

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบวงจรรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟ  
ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด พร้อมทั้งปรับปรุง  
ผลตอบสนองขนาดให้ราบเรียบ

Design of Maximally Flat Group Delay  
Recursive Digital Filters with  
Improved Passband Magnitude Response

หนังสืออ้างอิง  
ห้ามนำออกนอกห้องสมุด

นายประสิทธิ์ จุลเสรีวงศ์

MR. PRASIT JULSEREEWONG

ป. 400 - ป. 419



T 0 2 2 0 1 1

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

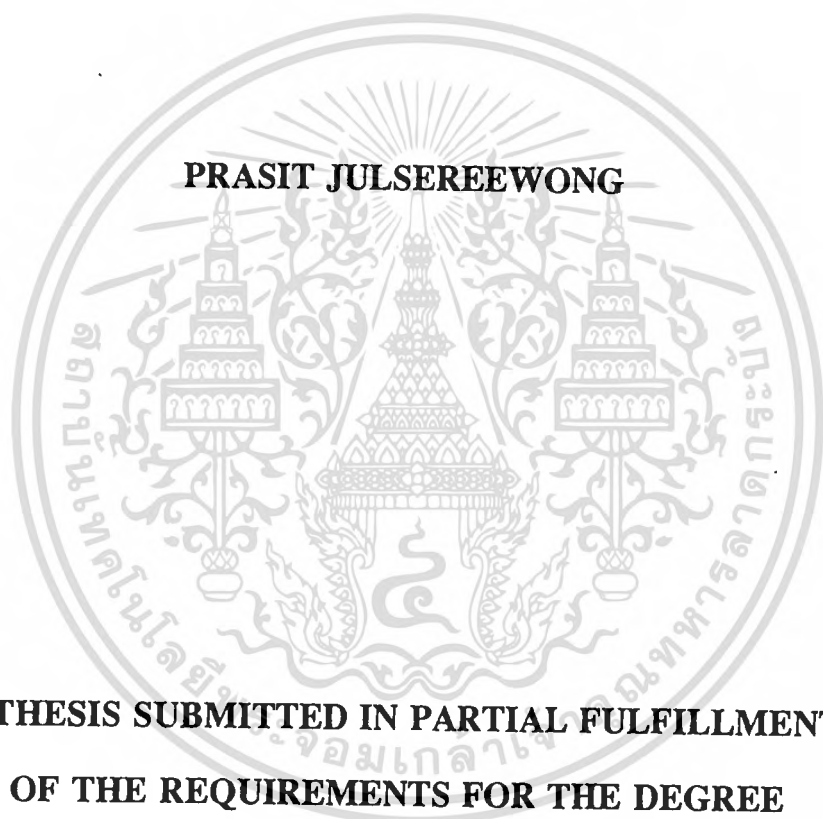
พ.ศ. 2537

ISBN 974-621-218-4

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น สิ่งพิมพ์นี้เป็นต้นฉบับที่ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน.....22011  
วัน, เดือน, ปี.....15 S.A. 2537

**DESIGN OF MAXIMALLY FLAT GROUP DELAY  
RECURSIVE DIGITAL FILTERS WITH  
IMPROVED PASSBAND MAGNITUDE RESPONSE**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE  
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING  
GRADUATE SCHOOL  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
1994  
ISBN 974-621-218-4**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การออกแบบวงจรรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเฟรชที่มีกรูฟ ดีเลย์ราบเรียบที่สุด พร้อมทั้งปรับปรุงผลตอบสนองขนาดให้ราบเรียบ

นักศึกษา

นายประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

ศ.ดร.วัลลภ สุระกำพลธร

ระดับการศึกษา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า

ภาควิชา

อิเล็กทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.

2537

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ เป็นการออกแบบรีเฟรชรีเฟรชดิจิทัลฟิลเตอร์ เพื่อให้มีผลตอบสนองเฟสเป็นเชิงเส้น และมีผลตอบสนองขนาดราบเรียบด้วย โดยได้เสนอเทคนิคในการปรับปรุงให้ดิจิทัลฟิลเตอร์มีผลตอบสนองขนาดและผลตอบสนองกรูฟดีเลย์ มีความราบเรียบสูง ด้วยการเพิ่มโพลีโนเมียลเงาให้กับเทอมเศษของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรอง ซึ่งทำให้แก้ไขข้อผิดพลาดของตัวกรองที่ได้ออกแบบกันไว้ได้ คือ ค่าอันดับของเทอมเศษและอันดับของเทอมส่วน สามารถต่างกันได้ และยังสามารถปรับแบนด์วิดธ์ของผลตอบสนองขนาดได้ โดยที่ผลตอบสนองกรูฟดีเลย์ยังคงมีความราบเรียบสูง

<b>Thesis Title</b>	<b>Design of Maximally Flat Group Delay Recursive Digital Filters with Improved Passband Magnitude Response</b>
<b>Student</b>	<b>Mr. Prasit Julsereewong</b>
<b>Thesis Advisor</b>	<b>Prof.Dr. Wanlop Surakamponorn</b>
<b>Level of Study</b>	<b>Master of Engineering in Electrical Engineering</b>
<b>Department</b>	<b>Electronic , King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang</b>
<b>Year</b>	<b>1994</b>

### ABSTRACT

This thesis deals with the design of linear phase recursive digital filter with flat magnitude response. The thesis presents a design method to improve the frequency response of the filter to have both maximally flat group delay and maximally flat magnitude response , by introducing mirror image polynomial to the numerator polynomial of the recursive filter transfer function. In comparison with the previous design technique, the advantageous of the filter are : the orders of the numerator and denominator polynomial of the filter transfer function can be difference and it provides a controllable passband width magnitude response with maximally flat group delay response.

## กิตติกรรมประกาศ

การที่วิทยานิพนธ์เรื่องนี้ สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีนั้น กระผมใคร่ขอกราบขอบพระคุณแด่ ท่านอาจารย์ที่ปรึกษา คือ ศาสตราจารย์ ดร. วัลลภ สุระกำพลธร ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ และ ให้คำแนะนำตลอดจนกำลังใจ ไว้เป็นเบื้องแรก

บุคคลต่อมา ที่กระผมใคร่ขอกราบขอบพระคุณ ก็ได้แก่ รองศาสตราจารย์ ดร. พุศักรดี ชิวสุวิทย์ รองศาสตราจารย์ กิตติ ตีระเศรษฐ รองศาสตราจารย์ ดร. กอบชัย เดชหาญ ดร. วันชัย ธีรจุฑา อาจารย์ธนิตย์ ตริสุวรรณวัฒน์ และคณาจารย์เจ้าหน้าที่ในภาควิชาเทคโนโลยีการวัดคุมทางอุตสาหกรรมทุกท่าน จนไม่อาจกล่าวนามได้หมด ที่ได้ให้การสนับสนุนกระผมมาด้วยดีตลอด ขอขอบพระคุณอย่างสูง มา ณ ที่นี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 กล่าวนำ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	1
1.3 หลักการใหม่ในวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการประมาณค่า.....	3
2.1 บทนำ.....	3
2.2 Mirror Image Polynomial.....	3
2.3 Maximally flat approximation.....	5
2.4 กรู๊ปดีเลย์ (Group delay).....	7
2.5 การกระจายอนุกรมกำลัง (Power series expansion).....	8
2.6 ตัวกำหนดของวงแควร์มงด์ (Vandermonde's determinant).....	8
บทที่ 3 การออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ที่กรู๊ปดีเลย์ราบเรียบที่สุด.....	11
3.1 บทนำ.....	11
3.2 การออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์.....	11
3.2.1 ชนิดผ่านความถี่สูง.....	14
3.2.1.1 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ ส่วน ของฟังก์ชันถ่ายโอน.....	16
3.2.1.2 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ เศษ ของฟังก์ชันถ่ายโอน.....	16
3.2.1.3 ผลลัพธ์ตัวอย่างของวงจรผ่านความถี่สูง.....	16
3.2.2 ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง.....	19
3.2.2.1 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ ส่วน ของฟังก์ชันถ่ายโอน.....	22
3.2.2.2 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ เศษ ของฟังก์ชันถ่ายโอน.....	22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	หน้า
3.2.2.3 ผลลัพธ์ตัวอย่างของวงจรไม่ผ่านความถี่กลาง.....	22
3.3 สรุป.....	24
<b>บทที่ 4 รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ที่รู้พีดีเลย์ราบเรียบที่สุด.....</b>	<b>25</b>
<b>และมีผลลตออบสนองขนาดเรียบ</b>	
4.1 บทนำ.....	25
4.2 การออกแบบ.....	25
4.2.1 การออกแบบวงจรผ่านความถี่สูง.....	27
4.3 ผลลัพธ์ตัวอย่างของวงจรผ่านความถี่สูง.....	32
4.4 สรุป.....	42
<b>บทที่ 5 สรุป.....</b>	<b>44</b>
เอกสารอ้างอิง.....	45
ภาคผนวก.....	47
โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ.....	48
ตัวอย่างการใช้โปรแกรม.....	52
ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	58
ประวัติผู้เขียน.....	77

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 กล่าวนำ

จากสภาพในปัจจุบันที่กลอุกรณ์เชิงเลขต่าง ๆ ได้รับความสนใจที่จะถูกนำมาใช้ประมวลผลเชิงเลขมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในงานของอุปกรณ์วัดคุมเชิงเลข (digital instrumentation) แล้ว การประมวลผลเชิงเลขได้เข้ามาพลิกโฉม ระบบการวัดและควบคุม จากดั้งเดิมที่เป็นระบบลม (pneumatic) (และมาเป็นระบบอิเล็กทรอนิกส์ในต่อนหลัง) ไปโดยสิ้นเชิง ตัวอย่างเช่น ตัวควบคุมกระบวนการ (process controllers) ต่าง ๆ ในงานอุตสาหกรรมนั้น โดยหน้าที่ของมันแล้ว มันก็คือตัวชดเชย (compensator) ตัวหนึ่ง ภายในวงปิดของการควบคุม (control loop) ทว่า ในปัจจุบัน ตัวควบคุมนี้ มิใช่ตัวเดิม ๆ เพราะมันถูกเปลี่ยนมาถึงสามรุ่นแล้ว (3<sup>rd</sup> generation) ปัญหาในปัจจุบันได้แก่ ความไม่เข้าใจในขั้นตอนการทำงานของตัวควบคุมในรุ่นใหม่แล้ว รู้แต่เพียงว่ามันเป็น ตัวประมวลผลเชิงเลข ตัวหนึ่ง ซึ่งยังคงทำหน้าที่เดิม กล่าวคือ ยังคงทำหน้าที่เป็นตัวชดเชยหรือเป็นตัวกรอง (filter) นั้นเอง

### 1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

จากตัวควบคุมกระบวนการในปัจจุบัน ที่มีพื้นฐานมาจาก ตัวขยาย ตัวกรองที่ให้ความถี่ต่ำและความถี่สูงผ่าน หรือที่เรียกกันโดยทั่วไปว่า ตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID ; Proportional-Integral-Derivative) นั้น สามารถที่จะทำขึ้นมาจากการคูณเลข การอินทิเกรต และการหาอนุพันธ์ได้ ดังนั้นจึงเป็นการสะดวกอย่างยิ่งในการใช้ตัวกรองเชิงเลขมาทำเป็นตัวควบคุมฯ

### 1.3 หลักการใหม่ในวิทยานิพนธ์

การออกแบบรีเฟรเซอร์ซีฟติคัลฟิลเตอร์ ที่ต้องการให้ได้กรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว ไม่ว่าจะสำหรับย่านผ่านความถี่สูง หรือย่านไม่ผ่านความถี่กลาง ดังในเอกสารอ้างอิง [1] นั้น เทคนิคการออกแบบด้วยวิธีดังกล่าว ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับเอกสารอ้างอิง [6] เพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่มีความราบเรียบที่สุด ทั้งของกรูฟดีเลย์และขนาดพร้อม ๆ กัน แต่ปรากฏว่าเทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [6] จะให้ผลตอบสนองขนาดและกรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุดก็ต่อเมื่อ อันดับของเศษและส่วน ของโพลีโนเมียลในฟังก์ชันถ่ายโอน ต้องมีความแตกต่างกันไม่มาก หรือไม่ก็เท่ากันเลย จึงจะทำให้ได้ผลสนองตามต้องการ ดังนั้น เอกสารอ้างอิง [1] จึงเป็นจุดเริ่มต้นของวิทยานิพนธ์นี้ สำหรับการปรับปรุงผลตอบสนองขนาด ที่ยังไม่มี ความราบเรียบที่สุดเช่นเดียวกับกรูฟดีเลย์ โดยเราจะเพิ่มพหุนามภาพกระจกเงา เข้ากับ เทอมเศษของฟังก์ชันถ่ายโอนของรีเฟรเซอร์ซีฟติคัลฟิลเตอร์ ดังในเอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งเดิมมีแต่เทอมส่วนหรือโพลเพียงอย่างเดียว (all pole) และให้กรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว

อีกเหตุผลหนึ่งของเทคนิคการออกแบบนี้ ก็เพื่อนำไปประยุกต์ใช้เป็นฟังก์ชันของตัวควบคุมกระบวนการทางอุตสาหกรรม ซึ่งภายในวงปิด (loop) ของการควบคุม จะมีการเลื่อนไปของเฟสแบบไม่เป็นเชิงเส้น อันเนื่องมาจากคุณสมบัติของกระบวนการนั้น ๆ ซึ่งถ้าหากว่าเราสามารถตัดปัญหา ในการวิเคราะห์ระบบควบคุมในเรื่องของความไม่เป็นเชิงเส้นของผลตอบสนองขนาด และผลตอบสนองเฟส ออกไปได้แล้ว จะเหลือเพียงการวิเคราะห์ผลของความไม่เป็นเชิงเส้นอันเนื่องมาจากกระบวนการที่กำลังถูกควบคุมอยู่เพียงอย่างเดียวเท่านั้น

### 1.4 รายละเอียด

ในการออกแบบตัวกรองเชิงเลขนั้น ไม่ว่าจะ เป็นแบบที่มีการป้อนกลับ หรือไม่มี การป้อนกลับก็ตาม สิ่งที่จะขาดไม่ได้ก็คือ สัมประสิทธิ์ตัวกรอง วิทยานิพนธ์นี้จึงได้ให้แนวทาง ในการหาสัมประสิทธิ์ตัวกรองในรูปของสูตรสำเร็จไว้ด้วย แต่อย่างไรก็ตาม ก็ยังคงไว้ซึ่งที่มา แห่งสูตรสำเร็จนั้น เพื่อให้ นำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับโปรแกรม

MathCAD Version 5.0 For Windows

## บทที่ 2

### คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการประมาณช่วงค่า

#### 2.1 บทนำ

เนื่องจากวิทยานิพนธ์นี้ ได้นำเอาคณิตศาสตร์พื้นฐานบางอย่างมาประยุกต์ใช้งาน จึงขอกล่าวถึงคณิตศาสตร์เหล่านี้พอเป็นสังเขป เพื่อให้ทราบและเข้าใจถึงวิธีการ ในการประมาณค่าของการออกแบบตัวกรองในบทที่ 3 และบทที่ 4 ได้ดียิ่งขึ้น และโดยที่คณิตศาสตร์ในส่วนของผลการแปลง Z (Z Transform) นั้น มีความเข้าใจกันอยู่แล้วว่า ผลการแปลง Z มีที่มาจากการใช้ผลการแปลงลาปลาซ กับ ฟังก์ชันแบบชักตัวอย่าง (sampled function) ซึ่งมีนิพจน์ในรูปของขบวนการฟังก์ชันอิมพัลส์ในระบบแบบเวลาเต็มหน่วย (discrete-time system) จึงไม่ขออธิบายในส่วนนี้

#### 2.2 พหุนามภาพกระจกเงา (Mirror Image Polynomial)

พหุนามภาพกระจกเงานั้น เป็นพหุนาม (polynomial) ซึ่งมีสัมประสิทธิ์คล้ายกระจกเงาที่สะท้อนซึ่งกันและกัน ดังเขียนได้เป็นสมการทั่วไปคือ

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_2 z^{-(m-2)} + a_1 z^{-(m-1)} + a_0 z^{-m} \quad \dots(2.1)$$

สำหรับตัวกรองเชิงเลขที่เราจะได้ทำการออกแบบ จะใช้พหุนามเช่นนี้แบบอันดับสูงสุดที่เป็นเลขจำนวนคู่ ทั้งนี้ก็เพื่อให้ผลตอบสนองอยู่ในลักษณะสมมาตร ถ้าให้ฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ของตัวกรองเชิงเลข เขียนได้เป็น

$$H(z) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4} \quad \dots(2.2)$$

และถ้าหากว่า ฟังก์ชันถ่ายโอน นี้เป็นพหุนามแบบภาพกระจกเงาแล้ว เราสามารถเขียนอีกอย่างหนึ่งได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 H(z) &= a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4} \\
 &= z^{-2} (a_0 z^2 + a_1 z^1 + a_2 + a_1 z^{-1} + a_0 z^{-2}) \\
 &= z^{-2} \{ a_0 (z^2 + z^{-2}) + a_1 (z^1 + z^{-1}) + a_2 \} \\
 H(z) &= z^{-2} \left( \frac{2a_0 (z^2 + z^{-2})}{2} + \frac{2a_1 (z^1 + z^{-1})}{2} + a_2 \right) \quad \dots(2.3)
 \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก  $z = e^{j\omega T}$  ทำให้สมการ (2.3) กลายเป็น

$$\begin{aligned}
 H(z) &= z^{-2} [2a_0 \cos(2\omega T) + 2a_1 \cos(\omega T) + a_2] \\
 H(z) &= z^{-2} [d_2 \cos(2\omega T) + d_1 \cos(\omega T) + d_0] \quad \dots(2.4)
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $d_0 = a_2$ ;  $d_1 = 2a_1$  และ  $d_2 = 2a_0$  ได้ว่า

$$H(z) = z^{-2} \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} d_i \cos(i\omega) \right\} \quad \dots(2.5)$$

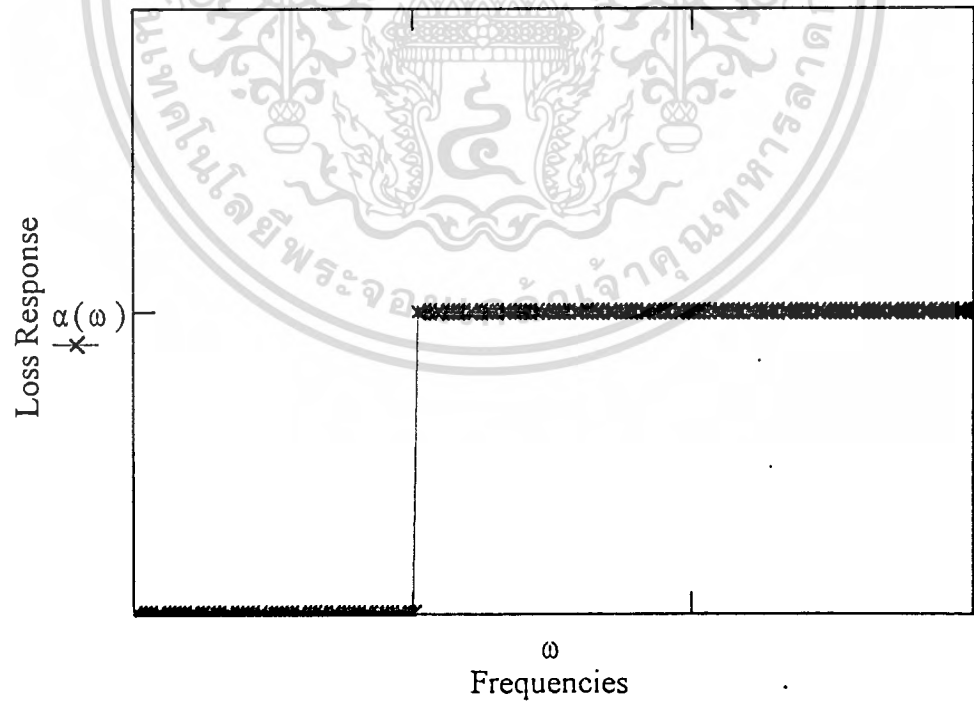
ดังนั้น ถ้าหากว่าพหุนามภาพกระจกเงานี้ มีอันดับสูงสุดเป็น  $m$  แล้ว เราสามารถเขียนได้  
ว่า

$$H(z) = z^{-\frac{m}{2}} \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{\frac{m}{2}} d_i \cos(i\omega) \right\} \quad \dots(2.6)$$

สมการนี้จะได้นำไปใช้ในการออกแบบตัวกรองต่อไป

## 2.3 การประมาณค่าที่ราบเรียบที่สุด (Maximally Flat Approximation)

ปัญหาส่วนใหญ่ในการออกแบบตัวกรองนั้น ได้แก่การที่ไม่สามารถออกแบบตัวกรองให้ มีผลตอบสนองแบบอุดมคติ เช่น ถ้าเราต้องการออกแบบวงจรรองความถี่ที่มีผลตอบสนอง ความถี่แบบความถี่ต่ำผ่าน โดยมีผลตอบสนองของการสูญเสีย (loss response) เป็นดังรูปที่ 2.1 ดังนั้นสมการของฟังก์ชันการสูญเสียจึงต้องถูกประมาณค่าด้วยฟังก์ชัน (function) ที่สามารถจะทำได้จริงในทางปฏิบัติ บันทัดฐานอันหนึ่งที่จะใช้เป็นเครื่องวัดว่า ผลตอบสนองความถี่ที่ได้จากการออกแบบสอดคล้องตามผลตอบสนองที่ต้องการหรือไม่จะถูกกำหนดด้วยค่า ความคลาดเคลื่อนระหว่าง เกณฑ์ที่เราตั้งไว้ และ ผลที่จะได้รับจริง อันได้แก่การเปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชันและ  $n-1$  อนุพันธ์ ของฟังก์ชันทั้งสอง ที่ค่า ๆ หนึ่งของตัวแปรอิสระ ซึ่งโดยทั่วไปตัวแปรอิสระนี้มักได้แก่ ความถี่ และความคลาดเคลื่อนจะถูกกำหนดโดยผู้ออกแบบ



รูปที่ 2.1 ผลตอบสนองของการสูญเสียในอุดมคติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าให้  $F_{\text{spec}}(\omega)$  เป็นผลตอบสนองที่ต้องการ (specified response) และ  $F_{\text{act}}(\omega)$  เป็นผลตอบสนองที่จะได้รับจริง (actual response) ดังนั้นเราต้องทำการประมาณค่า

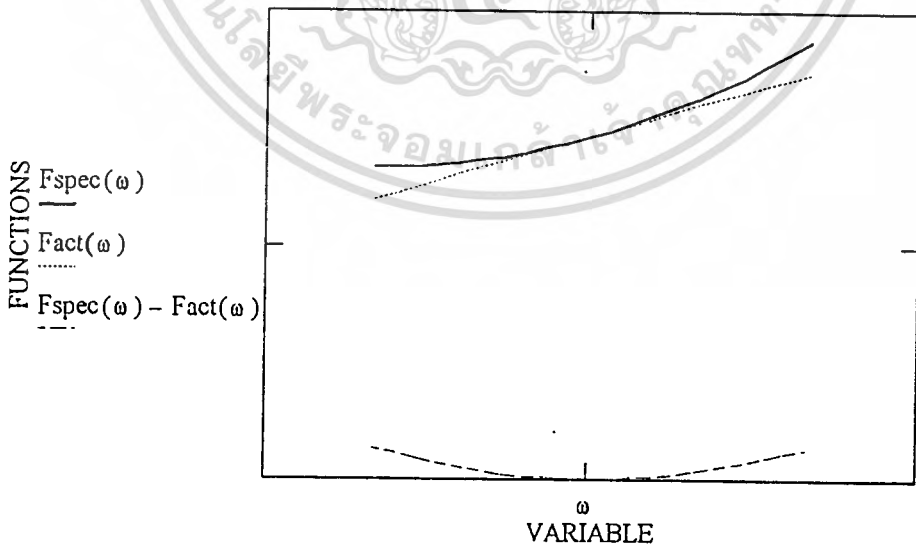
$$F_{\text{spec}}(\omega) = F_{\text{act}}(\omega) \quad \dots(2.7.1)$$

$$\frac{d}{d\omega} F_{\text{spec}}(\omega) = \frac{d}{d\omega} F_{\text{act}}(\omega) \quad \dots(2.7.2)$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2} F_{\text{spec}}(\omega) = \frac{d^2}{d\omega^2} F_{\text{act}}(\omega) \quad \dots(2.7.3)$$

$$\frac{d^{n-1}}{d\omega^{n-1}} F_{\text{spec}}(\omega) = \frac{d^{n-1}}{d\omega^{n-1}} F_{\text{act}}(\omega) \quad \dots(2.7.4)$$

ที่ค่า  $\omega$  ค่าหนึ่งๆ เช่น  $\omega = \omega_0$  เป็นต้น



รูปที่ 2.2 แสดงการประมาณค่าที่ราบเรียบที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $F_{act}$  เป็นฟังก์ชันเศษส่วน (rational function) ของพหุนามที่มีตัวแปรเป็น  $\omega$  ซึ่ง จะเห็นว่า การที่  $F_{act}$  จะเป็นจริงตาม  $n$  สมการข้างต้นได้ ก็หมายความว่า มันจะต้องมี  $n$  พารามิเตอร์ อิศระ ซึ่งพารามิเตอร์อิสระนี้อาจได้แก่สัมประสิทธิ์ตัวกรอง, ตำแหน่งโพล (pole), ตำแหน่งซีโร (zero) เป็นต้น ถ้า  $F_{act}$  เป็นจริงตามสมการข้างต้นนี้แล้ว ความคลาดเคลื่อนระหว่าง  $F_{spec}$  และ  $F_{act}$  เราเรียกว่า ราบเรียบที่สุด และ  $F_{act}$  ก็คือ การประมาณค่าที่ราบเรียบที่สุด ของ  $F_{spec}$

