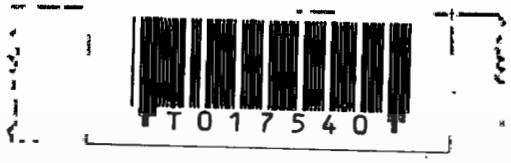
วงจรกรองความถี่ต่ำแบบบัตเตอร์เวิร์ธ-เจ็นเนอร์ไรซ์เบสเซลโพลิโนเมียล

A LOW PASS BUTTERWORTH GENERALIZED BESSEL POLYNOMIALS FILTER



นายนิกร สุขุตมตันติ

NIKORN SUKUTAMATANTI B. ENG. (KMITL)

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผศ.ดร.กนก เจนจิระพงศ์เวช

ASST. PROF. DR. KANOK JANJIRAPONGVEJ

B. Eng. (KMITL), M. Eng. (Tokai), D. Eng. (Tokai)

เลขหมู่ ก
เลขทะเบียน 17540
วัน, เดือน, ปี 10 ก.ค. 2539

วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2534

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า.

ISBN 974-8157-57-1

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

		หน้า
บทคัดย่อ		III
ABSTRACT		IV
บทที่ 1	บทนำ	1
	1.1 นิยามเบื้องต้น	1
	1.2 ชนิดของวงจรกรองความถี่	3
	1.3 ผลตอบสนองของเนทเวิร์คฟังก์ชั่น	4
	1.4 การประมาณขนาดแบบราบเรียบที่สุด	7
	1.5 ความถี่ cutoff และลักษณะ roll off	10
	1.6 ความไวของอุปกรณ์	10
บทที่ 2	บัตเตอร์เวิธ-เจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียลฟิลเตอร์	13
	2.1 ทฤษฎี	13
	2.1.1 ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ Butterworth และ Generalized Bessel Polynomial	13
	2.1.2 ตำแหน่งของโพลสำหรับ TBGBP ฟิลเตอร์	16
	2.1.3 การหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ TBGBP	18
	2.2 สรุป	21
บทที่ 3	เทคนิคการออกแบบวงจรกรองความถี่	28
	3.1 ทฤษฎีการประมาณค่าสำหรับการออกแบบวงจรฟิลเตอร์	29
	3.2 การออกแบบวงจรแอคทีฟฟิลเตอร์ในอันดับสูง ๆ	31
	3.3 ข้อแตกต่างของ active filter และ passive filter	33
	3.4 ปัญหาการออกแบบ และการสร้างวงจรกรองความถี่	34

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้า

บทที่ 4 เจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียล 36

4.1 การตอบสนองวงจรเบสเสล-ทอมสัน 37

4.1.1 คุณสมบัติทางขนาด 40

4.1.2 ขั้นตอนการทำ normalize 47

4.1.3 คุณลักษณะของกรุ๊ปดีเลย์ 55

4.2 ตัวอย่างการออกแบบ โดยการนำฟังก์ชั่นของ Generalized Bessel มาสร้างเป็นวงจร Bessel Low Pass Filter 58

บทที่ 5 All-Pass Filter และการแก้เฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำ 63

5.1 นิยามของ All Pass Filter 63

5.2 วงจร All Pass Filter 65

5.3 วัตถุประสงค์ของการแก้เฟส 73

5.4 ทฤษฎี 73

5.4.1 การหาขนาดกำลังสองของบัตเตอร์เวิธ-เบสเสล ฟิลเตอร์ 73

5.4.2 ขั้นตอนการนอร์มอลไลซ์ 75

5.4.3 ขั้นตอนออกแบบการแก้เฟส 76

5.4.4 การหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของความถี่ผ่านตลอด 77

5.5 วงจรทดลอง 82

5.6 รวบรวมผล 87

5.7 บทสรุป 102

กิตติกรรมประกาศ 103

เอกสารอ้างอิง 104

ภาคผนวก 105

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ กล่าวถึง วงจรกรองผ่านความถี่ต่ำชนิดทรานสิชันแนลบัตเตอร์เวิธ-เจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียล การประมาณค่าผลตอบสนองด้านขนาดและเฟสของสัญญาณอาศัยทรานสิชันแนลบัตเตอร์เวิธ-เจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียล วงจรกรองผ่านความถี่ต่ำชนิดนี้สามารถปรับเปลี่ยนคุณสมบัติได้กว้างกว่าชนิด Butterworth-Thomson เพราะมีพารามิเตอร์ปรับค่าได้อยู่ 1 ตัว ซึ่งเบสเสลโพลิโนเมียลธรรมดาไม่มี

ในวิทยานิพนธ์ยังได้กล่าวถึงการ equalize ด้านเฟสของวงจรกรองผ่านความถี่ต่ำ ให้เฟสในช่วง pass band ใกล้เคียงกับเชิงเส้น รวมไปถึงการพิจารณาผลตอบสนองด้านขนาด และเฟสที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของเจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ABSTRACT

The thesis implys the Transitional low pass Butterworth Generalized Bessel Polynomial filter. The approximation of amplitude and phase response of a low pass filter by using Transitional Butterworth-Generalized Bessel Polynomial is considered. The response characteristics of this type of filter is more flexible than the Butterworth-Thomson filter because the Generalized Bessel Polynomial have an additional parameter to vary.

The thesis also describes the equalization of phase of the Butterworth-Generalized Bessel Polynomial filter in order to realize phase of the filter in the pass band as linear as possible. Here in, the amplitude and phase response for various values of the transitional Butterworth-Generalized Bessel Polynomial parameter are also worked out.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

บทที่ 1

บทนำ

วงจรกรองความถี่ทางไฟฟ้าคือวงจรแปลง (Transform) สัญญาณเข้า เพื่อให้ได้สัญญาณออกตามต้องการ สัญญาณเหล่านี้อาจถูกพิจารณาในโดเมนของเวลาหรือโดเมนของความถี่ สำหรับการพิจารณาตามโดเมนของความถี่นั้น วงจรกรองความถี่เป็นอุปกรณ์สำหรับเลือกความถี่ (Frequency Selective Device) ซึ่งยอมให้สัญญาณผ่านเฉพาะความถี่ที่ต้องการ และจะลดทอนสัญญาณที่ความถี่อื่นๆ

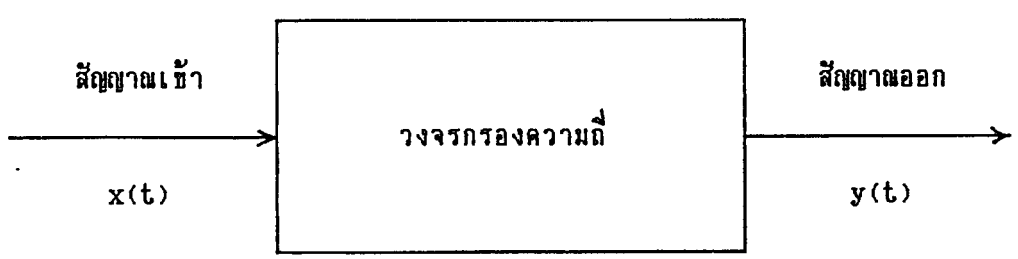
วงจรกรองความถี่ทางไฟฟ้าจะใช้กับงานที่มีการส่งสัญญาณต่าง ๆ เช่น งานทางด้านการสื่อสาร เช่น โทรเลข โทรศัพท์ เป็นต้น

การแบ่งวงจรกรองความถี่อาจแบ่งตามกระบวนการ (Process) สัญญาณที่ใช้คือวงจรกรองความถี่ทางอนาลอก (Analog Filter) ที่ใช้สำหรับขบวนการทางอนาลอกซึ่งก็คือสัญญาณที่มีฟังก์ชั่นที่แปรเปลี่ยนต่อเนื่องกับเวลา (Continuous-Time Variable) และวงจรกรองความถี่ดิจิตอล (Digital Filter) ที่ใช้สำหรับการประมวลสัญญาณเชิงเลข ซึ่งเป็นสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่อง นอกจากนี้ยังอาจจะแบ่งวงจรกรองความถี่ออกตามชนิดของชิ้นส่วนที่ใช้สร้างคือ วงจรกรองความถี่ชนิดพาสซีฟ(Passive Filter) และวงจรกรองความถี่ชนิดแอคทีฟ (Active Filter)

1.1) นิยามเบื้องต้น (Preliminary Definition)

ถ้า x(t) เป็นสัญญาณเข้าทางวงจรกรอง และ y(t) เป็นสัญญาณออกจากวงจร ดังรูปที่ 1-1 และจากการทำลาปลาสทรานสฟอร์ม (Laplace Transform) จะได้

$$Y(s) = H(s)X(s)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 1-1 การแทนสัญลักษณ์ของวงจรกรองความถี่

ในที่นี้ $S=\sigma+j\omega$ เป็นความถี่เชิงซ้อน (Complex Frequency)
ปริมาณ $Y(s)$ และ $x(s)$ เป็นลาปลาสทรานสฟอร์มของ $y(t)$ และ $x(t)$ ตามลำดับ และในที่นี้ $H(s)$ คือฟังก์ชั่นของวงจร (Network Function) ซึ่งเป็นอัตราส่วนของตัวแปรของสัญญาณออกต่อตัวแปรของสัญญาณเข้าที่ถูกแปลงแล้ว

เมื่อ $S=j\omega$ (ωในหน่วยเรเดียนต่อวินาที) ฟังก์ชั่นของวงจรจะเป็นเชิงซ้อน ซึ่งอาจจะเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$H(j\omega) = \left|H(j\omega)\right| e^{j\phi(\omega)}$$

ในที่นี้ $\left|H(j\omega)\right|$ คือ ผลตอบสนองขนาด (Amplitude หรือ Magnitude Response)
$\phi(\omega)$ คือ ผลตอบสนองเฟส (Phase Response)

ต่อจากนี้ จะพิจารณาถึงกรณีของฟังก์ชั่นของวงจร หรือ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น (Transfer Function) ที่มีความหน่วง (Delay)

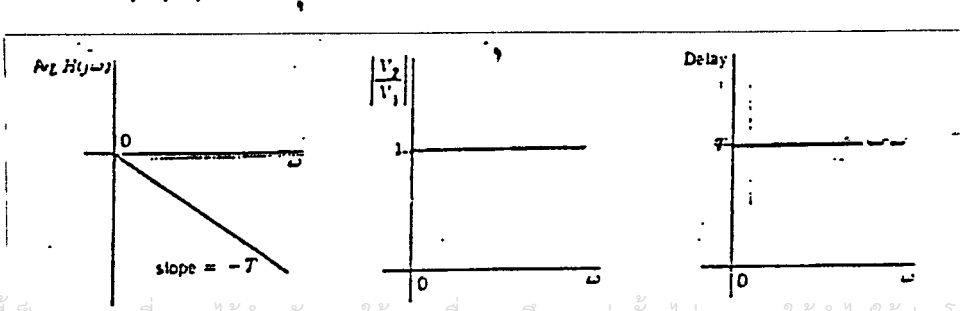
$$H(j\omega) = e^{-j\omega T}$$

ผลตอบสนองขนาด $H(j\omega) = 1$

ผลตอบสนองเฟส $\phi(\omega) = -\omega T$

และกรุ๊ปดีเลย์ $(\omega) = -\dfrac{d\phi(\omega)}{d\omega}$ วินาที

ดังรูปที่ 1-2 ก,ข,ค, แสดงคุณสมบัติของเฟส,ขนาด และขนาดของดีเลย์ของ $H(j\omega)=e^{-j\omega T}$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 1-2 แสดงคุณสมบัติในอุดมคติของ (ก) เฟส (ข) ขนาด (ค) กรุ๊ปดีเลย์

ค่าของผลตอบสนองและกรุ๊ฟดีเลย์มีความสำคัญมาก สำหรับงานที่ไม่ต้องการให้สัญญาณส่งเพี้ยน (Distort) หลังจากออกจากวงจรกรองความถี่แล้ว นั่นคือการเพี้ยนของสัญญาณ จะไม่เกิดขึ้นเลย เมื่อเฟสเป็นแบบเชิงเส้น(Linear) และมีกรุ๊ฟดีเลย์คงที่ นอกจากนั้นผลตอบสนองเฟสและกรุ๊ฟดีเลย์จะมีความสำคัญหรือไม่ ยังขึ้นอยู่กับงานเฉพาะอย่างอีกด้วย

1.2) ชนิดของวงจรกรองความถี่ (Type of Filter)

วงจรกรองความถี่ที่ใช้สำหรับเลือกความถี่ โดยให้สัญญาณผ่านได้ในย่านความถี่ที่ต้องการ ซึ่งเรียกย่านความถี่นั้นว่า "ย่านผ่านสัญญาณ (Passband)" และจะลดทอนสัญญาณที่อยู่นอกเหนือจากย่านความถี่ที่ต้องการ ซึ่งเรียกย่านความถี่นี้ว่า "ย่านหยุดสัญญาณ (Stopband)" และความถี่ที่อยู่ระหว่างย่านผ่านสัญญาณและหยุดสัญญาณเรียกว่า "ความถี่คัทออฟ (Cutoff Frequency) ω_c"

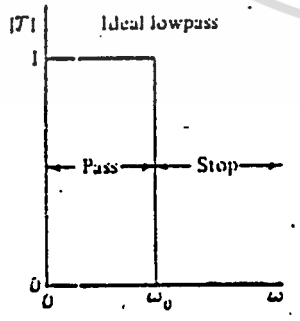
ชนิดของวงจรกรองความถี่ในอุดมคติ แสดงในรูปที่ 1-3 มีดังนี้

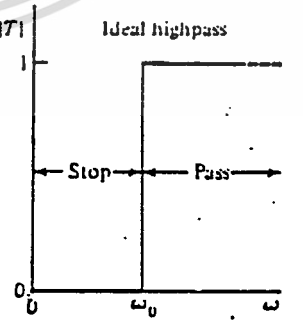
ก) วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Lowpass Filter)

ข) วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (Highpass Filter)

ค) วงจรกรองความถี่กลางผ่าน (Bandpass Filter)

ง) วงจรกรองความถี่กลางไม่ผ่าน (Bandstop Filter)





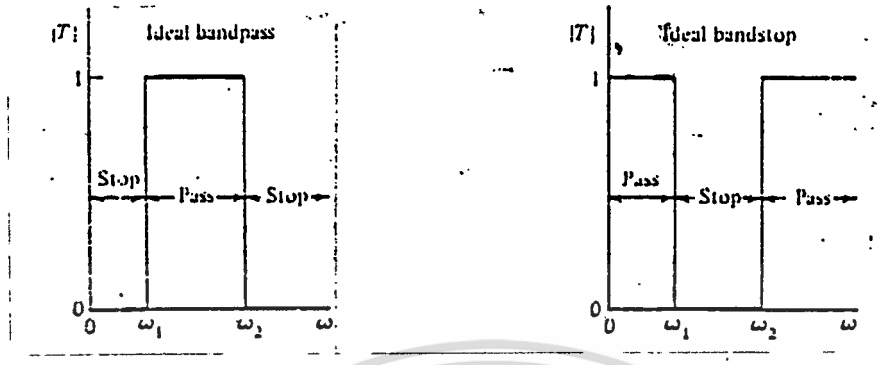
ก) $H(\omega) = 1 \quad \omega < \omega_c$

$= 0 \quad \omega > \omega_c$

ข) $H(\omega) = 1 \quad \omega > \omega_c$

$= 0 \quad \omega < \omega_c$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ค) $H(\omega) = 1 \quad \omega_{c1} < \omega < \omega_{c2}$
$= 0 \quad \omega < \omega_{c1} \; ; \; \omega > \omega_{c2}$

ง) $H(\omega) = 1 \quad \omega < \omega_{c1} \; ; \; \omega > \omega_{c2}$
$= 0 \quad \omega_{c2} < \omega < \omega_{c2}$

รูปที่ 1-3 แสดงผลตอบสนองขนาดของวงจรกรองความถี่ในอุดมคติชนิดต่างๆ

ความถี่คัทออฟจะถูกนอร์มอลไลท์ (Normalized-Cutoff Frequency) นั่นคือ ω_c = 1 เรเดียนต่อวินาที และวงจรกรองความถี่จะประมาณด้วยวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน ที่ถูกนอร์มอลไลท์ แล้วเสมอในการหาวงจรอื่นๆ เช่น วงจรกรองความถี่สูงผ่าน วงจรกรองความถี่กลางผ่าน และวงจรกรองความถี่กลางไม่ผ่าน สามารถหาได้จากวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านโดยใช้วงจรแปลงความถี่(Frequency Transformation) ได้ แต่การตอบสนองทางเฟสจะไม่เป็นเชิงเส้น

1.3) ผลตอบสนองของเนทเวิร์คฟังก์ชั่น

ผลตอบสนองของเนทเวิร์คฟังก์ชั่นที่สำคัญ ได้แก่

- ผลตอบสนองขนาด (Magnitude Response)
- ผลตอบสนองเฟส (Phase Response)
- ผลตอบสนองเวลาหน่วง (Time Delay Response)

ผลตอบสนองทั้งสามชนิดจะถูกพิจารณาเปรียบเทียบกับความถี่ของสัญญาณอินพุท ที่มีการเปลี่ยนแปลงไป ก่อนอื่นจะพิจารณาความสัมพันธ์ของผลตอบสนองทางขนาดและเฟส ในตำแหน่งของโพลและซีโร่ของเนทเวิร์คฟังก์ชั่นใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของเนทเวิร์คทั่วไป สามารถเขียนอยู่ในรูป

$$G(s) = H \frac{(s-z_1)(s-z_2)\ldots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\ldots(s-p_n)}$$

โดยที่

H = อัตราขยาย ที่มีค่าคงที่

$z_i (i=1,2,\ldots,m)$ = ตำแหน่งซีโร่อันดับที่ i

$p_i (i=1,2,\ldots,n)$ = ตำแหน่งโพลอันดับที่ i

พิจารณาผลตอบสนองในสภาวะเสถียรของสัญญาณรูปไซน์ ซึ่ง s มีค่าเท่ากับ jω

$$G(j\omega) = H \frac{(j\omega-z_1)(j\omega-z_2)\ldots(j\omega-z_m)}{(j\omega-p_1)(j\omega-p_2)\ldots(j\omega-p_n)}$$

ถ้าให้ s_i แทน z_i หรือ p_i โดยที่

$$s_i = \alpha_i + j\beta_i$$

จะได้แต่ละเทอมโพลหรือซีโร่เป็น

$$(j\omega-s_i) = -\alpha_i + j(\omega-\beta_i) = M_i e^{j\phi_i}$$

ซึ่งมีขนาด $M_i = \sqrt{\alpha_i^2 + (\omega-\beta_i)^2}$

และเฟส $\phi_i = \tan^{-1} \frac{\omega-\beta_i}{-\alpha_i}$

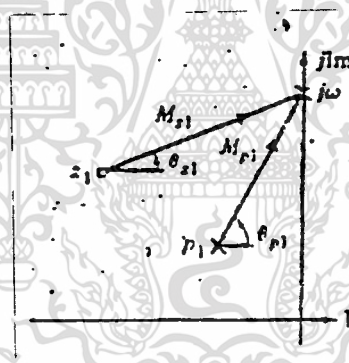
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการจึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$G(j\omega) = H \frac{M_{z1}e^{j\phi_{z1}} M_{z2}e^{j\phi_{z2}} \cdots M_{zm}e^{j\phi_{zm}}}{M_{p1}e^{j\phi_{p1}} M_{p2}e^{j\phi_{p2}} \cdots M_{pm}e^{j\phi_{pm}}}$$

$$= H \frac{M_{z1}M_{z2} \cdots M_{zm}}{M_{p1}M_{p2} \cdots M_{pn}} e^{j(\phi_{z1}+\phi_{z2}+\ldots+\phi_{zm}-\phi_{p1}-\phi_{p2}-\ldots-\phi_{pn})}$$

$$= M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$$



รูปที่ 1-4

หรืออาจสรุปได้ว่า ผลตอบสนองขนาด M(ω) คือค่าของ H คูณกับผลคูณของขนาดของเวคเตอร์ที่ลากจากตำแหน่งซีโร่ ไปยังความถี่ ω บนแกนจินตภาพ หารด้วยผลคูณของเวคเตอร์ที่ลากจากตำแหน่งโพลไปยังความถี่ ω เดียวกัน ส่วนผลตอบสนองเฟส $\phi(\omega)$ คือผลรวมของมุมเวคเตอร์ซีโร่ลบด้วยผลของมุมเวคเตอร์โพล ดังแสดงในรูปที่ 1-4

ผลตอบสนองเวลาหน่วง หาได้จากการพิจารณาสัญญาณในโดเมนของเวลา โดยสมมุติสัญญาณอินพุท V_1 ซึ่งป้อนให้กับเนทเวิร์คที่มีค่าหน่วงเวลา D จึงจะให้สัญญาณเอาท์พุท V_2 นั่นคือ

$$V_2(t) = V_1(t-D)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากสัญญาณใดๆ เกิดจากองค์ประกอบของสัญญาณรูปไซน์เสมอ จึงกำหนด

$$v_1 = A \sin(\omega t+\phi)$$

ดังนั้น $$v_2 = A \sin[\omega(t-D)+\phi]$$

หรือ $$v_2 = A \sin(\omega t-\omega D+\phi)$$

จาก สมการของ V_1 และ V_2 จะเห็นว่าสัญญาณเอาท์พุทมีเฟสต่างจากสัญญาณอินพุท คือ

$$\phi = -\omega D$$

นิยามของฟังก์ชั่นหน่วงเวลาได้จากการหาอนุพันธ์ของ $\phi = -\omega D$ เทียบกับ

$$D = \frac{-d\phi}{d\omega}$$

ดังนั้น ผลตอบสนองเวลาหน่วง ก็คือค่าลบของการอนุพันธ์ผลตอบสนองเฟสนั่นเอง

1.4) การประมาณขนาดแบบราบเรียบที่สุด (Maximally Flat Magnitude Approximation).

การประมาณขนาดแบบราบเรียบที่สุด ทำได้โดยเริ่มพิจารณาจากความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่นขนาดกับทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของเนทเวิร์คใด ๆ ที่ว่า

$$\left|N(j\omega)\right|^2 = N(j\omega)N^*(j\omega) = N(j\omega)N(-j\omega) \qquad (1\text{-}1a)$$

แต่เนื่องจาก

$$N(s) = \frac{b_o + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3 + b_4 s^4 + \ldots}{a_o + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4 + \ldots} \qquad (1\text{-}1b)$$

$$N(j\omega) = \frac{b_o - b_2\omega^2 + b_4\omega^4 - \ldots + j(b_1\omega - b_3\omega^3 + \ldots)}{a_o - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \ldots + j(a_1\omega - a_3\omega^3 + \ldots)} \qquad (1\text{-}1c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า(1-1c) ลงทางขวามือของ(1-1a) จะได้คุณสมบัติข้อแรกของ $\left|N(j\omega)\right|^2$ ที่มีค่าเป็นอัตราส่วนของโพลิโนเมียลกำลังเลขคู่ จากสมการ (1-1a) ถ้าให้ $\omega = s/j$ และกำหนดฟังก์ชั่น $T(s^2)$ ดังนี้

$$T(s^2) = \left|N(j\omega)\right|^2 \Big|_{\omega=s/j} = N(s)N(-s) \qquad (1\text{-}1d)$$

จาก (1-1d) จะเห็นว่า ตำแหน่งโพล และซีโร่ ของ $T(s^2)$ นั้น จะมีความสมมาตรทางควอทแดรนท์(Quadrantal Symmetry)ในระนาบของ s เสมอ กล่าวคือมีค่าอยู่ในตำแหน่งที่สมมาตรทั้งทางซีกขวาและซ้ายของระนาบอ้างอิงจากจุดกำเนิด ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นที่ทำให้ $T(s^2)$ มีค่าเท่ากับผลคูณ $N(s)N(-s)$ โดยทั่วไปโพลิโนเมียลเศษและส่วนของ $T(s^2)$ สามารถแยกองค์ประกอบได้อยู่ใน 3 รูปแบบดังนี้

1.4.1) $s^4 + as^2 + b$ มีรากเป็นจำนวนเชิงซ้อนที่สมมาตรทางควอทแดรนท์

1.4.2) $s^2 - a$ $(a>0)$ มีรากเป็นจำนวนจริงที่ระยะห่างจากจุดกำเนิดไปทางซ้ายและขวาของระนาบเท่ากับ $\sqrt{a}$

1.4.3) $s^2 + a$ $(a>0)$ มีรากเป็นจำนวนจินตภาพที่อยู่บนแกน $j\omega$ ที่ระยะห่างจากจุดกำเนิดเท่ากับ $\sqrt{a}$ เช่นกัน

จากที่กล่าวมา จะเห็นว่าถ้ากำหนดฟังก์ชั่นขนาดกำลังสอง $\left|N(j\omega)\right|^2$ ของฟังก์ชั่นเศษส่วน $N(s)$มาให้ โดยมีเงื่อนไขว่า

- ฟังก์ชั่น $\left|N(j\omega)\right|^2$ เป็นอัตราส่วนของโพลิโนเมียลกำลังคู่ในเทอม ω
- ฟังก์ชั่น $T(s^2)$ ซึ่งนิยามใน (2d) ต้องมีจำนวนโพลหรือซีโร่แกน $j\omega$ เป็นลำดับของเลขจำนวนคู่

เงื่อนไขทั้งสองนี้ย่อมพอเพียงสำหรับการแยกองค์ประกอบของ $T(s^2)$ให้อยู่ในรูปผลคูณ $N(s)N(-s)$ โดยการเลือกเอาครึ่งหนึ่งของโพลทั้งหมดจาก $T(s^2)$ ได้แก่ โพลที่อยู่ทางซีกซ้ายมือของระนาบกับครึ่งหนึ่งของคู่โพลบนแกน $j\omega$ ให้เป็นโพลของ $N(s)$ และในทำนองเดียวกันก็เลือกเอาครึ่ง

เอกสารนี้ใช้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของซีโร่จาก $T(s^2)$ ซึ่งอาจจะเป็นซีโร่ทางซีกซ้ามือหรือขวามือก็ได้ กับครึ่งหนึ่งของซีโร่บนแกน $j\omega$ ให้เป็นซีโร่ของ $N(s)$ การจำกัดให้เลือกใช้โพลทางซีกซ้ายมือของระนาบจาก $T(s^2)$ นี้ เนื่องมาจากการพิจารณาในด้านสเถียรภาพของฟังก์ชั่นนั่นเอง

ฟังก์ชั่นขนาดกำลังสองที่อธิบายมานี้สามารถนำไปใช้ได้ทั่วไป สำหรับในที่นี้แสดงให้เห็นถึงฟังก์ชั่นขนาดกำลังสองที่ชิ่งความถี่ในย่านต่ำ ๆ ตั้งแต่ศูนย์ มีความราบเรียบที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ซึ่งทำได้โดยการให้สมการอนุพันธ์อันดับที่ต่างๆ เท่าที่เป็นไปได้ของฟังก์ชั่นมีค่าเป็นศูนย์ที่ $\omega = 0$ rad/s ฟังก์ชั่นชนิดนี้เรียกว่า แมกซิมัลลีแฟลท (Maximally Flat) ก่อนอื่น พิจารณาฟังก์ชั่นขนาดกำลังสอง $\left|N(j\omega)\right|^2$ ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$\left|N(j\omega)\right|^2 = H^2 \frac{1+b_1\omega^2+b_2\omega^4+\ldots}{1+a_1\omega^2+a_2\omega^4+\ldots} \qquad (1\text{-}1e)$$

ทำการหารโพลิโนเมียลเศษด้วยโพลิโนเมียลส่วน จะได้

$$\left|N(j\omega)\right|^2 = H^2[1+(b_1-a_1)\omega^2 + (b_2-a_2+a_1^2-a_1b_1)\omega^4 +\ldots] \qquad (1\text{-}1f)$$

และมาพิจารณาอนุกรมแม็คคลอริน(Maclaurin Series) หรือการกระจายอนุกรมเทเลอร์ (Taylor)รอบจุดกำเนิดของฟังก์ชั่น $F(\omega)$ ใด ๆ ซึ่งอยู่ในรูป

$$F(\omega) = F(0)+ \frac{F^{(1)}(0)}{1!}\omega + \frac{F^{(2)}(0)}{2!}\omega^2 + \frac{F^{(3)}(0)}{3!}\omega^3 + \frac{F^{(4)}(0)}{4!}\omega^4 +\ldots$$

เมื่อ $F^{(i)}(0)$ คือ อนุพันธ์อันดับที่ i ของ $F(\omega)$ซึ่งแทนค่า $\omega = 0$ เปรียบเทียบสมการนี้กับสมการของ $\left|N(j\omega)\right|^2$ ที่มีอนุพันธ์อันดับจำนวนคี่เป็นศูนย์อยู่แล้ว และเพื่อที่จะให้อนุพันธ์อันดับที่สองมีค่าเป็นศูนย์จะต้องให้สัมประสิทธิ์ a_1 เท่ากับ b_1 ในทำนองเดียวกัน สำหรับอนุพันธ์อันดับที่สี่จะเป็นศูนย์ต่อเมื่อ a_2 เท่ากับ b_2 เป็นต้น ดังนั้น รูปทั่วไปของฟังก์ชั่นขนาดกำลังสอง $\left|N(j\omega)\right|^2$ ใน (e)จะมีค่าความราบเรียบที่สุดก็ต่อเมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(CAPACITOR) , ค่าอัตราขยายของทรานซิสเตอร์ และค่าอัตราขยายของออปแอมป์ (OPERATIONAL AMPLIFIER) ซึ่งแน่นอนว่า วงจรที่มีค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของเซ็นซิติวิตี้มาก ซึ่งก็คือ การแปรผันของพารามิเตอร์ของวงจรมีค่ามากจะทำให้ผลตอบสนองทางด้านเอาท์พุทเกิดการผิดเพี้ยนได้ง่าย ฉะนั้นโครงสร้างของวงจรที่ดี ควรมีค่าเซ็นซิติวิตี้ของอิลิเม้นท์แต่ละตัวต่ำ จะทำให้ง่ายต่อการใช้งานและไม่ต้องใช้ค่าอุปกรณ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงมากเกินความจำเป็น ซึ่งจะทำให้ประหยัดค่าใช้จ่าย

ความไวของอุปกรณ์ (SENSITIVITY) หาได้จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นซึ่งเป็นตัวกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆในวงจร โดยเริ่มต้นจากการกำหนดให้

$$S_{x_i}^{T(s)} = \frac{X_i}{T(S)} \cdot \frac{\partial}{\partial X_i} T(S) \qquad (1\text{-}1g)$$

เมื่อ X_i แทนค่าอิลิเม้นท์แต่ละตัวในวงจร

ถ้าแทน S ด้วย $j\omega$ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น T(S) จะได้

$$T(j\omega) = \left|T(j\omega)\right| e^{j\phi(\omega)} \qquad (1\text{-}1h)$$

แทนค่าสมการ (1-1h) ลงในสมการ (1-1g) ค่าฟังก์ชั่นของเซ็นซิติวิตี้ สามารถเขียนได้เป็น

$$S_{x_i}^{T(j\omega)} = \frac{X_i}{\left|T(j\omega)\right| e^{j\phi(\omega)}} \cdot \frac{\partial}{\partial X_i} \left|T(j\omega)\right| e^{j\phi(\omega)} \qquad (1\text{-}1i)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (1-1i) ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ สามารถเขียนเป็นจำนวนเชิงซ้อนได้คือ

$$S_{X_i}^{T(j\omega)} = \frac{X_i}{\left|T(j\omega)\right|} \cdot \frac{\partial}{\partial X_i}\left|T(j\omega)\right| + jX_i \frac{\partial}{\partial X_i}\phi(\omega) \qquad (1\text{-}1j)$$

จากสมการ (1-1j) จะได้ว่า

$$S_{X_i}^{T(j\omega)} = \mathrm{Re}\, S_{X_i}^{T(j\omega)} \qquad (1\text{-}1k)$$

$$S_{X_i}^{T(j\omega)} = [1/\phi(\omega)]\, \mathrm{Im}\, S_{X_i}^{T(j\omega)} \qquad (1\text{-}1l)$$

โดยที่สมการ (1-1k) จะเป็นฟังก์ชั่น ในการหาเซ็นซิติวิตี้ของ MAGNITUDE $\left|T(j\omega)\right|$ ซึ่งสามารถเขียนได้ใหม่คือ

$$S_{X_i}^{\left|T(j\omega)\right|} = \mathrm{Re}\left[\frac{X_i}{T(S)} \cdot \frac{\partial}{\partial X_i} T(S)\right] \qquad (1\text{-}1m)$$

$$= \mathrm{Re}\left[X_i \left[\frac{N'(S)}{N(S)} - \frac{D'(S)}{D(S)}\right]\right] \qquad (1\text{-}1n)$$

เมื่อ N(S) เป็นโพลินเมียลเศษของ T(S)

D(S) เป็นโพลินเมียลส่วนของ T(S)

และ $N'(S) = \frac{d}{dX_i} N(S)$, $D'(S) = \frac{d}{dX_i} D(S)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

บัตเตอร์เวิธ - เจนเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียลฟิลเตอร์

(A Butterworth - Generalized Bessel Polynomials Filter)

ในบทความของ Y.Peless และ T.Murakami [1] ได้เสนอหลักการในการออกแบบวงจรกรองความถี่แบบ Transitional Butterworth-Thomson ซึ่งวงจรดังกล่าวสามารถปรับให้คุณลักษณะของขนาดราบเรียบที่สุด (maximally-flat amplitude) หรือเรียกอีกนัยหนึ่งว่า Butterworth characteristic และสามารถปรับคุณลักษณะของดีเลย์ให้ราบเรียบที่สุด (maximally-flat delay) หรืออีกนัยหนึ่งเรียกว่า Thomson หรือ Bessel characteristic เนื่องจากวงจรกรองความถี่ต่างๆสามารถปรับได้ทั้งขนาดและกรุ๊ฟดีเลย์ไปพร้อม ๆ กัน จึงเรียกวงจรดังกล่าวว่า Transitional Butterworth-Thomson (Bessel) filter หรือใช้ตัวย่อว่า TBT

แต่ในบทความนี้เราจะใช้ Generalized Bessel polynomial มาแทน Besselpolynomial ธรรมดา ซึ่งรายละเอียดเกี่ยวกับคุณสมบัติของGBPนั้นหาอ่านได้จากบทความ [2] และ [3]

เนื่องจาก GBP มีคุณสมบัติพิเศษอยู่อย่างหนึ่งคือ GBP มี parameter ที่สามารถปรับค่าได้มากกว่า Bessel polynomial ธรรมดา ซึ่งในบทความของ D.E. Johnson [4] ได้นำเอาGBP มาใช้ออกแบบวงจรดีเลย์ลายน์ โดย GBP ดังกล่าวมีคุณสมบัติของกรุ๊ฟดีเลย์ดีกว่าแบบของThomson ใน order ที่เท่า ๆ กัน จากเหตุผลดังกล่างข้างต้น ผู้เขียนจึงได้ริเริ่มนำเอาGBPมาใช้ร่วมกับ Butterworth และให้ชื่อ filter ดังกล่าวว่า Transitional Butterworth Generalized Bessel Polynomials filter หรือใช้ตัวย่อว่า TBGBP

