



รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

การทดลองโดยใช้เนื้อเยื่อจริงเพื่อวัดผลการทำลายเนื้อเยื่อผ่านทางอุปกรณ์การแพทย์  
Experiments of Microwave Tissue Ablation Using Medical Device

ผศ.ดร. สุพันธ์ ตั้งจิตกุศลมั่น

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ 2555

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

TK  
7878.6

Q 8317

เลขหมู่..... 131151

เลขทะเบียน.....

วัน,เดือน,ปี.. 2.2...พ.ค.. 2557

b. 12602620  
ที่ครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปเผยแพร่ขึ้นหน้าการ  
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีการเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	V
สารบัญภาพ.....	VI
บทที่/1 บทนำ.....	1
1.1 หลักการและเหตุผล.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
บทที่/2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 การถ่ายเทความร้อน.....	4
2.3 พื้นฐานการกระจายความร้อนภายในเนื้อเยื่อ.....	12
2.4 สมการความร้อนทางชีววิทยา (Bioheat Equation).....	13
2.5 ลักษณะทางกายวิภาคเบื้องต้นของตับ.....	14
2.6 โรคมะเร็ง.....	16
2.7 หลักการทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ.....	19
2.3 พื้นฐานการกระจายความร้อนภายในเนื้อเยื่อ.....	12
2.3 พื้นฐานการกระจายความร้อนภายในเนื้อเยื่อ.....	12
บทที่/3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	23
3.1 บทนำ.....	23
3.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์.....	23
3.3 การแก้ปัญหาทางความร้อนและไฟฟ้าแบบ 3 มิติ.....	24
3.4 กระบวนการแก้ปัญหาด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟต์แวร์.....	30
3.5 การประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์.....	31
บทที่/4 ผลการทดลอง.....	33
4.1 สร้างโพรบจริง.....	34
4.2 ทำการจำลองการทำงานด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์.....	35
4.2 ทำทดลองกับเนื้อเยื่อจริง.....	36
บทที่/5 สรุปผลการวิจัย.....	39
บรรณานุกรม/เอกสารอ้างอิง.....	40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**หมายเหตุ**

1. ชื่อหัวข้อและจำนวนบทสามารถปรับให้สอดคล้องกับงานวิจัยได้ตามความเหมาะสมของงานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์/ด้านสังคมศาสตร์
2. เครื่องหมาย / หมายถึง การเว้นวรรค 1 ระยะตัวอักษร



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ค่าการนำความร้อน $k$ ของโลหะ อโลหะ ของแข็ง ของเหลว และแก๊สบางชนิด .....	8
2.2 ค่าโดยประมาณของสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ย .....	10



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1.1 ขบวนการวิจัยและทดลอง.....	1
1.2 ภาพผลการทดลองกับเนื้อเยื่อจริง.....	2
2.1 (ก) แสดงเครื่องหมายของค่า $dT/dx$ สำหรับการนำความร้อน	
(ข) แสดงทิศทางการไหลของความร้อน.....	5
2.2 แสดงปริมาณควบคุม $dx.dy.dz$ .....	6
2.3 การพัฒนาชั้นของขอบเขตในการพาความร้อน.....	10
2.4 กราฟแสดงผลกระทบของอุณหภูมิที่มีต่อเซลล์มะเร็ง [8].....	13
2.5 แสดงลักษณะกายวิภาคของตับ.....	14
2.6 แสดงลักษณะทางกายภาพของเส้นเลือดต่างๆภายในตับ.....	14
2.7 แผนภาพแสดงขั้นตอนของการเกิดมะเร็ง.....	18
2.8 แสดงลักษณะทางกายภาพของเส้นเลือดต่างๆภายในตับ.....	18
2.9 แสดงรูปแบบการทำลายเซลล์มะเร็งตับด้วยคลื่นความถี่วิทยุ.....	20
2.10 แสดงลักษณะของเครื่องกำเนิดความถี่วิทยุและอิเล็กทรอนิกส์ในการรักษามะเร็งตับด้วยคลื่นความถี่วิทยุ.....	21
2.11 แสดงการใช้อัลตราซาวด์เป็นเครื่องมือนำทางหาตำแหน่งการรักษามะเร็งตับ.....	22
3.1 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์และโหนด.....	23
3.2 รูปแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของกระดูก [17].....	32
4.1 แสดงเครื่องมือที่ใช้ทำการทดลอง เครื่อง RF ABLATION.....	33
4.2 โพรบที่ทำการสร้างเพื่อใช้งานร่วมกับ เครื่อง RF ABLATION.....	34
4.3 การจำลองการทำงานด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์.....	35
4.4 การทดลองในรูปแบบ 3 มิติ.....	36
4.5 ผลการทดลองกับเนื้อเยื่อจริง.....	37

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) การทดลองโดยใช้เนื้อเยื่อจริงเพื่อวัดผลการทำลายเนื้อเยื่อผ่านทางอุปกรณ์การแพทย์

แหล่งเงิน ..เงินรายได้

ประจำปีงบประมาณ.....2555.....จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน 75,000.....บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย.....1.....ปี ตั้งแต่ 1 ตุลาคม 2554 ถึง 30 กันยายน 2555.....

ชื่อ-สกุล หัวหน้าโครงการ และผู้ร่วมโครงการวิจัย พร้อมระบุ หน่วยงานต้นสังกัด

ศศ.ดร.สุพันธ์ ตั้งจิตกุศลมั่น

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

### บทคัดย่อ

งานวิจัยฉบับนี้ ทำการวิเคราะห์และทำการทดลองกับเนื้อเยื่อจริงในกระบวนการทำลายเซลล์มะเร็ง โดยทางทีมผู้วิจัยได้ทำการนำเอาเนื้อเยื่อที่มีหลอดลมมาทำการทดลอง โดยพบว่าเมื่อทำการขยายหลอดลมด้วยความร้อน อันเนื่องมาจาก การนำกระแสของคลื่นความถี่วิทยุสามารถส่งผลให้เกิดการขยายตัวของหลอดลมได้ โดยสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้เกิดการขยายช่องทางเดินหลอดลม ซึ่งเป็นแนวทางที่นำมาประยุกต์ใช้ในการบำบัดผู้ป่วยที่มีอาการหลอดลมตีบ วิธีการในรูปแบบนี้ถูกเรียกว่า RF BALLOON เป็นวิธีการขยายทางเดินของหลอดลมด้วยการใช้คลื่นความถี่วิทยุ ในการเปิดถ่างผนังของหลอดลมให้มีการขยายตัว โดยสามารถลดอาการหอบเหนื่อย และใช้ระยะเวลาอันสั้นในกระบวนการรักษาผู้ป่วย ซึ่งเป็นแนวทางรักษาที่กำลังเป็นที่นิยมในปัจจุบันแต่ในขณะนี้ประเทศไทยยังไม่แพร่หลายมากนัก ทางผู้วิจัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะมีการนำเอาระบบนี้เข้ามาทำการรักษาให้กับผู้ป่วยในประเทศ

คำสำคัญ : Airway Smooth Muscle, ระเบียบวิธีไฟโนด์เอลิเมนต์, RF Ablation, RF Balloon Technique

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Research Title:** Experiments of Microwave Tissue Ablation Using Medical Device.....

**Researcher:**..... Assit. Prof. Dr. Supan Tungitkusolmun.....

**Faculty:** ..... Engineering..... **Department:** Electronic Engineering.....

### ABSTRACT

In this research analysis Airway Smooth Muscle by Radiofrequency Ablation we use real tissue for experiment this technique for increase air flow in smooth muscle this technique called "RF-Balloon" this technique can has painfulness .Now in Thailand this technique is not popular but coming soon this technique will more popular because less effect to patient and operating time too short from the result can describe about effect from therapy in smooth organ and proper for patient that has problem , We try to validate data from simulation and design new RF-Probe that not have ground plate for reduce effect from ground plate of RF Ablation system. This research very important for doctor to know about RF Ablation operation for apply to reconstruct airway smooth muscle.

**Keywords :** Airway Smooth Muscle, Finite Element Analysis , RF Ablation., RF Balloon Techniqu

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง จากแหล่งทุนวิจัยเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2555 ทางทีมผู้วิจัย ขอขอบพระคุณ ผู้บริหารทุกท่าน ที่ให้การสนับสนุนในการพัฒนางานวิจัย และทางสาขาวิชาที่อำนวยความสะดวก ต่อผู้วิจัยในเรื่องของสถานที่ทำการวิจัย และนักศึกษาระดับปริญญาโทที่คอยสนับสนุนด้านการวิจัยในทุกๆ ด้าน

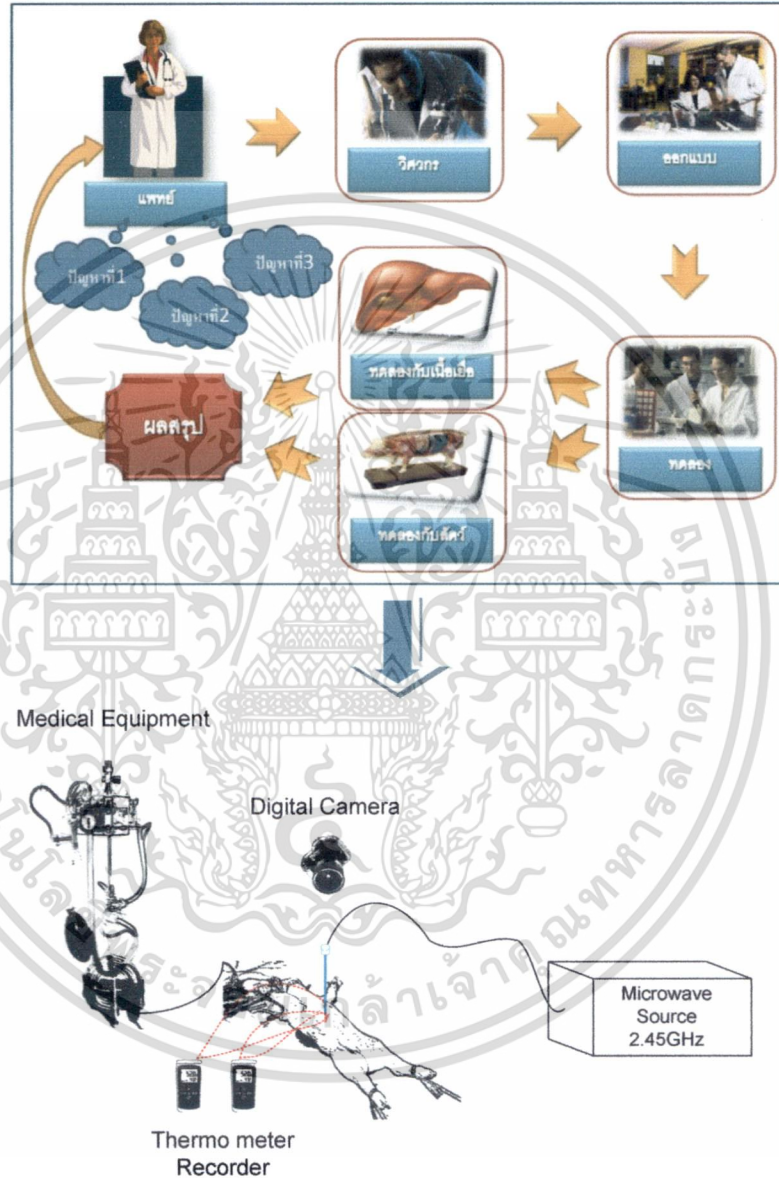


หัวหน้าโครงการวิจัย ผศ.ดร.สุพันธุ์ ตั้งจิตกุศลมั่น  
สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1  
บทนำ

1.1 หลักการและเหตุผลของโครงการวิจัย



รูปที่ 1.1 ขบวนการวิจัยและการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1.2 ภาพผลการทดลองกับเนื้อเยื่อจริง

งานวิจัยฉบับนี้มุ่งเน้นพัฒนางานวิจัยด้านวิศวกรรมชีวการแพทย์โดยเปรียบเทียบผลการออกแบบทางด้านวิศวกรรม และทำการทดลองจริง เพื่อให้ได้ผลที่ใกล้เคียงกับการใช้งานจริง ซึ่งที่ผ่านมาทางผู้วิจัยได้ทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิจัยร่วมกับแพทย์และได้ทำการทดลองในเนื้อเยื่อแบบ *in Vitro* (เนื้อเยื่อที่ได้จากสัตว์ที่เสียชีวิตแล้ว) กระบวนการต่อไป จำเป็นต้องทำการทดสอบกับเนื้อเยื่อแบบ *in Vivo* ซึ่งใกล้เคียงกับเนื้อเยื่อจริงเพราะยังมีการไหลเวียนของเลือดอยู่ จึงเป็นเหตุผลที่จะพัฒนางานวิจัยที่น่าสนใจ และมีประสิทธิภาพที่สูงขึ้น เนื่องจากใช้ งานกับเนื้อเยื่อที่ใกล้เคียงกับ ของจริง

## 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

1. สร้างงานวิจัยตามทิศทางการวิจัยของสถาบันฯ ทิศทางที่ 1 การวิจัยด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ และการ

สื่อสาร (ICT) และอิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งหมายถึง การวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาองค์ความรู้ด้านเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร โดยอาศัยหลักของวิทยาการคอมพิวเตอร์ วิศวกรรมไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ วิศวกรรมชีวการแพทย์ หรือเทคโนโลยีใหม่ๆ โดยกลุ่มวิจัยประกอบด้วยนักวิจัยจากอิเล็กทรอนิกส์ ชีวการแพทย์ และทางด้านโทรคมนาคมได้นำเอาหลักการทางด้านวิศวกรรม โดยผสมผสานเพื่อให้เกิดงานวิจัยเพื่อสร้างนวัตกรรมที่มี คุณค่าต่อประเทศ ตามทิศทางการวิจัยของสถาบันฯ

2. เพื่อให้เกิดความร่วมมือในการทำงานของกลุ่มวิจัยภายในสถาบัน และ กับหน่วยงานภายนอก เพื่อพัฒนา

งานวิจัยให้มีประสิทธิภาพ มีความหลากหลาย

3. สร้างนักวิจัยที่มีประสิทธิภาพในการทำงานวิจัยที่มีคุณค่า ตอบแทนประเทศชาติ
4. เพื่อให้เกิดกลุ่มวิจัยที่มีการนำเสนอผลงานผลงานอย่างต่อเนื่องในวารสารนานาชาติและ สอดคล้องกับ

การเป็นมหาวิทยาลัยด้านการวิจัยของสถาบันฯ

5. เพื่อสร้างและผลิตงานวิจัยให้สอดคล้องกับเป้าหมายการวิจัยของสถาบันฯ
  - 5.1 ผลิตงานวิจัยและนวัตกรรมเพื่อความเป็นเลิศทางวิชาการ
  - 5.2 ผลิตงานวิจัยที่สามารถนำไปใช้หรือต่อยอดในเชิงพาณิชย์
  - 5.3 ผลิตงานวิจัยที่สามารถนำไปแก้ไขปัญหาด้านเศรษฐกิจและสังคม
  - 5.4 ผลิตงานวิจัยที่รับการจดอนุสิทธิบัตรหรือสิทธิบัตรระดับชาติหรือนานาชาติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการและทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาในงานวิจัยซึ่งประกอบไปด้วยการถ่ายเท ความร้อน พื้นฐานการกระจายความร้อนในเนื้อเยื่อ สมการความร้อนทางชีววิทยา ลักษณะทางโรคมะเร็ง และ หลักการทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ

### 2.2 การถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer)

เมื่อใดก็ตามที่จุดสองจุดมีอุณหภูมิที่แตกต่างกันก็จะมีพลังงานถ่ายเทจากจุดที่มีอุณหภูมิสูงไปยังจุดที่มีอุณหภูมิต่ำพลังงานที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยอิทธิพลของอุณหภูมิที่แตกต่างกันนี้ เรียกว่า ความร้อน ในการศึกษาเกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อน สามารถแยกพิจารณาออกได้อย่างเด่นชัดเป็น 3 ประเภท คือ การนำความร้อน การพาความร้อนและการแผ่รังสีความร้อน อันที่จริงแล้วการกระจายของอุณหภูมิในตัวกลางหนึ่งจะถูกควบคุมโดยอิทธิพลรวม ของการถ่ายเทความร้อนทั้งสามแบบตามที่กล่าว เพราะฉะนั้นตามความเป็นจริงแล้วจึงไม่สามารถแยกแบบหนึ่ง แบบ ใดได้อย่างสิ้นเชิงจากแบบอื่นๆ ที่เหลือได้ อย่างไรก็ตามเพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ เราจะแยกพิจารณา เป็นแบบใดแบบหนึ่งได้ เช่น พิจารณาเฉพาะการนำความร้อนอย่างเดียว ถ้าเมื่อไรก็ตามอิทธิพลของการพาและ การแผ่รังสีมีผลต่อการวิเคราะห์น้อยมาก ดังนั้น เราจึงสามารถแยกพิจารณาในแต่ละแบบของการถ่ายเทความร้อน ได้ตามสมมติฐานดังกล่าว

#### 2.2.1 การนำความร้อน (Conduction Heat Transfer)

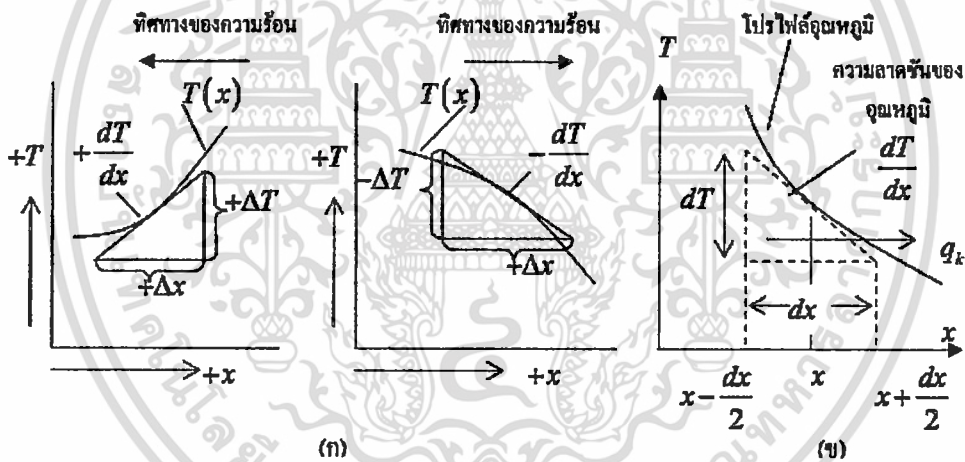
การนำความร้อนเป็นรูปแบบหนึ่งของการถ่ายเทความร้อน ในลักษณะของการแลกเปลี่ยนจากบริเวณที่มี อุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ โดยเคลื่อนที่แบบจลน์ (Kinetic motion) หรือการชนกันโดยตรงของโมเลกุล ซึ่งเป็นลักษณะที่เกิดขึ้นในของไหลที่หยุดนิ่ง ส่วนในกรณีของโลหะนั้นจะเป็นการไหลของกระแสอิเล็กตรอน สำหรับของแข็งที่เป็นตัวนำไฟฟ้าที่ดีจะมีจำนวนอิเล็กตรอนมากมายที่เคลื่อนไหวอยู่ภายในโครงสร้างของ โมเลกุล (Lattice) ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าวัตถุที่เป็นตัวนำไฟฟ้าที่ดีจะเป็นตัวนำความร้อนที่ดีตามไปด้วย ยกตัวอย่าง เช่น ทอง แดง เงิน เหล็ก ฯลฯ อันเป็นผลจากการนำหรือการถ่ายเทพลังงานความร้อนโดยอิเล็กตรอนอิสระเหล่านี้ กฎสหสัมพันธ์ของการนำความร้อนโดยถือเกณฑ์จากการสังเกตจากการทดลองกำเนิดจากบิโอท์(Biot) แต่ต่อมานัก ฟิสิกส์-คณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ชื่อ โจเซฟ ฟูริเยร์ นำ (Joseph Fourier) หลักการนี้มาใช้วิเคราะห์เป็น ทฤษฎีความร้อน กฎนี้กล่าวว่า อัตราการไหลของการนำความร้อนในทิศทางที่กำหนดเป็นสัดส่วนกับพื้นที่ตั้งฉาก กับทิศทางการไหลของความร้อนและเกรเดียนต์ของอุณหภูมิในทิศทางนั้น สำหรับการไหลของความร้อนในทิศทาง  $x$  กฎฟูริเยร์กำหนดเป็น

$$q_x = -kA \frac{dA}{dx} \quad (2.1)$$

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \tag{2.2}$$

โดยที่  $q_x$  คือ อัตราการนำความร้อนผ่านพื้นที่  $A$  ในทิศทางบวก  $x$  มีหน่วยเป็น  $W$   
 $q$  คือ ฟลักซ์ความร้อนในทิศทางบวก  $x$  มีหน่วยเป็น  $W / m^2$   
 $k$  คือ ค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุ มีหน่วย (Thermal conductivity of material) เป็น  $W/m^2K$   
 $A$  คือ พื้นที่ที่ความร้อนไหลผ่านมีหน่วยเป็น  $m^2$

