

การพัฒนาโปรแกรมเพื่อศึกษาการแสดงกราฟ
แนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์



นาย ปัทม์ ศิวรักษ์ 37054129

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2540

เลขหมู่.....

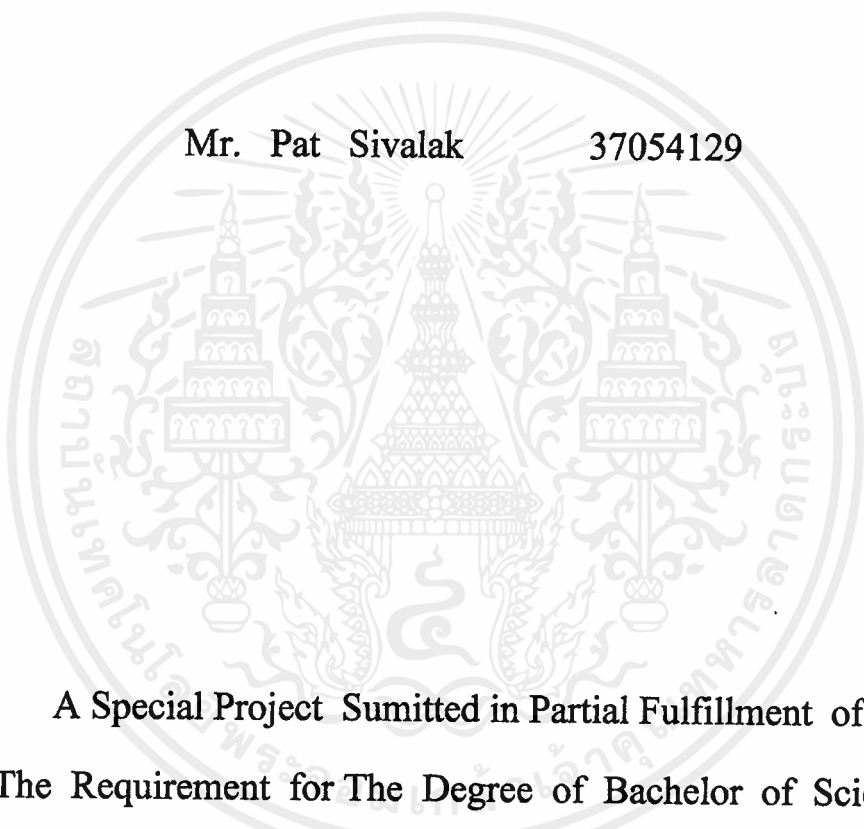
เลขทะเบียน..... 33868

วัน, เดือน, ปี 17 ก.ย. 2542

สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Software Development for Slope Fields of Differential Equation

Mr. Pat Sivalak 37054129

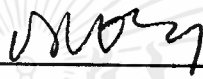


**A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of
The Requirement for The Degree of Bachelor of Science
Department of Mathematics and Computer Science
Faculty Of Science
King Mongkut's Institute Of Technology Ladkrabang**

1997

ปัญหาพิเศษเรื่อง การพัฒนาโปรแกรมเพื่อการแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์
 ชื่อนักศึกษา นาย ปัทม์ ศิวรักษ์
 ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
 อาจารย์ที่ปรึกษา รศ. ภัคคินี ชิตสกุล

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระ
 จอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลัก
 สูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2540



(รศ. ภัคคินี ชิตสกุล)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะกรรมการโครงการพิเศษ



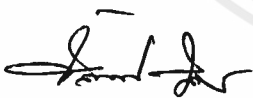
(รศ. อุบลวรรณ เงินวิจิตร)

ประธานกรรมการ



(อ. ไพบูรณ์ พันธรัญพงษ์)

กรรมการ



(อ. จินดา ไชยช่วย)

กรรมการ



(รศ. ภัคคินี ชิตสกุล)

กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ การพัฒนาโปรแกรมเพื่อการแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์

นักศึกษา นาย ปัทม์ ศิวรักษ์ 37054129

อาจารย์ที่ปรึกษา รศ. ภัคคินี ชิตสกุล

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ปีการศึกษา 2540

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ ได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ และ คอมพิวเตอร์กราฟฟิก มาเป็น
 ประโยชน์ในการพัฒนาโปรแกรมในการแสดงกราฟแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์ โดยการ
 ทำงานของโปรแกรมแบ่งเป็น 3 ส่วน คือ

- การป้อนสมการเชิงอนุพันธ์
- การป้อนค่าขอบเขตการแสดงผลของสมการเชิงอนุพันธ์
- การแสดงผลในลักษณะของกราฟ

การสร้างซอฟต์แวร์ ดังกล่าว ได้นำโปรแกรมภาษา Borland C++ Builder มาใช้งาน

Speacial Topic Software Development for Slope Fields of Differential Equation

Student Mr . Pat Sivalak

Adviser Assistant . professor Pakkinee Chitsagul

Department Mathematics and Computer Science

Year 1997

Abstract

Special topic is bring about the mathematics and computer graphic. It useful to development for slope fields of equation. By device algorithm of program to be 3 part is

-input differential equation have form

-input rang of equation

-show graph slope field

In this program ,use Borland C++ Builder.

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดีก็เพราะหลายเหตุปัจจัย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

รศ. ภัคคินี

จิตสกุล

ที่ได้ให้แนวทางในการดำเนินการ ตลอดจนคำปรึกษาอันก่อให้เกิดแนวความคิดที่สามารถแก้ไข
ปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในระหว่างการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้ นอกจากนี้ยังช่วยแนะนำแนวทางในการ
ดำเนินงานและตรวจทานแก้ไขด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ที่ให้ความสะดวกในการใช้
ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์และอำนวยความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่างๆที่ใช้ในการจัดทำปัญหาพิเศษ

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ประสานวิชาความรู้ทั้งในภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติแก่ผู้จัดทำ
จนกระทั่งปัญหาพิเศษฉบับนี้สัมฤทธิ์ผลได้ด้วยดีทุกประการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้าอนุมัติ	i
บทคัดย่อปัญหาพิเศษภาษา	ii
บทคัดย่อปัญหาพิเศษภาษาอังกฤษ	iii
กิตติกรรมประกาศ	iv
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ	1
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ	1
1.4 ขั้นตอนในการดำเนินงาน	1
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
ตารางระยะเวลาในการทำงาน	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง	
2.1 SLOPE FIELDS	4
2.2 การวาดรูป Slope Field	4
2.3 การสร้างภาพกราฟฟิกเบื้องต้น	6
บทที่ 3 การออกแบบระบบ	
3.1 การออกแบบระบบ	18
3.2 ระบบงาน	18
3.3 แผนงานและการพัฒนาระบบ	18
3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม	19
3.5 อัลกอริทึมของโปรแกรมส่วนติดต่อกับผู้ใช้	20
บทที่ 4 การพัฒนาและผลการพัฒนา	
4.1 ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการทดลอง	25
การทดลองและผลการทดลอง	25
บทที่ 5 สรุป วิเคราะห์ และ แนวทางการทดลอง	
5.1 ความสามารถของโปรแกรม	34
5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม	34
5.3 การพัฒนาโปรแกรม	34
บรรณานุกรม	
ภาคผนวก	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

หน้า

บทที่ 2 ทฤษฎี และ หลักเกณฑ์ ที่เกี่ยวข้อง

รูปที่ 2.1	ความชันที่ จุด(t_1, y_1)	4
รูปที่ 2.2	ความชันที่ (t, y)	5
รูปที่ 2.3	ความชันที่ได้จากตาราง ที่ 1	6
รูปที่ 2.4	กราฟของสมการ $dy/dt = y-t$ ที่ ได้จากคอมพิวเตอร์	6
รูปที่ 2.5	ระบบพิกัดจอภาพและ เฟรมบัพเฟอร์เทียบกับ ระบบพิกัดที่ใช้เขียนกราฟ	7
รูปที่ 2.6	ปรากฏการณ์วนรอบ	7
รูปที่ 2.7	อัตราส่วนเอสเป็คต์ ซึ่งมีค่าเป็น 1.33	8
รูปที่ 2.8	พิกเซลที่ใช้สำหรับประกอบเป็นเส้นตรง AB	9
รูปที่ 2.9	เปรียบเทียบภาพเส้นตรงที่ได้จากจอภาพ ที่มีความละเอียดต่างกัน	10
รูปที่ 2.10	เส้นแนวนอนและแนวตั้ง	10
รูปที่ 2.11	Simple DDA	14
รูปที่ 2.12	เส้นตรงที่เกิดจากวิธี Integer DDA	16

บทที่ 3 การออกแบบระบบและหลักการที่เกี่ยวข้อง

รูปที่ 3.1	System Flow ของ โปรแกรม	19
รูปที่ 3.2	ส่วนของเมนู	20
รูปที่ 3.3	คำสั่งที่อยู่ใน file	21
รูปที่ 3.4	แถบของเครื่องมือ	22
รูปที่ 3.5	ส่วนของ LIST EQUATION	22
รูปที่ 3.6	ส่วนของ INPUT EQUATION	23
รูปที่ 3.7	ส่วนของ INPUT VALUE	23
รูปที่ 3.8	ส่วนของ GRAPH	24

สารบัญรูป(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การพัฒนาและผลการพัฒนา	
รูปที่ 4.1 การป้อนค่า $\frac{dy}{dx} = 5$	26
รูปที่ 4.2 การป้อนค่าในส่วนของ INPUT VALUE	27
รูปที่ 4.3 กราฟ SLOPE FIELDS ของ $\frac{dy}{dx} = 5$	28
รูปที่ 4.4 กราฟ SLOPE FIELDS $\frac{dy}{dx} = 2x$	29
รูปที่ 4.5 กราฟ SLOPE FIELDS $\frac{dy}{dx} = x^2+4x+3$	30
รูปที่ 4.6 ป้อนสมการ $\frac{dy}{dx} = x+5$ และคลิก SAVE EQUATION	31
รูปที่ 4.7 แสดงสมการ LIST EQUATION	32
รูปที่ 4.8 กราฟ SLOPE FIELDS ของ $\frac{dy}{dx} = x+5$	33

สารบัญ

หน้าอนุมัติ	i
บทคัดย่อปัญหาพิเศษภาษา	ii
บทคัดย่อปัญหาพิเศษภาษาอังกฤษ	iii
กิตติกรรมประกาศ	iv
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ	1
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ	1
1.4 ขั้นตอนในการดำเนินงาน	1
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
ตารางระยะเวลาในการทำงาน	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง	
2.1 SLOPE FIELDS	4
2.2 การวาดรูป Slope Field	4
2.3 การสร้างภาพกราฟฟิกเบื้องต้น	6
บทที่ 3 การออกแบบระบบ	
3.1 การออกแบบระบบ	18
3.2 ระบบงาน	18
3.3 แผนงานและการพัฒนาระบบ	18
3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม	19
3.5 อัลกอริทึมของโปรแกรมส่วนติดต่อกับผู้ใช้	20
บทที่ 4 การพัฒนาและผลการพัฒนา	
4.1 ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการทดลอง	25
การทดลองและผลการทดลอง	25
บทที่ 5 สรุป วิจัย และ แนวทางการทดลอง	
5.1 ความสามารถของโปรแกรม	34
5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม	34
5.3 การพัฒนาโปรแกรม	34
บรรณานุกรม	

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ

ในการแสดงกราฟทางคณิตศาสตร์จากสมการที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ โปรแกรมที่มีอยู่ในปัจจุบัน มีการใช้งานที่ยุ่งยาก มีความซับซ้อน และมีราคาแพงมาก จึงได้จัดทำโปรแกรมตัวนี้ขึ้นมาให้ตรงตามความต้องการด้านการแสดงกราฟ และเพื่อให้ง่ายแก่การใช้งาน และมีราคาถูก

การแสดงกราฟฟิก เป็นการใช้เส้นกราฟแสดงความชันของสมการอนุพันธ์ และแสดงออกมาในรูปแนวโน้มของสมการของสมการอนุพันธ์ เป็นการนำคอมพิวเตอร์มาช่วยดำเนินงานให้ความถูกต้องตามที่ต้องการ

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในกราฟของสมการอนุพันธ์ว่าจะมีลักษณะของเส้นกราฟ และความเข้าใจในสมการอนุพันธ์ว่าจะมีลักษณะของ Slope Fields ลักษณะใด

เพิ่มความรู้ความเข้าใจในการเขียน โปรแกรมทางด้านกราฟฟิก การลากเส้นแสดงความชันของสมการอนุพันธ์ การบันทึกกราฟของสมการอนุพันธ์ ว่าสามารถจัดทำด้วยวิธีใด

เป็นการพัฒนาโปรแกรมทางด้านคณิตศาสตร์ ในการนำมาแสดงผลจากการป้อนสมการอนุพันธ์ ให้แสดงผลเป็นเส้นกราฟได้ถูกต้อง

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1. สามารถรับสมการเชิงอนุพันธ์จากการใส่ค่าทางแป้นพิมพ์ สามารถอ่านค่าสมการที่ใส่ค่าได้อย่างถูกต้อง
2. ความสามารถแสดงกราฟฟิกจากการใส่ค่าในรูปของสมการอนุพันธ์สามารถกำหนดช่วงค่าขอบเขตสมการ
3. สามารถแสดงข้อผิดพลาดในการใส่ค่าสมการ และการแสดงผลกราฟฟิกสามารถจัดเก็บภาพกราฟฟิกของสมการใส่ค่า จัดเก็บเป็นรูปแบบ BMP

1.4 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1. ศึกษาเนื้อหาทฤษฎีของสมการอนุพันธ์เกี่ยวกับ Slope Fields หลักการสร้างกราฟ Slope Fields ทำความเข้าใจกับการหาความชันของสมการ
2. การศึกษาการเขียนโปรแกรมกราฟฟิก
3. การออกแบบโปรแกรมเพื่อกำหนดการทำงาน กำหนดการป้อนสมการ ข้อจำกัดของการทำงาน การแสดงกราฟฟิก
4. การทำการเขียนโปรแกรมดำเนินงานเพื่อแสดงผลจากการป้อนสมการคณิตศาสตร์ ให้ได้รูปภาพตามที่ต้องการ
5. การทดสอบ การปรับปรุง และทำการแก้ไขข้อผิดพลาดของโปรแกรมที่ได้เขียนขึ้นมาเพิ่มเติมส่วนที่เป็นเมนูการเข้าถึงการใช้
6. การจัดทำเอกสารประกอบการใช้

