

ศึกษาการสร้างโฮโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์



น.ส.กรรณิกา อูประโคตร
น.ส.รัตนา ปาลกะวงศ์ ณ ออยุธยา
น.ส.สุนทรี หงษ์แก้ว



โครงการพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2542

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 38556
วัน, เดือน, ปี..... 5 ส.ค. 2544

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Study of Computer Generated Hologram

Miss Kannika Upracoat

Miss Rattana Palakawong Na Ayoothaya

Miss Suntaree Hongkeaw



A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirement for the Degree of Bachelor of Science

Department of Applied Physics

Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

1999

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ ศึกษาการสร้างโฮโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์
(Study Computer Generated Hologram)
โดย น.ส.กรรณิกา อุประโคตร รหัส 39054402
น.ส.รตนา ปาลกะวงศ์ ณ อยุธยา รหัส 39054436
น.ส.สุนทรี หงษ์แก้ว รหัส 39054457
หลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต
ภาควิชา ฟิสิกส์ประยุกต์
อาจารย์ที่ปรึกษา ร.ศ.สุวรรณ คูสำราญ
ผศ.อนุพงศ์ สรงประภา
ดร.จิตติ หนูแก้ว
ปีการศึกษา 2542

ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า
เจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้โครงการพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... หัวหน้าภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์
(รองศาสตราจารย์สุรพล รักรวิชัย)

คณะกรรมการโครงการพิเศษ

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์สุวรรณ คูสำราญ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์อนุพงศ์ สรงประภา)

..... กรรมการ
(ดร. จิตติ หนูแก้ว)

..... กรรมการ
(อาจารย์วิษณุ เพชรภา)

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ
โดย

ศึกษาการสร้างฮอโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์
น.ส.กรรณิกา อุประโคตร
น.ส.รัตนา ปาลกะวงศ์ ณ อยุธยา
น.ส.สุนทรี หงษ์แก้ว

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ.สุวรรณ คุณสำราญ
ผศ.อนุพงศ์ สรวงประภา
ดร.จิตติ หงษ์แก้ว

ภาควิชา

ฟิสิกส์ประยุกต์

ปีการศึกษา

2542

บทคัดย่อ

การสร้างฮอโลแกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์ ในความหมายคือคอมพิวเตอร์จะสร้างหน้าคลื่นพร้อมกับแอมพลิจูดและการกระจายเฟส ส่วนแรกจะเป็นการคำนวณคอมเพลกซ์แอมพลิจูดของคลื่นจากวัตถุที่ระนาบฮอโลแกรม ทำได้สะดวกโดยการนำฟูเรียร์ทรานฟอร์มของคอมเพลกซ์แอมพลิจูดในระนาบวัตถุมาใช้ในการคำนวณ ซึ่งสามารถทำได้โดยง่ายโดยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการแปลงฟูเรียร์ทรานฟอร์มอย่างรวดเร็ว ส่วนที่สองจะเป็นการใช้ค่าที่ได้จากการคำนวณของการแยกฟูเรียร์ทรานฟอร์มมาผลิตฮอโลแกรม ซึ่งสามารถสร้างวัตถุใหม่ได้โดยนำมาฉายแสงในช่วงที่เหมาะสม เทคนิคนี้จะกำหนดฟังก์ชันจริงที่ไม่เป็นค่าลบเป็นตัวแทนการส่งผ่านของการสร้าง ซึ่งฮอโลแกรมที่ถูกสร้างขึ้นมาจะบันทึกข้อมูลของหน้าคลื่น ฮอโลแกรมที่ถูกสร้างขึ้นมาจะแสดงเป็นจุด ๆ กระจายและบันทึกลงบนฟิล์ม

Special Project Title	Study of Computer Generate Hologram
Name	Miss Kannika Upracoat Miss Rattana Palakawong Na Ayoothaya Miss Suntaree Hongkeaw
Special Project Advisor	Assoc. Prof Suwan Kusamran Asst. Prof Anupong Srongprapa Dr. Jiti Nukeaw
Department	Applied Physics, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
Academic Year	1999

Abstract

Holograms produced by means of a computer permit the generation of wavefronts with any prescribed amplitude and phase distribution. The first is to calculate the complex amplitude of the object wave at the hologram plane; for convenience this is usually taken to be the Fourier transform of the complex amplitude in the object plane. This can be done quite easily with a computer program using the fast Fourier transform algorithm. The second step involves using the computed value of the discrete Fourier transform to produce a transparency (hologram) which reconstructs the object wave when it is suitably illuminated. A technique to determine a real nonnegative function representing the transmittance of a synthesized hologram is described. The technique uses the positions of the samples in the synthesized hologram to record the phase information of a complex wave front. Synthesized holograms are displayed on a flying spot scanner and recorded on film

กิตติกรรมประกาศ

โครงการพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความอนุเคราะห์จากบุคคลหลายฝ่ายดังนี้

รองศาสตราจารย์ สุวรรณ คุสำราญ	ผู้ให้โอกาสและคำปรึกษาต่างๆที่เกี่ยวกับโครงการพิเศษ รวมทั้งหนังสือและอุปกรณ์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อนุพงศ์ สรงประภา	ผู้ให้คำปรึกษาและแนวทางต่างๆเกี่ยวกับฮาร์ดแวร์
ดร. จิติ หนูแก้ว	ผู้ให้ความอนุเคราะห์ทางด้านเครื่องมือและอุปกรณ์ทดลอง
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วราวุฒิ เถาสัตตา คุณ ธวัชชัย คำศรี	ผู้ให้ความอนุเคราะห์ในกล้องดิจิตอล ผู้ให้คำปรึกษาตลอดจนคำแนะนำต่างๆเกี่ยวกับโปรแกรม MATLAB
พี่ๆที่ NECTEC	ผู้ให้คำปรึกษาและให้ความอนุเคราะห์ทางด้านเครื่องมือทางแสงรวมทั้งห้องทดลอง
พี่ๆที่ multi supply co.th	ผู้ให้โอกาสในการยิงฟิล์ม
ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง รวมทั้งเพื่อนๆและพี่น้องทุกคน	สถานที่ให้ความรู้ต่างๆมากมาย ที่ให้ความช่วยเหลือต่างๆมากมาย
ท้ายสุดนี้ขอขอบคุณทุกๆท่านที่ได้กล่าวนามและไม่ได้กล่าวนามด้วยความจริงใจ	

กรรณิกา อุประโคตร

รัตนา ปาลกะวงศ์ ณ อยุธยา

สุนทรี หงษ์แก้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญเรื่อง

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญรูป	ง
สารบัญตาราง	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาและแนวความคิดที่สำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตของโครงการ	1
1.4 วิธีการดำเนินงาน	2
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ	3
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	
หัวข้อที่ 1: เรามองเห็นได้อย่างไร	4
หัวข้อที่ 2: หลักการทั่วไปของฮอโลกราฟี	5
หัวข้อที่ 3: แนวคิดเกี่ยวกับ holographic imaging	
1. บทนำ	8
1.1 แนวคิดเกี่ยวกับ holographic imaging	8
1.2 การศึกษาขั้นต้น	10
1.3 การพัฒนาฮอโลแกรมทางแสง	12
2. กระบวนการในการสร้างหน้าคลื่นใหม่	13
2.1 The in-line (Gabor) hologram	13
2.2 The off-axis (Leith-Upathieks) hologram	15
2.3 Fourier hologram	19
2.4 The lensless Fourier hologram	22
2.5 Image holograms	23
2.6 Fraunhofer holograms	24
3. The reconstructed image	24
3.1 Image of a point	24
3.2 Image magnification	27
3.2.1 Lateral magnification	27
3.3.2 Angular magnification	28
3.2.3 Longitudinal magnification	28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 Orthoscopic and pseudoscopic images	29
3.3.1 Production of an orthoscopic real image	31
3.4 Image aberrations	32
3.4.1 Spherical aberration	33
3.4.2 Coma	34
3.4.3 Astigmatism	34
3.4.4 Curvature of field	34
3.4.5 Distortion	34
3.4.6 Longitudinal distortion	34
3.4.7 Nonparaxial imaging	35
3.5 Effects of source size and spectral bandwidth	35
3.5.1 Source size	35
3.5.2 Spectral bandwidth of the source	36
3.5.3 The image hologram	37
3.6 Image luminance	38
3.6.1 The off-axis hologram	38
3.6.2 The image hologram	39
หัวข้อที่ 4: ชนิดของโฮโลแกรม	41
4.1 thin hologram	41
4.1.1 Thin amplitude holograms	41
4.1.2 Thin phase hologram	42
4.2 Volume holograms	43
4.3 The coupled wave theory	44
4.4 Volume transmission holograms	48
4.4.1 Phase gratings	48
4.4.2 Effect of loss	49
4.4.3 Amplitude grating	49
4.5 Volume reflection holograms	51
4.5.1 Phase gratings	52
4.5.2 Amplitude gratings	53
4.6 Discussion	56
4.7 Criteria for thin holograms and volume holograms	57
4.8 Anomalous effects with volume grating	58
4.9 Multiply exposed holographic gratings	59
4.10 Imaging properties of volume holograms	60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อที่ 5: Fourier transforms	61
5.1 One and two dimensional Fourier transforms	61
5.2 Convolution และ Correlation	64
หัวข้อที่ 6: Computer-generate holograms	67
6.1 ทฤษฎีการ Sampling	68
6.2 Discrete Fourier Transform และ Fast Fourier Transform	73
6.3 Binary Fourier Transform Holograms	76
6.4 การประยุกต์ใช้งาน	84
บทที่ 3 แนวทางในการออกแบบและการทำงาน	84
3.1 ขั้นตอนในการทำโครงการ	84
3.2 หลักการและแนวทางในการสร้างฮอโลแกรม	84
3.3 รูปแบบการทำงานของโปรแกรมการสร้างฮอโลแกรม	85
บทที่ 4 การทดลอง	90
4.1 วัตถุประสงค์การทดลอง	90
4.2 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง	90
4.3 วิธีการทดลอง	91
4.4 ผลการทดลอง	95
บทที่ 5 บทสรุป	115
5.1 สรุปผลการทดลอง	115
5.2 วิเคราะห์ผลการทดลองและปัญหาที่เกิดขึ้น	116
5.3 แนวทางในการพัฒนาโครงการ	116
ภาคผนวก ก.	
ภาคผนวก ข.	
เอกสารอ้างอิง	

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
บทที่ 2	
หัวข้อที่ 1:	
รูปที่ 1 แสดงโครงสร้างดวงตาของมนุษย์	4
หัวข้อที่ 2:	
รูปที่ 2.1 แสดงการบันทึกภาพลงแผ่นโฮโลแกรมโดยกระบวนการ ทางแสง	6
รูปที่ 2.2 แสดงการสร้างภาพจากแผ่นโฮโลแกรม	7
หัวข้อที่ 3:	
รูปที่ 1.1 การบันทึกโฮโลแกรม, photographic plate เป็นตัวบันทึก การแทรกสอด	9
รูปที่ 1.2 การสร้างภาพโฮโลแกรมโดยการ illuminate ด้วยคลื่นอ้างอิง จากแสงเลเซอร์แสง	9
รูปที่ 2.1 ระบบทางแสงสำหรับการบันทึก in-line (Gabor) holograms 13	
รูปที่ 2.2 ระบบทางแสงสำหรับการสร้างภาพจาก in-line (Gabor) holograms ซึ่งแสดงการเกิดของ twin image	14
รูปที่ 2.3 การบันทึกโฮโลแกรมด้วย off-axis reference beam	15
รูปที่ 2.4 การสร้างภาพโฮโลแกรมโดยการบันทึกโฮโลแกรมด้วย off-axis reference beam	17
รูปที่ 2.5 แสดง spatial frequency ของลำแสงวัตถุและโฮโลแกรมที่ถูกบันทึก ด้วย off-axis reference beam	19
รูปที่ 2.6 การจัดระบบทางแสงสำหรับการบันทึก Fourier hologram	19
รูปที่ 2.7 แสดง Reconstruction setup สำหรับ Fourier hologram	21
รูปที่ 2.8 Twin image ที่สร้างขึ้นโดย Fourier hologram	21
รูปที่ 2.9 Optical system สำหรับการบันทึก lensless Fourier transform	22
รูปที่ 2.10 Formation of an image hologram	23
รูปที่ 2.11 การเกิดของ Fraunhofer hologram	24
รูปที่ 3.1 Coordinate system ที่ใช้ศึกษาการเกิดภาพโดยโฮโลแกรม	25
รูปที่ 3.2 (a) การบันทึกโฮโลแกรม (b) การสร้างภาพ	29 30
รูปที่ 3.3 การผลิต Orthoscopic real image โดยการบันทึก 2 โฮโลแกรม	31
รูปที่ 3.4 การผลิตโฮโลแกรมซึ่งให้ภาพ Orthoscopic real โดยการใส่เลนส์	32
รูปที่ 3.5 เส้นทางของแสงในการจัดเครื่องมือเพื่อสร้างภาพเมื่อโฮโลแกรม เป็น pupil ของมันเอง	38
รูปที่ 3.6 Ray paths ด้วย external reconstructed pupil	39

หัวข้อที่ 4:

รูปที่ 4.1	ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนของ thin phase grating ในรูปฟังก์ชันของ phase modulation	44
รูปที่ 4.2	Volume transmission และ reflection gratings และแผนภาพเวกเตอร์สำหรับการตกกระทบแบบแบร็ก	45
รูปที่ 4.3	ฮอโลแกรมแบบ volume transmission มุมและความยาวคลื่นของเฟสเกรตติงแสดงเป็นประสิทธิภาพเลี้ยวเบนมาตรฐาน (ϵ/ϵ_0) ในรูปฟังก์ชันของค่า χ	49
รูปที่ 4.4	ฮอโลแกรมแบบ volume transmission แอมพลิจูดเลี้ยวเบนโดยแอมพลิจูดเกรตติง ในรูปของฟังก์ชันของการเปลี่ยนแปลง $D_1 = \alpha_1 d / \cos \theta_0 = 2\Phi_0$	50
รูปที่ 4.5	ฮอโลแกรมแบบ volume transmission เส้นโค้งแสดงประสิทธิภาพเลี้ยวเบนมาตรฐาน (ϵ/ϵ_0) เสมือนฟังก์ชันของค่า χ	51
รูปที่ 4.6	ฮอโลแกรมแบบ volume reflection ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนของเฟสเกรตติงที่มุมแบร็กในรูปฟังก์ชันของ modulation parameter	53
รูปที่ 4.7	ฮอโลแกรมแบบ volume reflection มุมและความยาวคลื่นของเฟสเกรตติงจะแสดงประสิทธิภาพเลี้ยวเบน	53
รูปที่ 4.8	ฮอโลแกรมแบบ volume reflection แอมพลิจูดเลี้ยวเบนโดยแอมพลิจูดเกรตติง ในรูปของฟังก์ชันของการเปลี่ยนแปลง $D_1 = \alpha_1 d / \cos \theta_0 = 2\Phi_0$	54
รูปที่ 4.9	ฮอโลแกรมแบบ volume reflection ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนมาตรฐาน (ϵ/ϵ_0) ถูกพล็อตในรูปฟังก์ชันของเทอม $\zeta d / 2 \cos \theta_0$ ที่เป็นการวัดการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขแบร็ก	55
รูปที่ 4.10	Raman-Nath , intermediate และ Bragg regims สำหรับเฟสฮอโลแกรม	56
รูปที่ 4.11	การเปลี่ยนแปลงในการบิดไปและระยะของระนาบรีวในฮอโลแกรมเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงในความหนาของ photographic emulsion	60

หัวข้อที่ 5:

รูปที่ 5.1	แสดงคู่ของ Fourier transform ใน one-dimensional	62
รูปที่ 5.2	แสดงความหมายของ two dimensional spatial frequency	63
รูปที่ 5.3	แสดงคู่ Fourier transform ใน two dimensional	64
รูปที่ 5.4	จะแสดง convolution ของฟังก์ชันจริงสองฟังก์ชัน	65
รูปที่ 5.5	cross-correlation ของฟังก์ชันจริงสองฟังก์ชัน	66

	หน้า
หัวข้อที่ 6:	
รูปที่ 6.1 แสดงฟังก์ชัน $\text{comb}(x)$	68
รูปที่ 6.2 แสดงฟังก์ชันต่อเนื่อง $a(x)$ และแซมเปิลฟังก์ชัน $a_s(x)$	70
รูปที่ 6.3 แสดงฟูเรียร์ทรานฟอร์ม $a_s(\xi)$ ของ sample function	71
รูปที่ 6.4 Reconstruction ของฟังก์ชันดั้งเดิม $a(x)$ จาก sample function $a_s(\xi)$ ใน spatial domain	73
รูปที่ 6.5 แสดงระนาบคลื่น off-axis ฉายแสงแบบ one-dimensional ซึ่งสร้างโดยคอมพิวเตอร์	77
รูปที่ 6.6 แสดงส่วนเล็กๆของการสร้างฮอโลแกรมโดยคอมพิวเตอร์	79
รูปที่ 6.7 การเตรียมการฉายแสงฮอโลแกรมที่สร้างด้วยคอมพิวเตอร์และแสดงอิมเมจในระนาบหลังโฟกัสของเลนส์	80
รูปที่ 6.8 การสร้างฮอโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นฮอโลแกรมแบบ binary fourier transform	83
บทที่ 3:	
รูปที่ 3.1 แสดงขั้นตอนการทำงานของการสร้างฮอโลแกรม	86
บทที่ 4:	
รูปที่ 4.1 แสดงเครื่องมือที่ใช้ในการถ่ายฟิล์ม	91
รูปที่ 4.2 แสดงน้ำยาที่ใช้ในการ developed ฟิล์มฮอโลแกรม	92
รูปที่ 4.3 แสดงการจัดอุปกรณ์ในการสร้างภาพกลับของวัตถุ	93
รูปที่ 4.4 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 128×128	95
รูปที่ 4.5 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	96
รูปที่ 4.6 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	97
รูปที่ 4.7 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 160×160 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	98
รูปที่ 4.8 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	99
รูปที่ 4.9 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 128×128	100

รูปที่ 4.10 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	101
รูปที่ 4.11 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	102
รูปที่ 4.12 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 160×160 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	103
รูปที่ 4.13 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	104
รูปที่ 4.14 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 128×128	105
รูปที่ 4.15 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	106
รูปที่ 4.16 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	107
รูปที่ 4.17 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 160×160 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	108
รูปที่ 4.18 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	109
รูปที่ 4.19 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 128×128	110
รูปที่ 4.20 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	111
รูปที่ 4.21 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	112
รูปที่ 4.22 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 160×160 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256	113
รูปที่ 4.23 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512	114

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1	การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างรูปภาพกับฮอโลแกรม	5
ตารางที่ 4.1	ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนทางทฤษฎีสูงสุดสำหรับเกรตติงชนิดต่างๆ	56
ตารางที่ 6.1	แสดงการเปรียบเทียบของการคำนวณเวลาโดยตรงกับการคำนวณ โดยวิธี Fast Fourier Transform	75



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและแนวความคิดที่สำคัญ

ฮอโลแกรมจะมีประโยชน์ในหลายๆด้าน โดยเฉพาะในการสร้างภาพ 3 มิติ ซึ่งภาพที่ได้จากเทคนิคนี้จะเป็นภาพที่มีความสวยงามและเหมือนจริงและยังมีลักษณะพิเศษที่ต่างจากรูปภาพอื่นๆทั่วไป ทำให้มีผู้สนใจที่จะศึกษาและพัฒนาเทคนิคการถ่ายภาพแบบฮอโลแกรม ในลักษณะต่างๆมากมาย ซึ่งในการสร้างฮอโลแกรมไม่เฉพาะการสร้างทางแสงเท่านั้น แต่ยังสามารถทำการสร้างฮอโลแกรมในทางอื่นได้อีก ซึ่งก็คือใช้คอมพิวเตอร์มาช่วยในการสร้างซึ่งจะได้กล่าวถึงขั้นตอนการศึกษาและการสร้างภาพฮอโลแกรมในลำดับต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์

1. ศึกษาหลักการของฮอโลแกรม
2. ศึกษาหลักการสร้างฮอโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์
3. ศึกษาหลักการประยุกต์ใช้ฮอโลแกรมในช่วงอินฟราเรด

1.3 ขอบเขตของโครงการ

1. ศึกษาหลักการสร้างฮอโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์
2. ทำการสร้างหน้าคลื่นของวัตถุโดยการวิเคราะห์ฟูเรียร์ทรานฟอร์มของวัตถุด้วยโปรแกรม MATLAB
3. ศึกษาการเขียนโปรแกรมที่จะใช้ในการสร้างฮอโลแกรม
4. ทำการทดลองโดยสร้างวัตถุในลักษณะและขนาดต่างๆกัน เพื่อเปรียบเทียบผลที่เกิดขึ้นแล้วดูว่าควรจะสร้างวัตถุในลักษณะและขนาดใด เพื่อสร้างฮอโลแกรมที่ให้ภาพวัตถุชัดเจนที่สุด

1.4 วิธีการดำเนินงาน

1. ศึกษาการใช้โปรแกรม MATLAB
2. ศึกษาหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเกิดฮอโลแกรมทางแสง
3. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวกับฟูเรียร์ทรานฟอร์มเพื่อนำมาใช้ในการสร้างฮอโลแกรม
4. คำนวณและทำการการสร้างฮอโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์
5. เขียนโปรแกรมในการสร้างฮอโลแกรม
6. นำฮอโลแกรมที่ได้จากการสร้างโดยคอมพิวเตอร์มาพล็อตด้วยเครื่องพิมพ์ ซึ่งต้องทำการเลือกเครื่องพิมพ์ที่มีความละเอียดสูงเพื่อให้ได้ฮอโลแกรมที่ดี
7. นำรูปที่ได้จากการพล็อตไปทำการถ่ายฟิล์มและทำการล้างฟิล์ม และนำรูปของฮอโลแกรมที่ได้ส่งไปทำการยิงฟิล์มอีกทางหนึ่ง
8. ทำการจัดอุปกรณ์ทางแสงที่จะใช้ในการสร้างภาพกลับของวัตถุโดยใช้แสงเลเซอร์ความยาวคลื่น 632.8 นาโนเมตร เป็นแหล่งกำเนิดแสง
9. นำฟิล์มที่ได้จากการถ่ายฟิล์มและยิงฟิล์มมาทำการสร้างภาพของวัตถุกลับมา
10. ทำการเปรียบเทียบคุณภาพของฮอโลแกรมว่าจะขึ้นอยู่กับเกรนของฟิล์มที่ใช้มากน้อยเท่าใด
11. สังเกตลักษณะของภาพที่เกิดขึ้นและทำการบันทึกผลด้วยกล้องดิจิทัล
12. ลองเปลี่ยนลักษณะของวัตถุเป็นหลายรูปแบบเพื่อเปรียบเทียบกับวัตถุเดิม
13. ลองเปลี่ยนขนาดของวัตถุโดยสร้างวัตถุขนาดต่างกัน 3 ขนาด คือ 80×80 , 160×160 และ 320×320 เพื่อเปรียบเทียบภาพที่เกิดขึ้นจากการสร้างภาพกลับของวัตถุว่าภาพที่เกิดขึ้นจะสัมพันธ์กับขนาดวัตถุอย่างไร
14. ทำการบันทึกภาพที่เกิดขึ้นทั้งหมดในลักษณะต่างๆด้วยกล้องดิจิทัล
15. จัดทำรายงานและเสนอโครงงาน
16. วิเคราะห์ผลการทดลอง
17. สรุปผลการทดลอง

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ทราบถึงวิธีการในทำการสร้างหน้าคลื่นของวัตถุโดยการวิเคราะห์ฟูเรียร์ทรานฟอร์มของวัตถุด้วยโปรแกรม MATLAB
2. ทราบถึงวิธีการสร้างฮอโลแกรมจากฟูเรียร์ทรานฟอร์มที่วิเคราะห์จาก MATLAB
3. ทราบถึงรายละเอียดเกี่ยวกับเกรนของฟิล์มชนิดต่างๆว่ามีความเกี่ยวข้องกับการสร้างภาพกลับของวัตถุ
4. ทราบถึงวิธีการจัดแสงเพื่อทำการสร้างภาพกลับของวัตถุ

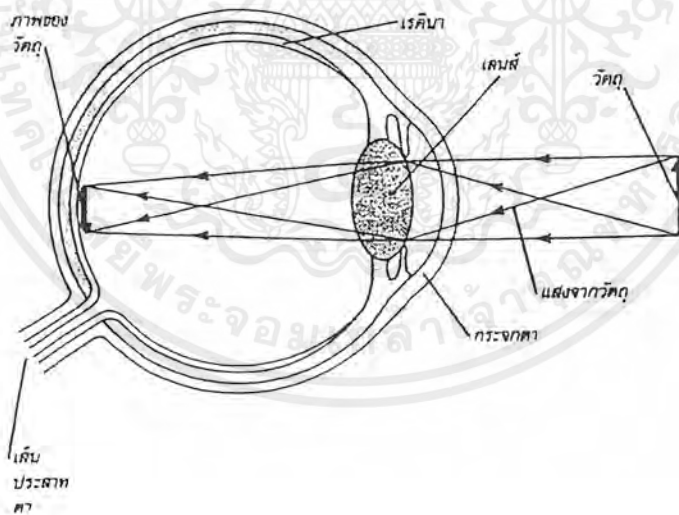


บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

หัวข้อที่ 1: เรามองเห็นได้อย่างไร

มนุษย์เชื่อกันมานานแล้วว่า ที่เรามองเห็นได้ก็เพราะดวงตามีแสงในตัวและแสงที่เปล่งออกมาจากดวงตาทำให้เกิดภาพของวัตถุขึ้น ฉะนั้นถ้าเราเอามือปิดตาทั้งสองข้างไว้ ภาพของวัตถุก็จะไม่ปรากฏเพราะแสงจากดวงตาถูกบังไว้ จนกระทั่งราวปี ค.ศ. 1022 นักวิทยาศาสตร์ชาวอาหรับชื่อ อัลฮาเซน ได้ลบล้างความเชื่อดังกล่าวและให้ความรู้ใหม่ที่ ที่จริงแล้ว ดวงตามีหลักการตรงกันข้าม กล่าวคือตาจะรับแสงจากภายนอกไม่ใช่เปล่งแสงออกมาได้เองอย่างที่เข้าใจกัน จากการศึกษาโครงสร้างของลูกตาโดยนายแพทย์และนักวิทยาศาสตร์ในช่วงหลายศตวรรษที่ผ่านมาพบว่า ดวงตาสร้างภาพของวัตถุลงบนฉากรับในลูกตาที่เรียกว่า เรตินา และจากการคิดค้นกล้องจุลทรรศน์ในสมัยต่อมาก็ทำให้เรารู้ว่า เรตินาเป็นเซลล์ไวต่อแสงทำหน้าที่ส่งสัญญาณผ่านเส้นประสาทตาไปสู่สมอง



รูปที่ 1 แสดงโครงสร้างของดวงตามนุษย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดวงตาของเรามีวิธีการสร้างภาพคล้ายกล้องถ่ายรูป คือ เมื่อแสงจากวัตถุผ่านเลนส์ตา แสงจะไปรวมกันบนเรตินาที่มีเซลล์รับแสงและปลายประสาทอยู่เต็มไปหมด เซลล์รับแสงจะส่งสัญญาณของแสงที่ตกบนเรตินาผ่านประสาทตาไปยังสมอง ภาพที่ตารับรู้จึงเป็นภาพหัวกลับ แต่เนื่องจากเห็นมีลักษณะนี้ตั้งแต่เกิดและสมองสามารถที่จะปรับภาพได้ตามความเหมาะสมเราจึงเห็นภาพตั้งตามจริง

หัวข้อที่ 2: หลักการทั่วไปของ ฮอโลกราฟี

ฮอโลกราฟี (Holography) เป็นขบวนการถ่ายภาพ 3 มิติโดยไม่ต้องใช้ระบบเลนส์ ซึ่งแตกต่างจากการถ่ายภาพ (photography) ทั่วไป จะเป็นการบันทึกแอมพลิจูดของแสงที่ออกมาจากวัตถุนั้นลงบนแผ่นฟิล์ม แต่ขบวนการฮอโลกราฟีจะเป็นการบันทึกทั้งแอมพลิจูดและเฟส ซึ่งจะสามารถบันทึกทั้งความลึก - ตื้นไว้ด้วย โดยอาศัยความต่างเฟสของแสงสะท้อนทั้งหลายจากวัตถุซึ่งทำได้โดยอาศัยลำแสงอีกลำหนึ่งเป็นลำแสงอ้างอิงมาทำการแทรกสอดกับลำแสงสะท้อนจากวัตถุ เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบเฟสของลำแสงสะท้อนเหล่านั้น ซึ่งแสงที่ใช้จะต้องเป็นแสงอาพันธ์ และแหล่งกำเนิดแสงที่นิยมใช้กันก็คือ เลเซอร์

ตาราง 2.1 การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างรูปภาพ กับ ฮอโลแกรม

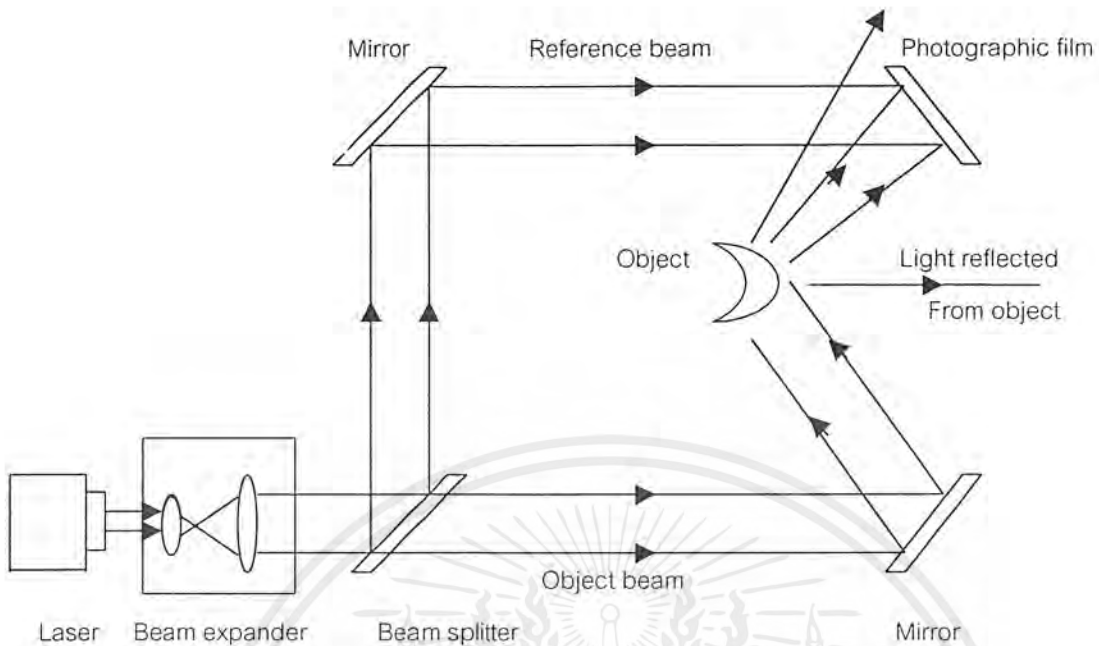
รูปภาพ	ฮอโลแกรม
1. มี 2 มิติ	1. มี 3 มิติ
2. ใช้แสงธรรมดาในการถ่ายรูป	2. ใช้แสงอาพันธ์ในการสร้าง
3. บันทึกแอมพลิจูดของแสงสะท้อนจากวัตถุไว้บนฟิล์มในรูปของความเข้มแสงทำให้มองเห็นรูปร่างวัตถุได้จากฟิล์มโดยตรง	3. บันทึกทั้งแอมพลิจูดและเฟสของแสงสะท้อนจากวัตถุไว้บนฟิล์มโดยบันทึกไว้ในรูปของภาพการแทรกสอด
4. เป็นการบันทึกภาพแบบหนึ่งต่อหนึ่งระหว่างวัตถุกับภาพ	4. แต่ละจุดบนฮอโลแกรมจะบันทึกข้อมูลของวัตถุไว้ได้ทั้งหมด

หลักในการสร้างฮอโลแกรมของวัตถุใด ๆ

ขบวนการฮอโลแกรมที่จะเกี่ยวข้องกับขบวนการซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ

1. การบันทึกภาพ (Recording of image) เป็นการบันทึกแถบการแทรกสอด

เชิงซ้อน (Complex interference patterns) ซึ่งเกิดจากที่ลำแสงเลเซอร์ 2 ลำแสงซ้อนทับกันอยู่ แถบการแทรกสอดเชิงซ้อนนี้จะถูกบันทึกไว้บนฟิล์มถ่ายรูป (Photographic film) เทคนิคที่นิยมใช้ในการสร้างฮอโลแกรมคือ off - axis holography ดังแสดงในรูป

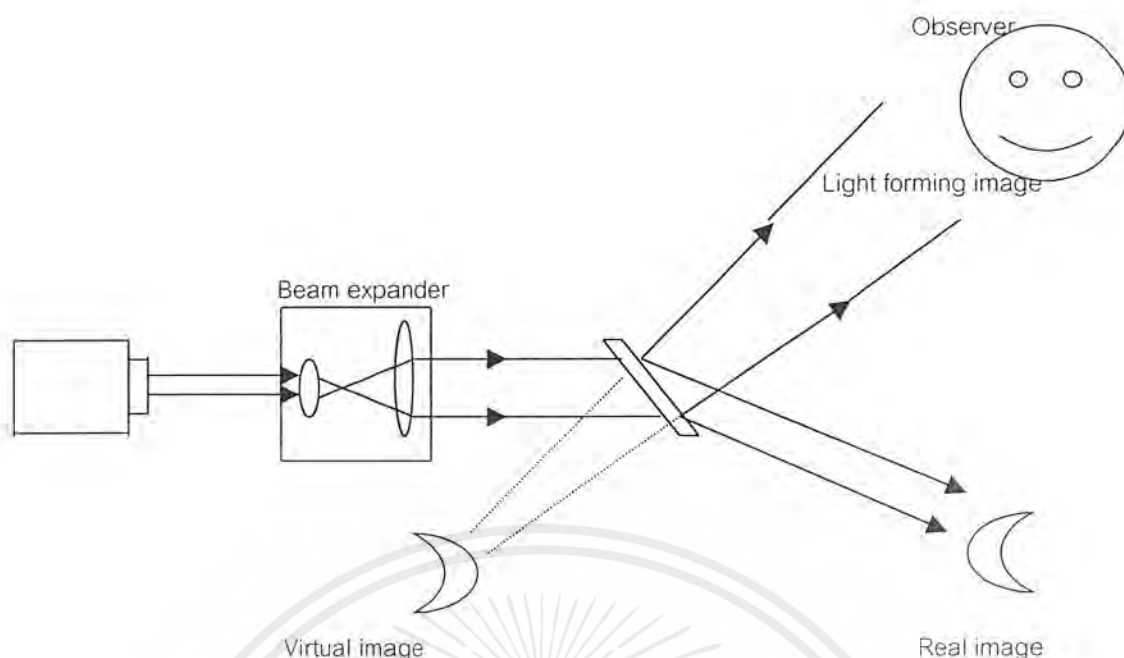


รูป 2.1 แสดงการบันทึกภาพลงแผ่นโฮโลแกรมโดยกระบวนการทางแสง

การบันทึกภาพลงแผ่นโฮโลแกรมเป็นไปตามที่ได้แสดงในรูป แสงเลเซอร์ที่มีโมโนโครมาติซิตีและโคฮีเร็นซ์สูงผ่านเครื่องขยายลำแสง (Beam expander) และถูกแบ่งออกเป็น 2 ลำแสงโดย Beam splitter ซึ่งลำแสงหนึ่งถูกส่งโดยตรงไปยังแผ่นฟิล์ม ลำแสงนี้เรียกว่า ลำแสงอ้างอิง (Reference beam) ส่วนอีกลำแสงหนึ่งนั้นสะท้อนกระจกเข้ากระทบวัตถุและสะท้อนเข้าสู่แผ่นฟิล์ม ลำแสงนี้จะเก็บข้อมูลเฉพาะของวัตถุไว้ ลำแสงนี้เรียกว่า ลำแสงวัตถุ (Object beam) ลำแสงอ้างอิงและลำแสงวัตถุจะซ้อนกันบนแผ่นฟิล์มก่อให้เกิดแถบการแทรกสอดเชิงซ้อน (Complex interference pattern) จากนั้นก็นำฟิล์มนี้ไปทำการล้าง (Developed) เราจะได้แผ่นฟิล์มซึ่งเรียกว่าแผ่นโฮโลแกรม แผ่นโฮโลแกรมนี้จะมีลักษณะมัวๆ (Foggy) และถ้ามองด้วยตาเปล่าจะไม่เห็นเป็นรูปอะไรเลยแม้แต่รูปของวัตถุเดิมที่ถูกบันทึก

2. การสร้างภาพ (Reconstruction of image) เป็นการสร้างภาพ 3 มิติ ขึ้นจากแผ่นโฮโลแกรมที่ได้จากการบันทึกภาพในข้อ (1) ซึ่งการสร้างภาพนี้กระทำได้โดยการใช้แสงเลเซอร์ชนิดเดียวกันกับที่ใช้ในข้อ (1) กล่าวคือมีความยาวคลื่น λ เท่ากัน มาส่องผ่านแผ่นโฮโลแกรม แล้วเกิดภาพเสมือน (Virtual Image) หรือ ภาพจริง (Real Image) ขึ้น โดยเราจะมองเห็นภาพที่เกิดขึ้นนั้นในลักษณะ 3 มิติ ผิดแผกไปจากการมองเห็นภาพ 2 มิติที่ได้จากการถ่ายภาพตามปกติธรรมดา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 2.2 แสดงการสร้างภาพจากแผ่นฮอโลแกรม

เมื่อมีความต้องการจะมองภาพที่ถูกบันทึกไว้นั้น เราต้องดำเนินวิธีการที่เรียกว่าการสร้างภาพจากแผ่นฮอโลแกรมซึ่งแสดงไว้ในรูป เราใช้แสงเลเซอร์ชนิดเดียวกันกับที่ใช้ในการบันทึกภาพมาส่องผ่านแผ่นฮอโลแกรม ในการนี้เราอาจจะเคลื่อนย้ายวัตถุเดิมที่ใช้ในการบันทึกภาพออกไป หรือปิดกั้นลำแสงวัตถุเสียด้วยชัตเตอร์ หรืออาจจะนำแผ่นฮอโลแกรมไปวางไว้ในบริเวณอื่นแล้วส่องแสงเลเซอร์ชนิดเดียวกันกับที่ใช้ในการบันทึกภาพ โดยให้แสงเลเซอร์นั้นส่องมาในทิศทางเดียวกับลำแสงอ้างอิง ลำแสงนี้เราเรียกว่า ลำแสงสร้าง (Reconstructing beam) เราจะได้ภาพ 3 มิติของวัตถุเดิมเกิดขึ้น 2 รูปแบบคือ ภาพเสมือน (Virtual image) และภาพจริง (Real image) ตามที่แสดงไว้ในรูป

สิ่งสำคัญในการสร้างฮอโลแกรมคือ ต้องมีลำแสงอ้างอิงที่ใช้แยกเป็นลำแสงอ้างอิงและลำแสงวัตถุ แสงทั้งสองนี้จะต้องมีสมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือ ขณะที่ไปถึงฟิล์มความแตกต่างของระยะทางที่ลำแสงทั้งสองเดินทางจากตัวแยกแสงถึงฟิล์ม หรือ OPD จะต้องไม่มากกว่าความยาวอาพันธ์ (Coherence length) ของแสงนั้น และมุมที่แนวของลำแสงทั้งสองกระทำต่อกันก็ต้องไม่มากเกินไป เพื่อให้ลำแสงทั้งสองที่ไปถึงฟิล์มยังคงมีความต่างเฟสกันอย่างคงที่หรือยังคงเป็นแสงอาพันธ์อยู่ นอกจากนี้ยังมีส่วนสำคัญมากอีกข้อหนึ่งในการสร้างฮอโลแกรมคืออุปกรณ์ทั้งหมดต้องวางอยู่บนโต๊ะที่ปราศจากการสั่นสะเทือนใดๆ ในขณะที่ทำการบันทึกภาพการแทรกสอด และการบันทึกนี้จำเป็นต้องกระทำในห้องมืดด้วย

จากหลักการสร้างฮอโลแกรมที่ได้กล่าวข้างต้น ซึ่งเป็นไปในทาง Optic System คือ สร้างโดยใช้อุปกรณ์และหลักการทางแสงโดยตรง นอกจากนี้เรายังสามารถใช้คอมพิวเตอร์มา ใช้สร้างภาพฮอโลแกรมได้อีกด้วย โดยเราเรียกวิธีนี้ว่า Computer Generated Hologram หรือ CGH ดังจะได้กล่าวต่อไป

หัวข้อที่ 3: แนวคิดเกี่ยวกับ holographic imaging

1. บทนำ

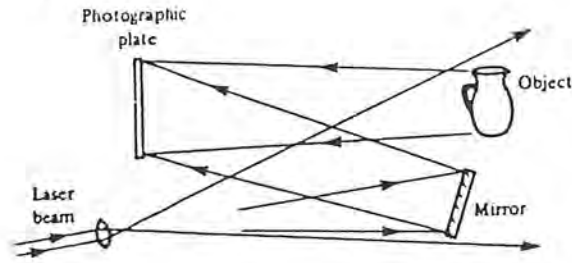
ครั้งแรกที่พบกับ hologram คนส่วนมากไม่เชื่อ พวกเขา มองผ่านฟิล์มและเห็นเหมือน มีวัตถุของแข็งลอยอยู่ในช่องว่าง บ้างก็เอื้อมไปสัมผัสมันและพบว่านิ้วของพวกเขาได้สัมผัสกับ ฟิล์มเท่านั้น

hologram ถูกบันทึกบนพื้นผิวเรียบแต่ให้ภาพที่เป็น 3 มิติ ในการทำ hologram ไม่ เหมือนกับการบันทึกภาพในวิธีธรรมดา การวิเคราะห์และทำความเข้าใจว่า hologram ทำงานอย่างไร จะต้องเริ่มจากหลักการพื้นฐานเสียก่อน

1.1 แนวคิดเกี่ยวกับ holographic imaging

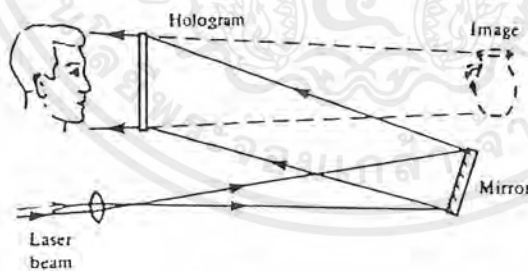
เทคนิคการบันทึกแบบธรรมดาเช่น photography ซึ่งเป็นรูปภาพแบบ flat picture ของภาพ 3 มิติซึ่งถูกบันทึกบนพื้นผิวที่ไวต่อแสงซึ่งทำได้โดยใช้เลนส์หรือวิธีที่ง่ายกว่าคือโดยรู ที่เล็กๆมาก ในฉากทึบแสง (opaque screen) สิ่งที่ถูกบันทึกคือเป็นเพียงการกระจายความ เข้มใน original scene ผลที่ตามมาคือข้อมูลทั้งหมดบน ความสัมพันธ์เกี่ยวกับเฟสของคลื่น แสงจากจุดที่แตกต่างกัน หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งก็คือข้อมูลที่เกี่ยวกับ relative optical paths ที่ ส่วนต่างๆของวัตถุนั้นหายไป

ลักษณะพิเศษของ holography เป็นความคิดของการบันทึกคลื่นสนามที่สมบูรณ์แบบ ซึ่งพูดได้ว่าทั้งแอมพลิจูดและเฟสของคลื่นแสงที่ถูกกระเจิงโดยวัตถุจะถูกบันทึกไว้ได้ทั้งหมด เนื่องจากตัวกลางการบันทึกทั้งหมดตอบสนองต่อความเข้มแสงเท่านั้น จึงจำเป็นที่จะต้อง แปลงข้อมูลของเฟสให้เป็นตัวแปรของความเข้ม เหล่านี้ทำโดยการฉายด้วยแสงอาพันธ์ (coherent) (ดังแสดงในรูปที่ 1.1) และบวกกับระนาบอ้างอิงหรือคลื่นทรงกลมให้กับคลื่นที่ ถูกกระเจิงมาจากวัตถุ



รูปที่ 1.1 การบันทึก hologram , photographic plate เป็นตัวบันทึกการแทรกสอด ซึ่งผลิตโดย คลื่นแสงซึ่งถูกกระเจิงมาจากวัตถุและ คลื่นอ้างอิงซึ่งสะท้อนเข้าสู่ photographic plate โดยกระจก

สิ่งที่ถูกบันทึกบน photographic plate ก็คือริ้วของการแทรกสอดเนื่องจาก 2 คลื่นนั่นเอง ความเข้มที่จุดต่างๆในแพทเทิร์นเหล่านี้ขึ้นอยู่กับเฟสเท่ากับแอมพลิจูดของคลื่นจากวัตถุ สอดคล้องกับ photographic plate ที่ผ่านกระบวนการต่างๆแล้ว ซึ่งถูกเรียกว่า hologram (หรือ whole record) ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลทั้งแอมพลิจูดและเฟสของคลื่นวัตถุ อย่างไรก็ตาม เนื่องจาก hologram ที่ได้ไม่คล้ายกับวัตถุเนื่องจากข้อมูลเหล่านี้อยู่ในรูปของ code form นั่นเอง แต่คลื่นวัตถุสามารถถูกสร้างใหม่ได้จาก hologram ได้อย่างง่ายดายโดยการฉายแสงให้กับ hologram อีกครั้งด้วยคลื่นอ้างอิงดังแสดงในรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 การสร้างภาพ hologram โดยการ illuminate ด้วยคลื่นอ้างอิงจากแสงเลเซอร์ แสงจะถูกเลี้ยวเบนโดย hologram ซึ่งจะได้เป็นภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 การศึกษาขั้นต้น

การถือกำเนิดของ holographic imaging เราสามารถย้อนกลับไปยังกระบวนการ x-ray crystallography นำมาซึ่งการพัฒนาของ ' Bragg x-ray microscope ' โดยผลึกถูกฉายแสง ด้วยลำแสงของ x - rays แพทเทินของการเลี้ยวเบนที่ได้รับสอดคล้องกับยกกำลังสองของโมดูลัสของ Fourier transform ของแอมพลิจูดที่ถูกกระเจิงโดยแลททิซของผลึก เป็นผลให้ข้อมูลทั้งหมดของเฟสหายไป เหล่านี้เป็นปัญหาหลักในการกำหนดโครงสร้างของผลึก อย่างไรก็ตามสำหรับ centrosymmetric unit cell นั้น Fourier transform เป็นจริงและเครื่องหมายของแอมพลิจูดที่เลี้ยวเบนเท่านั้นที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ ในความเป็นจริง สำหรับผลึกที่โครงสร้างหนึ่งและมี heavy atom ที่ศูนย์กลาง แอมพลิจูดที่กระเจิงจากอะตอมหนึ่งสามารถมากเพียงพอที่จะรวมหรือหักล้างจากแอมพลิจูดที่ได้จากการกระเจิงจากอะตอมอื่นๆ ที่อ่อนกว่า โดยปราศจากการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมาย ถ้าการผ่านเครื่องกำบัง (mask) ที่จุดต่างๆ เป็นสัดส่วนกับแอมพลิจูดที่วัดได้ในแพทเทินการเลี้ยวเบนของ x - ray และถูกฉายแสงด้วยลำแสงขนานของ monochromatic light จะได้ว่าเป็น Fraunhofer diffraction pattern ซึ่งสอดคล้องกับ second Fourier transform ให้ผลโดยตรงทำให้เกิดเป็นภาพของโครงสร้างของผลึก

จุดประสงค์ของ Gabor เมื่อเขาได้เสนอความคิดเกี่ยวกับ hologram imaging นั้นก็คือเพื่อแก้ปัญหาใน electron microscopy ซึ่งถูกยอมรับเพิ่มมากขึ้น เนื่องจากเป็นการยากที่จะแก้ความเบี่ยงเบนของส่วนโค้ง (spherical aberration) ของ magnetic electron lenses โดยเขาเสนอให้บันทึกสนามการกระเจิงของวัตถุเมื่อมันถูกฉายแสงด้วยอิเล็กตรอนและสร้างภาพขึ้นใหม่จากการบันทึกเหล่านี้โดยการใช้ visible light เพื่อแสดงความเป็นไปได้ของทฤษฎีของเขา เขาได้ใช้เครื่องในการใช้คลื่นแสงมาใช้ประโยชน์ทั้งการบันทึกฮอโลแกรม และการสร้างภาพขึ้นใหม่จากคลื่นแสงนั้นนั่นเอง

