

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

รายงานฉบับสมบูรณ์

การหล่อลื่นแบบฟิล์มบางด้วยของไหลชนิดนอนนิวโทเนียน

Thermoelastohydrodynamic Lubrication  
with Non-Newtonian Fluids

รศ.ดร. มงคล มงคลวงศ์โรจน์

นายสมนึก ยะวงษ์

Electro-Mechanical Engineering Lab, ReCCIT.

Faculty of Engineering.

King Mongkut 's Institute of Technology Ladkrabang

RCH

TJ

1075

๒114๖

เลขหมู่.....

67404

เลขทะเบียน.....

วัน,เดือน,ปี 29 พ.ย. 2549

b. 11665130  
i. ....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

	หน้า
1. บทคัดย่อ	3
2. ทฤษฎี	3
2.1 การสัมผัสแบบเส้น	4
2.2 น้ำมันหล่อลื่น	6
2.3 การคำนวณ	7
2.4 การประยุกต์วิธีเชิงตัวเลข	9
2.5 ทำการเขียนโปรแกรมเพื่อแก้สมการข้างต้น	12
3. ผลการคำนวณ	13
4. วิเคราะห์ผลการคำนวณ	17
5. สรุป	18
6. เอกสารอ้างอิง	18
7. ภาคผนวก	20
7.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม	20
7.2 โปรแกรมคอมพิวเตอร์	22
7.3 รายการสัญลักษณ์	32
7.4 ผลงานตีพิมพ์	34

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1. บทคัดย่อ

ในระบบการหล่อลื่นมีด้วยกันหลายแบบ เช่น การหล่อลื่นแบบฟิล์มหนา การหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง และการหล่อลื่นแบบเบาดารี ซึ่งเป็นที่ทราบดีว่าการแก้ปัญหาการหล่อลื่นเหล่านี้ค่อนข้างทำได้ยาก โดยเฉพาะการหล่อลื่นแบบอีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ (Elastohydrodynamics Lubrication) ซึ่งเป็นการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางโดยจะพิจารณาถึงการเสียรูปแบบยืดหยุ่นของวัสดุ โดยในบทความนี้ได้ใช้วิธีการทางเชิงตัวเลขมาใช้ในการแก้สมการ โดยใช้วิธีการของนิวตัน-ราฟสันในการแก้สมการเรย์โนลด์์ประยุกต์ ในสถานะของการสัมผัสแบบที่เคลือบผิว พิจารณาอุณหภูมิคงที่และคิดความหนาแน่นไม่คงที่ ซึ่งผลที่ได้จากการแก้สมการจะเห็นว่า โหลดที่กระทำและความเร็วของการหมุนของทรงกระบอกจะมีผลต่อค่าแรงดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น คือเมื่อโหลดเพิ่มมากขึ้นจะทำให้ลักษณะของการกระจายของแรงดันจะเข้าใกล้วงกลมของเซอร์เซียนมาก และความหนาของฟิล์มก็จะบางมาก และเมื่อความเร็วเพิ่มมากขึ้นก็จะมีผลทำให้ความหนาฟิล์มเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งลักษณะของแรงดันที่เกิดขึ้นหลังจากที่ผ่านจุดศูนย์กลางของการสัมผัสมาแล้ว จะเกิดยอดหนาแหลมสูงขึ้นมาและลดลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งจะแตกต่างจากการการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์

## 2. ทฤษฎี

ในการหล่อลื่นแบบอีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ ซึ่งจะพิจารณาถึงลักษณะของรูปร่างของของแข็งที่มีการเสียรูปแบบยืดหยุ่น ซึ่งเป็นผลมาจากการหล่อลื่นแบบอีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ ซึ่งการหล่อลื่นแบบอีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์มีความสำคัญมากในการสัมผัสที่มีโหลดมากๆ เช่น การสัมผัสแบบจุดของบอลเบริง การสัมผัสแบบเส้นของโรลเลอร์เบริง การสัมผัสแบบจุดและเส้นของฟันเกียร์ ดังรูปที่ 1 และ ในการสัมผัสที่มีโหลดมากๆ ความดันสูงจะทำให้ค่าความหนืดของสารหล่อลื่นและการเสียรูปแบบยืดหยุ่นของส่วนที่สัมผัสกับการเปลี่ยนแปลงความสมมาตรของผิวที่สัมผัสแบบเซอร์เซียน ในส่วนของโรลเลอร์เบริง และของเกียร์จะอยู่ในช่วงประมาณ 0.5 ถึง 3 Gpa. ค่าความหนืดของสารหล่อลื่นที่ความดันนี้จะมีค่าที่สูงมาก ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของของแข็งในส่วนที่เกิดการสัมผัสกัน การเสียรูปแบบยืดหยุ่นของผิวโลหะจะเป็นไปตามขนาดของความหนาฟิล์มที่น้อยที่สุด

ในการหล่อลื่นอีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ เราจะใช้สมการเรย์โนลด์์ประยุกต์, สมการแสดงการเสียรูป และสมการความสัมพันธ์ของค่าความหนืดแรงดัน อัตราแรงเฉือนและผลจากความร้อนก็มีความสำคัญเหมือนกันในกรณีที่มีโหลดมีค่ามากๆ ซึ่งในปัจจุบันก็มีการพัฒนาการวิเคราะห์ขึ้นมามาก ทำให้ทราบถึงการกระจายแรงดันและความหนาของฟิล์ม จากการศึกษาที่ผ่านมาเช่น กรูบิน (Grubin; 1949) ได้ศึกษาถึงการพัฒนาวิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการเสียรูปแบบยืดหยุ่นและคุณสมบัติของค่าความหนืดที่เปลี่ยนแปลงไปเนื่องมาจากแรงดันของสารหล่อลื่น ในปัญหาการหล่อลื่นแบบอีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ เขาได้ให้ลักษณะความหนาของฟิล์มและการกระจายของแรงดันในการสัมผัสแบบเส้น เขาได้

อธิบายถึงความหนาของฟิล์มที่ใช้ในการวิเคราะห์ไฮโดรไดนามิกส์ ในปี คศ.1959 ดอร์สันและฮิกกินสัน เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้พัฒนาขบวนการความสัมพันธ์ในการแทนค่าซ้ำๆ ในการแก้ปัญหา และได้พัฒนาสูตรสำหรับความหนาฟิล์มที่น้อยที่สุด และยังพบว่าไหลคมีผลน้อยแต่ค่าความเร็วมีผลต่อลักษณะของฟิล์มมากกว่า ลาเตอร์ และเซง ได้พัฒนาต่อจากกูปินในการนำมาใช้กับการสัมผัสแบบวงรี และการสัมผัสแบบเซอร์เซียน ต่อมาในปี ค.ศ.1970 แฮมรอด และ คอร์ดสัน ได้พัฒนาวิธีทางเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหาแบบอิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ของโรลเลอร์เบริง

2.1 การสัมผัสแบบเส้น

เมื่อทรงกระบอกสัมผัส ไม่เสีรูป (Rigid Cylinder Contact)

ค่าความหนืดคงที่ (Isoviscous) พิจารณาว่าความกว้างมาก ทรงกระบอกแข็งเคลื่อนที่บนผิวระนาบ ในทิศทางแกน X ภายใต้สภาวะคงที่ สารหล่อลื่นที่ใช้ปริมาตรคงที่ รูปที่ 1 จะเขียนสมการเรย์โนลด์อธิบายได้ดังนี้



รูปที่ 1. ลักษณะการสัมผัสของโรลเลอร์กับพื้นผิวราบและแสดงการแบ่งกริดบนพื้นผิวของการสัมผัส สมการเรย์โนลด์ที่ใช้

$$\frac{dP}{dX} = 12\eta u \left( \frac{h-h_m}{h^3} \right) \dots\dots\dots(1)$$

กรณีที่ ทรงกระบอกเป็นวัตถุแข็งเกร็งจะ ได้ความหนาของฟิล์มน้อยที่สุดเท่ากับ  $h_0$  ,ซึ่งเขียนได้ ในรูปของสมการพาราโบลา ดังนี้

$$h \approx h_0 + \frac{x^2}{2r} \dots\dots\dots(2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนสมการ 2 ลงในสมการ 1 โดยกำหนดเงื่อนไขขอบเขต  $P = 0$  ที่  $x = \pm\infty$  ซึ่งจะแก้สมการได้ (Dowson and Higginson, 1966 ;Williams,1994)

$$P_{\max} \approx 2.15\eta_0 \bar{u}(R/h_0^3)^{1/2} \dots\dots\dots(3)$$

ค่าความหนืดไม่คงที่ (Variable Viscosity)

ค่าความหนืด  $\eta_0$  ในสมการเรย์โนลด์ เป็นฟังก์ชันของแรงดันซึ่งจะให้

$$\eta = \eta_0 \exp(\xi P) \dots\dots\dots(4)$$

เมื่อ  $\xi$  คือค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด - แรงดัน และ  $\eta_0$  เป็นค่าความหนืดสัมบูรณ์ที่แรงดันบรรยากาศ ซึ่งค่าที่เปลี่ยนแปลงเท่ากับค่าแรงดันที่เปลี่ยนแปลงไป ดังนี้

$$P = -\frac{1}{\xi} \ln(1 - \xi Pr) \dots\dots\dots(5)$$

เมื่อแทนค่าสมการ 5 ลงในสมการ 1 จะได้

$$\frac{dPr}{dX} = 12\eta_0 \bar{u} \left( \frac{h-h_m}{h^3} \right) \dots\dots\dots(6)$$

จะเห็นว่าสมการเรย์โนลด์ (6) จะเหมือนกับสมการที่ (1) เมื่อค่าความหนืดคงที่ เมื่อทำการแก้สมการ จะได้แรงดันสูงสุดเมื่อค่าความหนืดเปลี่ยนแปลง

$$Pr_{\max} \approx 2.15\eta_0 \bar{u}(R/h_0^3)^{1/2} \dots\dots\dots(7)$$

และค่าความหนาของฟิล์มที่น้อยที่สุดเมื่อค่าแรงดันสูงสุด

$$h_0 = 1.66(\alpha\eta_0 \bar{u})^{2/3} R^{1/3} \dots\dots\dots(8)$$

ทรงกระบอกที่สัมผัสมีการยืดหยุ่นและค่าความหนืดไม่คงที่ (Elastic Cylinder Contact and Variable Viscosity)

ในการสัมผัสลักษณะนี้ ส่วนที่ยืดหยุ่นจะเสียรูป ยกเว้นกรณีที่โหลดน้อยๆ การเสียรูปที่น้อยจะมีผลมาจากแรงดันไฮโดรไดนามิกส์ ปัญหาการหล่อลื่นแบบฮิลาสโตรไฮโดรไดมิกส์จะแก้โดยสมการเรย์โนลด์ และสมการยืดหยุ่น เมื่อพิจารณาว่าทรงกระบอกยืดหยุ่นยาวมากหมุนอยู่บนระนาบดังรูป 2 จะเห็นว่าทรงกระบอกจะแบนราบตรงบริเวณที่สัมผัสกับระนาบบนช่วงของการสัมผัสแบบเฮอริเซียน (Hertzian contact) และตามระดับของช่วงนอกของทรงกระบอก ซึ่งช่วงที่มีการสัมผัสจนเสียรูปแบนราบจะมีความหนาฟิล์มที่น้อยที่สุด  $h_0$  และค่าแรงดันบริเวณนั้นก็สูงและกระจายตัวใกล้กับช่วงของเฮอริเซียน ดังนั้นความดันสูงสุดของสารหล่อลื่นในการสัมผัสจะสิ้นสุดลงเท่าการสัมผัสแบบแห้ง ในการคำนวณหาแรงดัน ซึ่งจะเกิดสูงขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งถึงจุดที่สัมผัสเป็นแบบเฮอริเซียน ค่า  $h-h_0$  จะมีค่าน้อยมากหรืออาจเท่ากับศูนย์ ดังนั้นค่าความหนาฟิล์มจะคงที่บนช่วงที่ค่าแรงดันสูง จะหาได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2r} + w \quad \dots\dots\dots(9)$$

เมื่อ  $w$  คือค่าที่รวมการเสียดสีรูปของทั้งสองส่วน (Dawson and Higginson , 1996)

$$w = -\frac{1}{\pi E'} \int_{x_{min}}^{x_{end}} P(s) \ln(x-s)^2 ds \quad \dots\dots\dots(10)$$

และ

$$\frac{1}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

และสมการแสดงความหนาแน่นของสารหล่อลื่น

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1.7 \times 10^{-9} p} \quad \dots\dots\dots(12)$$

