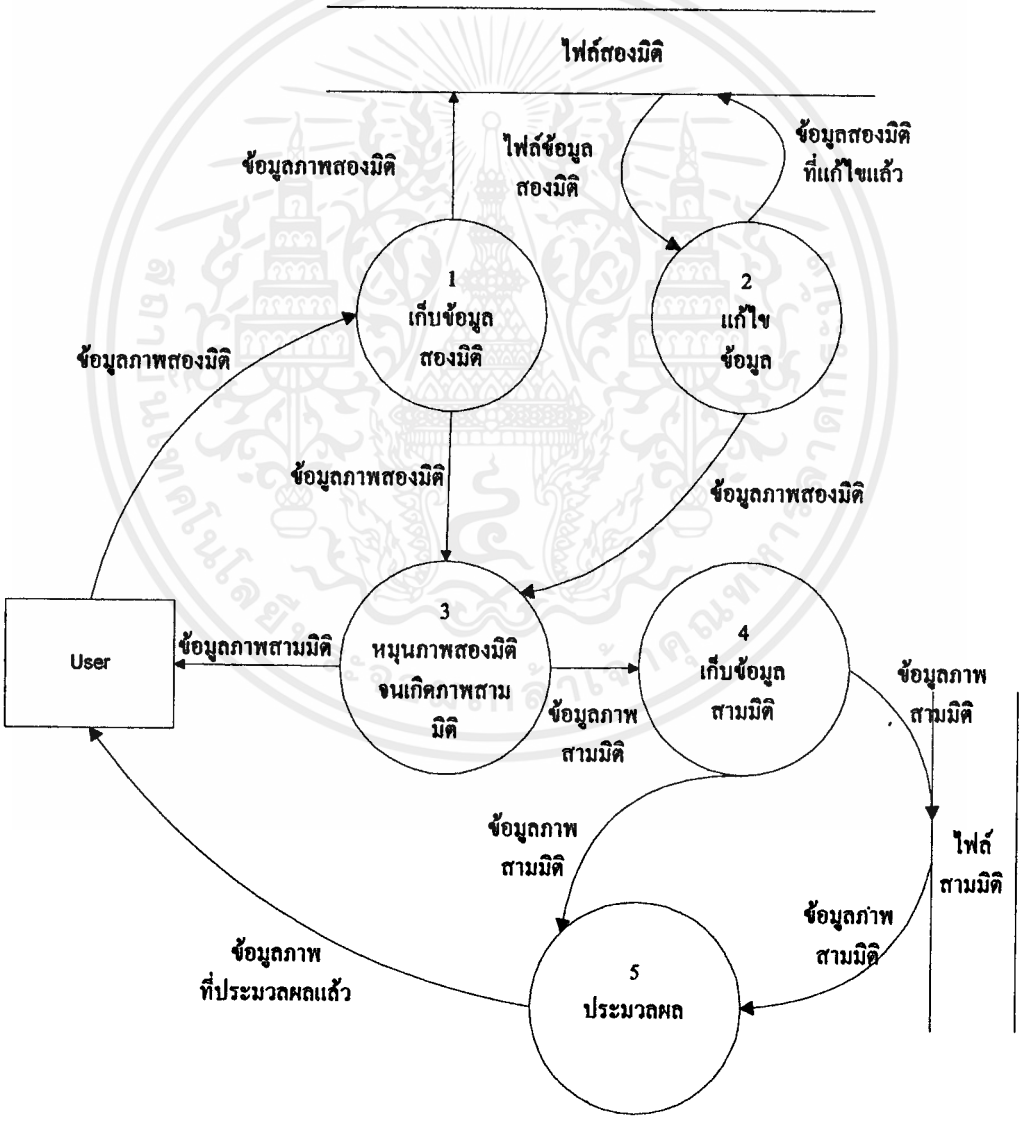
1. เขียนโปรแกรมในรายละเอียดส่วนต่าง ๆ ให้เสร็จสมบูรณ์
   การเขียนโปรแกรมนี้จะประกอบไปด้วย การเขียนโปรแกรมในส่วนของการติดต่อกับผู้ใช้ (User Interface) โดยใช้ C++Builder
2. ทำการทดสอบระบบงานที่ได้ออกแบบไว้ รวมไปถึงการติดตั้ง โดยทำการทดสอบระบบย่อย โดยใช้ข้อมูลสมมติ มาทำการทดสอบหลังจากนั้นจะทำการทดสอบระบบรวมโดยทดลองทำงานจริง อาจจะมีการปรับปรุงการออกแบบในด้านงานไม่ว่าจะเป็น การจัดเก็บข้อมูล อัลกอริทึมในการทำงานเพื่อให้ระบบมีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อระบบมีประสิทธิภาพตามที่ต้องการแล้วจึงทำการติดตั้งระบบเพื่อใช้งานจริง
3. จัดทำเอกสารคู่มือการใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 Context Diagram