## 2.4 กรู๊ปดีเลย์ (Group Delay) [7]

การออกแบบตัวกรองเชิงเลขในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ต้องการให้ได้รับ ผลตอบสนองเฟส (phase response) เป็นแบบ ผลตอบสนองเฟสเชิงเส้น (linear phase response) ซึ่งค่ากรู๊ปดีเลย์ ก็ หมายถึงค่าอนุพันธ์ของเฟสเทียบกับความถี่  $\omega$  นั่นเอง ดังนั้นถ้าหากว่ามีผลตอบสนองเฟส เป็นเชิงเส้นแล้ว ตัวกรองเชิงเลขที่ได้ก็จะมีผลตอบสนองความหน่วงกลุ่ม (กรู๊ปดีเลย์) เป็นแบบ ผลตอบสนองราบเรียบสูงสุด (maximally flat response)

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองที่มีเฉพาะ โพลอย่างเดียว (all poles) คือ

$$H(z) = \frac{K_0}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}}$$

ผลตอบสนองเฟส (phase response) ของ  $H(z)$  ก็คือ

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{\sum_{i=0}^n b_i \sin i\omega}{\sum_{i=0}^n b_i \cos i\omega} \right\}$$

และผลตอบสนองกรู๊ปดีเลย์ ก็จะได้

$$\tau(z) = -\left(\frac{1}{2}\right) \left\{ \frac{\sum_{i=0}^n i \cdot b_i \cdot z^i}{\sum_{i=0}^n b_i \cdot z^i} + \frac{\sum_{i=0}^n i \cdot b_i \cdot z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i \cdot z^{-i}} \right\}$$

## 2.5 การกระจายอนุกรมกำลัง (Power Series Expansion) [9]

เนื่องจากเงื่อนไขของการทำให้เกิดความราบเรียบสูงสุด หรือ maximally flat รอบจุด  $x = 0$  นั้นเราต้องทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $x$  จำนวน  $n$  ครั้ง ถ้าหากอันดับของความราบเรียบเท่ากับ  $n$  แต่เนื่องจากบางครั้งฟังก์ชันของ  $x$  แฝงอยู่ในรูปของเทอม  $\sin x$  หรือ  $\cos x$  ดังนั้นจึงจำเป็นต้องกระจายฟังก์ชัน  $\sin x$  หรือ  $\cos x$  นี้ ให้อยู่ในรูปของอนุกรมกำลังของ  $x$  เพื่อให้การหาค่าอนุพันธ์ง่ายยิ่งขึ้นอนุกรมกำลังของ  $\sin x$  และ  $\cos x$  กำหนดได้จาก [9] ดังนี้

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

$$\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

## 2.6 ตัวกำหนดของวงแดร์มันด์ (Vandermonde's determinant)

ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรอง ซึ่งอยู่ในระบบของสมการเชิงเส้น (system of linear equations) ที่ประกอบไปด้วยตัวไม่รู้ค่า  $n+1$  ตัว ในจำนวน  $n+1$  สมการ นั้น ถ้าให้  $F_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = y$  เป็นพหุนาม (polynomial) อันดับที่  $n$  ซึ่งสอดคล้องกับ  $(x_i, y_i)$  จำนวน  $(n+1)$  ชุด โดย  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  ดังนั้นสัมประสิทธิ์  $a_i$  ที่ไม่รู้ค่าจำนวน  $(n+1)$  ตัว ได้แก่  $a_0, a_1, \dots, a_n$  จะหาค่าได้จาก  $(n+1)$  ชุดของ  $(x_i, y_i)$  ในระบบสมการเชิงเส้น

$$a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \cdots + a_nx_0^n = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \cdots + a_nx_1^n = y_1$$

.....

$$a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \cdots + a_nx_n^n = y_n$$

โดยการใช้หลักเกณฑ์ของครามเมอร์ (Cramer's Rule) จะได้ว่า

$$a_0 = \frac{D_0}{D}$$

$$a_1 = \frac{D_1}{D}$$

$$a_n = \frac{D_n}{D}$$

เมื่อ  $D$  คือ ตัวกำหนด (determinant) ที่มีอันดับ  $n$  ซึ่ง

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n-1} & x_{n-1}^2 & \cdots & x_{n-1}^n \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{vmatrix}$$

โดยที่  $a_0 = 1$  และตัวกำหนด  $D$  นี้ มีชื่อเรียกว่า "alternant" หรือ "Vandermonde's determinant" ส่วน  $D_0, D_1, \dots, D_n$  หาได้จากการแทนคอลัมน์ (column) ที่  $1, 2, \dots, (n+1)$  ของตัวกำหนด  $D$  ด้วยคอลัมน์  $y_i$  ไปเรื่อยๆ จากนั้นเมื่อเอา  $x_0$  ไปคูณกับคอลัมน์ที่  $n$  แล้วนำไปลบออกจากคอลัมน์ที่  $(n+1)$  เอา  $x_0$  ไปคูณกับคอลัมน์ที่  $(n-1)$  แล้วนำไปลบออกจากคอลัมน์ที่  $n$  และในทำนองเดียวกัน จนสุดท้ายเอา  $x_0$  ไปคูณคอลัมน์ที่  $1$  แล้วนำไปลบออกจากคอลัมน์ที่  $2$  เราจะได้

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_1 - x_0 & x_1^2 - x_1 \cdot x_0 & \cdots & x_1^n - x_1^{n-1} \cdot x_0 \\ 1 & x_2 - x_0 & x_2^2 - x_2 \cdot x_0 & \cdots & x_2^n - x_2^{n-1} \cdot x_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n - x_0 & x_n^2 - x_n \cdot x_0 & \cdots & x_n^n - x_n^{n-1} \cdot x_0 \end{bmatrix}$$

เมื่อกระจายตัวกำหนดเทียบกับแถวแรก แล้วถอดตัวประกอบร่วมของแต่ละแถวออกมา เราจะได้

$$D = (x_1 - x_0)(x_2 - x_0) \cdots (x_n - x_0) \cdot \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ 1 & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{bmatrix}$$

โดยวิธีการเช่นเดียวกับที่ผ่านมา ถ้าเราทำต่อไป สุดท้ายจะได้

$$D = (x_1 - x_0) \cdot (x_2 - x_0) \cdot (x_3 - x_0) \cdots (x_n - x_0) \\ (x_2 - x_1) \cdot (x_3 - x_1) \cdots (x_n - x_1) \\ (x_3 - x_2) \cdots (x_n - x_2) \\ \dots \dots \dots \\ (x_n - x_{n-1})$$

หรือเขียนสั้นๆ ได้ว่า

$$D = \prod_{i>k} (x_i - x_k)$$

จากกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์เท่าที่ได้กล่าวมาข้างต้นนี้ ไม่ว่าจะ เป็นพหุนามภาพระจกเงา การกระจายอนุกรมกำลัง ตัวกำหนดของวงแควร์มงด์ เป็นต้น คณิตศาสตร์เหล่านี้จะได้นำไปประยุกต์ใช้ต่อไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของการเฉลยปัญหาของระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้หลักเกณฑ์ของคราเมอร์ เมื่อเมตริกซ์จัตุรัสอยู่ในรูปของตัวกำหนดของวงแควร์มงด์แล้ว จะสามารถลดรูปของตัวแปรจนเขียนในรูปของสูตรง่าย ๆ ได้ ซึ่งทำให้ไม่ต้องเสียเวลาในการหาสัมประสิทธิ์ตัวรอง โดยการเฉลยปัญหาของระบบสมการเชิงเส้นอีกต่อไป

## บทที่ 3

### การออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์

#### ที่กรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุด

##### 3.1 บทนำ

การออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ที่ต้องการให้ที่กรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว ไม่ว่าจะสำหรับย่านผ่านความถี่สูง หรือย่านไม่ผ่านความถี่กลาง ดังในเอกสารอ้างอิง [1] นั้นเทคนิคการออกแบบด้วยวิธีดังกล่าว ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับเอกสารอ้างอิง [2] ที่เป็นการออกแบบสำหรับย่านผ่านความถี่สูง และกับเอกสารอ้างอิง [3] ที่เป็นการออกแบบสำหรับย่านผ่านความถี่ใด ๆ ซึ่งก็ให้ผลออกมาแล้วว่าเทคนิคดังกล่าว ทำให้ได้แบนด์วิดท์ของการตอบสนองกว้างขึ้นกว่าเดิมได้ ทั้ง ๆ ที่อันดับของวงจรกรองยังคงเดิม แต่ทว่า เทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [3] นี้ มิได้คำนึงถึงผลตอบสนองขนาดเลข ว่าจะมีความราบเรียบที่สุดด้วยหรือไม่ เพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่มีความราบเรียบที่สุด ทั้งของกรูฟดีเลย์และขนาดพร้อม ๆ กัน ได้เคยมีการเสนอเทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [4] แต่ปรากฏว่าเทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [4] จะให้ผลตอบสนองขนาดและกรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุดก็ต่อเมื่อ อันดับของเศษและส่วน ของโพลีโนเมียลในฟังก์ชันถ่ายโอน ต้องมีความแตกต่างกันน้อย ๆ หรือไม่ก็เท่ากันเลย จึงจะทำให้ได้ผลสนองที่ต้องการได้ ดังนั้น เอกสารอ้างอิง [1] จึงเป็นจุดเริ่มต้นใหม่ สำหรับการปรับปรุงผลตอบสนองขนาด ที่ยังไม่มี ความราบเรียบที่สุดเช่นเดียวกับกรูฟดีเลย์ โดยเราจะเพิ่มพหุนามภาพกระจกเงา เข้ากับ เศษของฟังก์ชันถ่ายโอนของรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ดังในเอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งเดิมมีแต่ส่วนหรือโพลเพียงอย่างเดียว (all pole) และให้กรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว

##### 3.2 การออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์

กำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ที่มีแต่โพลเพียงอย่างเดียว และถูกประมาณให้มีกรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุด เป็น

$$H_1(z) = \frac{1}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}} \quad \text{.....(3.1)}$$

เพื่อที่จะปรับปรุงผลตอบสนองขนาด เราจึงจะเพิ่มพหุนามภาพกระจกเงา (Mirror Image Polynomial) เข้ากับส่วนที่เป็นเศษ (numerator) ของฟังก์ชันถ่ายโอน  $H_1(z)$  ก็จะได้ว่า

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}} \quad \text{.....(3.2)}$$

หรือ

$$H_1(z) = \frac{z^{-\frac{m}{2}} \sum_{i=0}^{\frac{m}{2}} d_i \cos(i\omega)}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}} \quad \text{.....(3.3)}$$

เมื่อ  $d_0 = a_{m/2}$ ,  $d_i = 2a_{(m/2)-i} = 2a_{(m/2)+i}$

และ  $i = 1, 2, \dots, m/2$

โดย  $m$  เป็นเลขจำนวนเต็มคู่

สิ่งที่เราจะต้องทำต่อไปก็คือ ต้องกำหนดหาสัมประสิทธิ์  $d_i$  จากการประมาณให้

$$H(z) = e^{-j\{\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau\}} \quad \text{.....(3.4)}$$

ซึ่ง

$\omega_0$  คือ ความถี่ศูนย์กลาง (center frequency) ใด ๆ ของวงจรรองมีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที (rad/s)

$\beta_0$  คือ ค่าของเฟส (phase) ที่กำหนดให้ ณ ความถี่ที่  $\omega$  เท่ากับ  $\omega_0$  มีหน่วยเป็น เรเดียน (rad) และ

$\tau$  คือ กรู๊ปดีเลย์ มีหน่วยเป็น วินาที (s)

จากสมการ (3.3) จะเห็นได้ว่าเทอม  $z^{-m/2}$  มีขนาดเท่ากับหนึ่งหน่วย และมีการหน่วง (delay) ไป  $m/2$  วินาที จึงสามารถตัดทิ้งหรือไม่ต้องนำมาคิดก็ได้ ดังนั้นสมการที่ใช้ จึงเป็น

$$\left. \frac{\sum_{i=0}^m d_i \cos(i\omega)}{\sum_{i=0}^n b_i z^{-i}} \right|_{z=e^{j\omega}} = e^{-j\{\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau\}} \quad \dots(3.5)$$

หรือ

$$\sum_{i=0}^m d_i \cos(i\omega) = \sum_{i=0}^n b_i \cos\{\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega\} - j \sum_{i=0}^n b_i \sin\{\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega\} \quad \dots(3.6)$$

จะได้ว่า

$$\sum_{i=0}^m d_i \cos(i\omega) - \sum_{i=0}^n b_i \cos\{\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega\} = 0 \quad \dots(3.7 ก)$$

$$\sum_{i=0}^n b_i \sin\{\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega\} = 0 \quad \dots(3.7 ข)$$

สัมประสิทธิ์  $b_i$  ในสมการ (3.7 ข) สามารถหาได้จากเอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งได้หา สูตรสำเร็จ (Closed-form formula) ไว้แล้วเพื่อใช้ในการหาสัมประสิทธิ์ของรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ที่ฟังก์ชันถ่ายโอนมีแต่โพลเพียงอย่างเดียว

ดังนั้น จึงเหลือเพียงสมการ (3.7ก) เท่านั้น ที่จะต้องนำมาใช้ หาสัมประสิทธิ์ของพหุนามภาพระจกเงาที่ได้นำเอามาเพิ่มในการปรับปรุงผลตอบสนองของวงจรรอง

โดยการกำหนดให้  $x = \omega - \omega_0$  หรือ  $\omega = x + \omega_0$  เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (3.7ก)

จะได้

$$\sum_{i=0}^m d_i \cos\{i(x + \omega_0)\} - \sum_{i=0}^n b_i \cos\{\beta_0 + x\tau + i(x + \omega_0)\} = 0$$

$$\sum_{i=0}^{\frac{m}{2}} d_i \cos\{ix + i\omega_0\} - \sum_{i=0}^n b_i \cos\{\beta_0 + i\omega_0 + (i + \tau)x\} = 0$$

$$\sum_{i=0}^{\frac{m}{2}} d_i \left\{ \cos(ix) \cos(i\omega_0) - \sin(ix) \sin(i\omega_0) \right\} \\ - \sum_{i=0}^n b_i \left\{ \cos(\beta_0 + i\omega_0) \cos(ix + \tau x) - \sin(\beta_0 + i\omega_0) \sin(ix + \tau x) \right\} = 0$$

.....(3.8)

เมื่อกระจายเทอมที่มี  $x$  ร่วมอยู่ในสมการ (3.8) อันได้แก่  $\cos(ix)$   $\sin(ix)$   $\cos(i + \tau)x$  และ  $\sin(i + \tau)x$  ให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลัง (Power Series) ของ  $x$  จาก

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad \text{และ} \quad \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$

ในการประมาณค่า (approximation) เพื่อให้เกิดความราบเรียบที่สุด (maximally flat) นั้นสัมประสิทธิ์ของ  $x$  ที่ยกกำลังต่าง ๆ ได้แก่  $x^0, x^1, x^2, \dots$  ต้องเท่ากับศูนย์ (0) จากนั้นเมื่อจัดสมการ (3.8) ใหม่ สุดท้ายจะได้

$$\sum_{i=0}^{\frac{m}{2}} d_i \left\{ (i^{2k}) \cos i\omega_0 \right\} = \sum_{i=0}^n b_i \left\{ (i + \tau)^{2k} \cos(\beta_0 + i\omega_0) \right\} \quad \text{.....(3.9 ก)}$$

$$\sum_{i=0}^{\frac{m}{2}} d_i \left\{ (i^{2k+1}) \sin i\omega_0 \right\} = \sum_{i=0}^n b_i \left\{ (i + \tau)^{2k+1} \sin(\beta_0 + i\omega_0) \right\} \quad \text{.....(3.9 ข)}$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$ 

### 3.2.1 ชนิดผ่านความถี่สูง

ในการออกแบบวงจรกรองความถี่คัตออฟ ชนิดผ่านความถี่สูง โดยการกำหนดให้  $\omega_0$  เท่ากับ  $\pi$  rad/s และเพื่อให้ง่ายในการคำนวณ ถ้ากำหนดให้  $\beta_0$  เท่ากับ 0 rad จากนั้นเมื่อแปรไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่า  $k = 0, 1, 2, \dots, m/2$  จะได้สมการ (3.9 ก) และสมการ (3.9 ข) เขียนในรูปสมการของเมทริกซ์ (matrices) เป็น

$$\vec{A} \cdot \vec{d} = \vec{B} \cdot \vec{b} \quad \dots(3.10)$$

โดยที่

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_0) & \cos(2\omega_0) & \dots & \cos(\frac{m}{2}\omega_0) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^2 \cos(2\omega_0) & \dots & (\frac{m}{2})^2 \cos(\frac{m}{2}\omega_0) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^4 \cos(2\omega_0) & \dots & (\frac{m}{2})^4 \cos(\frac{m}{2}\omega_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^{m-2} \cos(2\omega_0) & \dots & (\frac{m}{2})^{m-2} \cos(\frac{m}{2}\omega_0) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^m \cos(2\omega_0) & \dots & (\frac{m}{2})^m \cos(\frac{m}{2}\omega_0) \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} \cos \beta_0 & \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^2 \cos \beta_0 & (1 + \tau)^2 \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^2 \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^4 \cos \beta_0 & (1 + \tau)^4 \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^4 \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tau^m \cos \beta_0 & (1 + \tau)^m \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^m \cos(\beta_0 + n\omega_0) \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

### 3.2.1.1 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ ส่วน ของฟังก์ชันถ่ายโอน

โดยที่  $\vec{b}$  สามารถหาได้จากเอกสารอ้างอิง [1] คือ

$$b_j = \binom{n}{j} \cdot \prod_{i=0}^{n-j} \frac{2\tau + i}{2\tau + i + 1}$$

เมื่อ  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  ซึ่ง  $n$  เป็นอันดับ (order) ของส่วน (denominator) หรือของโพลของฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(z)$  ในสมการ (3.3)

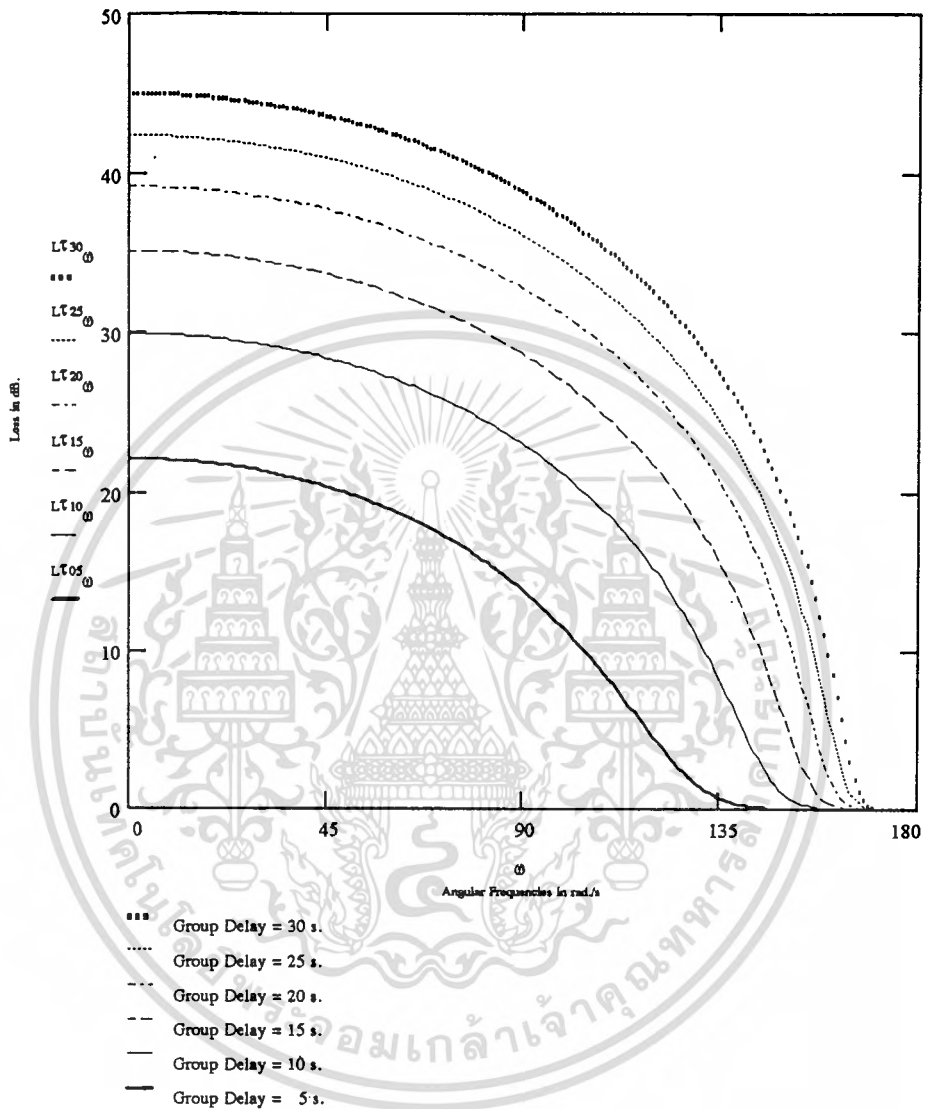
### 3.2.1.2 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ เศษ ของฟังก์ชันถ่ายโอน

สัมประสิทธิ์  $d_i$  ใด ๆ เมื่อ  $i = 0, 1, 2, \dots, m/2$  สามารถหาได้จากการแก้สมการเมตริกซ์ในสมการ (3.10) จากสัมประสิทธิ์  $d_i$  และ  $b_j$  ที่หามาได้ เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (3.3) ก็จะได้รีเคอร์ซีฟดิฟเฟอเรนเชียลที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการ

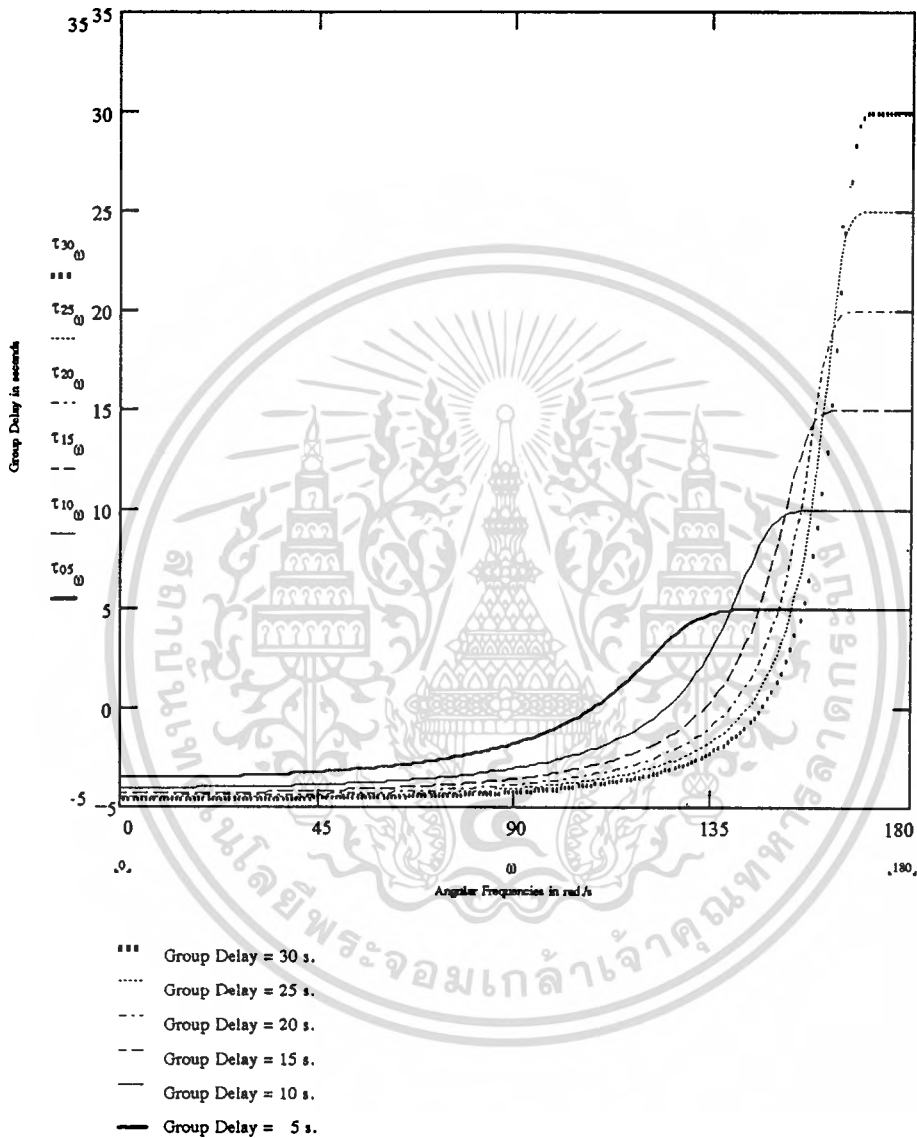
### 3.2.1.3 ผลลัพธ์ตัวอย่างของวงจรผ่านความถี่สูง

เพื่อแสดงให้เห็นถึงผลลัพธ์ที่ได้จากเทคนิคการออกแบบรีเคอร์ซีฟดิฟเฟอเรนเชียล ด้วยการใช้พหุนามภาพกระจกเงาเพิ่มเข้ามา เพื่อช่วยปรับปรุงผลตอบสนองของวงจรกรองความถี่ ในรูปที่ 1 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองของขนาด (magnitude responses) ในรูปของการลดทอน (attenuation) ที่โดยการกำหนดให้  $m = 8$ ,  $n = 10$ ,  $\tau = 5, 10, 15, 20, 25$ , และ  $30$  วินาที ตามค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลำดับ ส่วนรูปที่ 2 เป็นผลตอบสนองของกรุปดีเลย์ที่ค่าต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับการกำหนดให้  $m = 8$  และ  $n = 10$



รูปที่ 3-1 ผลตอบสนองขนาด ที่แสดงในรูปของการลดทอนในหน่วย dB เมื่อกรุปดีเลย์  $\tau$  มีค่าต่าง ๆ โดยที่  $m = 8$  และ  $n = 10$