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

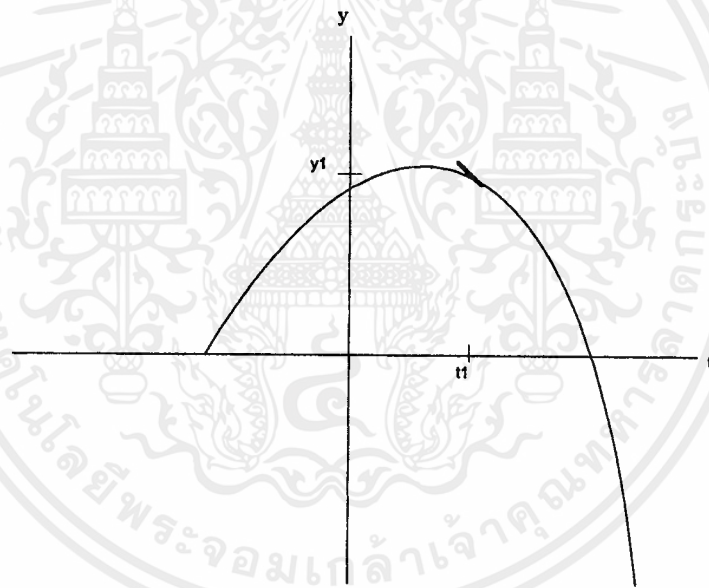
1. โปรแกรมสามารถใช้งานทางคณิตศาสตร์ ในการแสดงกราฟฟิกจากการป้อนสมการ
2. เพิ่มความรู้ด้านวิชาคณิตศาสตร์ ในส่วนของ Slope Fields
3. เป็นแนวทางการทำงาน และการพัฒนาโปรแกรมต่อไป

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักเกณฑ์ที่เกี่ยวข้อง

2.1 SLOPE FIELDS

Slope Fields คือ กราฟแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์ ว่ามีสมการคำตอบเป็นกราฟลักษณะใดการสังเกตกราฟของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dt} = f(t,y)$ ถ้าฟังก์ชัน $y(t)$ เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของ $\frac{dy}{dt} = f(t,y)$ และมีจุด (t_1, y_1) โดยที่ $y = y(t_1)$ ดังนั้น สมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dt}$ ที่จุด $t=t_1$ เป็นค่าของฟังก์ชัน $f(t_1, y_1)$ เส้นกราฟความชันของสมการ $y(t)$ ที่จุด (t_1, y_1) เป็นค่า $f(t_1, y_1)$ ตามรูป 2.1

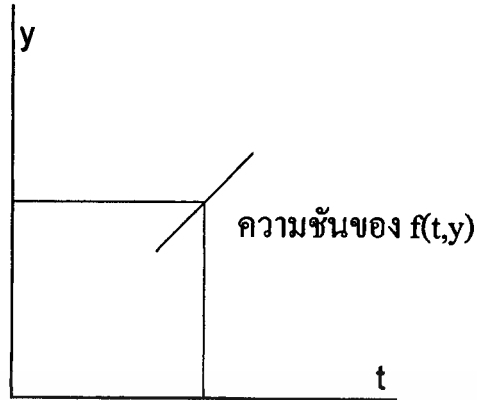


รูป 2.1 ความชันที่จุด (t_1, y_1)

2.2 การวาดรูป SLOPE FIELDS

สมการอนุพันธ์ชั้นที่หนึ่ง $\frac{dy}{dt} = f(t,y)$ ถ้าแทนค่าจุดใดๆ ลงในฟังก์ชันจะได้กราฟของสมการเชิงอนุพันธ์เป็น SLOPE FIELDS เลือกจุดในระนาบ ty และคำนวณค่า $f(t,y)$ ที่จุดนี้ แต่ละจุด (t,y) ลากเส้นแสดงความชันเล็กๆ เป็นค่าของ $f(t,y)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูป 2.2 ความชันที่ (t,y) ตัวอย่าง

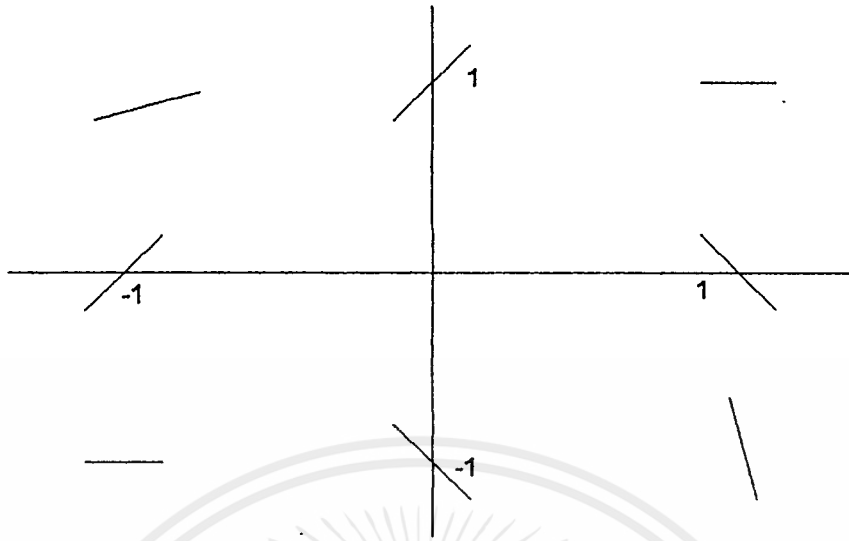
พิจารณาสมการอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dt} = f(t,y) = y-t$$

เราสมมุติจุด 9 จุดในระนาบ ty สำหรับตัวอย่าง ที่จุด $(t,y) = (1,-1)$ มี $f(t,y) = f(1,-1) = 1-1 = -2$ จะ
 ได้ความชันที่จุดต่างๆตามตารางที่ 1 หลังจากนั้นนำค่าความชันมาแสดงในกราฟ ดังนั้นลากเส้น
 ความชัน -2 ที่จุด $(1,-1)$ และสมมุติจุด $(t,y) = (-1,-1)$ มี $f(t,y) = f(-1,-1) = -1+1 = 0$ จะได้ความ
 ชันที่จุด $(t,y) = (-1,-1)$ เป็น 0 นำค่าความชันมาลากเส้นแสดงในกราฟ ลากเส้นความชันสำหรับจุด
 ทั้งหมด ได้กราฟตามรูปที่ 2.3

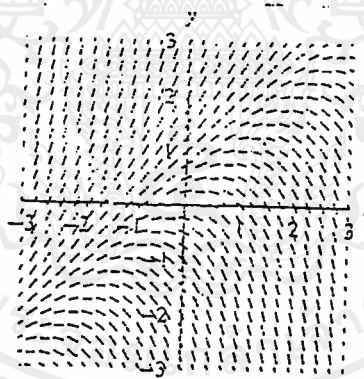
(t,y)	$f(t,y)$	(t,y)	$f(t,y)$	(t,y)	$f(t,y)$
$(-1,1)$	2	$(0,1)$	1	$(1,1)$	0
$(-1,0)$	1	$(0,0)$	0	$(1,0)$	-1
$(-1,-1)$	0	$(0,-1)$	-1	$(1,-1)$	-2

ตาราง 2.1 ความชันที่จุดทั้งหมดของสมการ $\frac{dy}{dt} = y-t$



รูป 2.3 ความชันที่ได้จากตาราง 1

การวาดรูปความชันควรใช้คอมพิวเตอร์ กราฟความชันสำหรับสมการช่วง $-3 \leq t \leq 3$ และ $-3 \leq y \leq 3$ คำนวณค่าฟังก์ชัน $f(t,y)$ ในระยะทั้งหมด 25×25 จุด (625 จุด)



รูป 2.4 กราฟของสมการ $\frac{dy}{dt} = y - t$ ที่ได้จากคอมพิวเตอร์

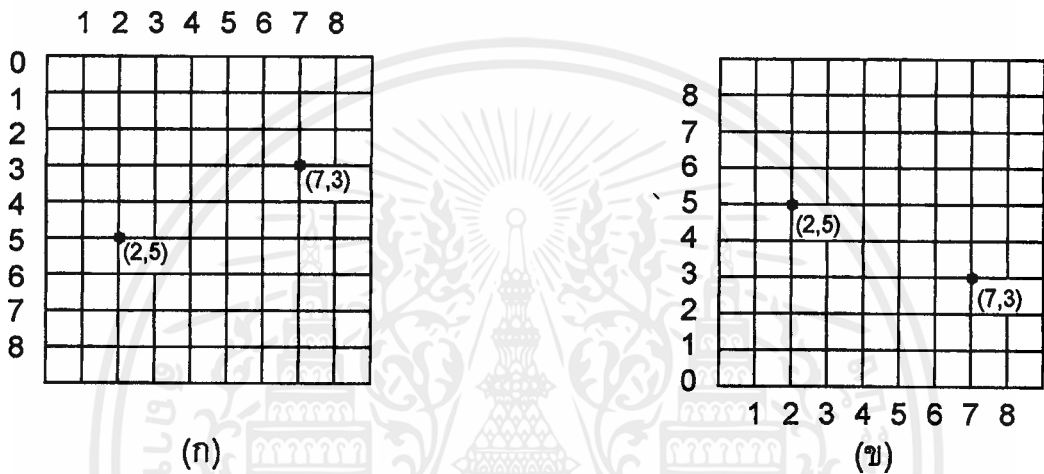
2.3 การสร้างภาพกราฟฟิกเบื้องต้น

กราฟฟิกที่คอมพิวเตอร์สร้างขึ้นนั้นจะสร้างขึ้นได้โดยใช้ภาพกราฟฟิกเบื้องต้นต่างๆ ซึ่งได้แก่ จุด(point), เส้นตรง(straight line), เส้นโค้ง(curves), และภาพรูปทรงเรขาคณิตต่างๆ (geometric figures) เช่น วงกลม, วงรี, หรือรูปสี่เหลี่ยม เป็นต้น นอกจากนี้ยังต้องประกอบด้วยคำสั่งที่เกี่ยวกับการจัดการหน้าจอ เช่น การลบหน้าจอ, การวางภาพที่กำหนดไว้ในตำแหน่งที่ต้องการบนจอภาพ เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. การสร้างจุด

ภาพบนจอภาพแบบแรสเตอร์สแกนเกิดจากจุดสว่างหลายๆ จุดซึ่งจะกำหนดตำแหน่งได้โดยกำหนดจุดในเฟรมบัพเฟอร์ที่สอดคล้องกับจุดจริงบนจอภาพ ทั้งจอภาพและเฟรมบัพเฟอร์จะใช้ระบบจุดพิกัด 2 มิติในการอ้างถึงจุดต่างๆ โดยมีจุดกำเนิดหรือจุด $(0,0)$ อยู่ที่มุมบนซ้ายของจอภาพ ดังรูปที่ 1(ก) ซึ่งต่างจากระบบพิกัดที่มักใช้ในการเขียนกราฟ กล่าวคือ จุดกำเนิดอยู่ที่มุมล่างซ้าย และในรูปที่ 1(ข) การอ้างถึงพิกเซลใดพิกเซลหนึ่งจะใช้คู่ลำดับ (x,y) โดยที่ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์



รูปที่ 2.5 ระบบพิกัดของจอภาพและเฟรมบัพเฟอร์เทียบกับระบบพิกัดที่ใช้ในการเขียนกราฟ

ค่าของจุดพิกัด x และ y จะต้องมีค่าไม่เกินค่าขอบเขตของจอภาพที่ใช้ ถ้ามีการกำหนดค่าเกินขอบเขตจะต้องมีการจัดการอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อกันเหตุการณ์เช่นนี้ตัวอย่างเช่น ให้จุดที่มีค่าอยู่เกินขอบเขตไม่ว่าจะเป็นขอบเขตบน ล่าง ซ้าย หรือขวา ถูกเปลี่ยนค่าให้เป็นค่าที่ขอบเขต นั่นคือ ภาพที่มีพิกัดเกินขอบเขตจะถูกตัดไปเลย (clipping) อีกวิธีหนึ่งเป็นการให้ค่าที่เกินขอบเขตไปเริ่มจากจุดเริ่มต้นอีกที ดังนั้นจุดต่างๆ ของภาพส่วนที่เกินขอบเขตทางขวาไปปรากฏทางด้านซ้ายของจอภาพแทน ซึ่งเรียกว่า ผลวนรอบ (wrap around effect)

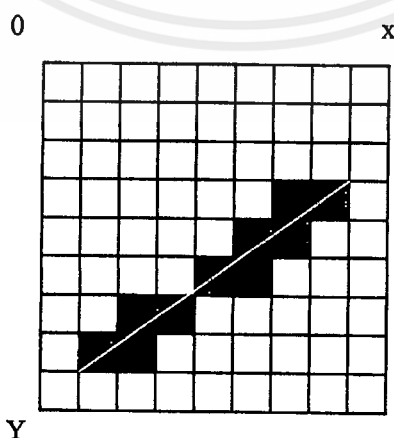
ความยาวจริงในแนวนอนบนจอภาพจะเท่ากับ $0.4 \times 10 = 4$ เซนติเมตร (8 พิกเซล = 0.4 เซนติเมตร) และถ้าลากเส้นในแนวดิ่งโดยใช้จำนวนพิกเซลเท่าเดิมคือ 80 พิกเซล ความยาวจริงของเส้นบนจอภาพจะสั้นกว่าเส้นที่อยู่ในแนวนอน นั่นคือจะยาวเพียง $0.3 \times 10 = 3$ เซนติเมตร ทำให้ภาพที่ได้ไม่ใช้สี่เหลี่ยมจัตุรัสตามที่ต้องการ การแก้ไขทำได้โดยใช้จำนวนพิกเซลที่มากกว่า 80 พิกเซล ซึ่งจะ

ทำให้ความยาวจริงของเส้นในแนวดิ่งบนจอภาพเท่ากับ 4 เซนติเมตรด้วย จำนวนพิกเซลที่ต้องการ = $80 \times \frac{4}{3}$ ซึ่งมีค่าประมาณ 107 พิกเซล หมายความว่าในการวาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนจอภาพที่มีอัตราส่วนแอสเป็คต์เป็น $\frac{4}{3}$ ต้องใช้พิกเซล 80 พิกเซลสำหรับการวาดเส้นในแนวนอน และใช้ พิกเซล 107 พิกเซลสำหรับการวาดในแนวดิ่ง จึงจะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ต้องการ

การวาดรูปวงกลมก็มีปัญหาเช่นเดียวกันกับการวาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส กล่าวคือ ถ้าไม่ได้คำนึงถึงอัตราส่วนแอสเป็คต์ ภาพวงกลมที่ปรากฏบนจอภาพก็จะเป็นรูปวงรี การแก้ไขทำได้เช่นเดียวกับการวาดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นั่นคือ ความยาวในแนวดิ่งจะต้องถูกคูณด้วยค่าอัตราส่วนแอสเป็คต์ก่อนแล้วจึงนำไปวาดลงบนจอภาพ สำหรับการพิมพ์ภาพลงบนกระดาษก็ต้องคำนึงถึงอัตราส่วนแอสเป็คต์ของเครื่องพิมพ์ด้วย ภาพที่ได้จึงมีอัตราส่วนที่ถูกต้อง