2.1) ทฤษฎี

2.1.1 ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ Butterworth และ Generalized Bessel Polynomial

ก่อนที่จะศึกษาคุณสมบัติของ TBGBP นั้น จะขอกล่าวถึงโพลิโนเมียลของ Butterworth และโพลิโนเมียลของ GBP ก่อน โดย Butterworth เขียนเป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น order n ในรูปขนาดได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$B(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}} \qquad (2\text{-}1)$$

และรากของสมการดังกล่าว [5] คือ

$$S_k = \sigma_k + j\omega_k = e^{j(2k+n-1)\pi/2n} \qquad (2\text{-}2)$$

โดยค่า real และ imaginary คือ

$$\sigma_k = -\sin\frac{(2k-1)\pi}{2n}$$

$$\text{และ} \quad \omega_k = \cos\frac{(2k-1)\pi}{2n} \qquad (2\text{-}3)$$

ส่วน Generalized Bessel Polynomial มีสมการ differential ทั่วไปว่า

$$S^2\frac{d^2H_n}{dS^2} + (2 - \alpha - 2n - 2S)\frac{dH_n}{dS} + 2nH_n = 0 \qquad (2\text{-}4)$$

ผลลัพธ์ของสมการ (2-4) คือ

$$H_n(S) = \sum_{k=0}^{n} (-n)_k \frac{[\alpha + n - 1]_k}{k!}\left[\frac{-S}{k}\right]^{n-k} \qquad (2\text{-}5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย α เป็น parameter ของ GBP ซึ่งตัว α ดังกล่าว จะเป็นตัวที่ใช้ในการปรับค่าคุณลักษณะทางขนาดและดีเลย์

ในการวิเคราะห์หา Transfer function ของ TBGBP นั้น เราจะหาค่า normalize โดยผลตอบสนองที่ความถี่ศูนย์จะมีค่าเป็นหนึ่งหน่วย (Unity)

สมมติให้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นดังกล่าว เขียนอยู่ในรูป

$$T_n(s) = \frac{1}{(s+a_1)(s+a_2).....(s+a_n)} \qquad (2\text{-}6)$$

จากสมการ (2-6) ค่า a_1, a_2, ..., a_n. เป็นโพลของทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น และเพื่อให้ผลคูณของโพลจากจุดกำเนิด (origin) เป็นหนึ่ง ค่าของโพลจะต้องสัมพันธ์กันดังต่อไปนี้

$$\prod_{k=1}^{n} a_k = 1 \qquad (2\text{-}7)$$

ส่วนทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ GBP ฟิลเตอร์ โดยทั่วไปมีสูตรว่า

$$T_n(s) = \frac{b_o}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + ...b_1 s + b_o} \qquad (2\text{-}8)$$

หรือ

$$T_n(s) = \frac{1}{\frac{s^n}{b_o} + \frac{b_{n-1}}{b_o}s^{n-1} + ...\frac{b_1}{b_o}s + 1} \qquad (2\text{-}9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อเป็นการเปรียบเทียบระหว่างสมการ (2-9) และ (2-6) กำหนดให้

$$S^n = \frac{s^n}{b_o} \qquad (2\text{-}10)$$

หรือ $$S = \frac{s}{b_o^{(1/n)}}$$

โดยการแทนค่า (2-10) ลงในสมการ (2-9) จะได้

$$T_n(S) = \frac{1}{S^n + C_{n-1}S^{n-1} + C_{n-2}S^{n-2} + \ldots\ldots C_n S + 1} \qquad (2\text{-}11)$$

โดยที่ $$C_{n-1} = b_{n-1}(b_o)^{-1/n}$$

$$C_{n-2} = b_{n-2}(b_o)^{-2/n} \qquad (2\text{-}12)$$

$$\vdots$$

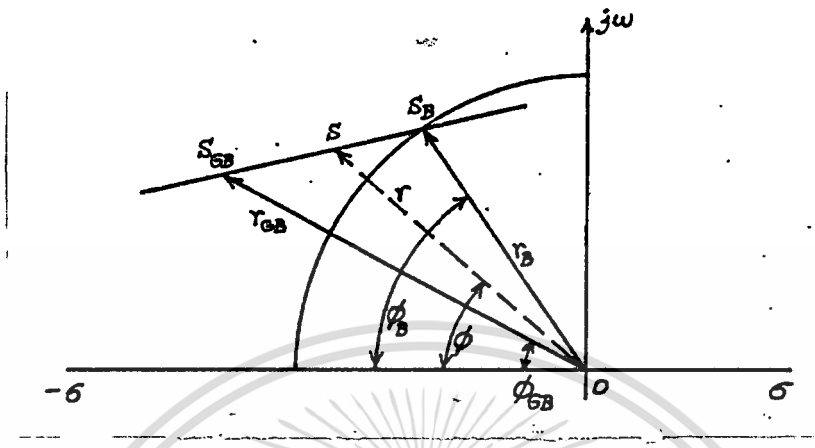
$$C_1 = b_1(b_o)^{-(1 - 1/n)}$$

2.1.2 ตำแหน่งของโพลสำหรับ TBGBP ฟิลเตอร์

สมมติให้โพลของ Butterworth กับ GBP ซึ่งอยู่ทางซ้ายมือของระนาบS ดังแสดงในรูปที่ 2-1 คือ $S_B(r_B, \phi_B)$ และ $S_{GB}(r_{GB}, \phi_{GB})$ ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง



รูปที่ 2-1 แสดงตำแหน่งโพลของ TBGBP

จากรูปที่ 2-1 ระยะทางจากจุดกำเนิดถึง S คือ

$$S = re^{j(\pi-\phi)} = -re^{-j\phi} \qquad (2\text{-}13)$$

โดยที่ $$r = r^{m}_{GB} \qquad (2\text{-}14)$$

และ $$\phi = \phi_B - m(\phi_B - \phi_{GB}) \qquad (2\text{-}15)$$

ส่วนค่า m เป็นพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนค่าได้

เมื่อพิจารณาสมการ (2-14) และ (2-15) จะเห็นได้ว่าเมื่อ m = 0, ขนาดของ r = r_B = 1 และเฟส $\phi = \phi_B$ และในกรณีที่ว่า m = 1 ขนาดของ r = r_{GB} และเฟส $\phi = \phi_{GB}$ เราสรุปได้ว่าเมื่อ m = 0 ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นดังกล่าวจะมีคุณสมบัติเป็นButterworth และเมื่อ m = 1 ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นดังกล่าวจะมีคุณสมบัติเป็น Generalized Bessel ฟิลเตอร์ ดังนั้น ถ้าเราปรับค่าให้ m มีลิมิตดังต่อไปนี้ 0 < m < 1 แล้ว ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นดังกล่าวจะมีคุณสมบัติเป็น Transitional Butterworth กับ Generalized Bessel ฟิลเตอร์

ในทำนองเดียวกันกับสมการ (2-2) ผลคูณของโพลทั้งหมดจากจุดกำเนิด (origin) คือ

$$\left[\prod_{k=1}^{n} r_{GB,k}\right]^{m} = 1 \qquad (2\text{-}16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

17540

2.1.3 การหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ TBGBP

ก่อนที่จะหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ Transitional Butterworth-Generalized Bessel ฟิลเตอร์นั้น ขอให้มาพิจารณารูปแบบทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นในตารางที่ 2-1 และตารางที่ 2-2 ตามลำดับ

$B_0(S)$	1
$B_1(S)$	$S + 1$
$B_2(S)$	$S^2 + 1.4142S + 1$
$B_3(S)$	$S^3 + 2S^2 + 2S + 1$

ตารางที่ 2-1 Butterworth Filter

$T_0(s)$	1
$T_1(s)$	$s + (\alpha/2)$
$T_2(s)$	$s^2 + (\alpha + 1)s + \frac{(\alpha+1)(\alpha+2)}{4}$
$T_3(s)$	$s^3 + \frac{3}{2}(\alpha+2)s^2 + \frac{3}{4}(\alpha+2)(\alpha+3)s + \frac{1}{8}(\alpha+2)(\alpha+3)(\alpha+4)$

ตารางที่ 2-2 Generalized Bessel Filter

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการออกแบบทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น TBGBP นั้น เราจะต้องเปลี่ยนสัมประสิทธิ์ในตารางที่ 2-2 ให้เป็น unity หรือ normalized เสียก่อน ตามเงื่อนไขในสมการ (2-11) และ (2-12)

ยกตัวอย่าง เช่น จากตารางที่ 2-2 order 2

$$T_2(s) = s^2 + (\alpha+1)s + \frac{(\alpha+1)(\alpha+2)}{4} \qquad (2\text{-}17)$$

เพราะฉะนั้น ค่าที่ normalized แล้วจะเป็นดังนี้

$$T_2(S) = S^2 + (\alpha+1)\frac{2}{\sqrt{(\alpha+1)(\alpha+2)}}S + 1 \qquad (2\text{-}18)$$

สำหรับโพลของ GBP ลำดับที่ n = 2 และ α เป็นค่าตัวแปรใด ๆ หรืออีกนัยหนึ่ง α เป็นค่า GBP พารามิเตอร์ จากสมการที่ (2-18) รากของสมการ คือ

$$S_{1,2} = -\frac{\alpha+1}{\sqrt{(\alpha+1)(\alpha+2)}} \pm j\frac{1}{\sqrt{\alpha+2}} \qquad (2\text{-}19)$$

$$= r_{GB}e^{j\phi_{GB}} \qquad (2\text{-}20)$$

โดยที่ $r_{GB} = 1$ และ $\phi_{GB} = \pm \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{\alpha+1}}$ (2-21)

ตัวอย่างเช่น ถ้า α=2 จะได้

$$S_{1,2} = -0.866025 \pm j0.5 \qquad (2\text{-}22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือ $r_{GB} = 1$ และ $\phi_{GB} = \pm 30$ องศา

ส่วนโพลของ Butterworth ลำดับที่ n จากสมการ (2-2) และ (2-3) คือ

$$S_k = e^{j(2k+n-1)/2n} = -\sin[(2k-1)\pi]/2n + j\cos[(2k-1)\pi]/2n \quad (2\text{-}23)$$

จากสมการ (2-23) $r_p = 1$ และ $\phi_p = \pm \frac{(2k-1)\pi}{2n}$

ถ้า $n = 2$ จะได้ว่า $\phi_p = \pm \frac{(2k-1)\pi}{4} = \pm 45$

$$S_{1,2} = -0.7071 \pm j0.7071$$

ฉะนั้น สูตรทั่วไปของ TBGBP สำหรับลำดับที่ 2 คือ

$$\phi = 45 - m\left[45 - \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{\alpha+1}}\right] \quad (2\text{-}24)$$

จากสมการที่ (2-24) นำมาหาค่าโพลของ BGBP โดยการแปรค่า alpha (α) และค่า m จะได้ผลดังแสดงในตารางที่ 2-3 และตารางที่ 2-4 โดยตารางที่ 2-4 เป็นรากของสมการ BGBP และตารางที่ 2-4 แสดงสัมประสิทธิ์ของ BGBP ตามลำดับ

นำผลจากตารางที่ 2-4 มา plot กราฟหา amplitude characteristics และ group delay characteristics ดังแสดงในกราฟรูปที่ 2-1 และกราฟรูปที่ 2-2 ตามลำดับ โดยกราฟรูปที่ 2-1 กำหนดให้ลำดับ n = 2. GBP พารามิเตอร์ $\alpha = 2$ และ m เป็นตัวแปรเปลี่ยนโดยค่า m แปรค่าจาก m = -0.2 ถึง 1.2 จากกราฟรูปที่ 2-1 จะเห็นได้ว่า เมื่อเพิ่มค่า m ขึ้นเรื่อย ๆ ขนาด (amplitude) จะมีผลตอบสนองที่เลวลง แต่ในทางกลับกัน กรุ๊ฟดีเลย์จะดีขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 2-2

ส่วนกราฟรูปที่ 2-3 กำหนดให้ GBP ลำดับที่ 2, m = 0.5 ซึ่งเป็นค่า mean ระหว่างButterworth กับ GBP จากรูป ถ้า α ต่ำเกินไป เช่น $\alpha = -0.8$ ขนาดของ BGBP จะไม่เสถียร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพราะเกิด overshoot ขึ้น ส่วนค่า α ที่ค่าต่ำ ๆ จะมีคุณลักษณะของฟิลเตอร์ที่ราบเรียบกว่า α ที่ค่ามาก แต่กรุ๊ปดีเลย์ที่ α มาก ๆ จะราบเรียบกว่า α ที่มีค่าน้อย ๆ ดังแสดงในรูป 2-4

2.2) สรุป

จากคุณสมบัติของ TBGBP ฟิลเตอร์ (Transitional Butterworth-Generalized Bessel Polynomial) เมื่อเทียบกับ TBT (Transitional Butterworth-Thomson) จะเห็นได้ว่า TBGBP ฟิลเตอร์ มีคุณสมบัติที่สามารถปรับค่าขนาด และดีเลย์ได้ในขอบเขตที่กว้างขวางกว่าแบบของ TBT

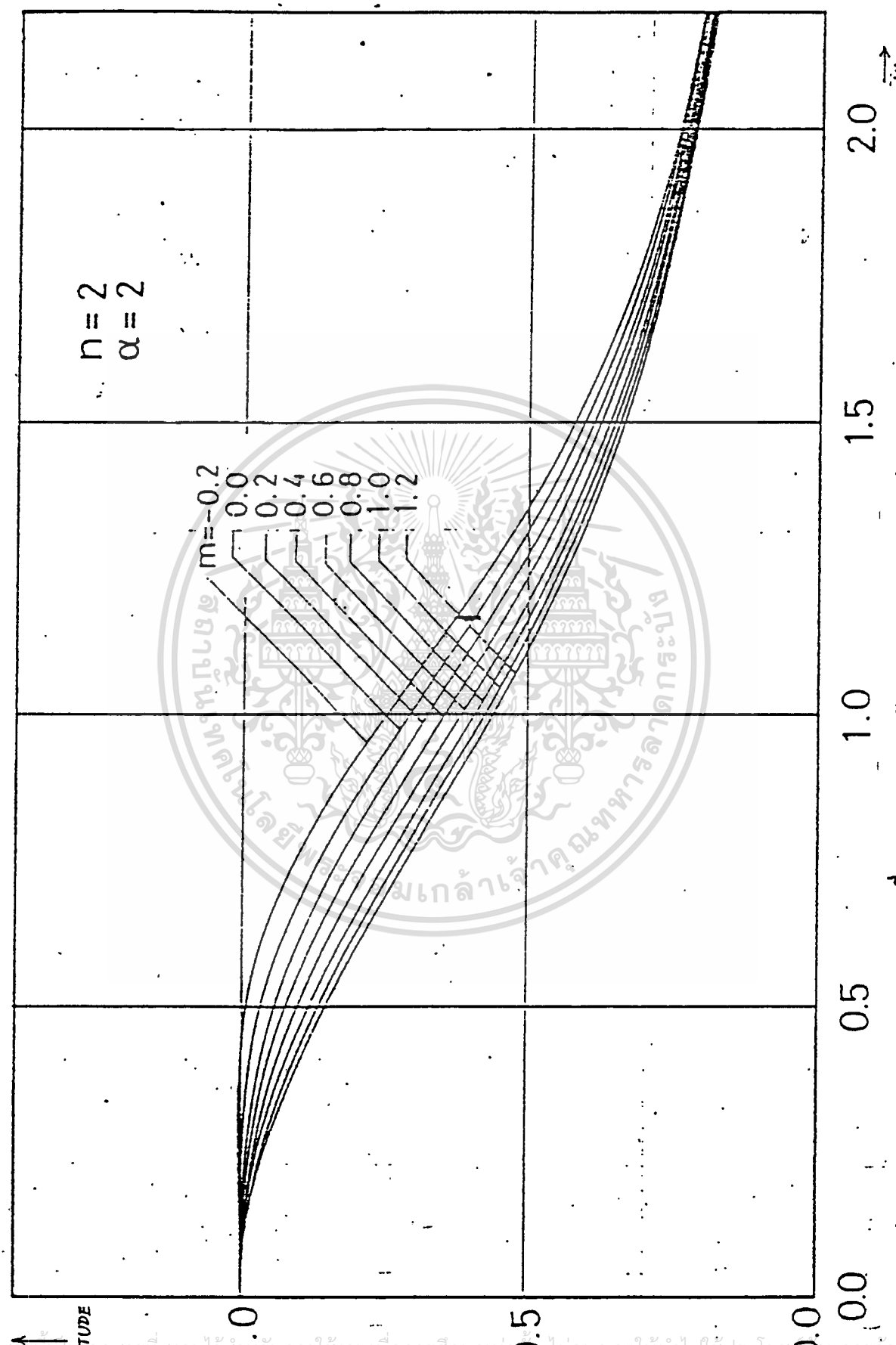
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2-3 โพลของ BGBP

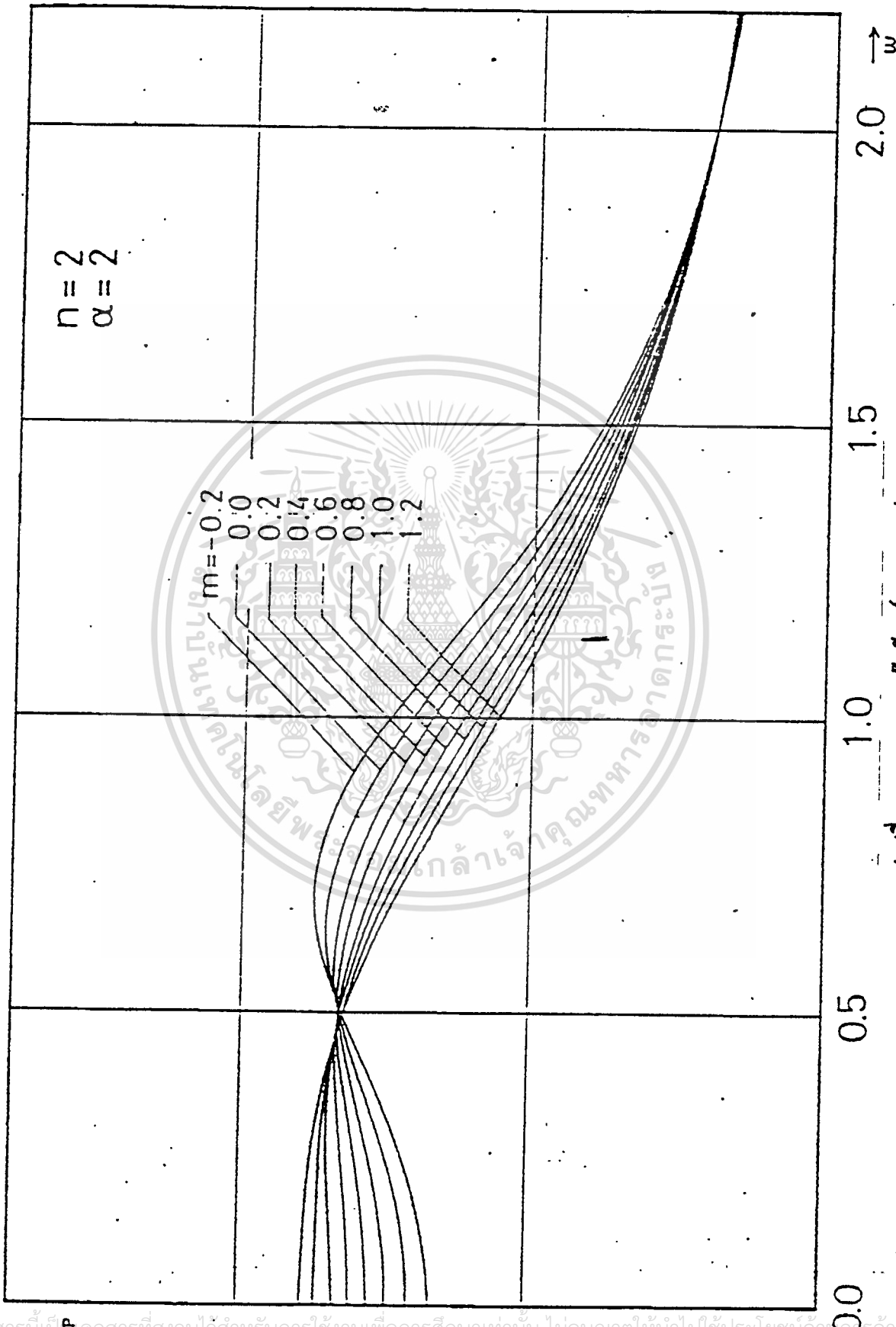
Alpha / m	-0.8	1.0	2.0	4.0	8.0
-0.2	-.756779+j.653671	-.682673+j.730724	-.669131+j.743145	-.653671+j.756779	-.638593+j.769545
	-.756779-j.653671	-.682673-j.730724	-.669131-j.743145	-.653671-j.756779	-.638593-j.769545
0.0	-.707107+j.707107	-.707107+j.707107	-.707107+j.707107	-.707107+j.707107	-.707107+j.707107
	-.707107-j.707107	-.707107-j.707107	-.707107-j.707107	-.707107-j.707107	-.707107-j.707107
0.2	-.653671+j.756778	-.730724+j.682673	-.743145+j.669131	-.756779+j.653671	-.769545+j.638593
	-.653671-j.756778	-.730724-j.682673	-.743145-j.669131	-.756779-j.653671	-.769545-j.638593
0.4	-.596756+j.802423	-.753497+j.657451	-.777146+j.629320	-.802423+j.596756	-.825370+j.564592
	-.596756-j.802423	-.753497-j.657451	-.777146-j.629320	-.802423-j.596756	-.825370-j.564592
0.5	-:567088+j.823657	-.764559+j.644553	-.793353+j.608761	-.823657+j.567088	-.850651+j.525731
	-.567088-j.823657	-.764559-j.644553	-.793353-j.608761	-.823657-j.567088	-.850651-j.525731
0.6	-.536665+j.843795	-.775401+j.631470	-.809017+j.587785	-.843795+j.536665	-.874103+j.485740
	-.536665-j.843795	-.775401-j.631470	-.809017-j.587785	-.843795-j.536665	-.874103-j.485740
0.8	-.473717+j.880677	-.796408+j.604759	-.838671+j.544639	-.880677+j.473717	-.915326+j.402714
	-.473717-j.880677	-.796408-j.604759	-.838671-j.544639	-.880677-j.473717	-.915326-j.402714
1.0	-.408248+j.912871	-.816497+j.577350	-.866025+j.500000	-.912871+j.408248	-.948683+j.316228
	-.408248-j.912871	-.816497-j.577350	-.866025-j.500000	-.912871-j.408248	-.948683-j.316228
1.2	-.340606+j.940206	-.835642+j.549275	-.891007+j.453990	-.940206+j.340606	-.973889+j.227024
	-.340606-j.940206	-.835642-j.549275	-.891007-j.453990	-.940206-j.340606	-.973889-j.227024

ตารางที่ 2-4 สัมประสิทธิ์ของ BGBP (a)

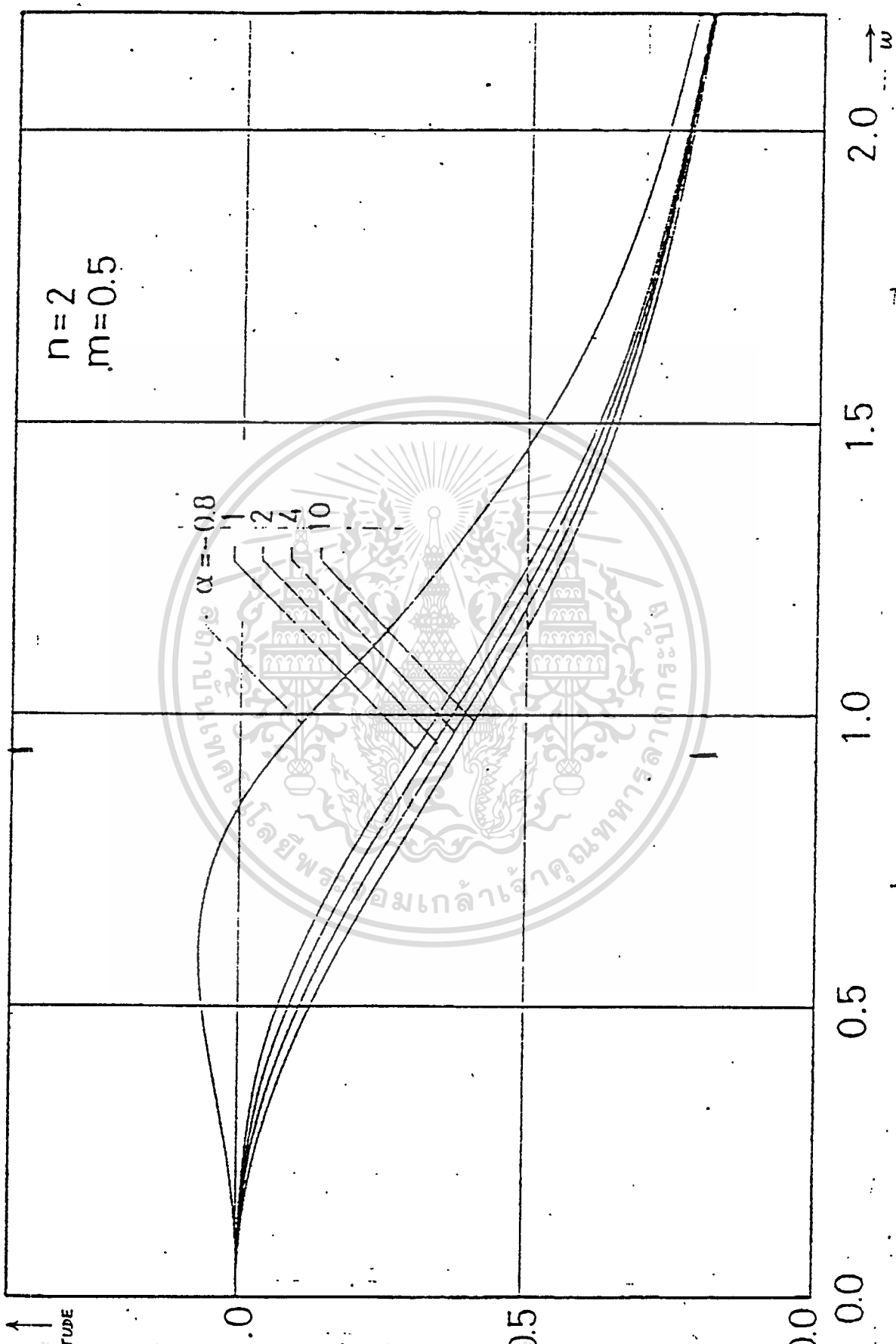
ALPHA \ m	-0.2	0.0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2
-0.8	1.513557	1.414214	1.307342	1.193513	1.134176	1.073330	0.947434	0.816497	0.681212
1.0	1.365346	1.414214	1.461448	1.506995	1.529119	1.550801	1.592817	1.632993	1.671284
2.0	1.338261	1.414214	1.486290	1.554292	1.586707	1.618034	1.677341	1.732051	1.782013
3.0	1.320344	1.414214	1.502228	1.584025	1.622484	1.659264	1.727635	1.788854	1.842669
4.0	1.307342	1.414214	1.513557	1.604845	1.647314	1.687591	1.761354	1.825742	1.880412
6.0	1.289341	1.414214	1.528921	1.632640	1.680142	1.724623	1.804210	1.870829	1.924000
8.0	1.277186	1.414214	1.539089	1.650740	1.701302	1.748207	1.830652	1.897367	1.947778
10.0	1.268267	1.414214	1.546448	1.663686	1.716321	1.764793	1.848787	1.914854	1.962354
15.0	1.253405	1.414214	1.558517	1.684632	1.740400	1.791086	1.876636	1.940285	1.981289



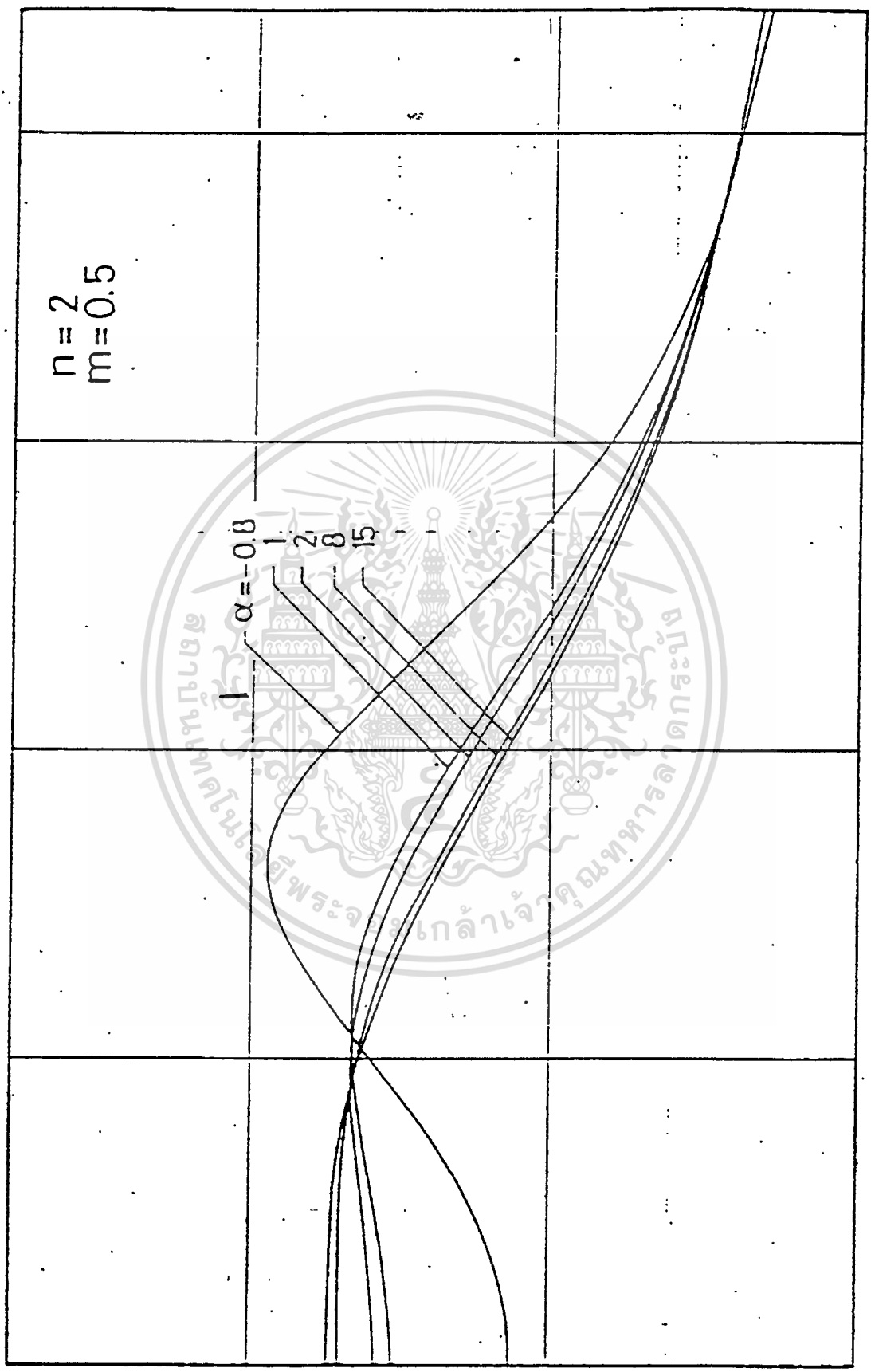
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

เทคนิคการออกแบบวงจรกรองความถี่

(Design Technique)

การออกแบบวงจรกรองความถี่ จะต้องเริ่มต้นจากการหาฟังก์ชั่นกรองความถี่ที่ให้ผลตอบสนองขนาดใกล้เคียงกับฟังก์ชั่นในอุดมคติมากที่สุด กล่าวคือ เป็นฟังก์ชั่นที่ยอมให้สัญญาณความถี่ในย่านผ่านสัญญาณ (Passband) ผ่านออกไปโดยไม่มีการสูญเสียหรือผิดเพี้ยน และสามารถกำจัดสัญญาณความถี่ในย่านหยุดสัญญาณ (Stopband) ได้โดยสิ้นเชิง แต่เนื่องจากวงจรใด ๆ สามารถแทนได้เฉพาะฟังก์ชั่นที่อยู่ในรูปโพลีโนเมียลเศษส่วนเท่านั้น จึงจำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับผลตอบสนองต่าง ๆ ของฟังก์ชั่นชนิดนี้ และวิธีการประมาณฟังก์ชั่นเศษส่วนที่มีผลตอบสนองขนาดในลักษณะที่ใกล้เคียงกับฟังก์ชั่นกรองความถี่ในอุดมคติ

เทคนิคการออกแบบ โดยการประมาณ เพื่อให้มีคุณสมบัติของวงจรกรองความถี่อยู่ในโครงร่างหรือขอบเขตที่ต้องการหรือใกล้ความจริงมากที่สุด

อาจจะแบ่งเทคนิคการออกแบบได้เป็น 2 ชนิดตามวิธีคณิตศาสตร์ ดังนี้

ก) เทคนิคการออกแบบโดยการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้สูตรสำเร็จ (Analytical Design Technique).