รูปที่ 3-2 ผลตอบสนองกรุปดีเลย์ในหน่วยวินาที ที่กรุปดีเลย์มีค่าต่าง ๆ โดยที่  $m = 8$  และ  $n = 10$  ซึ่งสอดคล้องกับผลตอบสนองขนาดในรูปที่ 3-1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เช่นเดียวกันกับในรูปที่ 3-1 แต่รูปที่ 3-3 เป็นผลตอบสนองของขนาดในรูปของการลดทอน ที่กำหนดให้กรู๊ปดีเลย์  $\tau = 10$  วินาที  $n = 10$  ส่วน  $m = 2, 4, 6, 8,$  และ  $10$  ตามลำดับ ผลลัพธ์ทั้งสามที่นำมาแสดงนี้ กำหนดให้  $\beta_0 = 0$  rad และ  $\omega_0 = \pi$  rad/s



รูปที่ 3-3 ผลตอบสนองขนาด ที่แสดงในรูปของการลดทอนในหน่วย dB เมื่อกรู๊ปดีเลย์  $\tau = 10$  วินาที และ  $n = 10$  ส่วน  $m$  มีค่าต่าง ๆ กัน

### 3.2.2 ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง

เนื่องจากกรณีนี้ เป็นการออกแบบวงจรกรองความถี่ดีจิตอล ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง นั่นคือย่านผ่านความถี่จะเป็นย่านความถี่ต่ำและย่านความถี่สูง ดังนั้นเมื่อกำหนดให้  $\omega_0$  ในสมการ (3.9ก) และสมการ (3.9ข) เท่ากับ  $0$  rad/s ครั้งหนึ่ง และ  $\pi$  rad/s อีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้ง่ายในการคำนวณถ้ากำหนดให้  $\beta_0$  เท่ากับ  $0$  rad จากนั้นเมื่อแปรค่า  $k = 0, 1, 2, \dots$  ไปเรื่อย ๆ จะได้สมการทั้งสองเขียนในรูปสมการของเมตริกซ์ (matrices) เป็น

$$\vec{A} \cdot \vec{d} = \vec{B} \cdot \vec{b} \quad \dots(3.11)$$

โดยที่

$$\vec{A} = \begin{matrix} \leftarrow \frac{m}{2} + 1 \rightarrow \\ \left[ \begin{array}{cccc} 1 & \cos(1 \cdot 0) & \cos(2 \cdot 0) & \dots & \cos\left(\frac{m}{2} \cdot 0\right) \\ 0 & \cos(1 \cdot 0) & \left(\frac{2}{2}\right) \cos(2 \cdot 0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right) \cos\left(\frac{m}{2} \cdot 0\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cos(1 \cdot 0) & \left(\frac{m}{2}\right) \cos(2 \cdot 0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right) \cos\left(\frac{m}{2} \cdot 0\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \cos(1 \cdot \pi) & \cos(2 \cdot \pi) & \dots & \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \pi\right) \\ 0 & \cos(1 \cdot \pi) & \left(\frac{2}{2}\right) \cos(2 \cdot \pi) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right) \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \pi\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cos(1 \cdot \pi) & \left(\frac{m}{2}\right) \cos(2 \cdot \pi) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right) \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \pi\right) \end{array} \right] \end{matrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ d_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_0) & \cos(\beta_0 + 0) & \cdots & \cos(\beta_0 + n \cdot 0) \\ \tau^2 \cos(\beta_0) & (1 + \tau)^2 \cos(\beta_0 + 0) & \cdots & (n + \tau)^2 \cos(\beta_0 + n \cdot 0) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tau \frac{m}{2} \cos(\beta_0) & (1 + \tau) \frac{m}{2} \cos(\beta_0 + 0) & \cdots & (n + \tau) \frac{m}{2} \cos(\beta_0 + n \cdot 0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cos(\beta_0) & \cos(\beta_0 + \pi) & \cdots & \cos(\beta_0 + n \cdot \pi) \\ \tau^2 \cos(\beta_0) & (1 + \tau)^2 \cos(\beta_0 + \pi) & \cdots & (n + \tau)^2 \cos(\beta_0 + n \cdot \pi) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tau \frac{m}{2} \cos(\beta_0) & (1 + \tau) \frac{m}{2} \cos(\beta_0 + \pi) & \cdots & (n + \tau) \frac{m}{2} \cos(\beta_0 + n \cdot \pi) \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.2.1 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ ส่วน ของฟังก์ชันถ่ายโอน

โดยที่  $b_k$  สามารถหาได้จากเอกสารอ้างอิง [1] คือ

$$b_k = (-1)^{\frac{k}{2}} \cdot \binom{\frac{n}{2}}{\frac{k}{2}} \cdot \prod_{i=0}^{\frac{n}{2}-1} \frac{\tau + i}{\tau + i + \frac{k}{2}}$$

เมื่อ  $k = 0, 2, 4, \dots, n$  ซึ่ง  $n$  เป็นอันดับ (order) ของส่วน (denominator) หรือของโพล ของฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(z)$  ในสมการ (3.3)

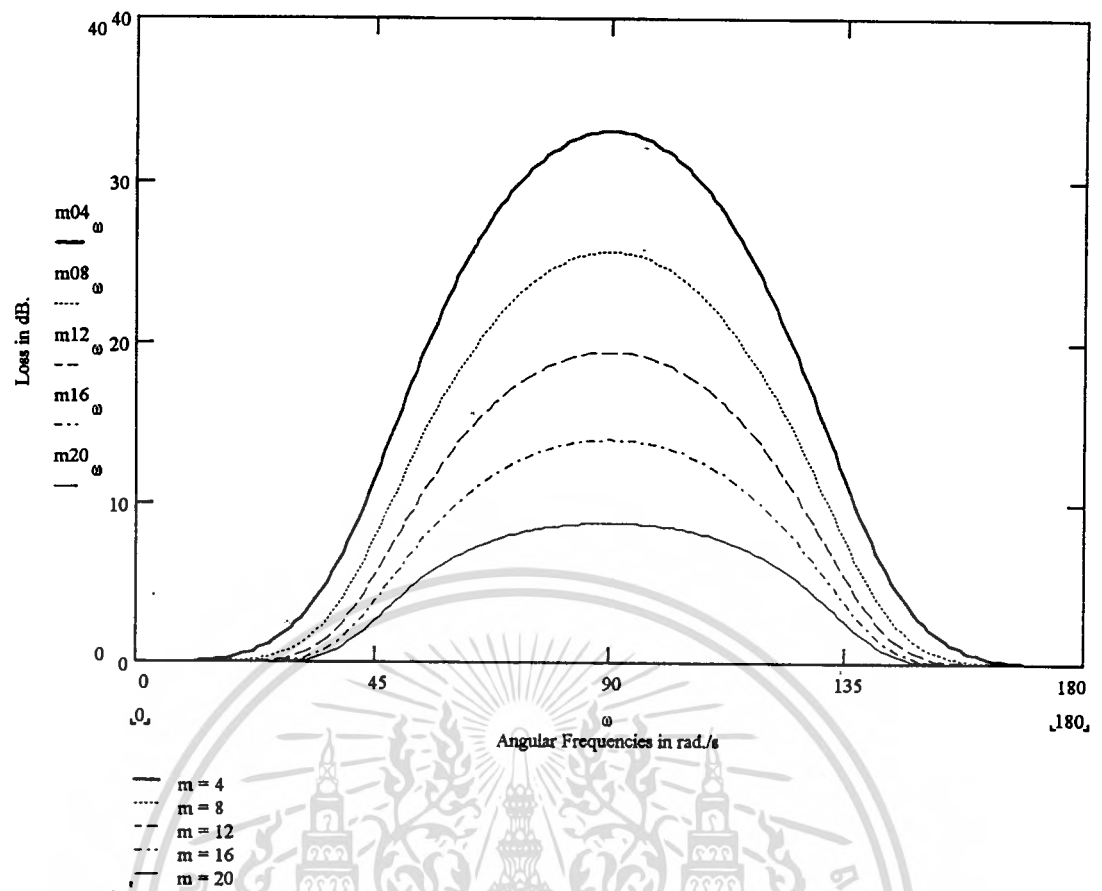
### 3.2.2.2 การคำนวณหาสัมประสิทธิ์ เศษ ของฟังก์ชันถ่ายโอน

สัมประสิทธิ์  $d_i$  ใด ๆ เมื่อ  $i = 0, 1, 2, \dots, m/2$  สามารถหาได้จาก การแก้สมการเมตริกซ์ ในสมการ (3.11)

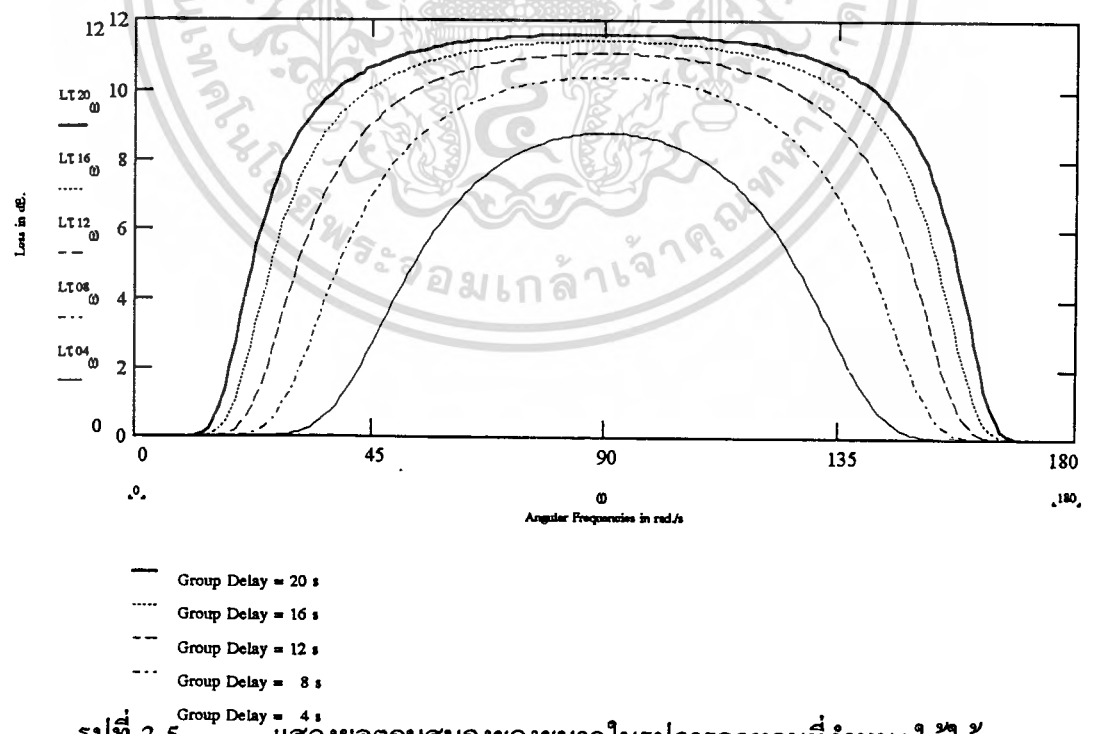
### 3.2.2.3 ผลลัพธ์ตัวอย่างของวงจรมิผ่านความถี่กลาง

เพื่อแสดงให้เห็นถึงผลลัพธ์ที่ได้จากเทคนิคการออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ด้วยการใช้พหุนามภาพระจกเงาเพิ่มเข้ามาเพื่อช่วยปรับปรุงผลตอบสนองของวงจรงความถี่

ในรูปที่ 3-4 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองของขนาด (magnitude responses) ในรูปของการลดทอน (attenuation) โดยการกำหนดให้  $\tau = 4$  วินาที,  $n = 20$ ,  $m = 4, 8, 12, 16$  และ 20 ตามลำดับ

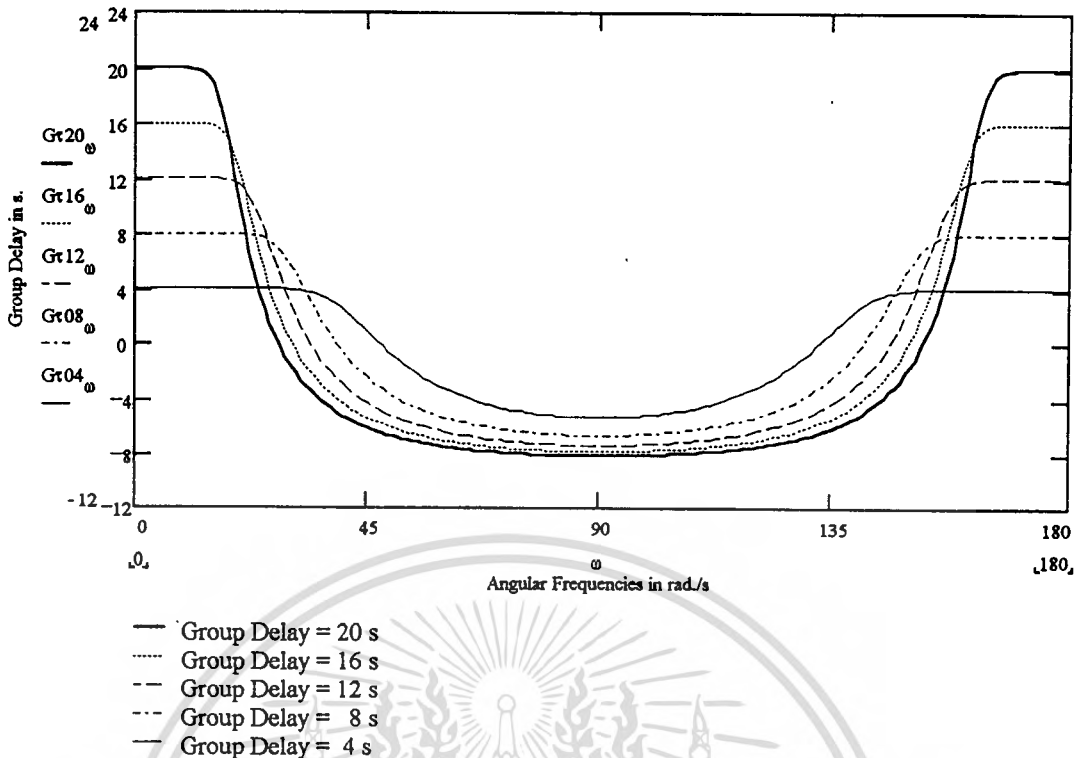


รูปที่ 3-4 แสดงผลตอบสนองขนาดในรูปของการลดทอนโดยการกำหนดให้  $\tau = 4$  วินาที,  $n = 20$ ,  $m = 4, 8, 12, 16$  และ 20 ตามลำดับ



รูปที่ 3-5 แสดงผลตอบสนองของขนาดในรูปการลดทอนที่กำหนดให้ให้  $m = n = 20$  ส่วนกรุปดีเลย์  $\tau$  มีค่าเป็น 4,8,12,16 และ 20 วินาที ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3-6 แสดงผลตอบสนองของกรูฟดีเลย์ที่ค่าต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับการกำหนดให้  $m = n = 20$  เช่นเดียวกันกับในรูปที่ 3-5

ผลลัพธ์ทั้งหมดที่นำมาแสดงนี้ กำหนดให้  $\beta_0$  เท่ากับ 0 rad

### 3. 3.สรุป

จะเห็นได้ว่าการออกแบบด้วยเทคนิคนี้ สามารถแก้ไขจุดบกพร่องของผลตอบสนองของวงจรกรองที่ออกแบบด้วยการใช้เทคนิคการออกแบบตามเอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งมีขีดจำกัดตรงที่อันดับของเศษและส่วนในฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองต้องไม่แตกต่างกันมาก โดยที่ผลตอบสนองของขนาดและของกรูฟดีเลย์มีความราบเรียบที่สุดทั้งคู่ สำหรับทุก ๆ ค่าของอันดับของเศษและส่วน ในฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรอง อีกทั้งยังสามารถปรับแบนด์วิดท์ของผลตอบสนองขนาดได้ ในขณะที่ผลตอบสนองของกรูฟดีเลย์ยังคงราบเรียบที่สุดด้วย

## บทที่ 4

### รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ที่กรูฟดีเลย์ราบเรียบที่สุด

#### และมีผลตอบสนองขนาดเรียบ

#### 4.1 บทนำ

จากบทที่สามที่ผ่านมา จะเห็นได้ว่า การออกแบบตัวกรองเชิงเลข นั้น เราได้หาสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ของตัวกรอง โดยการเฉลี่ยปัญหา จากกลุ่มของสมการเชิงเส้นในบทที่สี่นี่จะเป็นการหาสัมประสิทธิ์ตัวกรองอีกแนวทางหนึ่ง ซึ่งจะมีความคล่องตัวในการใช้งานอย่างยิ่ง ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากเราจะสร้างสูตรสำหรับหาสัมประสิทธิ์ตัวกรองขึ้นมา เพื่อใช้งานกับสมองและมือเท่าที่คนเรามีอยู่ได้ และถ้าหากว่าสูตรสำเร็จนี้ ถูกนำไปใช้กับคอมพิวเตอร์อีกทอดหนึ่ง ก็ยิ่งไม่ต้องพูดถึงเลย เพราะความเร็วในการคำนวณ จะมีประสิทธิภาพกว่าเดิมอีกมาก

#### 4.2 การออกแบบ

จะขอย้อนกลับไปเริ่มต้นที่สมการที่ (3.9 ก) และสมการที่ (3.9 ข) ของบทที่ 3 ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$\sum_{i=0}^{m/2} \{(i)^{(2k)} \cos(i\omega_0)\} d_i = \sum_{i=0}^n \{(i+\tau)^{(2k)} \cos(\beta_0 + i\omega_0)\} b_i \quad \text{.....(4.1 ก)}$$

$$\sum_{i=0}^{m/2} \{(i)^{(2k+1)} \sin(i\omega_0)\} d_i = \sum_{i=0}^n \{(i+\tau)^{(2k+1)} \sin(\beta_0 + i\omega_0)\} b_i \quad \text{.....(4.1 ข)}$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$  ถ้ากำหนดให้  $k = 0, 1, 2, \dots, 1+(m/2)$  แล้ว เราจะได้สมการเมตริกซ์ เป็น

$$\vec{A} \cdot \vec{d} = \vec{B} \cdot \vec{b} \quad \text{.....(4.2)}$$

โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{A} \equiv \begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_0) & \cos(2\omega_0) & \dots & \cos\left(\frac{m}{2}\omega_0\right) \\ 0 & \sin(\omega_0) & 2^1 \sin(2\omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^1 \sin\left(\frac{m}{2}\omega_0\right) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^2 \cos(2\omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^2 \cos\left(\frac{m}{2}\omega_0\right) \\ 0 & \sin(\omega_0) & 2^3 \sin(2\omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^3 \sin\left(\frac{m}{2}\omega_0\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^{\frac{m}{2}-1} \cos(2\omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{m}{2}-1} \cos\left(\frac{m}{2}\omega_0\right) \\ 0 & \sin(\omega_0) & 2^{\frac{m}{2}} \cos(2\omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{m}{2}} \sin\left(\frac{m}{2}\omega_0\right) \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} \equiv \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{B} \equiv \begin{bmatrix} \cos(\beta_0) & \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^1 \sin(\beta_0) & (1 + \tau)^1 \sin(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^1 \sin(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^2 \cos(\beta_0) & (1 + \tau)^2 \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (1 + \tau)^2 \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^3 \sin(\beta_0) & (1 + \tau)^3 \sin(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^3 \sin(\beta_0 + n\omega_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tau^{\frac{m}{2}-1} \cos(\beta_0) & (1 + \tau)^{\frac{m}{2}-1} \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^{\frac{m}{2}-1} \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^{\frac{m}{2}} \sin(\beta_0) & (1 + \tau)^{\frac{m}{2}} \sin(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n + \tau)^{\frac{m}{2}} \sin(\beta_0 + n\omega_0) \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} \equiv \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.2.1 การออกแบบวงจรผ่านความถี่สูง

ในการออกแบบวงจรกรองความถี่คัตออฟ ชนิดผ่านความถี่สูง โดยการกำหนดให้  $\omega_0$  เท่ากับ  $\pi$  rad/s และเพื่อให้ง่ายในการคำนวณ ถ้ากำหนดให้  $\beta_0$  เท่ากับ 0 rad จากนั้นเมื่อแปรค่า  $k = 0, 1, 2, \dots, m/2$  จะได้สมการ (4.1 ก) เขียนได้เป็น

$$\sum_{i=0}^{m/2} \left\{ (i)^{(2k)} \cdot (-1)^{(i)} \right\} d_i = \sum_{i=0}^n \left\{ (i + \tau)^{(2k)} \cdot (-1)^{(i)} \right\} b_i \quad \dots(4.3)$$

เมื่อ  $k = 0, 1, 2, \dots, m/2$

ถ้าสมมติให้  $m = 8$  ดังนั้น สมการ (4.3) เราสามารถที่จะเขียนให้อยู่ในรูปเช่นเดียวกับสมการ (4.2) กล่าวคือ  $\vec{A} \cdot \vec{d} = \vec{B} \cdot \vec{b}$  ได้ว่า

$$\vec{A} \cdot \vec{d} = \begin{bmatrix} (0)^{(2 \cdot 0)} \cos(0 \cdot \omega_0) & (1)^{(2 \cdot 0)} \cos(1 \cdot \omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{(2 \cdot 0)} \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \omega_0\right) \\ (0)^{(2 \cdot 1)} \cos(0 \cdot \omega_0) & (1)^{(2 \cdot 1)} \cos(1 \cdot \omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{(2 \cdot 1)} \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \omega_0\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (0)^{(2 \cdot \frac{m}{2})} \cos(0 \cdot \omega_0) & (1)^{(2 \cdot \frac{m}{2})} \cos(1 \cdot \omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{(2 \cdot \frac{m}{2})} \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \omega_0\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{d} = \begin{bmatrix} 1 & \cos(1 \cdot \omega_0) & \dots & \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \omega_0\right) \\ 0 & (1)^{(2 \cdot 1)} \cos(1 \cdot \omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{(2 \cdot 1)} \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \omega_0\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & (1)^{(m)} \cos(1 \cdot \omega_0) & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^{(m)} \cos\left(\frac{m}{2} \cdot \omega_0\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นได้ว่า ทุกคอลัมน์ของเมตริกซ์  $\bar{A}$  ประกอบด้วยเทอม  $\cos(i \cdot \omega_0)$  ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $(-1)^i$  เมื่อ  $\omega_0 = \pi$  นั่นคือ เมื่อแปรค่า  $i$  ตั้งแต่ 0 ถึง  $m/2$  แล้ว เราสามารถเขียนเมตริกซ์  $\bar{A}$  ได้เป็น

$$\bar{A} = (-1)^P \begin{bmatrix} 0^0 & 1^0 & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^0 \\ 0^2 & 1^2 & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0^m & 1^m & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^m \end{bmatrix}$$

เมื่อ  $P = \frac{\left(\frac{m}{2}+1\right)}{2}$  ถ้า  $\left(\frac{m}{2}+1\right)$  เป็นเลขจำนวนคู่

และ  $P = \frac{\left(\frac{m}{2}+1\right)+1}{2}$  ถ้า  $\left(\frac{m}{2}+1\right)$  เป็นเลขจำนวนคี่

ในการหาสัมประสิทธิ์  $d_j$  จากสมการที่ (4.3) นั้น จะได้ว่า

$$d_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}$$

โดยที่

$$\Delta = |\bar{A}| = (-1)^P \begin{vmatrix} 0^0 & 1^0 & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^0 \\ 0^2 & 1^2 & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0^m & 1^m & \dots & \left(\frac{m}{2}\right)^m \end{vmatrix}$$

ให้  $x_j = i$  ดังนั้น

$$\Delta = |\bar{A}| = (-1)^P \begin{vmatrix} x_0^0 & x_1^0 & \dots & x_{\frac{m}{2}}^0 \\ x_0^2 & x_1^2 & \dots & x_{\frac{m}{2}}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_0^m & x_1^m & \dots & x_{\frac{m}{2}}^m \end{vmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta = |\bar{A}| = (-1)^P \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_0^2 & x_1^2 & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_0^m & x_1^m & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^m \end{vmatrix}$$

$$\Delta = (-1)^P \prod_{\substack{m/2 \geq j > i \geq 0}} (x_j^2 - x_i^2)$$

ถ้าให้  $(i + \tau) = x_{(i+\tau)}$  ดังนั้น  $\sum_{i=0}^n \{(i + \tau)^{2k} (-1)^i\} b_i = \sum_{i=0}^n \{(x_{(i+\tau)}^{2k}) (-1)^i\} b_i$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ (Cramer's Rule) ในการหา  $d_i$  สามารถทำได้โดยการนำเอาทอม

$\sum_{i=0}^n \{(x_{(i+\tau)}^{2k}) (-1)^i\} b_i$  ไปแทนลงในคอลัมน์ที่  $i$  ของ  $\Delta$

ดังนั้น ถ้าจะหาค่า  $d_0$  ก็จะได้ว่า  $d_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta}$  กล่าวคือ

$$\Delta_0 = (-1)^P \begin{vmatrix} \sum_{i=0}^n \{x_{(i+\tau)}^0 (-1)^i\} b_i & 1 & \cdots & 1 \\ \sum_{i=0}^n \{x_{(i+\tau)}^2 (-1)^i\} b_i & x_1^2 & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^n \{x_{(i+\tau)}^m (-1)^i\} b_i & x_1^m & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^m \end{vmatrix}$$

$$\Delta_0 = (-1)^P \begin{vmatrix} \sum_{i=0}^n \{(-1)^i\} b_i & 1 & \cdots & 1 \\ \sum_{i=0}^n \{x_{(i+\tau)}^2 (-1)^i\} b_i & x_1^2 & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^n \{x_{(i+\tau)}^m (-1)^i\} b_i & x_1^m & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^m \end{vmatrix}$$

$$\Delta_0 = (-1)^P \sum_{i=0}^n \{(-1)^i\} b_i \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{(i+\tau)}^2 & x_1^2 & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{(i+\tau)}^m & x_1^m & \cdots & x_{\frac{m}{2}}^m \end{vmatrix}$$