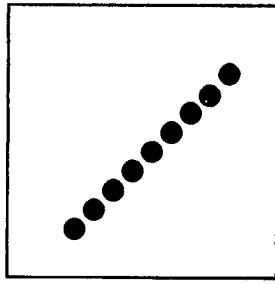
3. การวาดเส้นตรง

เส้นตรงก็คือพิกเซลที่จัดเรียงเป็นลำดับติด ๆ กันในแนวตรง สำหรับจอภาพแบบแรสเตอร์สแกน การลากเส้นตรงในแนวเฉียง เราจำเป็นต้องเลือกพิกเซลที่ใกล้กับแนวเส้นที่สุดเพื่อให้ได้เส้นตรงที่ดีที่สุด รูปที่ 2.8 แสดงเส้นที่ลากบนจอภาพแบบแรสเตอร์สแกน ความถูกต้องและคุณภาพของเส้นที่แสดงบนจอภาพจะขึ้นอยู่กับความละเอียดของจอภาพ ถ้าเป็นจอภาพที่มีความละเอียดสูง เช่น 1024×1024 จุด จะสามารถวาดเส้นได้ตรงและต่อเนื่องมากกว่าจอภาพที่มีความละเอียดต่ำ เส้นที่ปรากฏบนจอภาพที่มีความละเอียดต่ำจะมีช่องว่างระหว่างพิกเซลให้เห็นทำให้เส้นไม่ต่อเนื่อง รูปที่ 2.9 แสดงภาพเส้นตรงที่ปรากฏบนจอภาพที่มีความละเอียดต่างกัน



รูปที่ 2.8 พิกเซลที่ใช้สำหรับประกอบเป็นเส้นตรง AB

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



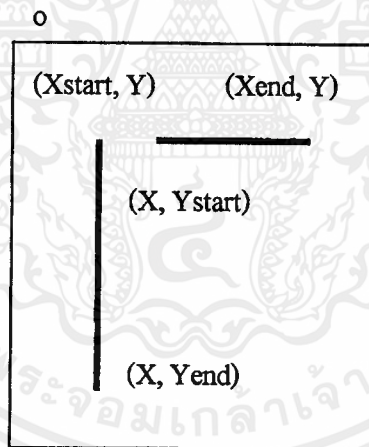
ความละเอียดต่ำ



ความละเอียดสูง

รูปที่ 2.9 เปรียบเทียบภาพเส้นตรงที่ได้จากจอภาพที่มีความละเอียดต่างกัน

ในระบบกราฟิกที่มีความสามารถสูง การวาดเส้นตรงจะทำโดยทางฮาร์ดแวร์ซึ่งจะทำให้สามารถวาดเส้นได้อย่างรวดเร็วมาก ส่วนระบบกราฟิกที่มีความสามารถต่ำ ก็จะวาดเส้นโดยใช้ซอฟต์แวร์ซึ่งวาดได้ช้ากว่ามาก ในการวาดเส้นเรายังจำเป็นต้องเป็นคนกำหนดจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดเอง แล้วระบบกราฟิกจะวาดเส้นเชื่อมจุดที่เรากำหนดไว้ ในตอนต่อไปนี้จะเรามากล่าวถึงวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการวาดเส้นตรงเชื่อมจุด 2 จุดอย่างคร่าว ๆ



รูปที่ 2.10 เส้นแนวนอนและเส้นแนวตั้ง

เส้นแนวนอนและเส้นแนวตั้ง

เส้นแนวนอนและเส้นแนวตั้งเป็นเส้นที่วาดได้ง่ายที่สุด ถ้าค่าของ x ที่จุดเริ่มต้นน้อยกว่า ค่าของ x ที่จุดสิ้นสุด การวาดเส้นแนวนอนทำได้โดยให้ค่าทางแกน y คงที่ แล้วเพิ่มค่าทางแกน x ขึ้นทีละ 1 พิกเซล ดังแสดงในรูปที่ 2.10 เป็นภาพเส้นแนวนอนซึ่งลากจากจุด $(Xstart, Y)$ ไปยัง

(Xend, Y) และ $X_{start} \leq X_{end}$ แต่ถ้า $X_{start} > X_{end}$ เราก็จะทำกลับกัน กล่าวคือ ให้ค่า y คงที่ แล้วลดค่าทางแกน x ลงทีละ 1 พิกเซล

ส่วนเส้นแนวตั้งก็สามารถวาดได้โดยให้ค่าทางแกน x คงที่ แล้วเพิ่มค่าทางแกน y ขึ้นทีละ 1 พิกเซล ถ้าลากเส้นจากจุด y ซึ่งมีค่าน้อยไปยัง y ที่มีค่ามากกว่า แต่ถ้าต้องการลากเส้นจากจุด y ลงทีละ 1 พิกเซลในขณะที่ค่าทางแกน x คงที่

เส้นทแยงมุม

การวาดเส้นทแยงมุมซึ่งมีความลาดชันเป็น +1 เราสามารถทำได้โดยการเพิ่มค่าทางแกน x และ y ขึ้นทีละ 1 พิกเซลจากจุดเริ่มต้นซึ่งมีพิกัดน้อยกว่าของจุดสิ้นสุด หรือการลดค่าทางแกน x และ y ลงทีละ 1 พิกเซลในกรณีกลับกัน สำหรับเส้นทแยงมุมที่มีความลาดชันเป็น -1 สามารถทำได้โดยการเพิ่มค่าทางแกน x และลดค่าทางแกน y ลงทีละ 1 พิกเซลพร้อม ๆ กัน

เส้นตรงที่มีความลาดชันใด ๆ

การวาดเส้นตรงที่มีความลาดชันเท่าไรก็ได้ นั้น มีปัญหาในการสร้างหลายอย่าง ตัวอย่างเช่น จอภาพแบบแรสเตอร์สแกนสามารถแสดงจุดได้เฉพาะตรงที่เป็นตำแหน่งพิกเซลเท่านั้น ทำให้เส้นตรงที่ไม่ใช่เส้นแนวนอนหรือเส้นแนวตั้งมีลักษณะเป็นขั้นบันได (staircase effect) ซึ่งเส้นตรงเหล่านี้จะแทนเส้นตรงจริง ๆ ได้โดยประมาณเท่านั้น เพราะว่าพิกเซลที่มีอาจไม่อยู่ในตำแหน่งที่ตรงกับจุดบนส่วนของเส้นตรงที่จะสร้างจริง ๆ ดังนั้นเราจึงต้องเลือกจุดพิกเซลที่ใกล้กับจุดจริง ๆ มากที่สุด ปัญหาอีกประการหนึ่งก็คือ การหาพิกเซลที่ใกล้หรือดีที่สุดนั้นสามารถทำได้หลายวิธี การเลือกวิธีใดในการสร้างเส้นประมาณนี้ก็ขึ้นกับความเร็วในการสร้างเส้นและภาพเส้นที่วาดได้ดูเป็นเส้นตรงมากแค่ไหน เพื่อให้เข้าใจเกณฑ์ในการเลือกวิธีสร้างเส้นตรง ในตอนนี้จะกล่าวถึงวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการสร้างเส้นตรง

1. วิธีสร้างโดยใช้สมการเส้นตรง วิธีนี้จะใช้สมการเส้นตรง :

$$Y = (m \times X) + b$$

โดยที่ m คือ ความลาดชัน

b คือ ค่าของจุดที่เส้นตรงตัดแกน Y (จุดที่ค่า X เป็นศูนย์)

วิธีวาดเริ่มจากเราต้องหาค่าของ m และ b ก่อน จากนั้นเราจะวาดเส้นได้โดยการเพิ่มค่าของ X ขึ้นทีละหนึ่งหน่วยจากจุดเริ่มต้น (X_{start}, Y_{start}) จนถึงจุดสิ้นสุด (X_{end}, Y_{end}) และทุก ๆ ชั้นของ

การเพิ่มค่า X เราก็จะคำนวณหาค่าของ Y จากสมการ ก็จะได้จุดพิกัด (X, Y) ซึ่งเราจะทำให้ พิกเซลที่พิกัดนี้สว่างโดยใช้คำสั่ง Plot_Point ค่าของ Y ที่ได้จากการคำนวณมักจะเป็นค่าจำนวนจริง เพราะฉะนั้นจึงต้องมีการปรับให้ค่าจำนวนจริงนี้เป็นค่าจำนวนเต็มก่อน เพื่อใช้เป็นค่าพิกัดได้

วิธีนี้มีปัญหา 2 ประการคือ ประการแรก ใช้เวลาในการวาดเส้นมาก และประการที่สองคือ เส้นซึ่งมีความลาดชันมากกว่า 1 จะวาดได้ไม่ดีเนื่องจากมีช่องว่างระหว่างเส้นมากเพราะเป็นช่วงที่ค่า X จากจุดเริ่มไปยังจุดสิ้นสุด ซึ่งใช้ในการคำนวณมีจำนวนน้อยเกินไป

2. วิธี Simple DDA (simple digital differential analyzer) เป็นวิธีที่ง่ายต่อการเขียนโปรแกรมและสามารถให้เส้นที่ค่อนข้างดี

สมมติว่าเราต้องการจะสร้างเส้นตรงซึ่งลากจากจุดพิกัด (Xstart, Ystart) ไปยังจุดพิกัด (Xend, Yend) ซึ่งมีความลาดชัน m ดังนี้

$$m = \frac{(Yend - Ystart)}{(Xend - Ystart)}$$

พิกัด (X1, Y1) และ (X2, Y2) ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ติดกันและอยู่บนเส้นตรงนี้ อาจนำมาใช้ในการคำนวณหาค่าความลาดชัน m ได้ดังนี้

$$m = \frac{(Y2 - Y1)}{(X2 - X1)} \dots \dots \dots 2.1$$

สำหรับค่าสมมูลของ m น้อยกว่า 1 ($abs(m) < 1$) และ $Xstart < Xend$ เราสร้างเส้นโดยการเพิ่มค่าของ X ตัวก่อน (X1) ขึ้น 1 หน่วยจนถึง Xend และคำนวณหาค่าของ Y (ถ้าในกรณีที่ $Xstart > Xend$, ให้สลับค่าจุดปลายทั้งสอง) ดังนั้นสำหรับจุดที่ตามมา (X2)

$$X2 = X1 + 1$$

หรือ $X2 - X1 = 1$

แทนค่า $X2 - X1 = 1$ ลงในสมการที่ 2.1 จะได้

$$Y2 = Y1 + m \dots \dots 2.2$$

จากสมการที่ 2.2 เราสามารถหาค่า Y ตัวต่อมา (Y2) ได้จากค่า Y ตัวก่อน (Y1) วิธีการหาค่าจุดต่อมาจากค่าจุดเดิมเช่นนี้เป็นเทคนิคที่ทำให้สามารถวาดเส้นได้เร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้า $abs(m) > 1$ และ $Y_{start} < Y_{end}$ เราจะสร้างเส้นได้โดยเพิ่มค่าของ Y จนถึง Y_{end} และคำนวณหาค่าของ X (ถ้าในกรณีที่ $Y_{start} > Y_{end}$, ให้สลับค่าจุดปลายทั้งสอง) ดังนั้น

$$\begin{aligned} Y_2 &= Y_1 + 1 \\ \text{หรือ } Y_2 - Y_1 &= 1 \\ \text{แทนค่า } Y_2 - Y_1 &= 1 \text{ ลงในสมการที่ 2.1 จะได้} \\ X_2 &= X_1 + 1/m \quad \dots\dots\dots 2.3 \end{aligned}$$

จากสมการที่ 2.3 แสดงให้เห็นว่าเราสามารถหาค่า X ตัวต่อมาได้จากค่า X ตัวก่อนหน้า จากสมการคำนวณค่า X หรือ Y ข้างต้น ค่าที่ได้จะเป็นค่าจำนวนจริง ดังนั้นก่อนที่จะนำไปใช้ในการกำหนดจุดพิกเซลจะต้องแปลงให้เป็นจำนวนเต็มก่อน โปรแกรมสำหรับวาดเส้นตรงโดยใช้วิธี Simple DDA ในโปรแกรมจะมีการทดสอบว่า $X_1 = X_2$ หรือไม่ด้วย เนื่องจากถ้า $X_1 = X_2$ จะเกิดการหารด้วยศูนย์ขึ้น ซึ่งจะทำให้เกิดข้อผิดพลาดได้และมีการทดสอบว่า $Y_1 = Y_2$ หรือไม่ด้วย เพื่อกันไม่ให้ใช้โปรแกรมนี้วาดเส้นแนวนอน (การวาดเส้นแนวนอนไม่จำเป็นต้องใช้โปรแกรมยาว ๆ เช่นนี้)

ปัจจุบันนี้ภาษาโปรแกรมส่วนใหญ่จะเตรียมคำสั่งที่ใช้ในการวาดเส้นให้แล้ว ไม่จำเป็นต้องสร้างเอง ดังนั้นเราเพียงแค่เรียนรู้ว่ามีวิธีการอย่างไรบ้างก็พอ รูปที่ 2.11 แสดงการใช้วิธี Simple DDA เพื่อสร้างเส้นตรงจากจุดพิกัด (2,2) ถึง (6,7)

$$\begin{aligned} X_{start} &= 2 & X_{end} &= 6 \\ Y_{start} &= 2 & Y_{end} &= 7 \\ m &= \frac{(7-2)}{(6-2)} & m_{inverse} &= \frac{4}{5} \\ &= \frac{5}{4} & &= 0.8 \\ &= 1.25 & & \end{aligned}$$

Iteration

1. $Y_r = 3$

$$X_r = 2 + 0.8 = 2.8$$

Plot __ Point (3,3)

$$2. Y_r = 4$$

$$X_r = 2.8 + 0.8 = 3.6$$

Plot __Point (4,4)

$$3. Y_r = 5$$

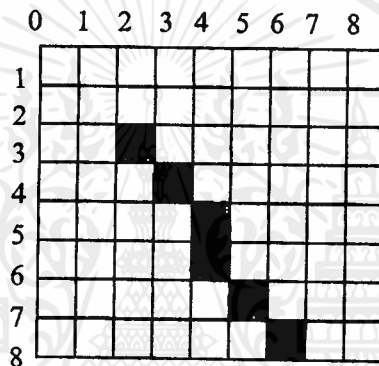
$$X_r = 3.6 + 0.8 = 4.4$$

Plot __Point (4,5)

$$4. Y_r = 6$$

$$X_r = 4.4 + 0.8 = 5.2$$

Plot __Point (5,6)



รูปที่ 2.11 Simple DDA

3. วิธี Integer DDA เนื่องจากวิธี Simple DDA มีการคำนวณที่ใช้เวลามากคือการบวกเลขทศนิยม ดังนั้นจึงมีการพัฒนาวิธีที่ใช้เวลาน้อยกว่า โดยใช้การคำนวณที่เป็นจำนวนเต็มอย่างเดียวเท่านั้น ซึ่งเรียกว่าเป็นวิธี Integer DDA

หลักการเบื้องต้นของวิธีนี้ก็คือ แทนค่าความลาดชันซึ่งเป็นจำนวนจริงด้วยจำนวนเต็ม นั่นคือจะนำค่าของ $\Delta y = Y_{end} - Y_{start}$ และ $\Delta x = X_{end} - X_{start}$ มาใช้โดยตรง แทนที่จะนำไปคิดความลาดชัน ซึ่งจะต้องมีการคำนวณเลขทศนิยม