การออกแบบนี้ เป็นการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Analysis) ซึ่งสะดวกต่อการหาผลลัพธ์ในรูปของสูตรสำเร็จ ไม่จำเป็นที่จะต้องใช้คอมพิวเตอร์มากเท่าใด อย่างไรก็ตามความคล่องตัวน้อยมาก

ข) การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการออกแบบ (Computer Aided Design)

วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมในปัจจุบัน เพราะว่าออกแบบได้คล่องตัว ไม่ว่าฟังก์ชั่นที่ต้องการจะเป็นอย่างไรก็ตามสามารถหาสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองความถี่ได้ ไม่ว่าจะอยู่ในโดเมนของความถี่ หรือโดเมนของเวลา โดยกระบวนการอิเทอเรทีฟ (Iterative Process) ซึ่งจะเริ่มต้นโดยการเลือกประเภทสมมติฐานความผิดพลาด (Error Criterion) ของฟังก์ชั่นที่ประมาณ โดยเทียบกับคุณสมบัติที่กำหนดให้ เช่น ขนาด หรือ เฟส

ประเภทค่าผิดพลาดที่จะเลือกใช้ มีลิสท์มีนสแควร์ (Least Mean Square)และเชบีเชพหรือมินิแมกซ์ (Chebyshev or Minimax) อาจจะเลือกใช้วิธีใดก็ได้ แล้วใช้วิธีออปติไมซ์เซชั่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_i = b_i$$

สำหรับสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ เท่าที่จะเป็นไปได้

1.5) ความถี่ CUT-OFF และลักษณะ ROLL-OFF

ความถี่คัทออฟ คือ จุดหรือความถี่ที่ขนาดของเอาท์พุทจากฟิลเตอร์ลดลง 0.707 เท่า หรือ -3dB ของขนาดสูงสุด (f_{cH} หรือ f_{cL}) เช่น บอกว่าความถี่คัทออฟของ LOW PASS FILTER อยู่ที่500Hz หากว่าอัตราส่วนของเอาท์พุทต่ออินพุทเป็น 0 dB ในช่วงความถี่ที่ต่ำกว่า 500Hz จะมีอัตราส่วนของแรงดันเอาท์พุทต่อแรงดันอินพุท -3 dB หรือขนาดของแรงดันอินพุท จะมีขนาด 0.707 เท่าของแรงดันเอาท์พุทในช่วงความถี่ที่ผ่านได้สูงสุด

โรลล์ออฟหรือฟอลล์ออฟ (ROLL OFF or FALL OFF) คือ ลักษณะการลาดลงของการสนองตอบ ความถี่ต่ำกว่าจุดคัทออฟลงมา ว่ามีความชันมากน้อยเพียงใด มักบอกเป็น dB /OCTAVE หมายความว่าเอาท์พุทของฟิลเตอร์จะลดลงเท่าใด (dB) เมื่อค่าความถี่เปลี่ยนไป 2 เท่า

1.6) ความไวของอุปกรณ์ (SENSITIVITY)

การออกแบบวงจรใดๆ จะต้องพิจารณาถึงค่าอิลิเม้นท์แต่ละตัว เพราะค่าอิลิเมนต์ที่ใช้งานจริงแล้วจะไม่มีค่าตรงตามอุดมคติ ค่าผิดพลาดที่ได้เกิดจากผลรวมของความคลาดเคลื่อน ของตัวอุปกรณ์ที่เกิดจากกรรมวิธีในการผลิตเอง และคุณลักษณะทางโครงสร้างของอิลิเม้นท์ที่เกิดการเปลี่ยนแปลงไปตามสภาพแวดล้อมที่ใช้งานอยู่ เช่น อุณหภูมิของห้อง , ความชื้น , ความเข้มของแสงสว่าง และอายุการใช้งานของอุปกรณ์ เหตุนี้เองจึงจำเป็นต้องศึกษาผลกระทบของอิลิเม้นท์ต่างๆ ภายในวงจรที่อาจเปลี่ยนแปลงไม่ตรงตามที่คำนวน

ความไว (SENSITIVITY) คือ การตรวจหาผลกระทบของการเปลี่ยนแปลง ที่เกิดขึ้นที่เอาท์พุทของวงจร ซึ่งเป็นผลมาจากการแปรผันของพารามิเตอร์ต่างๆในวงจร เช่น การเปลี่ยนแปลงของค่าตัวต้านทาน (RESISTOR) , ค่าตัวเหนี่ยวนำ (INDUCTOR) , ค่าตัวเก็บประจุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Optimization Algorithm) ฟังก์ชั่นผิดพลาด (Error Function) เพื่อให้ได้สัมประสิทธิ์ของวงจรกรองความถี่ที่ดีที่สุดตามประเภทค่าผิดพลาดนั้นๆ

3.1) ทฤษฎีการประมาณค่าสำหรับการออกแบบวงจรฟิลเตอร์

(Approximation Method For Filter Design)

ในการพิจารณาของส่วนนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของเทคนิคสำหรับการประมาณค่าคุณสมบัติการส่งผ่านของวงจรฟิลเตอร์ในอุดมคติ ในที่นี้ จะขอกล่าวอธิบายถึงขอบเขตเฉพาะกรณีของวงจร Low-Pass เท่านั้น อย่างไรก็ตามการประมาณค่าสามารถที่จะพัฒนามาประยุกต์ใช้กับวงจรฟิลเตอร์ชนิดอื่นๆได้ด้วย โดยการส่งผ่านแปลงทางความถี่ที่แตกต่างออกไปเท่านั้น การประมาณค่าโดยทั่ว ๆ ไป เป็นหัวข้อเรื่องที่กว้างมาก ในที่นี้เราจะพิจารณาเฉพาะวิธีทั่วไปที่ใช้การประมาณค่าแบบง่าย ๆ ซึ่งจะกล่าวเฉพาะ Bessel Low-Pass Filter เท่านั้น

ในการส่งผ่านสัญญาณที่เกิดการรบกวนน้อยมากในรูป

$$H(s) = Ke^{-sT} \qquad (3\text{-}1)$$

ซึ่งทำให้เกิดเฟสเชิงเส้นหรือแฟลทดีเลย์ (Flat Delay) การประมาณค่าสำหรับ All-Pole ของ e^{-sT} อาจเขียนได้เป็นสำหรับ nth อันดับ

$$H(s) = \frac{b_o}{s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_o} \qquad (3\text{-}2)$$

เมื่อสัมประสิทธิ์ที่ได้ b_1 จะเป็นตัวกำหนดอันดับถึงอันดับสูงกว่านี้ขึ้นไป สิ่งที่ได้ของฟังก์ชั่นนี้จะทำให้เฟสเป็นศูนย์ โพลิโนเมียลที่ได้นี้เรียกว่า Bessel Polynomials ดังนั้น จึงเรียกวงจรฟิลเตอร์นี้ว่า Bessel หรือ Thomson หรือ Maximally Flat Delay (MFD) Filter เราจะได้ Bessel Polynomials ดังตาราง 3-1 เมื่อ T กำหนดให้เป็นค่า Unity (คือ $b_1 = b_o$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 1-4 Bessel polynomials

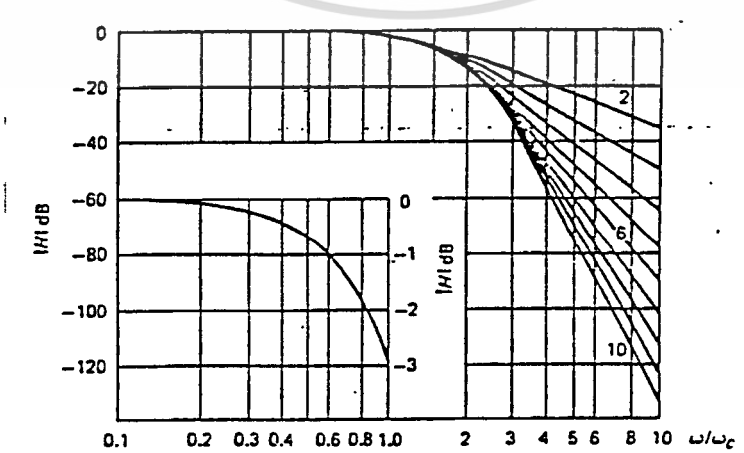
n	Polynomial
1	$s + 1$
2	$s^2 + 3s + 3$
3	$s^3 + 6s^2 + 15s + 15 = (s + 2.322)(s^2 + 3.678s + 6.460)$
4	$s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105 = (s^2 + 5.792s + 9.140)(s^2 + 4.208s + 11.488)$

ตารางที่ 3-1 แสดงถึง Bessel Polynomials

สังเกตตารางที่ 3-1 โพลิโนเมียลจะ Normalize ดังนั้น T(0) = 1 วินาที ที่ 3-dB Band-Width ของวงจร Thomson Filters จะหาได้โดยการประมาณค่าดังสูตรข้างล่าง

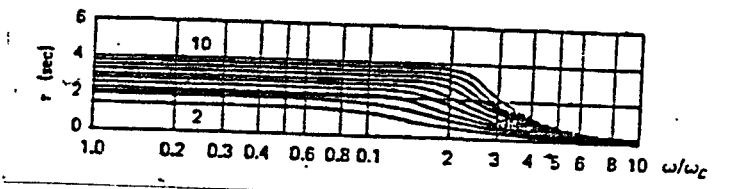
$$\omega_{3dB} \sim \sqrt{(2n-1)\ln 2}, \quad n > 3 \qquad (3\text{-}3)$$

การตอบสนองทางขนาดของวงจร Thomson Filters สำหรับค่า n < 10 จะแสดงได้ดังในรูปที่ 3-1 คุณสมบัติของการหน่วงของวงจร Thomson Filters สำหรับค่า n < 10 แสดงได้ดังในรูปที่ 3-2



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3-1 Gain Response สำหรับ THOMSON (Bessel) FILTER (n < 10)



รูปที่ 3-2 แสดงถึงคุณสมบัติการหน่วงของวงจร THOMSON FILTER (n <

3.2) การออกแบบวงจรแอคทีฟฟิลเตอร์ในอันดับสูงๆ

(DESIGNING OF nth-order ACTIVE FILTERS)

ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการออกแบบวงจรฟิลเตอร์ ที่เรียกว่าทฤษฎีการประมาณค่าในรู
การของการออกแบบวงจร Active Filter จะได้แนวความคิดและรายละเอียดมาจาก
ของทรานเฟอร์ฟังก์ชันที่อันดับต่าง ๆ ในรูปเทอมทั่ว ๆ ไปดังนี้

$$T(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0}$$

เมื่อกำหนดให้ $s = j\omega$ จะได้

$$\alpha(\omega) = \text{Re } \ln T(j\omega) = \ln \left| T(j\omega) \right| \quad ($$

และ

$$\phi(\omega) = \text{Im } \ln T(j\omega) = \arg T(j\omega) \quad ($$

ซึ่งสมการ (3-4b) และ(3-4c) ก็คือ การตอบสนองทางขนาดและการตอบสนอง
ในทั่วๆไปแล้ว โพลของฟังก์ชั่น T(s) ดังเช่นรากของสมการ D(s) คือ คอนจูเกทจำนวน
ในลักษณะการออกแบบในรูปทั่วไปของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น ดังนั้นจึงสามารถจะแสดงได้เท่า
คุณของทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นอันดับสอง

$$T(s) = \prod_{j=1}^{n/2} T_j(s) = \prod_{j=1}^{n/2} \frac{n_j(s)}{d_j(s)} \quad (3$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมติว่า n เป็นจำนวนเลขคู่ ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่น T(s) สามารถกำหนดได้โดยสมการ (3-4d) สามารถพิสูจน์ได้โดยต่อ Cascade n/2 วงจรฟิลเตอร์อันดับสอง ดังรูป 3-3(a)

ถ้า n เป็นจำนวนเลขคี่แล้ว จะนำวงจรฟิลเตอร์อันดับหนึ่งมาต่อเข้าไป ดังรูป 3-3(b) และสามารถกำหนดรูปฟังก์ชั่น $T_{(s)}$ได้ดังสมการ (3-4f) ในเทอมของสมการ (3-4f) เราจะได้

$$K_{\alpha} = \beta\ C_1/C_2 \qquad (3\text{-}4h)$$

$$\alpha_{z} = 1/R_1C_1 \qquad (3\text{-}4i)$$

$$\alpha_{p} = 1/R_pC_p \qquad (3\text{-}4j)$$

เมื่อ $R_p = R_1R_2\ (R_1+R_2)$ และ $C_p = C_1 + C_2$

สำหรับกรณีของวงจรกรองความถี่ต่ำอันดับหนึ่ง สามารถหาจากสมการ (3-4g) เราต้องการเฉพาะ R_1 และ C_2 ดังในรูป 3-3(b) เมื่อ

$$K_{\alpha} = \beta\ /R_1C_2 \qquad (3\text{-}4k)$$

และ $$\alpha\ = 1/R_1C_1 \qquad (3\text{-}4l)$$

อย่างไรก็ตามในการออกแบบวงจรคาสเคดให้ได้จำนวนอันดับตามที่ต้องการนั้น ทำได้โดยไม่ยากนัก เพียงแต่เราเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ที่เรานำมาใช้ ของแต่ละวงจรที่เหมาะสม ก็จะได้การตอบสนองตามคุณสมบัติที่ต้องการ

3.3) ข้อแตกต่างของ ACTIVE FILTER และ PASSIVE FILTER

เหตุที่มีการนำ Active Filter มาใช้แทน Passive Filter ในวงจรนั้น เนื่องจากการใช้ Active Filter โดยนำออปแอมป์มาใช้ในช่วงความถี่ Audio Frequency จะมีผลดีกว่า Passive Filter โดยในวงจร Active Filter สามารถลดตัวขดลวด L อันเป็นสาเหตุให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วงจรมีขนาดใหญ่ มีราคาแพง เมื่อเทียบกับวงจร Active Filter โดยใช้เพียง R, C ในวงจร อีกทั้งการใช้ขดลวดทำให้ต้องใช้ Power มาก อันเนื่องมาจากสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในตัวขดลวด

การใช้ ACTIVE FILTER ดีกว่า PASSIVE FILTER ที่มองเห็นชัดเจนมีดังนี้

1. การปรับค่าความถี่ และอัตราขยายของวงจร Active Filter มีความคล่องตัวกว่าในวงจร Passive Filter โดยเฉพาะออปแอมป์ของวงจร Active Filter มีสัญญาณลดทอนต่ำ

2. วงจร Active Filter ไม่มีปัญหาในเรื่องโหลดดิ้ง เนื่องจากออปแอมป์มีค่าความต้านทานด้านเข้าสูง และความต้านทานด้านออกต่ำ

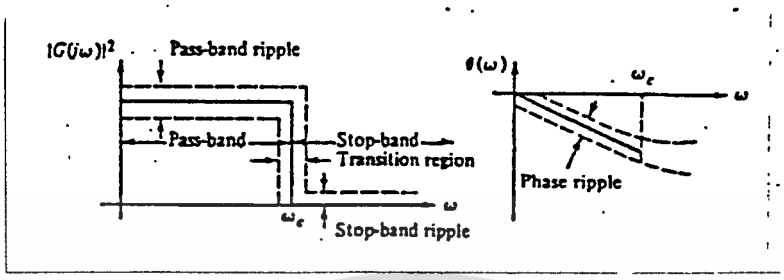
3. ราคา Active Filter ถูกกว่าราคา Passive Filter เนื่องจากในปัจจุบันออปแอมป์มีราคาถูก ประกอบกับสามารถลดค่าของขดลวดในวงจร ซึ่งไม่จำเป็นต้องมีในวงจร Active Filter

3.4) ปัญหาการออกแบบและการสร้างวงจรกรองความถี่
(Problem on using and Realized of Idealized Lowpass Filter)

ในทางปฏิบัติไม่สามารถสร้างวงจรกรองความถี่ได้ตามคุณสมบัติทางอุดมคติได้อย่างเที่ยงตรง เพียงแต่ได้ใกล้เคียง หรือประมาณให้ใกล้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยทั่ว ๆ ไปแล้ว จะกำหนดข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นให้ต่างจากคุณสมบัติทางอุดมคติบ้างดังรูปที่ 3-4 จึงทำให้เกิดปัญหาการประมาณฟังก์ชั่นหนึ่ง ด้วยฟังก์ชั่นใด ๆ ให้เป็นไปตามข้อกำหนด โดยให้คุณสมบัติอยู่ภายในขอบเขตของความผิดพลาดซึ่งจะได้เป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นที่จะสร้างเป็นวงจรได้จริง (Realized) โดยอยู่ในสภาพเสถียร (Stable) อีกด้วย

โดยปกติการออกแบบวงจรกรองความถี่จะออกแบบเฉพาะผลตอบสนองขนาดเพียงอย่างเดียว หรือไม่ก็ตอบสนองเฟสเพียงอย่างเดียว หรือจะได้ทั้งสองอย่างพร้อม ๆ กัน โดยให้สอดคล้องกับข้อกำหนดที่ต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลตอบสนองขนาด (ข) ผลตอบสนองเฟส

รูปที่ 3-4 คุณสมบัติของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

เจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียล

(Generalized Bessel Polynomial)

ที่มาของ Generalized Bessel โดยมี Kiyasuzen และ Thomson เป็นผู้เริ่มใช้โดยอาศัยเบสเสล โพลิโนเมียลในการออกแบบวงจร เพื่อให้วงจรดังกล่าว มีกรุ๊ฟดีเลย์ที่ราบเรียบ ต่อมา D.E.Johnson [4] ได้นำเอา เจ็นเนอร์ไลซ์ เบสเสล โพลิโนเมียล (Generalized Bessel Polynomial) หรือใช้ชื่อย่อว่า G.B.P. มาใช้ จากบทความดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า G.B.P. สามารถปรับขนาดและกรุ๊ฟดีเลย์ได้ราบเรียบ สำหรับ Bessel polynomial ใน order ที่เท่ากัน

รูปแบบทั่วไปของโพลิโนเมียลจะเขียนอยู่ในรูป

$$B_n(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = \sum_{j=0}^{n-1} a_j s^j, \quad a_n = 1 \qquad (4\text{-}1)$$

$B_n(s)$ เรียกว่า Bessel Polynomial of Order n

สัมประสิทธิ์สามารถดูได้จากตารางข้างล่างนี้ ซึ่งมีค่าถึงอันดับ 8

Coefficients of $B_n(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0$

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
1	1							
2	3	3						
3	15	15	6					
4	105	105	45	10				
5	945	945	420	105	15			
6	10,395	10,395	4,725	1,260	210	21		
7	135,135	135,135	62,370	17,325	3,150	378	28	
8	2,027,025	2,027,025	945,945	270,270	51,975	6,930	630	36

ตารางที่ 4-1 แสดงสัมประสิทธิ์ของ Bessel Polynomials

$B_0 = 1$

$B_1 = s + 1$

$B_2 = s^2 + 3s + 3$

$B_3 = s^3 + 6s^2 + 15s + 15$

$B_4 = s^4 + 10s^3 + 45s^2 + 105s + 105$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โพลิโนเมียลที่อันดับสูง ๆ จะหาได้จากสูตรแบบเดิม

$$B_n = (2n-1)B_{n-1} + s^2 B_{n-2} \qquad (4-2)$$

การประมาณค่าโพลิโนเมียลจะสามารถใช้หาคุณสมบัติของเฟส และเวลาที่หน่วงได้แต่ละอันดับที่เลือก ทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น ของ Bessel-Thomson Response กำหนดขึ้นเป็นรูปสมการทั่ว ๆ ไปได้ คือ

$$T_n(s) = B_n(0)/B_n(s) \qquad (4-3)$$

$$T_n(s) = a_0 / (s^n + a_{n-1}s^{n-1} +...+ a_1 s + a_0) \qquad (4-4)$$

สำหรับฟังก์ชั่นของขนาด $\left|T_n(j\omega)\right|$

$$\left|T_n(j\omega)\right| = \left|B_n(0)/B_n(j\omega)\right| \qquad (4-5)$$

n								
1	−1.0000000							
2	−1.5000000	±*j*0.8660254						
3	−2.3221854;	−1.8389073	±*j*1.7543810					
4	−2.8962106	±*j*0.8672341;	−2.1037894	±*j*2.6574180				
5	−3.6467386;	−3.3519564	±*j*1.7426614;	−2.3246743	±*j*3.5710229			
6	−4.2483594	±*j*0.8675097;	−3.7357084	±*j*2.6262723;	−2.5159322	±*j*4.4926730		
7	−4.9717869;	−4.7582905	±*j*1.7392861;	−4.0701392	±*j*3.5171740;	−2.6856769	±*j*5.4206941	
8	−5.5878860	±*j*0.8676144;	−2.8389840	±*j*6.3539113;	−4.3682892	±*j*4.4144425;	−5.2048408	±*j*2.616175

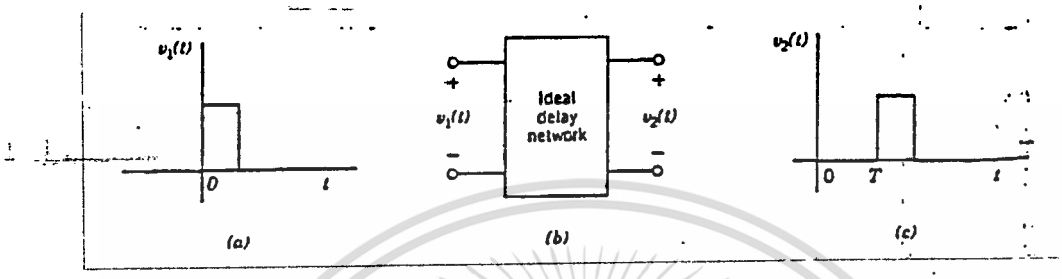
ตารางที่ 4-2 แสดงค่ารากของฟังก์ชั่น Bessel Polynomials

4.1 การตอบสนองวงจร เบสเสล-ทอมสัน (The Bessel-Thomson Response)

กำหนด $v_1(t)$ เป็นสัญญาณอินพุทป้อนไปยังวงจร Network และ $v_2(t)$ เป็นสัญญาณเอาท์พุทจะจะแสดงได้ดังในรูปที่ 4-1 ถ้าสัญญาณที่ถูกส่งผ่านเข้าไปยังในวงจร Network ในทางอุดมคติแล้วสัญญาณเอาท์พุท $v_2(t)$ จะถูกหน่วงโดยวงจร Ideal Delay Network ที่ผ่านสัญญาณ v_1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เข้ามาสัญญาณที่ถูกหน่วงแสดงดังรูปที่ 4-1(c)



รูปที่ 4-1 แสดงการตอบสนองของ Bessel Thomson

เราสามารถนำมาเขียนสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$v_2(t) = v_1(t-T) \tag{4-6}$$

เมื่อ T คือ เวลาที่หน่วงเป็นวินาที

Take Laplace Transform ทั้งสองด้านของสมการ

$$V_2(s) = V_1(s)e^{-sT} \tag{4-7}$$

เมื่อ $V_1(s)$ และ $V_2(s)$ เป็นตัวแสดงว่าถูกแปลงลาปลาซ ใน $v_1(t)$ และ $v_2(t)$ ตามลำดับ ดังนั้น

$$V_2(s)/V_1(s) = H(s) = e^{-sT} \tag{4-8}$$

เมื่อ $s=j\omega$

และหาคุณสมบัติ ทางขนาดและมุมเฟส ได้โดย

$$\left|H(j\omega)\right| = 1 \tag{4-9}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{Arg } H(j\omega) = -\omega T \tag{4-10}$$

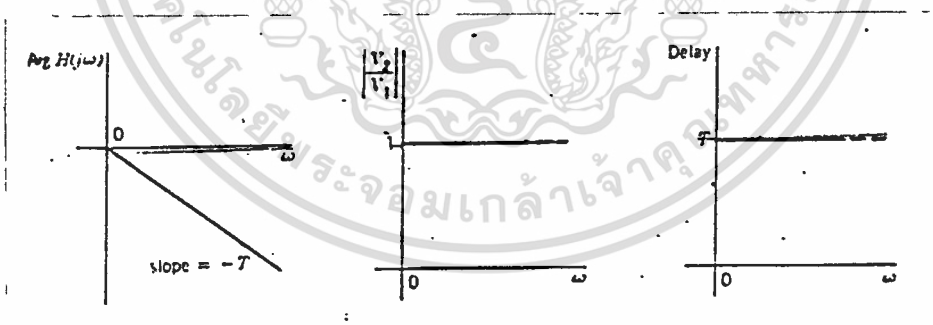
ถ้าต้องการจะหาการหน่วงค่าเป็นลบของเฟสก็จะได้

$$\text{Delay} = - \frac{d \arg H(j\omega)}{d\omega} \qquad (4\text{-}11)$$

$$= - \frac{d}{d\omega} (- \omega T) \qquad (4\text{-}12)$$

$$\text{Delay} = T \qquad (4\text{-}13)$$

จากสมการ (4-11) คือค่าของ Group Delay หรือบางครั้งเรียกว่า Signal Delay หรือ Envelope Delay ในการอธิบายเราจะอ้างถึงการหน่วงแบบง่าย ๆ สำหรับในระบบการส่งผ่านทางอุดมคติ ขนาดของมันจะอยู่ในรูปทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น ที่เป็นค่าคงที่มีค่าเท่ากับ Unity สำหรับทุก ω ในขณะที่เฟสจะมีลักษณะเป็นฟังก์ชั่นเชิงเส้นของ ω หรือเท่ากับค่า Delay มีค่าคงที่ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4-2



รูปที่ 4-2 แสดงถึงคุณสมบัติของ MAXIMALLY—FLAT DELAY

คุณสมบัติโดยทั่วไปของ Generalize Bessel Polynomial เขียนให้อยู่ในรูปของสมการ Differential ได้ดังนี้คือ

$$s^2 [d^2Y_n/d^2s] + (as+2)[dY_n/ds] - n(n+a-1) Y_n = 0 \qquad (4\text{-}14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (4-14) ผลของ G.B.P. คือ

$$Y_n(a,2,s) = {}_2F_0(-n, a+n-1; -s/2)$$

หรือ

$$Y_n(a,2,s) = \sum_{k=0}^{n} (-n)_k \cdot \frac{(a+n-1)_k}{k!} \cdot (-s/2)^k \qquad (4\text{-}15)$$

โดยที่

$$a_n = \prod_{i=1}^{n} (a+i-1)$$

ในการประมาณค่า delay network function เราจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$s\, d^2H_n/ds^2 + (2-a-2n-2s)\, dH_n/ds + 2n\, H_n = 0 \qquad (4\text{-}16)$$

ผลลัพธ์ คือ

$$H_n(s) = \sum_{k=0}^{n} (-n)_k \cdot \frac{(a+n-1)_k}{k!} \cdot (-s/2)^{n-k} \qquad (4\text{-}17)$$

การหาค่า Transfer function ของ G.B.P. มีพารามิเตอร์ที่ต้องพิจารณาดังนี้

4.1.1) คุณสมบัติทางขนาด (AMPLITUDE CHARACTERISTIC)

จากสูตรของ Brafman ในรูปของผลคูณส่วนฟังก์ชั่น ของ Hypergeometric เขียนได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$ {}_2F_0\,[-n\ ,\ c+n\ ;\ -x/2\ ]\ \ {}_2F_0\,[-n\ ,\ c+n\ ;\ -y/2\ ] $$

$$ = \sum_{k=0}^{n} [(-n)_k(c+n)_k/k!] * {}_2F_0\,[-n\ ,\ c+n\ ;\ -r/2\ ]t^k \qquad (4\text{-}18) $$

โดยที่

$$ x = -\,[t - (t^2 - 4rt)^{1/2}] $$

$$ y = -\,[t + (t^2 - 4rt)^{1/2}] $$

และ $c = a - 1$

ความสัมพันธ์ระหว่าง r,t และ x,y เขียนได้ว่า

$$ t = -\,(x + y)\ /\ 2 $$

$$ r = -\,(xy)\ /\ 2(x+y) $$

แทนลงในสมการ (4-18) จะได้

$$ y_n(x)y_n(y) = \sum_{k=0}^{n} [(-n)_k \frac{(a+n-1)_k}{k!}] [\frac{(-x+y)^k}{2}] y_k\,[\frac{xy}{x+y}] \qquad (4\text{-}19) $$

จากสมการ (4-16) ซึ่งเขียนได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$ H_n(s) = s^n y_n(1/s) $$

แทนค่าลงในสมการ (4-19) จะได้ว่า

$$H_n(x)H_n(y) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k(-n)_k \cdot \frac{(a+n-1)_k}{k!2^k} \cdot (xy)^{n-k} \cdot H_k(x+y) \qquad (4\text{-}20)$$

ซึ่งเป็นสมการสูตรสำเร็จสำหรับคุณลักษณะทางขนาดของ G.B.P. Transfer Function สามารถหาได้โดยใช้ผลคูณ 2 Function ของ Hypergeometric Function

จากสมการ (4-19) ถ้ากำหนดให้ $y = -x = s$ แล้วจะได้ว่า

$$H_n(x+y) = H_k(0) = (1/2)k \cdot (a+k-1)_k \qquad (4\text{-}21)$$

แทนค่า (4-21) ลงในสมการ (4-19) และเรากำหนดให้ $A_n(s) = H_n(s)H_n(-s)$ ดังสมการ (4-19) เขียนได้ใหม่ดังนี้

$$A_n(s) = \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k(-n)_k.(a+n-1)_k(a+n-1)_k.(-s^2)^{n-k}}{k!2^k} \qquad (4\text{-}22)$$

หรือ

$$A_n(s) = \sum_{k=0}^{n} C_{n-k}^{n} \frac{(a+2n-k-2)!\,(a+2n-2k-2)!\,(-s^2)^k}{(a+n-2)!\,(a+n-k-2)!\,2^{2(n-k)}} \qquad (4\text{-}23)$$

โดยที่ C_{n-k}^{n} เป็น Binomial Coefficient

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ a เป็นค่า alpha ซึ่งค่า alpha ดังกล่าว จะเป็นตัวปรับค่าคุณลักษณะทางขนาดและดีเลย์

เราต้องการหา phase และ phase error ที่ order 2 และ 3 จากสมการ (4-23) จะได้ Amplitude ที่ order ต่างๆ ได้ดังนี้

ที่ order 2

$$A_2(s) = \frac{2!}{0!.2!}\,\frac{(a+4-0-2)!\,(a+4-0-2)!\,(-s^2)^0}{(a+0)!\,(a+2-0-2)!\,2^{2(2)}}$$

$$+\ \frac{2!}{1!.1!}\,\frac{(a+4-1-2)!\,(a+4-2-2)!\,(-s^2)^1}{(a+2-2)!\,(a+2-1-2)!\,2^{2(1)}}$$

$$+\ \frac{2!}{2!.0!}\,\frac{(a+4-2-2)!\,(a+4-4-2)!\,(-s^2)^2}{(a+2-2)!\,(a+2-2-2)!\,2^{2(0)}}$$

$$= s^4 - (a/2)(a+1)s^2 + [(a+1)(a+2)/4]^2 \qquad (4\text{-}24)$$

ที่ order 3

$$A_3(s) = \frac{3!}{0!.3!}\,\frac{(a+6-0-2)!\,(a+6-0-2)!\,(-s^2)^0}{(a+1)!\,(a+3-0-2)!\,2^{2(3-0)}}$$

$$+\ \frac{3!}{1!.2!}\,\frac{(a+6-1-2)!\,(a+6-2-2)!\,(-s^2)^1}{(a+3-2)!\,(a+3-1-2)!\,2^{2(3-1)}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$+\frac{3!}{2!.1!}\frac{(a+6-2-2)!\,(a+6-4-2)!\,(-s^2)^2}{(a+3-2)!\,(a+3-2-2)!\,2^{2(3-2)}}$$

$$+\frac{3!}{3!.0!}\frac{(a+6-3-2)!\,(a+6-6-2)!\,(-s^2)^3}{(a+3-2)!\,(a+3-3-2)!\,2^{2(3-3)}}$$

$$= s^a + (3/4)(a+2)a.s^4 + (3/16)(a+3)(a+2)^2(a+1)s^2$$

$$+ [(a+4)(a+3)(a+2)/8]^2 \qquad (4\text{-}25)$$

<u>$\frac{d}{n}$ order 4</u>

$$A_4(s) = \frac{4!}{0!.4!}\frac{(a+8-0-2)!\,(a+8-0-2)!\,(-s^2)^0}{(a+4-2)!\,(a+4-0-2)!\,2^{2(4-0)}}$$

$$+\frac{4!}{1!.3!}\frac{(a+8-1-2)!\,(a+8-2-2)!\,(-s^2)^1}{(a+4-2)!\,(a+4-1-1)!\,2^{2(4-1)}}$$

$$+\frac{4!}{2!.2!}\frac{(a+8-2-2)!\,(a+8-4-2)!\,(-s^2)^2}{(a+4-2)!\,(a+4-2-2)!\,2^{2(4-2)}}$$

$$+\frac{4!}{3!.1!}\frac{(a+8-3-2)!\,(a+8-6-2)!\,(-s^2)^3}{(a+4-2)!\,(a+4-3-2)!\,2^{2(4-3)}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$+\frac{4!}{4!.0!}\cdot\frac{(a+8-4-2)!}{(a+4-2)!}\cdot\frac{(a+8-8-2)!}{(a+4-4-2)!}\cdot\frac{(-s^2)^4}{2^{2(4-4)}}$$

$$= s^8 - [(a+3).a]s^6 + (6/2)^4(a+4)(a+3)(a+2)(a+1)s^4$$

$$+ (4/2^6)(a+5)(a+4)^2(a+3)^2(a+2)s^2$$

$$+ [(a+6)(a+5)(a+4)(a+3)/2^4]^2 \qquad (4\text{-}26)$$

สมการที่ได้อยู่ในรูปขนาดยกกำลังสอง ซึ่งจะทำให้การพลอตขนาดง่ายขึ้นเนื่องจากไม่อยู่ในรูปจินตนาการ (imaginary) แต่เราต้องการพลอตเฟส ดังนั้นเราสามารถหาสมการของG.B.P. ที่อยู่ในรูป left plan ได้ดังนี้

ที่ order 2

$$H_2(s) = s^2 + (a+1)s + [(a+1)(a+2)/4] \qquad (4\text{-}27)$$

เราให้ค่า alpha เป็น 1,2,และ3 ตามลำดับเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของ curve

ที่ alpha =1

$$H_2(s) = s^2+2s+(3/2) \qquad (4\text{-}28)$$

ที่ alpha = 2

$$H_2(s) = s^2 + 3s + 3 \qquad (4\text{-}29)$$

ที่ alpha = 3

$$H_2(s) = s^2+4s+5 \qquad (4\text{-}30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ order 3

$$H_3(s) = s^3 + (3/2)(a+2)s^2 + (3/4)(a+3)(a+2)s + [(a+4)(a+3)(a+2)/8] \quad (4\text{-}31)$$

เราให้ค่า alpha เป็น 1,2, และ3 ตามลำดับเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของ curve

ที่ alpha = 1

$$H_3(s) = s^3+(9/2)s^2+9s+(15/2) \quad (4\text{-}32)$$

ที่ alpha = 2

$$H_3(s) = s^3 + 6s^2 + 15s + 15 \quad (4\text{-}33)$$

ที่ alpha = 3

$$H_3(s) = s^3+(15/2)s^2+(45/2)s+(105/4) \quad (4\text{-}34)$$

ที่ order 4

$$H_4(s) = s^4 +2(a+3)s^3+(3/2)(a+3)(a+4)s^2+(1/2)(a+3)(a+4)(a+5)s + [(a+3)(a+4)(a+5)(a+6)/16] \quad (4\text{-}35)$$

เราให้ค่าalphaเป็น 1,2, และ3 ตามลำดับเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของ curve

ที่ alpha =1

$$H_4(s) = s^4+8s^3+30s^2 +60s+(105/2) \quad (4\text{-}36)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ alpha = 2

$$H_4(s) = s^4+10s^3+45s^2+105s+105 \qquad (4\text{-}37)$$

ที่ alpha = 3

$$H_4(s) = s^4+12s^3+63s^2+168s+189 \qquad (4\text{-}38)$$

เมื่อได้สมการแล้วมาทำการ Normalize

4.1.2) ขั้นตอนการทำ NORMALIZE

ในการวิเคราะห์หา Transfer function ของ G.B.P นั้น เราจะหาค่า Normalize โดยผลตอบสนองที่ความถี่ศูนย์จะมีค่าเป็น 1 หน่วย (Unity Gain)