## 2.2 น้ำมันหล่อลื่น

น้ำมันหล่อลื่นคือสารหล่อลื่นที่เป็นของไหล ซึ่งจะทำหน้าที่ในการลดแรงเสียดทานระหว่างผิวที่มีการสัมผัสกัน ในน้ำมันหล่อลื่นจะประกอบด้วย น้ำมันหล่อลื่นพื้นฐานและสารเพิ่มคุณภาพ ซึ่งนอกจากน้ำมันหล่อลื่นจะมีบทบาทสำคัญในการลดแรงเสียดทานแล้วยังช่วยลดความสึกหรอของชิ้นส่วนที่สัมผัสกันอีกด้วย

คุณสมบัติของสารหล่อลื่น (Lubricant Properties)

ค่าความหนืด (Viscosity)

ค่าความหนืดจะหมายถึงความใส หรือความเข้มข้นของสารหล่อลื่น โดยจะวัดที่อุณหภูมิใดอุณหภูมิหนึ่งสารหล่อลื่นที่มีความหนืดต่ำจะไหลได้ง่าย และชั้นฟิล์มน้ำมันหล่อลื่นบาง ส่วนน้ำมันที่มีความหนืดสูงจะไหลได้ยาก โดยให้สารหล่อลื่นที่มีชั้นฟิล์มหนากว่ามีความหนืดต่ำ หน่วยวัดจะมีหลายระบบ ซึ่งจะแตกต่างกันไปตามสภาวะอุณหภูมิที่ทำการวัด ดังแสดงในตาราง ตาราง แสดงหน่วยวัดความหนืดของระบบต่างๆ

ประเทศหรือระบบ	หน่วยความหนืด	อุณหภูมิอ้างอิงที่ใช้ในการวัด
1. ระบบสากล (เมตริก)	Centistoke (cSt.)	40°C. และ 100°C.
2. สหรัฐอเมริกา	Saybolt Universal Second (SSU)	100°C. และ 210°C.
3. เยอรมัน	Engler (°E)	20°C, 50°C และ 100°C.
4. สหราชอาณาจักร	Redwood No.1 (RW1)	70°F. , 100°F และ 200°F

ค่าความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute Viscosity)

ค่าความหนืดสัมบูรณ์จะเป็นการกำหนดความหนืดของสารหล่อลื่นเมื่อทำการวัดที่ความดันเป็นศูนย์ และที่อุณหภูมิหนึ่งๆ ที่คงที่ ซึ่งหน่วยความหนืดมี 3 ระบบที่แตกต่างกันคือ

1. ระบบเอสไอ (SI) : Ns/m<sup>2</sup> หรืออาจเขียนได้อีกแบบ Pas  
เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ระบบซีจีเอส(cgs) : dyn.s/cm<sup>2</sup> หรือเรียกว่า พอยซ์ เมื่อ 1 cP = 10<sup>-2</sup>P
3. ระบบอังกฤษ : lbf.s/in<sup>2</sup>

ในการแปลงหน่วยจะแสดงดังตาราง

แปลงจาก	ไปยัง			
	cP	Kgf.s/m <sup>2</sup>	N.s/ m <sup>2</sup>	lbf.s/ in <sup>2</sup>
	คูณด้วย			
CP	1	1.02x10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-3</sup>	1.45x 10 <sup>-7</sup>
Kgf.s/m <sup>2</sup>	9.807x10 <sup>3</sup>	1	9.807	1.422 x10 <sup>-3</sup>
N.s/ m <sup>2</sup>	10 <sup>-3</sup>	1.02 x10 <sup>-1</sup>	1	1.45 x10 <sup>-4</sup>
lbf.s/ in <sup>2</sup>	6.9 x10 <sup>2</sup>	7.03 x10 <sup>2</sup>	6.9 x10 <sup>3</sup>	1

### 2.3 การคำนวณ

สมการเรย์โนลด์ เป็นสมการหลักในการหล่อลื่นที่ใช้ในการอธิบายการเกิดแรงดันของของไหลในขณะที่ยังไหลเป็นแผ่นฟิล์มบาง โดยที่ฟิล์มของไหลนี้มีพื้นที่หน้าตัดเล็กตามทิศทางการไหล ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะทำให้เกิดแรงดันขึ้นในของไหล จากในกรณีนี้ได้ประยุกต์สมการเรย์โนลด์กับการหล่อลื่นแบบฮิสเทโรไลโครไดนามิกส์ จะได้สมการเรย์โนลด์ประยุกต์และสมการพลังงานดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 12u \left( \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \right) + 12v \left( \frac{\partial(\rho h)}{\partial y} \right) \dots\dots\dots(13)$$

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \rho c_p u \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial t} \right) + u \frac{T}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) - \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \dots\dots\dots(14)$$

จากสมการ (1) จะสมมุติดังต่อไปนี้

1. การไหลในแนวแกนมีน้อยมาก เมื่อพิจารณาว่าโรลเลอร์มีความยาวมาก
2. ไม่คิดแรงภายนอกที่กระทำต่อสารหล่อลื่น เช่นแรงเนื่องจากน้ำหนักของสารหล่อลื่น
3. แรงดันที่เกิดขึ้นในของไหลหรือสารหล่อลื่นจะไม่เปลี่ยนแปลงไปตามแกนความหนาของของไหล ซึ่งหมายความว่าฟิล์มของสารหล่อลื่นนั้นบางมาก
4. ไม่เกิดการลื่นไถลระหว่างผิวโรลเลอร์กับผิวของสารหล่อลื่น ดังนั้นจะพิจารณาว่าความเร็วของสารหล่อลื่นมีค่าเท่ากับความเร็วของโรลเลอร์ที่หมุน
5. สารหล่อลื่นมีคุณสมบัติเป็นแบบนิวทอนเนียน (Newtonian fluid)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. ไม่คิดแรงเฉื่อยของสารหล่อลื่นเนื่องจากสารหล่อลื่นบางมาก
7. ความหนืดของสารหล่อลื่นมีค่าไม่คงที่ และไม่เปลี่ยนไปตามอุณหภูมิ แต่เปลี่ยนแปลงตามความดัน
8. ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นไม่คงที่ เปลี่ยนแปลงตามความดัน

ดังนั้นจากข้อสมมุติจะทำให้ได้สมการเรย์โนลด์ประยุกต์ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12u \left( \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \right) \dots\dots\dots(15)$$

ทำการอินทิเกรตจะได้

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial x} = 12u \eta \left( \frac{\rho h - \rho_m h_m}{\rho h^3} \right) \dots\dots\dots(16)$$

เมื่อค่าตัวแปรต่างๆ ดังนี้

U คือค่าความเร็วแบบไร้หน่วย  $\frac{\eta_0 u}{E'R}$

W คือค่าโหลดแบบไร้หน่วย  $\frac{W_z}{E'R}$

G คือค่าวัสดุแบบไร้หน่วย  $\alpha E$

ทำสมการ (15) ให้เป็นตัวแปรแบบไร้หน่วย เมื่อ

$$p = p_H P_r$$

$$\rho = \rho_0 \rho$$

$$\eta = \eta_0 \eta$$

$$x = R_x \left( \frac{8W'}{\pi} \right)^{1/2} X_r$$

$$h = \frac{8R_x W'}{\pi} H_r$$

$$p_H = E' \left( \frac{W'}{2\pi} \right)^{1/2}$$

จะได้สมการเรย์โนลด์ประยุกต์แบบไร้หน่วย ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\rho_H dP_r}{R_x \left(\frac{8W'}{\pi}\right)^{1/2} dX_r} = 12 \left(\frac{UE'R_x}{\eta_0}\right) (\eta_0 \eta_i) \left( \frac{\rho_0 \bar{\rho}_i \left(\frac{8R_x W'}{\pi}\right) H_{r,i} - \rho_0 \bar{\rho}_m \left(\frac{8R_x W'}{\pi}\right) H_{r,m}}{\rho_0 \bar{\rho}_i \left(\left(\frac{8R_x W'}{\pi}\right) H_{r,i}\right)^3} \right)$$

$$\frac{dP_r}{dX_r} = \left(\frac{3U\pi^2}{4(W')^2}\right) \eta_i \left(\frac{\bar{\rho}_i H_{r,i} - \bar{\rho}_m H_{r,m}}{\rho_i H_{r,i}^3}\right)$$

$$\therefore \left(\frac{dP_r}{dX_r}\right)_i = \bar{K} \eta_i \left(\frac{\bar{\rho}_i H_{r,i} - \bar{\rho}_m H_{r,m}}{\rho_i H_{r,i}^3}\right), \quad \bar{K} = \frac{3U\pi^2}{4(W')^2} \dots\dots\dots(17)$$



รูปที่ 2 แสดงการแบ่งกริดบนพื้นผิวของการสัมผัส

2.4 การประยุกต์วิธีเชิงตัวเลข

จากรูปที่ 2 แสดงการแบ่งกริดของการสัมผัสซึ่งจะใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite difference scheme) โดยใช้ Forward difference approximation ดังนั้นในรูปที่ 2 เราสามารถเขียนรูปแบบของความดันที่จุดต่อได้ดังนี้

$$\left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \dots\dots\dots(18)$$

ในสมการเรย์โนลด์ประยุกต์เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงตัวเลขได้ โดยในเอกสารนี้ จะพิจารณาเลือกใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เพื่อแก้สมการหาค่าการกระจายแรงดันของฟิล์มน้ำมันที่เกิดจากการสัมผัส ได้ดังนี้

ทำการจัดรูปสมการ (17) ใหม่ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \bar{f}_i &= H_{r,j}^3 \left( \frac{dP_r}{dX_r} \right)_i - \bar{K} \eta_i \left( H_{r,j} - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \right) \\
 &= H_{r,j}^3 \left( \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \right) - \bar{K} \eta_i \left( H_{r,j} - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \right) \\
 &= H_{r,j}^3 (P_{i+1} - P_i) - \bar{K} \Delta \eta_i \left( H_{r,j} - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \right) \\
 \therefore \bar{f}_i &= H_{r,j}^3 (P_{i+1} - P_i) - \bar{K} \Delta \eta_i \left( H_{r,j} - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(19)
 \end{aligned}$$

สมการความหนาฟิล์มที่รวมผลจากการเสียดรูปแบบยืดหยุ่น

$$H_{r,j} = H_{r,0} + \frac{X_i^2}{2} - \frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{j=1}^N P_j \ln \left( \left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_{i-1} + X_i}{2} - X_j \right| \right) \quad \dots\dots\dots(20)$$

สมการความหนืดที่มีผลเปลี่ยนแปลงตามแรงดัน ดังนี้

$$\eta_i = \exp \left\{ \left[ \ln(\eta_0) + 9.67 \right] \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_{r,i} \right)^{2.1} \right] \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

สมการความหนาแน่นที่มีผลเปลี่ยนแปลงตามแรงดัน ดังนี้

$$\rho_i = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H P_{r,i}}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P_{r,i}} \quad \dots\dots\dots(22)$$

สมการแสดงการบาลานซ์ไหล

$$\int_{X_{r,min}}^{X_{r,end}} P_r dX = \frac{\pi}{2} \quad \dots\dots\dots(23)$$

จากสมการนิวตัน - ราบสัน จะเห็นว่าแต่ละ โหนดที่พิจารณาจะมีรูปแบบดังนี้

$$\left[ \frac{\partial f_i}{\partial \rho_m H_m} \right]^0 [\Delta(\rho_m H_m)]^0 + \sum_{j=2}^N \left( \frac{\partial f_i}{\partial P_{r,j}} \right) (\Delta P_{r,j})^n + \left( \frac{\partial f_i}{\partial H_{r,0}} \right) (\Delta H_{r,0})^n = -f_i^0 \quad \dots\dots\dots(24)$$