ในการทดลองของ Gabor วัตถุเป็นวัตถุโปร่งแสงซึ่งอยู่ที่ พื้นหลังที่ clear ด้วย fine opaque lines สองสามเส้นบนมัน เหล่านี้ถูกฉายแสงด้วยลำแสงขนานของ monochromatic light และรีวการเลี้ยวเบนของเฟรสเนลของมัน ซึ่งถูกบันทึกลงบน photographic plate แอมพลิจูดเชิงซ้อน (complex amplitude) ในแพทเทินการเลี้ยวเบนเหล่านี้สามารถพิจารณาได้เป็นผลบวกของ 2 เทอม โดยที่เทอมหนึ่งเป็นค่าคงที่เนื่องจากลำแสงที่ส่งผ่านโดยตรงซึ่งให้เป็น คลื่นอ้างอิง และตัวแปรที่สองเป็นเทอมที่เปลี่ยนแปลงได้เนื่องจากแสงถูกกระเจิงโดยรายละเอียดในวัตถุ เนื่องจากคลื่นอ้างอิงแข็งแรงมากกว่าคลื่นกระเจิง การเปลี่ยนแปลงในเฟสของคลื่นที่ถูกกระเจิงมีผลมากในการเปลี่ยนแปลงในแอมพลิจูดของรีวการเลี้ยวเบน เฟสของมันอยู่ใกล้มากกับคลื่นอ้างอิงเสมอ

hologram ในปัจจุบันเป็น positive transparency ทำมาจาก negative เหล่านี้ การ exposure และ processing conditions ถูกปรับตั้งนั้นแอมพลิจูดการส่งผ่านของ hologram ที่จุดต่างๆ เป็นสัดส่วนกับความเข้มใน รีวการเลี้ยวเบนเริ่มแรก เมื่อ hologram เหล่านี้ถูกฉายแสงอีกครั้งด้วย ลำแสงขนานของ monochromatic light คลื่นที่ถูกส่งผ่านมี uniform phase อันหนึ่งแต่ ถูกแสดงการเปลี่ยนแปลงที่เหมือนกันในแอมพลิจูดในแพทเทินการเลี้ยวเบน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก spatial variation เหล่านี้ในการส่งผ่าน hologram ผลิตคลื่นเลี้ยวเบน 2 คลื่น อันหนึ่งจะสอดคล้องกับคลื่นที่ถูกกระเจิงจากวัตถุตอนเริ่มต้นและอีกอันซึ่งมีแอมพลิจูดเหมือนกัน แต่เฟสตรงกันข้ามซึ่งให้กำเนิดภาพอื่นๆ

ความคล้ายคลึงกันของการทดลองของ Gabor และของ Bragg's x - ray microscope เด่นชัดมาก แต่สิ่งที่ต่างก็มีผลอย่างมาก ในระยะหลังเนื่องจากความสมมาตรของวัตถุ ไม่มีการสูญเสียข้อมูลของเฟสและภาพที่สร้างขึ้นใหม่คมชัดและถูกยอมรับได้

จากงานของ Gabor ความพยายามทั้งหลายทำให้ผลิต hologram ด้วย electron microscope ได้ อย่างไรก็ตาม การประยุกต์ใช้ของเทคนิคของเขาเพื่อให้สนามเหล่านี้ไม่ปรากฏานเนื่องจากปัญหาหลายอย่างเกี่ยวกับการปฏิบัติจริง

Optical holography ไม่ประสบความสำเร็จมากนักในตอนแรกๆ ถึงแม้ว่าความสมบูรณ์ของความคิดของ Gabor ถูกยืนยันโดยคนทำงานหลายๆท่านและบ้างก็มีการพัฒนาต่อมาใน holography ซึ่งถูกกระทำขึ้นโดยพวกเขา เหตุผลหลักสำหรับการขาดความก้าวหน้า นั่นก็คือภาพที่ได้จาก holographic คุณภาพไม่ดี เหล่านี้เนื่องจากการปรากฏของ conjugate image เท่ากันกับแสงที่กระเจิงจากลำแสงโดยตรง ทั้งสองซึ่งถูกวางบนภาพที่สร้างขึ้นใหม่ เทคนิคหลายๆอย่างมุ่งที่จะกำจัด conjugate image แต่ไม่มีเทคนิคไหนประสบความสำเร็จจริง เป็นผลให้ความสนใจใน optical holography ค่อยๆลดลงใน 2-3 ปีต่อมา

การพัฒนาอย่างมากซึ่งแก้ปัญหา twin - image ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเปิดทางสู่การพัฒนาที่มากขึ้นของ optical holography นั่นก็คือ the off - axis reference beam technique ซึ่งพัฒนาโดย Leith & Upatnieks [1962, 1963] เหล่านี้กระตุ้นงานก่อนๆของ พวกเขาบน optical processing of synthetic-aperture radar data พวกเขาแสดงให้เห็นว่า conjugate image เป็นปัจจัยที่สำคัญเนื่องจากการ aliasing และแนะนำ spatial carrier frequency โดยการใ้การแยกคลื่นอ้างอิงซึ่งเป็นคลื่นตกกระทบบน photographic plate ที่มุมที่เหมาะสมโดยสัมพันธ์กับคลื่นวัตถุ เช่น hologram เมื่อถูกฉายแสงด้วยลำแสงอ้างอิงเริ่มต้น จะสร้างคู่ของภาพซึ่งถูกแยกจากกันโดยมุมที่ใหญ่พอจากลำแสงที่ส่งผ่านโดยตรงและจากแต่ ละอันเพื่อที่จะแน่ใจว่าไม่มีการซ้อนทับกัน

เหล่านี้ถูกดำเนินต่อไปโดยการพัฒนาของเลเซอร์ เหมาะสำหรับการทำ powerful source ของแสงที่มีความเป็นอาพันธ์สูงๆ และทำมันให้เป็นไปได้ที่จะบันทึก hologram ของ diffusely reflecting objects ด้วยความลึกจำนวนมาก

เกือบจะเป็นเวลาเดียวกัน ความเจริญก้าวหน้าทางด้านอื่นๆใน holography ซึ่งถูกรายงานโดย Denisjuk [1962, 1963, 1965] ในเทคนิคของเขาซึ่งมีความคล้ายกับ Lippmann's technique ของ colour photography วัตถุและคลื่นอ้างอิงตกกระทบบน photographic emulsion จากด้านตรงข้าม เป็นผลให้ รั้วการแทรกสอดถูกบันทึกเป็น layers ซึ่งเกือบจะขนานกับพื้นผิวของ emulsion และประมาณครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น เช่น hologram เมื่อถูกฉายแสง ด้วยแสงขาวจากแหล่งกำเนิดแสงแบบจุด เลือกการสะท้อนที่ wavelength band แคบๆ เท่านั้นเพื่อที่จะสร้าง monochromatic image ใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 การพัฒนาฮอโลแกรมทางแสง

เริ่มต้นของความก้าวหน้าของกิจกรรม และพบการประยุกต์ใช้ทางวิทยาศาสตร์ของ optical holography จำนวนมาก เหล่านี้รวมถึง high – resolution imaging ของละอองของเหลว , imaging through diffusing และ aberrating media , multiple imaging , computer generated hologram , การผลิตและการแก้ไขของ optical elements การประยุกต์อื่น ๆ จะสัมพันธ์กับข้อมูลที่เก็บบันทึกไว้และข้อมูลของกระบวนการและรวมถึงการจัดรอยเบื่อนของภาพด้วย และการแยกแยะลักษณะพิเศษ

บางทีสิ่งที่สำคัญที่สุดของการประยุกต์ใช้เหล่านี้คือ holographic interferometry ซึ่งถูกเปิดเผยอย่างต่อเนื่องโดยผู้ที่สนใจหลายกลุ่ม พวกที่ทำงานโดยอิสระ ในการใช้เทคนิคขั้นสูง มันแสดงเป็นความประหลาดใจโดยที่เป็นไปได้ในครั้งแรกดังแสดงในรูป 1.5 เพื่อที่จะหาการกระจัดของพื้นผิวที่ขรุขระด้วยความเที่ยงตรงของ micrometer นั่นคือเป็นไปได้ที่จะทำ interferometric coparisons ของหน้าคลื่นที่ถูกเก็บไว้ซึ่งมีอยู่ที่เวลาที่แตกต่างกัน

ในการแสดงสนามของ 3 มิติ ภาพที่ประทับใจได้ถูกพัฒนาตามมา รวมถึง life – size holograms และภาพที่เขียนด้วย pulsed lasers อย่างไรก็ตาม เหล่านี้แสดง scientific *tour-de-force* ที่ค่อนข้างเป็นเทคโนโลยีที่เติบโตดีและก้าวหน้าขึ้นโดย Benton [1969] ซึ่งประดิษฐ์ the rainbow hologram เหล่านี้เป็น transmission hologram ใน vertical parallax ซึ่งให้ประโยชน์ 2 อย่างนั่นก็คือ – มันสามารถถูกฉายแสงได้ด้วยแสงขาวและมันจะให้ภาพโมโนโครมาติกที่สว่างมาก

ประโยชน์ในทางปฏิบัติของ rainbow hologram เป็นที่น่าพอใจ ขณะที่มันนำมาซึ่งผลลัพธ์สุดท้ายในการพัฒนาใน 2 พื้นที่ หนึ่งในก็คือ เทคนิคใหม่ๆ สำหรับ multicolour และ acromatic imaging และอีกหนึ่งก็คือ the white – light holographic stereogram ของ Cross [see Benton, 1975] ต่อมาเป็นพื้นฐานงานก่อนหน้าในที่ซึ่งภาพ 3 มิติถูกสร้างขึ้นจาก holograms ของจำนวนของ views ของวัตถุจากมุมที่แตกต่างใน horizontal plane แต่สามารถมองในแสงขาวได้เนื่องจากมันทำโดยใช้ rainbow holograms

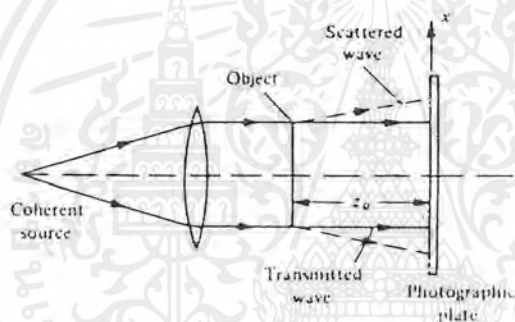
ลักษณะที่เหมือนจริงอย่างน่าประทับใจของ ภาพฮอโลแกรม เป็นสิ่งที่กระตุ้นความสนใจของนักวิทยาศาสตร์มากกว่าคนธรรมดาทั่วไป อย่างไรก็ตามเป็นผลของการพัฒนาเมื่อ 10 ปีก่อน ฮอโลแกรมเป็นความแปลกและเป็นเทคนิคที่ถูกยอมรับอย่างดีจากการประยุกต์ใช้ประโยชน์อย่างมากมาย และเป็นที่ยอมรับว่าวิจัยของนักวิทยาศาสตร์เสมอ บางอย่างของการก้าวหน้าเหล่านี้ยังไม่ได้ถูกนำมาใช้ประโยชน์ แต่เราก็หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะพบสิ่งที่น่าตื่นเต้นใน 2-3 ปีข้างหน้า

2. กระบวนการในการสร้างหน้าคลื่นใหม่

คอนเซ็ปของ holography ที่ได้กล่าวโดยสังเขป เราจะมาอภิปรายในรายละเอียดที่มากขึ้นดังนี้

2.1 The in-line (Gabor) hologram

พิจารณาการจัดระบบทางแสงที่แสดงดังรูปที่ 2.1 ซึ่งใช้โดย Gabor [1948] เพื่อแสดงการสร้างภาพฮอโลแกรม จากรูปจะเห็นว่าเมื่อวัตถุถูกฉายแสงด้วยลำแสงขนานโดยแสงที่แพร่ผ่านวัตถุจะประกอบด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกคือจะเป็นส่วนหลักซึ่งเป็นคลื่นระนาบสอดคล้องกับแสงที่ผ่านโดยตรง โดยเราให้เท่ากับเป็นคลื่นอ้างอิง และเนื่องจากแอมพลิจูดและเฟสของมันไม่เปลี่ยนแปลงตลอด Photographic plate ดังนั้น complex amplitude ของมันสามารถเขียนได้เป็น real constant ได้เป็น r ส่วนที่สองเป็นคลื่นกระเจิงอ่อนๆที่เกิดจากการเบี่ยงเบนในวัตถุโดย complex amplitude ของคลื่นเหล่านี้ ซึ่งเปลี่ยนแปลงตลอด photographic plate และสามารถเขียนเป็น $o(x, y)$ ซึ่ง $|o(x, y)| \ll r$



รูปที่ 2.1 ระบบทางแสงสำหรับการบันทึก in-line (Gabor) hologram

ผลรวมของ complex amplitude ที่จุดต่างๆบนเพลทเป็นผลรวมของทั้ง 2 ส่วนเหล่านี้ ดังนั้นความเข้มที่จุดเหล่านี้คือ

$$I(x, y) = |r + o(x, y)|^2 \\ = r^2 + |o(x, y)|^2 + r o(x, y) + r o^*(x, y) \quad \text{--- 2.1}$$

ซึ่ง $o^*(x, y)$ เป็น complex conjugate ของ $o(x, y)$

positive transparency ทำขึ้นจากการบันทึกเหล่านี้ มันถูกสันนิษฐานว่า amplitude transmittance, t (อัตราส่วนของ transmitted amplitude กับ incident amplitude) ของมันเป็นฟังก์ชันเส้นตรงของความเข้มและสามารถเขียนเป็น

$$t = t_0 + \beta I \quad \text{--- 2.2}$$

ซึ่ง t_0 = ค่าคงที่ background transmittance

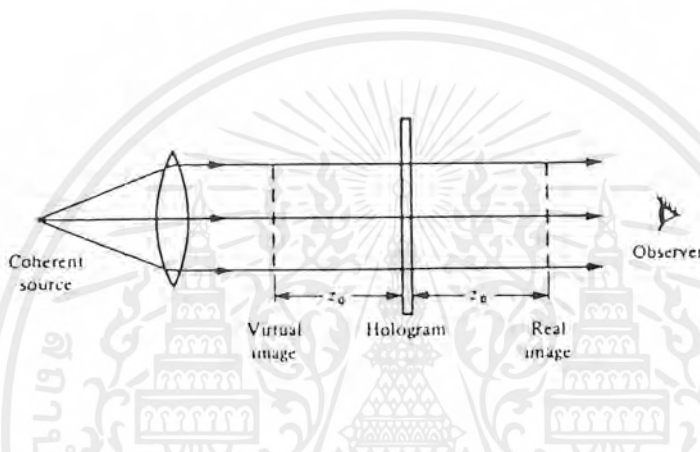
T = exposure time

β = พารามิเตอร์ที่กำหนดโดย photographic material ที่ใช้และ processing condition

ดังนั้น amplitude transmittance ของ transparency (ฟิล์ม) จะสอดคล้องกับ

$$t(x, y) = t_0 + \beta T [r^2 + |o(x, y)|^2 + r o(x, y) + r o^*(x, y)] \quad \text{--- 2.3}$$

ทฤษฎีการสร้างภาพใหม่นั้นคือ transparency หรือฟิล์มจะถูกวางในตำแหน่งเดิม ซึ่งเป็น original photographic plate และถูกฉายแสงอีกครั้งด้วยลำแสงขนานเดิมของแสง monochromatic ที่เคยใช้ในการบันทึก hologram ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ระบบทางแสงสำหรับการสร้างภาพจาก in-line (Gabor) hologram ซึ่งแสดงการเกิดของ twin image

เนื่องจาก complex amplitude ที่จุดต่างๆ ในลำแสงนี้แยกจาก constant factor ในคลื่นอ้างอิงเดียวกัน ดังนั้น complex amplitude ที่ส่งผ่าน hologram เข้ามาสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} u(x, y) &= r t(x, y) \\ &= r(t_0 + \beta T r^2) + \beta T r |o(x, y)|^2 \\ &\quad + \beta T r^2 o(x, y) + \beta T r^2 o^*(x, y) \end{aligned} \quad \text{--- 2.4}$$

complex amplitude ของคลื่นที่ผ่านเข้ามาประกอบด้วย 4 องค์ประกอบที่แตกต่างกันดังนี้

1. $r(t_0 + \beta T r^2)$ คือคลื่นระนาบที่ถูกทำให้อ่อนลงของลำแสงที่ผ่านเข้ามาโดยตรง
2. $\beta T r |o(x, y)|^2$ เป็นส่วนที่มีผลน้อยที่สุดเนื่องจากมันถูกกำหนดให้ $|o(x, y)| \ll r$ ดังนั้นภายใต้เงื่อนไขนี้ ทำให้สามารถตัดเทอมนี้ทิ้งได้

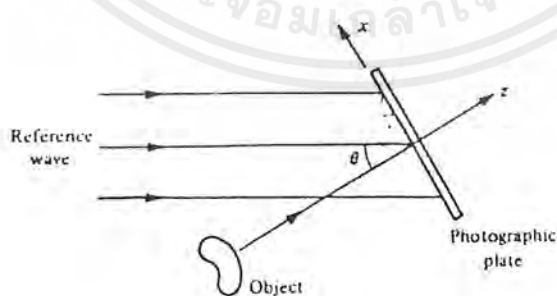
3. $\beta Tr^2 o(x, y)$ ไม่รวมถึงแฟกเตอร์คงที่ คือ เทอมที่เหมือนเป็นหน้าคลื่นเริ่มต้นจากวัตถุที่ตกกระทบลงบนเพลท ดังนั้นมันก่อให้เกิดภาพที่สร้างขึ้นใหม่ของวัตถุในตำแหน่งเริ่มต้นของวัตถุ เนื่องจากภาพเหล่านี้อยู่ที่ตำแหน่งหลังฟิล์มที่ระยะ Z_0 และคลื่นที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ปรากฏนั้นจะเป็นภาพหัวกลับนั้นก็คือ ภาพเสมือน นั่นเอง
4. เทอมที่ 4 นี้สอดคล้องกับหน้าคลื่นซึ่งคล้ายหน้าคลื่นที่กลับจากวัตถุ ยกเว้นว่ามันเป็น opposite curvature ดังนั้นมันจะกลับสู่ฟอร์มของภาพจริงแล้ว conjugate image ที่ระยะเดิม z_0 หน้าฮอโลแกรม

ระบบนี้ผู้สังเกตโฟกัสไปบนภาพอันหนึ่งมองเห็นอยู่บน out-of-focus twin image องค์ประกอบของมันเหล่านี้เป็นการจำกัดที่สำคัญมากสำหรับวัตถุที่มีการ transmittance เฉลี่ยสูงๆ

ถ้าเทอมที่สองของสมการทางขวามือของสมการ 2.4 ถูกละทิ้งไปมันจะไม่มีการรบกวนภาพที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ ในที่สุดมันจะแสดงได้ว่าฮอโลแกรมถูกใช้สร้างภาพจะต้องเป็น positive transparency ถ้าคลื่นที่ทำให้เกิดภาพแทรกสอดกับ background ในกระบวนการของการสร้างภาพนั้นถ้าเพลทซึ่งถูก exposed ในขั้นตอนของการบันทึกภาพถูกใช้โดยตรง (ในกรณีที่ β ใน(2.2)เป็น negative) ภาพที่ถูกสร้างขึ้นจะเป็นลบ (negative)

2.2 The off-axis (Leith-Upatnieks) hologram

เทคนิคแรกที่ประสบความสำเร็จในการแยก twin images ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย ลี-อพาทเนียคส์ ดังแสดงในรูปที่ 2.3. ลำแสงอ้างอิงซึ่งได้จากแหล่งกำเนิดแสง coherent เดียวกันถูกทำให้ตกกระทบลงบน photographic plate ในระหว่างกระบวนการบันทึกซึ่งทำมุม θ กับลำแสงที่มาจากวัตถุ ลำแสงอ้างอิงเหล่านี้สามารถให้เป็นลำแสงขนาน (collimated beam) ของยูนิฟอร์มของความเข้ม



รูปที่ 2.3 การบันทึก hologram ด้วย off-axis reference beam

complex amplitude เนื่องจากลำแสงจากวัตถุที่จุดต่าง ๆ (x, y) บน photographic plate สามารถเขียนได้เป็น

$$o(x, y) = |o(x, y)| \exp[-i\phi(x, y)] \quad \text{--- 2.5}$$

ขณะที่ลำแสงอ้างอิงเป็น

$$r(x, y) = r \exp(i2\pi\xi_r x) \quad \text{--- 2.6}$$

ซึ่ง $\xi_r = (\sin \theta) / \lambda$

เนื่องจากลำแสงอ้างอิงมีความเข้มที่เป็นยูนิฟอร์มและเฟสของมันเท่านั้นที่เปลี่ยนแปลงตลอด photographic plate

ดังนั้นผลลัพธ์ของความเข้มที่ เฟสเป็น

$$I(x, y) = |r(x, y) + o(x, y)|^2 \quad \text{--- 2.7}$$

จากสมการ (2.7) เห็นได้ว่า แอมพลิจูดและเฟสของคลื่นวัตถุถูกถอดรหัสตามลำดับ ดังนั้นการ modulation แอมพลิจูดและเฟสของชุดของริ้วการแทรกสอดหนึ่งสัมพันธ์กับ spatial carrier ด้วย spatial frequency เท่ากับ ξ_r

ถ้าในสมการ (2.2) มันถูกสมมุติว่า amplitude transmittance ของ photographic plate หลังจากกระบวนการเป็นเชิงเส้นสัมพันธ์กับความเข้มในแพทเทินของการแทรกสอด amplitude transmittance ของฮอโลแกรมสามารถเขียนได้เป็น

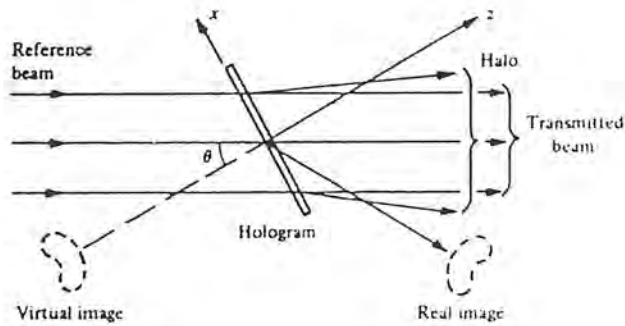
$$t(x, y) = t_0 + \beta T \{ |o(x, y)|^2 + r |o(x, y)| \exp[-i\phi(x, y)] \exp(-i2\pi\xi_r x) + r |o(x, y)| \exp[i\phi(x, y)] \exp(i2\pi\xi_r x) \} \quad \text{--- 2.8}$$

ซึ่ง β เป็นความชัน (ในกรณีนี้, ลบ) ของ amplitude transmittance กับ ลักษณะพิเศษของการ exposure ของวัสดุของ photographic

T เป็น exposure time

T_0 เป็นค่าคงที่ของ background transmittance

การสร้างภาพทำได้โดยการฉายแสงให้กับฮอโลแกรมอีกครั้งด้วยลำแสงอ้างอิงเดิมที่ใช้ในการบันทึกฮอโลแกรมดังแสดงในรูป 2.4



รูป 2.4 การสร้างภาพฮอโลแกรมโดยการบันทึกฮอโลแกรมด้วย off-axis reference beam

จากรูป ทำการฉายแสงฮอโลแกรมอีกครั้งโดยใช้ลำแสงอ้างอิงที่ใช้ในการบันทึกภาพ complex amplitude $u(x, y)$ ของ transmitted wave ในกรณีนี้ก็คือผลบวกของทั้ง 4 เทอม ด้วย โดยแต่ละเทอมจะสอดคล้องกับแต่ละเทอมของสมการ 2.8 ด้วยและสามารถเขียนได้เป็น

$$u(x, y) = r(x, y)t(x, y) = u_1(x, y) + u_2(x, y) + u_3(x, y) + u_4(x, y) \quad \text{--- 2.9}$$

ซึ่ง

$$u_1(x, y) = t_0 r \exp(i2\pi\xi_r x) \quad \text{--- 2.10}$$

$$u_2(x, y) = \beta Tr |o(x, y)|^2 \exp(i2\pi\xi_r x) \quad \text{--- 2.11}$$

$$u_3(x, y) = \beta Tr^2 o(x, y) \quad \text{--- 2.12}$$

$$u_4(x, y) = \beta Tr^2 o^*(x, y) \exp(i4\pi\xi_r x) \quad \text{--- 2.13}$$

เทอมแรกทางขวามือของสมการ (2.9) นั่นก็คือ $u_1(x, y)$ ซึ่งเป็นเพียงลำแสงอ้างอิงที่ถูกทำให้ลดน้อยลง ซึ่งเป็นระนาบหน้าคลื่นที่ถูกส่งผ่านฮอโลแกรมโดยตรง ลำแสงที่ส่งผ่าน โดยตรงเหล่านี้คือสิ่งแวดล้อม โดยรัศมี เนื่องจากเทอมที่ 2 ซึ่งก็คือ $u_2(x, y)$ ซึ่งเป็นส่วนที่เปลี่ยนแปลง มุมของการกระจายของรัศมีเหล่านี้ถูกหาได้โดยขนาดมุมของวัตถุ

เทอมที่ 3 $u_3(x, y)$ เหมือนกับคลื่นวัตถุเริ่มต้น ยกเว้นค่าคงที่แฟกเตอร์ และสร้างภาพเสมือนของวัตถุในตำแหน่งเริ่มต้นของมัน ซึ่งคลื่นเหล่านี้ทำมุม θ โดยตรงกับคลื่นที่ส่งผ่าน คล้ายคลึงกับในเทอมที่ 4, $u_4(x, y)$ ซึ่งก่อให้เกิด conjugate real image อย่างไรก็ตามในกรณีเหล่านี้เทอมที่ 4 รวมถึง exponential factor, $\exp(i4\pi\xi_r x)$, ซึ่งชี้ให้เห็นว่า conjugate wave เบี่ยงเบนไปจากแกน

ดังนั้นทั้ง 2 ภาพนั้นก็คือ ภาพจริง และ ภาพเสมือน ยังคงถูกสร้างขึ้นในการจัดระบบเครื่องมือแบบนี้ โดยที่พวกมันมีมุมแยกออกจากลำแสงส่งผ่านโดยตรง และถ้าทำให้มุม θ ของลำแสงอ้างอิงมากเพียงพอ มันเป็นไปได้ที่จะทำให้มั่นใจว่าไม่มีการซ้อนทับ วิธีนี้เป็นการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำจัดข้อบกพร่องหลักของ Gabor's original in-line arrangement บวกกับมันเป็นที่น่าสนใจว่าเครื่องหมายของ β ในกรณีนี้เท่านั้นที่มีผลต่อเฟสของภาพที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ โดยที่ถ้าเป็นบวก ภาพจะถูกยอมรับแม้ว่าถ้าการบันทึกฮอโลแกรมเป็น photographic negative

ค่าที่น้อยที่สุดของมุมขดเซย θ ที่ต้องการที่แน่ใจว่าแต่ละภาพสามารถถูกสังเกตได้โดยปราศจากการแทรกสอดจากทั้งสองภาพ จากลำแสงที่ส่องผ่านโดยตรงและรัศมี ของแสงที่กระเจิงรอบๆ มันถูกหาได้โดย spatial carrier frequency ที่น้อยที่สุด (ξ_r) ซึ่งไม่มีการเกิดการซ้อนทับกัน ระหว่างมุม สเปคตรัมของเทอมที่ 3 และ 4 และเทอมที่ 1 และเทอมที่ 2

มุมสเปคตราเหล่านี้คือ Fourier transforms ของเทอมเหล่านี้ และสามารถเขียนได้เป็น

$$u_1(\xi, \eta) = \mathfrak{I}\{I_0 r \exp(i2\pi\xi_r x)\} \\ = I_0 r \delta(\xi + \xi_r, \eta) \quad \text{--- 2.14}$$

$$u_2(\xi, \eta) = \mathfrak{I}\{\beta Tr |o(x, y)|^2 \exp(i2\pi\xi_r x)\} \\ = \beta Tr [O(\xi, \eta) \star O(\xi, \eta) \ast \delta(\xi + \xi_r, \eta)] \quad \text{--- 2.15}$$

ซึ่ง $O(\xi, \eta) = \mathfrak{I}\{o(x, y)\}$ คือ spatial frequency spectrum ของลำแสงวัตถุ และสัญลักษณ์ \star และ \ast แสดงเป็น operation ของการ correlation และ convolution ตามลำดับ

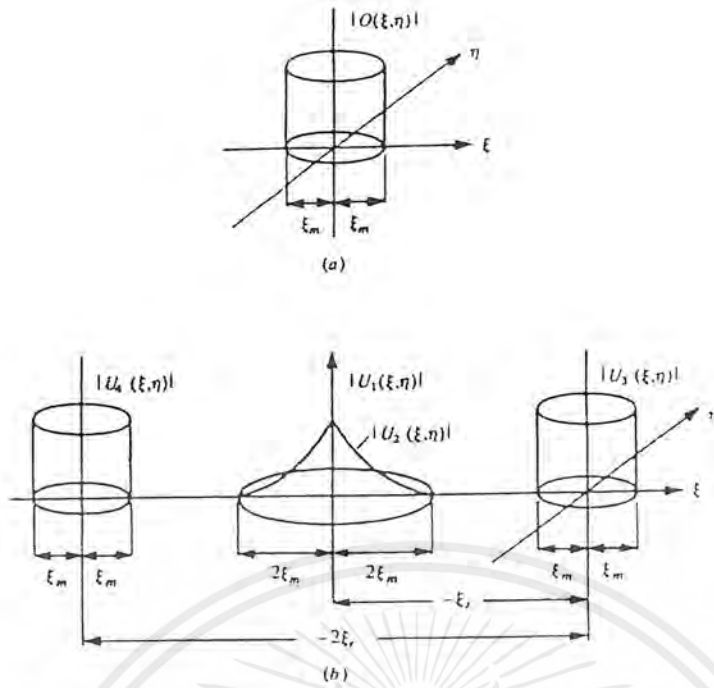
$$u_3(\xi, \eta) = \mathfrak{I}\{\beta Tr^2 o(x, y)\} \\ = \beta Tr^2 O(\xi, \eta) \quad \text{--- 2.16}$$

$$u_4(\xi, \eta) = \mathfrak{I}\{\beta Tr^2 o^\ast(x, y) \exp(i4\pi\xi_r x)\} \\ = \beta Tr^2 O^\ast(\xi, \eta) \ast \delta(\xi + 2\xi_r, \eta) \quad \text{--- 2.17}$$

จากรูป 2.5 ซึ่งแสดงสเปคตราเหล่านี้ เทอมที่ 3 $|U_3|$ คือ object - beam spectrum ซึ่งถูกคูณโดยค่าคงที่และเป็นศูนย์กลางที่จุดเริ่มต้นของ spatial frequency plane เทอม $|U_1|$ สอดคล้องกับ spatial frequency ของริ้วพาด และเป็น δ function ที่ตำแหน่ง $(-\xi_r, 0)$ ขณะที่ $|U_2|$ เป็นศูนย์กลางบน δ function เหล่านี้และเป็นสัดส่วนกับ auto - correlation function ของ $O(\xi, \eta)$ ซึ่งมีการขยายของ object - beam spectrum 2 ครั้ง $|U_4|$ คล้ายกับ $|U_3|$ แต่ถูกทำให้เคลื่อนที่สู่ centre frequency $(-2\xi_r, 0)$

$|U_3|$ และ $|U_4|$ จะไม่ซ้อนทับกับ $|U_1|$ และ $|U_2|$ ถ้า spatial carrier frequency ξ_r ถูกเลือกให้เป็น

$\xi_r \geq 3\xi_m$ ซึ่ง ξ_m คือ ความถี่ที่สูงที่สุดใน spatial frequency spectrum ของลำแสงวัตถุ

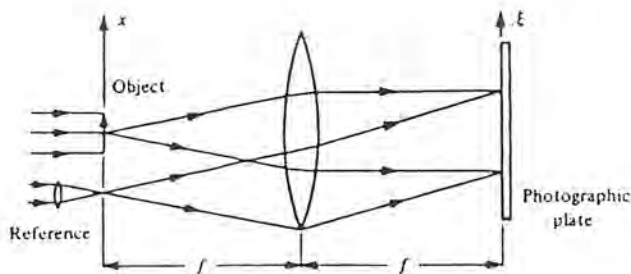


รูปที่ 2.5 Spatial frequency spectra ของ (a) ลำแสงวัตถุ และ (b) ฮอโลแกรมที่ ถูกบันทึกด้วย off - axis reference beam

2.3 Fourier holograms

ประเภทที่น่าสนใจอื่นๆของการบันทึก hologram วิธีหนึ่งก็คือคลื่นซึ่งแทรกสอดกันที่ ระนาบฮอโลแกรมเป็น Fourier transforms ของคลื่นวัตถุและคลื่นอ้างอิง โดยมีความหมายว่า วัตถุซึ่งอยู่ในระนาบเดียวหรือความหนาถูกจำกัด

ตัวอย่างการจัดเครื่องมือสำหรับการบันทึกฮอโลแกรมของ แวนเดอร์ ลูจท์ แสดงดัง รูป 2.6



รูป 2.6 การจัดระบบทางแสงสำหรับการบันทึก Fourier hologram

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วัตถุลักษณะโปร่งแสงตั้งอยู่หน้าระนาบโฟกัสของเลนส์ ถูกฉายแสงโดยลำแสงขนานของแสง monochromatic ถ้า complex amplitude ที่ออกจากระนาบวัตถุเป็น $o(x, y)$ แล้ว complex amplitude ของคลื่นวัตถุที่ photographic plate ถูกตั้งอยู่ในระนาบหลังโฟกัส ของเลนส์เป็น

$$O(\xi, \eta) = \mathfrak{F}\{o(x, y)\} \quad \text{----} 2.19$$

ลำแสงอ้างอิงได้มาจากแหล่งกำเนิดจุดซึ่งตั้งอยู่ที่ระนาบหน้าโฟกัสของเลนส์ ถ้า $\delta(x + b, y)$ เป็น complex amplitude ของแหล่งกำเนิดจุดนี้ จะได้ว่า complex amplitude ของคลื่นอ้างอิงที่ระนาบฮอโลแกรมเป็น

$$R(\xi, \eta) = \exp(-i2\pi\xi b) \quad \text{----} 2.20$$

ความเข้มในแพทเทิร์นของการแทรกสอดที่เกิดขึ้นโดยคลื่นทั้งสองเหล่านี้จะมีสมการเป็น

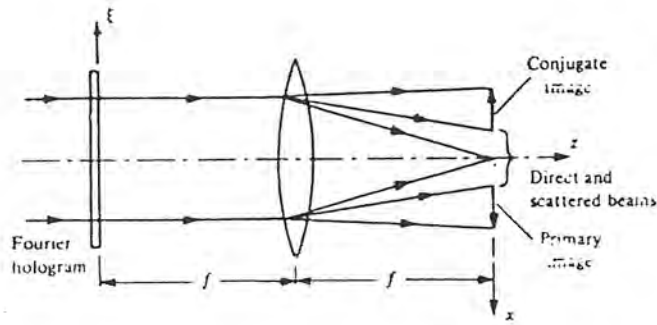
$$I(\xi, \eta) = 1 + |O(\xi, \eta)|^2 + O(\xi, \eta) \exp(i2\pi\xi b) + O^*(\xi, \eta) \exp(-i2\pi\xi b) \quad \text{----} 2.21$$

ในการสร้างภาพทำโดยนำฮอโลแกรมที่ผ่านกระบวนการบันทึกมาแล้วนำมาวางไว้ที่ระนาบหน้าโฟกัสของเลนส์และฉายแสงด้วยลำแสงขนานของแสง monochromatic ของหน่วยแอมพลิจูดซึ่งถูกแสดงในรูปที่ 2.7 สมมุติว่าก่อนที่แอมพลิจูดผ่านฮอโลแกรมความเข้มเป็นฟังก์ชันเส้นตรง $I(\xi, \eta)$ เมื่อแสงผ่านฮอโลแกรมจะได้ complex amplitude เป็น

$$U(\xi, \eta) = t_0 + \beta TI(\xi, \eta) \quad \text{----} 2.22$$

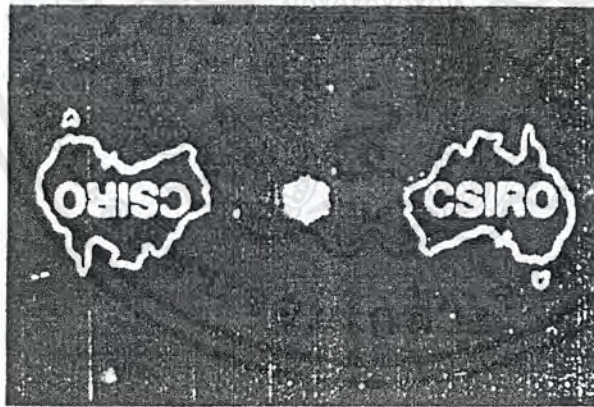
complex amplitude อยู่ในระนาบของหลังโฟกัสของเลนส์เป็น Fourier transform ของ $U(\xi, \eta)$

$$\begin{aligned} u(x, y) &= \mathfrak{F}\{U(\xi, \eta)\} \\ &= (t_0 + \beta T)\delta(x, y) + \beta To(x, y) \star o(x, y) \\ &\quad + \beta To(x - b, y) + \beta To^*(-x + b, -y) \quad \text{----} 2.23 \end{aligned}$$



รูป 2.7 Reconstruction setup สำหรับ Fourier hologram

เทอมแรกของสมการทางขวาของสมการ 2.23 มาสู่โฟกัสบนแกนขณะที่เทอมที่ 2 เป็นฟอร์มของวงแหวนรอบๆ เทอมที่ 3 สอดคล้องกับคลื่นวัตถุเดิมที่เลื่อนลงต่ำโดยเป็นระยะ b ขณะที่เทอมที่ 4 เป็นคอนจูเกตของคลื่นวัตถุเดิมที่แปลงแล้วและเลื่อนขึ้นโดยจำนวน b ภาพทั้ง 2 เป็นจริงและสามารถถูกบันทึกบน photographic film ซึ่งวางอยู่ในระนาบหลังโฟกัสของเลนส์ เนื่องจากฟิล์มบันทึกการกระจายความเข้มในภาพเท่านั้นเป็นไปได้ในกรณีนี้ที่จะแยก conjugate image โดยมันจะเป็นภาพหัวกลับ ดังรูป 2.8



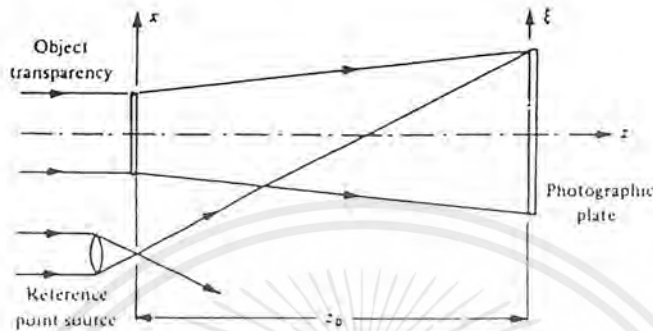
รูป 2.8 Twin image ที่สร้างขึ้นโดย Fourier hologram

Fourier hologram มีคุณสมบัติที่ใช้ประโยชน์ในการสร้างภาพซึ่งอยู่กับที่ ถึงแม้ว่า ฮอโลแกรมจะถูกย้ายอยู่ในระนาบของมันเอง ที่เป็นอย่างนี้เนื่องจากการเลื่อนของฟังก์ชันใน spatial domain เท่านั้นเป็นผลในการทำ Fourier transform ของมันถูกคูณโดย เฟสแฟคเตอร์ ซึ่งเป็นฟังก์ชันเส้นตรงของ spatial frequency โดยที่ phase factor เหล่านี้ไม่มีผลกระทบต่อผลการกระจายความเข้มในอิมเมจ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 The lensless Fourier hologram

ฮอโลแกรมอันหนึ่งซึ่งมีสมบัติเหมือนกับ Fourier hologram สามารถทำโดยปราศจากเลนส์เพื่อผลิต Fourier transform ของคลื่นวัตถุ โดยจัดเตรียมคลื่นอ้างอิงโดยใช้แหล่งกำเนิดแบบจุดในระนาบวัตถุ



รูป 2.9 Optical system สำหรับการบันทึก lensless Fourier hologram

พิจารณาการจัดอุปกรณ์ ดังรูป 2.9 ซึ่งวัตถุถูกฉายแสงด้วยคลื่นระนาบและ complex amplitude ของคลื่นที่ออกจากระนาบวัตถุเป็น $o(x, y)$ มันสามารถแสดงการใช้ Fresnel - Kirchhoff integral นั่นคือ complex amplitude ที่ photographic plate เนื่องจากคลื่นเหล่านี้สามารถเขียนได้เป็น

$$o(x_2, y_2) = (i / \lambda z_0) \exp[-(i\pi / \lambda z_0)(x_2^2 + y_2^2)] O(\xi, \eta) \quad \text{--- 2.24}$$

ซึ่ง z_0 คือ ระยะทางจากระนาบวัตถุถึงระนาบฮอโลแกรม โดยที่ $\xi = x_2 / \lambda z_0, \eta = y_2 / \lambda z_0$

และ

$$O(\xi, \eta) = \mathfrak{T}\{o(x_1, y_1) \exp[-(i\pi / \lambda z_0)(x_1^2 + y_1^2)]\} \quad \text{--- 2.25}$$

เหล่านี้คือ Fourier transform ของคลื่นวัตถุถูกปรับปรุงโดย spherical phase factor ซึ่งขึ้นอยู่กับระยะห่างจากวัตถุถึงฮอโลแกรมคล้ายๆกันมันสามารถแสดง complex amplitude ที่ photographic plate อันเนื่องมาจากคลื่นอ้างอิงได้โดย

$$r(x_2, y_2) = r \exp[-(i\pi / \lambda z_0)(x_2^2 + y_2^2)] \exp(-i2\pi\xi b) \quad \text{--- 2.26}$$

ซึ่ง b คือระยะห่างของแหล่งกำเนิดจุดอ้างอิงจากแกน z

ความเข้มที่เป็นผลจาก แพทเทินการแทรกสอดคือ

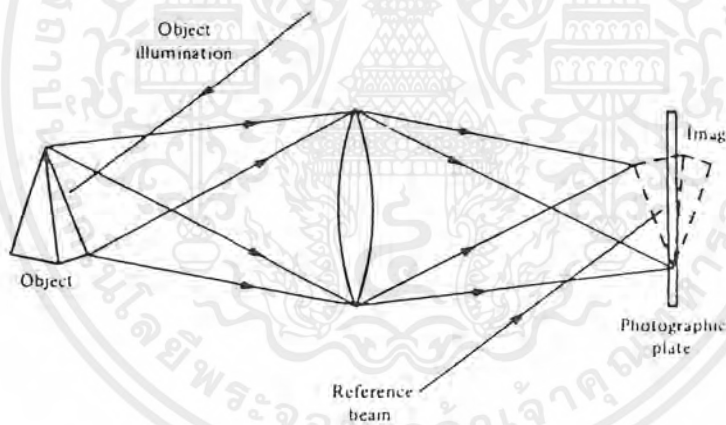
$$I(x_2, y_2) = r^2 + |o(x_2, y_2)|^2 + (i/\lambda z_0)O(\xi, \eta) \exp(i2\pi\xi b) + (i/\lambda z_0)O^*(\xi, \eta) \exp(-i2\pi\xi b) \quad \text{-----2.27}$$

เปรียบเทียบกับสมการ 2.21 แสดงให้เห็นว่า เหล่านี้คล้ายกันมากกับผลที่ได้รับจากการจัดเครื่องมือแบบธรรมดาที่เคยใช้ผลิต Fourier hologram และผลลัพธ์ของฮอโลแกรมมีคุณสมบัติพิเศษเหมือนกัน

มันเป็นที่น่าสนใจว่าในการบันทึกองค์ประกอบเหล่านี้, ผลกระทบของ spherical phase factor สัมพันธ์กับ Fresnel diffraction pattern ของวัตถุที่ถูกกำจัดโดยใช้ spherical reference wave ด้วยความโค้งที่เดียวกัน

2.5 Image holograms

ผลลัพธ์ที่ได้เป็นประโยชน์มากเมื่อฮอโลแกรมหนึ่งถูกบันทึกภาพจริงของวัตถุแทนตัววัตถุเอง ชนิดของการจัดทางแสงซึ่งเลนส์ถูกใช้ให้ฉายภาพจริงของวัตถุ ดังแสดงในรูป 2.10



รูป 2.10 Formation of an image hologram

ในการเซาระบบแบบนี้มันเป็นไปได้ที่ตำแหน่งภาพที่ถูกฉายของวัตถุ เมื่อทำการบันทึก hologram บน photographic plate ภาพแรกที่ถูกสร้างขึ้นถูกฟอร์มอยู่ในตำแหน่งเดียวกันดังนั้นครั้งหนึ่งของมันปรากฏอยู่หลังเพลทขณะที่อีกครั้งหนึ่งอยู่หน้าเพลท

ภาพฮอโลแกรมมีคุณสมบัติที่มีประโยชน์มากมายนั่นคือมันสามารถถูกฉายแสงด้วยแหล่งกำเนิดแสงที่ไม่เป็นอาพันธ์ของขนาดและ spectral bandwidth จำนวนมาก และยังคงให้ภาพที่คมชัดอยู่ ประโยชน์อื่นๆของฮอโลแกรมคือการเพิ่มขนาดของภาพ

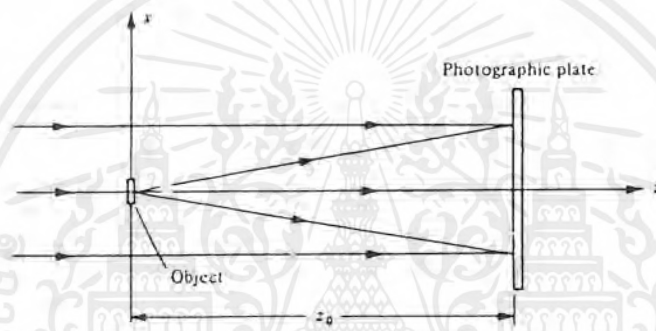
2.6 Fraunhofer holograms

การประยุกต์ครั้งแรกของ optical holography เกิดขึ้นจากการจำแนกของสถานการณ์ในที่ซึ่ง in - line holography สามารถถูกใช้โดยปราศจากปัญหา สัมพันธ์กับการมีอยู่ของ conjugate image เหล่านี้ นำสู่การพัฒนาของ Fraunhofer hologram

เช่นฮอโลแกรมที่ถูกกำเนิดขึ้นดังแสดงในรูป 2.11 วัตถุเล็กพอสำหรับการเกิด far - field diffraction pattern ของมันที่ถูกกำเนิดขึ้นที่ระนาบ photographic plate ได้ โดยที่ z_0 คือระยะห่างของเพลทจากวัตถุ , ต้องแน่ใจใน far - field condition

$$z_0 \gg (x_0^2 + y_0^2) / \lambda$$

ซึ่ง x_0 และ y_0 คือ maximum dimensions ของวัตถุ



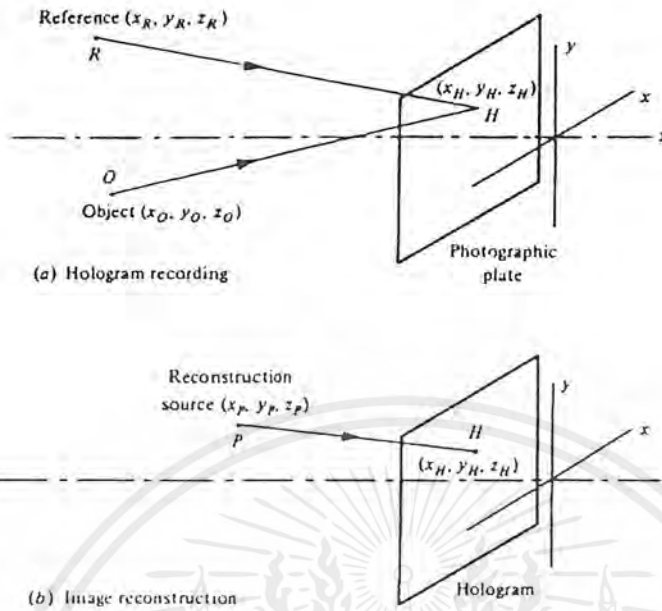
รูป 2.11 การเกิดของ Fraunhofer hologram

3. The reconstructed image

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงลักษณะพิเศษเฉพาะ (characteristics) ของภาพที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ (reconstructed image) และพารามิเตอร์ต่างๆของระบบทางแสงที่ถูกใช้สำหรับการบันทึกและการสร้างภาพซึ่งจะขึ้นอยู่กับลักษณะพิเศษเฉพาะเหล่านี้

3.1 Image of a point

เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ เราพิจารณาฮอโลแกรมให้เป็นจุดวัตถุ O ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง (x_0, y_0, z_0) ถูกบันทึกด้วยคลื่นอ้างอิงจากจุดแหล่งกำเนิด R ที่ตำแหน่ง (x_R, y_R, z_R) ดังแสดงในรูป 3.1(a) [Meier, 1965].