สมมติให้ Transfer function ดังกล่าวเขียนอยู่ในรูป

$$T_n(s) = \frac{1}{[\,(s+a_1)(s+a)(s+a).....(s+a)\,]} \qquad (4\text{-}39)$$

จากสมการ (4-19) ค่า $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ เป็นโพลของ Transfer Function และเพื่อให้ผลคูณของโพลจากจุดกำเนิด (Origin) เป็นหนึ่ง ค่าของโพลจะต้องสัมพันธ์กันดังนี้

$$\prod_{k=1}^{n} a_k = 1 \qquad (4\text{-}40)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วน Transfer Function ของ G.B.P. Filter โดยทั่วไปมีสูตรว่า

$$T_n(s) = \frac{b_o}{[\, s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \ldots + b_1 s + b_o \,]} \qquad (4\text{-}41)$$

หรือ

$$T_n(s) = [(s^n/b_o) + (b_{n-1}/b_o)s^{n-1} + \ldots + (b_1/b_o)s + 1]^{-1} \qquad (4\text{-}42)$$

เพื่อเป็นการเปรียบเทียบระหว่าง สมการ (4-39) กับ สมการ (4-42) โดยกำหนดให้

$$S^n = s^n / b_o \quad \text{หรือ} \quad S = (s^n / b_o)^{1/n} \qquad (4\text{-}43)$$

แทนค่าสมการ (4-43) ลงในสมการ (4-42) จะได้

$$T_n(s) = 1 / [\, S^n + c_{n-1}S^{n-1} + c_{n-2}S^{n-2} + \ldots + c_1 S + 1 \,] \qquad (4\text{-}44)$$

โดยที่

$$c_{n-1} = b_{n-1}(b_o)^{-1/n}$$

$$c_{n-2} = b_{n-2}(b_o)^{-2/n}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$c_1 = b_1(b_o)^{-(1-(1/n))}$$

หรืออยู่ในรูป

$$T_n(s) = H / \left[\prod_{i=1}^{n/2} (s^2 + (\omega_{oi}/Q_i)s + (\omega_{oi})^2) \right] \qquad (4\text{-}45)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเลขคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$T_n(s) = H / [(s+\omega_{on}) \prod_{i=1}^{n/2} (s^2 + (\omega_{oi}/Q_i)s + (\omega_{oi})^2)] \qquad (4\text{-}46)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเลขคี่

โดยที่ n เป็น order ของ filter

H เป็นค่าคงที่ที่มีค่าพอดีที่ทำให้ $T_n(j0) = 1$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$H = \omega_{on}.(\omega_{o1})^2.(\omega_{o2})^2 \qquad (4\text{-}47)$$

จากสมการ (4-28)-(4-30), (4-32)-(4-34), (4-36)-(4-38) ทำการ Normalize จะได้ดังนี้

นำสมการ (4-28) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-45) จะได้

$$H = (\omega_{o1})^2 = 3/2 = 1.5$$

$\omega_{o1}/Q_1 = 2$, $\omega_{o1} = (3/2)^{1/2}$ จะได้ $Q_1 = 0.6123724$

$$T_2 = \frac{1.5}{[s^2+((3/2)^{1/2}/(0.6123724))s+1.5]} \quad ; n=2, \alpha=1 \qquad (4\text{-}48)$$

และจากสมการ (4-28) แทนค่า s ด้วย jω

$$T_2 = 1.5/[(1.5-\omega^2)+j2\omega]$$

$$\phi_2 = \arctan [2\omega/(1.5-\omega^2)] \qquad (4\text{-}49)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการ (4-29) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-45) จะได้

$$H = (\omega_{o1})^2 = 3$$

$\omega_{o1}/Q_1 = 3$, $\omega_{o1} = (3)^{1/2}$ จะได้ $Q_1 = 1/(3)^{1/2}$

$$T_2 = \frac{3}{[\, s^2 + ((3)^{1/2}/(1/(3)^{1/2}))s + 3 \,]} \quad ; n=2,\ \alpha=2 \qquad (4\text{-}50)$$

และจากสมการ (4-29) แทนค่า s ด้วย jω

$$T_2 = 3 / [\, (3 - \omega^2) + j3\omega \,]$$

$$\phi_2 = -\arctan [\, 3\omega / (3 - \omega^2) \,] \qquad (4\text{-}51)$$

นำสมการ (4-30) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-45) จะได้

$$H = (\omega_{o1})^2 = 5$$

$\omega_{o1}/Q_1 = 4$, $\omega_{o1} = (5)^{1/2}$ จะได้ $Q_1 = (5)^{1/2}/4$

$$T_2 = \frac{5}{[s^2 + ((5)^{1/2}/((5)^{1/2}/4))s+5]} \quad ; n=2,\ \alpha=3 \qquad (4\text{-}52)$$

และจากสมการ (4-30) แทน s ด้วย jω

$$T_2 = 5/[(5-\omega^2)+j4\omega]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi_2 = -\arctan [4\omega/(5-\omega^2)] \qquad (4\text{-}53)$$

จากสมการ (4-32) แก้สมการหารากของ s โดยแยกแฟคเตอร์

$$(s+1.81891713)(s^2+2(1.3045144)s+4.12332148$$

นำสมการ (4-32) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-46) จะได้

$$H = \omega_{on}.(\omega_{o1})^2 = 15/2 = 7.5$$

$\omega_{on} = 1.81891713$, $\omega_{o1} = 2.030598963$ จะได้

$$T_3 = \frac{7.5}{(s+1.81891713)(s^2+(2.0305/0.75732)s}$$

และจากสมการ (4-32) แทนค่า s ด้วย jω

$$T_3 = 7.5/[(7.5-4.5\omega^2)+j(9\omega-\omega^3)]$$

$$\phi_3 = -\arctan[(9\omega-\omega^3)/(7.5-4.5\omega^2)]$$

จากสมการ (4-33) แก้สมการหารากของ s โดยแยกแฟคเตอ

$$(s+2.32218535)[s^2+2(1.8389073)s+6.459432681$$

นำสมการ (4-33) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-46) จะได้

$$H = \omega_{on}.(\omega_{o1})^2 = 15$$

$\omega_{on} = 2.32218535$, $\omega_{o1} = 2.545141399$ จะ

T_3 = ——————

(s+2.3221

และจากสมการ (4-33) แท

T_3 = 15 / [(1

ϕ_3 = -arc tan

จากสมการ (4-34) แก้สมก

(s+5.10722399)[s

นำสมการ (4-34) มาเปรีย

$H = \omega_{on}.(\omega_{o1})^2$

ω_{on} = 5.1072239

T_3 = ——————

(s+5.10722

และจากสมการ (4-34) แท

T_3 =26.25/[(26.2

ϕ_3 = - arc tan

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (4-36) แก้สมการหารากของ s โดยแยกแฟคเตอร์ได้ดังนี้

$s = -2.39359655+j0.7837821$

$s = -2.39359655-j0.7837821$

$s = -1.60640345+j2.38654375$

$s = -1.60640345-j2.38654375$

หรืออยู่ในรูป

$$[s^2+2(2.39359)s+(2.5186405)^2][s^2+2(1.606403)s+(2.876825)^2]$$

นำสมการ (4-36) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-45) จะได้

$H = (\omega_{o1})^2.(\omega_{o2})^2 = 105/2 = 52.5$

$\omega_{o1} = 2.518640511$ จะได้ $Q_1 = 0.526120517$

$\omega_{o2} = 2.87682518$ จะได้ $Q_2 = 0.895424241$

$$T_4 = \frac{52.5}{[s^2+(2.5186/0.5261)s+(2.5186)^2][s^2+(2.8768/0.8954)s+(2.8768)^2]} \quad ; n=4,\ \alpha=1 \qquad (4\text{-}60)$$

และจากสมการ (4-36) แทนค่า s ด้วย jω

$$T_4 = 52.5/[(52.5-30\omega^2+\omega^4)+j(60\omega-8\omega^3)]$$

$$\phi_4 = -\arctan[(60\omega-8\omega^3)/(52.5-30\omega^2+\omega^4)] \qquad (4\text{-}61)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (4-37) แก้สมการหารากของ s โดยแยกแฟคเตอร์ได้ดังนี้

$s = -2.89621060+j0.8672341$

$s = -2.89621060-j0.8672341$

$s = -2.10378940+j2.65741804$

$s = -2.10378940-j2.65741804$

หรืออยู่ในรูป

$$[s^2+2(2.89621)s+(3.0232649)^2][s^2+2(2.103789)s+(3.389365)^2]$$

นำสมการ (4-37) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-45) จะได้

$H = (\omega_{o1})^2.(\omega_{o2})^2 = 105$

$\omega_{o1} = 3.023264936$ จะได้ $Q_1 = 0.521934581$

$\omega_{o2} = 3.389365793$ จะได้ $Q_2 = 0.80553828$

$$T_4 = \frac{105}{[s^2+(3.0232/0.5219)s+(3.0232)^2][s^2+(3.3893/0.8055)s+(3.3893)^2]}$$

; n=4, α=2 (4-62)

และจากสมการ (4-37) แทนค่า s ด้วย jω

$$T_4 = 105/[(105-45\omega^2+\omega^4)+j(105\omega-\omega^3)]$$

$$\phi_4 = -\arctan[(105\omega-10\omega^3)/(105-45\omega^2+\omega^4)] \quad (4-63)$$

จากสมการ (4-38) แก้สมการหารากของ s โดยแยกแฟคเตอร์ได้ดังนี้

$s = -3.39802938+j0.94332463$

$s = -3.39802938-j0.94332463$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$s = -2.60197062+j2.90292842$

$s = -2.60197062-j2.90292842$

หรืออยู่ในรูป

$$[s^2+2(3.39803)s+(3.5265372)^2][s^2+2(2.601971)s+(3.898364)^2]$$

นำสมการ (4-38) มาเปรียบเทียบกับสมการ (4-45) จะได้

$H = (\omega_{o1})^2.(\omega_{o2})^2 = 189$

$\omega_{o1} = 3.526537257$ จะได้ $Q_1 = 0.518909176$

$\omega_{o2} = 3.898364339$ จะได้ $Q_2 = 0.749117670$

$$T_4 = \frac{189}{[s^2+(3.5265/0.5189)s+(3.5265)^2][s^2+(3.8983/0.7491)s+(3.8983)^2]} \quad ; n=4,\ \alpha=3 \qquad (4\text{-}64)$$

และจากสมการ (4-38) แทนค่า s ด้วย jω

$$T_4 = 189/[(189-63\omega^2+\omega^4)+j(168\omega-12\omega^3)]$$

$$\phi_4 = -\arctan[(168\omega-12\omega^3)/(189-63\omega^2+\omega^4)] \qquad (4\text{-}65)$$

4.1.3) คุณลักษณะของกรุ๊ปดีเลย์ (GROUP DELAY CHARACTERISTIC)

สมการกรุ๊ปดีเลย์ นิยามได้ดังนี้

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T_n(s) = \frac{1}{2}\left[\frac{H_n(s)}{H_n(s)} + \frac{H_n(-s)}{H_n(s)}\right]$$

เราสามารถที่จะคำนวนสูตรสำเร็จของ Group Delay โดยใช้ความสัมพันธ์ของรีคอเรนซ์สำหรับ $H_n(s)$ คือ

$$(2n+\alpha-2)H_n(s) = 2n.H_n(s) - 2n.s.H_{n-1}(s)$$

รวม 2 สมการข้างบนจะได้ดังนี้

$$T_n(s) = \frac{2n}{2n+\alpha-2} + \frac{2ns}{2n+\alpha-2}\,\frac{[H_n(s)H_{n-1}(-s) - H_n(-s)H_{n-1}(s)]}{2H_n(s)H_n(-s)}$$

หลังจากผ่านขั้นตอนการคำนวนแล้ว สามารถเขียนเป็นสูตรสำเร็จได้ดังนี้

$$T_n(s) = \frac{2n}{2n+\alpha-2} + \frac{[1 + s^2 C_n(s)]}{A_n(s)}$$

โดยที่

$$c_n(s) = (-1)^{n+1}s^{2(n-1)}$$

$$+ (\alpha-2)\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k c_k \ (\alpha+2n-k-2)_{n-k-2} \ (\alpha+n-1)_{n-k-1} s^{2k}}{2^{2(n-k-1)}}$$

โดยที่ (n >= 2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

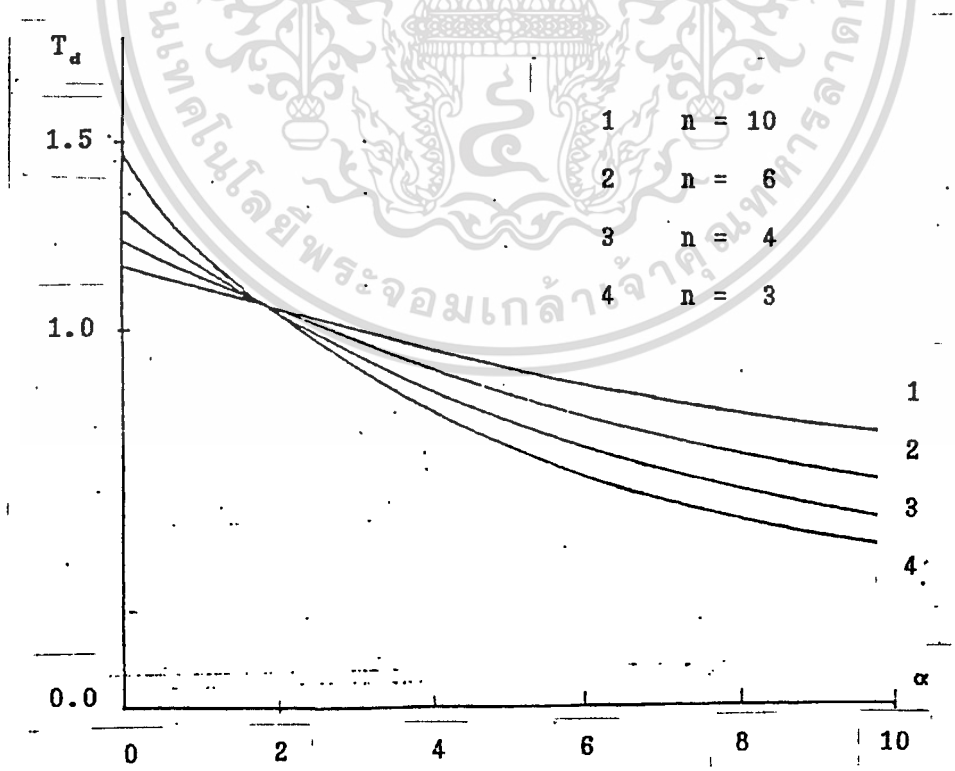
ค่า DELAY TIME สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$T_{\alpha} = T_n(0) = \frac{2n}{(2n+\alpha-2)}$$

และ RISE TIME สามารถหาได้โดยเทคนิคของ Elmore จะได้

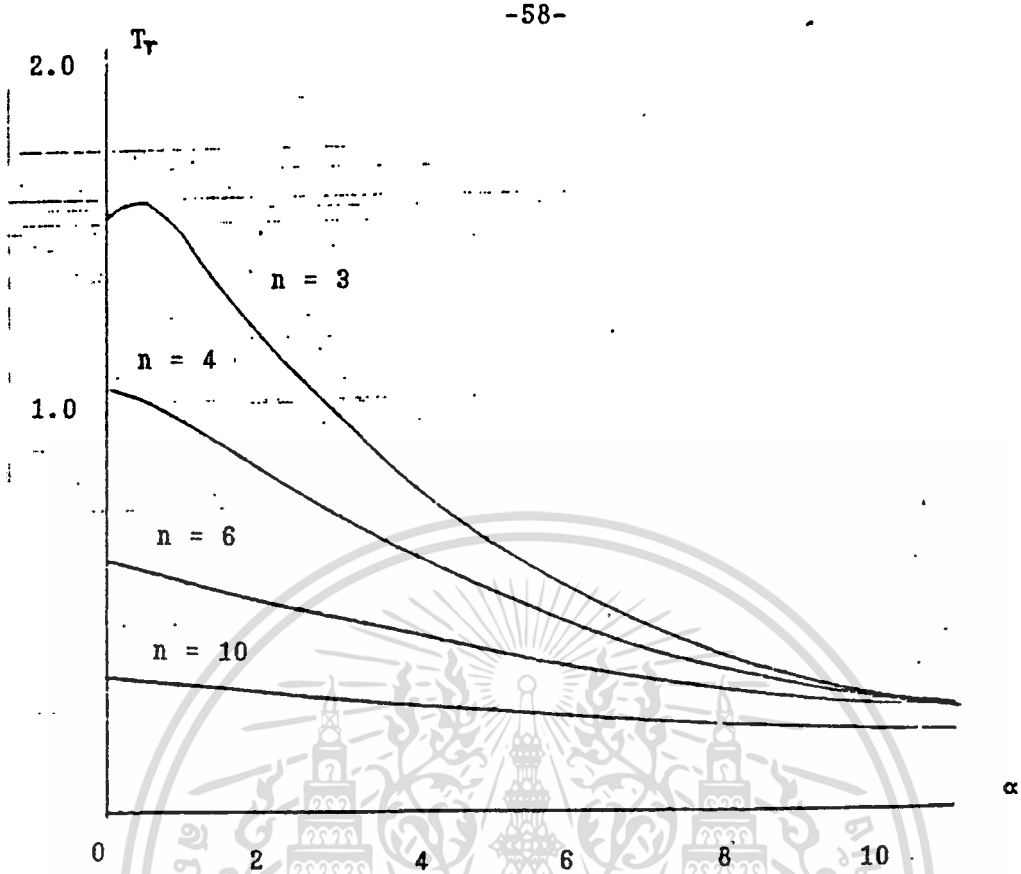
$$T_s = 2\pi \frac{4n\ (\alpha + n - 2)}{(\alpha + 2n - 2)^2\ (\alpha + 2n - 3)}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ "α" กับ Rise Time และ Delay Time สามารถแสดงเป็นกราฟ ดังแสดงในรูปที่ 4-3 และ 4-4 ตามลำดับ จากความสัมพันธ์ดังกล่าว จะเห็นได้ชัดว่า ถ้าพารามิเตอร์ "α" ของ G.B.P. มีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่า Rise Time และ Delay Time ลดลงซึ่งเป็นผลให้ผลตอบสนอง (Response) ในระบบดีขึ้น



รูปที่ 4-3 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Delay Time กับ Alpha

เอกสารนี้เป็นการเผยแพร่ผลงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4-4 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Rise Time กับ Alpha

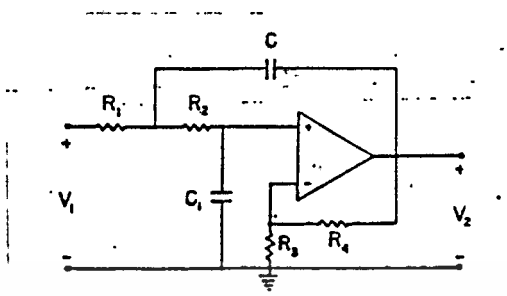
4.2 ตัวอย่างการออกแบบโดยการนำฟังก์ชั่นของ GENERALIZED BESSEL มาสร้างเป็นวงจร BESSEL LOWPASS FILTER

จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ G.B.P. ของวงจร Lowpass Filter ORDER 2 ALPHA 1 เรานำมาใช้สร้างหรือสังเคราะห์ให้เป็นวงจร Lowpass Filter ที่นำมาใช้ทดลองตรวจสอบ และวิเคราะห์ผลต่าง ๆ

$$T = \frac{1.5}{[\, S^2 + ((3/2)^{1/2}/(0.6123724)S + 1.5 \,]} \qquad (4\text{-}66)$$

-เลือกวงจรที่จะใช้สร้างให้มีลักษณะเดียวกันกับฟังก์ชั่นที่ใช้สร้างเช่น Order ชนิดของวงจรกรองความถี่ต่ำหรือสูง ใช้โครงสร้างของวงจรแบบ VCVS หรือแบบ Multiple Feedback ซึ่งข้อปลีกย่อยนี้ผู้สร้างต้องเลือกใช้เอง ในที่นี้เลือกใช้แบบ VCVS ซึ่งมีลักษณะวงจรดังรูปที่ 4-5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4-5 แสดงถึงวงจร Lowpass Filter ORDER 2

$$\frac{V_o}{V_i} = T(S) = \frac{\mu / (R_1R_2C_1C_2)}{S^2+[(1/R_1C_1)+(1/R_2C_1)+(1-\mu)/(R_2C_2)]+(1/R_1R_2C_1C_2)} \qquad (4\text{-}67)$$

เมื่อเทียบอยู่ในรูปทั่วไปของฟังก์ชั่นชนิด Lowpass Filter คือ

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + as + b} \qquad (4\text{-}68)$$

(4-67) เทียบสัมประสิทธิ์กับ (4-68) จะได้

$K = \mu / (R_1R_2C_1C_2)$

$a = (1/R_1C_1) + (1/R_2C_1) + (1-\mu)/(R_2C_2)$

$b = (1/R_1R_2C_1C_2)$

μ = คือ อัตราขยายของวงจร

$= 1 + (R_4/R_3)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

-นำฟังก์ชั่นที่ต้องการสร้างมาเทียบสัมประสิทธิ์ แล้วนำค่าของสมการมาหาคำตอบ โดยในที่นี้เราจะใช้โปรแกรม EUREKA มาช่วยแก้ปัญหา เนื่องจากสะดวก และรวดเร็วกว่าวิธีการคำนวนด้วยตนเอง ซึ่งจะช้ามาก

-ในการออกแบบเพื่อให้สะดวกขึ้น จะกำหนดให้ค่า $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C = 1F$ และ $\mu = 1$ จะได้

$K = 1.5$

$a = [(3/2)^{1/2}] / (0.6123724)$

$b = 1.5$

คำนวนจากโปรแกรมได้ค่า $R_1 = R_2 = 12.994$ k-Ohm

$C_1 = C_2 = 0.001$ μF

สำหรับสมการข้างล่างนี้ เป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของ G.B.P. ของวงจร Lowpass Filter ORDER 2 ALPHA 2 ที่เรานำมาใช้สร้างหรือสังเคราะห์ให้เป็นวงจร Lowpass Filter ที่นำมาใช้ทดลองตรวจสอบ วิเคราะห์ผลต่าง ๆ

$$T = \frac{3}{[\, s^2 + ((3)^{1/2}/(1/(3)^{1/2}))s + 3 \,]} \qquad (4\text{-}69)$$

จากวงจร Low Pass Filter รูปที่ 4-5

$$\frac{V_o}{V_i} = T(s) = \frac{\mu / (R_1R_2C_1C_2)}{s^2+[(1/R_1C_1)+(1/R_2C_1)+(1-\mu)/(R_2C_2)]s+(1/R_1R_2C_1C_2)} \qquad (4\text{-}70)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเทียบอยู่ในรูปทั่วไปของฟังก์ชั่นชนิด Low Pass Filter คือ

$$H(s) = \frac{K}{s^2 + as + b} \qquad (4\text{-}71)$$

(4-70) เทียบสัมประสิทธิ์กับ (4-71) จะได้

$K = \mu / (R_1 R_2 C_1 C_2)$

$a = (1/R_1 C_1) + (1/R_2 C_1) + (1-\mu)/(R_2 C_2)$

$b = (1/R_1 R_2 C_1 C_2)$

μ = คือ อัตราขยายของวงจร

$= 1 + (R_4/R_3)$

เช่นเดียวกันเพื่อความสะดวกในการออกแบบ จะกำหนดให้ค่า $R_1 = R_2 = R$ และ $C_1 = C_2 = C = 1F$ ส่วน $\mu = 1$ จะได้

$K = 3$

$a = ((3)^{1/2}) / (1/(3)^{1/2})$

$b = 3$

คำนวนจากโปรแกรมได้ค่า $R_1 = R_2 = 9.188$ k-Ohm

$C_1 = C_2 = 0.001$ μF

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนวิธีการของ Order และ Alpha อื่น ๆ ก็ใช้ในลักษณะทำนองเดียวกันกับวิธีการข้างต้น เพียงแต่ Order อื่น จะมีลักษณะทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นต่างกันออกไป คือถ้า Order 3 จะมี first order ต่อ Cascade กันอีกหนึ่งชุด ส่วน Order 4 นั้น จะใช้ Order 2 จำนวน 2 ชุด มาต่อ Cascade กัน และ Order 5 ก็อาศัยการ Cascade กันระหว่าง Order 3 กับ Order 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

All-Pass Filter และการแก้เฟสของวงจรกรองผ่านความถี่ต่ำ

5.1) นิยามของ All-Pass Filter

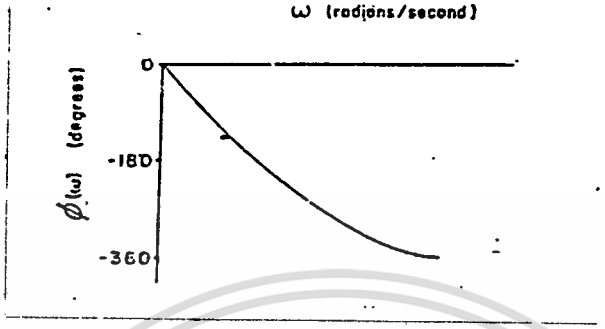
All-Pass Filter หรือที่เรียกว่าวงจร Phase-Shift เป็นวงจรฟิลเตอร์ที่ให้สัญญาณผ่านไปแถบใดแถบหนึ่ง ในย่านความถี่ที่ต้องการ โดยทำการเปลี่ยน หรือ เลื่อนเฟส จากการกำหนดผลที่ต้องการ ความถี่ที่เลื่อนทางช่วงลบ จะสมมูลย์กับการหน่วงทางเวลาช่วงบวกมันจะทะลุผ่านตลอดวงจรฟิลเตอร์ วงจร All-Pass Filter มันจะให้ความถี่ทะลุผ่านตลอดมีค่าเท่ากับช่วงเวลาหน่วงของวงจร การเลื่อนเฟสหรือเวลาที่หน่วงของมันจะอยู่ในรูปทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น ที่จะแปรเปลี่ยนกับความถี่ เท่ากับขนาดที่เหลืออยู่เดิมซึ่งมีค่ามากกว่าค่าที่ใช้งานในย่านความถี่นั้น

ค่าทรานสเฟอรฟังก์ชั่นเป็นอัตราส่วนทางเอาท์พุทต่ออินพุททางด้านแรงดัน V_2/V_1 ที่ ω_0 (หรือในรูปความถี่ f_0 เฮิร์ท) ค่าเฟสเลื่อนไปมีค่าเป็นลบจะเขียนได้ว่า $\phi(\omega_0) = -\phi_0$ องศา ดังนั้นที่ ω_0 เฟสของแรงดันอินพุทV_1 จะมีค่ามากกว่าแรงดันเอาท์พุท V_2 อยู่ ϕ_0 องศา เพราะฉะนั้นรูปคลื่นทั้งสอง จะแสดงออกให้เห็นพร้อมในเวลาเดียวกัน รูปคลื่นอินพุทที่ยอดมันจะมีมุมต่างเฟสอยู่ ϕ_0 องศา ก่อนที่รูปคลื่นเอาท์พุทที่ยอดมันจะมาถึง คือ มีความต่างเฟสกัน โดยสัญญาณอินพุทจะนำหน้าสัญญาณเอาท์พุทอยู่ ϕ_0 องศา ดังนั้นความแตกต่างระหว่างเวลาเป็นวินาทีกับช่วงสูงของยอดหรือช่วงที่ลดลงของสัญญาณในขณะที่เป็นช่วงเพิ่มของยอดคลื่นของรูปคลื่นเอาท์พุท โดยขนาดของแอมปลิจูดของทั้งสองรูปคลื่น จะถูกนำมาพล็อทในรูปแกนของเวลา คือ เวลาที่หน่วง เราจะหาค่ามุมเฟสที่เลื่อนได้จากเฟสเลื่อน $-\phi_0$ จะคิดเป็นมุมเฟสเลื่อนเท่ากับ 360 องศา - ϕ_0 ดังตัวอย่าง ถ้ารูปคลื่นอินพุทนำหน้ารูปคลื่นเอาท์พุทอยู่ 270 องศา($\phi = -\phi_0 = -270$ องศา) หรือ เราอาจพูดได้อีกนัยหนึ่งว่ารูปคลื่นอินพุทนำหน้าอยู่ -90 องศา($\phi = -\phi_0 = +90$ องศา) ซึ่งในกรณีนี้ รูปคลื่นเอาท์พุทจะนำหน้าอยู่ -90 องศา ($\phi = -\phi_0 = +90$ องศา) ซึ่งในกรณีนี้ รูปคลื่นเอาท์พุท จะนำหน้าอยู่ 90 องศา

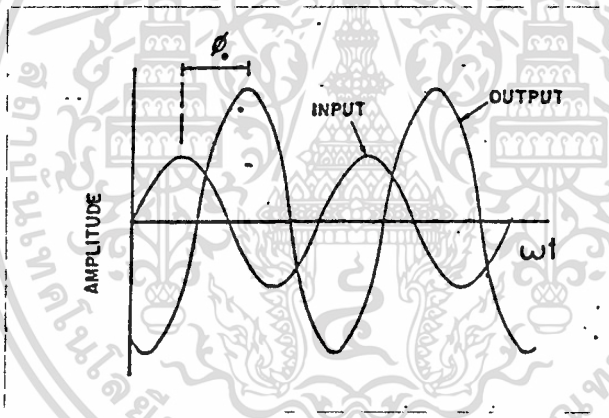
การตอบสนองทางขนาดในรูปทรานส์เฟอร์ฟังก์ชั่นของวงจร All-Pass Filterในทางอุดมคติแล้วจะมีค่าคงที่ที่ทุกๆความถี่ และในการนำมาประยุกต์ใช้กับงาน จะมีค่าคงที่ใกล้เคียงกับย่านที่ใช้งานการตอบสนองทางเฟส โดยปกติจะแสดงได้ดังรูปที่ 5-1 ซึ่งพล็อทค่าตั้งแต่ $0 > \phi > -360$ องศา ค่านี้จะได้จากการบวกหรือคูณของมุม 360 องศา รูปที่ 5-2 นี้จะแสดงถึงรูปคลื่นเอาท์พุทจะล้าหลังกว่ารูปคลื่นอินพุท (หรือรูปคลื่นอินพุทจะนำหน้ารูปคลื่นเอาท์พุท) เท่ากับ ϕ_0 ถ้าให้แกนทางแนว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอนเป็นแกนของเวลา (วินาที) ความแตกต่างของยอดคลื่นทุก ๆ ช่วงจะเป็นค่าของเวลาที่หน่วง



รูปที่ 5-1 แสดงการตอบสนองทางเฟส



รูปที่ 5-2 แสดงความแตกต่างทางเฟสของรูปคลื่น

ค่าประมาณของวงจร All-Pass Filter อันดับสอง สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นได้ ดังนี้

$$H(s) = V_2(s)/V_1(s) = K\,(s^2-as+b)/(s^2+as+b) \qquad (5\text{-}1)$$

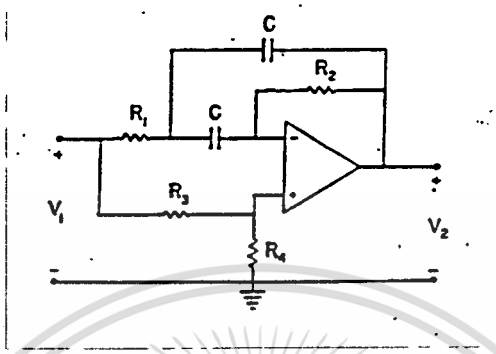
เมื่อ a และ b เป็นค่าคงที่โดยเลือกใช้ให้เหมาะสม

$\phi(\omega)$ ซึ่งจะได้มาจากในเทอมของ $f = \omega/2\pi$ Hz เขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ทั้งนี้ห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi(\omega) = -2 \arctan(a\omega/b-\omega^2)$$

ค่าของขนาด $|H(j\omega)| = K$ ซึ่งก็คือ ค่าอัตราขยายของวงจรฟิลเตอร์นั่นเอง



รูปที่ 5-3 แสดงวงจร All Pass Filter

รูปแบบวงจร All-Pass ซึ่งเราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่น ดังในสมการ(5-1)ได้ สำหรับค่าของอุปกรณ์ที่ต่อเป็นวงจร All-Pass Filter ดังรูปที่ 5-3 นั้นสามารถหาค่าได้จากการวิเคราะห์วงจรออกมาดังนี้

$$a = 2/R_2C$$

$$b = 1/R_1R_2C^2$$

และอัตราขยาย $K = R_4/R_3+R_4$

เมื่อกำหนดให้ $R_2R_3 = 4R_1R_4$

ส่วนมากผู้ออกแบบวงจร All-Pass ดังเช่นวงจรรูปที่ 5-3 ต้องการเจาะจงหา Phase Shift ที่ความถี่ที่กำหนดให้ และได้กำหนดค่าของอุปกรณ์ที่ต้องการ

5.2) วงจร ALL-PASS FILTER

อาศัยวงจร All-Pass Filter ในรูปที่ 5-3 เราจะได้สมการทั่วไปของ All-Pass Function ORDER 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_2(s) = \mu \frac{S^2 - aS + b}{S^2 + aS + b} \qquad (5\text{-}2)$$

นำสมการข้างต้นมาทำการ Normalize ให้ $S = S / \omega_o$ นำมาแทนค่าใน (5-2) จะได้

$$H_2(S/w_o) = \mu \frac{S^2 - a\omega_o S + b\omega_o^2}{S^2 + a\omega_o S + b\omega_o^2} \qquad (5\text{-}3)$$

ให้ $S = s/2$

$$H_2 = \mu \frac{(s/2)^2 - a\omega_o(s/2) + b\omega_o^2}{(s/2)^2 + a\omega_o(s/2) + b\omega_o^2}$$

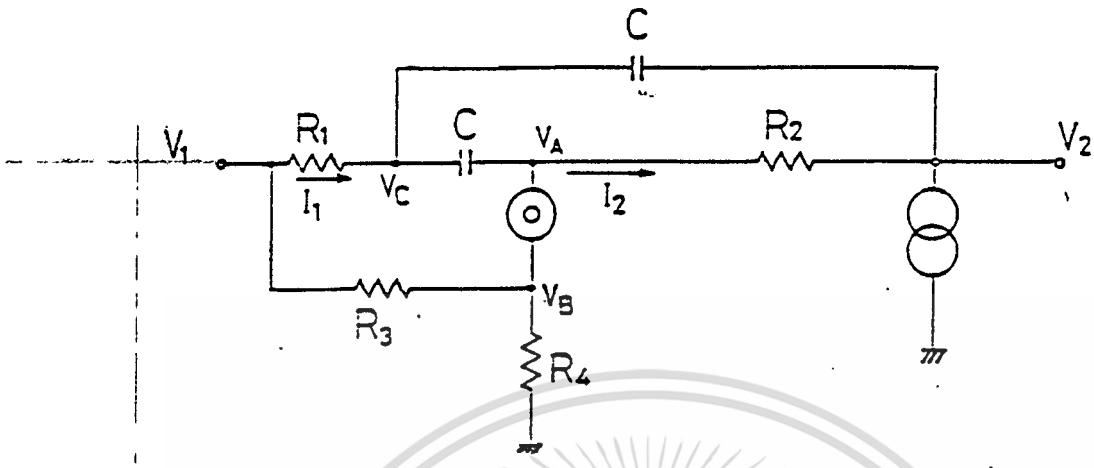
$$H_2 = \mu \frac{s^2 - 2a\omega_o s + 4b\omega_o^2}{s^2 + 2a\omega_o s + 4b\omega_o^2} \qquad (5\text{-}4)$$