ค่าคงที่ในการบาลานซ์ไหลแบบไร้หน่วย จะหาได้ดังนี้  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_{X_{r,min}}^{X_{r,end}} (\Delta P_r)^n dX = \frac{\pi}{2} - \int_{X_{r,min}}^{X_{r,end}} (P_r)^0 dX_r$$

$$= \frac{\pi}{2} - \sum_{j=2}^N C_j (\Delta P_{r,j})^n \dots\dots\dots(25)$$

จากสมการ (19) , (20) , (21) , (22) และ (23) ก็จะสามารถแก้สมการหาตัวแปรที่ไม่ทราบได้คือ

$$\rho_m H_{r,m} , H_0 , P_{r,i}$$

นำตัวแปรต่างๆ มาแทนในสมการของเรย์โนลด์และแก้สมการด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน ดังนี้

$$(\rho_m H_{r,m})^n = (\rho_m H_{r,m})^0 + [\Delta(\rho_m H_{r,m})]^n$$

$$P_{r,i}^n = P_{r,i}^0 + (\Delta P_{r,i})^n \dots\dots\dots(26)$$

$$H_{r,o}^n = H_{r,o}^0 + (\Delta H_{r,o})^n$$

จัดรูปแบบเมทริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \rho_m H_{r,m}} & \frac{\partial f_1}{\partial P_{r,2}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial P_{r,N}} & \frac{\partial f_1}{\partial H_{r,0}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \rho_m H_{r,m}} & \frac{\partial f_2}{\partial P_{r,2}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial P_{r,N}} & \frac{\partial f_2}{\partial H_{r,0}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial \rho_m H_{r,m}} & \frac{\partial f_N}{\partial P_{r,2}} & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial P_{r,N}} & \frac{\partial f_N}{\partial H_{r,0}} \\ 0 & C_1 & \dots & C_N & 0 \end{bmatrix}^0 \begin{Bmatrix} \Delta(\rho_m H_{r,m})^n \\ \Delta(P_{r,2}) \\ \vdots \\ \Delta(P_{r,N}) \\ \Delta(H_{r,o}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \\ \vdots \\ -f_N \\ \Delta W' \end{Bmatrix}^0 \dots\dots\dots(27)$$

เมื่อ

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_0} = 3H_{r,i}^2 (P_{i+1} - P_i) - \Delta X \bar{K} \eta_i \dots\dots\dots(28)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial (\rho_m H_{r,m})} = \frac{\Delta X \bar{K}}{\rho_i} \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial P_j} = H_{r,i}^3 (\delta(i+1,j) - \delta(i,j)) + (P_{i+1} - P_i) (3H_{r,i}^2) \left( \frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_j} \right) - \Delta X \bar{K} \left[ \eta_i \left( \frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_j} \right) + H_{r,i} \left( \frac{\partial \eta_i}{\partial P_j} \right) \right]$$

$$- \eta_i \left[ \frac{\rho_i \Delta \rho_m H_m - \rho_m H_m \frac{\partial \rho_i}{\partial P_j}}{\rho_i^2} \right] - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial P_j} \dots\dots\dots(30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $\frac{\partial H_i}{\partial P_j}, \frac{\partial \eta_{ii}}{\partial P_j}, \frac{\partial p_i}{\partial P_j}$  จะหาได้ดังนี้

$$\frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_j} = -\frac{\Delta X}{2\pi} \ln \left\{ \left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_{i-1} + X_i}{2} - X_j \right| \right\} \dots\dots\dots(31)$$

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial P_j} = \exp \left\{ [\ln \eta_0 + 9.67] \left[ -1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_{r,i})^{z_i} \right] \right\} [\ln \eta_0 + 9.67] (z_i) (1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_{r,i})^{z_i - 1} (5.1 \times 10^{-9} p_H) \delta(i, j) \dots\dots\dots(32)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial P_j} = \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H \delta(i, j)}{(1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P_{r,i})^2} \dots\dots\dots(33)$$

สมการแสดงการสมมุติแรงดันเริ่มต้นในการคำนวณ จะให้มีการกระจายแรงดันแบบเอิร์ท ดังนี้

$$P_{r,i} = \sqrt{1 - X^2} \dots\dots\dots(34)$$

**2.5 ทำการเขียนโปรแกรมเพื่อแก้สมการข้างต้น**

กำหนดค่าข้อมูลเริ่มต้นโดยให้

จะกำหนดให้ความเร็วเปลี่ยนแปลงและค่าโหลด คงที่  $U = 4 \times 10^{-5}$

ค่าโหลดเปลี่ยนแปลงและค่าความเร็วคงที่  $U = 1 \times 10^{-11}$

ค่าวิสตุ  $E = 2 \times 10^{11}$

ค่าความหนืดสัมบูรณ์  $\eta_0 = 0.57$

ค่าดัชนีแรงดัน - ความหนืด  $z = 0.02$

และช่วงการคำนวณคือ  $X_a = -4.5, X_b = 1.5$

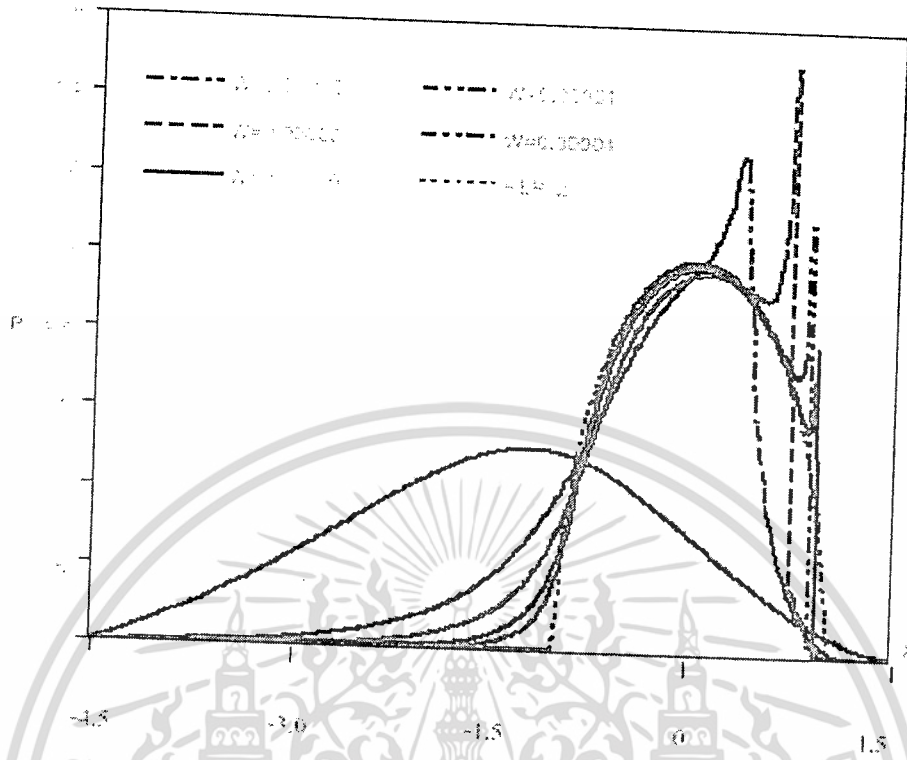
จำนวน โหนดที่ใช้  $N = 320 \therefore \Delta X = 0.01875$

ค่าความผิดพลาดในการคำนวณ  $= 10^{-6}$

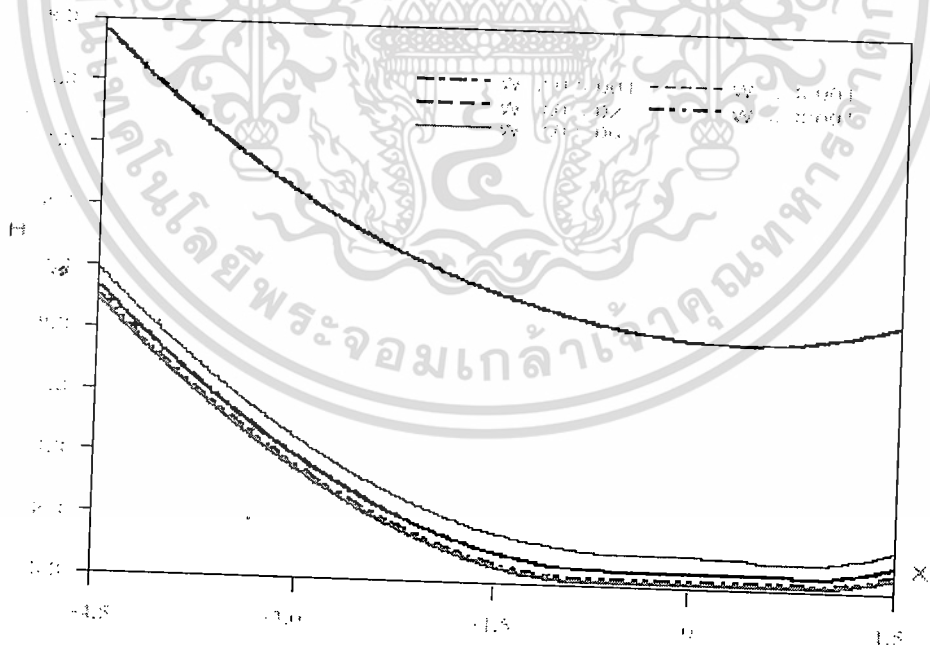
สำหรับค่า Under relaxation 0.01, 0.001, 0.0001

ทำการเขียนโปรแกรมตาม Flow Chat (ภาคผนวก 1)

3. ผลการคำนวณ

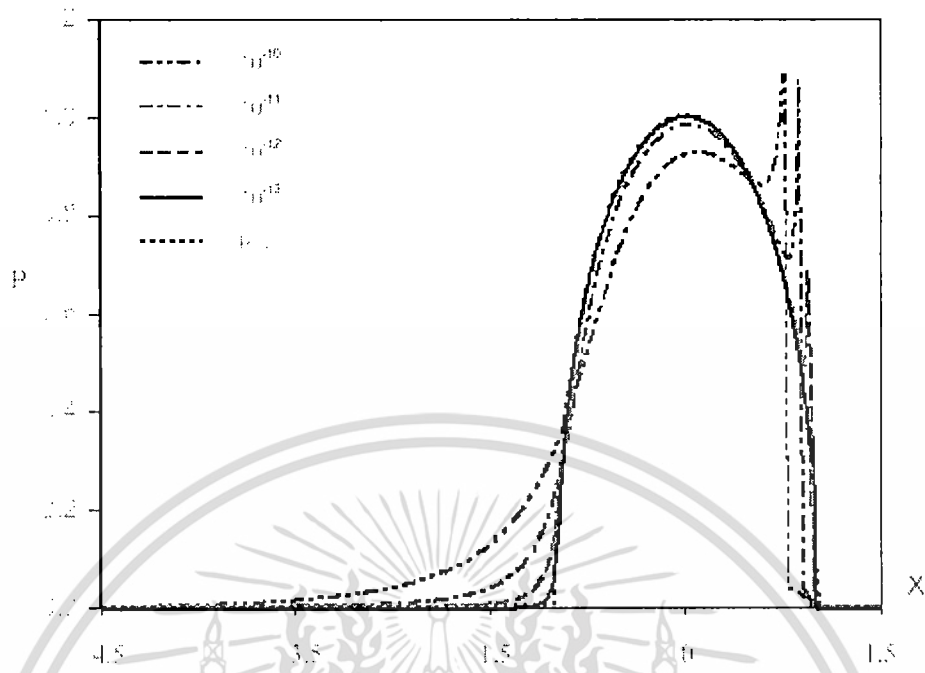


รูปที่ 3 แสดงลักษณะการกระจายความดัน

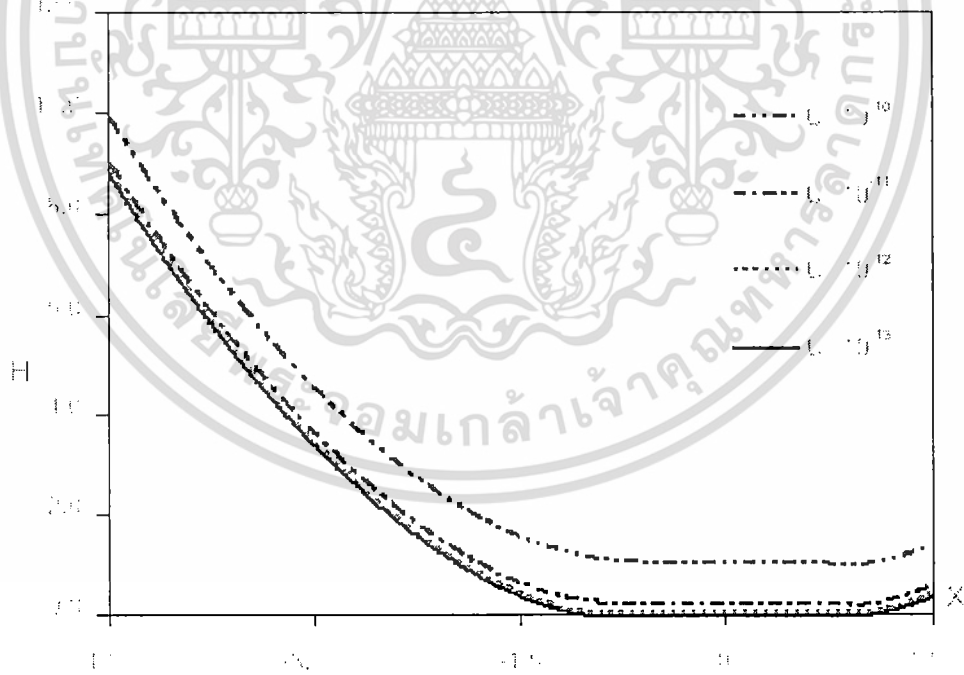


รูปที่ 4 แสดงลักษณะการกระจายความหนาฟิล์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