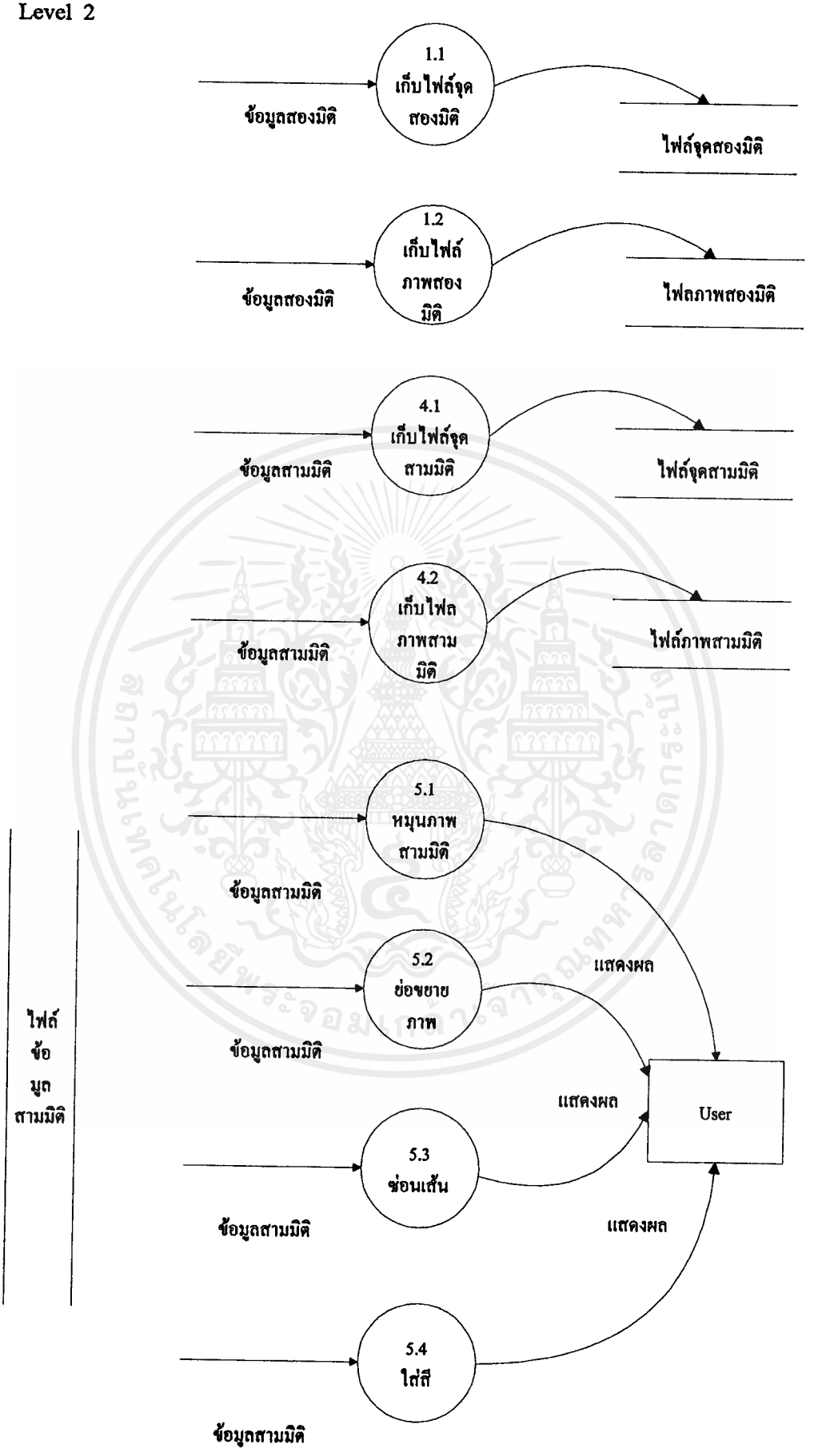


Level 1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Level 2



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 ความต้องการด้านฮาร์ดแวร์และซอฟแวร์

3.4.1 ความต้องการด้านฮาร์ดแวร์

ลักษณะของอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่นำมาใช้ในระบบนี้ ควรมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องคอมพิวเตอร์
   - หน่วยประมวลกลาง (CPU Pentium 100 MH หรือสูงกว่า
   - หน่วยความจำหลัก (Main Memory) ขนาดไม่ต่ำกว่า 16 เมกะไบต์
   - หน่วยความจำความเร็วสูง (cache Memory) ชนิดภายในหน่วยประมวลผลกลางขนาด ไม่น้อยกว่า 16 กิโลไบต์ และชนิดภายนอกหน่วยประมวลผลกลางขนาดไม่น้อยกว่า 256 กิโลไบต์
   - เครื่องขับจานแม่เหล็กอ่างอ่อน (Floppy Disk Drive) ขนาด 3.5 นิ้ว จำนวน 1 หน่วย
   - จอภาพสีชนิดรายละเอียดสูง ขนาดไม่ต่ำกว่า 14 นิ้วตามเส้นทะแยงมุม ซึ่งสามารถใช้แสดงภาพที่ได้รับจากวงจรแสดงผลกราฟฟิค รายละเอียดไม่น้อยกว่า 1,024*768 pixels แบบ Non-Interlace
   - คีย์บอร์ด (Keyborad) ที่มีอักษรภาษาไทย / ภาษาอังกฤษ ตัวเลขและเครื่องหมายสัญลักษณ์พิเศษอย่างน้อย 101 คีย์
   - มีอุปกรณ์ป้อนคำสั่งแบบเมาส์ (Mouse) ที่มีปุ่ม 2 ปุ่ม หรือ 3 ปุ่ม
2. เครื่องพิมพ์ ซึ่งมีลักษณะดังนี้
   - มีความละเอียดในการพิมพ์ไม่น้อยกว่า 600*600
   - มีหน่วยความจำไม่น้อยกว่า 16 เมกกะไบต์
   - มีความเร็วในการพิมพ์ 20 แผ่นต่อนาที
   - มีอุปกรณ์เชื่อมต่อเข้ากับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ในระบบเครือข่าย เพื่อใช้งาน สำหรับเป็นเครื่องพิมพ์สำหรับระบบเครือข่าย

3.4.2 ความต้องการทางด้านซอฟท์แวร์

ซอฟท์แวร์ที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมก็จะมี Windows 95 , Borland C++Builder