จากรูปที่ 5-3 เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปวงจรสมมูลย์ได้ดังรูปที่ 5-4

$$V_A = V_B = V_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \qquad (5\text{-}5)$$

$$V_C - V_2 = I_1 \frac{(1/sC).[\,(1/sC) + R_2\,]}{(1/sC) + (1/sC) + R_2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5-4 แสดงวงจรสมมูลย์ของ All-Pass Filter

$$V_c - V_2 = I_1 \frac{(1/sC) + R_2}{sCR_2 + 2} \qquad (5\text{-}6)$$

$$V_1 - V_c = R_1 I_1 \qquad (5\text{-}7)$$

นำสมการ (5-7) บวกกับ (5-6) จะได้

$$V_1 - V_2 = I_1 \left[\frac{(1/sC) + R_2}{sCR_2 + 2} + R_1 \right] \qquad (5\text{-}8)$$

จากวงจร

$$V_B - V_2 = R_2 I_2 \qquad (5\text{-}9)$$

$$I_2 = I_1 \frac{(1/sC)}{(1/sC) + (1/sC) + R_2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_2 = I_1 \frac{1}{sCR_2 + 2} \qquad (5\text{-}10)$$

แทนค่า (5-10) ลงใน (5-9)

$$V_B - V_2 = \frac{R_2 I_1}{sCR_2 + 2} \qquad (5\text{-}11)$$

$$I_1 = \frac{(sCR_2 + 2)}{R_2}(V_B - V_2) \qquad (5\text{-}12)$$

แทนค่า (5-12) ลงใน (5-8)

$$V_1 - V_2 = \left[\frac{(1/sC) + R_2}{sCR_2 + 2} + R_1\right]\frac{(sCR_2 + 2)}{R_2}(V_B - V_2)$$

$$= \frac{(1/sC) + R_2 + R_1(sCR_2 + 2)}{sCR_2 + 2}\cdot\frac{(sCR_2 + 2)}{R_2}(V_B - V_2)$$

$$V_1 - V_2 = \left[\frac{(1/sC) + R_2 + R_1(sCR_2 + 2)}{R_2}\right](V_B - V_2) \qquad (5\text{-}13)$$

นำสมการ (5-5) แทนค่าลงใน (5-13)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_1 - V_2 = \left[\frac{1 + sCR_2 + sCR_1(sCR_2 + 2)}{sCR_2} \right] \left[\frac{R_4 V_1}{(R_3 + R_4)} - V_2 \right]$$

$$V_1 - V_2 = \left[\frac{s^2R_1R_2C^2 + sC(2R_1 + R_2) + 1}{sCR_2} \right] \left[\frac{R_4 V_1}{(R_3+R_4)} \right]$$

$$- V_2 \left[\frac{s^2R_1R_2C^2 + sC(2R_1 + R_2) + 1}{sCR_2} \right] \qquad (5\text{-}14)$$

เมื่อเรานำมาจัดเทอม จะได้

$$\left[\frac{s^2R_1R_2C^2 + sC(2R_1+R_2) + 1 - sCR_2}{sCR_2} \right] V_2 -$$

$$\left[\frac{R_4 [s^2R_1R_2C^2 + sC(2R_1+R_2) + 1] - sCR_2(R_3+R_4)}{sCR_2(R_3+R_4)} \right] V_1 \qquad (5\text{-}15)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left[\frac{R_4}{R_3+R_4} \right] \left[\frac{s^2R_1R_2C^2 + sC[2R_1+(R_2R_3/R_4)] + 1}{s^2R_1R_2C^2 + s[2R_1C] + 1} \right] \qquad (5\text{-}16)$$

จากสมการที่ (5-16) เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับฟังก์ชั่นของ All-Pass Filter ดังสมการ (5-3) พบว่าที่เทอมสองของสมการมีค่าเท่ากัน แต่เครื่องหมายต่างกัน ดังนั้นจะได้

$$-sC [2R_1 - (R_2R_3/R_4)] = sC(2R_1)$$

$$- [2R_1 - (R_2R_3/R_4)] = 2R_1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$4R_1 = R_2R_3/R_4$$

$$4R_1R_4 = R_2R_3 \qquad (5\text{-}17)$$

นำสมการ (5-17) แทนใน (5-16) จะได้

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_4}{R_3+R_4}\left[\frac{s^2R_1R_2C^2 + sC[2R_1+(4R_1R_4/R_4)] + 1}{s^2R_1R_2C^2 + sC[2R_1] + 1}\right]$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \left[\frac{R_4}{R_3+R_4}\right]\left[\frac{s^2 + (2/R_2C)s + (1/R_1R_2C^2)}{s^2 + (2/R_2C)s + (1/R_1R_2C^2)}\right] \qquad (5\text{-}18)$$

จากสมการ (5-18) นำมาเปรียบเทียบกับสมการ (5-3) จะได้

อัตราขยายของวงจร หรือ $\mu = R_4 / (R_3 + R_4)$ (5-19)

$$a\omega_o = 1 / R_2C \qquad (5\text{-}20)$$

$$4b\omega_o = 1 / R_1R_2C^2 \qquad (5\text{-}21)$$

Delay Time หรือ T_d

$$T_d = 1 / \omega_o$$

$$\omega_o = 1 / T_d \qquad (5\text{-}22)$$

จาก (5-20) และ (5-22) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a = 1 / (\omega_oCR_2) = (1 / R_2)(T_d / C) \qquad (5\text{-}23)$$

$$b = 1 / 4\omega_o^2 R_1 R_2 C^2 \qquad (5\text{-}24)$$

จะได้

$$R_2 = (1 / a)(T_d / c) \qquad (5\text{-}25)$$

$$R_1 = 1 / 4\omega_o^2 R_2 C^2 b$$

$$= a / 4b\omega_o C = (a / 4b)(T_d / c) \qquad (5\text{-}26)$$

นำสมการ (5-25) หารด้วยสมการ (5-26)

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(1 / a)(T_d / c)}{(a / 4b)(T_d / c)} = \frac{4b}{a^2} \qquad (5\text{-}27)$$

หรือจาก (5-17)

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{4R_4}{R_3} \qquad (5\text{-}28)$$

จาก (5-27) และ (5-28)

$$(4b / a^2) = (4R_4 / R_3)$$

$$(R_3 / R_4) = (a^2 / b) \qquad (5\text{-}29)$$

จากอัตราขยายของวงจร

$$\mu = R_4 / (R_3 + R_4) = 1 / (1 + (R_3/R_4))$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= 1 / (1 + (a^2/b)) \qquad (5\text{-}30)$$

$$R_2 = R_3 // R_4 = R_3R_4 / (R_3+R_4) \quad (5\text{-}31)$$

$$R_2 = R_3 / (1 + (R_3/R_4)) = R_3 / (1 + (a^2/b)) \quad (5\text{-}32)$$

$$R_3 = R_2 (1 + (a^2/b))$$

$$= (1 / a)(T_d / c)(1 + (a^2/b)) \quad (5\text{-}33)$$

จาก (5-29)

$$R_4 = (b / a^2)R_3 = ((b / a^2) + 1)R_2$$

$$= (1 / a)(T_d / c)(1 + (b/a^2)) \quad (5\text{-}34)$$

ค่า Group Delay [$D_n(s)$] ของวงจรหาได้จาก

$$D_n(s) = d\omega(s) / ds$$

$$D_n(s) = \frac{-4a\omega_o(s^2-4b\omega_o^2)[s^4 + (8b\omega_o^2-4a^2\omega_o^2)s^2 + 16b^2\omega_o^2]}{[(s^2 + 4b\omega_o^2)^2 - (2a\omega_o s)^2]^2} \quad (5\text{-}35)$$

ที่ $s = 0$;

$$D_n(0) = \frac{4a\omega_o 4b\omega_o^2 16b^2\omega_o^2}{(4b\omega_o^2)^4} = \frac{a\ \omega_o}{b} = \frac{a}{b}\ \frac{1}{T_d} \quad (5\text{-}36)$$

จากสมการ (5-36) จะเห็นว่าค่า (a/b) เป็นค่าที่นำมาใช้สเกลลิ่งวงจรไปกี่เท่าของ T_d ซึ่งที่ $\omega = 0$ ทำให้ T_d คงที่ ดังนั้นความต้านทานค่าใหม่ จะมีค่าเท่ากับ 1/a เท่าของค่าความต้านทานเดิม ซึ่งจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R_1 = (1/4b)\ (T_d/c)$$

$$R_2 = (1/a^2)\ (T_d/c)$$

$$R_3 = [\ (a^2 + b)\ /\ (a^2 b)\ ]\ (T_d/c)$$

$$R_4 = [\ (a^2 + b)\ /\ a^4\ ]\ (T_d/c)$$

5.3) วัตถุประสงค์ของการแก้เฟส

การแก้เฟสของวงจรกรองความถี่ เพื่อที่จะให้การตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่มีลักษณะเป็นเชิงเส้นมากที่สุดใกล้เคียงกับอุดมคติ หากทำได้มากเท่าใดวงจรกรองความถี่นั้นยิ่งให้สัญญาณที่ผ่านมาไม่เกิดการผิดเพี้ยนของสัญญาณ หรือการเสียรูปของสัญญาณซึ่งอาจมีแต่น้อยมาก ถ้าการตอบสนองทางเฟสดี กรุ๊ปดีเลย์จะคงที่ ซึ่งสองอันนี้สัมพันธ์กันมาก และมีความสำคัญต่องานที่ไม่ต้องการให้สัญญาณส่งเสียรูปหลังจากถูกฟิลเตอร์แล้ว

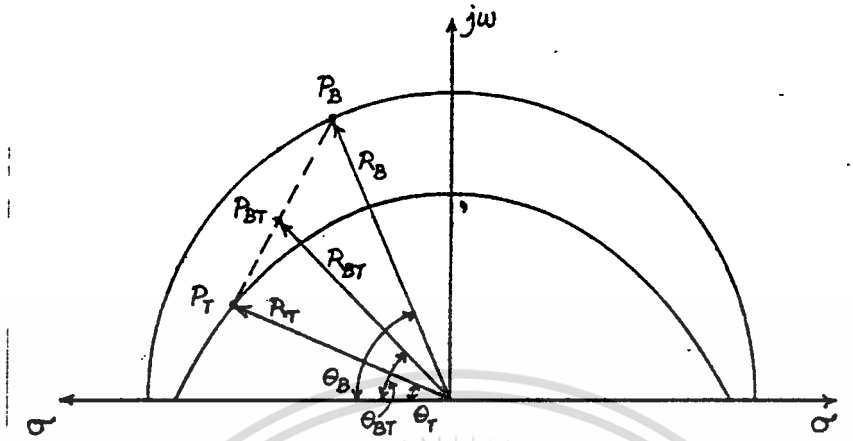
เนื่องจากบัตเตอร์เวิธฟิลเตอร์ให้คุณลักณะดีทางขนาด ในขณะที่เบสเสลฟิลเตอร์ให้คุณลักษณะที่ดีทางเฟส จึงนำเอาบัตเตอร์เวิธกับเบสเสลมาใช้ร่วมกัน หรือเรียกอีกชื่อว่า Transitional Butterworth-Bessel Filter (TBT) [1] โดยจะใช้ค่าพารามิเตอร์ m ของ TBT ถ้า m = 0 ฟิลเตอร์ดังกล่าวกลายเป็นบัตเตอร์เวิธ และหาก m = 1 ฟิลเตอร์นั้นจะกลายเป็นเบสเสล

5.4) ทฤษฎี

5.4.1 การหาขนาดกำลังสองของบัตเตอร์เวิธ-เบสเสลฟิลเตอร์

การหา magnitude ฟังก์ชั่นของ Butterworth-Bessel Filter เริ่มจากการพิจารณา path ที่ผ่านระหว่าง filter แบบ Butterworth กับแบบ Bessel ใน frequency plane แบบ complex นั้น ตำแหน่งโพลของ Butterworth-Bessel filter ตกอยู่ในระหว่างโพลของ Butterworth และของ Bessel ดังแสดงในรูปที่ 5-4 ซึ่งโพลของ Butterworth อยู่บน unit circle ขณะที่ของ Bessel ตกภายใน unit circle

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5-4 แสดงตำแหน่งโพลของ BT filter

สมมติให้โพลของ Butterworth กับ Bessel [1] , [13] ซึ่งอยู่ทางด้านซ้ายมือของ P plane ดังในรูปที่ 5-4 คือ P_B (R_B, ϕ_B) และ P_T (R_T, ϕ_T) ตามลำดับ

ระยะทางจากจุดกำเนิด P คือ

$$P_{BT} = Re^{-j\phi} \qquad (5\text{-}37)$$

โดยที่ $$R = R_T^m \qquad (5\text{-}38)$$

$$\phi = \phi_B - m(\phi_B - \phi_T) \qquad (5\text{-}39)$$

ส่วน m เป็นพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนค่าได้ (transition factor)

เมื่อพิจารณา (5-38) และ (5-39) จะเห็นได้ว่า เมื่อ m = 0 ขนาดของ $R = R_B = 1$ และเฟส $\phi = \phi_B$ และในกรณีที่ m = 1 ขนาดของ $R = R_T$ และเฟส $\phi = \phi_T$ เราสรุปได้ว่าเมื่อ m = 0 โพลของ Butterworth-Bessel เป็นเหมือนของ Butterworth ดังนี้

$$P_{BT} = e^{-j\phi}B = P_B \qquad (5\text{-}40)$$

และเมื่อ m = 1 โพลของ Butterworth-Bessel ก็เป็นเหมือนของ Bessel filter ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P_{BT} = R_T e^{-\lambda \cdot T} = P_T \qquad (5\text{-}41)$$

5.4.2 ขั้นตอนการนอร์มอลไลซ์

ขั้นต่อไปทำการ normalize ค่า magnitude ไปตำแหน่ง -3.01 dB ที่ความถี่ cutoff จากรูปฟอร์มทั่วไปของ transfer function ของ Butterworth-Bessel filter ข้างล่างนี้

$$G_{BT}(s) = H \Big/ \prod_{i=1}^{n/2} [\, s^2 + (\omega_{oi}/Q_i)s + (\omega_{oi})^2 \,] \qquad (5\text{-}42)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

และ
$$G_{BT}(s) = H \Big/ (s + \omega_{on}) \prod_{i=1}^{(n-1)/2} [\, s^2 + (\omega_{oi}/Q_i)s + (\omega_{oi})^2 \,] \qquad (5\text{-}43)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

ในที่นี้ n : ลำดับ order ของ filter

H มีค่าที่พอดีทำให้ $G_{BT}(j0) = 1$

Magnitude ฟังก์ชั่น $\left|G_{BT}(j\omega)\right|$ เท่ากับ $1/\sqrt{2}$ ที่ความถี่ $\omega = \omega_d$ ถ้าเราพิจารณา order ที่เป็นจำนวนคี่ จะเขียนสมการ (5-43) ได้ใหม่

$$\sqrt{2}\, H = [(\omega_d)^2+(\omega_{on})^2]^{1/2} \prod_{i=1}^{(n-1)/2} \{[(\omega_{oi})^2-(\omega_d)^2]^2 + [\omega_{oi}\omega_d/Q_i]^2\}^{1/2} \qquad (5\text{-}44)$$

H, Q_i, และ ω_{oi} ขึ้นกับค่า n สิ่งที่ต้องทำในที่นี้คือหา ω_d ให้ Butterworth-Bessel filter มีจำนวน order (n) = 5, transition factor (m) = 0.5 ซึ่งได้ ω_o และ Q ของโพลดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\omega_{on} = 1.2299$$
$$\omega_{o1} = 1.25182, \quad Q_1 = 0.5879 \qquad (5\text{-}45)$$
$$\omega_{o2} = 1.32946, \quad Q_2 = 1.16005$$
$$H = \omega_{on}(\omega_{o1})^2(\omega_{o2})^2 = 3.4064663$$

แทนค่าในสมการ (5-44) เพื่อหารากของ ω_d ตามสมการ

$$(\omega_d)^{10} + 0.691(\omega_d)^8 + 1.227(\omega_d)^6 + 2.654(\omega_d)^4 + 6.034(\omega_d)^2 - 11.6 = 0 \qquad (5\text{-}46)$$

แก้สมการหารากของ ω_d โดยวิธีการของ Hitcock-Baistrow พิจารณาเฉพาะค่ารากที่เป็น real ค่าบวกเท่านั้น ซึ่งได้ $\omega_d = 1$

แทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในสมการ (5-45) ลงในสมการ (5-43) จะได้

$$G_{BT}(s) = \frac{3.40646}{(s+1.2299)[s^2+s(1.25182/0.5789)+1.25182^2][s^2+s(1.32946/1.16005)+1.32946^2]} \qquad (5\text{-}47)$$

จากสมการ (5-47) นำไปพล็อตกราฟคุณลักษณะทางเฟส จะได้ดังแสดงในรูปที่ 5-5 จากกราฟเห็นได้ว่าเฟสของบัตเตอร์เวิธ-เบสเสลไม่เป็นเชิงเส้น ฉะนั้นจึงจำเป็นต้องแก้เฟสดังกล่าวให้เป็นเชิงเส้นมากที่สุด

5.4.3 ขั้นตอนออกแบบการแก้เฟส

จุดประสงค์คือ ต้องการทำให้เฟสของ filterในช่วง pass band มีคุณลักษณะเป็นเชิงเส้นมากที่สุด อาศัยฟังก์ชั่นของ All Pass ซึ่ง zero ใน right hand plane เป็น mirror image ของโพล

พิจารณา All Pass (AP) [5] ฟังก์ชั่นใน order 2 ข้างล่างนี้

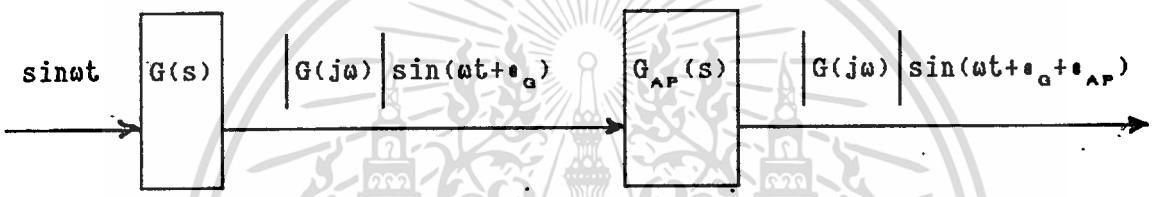
$$G_{AP}(s) = \frac{s^2 - s(\omega_{oAP}/Q_{AP}) + (\omega_{oAP})^2}{s^2 + s(\omega_{oAP}/Q_{AP}) + (\omega_{oAP})^2} \qquad (5\text{-}48)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left|G_{AP}(j\omega)\right| = 1 \qquad (5\text{-}49)$$

$$\phi_{AP}(\omega) = -2 \arctan\left[(\omega.\omega_{oAP}/Q_{AP})/((\omega_{oAP})^2-\omega^2)\right] \qquad (5\text{-}50)$$

วิธีการ Phase equalize กระทำโดยการนำ AP ฟังก์ชั่นกับ Low Pass filter มาต่อ cascade กัน ตามรูปที่ 5-5



รูปที่ 5-5 แสดงฟังก์ชั่นของ Phase Equalization

Phase shift เนื่องจาก AP ฟังก์ชั่น ทำให้เกิดคุณลักษณะทางเฟสเป็นเชิงเส้นใน pass band ไทม์ดีเลย์ระหว่างสัญญาณอินพุทกับเอ๊าท์พุทจึงเพิ่มขึ้น ดีกรีของ AP ฟังก์ชั่นขึ้นกับลักษณะความเป็นเชิงเส้นทางเฟสของ G(s) หรือความเป็นเชิงเส้นของ ϕ_G นั่นคือขึ้นกับลำดับ order ของ Low Pass filter นั่นเอง

5.4.4 การหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชั่นของความถี่ผ่านตลอด

ให้เฟสมีคุณลักษณะเชิงเส้นมากที่สุดเท่าที่จะมากได้ที่จุด orgin $\omega = 0$ เท่ากับทำให้ไทม์ดีเลย์คงที่ที่ $\omega = 0$

จาก (5-42) และ (5-43) ได้ $\phi_G(\omega)$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่และเป็นจำนวนคี่ ดังนี้

$$\phi_G(\omega) = -\sum_{i=1}^{n/2} \arctan\left[(\omega.\omega_{oi}/Q_i)/((\omega_{oi})^2-\omega^2)\right] \qquad (5\text{-}51)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{และ } \phi_G(s) = -\arctan(\omega/\omega_{on}) - \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \arctan[(\omega.\omega_{oi}/Q_i)/((\omega_{oi})^2-\omega^2)] \quad (5\text{-}52)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

อาศัย Maclauren's series กระจาย (5-51) และ (5-52) ได้

$$\phi_G(\omega) = -\sum_{i=1}^{n/2} (\omega/\omega_{oi}Q_i) - \sum_{i=1}^{n/2} [\omega^3/(\omega_{oi})^2 Q_i]\{1-[1/3(Q_i)^2]\}$$

$$- \sum_{i=1}^{n/2} [\omega^5/(\omega_{oi})^5 Q_i]\{1-[1/(Q_i)^2]+[1/5(Q_i)^4]-\ldots\} \quad (5\text{-}53)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

$$\text{และ } \phi_G(\omega) = -[(1/\omega_{on}) + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (1/\omega_{oi}Q_i)]\omega$$

$$- \{-[1/3(\omega_{on})^3] + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} [1/(\omega_{oi})^3 Q_i][1-(1/3(Q_i)^2)]\}\omega^3$$

$$-\{[1/5(\omega_{on})^5] + \sum_{i=1}^{(n-1)/2} [1/(\omega_{oi})^5 Q_i][1-(1/(Q_i)^2)+(1/5(Q_i)^4)]\}\omega^5$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{เมื่อ n เป็นจำนวนคี่} \quad (5\text{-}54)$$

ทั้ง (5-53) และ (5-54) สามารถเขียนในรูปฟอร์มทั่วไป ดังนี้

$$\phi_G(\omega) = k_1\omega + k_3\omega^3 + k_5\omega^5 + k_7\omega^7 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5\text{-}55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง $\phi_G(\omega)$ จะเป็นเชิงเส้นได้ต่อเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ k ทุกตัว ยกเว้น k_1 เป็นศูนย์ อาศัย

AP ฟังก์ชั่นลำดับ order = 2 ที่มีตัวแปรปรับค่าได้เพียง 2 ตัว คือ ω_{oAP} และ Q_{AP} สัมประสิทธิ์ k ที่หายไปคือ k_3 กับ k_5

ลาศัย Maclauren's series กระจาย (5-50)

$$\phi_{AP}(\omega) = -(2\omega/Q_{AP}\omega_{oAP}) - [2/Q_{AP}(\omega_{oAP})^3]\{1-[1/3(Q_{AP})^2]\}$$

$$-[2/Q_{AP}(\omega_{oAP})^5]\{1-[1/(Q_{AP})^2]+[1/5(Q_{AP})^4]\}\omega^5 - \ldots\ldots \quad (5\text{-}56)$$

และ Overall phase $\phi(\omega)$

$$\phi(\omega) = -\phi_G(\omega) + \phi_{AP}(\omega) \quad (5\text{-}57)$$

แทน (5-55), (5-56) ใน (5-57) ได้

$$\phi(\omega) = [k_1-(2/Q_{AP}\omega_{oAP})]\omega + \{k_3-[2/Q_{AP}(\omega_{oAP})^3][1-(1/3(Q_{AP})^2)]\}\omega^3$$

$$+\{k_5-[2/Q_{AP}(\omega_{oAP})^5][1-1/(Q_{AP})^2+1/5(Q_{AP})^4]\}\omega^5 \quad (5\text{-}58)$$

ปรับค่า ω_{oAP} และ Q_{AP} เพื่อให้

$$k_3 - 2/Q_{AP}(\omega_{oAP})^3[1-1/3(\omega_{oAP})^2] = 0 \quad (5\text{-}59)$$

และ $$k_5 - 2/Q_{AP}(\omega_{oAP})^5[1-1/(Q_{AP})^2+1/5(Q_{AP})^4] = 0 \quad (5\text{-}60)$$

จาก (5-59), (5-60) หา ω_{oAP}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(Q_{AP})^{12} - (3+4K)(Q_{AP})^{10} + [(18/5)+(20/3)K](Q_{AP})^{8}$$

$$- [(11/5)+(40/9)K](Q_{AP})^{6} + [(18/25)+(40/27)K](Q_{AP})^{4}$$

$$-[(3/25)+(20/81)K](Q_{AP})^{2} + [(1/125)+(4/243)K] = 0 \quad (5\text{-}61)$$

เมื่อ $K = (k_5)^2/(k_3)^5$

ได้ $\omega_{oAP} = \{3k_3[5(Q_{AP})^4-5(Q_{AP})^2+1]/5k_5(Q_{AP})^2[3(Q_{AP})^2-1]\}^{1/2}$ (5-62)

อาศัยค่า ω_o และ Q ของ Butterworth-Bessel filter ลำดับ order (n) = 5, transition factor (m) = 0.5 ที่ผ่านมาดังต่อไปนี้

$\omega_{on} = 1.2299,$

$\omega_{o1} = 1.25182, \quad Q_1 = 0.5879$

$\omega_{o2} = 1.32946, \quad Q_2 = 1.16005$

หารากของสมการ พิจารณาเฉพาะราก real ที่เป็นบวก

$Q_{AP} = 0.5393$

หา ω_{oAP} จาก (5-62)

$\omega_{oAP} = 1.57046$

โดยแทนค่าลงในสมการ (5-48) ได้ AP ฟังก์ชั่นลำดับ order = 2 ดังนี้

$$G_{AP}(s) = \frac{s^2 - s(1.57046/0.5393) + (1.57046)^2}{s^2 + s(1.57046/0.5393) + (1.57046)^2} \quad (5\text{-}63)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และแสดงรูปเฟสของ LP, AP ชนิด unequalize และ LP ชนิด equalize แล้วในรูปที่ 5-22

สำหรับ Phase error หรือ Phase linearity พิจารณาจาก Phase error function ซึ่งแสดงค่าแตกต่างระหว่าง actual phase กับค่าที่เริ่มจาก $\omega = 0$

$$\phi_E(\omega) = \phi_a(\omega) - \phi_{app}(\omega) \qquad (5\text{-}64)$$

$\phi_a(\omega)$: actual phase

$\phi_{app}(\omega)$: approximate phase

ผลรวม phase error $\phi_T(\omega)$

$$\phi_{ET}(\omega) = \phi_{EAP}(\omega) + \phi_{ELP}(\omega) \qquad (5\text{-}65)$$

โดย ϕ_{EAP} เป็น phase error ของ AP ฟังก์ชั่น

ϕ_{ELP} เป็น phase error ของ unequalized LP filter

จากสมการ (5-65) หา ϕ_{EAP} และ ϕ_{ELP}

$$\phi_{EAP} = -2\omega/Q_{AP}\omega_{OAP} + 2 \arctan\{(\omega.\omega_{OAP}/Q_{AP})/[(\omega_{OAP})^2-\omega^2]\} \qquad (5\text{-}66)$$

$$\phi_{ELP} = -\sum_{i=1}^{n/2} (\omega/Q_i\omega_{oi}) + \sum_{i=1}^{n/2} \arctan\{(\omega.\omega_{oi}/Q_i)/[(\omega_{oi})^2-\omega^2]\} \qquad (5\text{-}67)$$

เมื่อ n เป็นเลขคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi_{\varepsilon LP} = -(\omega/\omega_{on}) - \sum_{i=1}^{(n-1)/2} (\omega/Q_i\omega_{oi}) + \arctan(\omega/\omega_{on})$$

$$+ \sum_{i=1}^{(n-1)/2} \arctan\{(\omega.\omega_{oi}/Q_i)/[(\omega_{oi})^2-\omega^2]\} \qquad (5\text{-}68)$$

เมื่อ n เป็นเลขคี่

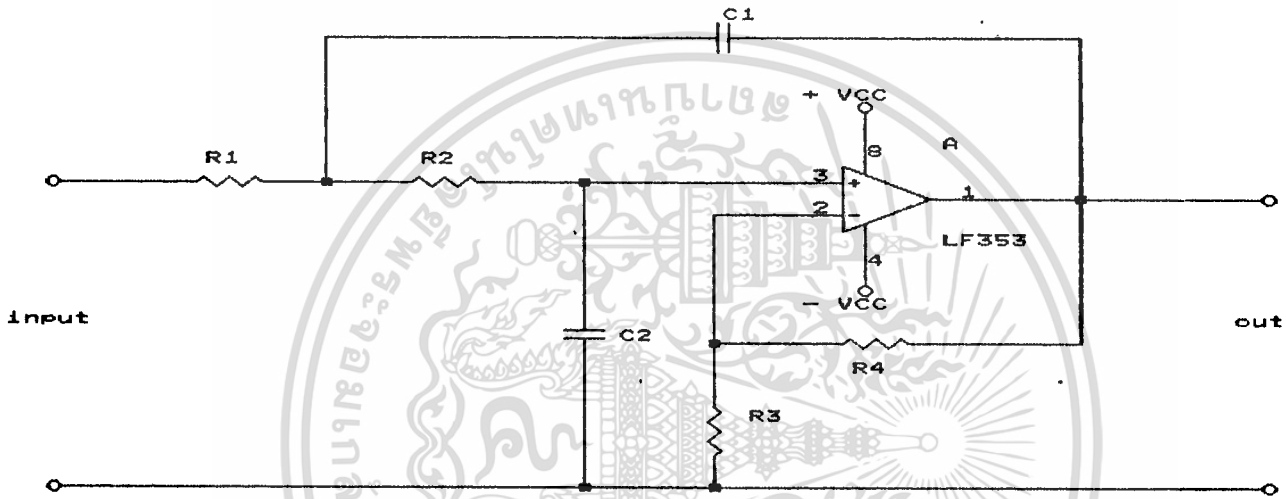
Butterworth Bessel filter ลำดับ order = 5, m = 0.5 ได้ $\phi_{\varepsilon T}$, $\phi_{\varepsilon AP}$, และ $\phi_{\varepsilon LP}$ ดังแสดงในรูปที่ 5-23

ในที่สุด เนื่องจาก BGBP ฟิลเตอร์มีคุณสมบัติที่สามารถปรับค่าขนาดตามที่ต้องการ แต่ในการปรับค่าดังกล่าวอาจทำให้เฟสไม่เป็นเชิงเส้นตามที่ต้องการ ดังนั้นจึงได้ทำการออกแบบเฟสอิควอไลเซอร์ขึ้น โดยใช้ order ลำดับสอง และ BGBP ที่ใช้เป็น order ลำดับห้า จากกราฟจะเห็นได้ว่าเมื่อต่อวงจรกรองความถี่ต่ำ BGBP กับ All Pass ลำดับสอง จะทำให้ค่าผิดพลาดมีน้อยมาก

5.5) วงจรทดลอง

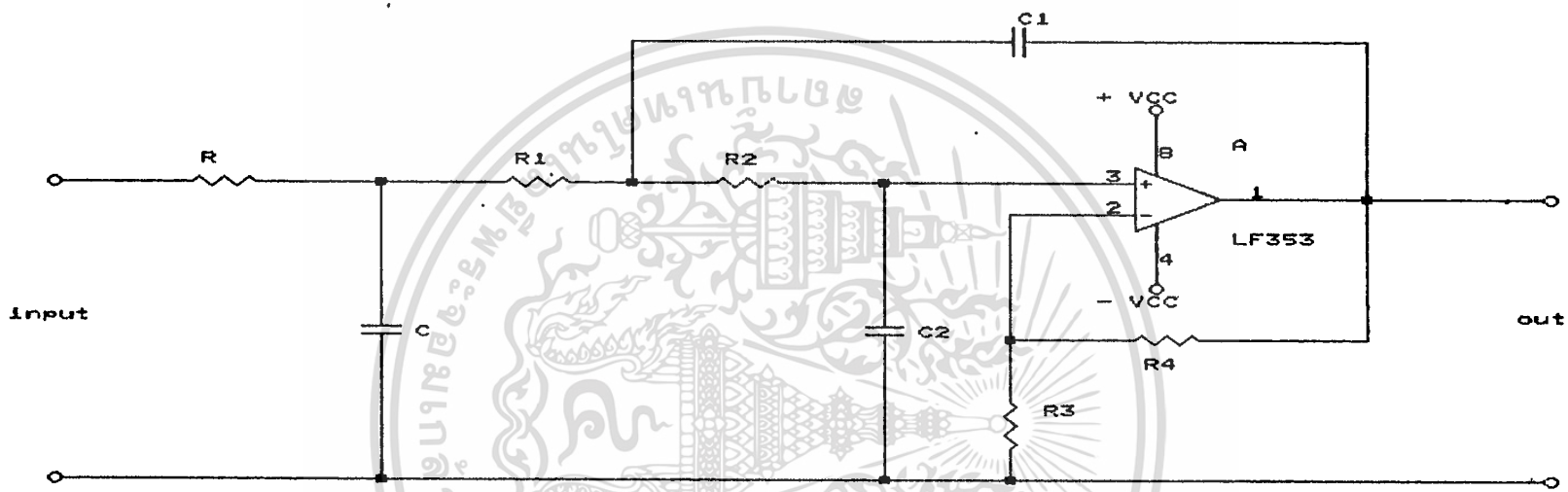
อาศัยวงจร Lowpass Filter ชนิด order เท่ากับสอง สามและสี่ ปรับค่า α เท่ากับหนึ่ง สอง และสาม และ All Pass Filter ชนิด order เท่ากับสอง ดังวงจรรูปที่ 5-6, 5-7, 5-8 และ 5-9 แนบมาท้ายหัวข้อนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