จากสมการ (2.1) นี้มีชื่อเรียกว่า กฎการนำความร้อนของฟูรีเยร์ ำัด (Fourier’s law of conduction) อุณหภูมิลดลงในทิศทางบวกของ  $x$  แล้ว  $dT/dx$  เป็นลบ ดังนั้น  $q$  (หรือ  $q_x$ ) มีค่าเป็นบวกเนื่องจากสมการมีเครื่องหมายติดลบอยู่ เพราะฉะนั้นเครื่องหมายลบจึงต้องใส่ในสมการและ เพื่อให้แน่ใจว่า  $q$  (หรือ  $q_x$ ) เป็นปริมาณบวก เมื่อการไหลของความร้อนอยู่ในทิศทางบวกของ  $x$  ในทางกลับกันเมื่อทางด้านขวามือของสมการเป็นลบ แสดงว่าการไหลของความร้อนอยู่ในทิศทางลบของ  $x$



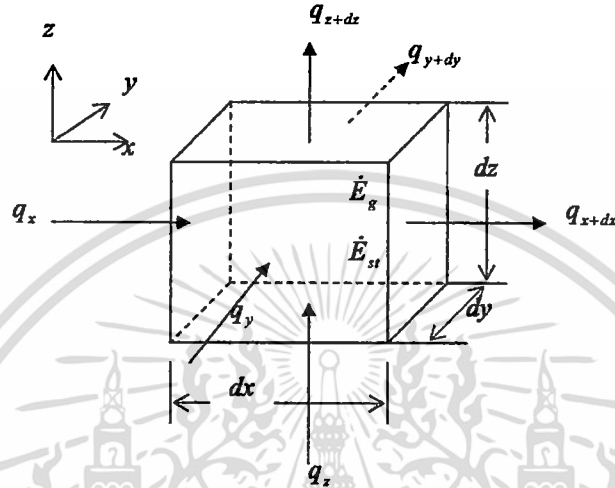
รูปที่ 2.1 (ก) แสดงเครื่องหมายของค่า  $dT/dx$  สำหรับการนำความร้อน  
 (ข) แสดงทิศทางการไหลของความร้อน

จุดประสงค์หลักในการวิเคราะห์การนำความร้อนก็เพื่อที่จะหาสนามอุณหภูมิ (Temperature field) ในตัว กลางหนึ่งซึ่งเป็นผลมาจากเงื่อนไขซึ่งสอดคล้องกับขอบเขตของมัน นั่นคือ ต้องทราบการกระจายของอุณหภูมิ (Temperature distribution) เมื่อทราบค่านี้ก็จะสามารถหาฟลักซ์ความร้อนที่จุดใดๆ ในตัวกลางนั้น จากกฎ ฟูรีเยร์ การหาค่านี้ทำได้โดยใช้กฎของพลังงาน (Energy conservation) กับปริมาตรควบคุมดิฟเฟอเรนเชียล ซึ่งระบุกระบวนการถ่ายพลังงานและใช้สมการอัตราที่เหมาะสม ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียลซึ่งค่า ตอบของมันจะให้การกระจายอุณหภูมิในตัวกลางหรือวัตถุนั้น

พิจารณาตัวกลางเนื้อเดียวกันซึ่งมีเกรเดียนอุณหภูมิจริง และการกระจายอุณหภูมิ  $T(x, y, z)$  กำหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinates) เรากำหนดปริมาตรควบคุมเล็กๆมาๆ  $dx \cdot dy \cdot dz$  ตามที่แสดงในรูปที่ 2.1 ถ้ามีเกรเดียนอุณหภูมิแล้วการนำความร้อนจะเกิดขึ้นข้ามแต่ละอันของผิวควบคุม อัตราการนำความร้อนนี้ จะตั้งฉากกับผิวควบคุม แต่ละอันที่ตำแหน่งโคออร์ดิเนต  $x, y, z$  ซึ่งแสดงโดยเทอมของ  $q_x, q_y, q_z$  ตามลำดับ อัตราการนำความร้อน ที่ผิวตรงข้ามสามารถกระจาย โดยอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) คิดโดยไม (expansions เทอมลำดับสูงๆ (Higher order terms) จะได้



รูปที่ 2.2 แสดงปริมาณควบคุม  $dx \cdot dy \cdot dz$

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (2.3)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (2.4)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (2.5)$$

ภายในตัวกลางมีแหล่งพลังงานซึ่งสามารถผลิตอัตราความร้อนได้ เทอมนี้แทนด้วย

$$\dot{E}_g = \dot{q} dx dy dz \quad (2.6)$$

โดยที่  $\dot{q}$  คือ อัตราพลังงานที่ผลิตขึ้นในตัวกลางต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร (  $W/m^3$  ) นอกจากนี้ยังมีพลังงานซึ่งเก็บไว้โดยวัตถุหรือตัวกลางในปริมาตรควบคุม ซึ่งคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\dot{E}_{st} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.7)$$

โดยที่  $\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในของตัวกลางต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรต่อเวลา  
ที่  
เปลี่ยนแปลง  
เมื่อใช้กฎทรงพลังงานกับปริมาตรควบคุมจะได้

$$\dot{E}_{in} + \dot{E}_g - \dot{E}_{out} = \dot{E}_{st} \quad (2.8)$$

ดังนั้นจะเห็นว่า อัตราการนำความร้อนประกอบด้วยการไหลเข้า ( $E_{in}$ ) และไหลออก ( $E_{out}$ ) ของพลังงาน และแทนสมการ (2.6) และ (2.7) ได้

$$(q_x + q_y + q_z) + q dx dy dz - (q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz}) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.9)$$

แทนด้วยสมการ (2.3 - 2.5) ได้

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + q dx dy dz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.10)$$

จากกฎของฟูริเยร์ อัตราการนำความร้อนเป็น

$$q_x = -k dy dz \frac{\partial T}{\partial x}, q_y = -k dx dz \frac{\partial T}{\partial y}, q_z = -k dx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.11)$$

โดยการแทน (2.11) และ (2.10) และหารตลอดด้วยมิติของปริมาตรควบคุม ( $dx dy dz$ ) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.12)$$

สมการ (2.12) เป็นรูปทั่วไปของสมการฟุ้งกระจายของความร้อนในพิกัดคาร์ทีเซียน โดยทั่วไปสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นี้เรียกว่า สมการความร้อน เป็นเครื่องมือพื้นฐานสำหรับวิเคราะห์การนำความร้อน จากคำตอบของสมการเรา จะ ได้การกระจายอุณหภูมิเป็นฟังก์ชันของเวลา จากสมการความร้อนสามารถกล่าวได้ว่า ที่จุดใดๆในตัวกลาง อัตรา การนำความร้อนสุทธิในปริมาตรหนึ่งหน่วยรวมกับอัตราการผลิตความร้อนเชิงปริมาตรต้องมีค่าเท่ากับ อัตราการ เปลี่ยนของพลังงานความร้อนที่สะสม ไว้ภายในปริมาตรนั้น สำหรับกรณี ค่า  $k$  มีค่าคงที่ จะได้ว่า □

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.13)$$

โดยที่  $\alpha = k / \rho c_p$  เรียกว่า ค่าการฟุ้งกระจายความร้อน ของวัตถุ คุณสมบัติ (Thermal diffusivity) ทาง เทอร์โมฟิสิกส์ที่สำคัญนี้ก็เป็นอัตราส่วนของค่าการนำความร้อนของวัตถุต่อค่าความจุความร้อน ค่า  $\alpha$  มาก หมายความว่าวัตถุมีการถ่ายเทความร้อนโดยการนำมากกว่าที่พลังงานที่เก็บเอาไว้มากหรือความร้อนแพร่กระจาย ตลอดวัตถุอย่างรวดเร็ว มีหน่วยเป็น  $m^2/s$

### 2.2.1.1 ค่าการนำความร้อน $k$ (Thermal Conductivity)

ค่าการนำความร้อนเป็นคุณสมบัติอย่างหนึ่งของวัตถุ นิยามตามความหมายด้วยสมการ (2.1) ค่าการนำความร้อนที่อุณหภูมิค่าของแก่นั้นไม่สามารถหาได้จากการวิเคราะห์ ดังนั้น ข้อมูลเกี่ยวกับการนำความร้อน ส่วนใหญ่ของวัตถุจึงได้มาจากการวัดและการทดสอบโดยทั่วไปแล้วค่าการนำความร้อนของวัตถุจะแปรค่าไปตาม อุณหภูมิแต่การใช้งานส่วนใหญ่จะใช้ค่าการนำความร้อนคงที่ที่หาจากอุณหภูมิจุดเฉลี่ยซึ่งก็ให้ผลเป็นที่น่าพอใจ ตารางที่ 2.1 เป็นตัวอย่างค่าการนำความร้อนของโลหะ อโลหะ ของเหลวและแก๊สบางชนิด

ตารางที่ 2.1 ค่าการนำความร้อน  $k$  ของโลหะ อโลหะ ของแข็ง ของเหลว และแก๊สบางชนิด

ชนิดของวัสดุ	ค่าการนำความร้อนที่ $K 300(W / m \text{ } ^\circ K)$
ทองแดง	386
อะลูมิเนียม	204
เหล็กคาร์บอน	54
แก้ว	0.75
พลาสติก	0.2-0.3
น้ำ	0.6
เอทิลไกลคอล (Ethyl glycol)	0.2
น้ำมันเครื่อง	0.15
ฟร็อนเหลว	0.07
ไฮโดรเจน	0.18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลไกการถ่ายเทความร้อนโดยการนำของแก๊สสามารถอธิบายได้จากทฤษฎีคิเนเมติกว่า เนื่องจากโมเลกุลของแก๊สมีการเคลื่อนที่อิสระ ไม่มีเส้นทางการเคลื่อนที่ที่แน่นอนตายตัว ดังนั้น เมื่อโมเลกุลเหล่านั้นเกิดการชนกันขึ้นก็จะมีผลแลกเปลี่ยนพลังงานและโมเมนตัมซึ่งกันและกัน แต่เนื่องจากโมเลกุลที่มีอุณหภูมิสูงนั้นมีพลังงานจลน์มากกว่า ดังนั้น เมื่อโมเลกุลจากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงเคลื่อนที่ไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าก็จะพาเอาพลังงานจลน์ในบริเวณที่ต่ำกว่านั้นด้วย และเมื่อโมเลกุลที่มีพลังงานจลน์สูงเกิดการชนกันกับโมเลกุลที่มีพลังงานจลน์ต่ำกว่าก็จะมีผลถ่ายเทพลังงานเกิดขึ้น กลไกการนำความร้อนทางกายภาพภายในของเหลวก็มีลักษณะเช่นเดียวกัน แต่เนื่องจากโมเลกุลของของเหลวนั้นมีจำนวนหนาแน่นกว่าและสนามของแรงในของเหลวก็มีบทบาทต่อการถ่ายเทพลังงานมากกว่า ดังนั้นลักษณะการถ่ายเทความร้อนจึงมีความซับซ้อนกว่าแก๊สจะเห็นได้ว่า ค่าการนำความร้อนของแก๊สต่าง ๆ นั้นเกือบจะไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของความดันเลย ยกเว้นในช่วงที่อยู่ใกล้จุดวิกฤตเท่านั้น โดย การวิเคราะห์จากการแลกเปลี่ยนพลังงานจลน์อย่างง่าย ๆ ปรากฏค่าการนำความร้อนของแก๊สเพิ่มขึ้นตามกำลังสอง ของอุณหภูมิสัมบูรณ์

ค่าการนำความร้อนของของเหลวเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ และจะเห็นได้ว่า ค่าการนำความร้อนของของเหลวต่าง ๆ ยกเว้นค่าการนำความร้อนของน้ำจะเพิ่มขึ้นตามอุณหภูมิ แต่การเปลี่ยนแปลงค่าการนำความร้อนนั้น มีค่าน้อยมากจนสามารถถือว่ามีความคงที่ที่อุณหภูมิเฉลี่ยค่าหนึ่งของการใช้งาน ส่วนใหญ่และไม่ปรากฏว่าค่าการนำความร้อนนั้นขึ้นอยู่กับขนาดของความดันเลย พลังงานความร้อนในวัตถุที่เป็นของแข็งนั้นจะถูกเคลื่อนย้ายโดยอิเล็กตรอนอิสระและการสั่นสะเทือนภายในโครงสร้างโดยปกติแล้วการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนอิสระจะเป็นการเคลื่อนที่ที่มีบทบาทสำคัญ และเนื่องจากภายในตัวนำไฟฟ้าที่ดีนั้นจะมีจำนวนอิเล็กตรอนเป็นจำนวนมากเคลื่อนที่ไปมาอยู่ ภายในโครงสร้างของมัน ดังนั้นตัวนำไฟฟ้าที่ดี จึงเป็นตัวนำความร้อนที่ดีด้วย ในทำนองเดียวกันวัตถุที่เป็นฉนวน ไฟฟ้าที่ดี ก็จะเป็นฉนวนความร้อนที่ดีด้วยเช่นเดียวกัน อย่างไรก็ตามสมรรถนะในการป้องกันความร้อนของฉนวนจะดีหรือไม่ขึ้นอยู่กับความสามารถในการกักอากาศไว้ในรูพรุนของโครงสร้างของวัตถุเหล่านั้น การถ่ายเทความร้อน ในวัตถุเหล่านั้นเกิดขึ้นได้หลายวิธีด้วยกัน เช่น การนำความร้อนผ่านโครงสร้างแบบเส้นใย และโครงสร้างที่เป็น รูพรุน การนำและการพา ความร้อนผ่านอากาศที่ถูกกักไว้ในโพรงว่างและการแผ่รังสีความร้อนในระหว่างโครงสร้าง ที่ยึดติดกัน ซึ่งมีความสำคัญสำหรับในกรณีที่มีอุณหภูมิสูงๆ และในบริเวณที่เป็นสุญญากาศ ปัจจุบันได้มีการ พัฒนาฉนวนกันความร้อนแบบพิเศษไว้สำหรับการใช้งานในที่ที่อุณหภูมิต่ำถึง 25 K ชั้นฉนวนพิเศษเหล่านี้ประกอบด้วยชั้นของวัตถุที่สามารถสะท้อนความร้อนได้ดีเป็นจำนวนหลายๆชั้นฉนวนแต่ละชั้นจะถูกคั่นด้วยช่องว่างที่เป็น สุญญากาศเพื่อให้มีการนำและพาความร้อนน้อยที่สุด ฉนวนพิเศษเหล่านี้จะให้ค่าการนำความร้อนต่ำถึง  $0.02 \text{ W/m}^2\text{K}$

### 2.2.2 การพาความร้อน (Convection Heat Transfer)

เมื่อของไหลไหลผ่านวัตถุที่เป็นของแข็งหรือไหลผ่านภายในช่องทางการไหล โดยที่อุณหภูมิของของไหล และผิวของแข็งมีค่าแตกต่างกันการถ่ายเทความร้อนระหว่างของไหลและผิวของของแข็งจะเกิดขึ้นเมื่อของไหลเคลื่อนที่สัมผัสกับผิวของของแข็ง กลไกของการถ่ายเทความร้อนแบบนี้ เรียกว่า การพาความร้อน ถ้าการเคลื่อนที่ของของไหลเกิดขึ้นโดยแรงภายนอกมาบังคับทำให้ของไหลไหลผ่านบนพื้นผิว การถ่ายเทความร้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อนแบบนี้ เรียกว่า การพาความร้อนแบบบังคับ ากการเคลื่อนที่ (Force convection) นที่ของของไหลเกิดจากแรงลอยตัว ซึ่งเป็นผล มาจากความแตกต่างของความหนาแน่นที่เกิดจากความแตกต่างของอุณหภูมิภายในของไหล การถ่ายเทความร้อน แบบนี้ เรียกว่า การพาความร้อนแบบอิสระ (Free convection) การคำนวณหาการกระจายอุณหภูมิและ การถ่ายเทความร้อนแบบการพาความร้อน ในทางปฏิบัติเป็นเรื่องที่มีความซับซ้อนมาก เพื่อให้การคำนวณหาการ ถ่ายเทความร้อนง่ายขึ้นระหว่างผิวที่ร้อน  $T_w$  และอุณหภูมิของของไหลเย็นที่ไหลผ่านบนผิวที่อุณหภูมิ  $T_f$  ตามที่ แสดงในรูปที่ 2.3 ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ( $h$ ) ถูกกำหนดเป็น

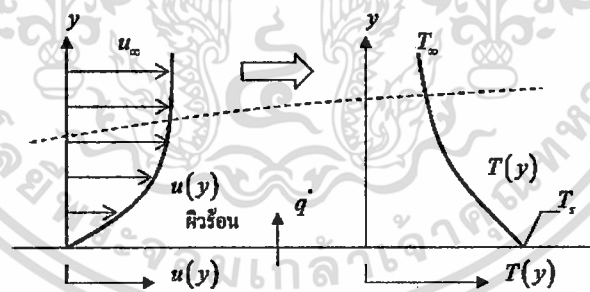
$$q'' = h[T_w - T_f] \tag{2.14}$$

โดยที่  $q''$  เป็นฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทจากผนังร้อนไปยังของไหลที่เย็น มีหน่วยเป็น ( $W/m^2$ ) ถ้าการถ่ายเทความร้อนเกิดจากของไหลที่ร้อนไปยังผนังเย็น จะได้ว่า

$$q'' = h[T_f - T_w] \tag{2.15}$$

โดยที่  $q''$  เป็นฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทจากของไปยังของไหลที่ร้อนไปยังผนังเย็น สมการ (2.15) เป็นสมการที่ได้มาจากกฎการเย็นตัวของนิวตัน (Newton's law of cooling) โดยที่อุณหภูมิมีหน่วยเป็นเซลเซียสหรือเคลวินและค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน  $h$  มีหน่วย  $W/(m^2\text{K})$

ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน  $h$  (Convection heat transfer coefficient) จะมีค่าแปรเปลี่ยนไปตาม ชนิดของการไหล เช่น การไหลแบบลามินาร์หรือการไหลแบบเทอร์บูเลนซ์รูปทรงของวัตถุ พื้นที่ที่ของไหลผ่าน คุณสมบัติทางฟิสิกส์ของของไหล อุณหภูมิเฉลี่ยและตำแหน่งต่างๆตามพื้นที่ผิวของวัตถุ นอกจากนี้ยังขึ้นกับกลไก ของการถ่ายเทความร้อนว่าเป็นการพาความร้อนแบบบังคับหรือเป็นการพาความร้อนแบบอิสระ ค่าของ  $h$  จะแปร เปลี่ยนไปตามตำแหน่งต่างๆตามพื้นที่ผิววัตถุ ดังนั้น เพื่อความสะดวกจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ย ตลอดพื้นผิว แทนค่า  $h$  ที่ตำแหน่งนั้นๆ ในการพิจารณาการพาความร้อนตลอดทั้งพื้นผิว  $h_m$  สมการและค่า  $h$  จึง ถูกแทนด้วยค่า  $h$  ดังนั้นค่า  $q''$  จึงเป็นค่าฟลักซ์ความร้อนเฉลี่ยตลอดบริเวณที่พิจารณา