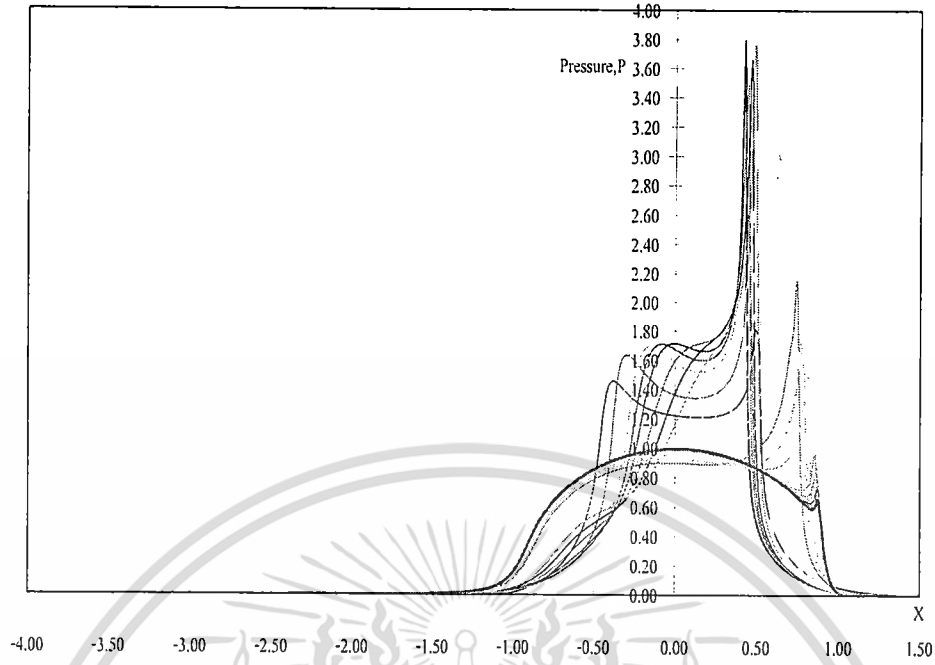


รูปที่ 5 แสดงลักษณะการกระจายความดัน

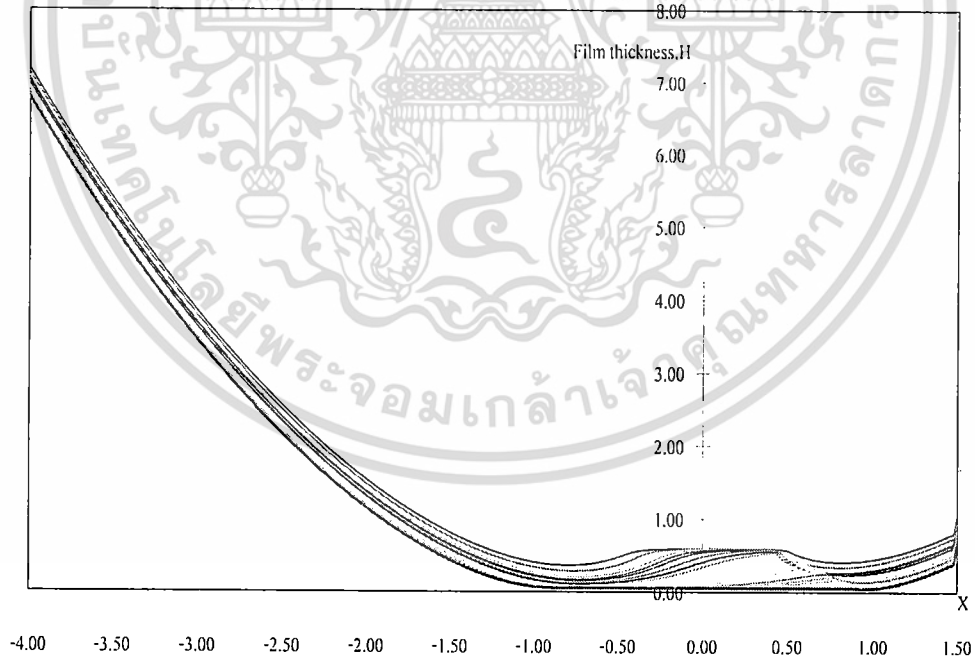


รูปที่ 6 แสดงลักษณะการกระจายความหนาฟิล์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

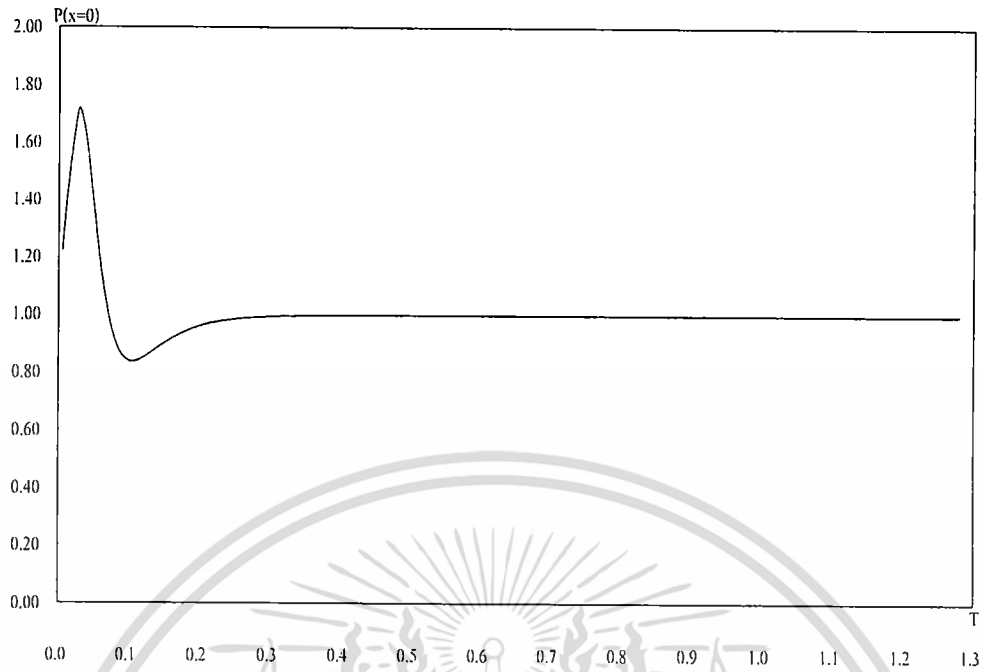


รูปที่ 7 แสดงลักษณะการกระจายความดันที่เวลาต่างๆกัน

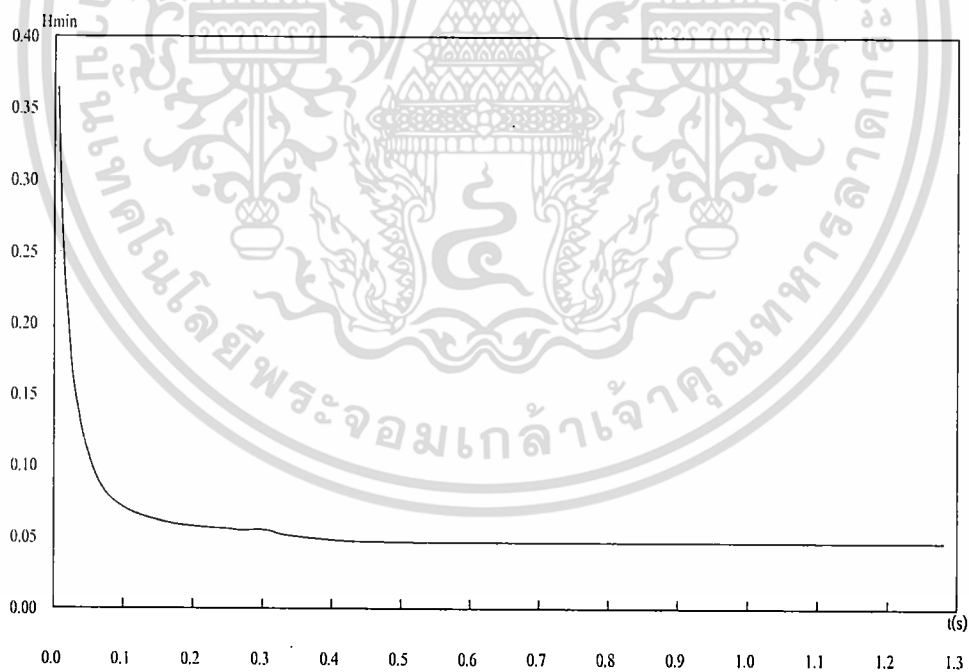


รูปที่ 8 แสดงลักษณะการกระจายความหนาฟิล์มที่เวลาต่างๆกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9 แสดงความดันที่ตำแหน่ง  $X=0$  ที่เวลาต่างๆกัน



รูปที่ 10 แสดงความหนาฟิล์มน้อยสุดที่เวลาต่างๆกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. วิเคราะห์ผลจากการจำลอง (Analysis of simulation result)

กำหนดข้อมูลเริ่มต้น

ค่าความเร็วเปลี่ยนแปลงและค่าโหลดคงที่ (ศึกษาผลจากความเร็ว)

$$U = 10^{-10}, 10^{-11}, 10^{-12}, 10^{-13}$$

$$W = 4 \times 10^{-5}$$

ค่าโหลดเปลี่ยนแปลงและค่าความเร็วคงที่ (ศึกษาผลจากโหลด)

$$W = 10^{-6}, 10^{-5}, 2 \times 10^{-5}, 4 \times 10^{-5}, 6 \times 10^{-5}$$

$$U = 1 \times 10^{-11}$$

ค่าวัสดุของโลหะผสม  $E = 2 \times 10^{11}$  Pa.

ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ของ C-ether  $\eta_0 = 0.029$

ค่าดัชนีแรงดัน – ความหนืด ของ C-ether  $z_0 = 0.57$

ค่าความผิดพลาด =  $10^{-6}$

ขอบเขตการคำนวณ  $x_1 = -4.5, x_2 = 1.5$  จำนวน โหนดที่ใช้  $N = 320 \therefore \Delta x = 0.01875$

จากการแก้สมการเรย์โนลด์์ประยุกต์ที่จำลองการสัมผัสของวัตถุทรงกระบอกสัมผัสเป็นเส้นตรง โดยมีการหล่อลื่นแบบฮิสโตโรไดนามิกส์ จากผลที่ได้ในกราฟรูปที่ 5 แรงดันที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เมื่อเข้าไปใกล้จุดศูนย์กลางของการสัมผัสและจะลดลงเมื่อผ่านจุดศูนย์กลางของการสัมผัส แต่ก็จะมีบางส่วนบริเวณใกล้ทางออกจะเกิดแรงดันสูงอีกครั้งและลดลงอย่างรวดเร็ว (Pressure Spike) ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนรูปของทรงกระบอกและการเปลี่ยนความเร็วจะเห็นว่าเมื่อขนาดของความเร็วลดลงจะทำให้แรงดันมีค่าสูงขึ้นขณะเดียวกัน ขนาดของความหนาฟิล์มก็จะลดลง และยอดแหลมของแรงดันที่เกิดขึ้นตอนทางออกก็ลดลงเช่นกัน และเมื่อทำการลดขนาดความเร็วลงเรื่อยๆ จะทำให้ความหนาของฟิล์มบางมากและลักษณะการกระจายของแรงดันก็จะคล้ายกับลักษณะการสัมผัสแบบเฮิร์ท ดังรูปที่ 5 และจากรูปที่ 3 และ 4 จะเห็นว่าที่โหลดน้อยๆ จะมีการกระจายแรงดันที่ไม่สูงนักและไม่เกิดแรงดันขึ้นที่ทางออกขณะเดียวกันความหนาของฟิล์มก็จะหนาคือคล้ายกับการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ เนื่องจากว่าไม่มีการเสียรูปของทรงกระบอกและเมื่อทำการเปลี่ยนค่าโหลดที่กระทำต่อทรงกระบอกให้สูงขึ้นก็จะมีผลทำให้ลักษณะของการกระจายแรงดันมีค่าสูงขึ้นและความหนาของฟิล์มก็จะบางมาก ที่ค่าโหลด  $w = 6 \times 10^{-6}$  ลักษณะการกระจายของแรงดันที่ได้จะคล้ายกับของการสัมผัสแบบเฮิร์ท

