



รายงานฉบับสมบูรณ์

Final Report

สมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ในช่องสัญญาณรบกวนแบบเกาส์

Performance of 2 – Dimensional BCH Codes in AWGN Channel

รศ. นิภา ลีลาจจิ
รศ. ณรงค์ เหมกรณ์
ผศ.ดร. พรชัย ทรัพย์นิธิ
ผศ.ดร. สุทธิชัย นพนาถิพงษ์
นาย อำนาจ ขาวเน
นาย ภูสิทธิ์ สุวรรณแสง

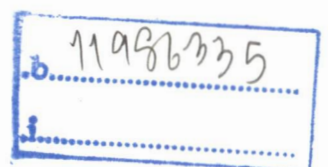
ห้องปฏิบัติการวิจัย การสื่อสารดาวเทียม
สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

กันยายน พ.ศ. 2550

Satellite Communication Laboratory
Research Center for Communications and Information Technology
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

September 2007

เลขที่.....
เลขทะเบียน..... 83857
วัน,เดือน,ปี... 19 ก.ย. 2551



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนจาก สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ(Research Center for Communications and Information Technology : ReCCIT) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2550 วงเงินงบประมาณ 135,240 บาท และขอขอบพระคุณ อาจารย์ที่ปรึกษาและอาจารย์ประจำห้องปฏิบัติการวิจัยทุกท่านที่คอยให้คำปรึกษาและคำแนะนำในการทำงานวิจัยชิ้นนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทสรุปย่อ

ในอดีตการศึกษารหัส BCH นั้นจะทำการศึกษาในส่วนของ การเข้ารหัสและถอดรหัสแบบ 1 มิติและทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบโดยทำการเปรียบเทียบค่า BER กับค่า E_b/N_0 ซึ่งงานวิจัยนี้จะนำเสนอในส่วนของ การเข้ารหัสและถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ เพื่อทำการศึกษาสมรรถนะของระบบว่าจะให้ผลอย่างไรและแตกต่างจาก รหัส BCH แบบ 1 มิติ อย่างไร

โครงการวิจัยนี้ได้แบ่งขั้นตอนการดำเนินการออกเป็น 8 ขั้นตอน

1. ศึกษาการเข้ารหัส BCH แบบ 2 มิติ
2. ศึกษาการถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ
3. ศึกษาการมอดูเลตแบบ BPSK และ สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน
4. ทำการจำลองแบบระบบผ่านช่องสัญญาณ AWGN
5. ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่ค่าพารามิเตอร์ต่างกัน
6. ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่ h เท่ากันแต่อัตรารหัสต่างกัน
7. ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่การวนซ้ำ
8. สรุปและเขียนบทความวิจัย

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอหลักการเข้ารหัสและถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ ในช่องสัญญาณแบบเกาส์ โดยใช้หลักการถอดรหัสแบบฮาร์ด ทำการถอดรหัสในลักษณะของแถวและหลัก เพื่อศึกษาสมรรถนะของระบบ โดยทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบที่เข้ารหัสแตกต่างกันและเข้ารหัสที่มีความยาวคำรหัสเท่ากันแต่ อัตรารหัสต่างกัน ในบทความนี้ได้เพิ่มในส่วนของการถอดรหัสแบบวนซ้ำในส่วนของภาคถอดรหัสซึ่งผลที่ได้จากการจำลองแบบคือ คำรหัสที่มีอัตรารหัสสูงจะให้ค่าสมรรถนะที่สูงกว่าคำรหัสที่มีอัตรารหัสต่ำและเมื่อทำการเพิ่มจำนวนรอบในการถอดรหัสแบบวนซ้ำไปจนถึง 4 รอบ จะพบว่าสมรรถนะของระบบสูงขึ้น สังเกตได้จากค่าอัตราความผิดพลาดบิต (BER) ที่การวนซ้ำ 1 รอบ อยู่ที่ ประมาณ 3×10^{-3} แต่เมื่อเพิ่มจำนวนรอบเป็น 4 รอบ จะได้ BER ประมาณ 5×10^{-7}

Abstract

This paper presents a study encoding and decoding of 2-dimensional BCH codes in the additive while gaussian channel by using the hard decoder to decode rows and columns. The performance of the system is investigated by comparing different codes and different code rates. In this paper, the iterative decoding is added in the decoding part to achieve power bit error rate for a 2-D (31,16,3) BCH codes, when the number of the iterative decoding is increased to 4, the bit error rate is reduced to 5×10^{-7} from 3×10^{-3} after the first iteration.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	I
บทสรุปย่อ	II
บทคัดย่อ	III
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 บทนำและความเป็นมา	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์	1
1.3 รายละเอียดของโครงการขอบเขตของการศึกษา	1
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	2
2.1 รหัส BCH	2
2.2 การถอดรหัสนิรหัส BCH	4
2.3 ช่องสัญญาณที่มีการรบกวนแบบบวก(additive noise channel)	9
2.4 เอสเอ็นอาร์ของสัญลักษณ์รหัส	10
บทที่ 3 การออกแบบระบบ	13
บทที่ 4 ผลการจำลองแบบ	16
บทที่ 5 ข้อวิจารณ์	19
บทที่ 6 บทสรุปและข้อเสนอแนะ	20
เอกสารอ้างอิง	21

บทที่ 1

บทนำ

1.1 บทนำและความเป็นมา

รหัส BCH (Bose , Chaudhuri , and Hocquenghem) เป็นกลุ่มของรหัสไซคลิกประเภทหนึ่งที่มีความสำคัญมากเพราะรหัสนี้สามารถใช้แก้ไขความผิดพลาดแบบสุ่มหลายบิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ รหัสนี้จัดว่าเป็นรหัสบล็อกเชิงเส้นชนิดหนึ่งที่มีความสนใจมากและเป็นประโยชน์ต่อการใช้งานในทางปฏิบัติ เพราะรหัสนี้มีขนาดค้ำรหัสที่แตกต่างกันมากมายให้เลือกใช้ อีกทั้งยังสามารถกำหนดขีดความสามารถของรหัสได้ตามต้องการ ในอดีตการศึกษารหัส BCH นั้นจะทำการศึกษาในส่วนของ การเข้ารหัสและถอดรหัสแบบ 1 มิติ และทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบ โดยทำการเปรียบเทียบค่า BER กับค่า E_b/N_0 ซึ่งงานวิจัยนี้จะนำเสนอในส่วนของ การเข้ารหัสและถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ เพื่อทำการศึกษาสมรรถนะของระบบว่าจะให้ผลอย่างไรและแตกต่างจากรหัส BCH แบบ 1 มิติ อย่างไร

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

ในการทำวิจัยหัวข้อสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ในช่องสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ วัตถุประสงค์เพื่อ

1. เพื่อศึกษาการเข้ารหัสและถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ
2. ทำให้เข้าใจถึงหลักการเข้ารหัสและถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ
3. เพื่อศึกษาสมรรถนะของระบบ