จากที่ได้เลขสมมติให้  $m = 8$  ดังนั้นตัวกำหนดของวงแควร์มิงค์ (Vandermonde's determinant) จะเขียนได้เป็น

$$\Delta_0 = (-1)^P \sum_{i=0}^n \{(-1)^i\} b_i \left\{ \begin{array}{l} \left( x_1^2 - x_{(i+\tau)}^2 \right) \left( x_2^2 - x_{(i+\tau)}^2 \right) \\ \left( x_3^2 - x_{(i+\tau)}^2 \right) \left( x_4^2 - x_{(i+\tau)}^2 \right) \\ \left( x_2^2 - x_1^2 \right) \left( x_3^2 - x_1^2 \right) \left( x_4^2 - x_1^2 \right) \\ \left( x_3^2 - x_2^2 \right) \left( x_4^2 - x_3^2 \right) \left( x_4^2 - x_2^2 \right) \end{array} \right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta = (-1)^P \prod_{\substack{m \\ 2 \geq j \geq i \geq 0}} (x_j^2 - x_i^2).$$

$$\Delta = (-1)^P \left\{ \begin{array}{l} (x_1^2 - x_0^2)(x_2^2 - x_0^2)(x_3^2 - x_0^2) \cdots (x_4^2 - x_0^2) \\ (x_2^2 - x_1^2)(x_3^2 - x_1^2) \cdots (x_4^2 - x_1^2) \\ (x_3^2 - x_2^2) \cdots (x_4^2 - x_2^2) \\ (x_4^2 - x_3^2) \end{array} \right\}$$

$$d_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{(-1)^P \sum_{i=0}^n \{(-1)^i\} b_i \left\{ \begin{array}{l} (x_4^2 - x_{(i+\tau)}^2) (x_3^2 - x_{(i+\tau)}^2) \\ (x_2^2 - x_{(i+\tau)}^2) (x_1^2 - x_{(i+\tau)}^2) \\ (x_4^2 - x_3^2) (x_4^2 - x_2^2) (x_4^2 - x_1^2) \\ (x_3^2 - x_2^2) (x_3^2 - x_1^2) \\ (x_2^2 - x_1^2) \end{array} \right\}}{(-1)^P \left\{ \begin{array}{l} (x_4^2 - x_3^2) (x_4^2 - x_2^2) (x_4^2 - x_1^2) (x_4^2 - x_0^2) \\ (x_3^2 - x_2^2) (x_3^2 - x_1^2) (x_3^2 - x_0^2) \\ (x_2^2 - x_1^2) (x_2^2 - x_0^2) \\ (x_1^2 - x_0^2) \end{array} \right\}}$$

$$d_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{(-1)^P \sum_{i=0}^n \{(-1)^i\} b_i \left\{ \begin{array}{l} (x_4^2 - x_{(i+\tau)}^2) (x_3^2 - x_{(i+\tau)}^2) \\ (x_2^2 - x_{(i+\tau)}^2) (x_1^2 - x_{(i+\tau)}^2) \end{array} \right\}}{(-1)^P \{(x_4^2 - x_0^2)(x_3^2 - x_0^2)(x_2^2 - x_0^2)(x_1^2 - x_0^2)\}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกัน

$$d_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{(-1)^P \sum_{i=0}^n \{(-1)^i b_i \left\{ \begin{matrix} (x_4^2 - x_{i+\tau}^2)(x_3^2 - x_{i+\tau}^2) \\ (x_2^2 - x_{i+\tau}^2)(x_1^2 - x_{i+\tau}^2) \\ (x_4^2 - x_3^2)(x_4^2 - x_2^2)(x_4^2 - x_1^2) \\ (x_3^2 - x_2^2)(x_3^2 - x_1^2) \\ (x_2^2 - x_1^2) \end{matrix} \right\}}{(-1)^P \left\{ \begin{matrix} (x_4^2 - x_3^2)(x_4^2 - x_2^2)(x_4^2 - x_1^2)(x_4^2 - x_0^2) \\ (x_3^2 - x_2^2)(x_3^2 - x_1^2)(x_3^2 - x_0^2) \\ (x_2^2 - x_1^2)(x_2^2 - x_0^2) \\ (x_1^2 - x_0^2) \end{matrix} \right\}}$$

จากที่ผ่านมา จึงพอที่จะสรุปเป็นสูตรในการหาสัมประสิทธิ์  $d_k$  ได้ว่า

$$d_k = (-1)^k \frac{\sum_{i=0}^n (-1)^i b_i \left\{ \prod_{h=0}^{k-1} [(i+\tau)^2 - h^2] \right\} \left\{ \prod_{h=k+1}^{m/2} [h^2 - (i+\tau)^2] \right\}}{\left\{ \prod_{h=0}^{k-1} [k^2 - h^2] \right\} \left\{ \prod_{h=k+1}^{m/2} [h^2 - k^2] \right\}} \quad \dots(4.4)$$

### 4.3 ผลลัพธ์ตัวอย่างของวงจรม่านความถี่สูง

เพื่อแสดงให้เห็นถึงการใช้อนุกรมสำเร็จในการหาสัมประสิทธิ์ตัวกรอง จะยกตัวอย่างดังนี้ โดยการกำหนดให้  $m = 8$  ,  $n = 10$  และกรุปดีเลย์  $\tau = 10$  วินาที ส่วน  $\omega_0 = \pi$  rad/s จากเอกสารอ้างอิง [ 1 ] ในการหาสัมประสิทธิ์  $b_j$  คือ

$$b_j = \frac{n!}{(n-j)! \cdot j!} \cdot \left[ \prod_{i=0}^n \frac{2\tau + i}{2\tau + i + j} \right]$$

เมื่อ  $j = 1, 2, \dots, n$  ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$b_1 = \frac{10!}{(10-1)! \cdot 1!} \cdot \left[ \begin{array}{c} \left( \frac{2 \cdot 10 + 0}{2 \cdot 10 + 0 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 1}{2 \cdot 10 + 1 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 2}{2 \cdot 10 + 2 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 3}{2 \cdot 10 + 3 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 4}{2 \cdot 10 + 4 + 1} \right) \\ \left( \frac{2 \cdot 10 + 5}{2 \cdot 10 + 5 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 6}{2 \cdot 10 + 6 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 7}{2 \cdot 10 + 7 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 8}{2 \cdot 10 + 8 + 1} \right) \left( \frac{2 \cdot 10 + 9}{2 \cdot 10 + 9 + 1} \right) \\ \left( \frac{2 \cdot 10 + 10}{2 \cdot 10 + 10 + 1} \right) \end{array} \right]$$

$$b_1 = 10 \cdot \left[ \frac{20}{21} \cdot \frac{21}{22} \cdot \frac{22}{23} \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{25}{26} \cdot \frac{26}{27} \cdot \frac{27}{28} \cdot \frac{28}{29} \cdot \frac{29}{30} \cdot \frac{30}{31} \right]$$

$$b_1 = 10 \cdot \left[ \frac{20}{31} \right]$$

ในทำนองเดียวกัน

$$b_2 = \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2} \cdot \left[ \frac{20}{22} \cdot \frac{21}{23} \cdot \frac{22}{24} \cdot \frac{23}{25} \cdot \frac{24}{26} \cdot \frac{25}{27} \cdot \frac{26}{28} \cdot \frac{27}{29} \cdot \frac{28}{30} \cdot \frac{29}{31} \cdot \frac{30}{32} \right]$$

$$b_2 = 45 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \right]$$

$$b_3 = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \left[ \frac{20}{23} \cdot \frac{21}{24} \cdot \frac{22}{25} \cdot \frac{23}{26} \cdot \frac{24}{27} \cdot \frac{25}{28} \cdot \frac{26}{29} \cdot \frac{27}{30} \cdot \frac{28}{31} \cdot \frac{29}{32} \cdot \frac{30}{33} \right]$$

$$b_3 = 120 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \right]$$

$$b_4 = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \left[ \frac{20}{24} \cdot \frac{21}{25} \cdot \frac{22}{26} \cdot \frac{23}{27} \cdot \frac{24}{28} \cdot \frac{25}{29} \cdot \frac{26}{30} \cdot \frac{27}{31} \cdot \frac{28}{32} \cdot \frac{29}{33} \cdot \frac{30}{34} \right]$$

$$b_4 = 210 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \right]$$

$$b_5 = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \cdot \left[ \frac{20}{25} \cdot \frac{21}{26} \cdot \frac{22}{27} \cdot \frac{23}{28} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{25}{30} \cdot \frac{26}{31} \cdot \frac{27}{32} \cdot \frac{28}{33} \cdot \frac{29}{34} \cdot \frac{30}{35} \right]$$

$$b_5 = 252 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \cdot \frac{24}{35} \right]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$b_6 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cdot \left[ \frac{20}{26} \cdot \frac{21}{27} \cdot \frac{22}{28} \cdot \frac{23}{29} \cdot \frac{24}{30} \cdot \frac{25}{31} \cdot \frac{26}{32} \cdot \frac{27}{33} \cdot \frac{28}{34} \cdot \frac{29}{35} \cdot \frac{30}{36} \right]$$

$$b_6 = 210 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \cdot \frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} \right]$$

$$b_7 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} \cdot \left[ \frac{20}{27} \cdot \frac{21}{28} \cdot \frac{22}{29} \cdot \frac{23}{30} \cdot \frac{24}{31} \cdot \frac{25}{32} \cdot \frac{26}{33} \cdot \frac{27}{34} \cdot \frac{28}{35} \cdot \frac{29}{36} \cdot \frac{30}{37} \right]$$

$$b_7 = 120 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \cdot \frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} \cdot \frac{26}{37} \right]$$

$$b_8 = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} \cdot \left[ \frac{20}{28} \cdot \frac{21}{29} \cdot \frac{22}{30} \cdot \frac{23}{31} \cdot \frac{24}{32} \cdot \frac{25}{33} \cdot \frac{26}{34} \cdot \frac{27}{35} \cdot \frac{28}{36} \cdot \frac{29}{37} \cdot \frac{30}{38} \right]$$

$$b_8 = 45 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \cdot \frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} \cdot \frac{26}{37} \cdot \frac{27}{38} \right]$$

$$b_9 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9} \cdot \left[ \frac{20}{29} \cdot \frac{21}{30} \cdot \frac{22}{31} \cdot \frac{23}{32} \cdot \frac{24}{33} \cdot \frac{25}{34} \cdot \frac{26}{35} \cdot \frac{27}{36} \cdot \frac{28}{37} \cdot \frac{29}{38} \cdot \frac{30}{39} \right]$$

$$b_9 = 10 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \cdot \frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} \cdot \frac{26}{37} \cdot \frac{27}{38} \cdot \frac{28}{39} \right]$$

$$b_{10} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10} \cdot \left[ \frac{20}{30} \cdot \frac{21}{31} \cdot \frac{22}{32} \cdot \frac{23}{33} \cdot \frac{24}{34} \cdot \frac{25}{35} \cdot \frac{26}{36} \cdot \frac{27}{37} \cdot \frac{28}{38} \cdot \frac{29}{39} \cdot \frac{30}{40} \right]$$

$$b_{10} = 1 \cdot \left[ \frac{20}{31} \cdot \frac{21}{32} \cdot \frac{22}{33} \cdot \frac{23}{34} \cdot \frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} \cdot \frac{26}{37} \cdot \frac{27}{38} \cdot \frac{28}{39} \cdot \frac{29}{40} \right]$$

เท่าที่ผ่านมาข้างต้น เป็นการหาสัมประสิทธิ์ตัวกรอง ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนของมัน มีเพียงพหุนามในเทอมส่วน (denominator) กล่าวคือ มีโพลเพียงอย่างเดียว ซึ่งถ้าสังเกตดูแล้วจะเห็นได้ว่าค่าของสัมประสิทธิ์ตัวกรอง ตัวที่อยู่ท้าย ๆ จะต้องคำนวณเลข โดยการคูณและหารด้วยตัวเลขที่มีจำนวนมากชุดทีเดียว ดังนั้นจึงขอเสนอแนะให้ใช้ซอฟต์แวร์ (software) ที่มีชื่อว่า MathCAD เข้ามาช่วยในการคำนวณ

เมื่อใช้โปรแกรม MathCAD เข้ามาช่วยในการคำนวณ จะได้ดังนี้

$\tau := 10$  <--- ค่ากรุปดีเลย์ หน่วย วินาที

$n := 10$  <--- อันดับของพหุนามในเทอม  
ส่วน ของ ฟังก์ชันถ่ายโอน

$j := 1..n$

$i := 0..n$

$b_0 := 1$

สูตรสำเร็จในการหาสัมประสิทธิ์  
ตัวกรอง ชนิด ผ่านความถี่สูง

$$b_j := \frac{n!}{(n-j)! \cdot (j!)} \cdot \left( \prod_{i=0}^n \frac{2 \cdot \tau + i}{2 \cdot \tau + j + i} \right)$$

$i$	$b_i$
0	1
1	6.451612903225808
2	19.05241935483871
3	33.87096774193548
4	40.0972485768501
5	32.99430740037951
6	19.09392789373815
7	7.667059849223038
8	2.04286792035219
9	0.325927645412315
10	0.023629754292393

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการหาสัมประสิทธิ์  $d_k$  นั้น สามารถหาได้จากสูตรสำเร็จในสมการที่ (4.4) คือ

$$d_k = (-1)^k \cdot \frac{\sum_{i=0}^n \left\{ (-1)^i \cdot b_i \cdot \left\{ \prod_{h=0}^{k-1} [(i+\tau)^2 - h^2] \right\} \cdot \left\{ \prod_{h=k+1}^{m/2} [h^2 - (i+\tau)^2] \right\} \right\}}{\left\{ \prod_{h=0}^{k-1} [k^2 - h^2] \right\} \cdot \left\{ \prod_{h=k+1}^{m/2} [h^2 - k^2] \right\}}$$

ตัวอย่างการหาสัมประสิทธิ์  $d_1$  จะได้ว่า

$$d_1 = (-1)^1 \cdot \frac{\sum_{i=0}^{10} \left\{ (-1)^i \cdot b_i \cdot \left\{ \prod_{h=0}^{1-1} [(i+10)^2 - 0^2] \right\} \cdot \left\{ \prod_{h=1+1}^4 [h^2 - (i+10)^2] \right\} \right\}}{\left\{ \prod_{h=0}^{1-1} [1^2 - 0^2] \right\} \cdot \left\{ \prod_{h=1+1}^4 [h^2 - 1^2] \right\}}$$

$$d_1 = (-1)^1 \cdot \frac{\sum_{i=0}^{10} \left\{ (-1)^i \cdot b_i \cdot \left\{ \prod_{h=0}^{1-1} [(i+10)^2 - 0^2] \right\} \cdot \left\{ \prod_{h=1+1}^4 [h^2 - (i+10)^2] \right\} \right\}}{\{(1^2 - 0^2)\} \cdot \{(2^2 - 1^2)(3^2 - 1^2)(4^2 - 1^2)\}}$$

$$(-1)^1 \cdot \frac{\left\{ \begin{aligned} &(-1)^0 \cdot b_0 \cdot [(0+10)^2 - 0^2] \cdot [(2^2 - (0+10)^2) \cdot (3^2 - (0+10)^2) \cdot (4^2 - (0+10)^2)] \\ &+ (-1)^1 \cdot b_1 \cdot [(1+10)^2 - 0^2] \cdot [(2^2 - (1+10)^2) \cdot (3^2 - (1+10)^2) \cdot (4^2 - (1+10)^2)] + \dots \\ &+ (-1)^{10} \cdot b_{10} \cdot [(10+10)^2 - 0^2] \cdot [(2^2 - (10+10)^2) \cdot (3^2 - (10+10)^2) \cdot (4^2 - (10+10)^2)] \end{aligned} \right\}}{\{(1^2 - 0^2)\} \cdot \{(2^2 - 1^2)(3^2 - 1^2)(4^2 - 1^2)\}}$$

จะเห็นได้ว่า ขั้นตอนในการหาค่าสัมประสิทธิ์  $d_k$  ก่อนข้างจะเป็นงานที่น่าเบื่อหน่าย ดังนั้น จึงขอใช้ โปรแกรม MathCAD เข้ามาช่วยในการคำนวณดังนี้

โดยการกำหนดให้

$$E1_{(k,i)} = \prod_{h=0}^{k-1} [(i+\tau)^2 - h^2]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E2_{(k,i)} = \prod_{h=k+1}^{\frac{m}{2}} [h^2 - (i + \tau)^2]$$

$$E1_k = \prod_{h=0}^{k-1} [k^2 - h^2]$$

$$E2_k = \prod_{h=0}^{k-1} [h^2 - k^2]$$

$$d_k = (-1)^k \cdot \frac{\left\{ \sum_{i=0}^n [(-1)^i \cdot b_i \cdot E1_{(k,i)} \cdot E2_{(k,i)}] \right\}}{E1_k \cdot E2_k}$$

สุดท้ายจะได้ผลลัพธ์เป็น

k	d <sub>k</sub>
0	1.4516251221713
1	2.2983095930682
2	1.1155700776312
3	0.3046310193481
4	0.0359633843458

โดยที่

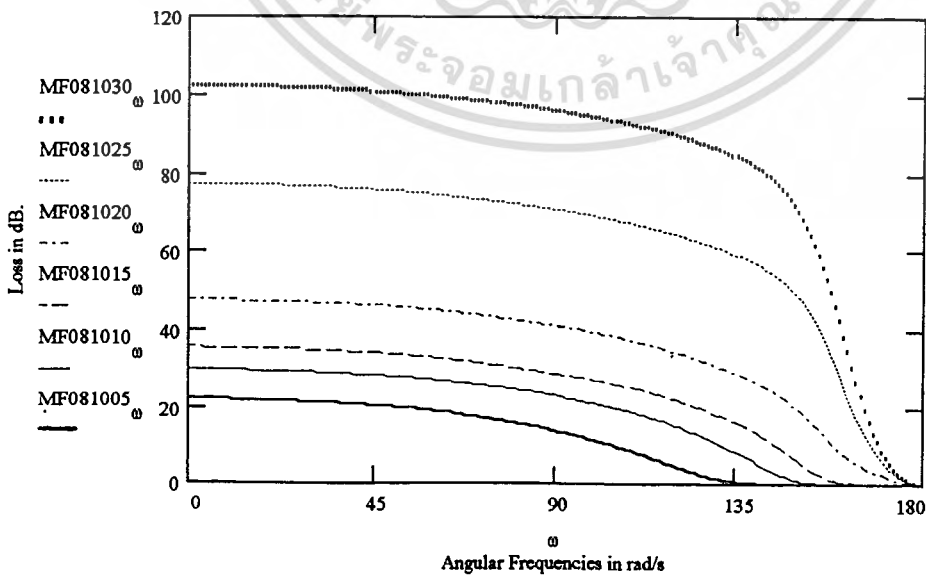
E1 <sub>(0,i)</sub>	E1 <sub>(1,i)</sub>	E1 <sub>(2,i)</sub>	E1 <sub>(3,i)</sub>	E1 <sub>(4,i)</sub>
1	100	9.9 10 <sup>3</sup>	9.504 10 <sup>5</sup>	8.6486410 <sup>7</sup>
1	121	1.452 10 <sup>4</sup>	1.6988410 <sup>6</sup>	1.902700810 <sup>8</sup>
1	144	2.0592 10 <sup>4</sup>	2.8828810 <sup>6</sup>	3.89188810 <sup>8</sup>
1	169	2.8392 10 <sup>4</sup>	4.6846810 <sup>6</sup>	7.49548810 <sup>8</sup>
1	196	3.822 10 <sup>4</sup>	7.3382410 <sup>6</sup>	1.3722508810 <sup>9</sup>
1	225	5.04 10 <sup>4</sup>	1.1138410 <sup>7</sup>	2.405894410 <sup>9</sup>
1	256	6.528 10 <sup>4</sup>	1.64505610 <sup>7</sup>	4.0632883210 <sup>9</sup>
1	289	8.3232 10 <sup>4</sup>	2.37211210 <sup>7</sup>	6.641913610 <sup>9</sup>
1	324	1.04652 10 <sup>5</sup>	3.34886410 <sup>7</sup>	1.0548921610 <sup>10</sup>
1	361	1.2996 10 <sup>5</sup>	4.63957210 <sup>7</sup>	1.63312934410 <sup>10</sup>
1	400	1.596 10 <sup>5</sup>	6.3201610 <sup>7</sup>	2.4711825610 <sup>10</sup>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$E2_{(0,i)}$	$E2_{(1,i)}$	$E2_{(2,i)}$	$E2_{(3,i)}$	$E2_{(4,i)}$
$7.264857610^7$	$-7.3382410^5$	$7.64410^3$	-84	1
$1.65110410^8$	$-1.3759210^6$	$1.17610^4$	-105	1
$3.45945610^8$	$-2.419210^6$	$1.72810^4$	-128	1
$6.78585610^8$	$-4.039210^6$	$2.44810^4$	-153	1
$1.260230410^9$	$-6.4627210^6$	$3.36610^4$	-180	1
$2.23480857610^9$	$-9.97682410^6$	$4.514410^4$	-209	1
$3.809332810^9$	$-1.49385610^7$	$5.92810^4$	-240	1
$6.274195210^9$	$-2.1785410^7$	$7.64410^4$	-273	1
$1.0027987210^{10}$	$-3.1046410^7$	$9.70210^4$	-308	1
$1.5607468810^{10}$	$-4.33540810^7$	$1.214410^5$	-345	1
$2.372335257610^{10}$	$-5.945702410^7$	$1.5014410^5$	-384	1

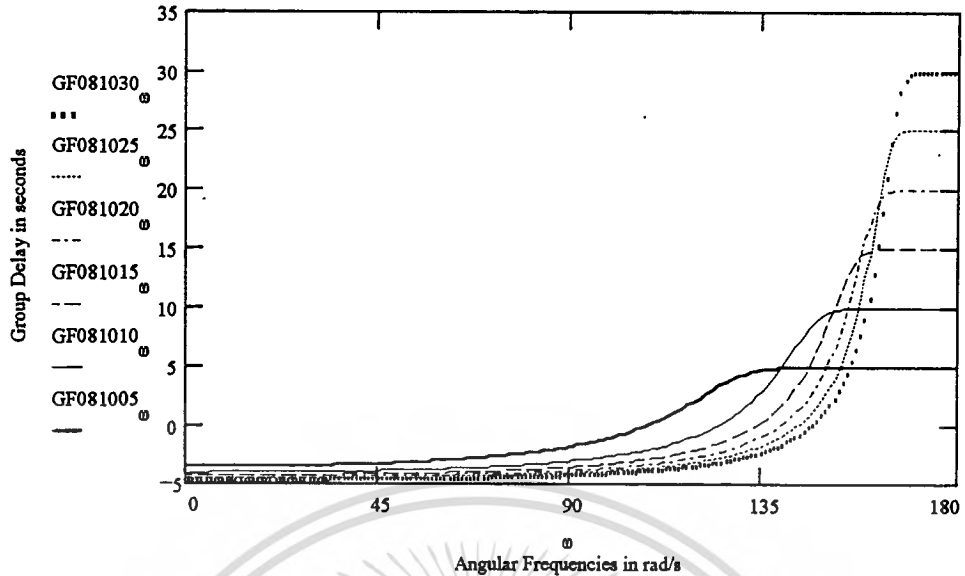
$E11_k$	$E22$
1	576
1	360
12	60
360	7
$2.01610^4$	1

โดยวิธีการคั้งที่กล่าวมาแล้วนี้ เมื่อกำหนดให้  $m = 8$   $n = 10$  ส่วนกรุปฟีลีย์  $\tau$  มีค่าเป็น 5, 10, 15, 20, 25 และ 30 วินาที ตามลำดับ จะได้ผลตอบสนองขนาด ในรูปการสูญเสีย ดังแสดง ในรูปที่ 4-1



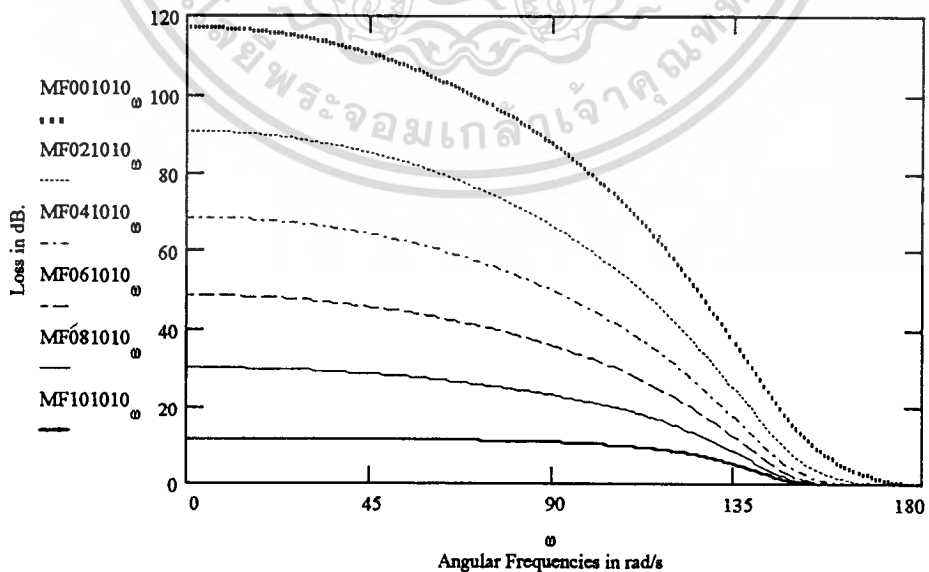
รูปที่ 4-1 แสดงผลตอบสนองของการสูญเสีย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