รูป 3.1 coordinate system ที่ใช้ศึกษาการเกิดภาพโดยฮอโลแกรม

Complex amplitude ของคลื่นวัตถุที่จุด H ในระนาบฮอโลแกรมที่ตำแหน่ง (x_H, y_H, z_H) สามารถเขียนได้เป็น $a_0 = |a_0| \exp(-i\phi_0)$ ซึ่ง ϕ_0 คือเฟสของคลื่นที่จุดนี้สัมพันธ์กับที่ตำแหน่ง O เฟส ϕ_0 สามารถคำนวณได้จาก optical path difference และให้ first - order approximation ซึ่งแสดงดังสมการนี้คือ

$$\phi_0 = (\pi / \lambda_1) [(1 / z_0)(x_H^2 + y_H^2 - 2x_H x_0 - 2y_H y_0)] \quad \text{--- 3.1}$$

ซึ่ง λ_1 คือความยาวคลื่นของแสงที่ใช้บันทึกฮอโลแกรม

ในทำนองเดียวกัน complex amplitude ของคลื่นอ้างอิงที่จุด $H(x_H, y_H, z_H)$ สามารถเขียนได้เป็น $a_R = |a_R| \exp(-i\phi_R)$ ซึ่ง

$$\phi_R = (\pi / \lambda_1) [(1 / z_R)(x_H^2 + y_H^2 - 2x_H x_R - 2y_H y_R)] \quad \text{--- 3.2}$$

ในกรณีของสมการ 2.7 ตำแหน่งและช่องว่างของริ้วการแทรกสอดในฮอโลแกรมซึ่งผลิตโดยคลื่นทั้งสองเหล่านี้ถูกหาได้โดย phase difference $(\phi_R - \phi_0)$

เราจะตั้งสมมุติฐานได้ว่ากระบวนการทำฮอโลแกรมที่ถูกให้ความสว่าง โดยแสง monochromatic ของความยาวคลื่น λ_2 จากจุดแหล่งกำเนิด P ที่ตำแหน่ง (x_P, y_P, z_P)

ดังแสดงในรูป 3.1(b) ในหลักการเดียวกัน complex amplitude ของคลื่นเหล่านี้ที่จุด $H(x_H, y_H, z_H)$ ในระนาบฮอโลแกรมสามารถเขียนได้เป็น $a_p = |a_p| \exp(-i\phi_p)$ ซึ่ง

$$\phi_p = (\pi/\lambda_2)[(1/z_p)(x_H^2 + y_H^2 - 2x_H x_p - 2y_H y_p)] \quad \text{--- 3.3}$$

ถ้าเราสมมุติให้การบันทึกเป็นแบบเชิงเส้น (ดู 2.2 และ 2.3) เทอมของหน้าคลื่นที่ส่งผ่านก่อให้เกิดภาพที่ถูกสร้างขึ้นทั้งสองภาพ (ดูสมการ 2.12-2.13) แยกออกจาก constant factor

$$\begin{aligned} u_3 &= a_p a_R^* a_0 \\ &= |a_p| |a_R| |a_0| \exp[-i(\phi_p - \phi_R + \phi_0)] \quad \text{--- 3.4} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} u_4 &= a_p a_R a_0^* \\ &= |a_p| |a_R| |a_0| \exp[-i(\phi_p + \phi_R - \phi_0)] \quad \text{--- 3.5} \end{aligned}$$

ถ้า u_3 เขียนอยู่ในรูปของ $u_3 = |u_3| \exp(-i\phi_3)$ จะได้ว่า เฟส ϕ_3 ของคลื่นที่ถูกสร้างขึ้นใหม่เหล่านี้ที่ $H(x_H, y_H, z_H)$ เป็น

$$\phi_3 = \phi_p - \phi_R + \phi_0 \quad \text{--- 3.6}$$

เมื่อแทนค่า ϕ_0 , ϕ_R และ ϕ_p จากสมการ 3.1, 3.2 และ 3.3 ลงในสมการ 3.6 และให้ $(\lambda_2/\lambda_1) = \mu$ เราจะได้ว่า

$$\phi_3 = (\pi/\lambda_2) \left[(x_H^2 + y_H^2) \left(\frac{1}{z_p} + \frac{\mu}{z_0} - \frac{\mu}{z_R} \right) - 2x_H \left(\frac{x_p}{z_p} + \frac{\mu x_0}{z_0} - \frac{\mu x_R}{z_R} \right) - 2y_H \left(\frac{y_p}{z_p} + \frac{\mu y_0}{z_0} - \frac{\mu y_R}{z_R} \right) \right] \quad \text{--- 3.7}$$

เนื่องจากเราต้องการ u_3 เพื่อผลิต point image ดังนั้น u_3 ต้องเป็น spherical wave ในกรณีนี้ซึ่งมันจะต้องเป็นไปได้ที่จะแสดงเฟสของมัน ϕ_3 ที่ $H(x_H, y_H, z_H)$ ในรูปของ

$$\phi_3 = (\pi/\lambda_2) [(1/z_3)(x_H^2 + y_H^2 - 2x_H x_3 - 2y_H y_3)] \quad \text{--- 3.8}$$

โดยที่ (x_3, y_3, z_3) คือ coordinates ของ point image เหล่านี้

ดังนั้นถ้าเราถือว่าสัมประสิทธิ์ของเทอมในสมการ 3.7 และ 3.8 คล้ายกัน จะได้ว่า coordinates ของภาพที่ก่อขึ้นโดย u_3 สามารถเขียนได้เป็น

$$x_3 = \frac{x_p z_0 z_R + \mu x_0 z_p z_R - \mu x_R z_p z_0}{z_0 z_R + \mu z_p z_R - \mu z_p z_0} \quad \text{--- 3.9}$$

$$y_3 = \frac{y_p z_0 z_R + \mu y_0 z_p z_R - \mu y_R z_p z_0}{z_0 z_R + \mu z_p z_R - \mu z_p z_0} \quad \text{---3.10}$$

$$z_3 = \frac{z_p z_0 z_R}{z_0 z_R + \mu z_p z_R - \mu z_p z_0} \quad \text{---3.11}$$

ในทำนองเดียวกัน coordinates ของภาพที่เกิดขึ้นโดย conjugate wave u_4 สามารถเขียนได้เป็น

$$x_4 = \frac{x_p z_0 z_R - \mu x_0 z_p z_R + \mu x_R z_p z_0}{z_0 z_R - \mu z_p z_R + \mu z_p z_0} \quad \text{---3.12}$$

$$y_4 = \frac{y_p z_0 z_R - \mu y_0 z_p z_R + \mu y_R z_p z_0}{z_0 z_R - \mu z_p z_R + \mu z_p z_0} \quad \text{---3.13}$$

$$z_4 = \frac{z_p z_0 z_R}{z_0 z_R - \mu z_p z_R + \mu z_p z_0} \quad \text{---3.14}$$

3.2 Image magnification

เราสามารถพิจารณาวัตถุที่ถูกขยายออกว่าเกิดขึ้นจากจุดวัตถุจำนวนหนึ่งและประยุกต์การวิเคราะห์เพื่อประเมินรูปแบบและลักษณะพิเศษอื่นๆของภาพที่ถูกสร้างขึ้น

3.2.1 Lateral magnification

การขยายทางด้านข้าง (lateral magnification) ของ primary image สามารถนิยามได้เป็น

$$M_{lat,3} = (dx_3 / dx_0) \quad \text{---3.15}$$

หรือเป็น

$$M_{lat,3} = (dy_3 / dy_0) \quad \text{---3.16}$$

การนิยามทั้งสองนี้ให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกันอันเนื่องมาจากสมการที่ 3.9 และ 3.10

$$M_{lat,3} = \left[1 + z_0 \left(\frac{1}{\mu z_p} - \frac{1}{z_R} \right) \right]^{-1} \quad \text{---3.17}$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับ conjugate image เราได้ว่า

$$M_{lat,4} = (dx_4 / dx_0) \quad \text{--- 3.18}$$

หรือ

$$M_{lat,4} = (dy_4 / dy_0) \quad \text{--- 3.19}$$

ซึ่งจากสมการ 3.12 และ 3.13 จะได้ว่า

$$M_{lat,4} = \left[1 - z_0 \left(\frac{1}{\mu z_p} + \frac{1}{z_R} \right) \right]^{-1} \quad \text{--- 3.20}$$

3.2.2 Angular magnification

ถ้าเราสมมติว่าตาของผู้สังเกตถูก located ให้อยู่ในระนาบฮอโลแกรม การขยายมุม (angular magnification) ของ primary image สามารถนิยามได้เป็น

$$M_{ang} = \frac{d(x_3 / z_3)}{d(x_0 / z_0)} \quad \text{--- 3.21}$$

สามารถได้เป็น

$$|M_{ang}| = \mu \quad \text{--- 3.22}$$

และเป็นเช่นเดียวกันนี้สำหรับ conjugate image

3.2.3 Longitudinal magnification

การขยายทางความยาว(longitudinal magnification) ของ primary image สามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} M_{long,3} &= (dz_3 / dz_0), \\ &= \frac{1}{\mu} \frac{d}{dz_0} \left\{ \frac{z_0}{1 + z_0 \left[(1/\mu z_p) - (1/z_R) \right]} \right\} \\ &= \frac{1}{\mu} \left\{ \frac{1}{1 + z_0 \left[(1/\mu z_p) - (1/z_R) \right]} \right\}^2 \\ &= \frac{1}{\mu} M_{lat,3}^2 \end{aligned} \quad \text{--- 3.23}$$

ในทำนองเดียวกัน longitudinal magnification ของ conjugate image คือ

$$\begin{aligned}
 M_{lon,4} &= (dz_4 / dz_0) \\
 &= -\frac{1}{\mu} \frac{d}{dz_0} \left\{ \frac{z_0}{1 - z_0 \left[(1/\mu z_p) + (1/z_R) \right]} \right\} \\
 &= -\frac{1}{\mu} \left\{ \frac{1}{1 - z_0 \left[(1/\mu z_p) + (1/z_R) \right]} \right\}^2 \\
 &= -\frac{1}{\mu} M_{lat,4}^2
 \end{aligned}$$

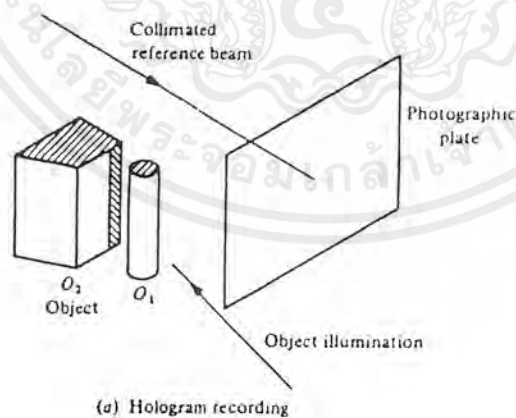
_____3.24

สังเกตได้ว่า $M_{long,3}$ และ $M_{long,4}$ มีเครื่องหมายตรงข้ามกัน ผลลัพธ์ที่เกิดจากเหล่านี้จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

3.3 Orthoscopic and pseudoscopic images

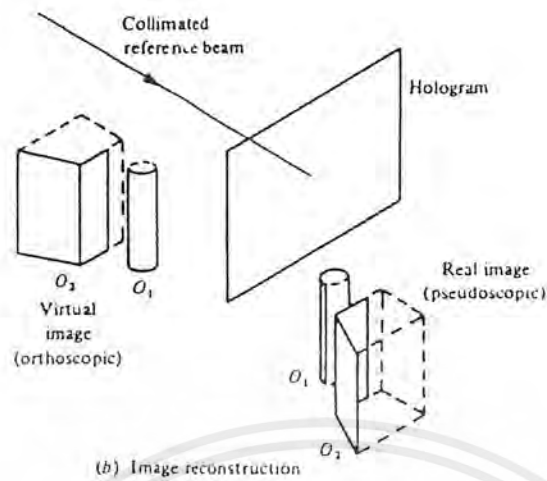
เพื่อที่จะเข้าใจสิ่งที่เกี่ยวข้องของเครื่องหมายตรงกันข้ามของ $M_{long,3}$ และ $M_{long,4}$ เราพิจารณา off-axis hologram ที่ถูกบันทึกด้วยลำแสงขนานอ้างอิงตกกระทบบน photographic plate ดังแสดงในรูป 3.2(a) เมื่อฮอโลแกรมนี้ถูก illuminated อีกครั้งด้วยลำแสงขนานอ้างอิงเดียวกัน ดังแสดงในรูป 3.2(b) ซึ่งมีจะสร้างภาพขึ้นมา 2 ภาพ

รูปที่ 3.2. การเกิดภาพ orthoscopic และภาพ pseudoscopic โดยฮอโลแกรมหนึ่ง



(a) การบันทึกฮอโลแกรม (Hologram recording)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(b) การสร้างภาพ (Image reconstruction)

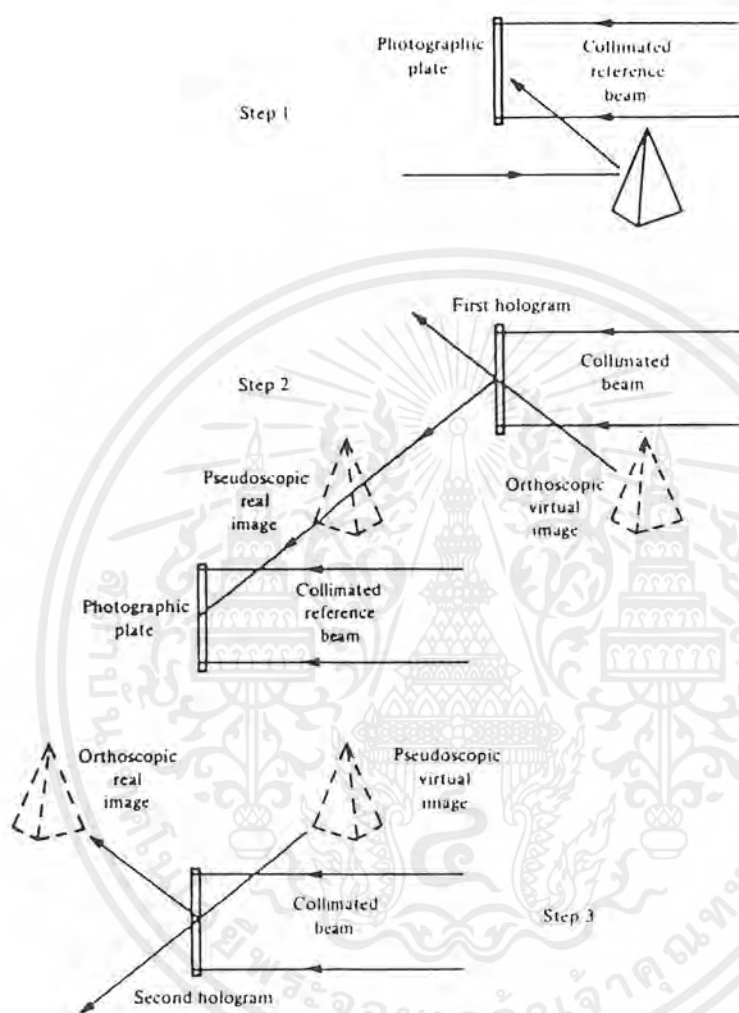
โดยภาพหนึ่งจะเป็นภาพเสมือน (virtual) และอีกอันจะเป็นภาพจริง (real) ภาพทั้งสองนี้ครั้งแรกที่เห็นนั้นภาพทั้งสองได้จำลองมาจากวัตถุอย่างแนชัด อย่างไรก็ตามภาพทั้งสองจะแตกต่างในประเด็นที่สำคัญมาก ๆ

ดังนั้นขณะที่ภาพเสมือน (virtual image) ถูกวางอยู่ในตำแหน่งเดียวกับวัตถุและแสดงคุณสมบัติ parallax เหมือนกัน ส่วนภาพจริง (real image) เกิดขึ้นที่ระยะเดียวกันจากฮอโลแกรมแต่อยู่หน้าฮอโลแกรม เนื่องจากสมการ 3.11 และ 3.14 ซึ่งสอดคล้องกับจุดต่างๆบนภาพจริงและภาพเสมือนซึ่งถูกวางให้อยู่ที่ระยะห่างที่เท่ากันจากระนาบของฮอโลแกรม ภาพจริงมีคุณสมบัติที่น่าสนใจที่ว่าความลึกของมันถูกกลับจากวัตถุจริง ดังนั้นภาพที่ไม่ได้ถูกฟอร์มด้วยวิธีการจัดระบบทางแสงอย่างปกติ มันถูกเรียกว่า pseudoscopic images ซึ่งมันจะขัดแย้งกับภาพปกติหรือ orthoscopic image

การกลับของความลึกเป็นผลในการมองที่ขัดแย้ง ซึ่งทำให้การมองภาพของภาพจริงไม่เป็นที่น่าพอใจ ดังนั้นถ้า O_1 และ O_2 คือ 2 องค์กรประกอบใน object field และถ้า O_1 กันแสงที่ถูกกระเจิงโดย O_2 ที่มุมที่แน่นอนมุมหนึ่ง ฮอโลแกรมบันทึกข้อมูลบนองค์กรประกอบ O_1 ที่มุมเหล่านี้เท่านั้นและไม่บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับส่วนเหล่านี้ของ O_2 ผู้สังเกตจะเห็นภาพจริงจากการสอดคล้องกับทิศทางเมื่อไม่สามารถเห็นส่วนเหล่านี้ของ O_2 ซึ่งตรงข้ามกับการทดลองปกติ คือไม่ชัดเจนโดย O_1 ถึงแม้ว่า O_2 อยู่หน้า O_1

3.3.1 Production of an orthoscopic real image

ภาพจริง orthoscopic ของวัตถุหนึ่งสามารถถูกผลิตโดยการบันทึก 2 ฮอโลแกรมในลำดับดังนี้ [Rotz & Friesem, 1966]



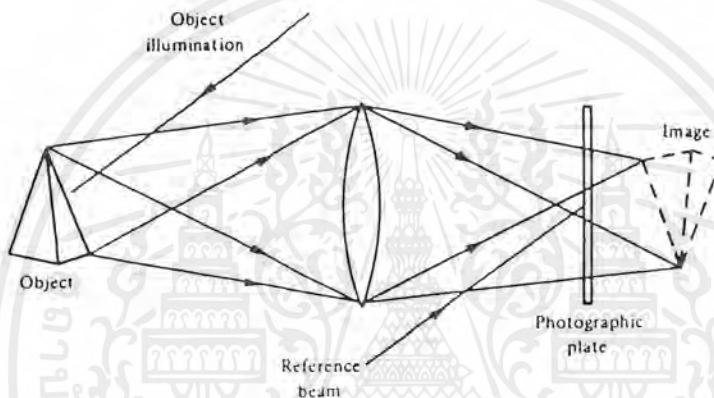
รูป 3.3 การผลิต Orthoscopic real image โดยการบันทึก 2 ฮอโลแกรม ตามลำดับ [Rotz & Friesem, 1966]

ในขั้นแรก ฮอโลแกรมหนึ่งซึ่งบันทึกวัตถุด้วยลำแสงขนานอ้างอิง เมื่อฮอโลแกรมนี้ถูกฉายแสงอีกครั้งด้วยลำแสงขนานอ้างอิงที่ใช้ในการบันทึกมัน มันจะสร้างภาพของวัตถุขึ้นมา 2 ภาพ โดยอันหนึ่งเป็นภาพเสมือน orthoscopic ขณะที่อีกภาพหนึ่งเป็น ภาพจริง pseudoscopic ฮอโลแกรมอันที่สองซึ่งบันทึกภาพจริงเหล่านี้ด้วยลำแสงขนานอ้างอิงที่สอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อฮอโลแกรมอันที่สองถูกฉายแสงด้วยลำแสงขนาน มันจะสร้างภาพเสมือน pseudoscopic ซึ่งถูกวางอยู่ในตำแหน่งเดียวกับภาพจริงที่เกิดขึ้นโดยฮอโลแกรมอันแรก อย่างไรก็ตามภาพจริงที่เกิดขึ้นโดยฮอโลแกรมอันที่สองก็เป็น orthoscopic image ดังนั้นลำแสงขนานอ้างอิงถูกใช้ ในที่สุดภาพจริงก็มีขนาด (size) เหมือนกับวัตถุตั้งเดิมและปราศจากการบิดปกติ (เบี่ยงเบน)

อีกวิธีหนึ่งซึ่งเป็นวิธีง่ายๆเพื่อที่จะบันทึกฮอโลแกรมของภาพจริง orthoscopic ของวัตถุที่เกิดขึ้นโดยเลนส์ ดังแสดงในรูป 3.4 และอีกทางเลือกหนึ่งก็คือการใช้กระจกเว้าซึ่งก็สามารถถูกใช้ได้ เมื่อฮอโลแกรมเหล่านี้ถูกฉายแสงด้วยคลื่นอ้างอิงเริ่มต้น มันก็จะสร้างคลื่นวัตถุเริ่มต้นซึ่งจะเกิดเป็นภาพจริง orthoscopic



รูป 3.4 การผลิตฮอโลแกรมซึ่งให้ภาพ orthoscopic real image โดยการใช้น้ำเลนส์

3.4 Image aberrations

ถ้าฮอโลแกรมที่ผ่านกระบวนการแล้วถูกวางอยู่ในตำแหน่งเดิมของการบันทึกภาพ และทำการฉายแสงอีกครั้งด้วยลำแสงอ้างอิงที่เคยใช้ในการบันทึกภาพโดยที่ $z_p = z_R, \mu = 1$ จะได้ primary image เกิดขึ้นที่ตำแหน่งของวัตถุโดยที่ทับกันสนิทอย่างแท้จริง ในกรณีอื่นๆภาพอาจแสดงการเบี่ยงเบนไปได้

ดังนั้นขณะที่ตำแหน่งของจุดทั้งหลายของภาพถูกคำนวณในหัวข้อ 3.1 บนการสันนิษฐานที่ว่าหน้าคลื่นที่ถูกสร้างขึ้นหน้าคลื่นวงกลม การสันนิษฐานเหล่านี้ไม่เป็นจริงโดยสมบูรณ์นัก การเบี่ยงเบนของหน้าคลื่นเหล่านี้สามารถนิยามได้ว่าความแตกต่างของเฟสระหว่างวงกลมอ้างอิงที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนจุดทั้งหลายเหล่านี้ และหน้าคลื่นจริงในระนาบฮอโลแกรม

การเบี่ยงเบนของฮอโลแกรมสามารถจำแนกอย่างแน่นอนได้เหมือนการเบี่ยงเบนของเลนส์ [Hopkins, 1950] มันเป็นการเหมาะสมที่เราจะใช้ polar coordinates (ρ, θ) ในระนาบฮอโลแกรมแทนการใช้ cartesian coordinates (x_H, y_H) การเบี่ยงเบนลำดับที่ 3 สามารถเขียนได้เป็น

$$\Delta\phi_3 = (2\pi / \lambda_2) [-(1/8)\rho^4 S \quad \text{---} 3.25$$

ซึ่ง S คือ สัมประสิทธิ์ของ spherical aberration

C_x และ C_y คือ coma coefficients

A_x และ A_y คือ coefficients of astigmatism (สัมประสิทธิ์การเบี่ยงของเลนส์ตาในลักษณะที่เห็นวงกลมเป็นรูปเบี้ยว)

F คือ สัมประสิทธิ์สำหรับ field curvature

D_x และ D_y คือ distortion coefficients

ถ้าเราศึกษา the third degree terms ในการขยายสำหรับเฟสของหน้าคลื่นวงกลม มันเป็นไปได้ที่จะคำนวณค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้ ในการอธิบายที่ตั้งจะกล่าวถึงต่อไป โดย conjugate (real) image เท่านั้นที่จะถูกพิจารณา และมันจะถูกสันนิษฐานสำหรับวัตถุที่อยู่บนแกน X ($y_0 = 0$) การแสดงสำหรับสัมประสิทธิ์การเบี่ยงเบนของ primary (virtual) image สามารถยอมรับได้ โดยการเปลี่ยนเครื่องหมายของ z_0 และ z_R ในการสอดคล้องกับสมการของ conjugate image

การขยายหรือการลดลง ฮอโลแกรมสามารถทำมันให้ง่ายเพื่อกำจัดบางการเบี่ยงเบน อย่างไรก็ตาม ความเป็นไปได้เหล่านี้ไม่สามารถอธิบายในที่นี้ได้ เนื่องจากมันใช้ไม่ได้สำหรับ off - axis hologram ปกติ เพราะว่า close spacing มากมายของ carrier fringes

3.4.1 Spherical aberration

สามารถแสดงสัมประสิทธิ์ของ spherical aberration ได้คือ

$$S = (1/z_p^3) - (\mu/z_0^3) + (\mu/z_R^3) - (1/z_4^3) \quad \text{---} 3.26$$

ซึ่ง $z_R = z_0, z_3 = z_p$ และ spherical aberration ไม่ปรากฏสำหรับหน้าคลื่นที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ทั้งสอง เหตุผลที่ง่ายแก่การเข้าใจนั้นก็คือ เนื่องจากการแทรกสอดกันของหน้าคลื่นทั้งสองมีเส้นโค้งเดียวกัน (ความโค้งเหมือนกัน) และความต่างเฟส $(\phi_0 - \phi_R)$ ระหว่างหน้าคลื่นทั้งสองเปลี่ยนแปลงแบบเส้นตรงตกคร่อมสนาม ผลลัพธ์โดยตรงก็คือรีวฮอโลแกรมไม่สามารถนำสู่ spherical aberration

3.4.2 Coma

สัมประสิทธิ์ของ coma คือ

$$C_x = (x_p / z_p^3) - (\mu x_0 / z_0^3) + (\mu x_R / z_R^3) - (x_4 / z_4^3) \quad \text{--- 3.27}$$

Coma สามารถถูกกำจัดได้ถ้าเพียง $z_R = z_0, z_p = \pm z_0$ เท่านั้น นั่นคือ มันไม่ปรากฏภาพทั้งสอง

3.4.3 Astigmatism

สัมประสิทธิ์ของ astigmatism คือ

$$A_x = (x_p^2 / z_p^3) - (\mu x_0^2 / z_0^3) + (\mu x_R^2 / z_R^3) - (x_4^2 / z_4^3) \quad \text{--- 3.28}$$

สำหรับภาวะที่เห็นวงกลมบิดเบี้ยวไป (astigmatism) จะถูกกำจัดไปได้โดยจำเป็นจะต้องทำให้ $z_R = z_0, (x_p / z_p) = -(\mu x_R / z_R)$ และ $z_p = \mu z_0$ เงื่อนไขสุดท้ายซึ่งไม่เข้ากับเงื่อนไขที่ตั้งไว้ตอนแรก คือ coma กลายเป็นศูนย์ถ้า $\mu \neq 1$ ดังนั้น coma และ astigmatism ไม่สามารถถูกกำจัดออกได้พร้อมกัน ยกเว้น $\mu = 1$

3.4.4 Curvature of field

$$F = [(x_p^2 + y_p^2) / z_p^3] - [\mu(x_0^2 + y_0^2) / z_0^3] + [\mu(x_R^2 + y_R^2) / z_R^3] - [(x_4^2 + y_4^2) / z_4^3] \quad \text{--- 3.29}$$

สัมประสิทธิ์เหล่านี้จะสูญหายไปเมื่อ astigmatism ลดลงเป็นศูนย์

3.4.5 Distortion

$$D_x = [(x_p^3 + x_p y_p^2) / z_p^3] - [\mu(x_0^3 + x_0 y_0^2) / z_0^3] + [\mu(x_R^3 + x_R y_R^2) / z_R^3] - [(x_4^3 + x_4 y_4^2) / z_4^3] \quad \text{--- 3.30}$$

การ distortion ไม่สามารถถูกกำจัดได้ เมื่อ $\mu \neq 1$

3.4.6 Longitudinal distortion

จากสมการ 3.23 และ 3.24 ปรากฏได้ว่า นอกจาก $M_{lat} = 1$ และ $\mu = 1$ longitudinal magnification ไม่เป็นไปในทางทั่วไปเหมือนกับ lateral magnification ซึ่งเป็นผลในการผิดเพี้ยนในความลึก ซึ่งสามารถทำให้น้อยที่สุดได้สำหรับกรณีเมื่อการบันทึกและการสร้าง ความยาวคลื่นไม่เหมือนกัน $\mu \neq 1$ โดยคุณสมบัติเฉพาะทางเรขาคณิตของการบันทึกและการสร้างภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.7 Nonparaxial imaging

ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตระหว่าง original object และ reconstructed image ได้ถูกกล่าวถึงในรายละเอียดที่มากขึ้นโดย Neumann[1966] ผู้ซึ่งอธิบาย graphical method สำหรับการตั้งขึ้นของ conjugate image ซึ่งขึ้นอยู่กับเงื่อนไขของการฉายแสง ฮอโลแกรม อาจจะให้ ภาพเสมือน 2 ภาพ และภาพจริง 2 ภาพ หรือภาพเสมือน 1 ภาพ และภาพจริง 1 ภาพ เขาแสดงให้เห็นว่าภายใต้บางเงื่อนไขจะมีภาพเพียง 1 ภาพเท่านั้นที่เกิดขึ้นได้ พลังงานของคลื่นของภาพที่ 2 (second image wave) เป็นสนามที่เมื่อเกิดขึ้นแล้วจะเลือนหายไปโดยเร็วตลอดฮอโลแกรม

ในกรณีของ nonparaxial imaging เริ่มแรกถูกศึกษาโดย แซมเปนนี [1967] ผู้ซึ่งสมการของเขาถูกยอมรับ ซึ่งสามารถถูกใช้ในหลายๆสถานการณ์ที่ซึ่งทฤษฎี paraxial ไม่เป็นที่น่าพอใจ ความเป็นไปได้ของการใช้ computer-based ray tracing methods ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของสมการ เหล่านี้ ถูกศึกษาค้นคว้าครั้งแรกโดย Latta[1971 a,b,c]

ทฤษฎีที่ถูกต้องมากขึ้นที่เกี่ยวกับภาพนั้นคือไม่รวมถึงการประมาณสำหรับการเอียง (inclination) ของคลื่นอ้างอิงในการบันทึกหรือการสร้างภาพซึ่งได้มาโดย Miles[1972] ผลของเขาแสดงว่าคลื่นอ้างอิงถูกใช้ในการสร้างภาพแตกต่างจากที่ใช้ในการบันทึกฮอโลแกรมมากพอ ขนาดของความแตกต่างของทิศทาง (azimuths) โดยทั่วไปไม่เหมือนกับผลลัพธ์ใน anamorphic image ทฤษฎีเหล่านี้ยอมรับการคำนวณของการเบี่ยงเบนของของหน้าคลื่นโดยวิธีซึ่งอยู่บนพื้นฐานของ ray tracing[Miles, 1973]

3.5 Effects of source size and spectral bandwidth

ในหัวข้อที่แล้ว ภาพที่ไม่มีการบิดเบี้ยวและความละเอียดสูงสุดที่เป็นไปได้สามารถถูกยอมรับได้เมื่อใช้แหล่งกำเนิดอาพันธ์เดิมที่ใช้ในการบันทึกฮอโลแกรมมาใช้ในการฉายแสงให้กับฮอโลแกรมเพื่อให้เกิดภาพขึ้น อย่างไรก็ตามในหลายๆกรณี เหล่านี้ไม่สามารถทำได้ เราจะพิจารณาในหัวข้อนี้จะใช้ขนาดที่แน่นอนของแหล่งกำเนิดและ spectral bandwidth อย่างไรเพื่อฉายแสงให้กับฮอโลแกรมที่กระทบต่อการสร้างภาพ เพื่อให้ง่ายเราจะพิจารณาผลกระทบในระนาบ xz เท่านั้น

3.5.1 Source size

พิจารณาฮอโลแกรมซึ่งถูกฉายแสงโดยแหล่งกำเนิดแสง monochromatic แบบจุดของความยาวคลื่นเดิมกับที่ใช้ในการสร้างมัน จากสมการ 3.9 coordinate x ของภาพเสมือนของจุดวัตถุซึ่งถูกตั้งอยู่ที่ (x_0, y_0, z_0) คือ

$$x_3 = \frac{x_p z_0 z_R + x_0 z_p z_R - x_R z_p z_0}{z_0 z_R + z_p z_R - z_p z_0} \quad \text{--- 3.31}$$

ระยะการกระจัดของภาพสำหรับการเลื่อน (shift) ทางด้านข้างน้อยๆ ในตำแหน่งเดิมของแหล่งกำเนิด ถูกให้โดยความสัมพันธ์

$$(dx_3 / dx_p) = \frac{z_0 z_R}{z_0 z_R + z_p z_R - z_p z_0} \quad \text{--- 3.32}$$

สอดคล้องกับถ้าแหล่งกำเนิดที่ฉายแสงให้กับฮอโลแกรม อยู่ใกล้อย่างมากกับตำแหน่งเดิมของแหล่งกำเนิดอ้างอิงที่ใช้ในการบันทึกมัน ($z_p = z_R$) ภาพที่พัวมัวสำหรับแหล่งกำเนิดขนาด Δx_p สามารถเขียนได้เป็น

$$\Delta x_3 = (z_0 / z_p) \Delta x_p \quad \text{--- 3.33}$$

ค่าที่ยอมรับได้ของภาพที่พัวมัวสำหรับแสดงหาได้โดยความละเอียดของตาซึ่งประมาณ 0.5 mrad หรือ 0.5 mm ที่ระยะการมองภาพ 1 m ดังนั้นถ้าภาพถูกตั้งอยู่ที่ระยะ 100 mm จากฮอโลแกรม มันสามารถถูกฉายแสงด้วยแหล่งกำเนิด spatially incoherent เช่น mercury vapour lamp ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 5 mm โดยจัดแหล่งกำเนิดให้อยู่ที่ระยะมากกว่า 1 m จากฮอโลแกรม

3.5.2 Spectral bandwidth of the source

เพื่อที่จะคำนวณผลกระทบของ spectral bandwidth ของแหล่งกำเนิดบนภาพ มันเหมาะสมที่จะสมมติว่าฮอโลแกรมถูกบันทึกด้วยระนาบแสงคลื่นอ้างอิงของความยาวคลื่น λ_1 แต่ระนาบคลื่นอ้างอิงอื่นที่ความยาวคลื่น λ_2 ตกกระทบที่มุมเดิมที่ถูกใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมเมื่อมองเห็นภาพที่ถูกสร้างขึ้นภายใต้เงื่อนไข $z_p = z_R = \alpha$ ขณะที่ปริมาณ $(x_p / z_p) = (x_R / z_R)$ ยังคงมีค่าจำกัดและสมการ 3.9 และ 3.11 ที่ได้มาก่อนหน้านี้ สำหรับ coordinates ของจุดภาพซึ่งสามารถเขียนได้ง่ายๆ ได้

$$x_3(\lambda_1, \lambda_2) = x_0 + (x_p / z_p)(z_0 / \mu) - (x_R z_R) z_0 \quad \text{--- 3.34}$$

และ

$$z_3(\lambda_1, \lambda_2) = z_0 / \mu \quad \text{--- 3.35}$$

ซึ่ง $\mu = \lambda_2 / \lambda_1$

การเคลื่อนจากตำแหน่งเดิมของภาพสำหรับการเปลี่ยนแปลงน้อยๆ ในความยาวคลื่นของแหล่งกำเนิดที่เคยใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรม จะให้โดยความสัมพันธ์

$$(dx_3 / d\lambda_2) = -(x_p / z_p) (z_0 / \mu) (1 / z_2) \quad \text{-----} 3.36$$

และ

$$(dx_3 / d\lambda_2) = -(z_0 / \mu) (1 / z_2) \quad \text{-----} 3.37$$

ดังนั้นถ้าแหล่งกำเนิดที่เคยใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมมีความยาวคลื่นเฉลี่ย (mean wavelength) λ_2 ประมาณได้เท่ากับ λ_1 ดังนั้น $\mu \approx 1$ และ spectral bandwidth $\Delta\lambda_2$ ซึ่งการพัวมัวของภาพตามขวาง (Transverse image blur) เนื่องจาก spectral bandwidth ที่มีค่าจำกัดของแหล่งกำเนิดคือ

$$|\Delta x_3| = (x_p / z_p) z_0 (\Delta\lambda_2 / \lambda_2) \quad \text{-----} 3.38$$

ขณะที่การพัวมัวของภาพตามยาว (longitudinal image blur) คือ

$$|\Delta z_3| = z_0 (\Delta\lambda_2 / \lambda_2) \quad \text{-----} 3.39$$

ขนาดการพัวมัวของภาพตามยาว (longitudinal image blur) มากกว่าขนาด (magnitude) มันคือการพัวมัวของภาพตามขวาง (transverse image blur) ซึ่งเป็นที่น่าสนใจอย่างมากและเซทจำกัดบน spectral bandwidth ของแหล่งกำเนิดซึ่งสามารถใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมได้ ถ้าความลึกของภาพหรือ interbeam angle เพิ่มขึ้น จะทำให้ spectral bandwidth ลดลง

ตัวอย่าง ถ้าแสงสีเขียวจาก high-pressure mercury vapour lamp ซึ่งมีความยาวคลื่นเฉลี่ย λ_2 เป็น 546 nm และ bandwidth ประมาณ 5 nm ใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมหนึ่งซึ่งทำด้วย argon - ion (Ar^+) laser ($\lambda_1 = 514 \text{ nm}$) และมุมภายใน (interbeam angle) 30° ($x_p / z_p = \tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$) มันสามารถเห็นได้จากสมการ 3.38 ว่าการพัวมัวของภาพตามขวาง (transverse image blur) $|\Delta x_3|$ จะเท่ากับ 0.5 mm เมื่อ $z_0 = 95 \text{ mm}$.

3.5.3 The image hologram

ถ้าศูนย์กลางระนาบของภาพนอนอยู่ในระนาบฮอโลแกรม เช่นภาพฮอโลแกรม (ดูหัวข้อ 2.5) ต้องกาแหล่งกำเนิดที่เป็นอาพันธ์เพื่อใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมจะต้องน้อยที่สุดในความเป็นจริงถ้ามุมภายใน (interbeam angle) และความลึกของภาพน้อย มันเป็นไปได้ที่จะใช้ขยายแหล่งกำเนิดแสงขาวเพื่อฉายแสงฮอโลแกรม จุดบนภาพในระนาบฮอโลแกรม

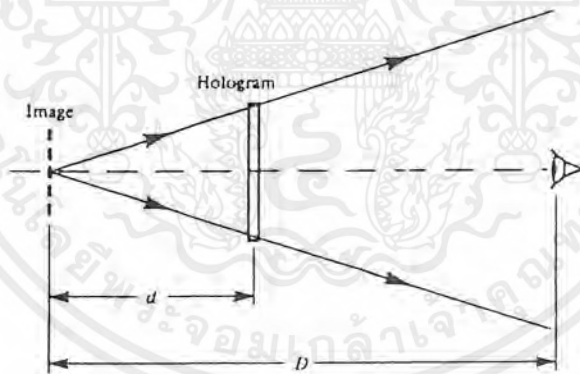
($z_0 = 0$) คมชัด (quite sharp) และ อิสระจากสี (free from colour) จุดอื่นๆในภาพแสดง การเพิ่มขึ้นของการแพร่กระจายของสี (colour dispersion) และการพร่ามัว(blur) เช่นระยะ จากระนาบเหล่านี้เพิ่มขึ้น

3.6 Image luminance

การส่องสว่าง (luminance) ของภาพที่ถูกสร้างขึ้นโดยฮอโลแกรมขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ การเลี้ยวเบนของมัน เหล่านี้สามารถนิยามได้เป็นอัตราส่วนของพลังงานที่ถูกเลี้ยวเบนเข้าสู่ ภาพที่ต้องการโดย element ของฮอโลแกรมที่ตกกระทบบนมันจากแหล่งกำเนิดที่ใช้ฉายแสง ให้มัน สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนของฮอโลแกรมถูกหาเป็นพิเศษโดยการบันทึกตัวกลางที่ใช้ และความสามารถที่จะมองเห็นของริ้วพาทะ อย่างไรก็ตามมันสามารถแสดงได้ว่า การส่อง สว่าง (luminance) ของภาพขึ้นอยู่กับสมบัติทางเรขาคณิตของการบันทึกและการสร้างภาพ [Hariharan, 1978]

3.6.1 The off-axis hologram

พิจารณา off-axis hologram ธรรมดาซึ่งแสดงในรูป 3.5 สร้างภาพเสมือนที่ระยะ d หลังฮอโลแกรม ภาพเหล่านี้คือถูกมองโดยผู้สังเกตอยู่ที่ตำแหน่งข้างหน้าของฮอโลแกรม



รูปที่ 3.5 เส้นทางของแสง (Ray paths) ในการจัดเครื่องมือเพื่อสร้างภาพ (reconstruction) เมื่อฮอโลแกรมเป็น pupil ของตัวมันเอง

เนื่องจาก flux จากการสะท้อนจากวัตถุตกกระทบบนระนาบ photographic plate เมื่อฮอโลแกรมถูกบันทึกสามารถสมมุติว่าใกล้เคียง uniform มากเหนือพื้นที่ทั้งหมด A_H การมองเห็นของริ้วพาทะและสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน ε สามารถสมมุติเป็นค่าคงที่เหนือฮอโลแกรม ดังนั้นถ้าฮอโลแกรมถูก illuminate โดยลำแสง monochromatic ที่ความเข้ม I และความยาวคลื่น λ พลังงานการเลี้ยวเบนทั้งหมดที่เข้าสู่ภาพคือ $\varepsilon I A_H$ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

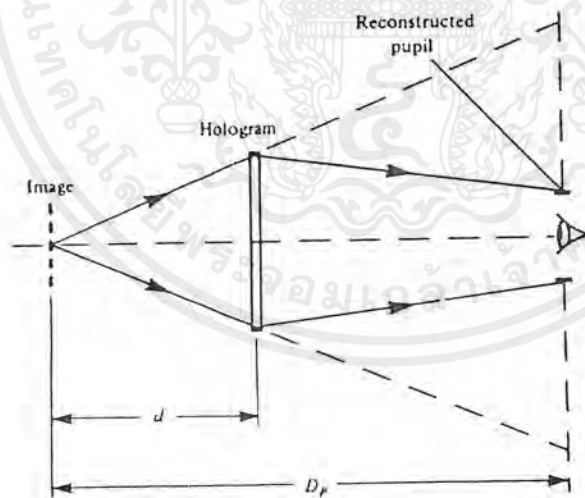
จากรูป 3.5 จะเห็นได้ว่า flux จาก element ต่างๆของภาพที่ถูกสร้างขึ้นถูกกระจายออกเหนือ solid angle $\Omega_H = A_H / d^2$ การส่องสว่าง (luminance) ของภาพคือ

$$\begin{aligned} L_v &= \varepsilon I A_H (K_\lambda / \Omega_H A_l) \\ &= \varepsilon I K_\lambda d^2 / A_l \end{aligned} \quad \text{--- 3.40}$$

ซึ่ง K_λ คือ spectral luminous efficacy ของการ radiation และ A_l คือ พื้นที่ของภาพ จากสมการ 3.40 มันเด่นชัดว่า การส่องสว่าง (luminance) ของภาพเพิ่มขึ้นกับระยะของมันจากฮอโลแกรม

3.6.2 The image hologram

มันไม่เป็นจริงบ่อยๆครั้งภาพจริงที่ถูกฉายจากฮอโลแกรมหนึ่งโดยระบบทางแสงหรือโดยฮอโลแกรมอื่นๆ มันจะสร้างภาพใหม่ไม่ใช่ของวัตถุเท่านั้นแต่ของระบบทางแสงรวมทั้ง aperture (หรือ pupil) ซึ่งจำกัดมุมของการกระจายของลำแสงจากวัตถุ ถ้าแหล่งกำเนิดถูกใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมมีความยาวคลื่นเดิมและอยู่ที่ตำแหน่งเดิมกับแหล่งกำเนิดอ้างอิงที่ใช้ในการสร้างฮอโลแกรม ตำแหน่งและขนาดของ reconstructed pupil นี้จะเกี่ยวพันกับ pupil ของ imaging system หรือขอบเขตของฮอโลแกรมดั้งเดิม ดังแสดงในรูป 3.6



รูปที่ 3.6 Ray paths ด้วย external reconstructed pupil [Hariharan, 1978]

ฟลักซ์จากส่วนใดๆของ reconstructed image อาจถูกจำกัดภายใน solid angle $\Omega_p = A_p / D_p^2$ ซึ่ง A_p คือพื้นที่ของ reconstructed pupil และ D_p คือระยะทางจากภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าภาพมีตำแหน่งอยู่ที่ระยะไกลๆ จากฮอโลแกรมและ numerical aperture ของ imaging system ถูกใช้เพื่อทำฮอโลแกรมซึ่งใหญ่อย่างพอเพียง ฟลักซ์ในลำแสงของวัตถุสามารถสมมุติว่าใกล้เคียงกับยูนิฟอร์มมากและประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของฮอโลแกรมจะใกล้เคียงค่าคงที่ตลอดพื้นที่ทั้งหมด การส่องสว่าง (luminance) ของภาพเป็นดังสมการ

$$L_v = \epsilon I A_H (K_\lambda / \Omega_p A_I) \quad \text{----} 3.41$$

สำหรับขนาดฮอโลแกรมและระยะทางภาพ การส่องสว่าง (luminance) ของภาพจะไม่ขึ้นกับระยะทางจากฮอโลแกรมและขึ้นกับ dimension ของ reconstruct pupil เท่านั้น เปรียบเทียบสมการ 3.41 และ 3.40 แสดงว่าการส่องสว่าง (luminance) ของภาพเพิ่มขึ้นโดย แฟคเตอร์ (Ω_H / Ω_p) ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ร่วมกันของอัตราส่วนของ solid angle ของการมองเห็นที่เหมาะสมใน 2 กรณี การปรับปรุงครั้งใหญ่ในการส่องสว่างของภาพ (image luminance) เป็นไปโดยการเกิดของรูภายนอก (external pupil) ซึ่งรูปร่างและขนาดเข้ากันได้กับช่วงของมุมเกินซึ่งฮอโลแกรมเป็นจริงที่ถูกมองเห็น

ดังที่ได้อธิบายในหัวข้อ 3.5.3 จุดดีหนึ่งของภาพฮอโลแกรมคือภาพสามารถมีอยู่ในตำแหน่งในระนาบฮอโลแกรม นั่นคือการพัวรั่มวของภาพที่น้อยที่สุดเมื่อแหล่งกำเนิดมีขนาดจำกัดและ spectral bandwidth จำกัดที่ถูกใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรม ในกรณีเหล่านี้พื้นที่ของฮอโลแกรมเท่านั้นสอดคล้องกับ image diffracts light และสมการ 3.41 ลดรูปได้เป็น

$$L_v = \epsilon I K_\lambda / \Omega_p \quad \text{----} 3.42$$

ดังนั้นการส่องสว่าง (luminance) ของภาพไม่ขึ้นอยู่กับพื้นที่ของมัน อย่างไรก็ตามมันเด่นชัดว่าจากสมการ 3.41 และ 3.42 ได้ว่าการส่องสว่างของภาพ (image luminance) ในกรณีนี้ต้องน้อยกว่าการส่องสว่างของภาพของขนาดเดียวกันที่เกิดขึ้นที่ระยะจากฮอโลแกรม การส่องสว่างของภาพที่มากที่สุด วัตถุควรอยู่ที่ระยะที่เพียงพอตั้งนั้นการบันทึกฮอโลแกรม ฟลักซ์จากวัตถุกระจายออกเหนือ photographic plate ระยะเหล่านี้แน่นอนว่าต้องถูกจำกัดโดยขนาดของแหล่งกำเนิดที่ใช้ฉายแสงให้กับฮอโลแกรมและยอมรับภาพที่พัวรั่มวได้

หัวข้อที่ 4: ชนิดของฮอโลแกรม

การบันทึกฮอโลแกรมบน photographic plate และกระบวนการโดยปกติจะคล้ายๆกับเกรตติงพร้อมกับระยะห่างจะแปรผันกับการส่งผ่าน อย่างไรก็ตามกระบวนการที่เหมาะสม มันเป็นไปได้เพื่อผลิตระยะห่างให้แปรผันกับการเลื่อนของเฟสในทางเพิ่มเติม ถ้าความหนาของการบันทึกตรงกลางมากเมื่อเทียบกับระยะของริ้ว ผลของปริมาตรจะเป็นส่วนสำคัญในกรณีสุดท้าย มันเป็นไปได้ที่จะผลิตฮอโลแกรมเกี่ยวเนื่องกับขอบริมจะเป็นระนาบซึ่งขนานกับผิวหน้าของการบันทึกวัตถุและจะสร้างอิมเมจใหม่ในแสงที่สะท้อน

พื้นฐานบนคุณสมบัตินี้ ฮอโลแกรมจะถูกบันทึกใน thin recording medium ซึ่งจะถูกแบ่งลงไปในแอมพลิจูดของฮอโลแกรมและเฟสฮอโลแกรม ฮอโลแกรมจะถูกบันทึกในความสัมพันธ์ thick recording media สามารถแยกแยะแต่ละแอมพลิจูดการส่งผ่านฮอโลแกรม การส่งผ่านเฟสฮอโลแกรม แอมพลิจูดการสะท้อนของฮอโลแกรมหรือเฟสการสะท้อนของฮอโลแกรม