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

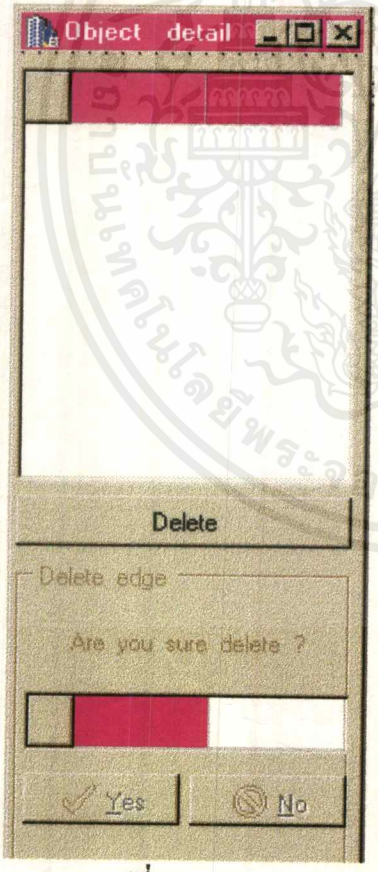
บทที่4
ส่วนติดต่อกับผู้ใช้และแนะนำวิธีใช้

4.1 หน้าจอของการทำงานนั้น แบ่งออกเป็น สามส่วนหลักๆ ได้แก่

- ส่วนที่ 1. เป็นส่วนของ เมนูบาร์ จัดการเกี่ยวกับ โปรแกรม ไม่ว่าจะเป็น จัดเก็บข้อมูลเปิดไฟล์ข้อมูล และประมวลผล

รูปที่ 4.1

- ส่วนที่ 2. เป็นส่วนที่บอกรายละเอียด ของ ออบเจ็ก (object)ซึ่งจะบอกเส้นและจุดของข้อมูลภาพใน สองมิติ



รูปที่ 4.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ส่วนที่ 3. (editor) เป็นส่วนที่แสดงรูปภาพ และรับ อินพุท (input) ของข้อมูลที่จะนำมาหมุน และส่วนนี้จะแสดงภาพ สามมิติที่หมุนแล้วด้วย

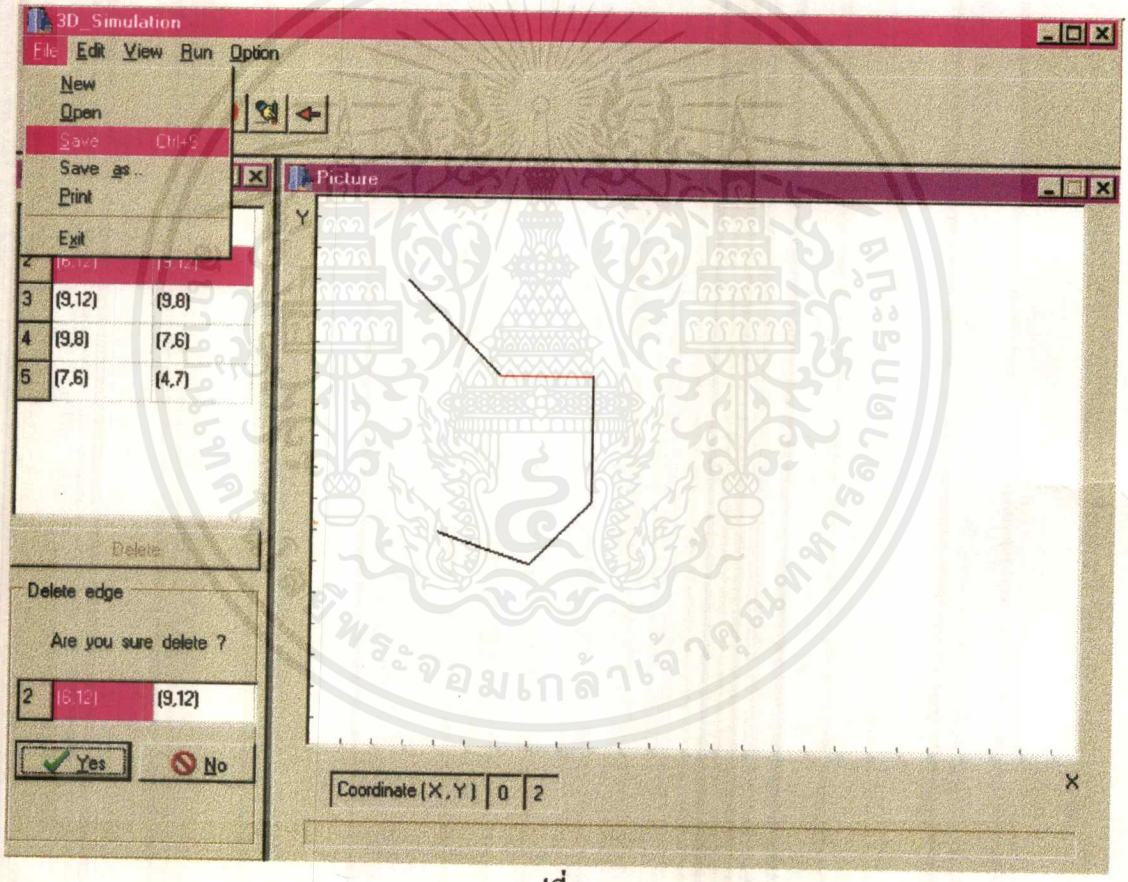
รูปที่ 4.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 แนะนำวิธีและทดลองวิธีใช้งานโปรแกรม

- การ อินพุทข้อมูล (input)