การกระจายแรงดันและการกระจายของความหนาฟิล์มในสภาวะชั่วขณะที่มีการหล่อลื่นแบบฮิสโตโรไดนามิกส์ดังแสดงในรูปที่ 7 และ รูปที่ 8 ในช่วงเวลาเริ่มต้นของสภาวะชั่วขณะ การกระจายแรงดันของฟิล์มของไหลมีค่าสูงมากคือประมาณ 3.6 เท่าของแรงดันเฮิร์ท เนื่องจากพื้นที่แตะสัมผัสมีค่าต่ำ เมื่อเวลาผ่านไปจะพบว่าพื้นที่แตะสัมผัสมีค่าสูงขึ้น จนกระทั่งมีพื้นที่แตะสัมผัสสูงสุดที่สภาวะคงตัว ดังนั้นการกระจายแรงดันจะค่อยๆปรับตัวลดลงจนกระทั่งแรงดันสูงสุดใกล้เคียงกับ

แรงดันเฮิร์ท ดังแสดงในรูปที่ 7 ในทำนองเดียวกันการกระจายของความหนาฟิล์มน้ำมันจะลดลง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะในรูปแบบใดก็ตาม อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากผลของแรงดันต่อความหนาแน่นและความหนืดของของไหล จนกระทั่งความหนาฟิล์มมีค่าต่ำสุดที่สภาวะคงตัว

รูปที่ 9 และ รูปที่ 10 แสดงค่าแรงดันที่ตำแหน่ง  $x=0$  และความหนาฟิล์มต่ำสุดที่เวลาใดๆตั้งแต่เวลาเริ่มต้นที่  $t=0$  จนกระทั่งถึงสภาวะคงตัวที่เวลาประมาณ 0.5 วินาที แรงดันที่  $x=0$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นค่าแรงดันสูงสุดประมาณเท่ากับ 1.7 เท่าของแรงดันฮีรัทที่เวลาประมาณ 0.05 วินาทีแล้วแรงดันจะลดลงค่าเท่ากับ 0.8 เท่าของแรงดันฮีรัทที่เวลาประมาณ 0.1 วินาที แล้วแรงดันนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนมีค่าประมาณเท่ากับแรงดันฮีรัทที่สภาวะคงตัว แรงดันของฟิล์มน้ำมันจะลดลงได้ เพิ่มพื้นที่ที่ตะกั่วสัมผัสเพิ่มขึ้นและแรงดันจะกลับเพิ่มขึ้นอีกเนื่องจากค่าความหนืดของสารหล่อลื่นมีค่าสูงขึ้นที่สภาวะแรงดันเพิ่มขึ้น ส่วนค่าความหนาฟิล์มต่ำสุดจะมีค่าลดลงจนกระทั่งมีค่าต่ำที่สุดที่สภาวะคงตัว

## 5. บทสรุป (Conclusion)

1. ค่าโหลดจะมีผลต่อขนาดของแรงดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น เมื่อค่าโหลดมีค่าสูงๆ ก็จะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่นมากขึ้น และลักษณะการกระจายของแรงดันจะคล้ายกับการสัมผัสแบบฮีรัท
2. ค่าความเร็วในการหมุนของทรงกระบอกก็จะมีผลต่อขนาดของแรงดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น เมื่อค่าความเร็วลดลงก็จะทำให้ความหนาฟิล์มบางลงและความดันเพิ่มขึ้นและลักษณะการกระจายของแรงดันจะคล้ายกับการสัมผัสแบบฮีรัท
3. ในการคำนวณทางเชิงตัวเลขจะเข้าสู่ค่าตอบซ้ำหากขนาดของ โหลดที่กระทำสูงและค่าความเร็วต่ำ
4. ที่สภาวะชั่วขณะแรงดันของฟิล์มของไหลจะมีค่าสูงมากและลดลงจนกระทั่งมีค่าแรงดันที่สภาวะคงตัว
5. ความหนาของฟิล์มของไหลจะมีค่าลดลงตามเวลาที่สภาวะชั่วขณะ

## 6. เอกสารอ้างอิง (Reference)

- [1] H. Okamura, "A Contribution to the Numerical Analysis of Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication", Tribology of Reciprocating Engines. D.Dowson et al. (eds) Butterworths, Guilford, England, pp 313-320, 1982
- [2] Dawson, D., and Higison, G.R., Elastohydrodynamic Lubrication, "The Fundament of Roller and Gear Lubrication". Pergamon Oxfor, 1996
- [3] Bernard J. Hamrock and Jacobson, B.O. "Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts".

ASLE Trans., vol. 24, no.4, pp.275-287,1984

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[4] Mongkolwongrojn, M. ,Thammakasal, K, 2005, “Theoretical Investigation of Transient Elastohydrodynamic

Lubrication with Newtonian Solid-Liquid Lubricants”, J. of Lubrication Science, Vol. 17, 2005.pp.347-357

[5] Osborn, F.K. and Sadeqdu, F, 1922 “ Time Dependent line EHD Lubrication Using the Multigrid / Multi

level Technique” ASME J. of Tribology Vol.114.pp.68-74

[6] Dowson, D.,Higginson, G.R., 1959, “Numerical Solution to Elastohydrodynamic Problem”, Journal of Mech.

Eng.Sci Vol.1

[7] Hamrock, B.J., 1994, “Fundamental of Fluid Film Lubrication”, Mc. Graw Hill, Inc



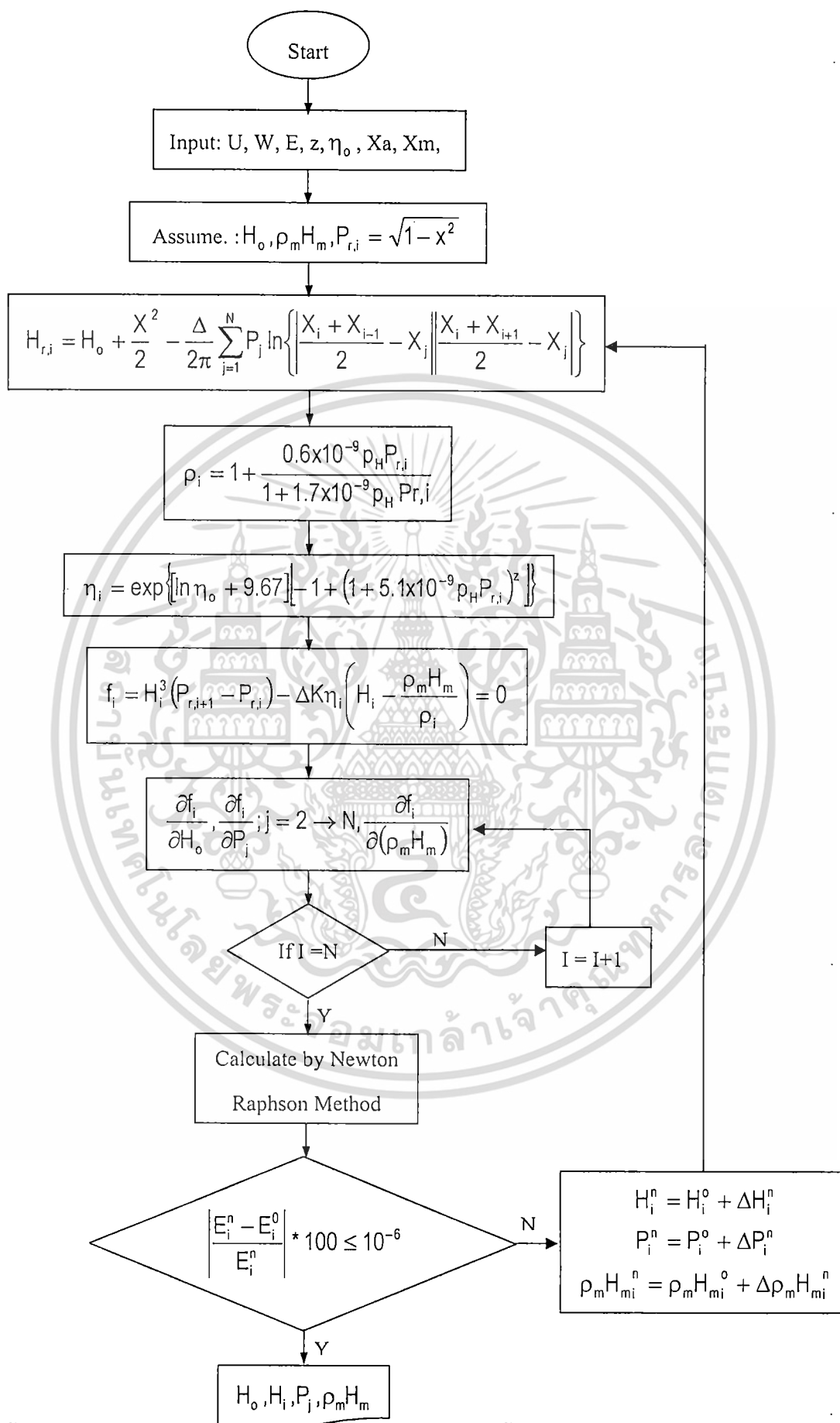
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 7. ภาคผนวก



### 7.1 ภาคผนวก 1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



7.2 ภาคผนวก 2  
โปรแกรมคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

c      Program EHL
      double precision DX,Xi,c,Ph,X0,X2,Di,ni,Fi,FHo,Xj,C1,Ho,
*
*           Ho1,PmHm1,AL,U,W,FP,Pi1,Pii2,PmHm2,dPmHm,
*
*           E,PmHm,Hi,P2,Pi,n0,Pii,A,B,DP,BL,RE

      logical AT

      dimension A(400,400),B(400),DP(400),ET(400),Pi1(400),
*
*           Pii(400),TIC(400),Pii2(400)

```

```

c      *****Input data*****
      write (*,10)
10     format (2x "U= ",10X,"W= ")
      read (*,*)U,W
      write (*,30)
30     format(2x,"E= ",5X,"z= ",5X,"n0= ")
      read (*,*) E,z,n0
      write(*,50)
50     format(2x,"Estimate Ho,PmHm")
      read(*,*) Ho,PmHm
      write(*,70)
70     format(2x,"Boundary Xa,Xm and nodes(N)")
      read(*,*)Xa,Xm,N
      write (*,75)
75     format (4x,"iter." )
      read(*,*)M

```

```

c      ***** Calculate conts.*****
      w1=0.
      DX=(Xm-Xa)/(N)
      Xi=Xa-DX
      c=(3.*U*(22./7.)**2.)/(4.*W**2.)
      Ph=(E)*dsqrt(W*7./44.)
      AL=dlog(n0)+9.67

```