รูปที่ 2.3 การพัฒนาชั้นของขอบเขตในการพาความร้อน

ตารางที่ 2.2 ค่าโดยประมาณของสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉลี่ย

ประเภทของการพาความร้อนและชนิดของของไหล	$h_c$ ( $W/m^2K$ )
การพาความร้อนแบบอิสระ, อากาศ	5-25
การพาความร้อนแบบอิสระ, น้ำ	20-100

การพาความร้อนแบบบังคับ, อากาศ	10-200
การพาความร้อนแบบบังคับ, น้ำ	50-10,000
น้ำที่กำลังเดือด	3,000-100,000
ไอน้ำที่กำลังอิมตัว	5,000-100,000

### 2.2.3 การแผ่รังสีความร้อน (Radiation heat transfer)

ความร้อนจากการนำและการพาจะเคลื่อนที่ผ่านได้เฉพาะในกรณีที่มีวัตถุมาเป็นตัวกลางเท่านั้น สำหรับ ความร้อนจากการแผ่รังสีนั้นจะสามารถเคลื่อนที่ผ่านได้โดยไม่ต้องมีตัวกลางเลย เช่น ในบริเวณที่มีสุญญากาศ เป็นต้น พลังงานความร้อนจากการแผ่รังสีนั้นจะเคลื่อนที่ไปในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความเร็วเท่ากับ ความเร็วแสง ซึ่งมีความเร็วเท่ากับ  $3 \times 10^8$  cm พลังงานที่เคลื่อนที่ไปในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้านั้นมีอยู่มากมาย หลายชนิด เช่น รังสีเอ็กซ์ รังสี อินฟราเรด แต่สำหรับในที่นี้จะพิจารณาแต่เพียงพลังงานความร้อนจากการแผ่รังสี เท่านั้น

จำนวนพลังงานที่ส่งออกจากผิววัตถุในรูปรังสีความร้อนนั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิสัมบูรณ์และลักษณะผิววัตถุ ที่สามารถแผ่รังสีได้สูงสุดหรือที่เรียกว่า วัตถุดำนั้นจะมีอัตราการแผ่รังสีความร้อนเป็น

$$q_r = \sigma AT^4 \quad (2.16)$$

เมื่อ  $q_r$  = อัตราความร้อนจากการแผ่รังสี มีหน่วยเป็น W  
 $A$  = พื้นที่ของตัวแผ่รังสีความร้อนมีหน่วยเป็น  $m^2$   
 $T$  = อุณหภูมิผิวของตัวแผ่รังสีความร้อน มีหน่วยเป็น K  
 $\sigma$  = ค่าคงที่สเตฟาน-โบลทซ์มันน์  $\times 10^{-8}$  5.67 วัตต์/ม<sup>2</sup>เคลวิน<sup>4</sup> (Boltzmann constant -Stefan)

จะเห็นได้จากสมการ 2.16 อัตราความร้อนจากการแผ่รังสีของวัตถุดำนี้แปรโดยตรงกับกำลังสี่ของอุณหภูมิสัมบูรณ์ และทั้งๆที่อัตราการแผ่รังสีความร้อนไม่ขึ้นอยู่กับสภาพของสิ่งแวดล้อมก็ปรากฏว่า อัตราการถ่ายเท ความร้อนสุทธิของการแผ่รังสีจะขึ้นอยู่กับความแตกต่างของอุณหภูมิ ระหว่างวัตถุ 2 ชิ้น หรือมากกว่า 2 ชิ้น ที่กำลังแลกเปลี่ยนความร้อนซึ่งกันและกัน ถ้าวัตถุดำแผ่รังสีความร้อนไปยังวัตถุที่อยู่รอบๆและวัตถุที่อยู่รอบๆก็เป็น วัตถุดำ (สามารถดูดซับพลังงานจากการแผ่รังสีที่มาตกกระทบได้หมด) ด้วยแล้วอัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิจาก การแผ่รังสีของวัตถุดำที่มีอุณหภูมิไปยังวัตถุที่อยู่รอบๆซึ่งมีอุณหภูมิเป็น  $T_2$  จะมีค่าเป็น

$$q_r = \sigma A_1 (T_1^4 + T_2^4) \quad (2.17)$$

เมื่อ  $T_1$  = อุณหภูมิผิวของวัตถุดำ; K  
 $T_2$  = อุณหภูมิผิวของวัตถุที่อยู่รอบๆ (เป็นวัตถุดำด้วย); K

วัตถุดิบจะไม่สามารถแผ่รังสีความร้อนได้มากเท่ากับตัวแผ่รังสีในจินตนาการที่เรียกว่าวัตถุดำแต่จะแผ่รังสีได้น้อยกว่า ถ้าหากที่อุณหภูมิเท่าๆกันนั้นวัตถุดิบจะสามารถแผ่รังสีความร้อนในอัตราส่วนที่คงที่กับวัตถุดำได้ทุก ความยาวคลื่นแล้ว วัตถุดิบนั้นจะมีชื่อเรียกว่า วัตถุธา ซึ่งจะแผ่รังสีความร้อนในอัตรา

$$q_r = \sigma \epsilon A T^4 \quad (2.18)$$

ส่วนอัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิจากการแผ่รังสีของวัตถุธาที่อุณหภูมิไปยังวัตถุดำที่อยู่รอบๆและมีอุณหภูมิเป็น จะมีค่าเป็น

$$q_r = \sigma A_1 \epsilon_1 (T_1^4 + T_2^4) \quad (2.19)$$

เมื่อ  $\epsilon_1$  ค่าการแผ่รังสีของวัตถุธา มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของความร้อนจากการแผ่รังสีของวัตถุเท่ากับ วัตถุ ดำ เมื่อมีอุณหภูมิเท่าๆกัน

สำหรับกรณีที่วัตถุทั้งสองต่างไม่ใช่วัตถุที่สามารถแผ่รังสีความร้อนได้สูงสุดดังที่มีชื่อว่าวัตถุดำและถ้าวัตถุ ทั้งสองต่างก็มีความสัมพันธ์ทางด้านรูปร่างซึ่งกันและกันแล้ว อัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิจากการแผ่รังสีระหว่าง วัตถุทั้งสอง จะมีค่าเป็น

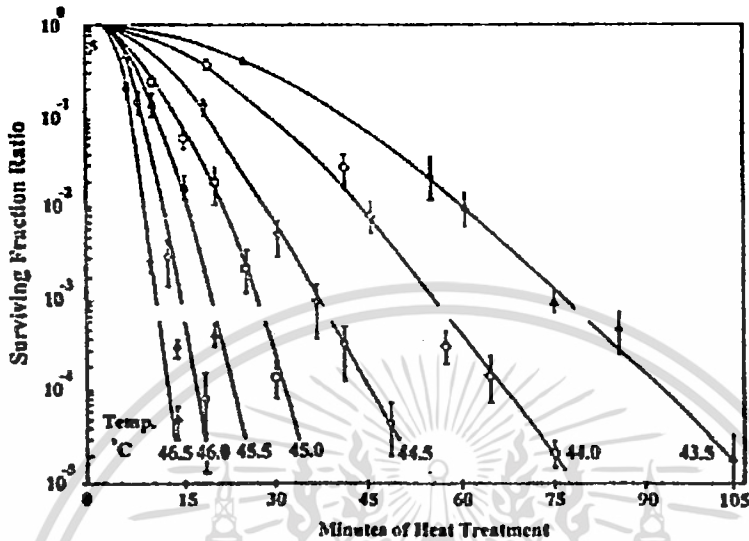
$$q_r = \sigma A_1 \mathcal{S}_{1-2} (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.20)$$

เมื่อ  $\mathcal{S}_{1-2}$  = โมดูลัสที่ใช้ตัดแปลงสมการการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุดำเพื่อใช้หาอัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างวัตถุดิบที่ค่าการแผ่รังสีและความสัมพันธ์ทางรูปร่างรวมเข้าไปด้วย

### 2.3 พื้นฐานการกระจายความร้อนภายในเนื้อเยื่อ

การใช้ความร้อนรักษาโรคเป็นการรักษาที่ทำให้อุณหภูมิ ณ บริเวณนั้น สูงขึ้นอยู่ในช่วง องศา 45-41 เซลเซียส[24], [25] เซลล์ที่อยู่บริเวณนั้นจะถูกผลกระทบและมีการเปลี่ยนแปลงขึ้นกับอุณหภูมิการใช้ความร้อน ในการรักษามะเร็งได้มีการพัฒนาเทคนิคที่เรียกว่า Hyperthermia cancer therapy ซึ่งมีการใช้มาตั้งแต่ปี ค.ศ 1960 .การรักษาโรคมะเร็งโดยใช้ความร้อนเป็นการรักษามะเร็งรูปแบบใหม่ซึ่งมีพื้นฐานและหลักการทางชีววิทยาที่สามารถพิสูจน์ ทดลอง และอธิบายได้ ซึ่งปัจจุบันการรักษาโรคมะเร็งโดยใช้ความร้อนนี้สามารถรักษาโรคมะเร็ง ชนิดต่างๆได้ทั่วร่างกายและได้ผลการรักษาที่น่าสนใจ การรักษามะเร็งด้วยความร้อนอาศัยหลักการให้ความร้อนกับ เซลล์มะเร็งอยู่ในช่วง 41-50 องศาเซลเซียสและการรักษาระดับของอุณหภูมิไว้ให้คงที่ พื้นฐานของปรากฏการณ์ ทางชีววิทยาสำหรับการรักษาโรคมะเร็งด้วยความร้อน จะมีอยู่สองปริมาณที่มีความสำคัญในการรักษา คือ อุณหภูมิ และเวลาในการให้ความร้อน ซึ่งจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ และเวลาที่ส่งผลต่อปริมาณเซลล์มะเร็งที่ รอดตายเมื่อให้อุณหภูมิสูงแก่เซลล์มะเร็ง ในเวลาเริ่มตันเซลล์มะเร็งจะสูญเสียเป็นจำนวนมาก แต่เมื่อมีการลด อุณหภูมิที่ให้แก่เซลล์มะเร็ง ผลกระทบที่เกิดขึ้น คือ ต้องใช้

เวลามากขึ้นเพื่อให้เซลล์มะเร็งตาย ในการเพิ่ม อุณหภูมิให้สูงกว่าเซลล์จำนวนเซลล์จะเกิดการสูญเสียมาก และทำให้เซลล์ปกติที่อยู่รอบๆเซลล์มะเร็งได้รับความเสียหายได้เช่นกัน ดังนั้น ในการเพิ่มอุณหภูมิให้เหมาะสม นั้นสามารถทำลายเซลล์มะเร็งได้จำนวนมาก และไม่เป็น อันตรายแก่เซลล์ปกติ



รูปที่ 2.4 กราฟแสดงผลกระทบของอุณหภูมิที่มีต่อเซลล์มะเร็ง [8]

### 2.4 สมการความร้อนทางชีววิทยา (Bioheat Equation)

ในรูปแบบสมการการกระจายตัวของความร้อน [9], [10] ใช้ในการวิเคราะห์การกระจายความร้อนภายในเนื้อเยื่อช่วงคลื่นความถี่วิทยุ ภายในสมการได้พิจารณาถึงกระแสที่ไหลผ่านภายในเนื้อเยื่อพลังงานที่ถูกเก็บ สะสมในรูปแบบของความร้อน การกระจายตัวของกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านจากตัวอิเล็กโทรดลงสู่เนื้อเยื่อตับ การกระจายตัวของกระแสไฟฟ้าและการเก็บสะสมพลังงานในช่วงความถี่วิทยุการแปรพลังงานที่สะสมเป็นรูปแบบของ ความร้อนที่กระจายตัวออกไปรอบๆเนื้อเยื่อ ซึ่งรูปแบบของสมการที่ครอบคลุมตัวแปรต่างๆ เกิดขึ้นในเนื้อเยื่อตับ ดังนี้

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot k \nabla T + J \cdot E - h_{bl}(T - T_{bl}) + Q_m \tag{2.21}$$

$$h_{bl} = \rho_{bl} c_{bl} w_{bl} \tag{2.22}$$

โดยที่ □

$\rho$  = ความหนาแน่นจำเพาะ (kg/m<sup>3</sup>) □

$c$  = ค่าความจุความร้อนจำเพาะ (J/kg·K)

$k$  = ค่าการนำความร้อน (W/m·K) □

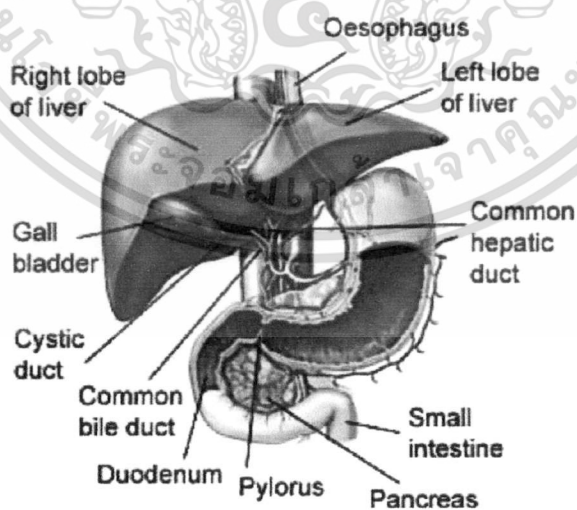
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- $J$  = ค่าความหนาแน่น ของกระแส ( $A/m^2$ )  
 $E$  = ความเข้มของสนามไฟฟ้า ( $V/m$ )  
 $T_{bl}$  = อุณหภูมิของเลือด (โดยกำหนดให้มีอุณหภูมิที่  $37^\circ C$ )  
 $\rho_{bl}$  = ความหนาแน่นจำเพาะของเลือด ( $kg/m^3$ )  
 $c_{bl}$  = ค่าความจุความร้อนจำเพาะของเลือด ( $J/kg \cdot K$ )  
 $\omega_{bl}$  = อัตราการไหลของเลือด ( $1/s$ )  
 $h_{bl}$  = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของเลือดที่ไหลเวียน  
 $Q_m$  = พลังงานที่เกิดจากการกระบวนการเมตาบอลิซึม ( $W/m^3$ )

จากสมการความร้อนทางชีววิทยาที่ได้นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ได้ละทิ้งค่าตัวแปรในส่วนของพลังงานที่เกิดขึ้นโดยกระบวนการเมตาบอลิซึมของเลือด ( $Q_m$ ) ซึ่งค่าตัวแปรนี้ถือว่ามีความน้อยมาก เมื่อเทียบกับปริมาณ  $J$   $\square$   $E$

## 2.5 ลักษณะทางกายวิภาคเบื้องต้นของตับ

ตับโดยปกติในผู้ใหญ่จะมีน้ำหนักราว 1.3 ถึง 3.0 กิโลกรัม ในขณะที่ชีวิตตับมีสีน้ำตาลแกมแดงมีลักษณะ นุ่มและฉีกขาดง่าย ตับเป็นอวัยวะที่มีขนาดใหญ่ที่สุดเป็นอันดับสอง รองจาก ผิวหนัง และเป็นต่อมที่มีขนาดใหญ่ ที่สุดในร่างกาย ตับจะมีรูปร่างคล้ายลิ้มขนาดใหญ่แต่ด้านบน ด้านหน้า และด้านหลังกลมมนตับจะวางตัวอยู่ทาง ด้านขวาบนของช่องท้องและอยู่ใต้กระบังลม นอกจากนี้บางส่วนของตับยังวางอยู่บนกระเพาะอาหารปลายทาง ด้านซ้ายสุดของตับจะชี้ไปทางม้ามและบนพื้นผิวด้านหน้าของตับยังมีถุงน้ำดีวางตัวอยู่อีกด้วย พื้นผิวของตับเกือบ ทั้งหมดจะถูกคลุมด้วยเยื่อช่องท้อง ซึ่งเป็นเยื่อสองชั้นที่คลุมอยู่บนอวัยวะต่างๆทางด้านหน้าของช่องท้อง เพื่อ ลดการเสียดสีระหว่างอวัยวะ ส่วนใหญ่ของตับอยู่ทางขวาวัดจากหน้าไปหลังยาว 12.5 เซนติเมตร และจะลด เหลือครึ่งเดียวในแนวกลางตัว

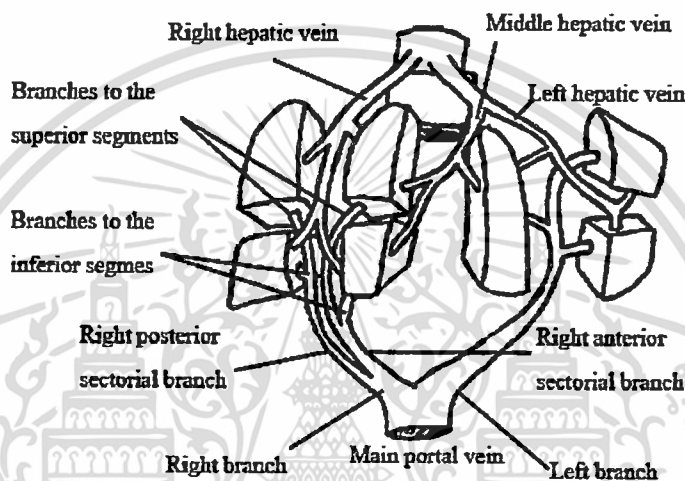


รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะกายวิภาคของตับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.5.1 การไหลเวียนเลือดในตับ (Hepatic circulation)

การไหลเวียนเลือดในส่วนของตับนั้นค่อนข้างจะแตกต่างจากการไหลเวียนเลือดในส่วนอื่นๆ กล่าวคือ ตับจะ รับเลือดแดงจากหลอดเลือดแดงเฮปาทิกประมาณ 30-40% ของเลือดทั้งหมดที่ผ่านเข้ามาในตับและ จะรับเลือด อีกส่วนหนึ่งประมาณ 60-70% จากหลอดเลือดดำพอร์ทัลความดันเลือดในหลอดเลือดแดงเฮปาทิก มีค่าประมาณ 90 มิลลิเมตรปรอทแต่เมื่อเลือดเข้ามาอยู่ในหลอดเลือดฝอยไซนุซอยด์ ภายใน (Sinusoids) จะมีความดันต่ำลง เพียง 10-13 มิลลิเมตรปรอท ดังนั้น เมื่อมีการเพิ่มความดันเลือดในหลอดเลือดดำใหญ่เข้าสู่หัวใจ (Inferior vena cava) ก็จะทำให้มีความดันเลือดในหลอดเลือดดำพอร์ทัลสูงขึ้นจนทำให้มีเลือดคั่งอยู่ในตับและทำให้เกิดการซึมออกของ plasma ลงในช่องท้องได้



รูปที่ 2.6 แสดงลักษณะทางกายภาพของเส้นเลือดต่างๆภายในตับ

### 2.5.2 หน้าที่การทำงานของตับ

ตับเป็นอวัยวะที่สำคัญมากอันหนึ่งของร่างกายทำหน้าที่มากกว่าอวัยวะอื่นๆหลายอวัยวะ นอกจากมีหน้าที่เกี่ยวข้องกับการย่อยอาหารแล้วตับยังมีหน้าที่อื่นๆ อีกดังนี้

1. สร้างน้ำดีซึ่งหน้าที่เป็นน้ำย่อยอาหารและเป็นตัวขับถ่ายสารจำพวกคอเลสเตอรอล
2. สะสมคาร์โบไฮเดรตไว้ในรูปของไกลโคเจน (glycogen) และเมื่อร่างกายต้องการจะปล่อยเข้ากระแสเลือดในรูปของกลูโคส
3. สร้างโปรตีนที่พบในพลาสมาเป็นต้นว่า Albumin, Heparin และ Fibrinogen ซึ่งจำเป็นสำหรับทำให้ เลือดแข็งตัว
4. สังเคราะห์ โดยอาศัยวิตามินเค Prothrombin ช่วย
5. สังเคราะห์กรดอะมิโนจากสารประกอบต่างๆ
6. เคลื่อนย้ายหมู่อะมิโนออกจากกรดอะมิโน
7. เป็นแหล่งสร้างเม็ดเลือดแดงในทารกขณะอยู่ในครรภ์ เมื่อทารกคลอดหน้าที่นี้จะหยุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไป

8. สลายฮีโมโกลบินของเม็ดเลือดแดงออกเป็น Globin และ Kuppfer's จากนั้น Heme ในตับ cell จะสลาย Heme ออกเป็น Biliverdin และธาตุเหล็ก

9. เป็นที่เก็บสะสมวิตามินบี12 ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการสร้างเม็ดเลือดแดงเพื่อป้องกันโรคโลหิตจาง

10. เป็นที่เก็บสะสมวิตามินเอและวิตามินดี

11. เก็บสะสมธาตุเหล็กและทองแดง

12. ทำลายสิ่งที่เป็นพิษ (Detoxification) ต่อร่างกายกำจัดแอมโมเนียในเลือดโดยเปลี่ยนให้เป็นยูเรียซึ่งมีพิษน้อย

13. เป็นศูนย์กลางเมตาบอลิซึมของคาร์โบไฮเดรตและไขมัน

## 2.6 โรคมะเร็ง

มะเร็งเป็นโรคร้ายชนิดหนึ่ง ซึ่งเป็นได้ทั้งในสัตว์และมนุษย์ทุกชนชาติทุกภาษาทุกเพศทุกวัย และทุกฐานะ มนุษย์ไม่ว่าจะอยู่ในป่าหรือในเมืองของทุกประเทศ ทุกทวีปในส่วนต่างๆของโลกมีโอกาสเป็นมะเร็งได้เหมือนกันผิดกันแต่ตำแหน่งของอวัยวะที่เป็นเท่านั้นซึ่งเป็นมากน้อยต่างกัน โรคมะเร็งกำลังเป็นปัญหาทางสาธารณสุขที่สำคัญ ของทุกประเทศทั่วโลกไม่ว่าจะเป็นประเทศที่พัฒนาแล้ว หรือประเทศที่กำลังพัฒนาในภูมิภาคของบุคคลทั่วไป โรคมะเร็งเป็นโรครที่น่ากลัวรักษาให้หายขาดได้ยาก และเมื่อเป็นแล้วส่วนใหญ่จะต้องเสียชีวิตทุกรายด้วยความทุกข์ ทรมาน ความจริงแล้วโรคมะเร็งส่วนใหญ่จะสามารถรักษาให้หายขาดได้ถ้าได้รับการรักษาด้วย วิธีการที่ถูกต้อง ตั้งแต่ในระยะที่เพิ่งเริ่มเป็น

มะเร็งคือ ก้อน ตุ่มไต ที่ผิดปกติที่ปรากฏภายในหรือบริเวณผิวหนังของร่างกาย เรียกรวมๆกันว่า เนื้องอก (Neoplasm, Neoplasia, New growth, Tumor) เนื้องอกนี้เกิดขึ้นมาใหม่จากเนื้อเยื่อของร่างกายอยู่นอกเหนือการควบคุมของร่างกายและไม่มีประโยชน์หรือมีโทษต่อร่างกาย เนื้องอก แบ่งออกเป็น 2 ชนิด

1. เนื้องอกชนิดธรรมดา (Benign tumor) โดยปกติจะมีผลต่อร่างกายน้อยมาก นอกจากเกิดในอวัยวะที่มี เนื้อที่จำกัด เช่น ภายในสมอง ทำให้เกิดการกดดันต่อเนื้อสมองปกติโดยรอบอย่างมาก ทำให้เสียชีวิตได้หรืออาจ เกิดภาวะแทรกซ้อนเช่นก้อนเนื้องอกที่มีก้านอาจบิดตัวทำให้เกิดความเจ็บปวดเกิดการเน่าตายของก้อนเนื้องอก มี เลือดออกหรือมีการติดเชื่อได้และต่อมาเนื้องอกที่มีการสร้างฮอร์โมน เช่น เนื้องอกของต่อมใต้สมอง ต่อม หมวกไต ตับอ่อน เป็นต้น ทำให้ร่างกายมีการผิดปกติในระบบฮอร์โมนเป็นอย่างมาก

2. เนื้องอกชนิดร้าย (Malignant tumor) หรือที่เรียกกันทั่วไปว่ามะเร็ง (Cancer) นั้นเอง มะเร็งอาจจะเกิดในลักษณะที่เป็นก้อนมะเร็ง หรืออาจจะเกิดในลักษณะที่เซลล์มะเร็งกระจายไปทั่วระบบอวัยวะนั้นๆ อาทิเช่น มะเร็งเม็ดเลือดขาว เซลล์มะเร็งจะกระจายไปทั่วระบบการไหลเวียนเลือด เป็นต้น ฉะนั้นมะเร็งคือเนื้องอกชนิดร้ายที่เกิดขึ้นมาใหม่จากเนื้อเยื่อปกติของร่างกาย มีการเจริญเติบโตอยู่นอกเหนือการควบคุมร่างกาย และมีโทษต่อร่างกายเซลล์มะเร็งจะมีการแบ่งตัวอย่างรวดเร็ว ทำให้เกิดเป็นก้อนหรือเป็นแผลมะเร็งขนาดใหญ่ ลักษณะการโตของก้อนมะเร็งจะเป็นแบบแทรกซึมหรือมีส่วนยื่นเข้าไปในเนื้อเยื่อปกติโดยรอบการแทรกซึมเช่นนี้ จึงมีการทำลายหลอดเลือดทำให้มีเลือดออกหรือจากการที่ก้อนมะเร็งโตเร็วมากจนขาดเลือดไปหล่อเลี้ยงจึงเกิดการ เน่าตายของเซลล์มะเร็งและมีลักษณะที่สำคัญของมะเร็ง คือ เซลล์มะเร็งจากมะเร็งปฐมภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถแพร่กระจายไปได้ ที่ว่างหายไปเกิดขึ้นใหม่เป็นมะเร็งทุติยภูมิตรงส่วนอื่นของร่างกายที่อยู่ห่างไกลออกไป มะเร็งแต่ละชนิดจะมีความรุนแรงแตกต่างกันและยังขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์เฉพาะระหว่างมะเร็งนั้นกับตัวผู้ป่วยโดยตรงความรุนแรง จึง แตกต่างกันในแต่ละบุคคลแต่ละก้อนมะเร็งในคนเดียวกันหรือแม้แต่มะเร็งก้อนเดียวกันยังมีอัตราการเจริญเติบโตไม่เท่ากัน มะเร็งบางชนิดมีการแพร่กระจายได้รวดเร็วมาก แม้ว่าเพิ่งเริ่มเป็นมะเร็งแต่ละชนิดชอบแพร่กระจายไป เฉพาะอวัยวะบางอวัยวะเท่านั้น เช่น มะเร็งเต้านมชอบแพร่กระจายไปที่กระดูกหรือตับมากกว่าอวัยวะอื่น เป็นต้น

### 2.6.1 การแพร่กระจายของมะเร็ง

นอกจากก้อนมะเร็งจะมีการเติบโตแทรกซึมเข้าไปในเนื้อเยื่อปกติโดยรอบแล้ว ยังมีการแพร่กระจายไป ได้ไกลๆ เพราะเซลล์มะเร็งมักจะหลุดออกจากกันได้ง่าย เนื่องจากที่ผนังของเซลล์มะเร็งจะมีแคลเซียมไอออนน้อย กว่าและมีประจุไฟฟ้ามากกว่าที่ผนังของเซลล์ปกติ นอกจากนี้ยังพบว่าในก้อนมะเร็งยังมีน้ำย่อยที่จะละลายเนื้อเยื่อ ต่างๆ เช่น น้ำย่อยโปรตีน (Protease) น้ำย่อยสารไฮอะลิน (Hyaluronidase) และน้ำย่อยอะมิโนเปปไทด์ (Aminopeptidase) เซลล์มะเร็งมักจะมีรูปร่างกลมต่างจากเซลล์ปกติซึ่งมักจะเป็นรูปแบน ดังนั้น เซลล์มะเร็งจึง มีส่วนสัมผัสและการยึดเหนี่ยวระหว่างเซลล์น้อย

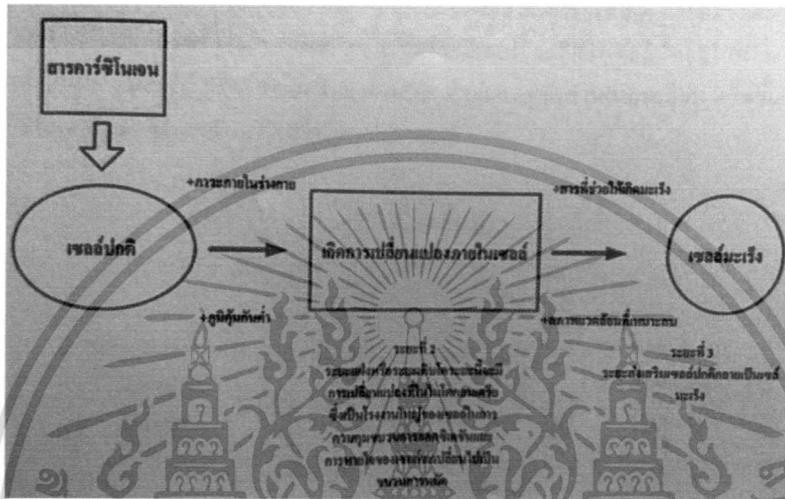
ทฤษฎีของการแพร่กระจายมะเร็ง ในปัจจุบันนี้มีทฤษฎีที่เชื่อกันมาก ทฤษฎี 3 คือ

1. ทฤษฎีทางกลศาสตร์ จะที่โดยเซลล์ (Mechanical theory) หลุดออกจากกันได้ง่าย แล้วแทรกตัวเข้าผนังของ หลอดเลือดหรือหลอดน้ำเหลือง (Diapedesis) เหมือนเม็ดเลือดขาวหรือจากการแตกของหลอดเลือด ทำให้เซลล์ มะเร็งเข้าไปในกระแสเลือดหรือกระแสน้ำเหลืองได้
2. ทฤษฎีของการเลือกเฉพาะ (Selective affinity theory) ลักษณะของอวัยวะที่แพร่กระจายจะมีความสำคัญ และควบคุมลักษณะของการแพร่กระจายอวัยวะบางอย่างเหมาะสมที่จะเป็นตำแหน่งที่แพร่กระจายของมะเร็งบาง ชนิด
3. ทฤษฎีการเปลี่ยนรูป (Transformation theory) คือ ดีเอ็นเอจีโนม (DNA genome) จะเข้าไปใน
4. เซลล์ปกติ และร่วมกับมีความบกพร่องในระบบภูมิคุ้มกันของร่างกาย ทำให้เซลล์ปกติ เปลี่ยนเป็นเซลล์มะเร็ง

### 2.6.2 ขั้นตอนการเกิดมะเร็ง

โดยสรุปแล้ว การเกิดมะเร็งมีปัจจัยหลายอย่างรวมๆกัน ขั้นตอนการเกิดมะเร็งแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ซึ่ง ถ้านับระยะเวลาตั้งแต่เซลล์ปกติได้รับสารก่อมะเร็งจนกระทั่งเห็นเป็นก้อนมะเร็งจะใช้เวลานานเป็นปีหรือหลายปี เมื่อเกิดเป็นเซลล์มะเร็งขึ้นแล้ว เนื่องจากเซลล์มะเร็งมีความพิการหรือมีการผิดปกติที่ยีนหรือโครโมโซม ฉะนั้น เซลล์มะเร็งจะแบ่งตัวอย่างรวดเร็วและให้เซลล์ลูกที่เป็นเซลล์มะเร็งเสมอจะไม่แบ่งตัวให้เซลล์ลูกที่เป็นเซลล์ปกติ ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า เซลล์มะเร็ง มีคุณสมบัติของการถ่ายทอดตรง(Breed-true property) เซลล์มะเร็งมีการ เจริญเติบโต โดยมีวงชีพของเซลล์เหมือนเซลล์ปกติ คือเมื่อเซลล์แบ่งตัวให้เป็นเซลล์ลูก 2 เซลล์แล้ว บางเซลล์อาจ อยู่นอกวงชีพของเซลล์เรียกว่า ระยะจี 0 (G0) ซึ่งเป็นเซลล์ที่ไม่มีการเจริญเติบโตแต่ไม่ตายและอาจกลับเข้าสู่วงชีพ ของเซลล์ได้ถ้ามีสิ่งกระตุ้น เซลล์ส่วนใหญ่จะเข้าสู่ระยะจี 1 (G1, Presynthetic หรือ (postmitotic เป็นระยะที่ เซลล์เริ่มแสดงลักษณะเฉพาะของมัน และในตอนท้ายๆของระยะนี้จะ มีการเตรียมการสร้างดีเอ็นเอ โดยการ สร้างน้ำย่อยต่างๆ ถัดไปเป็นระยะเอส (S, Synthetic

phase) คือมีการสร้างดีเอ็นเอ จากนั้นจะเข้าสู่ระยะจี2 (G2, Postsynthetic หรือ perimitotic phase) ซึ่งไม่มีการสร้างดีเอ็นเออีก แต่มีการสร้างโปรตีนเพิ่ม เพื่อนำไปสร้าง อาร์เอ็นเอ และสุดท้ายเซลล์จะเข้าสู่ ระยะเอ็ม (M) คือระยะการแบ่งตัว (Mitotic phase) เซลล์มะเร็งจะสร้าง ดีเอ็นเอช้ากว่าหรือใกล้เคียงกับเซลล์ปกติแต่เซลล์มะเร็งตายยากกว่า เพราะเซลล์ค้างอยู่ในระยะใดระยะหนึ่งของ วงชีพของเซลล์ ส่วนใหญ่ที่พบคือในระยะจี 1 และจี 0 การที่เซลล์มะเร็งมักมีอัตราการแบ่งตัวเร็วกว่าเซลล์ปกติ จึงเป็นผลให้เซลล์มะเร็งรวมตัวกันโตเป็นก้อน



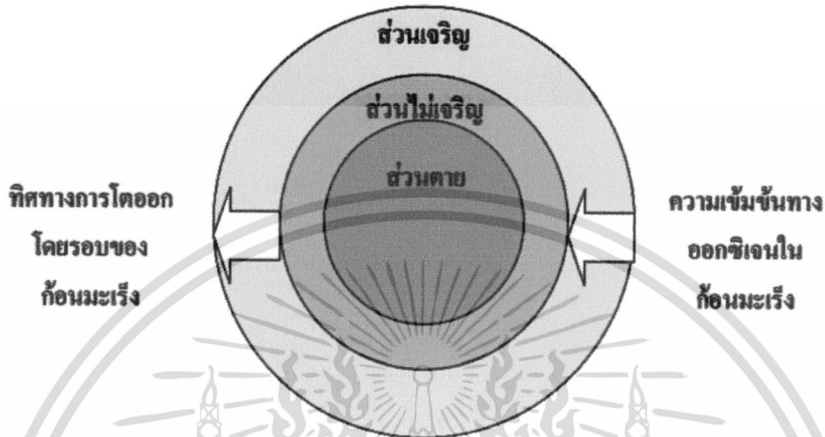
รูปที่ 2.7 แผนภาพแสดงขั้นตอนของการเกิดมะเร็ง

การศึกษาอัตราการเจริญเติบโตของเซลล์มะเร็งโดยเฉพาะเป็นก้อน อาจทำได้ง่าย ๆ โดยการวัดระยะเวลาที่ เซลล์มะเร็งแบ่งตัวจนปริมาตรของก้อนมะเร็งเป็น 2 เท่า ความแตกต่างในการเจริญเติบโตของแต่ละก้อนมะเร็ง ในผู้ป่วยรายเดียวกันหรือต่างคนกันหรือแม้แต่ในก้อนมะเร็งก้อนเดียวกันยังมีการเจริญเติบโตเร็วช้าต่างกัน มีมะเร็ง บางชนิดในคนที่ก้อนโตช้ามาก ๆ ทั้งที่เซลล์มีอัตราการแบ่งตัวเร็ว ทั้งนี้เนื่องจากปัจจัยหลายอย่าง เช่น เซลล์กลับ ไปอยู่นอกวงชีพทำให้ไม่มีการแบ่งตัวหรือมีการหลุดลอกออกไปหรือมีการตายของเซลล์ เช่น แก่ตาย ถูกเบียดตาย ขาดอาหาร หรือขาดออกซิเจน หรือถูกทำลายโดยระบบภูมิคุ้มกันของร่างกายโดยเม็ดเลือดบางชนิด ก้อนมะเร็ง แต่ละก้อนจะมีหลอดเลือดมาเลี้ยงโดยเฉพาะ จึงมีผู้เชื่อกันว่าการโตของก้อนมะเร็งจะถูกควบคุมโดยสารชนิดหนึ่ง ที่เรียกว่า สารกระตุ้นการเจริญของเซลล์บุผนังด้านในของหลอดเลือดฝอย (Tumour angiogenesis factor-TAF) การมีหลอดเลือดฝอยใหม่ๆ เกิดได้เร็วก็จะทำให้ก้อนมะเร็งโตขึ้นเร็วด้วย ก้อนมะเร็งอาจแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

1. ส่วนเจริญ เป็นส่วนรอบนอกของก้อนเซลล์ได้รับอาหารและออกซิเจนจากหลอดเลือดอย่างสมบูรณ์ แบ่งตัว ได้เร็ว
2. ส่วนที่ไม่เจริญอยู่ลึกถัดเข้ามา เป็นเซลล์ที่ยังมีชีวิตแต่ไม่แบ่งตัว ส่วนใหญ่อยู่ในระยะจี 1
3. ส่วนที่แกนหรือส่วนตายอยู่ตรงกลางของก้อนมะเร็งประกอบด้วยเซลล์ที่ตายแล้ว เพราะขาดออกซิเจน หรือถูกเบียดตาย แต่เซลล์ชั้นนอกๆของส่วนนี้อาจจะไม่ตายแต่ไม่แบ่งตัวและส่วนใหญ่อยู่ในระยะจี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

0 เพราะเซลล์ สามารถได้กำลังงานจากการสลายตัวของไกลโคเจนในเซลล์ เมื่ออยู่ในภาวะที่ขาดออกซิเจน เหมือนกับเตี๋ยบาง ชนิด เนื่องจากออกซิเจนจากหลอดเลือดฝอยจะมีการซึมซาบได้ในระยะจำกัดและถ้าเซลล์ อยู่ห่างจากหลอดเลือด ฝอยเกินกว่าระยะทาง 150 ไมโครเมตร จะถือว่าเซลล์นั้นอยู่ในภาวะขาดออกซิเจน ฉะนั้นเมื่อก่อนมะเร็งมีขนาด โตขึ้นส่วนแกนหรือส่วนตายจะมีขนาดโตขึ้นด้วย ในขณะที่ส่วนเจริญและส่วนไม่เจริญมักจะมีขนาดคงที่



รูปที่ 2.8 แผนภาพแสดงลักษณะของก้อนมะเร็ง

## 2.7 หลักการทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ

ในปัจจุบันผู้ที่ป่วยเป็นมะเร็ง ที่เกิดขึ้นในตับ มีอัตราการตายมากกว่า 1 ล้านคนต่อปีทั่วโลกวิธีการใน รักษาในปัจจุบันก็มีอยู่หลายวิธี ซึ่งวิธีการรักษามะเร็งตับที่ใช้กันอยู่ในอดีตถึงปัจจุบันก็จะมีดังนี้ คือ

1. การผ่าตัด เป็นวิธีการรักษาที่สามารถทำให้ผู้ป่วยหายขาดได้แน่นอนกว่าวิธีอื่นและถือว่าการผ่าตัด เอา ก้อนมะเร็งออกเป็นวิธีที่ดีที่สุดแต่ก็มีผู้ป่วยจำนวนหนึ่งประมาณ 20-70% ที่ไม่สามารถเข้ารับการผ่าตัดได้ เนื่องจาก มีข้อจำกัดจากปัจจัยหลายอย่าง เช่น ตำแหน่งของก้อนมะเร็งขนาดและ จำนวนก้อนมะเร็ง, ความ แข็งแรงและ สภาพความพร้อมของผู้ป่วยที่จะรับการผ่าตัดหรือมีโรคตับแข็งหรือโรคอื่น เช่น โรคหัวใจร่วมด้วย นอกจากวิธี การผ่าตัดแล้ว มีการศึกษาวิจัยว่าการให้ยาเคมีบำบัดทางหลอดเลือดดำและการฉายรังสีนั้นให้ ผลการรักษาที่ไม่ดีนัก ในผู้ป่วยกลุ่มนี้