ในหัวข้อต่อไปจะเป็นการทดสอบบางคุณลักษณะหลักของชนิดของฮอโลแกรมทั้ง 6 ชนิด

4.1 thin hologram

ฮอโลแกรมใดๆจะเกี่ยวข้องกับความต้องการของการบันทึกวัสดุเป็นการเปรียบเทียบ เล็กๆกับระยะเฉลี่ยของริ้วการแทรกสอดสามารถถูกแยกแยะเสมือนฮอโลแกรมบาง ดังนั้นฮอโลแกรมสามารถมีคุณลักษณะโดยระยะห่างจะแปรผันกับ complex amplitude การส่งผ่าน

$$I(x, y) = |I(x, y)| \exp[-i\phi(x, y)] \quad \text{--- 4.1}$$

4.1.1 thin amplitude holograms

ในแอมพลิจูดฮอโลแกรม $\phi(x, y)$ เป็นค่าคงที่ที่จำเป็นในขณะที่ $|I(x, y)|$ แปรผันเหนือฮอโลแกรมเพื่อที่จะคำนวณ complex amplitude ของคลื่นเดี่ยวเบนจากฮอโลแกรมและ ดังนั้นมันจะเล็เบนอย่างมีประสิทธิภาพพิจารณารูปแบบของเกรตติงในการบันทึก thin recording medium ที่เหมาะสมโดยระนาบคลื่นวัตถุและระนาบคลื่นอ้างอิง

ถ้าเราสมมติว่าผลของแอมพลิจูดการส่งผ่านเป็นเชิงเส้นสัมพันธ์กับความเข้มในแพทเทิร์นการแทรกสอด แอมพลิจูดการส่งผ่านของเกรตติงสามารถเขียนได้เป็น

$$|I(x)| = I_0 + I_1 \cos Kx \quad \text{--- 4.2}$$

ซึ่ง I_0 เป็นแอมพลิจูดการส่งผ่านเฉลี่ยของเกรตติง, I_1 เป็นแอมพลิจูดของการแปรผันระยะห่างของ $|I(x)|$ และ

$$K = 2\pi/\Lambda \quad \text{--- 4.3}$$

ซึ่ง Λ เป็นระยะห่างของริ้ว

ดังนั้นค่าของ $|t(x)|$ จะถูกจำกัดในช่วง $0 \leq |t(x)| \leq 1$ และแอมพลิจูดของคลื่นเลี้ยวเบนแปรผันเป็นเชิงเส้นกับแอมพลิจูดของ spatial แปรผันกับ $|t(x)|$ แอมพลิจูดเลี้ยวเบนเป็นค่าสูงสุดเมื่อ

$$\begin{aligned} |t(x)| &= (1/2) + (1/2)\cos Kx \\ &= (1/2) + (1/4)\exp(iKx) + (1/4)\exp(-iKx) \end{aligned} \quad \text{--- 4.4}$$

แอมพลิจูดสูงสุดในแต่ละลำดับการเลี้ยวเบนเป็น one fourth ของคลื่นซึ่งถูกใช้ส่องแสงฮอโลแกรม ดังนั้นประสิทธิภาพของพีคเลี้ยวเบนเป็น

$$\mathcal{E}_{\max} = (1/16) \quad \text{--- 4.5}$$

หรือ 0.0625

ในทางปฏิบัติ ไม่บันทึกแบบ medium จะมีการตอบสนองเชิงเส้นตลอดช่วงเต็มของการส่งผ่านจาก 0 ถึง 1 ดังนั้นค่านี้ของ \mathcal{E} ไม่สามารถเป็นผลโดยปราศจากการรันในผลของ non linear

4.1.2 Thin phase holograms

สำหรับการสูญเสีย phase grating, $|t(x)| = 1$, ดังนั้นการส่งผ่าน complex amplitude จะเป็น

$$t(x) = \exp[-i\phi(x)] \quad \text{--- 4.6}$$

ถ้าการเลี้ยวเบนเฟสเกิดขึ้นโดย recording medium ซึ่งแปรผันเชิงเส้นกับความเข้มในแพทเทิร์นการแทรกสอด

$$\phi(x) = \phi_0 + \phi_1 \cos(Kx) \quad \text{--- 4.7}$$

และการส่งผ่าน complex amplitude ของเกรตติงจะเป็น

$$t(x) = \exp(-i\phi_0) \exp[-i\phi_1 \cos(Kx)] \quad \text{--- 4.8}$$

ถ้าเราละทิ้งแฟคเตอร์ค่าคงที่เฟส $(-i\phi_0)$ พจน์ด้านขวาของ 4.8 สามารถถูกขยายเสมือนอนุกรมฟูเรียร์ได้เป็น

$$t(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(\phi_1) \exp(inKx) \quad \text{--- 4.9}$$

ซึ่ง J_n เป็น Bessel function ของชนิดแรกของลำดับ n

ดังนั้น thin phase grating จะเลี้ยวเบนคลื่นตกกระทบบนมันเข้าไปในจำนวนใหญ่ของลำดับ แอมพลิจูดการเลี้ยวเบนในลำดับ n th จะแปรผันกับค่าของ Bessel function $J_n(\phi_1)$ คลื่นลำดับที่ 1 เท่านั้นที่ต้องการเพื่อสร้างอิมเมจ ดังแสดงในรูปที่ 4.1 แอมพลิจูดการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลี้ยวเบนไปสู่ลำดับนี้ซึ่งจะแปรผันกับ $J_1(\phi_1)$ จะเพิ่มที่ลำดับแรกพร้อมกับการเปลี่ยนแปลงเฟสและลดมัน

ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของเกรตติงเป็น

$$\mathcal{E} = J_1^2(\phi_1) \quad \text{-----} \quad 4.10$$

และค่าสูงสุดเป็น

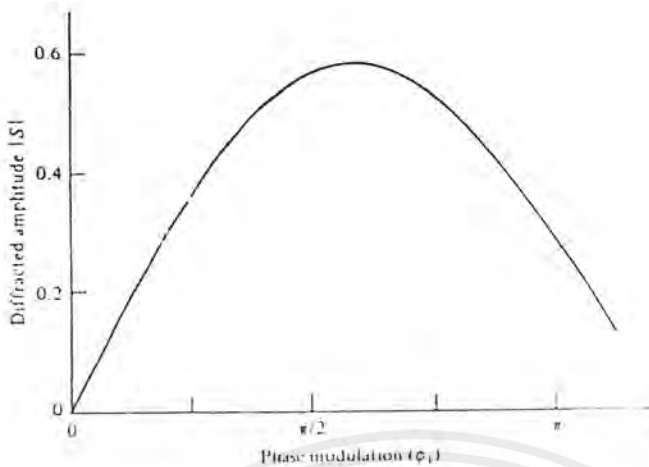
$$\mathcal{E}_{\max} = 0.339 \quad \text{-----} \quad 4.11$$

4.2 Volume holograms

ส่วนกลางของฮอโลแกรมจะบันทึกความหนาส่วนมาก 2-3 mm ขณะที่ระยะห่างริ้วอาจอยู่ในช่วง 1 μm ฮอโลแกรมระบบ 3 มิติของชั้นจะสอดคล้องกับคาบแปรผันกับการดูดกลืนหรือดัชนีหักเห และแอมพลิจูดการเลี้ยวเบนเป็นค่าสูงสุดเท่านั้นเมื่อเงื่อนไขของ Bragg ถูกพิสูจน์ คุณสมบัติของ volume grating บรรยายรายละเอียดโดย Russell [1981] และ Solymar & Cooke [1981] อย่างไรก็ตามเราจะพิจารณาเกรตติงที่เกิดโดยการบันทึกการแทรกสอดของหน้าคลื่น 2 ระนาบไม่มีที่สิ้นสุดใน thick recording medium เราจะสมมติว่าเริ่มต้นการบันทึกแบบ medium ให้แสงผ่านโดยสมบูรณ์แต่หลังจากกระบวนการจะพัฒนาการเปลี่ยนแปลงแบบไซน์ของการดูดกลืนหรือดัชนีหักเหในทิศทางตั้งฉากกับผิวหน้าการแทรกสอด ในทางเพิ่มเติมขณะที่ผิวหน้าการแทรกสอดสามารถสมมติให้ปิดไปได้ มี 2 กรณีที่จะพิจารณา จะเกี่ยวข้องกับการตั้งฉากหรือการขนานกับระนาบฮอโลแกรม

กรณีแรกจะเกิดขึ้นเมื่อหน้าคลื่น 2 หน้าแทรกสอดเท่ากันเท่ากันแต่มุมตรงข้ามไปสู่ผิวหน้าของ recording medium และตกกระทบบนด้านเดียวกัน ฮอโลแกรมจะถูกบันทึกในรูปแบบโครงสร้างของอิมเมจในแสงการส่งผ่าน กรณีที่สองเกิดเมื่อหน้าคลื่นสมมาตรกับผิวหน้าของ recording medium แต่จะตกกระทบบนด้านตรงกันข้าม ฮอโลแกรมชนิดนี้จะสร้างอิมเมจโดยการสะท้อน

ระยะระหว่างระนาบริ้วจะเป็นค่าต่ำสุดและผลของปริมาตรจะพิจารณาโดยส่วนมากเมื่อมุมระหว่างหน้าคลื่น 2 หน้าแทรกสอดกันเป็นค่าสูงสุด ($\approx 180^\circ$) มันเป็นไปได้เพื่อผลิตฮอโลแกรมสะท้อนกับความยาวคลื่นในช่วงนี้สูงเพียงพอเพื่อสร้างอิมเมจของคุณภาพที่สามารถรับไว้ได้เมื่อถูกส่องแสงด้วยแสงขาว



รูป 4.1 ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนของ thin phase grating ในรูปฟังก์ชันของ phase modulation

4.3 The coupled wave theory

เมื่อวิเคราะห์การแทรกสอดของแสงโดย thick grating มันจำเป็นเพื่อพิจารณาความจริงที่ว่าแอมพลิจูดของคลื่นเลี้ยวเบนเพิ่มขึ้นตามลำดับ ขณะที่คลื่นตกกระทบลดลงเสมือนแพร่ผ่านเกรตติง ทางหนึ่งของการปฏิบัติโดยความหมายของ coupled wave เกือบจะถูกพัฒนาโดย Kogelnik [1967,1969]

พิจารณาระบบโคออดิเนต ดังแสดงในรูป 4.2 แกน z จะตั้งฉากกับผิวหน้าของการบันทึกลับแบบ medium และ แกน x เป็นระนาบของการตกกระทบ ขณะที่ระนาบรับจะถูกบิดไปตั้งฉากกับระนาบของแสงตกกระทบ เกรตติงเวคเตอร์ K จะตั้งฉากกับระนาบของรับมันเป็นความยาว $|K| = 2\pi/\Lambda$ ซึ่ง Λ เป็นคาบเกรตติงและทำมุม ψ ($\psi = 90^\circ$ or 0° ในกรณีที่แสดง) กับแกน z ดัชนีหักเห n และค่าคงที่การดูดกลืน α ถูกสมมติขึ้นเพื่อแปรผันแบบไซน์ ค่าที่จุดใดๆ จะให้โดยความสัมพันธ์

$$n = n_0 + n_1 \cos K \cdot x \quad \text{--- 4.12}$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \cos K \cdot x \quad \text{--- 4.13}$$

ซึ่งรัศมีเวคเตอร์ $x = (x, y, z)$ ดัชนีหักเหของ surrounding medium เป็นค่าสมมติเพื่อเป็น n_0

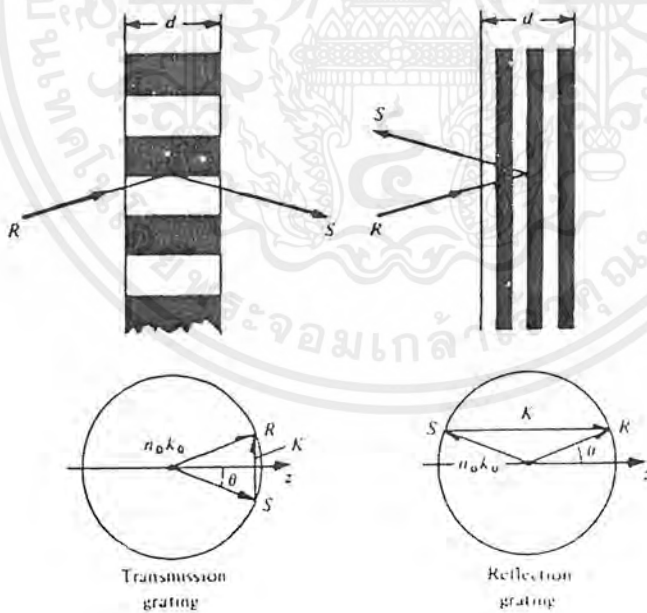
ถ้าแสง monochromatic ตกกระทบบนเกรตติงฮอโลแกรมหรือใกล้มุม Bragg และถ้าความหนาของ medium ใหญ่เพียงพอ คลื่นสองคลื่นเท่านั้นในเกรตติงต้องการการพิจารณาเหล่านี้เป็นคลื่นอ้างอิง R และคลื่นสัญญาณ S ดังนั้นการเลี้ยวเบนแสงสีม่วงจะเป็นไปตามเงื่อนไขของ Bragg อย่างเต็มที่ มันจะสามารถสะท้อนได้ ถ้าเราสมมติว่าคลื่นเหล่านี้เป็นโพลาไรซ์กับ electric vector จะตั้งฉากกับระนาบของแสดตกกระทบบ แรงกระทำในเกรตติงสามารถอธิบายโดยสมการคลื่นสเกลาร์

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \tag{4.14}$$

ซึ่ง E เป็นสนามไฟฟ้ารวมและ k เป็นค่าคงที่การแพร่ในเกรตติง

เราสมมติว่าการดูดกลืนต่อความยาวคลื่นเป็นที่รู้ดีในความสัมพันธ์ที่แปรผันในดัชนีหักเหของ medium จะเล็ก ดังนั้น

$$\begin{aligned} n_0 k_0 &\gg \alpha_0, \\ n_0 k_0 &\gg \alpha_1, \\ n_0 &\gg n_1. \end{aligned} \tag{4.15}$$



รูป 4.2 Volume transmission และ reflection gratings และแผนภาพเวกเตอร์ที่เกี่ยวข้องสำหรับการตกกระทบบของแบรกก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง $k_0 = 2\pi/\lambda$. ค่าคงที่การแพร่สามารถเขียนในรูปแบบ

$$k^2 = B^2 - 2i\alpha_0 B + 4kB \cos K \cdot x \quad \text{--- 4.16}$$

ซึ่ง $B = n_0 k_0$ เป็นค่าคงที่การแพร่เฉลี่ย และ k เป็นค่าคงที่ coupling นิยามเป็น

$$k = (\pi n_1 / \lambda) - i\alpha_1 / 2 \quad \text{--- 4.17}$$

ค่าคงที่ coupling นี้อธิบายเป็นอันตรกิริยาระหว่างคลื่นอ้างอิง R และคลื่นสัญญาณ S ถ้า $k=0$ จะไม่มีการ modulation ของดัชนีหักเหหรือการดูดกลืนและไม่มีการเลี้ยวเบน

การแพร่ของคลื่น coupled 2 คลื่นจะผ่านตลอดเกรตติงสามารถอธิบายโดย complex amplitude $R(z)$ และ $S(z)$ ซึ่งแปรผันตาม z เสมือนเป็นผลของพลังแลกเปลี่ยนระหว่างมัน เป็นที่รู้จักกันในการสูญเสียพลังงานระหว่างการดูดกลืนสนามไฟฟ้ารวม E ในเกรตติงเป็นการซ้อนทับกันของสนามระหว่างคลื่น 2 คลื่น ดังนั้น

$$E = R(z) \exp(-i\rho \cdot x) + S(z) \exp(-i\sigma \cdot x) \quad \text{--- 4.18}$$

ซึ่ง ρ และ σ เป็นเวกเตอร์การแพร่สำหรับคลื่น 2 คลื่น ซึ่งนิยามโดยค่าคงที่การแพร่และทิศทางของการแพร่ของ R และ S ปริมาณ ρ สมมติว่าเท่ากับเวกเตอร์การแพร่ของคลื่นอ้างอิงอิสระในการหายไปของ coupling ขณะที่ σ ถูกกำหนดโดยเกรตติงและสัมพันธ์กับ ρ และเวกเตอร์เกรตติงโดยสมการ

$$\sigma = \rho - K \quad \text{--- 4.19}$$

สำหรับกรณีพิเศษของการตกกระทบที่มุม Bragg θ_0 ความยาวของทั้ง ρ และ σ จะเท่ากับค่าคงที่การแพร่อิสระ $n_0 k_0$ และเงื่อนไข Bragg ขณะที่สามารถเขียนเป็นรูปแบบ

$$\cos(\psi - \theta_0) = K / 2n_0 k_0 \quad \text{--- 4.20}$$

ถ้า 4.20 ถูกดิฟเฟอเรนเชียล เราได้ว่า

$$(d\theta_0 / d\lambda_0) = K / 4\pi n_0 \sin(\psi - \theta_0) \quad \text{--- 4.21}$$

ถ้าจาก 4.21 การเปลี่ยนแปลงเล็กๆ ในมุมของการตกกระทบหรือความยาวคลื่นจะมีผลคล้ายคลึงกันพารามิเตอร์ที่ใช้สำหรับหาค่าปรากฏการณ์ของการหักเหจากเงื่อนไข Bragg เป็นการวัด dephasing ζ , ซึ่งนิยามโดย

$$\begin{aligned} \zeta &= (|\rho|^2 - |\sigma|^2) / 2|\rho| \\ &= (B^2 - |\sigma|^2) / 2B \\ &= K \cos(\psi - \theta_0) - K^2 \lambda / 4\pi n_0 \end{aligned} \quad \text{--- 4.22}$$

จาก 4.19 สำหรับการหักเหเล็กน้อย $\Delta\theta$ และ $\Delta\lambda$ จากเงื่อนไข Bragg จะกลายเป็น

$$\zeta = \Delta\theta \cdot K \sin(\psi - \theta_0) - \Delta\lambda \cdot K^2 / 4\pi n_0 \quad \text{---} 4.23$$

เพื่อได้มาซึ่งสมการคลื่น coupled 4.14 และ 4.16 สามารถรวมกันได้ และ 4.18 และ 4.19 จะแทรกเข้าไปถ้าเทอม $\exp(-ip \cdot x)$ และ $\exp(-i\sigma \cdot x)$ ถูกเปรียบเทียบกับเราได้ว่า

$$R'' - 2iR' \rho_z - 2i\alpha BR + 2kBS = 0 \quad \text{---} 4.24$$

และ

$$S'' - 2iS' \sigma_z - 2i\alpha BS + (B^2 - |\sigma|^2)S + 2kBR = 0 \quad \text{---} 4.25$$

ในทางเพิ่มเติม มันสมมติว่าพลังงานการแลกเปลี่ยนระหว่าง S และ R เป็นที่รู้จักกันเป็นพลังงานการดูดกลืนใน medium อย่างช้าๆ การตีฟครั้งที่ 2 R'' และ S'' สามารถตัดทิ้งได้จาก 4.23 สมการเหล่านี้สามารถเขียนใหม่ในรูปของ

$$R' \cos\theta + \alpha R = ikS \quad \text{---} 4.26$$

$$[\cos\theta - (K/B) \cos\psi] S' + (\alpha + i\zeta) S = -ikR \quad \text{---} 4.27$$

สมการ coupled wave 4.26 และ 4.27 แสดงแอมพลิจูดของคลื่นเปลี่ยนแปลงตาม z เพราะการรวมกันเป็นคู่ไปสู่คลื่นอื่นๆ (kR, kS) หรือการดูดกลืน ($\alpha R, \alpha S$) สำหรับการเขียนเบนจากเงื่อนไข Bragg, S เป็นแรงเกิดพร้อมกันกับ R เนื่องจากเทอมเกี่ยวข้อง ζS และปฏิกิริยาจะลดลง

สมการคลื่น coupled 4.26 และ 4.27 สามารถแก้ได้สำหรับเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม $R(0)=1, S(0)=1$ สำหรับเกรตติงการส่งผ่าน และ $R(0)=1, S(d)=0$ สำหรับเกรตติงสะท้อน

ในหัวข้อถัดไป 2-3 หัวข้อจะอธิบายเกี่ยวกับผลลัพธ์ของกรณีสำคัญส่วนมาก กล่าวคือปราศจากการสูญเสีย phase grating และการดูดกลืนของเกรตติงเต็มๆ ระบายเกรตติงจะถูกสมมติเมื่อรันไปสู่ผิวหน้า (สำหรับเกรตติงการส่งผ่าน) หรือขนานกับผิวหน้า (สำหรับเกรตติงการสะท้อน) วิธีของการแก้ปัญหาของสมการ coupled wave จะรู้ดีในวิธีแก้ปัญหาสำหรับกรณีของเกรตติงเอียง phase grating ที่สูญเสียและเกรตติงผสมจะถูกพบในเปเปอร์ต้นตำรับของ Kogelnik [1969] เปเปอร์นี้จะเพิ่มเติมทฤษฎีแสงโพราไรซ์กับเวคเตอร์ electric ในระนาบของที่ตกกระทบ

4.4 Volume transmission holograms

4.4.1 Phase gratings

ในการปราศจากการสูญเสีย phase grating $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ การเลี้ยวเบนเป็นสาเหตุ โดยการเปลี่ยนแปลงระยะห่างของดัดชนี หักเหตอมวลิจูดเลี้ยวเบนเป็น

$$S(d) = \frac{-iep(-i\chi)\sin(\Phi^2 + \chi^2)^{1/2}}{(1 + \chi^2/\Phi^2)^{1/2}} \quad \text{-----} 4.28$$

ซึ่ง

$$\Phi = \pi n_1 d / \lambda \cos \theta \quad \text{-----} 4.29$$

และ

$$\chi = \zeta d / 2 \cos \theta \quad \text{-----} 4.30$$

จาก 4.23 สำหรับคลื่นตกกระทบบที่มุม Bragg $\zeta = 0$ ดังนั้น $\chi = 0$ และ (4.28) จะเป็น

$$S(d) = -i \sin \Phi \quad \text{-----} 4.31$$

ดังนั้นแอมพลิจูดตกกระทบบ เป็นหน่วยสมมติ ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนเป็น

$$\varepsilon = |S(d)|^2 = \sin^2 \Phi \quad \text{-----} 4.32$$

แต่ระยะความหนา d หรือ n_1 จะแปรผันกับดัดชนีหักเหคือจะเพิ่มขึ้น ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนจะเพิ่มขึ้นจนกระทั่งพารามิเตอร์ modulation $\Phi = \pi/2$. ที่จุดนี้ $\varepsilon = 1.00$. และพลังงานทั้งหมดจะเป็นลำเลี้ยวเบน เมื่อ Φ เพิ่มขึ้นนอกเหนือจุดนี้ พลังงาน couples จะกลับเข้าไปในคลื่นตกกระทบบ และ ε จะตกคร่อมอยู่ตรงนั้น

เมื่อมุมของการตกกระทบบหรือความยาวคลื่นของลำที่ตกกระทบบเบี่ยงเบนจากค่าที่ต้องการเพื่อพิสูจน์เงื่อนไข Bragg ประสิทธิภาพการหักเหจะเป็น

$$\varepsilon = \frac{\sin^2(\Phi^2 + \chi^2)^{1/2}}{(1 + \chi^2/\Phi^2)} \quad \text{-----} 4.33$$

ปรากฏการณ์ของมุมและความยาวคลื่นที่เบี่ยงเบน $\Delta\theta$ และ $\Delta\lambda$ จากเงื่อนไข Bragg สามารถศึกษาได้อย่างรวดเร็วดังนั้นประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนจะมีอำนาจขึ้นเป็นส่วนใหญ่ผ่านค่าพารามิเตอร์ χ ซึ่งจะวัดการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไข Bragg จาก 4.23 มันสามารถเขียนในรูปแบบ

$$\chi = \Delta\theta \cdot Kd/2 \quad \text{-----} 4.34$$

หรืออีกทางหนึ่ง

$$\chi = -\Delta\lambda \cdot K^2 d / 8\pi n_0 \cos \theta_0 \quad \text{-----} 4.35$$

ขณะที่ค่าพารามิเตอร์มอดูเลชัน Φ สามารถเป็นค่าคงที่ เส้นโค้งแสดงการนอ้มัลไลซ์ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของการปราศจากการสูญเสียเฟสการส่งผ่านของฮอโลแกรมเสมือนเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ χ จะถูกพล็อตในรูป 4.3 สำหรับ 3 ค่าของพารามิเตอร์มอดูเลชัน Φ สำหรับฮอโลแกรม $\Phi = \pi/2$ ซึ่งจะเลี้ยวเบนด้วยประสิทธิภาพสูงสุด (1.00) ที่มุม Bragg ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนจะเป็นศูนย์เมื่อ $\chi = 2.7$

4.4.2 Effect of loss

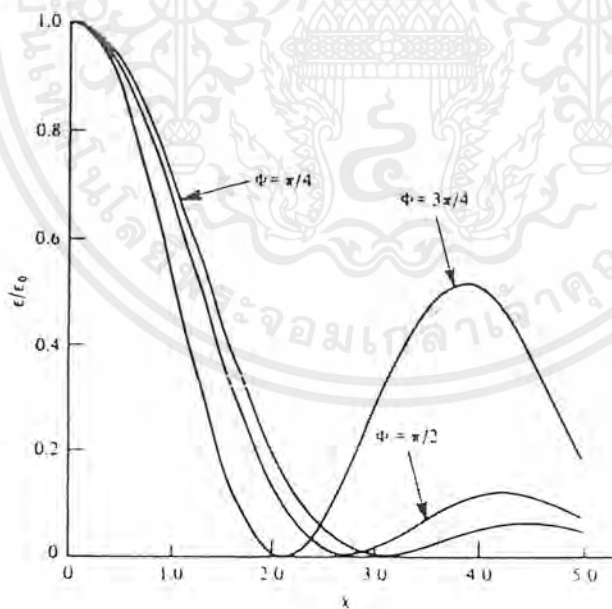
สำหรับการสูญเสียเฟสเกรตติง (ค่าคงที่การดูดกลืน α_0) แอมพลิจูดการเลี้ยวเบนที่มุม Bragg เป็น

$$S(d) = -i \exp(-\alpha_0 d / \cos \theta) \sin \Phi \quad \text{-----} 4.36$$

สมการนี้จะเหมือนกับ 4.31 นอกเหนือไปจากเอกซ์โพเนนเชียลที่เพิ่มบรรจุสัมประสิทธิ์การดูดกลืน $\alpha_0 d$ เทอมนี้ส่วนใหญ่จะลดประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของบีดและเป็นปรากฏการณ์เล็ก ๆ เท่านั้นบนมุมและความยาวคลื่นที่เลือก

4.4.3 Amplitude gratings

ในแอมพลิจูดเกรตติง ดัชนีหักเหจะไม่ผันแปร ดังนั้น $n_1 = 0$ อย่างไรก็ตาม ค่าคงที่การดูดกลืนจะแปรผันกับแอมพลิจูด α_1 ประมวลผลเป็นค่ากลาง α_0 ในกรณีนี้ค่าคงที่ coupling $K = -i\alpha_1/2$ และแอมพลิจูดเลี้ยวเบนเป็น



รูป 4.3 ฮอโลแกรมแบบ volume transmission มุมและความยาวคลื่นของเฟสเกรตติง แสดงเป็นประสิทธิภาพเลี้ยวเบนมาตรฐาน (ϵ/ϵ_0) ในรูปฟังก์ชันของค่า χ ซึ่งเป็นการวัดการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขแบร็ก สำหรับค่าแตกต่าง 3 ค่าของค่าการ modulation Φ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S(d) = -\exp\left(-\frac{\alpha_0}{\cos\theta}\right) \exp(-i\chi) \frac{\sinh(\Phi_u^2 - \chi^2)^{\frac{1}{2}}}{(1 - \chi^2/\Phi_u^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{--- 4.37}$$

ซึ่ง $\Phi_u = \alpha_1 d / 2 \cos\theta$ และ χ ถูกนิยามโดย 4.30

สำหรับการตกกระทบที่มุม Bragg $\chi=0$ และประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนสามารถเขียนเป็น

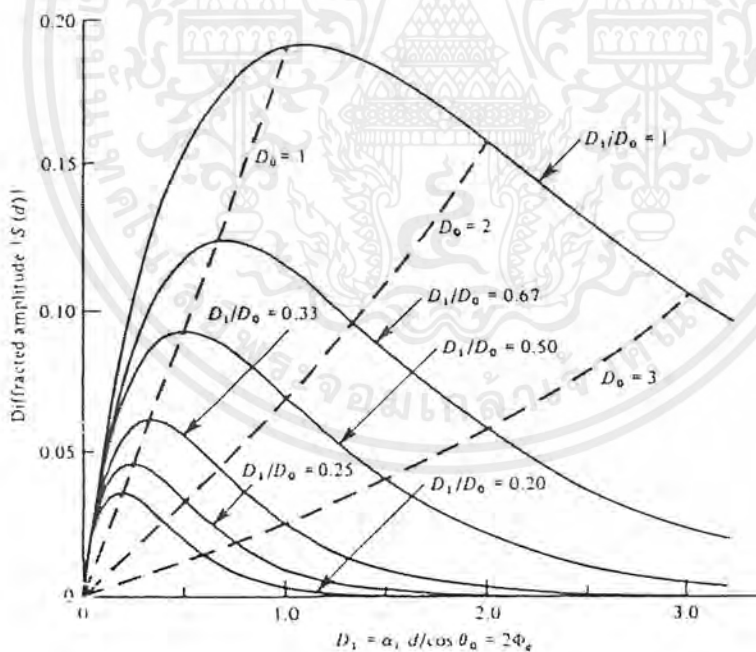
$$\varepsilon = \exp(-2\alpha_0 d / \cos\theta_0) \sinh^2(\alpha_1 d / 2 \cos\theta_0) \quad \text{--- 4.38}$$

แอมพลิจูดเลี้ยวเบนจะเพิ่มขึ้นกับ α_1 แต่ค่าลบของการดูดกลืนจะถูกจำกัดคือ $\alpha_1 \leq \alpha_0$ ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนสูงสุดจะได้มาเมื่อ $\alpha_1 = \alpha_0$ สำหรับค่าของ $\alpha_1 d \cos\theta_0 = \ln 3$ ค่าสูงสุดนี้มีค่า

$$\varepsilon_{\max} = 1/27 \quad \text{--- 4.39}$$

หรือ 0.037

รูป 4.4 แสดงแอมพลิจูดการเลี้ยวเบนจาก 4.38 เสมือนเป็นฟังก์ชันของ 2 พารามิเตอร์ $D_0 = \alpha_0 d / \cos\theta_0$ และ $D_1 = \alpha_1 d / \cos\theta_0$



รูป 4.4 ฮอโลแกรมแบบ volume transmission แอมพลิจูดเลี้ยวเบนโดยแอมพลิจูดเกรตติง ในรูปของฟังก์ชันของการเปลี่ยนแปลง $D_1 = \alpha_1 d / \cos\theta_0 = 2\Phi_u$ สำหรับไบอัสต่างๆ $D_0 = \alpha_0 d / \cos\theta_0$ (เส้นประ) และ modulation depths D_1/D_0 (เส้นหนา)

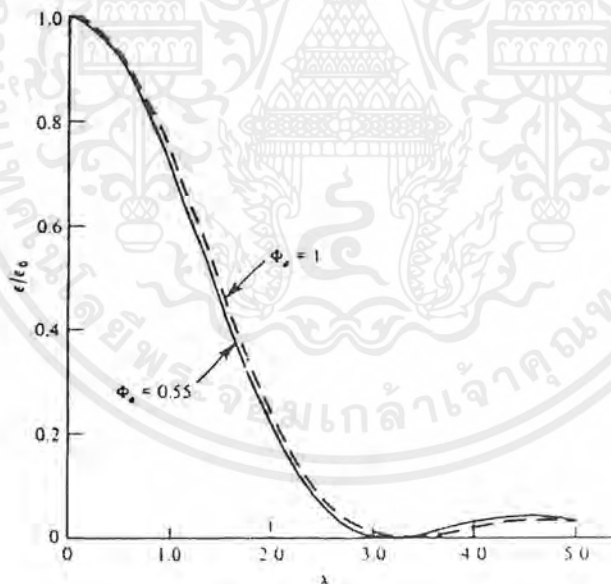
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริมาณ D_1 เป็นการวัดของแอมพลิจูดของการมอดูเลชัน ขณะที่ $D_1/D_0 = \alpha_1/\alpha_0$ เป็นการวัดของ relative depth ของการมอดูเลชัน เส้นโค้งของค่าคงที่ D_0 แสดงพฤติกรรมของค่าคงที่ที่พื้นหลังของการดูดกลืนและแปรผันกับ relative depth ของการมอดูเลชัน การตอบสนองเชิงเส้นและความสัมพันธ์ของประสิทธิภาพที่ดีจะได้อะไรมาสำหรับพื้นหลังของการดูดกลืน $D_0 = 1$

เส้นโค้งจะแสดงมุมและความไวของความยาวคลื่นของแอมพลิจูดเกรตติงถูกคำนวณจาก 4.37 แสดงดังรูป 4.5 เส้นโค้งเหล่านี้จะถูกพล็อตเสมือนเป็นฟังก์ชันของค่าพารามิเตอร์ χ ซึ่งจะวัดความเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขของ Bragg สำหรับกรณีพิเศษของ $\alpha_1 = \alpha_0$ และสำหรับค่าของพารามิเตอร์มอดูเลชัน $\Phi_u = \alpha_1 d/2 \cos \theta$ ของ 0.55 (สอดคล้องกับประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของบิตของ 0.037) และ 1.0 เส้นโค้งจะคล้ายคลึงกันและทั้งสองกรณีประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนจะตกอยู่ที่ศูนย์เมื่อ $\chi \approx 3.3$

4.5 Volume reflection holograms

ดังแสดงในรูป 4.2 ระนาบรีเฟล็กชันใน reflection hologram จะรับมากกว่าหรือขนานน้อยกว่าไปยังผิวหน้าของ recording medium ดังนั้น $\psi = 0$



รูป 4.5 ฮอโลแกรมแบบ volume transmission มุมและความยาวคลื่นของแอมพลิจูดเกรตติงสำหรับ $\alpha_1 = \alpha_0$ ($D_1 = D_0$) และค่าของ $\Phi_u = D_1/2 = 0.55$ ($\epsilon_0 = 0.037$) และ $\Phi_u = D_1/2 = 1$ ($\epsilon_0 = 0.025$) เส้นโค้งแสดงประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนมาตรฐาน (E/E_0) เสมือนฟังก์ชันของค่า χ ซึ่งเป็นการวัดการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขแบรกก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อฮอโลแกรมถูกส่องแสงโดยคลื่นตกกระทบออกไป คลื่นเริ่มเลี้ยวเบนกับแอมพลิจูด $S(d) = 0$ ที่หน้าสุดท้ายของฮอโลแกรมแต่แกนของแอมพลิจูดเสมือนมันแพร่ตรงออกไป

4.5.1 Phase gratings

ในการปราศจากการสูญเสียเฟสเกรตติง $\alpha_0 = \alpha_1 = 0$ และค่าคงที่ coupling $K = \pi n_1 / \lambda$ สำหรับการเบี่ยงเบนเล็กน้อยจากมุม Bragg แอมพลิจูดเลี้ยวเบนจะให้โดยสมการ

$$S(0) = i \left[(i\chi_r / \Phi_r) + (1 - \chi_r^2 / \Phi_r^2)^{1/2} \coth(\Phi_r^2 - \chi_r^2)^{1/2} \right]^{-1} \quad \text{--- 4.40}$$

ซึ่ง

$$\Phi_r = \pi n_1 d / \lambda \cos \theta \quad \text{--- 4.41}$$

และ

$$\chi_r = \zeta d / 2 \cos \theta \quad \text{--- 4.42}$$

ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนเป็น

$$\varepsilon = \left[1 + (1 - \chi_r^2 / \Phi_r^2) / \sinh^2(\Phi_r^2 - \chi_r^2)^{1/2} \right]^{-1} \quad \text{--- 4.43}$$

สำหรับคลื่นตกกระทบที่มุม Bragg $\chi_r = 0$ และ 4.43 สามารถเขียนได้เป็น

$$\varepsilon = \tanh^2(\pi n_1 d / \lambda \cos \theta_0) \quad \text{--- 4.44}$$

ดังรูป 4.6 ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนเพิ่มขึ้นไปถึง 1.00 ดังค่าของ Φ_r เพิ่มขึ้น

เส้นโค้งแสดงความไวของมุมและความไวความยาวคลื่นของ phase grating ที่ปราศจากความสูญเสียถูกคำนวณจาก 4.43 แสดงในรูป 4.7 ตามความสัมพันธ์ได้มาจาก 4.42 สำหรับค่าพารามิเตอร์ χ_r ซึ่งจะวัดความเบี่ยงเบนของเงื่อนไข Bragg

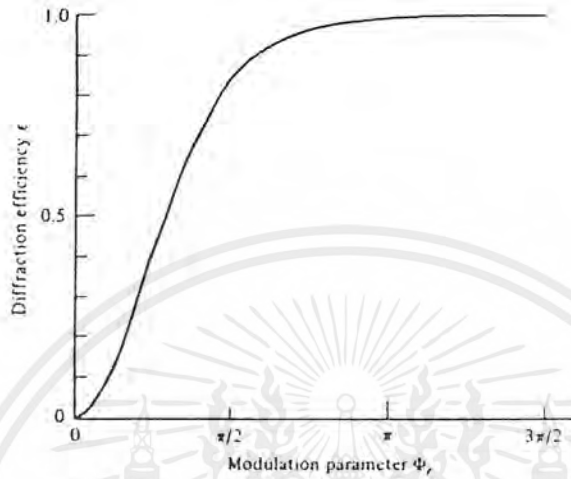
$$\begin{aligned} \chi_r &= \Delta\theta(2\pi n_0 d / \lambda) \sin \theta_0 \\ &= (\Delta\lambda / \lambda)(2\pi n_0 d / \lambda) \cos \theta_0 \end{aligned} \quad \text{--- 4.45}$$

เส้นโค้งถูกพล็อตค่าของ modulation parameter Φ_r ของ $\pi/4, \pi/2$ และ $3\pi/4$ ขณะที่ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนตกอยู่ที่ศูนย์ในทุกกรณีเมื่อ $\chi_r \approx 3.5$ เส้นโค้งที่เลือกจะกลายเป็นความกว้างที่มากพอใช้ด้วยค่าที่เพิ่มของ Φ_r

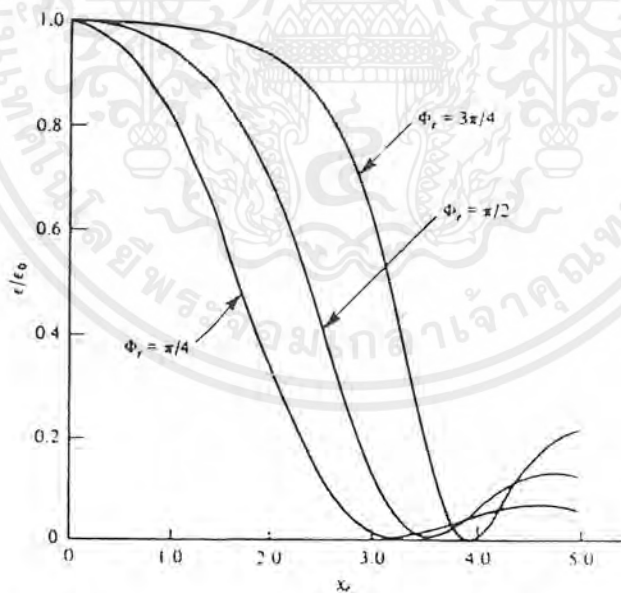
4.5.2 Amplitude gratings

ในกรณีนี้ ในหัวข้อ 4.4.3 , $m_1 = 0$ ขณะที่ α_0 และ α_1 เป็นค่าจำกัด แอมพลิจูดของคลื่นเลี้ยวเบนออกจากฮอโลแกรมเป็น

$$S(0) = - \left\{ (\chi_{ru} / \Phi_{ru}) + [(\chi_{ru} / \Phi_{ru})^2 - 1]^{1/2} \coth(\chi_{ru}^2 - \Phi_{ru}^2)^{1/2} \right\}^{-1} \quad \text{--- 4.46}$$



รูป 4.6 ฮอโลแกรมแบบ volume reflection ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนของเฟสเกรตติงที่มุมแบรกก์ในรูปฟังก์ชันของ modulation parameter



รูป 4.7 ฮอโลแกรมแบบ volume reflection มุมและความยาวคลื่นของเฟสเกรตติงจะแสดงประสิทธิภาพเลี้ยวเบน ซึ่งคือ (ϵ/ϵ_0) เสมือนฟังก์ชันของค่า χ_r ซึ่งเป็นการวัดการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขแบรกก์สำหรับค่าต่างๆของ modulation parameter Φ_r

ซึ่ง

$$\Phi_{ra} = \alpha_1 d / 2 \cos \theta \quad \text{--- 4.47}$$

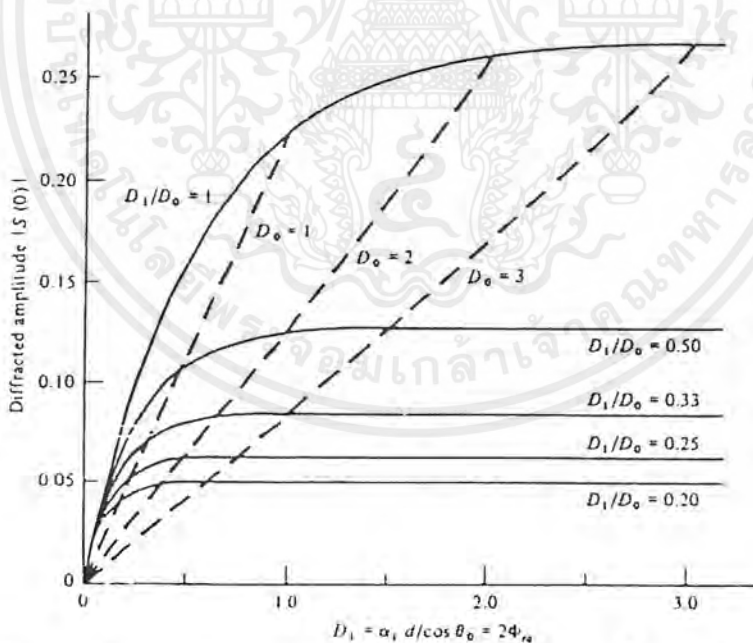
และ

$$\chi_{ra} = (\alpha_0 d / \cos \theta_0) - (i \zeta d / 2 \cos \theta_0) \quad \text{--- 4.48}$$

ถ้าคลื่นตกกระทบบนที่มุม Bragg, $\zeta = 0$ และ $\chi_{ra} / \Phi_{ra} = 2\alpha_0 / \alpha_1$ ดังนั้น 4.46 สามารถเขียนได้เป็น

$$S(0) = -2 \left\{ (2\alpha_0 / \alpha_1) + [(4\alpha_0^2 / \alpha_1^2) - 1]^{1/2} \coth[(d / \cos \theta_0)(\alpha_0^2 - \alpha_1^2 / 4)^{1/2}] \right\}^{-1} \quad \text{--- 4.49}$$

เส้นโค้งของแอมพลิจูดเลี้ยวเบนเสมือนฟังก์ชันของพารามิเตอร์มอดูเลชัน $D_1 = \alpha_1 d / \cos \theta_0 = 2\Phi_{ra}$ แสดงในรูป 4.8 สำหรับค่าต่าง ๆ ของ modulation depth $D_1 / D_0 = \alpha_1 / \alpha_0$ และ bias level $D_0 = \alpha_0 d / \cos \theta_0$ เหล่านี้จะแสดงแจ้งชัดว่าฮอโลแกรมสะท้อนของชนิดนี้จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อ $\alpha_0 d / \cos \theta_0 \geq 2$ สอดคล้องกับความหนาแน่นทางแสง ≥ 1.7



รูป 4.8 ฮอโลแกรมแบบ volume reflection แอมพลิจูดเลี้ยวเบนโดยแอมพลิจูดเกรตติง ในรูปฟังก์ชันของการเปลี่ยนแปลง $D_1 = \alpha_1 d / \cos \theta_0 = 2\Phi_{ra}$ สำหรับระดับไบอัสต่าง ๆ $D_0 = \alpha_0 d / \cos \theta_0$ (เส้นประ) และ modulation depth D_1 / D_0 (เส้นหนา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับกรณีพิเศษเมื่อ modulation depth เป็นค่าสูงสุด ($\alpha_1 = \alpha_0$) สมการ 4.49 สามารถเขียนให้ง่าย ๆ ได้

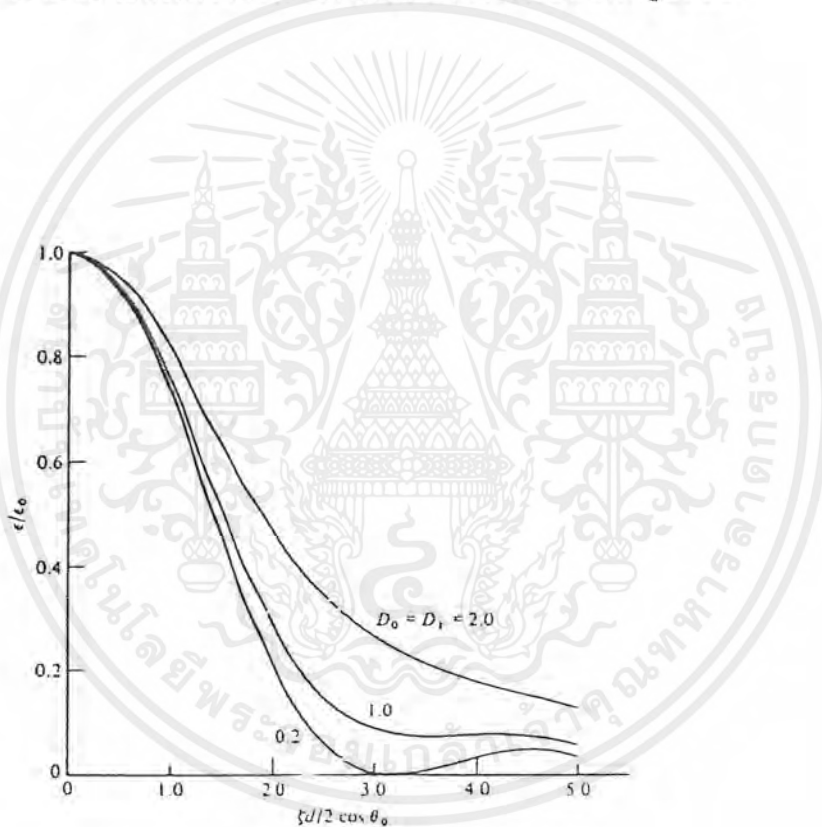
$$S(0) = -\left[2 + 3^{1/2} \coth(3^{1/2} \alpha_0 d / 2 \cos \theta_0)\right]^{-1} \quad \text{--- 4.50}$$

ซึ่งมันจะปรากฏว่าค่าเป็นไปได้สูงสุดของประสิทธิภาพเลี้ยวเบนเป็น

$$\varepsilon_{\max} = (2 + \sqrt{3})^{-2} \quad \text{--- 4.51}$$

หรือ 0.072

รูป 4.9 แสดงเส้นโค้งสำหรับมุมที่เลือกและความยาวคลื่นที่เลือกของแอมพลิจูดเกรตติงได้มาจาก 4.46 โดยใช้ความจริงที่ว่า 4.48 สามารถเขียนได้ในรูปแบบ



รูป 4.9 สอโลแกรมแบบ volume reflection มุมและความยาวคลื่นของแอมพลิจูด

เกรตติง สำหรับ $D_1 = D_0$ และค่าของ $D_1 = 0.2$ ($\varepsilon_0 = 0.007$),

$D_1 = 1.0$ ($\varepsilon_0 = 0.05$) และ $D_1 = 2.0$ ($\varepsilon_0 = 0.068$) ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนมาตรฐาน

ฐาน ($\varepsilon/\varepsilon_0$) ถูกพล็อตในรูปฟังก์ชันของเทอม $\zeta d / 2 \cos \theta_0$ ที่เป็นการวัดการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขแบรค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในเส้นโค้งเหล่านี้ แอมพลิจูดเลี้ยวเบนจะถูกพลิตตเสมือนฟังก์ชันของเทอม $\zeta d/2 \cos \theta_0$ ซึ่งเป็นการวัดของการเบี่ยงเบนจากเงื่อนไขของ Bragg สำหรับค่า 3 ค่าของพารามิเตอร์มอดูเลชัน D_1 เมื่อ modulation depth เป็นค่าสูงสุด ($\alpha_1/\alpha_0 = 1$) เส้นโค้งจะกลายเป็นความกว้างดั่งพารามิเตอร์สูญเสีย D_0 จะเพิ่มขึ้น

4.6 Discussion

ประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนสูงสุดจะได้อมาด้วยการศึกษาชนิดของเกรตติง 6 ชนิด สรุปในตาราง 4.1 ขณะที่ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนสูงสุดจะได้อมาด้วยเกรตติงถูกจำกัดโดยความไม่เป็นเชิงเส้นในช่วงตอบสนองของ recording medium และจะเพี้ยนไปในภายหลังของรูปของริ้วค่าประมาณเหล่านี้เป็นทฤษฎีจำกัดซึ่งจะได้อมาในจำนวนของการทดลองเพื่อยืนยันข้อสรุปของทฤษฎีคลื่น coupled