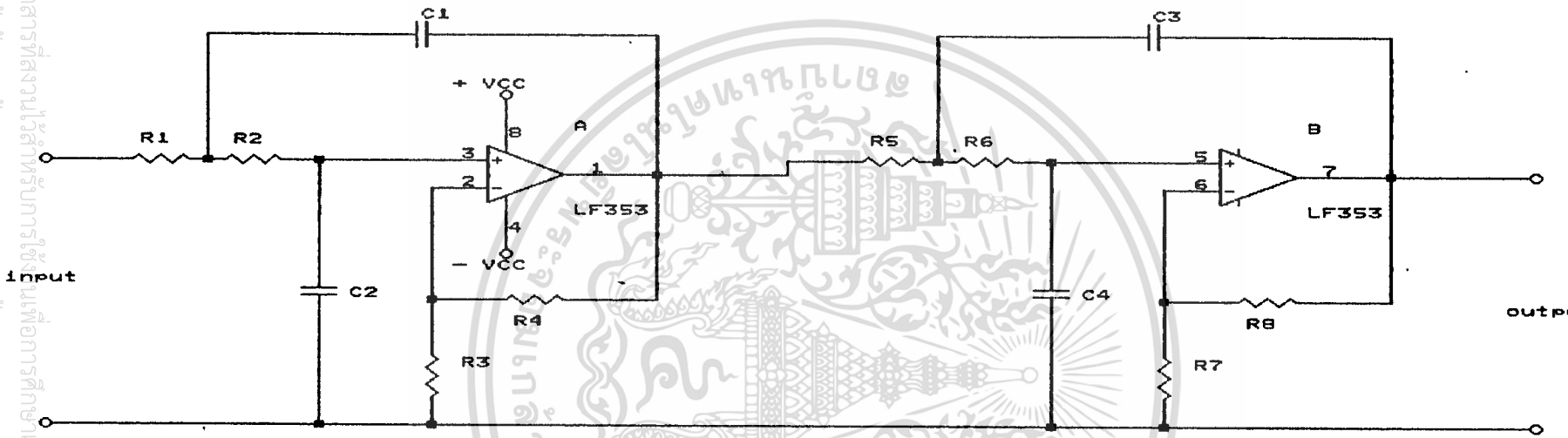
รูปที่ 5-6 วงจร Low Pass Filter ชนิด order 2

Size	Document Number	
A	LOW PASS FILTER ORDER 2	
Date:	June 16, 1992 Sheet	1 of



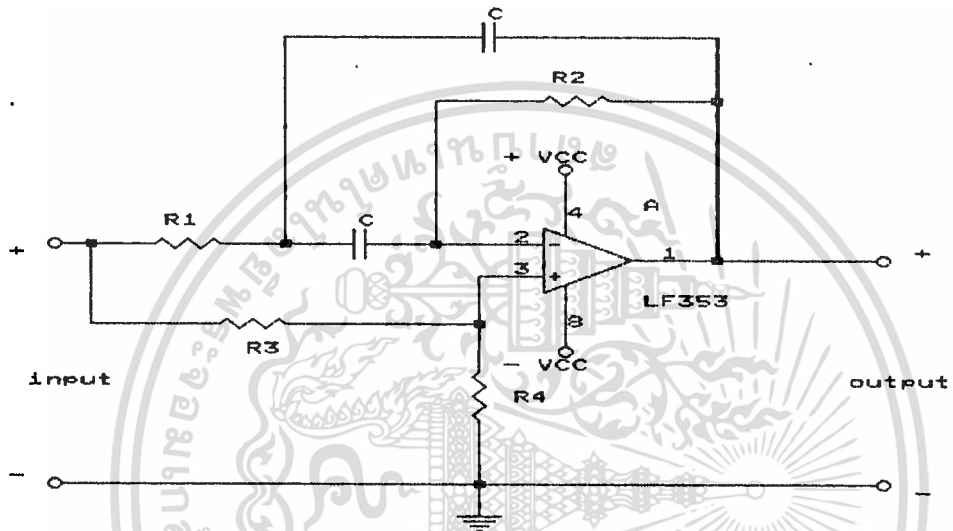
รูปที่ 5-7 วงจร Low Pass Filter ชนิด order 3

Title		
Size A	Document Number LOW PASS FILTER ORDER 3	REV
Date: June 16, 1992	Sheet 2 of	



รูปที่ 5-8 วงจร Low Pass Filter ชนิด order 4

Size A	Document Number LOW PASS FILTER ORDER 4	
Date: June 16, 1992	Sheet 3 of	



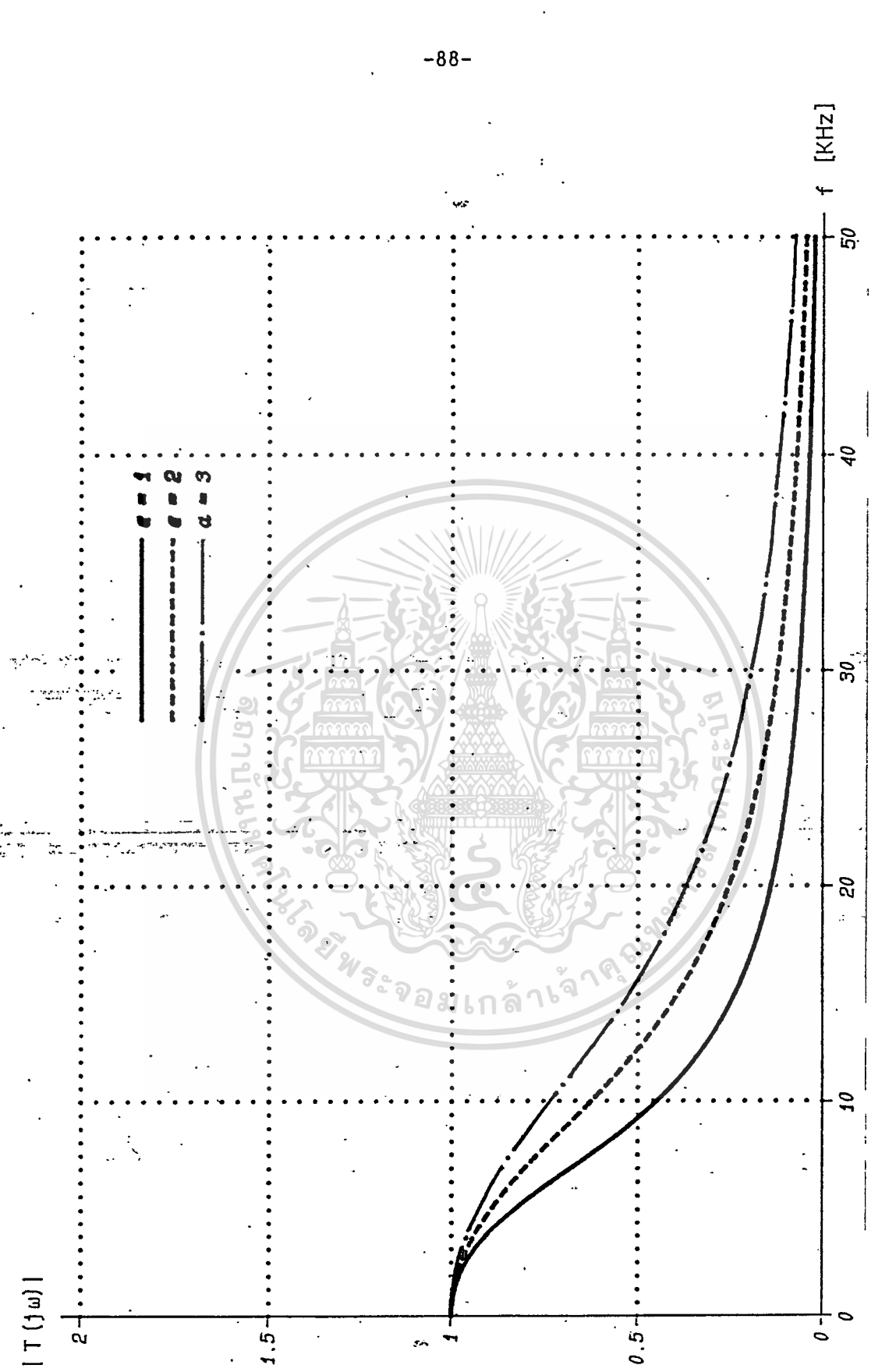
รูปที่ 5-9 วงจร All ass Filter ชนิด order 2

Size	Document Number	
A	ALLPASS FILTER ORDER 2	
Date: June 16, 1992	Sheet 4 of	

5.6) รวบรวมผล

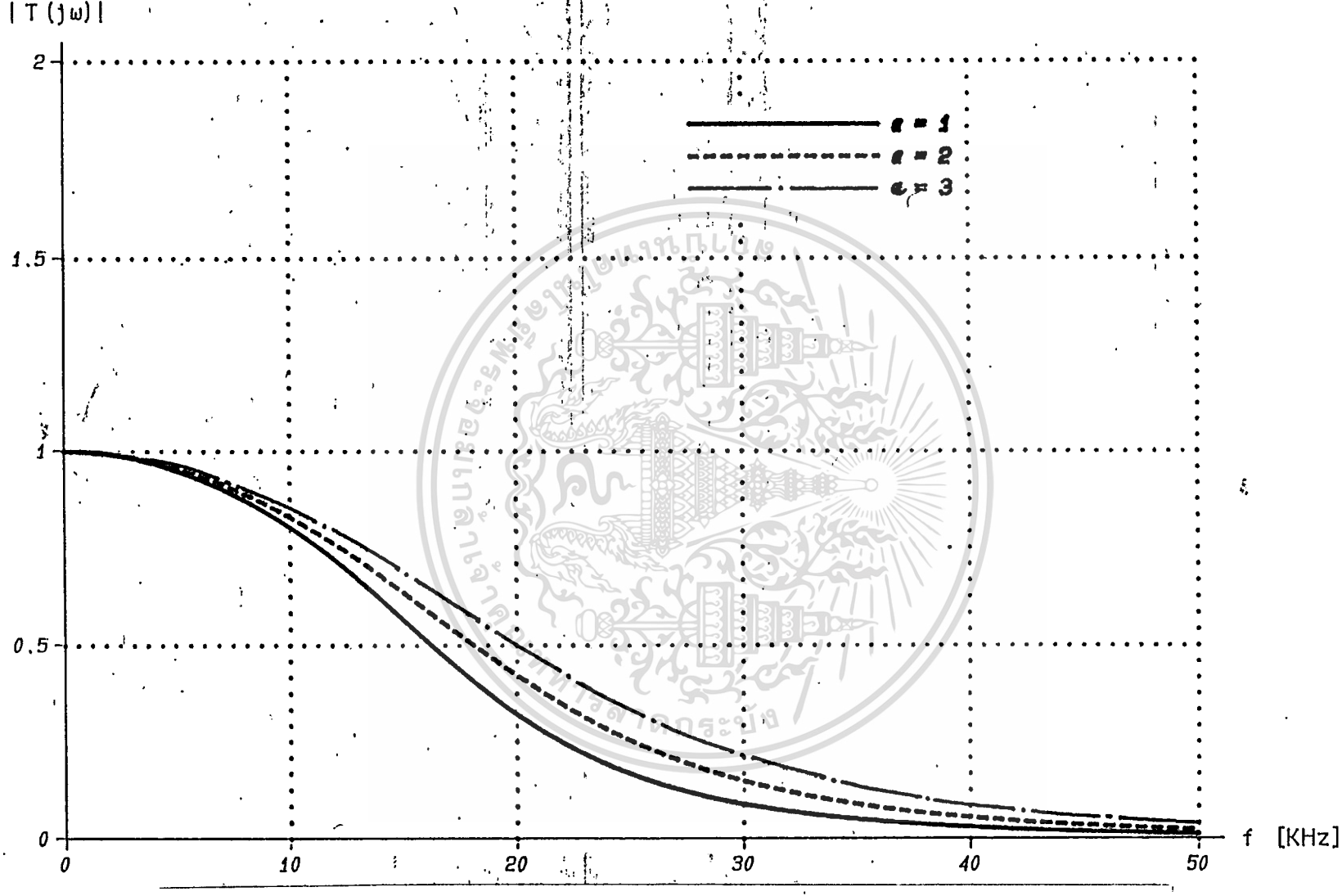
ได้ทำการพล็อตคุณลักษณะทางขนาด เฟส เฟสดีเลย์ กรุ๊ปดีเลย์ ของวงจร Generalized Bessel Low Pass Filter และคุณลักษณะทางเฟส กับ phase error ของ BGBP ฟิลเตอร์ ดังกราฟต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

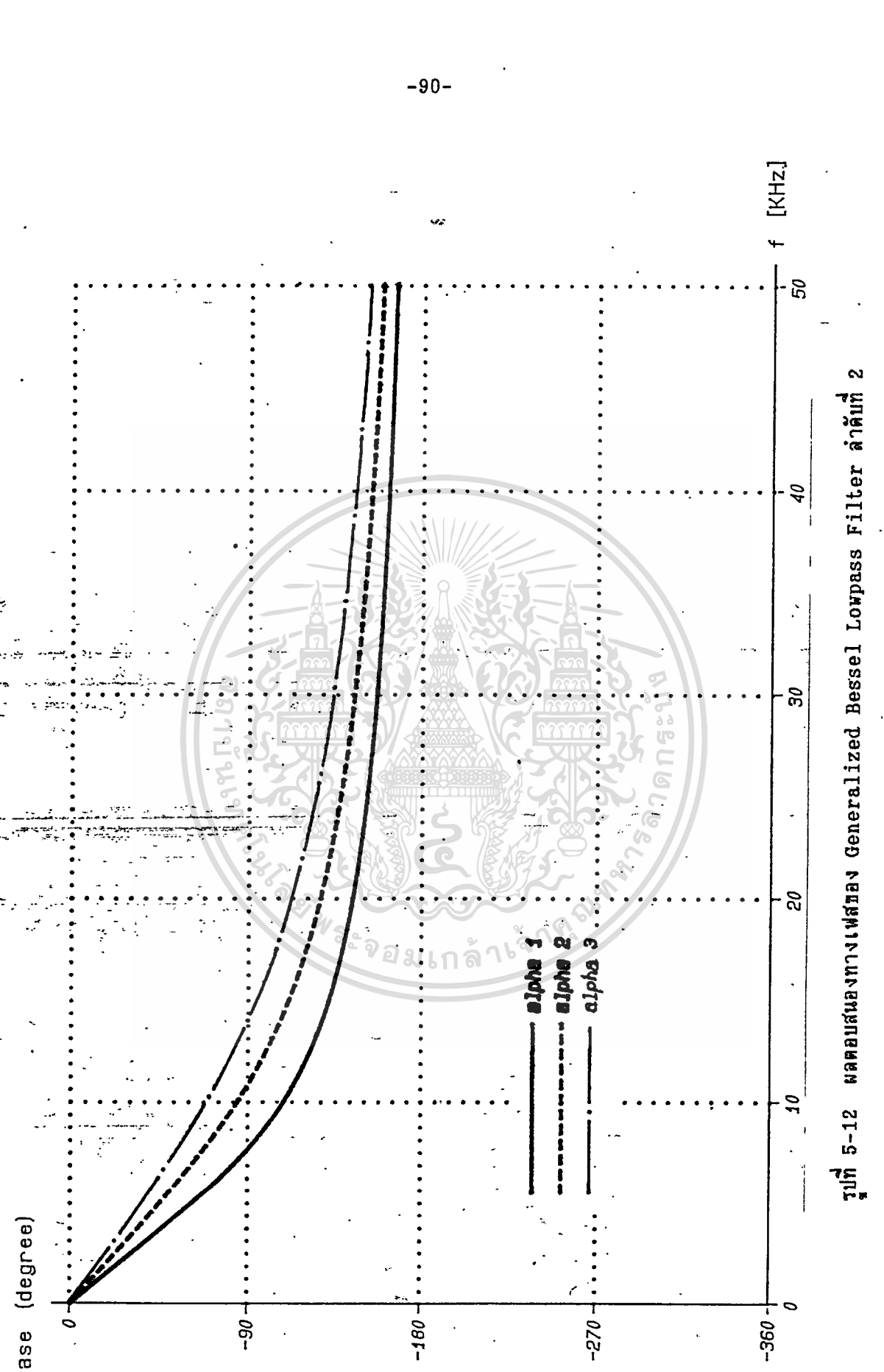


รูปที่ 5-10 ผลตอบสนองทางขนาดของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

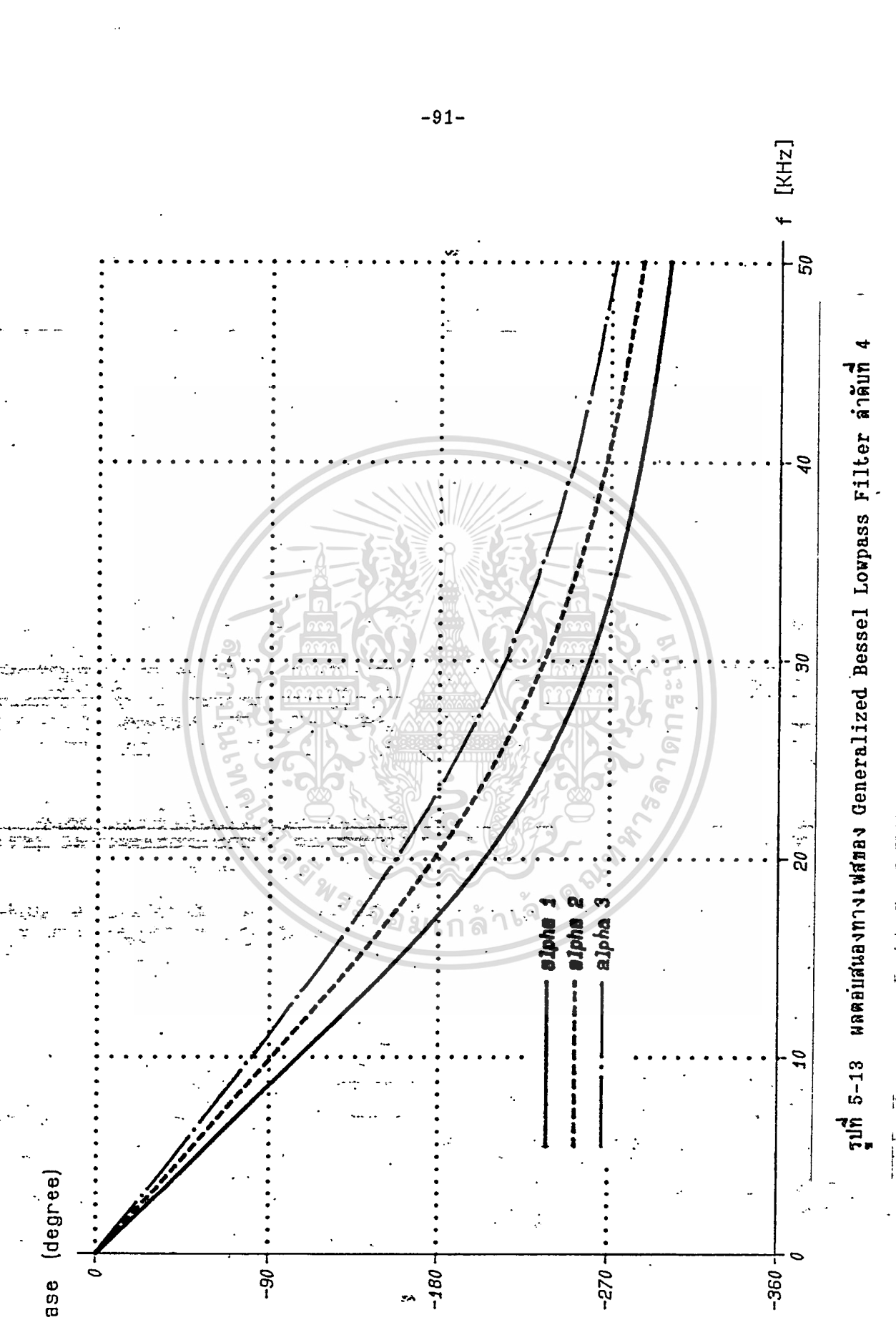


รูปที่ 5-11 ผลตอบสนองทางขนาดของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 4



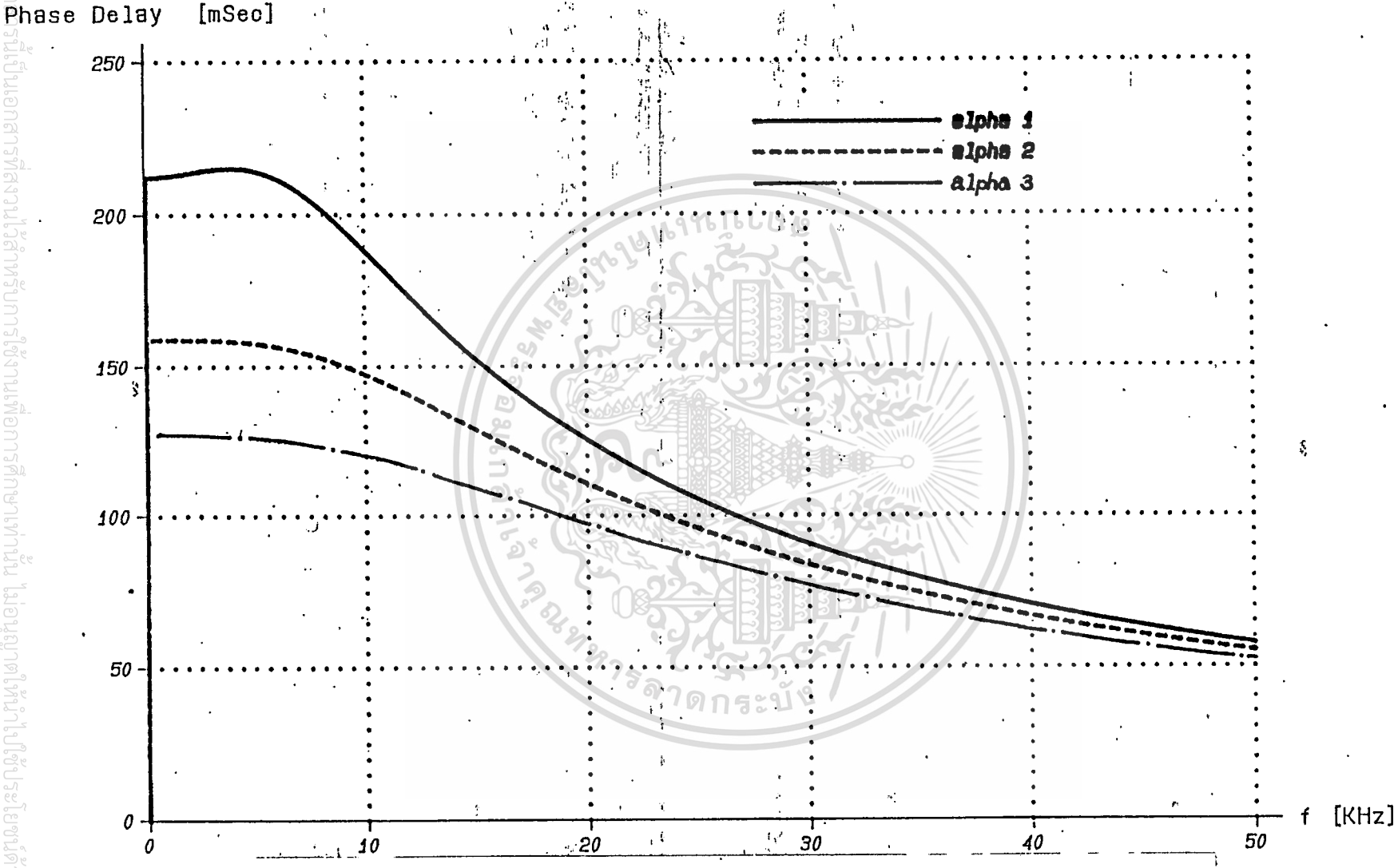
รูปที่ 5-12 ผลตอบสนองทางเฟสของ Generalized Bessel Lowpass Filter อันดับที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

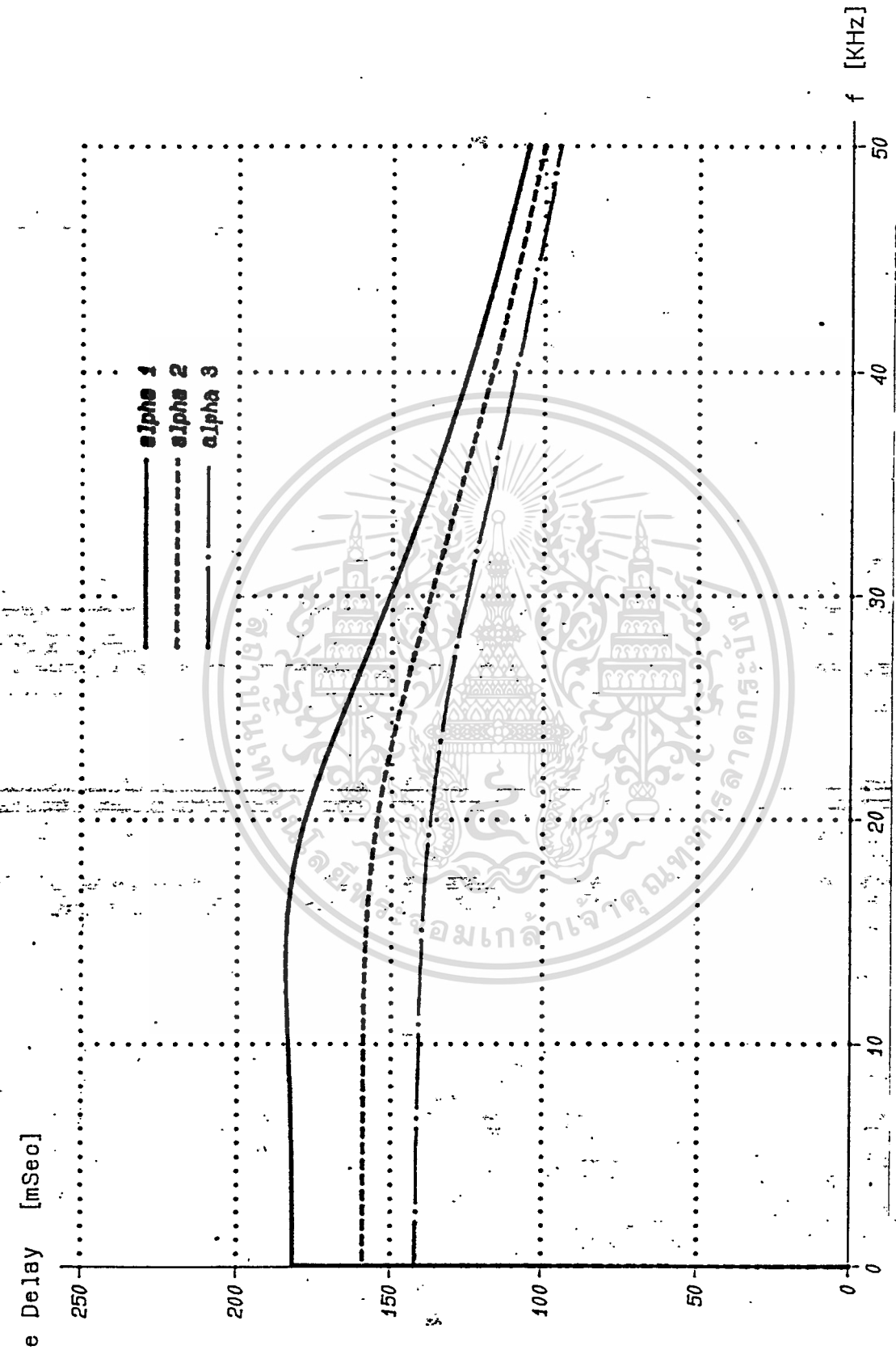


รูปที่ 5-13 ผลตอบสนองทางเฟสของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

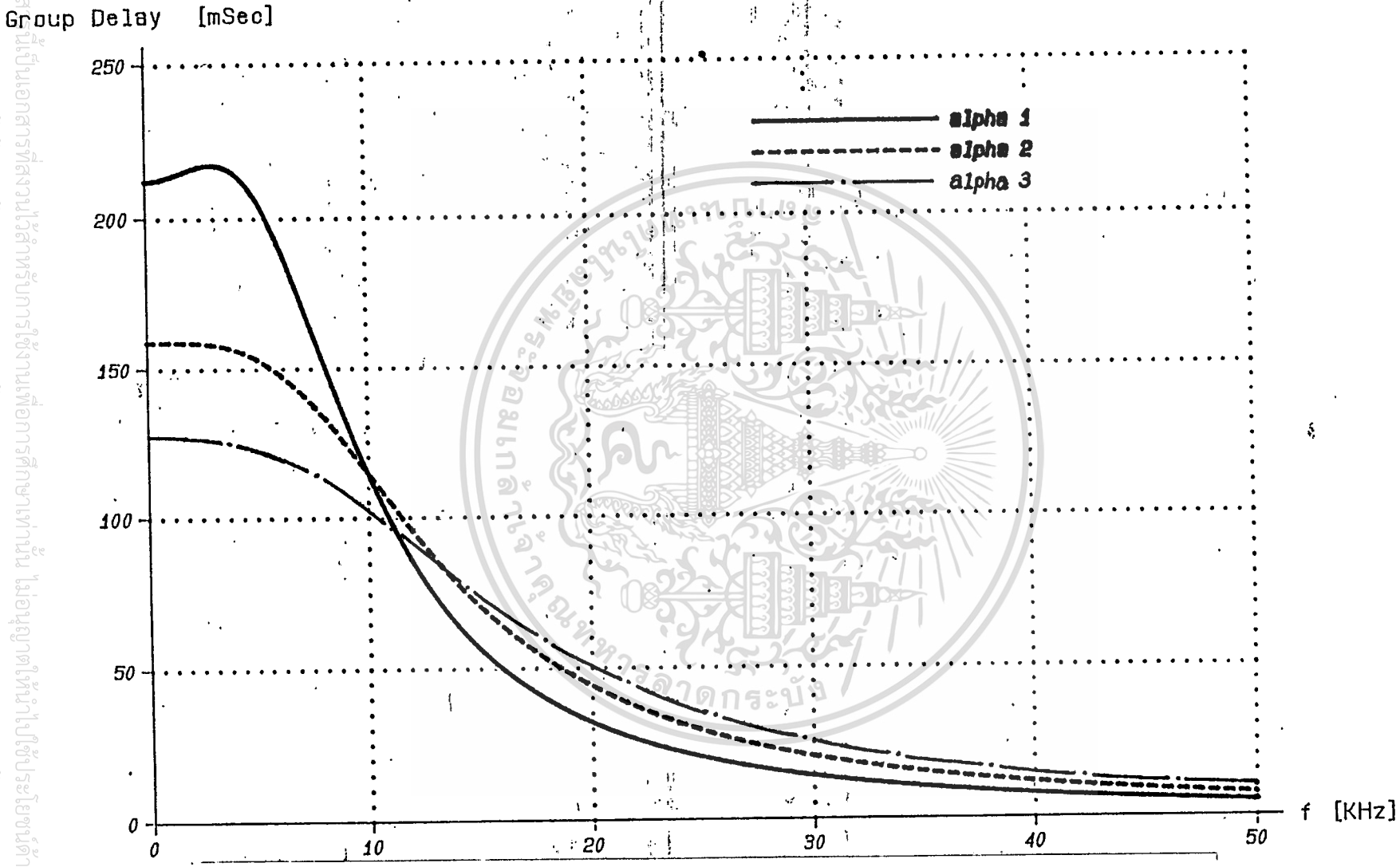


รูปที่ 5-14 ผลตอบสนองทางเฟสดีเลย์ของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 2

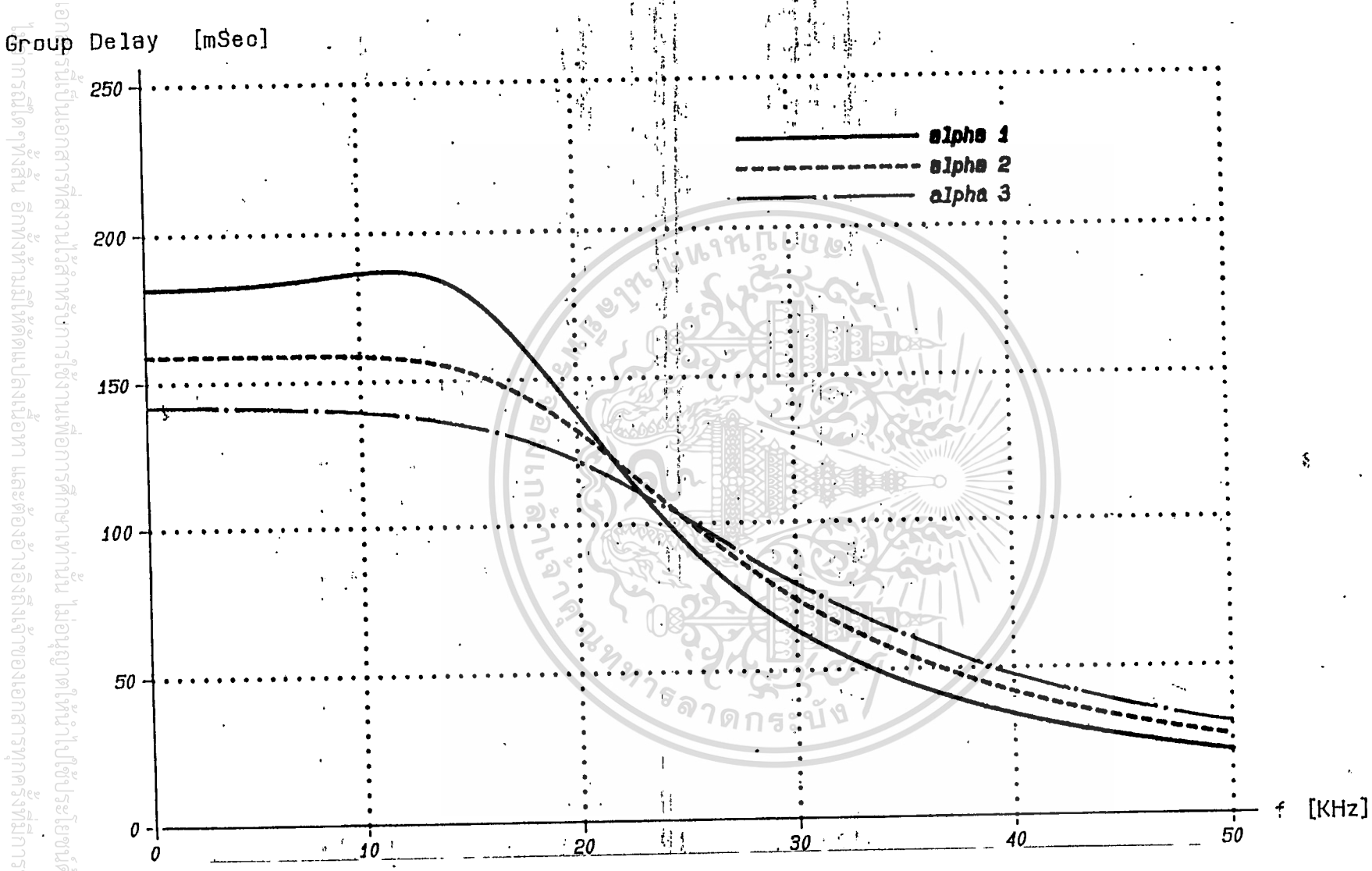


รูปที่ 5-15 ผลตอบสนองทางเฟสตัวอย่าง Generalized Bessel Lowpass Filter อันดับที่ 4