2. การฉีดยาเคมีบำบัดและสารอุดกั้นหลอดเลือดผ่านทางสายสวนหลอดเลือดแดง (Transarterial oily chemoembolization; TOCE) เป็นวิธีการรักษาโดยการฉีดยาเคมีบำบัดเข้าทางเส้นเลือดแดงที่ไหลผ่านตรงไป เลี้ยง ก้อนมะเร็งทำให้ก้อนมะเร็งยุบหรือฝ่อได้แต่โอกาสที่จะหายขาดนั้นมีน้อย

3. การฉีดทำลายมะเร็งด้วยแอลกอฮอล์ Alcohol ablation (Percutaneous ethanol injection; PEI) เป็นวิธีการรักษาโดยจะใช้เข็มสอดผ่านทางผิวหนังเข้าไปฉีดสารแอลกอฮอล์ อกมะเร็งที่ก ethanol 95% ที่มีขนาด เล็กกว่า 3 เซนติเมตร เป็นวิธีการรักษาที่แพทย์เลือกทำมากที่สุดซึ่งจะนำวิธีการนี้มาทำการรักษาผู้ป่วย ที่ผ่าตัดไม่ได้

4. การทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นไมโครเวฟ (Microwave ablation) เป็นการรักษาโดยใช้คลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

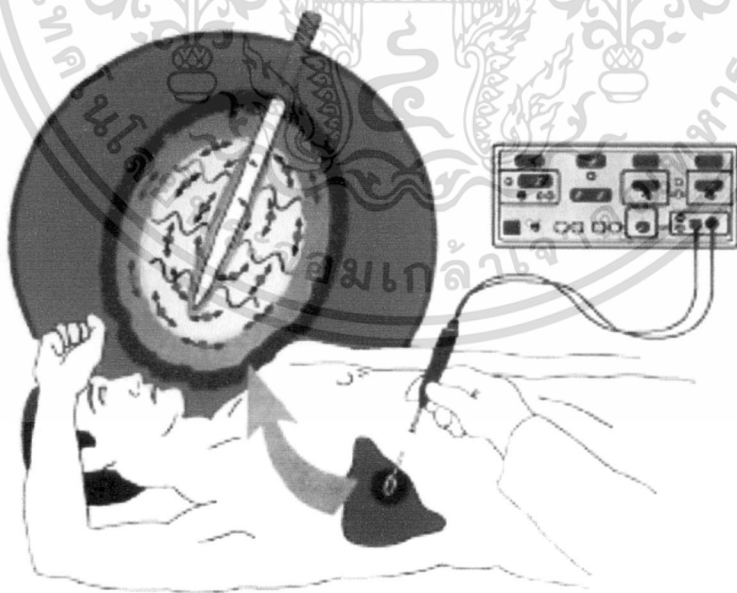
ไมโครเวฟ ผ่านทางเข็มทำให้เซลล์มะเร็งเกิดความร้อนและตายไปในที่สุด ใช้ได้กับก้อนมะเร็งขนาด 3-5 เซนติเมตร

5. การทำลายเซลล์มะเร็งด้วยความเย็น วิธีการรักษาไโป (Cryosurgery) โดยใช้ความเย็นจัดที่อุณหภูมิ ต่ำกว่า  $-35$  องศาเซลเซียส จึงทำลายก้อนมะเร็งการรักษาด้วยวิธีนี้ต้องมีการผ่าตัดร่วมด้วย ดังนั้นจึงอาจทำให้เกิด โรคแทรกซ้อนได้ และนอกจากนี้แล้วการรักษาด้วยวิธีนี้ก็มีความค่าใช้จ่ายในการรักษาที่สูงด้วย

6. การทำลายเซลล์มะเร็งด้วยเลเซอร์ (Laser ablation) Laser-induced thermotherapy; LiTT โดยการรักษาด้วยวิธีนี้จะใช้แสงเลเซอร์ยังทำลายก้อนมะเร็ง การรักษาโดยใช้เลเซอร์พบว่าค่าใช้จ่ายในการรักษา ค่อนข้างสูง □

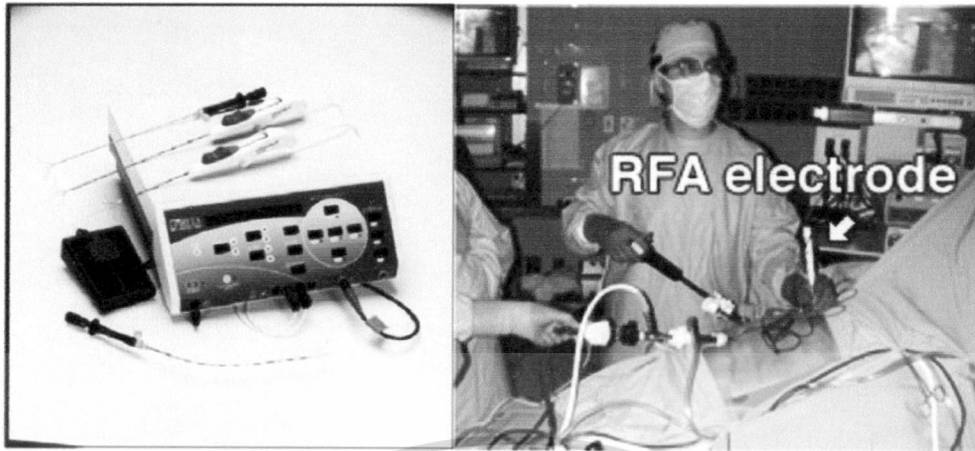
7. การทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ (Radiofrequency Ablation; RFA) เป็นวิธีการรักษา ล่าสุด คือ การนำคลื่นวิทยุความถี่สูง (radiofrequency) มาเหนี่ยวนำให้เกิดความร้อนต่อเนื้อเยื่อผ่านทาง เข็มที่สอดผ่านทางผิวหนังเข้าไปที่ก้อนมะเร็ง ทำให้เซลล์มะเร็งแห้งฝ่อตายไปในที่สุดใช้ได้กับมะเร็งขนาดไม่เกิน 5-7 เซนติเมตร เป็นวิธีที่แพทย์เลือกใช้แทนการฉีดทำลายเซลล์มะเร็งด้วยแอลกอฮอล์

การรักษาในรูปแบบการใช้คลื่นความถี่วิทยุ (Radiofrequency Ablation) เป็นวิธีการรักษามะเร็งที่ถูก นำ มาใช้รักษาในกรณีที่ผู้ป่วยไม่สามารถทำการผ่าตัดได้ โดยวิธีการรักษาแบบนี้ให้ผลการรักษาที่ดี สะดวก รวดเร็ว และมีภาวะแทรกซ้อนต่อซึ่งการรักษาด้วยการใช้ความถี่วิทยุจะกระทำโดยการสอดเข็มเข้าไปในก้อนมะเร็งและ ปลดปล่อยคลื่นความถี่วิทยุเข้าไปจนทำให้เกิดความร้อนและความร้อนนี้เองก็จะทำให้เกิดการทำลายก้อนมะเร็งซึ่งบาง ส่วนของก้อนมะเร็งจะกลายเป็นก๊าซ ขณะที่บางส่วนเกิดการหดตัวและถูกพังผืด (Fibrous tissue) แทรกเข้ามา ทดแทน



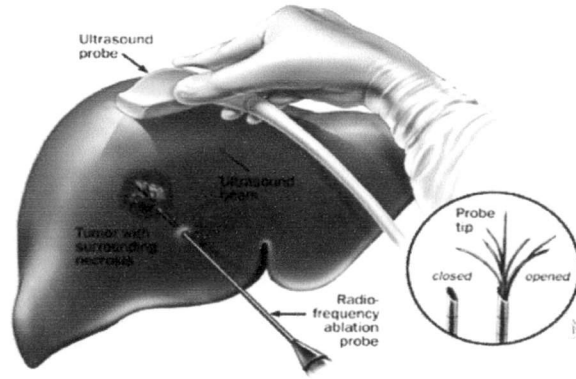
รูปที่ 2.9 แสดงรูปแบบการทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 แสดงลักษณะของเครื่องกำเนิดความถี่วิทยุและอิเล็กโทรดในการรักษามะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ

การทำลายเซลล์มะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ เป็นวิธีการใช้เครื่องจี้ให้ก้อนมะเร็งฝ่อลง หลักการทำงานคือ เครื่องกำเนิด (Generator) จะปล่อยกระแสไฟฟ้าผ่านไปยังโพรบโดยตัวผู้ป่วยจะเป็นส่วนหนึ่งของวงจรด้วยการติด แผ่นอิเล็กโทรดลงบนผิวหนัง ซึ่งอยู่ใกล้กับบริเวณก้อนมะเร็ง โดยการใช้การเหนี่ยวนำไฟฟ้าจากเครื่อง ทำให้เกิดคลื่น ความถี่สูงถึง 300-500 kHz และจะใช้โพรบที่มีลักษณะเป็นเข็มขนาด 17G-14G (เส้นผ่าศูนย์กลาง 1.6-2.0 mm) ยาว ประมาณ 20 เซนติเมตร หรือเข็มขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 2 มิลลิเมตร สอดเข้าไปก้อนมะเร็ง ทำให้ก้อนมะเร็ง เกิดความร้อนขึ้น การทำให้เกิดความร้อน 40 องศาเซลเซียสขึ้นไป นาน 15-20 นาทีจะสามารถทำให้เกิดรอยแผล (Tumor necrosis) ได้ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง มิลลิเมตร โดย 50-40 หลักการนี้คือทำให้เกิดความร้อนที่มากพอ จะทำให้เซลล์ตายและให้เวลานานพอที่จะแผ่ขยายออกไปรอบๆ โดยไม่ทำให้ก้อนมะเร็งถูกเผาไหม้เกรียมได้ขนาด หนึ่ง แต่การเพิ่มเวลาไม่ได้ทำให้เพิ่มขนาดปริมาตรที่เซลล์ตายเพราะเนื้อเยื่อที่อยู่ใกล้อิเล็กโทรดจะร้อนขึ้นเรื่อยๆ จน เซลล์ฝ่อแห้งลงหรือไหม้เกรียมและกลายเป็นฉนวนทำให้มีความต้านทานสูงขึ้น ส่งผลให้ส่งคลื่นความถี่วิทยุได้ น้อยลงและมีการกระจายความร้อนน้อยลงไปด้วย ดังนั้นเข็มแต่ละชนิดจะมีข้อกำหนดสำหรับการทำลายเซลล์ มะเร็งเฉพาะของตนเองโดยทั่วไปเข็มทำจากโลหะไม่เป็นสนิมอย่างดีมีความแข็งแรงสูงหุ้มด้วย วัสดุที่ไม่ทำให้เกิด ความร้อนหรือทำลายเนื้อเยื่อส่วนดี ยกเว้นส่วนปลายเข็ม 3-1 จะมีความยาวประมาณ (Active zone) เซนติ- เมตรซึ่งเป็นบริเวณที่มีการเหนี่ยวนำให้เกิดความร้อน



รูปที่ 2.11 แสดงการใช้อัลตราซาวด์เป็นเครื่องมือนำทางหาตำแหน่งการรักษามะเร็งตับ

ในการรักษามะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุ การรักษายจะทำโดยแพทย์ด้วยการเจาะผ่านผิวหนังเข้าไปยังก้อนมะเร็งตับ โดยใช้อัลตราซาวด์ (ultrasound), เอกซเรย์คอมพิวเตอร์ หรือ (computed tomography) เอ็มอาร์ไอ (MRI; magnetic resonance imaging) เป็นเครื่องมือนำทางให้เข็มเข้าสู่เป้าหมายก่อนมะเร็ง โดยผู้ป่วยได้รับการฉีดยาชาเฉพาะที่บริเวณในรายที่จำเป็นอาจต้องผ่าตัดเปิดช่องท้อง เพื่อนำเข็มเข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการ จากนั้นเนื้อเยื่อรอบปลายเข็มจะถูกกระตุ้นให้สั่นสะเทือนจึงเกิดความร้อน 90-100 องศาเซลเซียส ซึ่งเป็น อุณหภูมิที่สามารถทำให้เซลล์มะเร็งตายได้ (เซลล์มะเร็งตายที่อุณหภูมิ 47-53 องศาเซลเซียส) โดยรอบปลายเข็ม หากทำตามข้อกำหนดที่วางไว้ก็จะไม่ก่อให้เกิด ผลข้างเคียงต่อเนื้อเยื่อที่อยู่รอบๆ การรักษาวินิจฉัยเป็นการรักษา ที่จัดอยู่ในกลุ่ม guided thermotherapy-Minimal invasive method spectrum of image ด้วยหลักการนี้เอง ผลการรักษาจะขึ้นอยู่กับขนาดของก้อนมะเร็งและดุลยพินิจของแพทย์ การรักษามะเร็งด้วยคลื่นความถี่วิทยุที่มี การใช้ในโรงพยาบาลและสถาบันการวิจัยต่างๆ มักใช้อัลตราซาวด์เป็นตัวนำเข็มเข้าสู่เป้าหมาย เพราะสามารถมองเห็นขณะที่เข็มเคลื่อนเข้าสู่ก้อนมะเร็งได้ดีกว่าการใช้เครื่องมืออื่น นอกจากนี้อัลตราซาวด์สามารถจะเห็นขอบเขตสีขาวของความร้อนและปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในก้อนมะเร็งขณะที่ทำการรักษาด้วย แต่ขอบเขตที่เห็นจากอัลตราซาวด์ เป็นเพียง ขอบเขตที่หวังผล Coagulated volume โดยประมาณเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

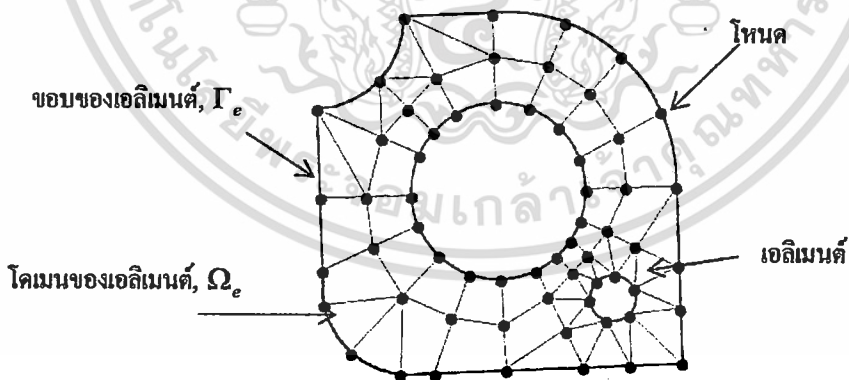
## บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

### 3.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งจะประกอบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การแก้ปัญหาลักษณะความร้อนและไฟฟ้าแบบ มิติ 3 กระบวนการแก้ปัญหาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟต์แวร์ และการประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

### 3.2 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method)

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) หรือ วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขชนิดที่ 2 FEM สมการหนึ่งสำหรับแก๊สเชิงอนุพันธ์ ในการแก้ปัญหาหนึ่งๆด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จะทำการแบ่งรูปร่างของปัญหา ออกเป็นเนื้อที่หลายๆชิ้นที่เรียกว่าเอลิเมนต์ ซึ่งสามารถจำลองรูปแบบที่เที่ยงตรง ดังรูปที่ (Element) ในการ 3.1 แก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งปัญหานั้นจะต้องประกอบด้วย สมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาทำการ หาค่าผลเฉลยแม่นยำ ง่ายๆเป่าด้วยค้จะประกอบ (Exact solution) นจำนวนอนันต์ ซึ่งเราไม่สามารถหาค่า ผลเฉลยได้ จึงต้องเปลี่ยนค่าทั้งหมดที่เป็นอนันต์ให้เป็นจำนวนที่นับได้ (Finite) ทำการแทนรูปร่างลักษณะของ ปัญหาด้วยเอลิเมนต์ที่มีขนาดต่างๆกัน หลักการทางไฟไนต์เอลิเมนต์จะเริ่มจากการพิจารณาเอลิเมนต์ที่ละเอลิเมนต์ ทำการสร้างสมการให้แต่ละเอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้นๆ จากนั้นจึงนำสมการของ แต่ละเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นมาประกอบเข้าด้วยกันรวมเป็นระบบสมการชุดใหญ่ จากนั้นทำการกำหนดเงื่อนไขขอบ เขตที่ให้มาลงในสมการชุดใหญ่แล้วจึงทำการแก้สมการและจะเกิดผลเฉลยโดยประมาณที่ตำแหน่งต่างๆของปัญหานั้น



รูปที่ 3.1 แสดงแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ถูกแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์และโหนด

กระบวนการวิเคราะห์ปัญหาใดๆโดยทั่วไปด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะประกอบไปด้วย 5 ขั้นตอน หลักๆ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ย่อยๆ กระบวนการขั้นตอนแรกนี้ โดยปกติจะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใช้เวลามากในทางปฏิบัติ เพราะจำเป็นต้องสร้างรูปร่างของปัญหา (Geometry) อย่างถูกต้องขึ้นมาก่อนรูปร่างของปัญหาอาจประกอบด้วยส่วนเว้าส่วนโค้งที่มีความซับซ้อนในชั้นตอนนี้ จึงจำเป็นต้องอาศัยความรู้อันประกอบไปด้วยประสบการณ์เป็นอย่างมาก

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกใช้ชนิดของเอลิเมนต์ เอลิเมนต์ย่อยที่แบ่งบนโดเมนเมนของปัญหานั้นอาจเป็นเอลิเมนต์ในรูปแบบของสามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ หากแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมตัวไม่รู้ค่า (Unknown) จะอยู่ที่มุมทั้งสามของสามเหลี่ยมนั้นซึ่งเรียกกันว่าจุดต่อ ชนิดของเอลิเมนต์การเลือกใช้ (Node) ร้องกับลักษณะการกระจายของตัวไม่จะ สอดคล้องที่สมมติขึ้นบนเอลิเมนต์นั้นๆ เช่น หากเลือกใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยม แบบสามจุดต่อที่มุมทั้งสามแล้ว ลักษณะการกระจายของตัวไม่รู้ค่าบนเอลิเมนต์นั้นจะถูกสมมติให้อยู่ในรูปแบบของ แผ่นเรียบ เป็นต้น แต่หากเลือกใช้เอลิเมนต์แบบสี่เหลี่ยมแบบสี่จุดต่อที่มุมทั้งสี่ ลักษณะการกระจายของตัวไม่รู้ ค่าบนเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมนี้อาจไม่เรียบแต่โค้งไปโค้งมาได้ ดังนั้นการเลือกใช้เอลิเมนต์ชนิดต่างๆกันจึงมีผลโดยตรง กับผลลัพธ์ที่จะคำนวณได้

ขั้นตอนที่ 3 การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาที่วิเคราะห์อยู่ นั้นจะถูกเปลี่ยนไปเป็นสมการทางพีชคณิตที่เรียกกันว่า สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่จะถูกสร้าง ขึ้นสำหรับแต่ละเอลิเมนต์เนื่องจากเอลิเมนต์ต่างมีขนาดไม่เท่ากัน กระบวนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ จากสมการเชิงอนุพันธ์นับเป็นหัวใจหลักของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพราะหากมีความเข้าใจในขั้นตอนี้แล้ว ก็สามารถประยุกต์ใช้วิธีการทำนองเดียวกันนี้ในการแก้ปัญหาชนิดอื่นๆได้