1.3 รายละเอียดของโครงการขอบเขตของการศึกษา

ในรายงานฉบับนี้จะแบ่งออกเป็น 7 ส่วน โดยมีรายละเอียดของแต่ละส่วนดังนี้

ส่วนที่ 1 บทนำและความเป็นมา ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

ส่วนที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง รหัส BCH

ส่วนที่ 3 การออกแบบระบบ

ส่วนที่ 4 ผลการจำลองแบบ

ส่วนที่ 5 ข้อวิจารณ์

ส่วนที่ 6 สรุปและข้อเสนอแนะ

ส่วนที่ 7 เอกสารอ้างอิง

บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 รหัส BCH

สำหรับจำนวนเต็มบวก m ใดๆ ที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 3 ($m \geq 3$) และจำนวนเต็ม t ที่เล็กกว่า 2^{m-1} ($t \leq 2^{m-1}$) จะมีรหัสไบนารี BCH ที่มีคุณลักษณะต่อไปนี้

ความยาวของคำรหัส	$n = 2^m - 1$
ความยาวของบิตข้อมูล	$k \geq n - mt$
ความยาวของบิตเช็ก	$n - k \leq mt$
ระยะแฮมมิงต่ำสุด	$d_{\min} \geq 2t + 1$

ตัวอย่างรหัส BCH ที่มีความยาวไม่เกิน $2^5 - 1$ แสดงในตารางที่ 1 เนื่องจากระยะแฮมมิงต่ำสุดของชุดรหัสมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ $2t + 1$ เสมอ ฉะนั้นชุดรหัสดังกล่าวจึงมีขีดความสามารถในการแก้ไขความผิดพลาดได้มากถึง t บิต

ตารางที่ 1 ตัวอย่างรหัส BCH

m	n	t	(n, k)	$n - k$
3	7	1	(7, 4)	3
4	15	1	(15, 11)	4
		2	(15, 7)	8
		3	(15, 5)	10
5	31	1	(31, 26)	5
		2	(31, 21)	10
		3	(31, 16)	15
		5	(31, 11)	20
		7	(31, 6)	25

2.1.1 พหุนามตัวกำเนิดของรหัส BCH

การกำหนดพหุนามตัวกำเนิด $g(x)$ ให้กับขุดรหัส BCH สามารถพิจารณาในรูปของรากจากฟิลด์กาลัว $GF(2^m)$ ดังนี้คือให้ α เป็นพหุคูณของฟิลด์ $GF(2^m)$ พหุนามตัวกำเนิด $g(x)$ ของรหัส BCH ขนาดความยาว $n = 2^m - 1$ ที่สามารถแก้ไขความผิดพลาดได้ t บิต จะเป็นพหุนามที่มีดีกรีต่ำสุดโดยมี

$$\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{2t} \quad (1)$$

เป็นรากกล่าวคือ $g(\alpha^i) = 0$ สำหรับ $1 \leq i \leq 2t$ จากความรู้พื้นฐานของพหุนามต่ำสุด (minimal polynomial) ที่กล่าวว่ามีอีลิเมนต์ $\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{2t}$ เป็นรากของพหุนามต่ำสุด $\Phi_1(x), \Phi_2(x), \Phi_3(x), \dots, \Phi_{2t}(x)$ ฉะนั้นการหาพหุนามที่มีอีลิเมนต์ทั้งหมดนี้เป็นรากก็สามารถทำได้โดยการคูณพหุนามต่ำสุดทั้งหมดเข้าด้วยกัน แต่เนื่องจากอีลิเมนต์บางส่วนเป็นคอนจูเกตของกันและกัน ซึ่งหมายความว่าอีลิเมนต์เหล่านั้นจะเป็นรากของพหุนามต่ำสุดชุดเดียวกัน ด้วยเหตุนี้พหุนามที่มีดีกรีต่ำสุดและมีอีลิเมนต์ $\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{2t}$ เป็นรากจะมีค่าเท่ากับค่าคูณร่วมน้อย (LCM: Least Common Multiplier) ของพหุนามต่ำสุดที่เกี่ยวข้องทั้งหมด

$$g(x) = LCM\{\Phi_1(x), \Phi_2(x), \Phi_3(x), \dots, \Phi_{2t}(x)\} \quad (2)$$

ความสัมพันธ์นี้สามารถลดรูปลงอีกได้เป็น

$$g(x) = LCM\{\Phi_1(x), \Phi_3(x), \Phi_5(x), \dots, \Phi_{2t-1}(x)\} \quad (3)$$

เหตุที่สามารถลดจำนวนพหุนามต่ำสุดให้เหลือเฉพาะชุดที่เป็นตัวเลขจำนวนคี่ได้เพราะตัวเลขจำนวนคู่ a ใดๆ สามารถเขียนอยู่ในรูปของตัวเลขจำนวนคี่ b ไปคูณกับค่า 2^j ที่เหมาะสมโดย $j \geq 1$ กล่าวคือ

$$a = b \cdot 2^j \quad (4)$$

ยกตัวอย่างเช่น

$$\begin{aligned} 2 &= 1 \cdot 2^1, 4 = 1 \cdot 2^2, 6 = 3 \cdot 2, 8 = 1 \cdot 2^3, 10 = 5 \cdot 2, 12 = 3 \cdot 2^2 \\ 14 &= 7 \cdot 2, 16 = 1 \cdot 2^4, 18 = 9 \cdot 2, 20 = 5 \cdot 2^2, 22 = 11 \cdot 2 \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ 4 จะได้ว่า

$$\alpha^a = (\alpha^b)^{2^j} \quad (5)$$

สมการนี้มีความหมายว่า α^a เป็นคอนจูเกตของ α^b ฉะนั้นทั้งคู่จึงเป็นพหุนามต่ำสุดตัวเดียวกันคือ

$$\Phi_a(x) = \Phi_b(x) \quad (6)$$

ด้วยเหตุนี้เราจึงสามารถสรุปได้ว่าอิลิเมนต์ที่มีค่ายกกำลังของ α เป็นเลขคู่ภายในลำดับของอิลิเมนต์ตามสมการที่ (1) จะมีพหุนามต่ำสุดตัวเดียวกับอิลิเมนต์ที่มีค่ายกกำลังของ α เป็นเลขคี่บางตัวที่อยู่ในลำดับก่อนหน้าเสมอ ฉะนั้นสมการที่ 2 จึงสามารถสรุปได้เป็นความสัมพันธ์ตามสมการที่ (3)

เนื่องจากพหุนามต่ำสุดทุกตัวจะมีดีกรีได้ไม่เกิน m ฉะนั้นผลคูณของพหุนามต่ำสุดทั้ง t ตัวจึงมีดีกรีไม่เกิน mt เสมอ ซึ่งหมายความว่าจำนวนบิตพริตติเช็ก $n-k$ ของคำรหัสย่อจะมีไม่เกิน mt ด้วย จากการศึกษาที่ผ่านมาเรายังไม่สามารถระบุได้แน่นอนว่าจะมีจำนวนบิตพริตติเช็กกี่บิต แต่อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปเราพบว่าถ้า t มีขนาดเล็กจำนวนบิตพริตติเช็ก $n-k$ จะมีค่าเท่ากับ mt พอดี