วิธีนี้แบ่งออกเป็น 4 กรณีขึ้นอยู่กับค่าของความลาดชันของเส้น แต่แต่ละกรณีก็จะมีกฎเกณฑ์ของตัวเอง ซึ่งจะได้อธิบายแต่ละกรณีไป สำหรับค่า error ที่ใช้ในการอธิบายจะหมายถึงระยะทางระหว่างจุดที่พล็อตเพื่อสร้างเส้นกับจุดสิ้นสุดของเส้นที่ควรจะเป็นจริง ๆ และจุดสิ้นสุดจะต้องอยู่ในลำดับที่เหมาะสมของแต่ละกรณี

กรณีที่ 1 ค่าความลาดชันระหว่าง 0 ถึง 1 โดยที่ Δx และ Δy เป็นค่าบวก :

ถ้าค่าของ error เป็นลบ ให้พล็อตจุดต่อไปทางขวาของจุดเดิมที่เพิ่งจะพล็อตมาโดยเลื่อนไป

หนึ่งหน่วย แล้วบวกค่า Δy เข้ากับค่า error แต่ถ้าค่าของ error เป็นบวก ให้พล็อตจุดต่อไปที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับวิชาการเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นไปใช้ประโยชน์ในการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำแหน่งสูงขึ้นไปหนึ่งหน่วยและไปทางขวาอีกหนึ่งหน่วยจากจุดเดิม แล้วบวกค่า error ด้วยค่าของ $\delta_y - \delta_x$

กรณีที่ 2 ค่าความลาดชันมากกว่า 1 โดยที่ δ_x และ δ_y เป็นค่าบวก :

ถ้าค่าของ error เป็นลบ ให้พล็อตจุดต่อไปที่ตำแหน่งสูงขึ้นไปหนึ่งหน่วยและไปทางขวาอีกหนึ่งหน่วยจากจุดเดิม แล้วบวกค่า error ด้วยค่าของ $\delta_y - \delta_x$ แต่ถ้าค่าของ error เป็นบวก ให้พล็อตจุดต่อไปที่ตำแหน่งสูงขึ้นไปหนึ่งหน่วยจากจุดเดิมที่ฝั่งจะพล็อตมา แล้วลบค่า δ_x ออกจากค่า error

กรณีที่ 3 ค่าความลาดชันระหว่าง -1 ถึง 0 โดยที่ δ_y และ δ_x เป็นลบ :

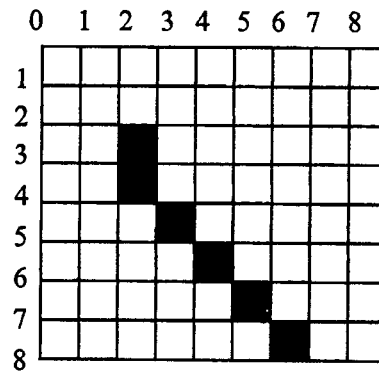
ถ้าค่าของ error เป็นลบ ให้พล็อตจุดต่อไปทางซ้ายของจุดเดิมที่ฝั่งจะพล็อตมาโดยเลื่อนไปหนึ่งหน่วย แล้วบวกค่า δ_y เข้ากับค่า error แต่ถ้าค่าของ error เป็นบวก ให้พล็อตจุดต่อไปที่ตำแหน่งสูงขึ้นไปหนึ่งหน่วยและไปทางซ้ายอีกหนึ่งหน่วยจากจุดเดิม แล้วบวกค่า error ด้วยค่าของ $\delta_x + \delta_y$

กรณีที่ 4 ค่าความลาดชันน้อยกว่า -1 โดยที่ δ_y เป็นบวก δ_x เป็นลบ :

ถ้าค่าของ error เป็นลบ ให้พล็อตจุดต่อไปที่ตำแหน่งสูงขึ้นไปหนึ่งหน่วยและไปทางซ้ายอีกหนึ่งหน่วยจากจุดเดิม แล้วบวกค่า error ด้วยค่าของ $\delta_x + \delta_y$ แต่ถ้าค่าของ error เป็นบวก ให้พล็อตจุดต่อไปที่ตำแหน่งสูงขึ้นไปหนึ่งหน่วยจากจุดเดิมที่ฝั่งจะพล็อตมา แล้วบวกค่า δ_x เข้าจากค่า error

ค่า error ที่จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของเส้นจะมีค่าเป็น 0 และจะมีค่าเป็น 0 ทุกครั้งที่ตำแหน่งจุดที่คำนวณได้ อยู่บนเส้นที่ควรจะเป็นจริงและแต่ละกรณีข้างต้นจะมีค่าของ error ต่างกัน

รูปที่ 2.8 แสดงภาพของเส้นตรงที่ควรจะเป็นเทียบกับเส้นที่เกิดจากการสร้างโดยใช้วิธี Integer DDA เป็นเส้นที่ลากระหว่างจุด (2,2) ไปยังจุด (6,7) ในรูปแสดงการคำนวณจุดที่จะต้องพล็อตต่อไปจากจุดตั้งต้นจนถึงจุดสิ้นสุดด้วย จะเห็นว่าวิธีนี้ไม่จำเป็นต้องคำนวณค่าความลาดชัน (ซึ่งใช้การหาร) เลย แต่เราก็สามารถสร้างเส้นตรงได้



รูปที่ 2.12 ภาพของเส้นตรงที่เกิดจากวิธี Integer DDA

$$Xstart = 2$$

$$Xend = 6$$

$$Ystart = 2$$

$$Yend = 7$$

$$\delta x = 4$$

$$\delta y = 5$$

$$\delta y - \delta x = 1$$

การคำนวณในตัวอย่างนี้เป็น กรณีที่ 2 เพราะว่าความลาดชันมีค่ามากกว่า 1 ซึ่งดูได้จากค่าของ $\delta y - \delta x = 1$

Iteration :

$$1. \text{ error} = 0$$

$$x = 2$$

$$y = 2 + 1 = 3$$

$$\text{error} = 0 - 4 = -4$$

$$2. \text{ error} = 4$$

$$x = 2 + 1 = 3$$

$$y = 3 + 1 = 4$$

$$\text{error} = -4 + 1 = -3$$

$$3. \text{ error} = -3$$

$$x = 3 + 1 = 4$$

$$y = 4 + 1 = 5$$

$$\text{error} = -3 + 1 = -2$$

$$4. \text{ error} = -2$$

$$x = 4 + 1 = 5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y = 5 + 1 = 6$$

$$\text{error} = -2 + 1 = -1$$

5. $\text{error} = -1$

$$x = 5 + 1 = 6$$

$$y = 6 + 1 = 7$$

$$\text{error} = -1 + 1 = 0$$



บทที่ 3

การออกแบบระบบและหลักการที่เกี่ยวข้อง

3.1 การออกแบบระบบ

1. ศึกษาความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการเขียนกราฟฟิก และภาษา C
2. ออกแบบระบบงานและส่วนประกอบต่าง ๆ ของระบบ
3. การพัฒนาระบบ
4. ขั้นตอนทดสอบและแก้ไข
5. สรุปประสิทธิภาพของระบบและปัญหาที่เกิดขึ้น

3.2 ระบบงาน

การทำงานของระบบแบ่งออกเป็น 3 ส่วน มีการทำงานเป็นขั้นตอนต่อไปนี้

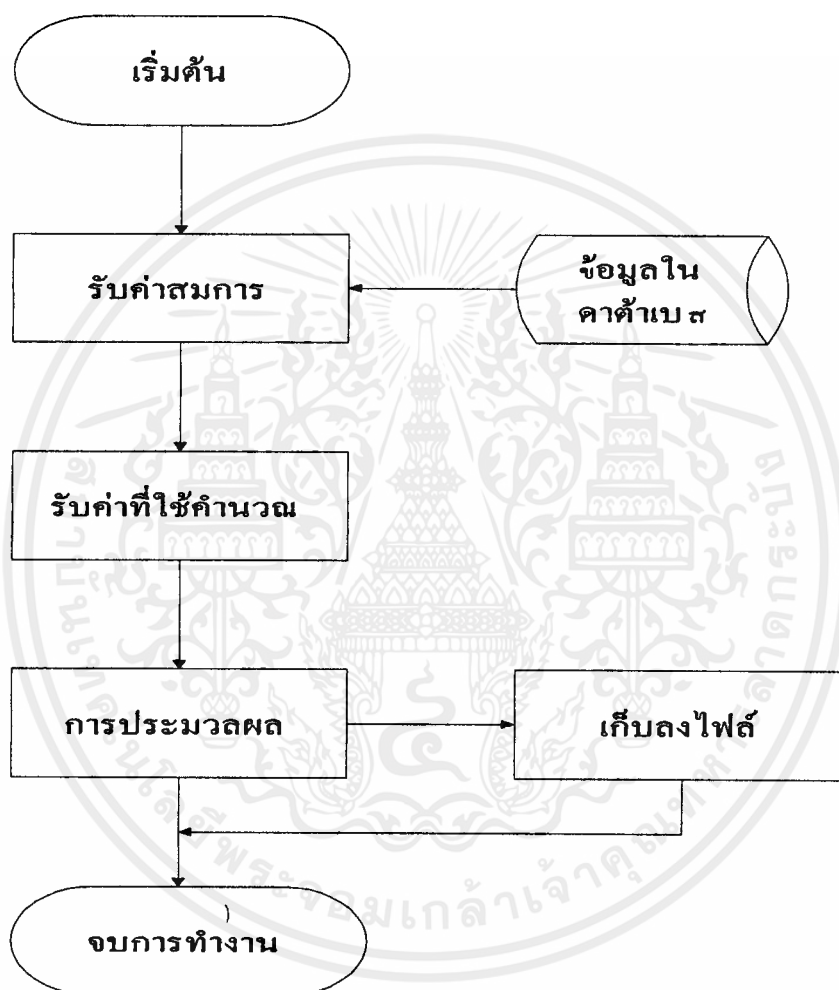
1. ส่วนนำข้อมูลเข้า(input)อย่างง่าย เป็นการป้อนค่าสมการที่ต้องการหา และป้อนค่าขอบเขตของสมการที่ต้องการหา มีการตรวจสอบการป้อนสมการว่าถูกต้อง ถ้ามีข้อผิดพลาดจะแสดงให้ทราบ และทำการป้อนค่าสมการเข้ามาใหม่
2. ส่วนวิเคราะห์และประมวลผล (process and analysis) เป็นการนำสมการที่ป้อน มาคำนวณเขียนกราฟให้ได้ผลตามต้องการ
3. ข้อมูลที่ได้จากส่วนที่ 2 มาแสดงผลทางจอภาพแล้วสามารถเก็บลงเพิ่มข้อมูลได้ สามารถให้ทำการป้อนค่าขอบเขตได้ใหม่ ถ้าการกำหนดขอบเขตในครั้งแรกเกิดการผิดพลาดหรือต้องการใส่ค่าขอบเขตใหม่เข้ามาโดยใช้สมการตัวเดิม โดยโปรแกรมจะแสดงกราฟฟิกจากค่าขอบเขตใหม่อีกครั้งหนึ่ง

3.3 แผนงานและการพัฒนาระบบ

1. ศึกษาการเขียนกราฟฟิกคอมพิวเตอร์ ให้มีความเข้าใจโดยการใช้โปรแกรม C++Builder ในการทำงาน ทำการศึกษาคณิตศาสตร์ ในหัวข้อเรื่องสมการอนุพันธ์ การเขียน Slope Field เพื่อนำมาใช้คำนวณ หาค่าต่าง ๆ ที่จะนำมาเขียน
2. ออกแบบ flow chart ของระบบงาน
3. กำหนด INPUT และ OUTPUT ของระบบ
4. ออกแบบ USER INTERFACE
5. นำความรู้ที่ได้มาเขียนเป็น โปรแกรมแสดงกราฟตามที่ต้องการ

6. ทำการทดสอบระบบงานที่ออกแบบไว้ โดยใช้ข้อมูลที่ได้สมมตินำมาป้อนลงในโปรแกรมและ ทำการ แสดงภาพกราฟออกทางจอภาพ แกะไขข้อมูล ข้อบกพร่องที่แสดงออกมาทางจอภาพและ แสดงข้อผิดพลาดที่มี
7. จัดทำเอกสารประกอบการใช้งาน

3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม



รูปที่ 3.1 System Flow ของโปรแกรม

1. โปรแกรมจะรับสมการอนุพันธ์โดยสมการมีค่าตัวแปร X หรือตั้งตัวสมการจากดาตาเบสออกมาใช้ มีไฟล์ดาตาเบสชื่อ EQU_TABLE.DBF
2. ป้อนค่าที่ใช้ในการเขียนกราฟ

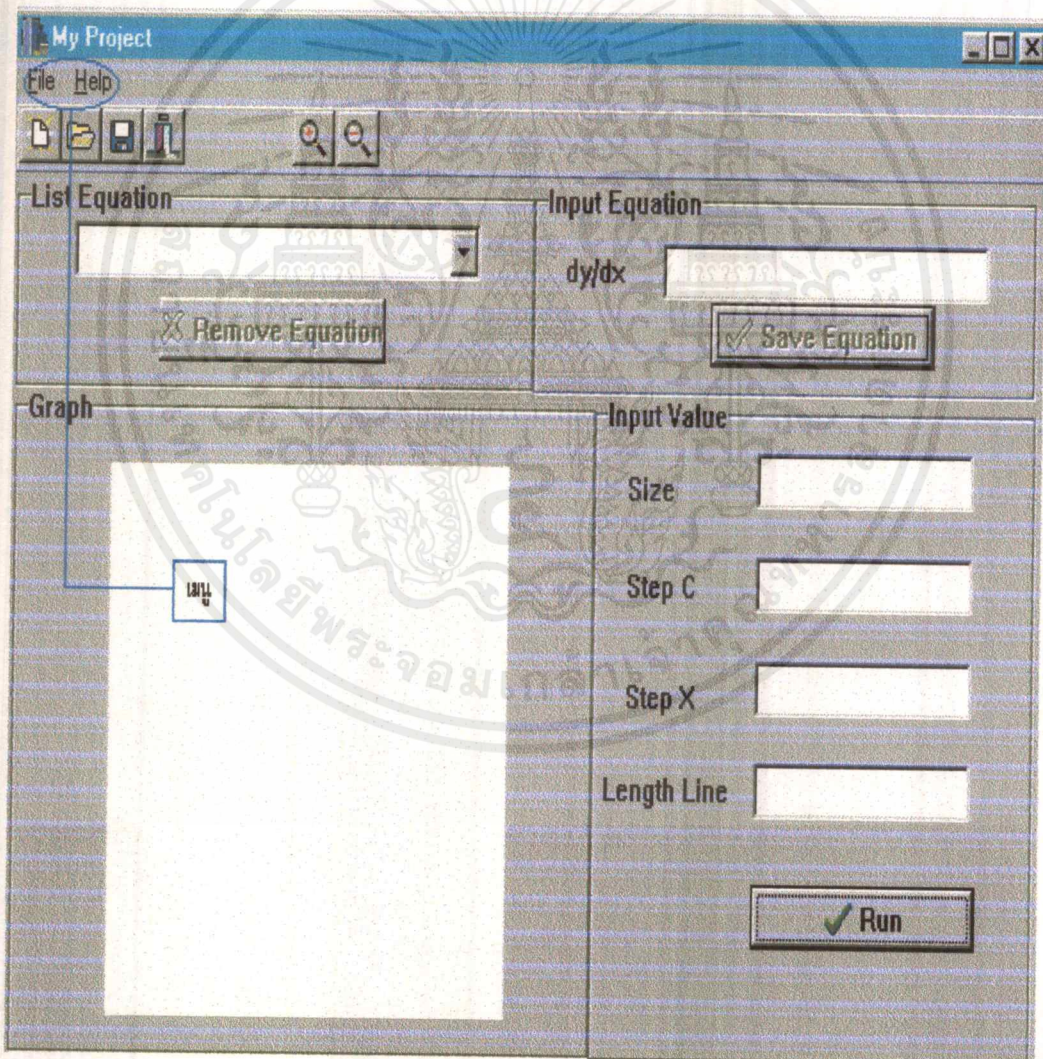
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ทำการประมวลผลการทำงานของโปรแกรมทำการอ่านสมการที่ป้อนเข้ามาและ นำมาเขียนกราฟ
4. จัดเก็บผลการทำงานที่ได้ลงไฟล์ โดยจัดเก็บเป็นนามสกุล BMP และจัดเก็บค่าที่ใช้เขียนกราฟเป็นชื่อเดียวกันแต่นามสกุล TXT
5. ออกจากโปรแกรม