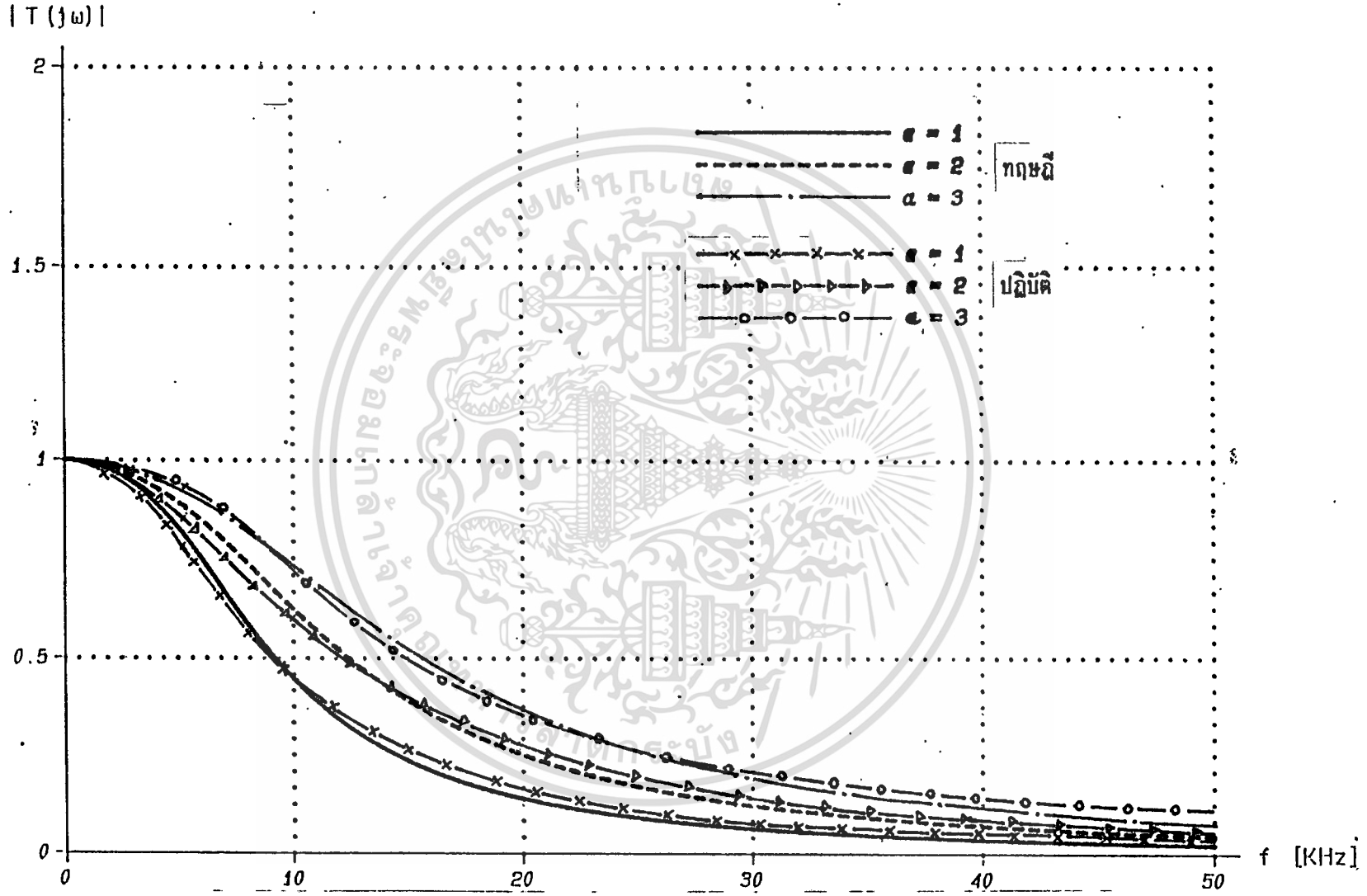
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



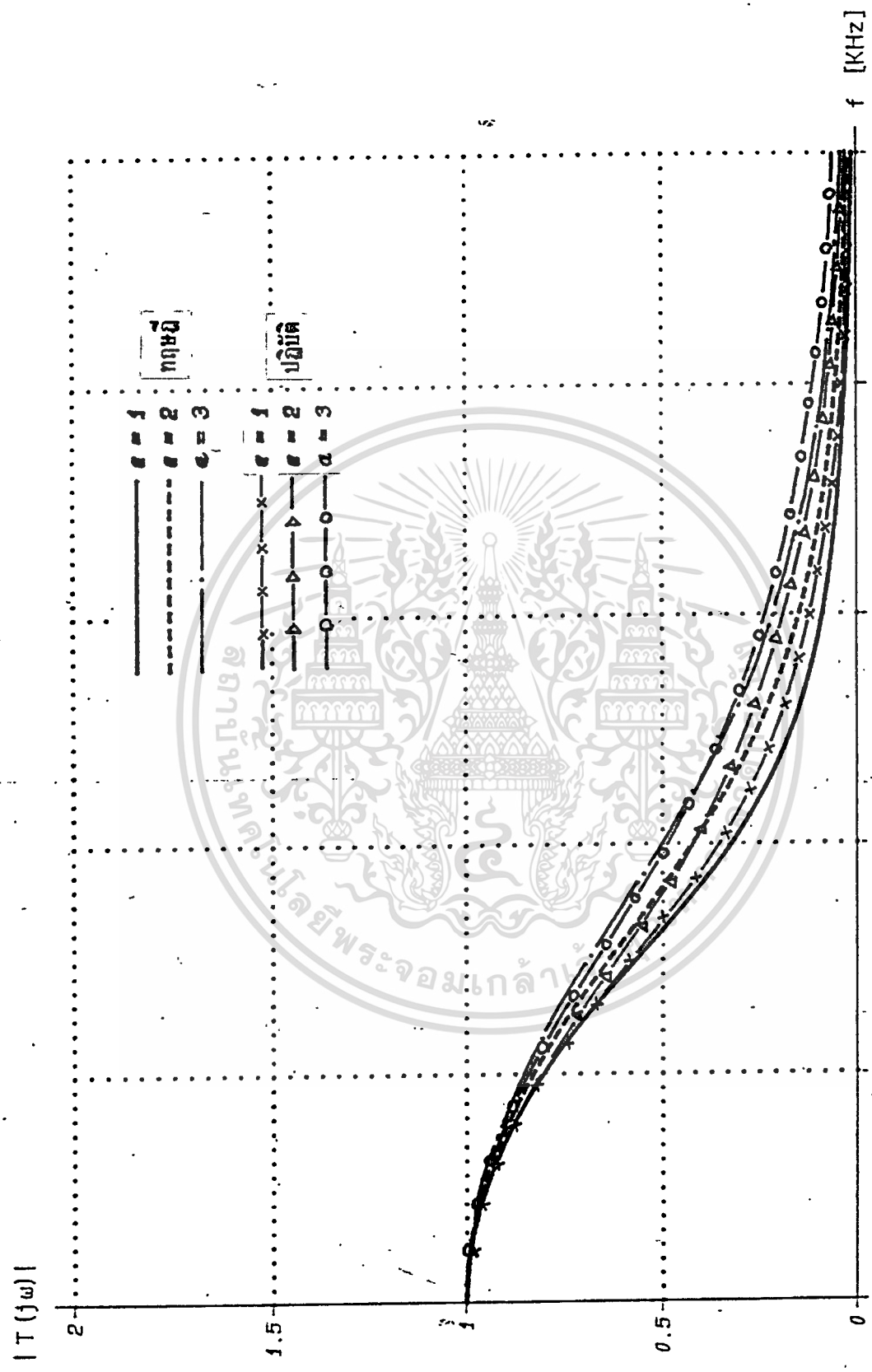
รูปที่ 5-16 ผลตอบสนองทางกรุ๊ปดีเลย์ของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 2



รูปที่ 5-17 ผลตอบสนองทางกรุ๊ปดีเลย์ของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 4

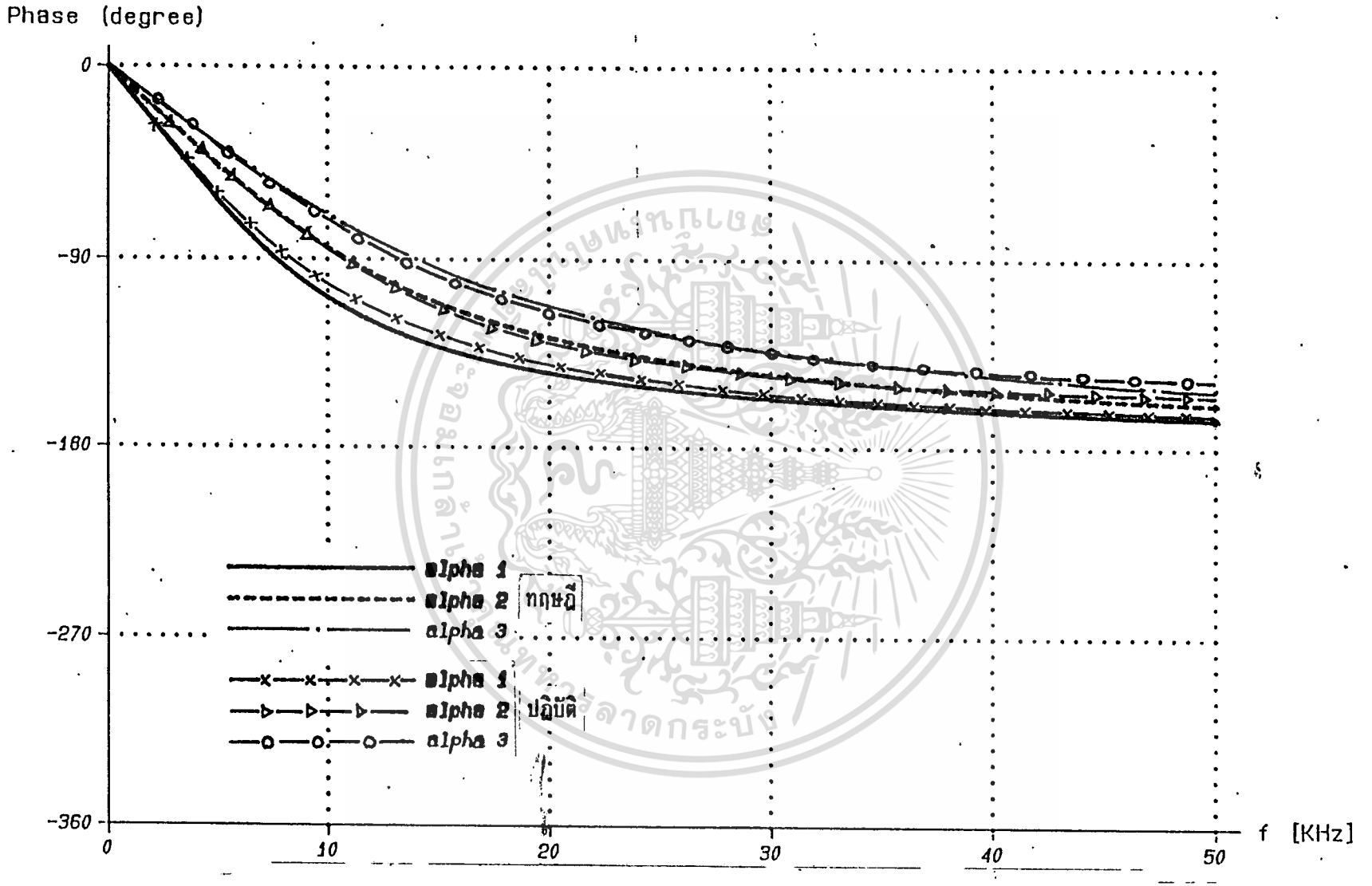


รูปที่ 5-18 ผลตอบสนองทางขนาดของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 2 เมื่อ α = 1, 2, และ 3

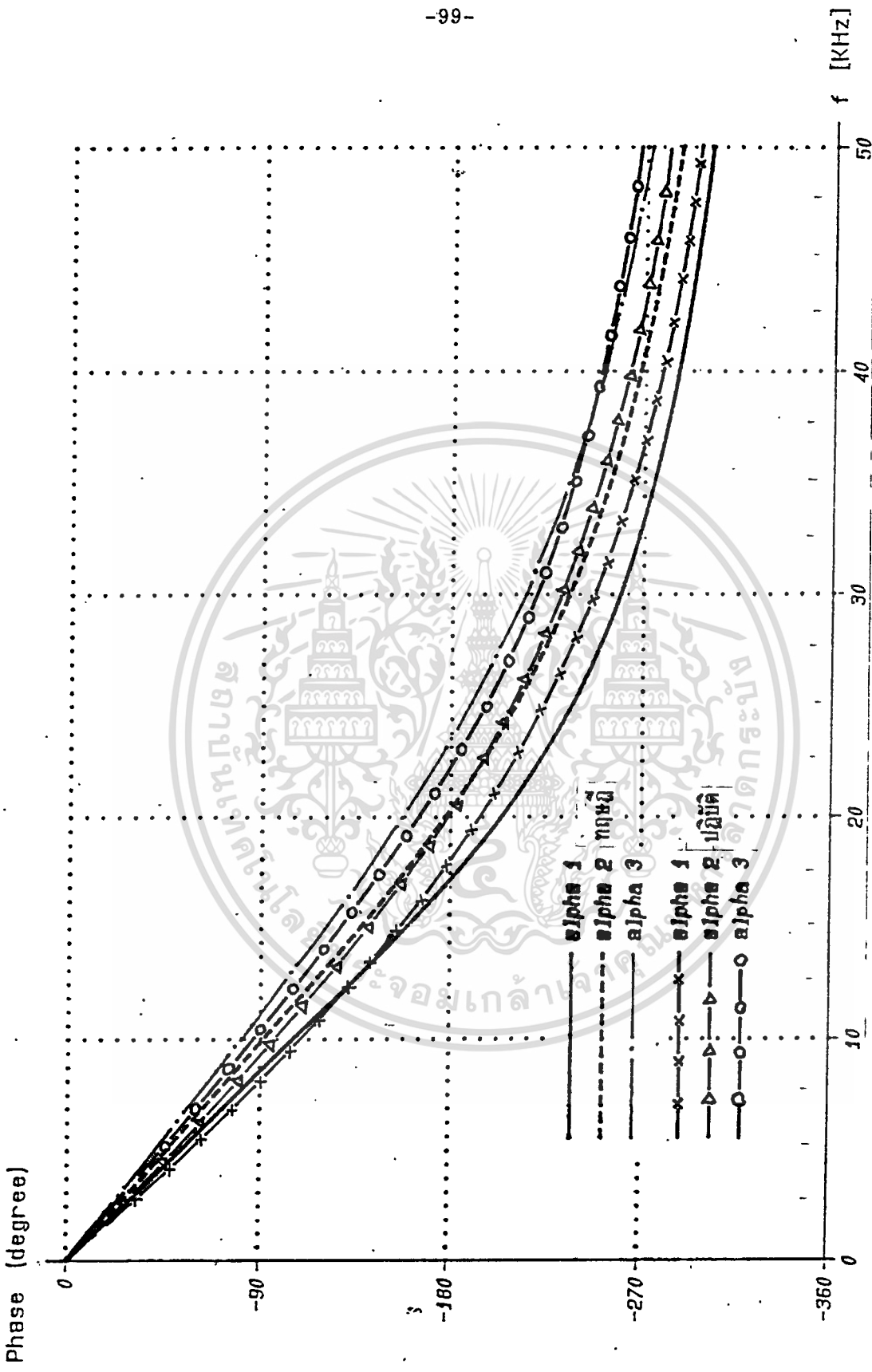


รูปที่ 5-19 ผลตอบสนองทางขนาดของ Generalized Bessel Lowpass Filter
ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = 1, 2,$ และ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

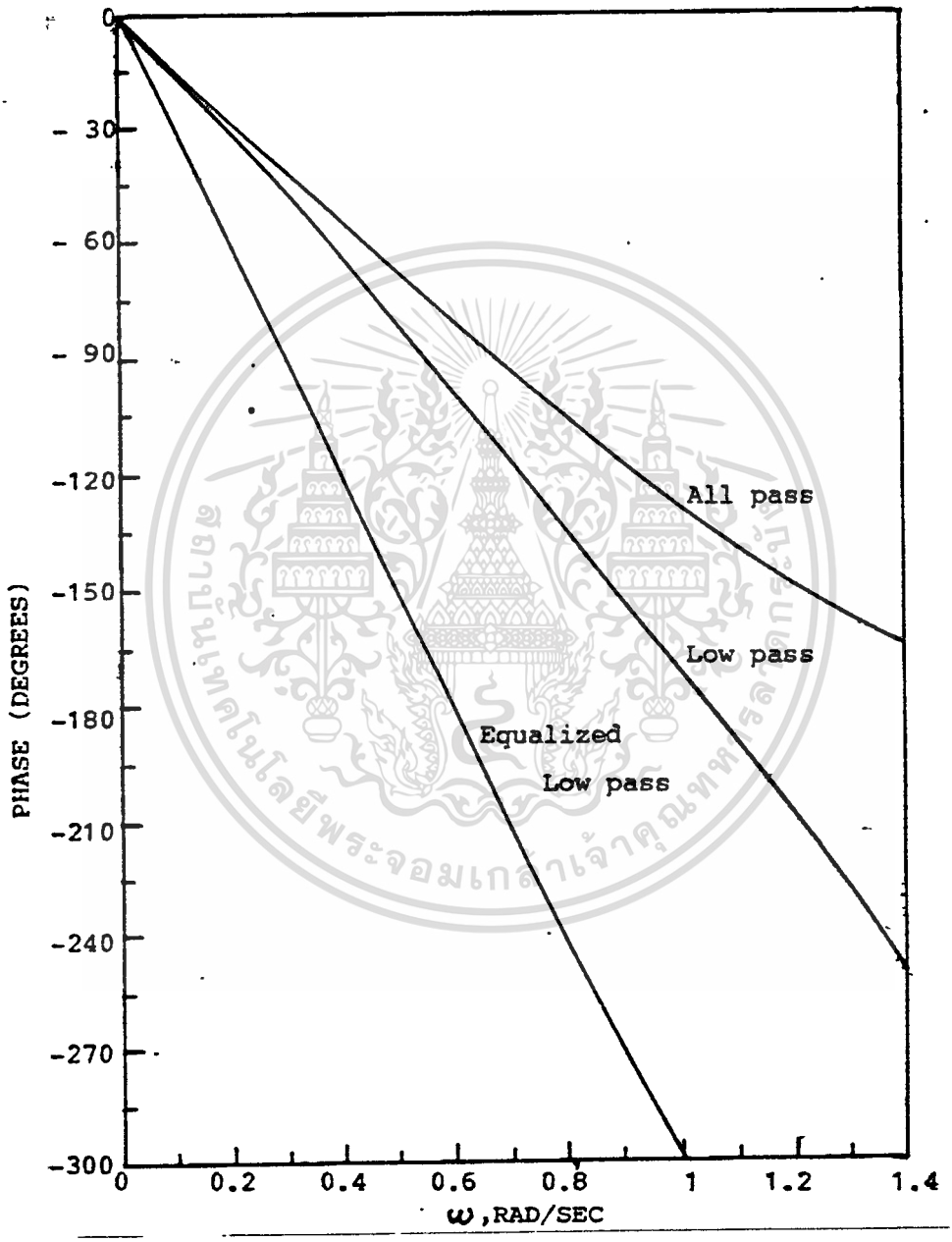


รูปที่ 7-20 ผลตอบสนองทางเฟสของ Generalized Bessel Lowpass Filter ลำดับที่ 2 เมื่อ α = 1, 2, และ 3



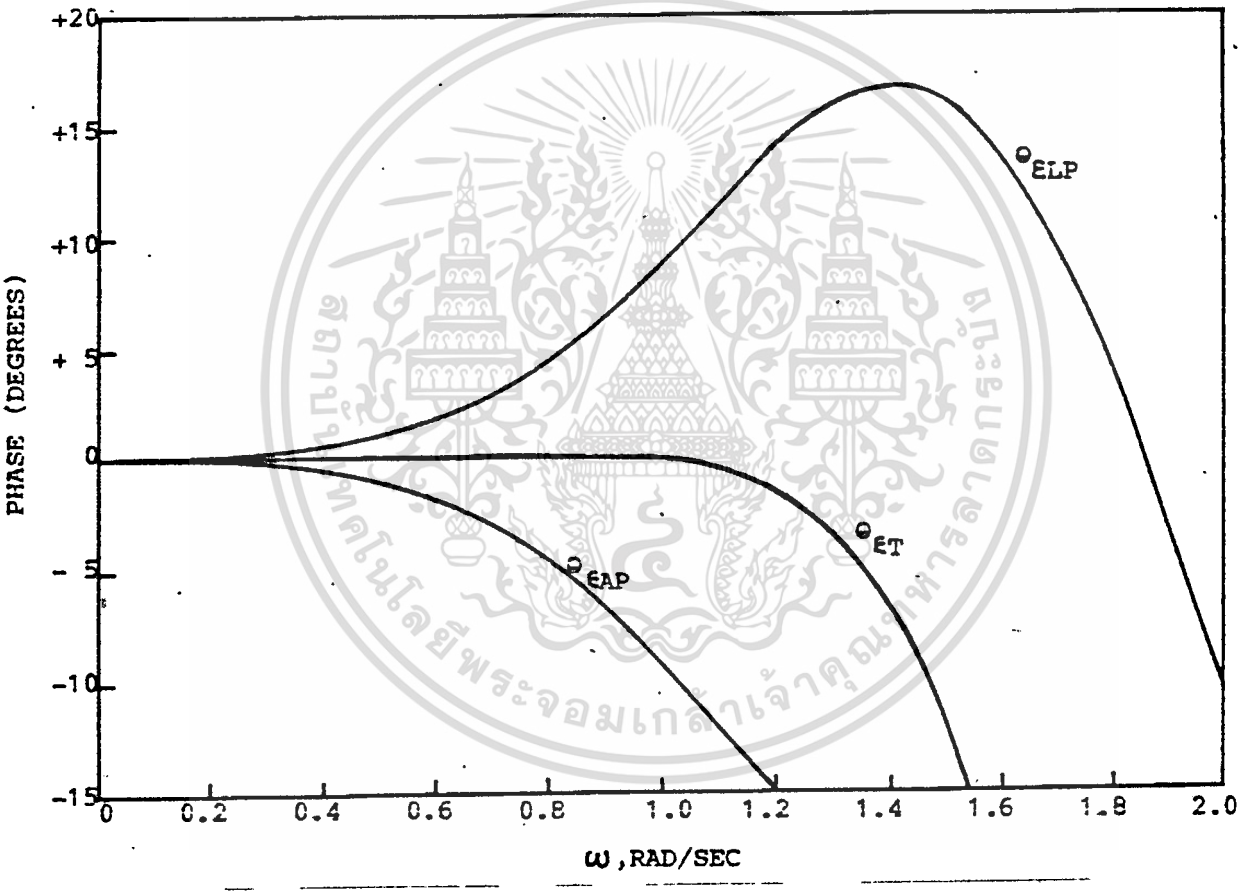
รูปที่ 5-21 ผลตอบสนองทางเฟสของ Generalized Bessel Lowpass Filter
ลำดับที่ 4 เมื่อ α = 1, 2, และ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5-22 คุณลักษณะทางเฟสของ BGBP ฟิลเตอร์ (m=0.5, α=2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5-23 Phase Error ของ BGBP ฟิลเตอร์ (m=0.5, α=2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.7) บทสรุป

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้คำนวณหาสูตรสำเร็จทางขนาดของ Generalized Bessel Polynomials (GBP) โดยอาศัยวิธีการของผลคูณ 2 ฟังก์ชั่น ใช้ฟังก์ชั่น Hypergeometric และคำนวณหาสูตรสำเร็จของกรุ๊ปดีเลย์ของ GBP ทำให้สะดวกในการพล็อตกราฟของคุณสมบัติดังกล่าวข้างต้น ตลอดจนคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ (α) กับ Delay time และ Rise time ตามลำดับ

ในวิทยานิพนธ์ได้นำเอา GBP มาออกแบบร่วมกับ Butterworth ทำให้ผู้ออกแบบสามารถเลือกคุณลักษณะทั้งขนาด และกรุ๊ปดีเลย์ได้พร้อม ๆ กันไป โดยได้ทำการเปรียบเทียบคุณลักษณะของ Transitional Butterworth Generalized Bessel Polynomials โดยกำหนดให้ค่า m คงที่และปรับค่า α หรือกำหนดค่า α แล้วปรับค่า m ทำให้เลือกคุณลักษณะทั้งทางขนาดและกรุ๊ปดีเลย์มีขอบเขตที่กว้างขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.กนก เจนจิระพงศ์เวช ผู้ให้คำปรึกษาแนะนำ และขอขอบคุณองค์การความร่วมมือระหว่างประเทศ สำนักงานไจก้า (JICA) ประเทศญี่ปุ่น ในด้านเครื่องมือสำหรับทำการทดลอง เป็นผลให้วิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

1. PELESS, Y. and MURAKAMI, T., "ANALYSIS AND SYNTHESIS OF TRANSITIONAL BUTTERWOTRH-THOMSON FILTERS AND BANDPASS AMPLIFIERSJ", RCA REVIEW, pp. 60-94, 1957
2. AL-SALAM, W.A., "THE BESSEL POLYNOMIAL", DUKE MATH JOURNAL, vol.24, pp. 529-545, 1957
3. กนก เจนจิระพงศ์เวช, "คุณสมบัติทางพีชคณิตบางประการของเจ็นเนอร์ไรซ์เบสเสลโพลิโนเมียล", วิศวสารลาดกระบัง, ปีที่ 7 ฉบับที่ 1, หน้า 124-128, 2528
4. MARSHAK, A.H. and JOHNSON, D.E., "A BESSEL RATIONAL FILTER", IEEE TRAN. on CAS, vol.22, 1974
5. WEIBERG, L., "NETWORK ANALYSIS AND SYNTHESIS, MC GRAW HILL, pp. 493-505, 1962
6. JOHN L. HILBURN and DAVID E. JOHNSON, "MANUAL OF ACTIVE FILTER DESIGN", MCGRAW-HILL, INC., 1973
7. ARAM BUDAK , "PASSIVE AND ACTIVE NETWORK ANALYSIS AND SYNTHESIS", HOUGHTON MIFFLIN COMPANY, 1974
8. WAI-KAI CHEN, "PASSIVE AND ACTIVE FILTER THEORY AND IMPLEMENTATIONS", JOHN WILLEY & SON, INC., 1986
9. M.S. GHAUSI and K.R. LAKER , "MODERN FILTER DESIGN ACTIVE RC AND SWITCH CAPACITOR", PRENTICE-HALL, INC., 1981
10. G.S. MOSCHYTZ PETR HORN ,"ACTIVE FILTER DESIGN HANDBOOK",JOHN WILLEY & SON, INC., 1984
11. ARTHUR B. WILLIAMS and FRED J. TAYLOR , "ELECTRONIC FILTER DESIGN HANDBOOK"
12. GAYAKWAD, RAMAKANT A., "OP-AMP AND LINEAR INTEGRATED CIRCUITS", PRENTICE-HALL, INC., 1988
13. กนก เจนจิระพงศ์เวช และ นิกร สุขุตมตันติ, "ทรานสิชันแนลบัตเตอร์เวิธ-เจนเนอร์ไรซ์เบสเสล โพลิโนเมียลฟิลเตอร์", ประชุมวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 8 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า พระนครเหนือ, พ.ศ.2528
14. นิกร สุขุตมตันติ และ ประกิจ ตังติสานนท์, "การแก้เฟสของบัตเตอร์เวิธ-เบสเสลฟิลเตอร์", ประชุมวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 10 จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย, พ.ศ.2530

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก A

PROGRAM Lowmain.Pas

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
program Plot_2D_Function;

{$I CGA.INC}

const PScale  = 4;   { Plotter Scale   (1-7) }
type complex = record
                 Re,Im : real;
               end;
var LineStyle          : byte;
    ScreenDisp,freq    : boolean;
    OutFile            : text;
    RC,al              : real;
    fi,ni,xs           : integer;
    data               : complex;
    num,ch,typ         : char;

procedure SetLineStyle(m: byte);
  begin
   case m of
    1 :if ScreenDisp then LineStyle := 1                    {_____________}
                     else Write(OutFile,'LT;');
    2 :if ScreenDisp then LineStyle := 3                    {_ _ _ _ _ _ _ _}
                     else Write(OutFile,'LT2,',0.15*PScale:6:4,';');
    3 :if ScreenDisp then LineStyle := 4                    {_____ . _____}
                     else Write(OutFile,'LT4,',0.9*PScale:6:4,';');
    4 :if ScreenDisp then LineStyle := 7                    {___ ___ ___ ___}
                     else Write(OutFile,'LT3,',0.36*PScale:6:4,';');
    5 :if ScreenDisp then LineStyle := 6                    {_____ _ _ _____}
                     else Write(OutFile,'LT6,',0.9*PScale:6:4,';');
    6 :if ScreenDisp then LineStyle := 5                    {_____ _ _____}
                    else Write(OutFile,'LT5,',0.9*PScale:6:4,';');
    0 :if ScreenDisp then LineStyle := 2                    {.............}
                     else Write(OutFile,'LT1,',0.09*PScale:6:4,';');
  7,8 :if ScreenDisp then LineStyle := 8                    {_____________}
                     else Write(OutFile,'LT;SM;');
   end;
  end;

function er:real;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
begin
  er := 1.005-(random/100);
end;

{$I PLOT2D.INC}


procedure Sensitivity(w : real);
var k,al,t,t1,t2,
    r1,r2,r3,r4,km,kf,
    c,Qap,w0ap,a,b        : real;
    i,j,m,n               : integer;
    d1,d2,d3              : complex;

begin
 w:=10000*w;
 case fi of


1:begin
   div_c(  (-2*(1+sqr(w)*sqr(w)*sqr(0.000012994)*sqr(0.000012994)+
            2*sqr(w)*sqr(0.000012994))-(2*sqr(0.000012994)*sqr(w)+4)),0,
           (1+sqr(w)*sqr(w)*sqr(0.000012994)*sqr(0.000012994)+
            2*sqr(w)*sqr(0.000012994)),0,data);

  end;

2:begin
   div_c(  (-2*(1+sqr(w)*sqr(w)*sqr(0.000009188)*sqr(0.000009188)+
            2*sqr(w)*sqr(0.000009188))-(2*sqr(0.000009188)*sqr(w)+4)),0,
           (1+sqr(w)*sqr(w)*sqr(0.000009188)*sqr(0.000009188)+
            2*sqr(w)*sqr(0.000009188)),0,data);

  end;

3:begin
   div_c(  (-2*(1+sqr(w)*sqr(w)*sqr(0.000007117)*sqr(0.000007117)+
            2*sqr(w)*sqr(0.000007117))-(2*sqr(0.000007117)*sqr(w)+4)),0,
           (1+sqr(w)*sqr(w)*sqr(0.000007117)*sqr(0.000007117)+
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
            2*sqr(w)*sqr(0.000007117)),0,data);

end;

 end;
end;

procedure TargetF(w : real);
var k,al,t,t1,t2,
    r1,r2,r3,r4,km,kf,
    c,Qap,w0ap,a,b        : real;
    i,j,m,n               : integer;
    d1,d2,d3              : complex;

begin
 w := w/(2*pi);
 case fi of

1:begin
   div_c(  (-sqr(w)+sqr(2.2909698))*5,
          -(0.55963114/(2.2909698))*w*5,
           (-sqr(w)+sqr(2.2909698))*(-sqr(w)+5)-
           (0.55963114/(2.2909698))*w*(4*w),
           (0.55963114/(2.2909698))*w*(-sqr(w)+5)+
           (-sqr(w)+sqr(2.2909698))*(4*w),data);

  end;

2:begin
   div_c( (-sqr(w)+sqr(2.2909698)),-(0.55963114/2.2909698)*w,
          (-sqr(w)+sqr(2.2909698)), (0.55963114/2.2909698)*w,data);

  end;

3:begin
   div_c( 5 , 0 , -sqr(w) + 5 , 4*w , data );
  end;
 end;
end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
procedure Fre_3db(LeftEndPoint : real;
                  RightEndPoint : real;
              var Answer        : real;
              var Error         : byte);

 const NearlyZero = 1E-10;
 var Tol,yLeft,yRight,MidPoint,yMidPoint : real;
     Iter, MaxIter                       : integer;
     Found                               : boolean;

 function TestForRoot(X, OldX, Y, Tol : real) : boolean;
 begin
   TestForRoot := (ABS(Y) <= NearlyZero) or (ABS(X - OldX) < ABS(OldX * Tol))
 end;

begin
  Maxiter := 500;
  Tol := 1E-10;
  Error := 0;
  Found := false;
  TargetF(LeftEndpoint);
  yLeft := sqrt( sqr(data.re) + sqr(data.im) ) - 1/sqrt(2);
  TargetF(RightEndpoint);
  yRight := sqrt( sqr(data.re) + sqr(data.im) ) - 1/sqrt(2);
  if ABS(yLeft) <= NearlyZero then
  begin
    Answer := LeftEndpoint;
    Found := true;
  end;
  if ABS(yRight) <= NearlyZero then
  begin
    Answer := RightEndpoint;
    Found := true;
  end;
  if not Found then   { Test for errors }
  begin
    if yLeft * yRight > 0 then
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
      Error := 2;
    if Tol <= 0 then
      Error := 3;
    if MaxIter < 0 then
      Error := 4;
  end;
  if (Error = 0) and (Found = false) then
  begin
   Iter := 0;
   TargetF(LeftEndPoint);
   yLeft := sqrt( sqr(data.re) + sqr(data.im) ) - 1/sqrt(2);
   while not(Found) and (Iter < MaxIter) do
    begin
     Iter := Succ(Iter);
     MidPoint := (LeftEndpoint + RightEndpoint) / 2;
     TargetF(MidPoint);
     yMidPoint := sqrt( sqr(data.re) + sqr(data.im) ) - 1/sqrt(2);
     Found := TestForRoot(MidPoint, LeftEndpoint, yMidPoint, Tol);
     if (yLeft * yMidPoint) < 0 then
        RightEndpoint := MidPoint
     else
       begin
         LeftEndpoint := MidPoint;
         yLeft := yMidPoint;
       end;
    end;
   Answer := MidPoint;
   if Iter >= MaxIter then
     Error := 1;
  end;
end;


function Differentiate(x: real):real;
const Tolerance = 1e-7;
type  vector = array[1..100] of real;
var   Term,Iter,TwoToTheIterMinus2,Extrap  : integer;
      DeltaX,FourToTheExtrapMinus1         : real;
      OldEstimate,NewEstimate              : vector;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
function EvaluateFirstDeriv(X      : real;
                            DeltaX : real):real;
var LeftPoint,RightPoint : real;
begin
  TargetF(X - DeltaX);
  LeftPoint := ArcTan(data.im / data.re);
  TargetF(X + DeltaX);
  RightPoint := ArcTan(data.im / data.re);
  EvaluateFirstDeriv := (RightPoint - LeftPoint)/(2 * DeltaX);
end; { function EvaluateFirstDeriv }

begin
    if ABS(X) < Tolerance then
      DeltaX := Sqrt(Tolerance)
    else
      DeltaX := ABS(X * Sqrt(Tolerance));
    OldEstimate[1] := EvaluateFirstDeriv(X,DeltaX);
    Iter := 1;
    TwoToTheIterMinus2 := 1;
    repeat
      Iter := Succ(Iter);
      DeltaX := DeltaX / 2;
      NewEstimate[1] := EvaluateFirstDeriv(X,DeltaX);
      TwoToTheIterMinus2 := TwoToTheIterMinus2 * 2;
      FourToTheExtrapMinus1 := 1;
      for Extrap := 2 to Iter do
       begin
        FourToTheExtrapMinus1 := FourToTheExtrapMinus1 * 4;
        NewEstimate[Extrap] := (FourToTheExtrapMinus1 * NewEstimate[Extrap - 1]
                               OldEstimate[Extrap - 1]) / (FourToTheExtrapMinus1 -
       end;
      OldEstimate := NewEstimate;
    until (ABS(NewEstimate[Iter - 1] - NewEstimate[Iter]) <=
          ABS(Tolerance * NewEstimate[Iter])) or (ABS(DeltaX) < Tolerance);
    Differentiate := NewEstimate[Iter];
end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
procedure plot_function;
 label exit1;
 var q,i,n,nn,point          : integer;
     delta,w,aa,b,ww,w1,
     dx_max,dx_min,t,ph0,
     ph1,dy_max,dy_min,Root  : real;
     Error                   : byte;
     err1,err2               : boolean;
     d1,d2                   : complex;
     dy,xx                   : string[11];
     alp                     : array[0..20] of string[20];
     wwi                     : array[0..20] of integer;
     ali                     : array[0..20] of real;
begin
   ClrScr;
   n := 100;
   GraphicsMode;
   SelectScreen(2);
   ClearScreen;
   SelectScreen(1);
   logs := false;
   dB_log := false;
   if not freq then
    begin
     xx := ^N+'x'+^O;
     xs := 0;
    end
   else
    case xs of
     0 :  xx := 'F  [Hz]';
     3 :  xx := 'F  [KHz]';
     6 :  xx := 'F  [MHz]';
     9 :  xx := 'F  [GHz]';
    end;
   if not ScreenDisp then
    begin
     Assign(OutFile,OutName);
     Rewrite(OutFile);
     InitPlotter;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    gotoxy(1,1); Write('       Plot ... ');
   end;
   case num of