2.2 การถอดรหัส BCH

สมมติว่าภาคส่งได้ให้กำเนิดคำรหัส $c(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_{n-1}x^{n-1}$ ขึ้นและได้ส่งคำรหัสดังกล่าวผ่านช่องสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวน เมื่อชุดบิตของคำรหัสดังกล่าวถึงภาครับได้มีความผิดพลาดเกิดขึ้นกับบางบิต ให้ชุดบิตที่รับได้มีค่าเท่ากับ $r(x) = r_0 + r_1x + r_2x^2 + \dots + r_{n-1}x^{n-1}$ และให้รูปแบบของความผิดพลาดบิตแสดงในรูปของ $e(x) = e_0 + e_1x + e_2x^2 + \dots + e_{n-1}x^{n-1}$ จะได้ว่า

$$r(x) = c(x) + e(x) \quad (7)$$

ในกระบวนการถอดรหัสชุดบิตที่ได้รับของวงจรถอดรหัส จะเริ่มจากการคำนวณหาค่าซินโดรมจากชุดบิต $r(x)$ ที่ได้รับ สำหรับรหัส BCH ที่สามารถแก้ไขความผิดพลาดได้ t บิต จะมีซินโดรมอยู่ทั้งสิ้น $2t$ ค่าดังนี้

$$s = (s_1, s_2, s_3, \dots, s_{2t}) = rH^T \quad (8)$$

โดย H เป็นเมตริกส์พหุคูณ เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ตามสมการ (8) จะเห็นว่าซินโดรมแต่ละตัวสามารถหาได้ดังนี้

$$s_i = r(\alpha^i) = r_0 + r_1\alpha^i + r_2\alpha^{2i} + \dots + r_{n-1}\alpha^{(n-1)i} \quad (9)$$

สำหรับ $1 \leq i \leq 2t$ นอกจากวิธีการที่แสดงนี้ เรายังสามารถคำนวณค่าซินโดรม s_i แต่ละตัวได้โดยการนำพหุนามต่ำสุด $\Phi_i(x)$ ของอีลิเมนต์ α^i ไปหารพหุนาม $r(x)$ ซึ่งการทำเช่นนี้จะได้สมการความสัมพันธ์ดังนี้

$$r(x) = a_i(x)\Phi_i(x) + b_i(x) \quad (10)$$

โดย $a_i(x)$ คือผลหารและ $b_i(x)$ คือเศษที่ได้จากการหาร ทั้งนี้ $b_i(x)$ จะมีดีกรีน้อยกว่าพหุนามต่ำสุด $\Phi_i(x)$ เสมอเนื่องจาก $\Phi_i(\alpha^i) = 0$ เพราะตามนิยาม α^i เป็นรากของพหุนาม $\Phi_i(x)$ ฉะนั้น

$$s_i = r(\alpha^i) = b_i(\alpha^i) \quad (11)$$

สมการนี้คำนวณหาซินโดรมตัวที่ i ได้จากการคำนวณหาเศษ $b_i(x)$ และแทนค่า x ด้วย α^i เนื่องจาก $\alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{2t}$ เป็นรากของพหุนามค้ำรหัสทุกค่า ฉะนั้น $c(\alpha^i) = 0$ สำหรับ $1 \leq i \leq 2t$ เมื่อพิจารณาสมการที่ (7) อีกครั้งและแทนค่า x ด้วย α^i จะได้ว่า

$$r(\alpha^i) = c(\alpha^i) + e(\alpha^i) = e(\alpha^i) \quad (12)$$

และจากสมการที่ (9) เราสามารถสรุปได้ว่า

$$s_i = e(\alpha^i) \quad (13)$$

ความสัมพันธ์นี้แสดงให้เห็นว่าค่าซินโดรมสามารถคำนวณได้จากรูปแบบของความผิดพลาด $e(x)$ ได้เช่นกัน

สมมติว่ารูปแบบของความผิดพลาด $e(x)$ หนึ่งมีบิตที่เกิดความผิดพลาดทั้งหมด v ตำแหน่ง ได้แก่ $x^{i_1}, x^{i_2}, \dots, x^{i_v}$ นั่นคือ

$$e(x) = x^{j_1} + x^{j_2} + \dots + x^{j_\nu} \quad (14)$$

โดย $0 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_\nu < n$ จากความสัมพันธ์ตามสมการ (13) และ (14) เมื่อนำมาแจกแจงเป็นเซตของสมการจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} s_1 &= \alpha^{j_1} + \alpha^{j_2} + \dots + \alpha^{j_\nu} \\ s_2 &= (\alpha^{j_1})^2 + (\alpha^{j_2})^2 + \dots + (\alpha^{j_\nu})^2 \\ s_3 &= (\alpha^{j_1})^3 + (\alpha^{j_2})^3 + \dots + (\alpha^{j_\nu})^3 \\ &\vdots \\ s_{2^l} &= (\alpha^{j_1})^{2^l} + (\alpha^{j_2})^{2^l} + \dots + (\alpha^{j_\nu})^{2^l} \end{aligned} \quad (15)$$

โดย $\alpha^{j_1} + \alpha^{j_2} + \dots + \alpha^{j_\nu}$ เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า และเราสามารถแก้เซตของสมการเหล่านี้เพื่อหาค่าของตัวแปรเหล่านี้ เมื่อเราทราบค่าของตัวแปรทั้งหมดแล้ว ค่ายกกำลัง j_1, j_2, \dots, j_ν จะบ่งถึงตำแหน่งที่มีความผิดพลาดของบิต อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาเซตของสมการให้ดีจะพบว่าสมการเหล่านี้มีผลเฉลยได้มากกว่าหนึ่งรูปแบบ นั่นคือให้ผลเฉลยที่ต่างกันได้ถึง 2^k รูปแบบโดยที่ผลเฉลยแต่ละแบบจะแทนรูปแบบความผิดพลาดที่ไม่เหมือนกัน ฉะนั้นจึงเป็นเรื่องของวงจรถอดรหัสที่จะต้องตัดสินใจว่าชุดบิตที่รับได้มีความผิดพลาดตามรูปแบบใด และโดยทั่วไปเรามักจะเลือกรูปแบบความผิดพลาดที่มีจำนวนบิตผิดพลาดน้อยที่สุดเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

โดยทั่วไปการแก้สมการข้างต้นโดยวิธีตรงไปตรงมาจะค่อนข้างยุ่งยากและให้ประสิทธิภาพที่ไม่ดีนัก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ l มีขนาดใหญ่ ก็มีสมการจำนวนมากนั่นเอง ฉะนั้นในส่วนตัวไปนี้จะอธิบายถึงวิธีหาผลเฉลยที่แตกต่างไป ชั้นแรกเพื่อความสะดวกนิยามให้

$$\beta_\lambda = \alpha^{j_\lambda} \quad (16)$$

โดย $1 \leq \lambda \leq \nu$ และเราเรียก β_λ ว่าเป็นหมายเลขระบุตำแหน่งของความผิดพลาด (error location numbers) เมื่อแทนค่า β_λ ลงในสมการ(15) จะได้