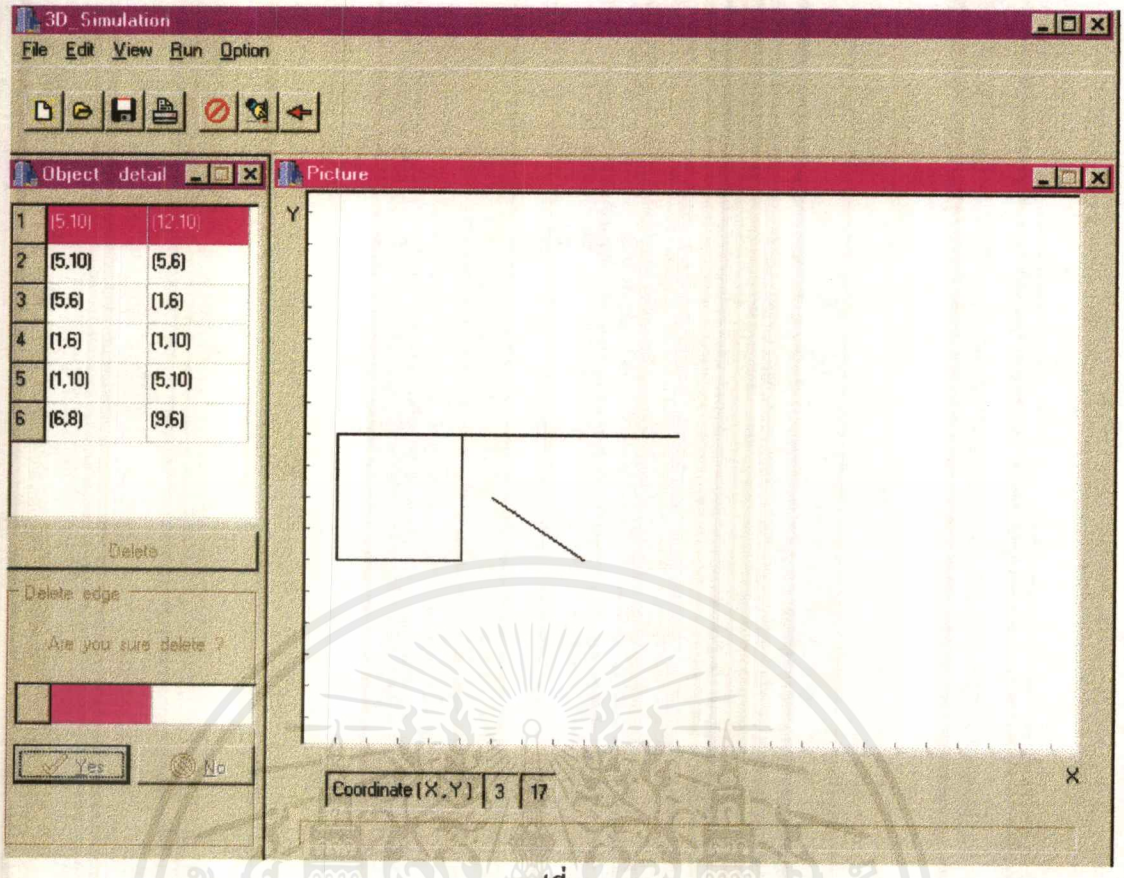
ใช้เมาส์คลิก แล้วลากเส้น โดยจะมีตำแหน่งของจุด (x,y) บอกไว้ที่มุมซ้ายด้านล่างของอิดิเตอร์ (editor) เมื่อลากเส้นแล้วจุดของข้อมูลจะปรากฏ บนหน้าจอ object detail ทางซ้าย ถ้าต้องการลบเส้นใดให้ใช้เมาส์คลิกที่ form object detail ถ้าคลิกเส้นใดเส้นนั้นจะปรากฏเป็นสีแดงแล้วกด delete เพื่อลบเส้นที่ต้องการ ดังรูป



รูปที่ 4.4

ถ้าจะเก็บข้อมูล ให้ไปเลือกที่ เมนูบาร์ ไปที่ file แล้วเลือก save

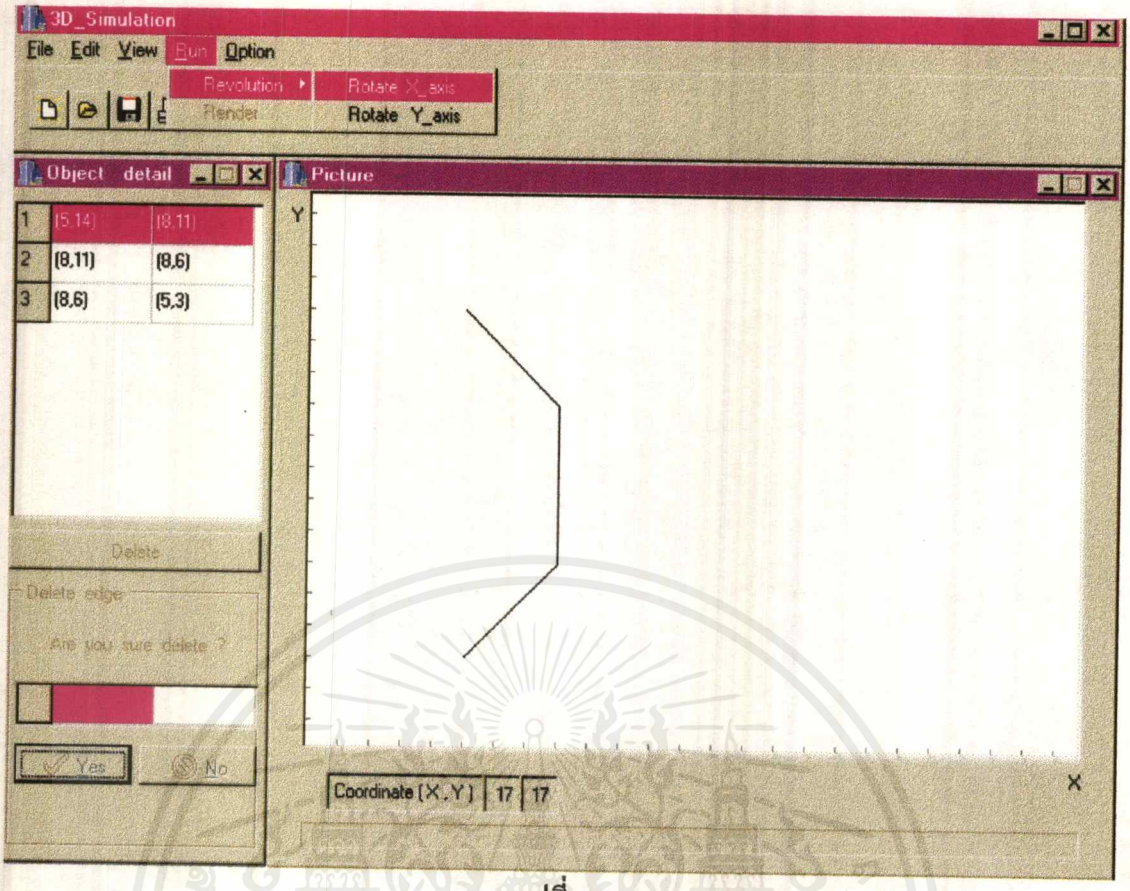
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5