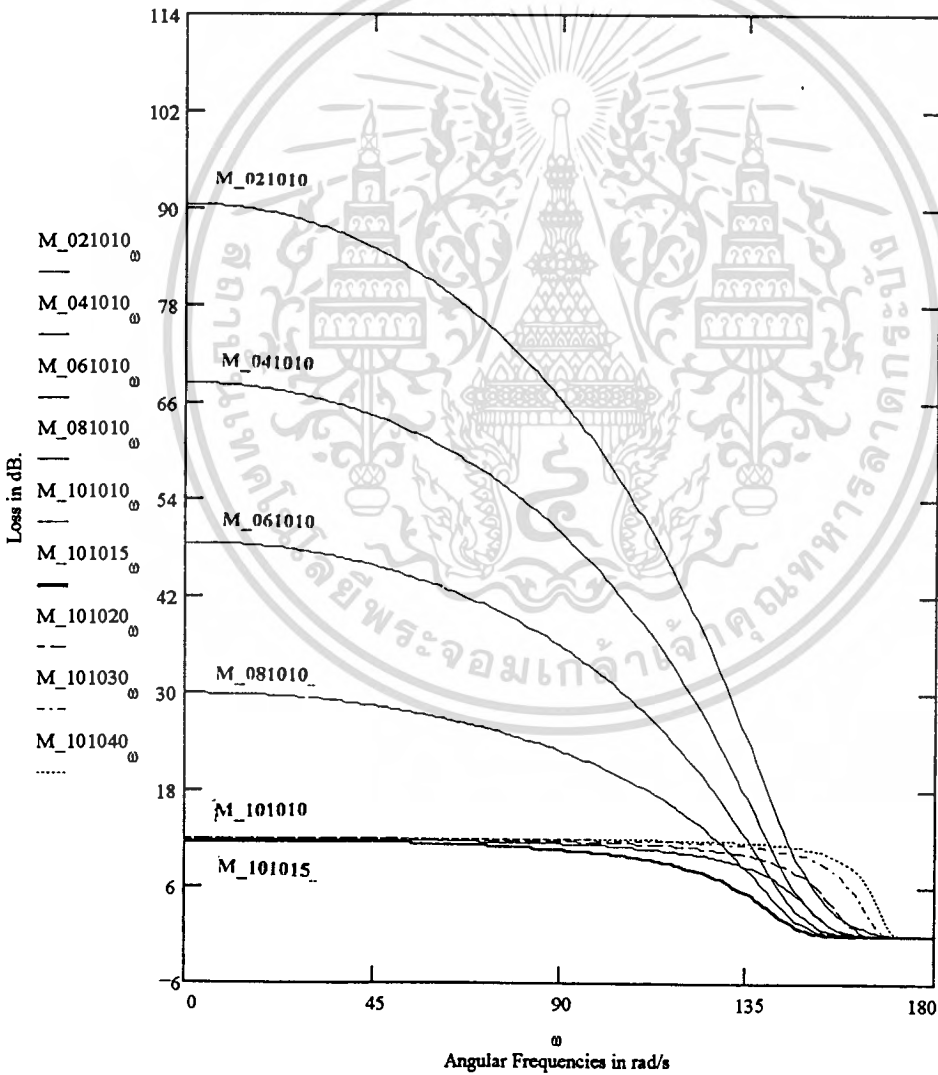
รูปที่ 4-2 ผลตอบสนองกรุปดีเลย์

จากข้อมูลในรูปที่ 4-1 ที่แสดงถึงผลตอบสนองขนาดในรูปการสูญเสีย จะเห็นได้ว่า เมื่อค่ากรุปดีเลย์  $\tau$  มีค่าสูงขึ้น ผลตอบสนองขนาดในรูปการสูญเสีย จะไม่มีความราบเรียบสูงสุด ในย่านผ่านความถี่ ซึ่งถ้าเปรียบเทียบกับรูปที่ 3-1 แล้ว ผลตอบสนองขนาด มีความแตกต่างกันมากทีเดียว แต่ถ้าหากว่าเมื่อกำหนดให้  $n = 10$  กรุปดีเลย์  $\tau = 10$  วินาที ส่วนค่า  $m$  แปรค่าไป ตั้งแต่ 0 ถึง 10 แล้ว จะได้ผลตอบสนองขนาด ดังแสดงในรูปที่ 4-3



รูปที่ 4-3 ผลตอบสนองของการสูญเสีย

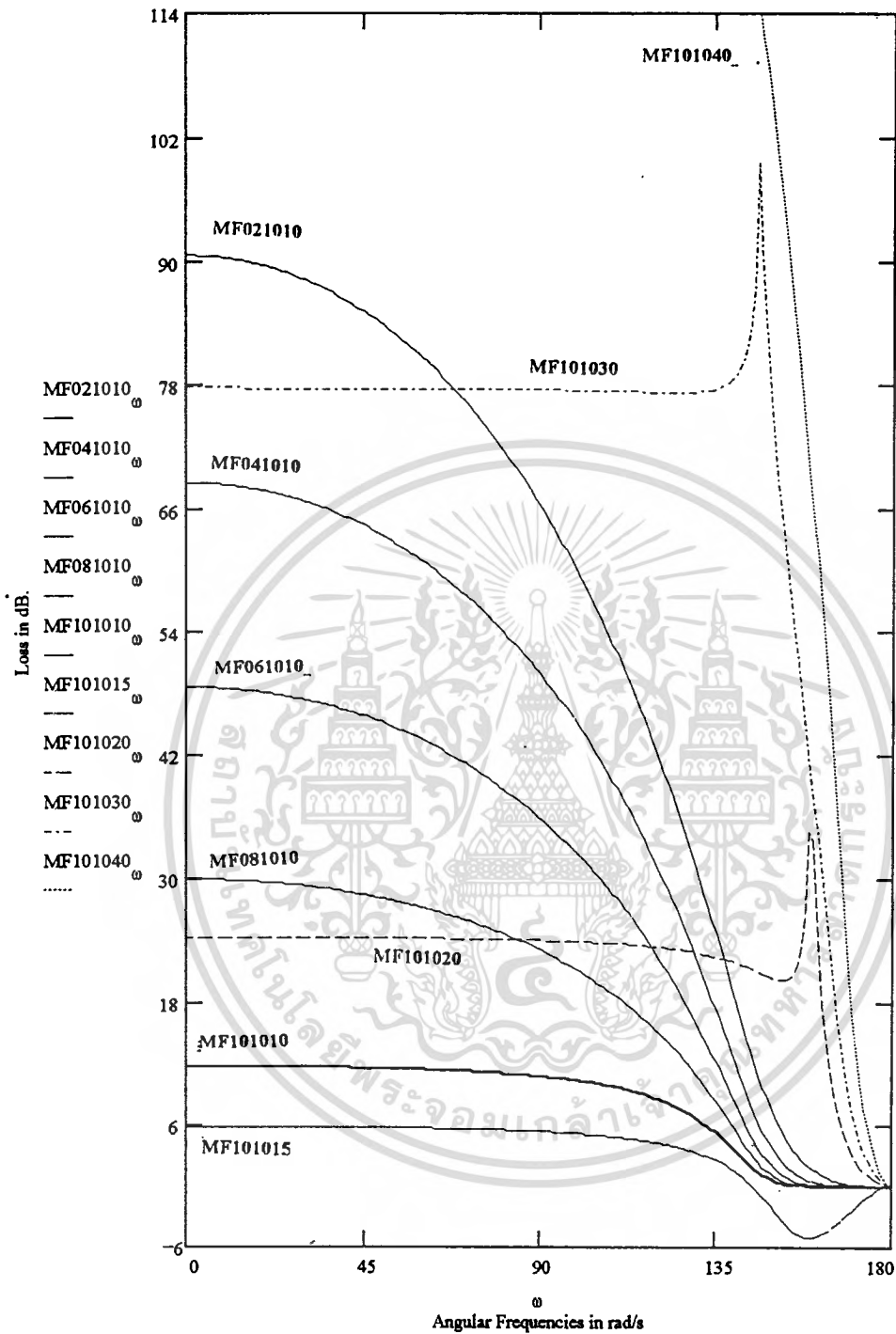
ในรูปที่ 4-3 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองขนาด ที่ได้จากตัวกรองเชิงเลข ที่มีอันดับของเทอมเศษและของเทอมส่วนในฟังก์ชันถ่ายโอน แตกต่างกัน แต่ผลตอบสนองขนาด ยังคงมีความเรียบอยู่เสมอ ปัญหาจึงอยู่ที่ผลตอบสนองขนาด ในรูปที่ 4-1 ซึ่งมีอันดับของเทอมเศษและของเทอมส่วนในฟังก์ชันถ่ายโอน ต่างกันเพียงสองอันดับ แต่ผลตอบสนองขนาด มิได้มีความเรียบในย่านผ่านความถี่เลย สาเหตุที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องมาจากว่า การใช้สูตรสำเร็จในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ตัวกรองนั้น มีตัวเลขเป็นจำนวนหลายชุดและค่าก็มากเป็นทวีคูณ จึงเกิดความผิดพลาดจากการคำนวณ โดยใช้คอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลขึ้น เพื่อแสดงให้เห็นถึงความผิดพลาดจากสาเหตุดังกล่าว จึงขอแสดงผลลัพธ์ของผลตอบสนองขนาด ที่ได้จากการใช้สูตรคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ตัวกรอง เปรียบเทียบกับการเฉลยปัญหาจากกลุ่มของระบบสมการเชิงเส้น



รูปที่ 4-4 เป็นผลตอบสนองขนาด จากการหาสัมประสิทธิ์ตัวกรอง โดยการเฉลย

ปัญหาปัญหาจากกลุ่มของระบบสมการเชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิได้อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4-5 เป็นผลตอบสนองขนาด จากการหาสัมประสิทธิ์ตัวกรอง โดยการใช้สูตรสำเร็จ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ความหมายของข้อมูลที่นำมาเสนอในบทที่ 4

เพิ่มข้อมูลที่นำมาเสนอ บันทึกโดยใช้สัญลักษณ์ ที่มีชื่อว่า MathCAD 5.0 for Windows ; ซึ่งมีการตั้งชื่อของเพิ่มข้อมูลเป็นดังนี้

**xxmmnnTT**

อักษรตัวแรก	M : หมายถึง	ข้อมูลของผลตอบสนองขนาด (Magnitude)
	G : หมายถึง	ข้อมูลของผลตอบสนองกรุปดีเลย์ (Group delay)
อักษรตัวที่สอง	f : หมายถึง	ข้อมูลที่ได้มาจากการใช้สูตรฯ (formuar)
	_ : หมายถึง	ข้อมูลที่ได้มาจากการเฉลยปัญหาของระบบสมการเชิงเส้น
อักษรตัวที่สามและสี่	mm : หมายถึง	ค่าของอันดับของพหุนามที่เป็นเทอม เศษ ของฟังก์ชันถ่ายโอน
อักษรตัวที่ห้าและหก	nn : หมายถึง	ค่าของอันดับของพหุนามที่เป็นเทอม ส่วน ของฟังก์ชันถ่ายโอน
อักษรตัวที่เจ็ดและแปด	TT : หมายถึง	ค่าของกรุปดีเลย์ ซึ่งถ้าหากว่ามีค่าไม่ถึง 10 อักษรตัวที่เจ็ดจะเป็นเลขศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.4 สรุป

ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรองเชิงเลข ที่ใช้พหุนามภาพกระจกเงาเพิ่มเข้ามาในเทอมเศษของฟังก์ชันถ่ายโอน นั้น สามารถที่จะทำให้อยู่ในรูปสูตรสำเร็จเพื่อเอาไว้สำหรับใช้หาค่าของสัมประสิทธิ์ของตัวกรองได้ โดยอาศัยคุณสมบัติของ ตัวกำหนดของวงแควร์มงด์ และ หลักเกณฑ์ของคราเมอร์ ในบทนี้ ได้ยกเอากรณีของการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบรีเคอร์ซีฟ หรือ รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ที่รู้ฟิเดลิตีราบเรียบที่สุดและมีผลตอบสนองขนาดเรียบ ที่เป็นชนิดผ่านความถี่สูงมาเป็นแนวทางในการออกแบบ ซึ่งสามารถที่จะใช้เป็นแนวทางในการออกแบบตัวกรองชนิดอื่น ๆ ได้



## บทที่ 5

### สรุป

วิทยานิพนธ์เรื่องนี้ โดยแท้จริงแล้ว เป็นการออกแบบตัวควบคุมกระบวนการเชิงเลข (digital process control) จากการใช้ตัวกรองเชิงเลข เพื่อนำไปใช้เป็นตัวชดเชย ในเรื่องของการเลื่อนเฟสของสัญญาณในวงปิด (loop) ของการวัดและควบคุมกระบวนการ โดยที่ตัวชดเชยที่วางนี้ สามารถที่จะกำหนดให้มีการเลื่อนไปของเฟสเป็นเวลาเท่าใดก็ได้ นั่นคือตัวชดเชยนี้ต้องมีผลตอบสนองเฟสเป็นเชิงเส้น (linear phase response) กล่าวคือ มีความหน่วงกลุ่มหรือกรุปดีเลย์เป็นแบบที่มีผลตอบสนองเชิงราบเรียบสูงสุด ซึ่งเมื่อมองหาตัวกรองเชิงเลขที่จะมีคุณสมบัติเช่นนี้ ก็พบว่าเคยมีการออกแบบตัวกรองป้อนกลับเชิงเลข ที่กรุปดีเลย์ราบเรียบสูงสุด ถ้าจะว่ากันไปโดยทั่วไปแล้ว ตัวกรองประเภทนี้จะมีข้อเสียที่สำคัญของการใช้งานคือ เกิดผลของความผิดเพี้ยนของผลตอบสนองเฟสสูง ดังนั้นจึงมีความรู้สึกว่ามันทำร้ายที่จะนำมาใช้งาน (เพราะคุณสมบัติของมันขัดแย้งกันโดยทั่วไป)

หลังจากได้ รีเคอร์ซีฟดิจिटอลฟิลเตอร์ที่กรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด มาเพื่อใช้สำหรับชดเชยทางด้านผลตอบสนองเฟสได้เสียแล้ว ก็เกิดความคิดที่จะปรับปรุงผลตอบสนองแอมพลิจูด หรือ ขนาด (magnitude) เพิ่มเติมขึ้นมาอีก ทั้งนี้ก็เพื่อให้ได้รับผลตอบสนองขนาดราบเรียบด้วยเช่นเดียวกับผลตอบสนองกรุปดีเลย์ ซึ่งถ้าหากว่าผลตอบสนองทั้งสองอย่างนี้เรียบสูงสุดแล้ว ตัวกรองที่ได้จะมีลักษณะเป็นแบบอุดมคติมากที่สุด

ในตอนต้นของวิทยานิพนธ์ ได้ออกแบบตัวกรอง โดยใช้การเฉลยปัญหาจากกลุ่มของระบบสมการเชิงเส้น จากนั้นจึงได้ทำการวิเคราะห์เพื่อสร้างเป็นสูตรสำเร็จสำหรับไว้ใช้หาสัม-ประสิทธิ์ตัวกรองต่อไป

ผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบตามวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้ผลด้วยดี เป็นไปตามความต้องการ การทุกประการ สามารถแก้ไขจุดบกพร่อง ของการออกแบบด้วยเทคนิคดั้งเดิมเท่าที่มีมาก่อนหน้านี้ เช่น จุดด้อยในเรื่องความแตกต่างระหว่าง อันดับของพหุนามของเทอมเศษ และ เทอมส่วนในฟังก์ชันถ่ายโอน ให้สามารถต่างกันได้มากขึ้น ซึ่งส่งผลดีในการประหยัคชีพที่รีจิสเตอร์ที่จะนำมาทำตัวกรองโดยตรงในการสร้างตัวกรอง

## เอกสารอ้างอิง

- [ 1 ] P. THAJCHAYAPONG, and F. CHEEVASUVIT, Filter coefficients of high-pass and band-elimination recursive digital filters with a maximally flat group delay, Intl. Journal of Electronics, Vol.47, pp. 365-371, Jan 1979.
- [ 2 ] ธนิตย์ ตริสุวรรณวัฒน์ และ พุศศักดิ์ ชิวสุวิทย์, วงจรกรองความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟชนิดผ่านความถี่สูง ที่กรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด และสามารถควบคุมกรุปดีเลย์ กับผลตอบสนองของขนาด, การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า, สถาบันอุดมศึกษาแห่งประเทศไทย, ครั้งที่ 9, ณ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ระหว่าง 3 - 4 ธันวาคม 2529, เล่มที่ 2, หน้า 5-8-1 - 5-8-10.
- [ 3 ] ธนิตย์ ตริสุวรรณวัฒน์ และ พุศศักดิ์ ชิวสุวิทย์, วงจรกรองความถี่ดิจิทัลชนิดไม่ผ่านความถี่กลางแบบรีเคอร์ซีฟ ที่ให้เฟสเป็นเชิงเส้น และสามารถควบคุมผลตอบสนองของขนาดกับกรุปดีเลย์ในย่านผ่านความถี่, การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า, สถาบันอุดมศึกษาแห่งประเทศไทย, ครั้งที่ 9, ณ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ระหว่าง 3-4 ธันวาคม 2529, เล่มที่ 2, หน้า 5-7-1 - 5-7-11.
- [ 4 ] ธนิตย์ ตริสุวรรณวัฒน์ พุศศักดิ์ ชิวสุวิทย์ และ กอบชัย เดชหาญ, รีเคอร์ซีฟดิจิทัลฟิลเตอร์ ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง ที่ทั้งผลตอบสนองขนาดและกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด, การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า, ครั้งที่ 13, ณ ภาควิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, ระหว่าง 8-9 พฤศจิกายน 2533, หน้าที่ 101 - 109.
- [ 5 ] T. TRISUWANNAWAT, K. DEJHAN, and F. CHEEVASUVIT, ' A Design Technique of Linear Phase Recursive Digital Filter with Controllable Magnitude At An Arbitrary Specified Frequency, ' IEEE '1991 International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '91), SINGAPORE, Jun. 11 - 14, 1991.

- [ 6 ] P. THAJCHAYAPONG, P. KARNCHANAWADEE, and F.CHEEVASUVIT " A Recursive Digital Filter with Simultaneous Maximally Flat Magnitude and Group Delay at an Arbitrary Specified Frequency, " Proceedings of The IEEE, Vol. 67, No.5, pp. 871-873, May 1979.
- [ 7 ] J. P. THIRAN, ' Equal-Ripple Delay Recursive Digital Filters ' , IEEE Trans. Circuit, Vol. CT-18, pp.664-669, Nov. 1971.
- [ 8 ] GRABOR C. TEMES and JACK W. LAPATRA, Introduction to circuit synthesis and design , New York : McGraw-Hill 1977.
- [ 9 ] E. KREYZIG, Advanced Engineering Mathematics 3 rd ed. , New York : 1972.
- [ 10 ] วิลลภ สุระกำพลธร , การประมวลผลสัญญาณเชิงเลข , บริษัท ไดนาพรีนธ์ จำกัด ตุลาคม พ.ศ. 2533
- [ 11 ] ประสิทธิ์ จุลเสรีวงศ์ ดร.วิลลภ สุระกำพลธร ดร.พศศักดิ์ ชิวสุวิทย์ และ ดร.กอบชัย เดชหาญ , รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ชนิดผ่านความถี่สูง ที่ปรับปรุงผลตอบสนองแล้ว และกรุปดีเลย์ยังคงราบเรียบที่สุด , การประชุมใหญ่ วิชาการทางวิศวกรรมประจำปี 2534 , วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ , 31 ตุลาคม - 3 พฤศจิกายน 2534 , หน้าที่ 833 - 842
- [ 12 ] ประสิทธิ์ จุลเสรีวงศ์ ธนิตย์ ตริสุวรรณวัฒน์ รศ.ดร.พศศักดิ์ ชิวสุวิทย์ และ ผศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ , รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง พร้อมทั้งปรับปรุงขนาดของผลตอบสนอง , การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า , ครั้งที่ 14 ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ หาดใหญ่ สงขลา ระหว่าง 7-8 พฤศจิกายน 2534 , หน้าที่ 5-85 - 5-88



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# โปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ

- $\omega_0 := \pi$                        $\Omega_0 = 0$  : low pass,  $\Omega_0 = \pi$  for high pass
- $L := 1$                                $L = 1$  : in all cases
- $\tau := 10$                             Pre-scribed Group Delay in seconds
- $n := 10$                             Order of Denominator
- $k := 1..n$                         index of Denominator
- $i := 0..n$
- $b_0 := 1$

$$b_k := \frac{n!}{(n-k)! \cdot (k!)} \cdot (-1)^{(0)} \cdot \left[ \prod_i \left( \frac{2 \cdot L \cdot \tau + i}{2 \cdot L \cdot \tau + k + i} \right) \right] \quad \begin{matrix} (-1)^{(0)} : \text{HighPass} \\ (-1)^{(k)} : \text{LowPass} \end{matrix}$$

$b_i := 0..n$

$m := 8$

$b_{bi}$

$k := 0.. \left( \frac{m}{2} \right)$

$i := 0.. \left( \frac{m}{2} \right)$

1
6.451612903225808
19.05241935483871
33.87096774193548
40.0972485768501
32.99430740037951
19.093927893738
7.667059849223038
2.04286792035219
0.3259276454123
0.023629754292393

$A_{k,i} = \cos(i \cdot \omega_0) \cdot i^{2 \cdot k}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -9 & 16 \\ 0 & -1 & 16 & -81 & 256 \\ 0 & -1 & 64 & -729 & 4.096 \cdot 10^3 \\ 0 & -1 & 256 & -6.561 \cdot 10^3 & 6.5536 \cdot 10^4 \end{bmatrix}$$

$B_{k,bi} := \cos(bi \cdot \omega_0) \cdot (bi + \tau)^{2 \cdot k}$

	0	1	2	3
0	1	-1	1	-1
1	100	-121	144	-169
2	$1 \cdot 10^4$	$-1.4641 \cdot 10^4$	$2.0736 \cdot 10^4$	$-2.8561 \cdot 10^4$
3	$1 \cdot 10^6$	$-1.771561 \cdot 10^6$	$2.985984 \cdot 10^6$	$-4.826809 \cdot 10^6$
4	$1 \cdot 10^8$	$-2.14358884 \cdot 10^8$	$4.29981696 \cdot 10^8$	$-8.15730724 \cdot 10^8$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X := B \cdot b \quad i := 0..n$

$$X = \begin{bmatrix} 2.1795989539838410^{-4} \\ -0.002294314684129 \\ 0.082325410192425 \\ -5.671815651003271 \\ 641.4998803138733 \end{bmatrix}$$

$$E1_{(k,i)} := \prod_{h=0}^{k-1} [(i+\tau)^2 - h^2] \quad E1_{(k,i)} := \text{if}[k=0, 1, E1_{(k,i)}]$$

$$E2_{(k,i)} := \prod_{h=k+1}^{\frac{m}{2}} [h^2 - (i+\tau)^2] \quad E2_{(k,i)} := \text{if}\left[k=\frac{m}{2}, 1, E2_{(k,i)}\right]$$

$d := A^{-1} \cdot X$

$$d = \begin{bmatrix} 1.451625121123678 \\ 2.298309609827717 \\ 1.115570087329157 \\ 0.30463102364321 \\ 0.035963384913491 \end{bmatrix}$$

$$E1_k := \prod_{h=0}^{k-1} (k^2 - h^2) \quad E1_k := \text{if}(k=0, 1, E1_k)$$

$$E2_k := \prod_{h=k+1}^{\frac{m}{2}} (h^2 - k^2) \quad E2_k := \text{if}\left(k=\frac{m}{2}, 1, E2_k\right)$$

$$dk_k := \frac{\left[ \sum_{i=0}^n [b_i \cdot (-1)^i \cdot E1_{(k,i)} \cdot E2_{(k,i)}] \right]}{(E1_k \cdot E2_k)} \cdot (-1)^k$$

$d_k$
1.451625121123678
2.298309609827717
1.115570087329157
0.30463102364321
0.035963384913491

$dk_k$
1.451625122171309
2.298309593068229
1.115570077631209
0.30463101934819
0.035963384345883