ตัวนำทอสมกลาง ระจอบมเก้อัดกระบั้ง

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_v \\
 s_2 &= \beta_1^2 + \beta_2^2 + \dots + \beta_v^2 \\
 s_3 &= \beta_1^3 + \beta_2^3 + \dots + \beta_v^3 \\
 &\quad \text{M} \\
 s_{2i} &= \beta_1^{2i} + \beta_2^{2i} + \dots + \beta_v^{2i}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

ชุดของสมการทั้ง $2r$ สมการที่ได้นี้มีชื่อเรียกว่า สมการซินโดรม (syndrome equations) หรือฟังก์ชันผลรวมยกกำลังแบบสมมาตร (power-sum symmetric functions) ในลำดับถัดไปจะนิยามพหุนามเฉพาะขึ้นมาใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \sigma(x) &= (1 + \beta_1 x)(1 + \beta_2 x) \dots (1 + \beta_v x) \\
 &= \sigma_0 + \sigma_1 x + \sigma_2 x^2 + \dots + \sigma_v x^v
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

และเรียกพหุนามนี้ว่า พหุนามระบุตำแหน่งความผิดพลาด (error - location polynomial) ทั้งนี้สัมประสิทธิ์ของพหุนาม $\sigma(x)$ มีความสัมพันธ์กับตัวแปร β_i ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \sigma_0 &= 1 \\
 \sigma_1 &= \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_v \\
 \sigma_2 &= \beta_1 \beta_2 + \beta_2 \beta_3 + \dots + \beta_{v-1} \beta_v \\
 &\quad \text{M} \\
 \sigma_v &= \beta_1 \beta_2 \beta_3 \dots \beta_{v-1} \beta_v
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

และจากที่ได้อธิบายมาทั้งหมดสามารถสรุปขั้นตอนการถอดรหัสออกได้ดังนี้

- ขั้นที่ 1 คำนวณหาค่าซินโดรม $\{s_1, s_2, s_3, \dots, s_r\}$ จากสัญญาณที่รับได้ $r(x)$
- ขั้นที่ 2 คำนวณหาพหุนามระบุตำแหน่งความผิดพลาด $\sigma(x)$ จากเซตของซินโดรมที่ได้จากขั้นที่ 1
- ขั้นที่ 3 หาค่าตำแหน่งที่เกิดความผิดพลาด $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_v$ จากรากของพหุนาม $\sigma(x)$

โดยปกติการคำนวณในขั้นตอนที่ 1 และ 3 ค่อนข้างจะง่าย ความซับซ้อนของกระบวนการถอดรหัสส่วนใหญ่จึงอยู่ที่ขั้นตอนที่ 2 และที่ผ่านมามีผู้เสนอแนวทางในการคำนวณของขั้นที่ 2 ไว้หลายวิธี ในที่นี้จะขอกล่าวถึงเฉพาะวิธีการของ Peterson - Gorenstein - Zierler

2.2.1 วิธีการของ Peterson – Gorenstein – Zierler

พิจารณาสมการที่ (18)

$$\begin{aligned}\sigma(x) &= (1 + \beta_1 x)(1 + \beta_2 x) \dots (1 + \beta_v x) \\ &= 1 + \sigma_1 x + \sigma_2 x^2 + \dots + \sigma_v x^v\end{aligned}$$

จะเห็นว่าสมการดังกล่าวนี้มี β_γ^{-1} เป็นรากเสมอสำหรับ $1 \leq \gamma \leq v$ ฉะนั้นถ้าแทน $x = \beta_\gamma^{-1}$ ลงในความสัมพัทธ์นี้จะได้ $\sigma(\beta_\gamma^{-1}) = 0$ กล่าวคือ

$$1 + \sigma_1 \beta_\gamma^{-1} + \sigma_2 \beta_\gamma^{-2} + \dots + \sigma_v \beta_\gamma^{-v} = 0 \quad (20)$$

คูณสมการทั้งสองด้านด้วย β_γ^{k+v} ผลที่ได้คือ

$$\beta_\gamma^{k+v} + \sigma_1 \beta_\gamma^{k+v-1} + \sigma_2 \beta_\gamma^{k+v-2} + \dots + \sigma_v \beta_\gamma^k = 0 \quad (21)$$

ถ้ากำหนดค่าของ k ขึ้นมาค่าหนึ่ง ที่อยู่ระหว่าง $1 \leq k \leq v$ แล้วทำการสร้างสมการตามรูปแบบของสมการ (21) ขึ้นมาทั้งหมด v สมการ สำหรับ γ ที่ค่าต่างๆ ตั้งแต่ $1 \leq \gamma \leq v$ จากนั้นนำสมการทั้งหมดมาบวกรวมกัน จะได้เป็น

$$\sum_{\gamma=1}^v \beta_\gamma^{k+v} + \sigma_1 \sum_{\gamma=1}^v \beta_\gamma^{k+v-1} + \sigma_2 \sum_{\gamma=1}^v \beta_\gamma^{k+v-2} + \dots + \sigma_v \sum_{\gamma=1}^v \beta_\gamma^k = 0 \quad (22)$$

อาศัยความสัมพันธ์ในสมการ(17) จะสังเกตเห็นว่าผลบวกของแต่ละพจน์ก็คือ ค่าของซินโดรม $s_1, s_2, s_3, \dots, s_v$ ด้วยเหตุนี้สมการ (22) จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$s_{k+v} + \sigma_1 s_{k+v-1} + \sigma_2 s_{k+v-2} + \dots + \sigma_v s_k = 0 \quad (23)$$

หรือถ้าย้ายข้างพจน์แรกไปทางด้านขวามือของสมการจะได้

$$\sigma_1 s_{k+v-1} + \sigma_2 s_{k+v-2} + \dots + \sigma_v s_k = -s_{k+v} \quad (24)$$

เนื่องจาก k มีค่าอยู่ระหว่าง $1 \leq k \leq v$ ฉะนั้นสมการ (24) จึงให้กำเนิดสมการสำหรับ k แต่ละค่า ได้มากถึง v สมการดังนี้

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 s_v + \sigma_2 s_{v-1} + \dots + \sigma_v s_1 &= -s_{v+1} \\
 \sigma_1 s_{v+1} + \sigma_2 s_v + \dots + \sigma_v s_2 &= -s_{v+2} \\
 \sigma_1 s_{v+2} + \sigma_2 s_{v+1} + \dots + \sigma_v s_3 &= -s_{v+3} \\
 &\vdots \\
 \sigma_1 s_{2v-2} + \sigma_2 s_{2v-3} + \dots + \sigma_v s_{v-1} &= -s_{2v-1} \\
 \sigma_1 s_{2v-1} + \sigma_2 s_{2v-2} + \dots + \sigma_v s_v &= -s_{2v}
 \end{aligned} \tag{25}$$