```

c      *****Calculate Ho,Pi,PmHm by Newton Raphson*****

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

do 175 iter=1,M
  do 120 i=1,N
    Xi=Xi+DX
    X0=Xi-DX
    X2=Xi+DX
    if (iter.eq.1) then
      call Pressure (X2,Xi,P2,Pi)
      if (i.eq.1) then
        Pii(i)=0.
      else
        if (Pi.le.0) then
          Pi=0.
          P2=Pi
        end if
        Pii(i)= Pi
      end if
    else
      P2=Pii(i+1)
      Pi=Pii(i)
    end if
    call film thickness(Pii,Xi,Xa,N,Ho,X2,X0,DX,Hi)
    TIC(i)=Hi
    Di=1.+((0.6*10**(-9.))*(Ph*Pi))/(1.+(1.7*10**(-9.))*(Ph*Pi))
    ni=dexp(AL*(-1.+(1.+Ph*Pi*5.1*10**(-9.))**z))
    Fi=(Hi**3)*(P2-Pi)-DX*c*ni*(Hi-PmHm/Di)
    B(i)=-Fi
    FHo=3.*(Hi**2)*(P2-Pi)-DX*c*ni
    A(i,1) = FHo
    Xj=Xa+DX
    do 100 j=2,N
      call Reynold (i,j,X2,X0,Xi,Xj,Hi,Ph,c,DX,Di,AL,z,ni,

```

\* PmHm,P2,Pi,dPmHm,FP)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        A(i,j)= FP
        Xj=Xj+DX
100    continue
        C1=DX*c*ni/Di
        A(i,N+1)= C1
120    continue
        call Balance load (DX,N,Pii,BL)
        B(N+1)=(11./7.)-BL
        do 130 j=1,N+1
            AT=(j.eq.1).or.(j.eq.(N+1))
            if (AT) then
                A1=0.
            else
                A1=DX
            end if
            A(N+1,j)=A1
130    continue
        call Gauss eliminate(N+1,A,B,DP)
        if (iter.lt.5000) RE=0.01
        if ((iter.lt.20000).and.(iter.gt.5000)) RE=0.001
        if (iter.ge.20000) RE=0.0001
        Ho1=Ho+RE*DP(1)
        do 140 k=2,N
            Pii(k)=Pii(k)+RE*DP(k)
140    continue
            PmHm1=PmHm+RE*DP(N+1)
            ET(1)= (abs((Ho1-Ho)/Ho1))*100.
            do 145 p=2,N
                ET(p)=(abs((Pii(p)-Pii2(p))/Pii(p)))*100.
145    continue
            ET(N+1)=(abs((PmHm1-PmHm2)/PmHm1))*100.
            w1=w1+1.

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Ho=Ho1
PmHm=PmHm1
dPmHm=DP(N+1)
Xi=Xa-DX
do 165 s=1,N
if (Pi1(s).lt.0.) then
    Pii(s)=0.
    PmHm=(TIC(s)+TIC(s-1))/2.
else
    Pii(s)=Pi1(s)
end if
PmHm2=PmHm1
Pii2(s)=Pi1(s)
165 continue
do 170 l=1,N+1
if (ET(l).gt.0.00001) then
    if (w1.eq.50) then
        write(*,150) l
150     format(2x,"Iter",10x,"Ho",12x,"Pi:",i3,12x,"PmHm",12x,"ERROR")
        write (*,160)iter,Ho1,Pi1(l),PmHm1,ET(l)
160     format (2x,i7,2x,d15.6,3x,d15.6,2x,d15.6,2x,d15.6)
        w1=0.
    end if
    goto 175
else
    goto 170
end if
170 continue
goto 178
175 continue
178 open(1,file='Solution.txt',status='unknown')

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

190  format(4x,"Ho= ",d15.6)
      do 210 i=1,N
            write(1,200) i,Pi1(i),TIC(i)
200      format(4x,i3,4x,"P = ",d15.6,4x," Hi= ",d15.6)
210      continue
      write(1,220)PmHm1
220      format(4x,"PmHm= ",d15.6)
      close(1)
      stop
      end
*****
      subroutine Reynold (i,j,X2,X0,Xi,Xj,Hi,Ph,c,DX,Di,AL,z,ni,
*
*          PmHm,P2,Pi,dPmHm,FP)
      double precision HP,G1,FP,X2,X0,Xi,Xj,Ph,c,DX,Di,AL,ni,Hi
*
*          ,PmHm,BB,P2,Pi,dDi,dPmHm
      logical E1,S1
      E1=(i+1).eq.j
      if (E1) then
            E=1.
      else
            E=0.
      end if
      S1=i.eq.j
      if (S1) then
            S=1.
      else
            S=0.
      end if
      dDi=(0.6*ph*S*10**(-9))/(1.+1.7*Ph*Pi*10**(-9))**2
      BB=  abs((X2+Xi)/2.-Xj)*abs((X0+Xi)/2.-Xj)
      HP=- (DX*7./44.)*dlog(BB)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

*      (5.1*10**(-9))*(Ph*S)
210   FP=(Hi**3)*(E-S)+(P2-Pi)*(3.*Hi**2)*HP-(DX*c)*(ni*HP+Hi*G1
*      -(ni*(Di*dPmHm-PmHm*dDi)/Di**2)-PmHm*G1/Di)
220   return
      end

*****

subroutine Pressure(X2,Xi,P2,Pi)
double precision Pi,P2,X2,Xi
logical XX2,XXi
XX2=(X2.gt.1).or.(X2.lt.-1)
  if(XX2) then
    P2=0.
  else
    P2=dsqrt(1.-(X2**2))
  end if
XXi=(Xi.gt.1).or.(Xi.lt.-1)
  if(XXi) then
    Pi=0.
  else
    Pi=dsqrt(1.-(Xi**2))
  end if
return
end

*****

subroutine film tickness(Pii,Xi,Xa,N,Ho,X2,X0,DX,Hi)
dimension Pii(400)
double precision Pj,sum,Xj,Hi,Xi,Ho,X2,X0,DX,Pii
sum=0.
Xj=Xa
do 10 j=1,N

```

Pj=Pii(j)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

sum=sum+Pj*(dlog(abs(((X2+Xi)/2.)-Xj)*abs(((X0+Xi)/2.)-Xj)))
Xj=Xj+DX
10 continue
Hi=Ho+((Xi**2)/2.)-(DX*7./44.)*sum
return
end
*****

subroutine Balance load (DX,N,Pii,BL)
double precision DX,Pii,BL,sum
dimension Pii(400)
BL=0.
sum=0.
do 10 i=2,N-1
sum=sum+Pii(i)
10 continue
BL=(DX/2.)*(Pii(1)+Pii(N)+2.*sum)
return
end
*****

subroutine gauss eliminate (n,a,b,x)
doubleprecision r,a,b,sum ,x
dimension a(400,400), b(400), x(400)
call scale(n,a,b)
do 100 ip=1,n-1
call pivot (n,a,b,ip)
do 200 ie = ip+1,n
r = a(ie,ip)/a(ip,ip)
do 300 ic=ip+1,n
a(ie,ic)= a(ie,ic) - r*a(ip,ic)
300 continue
b(ic) = b(ie) - r*b(ip)
200 continue