ในทางอื่น ๆ ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนสูงสุดสามารถได้มากับฮอโลแกรมของวัตถุสะท้อนเพราะว่าการเปลี่ยนแปลงระยะห่างในแอมพลิจูดของคลื่นวัตถุจะทำให้มันรักษาการมอดูเลชันสูงสุดเหนือตลอดพื้นที่

ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนเฉลี่ยของฮอโลแกรมการส่งผ่านเฟสถูกบันทึกด้วยลำการกระจายของวัตถุทั้งการบันทึกแบบ thin และ thick recording media ซึ่งถูกคำนวณโดย Upatnicks & Leonard [1970] สมมติว่าแอมพลิจูดของคลื่นวัตถุเป็นการกระจายแบบ Rayleigh การคำนวณเหล่านี้จะแสดงประสิทธิภาพเลี้ยวเบนสูงสุดเป็น 0.22

ด้วยการบันทึกแบบ thin recording medium และ 0.64 ด้วยการบันทึกแบบ thick recording medium เทียบ 0.339 กับ 1.00 คาดว่าสำหรับ phase gratings จะถูกบันทึกใน media เหมือนกัน

ตาราง 4.1 ประสิทธิภาพเลี้ยวเบนทางทฤษฎีสูงสุดสำหรับเกรตติงชนิดต่าง ๆ

Type of Grating	Thin transmission	Volume transmission	Volume reflection
Modulation Amplitude	0.0625	0.037	0.072
Phase	0.339	0.339	0.339
Refractive index	1.00	1.00	1.00
ϵ_{\max}	0.0625	0.037	0.072

4.7 Criteria for thin holograms and volume holograms

สิ่งที่ได้ทราบมาก่อนหน้านี้แล้วว่าเราจำแนกฮอโลแกรมเป็น 2 ชนิด คือ thin holograms และ volume holograms ซึ่งได้สัมพันธ์กับ Raman – Nath และการเลี้ยวเบนของ Bragg

ความแตกต่างของฮอโลแกรมทั้ง 2 ชนิดคือค่าพารามิเตอร์ Q [Klein & Cook, 1967] เมื่อนิยามความสัมพันธ์โดย

$$Q = 2\pi\lambda_0 d / n_0 \Lambda^2 \quad \text{---} 4.53$$

ค่าน้อยๆของ Q (Q < 1) จะเกี่ยวเนื่องกับ thin gratings ขณะที่ค่ามาก ๆ ของ Q (Q > 1) จะสัมพันธ์กับ volume gratings อย่างไรก็ตาม กฎเกณฑ์นี้ก็ไม่จำเป็นเสมอไป

ดังนั้น การสังเกตการทดลอง [Alferness, 1976 ; Magnusson & Gaylord, 1977] จะแสดงว่าการเลี้ยวเบนหลาย ๆ ออเดอร์จะได้มาจากการบันทึก holographic gratings ใน lithium niobate crystals และ dichromated gelatin layers ภายใต้เงื่อนไข แม้แต่ค่ามาก ๆ ของ Q

เกณฑ์สำหรับการแยกแยะระหว่าง thin holograms และ volume holograms ได้ถูกศึกษารายละเอียดโดยนักวิชาการหลาย ๆ ท่าน [Magnusson & Gaylord, 1977, 1978a ; Moharam & Young, 1978 ; Benlarbi, Cooke & Solymar, 1980] เขาจะแสดงว่าระดับเล็ก ๆ ของการมอดูเลชันคลื่นเดียวจะถูกเลี้ยวเบน แม้ว่าถ้า Q น้อยดังนั้นแต่ละทฤษฎีจะสามารถใช้ได้

ขณะที่การมอดูเลชันมาก ๆ ของคลื่นออเดอร์สูงกว่าไม่สามารถละทิ้งได้ แม้ว่าเมื่อ Q จะใหญ่มากในภายหลัง การมอดูเลชันแอมพลิจูดจะเพิ่มขึ้น จะปรากฏเป็น intermediate regime และกว้างขึ้น ขณะที่ความสัมพันธ์ง่าย ๆ ยังคงถูกใช้ใน 'thin' และ 'thick' regimes ขอบเขตที่เปลี่ยนแปลงระหว่างหลาย ๆ regimes ขึ้นอยู่กับการมอดูเลชันของแอมพลิจูดซึ่งรู้จักในค่าของ Q มันเป็นไปได้ที่จะยอมให้เป็นไปตามนี้โดยจะนำไปสู่พารามิเตอร์ P [Nath , 1938] นิยามโดย

$$P = \lambda_0^2 / \Lambda^2 n_0 n_1 \quad \text{---} 4.54$$

มันสามารถแสดงว่ากำลังที่สัมพันธ์ถูกเลี้ยวเบนไปในโหมดที่ออเดอร์สูงกว่า ซึ่งเป็นออเดอร์ของ สูตรนี้จะใช้ได้ ใน thick regime สามารถใช้ได้เมื่อ

บนพื้นฐานของเกณฑ์นี้ Moharam, Gaylord & Magnusson [1980a,b] จะแสดงว่าขอบเขตระหว่าง three diffraction regimes สามารถกำหนดได้ ดังรูป 4.10 โดย 2 เส้นโค้ง ขอบเขตระหว่าง Raman-Nath และ intermediate diffraction regimes มีความสอดคล้องเป็น

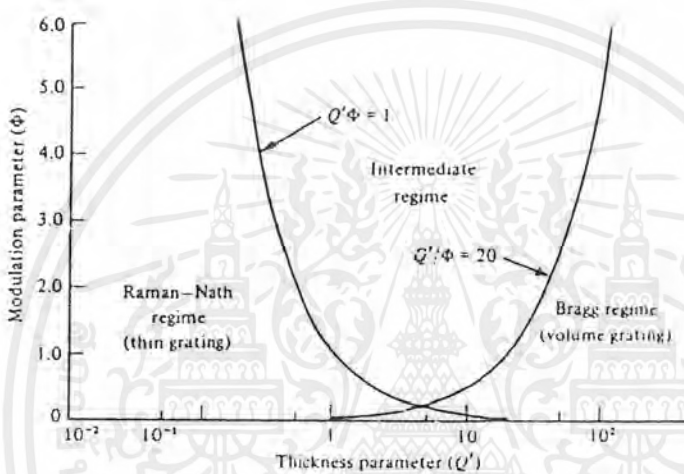
$$Q\Phi = 1 \quad \text{---} 4.55$$

ซึ่ง $Q' = Q/\cos\theta$, θ เป็นมุมตกกระทบภายในเกรตติง และ Φ เป็นค่ามอดูเลชันพารามิเตอร์ เป็นดังสมการ 4.29

ความคล้ายคลึงกันคือ ขอบเขตระหว่าง intermediate และ Bragg – diffraction regims ตามเส้นโค้งคือ

$$Q'/\Phi = 20$$

4.56



รูป 4.10 Raman-Nath, intermediate และ Bragg regims สำหรับเฟสโฮโลแกรม

ซึ่งจาก 4.54 ลดได้เป็น

$$p = 10$$

4.57

4.8 Anomalous effects with volume gratings

บางปรากฏการณ์ที่ผิดแปลกไปจะถูกสังเกตด้วย volume holographic gratings ซึ่งจะไปปรากฏให้เห็นทันทีตามทฤษฎีของ coupled wave

ดังนั้น Leith et al. [1966] จะสังเกตปิดในความเข้มของคลื่นส่งผ่านที่มุมเดียวกันของการส่องแสงซึ่งกำลังการเลี้ยวเบนจะสูงสุด ปรากฏการณ์นี้เป็นความผิดแปลกไปสู่ปรากฏการณ์ Borrmann ในการเลี้ยวเบน ของรังสีเอกซ์ ซึ่งจะถูกสังเกตในการบันทึกในเกรตติงในคริสตอล KBr และในวัสดุ photochromic พบว่าการส่องแสงของ volume holographic grating ด้วยลำเลเซอร์

แคบ ๆ เป็นผลให้เกิดลำเลี้ยวเบน 4 ลำปรากฏออกมา
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีของปรากฏการณ์เหล่านี้คิดได้ในรายละเอียดต่าง ๆ โดย Russell & Solymar [1980] ผู้ซึ่งแสดงว่าสำหรับการตกกระทบของ Bragg สูตรของ Kogelnik สามารถแก้สมการเพื่อแสดงความคงอยู่ของคลื่น standing wave 2 คลื่นที่ขนานกับ grating vector แต่ด้วยความแตกต่างเฟส $\pi/2$ ด้วยว่าแอมพลิจูดเกรตติง หนึ่งในคลื่น standing wave ซึ่งจุดสูงสุดจะตรงกันกับ absorption maxima คือมันจะถูกทำให้บางลงอย่างรวดเร็วตามความลึกของเกรตติง ดังผลที่ว่าแอมพลิจูดของคลื่นส่งผ่านและคลื่นเลี้ยวเบนจะออกจากผิวหน้าซึ่งในข้อจำกัดคลื่น standing wave จะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน

การพูดถึงทั่วๆ ไปในเรื่อง two - dimensional ของทฤษฎีคลื่น coupled จะให้การวิเคราะห์ที่แม่นยำมากสำหรับขอบเขตของลำแสงและยังถูกใช้เพื่ออธิบาย ปรากฏการณ์การสังเกตอย่างเต็ม ๆ

4.9 Multiply exposed holographic gratings

เนื่องจากค่ามุมที่สูงและความยาวคลื่นที่เลือกของ volume holograms มันเป็นไปได้ที่จะบันทึกฮอโลแกรมหลาย ๆ ครั้งใน thick recording medium เหมือน ๆ กัน และอ่านแยกออกได้ ถ้ามุม Bragg ห่างออกไปจากพอเพียง มุมที่น้อยที่สุดถูกคั่นด้วย grating vectors สำหรับความเกี่ยวพันนี้นำไปสู่เงื่อนไขที่ว่าค่าสูงสุดของมุมส่วนโค้งที่ถูกเลือกสำหรับหนึ่งเกรตติงจะตรงกันกับค่าต่ำสุดค่าแรกของส่วนอื่น ๆ

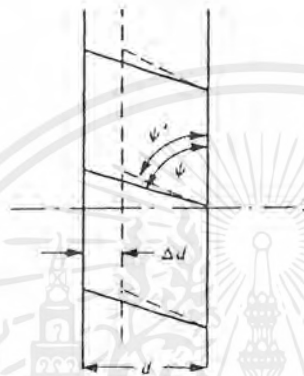
อย่างไรก็ตาม ด้วยแอมพลิจูดการส่งผ่านและ reflection holograms จะเป็นผลให้สามารถพิจารณาความสูญเสียในประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนได้ บนสมมติฐานว่าช่วงไดนามิกที่เหมาะสมถูกแบ่งเท่า ๆ กันระหว่าง N เกรตติง มันสามารถแสดงว่าประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของแต่ละเกรตติงอยู่ใน $1/N^2$ สำหรับเกรตติงเดี่ยวถูกบันทึกใน medium เหมือนกันตลอดช่วงไดนามิก

เกรตติงแบบ volume phase ตำแหน่งจะซับซ้อนมาก การเลี้ยวเบนที่ phase grating เป็น 2 หรือมากกว่านั้นจะถูกบันทึกในวัสดุที่หนาโดยการ expose หลาย ๆ ครั้งจะถูกวิเคราะห์โดยใช้วิธี thin - grating decomposition ผลของมันจะแสดงว่า two gratings ซึ่งมุม Bragg ห่างอย่างเพียงพอสำหรับ coupling ระหว่างเกรตติงจะละทิ้งได้ และด้วยเป็นการบันทึกแบบเชิงเส้นแต่ละเกรตติงจะเลี้ยวเบนเสมือนว่าไม่มีส่วนหนึ่งอยู่ อย่างไรก็ตามสำหรับการ expose ที่สูงกว่าซึ่ง recording medium ใกล้จะอิ่มตัวการลดในการมอดูเลชันจะเป็นผลต่อประสิทธิภาพการเลี้ยวเบนของแต่ละเกรตติง

coupling effects ระหว่างเกรตติงจะเพิ่มขึ้นถ้าคลื่นอ้างอิงปกติถูกใช้สำหรับทุก ๆ การ expose มันเป็นไปได้โดยการเลือกการมอดูเลชันที่เหมาะสมและแพ็คเกจเรียดเอียงเพื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่งผ่านพลังงานทั้งหมดของ reconstructing wave เข้าไปในลำแสงเลี้ยวเบน 2 ลำ หรือมากกว่านั้นและแปรเปลี่ยนอัตราส่วนความเข้มตลอดช่วงกว้าง ในทางเดียวกัน พลังงานสามารถเป็น cross coupled จากคลื่นเลี้ยวเบนหนึ่งไปสู่ส่วนอื่น ๆ ซึ่ง beam splitter และ beam couplers จะมีคุณสมบัติพิเศษ



รูป 4.11 การเปลี่ยนแปลงในการบิดไปและระยะของระนาบริวในฮอโลแกรมเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงในความหนาของ photographic emulsion

4.10 Imaging properties of volume holograms

ในกรณีของ volume holograms ซึ่งมีการเลี้ยวเบนอย่างแรงที่มุม Bragg แอมพลิจูดของ reconstructed wavefront จะถูกกระทบกระเทือนโดยการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ของความยาวคลื่นหรือเรขาคณิตระหว่างการบินทิกและการ reconstruction ในทางเพิ่มเติม การเปลี่ยนแปลงในความหนาของ photographic emulsion เนื่องจากกระบวนการสามารถเป็นผลในการหมุนไปของระนาบริวซึ่งรู้ดีว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงในระยะห่าง [Vikomerson & Bostwick, 1967] (ดูรูป 4.11)

ด้วยเกรตติงถูกบันทึกด้วยหน้าคลื่นระนาบมันเป็นไปได้เพื่อชดเชยโดยการเปลี่ยนแปลงมุมของการส่องแสงหรือความยาวคลื่น [Belvaux, 1975] อย่างไรก็ตามการชดเชยที่สมบูรณ์แบบมันเป็นไปได้ด้วยฮอโลแกรมของจุดที่ระยะทางจำกัดหรือวัตถุห่างออกไป และสิ่งนี้จะเป็นผลในการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดผ่าน reconstructed wavefront และลดประสิทธิภาพเลี้ยวเบน ปรากฏการณ์ของ emulsion ที่หุดองใน volume holograms ได้ถูกพิจารณาโดย Latta [1971c] และโดย Forshaw [1973] ผู้ซึ่งได้แสดงว่ามันมีความเป็นไปได้ในกรณีที่ได้กำหนด pupil function ความแตกต่างนี้จาก pupil function สำหรับ thin hologram นิยามโดยหัวข้อ 3.4 ว่าเกี่ยวข้องกับการมอดูเลชันของระยะห่างของแอมพลิจูดซึ่งเรียกกันว่าเฟส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่แจ้งให้ทราบถึงงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใช้งานไปเผยแพร่จะขอรับการดำเนินการ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อที่ 5: Fourier transforms

5.1 One and two dimensional fourier transforms

ให้ $f(x)$ แทนปริมาณทางฟิสิกส์ของสิ่งที่เราสนใจ ตัวอย่างเช่น complex amplitude ของแสงเสมือนเป็นฟังก์ชันของระยะทางผ่านสลิต ฟูเรียร์ทรานฟอร์มของ $f(x)$ กำหนดเป็นดังนี้

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2\pi i u x) dx \quad \text{--- 5.1}$$

หน่วยของตัวแปร u จะกลับกันกับ x ดังนั้นถ้า x มีหน่วยเป็นความยาว u จะเป็นหน่วยของอินเวอร์สของความยาวหรือ spatial frequency

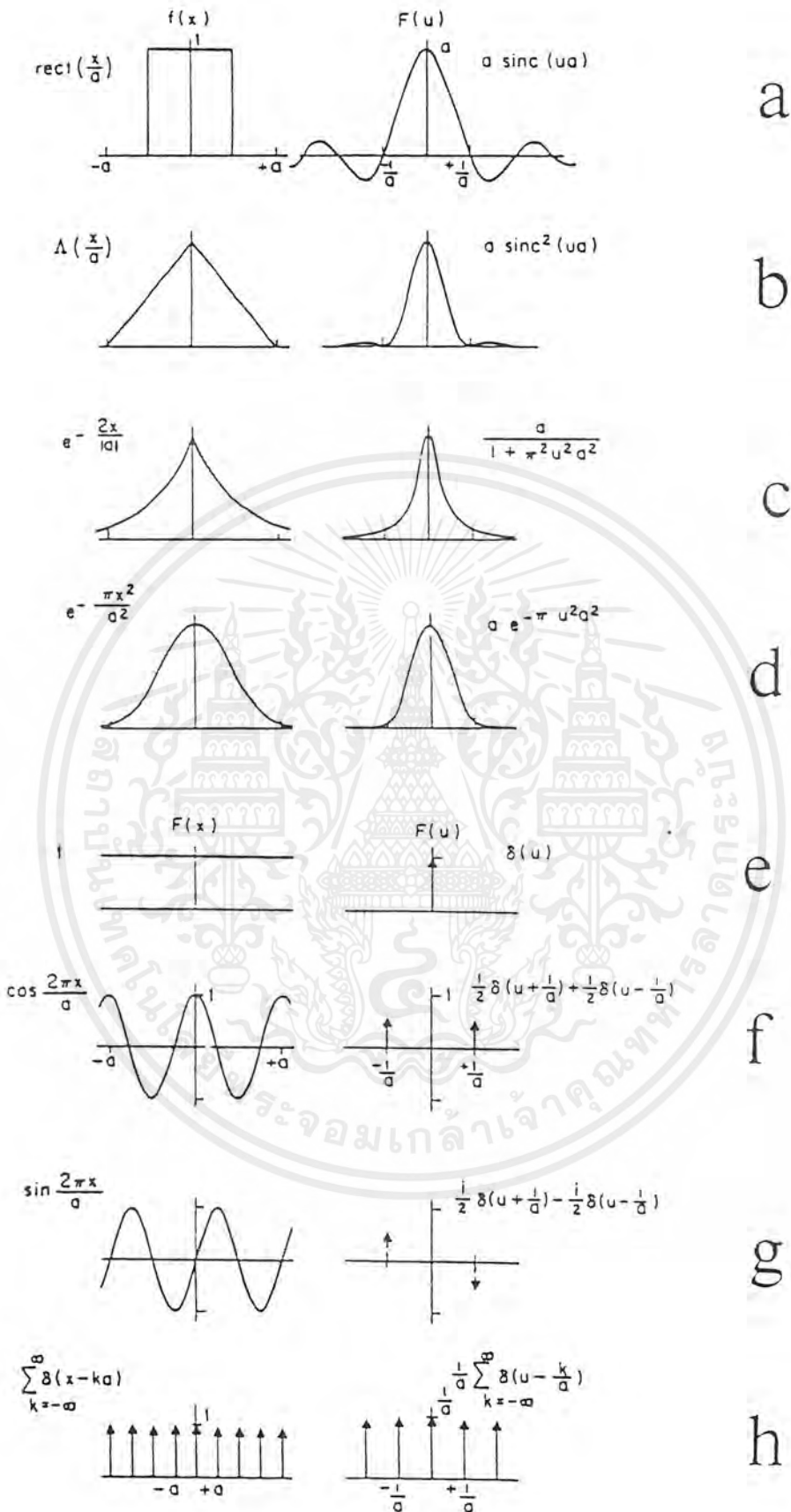
ฟังก์ชัน $F(u)$ เรียกว่าเป็นฟูเรียร์ทรานฟอร์มของ $f(x)$ ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลทั้งหมดที่เกิดใน $f(x)$ แต่แสดงข้อมูลในทางต่างกัน (เช่น ฟังก์ชันของ u แทนที่กับ x) ฟังก์ชันดั้งเดิม $f(x)$ สามารถได้มาจาก $F(u)$ โดยการ inverse Fourier transform

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \exp(2\pi i u x) du \quad \text{--- 5.2}$$

ดังตัวอย่าง พิจารณาฟังก์ชันซึ่งเรียกว่า $\text{rect}(x/a)$ สามารถแทน complex amplitude ของแสงผ่านสลิตได้เป็น

$$\text{rect}(x/a) = \begin{cases} 1 & |x| < a/2 \\ 0 & |x| > a/2 \end{cases}$$

ฟังก์ชันนี้จะแสดงดังในรูป 5.1 (a) ซึ่งมี Fourier transform เป็น



รูป 5.1 แสดงคู่ของ Fourier transform ใน one-dimensional

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 F(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2\pi i u x) dx \\
 &= \int_{-a/2}^{a/2} \exp(-2\pi i u x) dx \\
 &= \left[\frac{\exp(-2\pi i u x)}{-2\pi i u} \right]_{-a/2}^{a/2} \\
 &= \frac{\sin(\pi u a)}{\pi u}
 \end{aligned}$$

หรือ $F(u) = a \operatorname{sinc}(ua)$

ซึ่ง $\operatorname{sinc}(X) = \sin(\pi X) / (\pi X)$

two dimensional Fourier transform จะนิยามในทางคล้ายๆกันว่า

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-2\pi i(ux + vy)] dx dy \quad \text{--- 5.3}$$

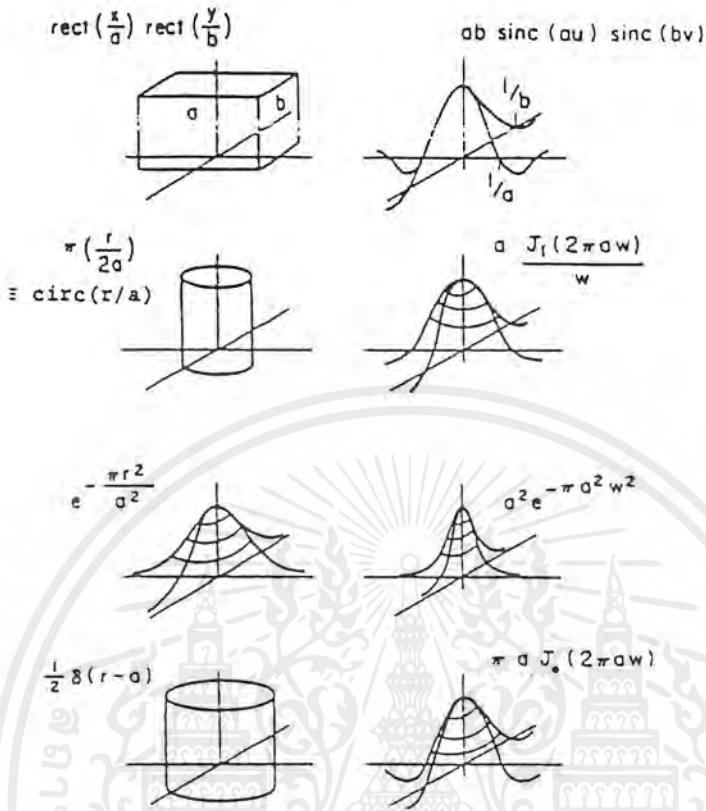
และ inverse Fourier transform เป็น

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v) \exp[+2\pi i(ux + vy)] du dv \quad \text{--- 5.4}$$



รูป 5.2 แสดงความหมายของ two dimensional spatial frequency ซึ่งมีนัยคือรูปแบบ
ต่างๆใน one dimensional sinusoidal sheet ของความถี่ $w = (u^2 + v^2)^{1/2}$ ที่มุม
 $\theta = \tan^{-1}(v/u)$ ถึงแกน u

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 5.3 แสดงคู่ Fourier transform ใน two dimensional

5.2 Convolution และ Correlation

convolution ของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน $f(x)$ และ $g(x)$ จะให้ผลเป็นฟังก์ชันที่สาม $h(x)$ นิยามโดย

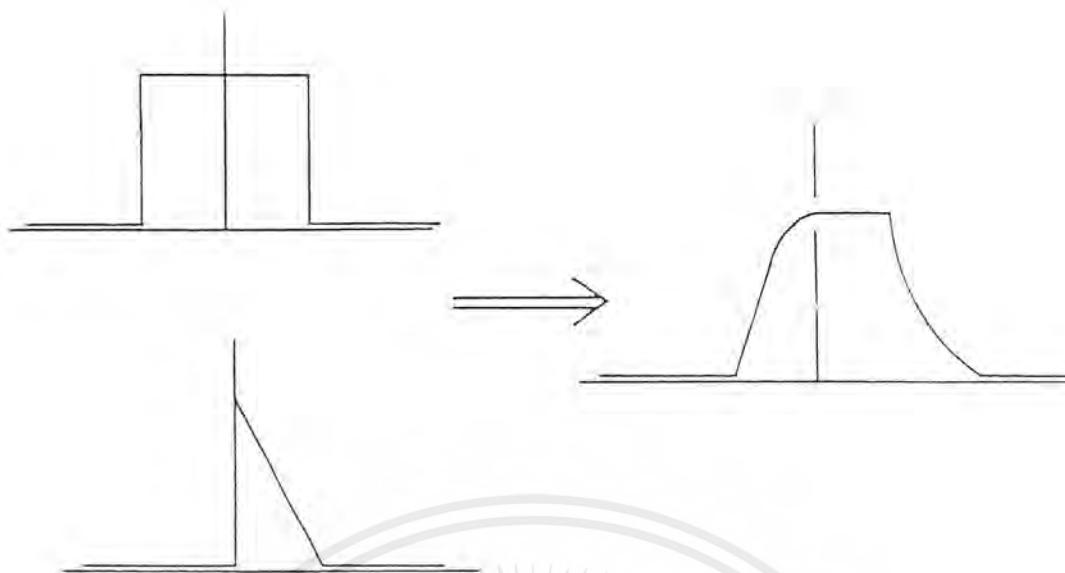
$$h(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x' - x)dx \quad \text{--- 5.5}$$

convolution ปกติจะแสดงโดยสัญลักษณ์ *

$$h(x) = f(x) * g(x)$$

ดังในรูป 5.4 จะแสดง convolution ของฟังก์ชันสองฟังก์ชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 5.4 จะแสดง convolution ของฟังก์ชันจริงสองฟังก์ชัน

ใน two dimensions , convolution นิยามโดย

$$h(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) g(x' - x, y' - y) dx dy \quad \text{--- 5.6}$$

กระบวนการของ convolution ปรากฏบ่อยๆในระบบทางแสง ตัวอย่างเช่น เมื่อเกิดอิมเมจในแสง spatially incoherent ด้วยระบบทางแสง isoplanatic ความเข้มของอิมเมจ $i(x, y)$ จะเท่ากับ convolution ของความเข้มวัตถุ $o(x, y)$ กับ point spread function $p(x, y)$

$$i(x, y) = o(x, y) * p(x, y) \quad \text{--- 5.7}$$

ในกรณีนี้ (และในกรณีคล้ายๆกันอื่นๆ) เราอาจจะรู้ $i(x, y)$ (ความเข้มอิมเมจ) และ $p(x, y)$ (point spread function) และต้องการหาความเข้มวัตถุ $o(x, y)$ ซึ่งไม่ใช่ปัญหาถ้าพิจารณาระยะ (x, y) เท่านั้นโดยการใช้ฟูเรียร์ทรานฟอร์ม

ทฤษฎี convolution บอกว่าฟูเรียร์ทรานฟอร์มของ convolution เท่ากับผลคูณของฟูเรียร์ทรานฟอร์ม ดังนั้นถ้า

$$h(x) = f(x) * g(x)$$

แล้ว

$$H(u) = F(u)G(u) \quad \text{--- 5.8}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

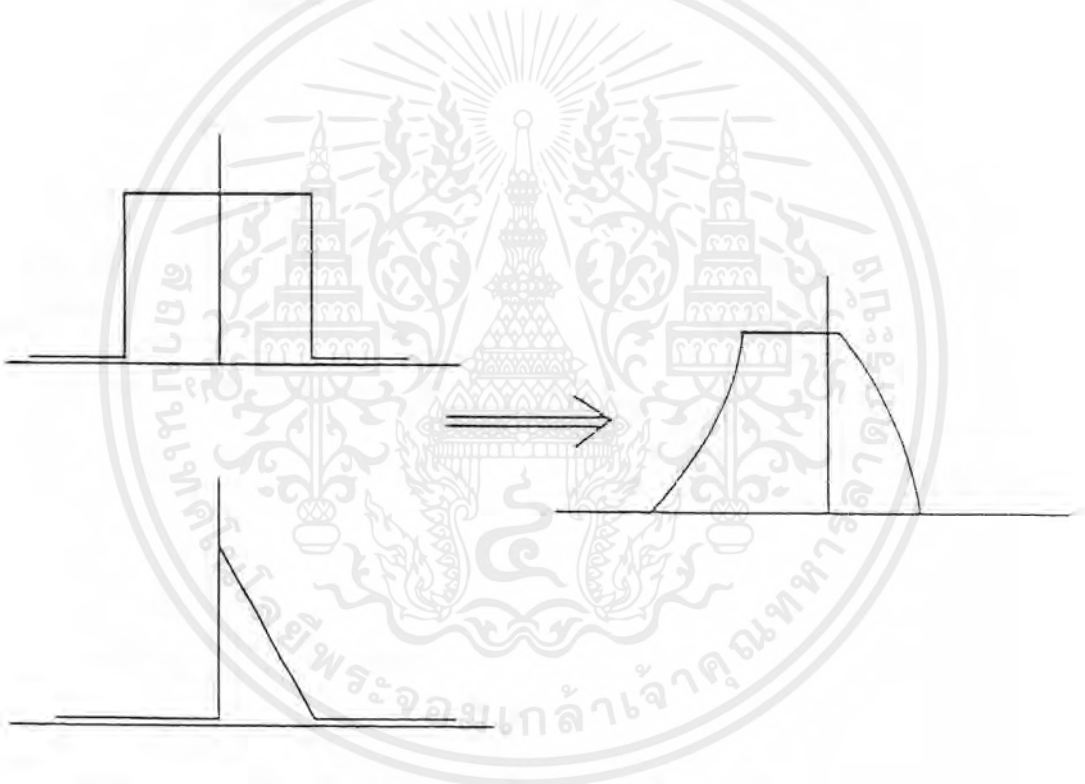
ดังนั้น เพื่อที่จะแก้สมการความเข้มวัตถุใน 5.7 เราต้องทำดังนี้ (1) หาฟูเรียร์ทรานฟอร์ม $I(u,v)$ และ $P(u,v)$ ของ $i(x,y)$ และ $p(x,y)$ (2) ให้ $o(u,v) = I(u,v) / P(u,v)$ และ (3) หาอินเวอร์สฟูเรียร์ทรานฟอร์มของ $o(u,v)$ ซึ่งดูเหมือนจะเป็นวิธีการที่ซับซ้อน แต่มันทำได้โดยดิจิตอลคอมพิวเตอร์หรือโดยระบบทางแสงโคเฮียเร้นท์ที่เหมาะสม

cross-correlation ของสองฟังก์ชันนิยามใน one dimension โดย

$$h(x') = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x) g(x' + x) dx \quad \text{----- 5.9}$$

และใน two dimensions โดย

$$h(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x, y) g(x' + x, y' + y) dx dy \quad \text{----- 5.10}$$



รูป 5.5 cross-correlation ของฟังก์ชันจริงสองฟังก์ชัน

Cross-correlation แสดงในรูป 5.5 ซึ่งทำที่จุด two dimensional spatial autocorrelation function นิยามโดย

$$h(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(x, y) f(x' + x, y' + y) dx dy \quad \text{----- 5.11}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อที่ 6: Computer-generated holograms

การใช้คอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการสร้างฮอโลแกรมประยุกต์เป็นส่วนมากจะมีฟังก์ชันคล้ายกับรูปแบบของฮอโลแกรมทางแสง ซึ่งจะมีลักษณะหรือคุณสมบัติคือ สร้างอิมเมจใหม่ และทดสอบทางแสงโดยวิธี interferometrically เพื่อที่จะสามารถประเมินได้จริง ๆ มันมีข้อดีเกี่ยวกับรูปแบบฮอโลแกรมด้วยเลเซอร์ คือ อย่างแรกต้องเข้าใจหลักของวิธีการทางคอมพิวเตอร์ เราจะทำจัดการบรรยายในบทนี้เพื่อเป็นหลักพื้นฐานและละเว้นการแสดงรายละเอียดของข้อมูลที่สัมพันธ์กันกับคอมพิวเตอร์เฉพาะหรือ plotter

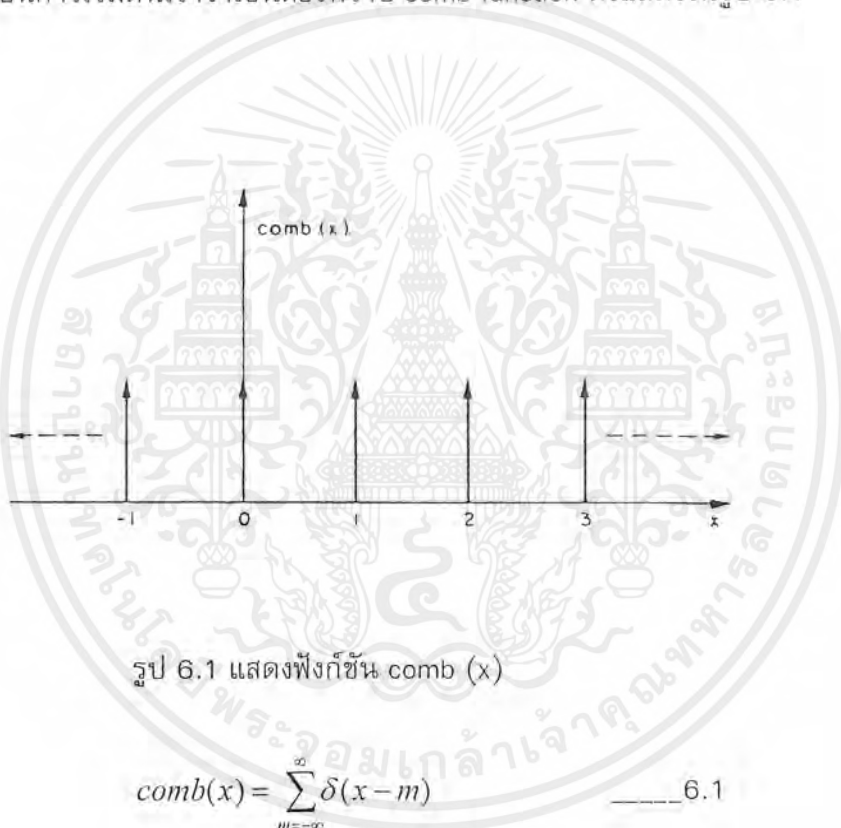
ก่อนที่จะเข้าไปในการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เราก็จะมาสรุปวิธีการก่อน สมมติว่า laser-illuminated subject ได้กล่าวมาอย่างเพียงพอแล้วในเรื่องของจำนวนจำกัดของ light-scattering points ถ้าโคออดิเนตของจุดเหล่านี้พร้อมกันกับพารามิเตอร์เฉพาะความยาวคลื่นและทิศทางของทั้งการฉายแสงวัตถุและคลื่นอ้างอิงจะได้จากคอมพิวเตอร์แล้วแอมพลิจูดการส่งผ่านของฮอโลแกรมจะสามารถคำนวณได้ ด้วยข้อมูลที่เก็บไว้ คอมพิวเตอร์สามารถควบคุม plotting device หรือบางที่เป็นตำแหน่งของลำอิเล็กตรอนบนผิวหน้าของหลอดรังสีแคโทด และดังนั้นจึงทำให้เกิดการเพิ่มขนาดของฮอโลแกรม การเพิ่มขนาดเป็นสิ่งจำเป็นเพราะจะเกี่ยวข้องกับความละเอียดจำกัดของ plotting และอุปกรณ์แสดงผล การแสดงผลเป็นการเพิ่มขนาดทางแสงในภายหลังเพื่อเพิ่มขนาดที่เหมาะสม เพื่อที่จะใช้ความยาวคลื่นในการคำนวณและรูปถ่ายจะเป็นดังรูปโปร่งใส เมื่อฮอโลแกรมถูกบันทึกด้วยการฉายแสงเลเซอร์ ภาพของวัตถุจะถูกสร้างขึ้นมา ซึ่งฮอโลแกรมของวัตถุซึ่งไม่คงคุณสมบัติทางกายภาพสามารถถูกคำนวณได้ ดังนั้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ของวัตถุเป็นสิ่งจำเป็น

วิธีทางคอมพิวเตอร์เราจะพูดถึงการสร้าง Fourier transform holograms เพื่อที่จะทำวิธีนี้คอมพิวเตอร์จะต้องคำนวณวัตถุตัวอย่างหลายๆตัวอย่างของ Fourier transform 2 มิติของวัตถุ แต่ตัวอย่างประกอบไปด้วยแอมพลิจูดและเฟสของการเปลี่ยนแปลงที่จุดที่กำหนด การคำนวณเวลาและสถานที่จำกัดบนจำนวนของวัตถุตัวอย่างสามารถทำได้ ตั้งคาดหวังว่าขีดจำกัดนี้จะปรากฏบนคุณสมบัติของภาพของฮอโลแกรม ตัวอย่างเช่น ข้อจำกัด spatial rate ของกลุ่มตัวอย่างจะจำกัดขอบเขตของภาพหรือขนาดของวัตถุและภาพ ผลลัพธ์นี้จะคล้ายกัน ได้ว่าเมื่อ Fourier transform holograms เป็นรูปแบบในการบันทึกมีเดียร์ของความละเอียดจำกัด ในทางอื่น ข้อจำกัดเกี่ยวกับจำนวนรวมของวัตถุตัวอย่าง จะได้อัตราจำกัดขนาดของฮอโลแกรมและขีดจำกัดความละเอียดของการเลี้ยวเบนในภาพ การใช้บางอย่างในหลายๆวิธีของการเกิดฮอโลแกรมโดยความหมายของคอมพิวเตอร์คือจะพิจารณาแอมพลิจูดการส่งผ่านฮอโลแกรมที่ค่าแต่ละค่าคือ 0 หรือ 1 เช่น two-tone holograms จะถูกเรียกว่า binary holograms การแสดงผลง่าย ๆ ของฮอโลแกรมจะเข้ากันได้กับความสามารถของ plotters ส่วนใหญ่ และสะดวกที่จะบันทึกภาพในภายหลังของฮอโลแกรมที่ลดขนาดแล้ว

6.1 ทฤษฎีการ Sampling

มันมีความเป็นไปได้ในการคำนวณจำนวนจำกัดของวัตถุตัวอย่างของฟังก์ชันต่อเนื่อง เช่น Fourier transform function และด้วยวัตถุตัวอย่างเหล่านี้จะสร้างฟังก์ชันต่อเนื่องแท้จริงใหม่ (reconstruct) ตามทฤษฎีการ sampling ที่ว่าฟังก์ชันต่อเนื่อง $f(x)$ เป็น band-limited เช่น สเปกตรัมสามารถมีค่าไม่เป็นศูนย์ครอบคลุมช่วงของความถี่ และถ้า $f(x)$ เป็นวัตถุตัวอย่างที่อย่างน้อยที่สุดมีการเพิ่ม Δx ถึง 2 ครั้งซึ่งกว้างพอๆกับ spatial period ขององค์ประกอบ spatial frequency ที่สูงสุดใน $f(x)$ แล้ว $f(x)$ สามารถถูกสร้างใหม่อย่างแท้จริงจาก discrete samples ในส่วนที่เหลืออยู่ของบนี้เราจะพยายามเตรียมความเข้าใจบางอย่างในเรื่องการประยุกต์นำไปใช้ในงานของทฤษฎี sampling

เพื่อเป็นการเริ่มต้นเราจำเป็นต้องทราบ comb function ดังแสดงในรูป 6.1



รูป 6.1 แสดงฟังก์ชัน comb (x)

$$\text{comb}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x-m) \quad \text{--- 6.1}$$

ซึ่ง m เป็น integral number ของหน่วยของระยะทาง เราจะเห็นได้ว่าฟังก์ชัน comb (x) เป็นอนุกรมไม่มีที่สิ้นสุดของ delta function ของ unit strength เช่น หน่วยพื้นที่ภายใต้ delta function แต่ระยะต่อหน่วยส่วนของระยะทาง มันแสดงโดย Bracewall ว่า comb (หรือ shah function) มี Fourier transform ซึ่งเป็น comb function อีกที ดังนั้น

$$\text{comb}(x) = \text{comb}(\xi) \quad \text{--- 6.2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระยะในอนุกรมของ delta function แสดงโดย comb function สามารถเตรียมได้โดยการเลือกสเกลแฟคเตอร์ c และการใส่ cx ดังตัวแปรในสมการ 6.1 เราอาจจะเขียนได้ว่า

$$\text{comb}(cx) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(cx - m)$$

กลายมาเป็น

$$\text{comb}(cx) = \frac{1}{|c|} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(x - \frac{m}{c}\right) \quad \text{--- 6.3}$$

จาก (6.2) จะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$\text{comb}(cx) = \frac{1}{|c|} \text{comb}\left(\frac{x}{c}\right) \quad \text{--- 6.4}$$

ขณะนี้จะพูดถึงความสัมพันธ์ของ comb function เพื่ออธิบายความหมายของทฤษฎี sampling สมมติว่าตัวอย่างมี function $a(x)$ ที่อนุกรมของจุด Δx units apart ดังรูป 6.2 สำหรับส่วนจริง $a(x)$ มันปรากฏว่าการปรากฏทางคณิตศาสตร์ของการทำ sampling เป็นการคูณเพิ่มของฟังก์ชันต่อเนื่อง $a(x)$ โดยฟังก์ชัน $\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x)$ เราแสดงภายหลังในเทอมของ comb function ในสมการ 6.3 โดยกำหนด c ค่า $c = \frac{1}{\Delta x}$ ดังนั้น

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x) = \frac{1}{\Delta x} \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right)$$

sampled function $a_s(x)$ เป็น

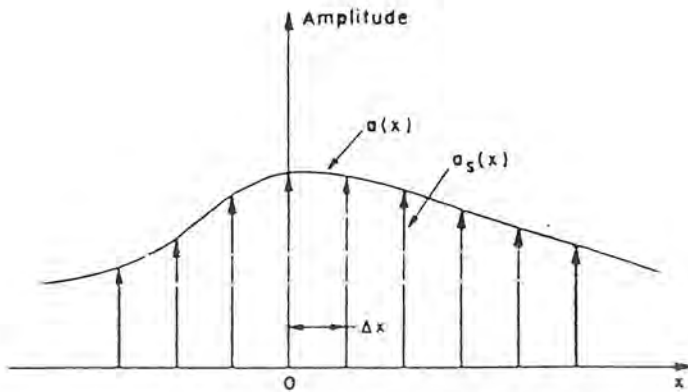
$$a_s(x) = a(x) \frac{1}{\Delta x} \text{comb}\left(\frac{x}{\Delta x}\right) \quad \text{--- 6.5a}$$

หรือโดย

$$a_s(x) = a(x) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a(m\Delta x) \delta(x - m\Delta x) \quad \text{--- 6.5b}$$

แต่ละ sample ของ $a(x)$ ในสมการ 6.5b เป็น delta function ซึ่งความสูงให้โดยค่า $a(x)$ ที่ตำแหน่งของ delta function ในรูป 6.2 delta function แสดงโดยลูกศรซึ่งความยาวแปรผันตรงกับความสูงของ delta function

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 6.2 แสดงฟังก์ชันต่อเนื่อง $a(x)$ และแซมเปิลฟังก์ชัน $a_s(x)$ ซึ่งประกอบไปด้วยช่วงของเดลตาฟังก์ชัน

การสร้างฮอโลแกรมโดยการใช้คอมพิวเตอร์มาช่วยในการคำนวณจะต้องการการคำนวณของ Fourier transform $A_s(\xi)$ ของ sampled spatial function $a_s(x)$ ตอนที่เราได้แสดงว่าถ้าการ sampling ทำสำเร็จเป็นไปตามทฤษฎีการ sampling แล้ว Fourier transform ที่แน่นอน $A(\xi)$ ของฟังก์ชันต่อเนื่อง $a(x)$ อาจจะได้มาจาก $A_s(\xi)$ การแปลงกลับ (inverse transformation) จะนำ $a(x)$ กลับคืนมา ในการแปลงสมการ 6.5(a) การเกิดของ $a(x)$ และ $(1/\Delta x)\text{comb}(x/\Delta x)$ ใน spatial domain กลายมาเป็น convolution ของการแปลง $A(\xi)$ และ $\text{comb}(\Delta x \xi)$ ใน frequency domain ดังนั้น

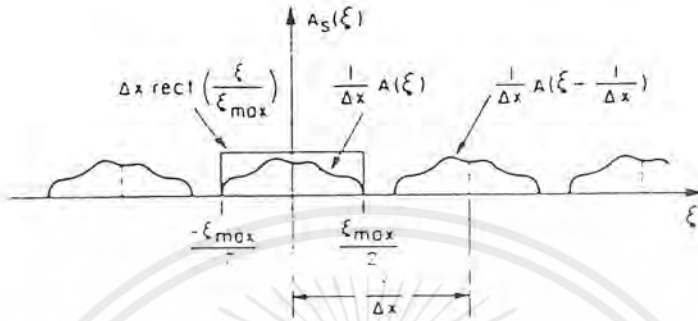
$$\begin{aligned} A_s(\xi) &= A(\xi) * \text{comb}(\Delta x \xi) \\ &= A(\xi) * \left[\frac{1}{\Delta x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(\xi - \frac{m}{\Delta x}\right) \right] \end{aligned} \quad \text{--- 6.6}$$

ใช้ความสัมพันธ์ 6.4 และหาร ξ ด้วย x ในสมการ 6.3 และจากนิยามของ convolution เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} A_s(\xi) &= \frac{1}{\Delta x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(u) \delta\left(\xi - \frac{m}{\Delta x} - u\right) du \\ &= \frac{1}{\Delta x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(u) \delta\left(u - \xi + \frac{m}{\Delta x}\right) du \\ &= \frac{1}{\Delta x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A\left(\xi - \frac{m}{\Delta x}\right) \end{aligned} \quad \text{--- 6.7}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งเราให้มีคุณสมบัติสมมาตรของ delta function และคุณสมบัติ sifting รูป 6.3 แสดง Fourier transform $A_s(\xi)$ เป็นดังอนุกรมปกติของการเลื่อน Fourier transforms $(1/\Delta x) \times A(\xi - m/\Delta x)$



รูป 6.3 พูเรียร์ทรานฟอร์ม $A_s(\xi)$ ของ sample function ซึ่งประกอบด้วยเซตที่ไม่สิ้นสุดของฟังก์ชัน แปรผันกับการแปลงดั้งเดิม $A(\xi)$ ซึ่งเป็นระยะที่ $1/\Delta x$ การคูณเพิ่มของ $A_s(\xi)$ ด้วย rectangular $\Delta x \text{ rect}(\xi/\xi_{\max})$ จะให้ฟูเรียร์ทรานฟอร์ม $A(\xi)$ ของฟังก์ชันเดิม

แต่ละอันแปรผันกับ Fourier transform ของ function ต่อเนื่องดั้งเดิม $a(x)$ และเว้นระยะห่าง $\xi = 1/\Delta x$ สมมติว่าฟังก์ชันดั้งเดิม $a(x)$ เป็น band limited ดังนั้น $A(\xi)$ มีค่าไม่เป็นศูนย์ในช่วง $-\xi_{\max}/2 \leq \xi \leq \xi_{\max}$ การเหลื่อมกันของการเลื่อนการเปลี่ยนแปลง $(1/\Delta x) A(\xi - m/\Delta x)$ จะไม่เกิดขึ้นถ้า

$$\frac{1}{\Delta x} \leq \xi_{\max} \quad \text{หรือ} \quad \Delta x \leq \frac{1}{\xi_{\max}} \quad \text{--- 6.8}$$

ความไม่เท่ากันสมการ 6.8 ระบุระยะห่างการ sampling เป็นไปตามเงื่อนไขของทฤษฎีการ sampling เราเห็นจากรูป 6.3 ว่าเมื่อความไม่เท่ากัน (6.8) Fourier transform $A(\xi)$ สามารถคืนกลับมาจาก Fourier transform $A_s(\xi)$ ของแซมเปิลฟังก์ชัน โดยการคูณเพิ่มอย่างง่ายของ $A_s(\xi)$ ด้วยฟังก์ชัน rectangular $\Delta x \text{ rect}(\xi/\xi_{\max})$ ดังนั้น

$$A(\xi) = A_s(\xi) \Delta x \text{ rect}\left(\frac{\xi}{\xi_{\max}}\right) \quad \text{--- 6.9}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าความไม่เท่ากัน 6.8 ไม่เป็นที่น่าพอใจ แล้วการเหลื่อมกันของการเลื่อน Fourier transform $(1/\Delta x)A(\xi - m/\Delta x)$ จะเป็นไปไม่ได้ในการทำ $A(\xi)$ กลับคืนมา การคูณการของ $A_s(\xi)$ ด้วยฟังก์ชัน rectangular จะอยู่ในบางกรณีที่นอกเหนือไปจาก $A(\xi)$ ผลผิดพลาดจะเรียกว่า *aliasing*