- การอินพุทข้อมูลที่ผิด ซึ่งจะฟ้อง error ให้ดูจุดให้ดีจุดที่มีเส้นมากกว่าสองเส้น ในรูปคือจุด (5,10) และมีเส้นที่ไม่ได้ต่อเชื่อมกับเส้นใดเลยอยู่ดังรูปเป็นการ อินพุทข้อมูลที่ผิด

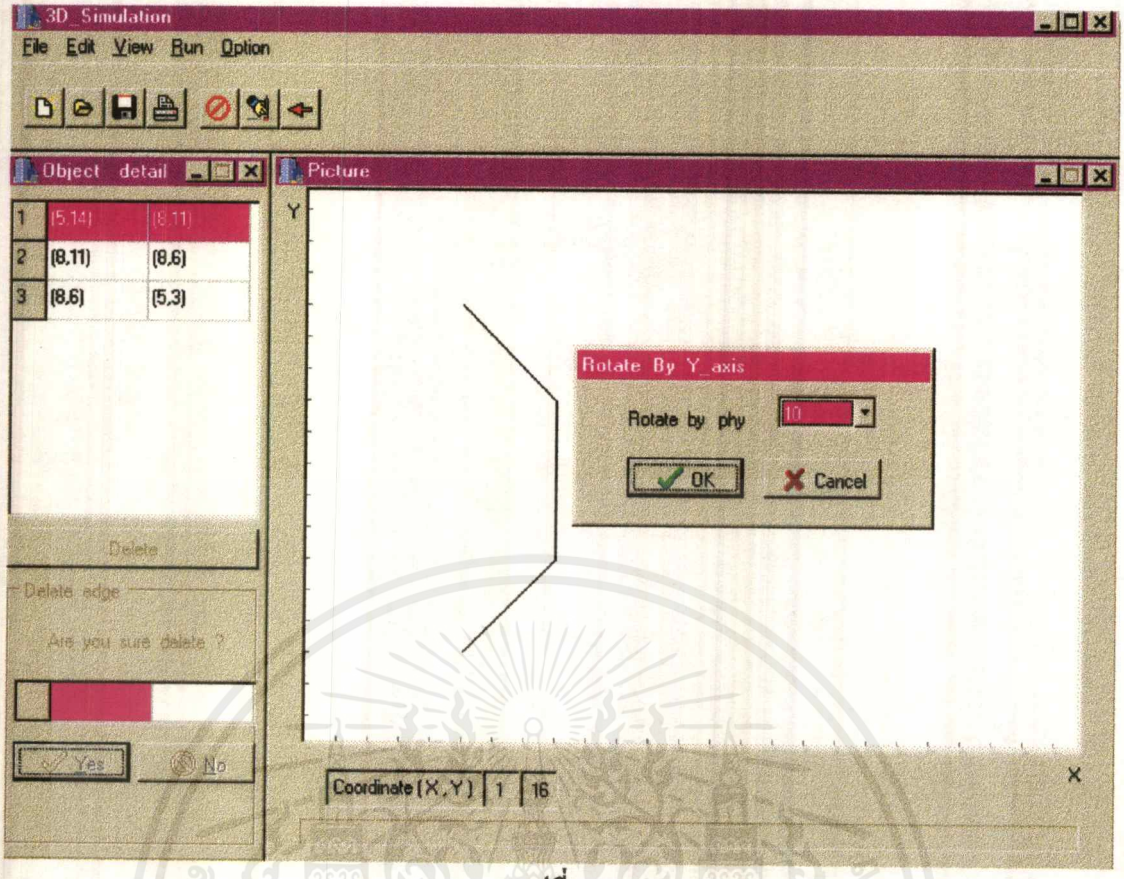
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6

- การประมวลผลข้อมูล เพื่อสร้าง object ของภาพ สามมิติ ให้ใช้เมาส์คลิกที่เมนูบาร์เลือกไปที่ run ดังรูปแล้วเลือกว่าจะหมุนรูปให้รูปสมมาตรกับแกนใด x หรือ y