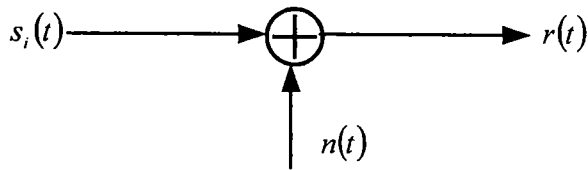
สามารถแก้เซตของสมการ(25) เพื่อหาค่าของ $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_v$ ได้นอกจากนี้ยังสามารถแสดงเซตของสมการเหล่านี้ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix}
 s_1 & s_2 & s_3 & \dots & L & s_{v-1} & s_v \\
 s_2 & s_3 & s_4 & \dots & L & s_v & s_{v+1} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 M & M & M & \dots & M & M & M \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 s_{v-1} & s_v & s_{v+1} & \dots & L & s_{2v-3} & s_{2v-2} \\
 s_v & s_{v+1} & s_{v+2} & \dots & L & s_{2v-2} & s_{2v-1}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \sigma_v \\
 \sigma_{v-1} \\
 \vdots \\
 \sigma_2 \\
 \sigma_1
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -s_{v+1} \\
 -s_{v+2} \\
 \vdots \\
 M \\
 -s_{2v-1} \\
 -s_{2v}
 \end{bmatrix} \tag{26}$$

และก็อาศัยกรรมวิธีของเมทริกซ์เพื่อหาค่า $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_v$ ได้เช่นกัน จากผลการคำนวณให้นำค่าที่ได้ไปแทนลงในพหุนาม $\sigma(x)$ ตามสมการที่ (18) จากนั้นให้แก้สมการ $\sigma(x) = 0$ เพื่อหารากทั้งหมด ซึ่งค่าของรากที่ได้จะใช้ระบุถึงตำแหน่งของบิตที่มีความผิดพลาดเกิดขึ้น ในขั้นตอนการหารากของสมการมักจะใช้วิธีการแทนค่าอีลิเมนต์ที่เป็นสมาชิก α^k ของฟิลด์กาลัวแต่ละตัวเพื่อทดสอบว่า $\sigma(\alpha^k) = 0$ หรือไม่

2.3 ช่องสัญญาณที่มีการรบกวนแบบบวก(additive noise channel)

ช่องสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนแบบบวกเป็นการ โมเดลแบบที่ง่ายที่สุด แหล่งที่มาของสัญญาณรบกวนเกิดจากอุณหภูมิได้แก่ องค์ประกอบอิเล็กทรอนิกส์ ตัวขยายสัญญาณที่ฝั่งรับ



รูปที่ 2.1 ช่องสัญญาณ AWGN

และการแทรกสอดของสัญญาณผู้อื่น เป็นต้น สัญญาณ $r(t)$ ที่ได้รับสามารถหาได้จากสัญญาณที่ส่ง $s_i(t)$ บวกกับสัญญาณรบกวน $n(t)$ คือ

$$r(t) = s_i(t) + n(t) \quad (27)$$

โดยที่ $i = 1, 2, \dots, M$ ในส่วนบทความนี้จะสนใจสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เป็นหลักและเรียกช่องสัญญาณชนิดนี้ว่าช่องสัญญาณแบบเกาส์สีขาวบวก (Additive White Gaussian Noise Channel) หรือช่องสัญญาณ AWGN สัญญาณรบกวนแบบเกาส์มีผลกระทบอย่างสูงและพบในระบบสื่อสารต่างๆ ข้อดีอย่างหนึ่งของการโมเดลแบบเกาส์ คือในการวิเคราะห์สามารถใช้คณิตศาสตร์และการคำนวณค่าสมรรถนะของระบบสามารถเขียนได้ในสูตรที่ชัดเจน

2.4 เอสเอนอาร์ของสัญลักษณ์รหัส

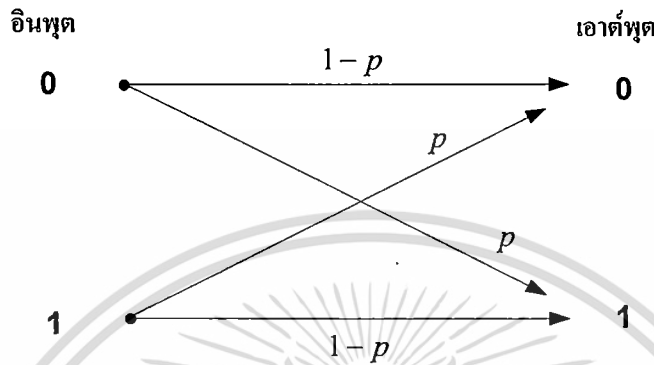
ให้ E_c เป็นพลังงานเฉลี่ยของบิตรหัส E_b เป็นพลังงานเฉลี่ยของบิตข้อมูล เอสเอนอาร์ของรหัสเขียนได้ในรูปที่ 2

$$\frac{E_c}{N_0} = R \frac{E_b}{N_0} \quad (28)$$

ดังนั้นเอสเอนอาร์สำหรับบิตข้อมูลคือ

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{R} \frac{E_c}{N_0} \quad (29)$$

โดย R คืออัตรารหัส พิจารณาช่องสัญญาณสมมาตรไบนารี (Binary symmetric channel) ที่มีความน่าจะเป็นของบิตผิดพลาด $p = P(0|1) = P(1|0)$ และความน่าจะเป็นของบิตถูกต้อง $P(0|0) = P(1|1) = 1 - p$ ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2.2 ช่องสัญญาณสมมาตรไบนารี

ในระบบ Binary Phase Shift Keying (BPSK) อัตราบิตผิดพลาดจากช่องสัญญาณ p คือ

$$p = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (30)$$

เมื่อมีการเข้ารหัสอัตราบิตผิดพลาดจากช่องสัญญาณคือ

$$p = Q\left(\sqrt{\frac{2E_c}{N_0}}\right) \quad (31)$$

อัตราบิตผิดพลาดเฉลี่ยหลังจากที่มีการถอดรหัสต้องคำนวณในระดับบล็อก กล่าวคือ จำนวนบิตผิดพลาดน้อยกว่าหรือเท่ากับ t จะถูกแก้ไขหลังจากการถอดรหัส ความน่าจะเป็นของบิตผิดพลาดเท่ากับ j จาก n บิต $P(n, j)$ คือ

$$P(n, j) = \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \quad (32)$$

ดังนั้นอัตราบิตผิดพลาดเฉลี่ยหาได้จากความน่าจะเป็นของจำนวนบิตผิดพลาดมากกว่า t

$$P_B \approx \frac{1}{n} \sum_{j=t+1}^n j \binom{n}{j} p^j (1-p)^{n-j} \quad (33)$$