จะได้ $A(\xi)$ จาก samples ของ $a(x)$ ซึ่งเป็นกระบวนการต่อไปเพื่ออินเวอร์สฟูเรียร์ทรานฟอร์มของ $A(\xi)$ และกลับไปสู่ spatial function $a(x)$ เดิม Inverse Fourier transformation ของการเกิดของ $A_s(\xi)$ และ $\Delta x \text{ rect}(\xi/\xi_{\max})$ ในสมการ 6.9 จะเหมือนกันกับใน spatial domain inverse Fourier transforms ของฟังก์ชันเหล่านี้ เราจะได้ inverse Fourier transform ในรูป rectangular

$$\Delta x \text{rect}\left(\frac{\xi}{\xi_{\max}}\right) \subset \Delta x \xi_{\max} \cdot \frac{\sin \pi \xi_{\max} x}{\pi \xi_{\max} x} \quad \text{----- 6.10}$$

เราเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} a(x) &= \mathcal{F}^{-1}[A(\xi)] = a(x) * \left[\Delta x \xi_{\max} \frac{\sin \pi \xi_{\max} x}{\pi \xi_{\max} x} \right] \\ &= \left[\sum_{m=-\infty}^{\infty} a(m\Delta x) \delta(x - m\Delta x) \right] * \left[\Delta x \xi_{\max} \frac{\sin \pi \xi_{\max} x}{\pi \xi_{\max} x} \right] \\ &= \Delta x \xi_{\max} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a(m\Delta x) \frac{\sin[\pi \xi_{\max} (x - m\Delta x)]}{\pi \xi_{\max} (x - m\Delta x)} \quad \text{----- 6.11} \end{aligned}$$

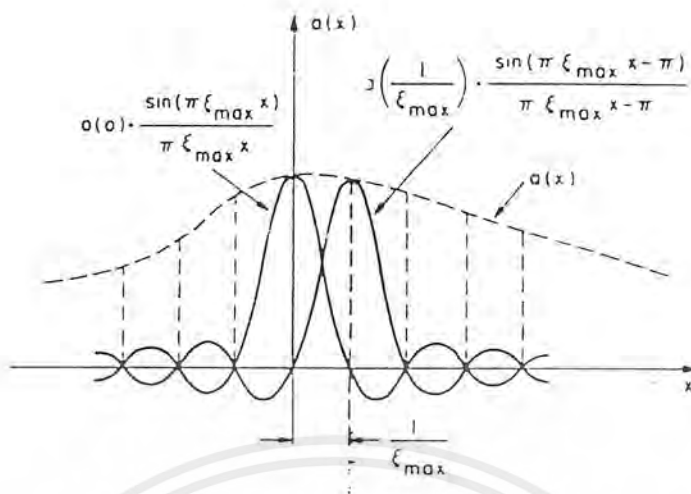
ซึ่งเราจะใช้สมการ 6.5b และคุณสมบัติ sifting ถ้าวาระที่ยอมให้ทำการ sampling สูงสุด $\Delta x = 1/\xi_{\max}$ ถูกเลือกขึ้นมา สมการ 6.11 เป็นรูปแบบง่าย ๆ ไปสู่ความสัมพันธ์

$$a(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{m}{\xi_{\max}}\right) \frac{\sin(\pi \xi_{\max} x - \pi m)}{\pi \xi_{\max} x - \pi m} \quad \text{----- 6.12}$$

รูป 6.4 แสดงการสร้างใหม่ (reconstruct) ของ $a(x)$ กับผลรวมของฟังก์ชัน sine [ของรูปแบบ $(\sin z)/z$] เทอมของผลรวมในสมการ 6.12 แสดงดังนี้

$$\frac{\sin(\pi \xi_{\max} x - \pi m)}{\pi \xi_{\max} x - \pi m}$$

มีค่าหนึ่งที่ตำแหน่ง sampling m th, $x = m/\xi_{\max}$ และค่าศูนย์ที่ตำแหน่ง sampling ที่ทั้งหมดเมื่อการประมวลผลเกิดขึ้นในเทอมในสมการ 6.12 แต่ละตำแหน่งตรงกลางลอนและค่าลบจะคล้อยกับตำแหน่งข้างๆ ลอน ฟังก์ชันต่อเนื่อง $a(x)$ เป็น reconstructed อย่างแท้จริง



รูป 6.4 Reconstruction ของฟังก์ชันดั้งเดิม $a(x)$ จาก sampled function $a_s(x)$ ใน spatial domain

ส่วนประกอบของทฤษฎี sampling ใน two-dimensions ต้องการ comb function ในสมการ 6.5a ถูกแทนที่โดย two-dimensional array ของ delta functions

6.2 Discrete Fourier Transform และ Fast Fourier Transform

อย่างที่ทราบมาก่อนแล้วว่าวิธีการทางคอมพิวเตอร์ของการเกิด Fourier transform holograms ต้องการการคำนวณของ samples ใหญ่ๆมากมายของ Fourier transform ของ subject function ตั้งแต่คอมพิวเตอร์เก็บโคออดิเนตของจำนวนจำกัดเท่านั้นของ sampled ของ subject function มันจะทำรูปแบบกลับคืนมาโดย Fourier transform ของ samples เหล่านี้ เราจะจำกัดการวิเคราะห์ใน one-dimension ก่อน

Fourier transform ของฟังก์ชัน $a(x)$ เป็นดังนี้

$$A(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} a(x) \exp(2\pi i \xi x) dx \quad \text{--- 6.13}$$

ถ้าเราหารด้วย $a(x)$ จากสมการ 6.12 เราจะได้ว่า

$$A(\xi) = \int \sum_{m=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{m}{\xi_{\max}}\right) \frac{\sin(\pi \xi_{\max} x - \pi m)}{\pi \xi_{\max} x - \pi m} \exp(2\pi i \xi x) dx \quad \text{--- 6.14}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บอกได้ว่า

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi \xi_{\max} x - \pi m)}{\pi \xi_{\max} x - \pi m} \exp(2\pi i \xi x) dx \quad \text{--- 6.15}$$

$$= \frac{1}{\xi_{\max}} \text{rect}\left(\frac{\xi}{\xi_{\max}}\right) \exp\left(2\pi i \frac{m\xi}{\xi_{\max}}\right)$$

หารสมการ 6.15 ลงไปในสมการ 6.14 ได้

$$A(\xi) = \frac{1}{\xi_{\max}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a\left(\frac{m}{\xi_{\max}}\right) \exp\left(2\pi i \frac{m\xi}{\xi_{\max}}\right) \quad \text{สำหรับ } \frac{-\xi_{\max}}{2} \leq \xi \leq \frac{\xi_{\max}}{2}$$

$$= 0 \quad \text{--- 6.16}$$

ในสมการ 6.12 เราสมมติว่า $a(x)$ เป็น band-limited function เราจะทำสมมติฐานเพิ่มว่ามันเป็น space limited ถึงช่วง $-x_{\max}/2 \leq x \leq x_{\max}/2$ ซึ่งไม่เป็นไปตามที่ไว้เพราะ band limited function ไม่สามารถเป็น space limited ด้วย และความไม่แน่นอนนำไปสู่การผิดพลาดบางอย่างในการคำนวณ Fourier transform $A(\xi)$ อย่างไรก็ตามเมื่อผลคูณ $x_{\max} \xi_{\max}$ เป็นจำนวนที่ใหญ่กว่าหนึ่ง ซึ่งเป็นกรณีส่วนมากของฮอโลแกรม ข้อผิดพลาดจะละทิ้งได้ [6.3] ถ้า $a(x)$ เป็น space limited ถึงช่วง $\pm x_{\max}/2$ ทฤษฎี sampling รับรองว่า $A(\xi)$ ซึ่งเป็น Fourier transform ของ $a(x)$ สามารถเป็น reconstructed แท้จริงจาก samples ของการแปลงที่เกิดขึ้นที่ช่องว่างของ ξ ให้โดย $\Delta\xi = 1/x_{\max}$ [เปรียบเทียบกับสมการ 6.8] ในการเกิดฮอโลแกรม การคำนวณเวลาถูกเซฟโดยการคำนวณ $A(\xi)$ ที่ sampling points $\xi = n/x_{\max}$ ซึ่ง n เป็นจำนวนเต็ม เราเขียนหนึ่งแซมเปิลของ $A(\xi)$ ในสมการ 6.16 ได้

$$A\left(\frac{n}{x_{\max}}\right) = \frac{1}{\xi_{\max}} \sum_{m=-M/2}^{M/2} a\left(\frac{m}{\xi_{\max}}\right) \exp\left(2\pi i \frac{mn}{\xi_{\max} x_{\max}}\right) \quad \text{--- 6.17}$$

ซึ่ง M เป็นจำนวนรวมของ samples ของ space-limited function $a(x)$ ความสัมพันธ์ 6.17 เรียกว่าเป็น *discrete Fourier transform*

ที่จุดนี้เราประมาณจำนวนของสเตป, เวลา, และค่าที่ต้องการเพื่อคำนวณ discrete Fourier transform ของ subject function บางค่า สำหรับแต่ละ sample $A(n/x_{\max})$ ของ Fourier transform เราต้องคำนวณ M products ให้สอดคล้องกับ M samples ของ subject spatial function เก็บในคอมพิวเตอร์ ถ้าในความเหมาะสมของทฤษฎี sampling samples ภายหลังเหล่านี้จะรับช่วงต่อเหนือระยะระหว่าง $\Delta x = 1/\xi_{\max}$ และถ้า subject spatial function มีความยาว x_{\max} แล้วจำนวนรวมของ stored spatial samples เป็น

$$M = x_{\max} / \Delta x = x_{\max} \xi_{\max} \quad \text{--- 6.18}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทางเดียวกันเราจะได้จำนวนรวมของ Fourier transform samples เป็น

$$N = \xi_{\max} / \Delta\xi = \xi_{\max} x_{\max} \quad \text{----} 6.19$$

เราจะเห็นว่า $M=N$ spatial function ดั้งเดิมและ Fourier transform จะต้องการ samples จำนวนเหมือนกัน การคำนวณของ samples ทั้งหมดของ one-dimensional Fourier transform แสดงการคำนวณของผลรวมของเทอม $MN=N^2$ สำหรับ two-dimensional Fourier transform แสดงโดยแถวของ samples $M \times N$ ซึ่งเทอม N^4 เป็นที่ต้องการ

สมมติว่ามีแถวของ samples 100×100 ของ subject spatial function และสมมติว่าเวลา $30 \mu\text{sec}$ เป็นที่ต้องการเพื่อนำมาคำนวณและเพิ่มหนึ่งเทอมของผลรวมในสมการ 6.17 ภายใต้เงื่อนไขของ samples 100×100 ของ Fourier transform สามารถถูกคำนวณใน 3000 วินาทีหรือน้อยกว่ามากกว่า 1 ชั่วโมง แถวของ samples 100×100 แสดงเป็นรูปภาพไม่ซับซ้อน การสร้าง Fourier transform ของฮอโลแกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์อาจจะปรากฏเป็นภาพมัวๆ แต่โชคดีที่มีเทคนิคการคำนวณ time-saving ที่เรียกว่า *fast Fourier transform*

fast Fourier transform เป็นแนวคิดสำหรับการคำนวณ Fourier transforms โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะช่วยทำ fast Fourier transform โดยใช้หลักการว่า N มีกำลังเป็น 2 ในกรณีนี้ผลรวมของ $4N^2 \log_2 N$ จะเพิ่มขึ้น และต้องการคำนวณ Fourier transform ของ $N \times N$ แถว ซึ่ง \log_2 แสดงเป็นลอการิทึมฐาน 2 เราจะประมาณสมการ 6.4 ของเวลาซึ่งเป็นที่จำเป็นเพื่อคำนวณ Fourier transforms ของแถว $N \times N$ หลายๆแถวผ่านวิธีตรง (เทอม N^4) และผ่าน fast Fourier transform time-saving ของ fast fourier transform ปรากฏดังตาราง 6.1

ตาราง 6.1

แสดงการเปรียบเทียบของการการคำนวณเวลาโดยตรงกับการคำนวณโดยวิธี Fast Fourier Transform

Array size	Direct Computation	Fast Fourier transform
64 × 64	8 min	3 sec
256 × 256	30 h	1 min
512 × 512	20 days	5 min
1024 × 1024	1 yr	20 min

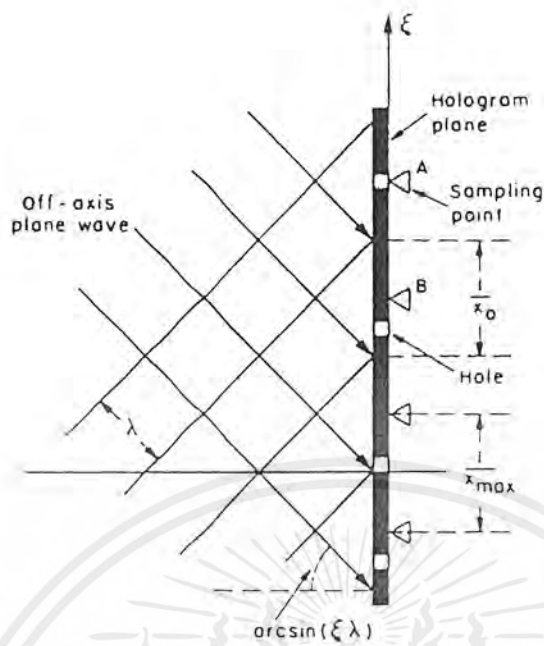
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณ Fourier transform สำหรับแอมพลิจูดประมาณ 1000×1000 สามารถทำได้เมื่อใช้ fast fourier transform

6.3 Binary Fourier Transform Holograms

เราจะพิจารณาที่โครงสร้างซึ่งต้องได้มาโดยคอมพิวเตอร์พล็อตดังนั้น plotter จะสามารถเขียน binary fourier transform hologram เราสมมติว่าฟูเรียร์ทรานซฟอร์มของวัตถุตัวอย่างจะถูกเก็บไว้ในคอมพิวเตอร์โดยเป็น sampling points บนช่องสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่ง spacing จะเหมาะสมตอกันกับทฤษฎีการ sampling sampling points จะครอบคลุมพื้นที่จำกัดของระนาบสมมติ $\xi\eta$ ซึ่งสอดคล้องกับระนาบฟูเรียร์ทรานซฟอร์มของวัตถุและไปถึงระนาบฮอโลแกรม การแสดงฮอโลแกรมในรูปแบบของ binary plotter ต้องสามารถแสดงค่า samples บนพื้นผิวจริงได้เสมือนเป็นแถวของแต่ละส่วนที่แสงผ่านหรือแสงไม่ผ่าน เพราะความละเอียดจำกัดของ plotter sampling intervals และ sample areas จะเป็นสเกลภาพขยายของฮอโลแกรม ภายหลังกระบวนการทางแสงจะลดขนาดฮอโลแกรมลง ข้อจำกัดในการส่งผ่านแบบ binary ทำให้ฮอโลแกรมง่ายในการเขียน plotter ที่ถูกควบคุมโดยคอมพิวเตอร์มีมากอย่างเช่นสามารถผลิต two extreme transmittances , 1 หรือ 0 ดังนั้นมันจะไม่เป็น gray tones การลดขนาดภาพสามารถกระทำด้วยกระบวนการ high-contrast (การสร้างฮอโลแกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์สามารถแสดงโดยพล็อตเตอร์เป็นโทนต่อเนื่อง [6.5])

เรานำขนาดของรูปแบบฮอโลแกรมกับคุณภาพรูปภาพของกระบวนการ ในการแสดง 2 ลักษณะนี้เราจะละเอียดการปฏิบัติจริงของรูปแบบฮอโลแกรมภาพขยายและลดขนาดมันลง รูป 6.5 แสดงว่าใน one-dimensional ฮอโลแกรมที่อยู่ในระนาบ Fourier transform ξ ของวัตถุและถูกฉายแสงโดยระนาบคลื่นแบบ off-axis



รูป 6.5 แสดงระนาบคลื่น off-axis ฉายแสงแบบ one-dimensional ซึ่งสร้างโดยคอมพิวเตอร์ ฮอโลแกรมเป็นช่องของรูเล็กๆในระนาบที่บแสง

ส่วนของคลื่นนี้จะเลี้ยวเบนจากฮอโลแกรมและสร้าง holographic image เฟสของคลื่นในระนาบของฮอโลแกรม $2\pi\xi x_0$ แปรผันเชิงเส้นกับ ξ และเพิ่มโดย 2π เรเดียนในระหว่าง $\Delta\xi = 1/x_0$ ซึ่ง x_0 เป็นตำแหน่งของแหล่งกำเนิดแสงใน spatial plane บนระนาบ Fourier transform หรือระนาบฮอโลแกรมของรูปภาพ เครื่องหมายสามเหลี่ยมชี้ระยะห่างปกติ sampling point ที่ซึ่ง fourier transform ถูกคำนวณ ระยะห่างเป็น $1/x_{max}$ ซึ่ง x_{max} เป็นขอบเขตระยะรวมของวัตถุ ($\pm x_{max}/2$) เรามีเช็ทที่ว่า $1/x_{max} = 1/x_0$

จะสมมติว่าระนาบฮอโลแกรม ξ เริ่มต้น ที่ส่วนที่บแสงเพื่อจะเข้ารหัสคำนวณ Fourier transform complex amplitude ในฮอโลแกรม เราจะเจาะระนาบเป็นช่องเล็กๆแต่ละช่องจะรวมเป็น sampling points และมีพื้นที่แปรผันกับแอมพลิจูดจริงของ fourier transform ที่ถูกคำนวณสำหรับจุด ตำแหน่งของช่องสัมพันธ์กับ sampling point ซึ่งจะเข้ารหัสเฟสของ fourier transform sample สมมติว่าเฟสของคลื่นฉายแสงไปที่ sampling point A เป็นการคำนวณที่แม่นยำสำหรับวัตถุ fourier transform sample ที่ A เราสามารถเจาะระนาบที่ A พร้อมด้วยช่องเล็กๆของพื้นที่ที่เหมาะสมที่ sampling point B ซึ่งมีระยะ $1/x_{max}$ เฟสของคลื่นฉายแสงและ fourier transform sample ที่ถูกคำนวณสำหรับ B จะไม่เป็นที่ยอมรับ ถ้ามันเกิดผลสมมติว่าเฟสของฟังก์ชันต่อเนื่อง fourier transform จะแปรผันอย่างเรียบและซ้ำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระหว่าง A และ B วิธีการประมาณสามารถถูกใช้เพื่อเข้ารหัสเฟส ϕ_B ของ fourier transform sample จะถูกคำนวณสำหรับค่า B ตำแหน่งของช่องเล็กๆซึ่งพื้นที่เป็นการประมาณสำหรับ sampling point B จะถูกย้ายไปตามระนาบของฮอโลแกรมย้ายไปจาก B จนกระทั่งเฟสของคลื่นฉายแสงถูกพบ ϕ_B ตำแหน่งที่ถูกเจาะรูจะถูกทำที่จุด (point) ในทางเดียวกัน fourier transform samples จะถูกพล็อตเมื่อฮอโลแกรมเป็นการฉายแสงโดยระดับคลื่น off axis หน้าคลื่นเลี้ยวเบนจะประมาณเป็น fourier transform ของการส่งผ่านวัตถุ ระดับซึ่งหน้าคลื่นเหมือนจริงจนแสดงโดยขึ้นอยู่กับ fourier transform อย่างไรก็ตามช่องเล็กๆจะเป็นตำแหน่งที่ใกล้เคียงกับการพิสูจน์ทฤษฎี sampling และในข้อผิดพลาดเสนอโดยวิธีประมาณของ encoding phase ด้วยการแปลงฟูเรียร์ทางแสงของคลื่นเลี้ยวเบนจะให้อิมเมจของวัตถุ

ขณะนี้เราพิจารณาการเกิดฮอโลแกรมใน 2 มิติเป็นปริมาณมากมาย complex amplitude ที่วัตถุ (x,y) เป็นช่องว่างจำกัดและไม่เป็นศูนย์สำหรับ

$$|x| \leq x_{\max}/2, |y| \leq y_{\max}/2 = x_{\max}/2 \quad \text{--- 6.20}$$

โดยการฉายแสงเป็นรูปแบบฮอโลแกรมที่เหมาะสมเราต้องการผลิต waveform ซึ่ง complex amplitude เป็น $A(\xi, \eta)$ ซึ่งเป็น fourier transform ของ $a(x,y)$ ดังนั้น $A(\xi, \eta)$ จะถูกสร้างใหม่จากการคำนวณ sample ของฟังก์ชัน เราจะชี้ว่าสิ่งนี้ได้แสดง $A(\xi, \eta)$ สมการ (6.12) สามารถแก้ไขให้ใช้ประโยชน์ได้ เสมือนว่าเราเขียนเพื่อแสดง spatial function ซึ่ง fourier transform เป็น band limited โดยแลกเปลี่ยนกันระหว่าง ξ กับ x และ η กับ y รูปแบบสามารถแสดง spatial frequency function ซึ่งเปลี่ยนแปลงใน spatial domain เป็น space limited ดังนั้นใน 2 มิติ spatial frequency ของสมการ 6.12 เป็น

$$A(\xi, \eta) = \sum_m \sum_n A\left(\frac{m}{x_{\max}}, \frac{n}{x_{\max}}\right) \frac{\sin(\pi \xi x_{\max} - \pi m)}{\pi \xi x_{\max} - \pi m} \frac{\sin(\pi \eta x_{\max} - \pi n)}{\pi \eta x_{\max} - \pi n} \quad \text{--- 6.21}$$

ซึ่ง (m,n) ระบุ sampling point บนระนาบความถี่ เส้นสีจะถูกใช้เพื่อแสดง inverse fourier transform ของ $A(\xi, \eta)$ และแสดง ระนาบหลังโฟกัส อิมเมจของ spatial function ของวัตถุดั้งเดิม $a(x,y)$ เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} A(x,y) &= \mathcal{F}^{-1}[A(\xi, \eta)] \\ a(x,y) &= \left(\frac{1}{x_{\max}}\right)^2 \text{recl}\left(\frac{x}{x_{\max}}\right) \text{recl}\left(\frac{y}{x_{\max}}\right) \times \\ &\quad \sum_m \sum_n A\left(\frac{m}{x_{\max}}, \frac{n}{x_{\max}}\right) \exp\left[-2\pi i \left(\frac{m}{x_{\max}}x + \frac{n}{x_{\max}}y\right)\right] \quad \text{--- 6.22} \end{aligned}$$

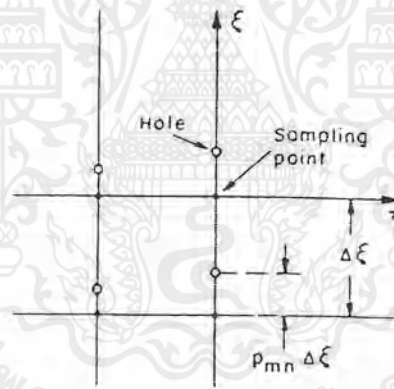
เราจะพิจารณา $a(x,y)$ ในสมการ 6.22 เสมือน complex amplitude ของอิมเมจวัตถุ ซึ่งได้มาจากการสร้างด้วยคอมพิวเตอร์เป็นอุดมคติ ซึ่งเรียก fourier transform hologram

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสร้างฮอโลแกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์จะอธิบายถึงปริมาณระนาบของรูทึบแสงจำนวนมากใหญ่ๆของช่องเล็กๆซึ่งเป็นการแสดงทางคณิตศาสตร์โดยเป็น two-dimensional array ของ delta function $H(\xi, \eta)$ $H(\xi, \eta)$ เป็นการฉายแสงโดยระนาบคลื่น off-axis ซึ่งเฟสจะแปรผันกับ ξ เท่านั้น ดังแสดงในรูป 6.5 delta function ในทอมของ lattice ของ sampling point สำหรับ fourier transform ของวัตถุจะถูกคำนวณ sampling point บนระนาบความถี่จะเป็นช่องว่างโดยเท่ากับระยะทาง $\Delta\xi = \Delta\eta$ ในทิศทาง ξ และ η ดังนั้นเฟสของคลื่นการฉายแสงจะแปรผันกับทิศทาง ξ เท่านั้น การถอดรหัสเฟส เป็นผลในทิศทาง ξ และเป็นผลโดยการย้ายรูของมันซึ่งเกี่ยวเนื่องกับ sampling point $(m\Delta\xi, n\Delta\xi)$ ระยะทางเล็กๆ p_{mn} $\Delta\xi$ ในทิศทาง ξ (ดูรูป 6.6) เราอาจเขียนแถวของช่อง $H(\xi, \eta)$ ได้

$$H(\xi, \eta) = \sum_m \sum_n B_{mn} \delta[\xi - (m + p_{mn})\Delta\xi] \cdot \delta(\eta - n\Delta\xi) \quad \text{--- 6.23}$$

เราตามถึงในเงื่อนไขซึ่งทำให้ complex amplitude ของอิมเมจเกิดขึ้นโดย $H(\xi, \eta)$ สมมูลกับ $a(x, y)$ ในสมการ 6.22



รูป 6.6 แสดงส่วนเล็กๆของการสร้างฮอโลแกรมโดยคอมพิวเตอร์

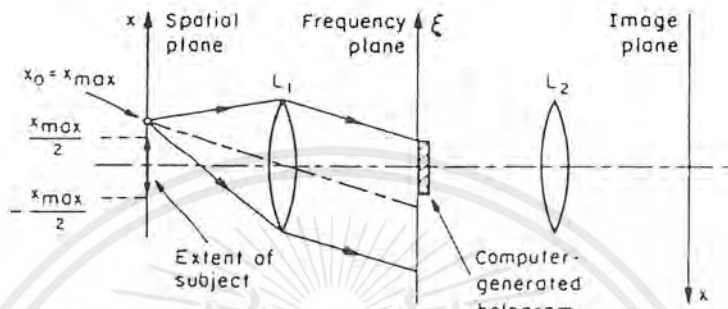
ถ้าช่องเป็นการเปรียบเทียบเล็กน้อยกับ $\Delta\xi$ การประมาณของการส่งผ่านโดย delta function จะมีผล ความสูงของ delta function B_{mn} แปรผันกับพื้นที่ของช่อง การฉายแสงของฮอโลแกรม $H(\xi, \eta)$ โดยระนาบคลื่น off-axis ได้มาจากจุดกำเนิดซึ่งตั้งอยู่ใน spatial plane ที่ $(x=x_0, y=0)$ (ดูรูป 6.7) เพื่อผลิต complex amplitude ที่ระนาบของฮอโลแกรม

$$\begin{aligned} W(\xi, \eta) &= \exp(2\pi i x_0 \xi) H(\xi, \eta) \\ &= \exp(2\pi i x_0 \xi) \sum_m \sum_n B_{mn} \delta[\xi - (m + p_{mn})\Delta\xi] \delta(\eta - n\Delta\xi) \quad \text{--- 6.24} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในระนาบหลังโฟกัสของเลนส์ L_2 ในรูป 6.7 แสดง inverse fourier transform ของ W

$$w(x, y) = \mathcal{F}^{-1}[W(\xi, \eta)] \\ = \sum_m \sum_n B_{mn} \exp[-2\pi i(m + p_{mn})(x - x_0)\Delta\xi] \exp(-2\pi i y n \Delta\xi) \quad \text{--- 6.25}$$



รูป 6.7 การเตรียมการฉายแสงฮอโลแกรมที่สร้างด้วยคอมพิวเตอร์และแสดงอิมเมจใน ระนาบหลังโฟกัส ของเลนส์ L_2

ถ้า fourier transform sample ถูกคำนวณที่ช่วงสูงสุดระหว่าง $\Delta\xi$ ซึ่งได้รับการยอมรับโดยทฤษฎีการ sampling แล้วเรามี

$$\Delta\xi = 1/x_{\max} \quad \text{--- 6.26}$$

เมื่อค่านี้คูณหารในสมการ 6.25 spatial function W จะเป็น

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n B_{mn} \exp\left[-2\pi i \frac{(m + p_{mn})(x - x_0)}{x_{\max}}\right] \exp\left(-2\pi i \frac{y n}{x_{\max}}\right) \quad \text{--- 6.27}$$

ฮอโลแกรมจะถูกสร้างเมื่อ $W(x, y)$ เป็นแสงเลี้ยวเบนโดยฮอโลแกรมไปสู่ระนาบอิมเมจซึ่งจะบ่งบอกด้วย complex amplitude function ของวัตถุดั้งเดิม $a(x, y)$ ในสมการ 6.22

ขนาดของ $W(x, y)$ ใน 6.27 จะเท่ากับ $a(x, y)$ ใน 6.22 เมื่อ

$$B_{mn} = \left(\frac{1}{x_m}\right)^2 \left|A\left(\frac{m}{x_{\max}}, \frac{n}{x_{\max}}\right)\right| \quad \text{--- 6.28}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อพื้นที่ของช่องเล็กๆแปรผันกับค่าสัมบูรณ์ของแอมพลิจูดของ fourier transform นอกจากเฟสจะเพิ่ม $-2\pi p_{mn}(x/x_{\max})$ ในสมการ 6.27 เฟสของ $W(x,y)$ ใน 6.27 และ $a(x,y)$ ใน 6.22 จะเท่ากันเมื่อ

$$2\pi(m + p_{mn}) \frac{x_0}{x_{\max}} = \arg \left[A \left(\frac{m}{x_{\max}}, \frac{n}{x_{\max}} \right) \right] \quad \text{----- 6.29}$$

เราสามารถใส่สมการ 6.29 ง่ายๆโดยเลือก

$$\frac{x_0}{x_{\max}} = M \quad \text{----- 6.30}$$

ซึ่ง M เป็นจำนวนเต็มบวก ผลคูณอินทิเกรตของ 2π เรเดียน ซึ่งคือ $2\pi m M$ บนด้านซ้ายของ 6.29 สามารถละทิ้งได้ เราจะได้ว่า

$$2\pi p_{mn} M = \arg [A(m/x_{\max}, n/x_{\max})]$$

หรือ

$$p_{mn} = \frac{\arg [A(m/x_{\max}, n/x_{\max})]}{2\pi M} \quad \text{----- 6.31}$$

สมการ 6.28 และ 6.31 เป็นเงื่อนไขสำหรับการเกิดฮอโลแกรมมันจะบัญญัติพื้นที่และตำแหน่งของแต่ละช่องเล็กๆหรือจุดโปร่งแสงของฮอโลแกรม ถ้าเราเลือก $M=1$ ดังนั้น $x_0 = x_{\max}$ แล้วตำแหน่งของแหล่งกำเนิดแสงแบบจุดเป็นเงื่อนไขแสดงในรูป 6.7

ข้อผิดพลาดของเฟส $-2\pi p_{mn}(x/x_{\max}) = -2\pi(p_{mn} \Delta \xi)x$ จะตัดทิ้งได้ในสมการ 6.29 เนื่องจากการแยกแยะ (ในระนาบความถี่) $p_{mn} \Delta \xi$ ของช่องเล็กๆใดๆจาก sampling point ที่เกี่ยวข้อง

ในความพยายามเพื่อเข้ารหัสเฟสของ fourier transform sample จะถูกคำนวณที่จุด sampling เรามีสมมติฐานว่าเฟสของฟังก์ชันต่อเนื่อง fourier transform ยังคงไม่ขึ้นกับ ξ ระหว่างจุด sampling และจะเปลี่ยนแปลงโดยทันทีที่ sampling point ข้อผิดพลาดในเฟสของคลื่นเลี้ยวเบนจะเกิดขึ้นเมื่อใดก็ตามที่พฤติกรรมของเฟสจริงๆ ของการเปลี่ยนแปลงไม่ตรงกันกับสมมติฐานความเป็นจริงส่วนมากใกล้เคียงกับสมมติฐานว่าเฟสของฟังก์ชันต่อเนื่อง fourier transform จะแปรผันอย่างช้าๆตลอดระยะห่างการ sampling หนึ่งนั้นสามารถประมาณว่าเฟสแปรผันเป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง fourier transform ระหว่าง sampling point ซึ่งเป็นเส้นโค้งราบเรียบอยู่บนพื้นที่ของข้อมูลเฟสที่ sampling point ช่องที่ตำแหน่งซึ่งเฟสของเส้นโค้งเท่ากับเฟสของคลื่นการฉายแสง (6.2) phase error จะถูกลดค่าลงโดยวิธีการนี้

ฮอโลแกรมถูกสร้างขึ้นจากช่องเล็กๆ เปรียบเทียบกับระยะห่าง sampling ซึ่งจะไม่มีประโยชน์ในการใช้ฉายแสง ดังนั้นส่วนมากของพื้นที่ของฮอโลแกรมจะทึบแสง ประสิทธิภาพของฮอโลแกรมโดยปกติจะให้แสงผ่านประมาณ 50 % โดยสมมติแทนที่ช่องเล็กๆเราเลือก

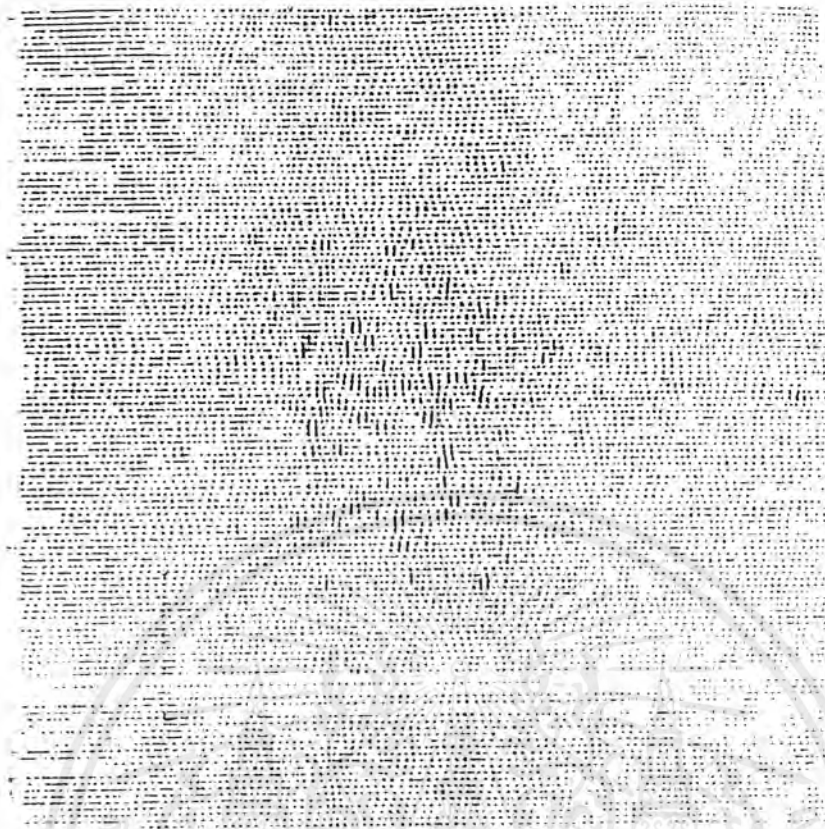
ช่อง rectangulate aperture ซึ่งพื้นที่แปรผันกับแอมพลิจูดของ fourier transform sample ที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนูญาติเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ sampling point และ dimension ไม่ยาวเกินไปเทียบกับระยะห่างการ sampling แต่ละ delta function ใน W ของ 6.24 ต้องถูกแทนที่ด้วยฟังก์ชัน rect เช่น เอกโพเนนเชียลจะปรากฏในแต่ละเทอมของฟูรีเยร์ทรานส์ฟอร์มของ W ในสมการ 6.25 และ 6.27 จะต้องเพิ่มขึ้นในการคูณ $((\sin x)/x)(\sin y)/y$ การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันไซน์เหล่านี้กับ x หรือ y เป็นสาเหตุจากแอมพลิจูดของอิมเมจ $W(x,y)$ อยู่สูงจากแอมพลิจูดของฟังก์ชันวัตต์ดั่งเดิม จะเด่นชัดโดยเฉพาะที่ค่ามากๆของ x และ y เช่นที่ขอบของอิมเมจเสมือนขนาดของ aperture จะเพิ่มขึ้น แอมพลิจูดจะตกลงเป็นเหตุให้วินิจฉัยได้ อย่างไรก็ตาม มันสามารถชดเชยการคำนวณฮอโลแกรมโดยการเพิ่มฟังก์ชันวัตต์ดั่งเดิมที่เก็บไว้ในคอมพิวเตอร์โดยการขึ้นๆลงๆของฟังก์ชันไซน์ซึ่งเหมาะสมกับขนาดเฉลี่ยของ aperture มันเป็นไปได้ในการเลือกขนาดและรูปร่างของ aperture ซึ่งจะเพิ่มประสิทธิภาพของฮอโลแกรมและเข้าคู่ได้กับความสามารถของ plotter

binary hologram เปรียบเหมือนฮอโลแกรมบันทึกบนวัสดุที่ไม่เป็นเชิงเส้นอย่างมาก การวิเคราะห์ขั้นต้นแสดงว่า complex amplitude ของอิมเมจสามารถเกิดขึ้นอย่างปราศจากความผิดพลาดของอิมเมจเกี่ยวเนื่องกับการบันทึกแบบไม่เชิงเส้น การ sampling จะนำไปสู่ spectra ในระดับที่สูงกว่าดังรูป 6.3 อย่างไรก็ตาม spectral order จะไม่เหลื่อมซ้อนกันเมื่อทฤษฎี sampling ถูกนำมาใช้ (ดูสมการ 6.8)

รูป 6.8 แสดงการสร้างด้วยคอมพิวเตอร์เป็น binary fourier transform hologram และรูป 6.9 เป็น photograph ของอิมเมจเกิดโดยเสมือนฮอโลแกรม ในกรณีนี้ฮอโลแกรมจะถูกคำนวณสำหรับวัตต์ถูกฉายแสงผ่าน diffusion screen ดังนั้นมันจะปรากฏเป็นเม็ดเล็กๆของอิมเมจ



รูป 6.8 การสร้างฮอโลแกรมด้วยคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นฮอโลแกรมแบบ binary fourier transform

6.4 การประยุกต์ใช้งาน

การใช้งานสำหรับการสร้างฮอโลแกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์ได้เริ่มต้นใช้กันบ้างแล้ว และปัจจุบันนี้มันไม่เป็นที่จำกัดในการใช้ซึ่งเสนอว่าฮอโลแกรมจะเหมาะสมสำหรับอิมเมจ 3 มิติ ข้อมูลจะถูกเก็บไว้ในคอมพิวเตอร์ ดังนั้นวัตถุประสงค์ของการสร้างฮอโลแกรมโดยคอมพิวเตอร์จะไม่ต้องการวัดดูทางกายภาพจริงๆ การคำนวณฮอโลแกรมอาจจะใช้การแสดงผลของ 3D ออกแบบวัตถุ อย่างไรก็ตามก็มีความกระตือรือร้นที่จะใช้คอมพิวเตอร์สร้างฮอโลแกรมซึ่งจะเหมือนจริงว่าฮอโลแกรมของวัตถุที่สะท้อนกับมุมที่กว้างจะต้องการการคำนวณที่ยิ่งใหญ่ ในภาพของปัญหาที่เกิดขึ้นนี้มันดูเหมือนว่าไม่น่าจะคำนวณฮอโลแกรมที่ต้องทำงานหนักขนาดนี้

spatial filter ปรากฏเป็นการประยุกต์สำหรับการสร้างฮอโลแกรมโดยคอมพิวเตอร์ หลากๆกระบวนการทำ photographic จะต้องการให้ได้มาซึ่ง filter และผลลัพธ์ก็เป็นที่ปรารถนา คอมพิวเตอร์สามารถสร้าง hologram filter อย่างสมบูรณ์ในกระบวนการหนึ่งและเป็นไปได้ในการพิสูจน์ผล filter ถูกคำนวณสำหรับแปลงเฟสวัตถุไปสู่แอมพลิจูดของวัตถุ schlieren filter หรือ Zernike phase filter ดังแสดงใน 6.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

แนวทางในการออกแบบและการทำงาน

3.1 ขั้นตอนในการทำโครงการ

ในขั้นต้นเราได้ศึกษาการวิเคราะห์ฟูเรียร์ทรานฟอร์ม โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการวิเคราะห์ ซึ่งจะช่วยให้การวิเคราะห์ทำได้เร็วขึ้น และนำค่าฟูเรียร์ทรานฟอร์มที่วิเคราะห์ได้มาสร้าง synthesized Fourier transform Hologram ในคอมพิวเตอร์

3.2 หลักการและแนวทางในการสร้างฮอโลแกรม

1. ทำการสร้างวัตถุหรือฉากให้มีเมตริกซ์ขนาด $N \times N$ และให้อยู่ในบริเวณพื้นที่ขนาด $W \times W$
2. นำวัตถุหรือฉากที่สร้างขึ้นไปคำนวณหาหน้าคลื่นของวัตถุหรือฉากนั้น โดยผ่านกระบวนการคำนวณโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์ทรานฟอร์มอย่างรวดเร็ว ซึ่งหน้าคลื่นที่คำนวณได้จะเป็นฟูเรียร์ทรานฟอร์มขนาด 2 มิติ และเป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งฟูเรียร์ทรานฟอร์มที่คำนวณได้จะมีค่า $|F(u, v)| \exp[i\phi(u, v)]$ ในการวิเคราะห์เฟสโดยวิธี delayed sampling จะแสดงค่า $|F(u, v)| \exp[i\phi(u, v)]$ ได้ดังนี้

$$|F(u, v)| \exp[i\phi(u, v)] = F_1(u, v) - F_3(u, v) + iF_2(u, v) - iF_4(u, v)$$

เมื่อ

$$F_1(u, v) = \begin{cases} |F(u, v)| \cos \phi(u, v) & \text{if } \cos \phi(u, v) > 0 \\ 0 & \end{cases}$$

$$F_3(u, v) = F_1(u, v) - |F(u, v)| \cos \phi(u, v)$$

$$F_2(u, v) = \begin{cases} |F(u, v)| \sin \phi(u, v) & \text{if } \sin \phi(u, v) > 0 \\ 0 & \end{cases}$$

$$F_4(u, v) = F_2(u, v) - |F(u, v)| \sin \phi(u, v)$$

3. ฟูเรียร์ทรานฟอร์มที่คำนวณได้จะเป็นฟูเรียร์ทรานฟอร์มที่มีเมตริกซ์ขนาด $N \times N$ และอยู่ในบริเวณพื้นที่ขนาด $W \times W$ และพิจารณาการแยกของฟังก์ชันจะได้ว่า

$$G_s(u, v) = G(u, v) \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(u - n/W + b, v - m/W)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\delta(u, v)$ คือ ฟังก์ชันของ Dirac delta ขนาด 2 มิติ ค่าคงที่ b เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการเลื่อน ถ้า $g_s(x, y)$ เป็นค่าฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของ $G_s(u, v)$ จะได้ว่า

$$g_s(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} t_n(x - nW, y - mW)$$

เมื่อ $t_n(x, y) = g(x, y) \exp(i2\pi mbW)$

จากสมการข้างบนจะได้ว่าค่าแฟคเตอร์ของเฟส $\exp(i2\pi mbW)$ จะมีค่าเปลี่ยนแปลงตามค่าของ $t_n(x, y)$ ซึ่งค่าแฟคเตอร์ของเฟสที่ได้จะบันทึกค่าของเฟสซึ่งประกอบด้วย 4 ควอดรันต์ของจำนวนเชิงซ้อนของหน้าคลื่น ถ้าสมมุติให้หน้าคลื่นเป็นฟังก์ชันของ $t_1(x, y)$ จะได้ความสัมพันธ์ของ $t_1(x, y)$ และ b ที่ค่าต่างๆของ b ที่น่าสนใจในการที่จะถูกใส่ในค่าเมตริกซ์ คือ

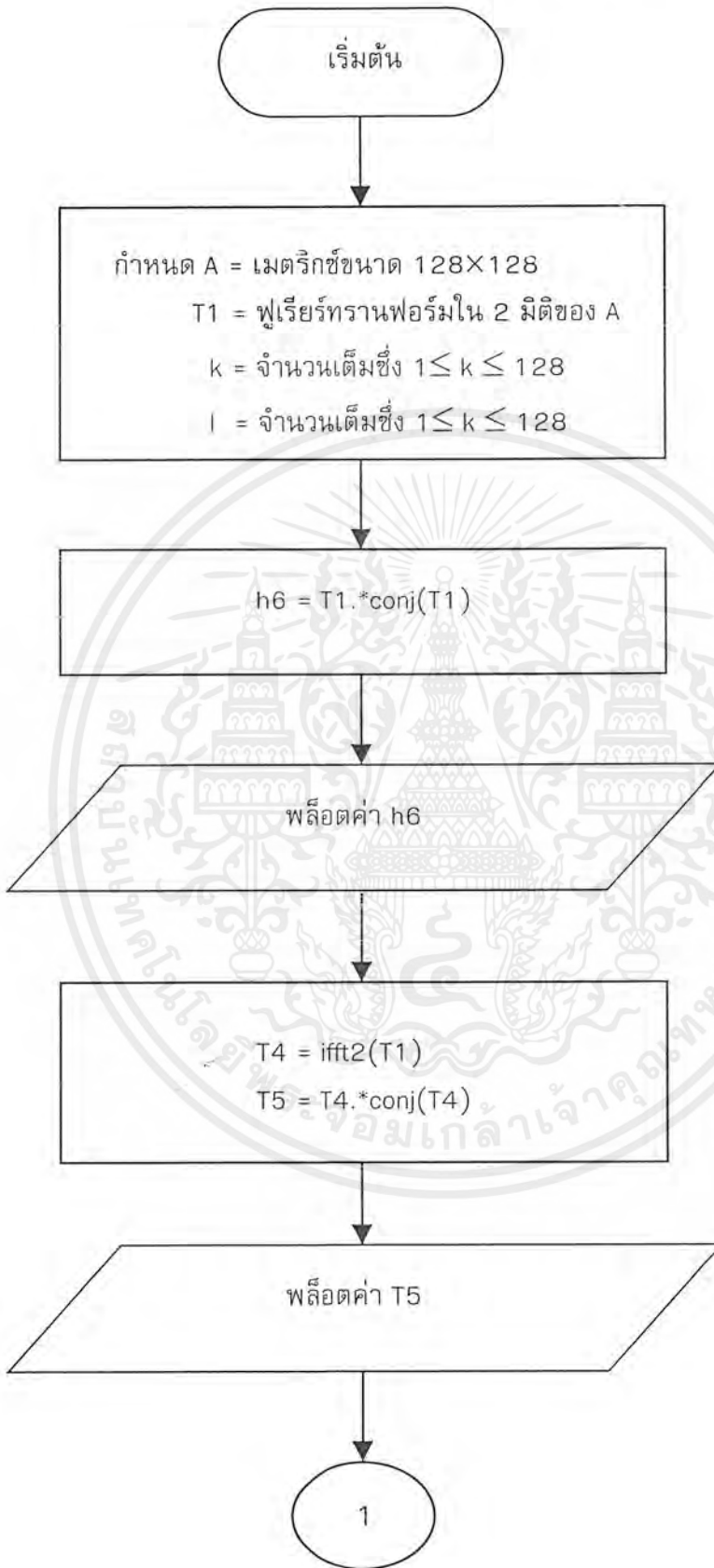
b	$t_1(x, y)$
0	$g(x, y)$
$1/4W$	$ig(x, y)$
$1/2W$	$-g(x, y)$
$3/4W$	$-ig(x, y)$

ค่าความสัมพันธ์ดังกล่าวจะเป็นจริงได้เมื่อค่า n มีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มคือ

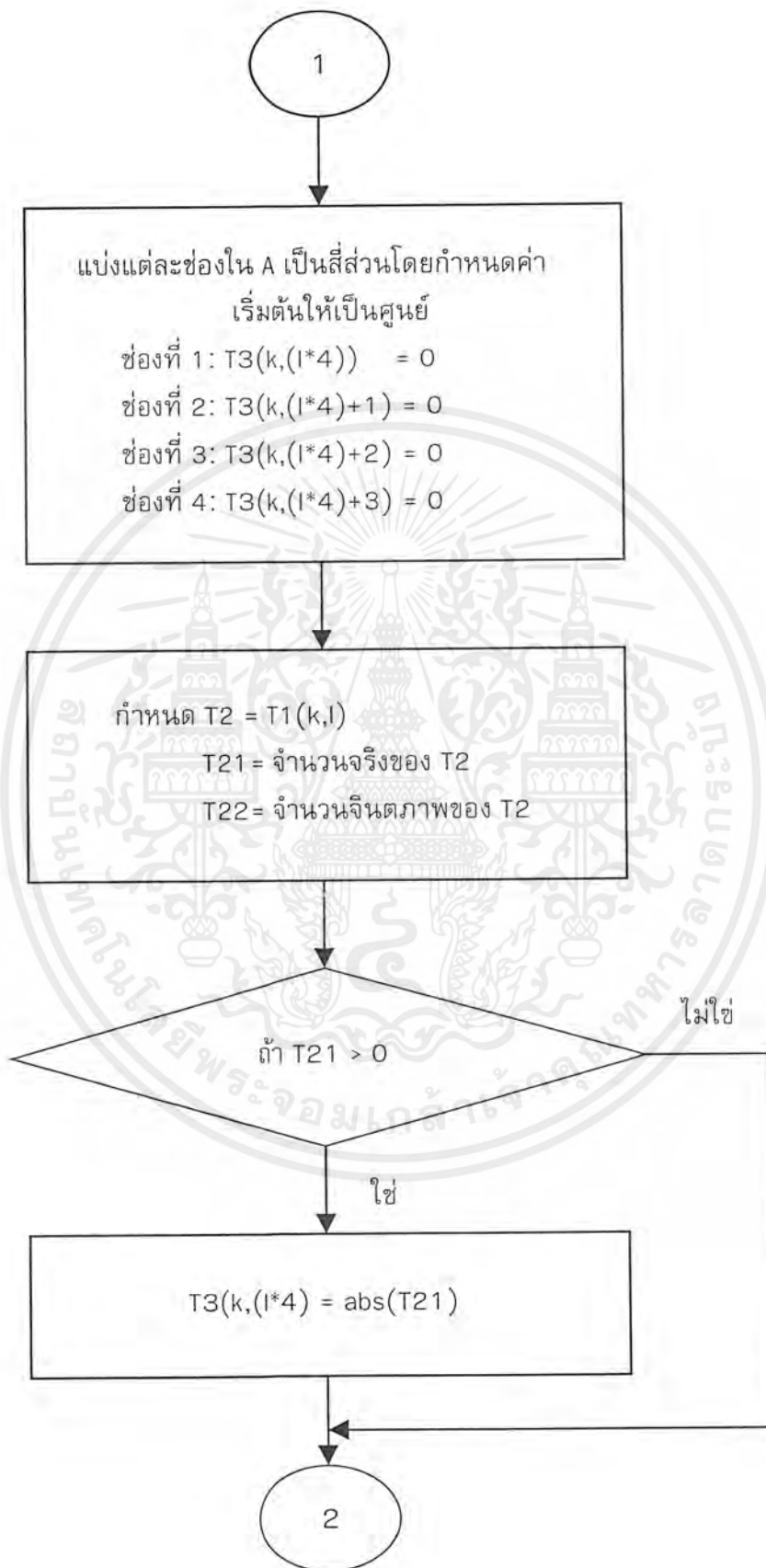
- นำค่าที่ได้จากการประยุกต์เทคนิคของ delayed sampling มาเป็นค่าแอมพลิจูดของการส่งผ่านของ synthesized hologram ซึ่งฮอโลแกรมที่เกิดขึ้นจะมีเมตริกซ์ขนาด $N \times 4N$