ขั้นตอนที่ 4 การรวมสมการไฟไนต์เอลิเมนต์เข้าด้วยกันแล้วแก้ระบบสมการใหญ่ สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ อยู่ในรูปแบบของสมการทางพีชคณิตซึ่งได้ประดิษฐ์ขึ้นสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ในขั้นตอนที่แล้วจำเป็นต้องนำมารวม กันอย่างถูกต้อง และมีหลักการการประกอบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์แต่ละสมการเข้าด้วยกันจะก่อให้เกิดระบบสมการขนาดใหญ่ จากนั้นจึงประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตของปัญหานั้นๆก่อนแก้ระบบสมการขนาดใหญ่ ดังนั้น เพื่อหา ผลลัพธ์ที่จุดต่อซึ่งผลลัพธ์ที่จุดต่อเหล่านี้อาจแทนค่าอุณหภูมิหากเป็นการวิเคราะห์ปัญหาด้านการถ่ายเทความร้อน เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 5 การคำนวณหาค่าอื่นๆที่เหลือจากนั้นจึงเป็นการหาค่าอื่นๆที่ต้องการทราบเพื่อที่จะทำให้ปัญหานั้นได้รับการวิเคราะห์โดยสมบูรณ์ เช่น ในการแก้ปัญหาด้านความร้อนเมื่อทราบอุณหภูมิตามตำแหน่งต่างๆ แล้วก็จะสามารถคำนวณหาปริมาณพลักซ์ความร้อนที่ไหลผ่านได้

### 3.3 การแก้ปัญหาทางความร้อนและไฟฟ้าแบบ ,3มิติ

ในการใช้ทฤษฎีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการประมวลผล ในงานวิจัยเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์รูปแบบของเมทริกซ์ ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ และไฟฟ้าในสมการรูปแบบเมทริกซ์ที่ใช้ ดังนี้

#### 3.3.1 การแก้ปัญหาทางความร้อน

จากสมการ Bioheat equation พิจารณาทางด้านความร้อนเพียงอย่างเดียว

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot k \nabla T \Rightarrow \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot k \nabla T = 0 \quad (3.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น  $T(x,y,z,0) = T_0(x,y,z)$  เมื่อ  $T_0 =$  อุณหภูมิเริ่มต้นของวัสดุสร้างสมการ  
ไฟไนต์ สำหรับเอลิเมนต์ที่ประกอบด้วย (วงน้ำหนักเศษวิธี) ่อจุด  $m$

ความหมายของตัวแปรที่ใช้ในหัวข้อ

- R = เศษตกค้าง
- W = ฟังก์ชันน้ำหนัก
- $N_i$  = ฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์
- C = เมตริกซ์ความร้อนจำเพาะ
- {Qc} = โหลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากการนำความร้อน
- $[K_c]$  = เอลิเมนต์ของการนำความร้อน
- {T} = เวกเตอร์อุณหภูมิที่โหนด
- $\{T\}$  = เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดโดยสัมพันธ์กับเวลา

$$\int_{\Omega^{(e)}} W_i R d\Omega = 0 \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (3.2)$$

$$\int_{\Omega^{(e)}} (W_i, N_i, \Phi_i) d\Omega + \int_{\Gamma^{(e)}} (W_i, N_i, \Phi_i) d\Gamma = 0 \quad (3.3)$$

จากสมการที่ 3.3 ในพจน์แรกจะเกี่ยวข้องกับโดเมนของเอลิเมนต์  $\Omega^{(e)}$  ในพจน์ที่ 2 จะเป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับ  
ขอบเขตของเอลิเมนต์  $\Gamma^{(e)}$

$$\int_{\Omega^{(e)}} W_i \left( \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot k \nabla T \right) d\Omega = 0 \quad (3.4)$$

แทน  $\nabla$  ด้วย  $\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$  ดังนั้น สมการที่ 3.4 จะถูกทำให้อยู่ในสมการที่ กำหนดให้ 3.6 และ 3.5k เป็น  
ค่าคงที่

$$\int_{\Omega^{(e)}} W_i \left( \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \right) d\Omega = 0 \quad (3.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_{\Omega^{(e)}} W_i \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} W_i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.6)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ 3.6 โดยใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss's theorem)

$$\int_{\Omega^{(e)}} x (\nabla \cdot \vec{Y}) d\Omega = \int_{\Gamma^{(e)}} x (\vec{Y} \cdot \hat{n}) d\Gamma - \int_{\Omega^{(e)}} x (\nabla x \cdot \vec{Y}) d\Omega \quad (3.7)$$

ทำการเปรียบเทียบ  $\int_{\Omega^{(e)}} x (\nabla \cdot \vec{Y}) d\Omega$  กับพจน์ที่ 2 ของสมการที่ 3.6 จะได้ดังนี้

$$x = W_i \quad (3.8)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \quad (3.9)$$

$$\vec{Y} = k \frac{\partial T}{\partial x} \hat{i} + k \frac{\partial T}{\partial y} \hat{j} + k \frac{\partial T}{\partial z} \hat{k} \quad (3.10)$$

ดังนั้น

$$(\nabla \cdot \vec{Y}) = \left( \frac{\partial T}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial T}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) \quad (3.11)$$

จาก  $\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k}$  ดังนั้น

$$\vec{Y} \cdot \hat{n} = k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \quad (3.12)$$

$$x (\vec{Y} \cdot \hat{n}) = W_i \left( k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) \quad (3.13)$$

$$\nabla x = \frac{\partial W_i}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial W_i}{\partial z} \hat{k} \quad (3.14)$$

$$\nabla x \cdot \vec{Y} = \frac{\partial W_i}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial W_i}{\partial y} k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial W_i}{\partial z} k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทน  $W_i = N_i$  ลงในสมการที่ 3.6

$$\int_{\Omega^{(e)}} N_i \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega - \int_{\Gamma^{(e)}} N_i \left( k_x \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma + \int_{\Omega^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} k \frac{\partial T}{\partial z} \right) d\Omega = 0 \quad (3.16)$$

$$\int_{\Omega^{(e)}} N_i \rho c \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma^{(e)}} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} k \frac{\partial T}{\partial z} \right) d\Omega = \int_{\Gamma^{(e)}} N_i \left( k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma \quad (3.17)$$

สมมติลักษณะผลเฉลยโดยประมาณในรูปแบบดังนี้

$$T(x, y, z, t) = [N(x, y, z)] \{T(t)\} \quad (3.18)$$

กำหนด

$$N_i = \underbrace{\{N\}}_{(mx1)} \underbrace{[N]}_{mx1}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \underbrace{\left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]}_{(1xm)} \underbrace{\{T\}}_{(mx1)}, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \underbrace{\left[ \frac{\partial T}{\partial y} \right]}_{(1xm)} \underbrace{\{T\}}_{(mx1)}, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \underbrace{\left[ \frac{\partial T}{\partial z} \right]}_{(1xm)} \underbrace{\{T\}}_{(mx1)} \quad (3.19)$$

แทนสมการที่ ลงในสมการที่ 3.17

$$\int_{\Omega^{(e)}} \rho c \{N\} [N] d\Omega \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + \int_{\Omega^{(e)}} \left( \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\} k \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\} k \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial z} \right\} k \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right] \right) d\Omega \{T\} = \int_{\Gamma^{(e)}} N_i \left( k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma \quad (3.20)$$

กำหนดให้

$$[C] = \int_{\Omega^{(e)}} \rho c \{N\} [N] d\Omega \quad (3.21)$$

$$\{T\} = \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} \quad (3.22)$$

$$[K_c] = \int_{\Omega^{(e)}} \left( \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\} k \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\} k \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial z} \right\} k \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right] \right) d\Omega \quad (3.23)$$

$$\{Q_c\} = \int_{\Gamma^{(e)}} N \left( k \frac{\partial T}{\partial x} n_x + k \frac{\partial T}{\partial y} n_y + k \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) d\Gamma \quad (3.24)$$

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ทางความร้อนที่อยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$[C] \{T\} + [K_c] \{T\} = \{Q_c\} \quad (3.25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3.2 การแก้ปัญหาทางไฟฟ้า

จากสมการลาปลาซ (Laplace equation) ได้นำมาใช้ในการหาการกระจายตัวของแรงดัน

$$\nabla \cdot \sigma \nabla V = 0 \quad (3.26)$$

สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ที่ประกอบไปด้วย  $m$  จุด (จ้วงน้ำหนักเศษควีรีด)

$$\int_{\Omega^{(e)}} W_i \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right) d\Omega = 0 \quad (3.27)$$

ความหมายของตัวแปรที่ใช้ในหัวข้อ

{ $i$ } = โหลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากการไหลของกระแสที่โหนด  $\square$

[ $K_v$ ] = เอลิเมนต์ของการนำไฟฟ้า

{ $V$ } = เวกเตอร์แรงดันที่โหนด

$\sigma$  = สภาพการนำไฟฟ้า

ทำการอินทิเกรตสมการที่ 3.27 โดยใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss's theorem)

$$x = W_i \quad (3.28)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \quad (3.29)$$

$$\vec{Y} = \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} \quad (3.30)$$

$$(\nabla \cdot \vec{Y}) = \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right) \quad (3.31)$$

เนื่องจาก  $\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k}$  ดังนั้น

$$\vec{Y} \cdot \hat{n} = \sigma \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} n_z \quad (3.32)$$

$$x(\vec{Y} \cdot \hat{n}) = W_i \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right) \quad (3.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla x = \frac{\partial W_i}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial W_i}{\partial z} \hat{k} \quad (3.34)$$

$$\nabla x \cdot \bar{Y} = \frac{\partial W_i}{\partial x} \sigma \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \sigma \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W_i}{\partial z} \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \quad (3.35)$$

แทน  $W_i = N_i$  ลงในสมการที่ 3.36

$$\int_{\Gamma^{(e)}} N_i \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right) d\Gamma - \int_{\Omega^{(e)}} \left( \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \right\} \sigma \frac{\partial V}{\partial x} + \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\} \sigma \frac{\partial V}{\partial y} + \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial z} \right\} \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) d\Omega = 0 \quad \text{เมื่อ } i=1,2,3,\dots,m \quad (3.36)$$

$$\int_{\Gamma^{(e)}} N_i \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right) d\Gamma = \int_{\Omega^{(e)}} \left( \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \right\} \sigma \frac{\partial V}{\partial x} + \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\} \sigma \frac{\partial V}{\partial y} + \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial z} \right\} \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) d\Omega = 0 \quad \text{เมื่อ } i=1,2,3,\dots,m \quad (3.37)$$

กำหนด

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right]_{(1xm)} \{V\}_{(m \times 1)}, \quad \frac{\partial V}{\partial y} = \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right]_{(1xm)} \{V\}_{(m \times 1)}, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right]_{(1xm)} \{V\}_{(m \times 1)} \quad (3.38)$$

แทนสมการที่ 3.38 ลงในสมการที่ 3.39

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left( \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\} \sigma \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\} \sigma \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial z} \right\} \sigma \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right] \right) d\Omega \{V\} = \int_{\Gamma^{(e)}} \{N\} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right) d\Gamma \quad (3.39)$$

กำหนดให้

$$[K_v] = \int_{\Omega^{(e)}} \left( \left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\} \sigma \left[ \frac{\partial N}{\partial x} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\} \sigma \left[ \frac{\partial N}{\partial y} \right] + \left\{ \frac{\partial N}{\partial z} \right\} \sigma \left[ \frac{\partial N}{\partial z} \right] \right) d\Omega \quad (3.40)$$

$$[I] = \int_{\Gamma^{(e)}} \{N\} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} n_x + \sigma \frac{\partial V}{\partial y} n_y + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} n_z \right) d\Gamma \quad (3.41)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ทางไฟฟ้าที่อยู่ในรูปทั่วไปดังนี้

$$[K_V]\{V\} = \{I\} \quad (3.42)$$

ทำการจัดสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ทางความร้อนและไฟฟ้า

$$\begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_C] & [0] \\ [0] & [K_V] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{V\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{Q_C\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

เมื่อ

$[C]$  = เมตริกซ์ของความร้อนจำเพาะ

$[K_C]$  = เอลิเมนต์ของการนำความร้อน

$[K_V]$  = เอลิเมนต์ของการนำไฟฟ้า

$\{T\}$  = เวกเตอร์ของอุณหภูมิที่โหนด

$T$  = เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดโดยสัมพันธ์กับเวลา

$\{V\}$  = เวกเตอร์แรงดันที่โหนด

$\{Q_C\}$  = โหลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากความนำความร้อน

$\{I\}$  = โหลดเวกเตอร์อันเนื่องมาจากการไหลของกระแสที่โหนด

จากสมการที่ 3.44 เป็นสมการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในรูปทั่วไปที่มีความสัมพันธ์ของความร้อนและไฟฟ้า ซึ่งการหาผลเฉลยสามารถทำได้โดยการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและทำการประมวลผลโดยใช้คอมพิวเตอร์ในลักษณะ การคำนวณจะแบ่งโดยการคำนวณทางไฟฟ้าเสียก่อนและการนำผลการคำนวณที่ได้ทำการคำนวณทางความร้อน หลังจากได้ผลการคำนวณทางความร้อนแล้วจึงนำไปในการประมวลผลทางไฟฟ้าต่อไป

### 3.4 กระบวนการแก้ปัญหาด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟต์แวร์

กระบวนการแก้ปัญหาด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟต์แวร์ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ๆ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. กระบวนการขั้นต้น (pre-processor) คือ การสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์จากรูปร่างลักษณะที่แท้จริงของปัญหา จากนั้นจึงประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนวิเคราะห์ปัญหานั้น การสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์อันประกอบด้วยเอลิเมนต์จำนวนมากบนรูปร่างลักษณะของปัญหาที่กำหนดมาให้นั้นตามปกติจะใช้เวลานาน โดยเฉพาะอย่างยิ่งหากรูปร่างของปัญหามีความซับซ้อน ผู้สร้างรูปแบบหน้าจคอมพิวเตอร์ควรมีประสบการณ์ในการใช้ซอฟต์แวร์นั้นๆ มาสักระยะหนึ่ง จึงสามารถสร้างรูปแบบที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและมีประสิทธิภาพได้ ตั้งแต่ การสร้างจุดเส้นตรง เส้นโค้งต่างๆรวมทั้งพื้นผิว โดยข้อมูลของจุดเส้นตรง เส้นโค้งและพื้นผิวเหล่านี้ จะถูกเก็บ ในรูปแบบของสมการทางเรขาคณิตในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ เพื่อผู้ใช้งานสามารถสร้างเอลิเมนต์ทั้งขนาดและ จำนวนต่างกันได้ โดยรูปแบบของไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เกิดขึ้นยังเสมือนรูปร่างต้นแบบของจริงมากที่สุดรูปแบบของ ไฟไนต์นี้ยังประกอบไปด้วยหมายเลขของจุดต่อหมายเลขของเอลิเมนต์และข้อมูลอื่นๆซึ่งจำเป็น

นต้องใช้ในกระบวนการ การวิเคราะห์ขั้นต่อไป รายละเอียดต่างๆจำนวนมากเหล่านี้ปกติจะไม่แสดงบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ยกเว้นผู้ใช้ ต้องการให้แสดงเพื่อการตรวจสอบ หลังจากสร้างรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เสร็จสิ้นลงแล้ว ผู้ใช้จำเป็นต้องกำหนด เงื่อนไขขอบเขต อันอาจประกอบไปด้วยการกำหนดค่าให้กับบางจุดต่อของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น เงื่อนไข ของเขตเหล่านี้จำเป็นต้องเหมือนหรือใกล้เคียงกับของจริงให้มากที่สุดจึงจะนำไปสู่ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับความเป็น จริง

2. กระบวนการวิเคราะห์ ข้อมูลต่างๆของรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นและเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนด ให้ในขั้นตอนแรกจะถูกส่งเข้าสู่กระบวนการวิเคราะห์โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับปัญหานั้นสำหรับทุกๆเอลิเมนต์ ก่อนที่จะนำมาประกอบกันเข้าขึ้นเป็นระบบสมการรวมขนาดใหญ่แล้ว จึง ประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดให้ จากนั้นจึงแก้ระบบสมการรวมขนาดใหญ่ขึ้นโดยเวลาที่ใช้ในการคำนวณจะ ขึ้นอยู่กับเอลิเมนต์ทั้งหมดที่ผู้ใช้ได้สร้างขึ้นและขนาดของระบบสมการรวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้น หากสมการเชิงอนุ-พันธ์ของปัญหานั้นอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นระบบสมการรวมนี้จะถูกแก้เพียงครั้งเดียว ทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้น ไม่มากนักแต่หากสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้นอยู่ในรูปแบบไม่เชิงเส้นระบบ สมการรวมนี้จะถูกแก้ด้วยการวนซ้ำหลายรอบทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นนานมากขึ้น โดยเฉพาะหากเป็นรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ประกอบ ด้วยเอลิเมนต์เป็นจำนวนมาก ดังนั้นหากผู้ใช้ซอฟต์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำเร็จรูปมีความเข้าใจถึงองค์ความรู้พื้นฐาน ภายในระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์บ้างก็จะช่วยในการตัดสินใจสิ่งต่างๆ ก่อนทำการวิเคราะห์ที่ได้เป็นอย่างดี

3. กระบวนการขึ้นท่าย ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์ในขั้นตอนที่แล้วจะประกอบด้วย ตัวเลขเป็นจำนวนมาก ซึ่งจำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์กราฟิก โดยเฉพาะกราฟิกส์เพื่อแสดงตัวเลขจำนวนมากเหล่านี้ออกมาบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ทำให้ผู้ใช้สามารถเข้าใจปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้อย่างรวดเร็ว กระบวนการขึ้นท่ายนี้จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง ซึ่งรูปแบบของการแสดงผลนั้นมีหลายชนิดนับตั้งแต่การแสดงด้วยแถบชั้นสี การแสดงด้วยเส้นชั้นสี (vector plot) วยเวคเตอร์การแสดงด (Contour lines) เป็นต้น ดังนั้นความเข้าใจในผล ลัพธ์อันเป็นผลจากรูปทรงที่ได้ออกแบบไปบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ได้โดยตรงอย่างรวดเร็ว จะทำให้ผู้ออกแบบ เข้าใจในปัญหานั้นได้อย่างลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น และอาจก่อให้เกิดแนวคิดในการปรับเปลี่ยนรูปทรงนั้นเพื่อก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่ดียิ่งขึ้นไปอีก

### 3.5 การประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

ในงานต่างๆ ทางด้านวิศวกรรมโดยปกติแล้วพบว่ามีความซับซ้อนมาก วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จึงมีบทบาทเป็นอย่างมากในการช่วยแก้ปัญหาต่างๆไม่ว่าจะเป็นปัญหาด้านการยึดหยุ่นของของแข็ง ปัญหาด้านการถ่ายเท ความร้อนหรือจะเป็นปัญหาด้านการไหลของของไหล เป็นต้น และเมื่อศึกษาถึงภาพรวมและประสิทธิภาพของวิธี การไฟไนต์เอลิเมนต์จะพบว่าวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถนำไปใช้ประยุกต์กับงานชนิดต่างๆได้ หากปรากฏ การณ์ที่เกิดขึ้นกับงานชนิดนั้นๆ สามารถอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์จากประสิทธิภาพของวิธีการไฟไนต์เอลิ-เมนต์ควบคู่กันกับวิวัฒนาการทางด้านคอมพิวเตอร์จะทำให้เราสามารถคำนวณหาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้ โดย สะดวกและยังทำให้ลดค่าใช้จ่ายที่จำเป็นต้องใช้สำหรับการทดลองอีกด้วย

การแก้ปัญหาด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ในสมัยแรกๆเริ่มปรากฏให้เห็นในงานทางด้านกลศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