 '1':begin
      stl[1] := 'Equalize';
      stl[2] := 'Allpass';
      stl[3] := 'Lowpass';
      DefineWorld(0,0,25,2,xs,0);
      Axis(5,4,1,1,2,7, 'Fig.     Magnitude response','f [KHz]','|T|');
     end;

 '2':begin
      stl[1] := ^N+'a'+^O+' = 1';
      stl[2] := ^N+'a'+^O+' = 2';
      stl[3] := ^N+'a'+^O+' = 3';
      DefineWorld(0,0,25,2,xs,0);
      Axis(5,4,1,1,2,5, 'Fig.     Magnitude response','f [KHz]','|T(j'+^N+'x'+^O+'
     end;

 '3':begin
      stl[1] := 'Equalize';
      stl[2] := 'Allpass';
      stl[3] := 'Lowpass';
      DefineWorld(0,-360,25,0,xs,0);
      Axis(5,4,1,1,3,7, 'Fig.     Phase response','f [KHz]','Phase (degree)');
     end;

'4','5':begin
      if num='4' then dy := 'Group Delay'
                 else dy := 'Phase Delay';
      stl[1] := 'Equalize';
      stl[2] := 'Allpass';
      stl[3] := 'Lowpass';

      DefineWorld(0,0,25,250,xs,-xs-3);
      Axis(5,5,1,1,2,7, 'Fig.     '+dy,'f [KHz]',dy+'  [mSec]');
    end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
'6':begin
     str(al:1:0,alp[0]);
     stl[1] := 'R1';
     stl[2] := 'C1';
     stl[3] := 'R2';
     stl[4] := 'C2';
     logs := true;
     DefineWorld(0.1,-10,1000,0,0,0);
     Axis(4,4,9,1,2,2, 'Fig.      ',xx,'Sensitivity');

     stl[1] := ^N+'a'+^O+' = 1';
     stl[2] := ^N+'a'+^O+' = 2';
     stl[3] := ^N+'a'+^O+' = 3';
     stl[4] := ^N+'a'+^O+' = 4';
     DefineWorld(0.1,-10,1000,0,0,0);
     Axis(4,2,9,5,2,5, 'Fig.      ',xx,'Sensitivity');
    end;
  end;

  if not ScreenDisp then
   begin
{    BufferReady; }
    Write(OutFile,'IW',AXX+AX,',',AY,',',AXX+XMax,',',YMax,';');
    n := n*5;
    Write(OutFile,'CA8;');
    Write(OutFile,'SI',0.08+0.014*PScale:6:4,',',0.12+0.022*PScale:6:4,';');
   end;
  if num in ['7','8'] then
   begin
    fn := fn shl 1;
    nn := n;
   end
  else
    delta := (X_max-X_min)/n;
  for fi := 1 to fn do
   begin
    case num of
'3','5':begin
      ph0 := 0;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
      ph1 := 0;
     end;
   end;
   dx_min := 1e20;
   dx_max := -1e20;
   dy_min := 1e20;
   dy_max := -1e20;
   err1 := false;
   err2 := false;
   b := Y_min;
   if num in ['1'..'6'] then
    SetLineStyle(fi)
   else
    if num='8' then
     if odd(fi) then SetLineStyle((fi+1) shr 1)
                else SetLineStyle(8);
   if not ScreenDisp then
    case num of
    '1'..'6': Write(OutFile,'SP',fi,';');
    '7': if odd(fi) then Write(OutFile,'SP1;')
                    else Write(OutFile,'SP2;');
    '8': Write(OutFile,'SP',(fi+1) shr 1,';');
    end;
   for i := 0 to n do
    begin
     case num of
'1'..'6':begin
          aa := X_min+delta*i;
          if logs then w := power(10,aa) else w := aa;
         end;
           case num of
      '1','2':begin
                TargetF(w);
                b := sqrt( sqr(data.re) + sqr(data.im) );
               end;
      '3','5':begin
                TargetF(w);
                ph0 := ph0-arctan(data.im / data.re);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        if ph0<(-pi/2) then ph1 := ph1-1
                       else if ph0>(pi/2) then  ph1 := ph1+1;
        ph0 := arctan(data.im / data.re);
        if num='3' then
          b := (ph1*pi + ph0) * 180/pi
        else
         begin
          if w<>0 then  b := -(ph1*pi + ph0) / w
                  else  b := -(ph1*pi + ph0) / 1e-10;
          if freq then  b := b/(2*pi);
         end;
      end;
    '4':begin
         b := -Differentiate(w);
         if freq then  b := b/(2*pi);
        end;
    '6':begin
         Sensitivity(w);
         b:= data.re;
        end;
   end;
   if (b<-1e5) then
    begin
     err1 := true;
     goto exit1;
    end;
   if (b>1e5) then
    begin
     err2 := true;
     goto exit1;
    end;
   if dB_log then
    begin
     b := 20*log(b);
     if (b<-50) then
      begin
       err1 := true;
      goto exit1;
      end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
     end;
    if num in ['1'..'6'] then
     begin
      if dy_min>b then
       begin
        dy_min := b;
        dx_min := w;
       end;
      if dy_max<b then
       begin
        dy_max := b;
        dx_max := w;
       end;
      if i=0 then pset(aa,b) else PlotLine(aa,b);
     end
    else
     if odd(fi) then
      begin
       if dy_min>b then dy_min := b;
       if dy_max<b then dy_max := b;
       if dx_min>aa then dx_min := aa;
       if dx_max<aa then dx_max := aa;
       if i=0 then pset(aa,b) else PlotLine(aa,b);
      end;
    regs.ah := 6;
    regs.dl := $ff;
    MsDos(Regs);
    if (regs.al=27) then
     begin
      if not ScreenDisp then  Write(OutFile,#27,'.k');
      goto exit1;
     end;
   end;
exit1:
 Sound(2000);
 Delay(150);
 NoSound;
 if ScreenDisp then  SwapScreen;
 if num in ['1'..'6'] then
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    begin
     Write('function ',fi,'  :   YMin ');
     if err1 then write('<') else write('=');
     Writeln(dy_min,'      X -->',dx_min);
     Write('YMax ':21);
     if err2 then write('>') else write('=');
     Writeln(dy_max,'      X -->',dx_max);
     if num in ['1','2'] then
      if typ in ['A'..'H'] then
      begin
       Fre_3db(0, 1e3 , Root , Error );
       if Error=0 then Writeln('W3db = ':23,Root:11:8);
      end;
    end
   else
    if odd(fi) then
     begin
      Write(' Xmin =',dx_min:10:3);
      Write('   Xmax =',dx_max:10:3,'      Ymin ');
      if err1 then write('<') else write('=');
      Write(dy_min:10:3,'   Ymax ');
      if err2 then write('>') else write('=');
      Writeln(dy_max:10:3);
     end;
   Delay(1500);
   if ScreenDisp and (fi<>fn) then SwapScreen;
  end;
 if not ScreenDisp then
  begin
   Write(OutFile,'SP0;IN;');
   if PScale>5 then
     Write(OutFile,'PA16640,11400;')
   else
     Write(OutFile,'PA0,0;');
   Close(OutFile);
  end;
 Alarm;
 Wait(1);
 if ScreenDisp then
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น และไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
  begin
    SwapScreen;
    Wait(1);
    SwapScreen;
    Wait(1);
  end;
  TextMode;
 end;

begin
 TextMode;
 AllocateRAMScreen;
 ColorGlb := 255;
 repeat
  ClrScr;
  gotoxy(17,4); write('-----------------------------------');
  gotoxy(25,5); write('Plot of 2-D Function ');
  gotoxy(17,6); write('-----------------------------------');
  gotoxy(24,8);  write('0  Display');
  gotoxy(24,9);  write('1  Magnitude Response [db]');
  gotoxy(24,10); write('2  Magnitude Response');
  gotoxy(24,11); write('3  Phase Response');
  gotoxy(24,12); write('4  Group Delay');
  gotoxy(24,13); write('5  Phase Delay');
  gotoxy(24,14); write('6  Sensitivity');
  gotoxy(24,15); write('ESC Quit');
  gotoxy(27,17); write('Select No. ');
  repeat
   gotoxy(38,17); read(kbd,num); write(num);
  until num in [#27,'0'..'6'];
  if num='0' then
   begin
    GraphicsMode;
    SwapScreen;
    Wait(1);
    SwapScreen;
    TextMode;
   end;
  if num in ['1'..'6'] then
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
  begin
    gotoXY(1,25);
    write('Output  [A]: Screen & Printer (^P=PrintScreen)      [B]: Plotter
    repeat
      read(kbd,ch);
      ch := UpCase(ch);
    until (ch='A') or (ch='B');
    if ch='A' then
     begin
      ScreenDisp := true;
      XMax := XScreenMax;
      YMax := YScreenMax;
     end
    else
     begin
      gotoXY(1,25);
      write('Output Port          [A]: Serial                [B]: Parallel
      repeat
        read(kbd,ch);
        ch := UpCase(ch);
      until (ch='A') or (ch='B');
      if ch='A' then  OutName := 'AUX'
                else  OutName := 'PRN';
      ScreenDisp := false;
      XMax := Round(XGlbMax * PScale);
      YMax := Round(YGlbMax * PScale);
      AX := Round(AxisX * PScale);
      AY := Round(AxisY * PScale);
      AXX := Round(AX*1.2);
     end;
    fn := 3;
    freq := false;
    xs := 0;
    Plot_Function;
  end;
 until num=#27;
end.
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
const XGlbMax = 2008;   { Maximum Number of pixels in Horizontal direction }
      YGlbMax = 1394;   { Maximum Number of pixels in Verticat direction   }
      AxisX   = 200;    { Minimum Number of pixels in Horizontal direction }
      AxisY   = 150;    { Minimum Number of pixels in Verticat direction   }
type st100 = string[100];
 var stl                          : array[1..30] of st100;
     Sx,Sy                        : array[0..50] of real;
     X_min,X_max,Y_min,Y_max,
     AxGlb,AyGlb,BxGlb,ByGlb      : real;
     AX,AY,XMax,YMax,x1,y1,
     fn,AXX,expX,expY             : integer;
     dot                          : byte;
     logs,dB_log                  : boolean;
     OutName                      : String[5];

 function log(x:real):real;
   begin
    log := ln(x) / ln(10);
   end;

 function fact(n:integer):real;
  var x  : real;
   begin
    x := 1;
    for n := n downto 1 do
     x := x*n;
    fact := x;
   end;

 function power(x,n:real):real;    { function power(base,order) }
   begin
    if x=0 then power := 0
    else
     if x>0 then  power := exp(ln(x)*n)
     else
      if frac(n)=0 then
       begin
        if odd(trunc(n)) then power := -exp(ln(abs(x))*n)
        else power := exp(ln(abs(x))*n);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        end'
       else
        begin
         writeln('*** error ***');
         read;
        end;
    end;

function sinh(x:real):real;
 begin
  sinh := (exp(x)-exp(-x))/2;
 end;

function cosh(x:real):real;
 begin
  cosh := (exp(x)+exp(-x))/2;
 end;

 procedure Add_C(    C1_Re,C1_Im,C2_Re,C2_Im  : real;
                  var C3                      : complex);
  begin
   C3.Re := C1_Re + C2_Re;
   C3.Im := C1_Im + C2_Im;
  end;

 procedure Sub_C(    C1_Re,C1_Im,C2_Re,C2_Im  : real;
                  var C3                      : complex);
  begin
   C3.Re := C1_Re - C2_Re;
   C3.Im := C1_Im - C2_Im;
  end;

 procedure Mul_C(   C1_Re,C1_Im,C2_Re,C2_Im   : real;
                  var C3                      : complex);
  begin
   C3.Re := C1_Re * C2_Re - C1_Im * C2_Im;
   C3.Im := C1_Im * C2_Re + C1_Re * C2_Im;
  end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
procedure Div_C(    C1_Re,C1_Im,C2_Re,C2_Im  : real;
                var C3                       : complex);
 var Dum  : complex;
     E    : real;
 begin
  Dum.Re := C1_Re * C2_Re + C1_Im * C2_Im;
  Dum.Im := C1_Im * C2_Re - C1_Re * C2_Im;
  E := Sqr(C2_Re) + Sqr(C2_Im);
  C3.Re := Dum.Re / E;
  C3.Im := Dum.Im / E;
 end;

procedure InitCom;
  (*  7   6   5     4 | 3        2        1   0      *)
  (* -BAUD RATE-   -PARITY-   STOPBIT   -WORD LENGTH- *)
  (* 000 - 110     X0 - NONE  0 - 1     10 - 7 BITS  *)
  (* 001 - 150     01 - ODD   1 - 2     11 - 8 BIT   *)
  (* 010 - 300     11 - EVEN                        *)
  (* 011 - 600                                      *)
  (* 100 - 1200                                     *)
  (* 101 - 2400                                     *)
  (* 110 - 4800                                     *)
  (* 111 - 9600                                     *)
  begin
   regs.ax := $00FF;
   regs.dx := 0;
   intr($14,regs);
  end;

procedure SendCom(c: byte);
  begin
   regs.ah := $01;
   regs.al := c;
   regs.dx := 0;
   intr($14,regs);
  end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
procedure ReceiveCom(var c: byte);
  begin
```

```
    regs.ah := $02;
    regs.dx := 0;
    intr($14,regs);
    c := regs.al;
   end;

function ReadyCom:boolean;
  begin
    regs.ah := $03;
    regs.dx := 0;
    intr($14,regs);
    if (regs.ah and $01)=$01 then
      ReadyCom := true
    else
      ReadyCom := false;
   end;

procedure InitPlotter;
 var i   : integer;
     ch  : char;
  begin
    if OutName='AUX' then  InitCom;
    Write(OutFile,#27,'.K');
    Write(OutFile,'IN;PS3;SP0;');
    gotoxy(1,1);
    if PScale<=5 then
     begin
      Write('Paper size   A4 ');
      Write(OutFile,'RO90;');
     end
    else
      Write('Paper size   A3 ');
    Write(OutFile,'PA',AXX,',0;');
    for i := 1 to 3 do
      Write(OutFile,'PD;PU;CI1;');
    Write(OutFile,'PA',AXX+XMax+AX,',',YMax+AY,';');
    for i := 1 to 3 do
      Write(OutFile,'PD;PU;CI1;');
    Read(kbd,ch);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
  end;

procedure BufferReady;
 var i  : integer;
  begin
   if OutName='AUX' then
   begin
     repeat
      Write(OutFile,#27,'.O');
      Read(AUX,i);
      Delay(1000);
     until (i and $8) = 8;
   end;
  end;

procedure DefineWorld(X1W,Y2W,X2W,Y1W : real;
                      eX,eY           : integer);
 var X_1,Y_1,X_2,Y_2  : integer;
     d                : real;
  begin
   if ScreenDisp then
    begin
     X_1 := 3;
     Y_1 := 0;
     X_2 := XMax-1;
     Y_2 := YMax-4;
    end
   else
    begin
     X_1 := AX;
     Y_2 := AY;
     X_2 := XMax;
     Y_1 := YMax;
    end;
   if logs then
    begin
     X_min := Log(X1W*power(10,eX));
     X_max := Log(X2W*power(10,eX));
    end
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    else
     begin
      X_min := X1W*power(10,eX);
      X_max := X2W*power(10,eX);
     end;
    Y_min := Y2W*power(10,eY);
    Y_max := Y1W*power(10,eY);
    BxGlb := (X_2-X_1)/(X_max-X_min);
    ByGlb := (Y_2-Y_1)/(Y_min-Y_max);
    AxGlb := X_1-X_min*BxGlb;
    AyGlb := Y_1-Y_max*ByGlb;
    expX := eX;
    expY := eY;
   end;

procedure pset(x,y: real);
  begin
   x1 := Round(AxGlb+BxGlb*x);
   y1 := Round(AyGlb+ByGlb*y);
   if ScreenDisp then
    begin
     if (y1>=0) and (y1<YMax-3) then DrawPoint(x1,y1);
     dot := 0;
    end
   else
    Write(OutFile,'PU;PA',Axx+x1, , ,yx1, ;rD, );
  end;

procedure Line(x2,y2: integer);
 var DeltaX,DeltaY,XStep,YStep,direction  : integer;
  begin
   if ScreenDisp then
    begin
     if x1>x2 then XStep := -1 else XStep := 1;
     if y1>y2 then YStep := -1 else YStep := 1;
     DeltaX := abs(x2-x1);
     DeltaY := abs(y2-y1);
     if DeltaX=0 then direction := -1
                 else direction := 0;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
while not ((x1=x2) and (y1=y2)) do
 begin
  if (y1>=0) and (y1<YMax-3) then
   begin
    case LineStyle of
    1 :DrawPoint(x1,y1);                                    {____________}
    2 :case dot of                                          {............}
        1 : DrawPoint(x1,y1);
        4 : Dot := -1;
       end;
    3 :case dot of                                          {_ _ _ _ _ _ }
        1 : DrawPoint(x1,y1);
        [illegible] Dot := -1;
       end;
    4 :case dot of                                          {____ . ____ }
        0..35,39,43..46 : DrawPoint(x1,y1);
        47              : begin DrawPoint(x1,y1); Dot := -1; end;
       end;
    5 :case dot of                                          {____ _ ____ }
        0..31,35..43 : DrawPoint(x1,y1);
        47           : begin DrawPoint(x1,y1); Dot := -1; end;
       end;
    6 :case dot of                                          {____ .. ____}
        0..33,37,41,45,46 : DrawPoint(x1,y1);
        47                : begin DrawPoint(x1,y1); Dot := -1; end;
       end;
    7 :case dot of                                          {_____ _____ }
        0..37,41..46 : DrawPoint(x1,y1);
        47           : begin DrawPoint(x1,y1); Dot := -1; end;
       end;
    8 :DrawPoint(x1,y1);                                    {____________}
    end;
    dot := dot+1;
   end
  else
   dot := 0;
  if direction<0 then
   begin
    y1 := y1+YStep;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
          direction := direction+DeltaX;
          end
         else
          begin
           x1 := x1+XStep;
           direction := direction-DeltaY;
          end;
        end;
      end
     else
       Write(OutFile,'PD',AXX+x2,',',y2,';');
    end;

  procedure PlotLine(x,y: real);
    begin
     Line(Round(AxGlb+BxGlb*x),Round(AyGlb+ByGlb*y));
    end;

 procedure Alarm;
  var i,j : integer;
  label exitA;

  procedure Play(Octave,Note,Duration: integer);
  var Frequency : real;
      i         : integer;
   begin
     Frequency := 32.625;
     for i := 1 to Octave do
       Frequency := Frequency * 2;
     for i := 1 to Note - 1 do
       Frequency := Frequency * 1.059463094;
     Sound(Round(Frequency));
     Delay(Duration);
     NoSound;
   end;

begin
  if ScreenDisp then
   begin
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
   for i := 1 to 2 do
    begin
     Play(4,9,80);
     Play(4,2,80);
    end;
   for i := 3 to 5 do
    begin
     Play(4,i,80);
     Play(i,4,80);
    end;
  end
 else
  begin
   for j := 1 to 5 do
    begin
     for i := 1 to 8 do
      begin
       Play(4,9,80);
       Play(4,2,80);
      end;
     Delay(500);
     regs.ah := 6;
     regs.dl := $ff;
     MsDos(Regs);
     if (regs.al=13) or (regs.al=27) then goto exitA;
    end;
  exitA:
   for i := 1 to 8 do
    begin
     Play(4,i,90);
     Play(i,4,90);
    end;
  end;
end;


overlay procedure Axis(ScaleX,ScaleY:integer; ScX,ScY:integer;
                       pos,ws:byte; st,Xst,Yst:st100);
  label exitS;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
var xw1,xw2,yw1,yw2,
    i,j,k,xi,yi,x2    : integer;
    Xx,Yy,p1,p2       : real;
    sk                : boolean;

function wxy(x,y:real):boolean;
 begin
   wxy := true;
   if pos<>0 then
    begin
     x := Round(AxGlb+BxGlb*x);
     y := Round(AyGlb+ByGlb*y);
      if x>xw1 then
       if x<xw2 then
        if y>yw1 then
         if y<yw2 then
           wxy := false;
   end;
end;

begin
 xw1 := 30000;
 xw2 := -30000;
 yw1 := 30000;
 yw2 := -30000;
 SetLineStyle(8);
 Xx := X_max-X_min;
 Yy := Y_max-Y_min;
 if ScreenDisp then
  begin
   pset(X_min,Y_min);
   PlotLine(X_max,Y_min);
   pset(X_min,Y_min);
   PlotLine(X_min,Y_max);
  end
 else
  begin
   Write(OutFile,'SP8;VS5;CA8;SI',0.1+0.016*PScale:6:4,',',0.14+0.026*PScale:6:4,'
   pset(X_min,Y_min);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

```
  Write(OutFile,'PD',AXX+X1+Xmax-AX*0.8:6:4,',',Y1,',',AXX+X1,',',Y1,',',AXX+X1+Xmax-A
  Write(OutFile,'PA',AXX+X1+Xmax-AX*0.65:6:4,',',Y1,';LO2;');
  Write(OutFile,'LB',Xst,^C);
  pset(X_min,Y_min);
  Write(OutFile,'PD',AXX+X1,',',Y1+Ymax-AY*0.8:6:4,',',AXX+X1,',',Y1,',',AXX+X1,',',Y1
  Write(OutFile,'PA',AXX+X1,',',Y1+Ymax-AY*0.55:6:4,';LO4;');
  Write(OutFile,'LB',Yst,^C);
  Write(OutFile,'SI',0.08+0.014*PScale:6:4,',',0.12+0.023*PScale:6:4,';SL0.2;');
  Write(OutFile,'PU;PA',AXX+X1+(Xmax-AX) shr 1,',',Y1-AY*0.7:6:4,';LO6;');
  Write(OutFile,'LB',st,^C);
 end;

for j := 0 to ScaleX do
 begin
  Sx[j] := X_min+Xx*j/ScaleX;
  pset(Sx[j],Y_min);
  if ScreenDisp then
    for i := 1 to 3 do DrawPoint(x1,y1+i)
  else
   begin
    Write(OutFile,'PD',AXX+x1,',',y1-AX*0.08:6:4,';PU;');
    Write(OutFile,'PA',AXX+x1,',',y1-AX*0.15:6:4,';LO6;');
    if logs then
     begin
      if frac(abs(power(10,Sx[j])*power(10,-expX))+0.001)<0.01 then
       Write(OutFile,'LB',power(10,Sx[j])*power(10,-expX):1:0,^C)
      else
       if frac(abs(power(10,Sx[j])*power(10,-expX))+0.01)<0.1 then
        Write(OutFile,'LB',power(10,Sx[j])*power(10,-expX):4:2,^C)
       else
         Write(OutFile,'LB',power(10,Sx[j])*power(10,-expX):3:1,^C);
     end
    else
      if frac(abs(Sx[j]*power(10,-expX))+0.001)<0.01 then
       Write(OutFile,'LB',Sx[j]*power(10,-expX):1:0,^C)
      else
       if frac(abs(Sx[j]*power(10,-expX))+0.01)<0.1 then
        Write(OutFile,'LB',Sx[j]*power(10,-expX):4:2,^C)
       else
```

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ต้องได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        Write(OutFile,'LB',Sx[j]*power(10,-expX):3:1,^C);
    end;
  end;

 for j := 0 to ScaleY do
  begin
   Sy[j] := Y_min+Yy*j/ScaleY;
   pset(X_min,Sy[j]);
   if ScreenDisp then
     for i := 1 to 3 do DrawPoint(x1-i,y1)
   else
    begin
     Write(OutFile,'PD',AXX+x1-AX*0.08:6:4,',',y1,';PU;');
     Write(OutFile,'PA',AXX+x1-AX*0.15:6:4,',',y1,';LO8;');
     if frac(abs(Sy[j]*power(10,-expY))+0.001)<0.01 then
      Write(OutFile,'LB',Sy[j]*power(10,-expY):1:0,^C)
     else
      if frac(abs(Sy[j]*power(10,-expY))+0.01)<0.1 then
       Write(OutFile,'LB',Sy[j]*power(10,-expY):4:2,^C)
      else
       Write(OutFile,'LB',Sy[j]*power(10,-expY):3:1,^C);
    end;
  end;

 if not ScreenDisp then
  begin
   Write(OutFile,'PU;');
   if pos<>0 then                    (*pos          *)
    for i:=1 to fn do                (*   1     2   *)
     begin                           (*             *)
      SetLineStyle(i);               (*   3     4   *)
      Write(OutFile,'SP',i,';');     (*             *)
      case pos of
 1,5: begin
        x1 := AX*2;
        y1 := Trunc(YMax-AY/3-AY/3*i);
        x2 := Trunc(AX*3.5);
      end;
 2,6: begin
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        x1 := (XMax shr 1)+AX;
        y1 := Trunc(YMax-AY/3-AY/3*i);
        x2 := (XMax shr 1)+Trunc(AX*2.5);
       end;
 3,7: begin
        x1 := AX*2;
        y1 := Trunc((YMax shr 1)-AY/2-AY/3*i);
        x2 := Trunc(AX*3.5);
       end;
 4,8: begin
        x1 := (XMax shr 1)+AX;
        y1 := Trunc((YMax shr 1)-AY/2-AY/3*i);
        x2 := (XMax shr 1)+Trunc(AX*2.5);
       end;
     end;
     if xw1>x1 then xw1 := x1;
     if xw2<x2 then xw2 := x2;
     if yw1>y1 then yw1 := y1;
     if yw2<y1 then yw2 := y1;
     Write(OutFile,'PA',AXX+x1,',',y1,';PD;');
     Line(x2,y1);
     Write(OutFile,'SI',0.08+0.014*PScale:6:4,',',0.12+0.023*PScale:6:4,';SL0.2;SM
     Write(OutFile,'PU;PR',(AX shr 3),',',0,'LO2;LB',stl[i],^C);
    end;
  xw1 := xw1 - (AX shr 3);
  xw2 := Round( xw2 + (AX shr 2) + (0.08+0.014*PScale)*ws*400*1.3 );
  yw1 := yw1 - (AY shr 2);
  yw2 := yw2 + (AY shr 2);
  Write(OutFile,'VS40;');
  SetLineStyle(8);
 end;

if (ScX<>0) and (ScY<>0) then
 begin
  if not ScreenDisp then Write(OutFile,'SP7;');
  xi := ScaleX*ScX;
  yi := ScaleY*ScY;
  if xi>yi then yi := yi*Round(xi/yi)
           else xi := xi*Round(yi/xi);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
xi := xi*round(PScale * 20/xi);
yi := yi*round(PScale * 12/yi);
p2 := Yy/yi;
if logs then
 for j := 1 to ScaleX do
  for k := 1 to ScX do
   begin
    regs.ah := 6;
    regs.dl := $ff;
    MsDos(Regs);
    if (regs.al=27) then
     begin
      if not ScreenDisp then  Write(OutFile,#27,'.K');
      goto exitS;
     end;
    sk := false;
    p1 := X_min+Xx*j/ScaleX-Xx/ScaleX*(power(10,-k/ScX)-0.1)/0.9;
    for i := 0 to yi do
      if ScreenDisp then
        pset(p1,Y_min+p2*i)
      else
        if pos<=4 then
         begin
          if wxy(p1,Y_min+p2*i) then pset(p1,Y_min+p2*i);
         end
        else
         begin
          if wxy(p1,Y_min+p2*i) then
            begin
             if sk then
               Write(OutFile,'PD')
             else
              begin
               Write(OutFile,'PU;PA');
               sk := true;
              end;
            end
          else
            begin
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
        Write(OutFile,'PU;PA');
        sk := false;
       end;
     Write(OutFile,AXX+Round(AxGlb+BxGlb*p1),',');
          Write(OutFile,Round(AyGlb+ByGlb*(Y_min+p2*i)),';');
         end;
    end
  else
   for j := 1 to ScaleX*ScX do
    begin
     regs.ah := 6;
     regs.dl := $ff;
     MsDos(Regs);
     if (regs.al=27) then
      begin
       if not ScreenDisp then  Write(OutFile,#27,'.K');
       goto exitS;
      end;
     sk := false;
     p1 := X_min+Xx*j/(ScaleX*ScX);
     for i := 0 to yi do
       if ScreenDisp then
         pset(p1,Y_min+p2*i)
       else
         if pos<=4 then
          begin
           if wxy(p1,Y_min+p2*i) then pset(p1,Y_min+p2*i);
          end
         else
          begin
           if wxy(p1,Y_min+p2*i) then
             begin
              if sk then
                Write(OutFile,'PD')
               else
                begin
                 Write(OutFile,'PU;PA');
                 sk := true;
                end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
            end
           else
            begin
             Write(OutFile,'PU;PA');
             sk := false;
            end;
          Write(OutFile,AXX+Round(AxGlb+BxGlb*p1),',');
          Write(OutFile,Round(AyGlb+ByGlb*(Y_min+p2*i)),';');
         end;
  end;
p1 := Xx/xi;
for j := 1 to ScaleY*ScY do
begin
 regs.ah := 6;
 regs.dl := $ff;
 MsDos(Regs);
 if (regs.al=27) then
  begin
   if not ScreenDisp then  Write(OutFile,#27,'.K');
   goto exitS;
  end;
 sk := false;
 p2 := Y_min+Yy*j/(ScaleY*ScY);
 for i := 0 to xi do
   if ScreenDisp then
     pset(X_min+p1*i,p2)
   else
     if pos<=4 then
      begin
       if wxy(X_min+p1*i,p2) then pset(X_min+p1*i,p2);
      end
     else
      begin
       if wxy(X_min+p1*i,p2) then
         begin
          if sk then
            Write(OutFile,'PD')
          else
            begin
```

สารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านกา
ม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใ

```
                Write(OutFile,'PU;PA');
                sk := true;
               end;
             end
            else
             begin
              Write(OutFile,'PU;PA');
              sk := false;
             end;
            Write(OutFile,AXX+Round(AxGlb+BxGlb*(X_min+p1*i)),',');
            Write(OutFile,Round(AyGlb+ByGlb*p2),';');
           end;
  end;
 end;
exitS:

SwapScreen;
gotoxy(1,1);
Write('ScaleX   ');
if expX=0 then Write(':')
          else Write('( *1e',expX,' )  :');
for i := 0 to ScaleX do
 begin
  if (i mod 7)=0 then writeln;
  if logs then Write(power(10,Sx[i])*power(10,-expX):9:2,', ')
          else Write(Sx[i]*power(10,-expX):9:2,', ');
 end;
writeln; writeln;

Write('ScaleY   ');
if expY=0 then Write(':')
          else Write('( *1e',expY,' )   :');
for i := 0 to ScaleY do
 begin
  if (i mod 7)=0 then writeln;
  Write(Sy[i]*power(10,-expY):9:2,', ');
 end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
    Delay(200);
    NoSound;

    if ScreenDisp then
     begin
      Delay(1000);
      SwapScreen;
     end
    else
      Write(OutFile,'SP0;');
   end;


overlay procedure Q;
 var r_r1,al,dw,w,fp,zm,z7,w1,w2,p1,p2  : real;
     ws,we   : integer;
 function Z(x:real):real;
  var t  : real;
  begin
   t := sqrt(x);
   Z := r_r1*sqrt(
        sqr( cosh(t)*cos(t)-1 ) + sqr( sinh(t)*sin(t) ) )/sqrt(
        sqr( al+t*( sinh(t)*cos(t)-cosh(t)*sin(t) ) )
       +sqr(    t*( sinh(t)*cos(t)+cosh(t)*sin(t) ) ) );
  end;
 begin
  write('R/R1 = '); readln(r_r1);
  write('alpha = '); readln(al);
  write('w(start) = '); readln(ws);
  write('w(end) = '); readln(we);
  writeln;
  dw := (we-ws)/10;
  w := (we-ws)/2;
  fp := Z(w/2);
  repeat
   w := w+dw;
   zm := Z(w/2);
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
until abs(dw)<1e-11;
w := w+dw;
zm := Z(w/2);
writeln('Zmax = ',zm:8:8);
writeln('w0 = ',w:8:8);
z7 := zm/sqrt(2);
w1 := w;
dw := (we-ws)/1000;
repeat
 p1 := Z(w1/2);
 if p1>z7 then
  w1 := w1-dw
 else
  if p1<z7 then
   begin
    w1 := w1+dw;
    dw := dw/2;
   end;
until abs(z7-p1)<1e-10;
writeln('w1 = ',w1:8:8);
w2 := w;
dw := (we-ws)/1000;
repeat
 p2 := Z(w2/2);
 if p2>z7 then
  w2 := w2+dw
 else
  if p2<z7 then
   begin
    w2 := w2-dw;
    dw := dw/2;
   end;
until abs(z7-p2)<1e-10;
writeln('w2 = ',w2:8:8);
writeln('Q = ',w/(w2-w1):8:8);
read;
end;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้