3.3 รูปแบบการทำงานของโปรแกรมการสร้างฮอโลแกรม

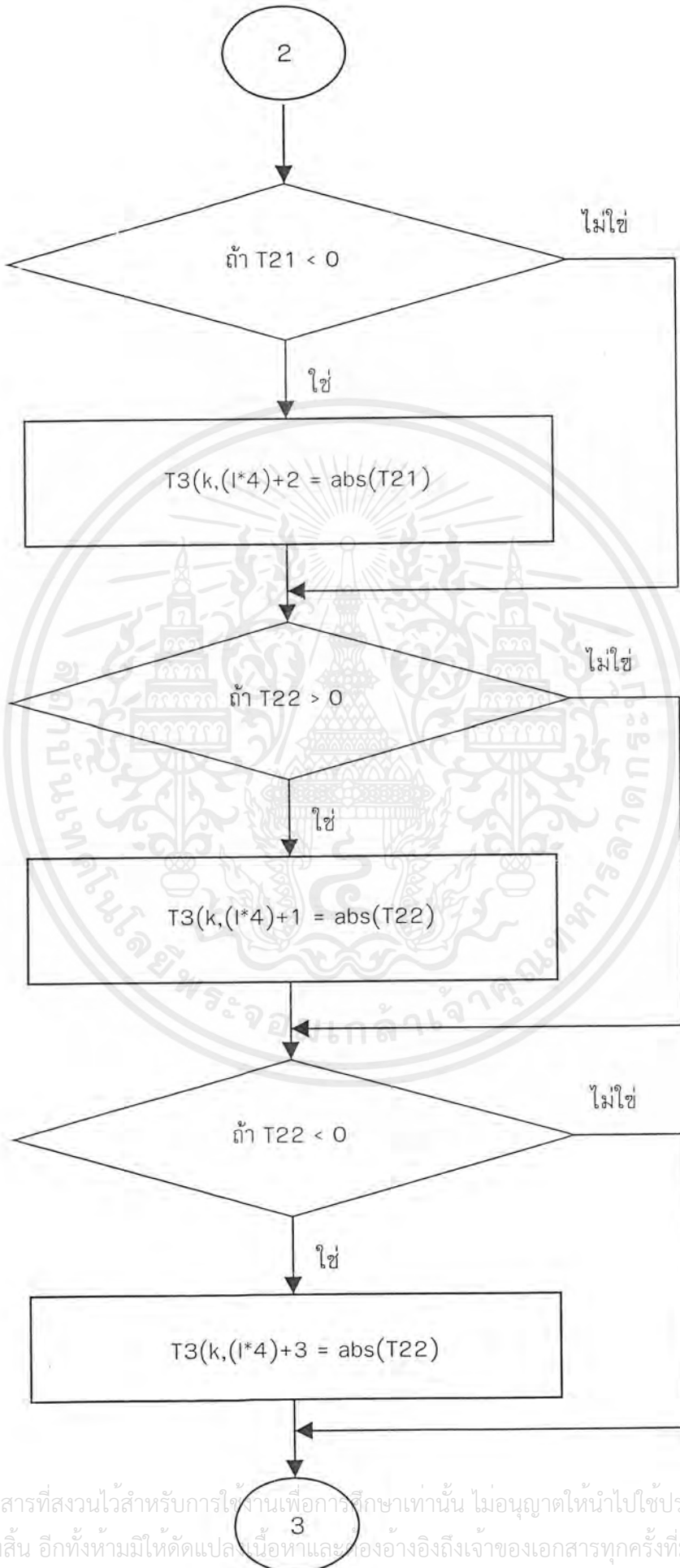
รูป 3.1 แสดงขั้นตอนการทำงานของการสร้างฮอโลแกรม



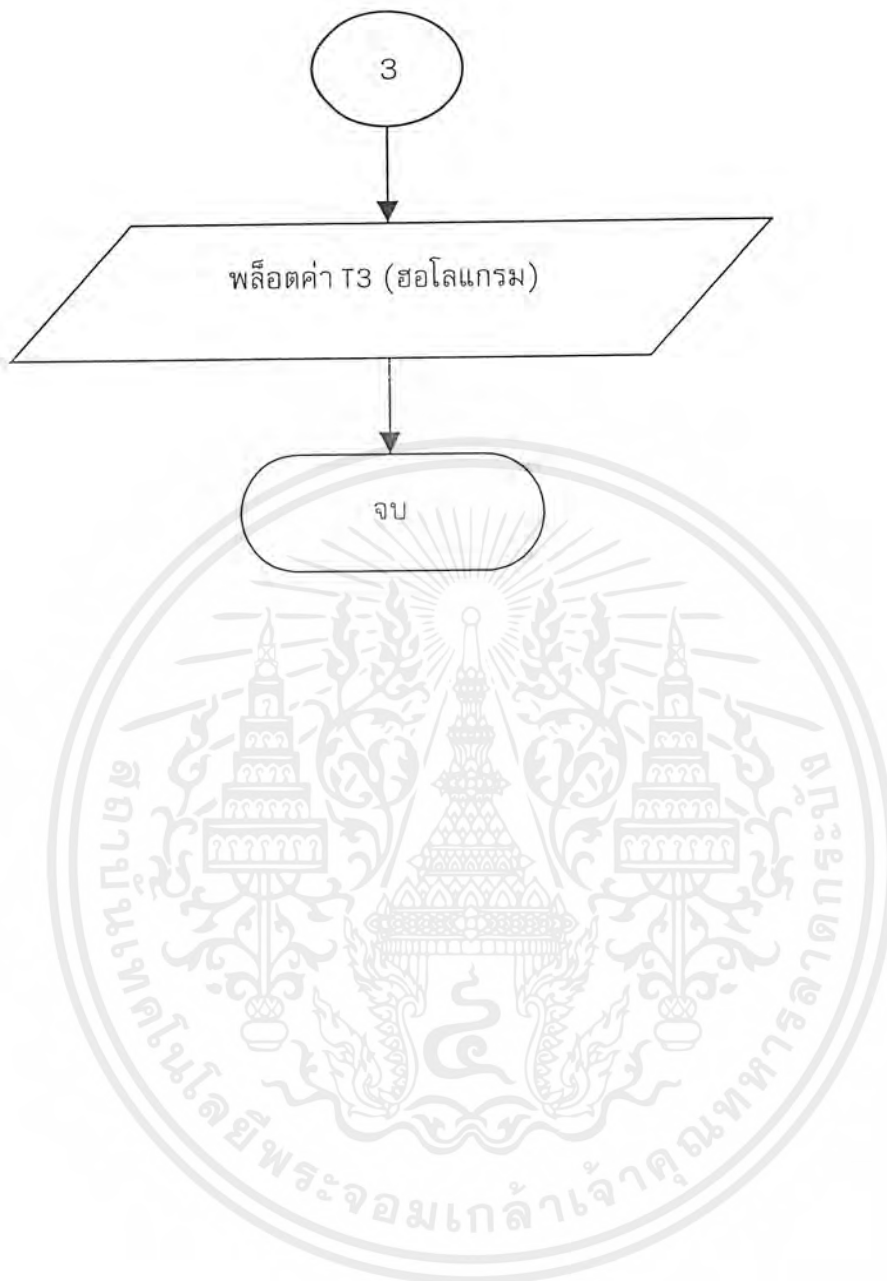
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

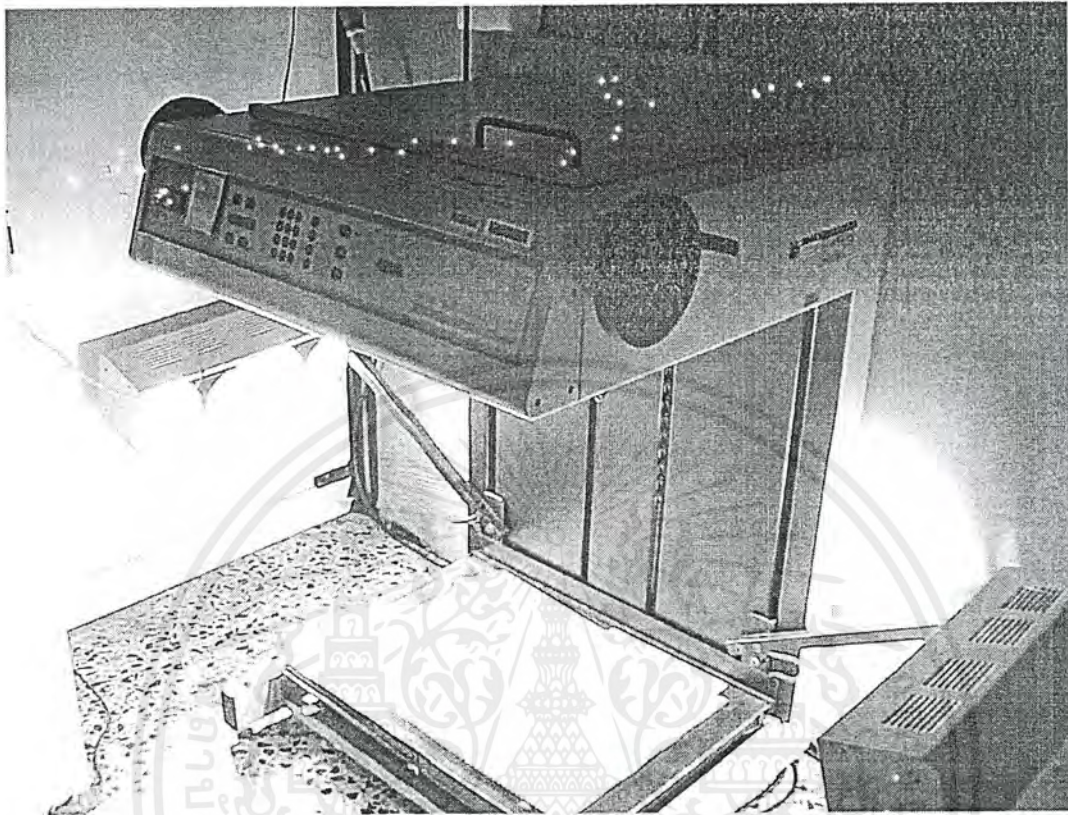
การทดลอง

4.1 วัตถุประสงค์การทดลอง

- 4.1.1 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของวัตถุเริ่มต้นกับการสร้างภาพกลับของวัตถุ
- 4.1.2 เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะของวัตถุเริ่มต้นกับการสร้างภาพกลับของวัตถุ

4.2 อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

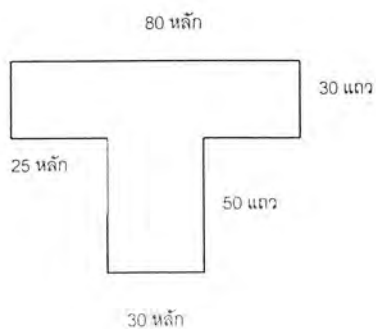
1. คอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์โปรแกรม Matlab และใช้ในการวิเคราะห์ฟูเรียร์ทรานฟอร์มของวัตถุ
2. เครื่องพิมพ์ที่มีความละเอียดสูงๆ เพื่อให้ภาพที่คมชัด
3. เครื่องยิงฟิล์ม
4. เลเซอร์ความยาวคลื่น 632.8 nm
5. อุปกรณ์ในการจัดแสง ได้แก่ เลนส์นูนความยาวโฟกัส 300 mm, กระจก, เครื่อง แยกลำแสง (beam splitter), ฉากรับภาพ
6. น้ำยาที่ใช้ในการ developed ฟิล์ม ได้แก่ RA 2000 ที่ 20 °C เป็นเวลา 1.30 นาที, Stop Bath ที่ 20 °C เป็นเวลา 1 นาที, Fixer ที่อุณหภูมิ 20 °C เป็นเวลา 1.30 นาที และน้ำ D.I.
7. กล้องดิจิตอลเพื่อใช้ในการบันทึกข้อมูลในการสร้างภาพกลับของวัตถุ



รูปที่ 4.1 แสดงเครื่องมือที่ใช้ในการถ่ายฟิล์ม

4.3 วิธีการทดลอง

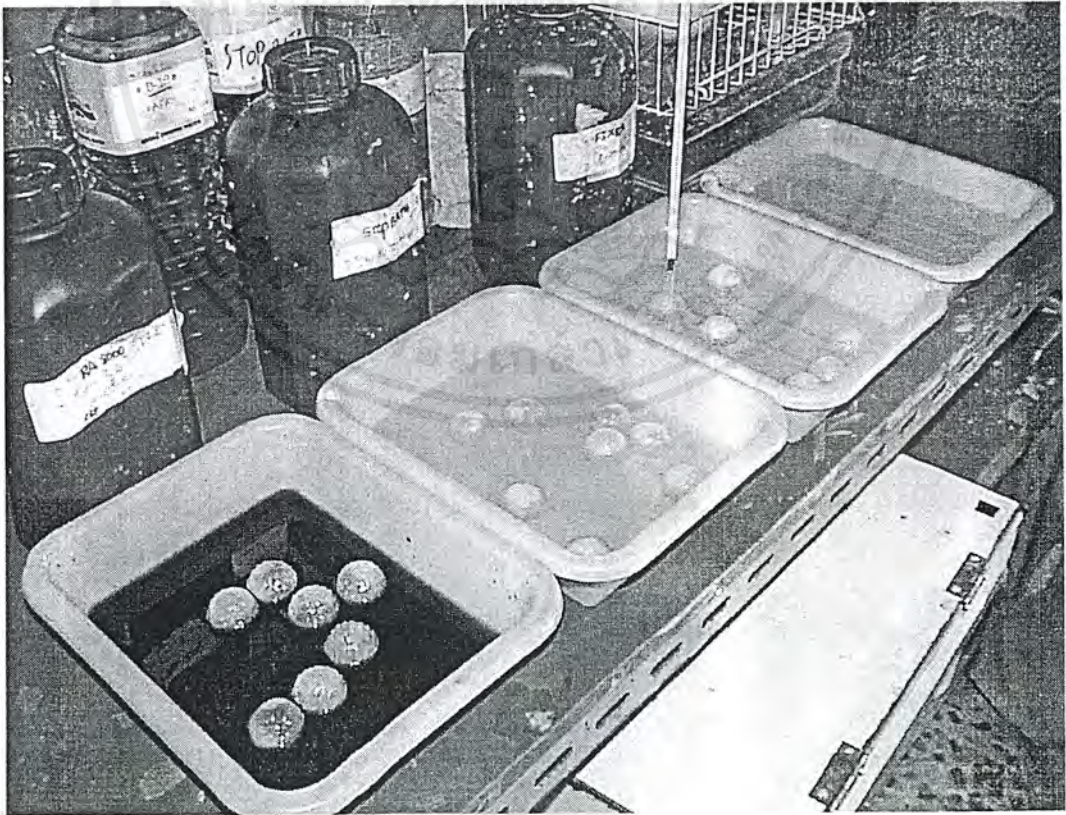
1. ทำการสร้างเมตริกซ์ขึ้นมาให้มีขนาด 128×128 และทำการสร้างวัตถุเป็นตัวอักษรตัว T (ตัวพิมพ์ใหญ่) ให้มีขนาดดังรูป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยให้บริเวณที่เป็นตัวอักษรเป็นเลข 1 ซึ่งจะสมมุติให้เป็นบริเวณที่มีแสงผ่าน ส่วนบริเวณอื่นเป็นเลข 0 เป็นบริเวณที่ทึบแสง

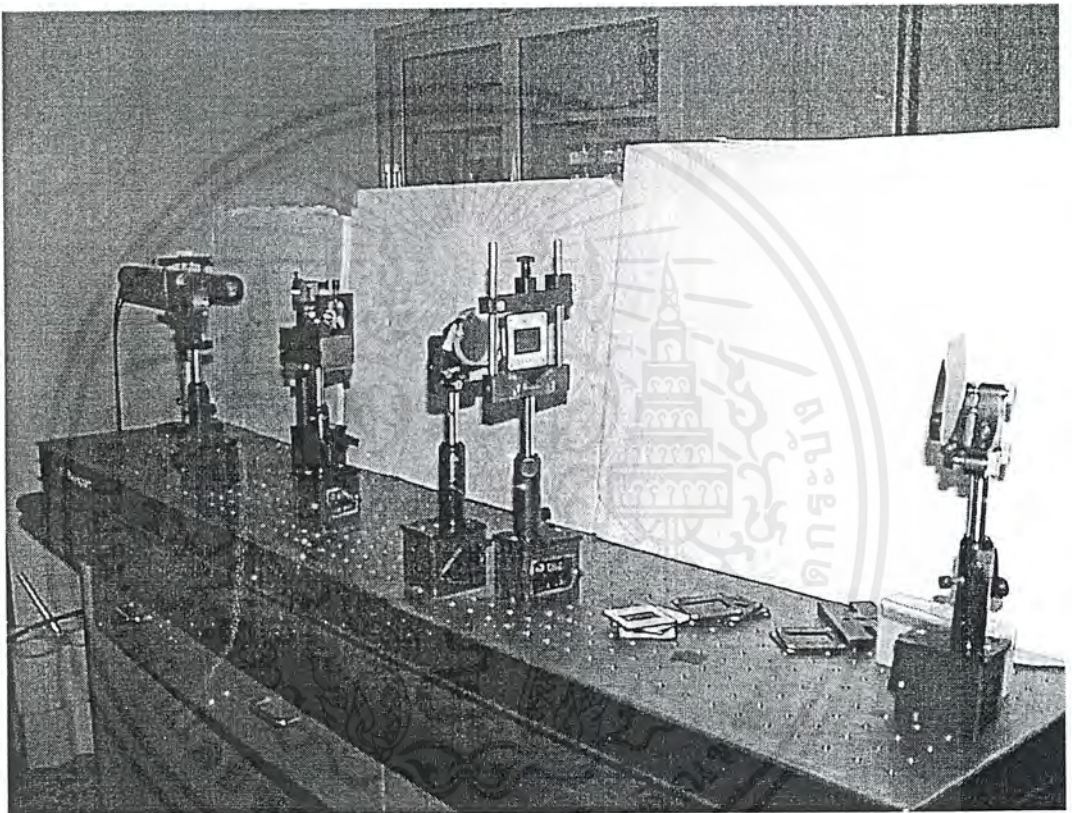
2. คำนวณค่าฟูเรียร์ทรานฟอร์มของวัตถุโดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการคำนวณในคอมพิวเตอร์
3. นำค่าฟูเรียร์ทรานฟอร์มที่ได้ไปทำการสร้างฮอโลแกรม ซึ่งจะเป็นฮอโลแกรมแบบ synthesized hologram
4. สร้างเมตริกซ์ขนาด 256×256 และ 512×512 โดยที่ขนาดของตัวอักษรมีขนาดเท่าเดิม และทำการคำนวณค่าฟูเรียร์ทรานฟอร์มของวัตถุและนำไปสร้างฮอโลแกรม ทำการเปรียบเทียบรูปร่างของฮอโลแกรมที่ได้
5. สร้างเมตริกซ์ขนาด 256×256 โดยที่ตัวอักษรมีขนาดเป็น 2 เท่าของขนาดของตัวอักษรตัวแรก ทำการวิเคราะห์ฟูเรียร์และสร้างฮอโลแกรม
6. สร้างเมตริกซ์ขนาด 512×512 โดยที่ตัวอักษรมีขนาดเป็น 4 เท่าของขนาดของตัวอักษรตัวแรก ทำการวิเคราะห์ฟูเรียร์และสร้างฮอโลแกรม
7. ทำการพล็อตรูปของฮอโลแกรมที่เกิดขึ้นและนำรูปที่ได้ไปทำการยิงลงบนแผ่นฟิล์ม และนำแผ่นฟิล์มที่ได้ไปทำการ developed



รูปที่ 4.2 แสดงน้ำยาที่ใช้ในการ developed ฟิล์มฮอโลแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

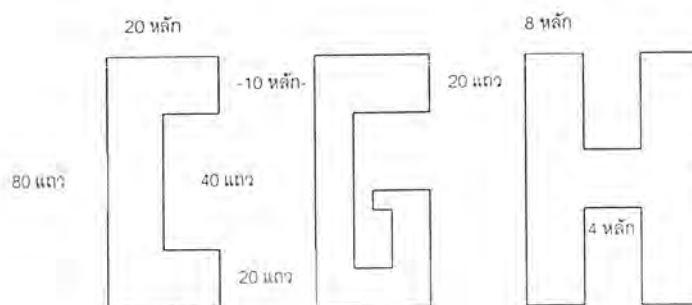
8. นำฟิล์มที่ผ่านการ developed แล้วมายิงด้วยแสงเลเซอร์ที่มีความยาวคลื่น 632.8 nm ซึ่งเป็นการสร้างภาพกลับของวัตถุ ทำการบันทึกภาพที่เกิดขึ้นด้วยกล้องดิจิตอล



รูปที่ 4.3 แสดงการจัดอุปกรณ์ในการสร้างภาพกลับของวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

9. ทำการสร้างตัวอักษรตัวพิมพ์ใหญ่ CGH เหมือนกับการสร้างตัวอักษรตัว T และทำการทดลองเหมือนกับข้างต้น



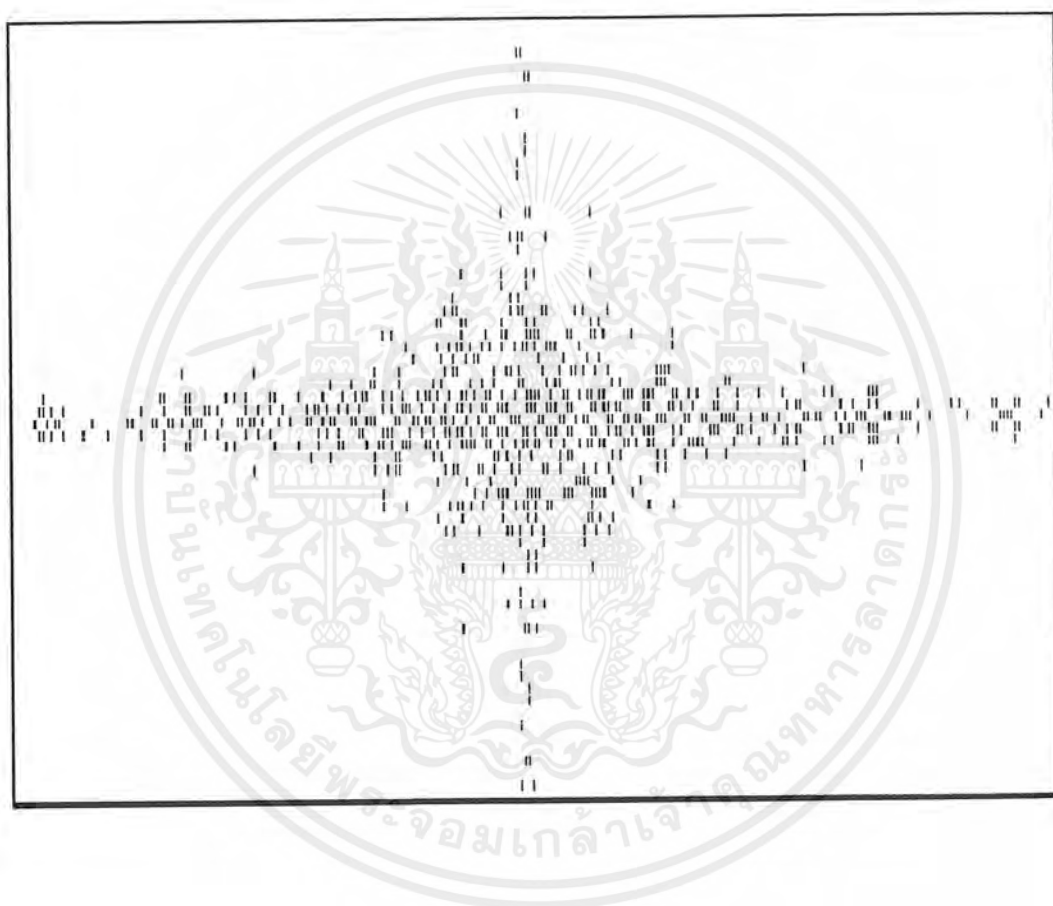
10. ทำการเปรียบเทียบการสร้างภาพกลับของวัตถุที่เกิดขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

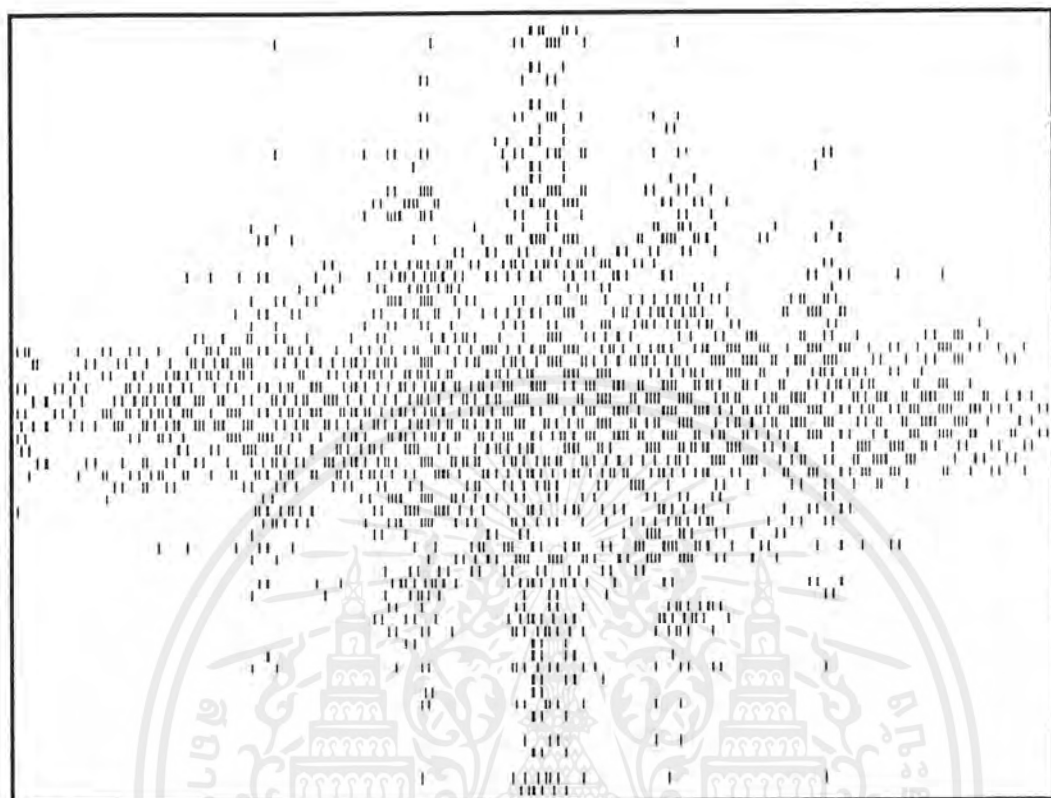
4.4 ผลการทดลอง

แสดงรูปฮอโลแกรมที่เกิดจากการสร้างโดยคอมพิวเตอร์



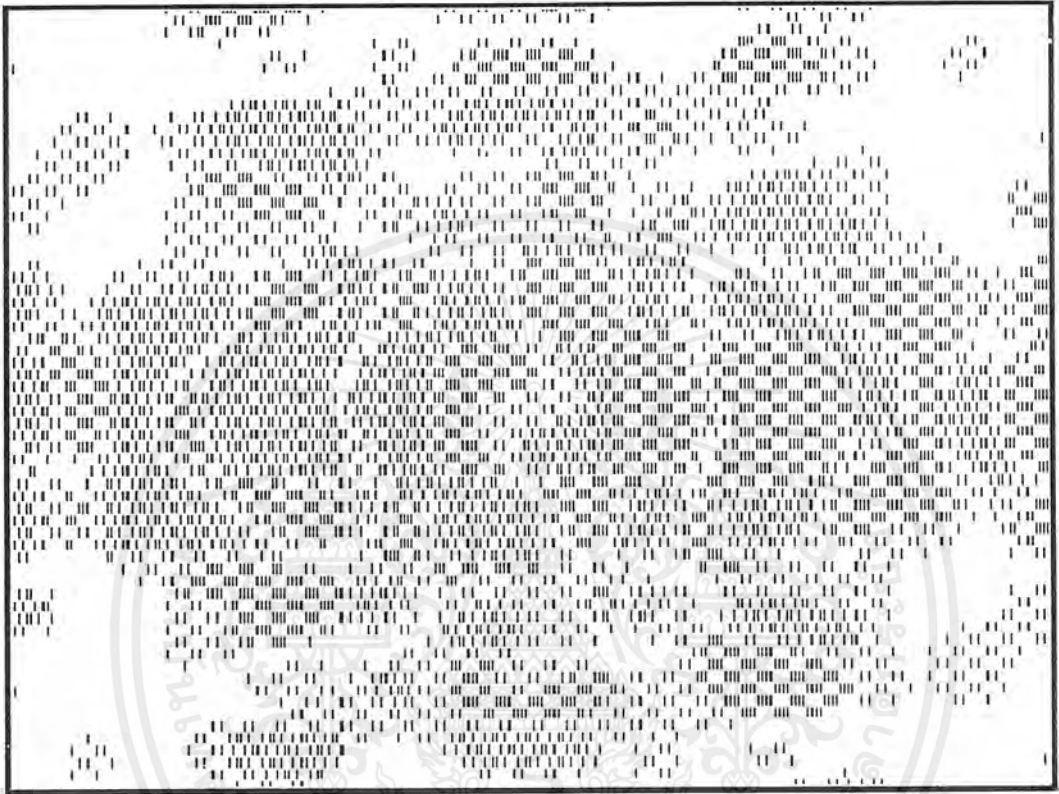
รูปที่ 4.4 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 80X80 มีเมตริกซ์ขนาด 128X128

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512

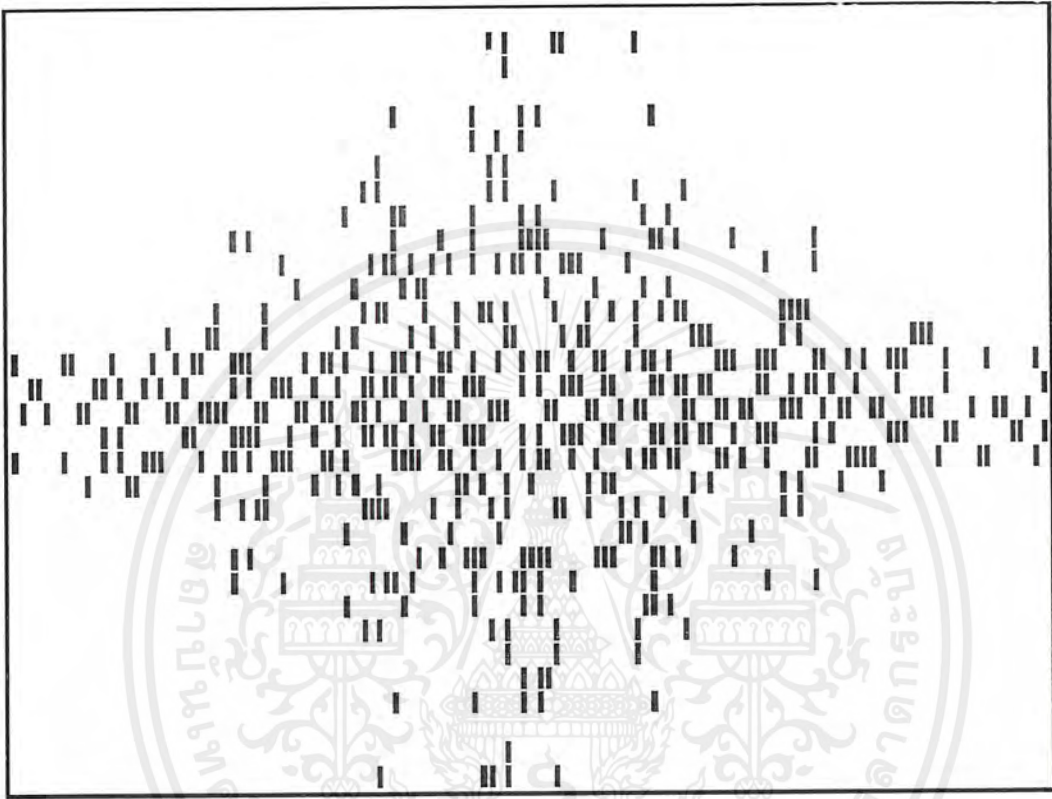
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 160×160 มีเมตริกซ์ขนาด

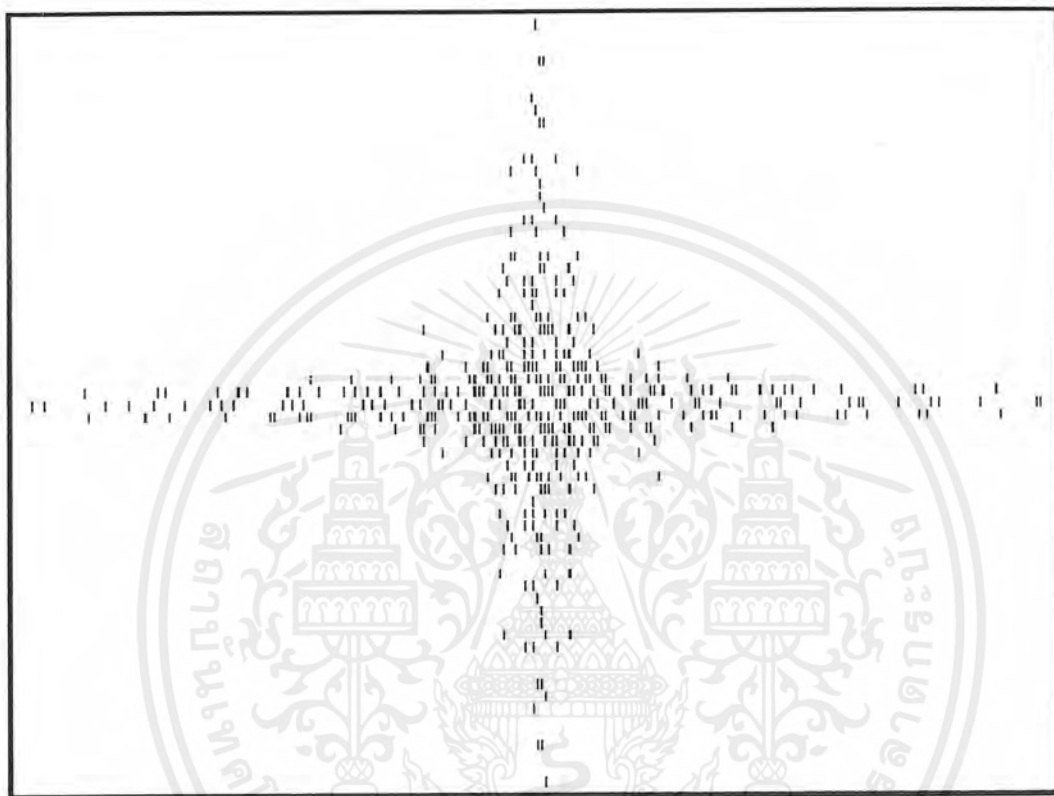
256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



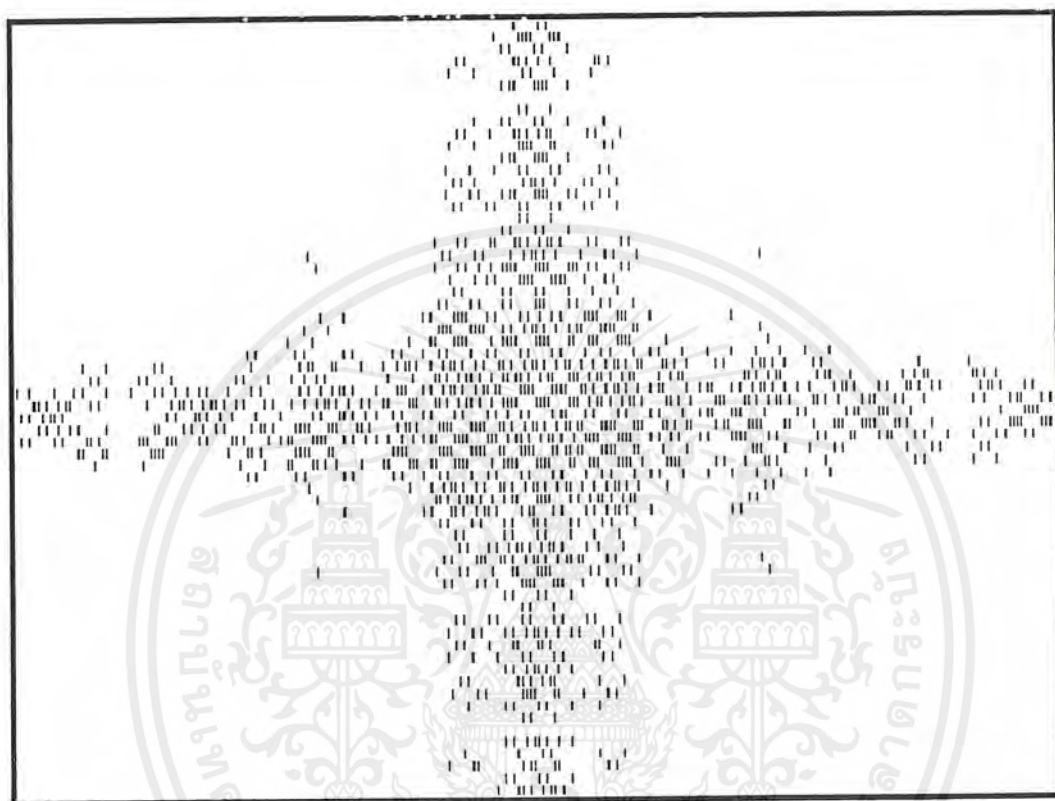
รูปที่ 4.8 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร CGH ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



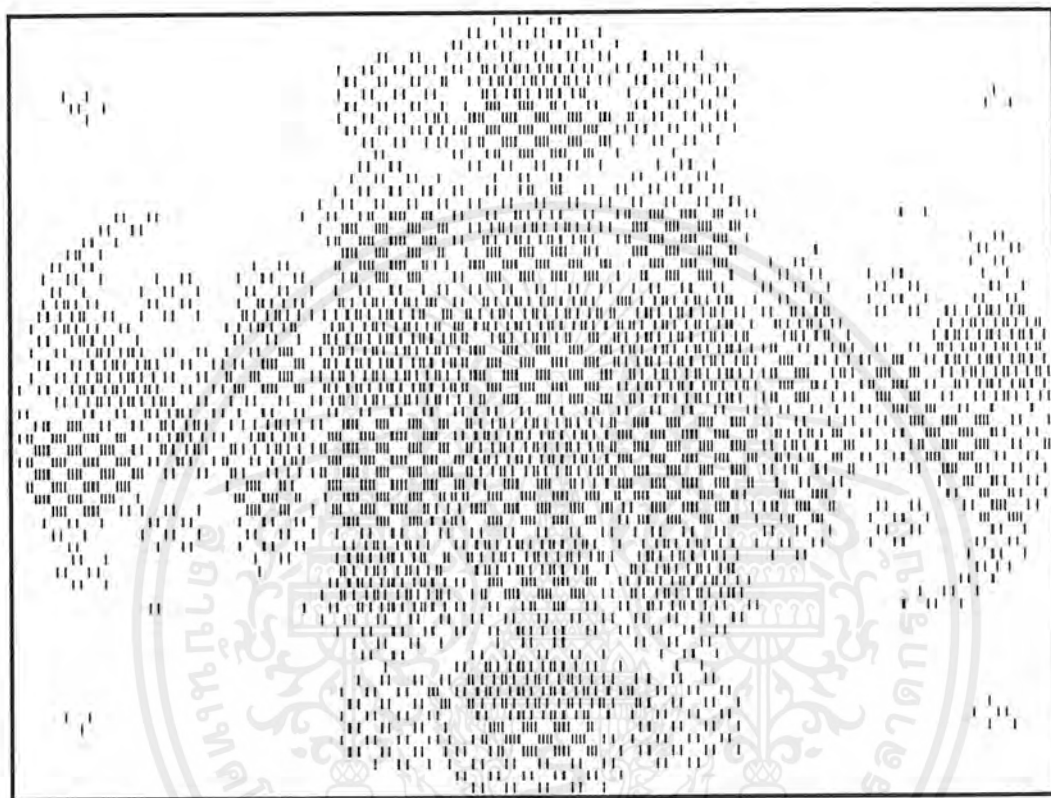
รูปที่ 4.9 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 128×128

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



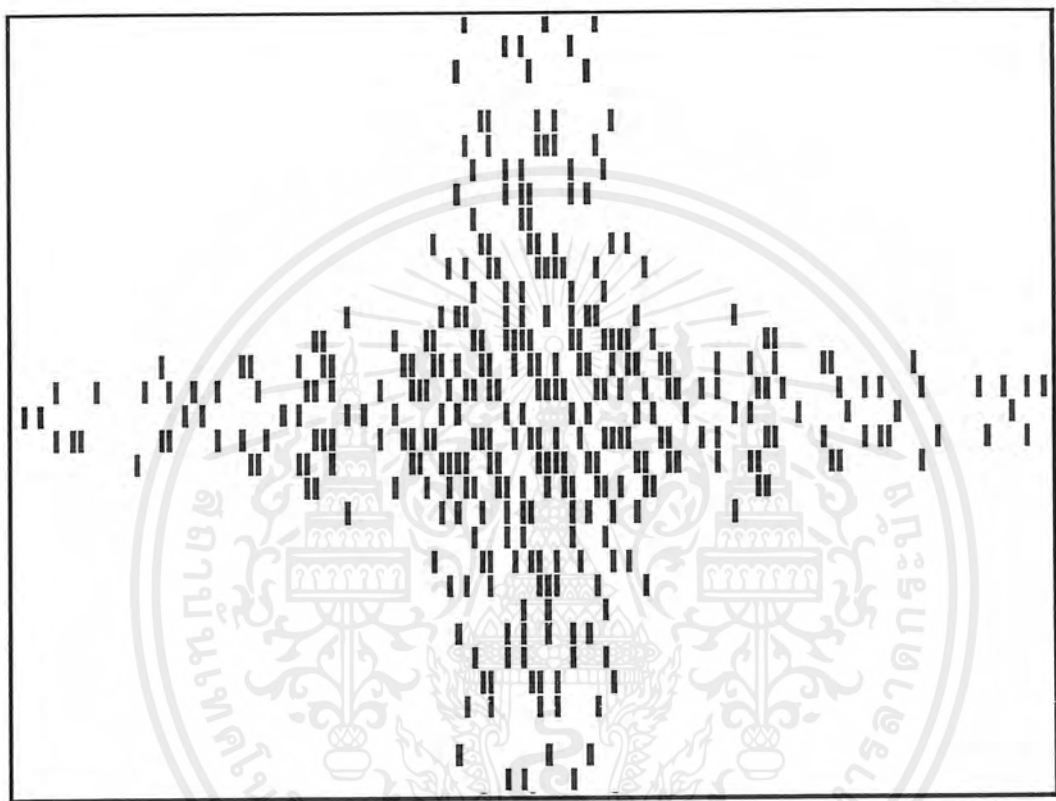
รูปที่ 4.10 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตรริกซ์ขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



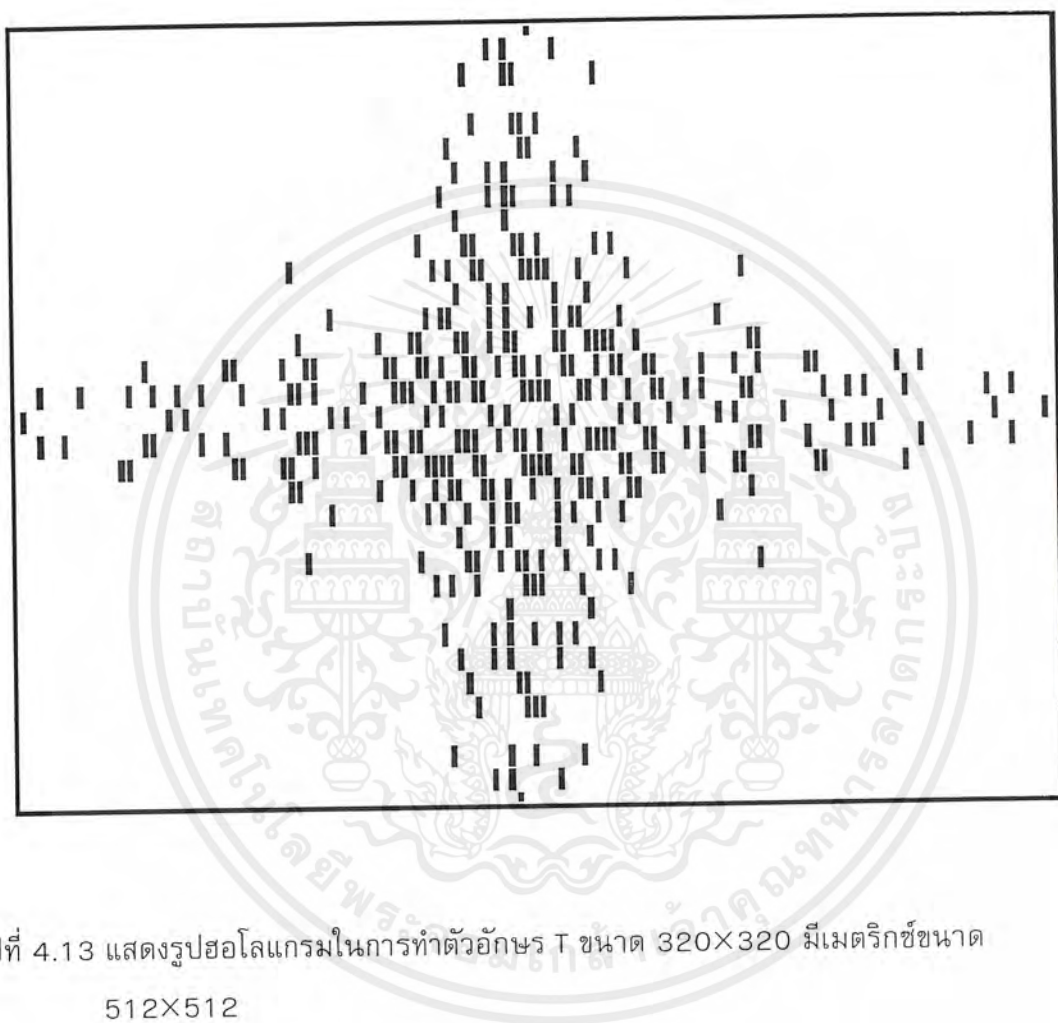
รูปที่ 4.11 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 80×80 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 160×160 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 แสดงรูปฮอโลแกรมในการทำตัวอักษร T ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512