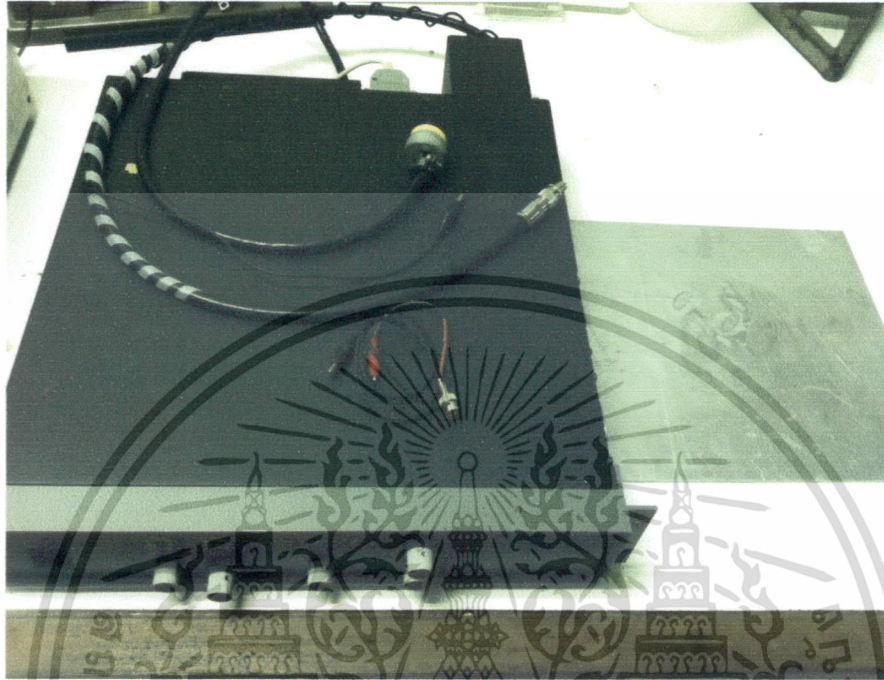
ของแข็ง และโครงสร้างเป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถใช้แก้สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาที่มีรูปร่างซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้การประยุกต์ใช้วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ขยายวงกว้างออกไปในงานที่นอกเหนือไปจากงานทางด้านวิศวกรรม เช่น ในงานทางด้านทางการแพทย์ เป็นต้น จากรูปที่ 3.2 แสดงรูปแบบจำลองของไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อใช้หาการกระจายของความเค้นในกระดูก นอกเหนือจากนั้นวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ยังถูกนำไปประยุกต์ใช้ใช้กับงานทางด้านทางการแพทย์ในรูปแบบอื่นๆ อาทิเช่น การคำนวณหาลักษณะการไหลของเลือด ในเส้นเลือดและหัวใจ รวมทั้งความกดดันที่เกิดขึ้นตามตำแหน่งต่างๆในเส้นเลือด เป็นต้น ดังนั้นจะเห็นได้ว่าวิธี การไฟไนต์เอลิเมนต์มีส่วนช่วยเป็นอย่างมากในการศึกษาและออกแบบงานด้านต่างๆไม่ว่าจะเป็นงานทางด้านวิศวกรรมต่างๆ หรือแม้แต่งานทางด้านทางการแพทย์ดังที่กล่าวในข้างต้น ซึ่งวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จะช่วยให้เราสามารถ ออกแบบงานได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และยังรวมถึงช่วยลดค่าใช้จ่ายที่จะต้องใช้ในการทดลองอีกด้วย



รูปที่ 3.2 รูปแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของกระดูก [17]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4 ผลการทดลอง



รูปที่ 4.1 แสดงเครื่องมือที่ใช้ทำการทดลอง เครื่อง RF ABLATION  
ทำการทดลองกับเนื้อเยื่อด้วยเครื่อง RF-ABLATION มีรายละเอียดดังนี้

- ยี่ห้อ Advanced Energy
- รุ่น PDX 500
- ย่านความถี่ 325 - 380 kHz

เครื่อง RF ABLATION ที่ใช้ในการทดลองสามารถทำการการปรับเปลี่ยนปรับเปลี่ยนความถี่และกำลังงานได้ เป็นเครื่องมือมาตรฐานที่ผลิตจากประเทศอเมริกา โดยในการทำงานจำเป็นต้องมีแผ่นกราวด์เพลตกับ ส่วนที่ทำการสัมผัสกับเนื้อเยื่อเพื่อให้เกิดการนำกระแสจาก อิเล็กโทรดไปยัง กราวด์ ซึ่งตัวเครื่อง RF ABLATION เมื่อทำการเปิดให้ทำงานจะมีการตรวจสอบค่าอิมพีแดนซ์ระหว่างกราวด์ กับ อิเล็กโทรด เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าอิมพีแดนซ์ จนไม่สามารถมีกระแสไหลไปสู่กราวด์ได้ ตัวเครื่องจะทำการตัดการทำงานโดยอัตโนมัติ เพื่อเป็นการป้องกันการเสียหายอันเกิดจากความไม่แมตซ์ซึ่งกันของ เครื่องกับเนื้อเยื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.1 สร้างโพรบจริง

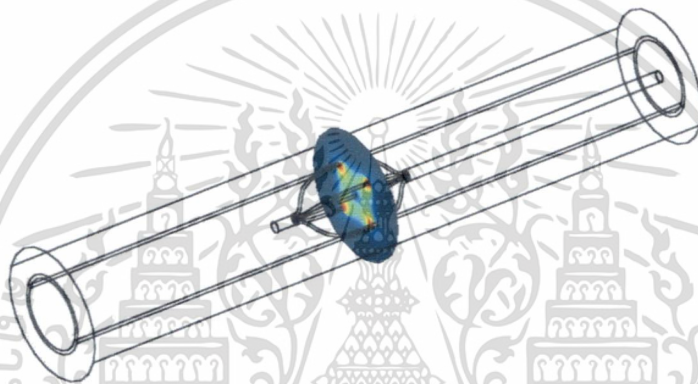
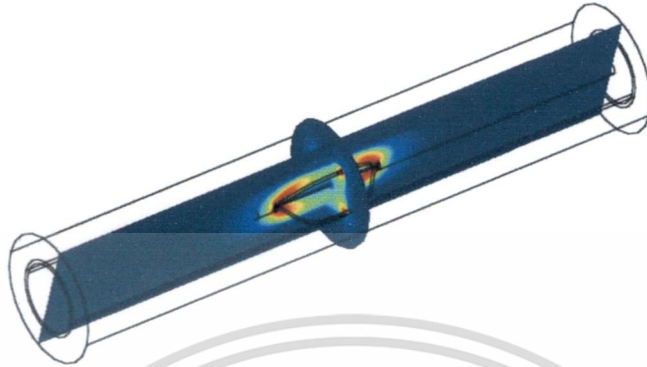
ทางผู้วิจัยได้ทำการสร้างโพรบนำคลื่น ความถี่วิทยุ โดยสร้างให้มีลักษณะของการถ่างตัวโดย มีวัสดุประสมค์ นำไปใช้ถ่าง ทางเดินของหลอดลม โดยที่มีแกนกลางทำหน้าที่เป็นกราวด์ และ เส้นลวดด้านข้าง ทำหน้าที่เป็นอิเล็กโทรด โดยโพรบที่ทำการสร้าง จะมีจำนวนอิเล็กโทรดจำนวน 4 เส้น การนำไฟฟ้าจะนำจาก อิเล็กโทรดไปยังกราวด์ โดยไม่จำเป็นต้องให้ผู้ป่วยนอนทับกราวด์แพลต เหมือนกับโพรบแบบเก่า ซึ่งจะลด ปัญหาเรื่องของความไม่แน่นอนของระยะกราวด์กับโพรบได้เป็นอย่างดี



รูปที่ 4.2 โพรบที่ทำการสร้างเพื่อใช้งานร่วมกับ เครื่อง RF ABLATION

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

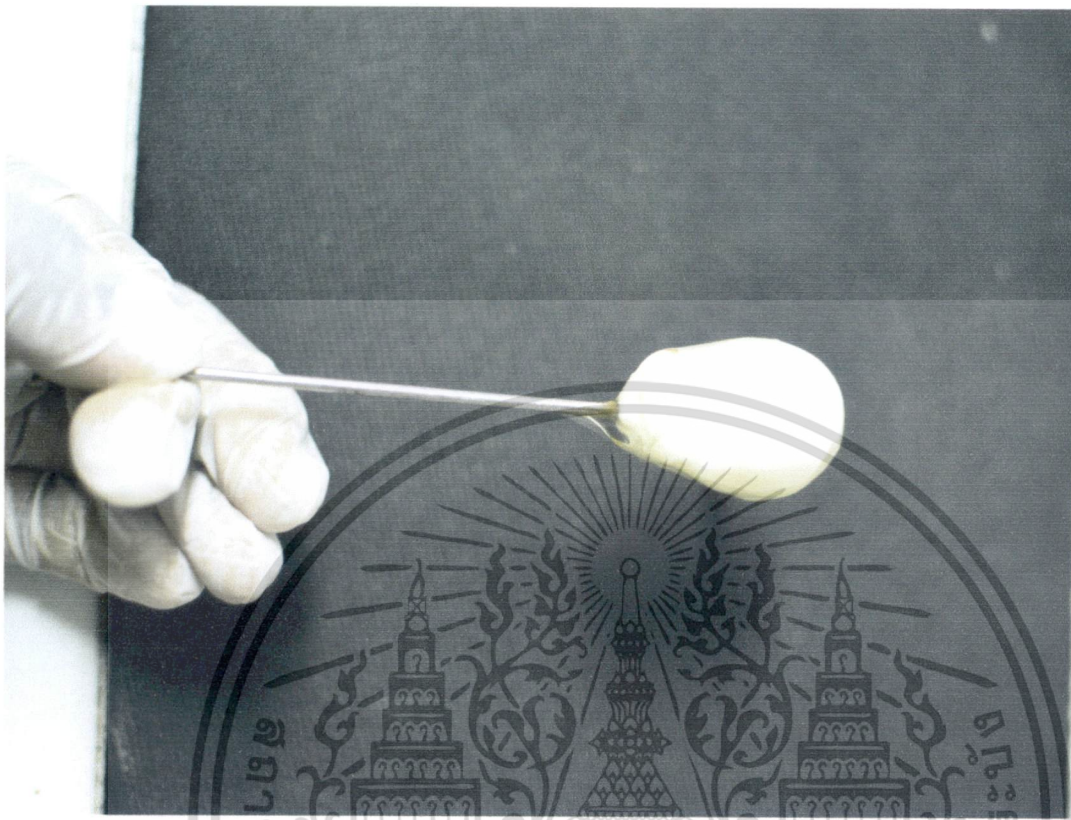
## 4.2 ทำการจำลองการทำงานด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 4.3 การจำลองการทำงานด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์

จากรูปแสดงให้เห็นถึงการจำลองการทำงานด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยแสดงให้เห็นว่า จะเกิด ความร้อนบริเวณที่ทำการออกแบบมาเท่านั้น โดยการกระจายความร้อนที่เกิดขึ้น เกิดขึ้นบริเวณรอบโพรบ ทั้ง 4 เส้น มีการกระจายความร้อน เนื่องจากการไหลของกระแสสุกราวด์ โดยการกระจายมีการกระจายที่สม่ำเสมอ เนื่องจากทำการออกแบบระยะห่างของกราวด์ กับ อิเล็กโตรด ที่เท่ากัน จึงทำให้เกิดการกระจายที่สม่ำเสมอ ผลของการจำลองการทำงานด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถ ที่ทำการยืนยันความถูกต้อง ด้วย การทดลองจริง โดยการทดลองจริง ในขั้นตอนต่อไป เราจะทำการทดลองกับ ไข่ขาว เพื่อให้ทราบรูปทรงของการจำลองการทำงานในแบบ 3 มิติ เพื่อให้เกิดการเปรียบเทียบได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น

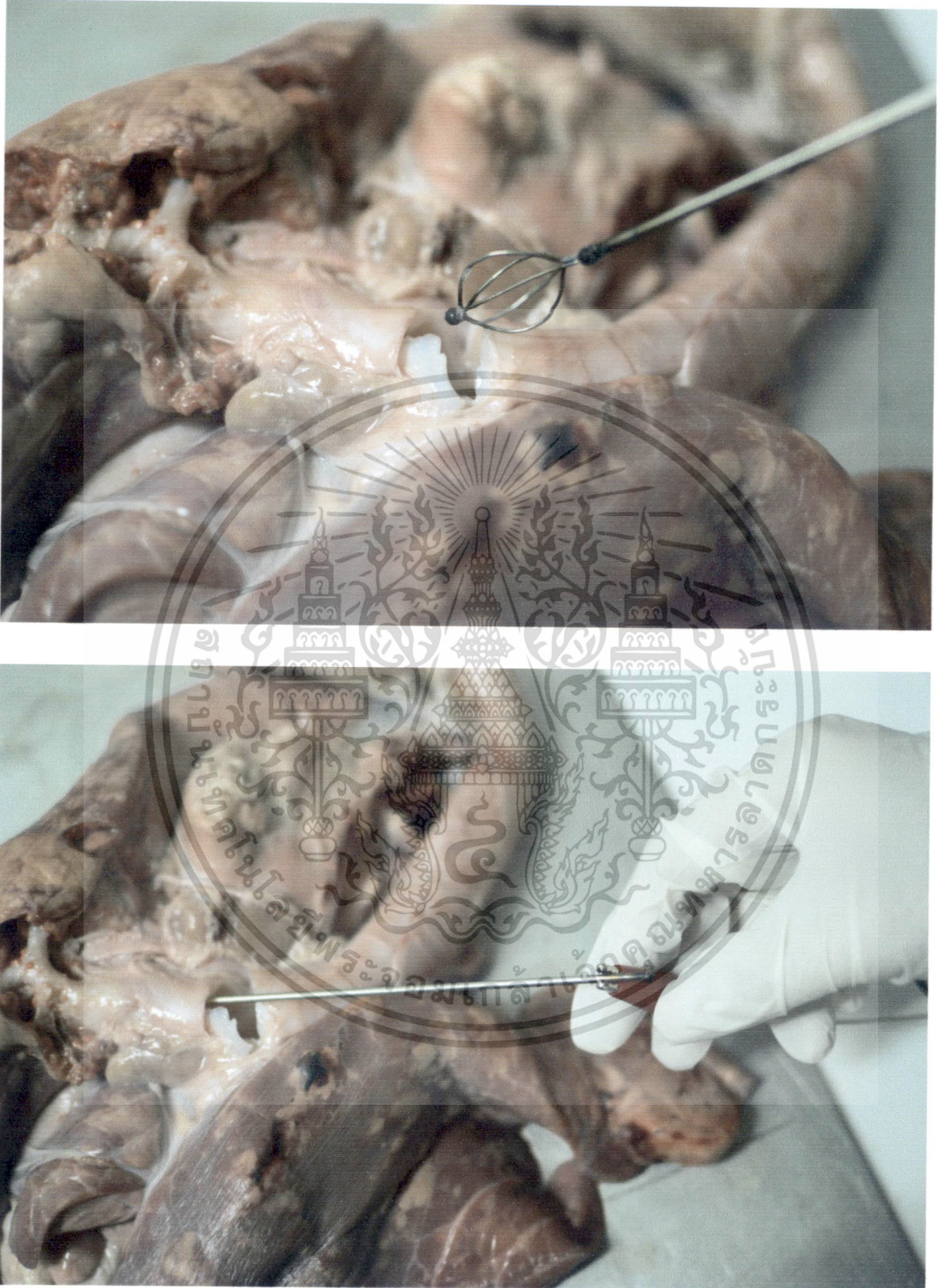
### 4.3 การทดลองกับเนื้อเยื่อจริง



รูปที่ 4.4 การทดลองในรูปแบบ 3 มิติ

จากรูปทำการนำเอาโพรบที่ทำการออกแบบ เมื่อทำการทดลองผ่านอิเล็กโทรด โดยทำการทดลองกับไข่ขาวที่มีการเปลี่ยนแปลง จากของเหลวเป็นของแข็ง เมื่ออุณหภูมิอยู่ที่ระดับประมาณ 50 องศาเซลเซียส ซึ่งมีความใกล้เคียงกับ ขนาดของอุณหภูมิที่ต้องการ จากการทดลอง ทำการป้อนกำลังงานขนาด 150 วัตต์ ระยะเวลาประมาณ 5 นาที ผลที่ได้ จะเห็นว่าได้รูปทรงออกมาในรูปแบบ 3 มิติ ที่สามารถนำไปเปรียบเทียบกับ การจำลองการทำงานด้วยระเบียบวิธีไฟน์เอิบเมนต์แบบ 3 มิติได้ โดยจะเห็นขนาดรูปทรงที่ มีความคล้ายกัน เป็นอย่างมาก ซึ่งทางผู้วิจัย ได้พบว่า ปัญหาเรื่องของกรวดค้อน นั้นหมดไปเมื่อทำการออกแบบโพรบที่มี รูปแบบของการทำลายได้ในแบบนี้ หลังจากที่ได้ทำการยืนยันผลของการจำลองการทำงานด้วยผลการทดลอง แล้ว ต่อไปจะทำการนำไปทดลองกับเนื้อเยื่อจริงเพื่อทราบผลการทำลาย ที่เกิดจากการนำอิเล็กโทรดไปใช้ใน กระบวนการ RF ABLATION

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 ผลการทดลองกับเนื้อเยื่อจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการทดลองกับเนื้อเยื่อจริง โดยทางทีมผู้วิจัย ได้ทำการ นำเอาเนื้อเยื่อ ที่มีหลอดลมมาทำการทดลอง โดยพบว่าเมื่อทำการขยายหลอดลมด้วยความร้อน อันเนื่องมาจาก การนำกระแสของคลื่นความถี่วิทยุ สามารถส่งผลให้เกิดการขยายตัวของหลอดลมได้ โดยสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้เกิดการขยายช่องทางเดินหลอดลม ซึ่งเป็นแนวทางที่นำมาประยุกต์ใช้ในการบำบัดผู้ป่วยที่มีอาการหลอดลมตีบ วิธีการในรูปแบบนี้ถูกเรียกว่า RF BALLOON เป็นวิธีการขยายทางเดินของหลอดลมด้วยการใช้คลื่นความถี่วิทยุ ในการเปิด ถ่าง ผนังของหลอดลมให้มีการขยายตัว โดย สามารถลดอาการหอบเหนื่อย และใช้ระยะเวลาอันสั้นในกระบวนการรักษาผู้ป่วย ซึ่งเป็นแนวทางรักษาที่กำลังเป็นที่นิยมในปัจจุบันแต่ในขณะนี้ประเทศไทยยังไม่แพร่หลายมากนัก ทางผู้วิจัย หวังเป็นอย่างยิ่งว่า จะมีการนำเอาระบบนี้เข้ามาทำการรักษาให้กับผู้ป่วยในประเทศ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5 ผลการสรุปงานวิจัย

จากรูปทำการนำเอาโพรบที่ทำการออกแบบ เมื่อทำการทดลองผ่านอิเล็กโทรด โดยทำการทดลองกับไขขาวที่มีการเปลี่ยนแปลง จากของเหลวเป็นของแข็ง เมื่ออุณหภูมิอยู่ที่ระดับประมาณ 50 องศาเซลเซียส ซึ่งมีความใกล้เคียงกับ ขนาดของอุณหภูมิที่ต้องการ จากการทดลอง ทำการป้อนกำลังงานขนาด 150 วัตต์ ระยะเวลาประมาณ 5 นาที ผลที่ได้ จะเห็นว่าได้รูปทรงออกมาในรูปแบบ 3 มิติ ที่สามารถนำไปเปรียบเทียบกับ การจำลองการทำงานด้วยระเบียบวิธีไฟน์ตเอบิเมนต์แบบ 3 มิติได้ โดยจะเห็นขนาดรูปทรงที่มีความคล้ายกัน เป็นอย่างมาก ซึ่งทางผู้วิจัย ได้พบว่า ปัญหาเรื่องของกราวด์เพลต นั้นหมดไปเมื่อทำการออกแบบโพรบที่มี รูปแบบของการทำลายได้ในแบบนี้ หลังจากที่ได้ทำการยืนยันผลของการจำลองการทำงานด้วยผลการทดลอง แล้ว ต่อไปจะทำการนำไปทดลองกับเนื้อเยื่อจริงเพื่อทราบผลการทำลาย ที่เกิดจากการนำอิเล็กโทรดไปใช้ใน กระบวนการ RF ABLATION

ทำการทดลองกับเนื้อเยื่อจริง โดยทางทีมผู้วิจัย ได้ทำการ นำเอาเนื้อเยื่อ ที่มีหลอดลมมาทำการ ทดลอง โดยพบว่าเมื่อทำการขยายหลอดลมด้วยความร้อน อันเนื่องมาจาก การนำกระแสของคลื่นความถี่ วิทยุ สามารถส่งผลให้เกิดการขยายตัวของหลอดลมได้ โดยสามารถนำมาประยุกต์ใช้เพื่อให้เกิดการขยาย ช่องทางเดินหลอดลม ซึ่งเป็นแนวทางที่นำมาประยุกต์ใช้ในการบำบัดผู้ป่วยที่มีอาการหลอดลมตีบ วิธีการ ในรูปแบบนี้ถูกเรียกว่า RF BALLOON เป็นวิธีการขยายทางเดินของหลอดลมด้วยการใช้คลื่นความถี่วิทยุ ในการเปิด ถ่าง ผนังของหลอดลมให้มีการขยายตัว โดย สามารถลดอาการบาดเจ็บ และใช้ระยะเวลาอัน สั้นในกระบวนการรักษาผู้ป่วย ซึ่งเป็นแนวทางรักษาที่กำลังเป็นที่นิยมในปัจจุบันแต่ในขณะนี้ประเทศไทย ยังไม่แพร่หลายมากนัก ทางผู้วิจัย หวังเป็นอย่างยิ่ง ว่า จะมีการนำเอาระบบนี้เข้ามาทำการรักษาให้กับ ผู้ป่วยในประเทศ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# Finite Element Analysis for Severe Asthma Therapy at the Airway Smooth Muscle by Radiofrequency Ablation

P. Ruksapong, P. Phasukkit<sup>1\*</sup>, S. Tungjitkusolmun<sup>1</sup> and A. Sanpanich<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand.