3.5 อัลกอริทึมของโปรแกรมส่วนติดต่อกับผู้ใช้

เมื่อเริ่มการทำงานของโปรแกรมจะแสดงหน้าต่างทำงานประกอบด้วยส่วนใช้งานต่างๆ ดังนี้

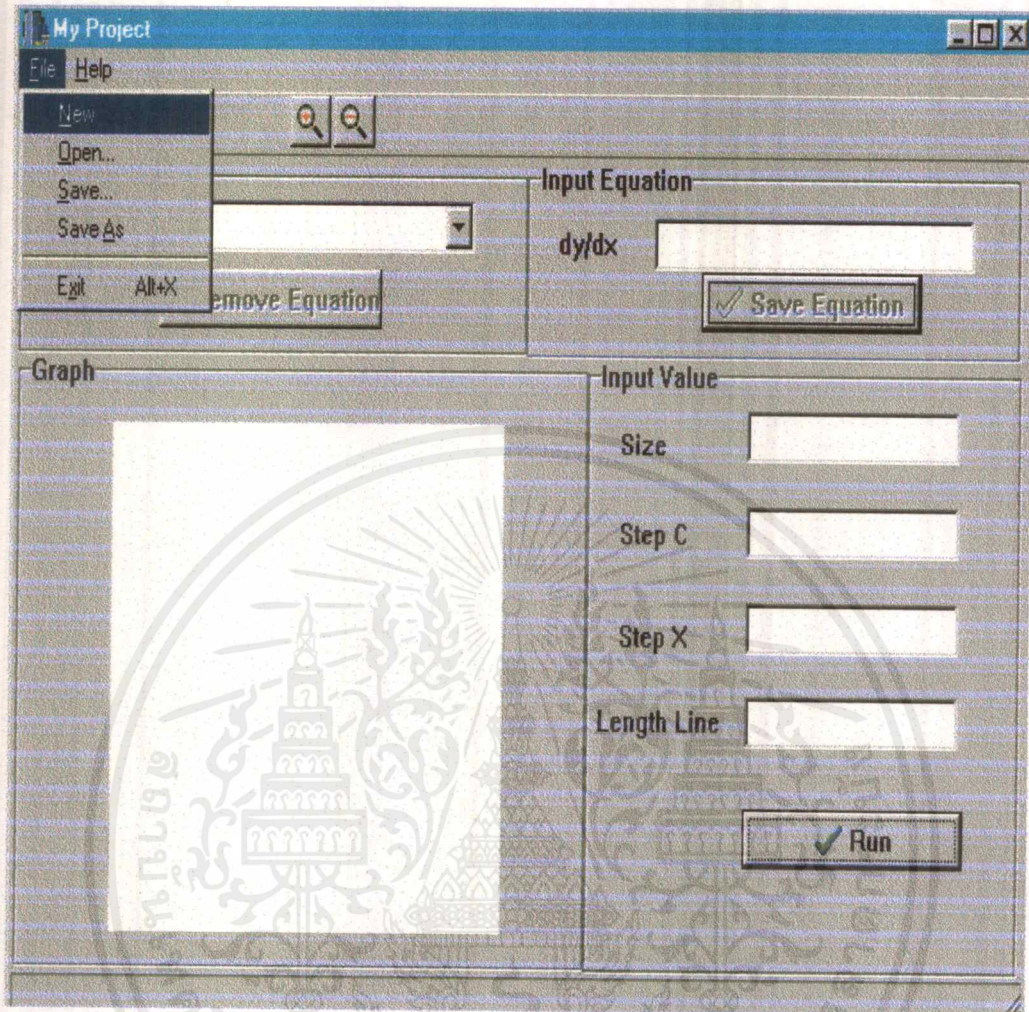
1. ส่วนของเมนู



รูปที่ 3.2 ส่วนของเมนู

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อคลิกที่ FILE โปรแกรมจะมีคำสั่งให้เลือกใช้ ดังนี้



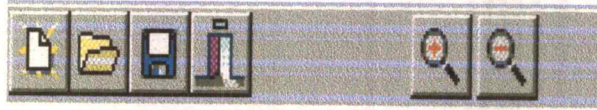
รูปที่ 3.3 คำสั่งที่อยู่ใน file

1. NEW โปรแกรมจะทำการขึ้นหน้าจอใหม่ สำหรับเริ่มต้นการทำงาน โดยจะทำการถามต้องการขึ้นหน้าจอใหม่หรือไม่ เมื่อคลิก YES โปรแกรมจะถามว่าต้องการ SAVE GRAPHS หรือไม่ ถ้าต้องการ โปรแกรมจะแสดงหน้าต่าง SAVE PROGRAM ให้ผู้ใช้บันทึกกราฟที่ต้องการ
2. OPEN โปรแกรมจะทำการขึ้นหน้าจอให้ผู้ใช้เลือกชื่อไฟล์ที่ต้องการนำมาแสดง โดยจะเลือกเปิดไฟล์ที่มีนามสกุลเป็น BMP
3. SAVE โปรแกรมจะทำการบันทึกกราฟลงไฟล์ โดยถ้าไม่มีชื่อไฟล์ โปรแกรมจะให้ผู้ใช้ป้อนชื่อไฟล์ก่อนที่บันทึก จะบันทึกไฟล์เป็นนามสกุล BMP
4. SAVE AS โปรแกรมจะทำการขึ้นหน้าจอให้ผู้ใช้บันทึกกราฟลงไฟล์ โดยให้ผู้ใช้ป้อนชื่อไฟล์ใหม่ก่อนที่บันทึก
5. EXIT เป็นการจบการทำงานของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. แถบของเครื่องมือ ประกอบด้วย

ประกอบด้วยปุ่มต่าง 6ปุ่ม ตามลำดับ คือ

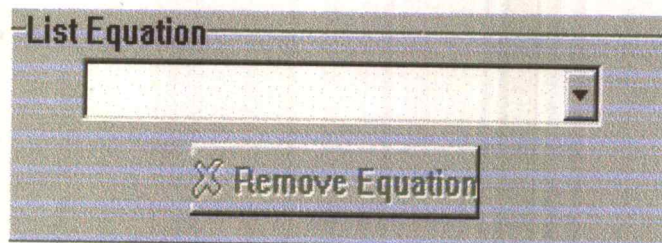


รูปที่ 3.4 แถบเครื่องมือ

1. ปุ่ม NEW โปรแกรมจะทำการขึ้นหน้าจอใหม่ สำหรับเริ่มต้นการทำงาน โดยจะทำการถามต้องการขึ้นหน้าจอใหม่หรือไม่ เมื่อคลิก YES โปรแกรมจะถามว่าต้องการ SAVE GRAPHS หรือไม่ ถ้าต้องการ โปรแกรมจะแสดงหน้าต่าง SAVE PROGRAM ให้ผู้ใช้บันทึกกราฟที่ต้องการ ปุ่ม OPEN โปรแกรมจะทำการขึ้นหน้าจอให้ผู้ใช้เลือกชื่อไฟล์ที่ต้องการนำมาแสดง โดยจะเลือกเปิดไฟล์ที่มีนามสกุลเป็น BMP
2. ปุ่ม SAVE โปรแกรมจะทำการบันทึกกราฟลงไฟล์ โดยถ้าไม่มีชื่อไฟล์โปรแกรมจะให้ผู้ใช้ป้อนชื่อไฟล์ก่อนที่บันทึก จะบันทึกไฟล์เป็นนามสกุล BMP
3. ปุ่ม EXIT จะออกจากการทำงาน
4. ปุ่ม ZOOM IN ใช้สำหรับขยายภาพที่ได้
5. ปุ่ม ZOOM OUT ใช้สำหรับย่อขนาดภาพ

3..ส่วนของฟอร์ม มีส่วนประกอบต่างๆ ดังนี้

1. LIST EQUATION เมื่อคลิกที่ตัว ComboBox แล้วจะแสดงสมการที่จัดเก็บอยู่ใน database ออกมาและ สามารถเลือกตัวสมการเพื่อทำการป้อนค่าเข้าไปทำการเขียนกราฟได้ ปุ่ม REMOVE จะทำการลบสมการที่อยู่ใน database และ ใน ComboBox ออกจากโปรแกรม



รูปที่ 3.5 ส่วนของ LIST EQUATION

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. INPUT EQUATION ใช้ในการป้อนสมการอนุพันธ์เข้ามา สามารถเก็บค่าสมการที่ได้ถูกป้อนเข้ามาด้วยวิธีการคลิก SAVE EQUATION โปรแกรมจะจัดเก็บตัวสมการลงใน database และ ComboBox ของโปรแกรม

รูปที่ 3.6 ส่วนของ INPUT EQUATION

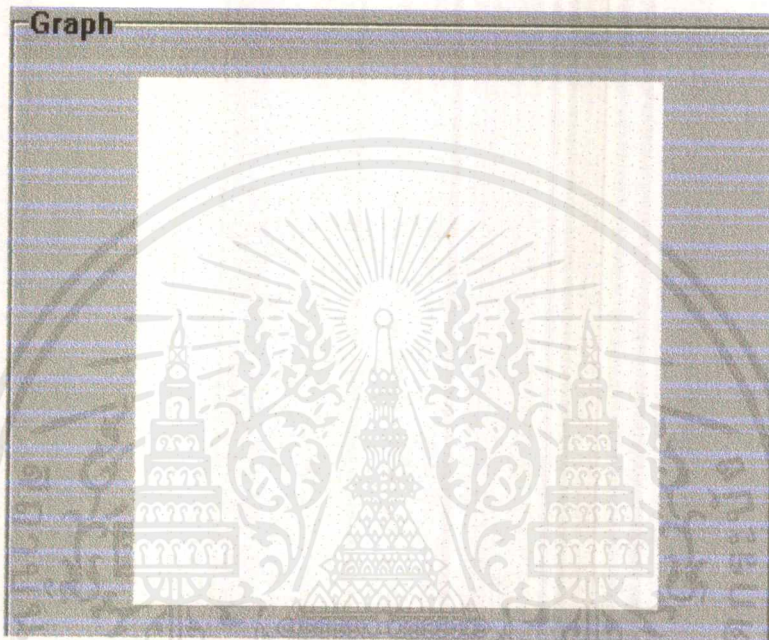
3. INPUT VALUE ใช้ป้อนค่าเพื่อการเขียนกราฟ มีค่าต่างๆ ดังนี้

1. SIZE เป็นค่าอัตราส่วนในการคำนวณขนาดของกราฟทำให้กราฟมีขนาดใหญ่หรือเล็กได้ ใช้กำหนดว่า 1 หน่วย เป็นจำนวน PIXELเท่าใด สามารถเพิ่มหรือลดค่าได้
2. STEP C ระยะห่างของเส้นบนแกน Y ถ้าป้อนค่าน้อยกราฟที่ได้จะมีหลายเส้นเพราะระยะของแต่ละเส้นกราฟจะอยู่ใกล้กันในแกน Y ถ้าป้อนค่ามากกราฟที่ได้จะมีเส้นน้อยลงเพราะความห่างของเส้นกราฟบนแกน Y มีมาก
3. STEP X ระยะห่างของจุดบนแกน X
4. LENGTH LINE ระยะห่างระหว่างเส้นความชัน ถ้าป้อนค่าน้อยกราฟที่ได้จะมีเส้นที่แสดงความชันของแต่ละจุดที่เกือบติดกันเป็นเส้นตรงเดียวกัน ถ้าป้อนค่ามากกราฟจะมีเส้นแสดงความชันของแต่ละจุดมีระยะห่างกัน

รูปที่ 3.7 ส่วนของ INPUT VALUE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. GRAPH ใช้ในการแสดงผลของการเขียนกราฟจากการป้อนสมการเชิงอนุพันธ์ โดยถ้าผู้ใช้เลื่อนเมาส์ไปหน้าจอส่วนของกราฟ คลิกเมาส์ลงไปแล้วเลื่อนเมาส์ขึ้นกราฟที่แสดงผลอยู่จะมีขนาดเล็กลงเป็น $\frac{1}{2}$ ของกราฟเดิม และ คลิกเมาส์ลงไปแล้วเลื่อนเมาส์ลงกราฟที่แสดงผลอยู่จะมีขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 2 ของจากกราฟเดิม ซึ่งจะมีประโยชน์ในการหาภาพกราฟที่มีถูกต้องและมีขนาดตามต้องการ



รูปที่ 3.8 ส่วนของ GRAPH

บทที่ 4

การพัฒนาและผลการพัฒนา

4.1 ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการทดลอง

ลักษณะของอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ที่นำมาใช้ในระบบนี้ ควรมีรายละเอียดดังนี้

เครื่องคอมพิวเตอร์

1. หน่วยประมวลผลกลาง (CPU Pentium 100 MH หรือสูงกว่า)
2. หน่วยความจำหลัก (Main Memory) ขนาดไม่ต่ำกว่า 16 เมกะไบต์
3. หน่วยความจำความเร็วสูง (cache Memory) ชนิดภายในหน่วยประมวลผลกลางขนาดไม่น้อยกว่า 16 กิโลไบต์ และชนิดภายนอกหน่วยประมวลผลกลางขนาดไม่น้อยกว่า 256 กิโลไบต์
4. เครื่องขับจานแม่เหล็กอย่างอ่อน (Floppy Disk Drive) ขนาด 3.5 นิ้ว จำนวน 1 หน่วย
5. จอภาพสีชนิดรายละเอียดสูง ขนาดไม่ต่ำกว่า 14 นิ้วตามเส้นทแยงมุม ซึ่งสามารถใช้แสดงภาพที่ได้รับจากวงจรแสดงผลกราฟฟิก รายละเอียดไม่น้อยกว่า 1,024*768 pixels แบบ Non-Interlace
6. คีย์บอร์ด (Keyboard) ที่มีอักษรภาษาไทย / ภาษาอังกฤษ ตัวเลขและเครื่องหมายสัญลักษณ์พิเศษอย่างน้อย 101 คีย์
7. อุปกรณ์ป้อนคำสั่งแบบเมาส์ (Mouse) ที่มีปุ่ม 2 ปุ่ม หรือ 3 ปุ่ม