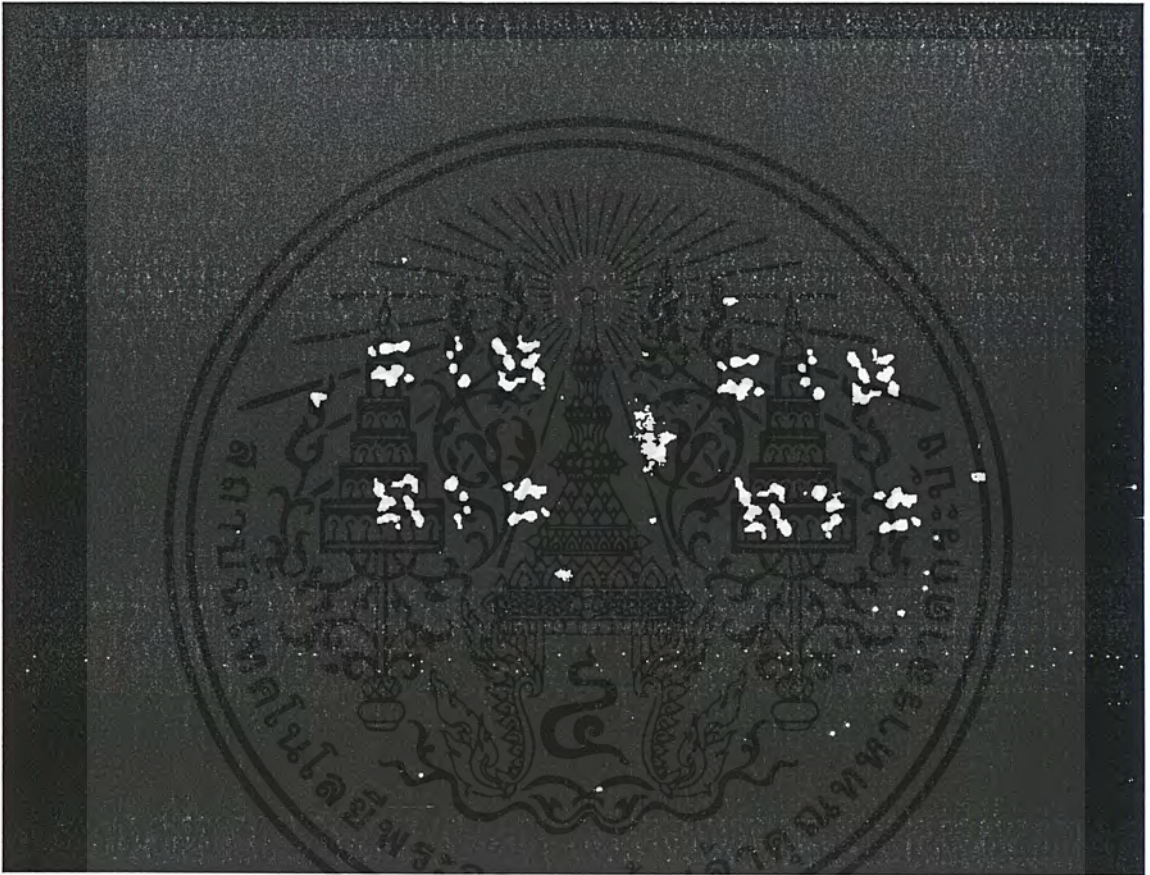
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แสดงภาพที่เกิดจากการสร้างภาพกลับของวัตถุโดยกระบวนการทางแสง



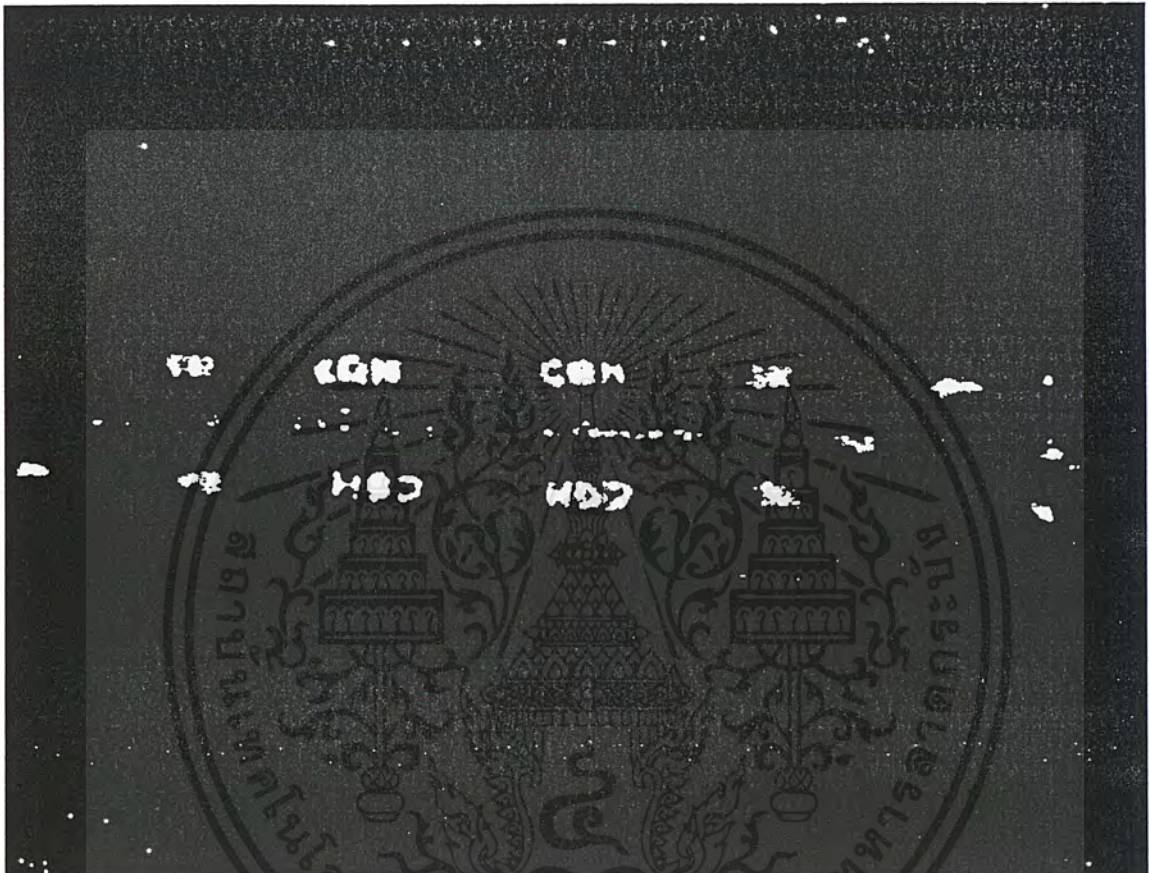
รูปที่ 4.14 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80X 80 มีเมตริกซ์ขนาด 128X128

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



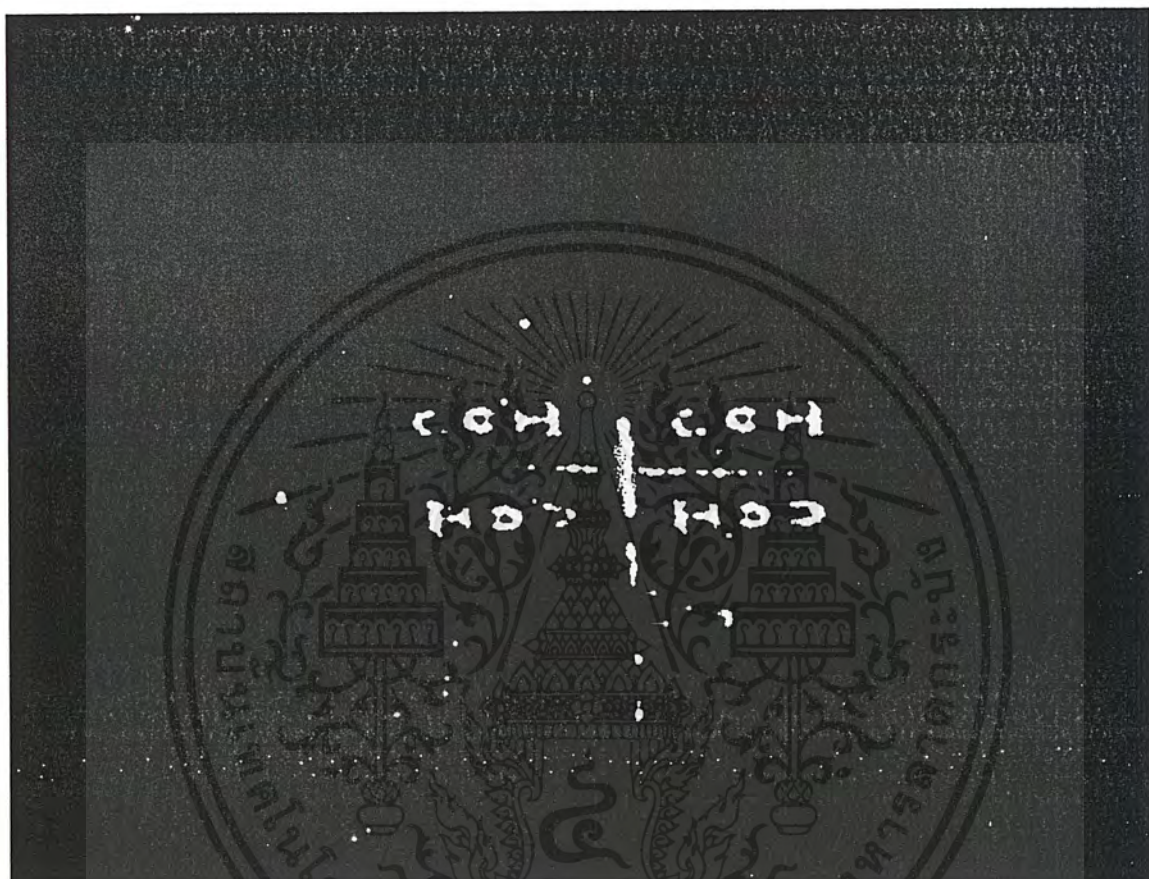
รูปที่ 4.15 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80×
80 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.16 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 80X 80 มีเมตริกซ์ขนาด 512X512

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



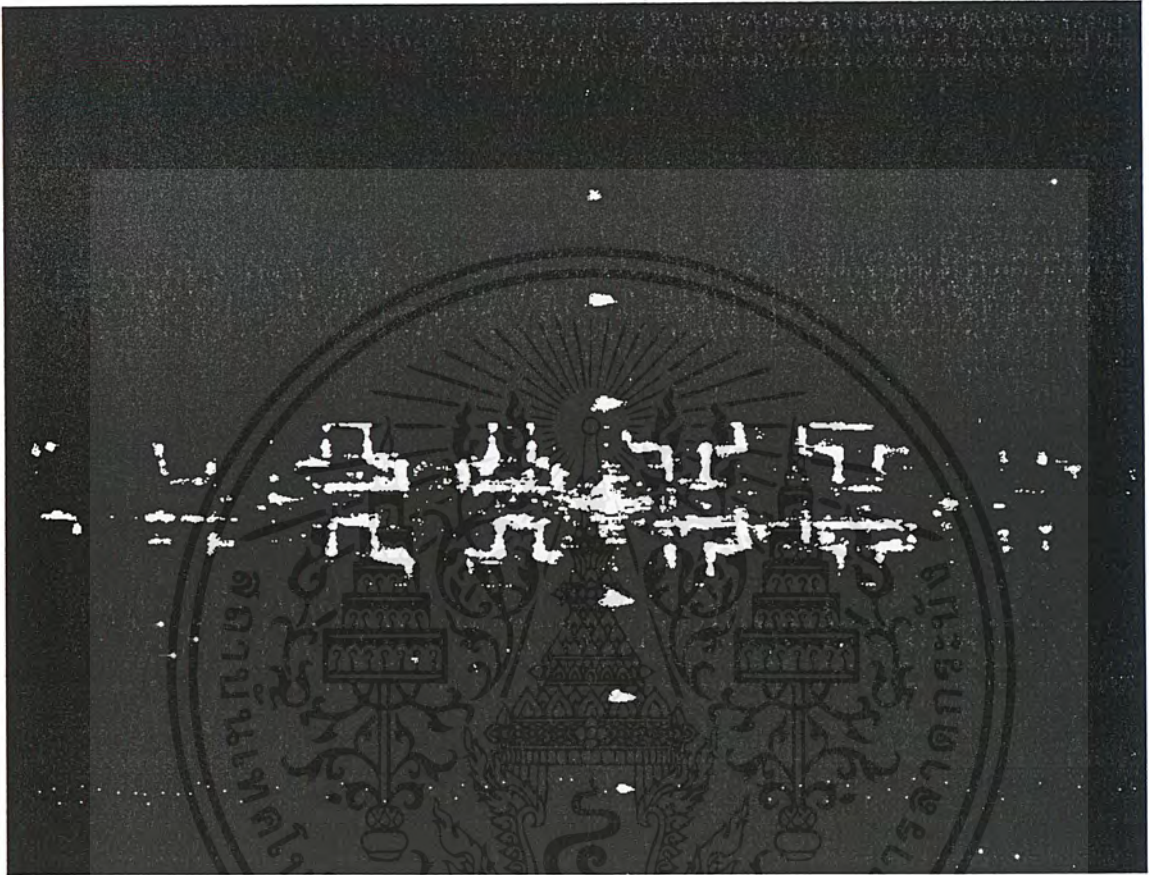
รูปที่ 4.17 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด
160×160 มีเมตริกซ์ขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



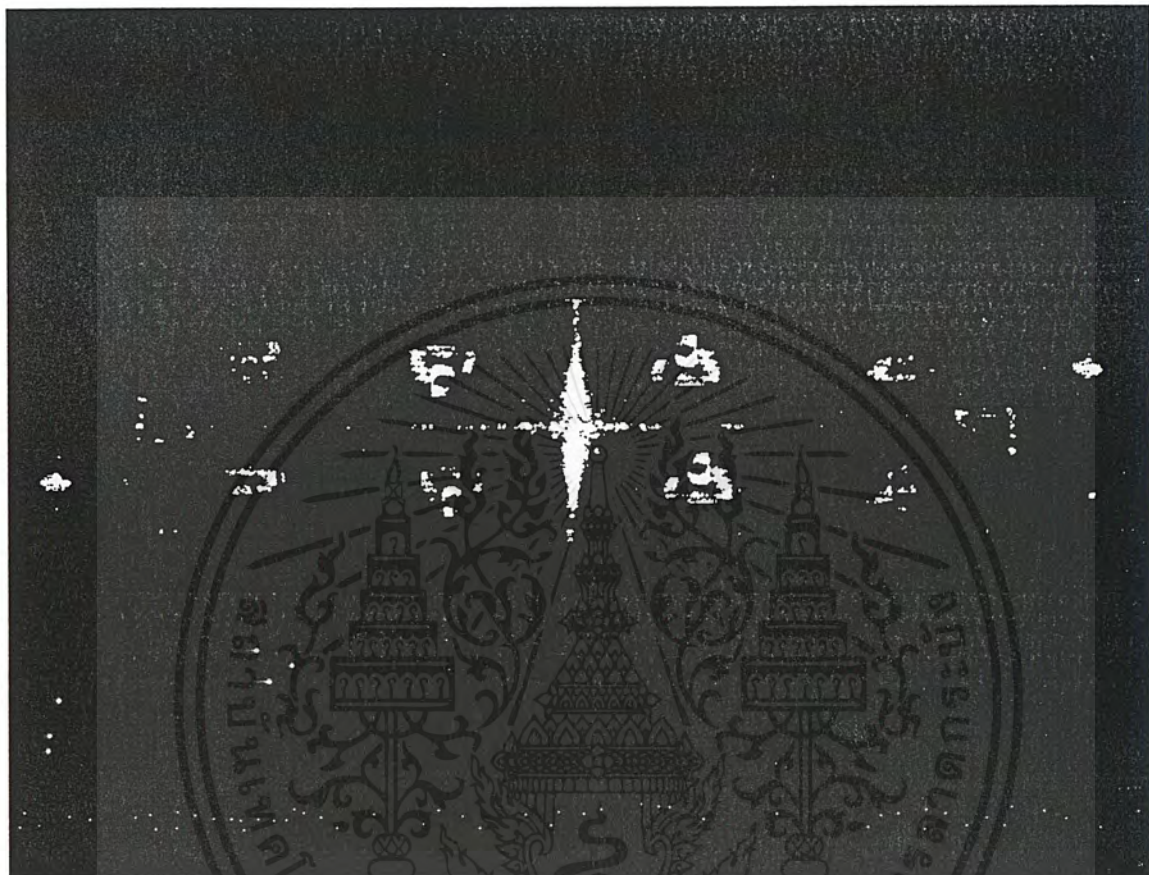
รูปที่ 4.18 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร CGH ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



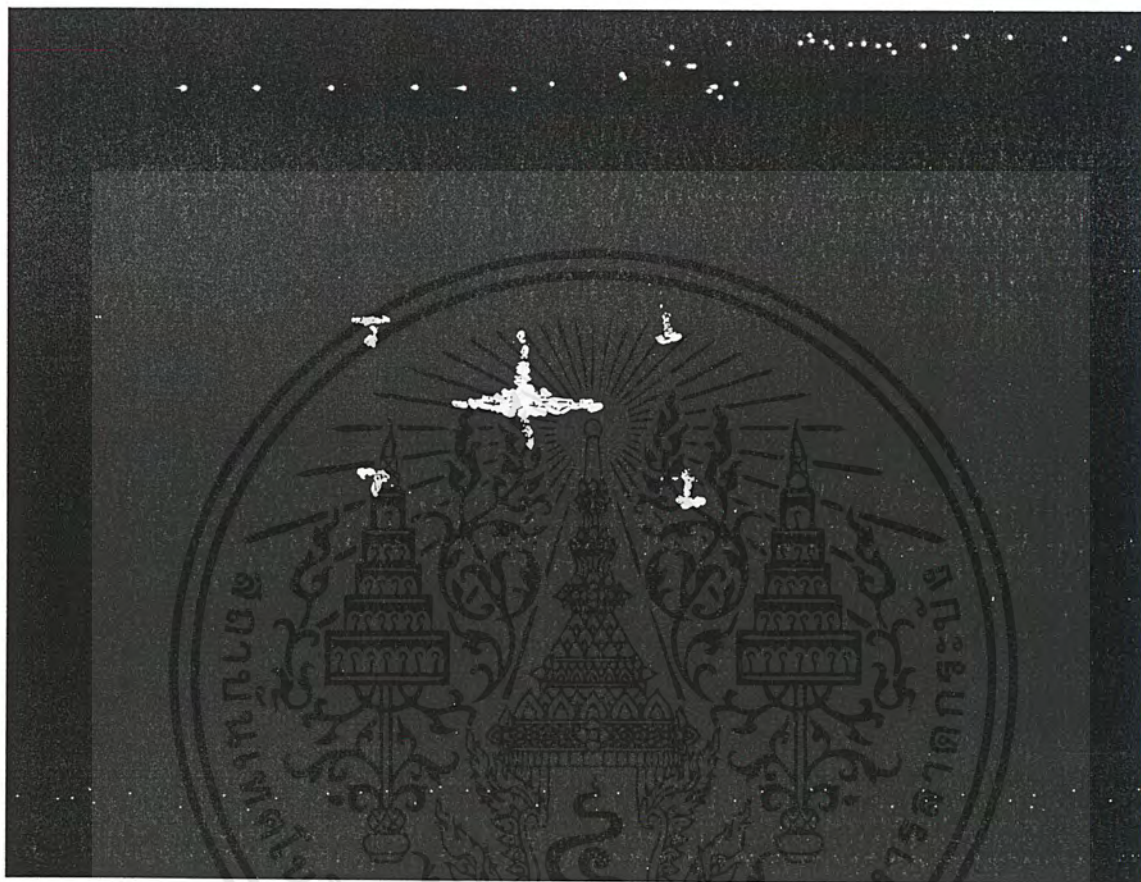
รูปที่ 4.19 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 80×80 มี
เมตริกซ์ขนาด 128×128

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



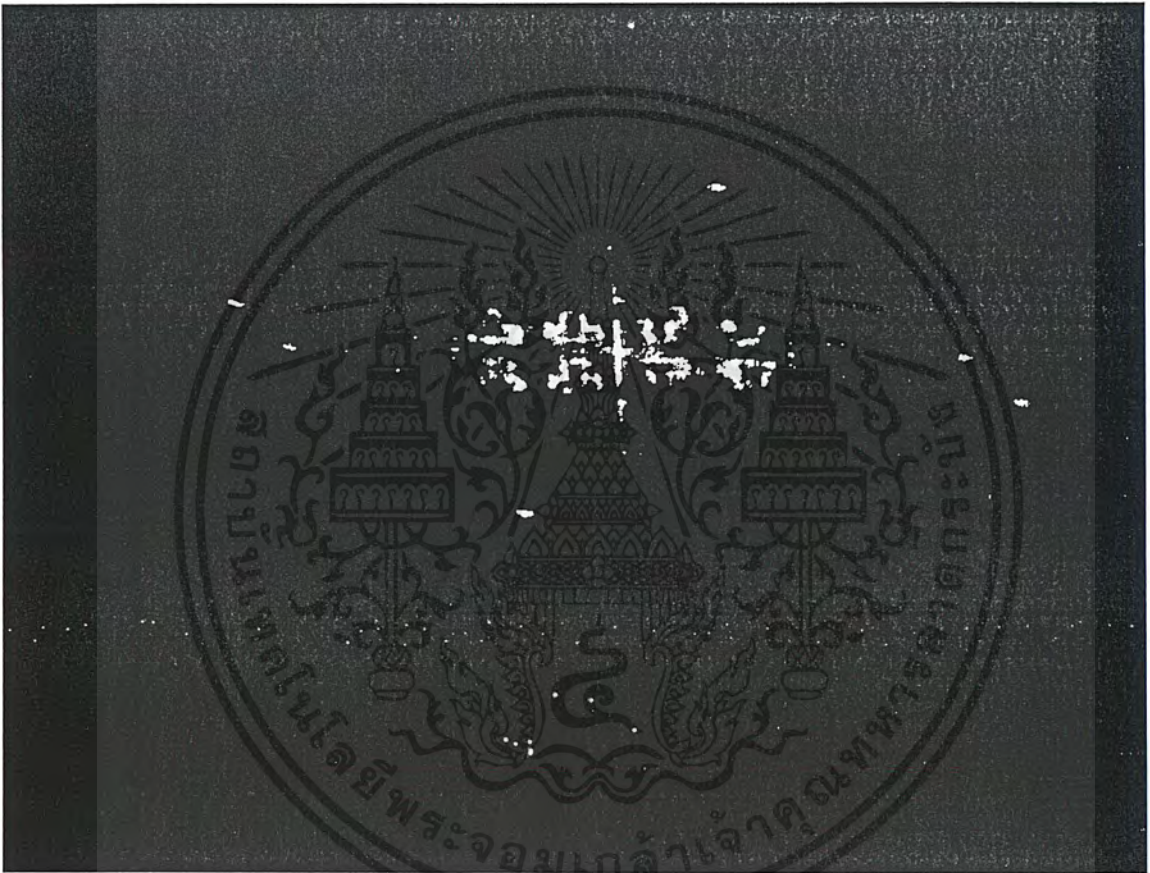
รูปที่ 4.20 แสดงภาพกลับของวัดฤดูที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัดฤดูตัวอักษร T ขนาด 80×80 มี
เมตริกซ์ขนาด 256×256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.21 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 80×80 มี
เมตริกซ์ขนาด 512×512

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.22 แสดงภาพกลับของวัดตุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัดตุตัวอักษร T ขนาด 160X
160 มีเมตริกซ์ขนาด 256X256

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.23 แสดงภาพกลับของวัตถุที่เกิดจากฮอโลแกรมของวัตถุตัวอักษร T ขนาด 320×320 มีเมตริกซ์ขนาด 512×512

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทสรุป

5.1 สรุปผลการทดลอง

จากรูปของฮอโลแกรมรูปที่ 4.4, 4.5 และ 4.6 ซึ่งเป็นผลที่เกิดจากขนาดของวัตถุที่เท่ากัน คือ 80×80 ภายในขนาดของเมตริกซ์ที่แตกต่างกัน คือมีเมตริกซ์ขนาด 128×128 , 256×256 และ 512×512 ตามลำดับ เมื่อทำการเปรียบเทียบกันแล้วจะพบว่า การกระจายของจุดที่เกิดขึ้นในวัตถุที่มีขนาดของเมตริกซ์ที่มากกว่าจะมีการกระจายของจุดที่มากกว่า เนื่องจากรูปที่เกิดขึ้นเป็นการนำเอาค่าแอมพลิจูดของวัตถุที่เกิดจากการสร้างหน้าคลื่นของวัตถุโดยการวิเคราะห์ฟูเรียร์มาทำการสร้างฮอโลแกรม และจะพบว่าค่าแอมพลิจูดของวัตถุที่มีขนาดของเมตริกซ์ที่มากกว่าจะมีความแตกต่างกันของค่าของแอมพลิจูดในแต่ละจุดน้อยกว่าวัตถุที่มีขนาดของเมตริกซ์น้อยกว่า และเมื่อนำเอาฮอโลแกรมที่ได้ไปทำการสร้างภาพของวัตถุกลับมา ดังในรูปที่ 4.14, 4.15 และ 4.16 จะพบว่าภาพที่เกิดจากการสร้างภาพกลับของวัตถุในขนาดของเมตริกซ์ที่มากกว่าจะมีภาพของวัตถุที่ชัดเจนและเล็กกว่าภาพที่เกิดจากวัตถุในขนาดของเมตริกซ์ที่น้อยกว่า และจะเห็นว่าภาพที่เกิดขึ้นจากการสร้างภาพกลับของวัตถุในขนาดของเมตริกซ์ที่มากกว่าจะมีระยะของภาพที่เกิดขึ้นห่างจากจุดที่เป็นแถบสว่างกลางมากกว่าภาพที่เกิดจากขนาดของเมตริกซ์ที่น้อยกว่า

และในรูปของฮอโลแกรมรูปที่ 4.7 และ 4.8 จะเป็นรูปที่เกิดจากการสร้างวัตถุให้มีขนาดใหญ่ขึ้นเป็น 2 เท่า และ 4 เท่าของวัตถุเดิมตามลำดับ จะพบว่า การกระจายของจุดที่เกิดขึ้นจะน้อยกว่ารูปที่เกิดจากขนาดของวัตถุที่เล็กกว่า และเมื่อทำการสร้างภาพของวัตถุกลับมาจะมีภาพของวัตถุที่ใหญ่กว่า

และเมื่อทำการเปลี่ยนลักษณะของวัตถุโดยการลดจำนวนของตัวอักษรจะพบว่า การกระจายของจุดที่เกิดขึ้นจะน้อยกว่ารูปที่มีจำนวนของตัวอักษรที่มากกว่า แต่เมื่อทำการสร้างภาพของวัตถุกลับมาจะพบว่า ภาพที่เกิดจากจำนวนตัวอักษรที่น้อยกว่าจะมีความคมชัดและชัดเจนกว่า

5.2 วิเคราะห์ผลการทดลองและปัญหาที่เกิดขึ้น

1. ภาพที่เกิดขึ้นเนื่องจากการสร้างภาพกลับของวัตถุ ถ้าทำการบันทึกในฟิล์มที่มีคุณภาพไม่ดี จะทำให้ภาพที่เกิดขึ้นไม่คมชัด
2. ในการจัดอุปกรณ์ทางแสงเพื่อที่จะทำการสร้างภาพกลับของวัตถุ จะพบว่า การแทรกสอดของวัตถุที่เกิดขึ้นจะไม่คมชัด เนื่องจากตำแหน่งของฉากไม่ได้อยู่ที่จุดโฟกัสของเลนส์จริงๆ เพราะว่าโต๊ะที่ทำการศึกษาทดลองมีขนาดเล็กเกินไป ทำให้ไม่สามารถใช้เลนส์เข้ามาช่วยในการลดระยะของภาพที่เกิดขึ้นได้
3. ในการขยายภาพเพื่อบันทึกภาพด้วยกล้องดิจิตอลเพื่อให้ได้ภาพที่ชัดเจน จะทำให้ภาพที่ได้บิดเบือนไปจากภาพที่สังเกตด้วยตา
4. ในการสร้างเมตริกซ์ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น ภาพที่เกิดขึ้นจากการสร้างฮอโลแกรมด้วยโปรแกรม จะได้ภาพที่เล็กมากจนไม่สามารถมองเห็นได้จึงต้องทำการขยาย ทำให้รายละเอียดของภาพลดน้อยลง

5.3 แนวทางในการพัฒนาโครงการ

จากการทดลองสร้างฮอโลแกรมโดยใช้คอมพิวเตอร์ในโครงการพิเศษนี้ สามารถระบุแนวทางในการพัฒนาได้ดังนี้

1. สามารถทำการสร้างเมตริกซ์ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อให้ได้ภาพของการสร้างภาพกลับที่คมชัดมากขึ้น
2. สามารถนำไปประยุกต์เพื่อสร้างฮอโลแกรมในช่วงของแสงที่มีความยาวคลื่นอื่นๆได้
3. สามารถสร้างฮอโลแกรมจากภาพต่อเนื่องได้



ภาคผนวก ก.
โปรแกรมการสร้างฮอโลแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างโปรแกรมในการรันบน MATLAB ซึ่งใช้สร้างฮอโลแกรมเป็นตัว CGH มี
เมตริกซ์ ขนาด 128×128

```
T1 = fft2(A);  
T1 = fftshift(T1);  
h6 = T1.*conj(T1);
```

```
T4=ifft2(T1);  
T5=T4.*conj(T4);
```

```
figure(1)  
pcolor(h6)  
colormap(pink)  
shading interp
```

```
figure(2)  
pcolor(T5)  
colormap(pink)  
shading interp
```

```
for k = 1:128  
    for l = 1:128  
        T3(k,(l*4))=0;  
        T3(k,(l*4)+1)=0;  
        T3(k,(l*4)+2)=0;  
        T3(k,(l*4)+3)=0;  
        T2 = T1(k,l);  
        T21 = real(T2);  
        T22 = imag(T2);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if T21 > 0
    T3(k,(l*4))=abs(T21);
end
if T21 < 0
    T3(k,(l*4)+2)=abs(T21);
end
if T22 > 0
    T3(k,(l*4)+1)=abs(T22);
end
if T22 < 0
    T3(k,(l*4)+3)=abs(T22);
end
end
end
end
figure(3)
pcolor(T3)
colormap(pink)

```



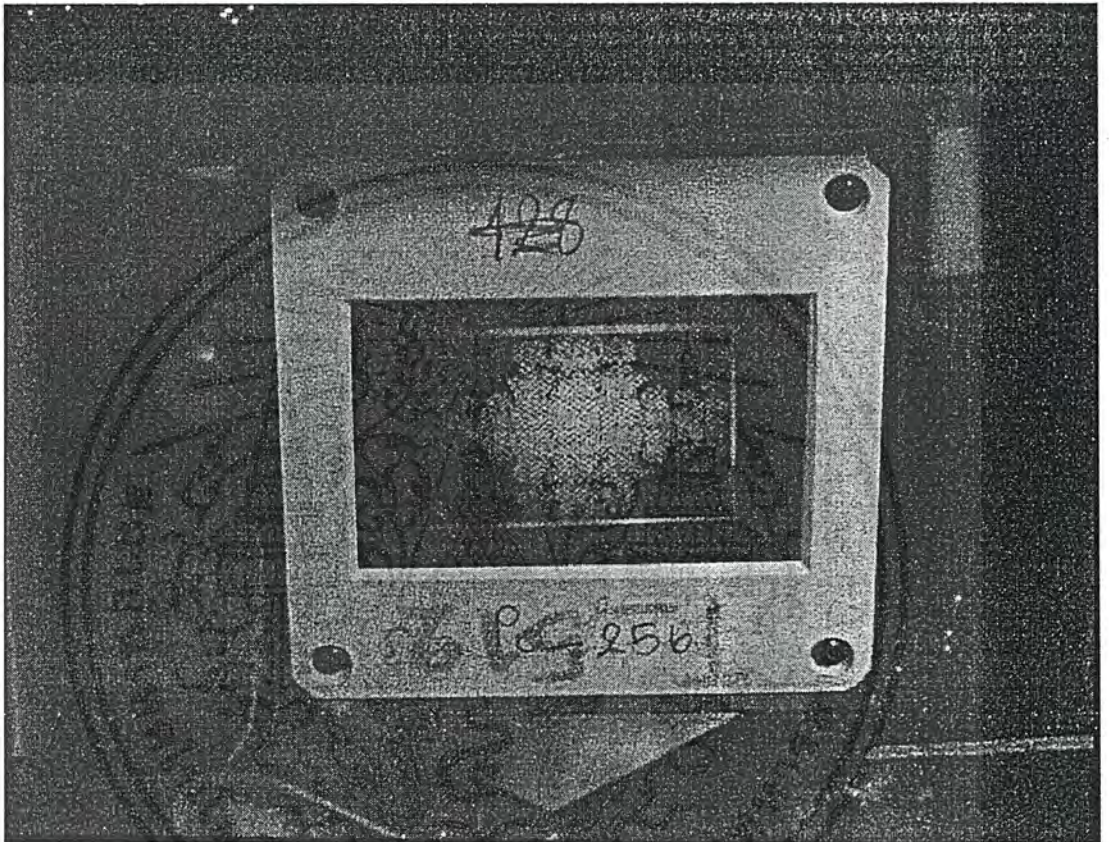
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ข.

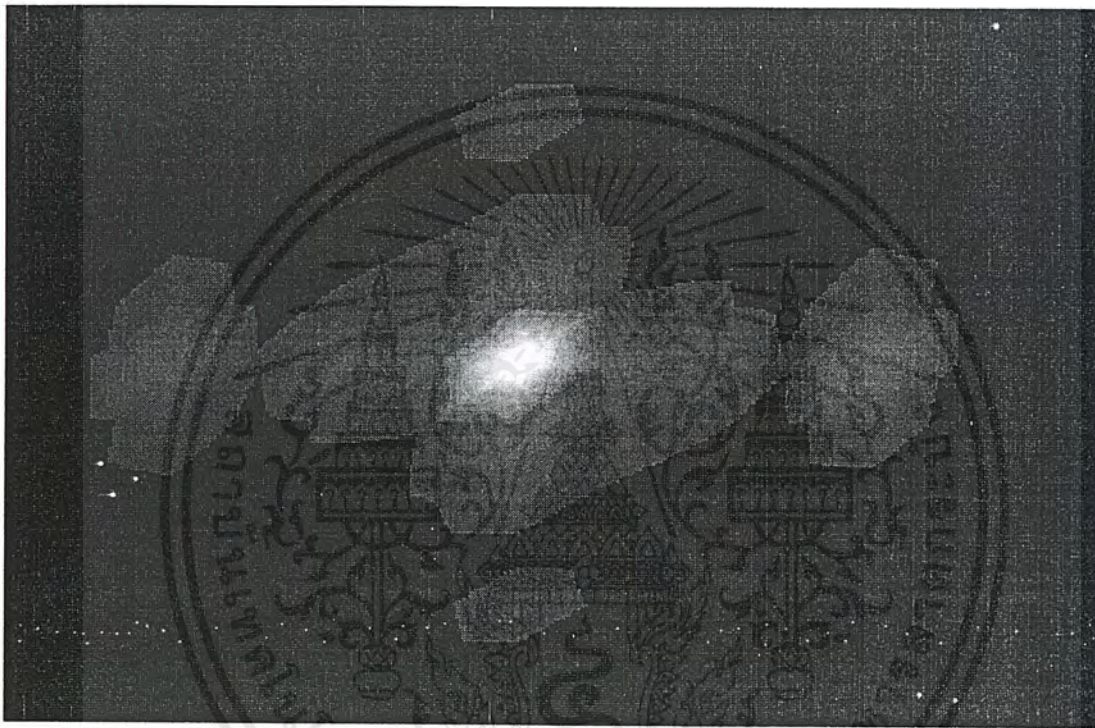
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างฟิล์มขอไลแกรมที่ได้จากการสร้างโดยคอมพิวเตอร์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปภาพที่ได้จากการรันบน MATLAB แสดงความเข้มของวัตถุในการสร้างโฮโลแกรมเป็น
ตัว CGH มีเมตริกซ์ขนาด 128×128



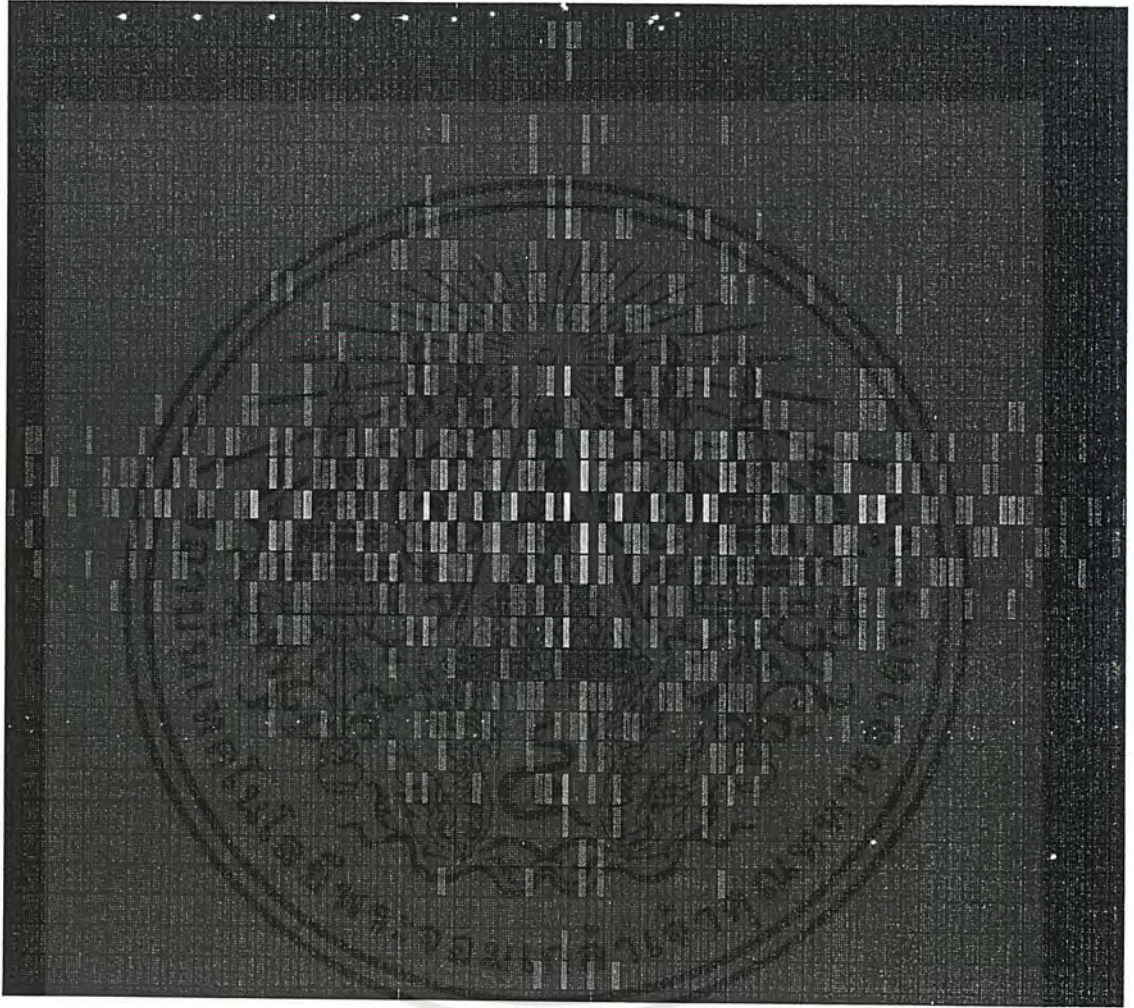
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การมองภาพกลับมาของวัตถุโดยการทำ Inverse Fourier Transform ในโปรแกรม MATLAB
ในการสร้างโฮโลแกรมเป็นตัว CGH มีเมตริกซ์ขนาด 128×128



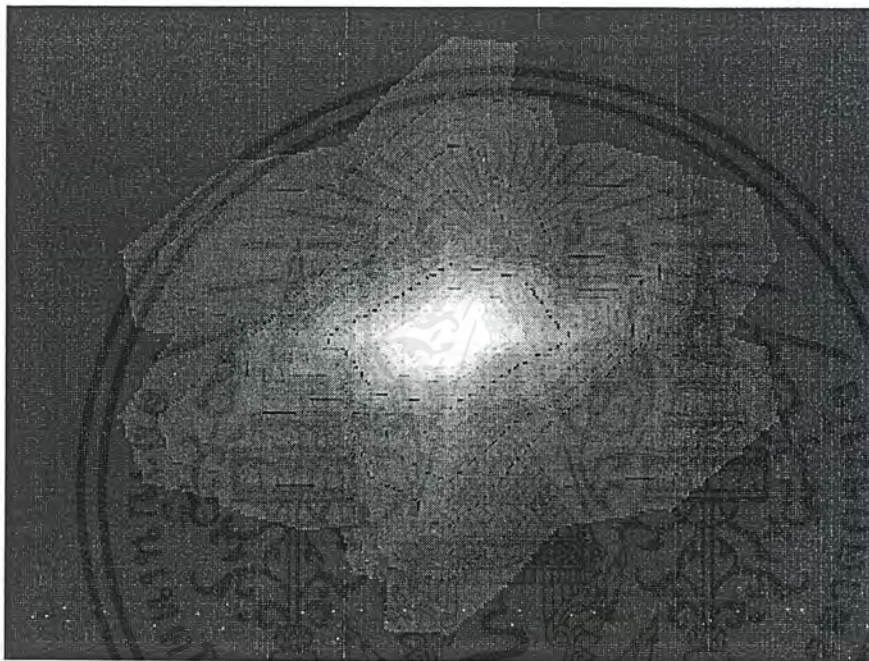
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลของ Computer Generated Holograms



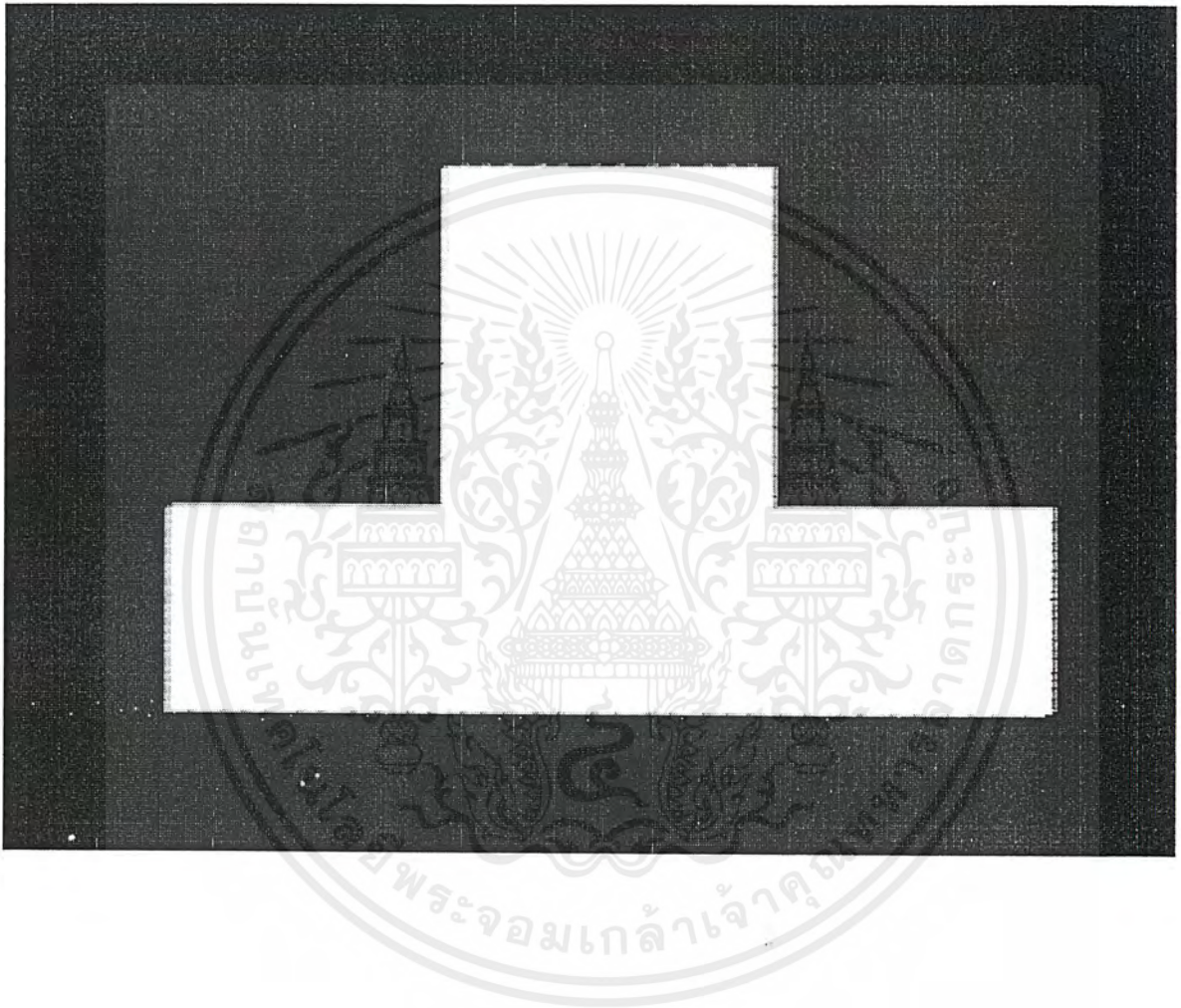
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปภาพที่ได้จากการรันบน MATLAB แสดงความเข้มของวัตถุในการสร้างฮอโลแกรมเป็น
ตัว T มีเมตริกซ์ขนาด 128×128



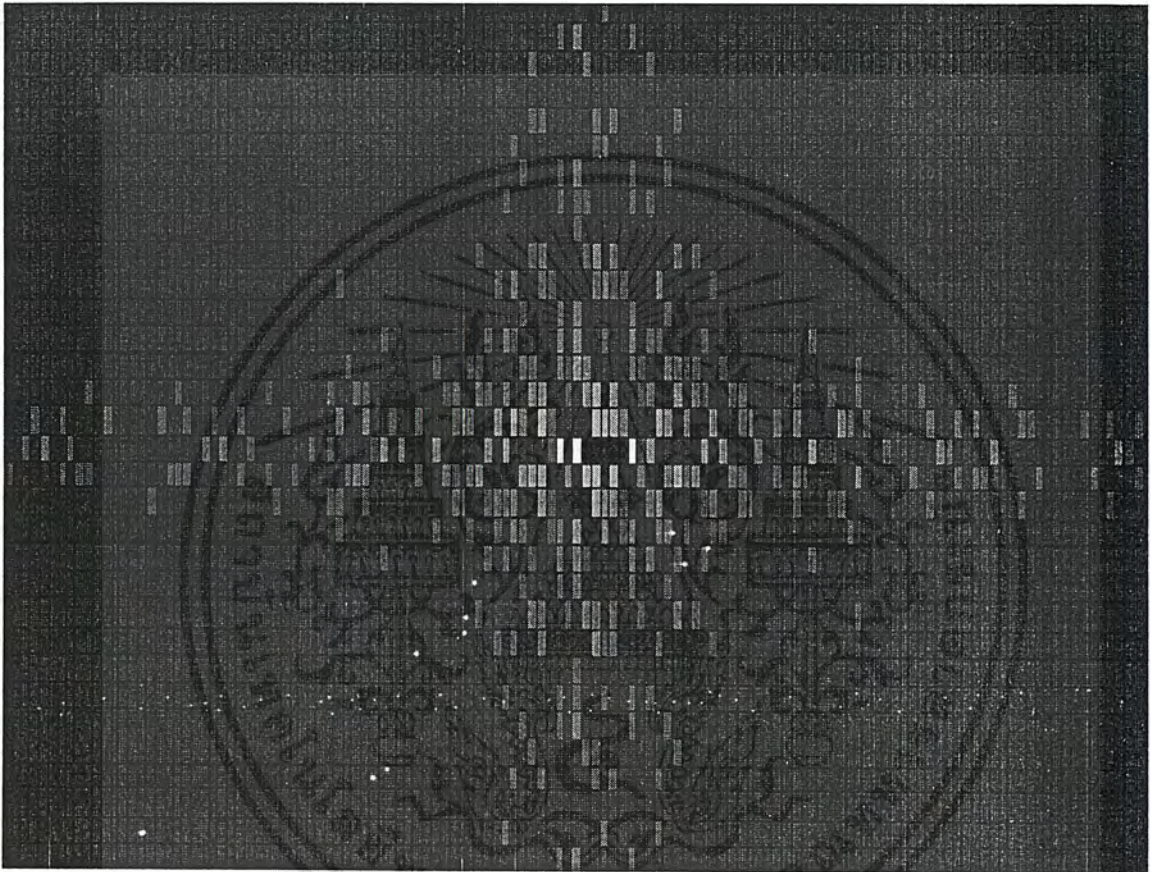
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การมองภาพกลับมาของวัตถุโดยการทำ Inverse Fourier Transform ในโปรแกรม MATLAB
ในการสร้างฮอโลแกรมเป็นตัว T มีเมตริกซ์ขนาด 128×128



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลของ Computer Generated Holograms



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

1. รศ. สุวรรณ คูสำราญ, **ทัศนศาสตร์กายภาพ (Physical Optic)**, บทที่ 7 ฮอโลกราฟี (Holography), pp. 102-113, ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2537
2. Imperial College of Science, Technology & Medicine, **Applied Optics Summer course**, Fourier Transforms, pp. k2-k8, Opticals Section Department of Physics Imperial College, 26 June – 7 July 1989,
3. Wai Hon Lee, **Applied Optics Vol. 9(3)**, pp. 24-28, March 1970

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้