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

do 400 ie = ip+1,n
a(ie,ip) = 0.
400 continue
100 continue
x(n)=b(n)/a(n,n)
do 500 ie=n-1,1,-1
sum=0.
do 600 ic=ie+1,n
sum=sum+a(ie,ic)*x(ic)
600 continue
x(ie)=(b(ie)-sum)/a(ie,ie)
500 continue
return
end
*****
subroutine scale(n,a,b)
doubleprecision ba,ax,a,b
dimension a(400,400),b(400)
do 10 ie = 1,n
ba=abs(a(ie,1))
do 20 ic=2;n
ax=abs(a(ie,ic))
if (ax.gt.ba) ba=ax
20 continue
do 30 ic=1,n
a(ie,ic)=a(ie,ic)/ba
30 continue
b(ie)=b(ie)/ba
10 continue
return
end

```

\*\*\*\*\*  
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตเห็นาไปเซประเยชนดานการค้  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

subroutine pivot(n,a,b,ip)
doubleprecision ba,ax,b,a
dimension a(400,400),b(400)

jp=ip
ba=abs(a(ip,ip))
do 10 i=ip+1,n
    ax=abs(a(i,ip))
    if (ax.gt.ba) then
        ba=ax
        jp=i
    end if
10 continue
if (jp.ne.ip) then
do 20 j=ip,n
    ca=a(jp,j)
    a(jp,j)= a(ip,j)
    a(ip,j)= ca
20 continue
ca=b(jp)
b(jp)=b(ip)
b(ip)=ca
end if
return
end

*****

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



7.3 ภาคผนวก 3  
รายการสัญญาลักษณะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$E'$	ค่ายังโมดูลัส , Pa.(N/m <sup>2</sup> )
$G$	ตัวแปรไร้หน่วยของวัสดุ , $\xi E'$
$H_{r,0}$	ค่าคงที่ของฟิล์มแบบไร้หน่วยสำหรับการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า
$\bar{K}$	ค่าคงที่ , $3\pi^2 U / 4(W')^2$
$P_{r,1}$	ค่าแรงดันแบบไร้หน่วย
$p_H$	ค่าแรงดันสูงสุดของเซอร์เชียน Pa. (N/m <sup>2</sup> )
$R_x$	ค่ารัศมีที่สัมผัส ในทิศทางแกน X, m.
$U$	ค่าความเร็วของการสัมผัสแบบไร้หน่วย , $\eta_0 \bar{u} / (E'R_x)$
$\bar{u}$	ค่าความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน X , $(u_a + u_b) / 2, m/s.$
$W'$	ค่าโหนดที่กระทำแบบไร้หน่วยสำหรับการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า , $w' / E'R_x$
$w'$	ค่าโหนดที่กระทำในแนวตั้งฉากต่อหน่วยความกว้าง , N/m.
$X_R$	ค่าแนวแกน X แบบไร้หน่วยของการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า
$Z_1$	ค่าดัชนีของความหนืด - แรงดัน เป็นค่าคงที่ของตัวแปรไร้หน่วย
$\xi$	ค่าสัมประสิทธิ์ของความหนืด - แรงดัน , m <sup>2</sup> /N.
$\rho_m$	ค่าความหนาแน่น เมื่อ $dP/dX = 0, N s^2 / m^4$
$H_m$	ค่าความหนาฟิล์มแบบไร้หน่วย สำหรับการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อ $dP/dX = 0$
$\rho_0$	ค่าความหนาแน่น เมื่อ $P = 0, N s^2 / m^4$
$\eta_0$	ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ที่ $P = 0$ . และ ค่าอุณหภูมิคงที่ Pa.s (or N.s/m <sup>2</sup> )
$\Delta X$	ค่าช่วงความยาวที่แบ่งแนวแกน X , m.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.4 ภาคผนวก 4  
ผลงานตีพิมพ์ในรายงานการประชุมวิชาการประจำปีมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของวัตถุทรงกระบอกสัมผัสเป็นเส้นตรง

### Elastohydrodynamic Lubrication of Cylindrical Roller in Line Contact

มงคล มงคลวงศ์โรจน์, สมนึก ยะวงษ์

Mongkol Mongkolwongrojn, Somnuk Yawong

#### บทคัดย่อ

การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์เป็นการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง โดยจะพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงรูปแบบยืดหยุ่นของวัสดุ ในบทความนี้ได้ใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์และวิธีการของนิวตัน-ราฟสันในการแก้สมการเรย์โนลด์สประยุกต์ในการสัมผัสแบบสไลด์แห้งผิวสัมผัส พิจารณาอุณหภูมิคงที่และคิดความหนาแน่นของสารหล่อลื่นเป็นแบบไม่คงที่ ซึ่งผลจากการแก้สมการพบว่าไหลด์ที่กระทำและความเร็วของการหมุนของทรงกระบอกจะมีผลต่อการกระจายแรงดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น คือเมื่อไหลด์เพิ่มมากขึ้นจะทำให้แรงดันที่เกิดขึ้นมีค่าสูงขึ้นและลักษณะของการกระจายแรงดันจะเข้าไปใกล้วงกลมของเฮิร์ตเซียนมากและความหนาของฟิล์มก็จะบางมาก และเมื่อความเร็วเพิ่มมากขึ้นก็จะมีผลทำให้ความหนาฟิล์มเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งลักษณะของแรงดันที่เกิดขึ้นหลังจากที่ผ่านจุดศูนย์กลางของการสัมผัสมาแล้วจะเกิดยอดแหลมสูงขึ้นมาและลดลงอย่างรวดเร็ว ซึ่งค่าแรงดันจะสูงที่สุดและความหนาฟิล์มจะบางที่สุด

#### ABSTRACT

Elastohydrodynamic lubrication is defined as a thin film lubrication included the elastic deformation of material under contact stress. This paper presents the application of finite difference and Newton Raphson method to calculate the Reynolds equation for a cylindrical roller on flat surface numerically. The lubricant is a compressible fluid under at isothermal condition. Simulation results show that the film pressure of the lubricants in line contact under elastohydrodynamic lubrication is decreased with the increase of load, on the other hand, the film thickness will be increase as the velocity increase. At severe conditions, the film pressure will be increased approach the Hertzian contact pressure. At constant load and velocity the film pressure increase gradually at lubricant inlet and reach the maximum pressure to form pressure spike at minimum film thickness.

Keyword: Elastohydrodynamics line contact, Reynolds equation

M. Mongkolwongrojn [Kmmong@kmitl.ac.th](mailto:Kmmong@kmitl.ac.th)

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ โครงการสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, ReCCIT, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520

### ทฤษฎี

ในการหล่อลื่นฮิสเทอริซิสไดนามิกส์จะใช้สมการเรย์โนด์์ประยุกต์, สมการความหนาฟิล์มที่พิจารณาการเปลี่ยนรูปของวัสดุ, สมการความสัมพันธ์ของค่าความหนืดกับแรงดัน และสมการบาลานซ์ไหลในการแก้สมการสมการเรย์โนด์์ดังสมการที่ (1) เป็นสมการที่ใช้ในการอธิบายการเกิดแรงดันของของไหลในขณะที่ของไหลไหลเป็นแผ่นบางโดยที่ของไหลนี้มีพื้นที่หน้าตัดเล็กลงตามทิศทางการไหล ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะทำให้เกิดแรงดันขึ้นในของไหล ในกรณีนี้ได้ประยุกต์สมการเรย์โนด์์กับสมการหล่อลื่นแบบฮิสเทอริซิสไดนามิกส์ของวัตถุทรงกระบอกสัมผัสเป็นเส้นตรง จะได้สมการเรย์โนด์์ประยุกต์ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12 \bar{u} \left( \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} \right) \quad (1)$$

ทำการอินทิเกรตจะได้

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial x} = 12 \bar{u} \eta \left( \frac{\rho h - \rho_m h_m}{\rho h^3} \right) \quad (2)$$

ทำสมการ (2) ให้เป็นตัวแปรแบบไร้นหน่วย เมื่อ

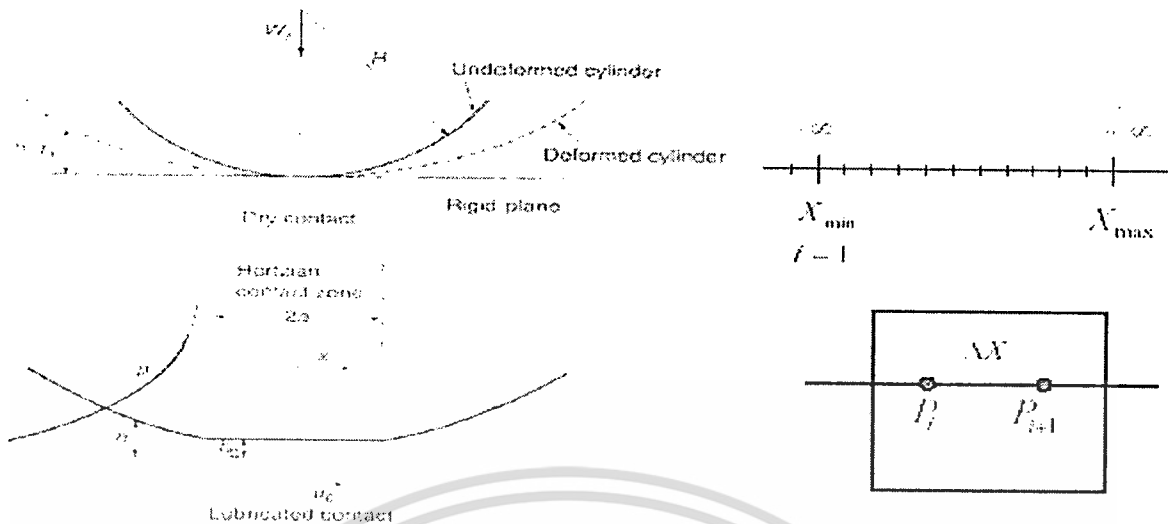
$$p = p_H P_r, \quad \rho = \rho_0 \bar{\rho}, \quad \eta = \eta_0 \bar{\eta}, \quad U = \frac{\eta_0 \bar{u}}{E'R}, \quad G = \xi E'$$

$$W = \frac{w_z}{E'R}, \quad x = R_x \left( \frac{8W'}{\pi} \right)^{1/2} X, \quad h = \frac{8R_x W'}{\pi} H_r, \quad p_H = E' \left( \frac{W'}{2\pi} \right)^{1/2}$$

จะได้สมการเรย์โนด์์ประยุกต์แบบไร้นหน่วยดังนี้