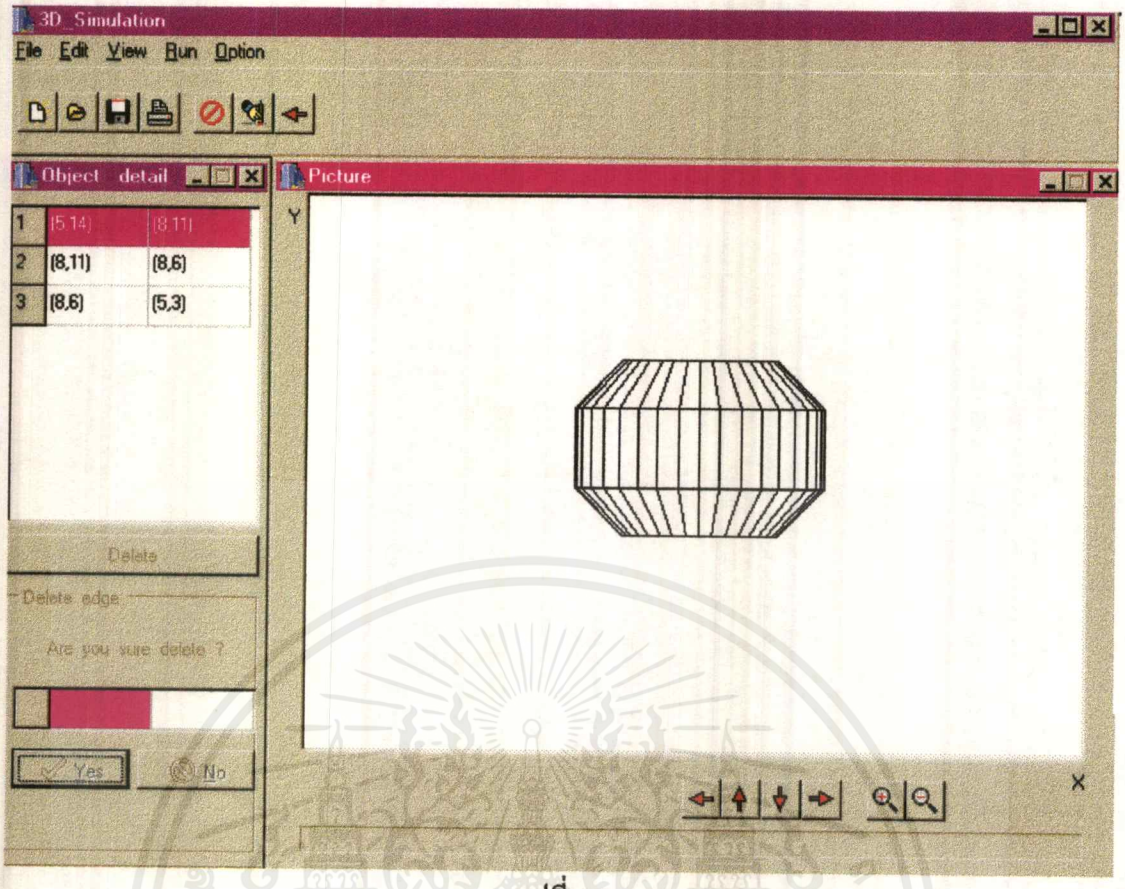
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7

เมื่อเลือกแล้วจะขึ้นหน้าจอที่ให้เลือกมุมในการหมุนว่าจะหมุนไปครั้งละกี่องศา

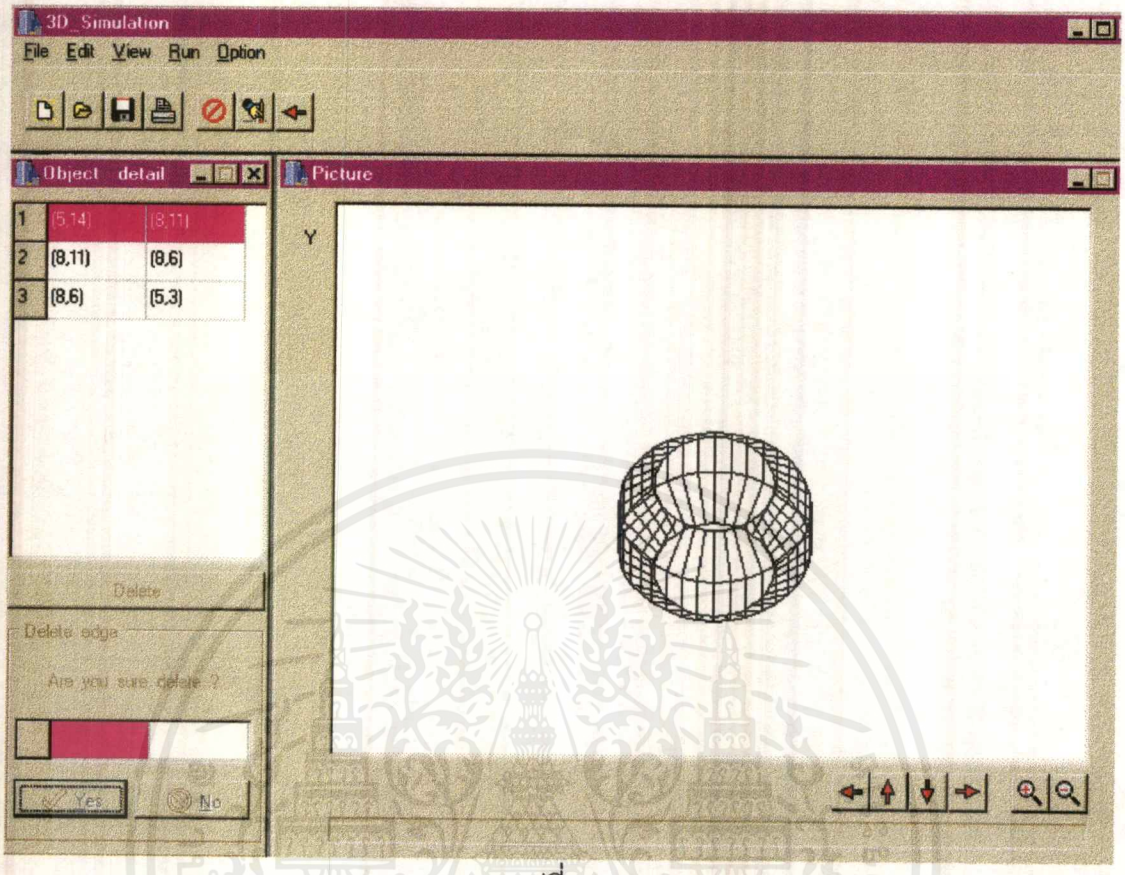
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8