และสามารถลดรูปได้เป็น

$$P_B \approx p - p(1-p)^{n-1} \quad (34)$$

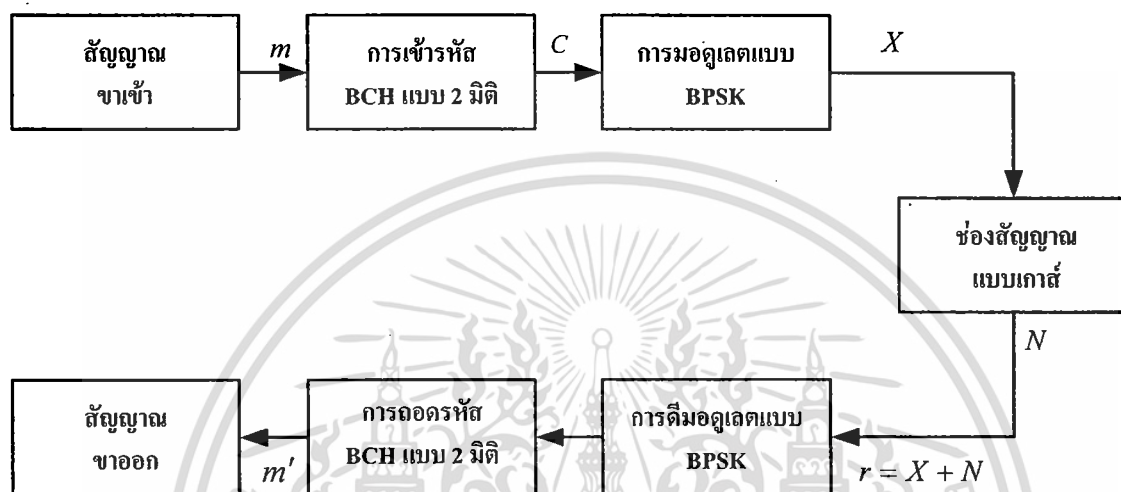


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่นใด
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การออกแบบระบบ

3.1 โครงสร้างของการเข้ารหัส/ถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.1 บล็อกไดอะแกรมของการเข้ารหัส/ถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ

จากโครงสร้างของบล็อกไดอะแกรมถ้าข้อมูลที่เข้ามาเป็นสัญญาณแอนะล็อกต้องทำให้เป็นสัญญาณดิจิทัลก่อนในส่วนของการออกแบบ จะเริ่มโดยการนำบิตข้อมูล m ไปทำการเข้ารหัส BCH แบบ 2 มิติ ได้เป็นคำรหัส C แล้วทำการมอดูเลตแบบ BPSK ได้เป็นคำรหัส X ออกมาแล้วทำการส่งผ่านช่องสัญญาณแบบเกาส์ ทางภาครับ $r = X + N$ นำข้อมูล r ที่รับได้ไปทำการดีมอดูเลเตอร์แล้วส่งผ่านไปเข้าภาคถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ ได้เป็นบิตข้อมูล m' แล้วทำการแปลงบิตข้อมูลกลับเป็นข่าวสารต่อไป

3.2 โครงสร้างการเข้ารหัส BCH แบบ 2 มิติ

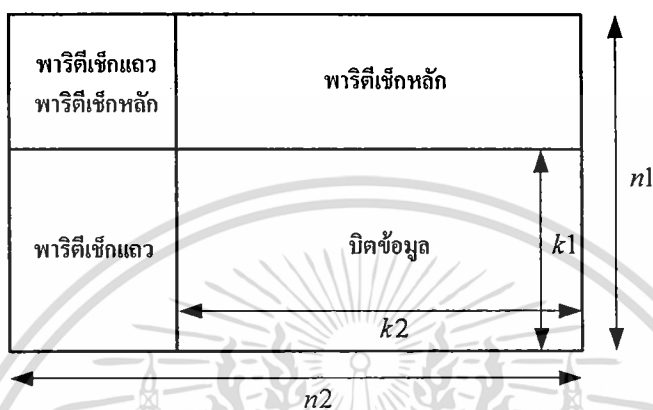
การออกแบบการเข้ารหัส BCH แบบ 2 มิติ นั้นเราจะทำการ random ข้อมูลแบบ 2 มิติ ขนาด $(k \times k)$ ขึ้นมาแล้วทำการเข้ารหัสแบบ 2 มิติ ได้คำรหัสที่มีขนาด $(n \times n)$ พารามิเตอร์ของรหัส BCH แบบ 2 มิติ มีดังนี้

$$n = n_1 \times n_2 \quad , \quad k = k_1 \times k_2$$

$$d = d_1 \times d_2 \quad , \quad R = R_1 \times R_2$$

$$R = (k_1 \times k_2) / (n_1 \times n_2) \quad C^1 = (n_1, k_1, d_1) \quad , \quad C^2 = (n_2, k_2, d_2)$$

จากพารามิเตอร์ของรหัส BCH แบบ 2 มิติ n คือความยาวของคำรหัส k คือ บิตข่าวสารข้อมูล d คือระยะแสมมิงต่ำสุด R คือ อัตราคำรหัส C^1 คือคำรหัสในแนวหลัก C^2 คือคำรหัสในแนวแถว

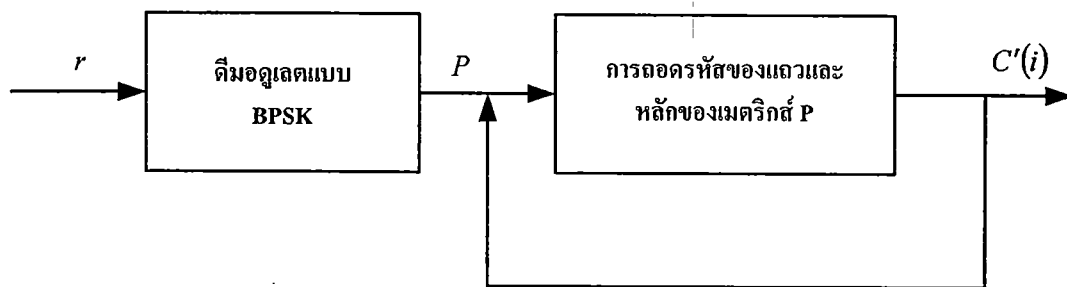


รูปที่ 3.2 โครงสร้างของรหัส BCH แบบ 2 มิติ

จากรูปที่ 3.2 จะเห็นว่า $(k_1 \times k_2)$ คือพื้นที่ของบิตข้อมูล เมื่อทำการเข้ารหัสแล้วจะได้เป็นคำรหัส $(n_1 \times n_2)$ checks on rows เป็นพาริตีเช็คในแนวแถว checks on columns เป็นพาริตีเช็คในแนวหลัก สมมติทำการเข้ารหัส BCH แบบ 2 มิติโดยใช้คำรหัส $(7, 4, 1)$ n, k และ t ตามลำดับ t คือความสามารถในการแก้ไขบิตพลาด ทำการ random บิตข้อมูล (4×4) 4 แถว 4 หลักพื้นที่บิตข้อมูลเท่ากับ 16 บิต แล้วทำการเข้ารหัสจะได้คำรหัสเป็น (7×7) 7 แถว 7 หลัก ทำให้ได้พื้นที่คำรหัสเป็น 49 บิต