$d_k := dk_k$

ใช้ในกรณีที่ต้องการผลลัพธ์ มาจากการใช้สูตร

$$i := 1.. \frac{m}{2} \quad a_i := 0.. m$$

$$a_{\frac{m}{2}} := d_0 \quad a_{\left(\frac{m}{2}\right)+i} := \frac{d_i}{2} \quad a_{\left(\frac{m}{2}\right)-i} := \frac{d_i}{2}$$

$$a = \begin{bmatrix} 0.017981692172942 \\ 0.152315509674095 \\ 0.557785038815604 \\ 1.149154796534115 \\ 1.451625122171309 \\ 1.149154796534115 \\ 0.557785038815604 \\ 0.152315509674095 \\ 0.017981692172942 \end{bmatrix}$$

$$i := 0.. n$$

$$b_i := 0.. n$$

$$a_i := 0.. \frac{m}{2}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 6.45161290322580 \\ 19.0524193548387 \\ 33.8709677419354 \\ 40.0972485768501 \\ 32.9943074003795 \\ 19.0939278937381 \\ 7.66705984922303 \\ 2.04286792035219 \\ 0.32592764541231 \\ 0.02362975429239 \end{bmatrix}$$

$$j := \sqrt{-1}$$

$$\omega := 0.. 180$$

$$z_\omega := \cos \left[ (\omega) \cdot \frac{\pi}{180} \right] + j \sin \left[ (\omega) \cdot \frac{\pi}{180} \right]$$

$$Ha_\omega := \sum_{a_i} d_{a_i} \cdot \cos \left( a_i \cdot \omega \cdot \frac{\pi}{180} \right)$$

$$Hb_\omega := \sum_{b_i} b_{b_i} \cdot (z_\omega)^{-b_i}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Hb_{180} = 2.17959895398384 \cdot 10^{-4}$$

$$Ha_{180} = 2.179717319823402 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{1}{|Hb_{180}|} = 4.587999999597237 \cdot 10^3$$

$$\frac{1}{|Ha_{180}|} = 4.58775085606522 \cdot 10^3$$

$$M_{\omega} := 20 \cdot \log \left[ \left( \frac{|Ha_{180}|}{|Hb_{180}|} \right) \cdot \left( \frac{|Hb_{\omega}|}{|Ha_{\omega}|} \right) \right]$$

$$M_0 = 29.89370038897111$$

$$M_{180} = 0$$

$$\tau a_{\omega} := \frac{\left[ \sum_{ai} ai \cdot a_{ai} \cdot \cos \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \cos \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] + \left[ \sum_{ai} ai \cdot a_{ai} \cdot \sin \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \sin \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]}{\left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \cos \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \sin \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2}$$

$$\tau b_{\omega} := \frac{\left[ \sum_{bi} bi \cdot b_{bi} \cdot \cos \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \cos \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] + \left[ \sum_{bi} bi \cdot b_{bi} \cdot \sin \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \sin \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]}{\left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \cos \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \sin \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2}$$

$$GRDY_{\omega} := \tau b_{\omega}$$

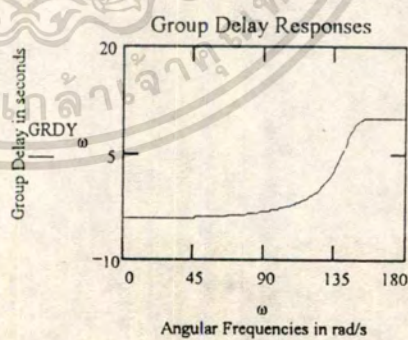
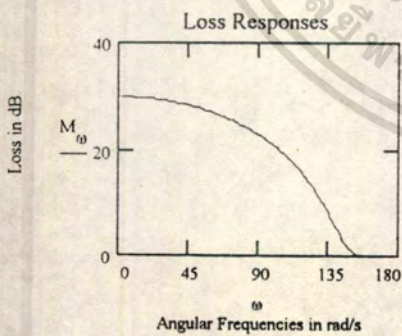
$$m = 8 \quad n = 10 \quad \tau = 10$$

```
WRITEPRN(mfmnnrr) := Mω
```

file error

```
WRITEPRN(gfmnnrr) := GRDYω
```

file error



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# ตัวอย่างการใช้โปรแกรมฯ

โปรแกรม สำหรับ  
การออกแบบบริเคอร์ซีพีดีจิตอลฟิลเตอร์ที่กรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด  
และมีผลตอบสนองขนาดเรียบ

$$\omega_0 := \pi$$

$$\tau := 4$$

$$n := 20$$

$$k := 0, 2, \dots, n$$

$$i := 0, \dots, \frac{n}{2}$$

$$a_0 := 1$$

$$a_k := \left[ \frac{\binom{n}{2}}{\left[ \binom{n}{2} \binom{k}{2} \right]! \cdot \left( \binom{k}{2} \right)!} \prod_i \left[ \frac{\tau + i}{\tau + \binom{k}{2} + i} \right] \cdot (-1)^{\frac{k}{2}} \right]$$

$$a_i := 0, \dots, n$$

$a_{ai}$
1
0
-2.666667
0
3.75
0
-3.529412
0
2.401961
0
-1.213622
0
0.455108
0
-0.123839
0
0.02322
0
-0.002692
0
$1.45824910^{-4}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m := 20$$

$$k := 0.. \left(\frac{m}{4}\right)$$

$$i1 := 0.. \left(\frac{m}{2}\right)$$

$$i2 := \left(\frac{m}{4} + 1\right) .. \frac{m}{2}$$

$$D_{k,i1} := i1^{2 \cdot k}$$

$$D \left(\frac{m}{4}\right)_{+k,i1} := \cos(i1 \cdot \omega_0) \cdot i1^{2 \cdot k}$$

$$D =$$

	7	8	9	10
0	1	1	1	1
1	49	64	81	100
2	$2.401 \cdot 10^3$	$4.096 \cdot 10^3$	$6.561 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$
3	$1.17649 \cdot 10^5$	$2.62144 \cdot 10^5$	$5.31441 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
4	$5.764801 \cdot 10^6$	$1.677722 \cdot 10^7$	$4.304672 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
5	-1	1	-1	1
6	-49	64	-81	100
7	$-2.401 \cdot 10^3$	$4.096 \cdot 10^3$	$-6.561 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^4$
8	$-1.17649 \cdot 10^5$	$2.62144 \cdot 10^5$	$-5.31441 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^6$
9	$-5.764801 \cdot 10^6$	$1.677722 \cdot 10^7$	$-4.304672 \cdot 10^7$	$1 \cdot 10^8$
10	$-2.824752 \cdot 10^8$	$1.073742 \cdot 10^9$	$-3.486784 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^{10}$

$$k := 0.. \frac{m}{4}$$

$$ai := 0.. n$$

$$A_{k,ai} := 1 \cdot (ai + \tau)^{2 \cdot k}$$

$$A \left(\frac{m}{4}\right)_{+k,ai} := \cos(ai \cdot \omega_0) \cdot (ai + \tau)^{2 \cdot k}$$

$$A =$$

	17	18	19
0	1	1	1
1	441	484	529
2	$1.94481 \cdot 10^5$	$2.34256 \cdot 10^5$	$2.79841 \cdot 10^5$
3	$8.576612 \cdot 10^7$	$1.133799 \cdot 10^8$	$1.480359 \cdot 10^8$
4	$3.782286 \cdot 10^{10}$	$5.487587 \cdot 10^{10}$	$7.831099 \cdot 10^{10}$
5	-1	1	-1
6	-441	484	-529
7	$-1.94481 \cdot 10^5$	$2.34256 \cdot 10^5$	$-2.79841 \cdot 10^5$
8	$-8.576612 \cdot 10^7$	$1.133799 \cdot 10^8$	$-1.480359 \cdot 10^8$
9	$-3.782286 \cdot 10^{10}$	$5.487587 \cdot 10^{10}$	$-7.831099 \cdot 10^{10}$
10	$-1.667988 \cdot 10^{13}$	$2.655992 \cdot 10^{13}$	$-4.142651 \cdot 10^{13}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X := A \cdot a$

$X =$

	0
0	0.094203
1	-0.475973
2	9.18347
3	-377.194239
4	$2.78937710^4$
5	0.094203
6	-0.475973
7	9.18347
8	-377.194239
9	$2.78937710^4$
10	$-3.45640110^6$

$a =$

	0
0	1
1	0
2	-2.666667
3	0
4	3.75
5	0
6	-3.529412
7	0
8	2.401961
9	0
10	-1.213622
11	0
12	0.455108
13	0
14	-0.123839

$d := D^{-1} \cdot X$

$d^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1.642348	0	-2.374478	0	1.104186	0	-0.332571	0

$i := 1.. \frac{m}{2}$

$$b_{\frac{m}{2}} = d_0$$

$$b_{\left(\frac{m}{2}\right) + i} = \frac{d_i}{2}$$

$$b_{\left(\frac{m}{2}\right) - i} = \frac{d_i}{2}$$

$bi := 0.. m$

$b^T =$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.002423	0	0.029782	0	-0.166285	0	0.552093	0

$ai := 0.. n$

$bi := 0.. \frac{m}{2}$

$j := \sqrt{-1}$

$\omega := 0.. 180$

$z_\omega := \cos\left[\left(\omega\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right] + j \cdot \sin\left[\left(\omega\right) \cdot \frac{\pi}{180}\right]$

$H_{a_\omega} := \sum_{ai} a_{ai} \cdot (z_\omega)^{-ai}$

$H_{b_\omega} := \sum_{bi} d_{bi} \cdot \cos\left(bi \cdot \omega \cdot \frac{\pi}{180}\right)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Ha_{180} = 0.094203$$

$$Hb_{180} = 0.094203$$

$$\frac{1}{|Ha_{180}|} = 10.615385$$

$$\frac{1}{|Hb_{180}|} = 10.615385$$

$$M_{\omega} := 20 \cdot \log \left[ \left( \frac{|Hb_{180}|}{|Ha_{180}|} \right) \cdot \left( \frac{|Ha_{\omega}|}{|Hb_{\omega}|} \right) \right]$$

$$M_0 = 0$$

$$M_{180} = 0$$

$$\tau b_{\omega} := \frac{\left[ \sum_{bi} bi \cdot b_{bi} \cdot \cos \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \cos \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] + \left[ \sum_{bi} bi \cdot b_{bi} \cdot \sin \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \sin \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]}{\left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \cos \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{bi} b_{bi} \cdot \sin \left[ bi \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2}$$

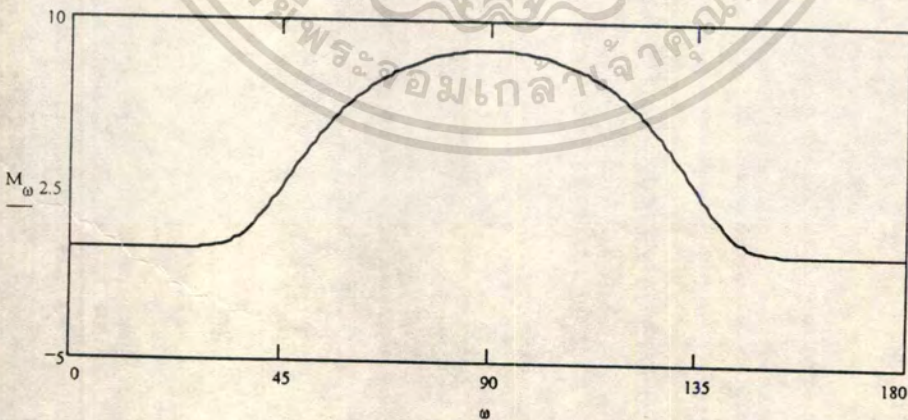
$$\tau a_{\omega} := \frac{\left[ \sum_{ai} ai \cdot a_{ai} \cdot \cos \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \cos \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] + \left[ \sum_{ai} ai \cdot a_{ai} \cdot \sin \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right] \cdot \left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \sin \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]}{\left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \cos \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{ai} a_{ai} \cdot \sin \left[ ai \cdot \omega \cdot \left( \frac{\pi}{180} \right) \right] \right]^2}$$

$$GRDY_{\omega} := \tau a_{\omega}$$

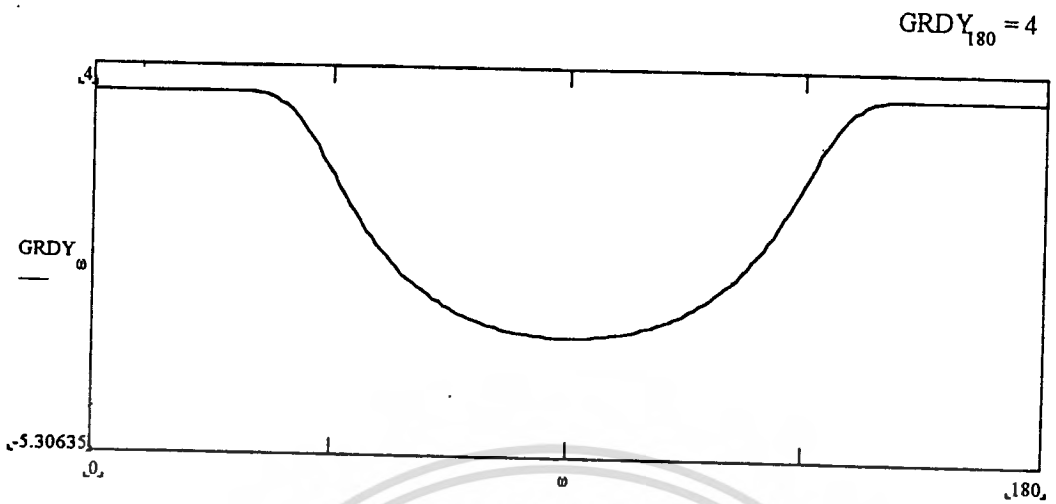
m = 20

n = 20

r = 4



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่วารณิใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



m = 20      n = 20      tau = 4

WRITEPRN(M20N20T4) := M\_omega

WRITEPRN(GM4N20T4) := GRDY\_omega

m20 := READPRN(M20N20T4)

m16 := READPRN(M16N20T4)

m12 := READPRN(M12N20T4)

m08 := READPRN(M08N20T4)

m04 := READPRN(M04N20T4)

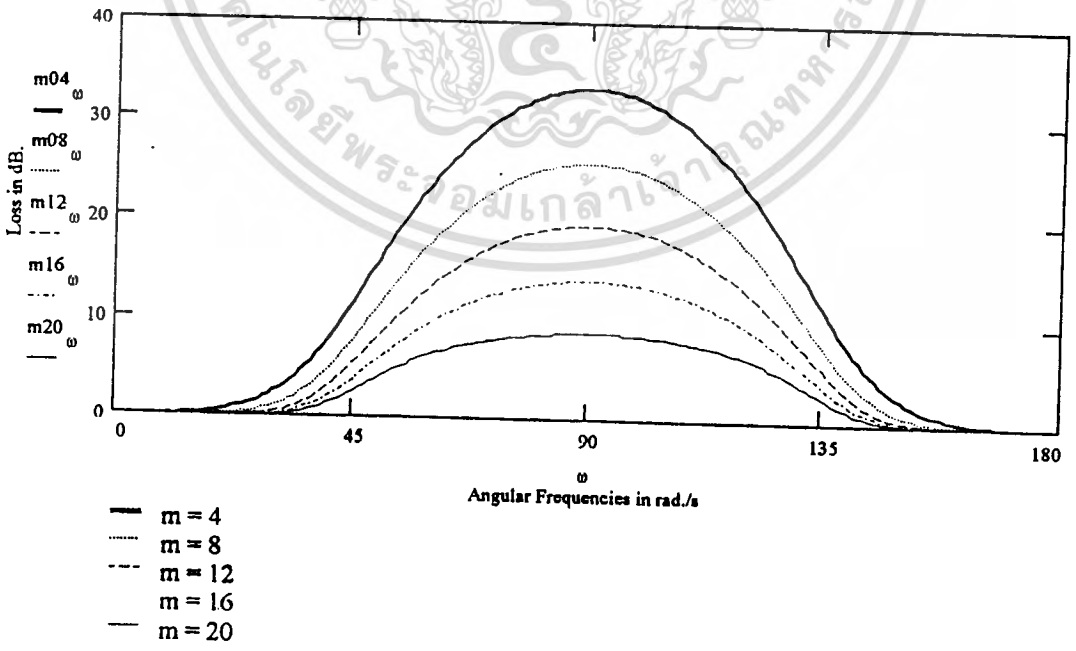


Fig. 4 Loss Responses with n=20, T=4 s.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Lr20 := READPRN(LR202020)  
 Lr16 := READPRN(LR202016)  
 Lr12 := READPRN(LR202012)  
 Lr08 := READPRN(LR202008)  
 Lr04 := READPRN(LR202004)

Gr20 := READPRN(GR202020)  
 Gr16 := READPRN(GR202016)  
 Gr12 := READPRN(GR202012)  
 Gr08 := READPRN(GR202008)  
 Gr04 := READPRN(GR202004)

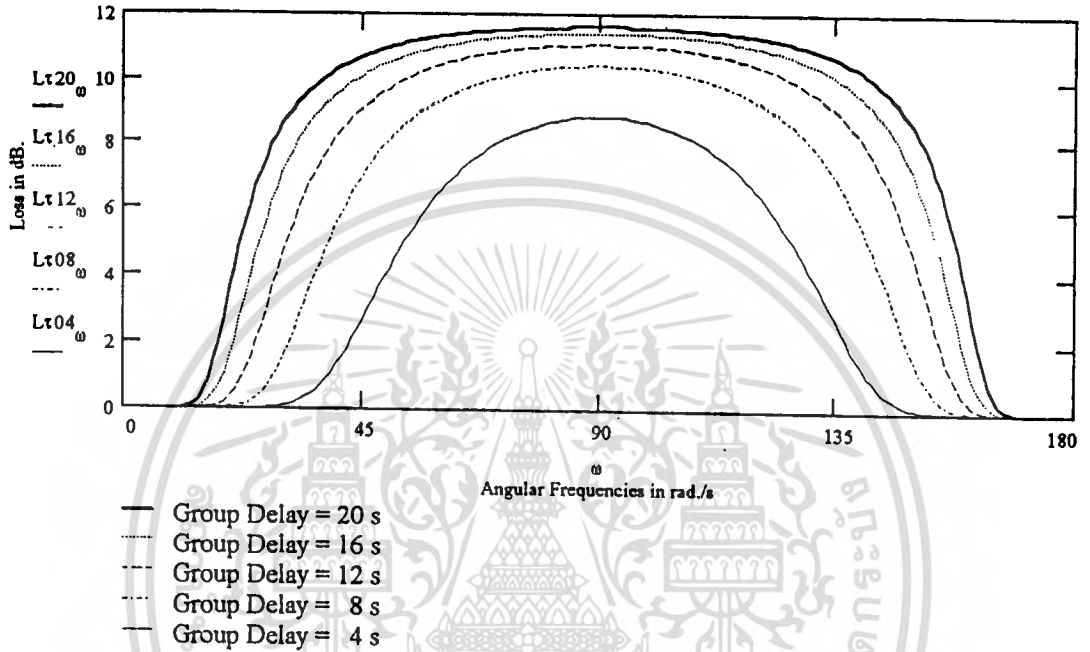


Fig. 5 Loss Responses with  $m = n = 20$

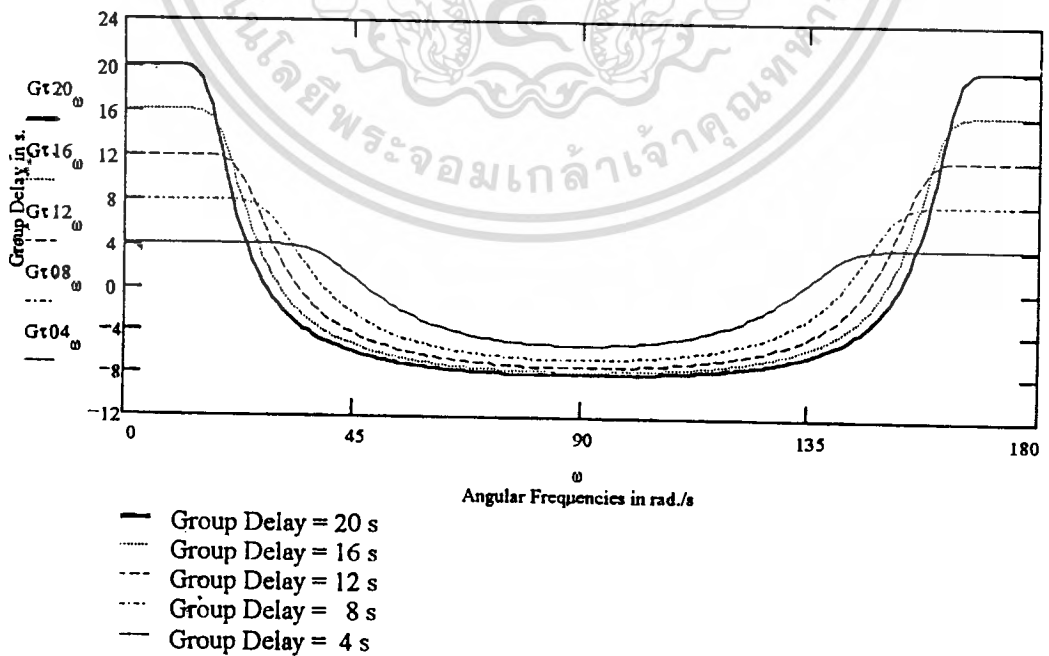


Fig. 6 GROUP DELAY Responses with  $m=n=20$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

1. ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์ ดร.วัลลภ สุระกำพลธร ดร.ฟูศักดิ์ ชิวสุวิทย์ และ ดร.กอบชัย เดชหาญ , รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ชนิดผ่านความถี่สูง ที่ปรับปรุงผลตอบสนอง แล้ว และกรุปดีเลย์ยังคงราบเรียบที่สุด , การประชุมใหญ่ วิชาการทางวิศวกรรม ประจำปี 2534 , วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ , 31 ตุลาคม - 3 พฤศจิกายน 2534 , หน้าที่ 833 - 842
2. ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์ ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์ รศ.ดร.ฟูศักดิ์ ชิวสุวิทย์ และ ผศ.ดร. กอบชัย เดชหาญ , รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด ชนิดไม่ ผ่านความถี่กลาง พร้อมทั้งปรับปรุงขนาดของผลตอบสนอง , การประชุมวิชาการ ทางวิศวกรรมไฟฟ้า , ครั้งที่ 14 ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ หาดใหญ่ สงขลา ระหว่าง 7-8 พฤศจิกายน 2534 , หน้าที่ 5-85 - 5-88



The 1991 Engineering Technology Symposium  
and Exhibition

เอกสาร  
ประชุมใหญ่วิชาการทางวิศวกรรม  
ประจำปี 2534

กรุงเทพมหานคร

31 ตุลาคม - 3 พฤศจิกายน 2534

Bangkok

October 31, - November 3, 1991

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ระบบควบคุมและการวัด

การควบคุมแบบ PID หลายชุดโดยไมโครโปรเซสเซอร์.....	677
แนวคิดในการแผนแบบและสร้างตัวควบคุมชนิดระบบ ผู้เชี่ยวชาญเวลาจริง.....	693
อาคารอัจฉริยะ.....	705

## คอมพิวเตอร์

เครื่องบันทึก-ตอบรับและแจ้งภัยทางโทรศัพท์.....	717
เครื่องสั่งงานทางโทรศัพท์.....	735
การวิเคราะห์ตัวอักษรลายมือเขียนภาษาไทย.....	747
การใช้สมการบูลีนในการตรวจหาขอบของวัตถุในภาพ ไบนารี.....	761
การออกแบบสื่อภาษากลางเพื่อการแปลหลายภาษาด้วยคอมพิวเตอร์.....	769
อัลกอริทึม ในการทำให้วัตถุในภาพบางอย่างรวดเร็ว.....	781

## อิเล็กทรอนิกส์

การประยุกต์ใช้ฟิล์มบางซิลิกอน ไดออกไซด์เป็นชั้นฉนวนใน อิเล็กทรอนิกส์ไมเนสเซนส์ดีสเพลย์.....	791
คู่มือพลีเมนต์ที่สมมาตรของสิ่งประดิษฐ์ประเภท CMOIS.....	801
การออกแบบวงจรรวม Counter & Timer โดยใช้เทคโนโลยีของ EPLD.....	811
รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ชนิดผ่านความถี่สูง ที่ปรับปรุงผลตอบสนองแล้ว และกรุปดีเลย์ ยังคงราบเรียบที่สุด.....	833
อนาลอก R-C มิเตอร์.....	843
อาร์ ซี แอคทีฟ ออสซิลเลเตอร์ซึ่งใช้วงจรขยาย ที่มีค่าอัตราขยายต่ำกว่าหนึ่ง.....	855

การประชุมใหญ่ทางวิชาการประจำปี 2534  
 วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ 31 ตุลาคม - 3 พฤศจิกายน 2534

รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ ชนิดผ่านความถี่สูง  
 ที่ปรับปรุงผลตอบสนองแล้ว และกรุปดีเลย์ยังคงราบเรียบที่สุด

A HIGH-PASS RECURSIVE DIGITAL FILTER WITH IMPROVED PASSBAND  
 MAGNITUDE RESPONSE AND REMAINED MAXIMALLY FLAT GROUP DELAY

ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์  
 นักศึกษาปริญญาโท  
 บัณฑิตวิทยาลัย

PRASIT JULSEREEWONG  
 Graduate Student  
 School of Graduate Studies

ดร. วัลลภ สุระกำพลธร  
 รองศาสตราจารย์

DR. WANLOP SURAKAMPONTORN  
 Associate Professor

ดร. ฟุศักดิ์ ชิวสุวิทย์  
 รองศาสตราจารย์

DR. FUSAK CHEEVASUVIT  
 Associate Professor

ดร. กอบชัย เดชหาญ  
 ผู้ช่วยศาสตราจารย์

DR. KOBCHAI DEJHAN  
 Assistant Professor

คณะวิศวกรรมศาสตร์  
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
 Faculty of Engineering  
 King Mongkut's Institute of Technology Chaokhunthaharn Ladkrabang

### บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ เป็นการเสนอเทคนิคการออกแบบวงจรของความถี่ดิจิทัลแบบรีเคอร์ซีฟชนิดผ่านความถี่สูง ที่กัฟฟิล์เลย์ในย่านผ่านความถี่ความราบเรียบที่สุด ในขณะที่มอดูลของขนาด ได้รับการปรับปรุงให้มีความราบเรียบสูง ด้วยการเพิ่มโพลีโนเมียลเงาให้กับเทอมเศษ ในทราานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรอง เมื่อเปรียบเทียบกับเทคนิคการออกแบบที่ผ่าน ๆ มา พบว่า แม้อันดับของเศษและส่วน ในทราานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรองที่ออกแบบไว้ นี้ ถึงจะมีความแตกต่างกันมากก็ตาม แต่มอดูลของ ทั้งขนาดและกัฟฟิล์เลย์ จะยังคงให้ความราบเรียบสูงเสมอ

### SUMMARY

This paper presents a design technique of a high-pass recursive digital filter with maximally flat group delay while the passband magnitude response will be improved as a maximally flat sense by using mirror image polynomial. In comparison with the previous designs, the magnitude and group delay of this technique always show smooth responses, although the orders of numerator and denominator are so difference.