<sup>2</sup>Institute of Molecular Biosciences, Mahidol University, Nakhon Pathom, Thailand.

\* kppattar@kmitl.ac.th

**Abstract**— This paper presents a three-dimensional finite element analysis for severe asthma therapy by using radiofrequency (RF) ablation. We study a solution for severe asthma treatment by using radiofrequency ablation method. Severe asthma patients have breathlessness symptom, coughing, and wheezing that influence a daily life of patients. In case of severe asthma, patients have breathlessness symptom, coughing, and wheezing all the time. All symptoms cause to die. Severe asthma therapy by using radiofrequency ablation is a new alternative maneuver to the patient and hopefully may extend his lifetime, reduce using of medicines in asthma treatment and also save money on medical care in long run. The research results obtained from our three-dimensional finite element analysis show temperature distribution for airway dilation and increasing airway wall dimension by using radiofrequency ablation technique significantly. These results also guide us to develop an advance asthma treatment in the future.

**Keywords**— Radiofrequency Ablation, Severe Asthma Therapy, Airway Smooth Muscle, Finite Element Analysis

## I. INTRODUCTION

In the present, asthma is incurable disease. In worldwide, there are more than 300 asthma patients [1]. Asthma symptom is breathlessness, coughing, wheezing, and sometimes cause of death. Therapy method based on severity of disease. Severe asthma patients must be taking medicine in high-dose, but it cannot reduce a permanent narrowing of airway smooth muscle (ASM) dimension in an airway wall. Patients always suffer from a frequent breathlessness symptom. We study solution to treat severe asthma by using radiofrequency ablation method because this method can reduce airway smooth muscle dimension. Patients who cured by this technique are supposed to have a fewer breathlessness symptoms, and taking medicine in low-dose.

Several studies on radiofrequency ablation for severe asthma therapy have been presented since approximately 2004. In 2004, Danek et al, [2-3] studied in non-asthmatic dogs. Treatments applied at 65°C or 75°C delivered to airway wall. Treatments effect persisted 3 years. In 2010, Jarrard et al [4] studied electro-thermal finite element analysis model. Catheter electrodes were designed as D-shaped wires. Model was

designed to simulate the delivery of temperature controlled RF energy to airway walls of lung.

In this research work, we use radiofrequency ablation for severe asthma therapy. Radiofrequency delivers 480 kHz. RF probe temperature is controlled to 65°C for 10 seconds [3]. This paper is presented as following an introduction in section I, methods included airway model, structure of RF probe, bio-heat equation, and finite element analysis in section II, results in section III, discussion and conclusion in section IV.

## II. METHOD

### A. Airway Model

Airway in this research is simply designed as a human smooth muscle airway in lung in which a phenomenon of muscle spasm due to an asthma symptom frequently existing. The airway model consists of lumen part, airway wall and parenchyma [4]. Fig. 1 shows this airway model and dimension.

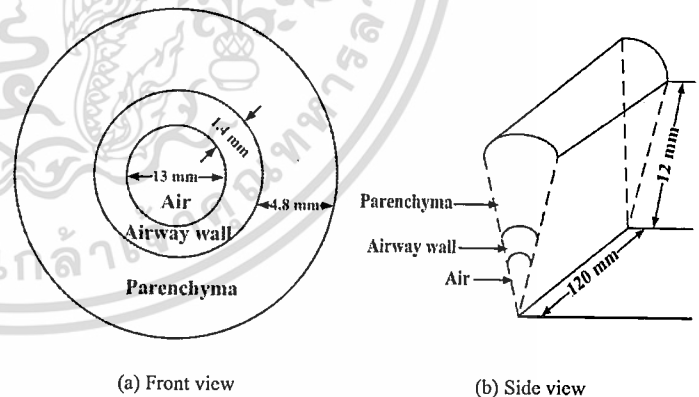


Figure 1. Airway model.

### B. Structure of RF Probe

The structure of RF probe is designed basing on a tractable electrode in ellipse shape. This RF probe control heat to airway wall. Zone of active tissue heating from RF probe is limited to a few millimeters surrounding this active electrode, with the remainder of the ablation zone is supposed to be

heated via a thermal convection [5]. Figure 2 shows a structure and dimension of our RF electrode in this research. Material at the tractable wire part is Ni-Ti. Table I shows dimensions of structure of RF probe.

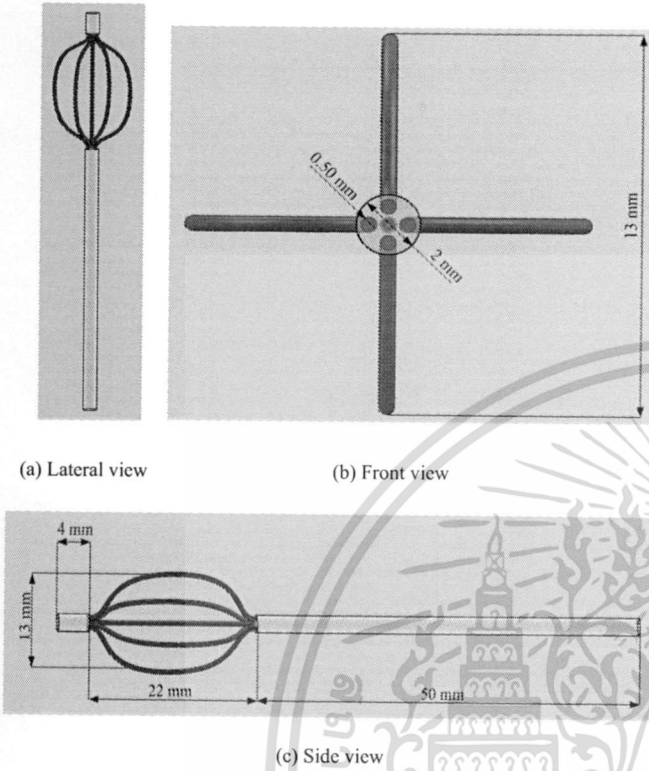


Figure 2. Structure of RF probe.

TABLE I. DIMENSIONS OF STRUCTURE OF RF PROBE

Component	Dimensions (mm)
Diameter of electrode	0.5
Diameter of catheter	2.0
Width of electrode	13
Length of electrode	22.0
Overall length of RF probe	76.0

### C. Bio-heat Equation

Joule heating arises when an electric current passes through a conductor. Electromagnetic energy is converted into heat. The heating of tissue during RF ablation is governed by the bio-heat equation in (1) and convective term in (2):

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot kT + J \cdot E - h_{bl}(T - T_{bl}) - Q_m \quad (1)$$

$$h_{bl} = \rho_{bl} c_{bl} \omega_{bl} \quad (2)$$

where

- $\rho$  = Density of tissue [ $kg/m^3$ ];
- $c$  = Specific heat of tissue [ $J/kg \cdot K$ ];
- $k$  = Thermal conductivity of tissue [ $W/m \cdot K$ ];
- $J$  = Current density [ $A/m^2$ ];
- $E$  = Electric field intensity [ $V/m$ ];
- $T_{bl}$  = Temperature of blood;
- $\rho_{bl}$  = Density of blood [ $kg/m^3$ ];
- $h_{bl}$  = Convective heat transfer coefficient accounting for the blood perfusion;
- $Q_m$  ( $W/m^3$ ) = Energy generated by metabolic processes and was neglected since it is small compared with the other terms.

In the Pennes model described in the bioheat equation, the energy exchange between blood and tissue is modeled as a nondirectional heat source. One major assumption is that the heat transfer related to perfusion between tissue and blood occurs in the capillary bed, which turned out not to be fully correct. The main thermal equilibrium process takes place in the precapillary or postcapillary vessels. Nevertheless, the Pennes model describes blood perfusion with acceptable accuracy, if no large vessels are nearby [6-8]. The blood perfusion in airway wall (smooth muscle) used in the FEM was  $\omega_{bl} = 0.6 \times 10^{-3} s^{-1}$  [4].

We can compute the electric field intensity by solving the Laplace equation as shown in (3)

$$\nabla \cdot \sigma \nabla V = 0 \quad (3)$$

and the current density can be computed from (4)

$$J = \sigma E = -\sigma \nabla V \quad (4)$$

where

- $V$  = potential distribution;
- $\sigma$  = electrical conductivity [ $S/m$ ].

Then, (1) is solved for the temperature distribution. The temperature dependence of tissue electrical conductivity is incorporated in the model and required that the equations be coupled [4].

Electrical properties are specified at body temperature. Thermal properties of tissues are modified from animals [4]. We apply trachea properties for airway wall due to a similarity structure and property. Table II shows material properties used in FE models.

TABLE II. MATERIAL PROPERTIES USED IN FE MODELS

Material	Conductivity ( $\sigma$ ) [S/m]	Thermal conductivity (k) [W/m · K]	Specific heat (c) [J/kg · K]	Density ( $\rho$ ) [kg/m <sup>3</sup> ]
Air	0.01	0.030	1009	0.995
Airway wall	0.359	0.5	3000	1500
Blood	0.748	0.52	4176	1060
Parenchyma	0.15	0.451	1643	199
Ni-Ti	$4 \times 10^6$	18	840	6450

D. Finite Element Analysis

In this research, we apply a finite element analysis of COMSOL Multiphysics program to simulation the radiofrequency ablation in our severe asthma therapy at the airway smooth muscle. Airway model and RF probe are designed firstly by using a general CAD program then imported into the COMSOL solver. RF module and electromagnetics module was selected as a radio frequency thermal ablation. All physics parameter and boundary condition was precisely defined. Number of meshing element is 248,864 at fine Meshing with 84,816 degree of freedoms. Mesh element is shown in Fig. 3. Power of RF wave was assumed to control at 22 Volts for 10 seconds of treatment time. This simulation was implement on Intel Core-i7 2.67 GHz and 12 GB RAM on Window platform and a solution time is about 62.213 seconds.

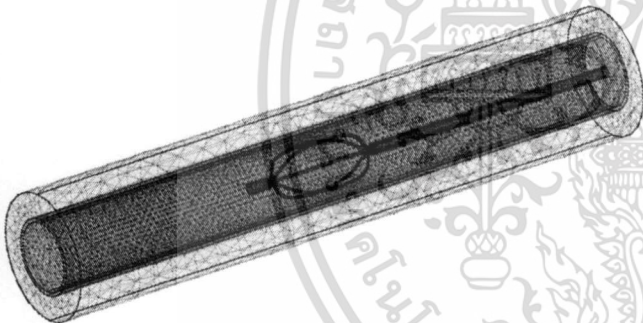
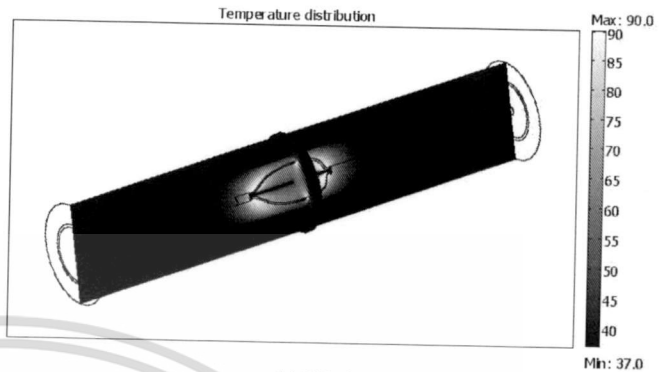


Figure 3. Mesh element.

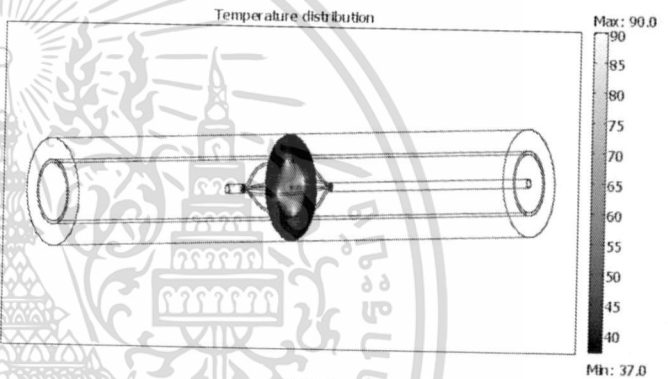
III. SIMULATION RESULT

Simulation result of three-dimensional finite element analysis for severe asthma therapy at airway smooth muscle by using radiofrequency ablation, radiofrequency is controlled to 480 kHz 22 Volt for 10 seconds. Simulation results of this study are shown in Fig. 4-6. After RF probe operate for 10 seconds, temperature surrounding the active electrode equal to 65°C. This increasing temperature affects to an airway wall thickness to dilate an airway smooth muscle from receiving the thermal energy. Temperature distribution is shown in Fig. 4 in X and Z plane. We also show an isosurface area at temperature 65°C in Fig. 5. This measured temperature also plotted in Fig.6 respect to a therapeutic time. Temperature graph illustrate an

increasing of temperature from an origin temperature 37 °C to 90 °C. At 65°C, this temperature is suitable for severe asthma therapy because this temperature is non-effect to other healthy cell surrounding the airway smooth muscle.



(a) XZ plane



(b) Z plane

Figure 4. Temperature distribution.

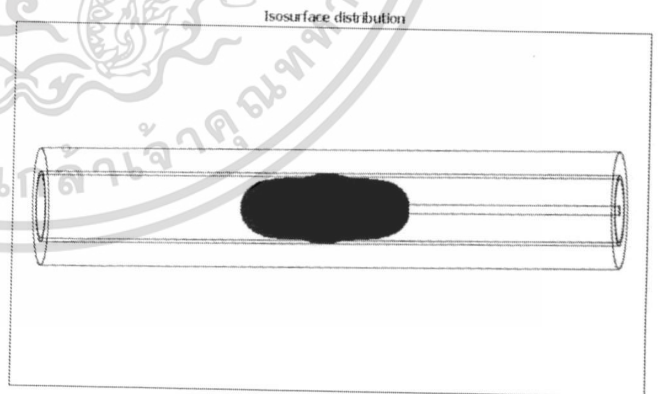


Figure 5. Isosurface distribution.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

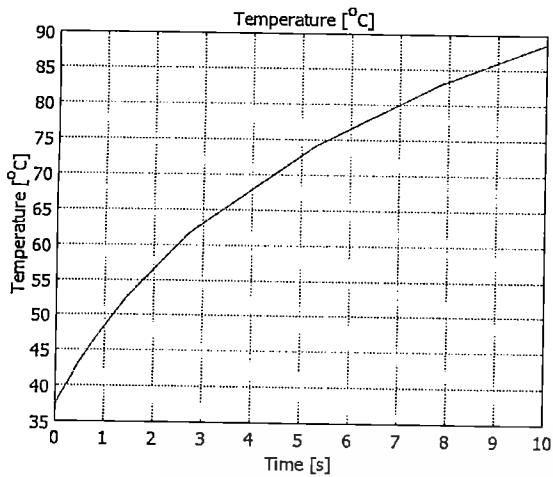


Figure 6. Temperature graph.

#### IV. DISCUSSION AND CONCLUSION

In this severe asthma therapy by using finite element analysis, electrodes are intently designed similar to an ellipse shape. RF probe control heat that radiate to an airway wall. Airway smooth muscle in airway wall is heated then its thickness becomes narrow cause an airway lumen bigger. Each retractable wire electrode has transfer heat in the same amount of energy therefore therapeutic temperature is controlled to equal every point. Results of simulation and analysis by using COMSOL Multiphysics program, radio-frequency is controlled to 480 kHz at 65°C for 10 seconds, that result are an airway dilatation and increasing airway wall dimension. At 480 kHz, a temperature of 65°C is suitable for therapy because this temperature cannot destroy cell and proteins including actin and DNA. Severe asthma therapy by using radiofrequency ablation is a new alternative maneuver to the patient and hopefully may extend his lifetime, reduce using of medicines in asthma treatment, save money on medical care in long run, and also guide us to develop an asthma treatment in the future. Next step, we plan to apply our treatment system to use with chronic obstructive pulmonary disease (COPD) and lung disease due to a symptom similarity.

#### REFERENCES

- [1] A. Chen, "Bronchial Thermoplasty for Asthma," *Pak. J. Chest Med.*, vol. 18, pp. 58-64, 2012.
- [2] T. R. Gildea, S. B. Khatri, and M. Castro, "Bronchial thermo- plasty: A new treatment for severe refractory asthma," *Cleve. Clin. J. Med.*, vol.78, pp. 477-485, 2011.
- [3] C. J. Danek, C. M. Lombard, D. L. Dungworth, P. G. Cox, J. D.

- Miller, M. J. Biggs, T. M. Keast, B. E. Loomas, W. J. Wizeman, J. C. Hogg, and A. R. Leff, "Reduction in airway hyper- responsiveness to methacholine by the application of RF energy in dogs," *J. Appl. Phys.*, vol. 97, pp. 1946-1953, 2004.
- [4] J. Jarrard, B. Wizeman, R. H. Brown, and W. Mitzner, "A theoretical model of the application of RF energy to the airway wall and its experimental validation," [Online]. Available: <http://www.biomedical-engineering-online.com/content/9/1/81>.
- [5] P. Phasukkit, S. Tungjitkusolmun, and M. Sangworasil, "Finite Element Analysis and in vitro Experiments of Placement Configurations Using Triple Antennas in Microwave Hepatic Ablation", *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, TBME-00164, pp. 1-9, 2009.
- [6] S. Tungjitkusolmun, S. T. Staelin, D. Haemmerich, J. Z. Tsai, J. G. Webster, F. T. Lee, D. M. Mahvi, and V. R. Vorperian, "Three-Dimensional Finite-Element Analyses for Radio-Frequency Hepatic Tumor Ablation", *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 49, No.1, pp. 3-9, 2002.
- [7] D. Haemmerich, S. T. Staelin, S. Tungjitkusolmun, F. T. Lee, D. M. Mahvi, and J. G. Webster, "Hepatic Bipolar Radio-Frequency Ablation Between Separated Multiprong Electrodes," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 48, No.10, pp. 1145-1152, 2001.
- [8] S. Tungjitkusolmun, E. J. Woo, J. Z. Tsai, V. R. Vorperian, and J. G. Webster, "Finite Element Analyses of Uniform Current Density Electrodes for Radio-Frequency Cardiac Ablation," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 47, No.1, pp. 32-40, 2000.