3.3 โครงสร้างการถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติ

เมื่อภาคส่งได้ทำการส่งข้อมูลผ่านช่องสัญญาณแบบเกาส์ ในส่วนของภาครับ $r = X + N$ เมื่อได้รับสัญญาณ r มาแล้วทำการตีมอดูเลเตอร์แบบ BPSK ได้เป็นเมตริกซ์ P ออกมา แล้วนำข้อมูลใน เมตริกซ์ P ไปถอดรหัสโดยทำการถอดรหัสในแนวแถวและหลักจะได้คำรหัสแบบ 2 มิติออกมา



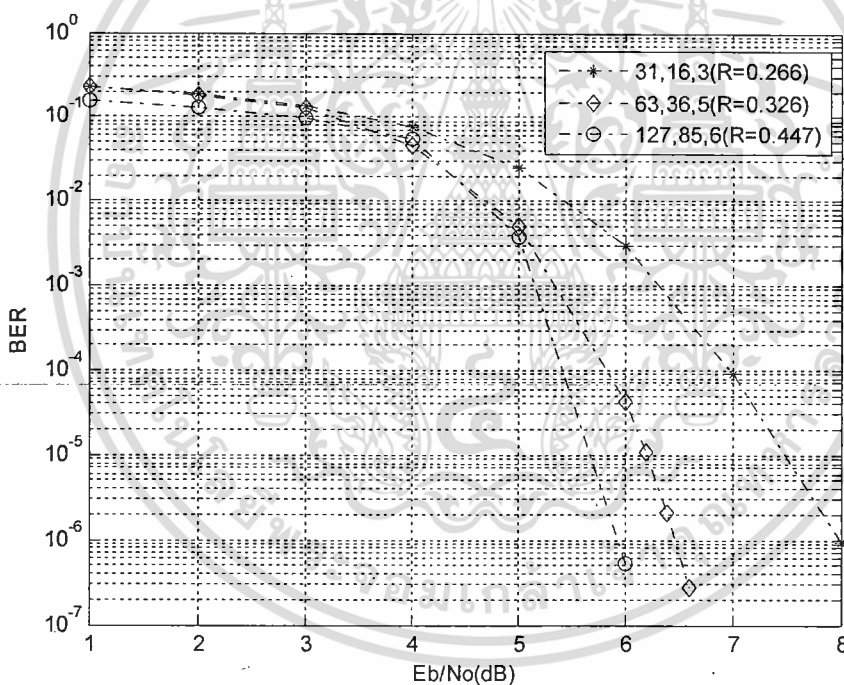
รูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมการถอดรหัส BCH แบบ 2 บิต

จากรูปที่ 3.3 เมื่อภาครับได้รับข้อมูลจากภาคส่ง r มาแล้วจะทำการส่งผ่านไปยังการดีมอดูเลตแบบ BPSK เพื่อทำการตัดสินใจว่าข้อมูลที่ส่งมาเป็น 0 หรือ 1 โดยถ้าข้อมูลที่ส่งมามีค่ามากกว่า 0 จะตัดสินใจให้เป็น 1 แต่ถ้าข้อมูล r ที่รับมามีค่าน้อยกว่า 0 จะตัดสินใจให้เป็น 0 เมื่อผ่านการดีมอดูเลตจะได้ข้อมูลในรูปของเมตริกซ์ P ทำการส่งผ่านเข้าภาคถอดรหัสทำการถอดรหัสในลักษณะของแถวและหลักจะได้คำรหัส $C'(i)$ i คือจำนวนรอบของการวนซ้ำของข้อมูล(iteration) หากต้องการให้คำรหัสถูกต้องมากขึ้นหรือ อัตราบิดผิดพลาด ต่ำลงสามารถทำได้โดยการนำคำรหัสที่ถอดได้ในรอบแรกมาทำการวนซ้ำในภาคถอดรหัสในลักษณะเดิมคือถอดรหัสในแนวแถวและหลักอีกครั้งและถ้าต้องการให้สมรรถนะของระบบดีขึ้นก็สามารถทำได้โดยเพิ่มจำนวนรอบของการวนซ้ำ

บทที่ 4

ผลการจำลองแบบ

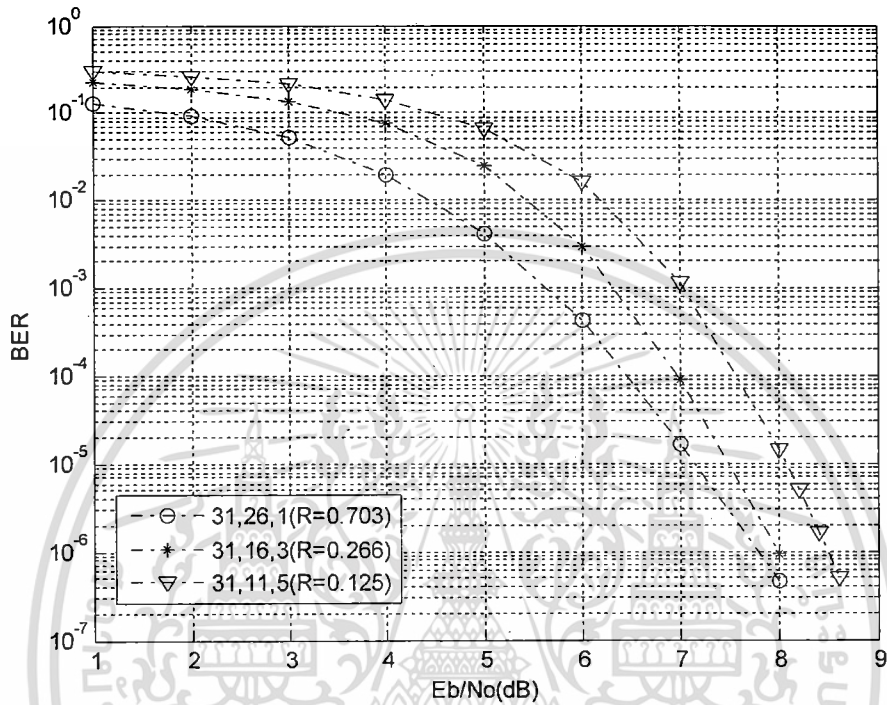
ในบทที่ 3 ได้นำเสนอการออกแบบรหัส BCH แบบ 2 มิติโดยนำเสนอในส่วนของโครงสร้างของทั้งระบบ โครงสร้างของการเข้ารหัสและโครงสร้างของการถอดรหัสของรหัส BCH แบบ 2 มิติในส่วนต่อไปนี้จะนำเสนอในส่วนของผลการจำลองแบบและวิเคราะห์ผลที่ได้ จากการทดลองได้ทำการจำลองแบบการถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติที่คำรหัสที่มีค่าพารามิเตอร์ต่างกันโดยทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของคำรหัสที่แตกต่างกันโดยใช้คำรหัส (31, 16, 3), (63, 36, 5) และ (127, 85, 6) ทำการเปรียบเทียบ BER กับ E_b / N_0 และได้ทำการเปรียบเทียบสมรรถนะที่คำรหัสเดียวกันคือ ใช้ n ค่าเดียวกันแต่ค่า k และ t ต่างกันหรือ อัตราหัสต่างกันนั่นเอง อีกวิธีหนึ่งที่ได้แนะนำเสนอคือใช้คำรหัสค่าเดียวกันแต่ใช้หลักการวนซ้ำของข้อมูล(iteration) เข้ามาช่วยผลการทดลองที่ได้มีดังนี้