ด้านซอฟต์แวร์

1. ระบบปฏิบัติการ ไมโครซอฟท์วินโดวส์ไทย 95 (Microsoft Windows 95Thai)
2. โปรแกรมภาษา Borland C++ Builder Client/Server
3. โปรแกรมภาษา Database Desktop Version 7

4.2 การทดลองและผลการทดลอง

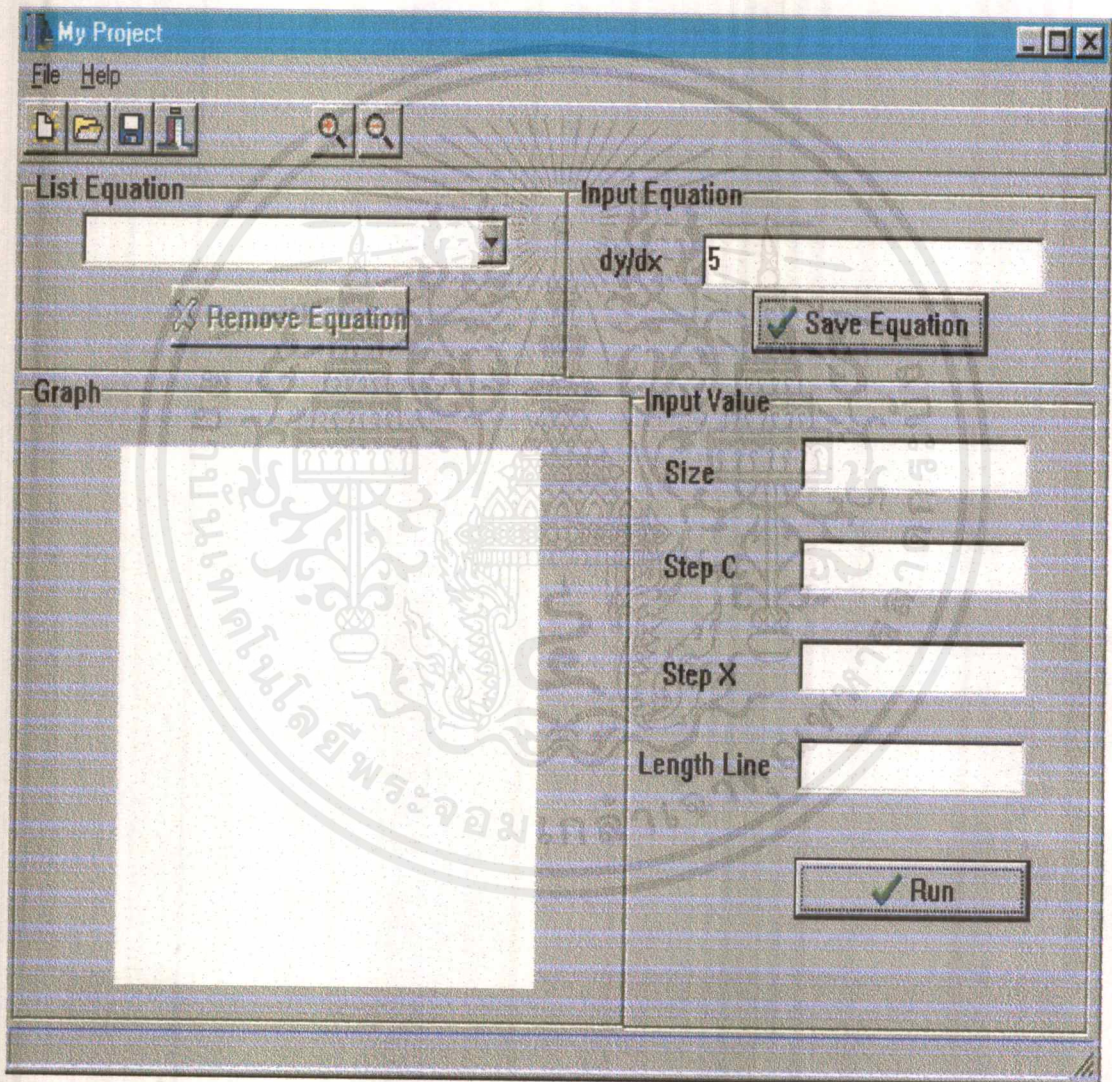
ต้องการแสดงกราฟจากการป้อนสมการเชิงอนุพันธ์ หลากๆสมการเพื่อแสดงการทำงานของโปรแกรมการวาดกราฟหารูป SLOPE FIELD ที่ได้ว่าจะมีผลอย่างไร โดยให้ผู้ใช้ทำการทดลองป้อนสมการเชิงอนุพันธ์ และค่าที่ใช้ในการคำนวณเพื่อแสดงกราฟผลลัพธ์ และให้ผู้ใช้ทำการทดลองเลือกสมการเชิงอนุพันธ์จาก LIST EQUATION เพื่อป้อนค่าในการคำนวณเพื่อวาดกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 1

ต้องการป้อนค่าสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = 5$ เข้ามาเพื่อให้โปรแกรมทำการแสดง SLOPE FIELD ของสมการ จะมีวิธีการทำงานดังนี้

1. คลิกที่ช่อง INPUT EQUATION แล้วทำการป้อนค่าสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = 5$ โดยทำการพิมพ์เลข 5 ลงในช่องว่าง



รูปที่ 4.1 การป้อนค่า $\frac{dy}{dx} = 5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ในส่วนของการป้อนค่าที่ใช้สำหรับการคำนวณจะอยู่ในส่วนของ INPUT VALUE โดยจะสมมติค่าเป็น

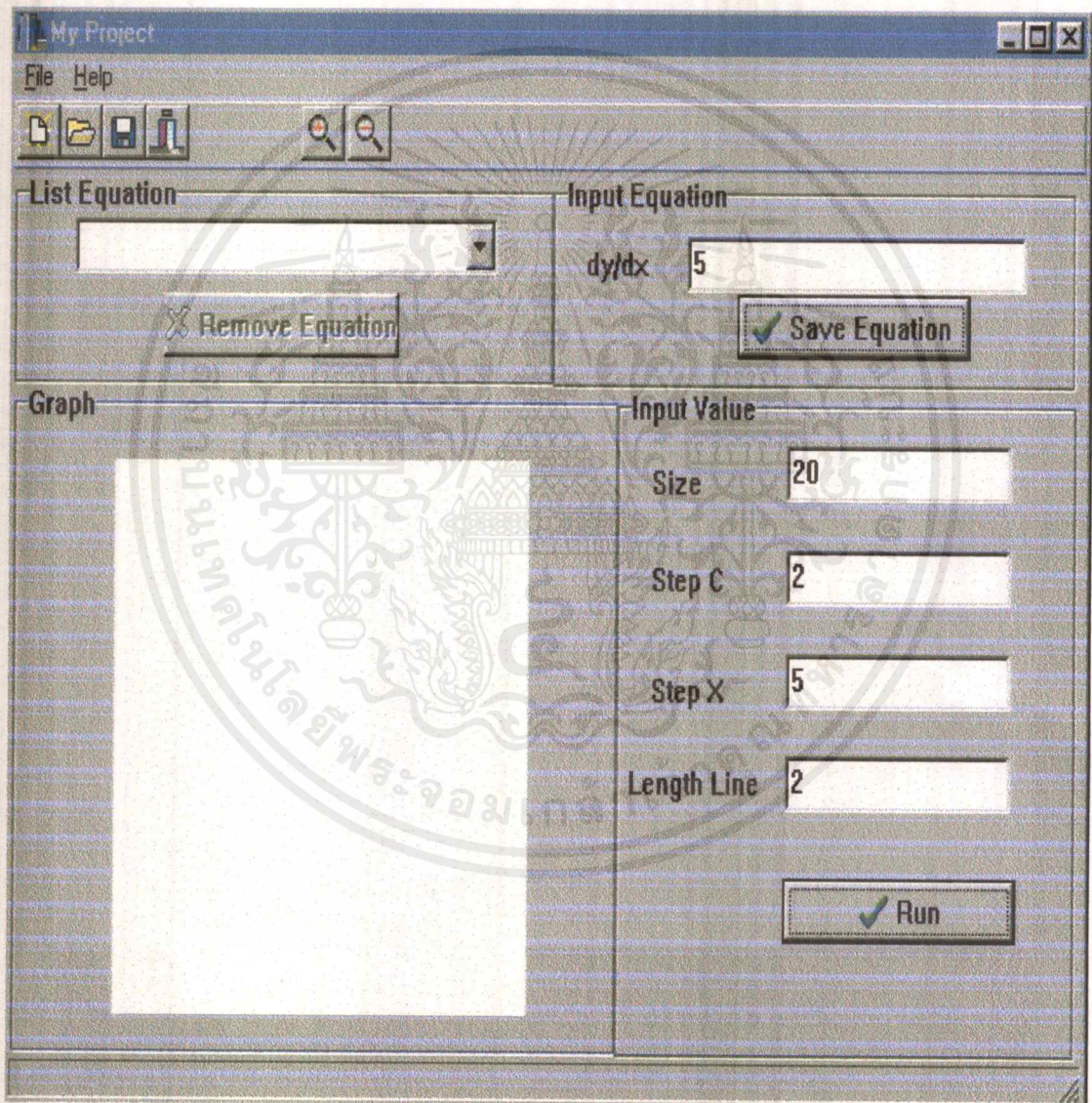
$$\text{SIZE} = 20$$

$$\text{STEP C} = 2$$

$$\text{STEP X} = 5$$

$$\text{LENGTH LINE} = 2$$

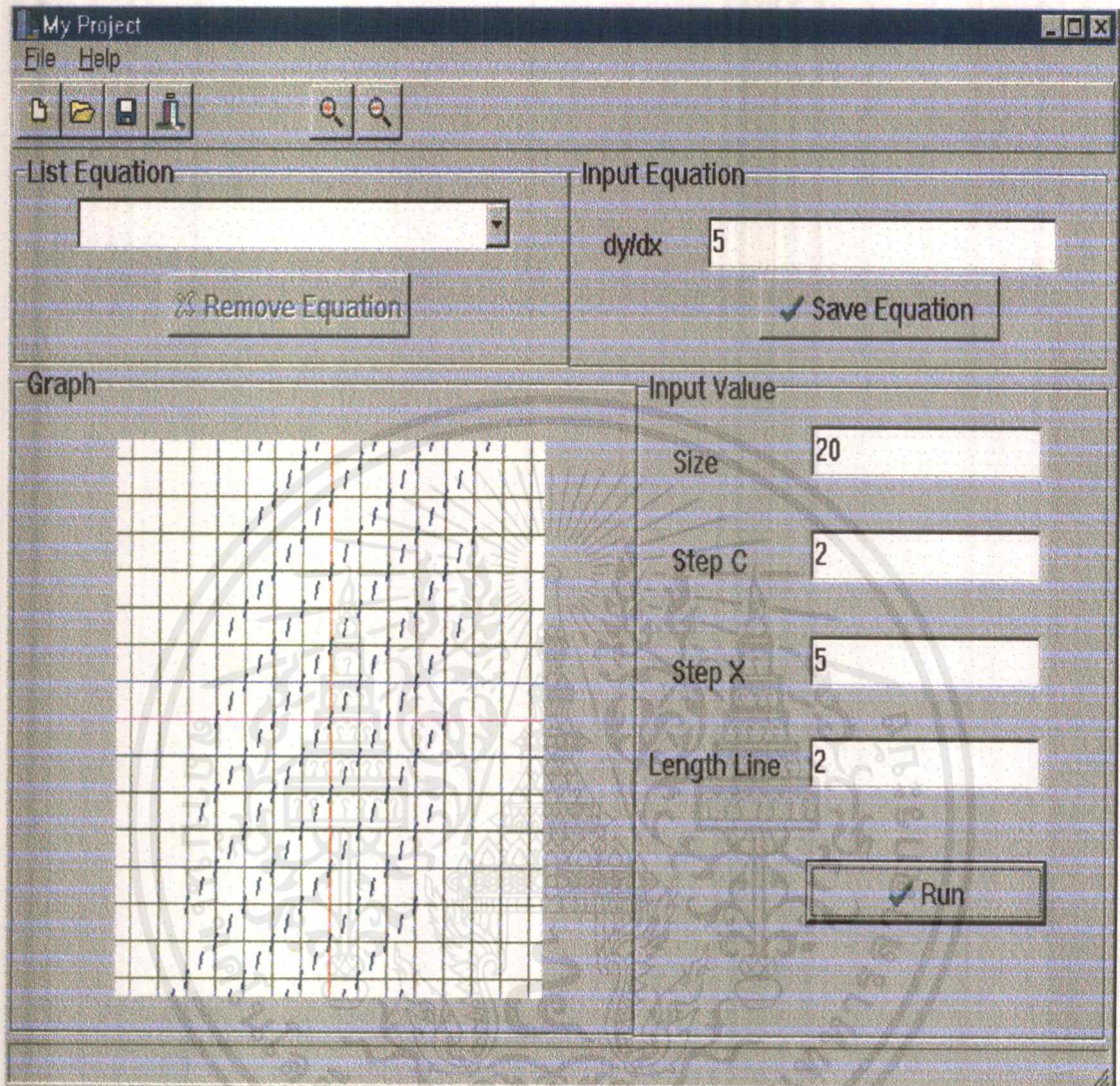
โดยให้ผู้ใช้ป้อนค่าลงในช่องว่าง ตามลำดับ



รูปที่ 4.2 ป้อนค่าในส่วนของ INPUT VALUE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. หลังจากนั้นคลิกที่ปุ่ม RUN เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผล



รูปที่ 4.3 กราฟ Slope Fields ของ $\frac{dy}{dx} = 5$

การทดลองที่ 2

1. คลิกที่ช่อง INPUT EQUATION แล้วทำการป้อนค่าสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = 2x$ โดยทำการพิมพ์ $2x$ ลงในช่องว่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ป้อนค่าที่ใช้ในการคำนวณ ได้แก่ค่า