ผลที่ได้จากขั้นตอนการประมวลผลจะได้ภาพ สามมิติ ดังรูป
เมื่อกดปุ่มแว่นขยาย เป็นการย่อหรือขยายรูป (zoom in/zoom out) และปุ่มที่เป็นลูกศรนั้นจะเป็นการเลือกมุมมองของภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

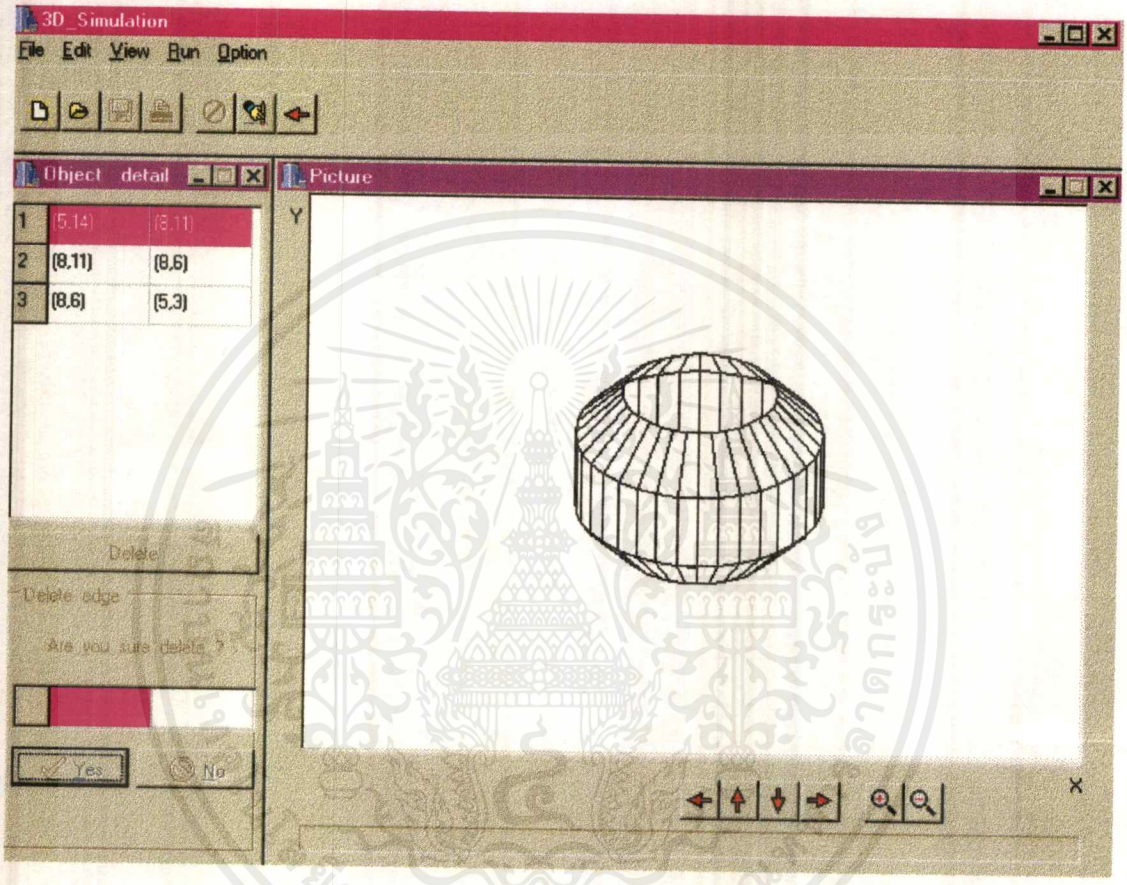


รูปที่ 4.9

เมื่อเปลี่ยนมุมมองโดยกดลูกศรขึ้นจะได้ดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