รูปที่ 4.1 การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติที่ค่าพารามิเตอร์ต่างกัน

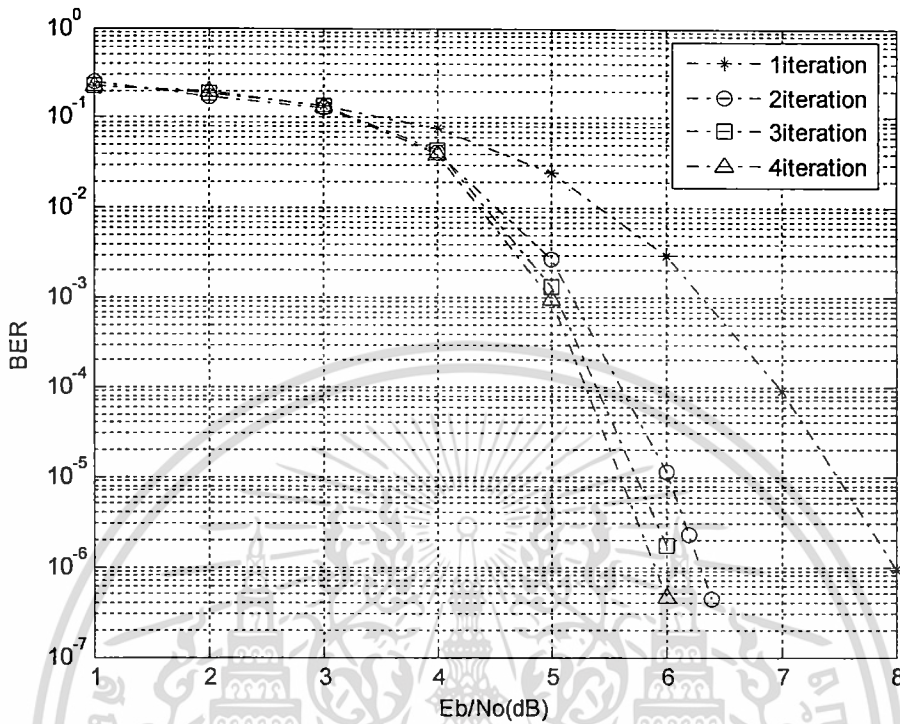
จากรูปที่ 4.1 เป็นการเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติที่คำรหัสต่างกันจากผลแสดงให้เห็นว่ารหัส (127, 85, 6) แบบ 2 มิติ มีสมรรถนะดีที่สุดเมื่อเทียบกับรหัสตัวอื่น สังเกตได้จากที่ค่า BER

เท่ากับ 1×10^{-5} E_b/N_0 เท่ากับ 5.7 dB และที่ค่ารหัส (63, 36, 5) , (31, 16, 3) E_b/N_0 เท่ากับ 6.2 dB และ 7.5 dB ตามลำดับ



รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่ n เท่ากันแต่อัตรารหัสต่างกัน

จากรูปที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่าที่ความยาวรหัสเท่ากันแต่อัตรารหัสต่างกันจะพบว่า รหัสที่มีอัตรารหัสสูง สมรรถนะของระบบจะดีกว่ารหัสที่มีอัตรารหัสต่ำ สังเกตได้จากที่ BER เท่ากับ 10^{-5} รหัส (31, 26, 1) จะมีสมรรถนะดีที่สุดที่ E_b/N_0 เท่ากับ 7.1dB เมื่อเทียบกับรหัส (31, 16, 3) , (31, 11, 5) โดยค่า E_b/N_0 อยู่ที่ 7.5 dB และ 8 dB ตามลำดับ



รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่การวนซ้ำ(iteration)

จากรูปที่ 4.3 แสดงให้เห็นถึงสมรรถนะที่ดีขึ้นของระบบในการเพิ่มจำนวนรอบของการถอดรหัสแบบวนซ้ำ ซึ่งในที่นี้การวนซ้ำที่ 4 รอบ ให้ค่าสมรรถนะดีที่สุดสังเกตได้จากที่ BER เท่ากับ 10^{-5} จากการวนซ้ำรอบที่ 1 ถึง 4 ค่า E_b/N_0 จะลดลงจาก 7.5 dB , 6 dB , 5.8 dB และ 5.6 dB ตามลำดับ และถ้าดูที่ E_b/N_0 เท่ากับ 6 dB จะพบว่าจากการวนซ้ำรอบที่ 1 ถึง 4 ค่า BER จะลดลงจาก 3×10^{-3} , 1×10^{-5} , 2×10^{-6} และ 5×10^{-7} ตามลำดับ

บทที่ 5 ข้อวิจารณ์

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอหัวข้อ สมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ในช่องสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ ซึ่งในส่วนของงานวิจัยที่ได้ดำเนินการไปนี้ประสบความสำเร็จตามที่ได้ตั้งไว้ คือ สามารถทำผลการจำลองแบบในส่วนของ การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติที่ค่าพารามิเตอร์ต่างกัน, การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่ n เท่ากันแต่อัตรารหัสต่างกัน และ การเปรียบเทียบสมรรถนะของรหัส BCH แบบ 2 มิติ ที่การวนซ้ำ(iteration) ได้เป็นสำเร็จ



บทที่ 6

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

ในบทความนี้ได้ทบทวนการออกแบบการเข้ารหัสและถอดรหัส BCH แบบ 2 มิติเพื่อทำการศึกษาสมรรถนะของระบบ จากผลการจำลองจะเห็นได้ว่าอัตรารหัส (R) หรืออัตราส่วนของ k/n มีผลต่อสมรรถนะ นอกจากนี้ความยาวคำรหัสค่าเดียวกันแต่ค่าอัตรารหัสต่างกันจะ พบว่าที่อัตรารหัสสูงสมรรถนะของระบบจะดีขึ้น อัตราบิดผิดพลาดลดลง เมื่อเทียบกับคำรหัสที่ (R) ต่ำและจากการจำลองแบบจะเห็นว่าเมื่อเพิ่มเทคนิคการวนซ้ำ(iteration) จะสามารถปรับปรุงสมรรถนะของระบบโดยให้ อัตราการผิดพลาดบิดและ E_b/N_0 ลดลง



เอกสารอ้างอิง

- [1] Shu Lin, Daniel J. and Costello, JR., Error Control Coding Fundamentals and Applications, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1983.
- [2] ลัญจกร วุฒิสัทธาธิกุลกิจ, เทคโนโลยีโทรคมนาคมทฤษฎีข่าวสารและการเข้ารหัส, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.
- [3] ผศ.ดร. พรชัย ทรัพย์นิธิ, ระบบสื่อสารดิจิทัล, วศ.ศจล. 198 : ISBN 974-15-0035-1, 2549.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่น
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้