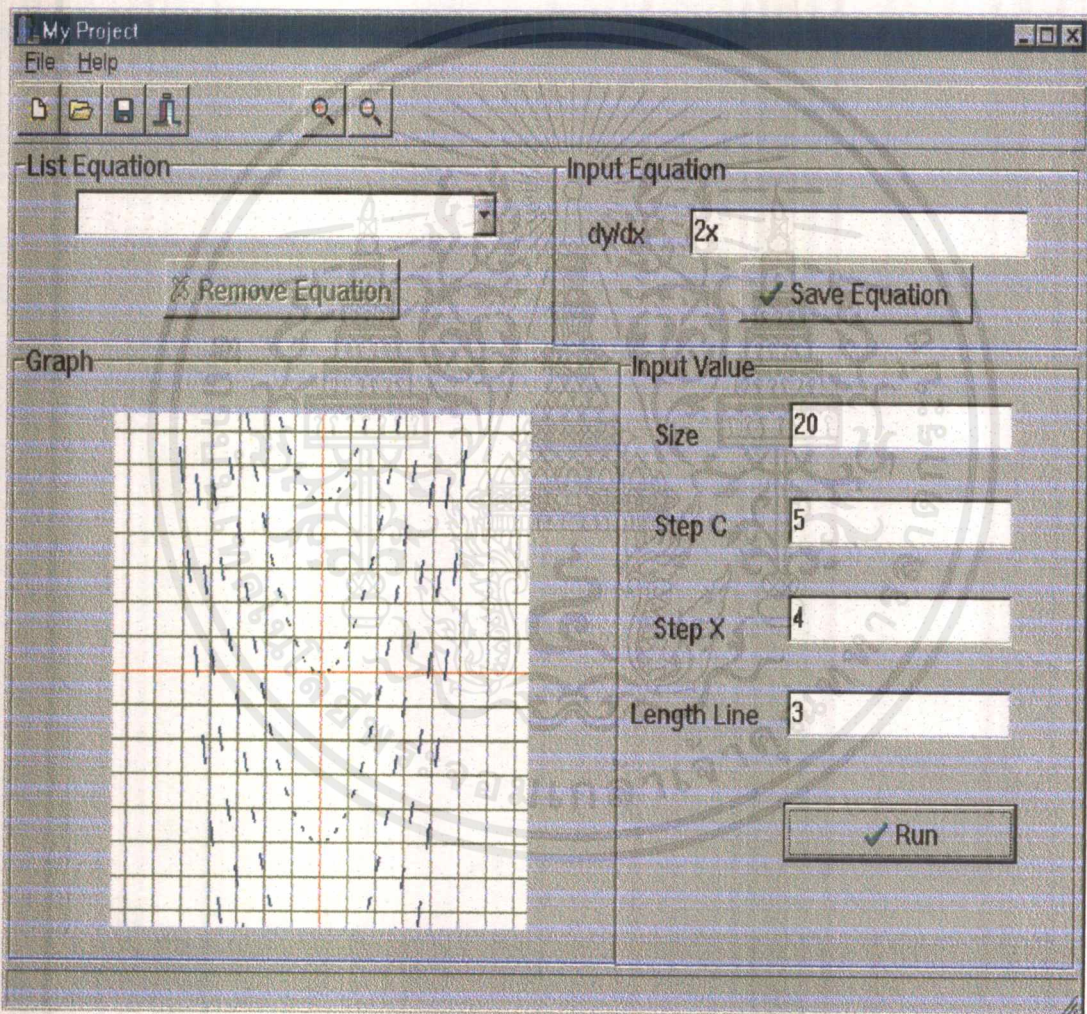
$$\text{SIZE} = 20$$

$$\text{STEP C} = 5$$

$$\text{STEP X} = 4$$

$$\text{LENGTH LINE} = 3$$

3. หลังจากนั้นคลิก RUN เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผลแสดงกราฟของสมการอนุพันธ์ที่ป้อนเข้าไป

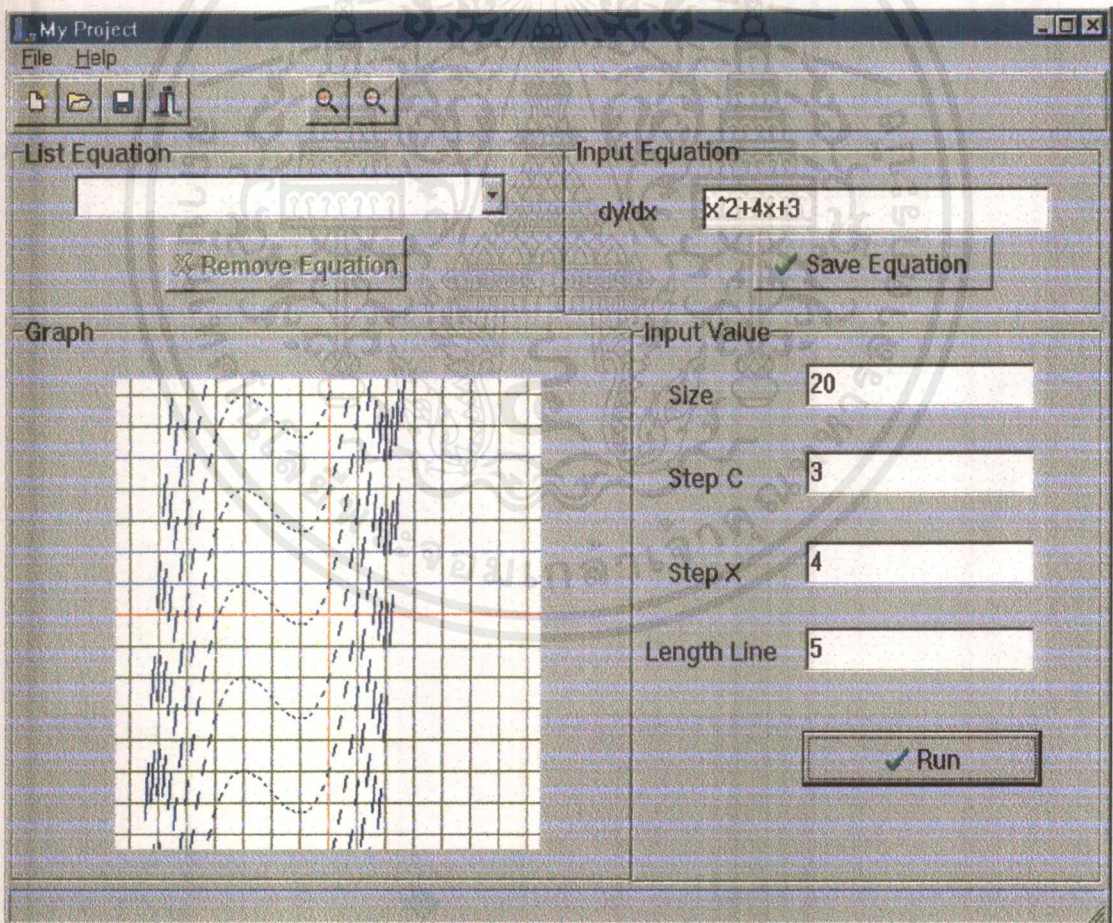


รูปที่ 4.4 กราฟ Slope fields ของ สมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = 2x$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 3

- ป้อนสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = x^2+4x+3$ เข้ามาที่ช่อง INPUT EQUATION
- ป้อนค่าที่ใช้ในการคำนวณ ได้แก่ค่า
 - SIZE = 20
 - STEP C = 3
 - STEP X = 4
 - LENGTH LINE = 5
- หลังจากนั้นคลิก RUN เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผลแสดงกราฟของสมการอนุพันธ์ที่ป้อนเข้าไป

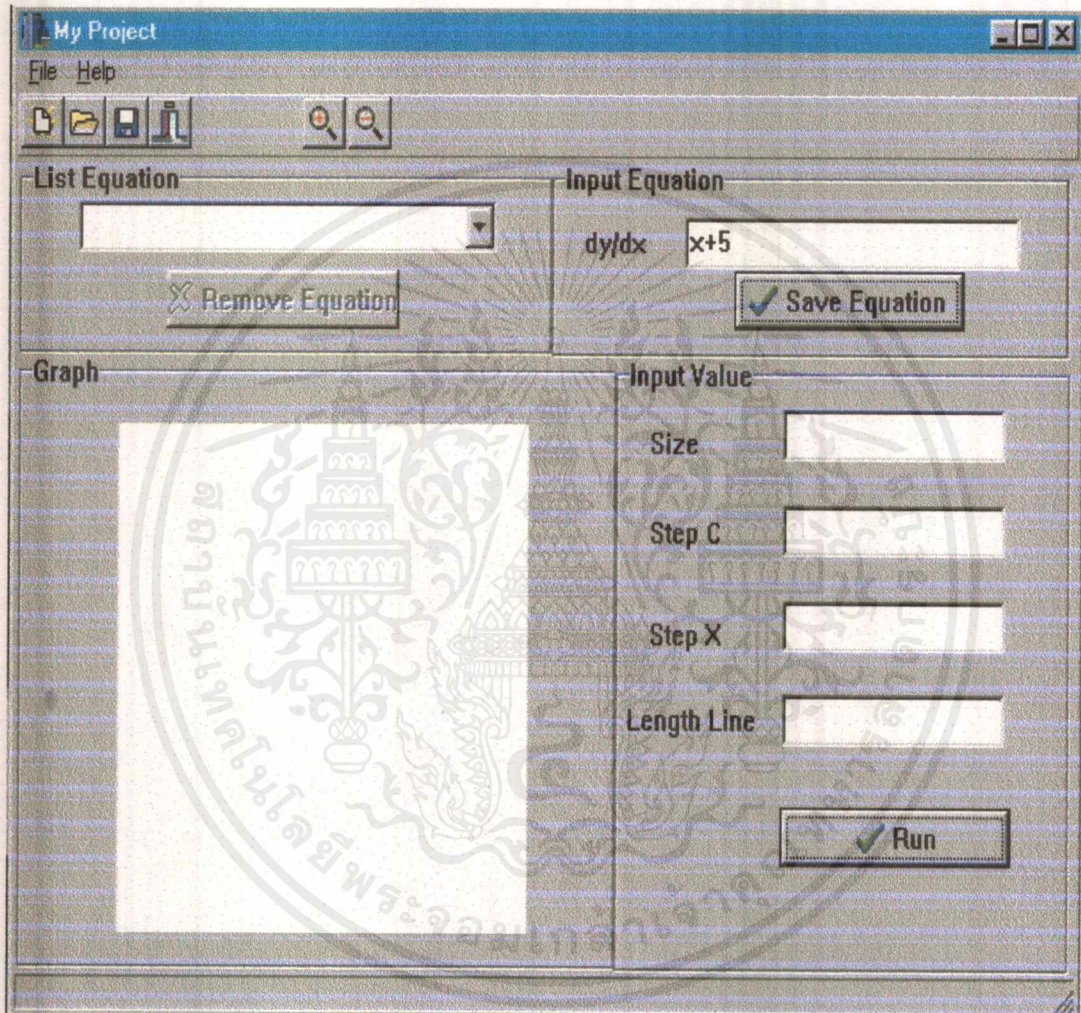


รูปที่ 4.5 กราฟ Slope Fields ของ $\frac{dy}{dx} = x^2+4x+3$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 4

1. ทำการป้อนสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx} = x+5$ เข้ามาที่ช่อง INPUT EQUATION โดยการพิมพ์ $x+5$ ที่ช่องว่าง
2. ต่อจากนั้น คลิกปุ่ม SAVE EQUATION เพื่อจะทำการบันทึกสมการที่ได้ป้อนไว้

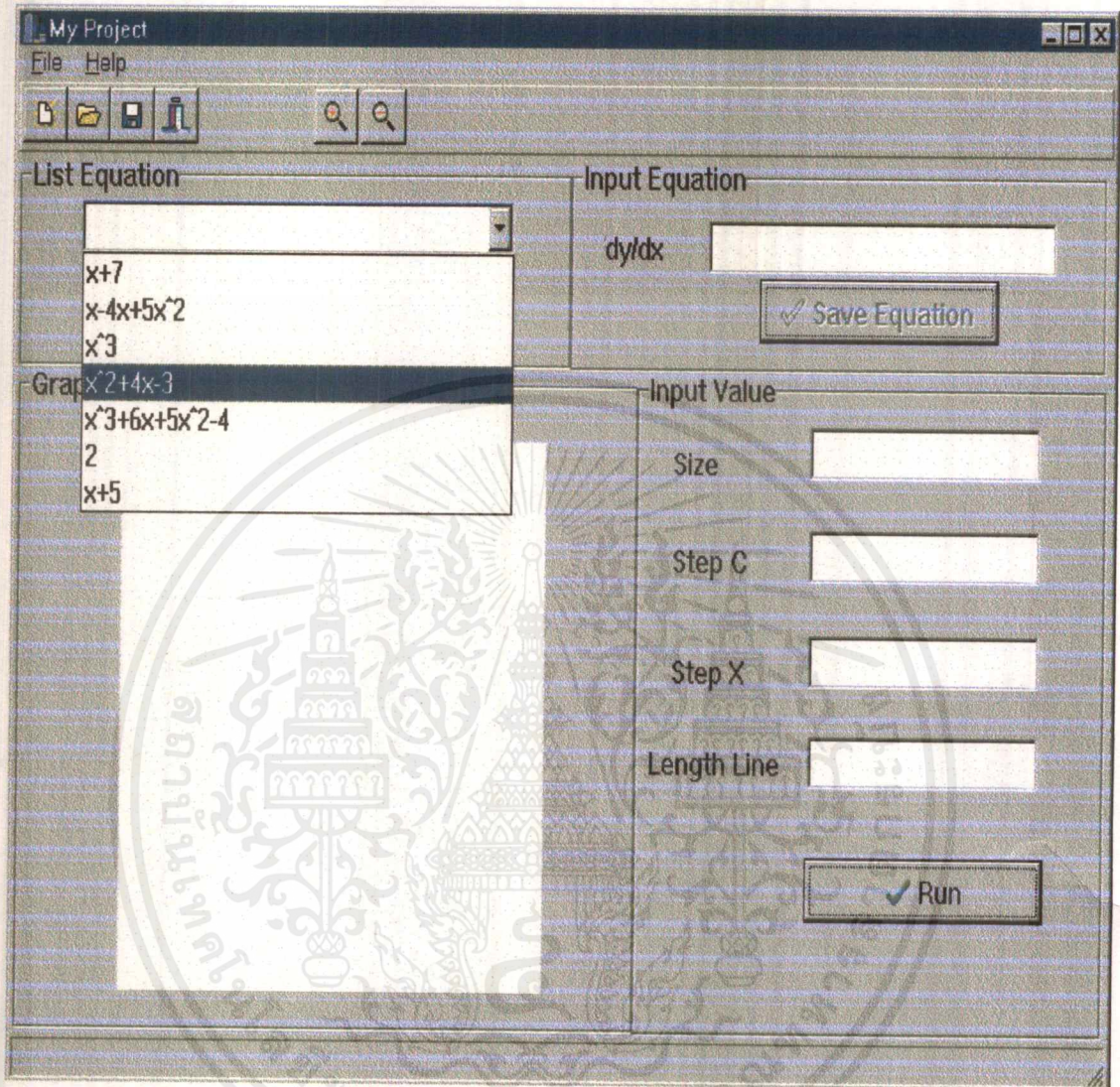


รูปที่ 4.6 ป้อนสมการ $\frac{dy}{dx} = x+5$ และคลิก SAVE EQUATION

3. คลิกที่ LIST EQUATION โปรแกรมจะทำการแสดงค่าสมการที่ถูกจัดเก็บลงในคาตาเบสของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. เลือกสมการ $\frac{dy}{dx} = X+5$ จาก LIST EQUATION