### บทนำ

การออกแบบรีเคอร์ซีฟดิจิทัลฟิลเตอร์ ที่ต้องการให้ได้กัฟฟิล์เลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว ไม่ว่าจะสำหรับย่านผ่านความถี่สูง หรือย่านไม่ผ่านความถี่กลาง ดังในเอกสารอ้างอิง [1] นั้น เทคนิคการออกแบบด้วยวิธีดังกล่าว ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับเอกสารอ้างอิง [2] ที่เป็นการออกแบบสำหรับย่านผ่านความถี่สูง และกับเอกสารอ้างอิง [3] ที่เป็นการออกแบบสำหรับย่านผ่านความถี่ต่ำ ๆ ซึ่งก็ให้ผลออกมาแล้วว่าเทคนิคดังกล่าว ทำให้ได้แบบแล้วแต่การตอบสนองกว้างขึ้นกว่าเดิมได้ ทั้ง ๆ ที่อันดับของวงจรรองยังคงเดิม แต่ทว่า เทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [3] นี้ มิได้คำนึงถึง ผลมอดูลของขนาดเลยว่าจะมีความราบเรียบที่สุดด้วยหรือไม่ เพื่อให้ได้มอดูลของขนาดที่มีความราบเรียบที่สุด ทั้งของกัฟฟิล์เลย์และขนาดพร้อม ๆ กัน ได้เคยมีการเสนอเทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [4] แต่ปรากฏว่าเทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [4] จะให้มอดูลของขนาดและกัฟฟิล์เลย์ราบเรียบที่สุดก็ต่อเมื่อ อันดับของเศษและส่วน ของโพลีโนเมียลในทราานส์เฟอร์ฟังก์ชัน ต้องมีความแตกต่างกันน้อย ๆ หรือ ไม่ก็เท่ากันเลย จึงจะทำให้ได้ผลสนองที่ต้องการได้ ดังนั้น เอกสารอ้างอิง [1] จึงเป็นจุดเริ่มต้นใหม่สำหรับการปรับปรุงมอดูลของขนาดที่ยังไม่มีความราบเรียบที่สุดเช่นเดียวกับกัฟฟิล์เลย์ โดยเราจะเพิ่มโพลีโนเมียลเงาเข้ากับเศษของทราานส์เฟอร์ฟังก์ชันของรีเคอร์ซีฟดิจิทัลฟิลเตอร์ ดังในเอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งเดิมมีแต่ส่วนหรือโพลีเพียงอย่างเดียว (all pole) และให้กัฟฟิล์เลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว

### การออกแบบ

กำหนดให้ทราเวลเฟร็ควีนของรีเคอร์ซีฟฟิลเตอร์ที่มีดีโพลเพียงอย่างเดียว และถูกประมาณไว้ที่กรีฟิเดิลเธียรวมเรียงที่  $n$  เป็น

$$H_1(Z) = \frac{1}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \quad \dots (1)$$

เพื่อที่จะปรับปรุงผลตอบสนองขนาด เราจึงจะเพิ่มโพลในเมียนเงา (Mirror Image Polynomial) เข้ากับส่วนที่เป็นเศษ (numerator) ของทราเวลเฟร็ควีน  $H_1(Z)$  ก็จะได้ว่า

$$H(Z) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i Z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \quad \dots (2)$$

หรือ

$$H(Z) = \frac{Z^{-m/2} \left( \sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega) \right)}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \quad \dots (3)$$

เมื่อ  $d_0 = a_{m/2}$ ,  $d_i = 2a_{(m/2)-i} = 2a_{(m/2)+i}$   
และ  $i = 1, 2, \dots, m/2$   
โดย  $m$  เป็นเลขจำนวนเต็มคู่

สิ่งที่เราจะต้องทำต่อไปก็คือ ต้องคำนวณหาสัมประสิทธิ์  $d_i$  จากการประมาณให้  $H(Z)$  มีค่าเท่ากับ  $\exp[-j(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau)]$  ซึ่ง  $\omega_0$  คือ ความถี่ศูนย์กลาง (center frequency) ใด ๆ ของวงจรรวม มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที (rad/s)  $\beta_0$  คือ ค่าของเฟส (phase) ที่กำหนดให้  $m$  ความถี่  $\omega$  เท่ากับ  $\omega_0$  มีหน่วยเป็น เรเดียน (rad) และ  $\tau$  คือ กรีฟิเดิลเธีย มีหน่วยเป็น วินาที (s)

จากสมการ (3) จะเห็นได้ว่าเทอม  $Z^{-m/2}$  มีขนาดเท่ากับหนึ่งหน่วย และมีการประวิง (delay) ไป  $m/2$  วินาที จึงสามารถตัดทิ้งหรือไม่ต้องนำมาคิดก็ได้ ดังนั้นสมการที่ใช้ จึงเป็น

$$\frac{\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega)}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \quad \Bigg| \quad Z = e^{j\omega} = e^{-j(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau)}$$

.....(4)

หรือ

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega) = \sum_{i=0}^n b_i \cos(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) - j \sum_{i=0}^n b_i \sin(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega)$$

จะได้ว่า

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega) - \sum_{i=0}^n b_i \cos(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) = 0 \quad \text{.....(6-1)}$$

$$\sum_{i=0}^n b_i \sin(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) = 0 \quad \text{.....(6-2)}$$

สัมประสิทธิ์  $b_i$  ในสมการ (6-2) สามารถหาได้จาก เอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งได้หา สูตรสำเร็จ (Closed-form formula) ไว้แล้ว เพื่อใช้ในการหาสัมประสิทธิ์ของรีเคอร์ซีฟดิจิตอลเดือรี่ ที่ทราบสเปกตรัมเพียงที่แอมพลิจูดเพียงอย่างเดียว

ดังนั้น จึงเหลือเพียงสมการ (6-1) เท่านั้น ที่จะต้องนำมาใช้หาสัมประสิทธิ์ของโพลีโนเมียลเงาที่ได้ นำเอามาเพิ่มในการปรับปรุงผลตอบกลับของวงจรกรอง

โดยการกำหนดให้  $x = \omega - \omega_0$  หรือ  $\omega = x + \omega_0$  เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (6-1) จะได้

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i(x + \omega_0)) - \sum_{i=0}^n b_i \cos(\beta_0 + x\tau + i(x + \omega_0)) = 0$$

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(ix + i\omega_0) - \sum_{i=0}^n b_i \cos((\beta_0 + i\omega_0) + (i + \tau)x) = 0$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{m/2} d_i (\cos(ix)\cos(i\omega_0) - \sin(ix)\sin(i\omega_0)) - \sum_{i=0}^n b_i (\cos(\beta_0 + i\omega_0)\cos(i + \tau)x \\ - \sin(\beta_0 + i\omega_0)\sin(i + \tau)x) = 0 \end{aligned} \quad \dots(7)$$

เมื่อกระจายเทอมที่มี  $x$  ร่วมอยู่ในสมการ (7) อันได้แก่  $\cos(ix) \sin(ix) \cos(i + \tau)x$  และ  $\cos(i + \tau)x$  ให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลัง (Power Series) ของ  $x$  จาก

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{(2k+1)}}{(2k+1)!} \quad \text{และ} \quad \cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{(2k)}}{(2k)!}$$

ในการประมาณค่า (approximation) เพื่อให้เกิดความราบเรียบที่สุด (maximally flat) นั้นสัมประสิทธิ์ของ  $x$  ที่ยกกำลังต่าง ๆ ได้แก่  $x^0, x^1, x^2, \dots$  ต้องเท่ากับศูนย์ (0) จากนั้น เมื่อจัดสมการ (7) ใหม่ สุดท้ายจะได้

$$\sum_{i=0}^{m/2} ((i)^{2k} \cos(i\omega_0)) d_i = \sum_{i=0}^n ((i + \tau)^{2k} \cos(\beta_0 + i\omega_0)) b_i \quad \dots(8-1)$$

$$\sum_{i=0}^{m/2} ((i)^{(2k+1)} \sin(i\omega_0)) d_i = \sum_{i=0}^n ((i + \tau)^{(2k+1)} \sin(\beta_0 + i\omega_0)) b_i \quad \dots(8-2)$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$

เนื่องจากกรณีนี้ เป็นการออกแบบวงจรกรองความถี่ที่ตัด ชนิดผ่านความถี่สูง ดังนั้นเมื่อกำหนดให้  $\omega_0$  เท่ากับ  $\tau$  rad/s และเพื่อให้ง่ายในการคำนวณ ถ้ากำหนดให้  $\beta_0$  เท่ากับ 0 rad จากนั้นเมื่อแปรค่า  $k = 0, 1, 2, \dots, m/2$  จะได้สมการ (8-1) และสมการ (8-2) เขียนในรูปสมการของแมทริกซ์ (matrices) เป็น

$$\underline{A} \underline{d} = \underline{B} \underline{b} \quad \dots(9)$$

โดยที่

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_0) & \cos(2\omega_0) & \dots & \cos((m/2)\omega_0) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^2 \cos(2\omega_0) & \dots & (m/2)^2 \cos((m/2)\omega_0) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^4 \cos(2\omega_0) & \dots & (m/2)^4 \cos((m/2)\omega_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^{(m-2)} \cos(2\omega_0) & \dots & (m/2)^{(m-2)} \cos((m/2)\omega_0) \\ 0 & \cos(\omega_0) & 2^m \cos(2\omega_0) & \dots & (m/2)^m \cos((m/2)\omega_0) \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (m/2)+1 \\ \\ \\ \\ \\ (m/2)+1 \end{matrix}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_0) & \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^2 \cos(\beta_0) & (1+\tau)^2 \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n+\tau)^2 \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \tau^4 \cos(\beta_0) & (1+\tau)^4 \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n+\tau)^4 \cos(\beta_0 + n\omega_0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau^m \cos(\beta_0) & (1+\tau)^m \cos(\beta_0 + \omega_0) & \dots & (n+\tau)^m \cos(\beta_0 + n\omega_0) \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} n+1 \\ \\ \\ \\ (m/2)+1 \end{matrix}$$

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} d_0 & d_1 & d_2 & \dots & d_{(m/2)-1} & d_{m/2} \end{bmatrix}^T$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & \dots & b_{n-1} & b_n \end{bmatrix}^T$$

โดยที่  $\underline{b}$  สามารถหาได้จากเอกสารอ้างอิง [1] คือ

$$b_j = \binom{n}{j} \prod_{i=0}^n \frac{2\tau + i}{2\tau + j + i} \quad \dots(10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  ซึ่ง  $n$  เป็นอันดับ (order) ของส่วน (denominator) หรือของโพลของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน  $H(Z)$  ในสมการ (3)

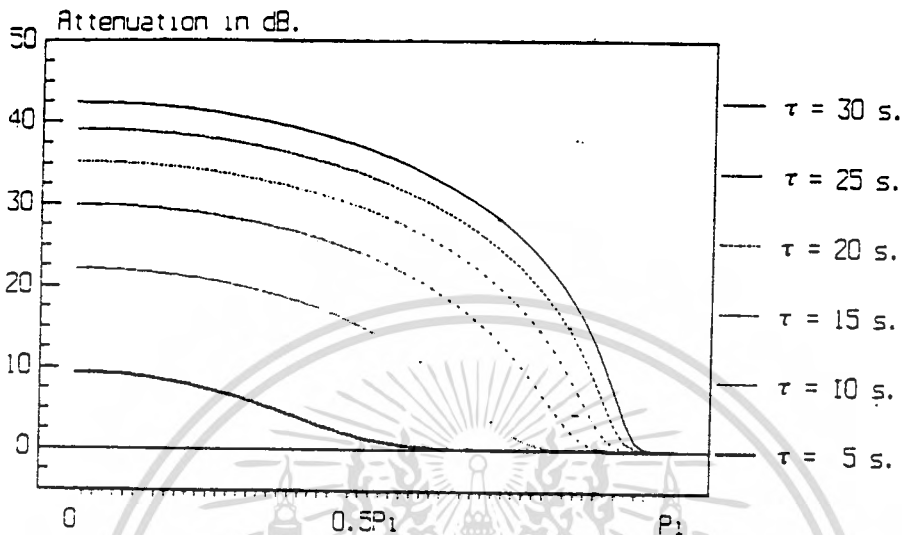
ดังนั้นสัมประสิทธิ์  $d_i$  ใด ๆ เมื่อ  $i = 0, 1, 2, \dots, m/2$  สามารถหาได้จาก การแก้สมการแมทริกซ์ ในสมการ (9) จากสัมประสิทธิ์  $d_i$  และ  $b_j$  ที่หามาได้ เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (3) ก็จะได้รีเคอร์ซีฟดิฟเฟอเรนเชียลเตอร์ ที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการ

### ผลลัพธ์ตัวอย่าง

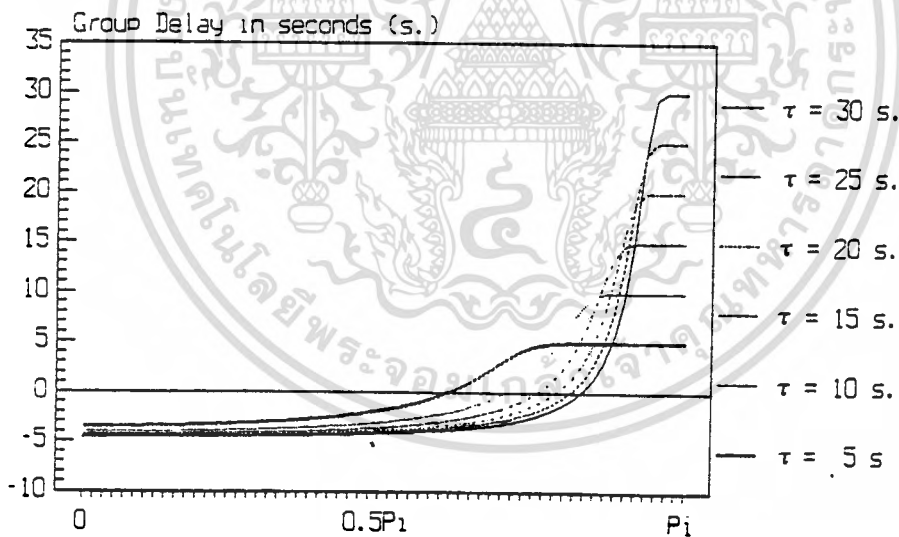
เพื่อแสดงให้เห็นถึงผลลัพธ์ที่ได้จากเทคนิคการออกแบบรีเคอร์ซีฟดิฟเฟอเรนเชียลเตอร์ ด้วยการใส่โพลในเมียบล็กเพิ่มเติมเข้ามา เพื่อช่วยปรับปรุงผลตอบสนองของวงจรรองความถี่ ในรูปที่ 1 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองของขนาด (magnitude responses) ในรูปของการลดทอน (attenuation) โดยการกำหนดให้  $m = 8, n = 10, \tau = 5, 10, 15, 20, 25,$  และ  $30$  วินาที ตามลำดับ ส่วนรูปที่ 2 เป็นผลตอบสนองของกรูฟิเลเยอร์ที่ค่าต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับการกำหนดให้  $m = 8$  และ  $n = 10$  เช่นเดียวกันกับในรูปที่ 1 แต่รูปที่ 3 เป็นผลตอบสนองของขนาดในรูปของการลดทอน ที่กำหนดให้กรูฟิเลเยอร์  $\tau = 10$  วินาที  $n = 10$  ส่วน  $m = 2, 4, 6, 8,$  และ  $10$  ตามลำดับ ผลลัพธ์ทั้งสามที่นำมาแสดงนี้ กำหนดให้  $\beta_0 = 0$  rad และ  $\omega_0 = \tau$  rad/s

### สรุป

จะเห็นได้ว่า การออกแบบด้วยเทคนิคนี้ สามารถแก้ไขจุดบกพร่องของผลตอบสนองของวงจรรองที่ออกแบบด้วยการใช้เทคนิคการออกแบบตามเอกสารอ้างอิง [4] ซึ่งมีข้อจำกัดตรงที่ อันดับของเศษและส่วน ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรอง ต้องไม่แตกต่างกันมาก ได้ โดยที่ผลตอบสนองของขนาดและของกรูฟิเลเยอร์มีความราบเรียบที่สุดทั้งคู่ สำหรับทุก ๆ ค่าของอันดับของเศษและส่วน ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรอง อีกทั้งยังสามารถปรับขนาดของผลตอบสนองขนาดได้ ในขณะที่ผลตอบสนองของกรูฟิเลเยอร์ยังคงราบเรียบที่สุดด้วย

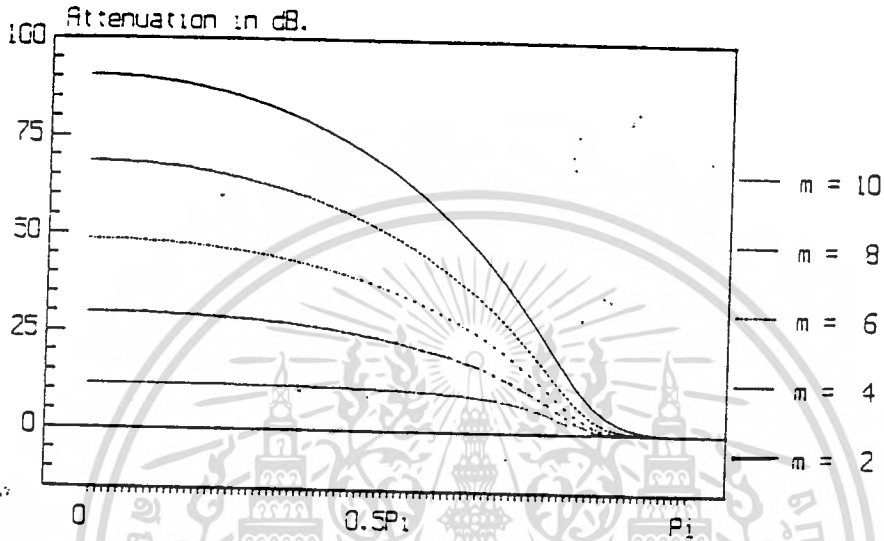


รูปที่ 1 ผลตอบสนองขนาด ที่แสดงในรูปของการลดทอน ในหน่วย dB เมื่อที่หาค่าต่าง ๆ โดยที่  $m = 8$  และ  $n = 10$



รูปที่ 2 ผลตอบสนองที่หาค่าต่าง ๆ ในหน่วยวินาที ที่ที่หาค่าต่าง ๆ โดยที่  $m = 8$  และ  $n = 10$  ซึ่งสอดคล้องกับผลตอบสนองขนาดในรูปที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3 ผลตอบสนองขนาด ที่แสดงในรูปของการลดทอนในหน่วย dB เมื่อกริดมีเลข  $\tau = 10$  วินาที และ  $n = 10$  ส่วน  $m$  มีค่าต่าง ๆ กัน

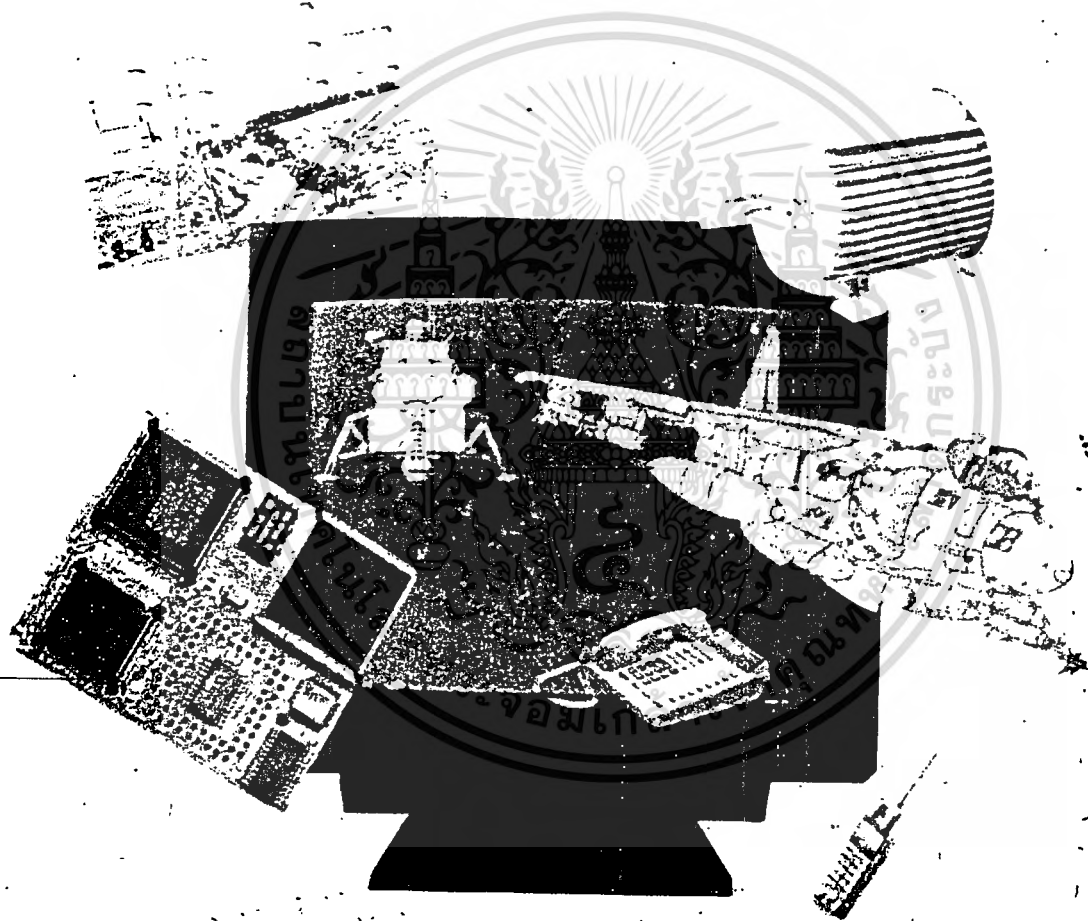
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

1. P. THAJCHAYAPONG, and F. CHEEVASUVIT, " Filter coefficients of high-pass and band-elimination recursive digital filters with a maximally flat group delay, " Intl. Journal of Electronics, Vol.47, pp. 365-371, Jan 1979.
2. ธนิตย์ ศรีสุวรรณวัฒน์ และ พุศศักดิ์ ชีวสุวิทย์, วงจรกรองความถี่ลจลิตอลแบบวีเคอร์ซีพีที่มีแบนด์พาสความถี่สูง ที่กัฟฟิล์เลย์ราบเรียบที่สุด และสามารถควบคุมกัฟฟิล์เลย์กับผลตอบสนองขนาด, การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า, สถาบันอุดมศึกษาแห่งประเทศไทย, ครั้งที่ 9, ๘ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ระหว่าง 3-4 ธันวาคม 2529, เล่มที่ 2, หน้า 5-7-1 - 5-7-11
3. T. TRISUWANAWAT, K. DEJHAN, and F. CHEEVASUVIT " A Design Technique of Linear Phase Recursive Digital Filter with Controllable Magnitude At An Arbitrary Specified Frequency, " IEEE '1991 International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '91), SINGAPORE, Jun. 11-14, 1991.
4. P. THAJCHAYAPONG, P. KARNCHANAWADEE, and F. CHEEVASUVIT " A Recursive Digital Filter with Simultaneous Maximally Flat Magnitude and Group Delay at an Arbitrary Specified Frequency, " Proceedings of The IEEE, Vol. 67, No. 5, pp. 871-873, May 1979.



# การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 14



7-8 พฤศจิกายน 2534

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

หาดใหญ่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- 81 การวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อนาควมสนบัตินักศึษาหรับการจารูบแบบตัวอักษรลายมือเขียนไทย  
Conceptual Structural Analysis for Thai Handwritten Recognition 5-16  
ครรชิต นมตรี, เกรียงกร ษาเจริศุช
- 82 การรู้จำตัวอักษรลายมือเขียนภาษาไทยโดยพิจารณาลักษณะเฉพาะของรูบแบบลายมือเขียน 5-23  
Recognition of Thai-Handwritten Characters by Considering Specific Characteristic  
บุญวัฒน์ อัคช, วิรัช เลิศบษคราตาม
- 83 โปรแกรมวิเคราะห์เน็ตเวิร์คแบบสัญลักษณ์ 5-29  
Symbolic Network Analysis Program (SNAP)  
สุเจตน์ จันทรังษ์, คร.สิทธิชัย ภาโคยอม
- 84 การจำแนกผู้เขียนโดยการเคลื่อนที่ของการเขียน 5-33  
Handwriter Identification Based on Handwriting Motion  
T. Mutsura, วิวัฒน์ กิรานนท์, ปรามิทธิ์ วาโคเขียน
- 85 การแยกและจัดกลุ่มตัวอักษรตัวพิมพ์หลายรูบแบบ 5-38  
Multiple Fonts Printed Characters Segmentation  
คร.สม กัมปาน, สมศักดิ์ วลัยรัชต์
- 86 การเลียนแบบขดลวดเหนี่ยวนำโดยขัอมอสเฟส 5-43  
Simulation of Inductance Using MOSFET  
คร.วัลลภ สุระภาพลธร, กิติพนธ์ มะโน
- 87 โปรแกรมวิเคราะห์ห้วงจรไฟฟ้าเชิงสัญลักษณ์ 5-49  
Symbolic Network Analysis Program  
เสริมศักดิ์ เอื้อตรงจิตต์, กิติ ลิขิตอนรักษ์, จิรศักดิ์ วิลาโคเชานนท์
- 88 การประยุกต์ใช้หน่วยประมวลผลสัญญาณเชิงเลขานาการเข้ารหัสและถอดรหัสสัญญาณเสียง 5-55  
Application of Digital Signal Processor in Voice Encryption and Decryption  
อังคณา ทองทรงภกษณ์, จิรศักดิ์ วิลาโคเชานนท์, กิติ ลิขิตอนรักษ์
- 89 จวงจรคูณแบบนาลอกโดยาซี CMOS 5-59  
A Four-Quadrant CMOS Analog Multiplier  
วัลลภ สุระภาพลธร, วัชชัย วัจจุจา
- 90 VLSI Implementation of a Smart Serial Pixel Counter 5-62  
เกริกชัย ทองหนู
- 91 การประมาณพัลซึชานันท์กำลังสองโดยวิธีเนกาทีฟ-เกรเดียนท์ ด้วยการกำหนดโพลเริ่มต้น 5-66  
On the Approximation of Sine Square Pulse by Using Negative Gradient with Prescribed Poles  
ธนิศพนธ์ วิบูลยานนท์, ชาลิต เบตจางคประเสริฐ, โพลสา สิทธิโยกาลกุล อรลาภ แสงอรุณ, คร.กษา เจนจิระพงค์เวช
- 92 การจางจรระบบออปติคอลลอรัรีเรเคอร์ด้วยคอมพิวเตอร์ในการระบุตำแหน่งของวัตถุเป้าหมาย 5-72  
Optical Correlator for Pattern Recognition Using computer Simulation  
อธิตม ฤชบุศร
- 93 จวงจรกรองความถี่ต่ำอูลตราสเฟียริคัล-เจินเนอรัไลซ์เบลเซลโพลินอเมียล 5-78  
Ultraspherical-Generalized Bessel Polynomial Filter  
คลชัย สุขเจริศุผล, กษา เจนจิระพงค์เวช, ชาลิต เบตจางคประเสริฐ, ประภิจ คังคิลาแห่
- 94 รีเคอร์ซีฟดิจิตอลฟิลเตอร์ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด ชนิดนินผ่านความถี่กลางพร้อมทั้งปรับขงขนาดของผลคอบลนง 5-85  
A Maximally Flat Group Delay, Bend-Elimination Recursive Digital Filter with Improved Passband Magnitude Response  
ประสิทธิ์ จุลเรวัรงค์, รศ.คร.สุศักดิ์ ชิวสุวิทย์, ธนิศ ศรีสุวารณวัฒน์, ผศ.คร.กอบชัย เคชนาภ

## ภาคผนวก

ผนวก 1: ภาพนคการประชุมทางวิชาการวิดาการนาไฟฟ้า ครังที่ 14

6-1

ผนวก 2: ตารางเวลาการนาเสนอบทความค่อที่ประชุม

6-2

วีเคอร์ซีพีลิจิตอลฟิลเตอร์ ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง พร้อมทั้งปรับปรุงขนาดของผลตอบสนอง

A Maximally Flat Group Delay, Band-Elimination Recursive Digital Filter

with Improved Passband Magnitude Response

ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์ \*

ธนิษฐ์ ตรีสุวรรณวัฒน์ \*\*

รศ.ดร.พีพีศักดิ์ ชิวสุวิทย์ \*\*

ผศ.ดร.กอนชัย เตชะหาญ \*\*

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ เป็นการเสนอเทคนิคการออกแบบวงจรกรองความถี่ ดิจิตอลแบบรีเคอร์ซีฟ ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุดในขณะที่ผลตอบสนองขนาด ได้รับการปรับปรุงให้มีความราบเรียบด้วยเช่นกัน จากการเพิ่มโพลีโนเมียลเงาให้กับเทอมเศษ ในทราเนส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรกรอง เมื่อเปรียบเทียบกับเทคนิคการออกแบบที่ผ่าน ๆ มา พบว่าแม้นับของเศษและส่วน ในทราเนส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรกรองที่ออกแบบไว้ นี้ ถึงจะมีความแตกต่างกันมากก็ตามแต่ ผลตอบสนองทั้งขนาดและกรุปดีเลย์ จะยังคงให้ความราบเรียบเสมอ

เพียงอย่างเดียว และถูกประมาณให้ที่มีกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด เป็น

$$H_1(Z) = \frac{1}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \dots (1)$$

เพื่อที่จะปรับปรุงผลตอบสนองขนาด เราจึงจะเพิ่มโพลีโนเมียลเงาเข้ากับเศษของทราเนส์เฟอร์ฟังก์ชัน  $H_1(Z)$  ก็จะได้ว่า

$$H(Z) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i Z^{-i}}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \dots (2)$$

ABSTRACT

This paper presents a design technique of a band-elimination recursive digital filter with maximally flat group delay while the passband magnitude response has been improved as a maximally flat sense by using mirror image polynomial. In comparison with the previous designs, the magnitude and group delay of this technique always show smooth responses, although the orders of numerator and denominator are so difference.

$$H(Z) = \frac{Z^{-m/2} \left( \sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega) \right)}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \dots (3)$$

1. บทนำ

การออกแบบวีเคอร์ซีพีลิจิตอลฟิลเตอร์ เพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่มีความราบเรียบที่สุด ทั้งของกรุปดีเลย์และขนาดหรือ ๆ กัน ดังในเอกสารอ้างอิง [1] ที่ออกแบบไว้สำหรับย่านไม่ผ่านความถี่กลาง แม้ว่าเทคนิคการออกแบบนี้จะให้ผลตอบสนอง ทั้งขนาด และกรุปดีเลย์ ราบเรียบที่สุดหรือ ๆ กัน ซึ่งต่างจากเทคนิคในเอกสารอ้างอิง [2] กับเอกสารอ้างอิง [3] ที่ให้กรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียวเท่านั้น แต่เทคนิคการออกแบบดังในเอกสารอ้างอิง [1] จะให้ผลตอบสนองขนาดและกรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุด ก็ต่อเมื่ออันดับของเศษและส่วน ของโพลีโนเมียลในทราเนส์เฟอร์ฟังก์ชัน ต้องมีความแตกต่างกันไม่มาก จึงจะทำให้ได้ผลสนองที่ต้องการได้ ดังนั้นเอกสารอ้างอิง [4] จึงเป็นจุดเริ่มต้นใหม่สำหรับการปรับปรุงผลตอบสนองขนาด ที่ยังไม่มีมีความราบเรียบที่สุดเช่นเดียวกับกรุปดีเลย์ โดยเราจะเพิ่มโพลีโนเมียลเงา (Mirror Image Polynomial) เข้ากับเศษ (numerator) ของทราเนส์เฟอร์ฟังก์ชัน ของวีเคอร์ซีพีลิจิตอลฟิลเตอร์ ซึ่งเดิมมีแต่ส่วน หรือโพลีเพียงอย่างเดียว (all pole) และให้กรุปดีเลย์ราบเรียบที่สุดเพียงอย่างเดียว

เมื่อ  $d_0 = a_{m/2}$ ,  $d_i = 2a_{(m/2)-i} = 2a_{(m/2)+i}$  และ  $i = 1, 2, \dots, m/2$  โดย  $m$  เป็นเลขจำนวนเต็มคู่ สิ่งที่เราจะต้องทำต่อไปก็คือ ต้องคำนวณหาสัมประสิทธิ์  $d_i$  จาก การประมาณให้  $H(Z)$  มีค่าเท่ากับ  $\exp[-j(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau)]$  ซึ่ง  $\omega_0$  คือ ความถี่ศูนย์กลาง (center frequency) ใด ๆ ของวงจรกรอง มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที (rad/s)  $\beta_0$  คือ ค่าของเฟส (phase) ที่กำหนดให้  $\tau$  ความถี่  $\omega$  เท่ากับ  $\omega_0$  มีหน่วยเป็น เรเดียน (rad) และ  $\tau$  คือ กรุปดีเลย์ มีหน่วยเป็น วินาที (s) จากสมการ (3) จะเห็นได้ว่า เทอม  $Z^{-m/2}$  มีขนาดเท่ากับหนึ่งหน่วย และมีการประวิง(delay) ไป  $m/2$  วินาที จึงสามารถตัดทิ้งหรือไม่ต้องนำมาคิดก็ได้ ดังนั้นสมการที่ใช้ จึงเป็น

2. การออกแบบ

กำหนดให้ทราเนส์เฟอร์ฟังก์ชันของวีเคอร์ซีพีลิจิตอลฟิลเตอร์ ที่มีแต่โพลี

$$\frac{\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega)}{\sum_{i=0}^n b_i Z^{-i}} \Bigg|_{Z = e^{j\omega}} = e^{-j(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau)} \dots (4)$$

\* นักศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย \*\* อาจารย์ประจำ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

หรือ 
$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega) = \sum_{i=0}^n b_i \cos(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) - j \sum_{i=0}^n b_i \sin(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) \dots (5)$$

จะได้ว่า 
$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i\omega) - \sum_{i=0}^n b_i \cos(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) = 0 \dots (6-1)$$

$$\sum_{i=0}^n b_i \sin(\beta_0 + (\omega - \omega_0)\tau + i\omega) = 0 \dots (6-2)$$

สัมประสิทธิ์  $b_i$  ในสมการ (6-2) สามารถหาได้จากเอกสารอ้างอิง [4] ซึ่งได้หาสูตรสำเร็จ (Closed-form formula) ไว้แล้ว เพื่อใช้ในการหาสัมประสิทธิ์ของวีเคอร์ซีพีดีจิตอลฟิลเตอร์ ที่ทราบแอสเพอร์ฟังก์ชันมินต์โหลเพียงอย่างเดียว

ดังนั้น จึงเหลือเพียงสมการ (6-1) เท่านั้น ที่จะต้องนำมาใช้หาสัมประสิทธิ์ของโพลีโนเมียลเงา ที่ได้เอาเข้ามาเพิ่มในการปรับปรุงผลตอบสนองของวงจรถอง

โดยการกำหนดให้  $x = \omega - \omega_0$  หรือ  $\omega = x + \omega_0$  เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (6-1) จะได้

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(i(x + \omega_0)) - \sum_{i=0}^n b_i \cos(\beta_0 + x\tau + i(x + \omega_0)) = 0$$

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i \cos(ix + i\omega_0) - \sum_{i=0}^n b_i \cos((\beta_0 + i\omega_0) + (i + \tau)x) = 0$$

$$\sum_{i=0}^{m/2} d_i (\cos(ix)\cos(i\omega_0) - \sin(ix)\sin(i\omega_0)) - \dots$$

$$\sum_{i=0}^n b_i (\cos(\beta_0 + i\omega_0)\cos(i + \tau)x - \sin(\beta_0 + i\omega_0)\sin(i + \tau)x) = 0 \dots (7)$$

เมื่อกระจายเทอมที่มี  $x$  ร่วมอยู่ในสมการ (7) อันได้แก่  $\cos(ix)$ ,  $\sin(ix)$ ,  $\cos(i + \tau)x$ , และ  $\sin(i + \tau)x$  ให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลัง (Power Series) ของ  $x$  จาก

$$\sin x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{(2k+1)}}{(2k+1)!} \quad \text{และ}$$

$$\cos x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{(2k)}}{(2k)!}$$

ในการประมาณค่า (approximation) เพื่อที่จะให้เกิดความราบเรียบที่สุด (maximally flat) นั้น สัมประสิทธิ์ของ  $x$  ที่ยกกำลังต่าง ๆ ได้แก่  $x^0, x^1, x^2, \dots$  ต้องเท่ากับศูนย์ จากนั้น เมื่อจัดสมการ (7) ใหม่ สุดท้ายจะได้

$$\sum_{i=0}^{m/2} ((i)^{2k} \cos(i\omega_0)) d_i = \sum_{i=0}^n ((i + \tau)^{2k} \cos(\beta_0 + i\omega_0)) b_i \dots (8-1)$$

$$\sum_{i=0}^{m/2} ((i)^{(2k+1)} \sin(i\omega_0)) d_i = \sum_{i=0}^n ((i + \tau)^{(2k+1)} \sin(\beta_0 + i\omega_0)) b_i \dots (8-2)$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots, \infty$

เนื่องจากกรณีนี้ เป็นการออกแบบวงจรถองความถี่จลิตอล ชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง นั่นคือ ย่านผ่านความถี่ จะเป็นย่านความถี่ต่ำ และย่านความถี่สูง ดังนั้นเมื่อกำหนดให้  $\omega_0$  ในสมการ (8-1) และสมการ (8-2) เท่ากับ 0 rad/s ครั้งหนึ่ง และ  $\tau$  rad/s อีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้ง่ายในการคำนวณ ถ้ากำหนดให้  $\beta_0$  เท่ากับ 0 rad จากนั้นเมื่อแปรค่า  $k = 0, 1, 2, \dots$  ไปเรื่อย ๆ จะได้สมการทั้งสอง เขียนในรูปสมการของแมตริกส์ (matrices) เป็น

$$\underline{A} \underline{d} = \underline{B} \underline{b} \dots (9)$$

โดยที่

$$\underline{d} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{m/2} \end{bmatrix} \quad (m/2) \times 1 \quad ; \quad \underline{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad n \times 1$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1^2 & 2^2 & 3^2 & \dots & (m/2)^2 \\ 0 & 1^4 & 2^4 & 3^4 & \dots & (m/2)^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & -1 & 1 & -1 & \dots & (-1)^{m/2} \\ 0 & (-1)^1 & 2^2 & -(3^2) & \dots & (-1)^{m/2} (m/2)^2 \\ 0 & (-1)^1 & 2^4 & -(3^4) & \dots & (-1)^{m/2} (m/2)^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \quad (m/2) \times 1$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \tau^2 & (1 + \tau)^2 & (2 + \tau)^2 & \dots & (n + \tau)^2 \\ \tau^4 & (1 + \tau)^4 & (2 + \tau)^4 & \dots & (n + \tau)^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & -1 & 1 & \dots & (-1)^n \\ \tau^2 & -(1 + \tau)^2 & (2 + \tau)^2 & \dots & (-1)^n (n + \tau)^2 \\ \tau^4 & -(1 + \tau)^4 & (2 + \tau)^4 & \dots & (-1)^n (n + \tau)^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \quad (m/2) \times 1$$

โดยที่  $\underline{b}$  สามารถหาได้จากเอกสารอ้างอิง [4] คือ

$$b_k = (-1)^{k/2} \binom{n/2}{k/2} \frac{n/2}{1} \frac{\tau + 1}{\tau + i + k/2} \dots (10)$$

เมื่อ  $k = 0, 2, 4, \dots, n$  ซึ่ง  $n$  เป็นอันดับ (order) ของส่วน (denominator) หรือของโพลของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน  $H(Z)$  ในสมการ (3)

ดังนั้น สัมประสิทธิ์  $d_i$  ใด ๆ เมื่อ  $i = 0, 1, 2, \dots, m/2$  สามารถหาได้จากความสัมพันธ์แบบตรีโกณมิติ ในสมการ (9) จากสัมประสิทธิ์  $d_i$  และ  $b_k$  ที่หามาได้ เมื่อนำไปแทนลงในสมการ (3) ก็จะได้รีเวิร์สฟิลเตอร์ที่มีคุณสมบัติตามที่ต้องการ

**3. ผลลัพธ์ตัวอย่าง**

เพื่อแสดงให้เห็นถึงผลลัพธ์ที่ได้จากเทคนิคการออกแบบรีเวิร์สฟิลเตอร์ ด้วยการใช้อัลกอริทึมในเม็ลจางเข้ามามีส่วนช่วยปรับปรุงผลตอบสนองของวงจรรองความถี่ ในรูปที่ 1 แสดงให้เห็นถึงผลตอบสนองของขนาด (magnitude responses) ในรูปของการลดทอน (attenuation) โดยการกำหนดให้  $\tau = 4$  วินาที,  $n = 20$ ,  $m = 4, 8, 12, 16$ , และ  $20$  ตามลำดับ ส่วนรูปที่ 2 เป็นผลตอบสนองของขนาดในรูปของการลดทอน ที่กำหนดให้  $m = n = 20$  ส่วนกฏพีดีเอม  $\tau$  มีค่าเป็น  $4, 8, 12, 16$ , และ  $20$  วินาที ตามลำดับ แต่รูปที่ 3 เป็นผลตอบสนองของกฏพีดีเอมที่ค่าต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับการกำหนดให้  $m = n = 20$  เช่นเดียวกับในรูปที่ 2 ผลลัพธ์ที่สามที่นำมาแสดงนี้ กำหนดให้  $\beta_0 = 0$  rad

**4. สรุป**

จะเห็นได้ว่าการออกแบบด้วยเทคนิคนี้ สามารถแก้ไขจุดบกพร่องของผลตอบสนองของวงจรรอง ที่ออกแบบด้วยการใช้เทคนิคการออกแบบ ตามเอกสารอ้างอิง [1] ซึ่งมีขีดจำกัดตรงที่ อันดับของเศษและส่วน ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรองต้องไม่แตกต่างกันมาก ได้ โดยที่ผลตอบสนองของขนาดและของกฏพีดีเอมมีความราบเรียบที่สุดทั้งคู่ สำหรับทุก ๆ ค่าของอันดับของเศษและส่วน ในทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันของวงจรรอง อีกทั้งยังสามารถปรับขนาดวัดของผลตอบสนองขนาดได้ ในขณะที่ผลตอบสนองของกฏพีดีเอมยังคงราบเรียบที่สุดด้วย

**เอกสารอ้างอิง**

- [1] ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์ พุทธิศักดิ์ ชิวสุวิทย์ และ กอบชัย เดชหาญ, รีเวิร์สฟิลเตอร์ดิจิทัลชนิดไม่ผ่านความถี่กลาง ที่ซึ่งผลตอบสนองขนาดและกฏพีดีเอมราบเรียบที่สุด, การประชุมทางวิชาการ วิศวกรรมไฟฟ้า, ครั้งที่ 13, ๒ ภาควิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, ระหว่าง 8-9 พฤศจิกายน 2533, หน้า 101 - 109
- [2] ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์ และ พุทธิศักดิ์ ชิวสุวิทย์, วงจรรองความถี่ดิจิทัลชนิดไม่ผ่านความถี่กลางแบบรีเวิร์สฟิลเตอร์ ที่ให้เฟสเป็นเชิงเส้น และสามารถควบคุมผลตอบสนองของขนาดกับกฏพีดีเอม ในย่านผ่านความถี่, การประชุมทางวิชาการวิศวกรรมไฟฟ้า, สถาบันอุดมศึกษาแห่งประเทศไทย, ครั้งที่ 9, ๒ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ระหว่าง 3-4 ธันวาคม 2529, เล่มที่ 2, หน้า 5-7-1 - 5-7-11
- [3] T. TRISUWANNAWAT, K. DEJHAN, and F. CHEEVASUVIT " A Design Technique of Linear Phase Recursive Digital Filter with Controllable Magnitude At An Arbitrary Specified Frequency," IEEE' 1991 International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '91), SINGAPORE, Jun. 11-14, 1991.
- [4] P. THAJCHAIYAPONG, and F. CHEEVASUVIT, " Filter coefficients of high-pass and band-elimination recursive digital filters with a maximally flat group delay," International Journal of Electronics, Vol.47, pp. 365-371, Jan 1979.

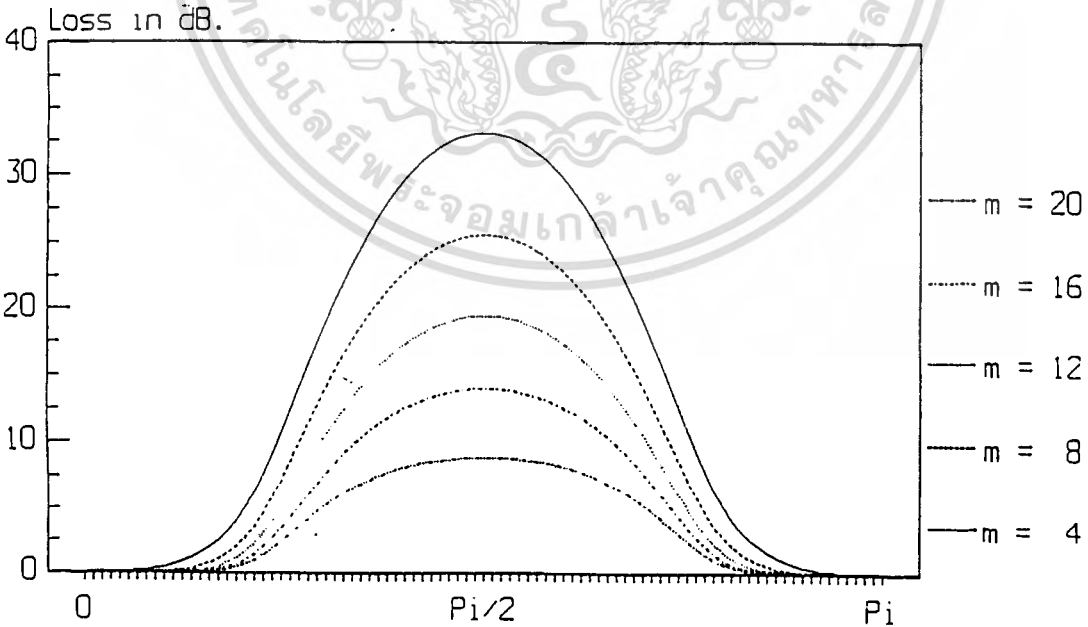


Fig. 1 Loss Responses for various m, with Group Delay = 4 s., n = 20.

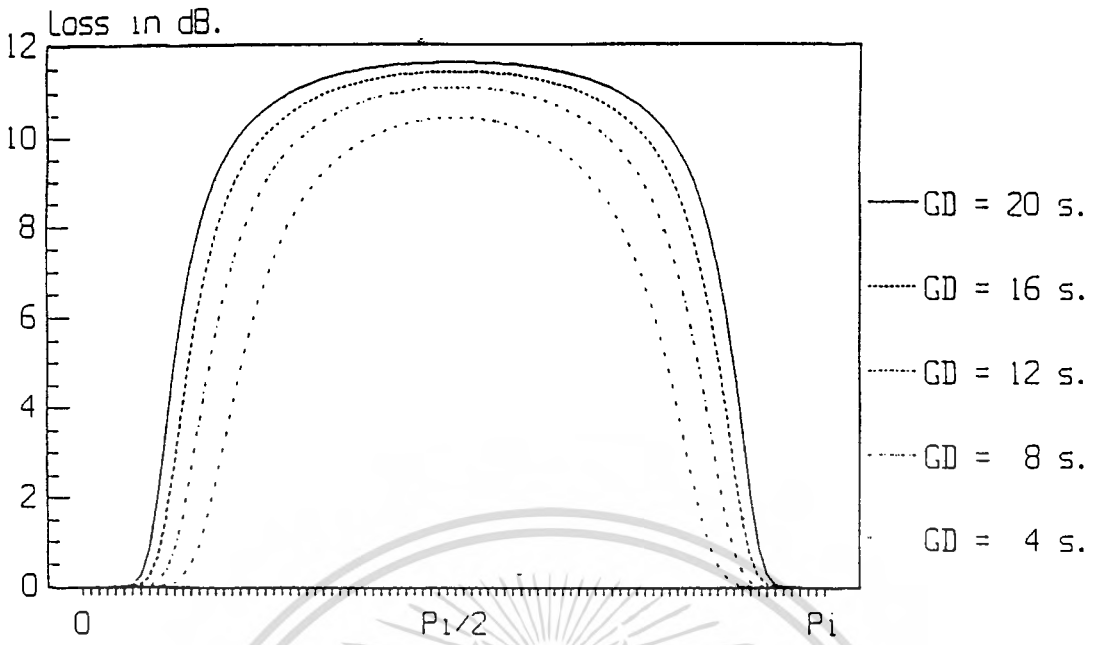


Fig. 2 Loss Responses with  $m = n = 20$ , for various Group Delay, GD

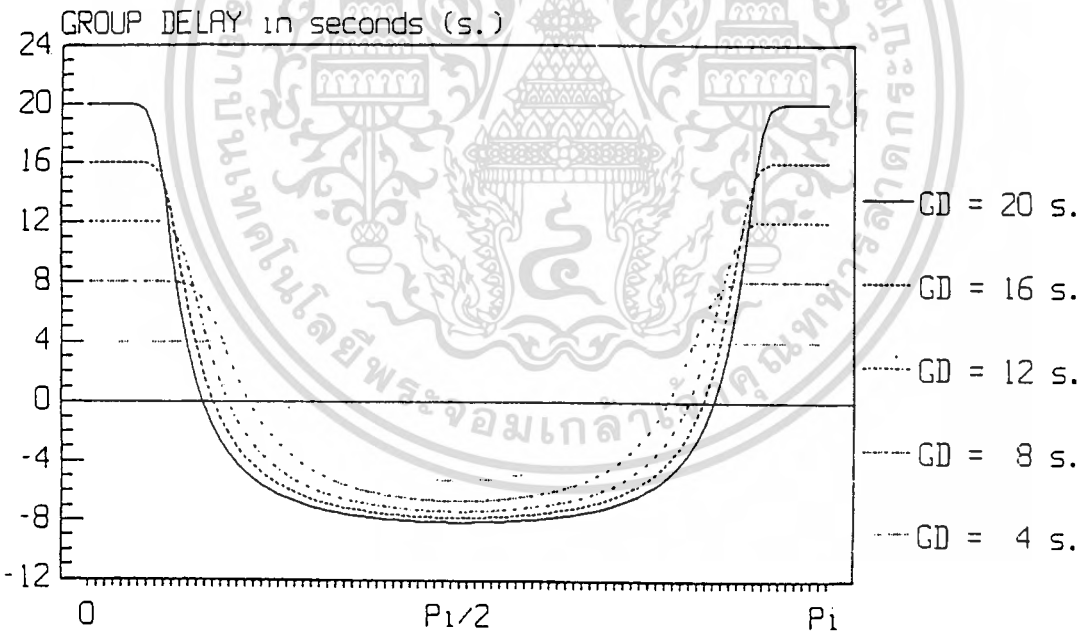


Fig. 3 GROUP DELAY Responses with  $m=n=20$  for various Group Delay, GD

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน	นายประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์
วัน เดือน ปี เกิด	วันที่ 13 เมษายน พ.ศ. 2500
สถานที่เกิด	จังหวัดพิษณุโลก
วุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี	อุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต สาขา เทคโนโลยีเครื่องมือวัดอุตสาหกรรม
สถานที่สำเร็จการศึกษา	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ผลงานวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์	[1] Y. Prempraneerach, L. Vijinwatana AND P. Julseriwong, 'New inductive speed transducer', IEE Proc., Vol. 129, Pt. D., No. 1, January 1982, pp.30 - 34. [2] กิตติ ตีระเศรษฐ์ สุนันท์ ศรีเสนา ประสิทธิ์ จุลเสวีวงศ์ " การใช้ไมโครคอมพิวเตอร์ในการควบคุมอุณหภูมิ " การประชุมทางวิชาการ วิศวกรรมไฟฟ้าของ 8 สถาบันอุดมศึกษา ครั้งที่ 5 ระหว่างวันที่ 1 - 2 พฤศจิกายน 2525 หน้า C 34 - C 37.
ประสบการณ์การทำงาน	1) นายช่างเทคนิค แผนกคอมพิวเตอร์และระบบอัตโนมัติ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า วิทยาเขตเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อปี พ.ศ. 2524 - 2526. 2) ผู้จัดการฝ่ายบริการ ห.ส.น. ไดนามิก ซัพพลาย เอ็นจิเนียริง (แผนกเครื่องมือวัด Yokogawa) เมื่อปี พ.ศ. 2526 - 2530.
อาชีพปัจจุบัน	ผู้จัดการฝ่ายบริการ บริษัท คอนโทรลจิก จำกัด