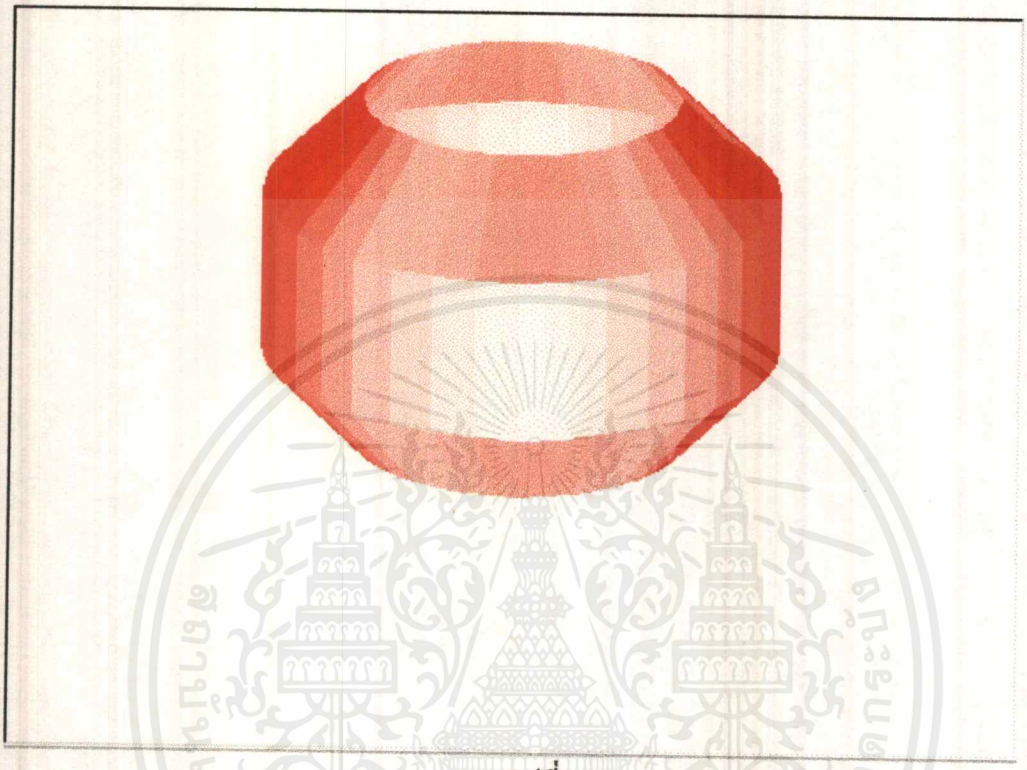
-การซ่อนเส้นเพื่อให้ภาพ สามมิติเป็นภาพที่ดูง่ายยิ่งขึ้นใช้เมาส์เลือกไปที่ view เลือก Hidden Line View หรือ กด F4 จะได้ภาพ 3 มิติดังรูป



รูปที่ 4.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ได้จากเครื่องพิมพ์



รูปที่ 4.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุป วิจารณ์ และแนวทางในการพัฒนาระบบ

5.1 ความสามารถของโปรแกรม

1. โปรแกรมจะให้ผู้ใช้สร้างรูปใน 2 มิติ แล้วนำไปหมุนกับแกน x หรือ y แล้วจะเกิดรูปใน 3 มิติ ที่สมมาตรกับแกนหมุน โดยการสร้างรูปใช้ เมาส์ สร้างใน editor ที่มีให้
2. สามารถจัดเก็บ รูปที่สร้าง และสามารถ เปิดมาแก้ไขได้
3. รูปใน 3 มิติ ที่สร้างมานั้น สามรถแสดงด้านต่างๆ ให้ผู้ใช้ดู
4. นำรูป 3 มิติ ที่ได้ มาสร้างเป็นภาพ 3 มิติที่ดูง่ายขึ้น โดยการ ซ่อนเส้น และลง shade สีของภาพ เพื่อให้ภาพดูเหมือนจริงยิ่งขึ้น
5. สามารถ ย่อ ขยาย ขนาดของรูปได้(zoom in / zoom out)
6. สามารถหมุนรูปเพื่อเปลี่ยนมุมมองของรูปได้
7. จัดเก็บรูปภาพต่างๆเป็น bmp file

5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม

1. รูปที่สร้างขึ้นใน 2มิติ กำหนดให้จุดหนึ่งจุด มีเส้นที่เชื่อมจุด ได้ไม่เกิน 2 เส้น และเส้นทุกเส้นจะต้องมีการเชื่อมต่อ ห้ามเป็นเส้นเดี่ยวๆที่ขาดการเชื่อมต่อจากเส้นอื่น เพราะไม่เช่นนั้นรูปที่ออกมาจะเป็นรูปที่ดูไม่ออก
2. การลงสีภาพวัตถุในระบบนี้ใช้การ คำนวณการลง shade สีอย่างง่าย ซึ่งภาพที่ได้ออกมานั้นอาจจะยังไม่ดีนัก ถ้าจะให้สีที่ลงมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นนั้น ต้องมีตัวแปรอื่น ใน สมการ shading ด้วย
3. การจัดเก็บข้อมูลทั้งในส่วนที่เป็นรูป 2 มิติ และ 3 มิติ จัดเก็บเป็น bmp file หมด จึงทำให้ผู้ใช้ไม่สามารถทราบได้ว่า file ใด เป็น รูป 2มิติ หรือ 3มิติ
4. รูปที่สร้างได้ยังไม่สามรถทำให้คล้ายกับวัตถุจริงมากเท่าที่ควร เนื่องจากยังไม่ได้มีการปรับ curve และ surface ของ จุด (object ของ วัตถุ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 แนวทางในการพัฒนาต่อไป

1. หากต้องการเพิ่มความละเอียดของรูปที่ได้ ให้มีความคล้ายของจริงมากยิ่งขึ้นต้องใช้ทฤษฎีปรับ curve และ surface ซึ่งต้องเพิ่มความละเอียดของจุให้มากกว่านี้ จึงต้องมี hard ware ที่มีประสิทธิภาพสูงด้วย
2. การลงสี หากต้องการให้ได้ภาพที่มีความคล้ายของจริงยิ่งขึ้น ในสมการ shading เดิม ที่หาค่า intensity ต้องเพิ่มตัวแปรอื่นๆเข้าไปในสมการ เช่น อัตราการสะท้อนของวัตถุว่าเป็นกี่ เปอร์เซ็นต์ ความยาวของคลื่นแสง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

1. Procedural Element for computer graphics / by David F. Rogers , McGraw_Hill Co , 1985
2. Computer Graphics principles and Practice / by Foley , VanDam , Feiner , Hughes , Addison_Wesley Publishing company , Inc , 1992
3. Mathematical Elements for Computer Graphics / by David F. Rogers , J.Alan Adam , McGraw Hill , 1990
4. Teach Yourself Borland C++Builder in 21 Day / by Kent Reisdorph , Ken Henderson , 1997
5. Procedural Element for computer graphics / by Rogess , D.F. , McCraw Hill Co. , 1995

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้