รูปที่ 4.7 แสดงสมการที่อยู่ใน LIST EQUATION

5. ป้อนค่าที่ใช้ในการคำนวณ ได้แก่ค่า

$$\text{SIZE} = 20$$

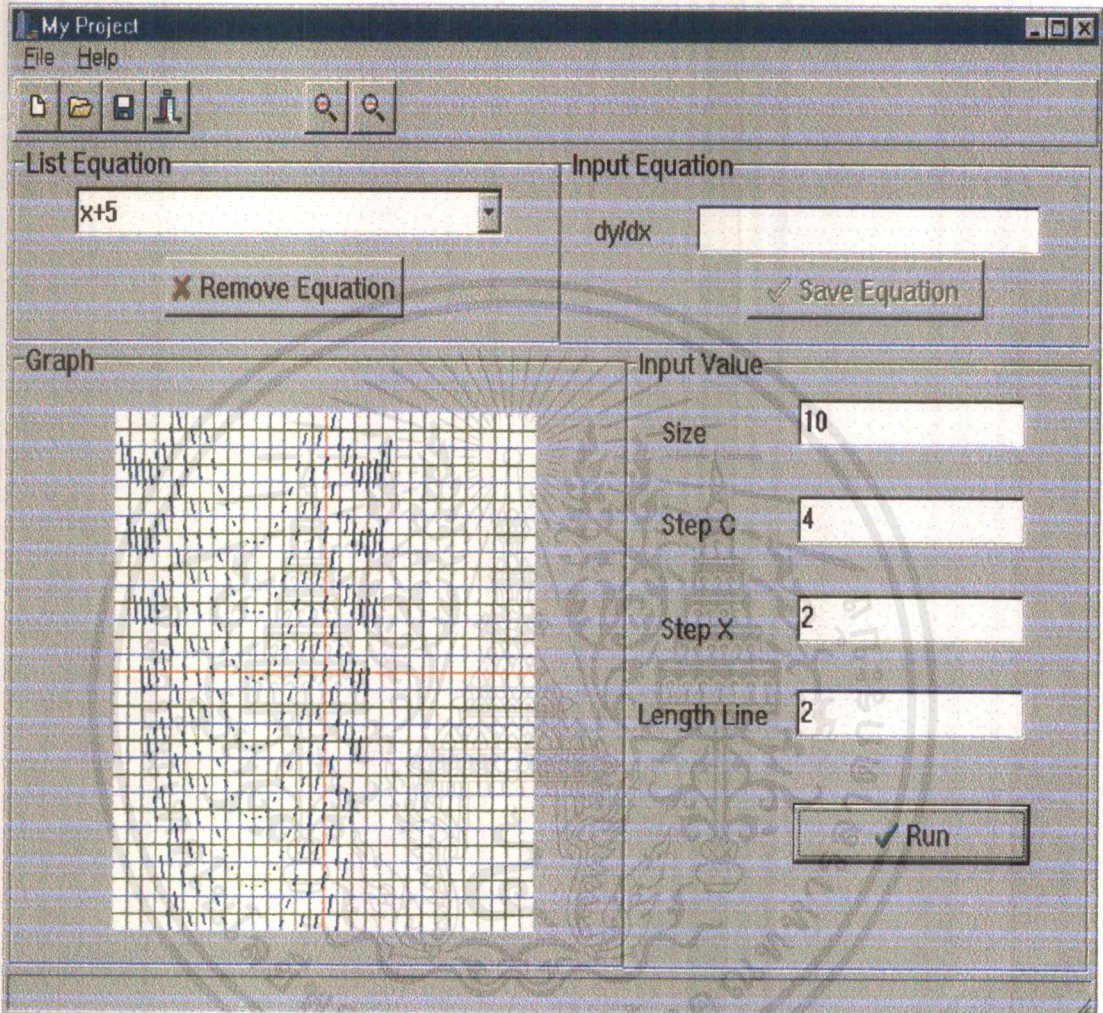
$$\text{STEP C} = 4$$

$$\text{STEP X} = 2$$

$$\text{LENGTH LINE} = 2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังจากนั้นคลิก RUN เพื่อให้โปรแกรมทำการประมวลผลแสดงกราฟของสมการอนุพันธ์ที่ป้อนเข้าไป



รูปที่ 4.8 Slope Fields ของ $\frac{dy}{dx} = x+5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปและวิจารณ์ และแนวทางการพัฒนา

5.1 ความสามารถของโปรแกรม

1. สามารถแสดงกราฟของสมการเชิงอนุพันธ์ ที่ได้ป้อนเข้ามายังโปรแกรม
2. สามารถบันทึก กราฟของสมการเชิงอนุพันธ์ที่ได้ทำการป้อนเข้ามา
3. สามารถแสดง กราฟของสมการเชิงอนุพันธ์ที่บันทึกเป็นไฟล์ได้
4. สามารถบันทึก สมการเชิงอนุพันธ์ที่ป้อนเข้ามาลงในดาตาเบส
5. สามารถลบสมการที่จัดเก็บไว้ในดาตาเบส

5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม

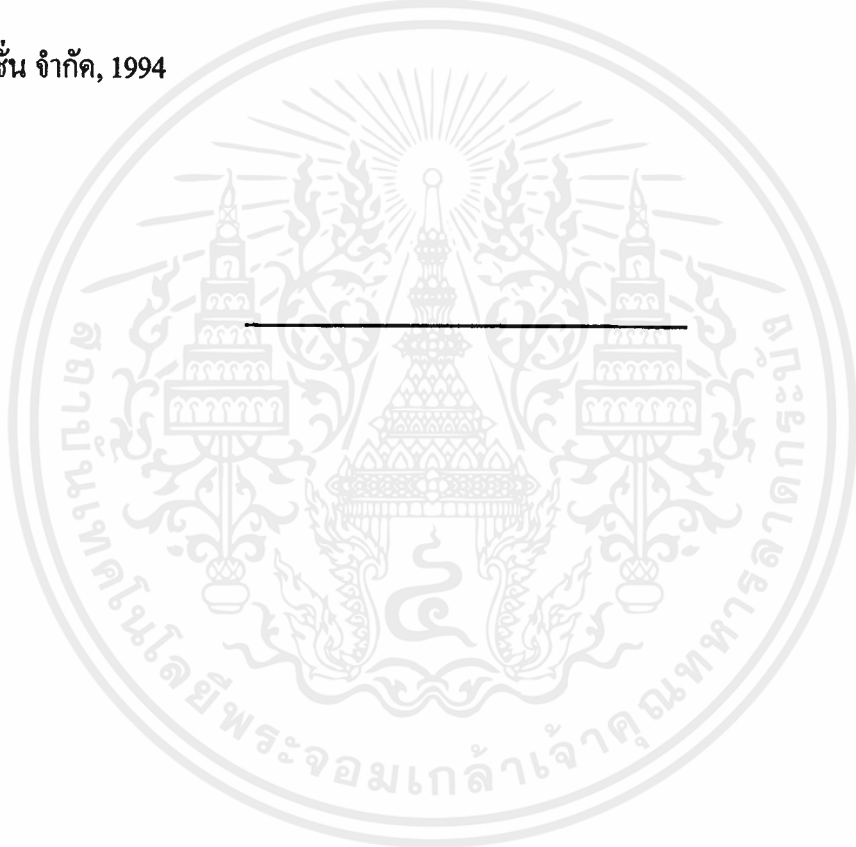
1. ไม่สามารถรับสมการที่ป้อนวงเล็บ และป้อนฟังก์ชันทางตรีโกณมิติเช่น ค่า Sine ได้ สามารถ
2. รับสมการที่ใช้ตัวแปร X ได้เพียงหนึ่งตัวแปรเท่านั้น
3. ไม่สามารถรับสมการที่ป้อนเครื่องหมายลบที่ซ้อนกันได้ เช่น ป้อน $-(-X)$

5.3 การพัฒนาโปรแกรม

1. พัฒนาการทำงานให้รับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น
2. พัฒนาการรับค่าตัวแปรให้ได้มากกว่าหนึ่งตัวแปร

บรรณานุกรม

1. Donald Hearn , Computer Graphics , Pentice-Hell International Edition , USA ,1986
2. Sylvan H.Chesen , Geometric Principles and Procedure for Computer Graphic Application , Prentice-Hell International Edition , USA , 1978
3. Pual Blanchard , Differential Equation , PWS Publishing Company , USA , 1995
4. สมพัฒน์ รุ่งตะวันเรืองศรี, เรียนรู้คอมพิวเตอร์กราฟิกส์ 2 มิติ ด้วยภาษา C, บริษัทซีเอ็ดยู
เคชั่น จำกัด, 1994



ภาคผนวก

ขั้นตอนการทำงาน

หลักการการทำงานของโปรแกรมแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์มีการทำงานของโปรแกรมตามขั้นตอนต่อไปนี้

หาค่ามากที่สุดบนแกน y โดยคำนวณค่าของ $maxc$ โดยกำหนดให้ $maxc = getmaxy() / (2 * res)$ เพราะต้องแบ่งค่าบนแกน y เป็น 2 ส่วนและหารด้วยค่า res ที่เป็นค่าของอัตราส่วนที่กำหนดว่า จำนวนพิกเซลที่พิกเซลเป็นมีค่าเท่ากับ 1 หน่วย

ต่อจากนั้นโปรแกรมจะทำการลากเส้นแสดงสเกล ตามแนวแกน x และ ตามแนวแกน y และโปรแกรมก็จะทำการลากเส้นแสดงแกน x และแกน y

กำหนดค่า c ให้มีค่าตั้งแต่ $-maxc$ ถึง $maxc$ เพิ่มค่า c เป็นค่า $c = c + incx$ โดยค่า $incx$ คือค่าระยะห่างของเส้นความชัน 2 เส้น บนแกน y กำหนดจุด x เป็นพิกเซลมีค่าด้านบวกและลบ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง $getmaxx() / 2$ โดยเพิ่มค่า $x = x + res / incr$ โดยค่า $incr$ เป็นค่าความยาวของเส้นความชัน 2 เส้น นำค่าที่จุด x มาแทนในฟังก์ชันเพื่อหาค่า y ถ้าค่า y ที่ได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่ามากที่สุดของ y โปรแกรมจะทำการลากเส้นความชัน

โปรแกรมแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์

```
#include<dos.h>
#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<graphics.h>

#define XYcolor 15
#define SCALEcolor 8
#define GRAPHcolor 10
#define PLOTcolor 15

void main(void)
int Gd = DETECT,Gm,Er;
initgraph(&Gd,&Gm,"d:\\borlandc\\bgi");
```

โปรแกรมแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์(ต่อ)

```

int c,res;
int x1,y1,x2,y2;

double x,dy,y;
float incx ;
float incc ;
float incr ;

int maxc = getmaxy()/(2*res);
//ลากเส้นแสดงสเกลของหน้าจอ
setcolor(SCALEcolor);
for (x=0;x<= getmaxy()/2;x+=res)
{
line(0,getmaxy()/2,getmaxx(),getmaxy()/2+x);
line(0,getmaxy()/2-x,getmaxx(),getmaxy()/2-x);
}
for (x=0;x<= getmaxx()/2;x+=res)
{
line(getmaxx()/2+x,0,getmaxx()/2+x,getmaxy());
line(getmaxx()/2-x,0,getmaxx()/2-x,getmaxy());
}
//ลากเส้นแสดงแกน x และแกนy
setcolor(XYcolor);
line(0,getmaxy()/2,getmaxx(),getmaxy()/2);
line(getmaxx()/2,0,getmaxx()/2,getmaxy());
//ลากเส้นแสดงความชัน
setcolor(PLOTcolor);

for (c= - maxc;c<=maxc;c+=incc)

```

โปรแกรมแสดงแนวโน้มของสมการเชิงอนุพันธ์(ต่อ)

```

{
for (x=0;x<=getmaxx()/2;x+=res/incr)
{
x1=(- x)-1;
x2=(- x)+1;
dy=df(- x/res);
y =f(- x/res,c)*res;
y1 =int(y-dy);
y2 =int(y+dy);

if (y<=getmaxy()/2)
line(getmaxx()/2+x1,getmaxy()/2-y1,getmaxx()/2+x2,getmaxy()/2-y2);
}
for (x=0;x<=getmaxx()/2;x+=res/incr)
{
x1 =x-1;
x2 =x+1;
dy =df(x/res);
y =f(x/res,c)*res;
y1 =int(y-dy);
y2 =int(y+dy);

if (y<=getmaxy()/2)
line(getmaxx()/2+x1,getmaxy()/2-y1,getmaxx()/2+x2,getmaxy()/2-y2);
}
}
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมแสดงการอ่านสมการคณิตศาสตร์

```

#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<conio.h>
#include<ctype.h>
#include<math.h>

#define Pow '^' //กำหนดเครื่องหมายยกกำลังเป็น ^
#define MAXP //ให้ค่ายกกำลังสูงสุดเป็น maxp

double poli[MAXP];

int main ( void )
{
    Double sum = 0;
    Double temp = 1;
    double ptt = 1;
    int num = 0;
    int i = 0;

    for ( i = 0; i < MAXP; ++i ) poli[i] = 0;
    i = 0;

```

โปรแกรมแสดงการอ่านสมการคณิตศาสตร์(ต่อ)

```

while ( s[i] != '\0' )          อ่านตัวอักษรจนกว่าหมดข้อมูล (กด ENTER)
{
    sum = 0;
    temp = 1;
    while (s[i] == ' ') ++i;
    if ( s[i] == '+' ) { temp = 1; ++i; }
    else if ( s[i] == '-' ) { temp = -1; ++i; }

    while ( s[i] == ' ') ++i;
    if (( s[i] >= '0' ) && ( s[i] <= '9' ))
    {
        sum = 0;
        while (( s[i] >= '0' ) && ( s[i] <= '9' ))
        {
            Sum = 10*sum + temp*double ( s[i] - '0' );
            ++i;
        }
        if ( s[i] == '.' )
        {
            ptt = 1;
            ++i;
            while (( s[i] >= '0' ) && ( s[i] <= '9' ))
            {
                Ptt /= 10;
                Sum = sum + ptt*double ( s[i] - '0' );
                ++i;
            }
        }
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมแสดงการอ่านสมการคณิตศาสตร์(ต่อ)

```

    }
    if ( toupper(s[i] == 'X' )
    {
        ++i;
        if ( s[i] != Pow )
            poli[1] += sum;
        Else
        {
            ++i;
            num = 0;
            if (( s[i] >= '0' )&&( s[i] <= '9' ))
            {
                num = 0;
                while (( s[i] >= '0' )&&( s[i] <= '9' ))
                {
                    num = 10*num + double ( s[i] -
                    ++i;
                }
                poli[num] += sum;
            }
        }
    }
}
else poli[0] += sum;
}

```

โปรแกรมแสดงการอ่านสมการคณิตศาสตร์(ต่อ)

```

else if ( toupper(s[i] == 'X' )
{
    ++i;
    if ( s[I] != Pow )
        Poli[1] += temp;
    Else
    {
        ++i;
        num = 0;
        if (( s[i] >= '0' )&&( s[i] <= '9' ))
        {
            num = 0;
            while (( s[i] >= '0' )&&( s[i] <= '9' ))
            {
                num = 10*num + double ( s[i] - '0' );
                ++i;
            }
            poli[num] += temp;
        }
    }
}
}
}

```