$$\therefore \left( \frac{dP_r}{dX_r} \right)_i = \bar{K} \eta_i \left( \frac{\bar{\rho}_i H_{r,i} - \bar{\rho}_m H_{r,m}}{\rho_i \bar{H}_{r,i}^3} \right), \quad \bar{K} = \frac{3U \pi^2}{4(W')^2} \quad (3)$$

การกระจายแรงดันจะพิจารณาดังนี้



รูปที่ 1 ลักษณะการสัมผัสของโรลเลอร์กับพื้นผิวราบและแสดงการแบ่งกริดบนพื้นผิวของการสัมผัส การประยุกต์วิธีเชิงตัวเลข

จากรูปที่ 1 แสดงการแบ่งกริดของการสัมผัสซึ่งจะใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite difference scheme) โดยใช้ Forward difference approximation ดังนั้นในรูปที่ 1 เราสามารถเขียนรูปแบบของความดัน ที่จุดต่อได้ดังนี้

$$\left( \frac{\partial P}{\partial X} \right)_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \quad (4)$$

ในสมการเรย์โนลด์ประยุกต์เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงตัวเลขได้โดยในเอกสารนี้จะพิจารณาเลือกใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ เพื่อแก้สมการหาค่าการกระจายแรงดันของน้ำมันที่เกิดจากการสัมผัส ได้ดังนี้ ทำการจัดรูปสมการ (4) ใหม่ ดังนี้

$$\therefore \bar{f}_i = H_{r,i}^3 (P_{i+1} - P_i) - \bar{K} \Delta \eta_i \left( H_{r,i} - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \right) = 0 \quad (5)$$

สมการความหนาฟิล์มที่รวมผลจากการเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่น ซึ่งเป็นฟังก์ชันของแรงดันดังนี้

$$H_{r,i} = H_{r,0} + \frac{X_i^2}{2} - \frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{j=1}^N P_j \ln \left( \left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_{i-1} + X_i}{2} - X_j \right| \right) \quad (6)$$

สมการความหนืดที่มีผลเปลี่ยนแปลงตามแรงดัน ดังนี้

$$\bar{\eta}_i = \exp \left[ \left[ \ln(\eta_0) + 9.67 \right] \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_{r,i} \right)^{51} \right] \right] \quad (7)$$

สมการความหนาแน่นที่มีผลเปลี่ยนแปลงตามแรงดัน ดังนี้

$$\bar{\rho}_i = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H P_{r,i}}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P_{r,i}} \quad (8)$$

สมการแสดงการบาลานซ์ไหล

$$\int_{X_{r,\min}}^{X_{r,\max}} P_i dX = \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

จากสมการนิวตัน - ราฟสัน จะเห็นว่าแต่ละโหนดที่พิจารณาจะมีรูปแบบดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left[ \frac{\partial f_i}{\partial \rho_m H_m} \right]^n \left[ \Delta(\rho_m H_m) \right]^n + \sum_{j=2}^N \left( \frac{\partial f_i}{\partial P_{r,j}} \right) (\Delta P_{r,j})^n + \left( \frac{\partial f_i}{\partial H_{r,o}} \right) (\Delta H_{r,o})^n = -f_i^0 \quad (10)$$

ค่าคงที่ในการบาลานซ์โหลดแบบไร้หน่วย จะหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_{x_{r,\min}}^{x_{r,\text{end}}} (\Delta P_r)^n dx &= \frac{\pi}{2} \int_{x_{r,\min}}^{x_{r,\text{end}}} (P_r)^0 dx_r \\ &= \frac{\pi}{2} \sum_{j=2}^N C_j (\Delta P_{r,j})^n \end{aligned} \quad (11)$$

จากสมการ (5) , (6) , (7) , (8) และ (9) ก็จะสามารถแก้สมการหาตัวแปรที่ไม่ทราบได้คือ

$$\rho_m H_{r,m} , H_{r,0} , P_{r,j}$$

นำตัวแปรต่างๆ มาแทนในสมการของเวกเตอร์และแก้สมการด้วยวิธีของนิวตัน-ราฟสัน ดังนี้

$$\begin{aligned} (\rho_m H_{r,m})^n &= (\rho_m H_{r,m})^0 + [\Delta(\rho_m H_{r,m})]^n \\ P_{r,j}^n &= P_{r,j}^0 + (\Delta P_{r,j})^n \\ H_{r,o}^n &= H_{r,o}^0 + (\Delta H_{r,o})^n \end{aligned} \quad (12)$$

จัดรูปแบบเมทริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \rho_m H_{r,m}} & \frac{\partial f_1}{\partial P_{r,2}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial P_{r,N}} & \frac{\partial f_1}{\partial H_{r,o}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \rho_m H_{r,m}} & \frac{\partial f_2}{\partial P_{r,2}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial P_{r,N}} & \frac{\partial f_2}{\partial H_{r,o}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial \rho_m H_{r,m}} & \frac{\partial f_N}{\partial P_{r,2}} & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial P_{r,2}} & \frac{\partial f_N}{\partial H_{r,o}} \\ 0 & C_1 & \dots & C_N & 0 \end{bmatrix}^0 \begin{Bmatrix} \Delta(\rho_m H_{r,m})^n \\ \Delta(P_{r,2}) \\ \vdots \\ \Delta(P_{r,N}) \\ \Delta(H_{r,o}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -f_1^0 \\ -f_2^0 \\ \vdots \\ -f_N^0 \\ \Delta W' \end{Bmatrix} \quad (13)$$

เมื่อ

$$\frac{\partial f_i}{\partial H_o} = 3H_{r,i}^2 (P_{i+1} - P_i) - \Delta X \bar{K} \eta_i \quad (14)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial (\rho_m H_{r,m})} = \frac{\Delta X \bar{K}}{\rho_i} \quad (15)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial P_j} = H_{r,i}^3 (\delta(i+1, j) - \delta(i, j)) + (P_{i+1} - P_i) (3H_{r,i}^2) \left( \frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_j} \right) - \Delta X \bar{K} A \quad (16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A = \left[ \eta_i \left( \frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_i} \right) + H_{r,i} \left( \frac{\partial \eta_i}{\partial P_i} \right) - \eta_i \left[ \frac{\rho_i \Delta \rho_m H_m - \rho_m H_m \frac{\partial \rho_i}{\partial P_i}}{\rho_i^2} \right] - \frac{\rho_m H_m}{\rho_i} \frac{\partial \eta_i}{\partial P_i} \right]$$

โดยที่  $\frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_j}$ ,  $\frac{\partial \eta_i}{\partial P_j}$ ,  $\frac{\partial \rho_i}{\partial P_j}$  จะหาได้ดังนี้

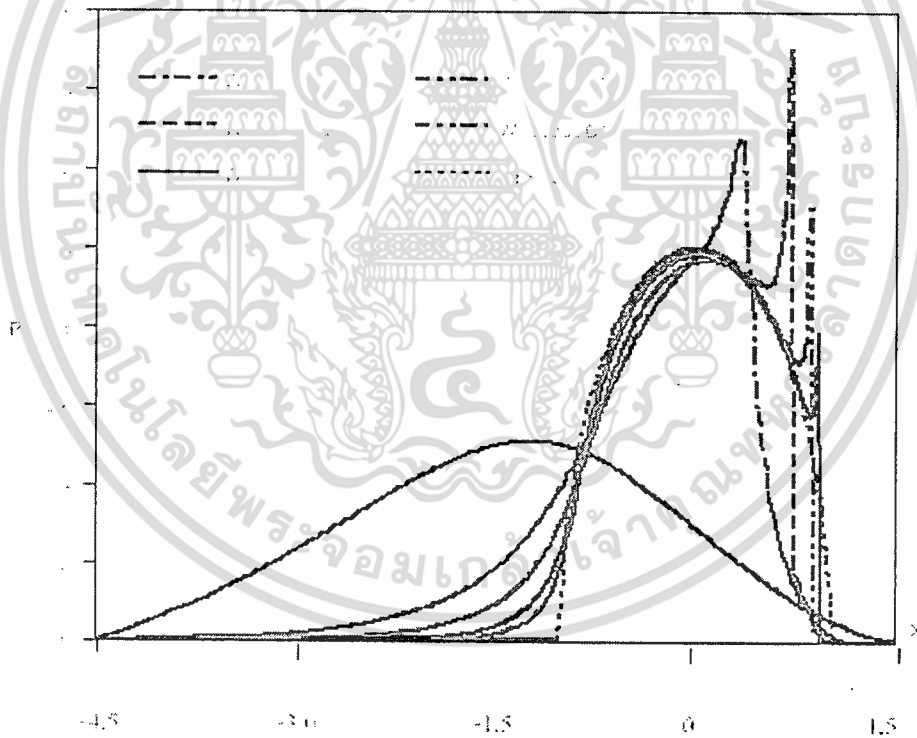
$$\frac{\partial H_{r,i}}{\partial P_j} = -\frac{\Delta X}{2\pi} \ln \left\{ \left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_{i-1} + X_i}{2} - X_j \right| \right\} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial P_j} = \exp \left\{ [\ln \eta_0 + 9.67] \left[ -1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_{r,j})^2 \right] \right\} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial P_j} = \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H \delta(i,j)}{(1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P_{r,j})^2} \quad (19)$$

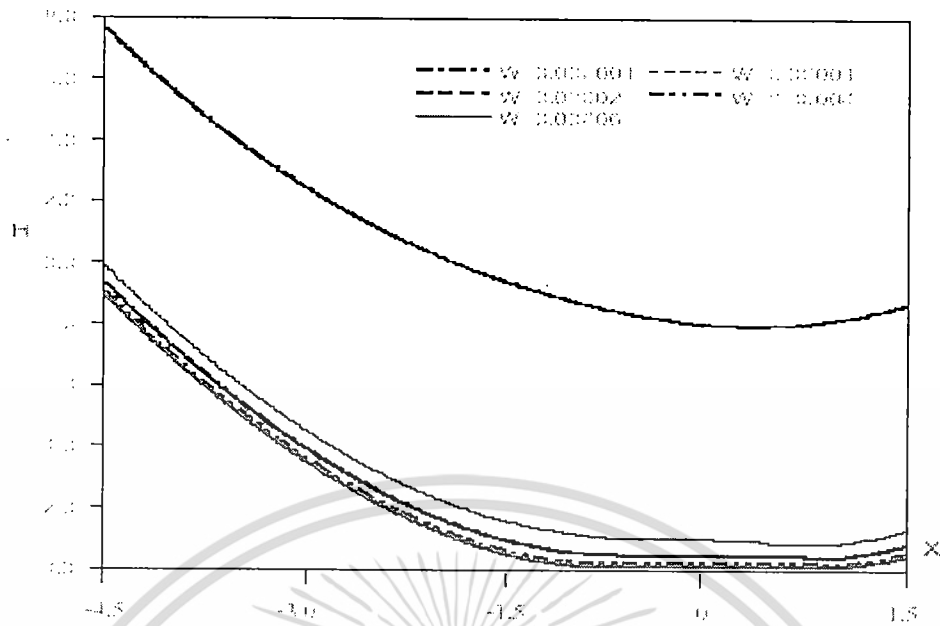
สมการแสดงการสมมติแรงดันเริ่มต้นในการคำนวณ จะให้มีการกระจายแรงดันแบบเฮิร์ท ดังนี้

$$P_{r,i} = \sqrt{1 - X^2} \quad (20)$$

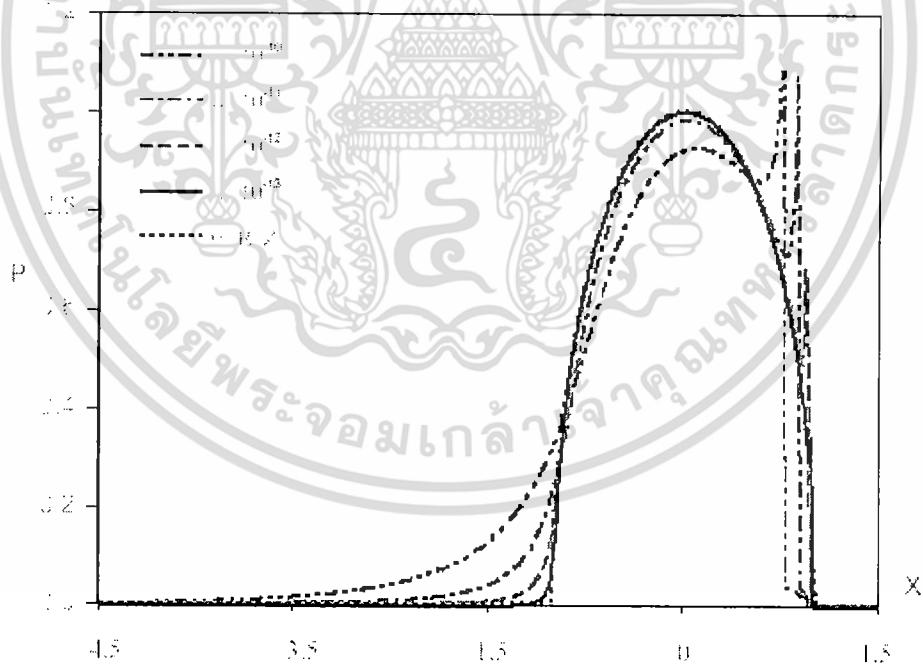


รูปที่ 2 แสดงลักษณะการกระจายความดัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

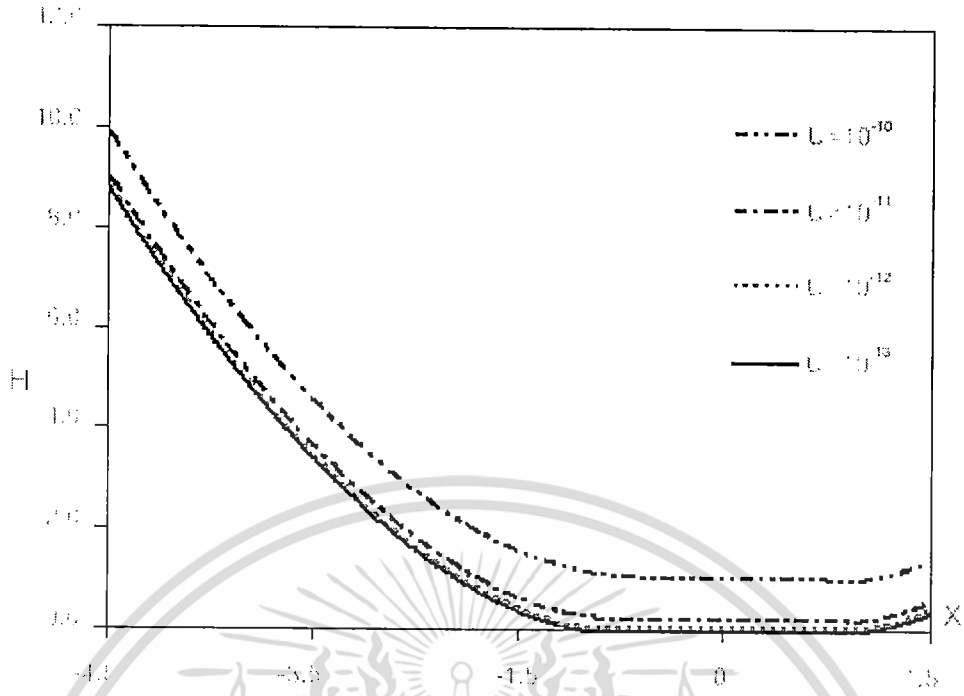


รูปที่ 3 แสดงลักษณะการกระจายความหนาฟิล์ม

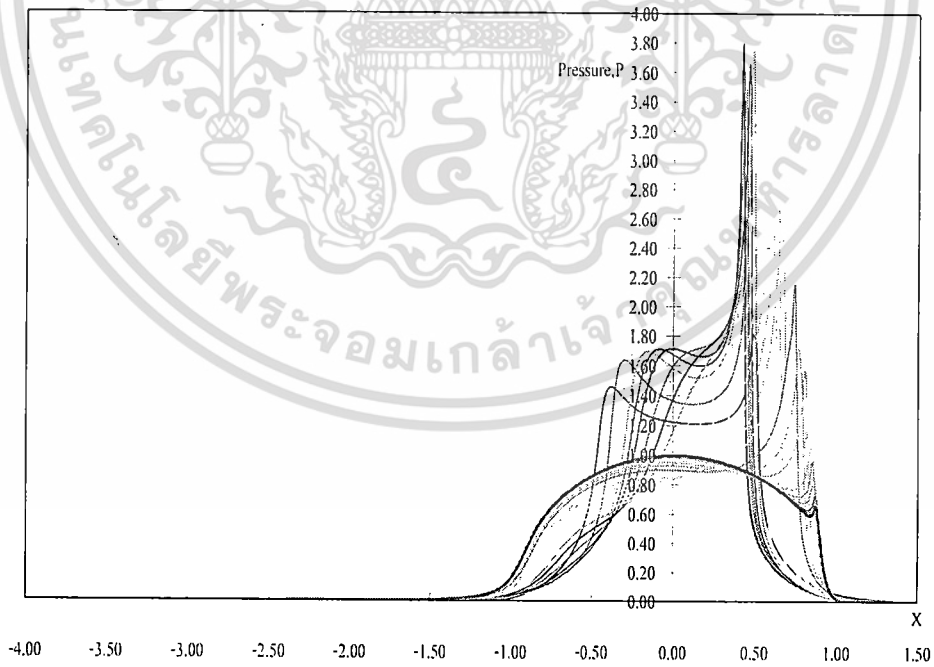


รูปที่ 4 แสดงลักษณะการกระจายความดัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

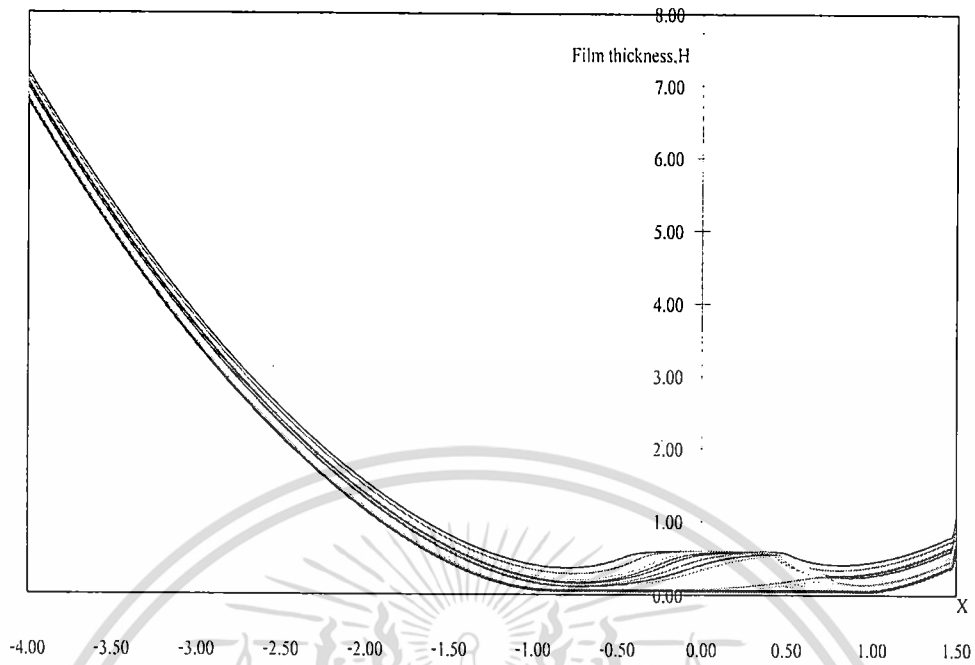


รูปที่ 5 แสดงลักษณะการกระจายความหนาฟิล์ม

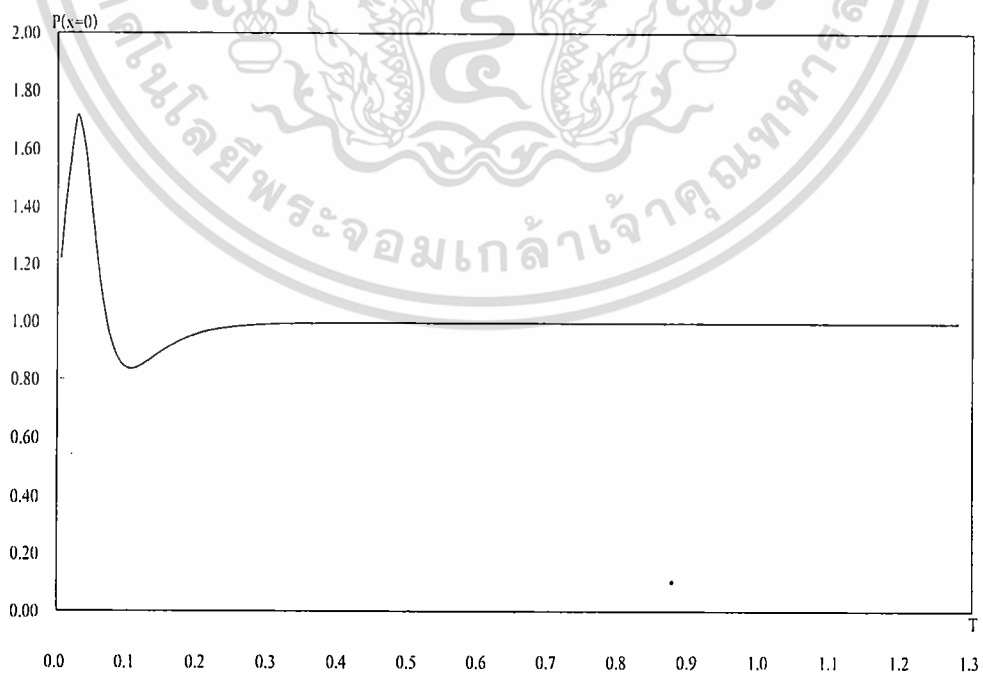


รูปที่ 6 แสดงลักษณะการกระจายความดันที่เวลาต่างๆกัน

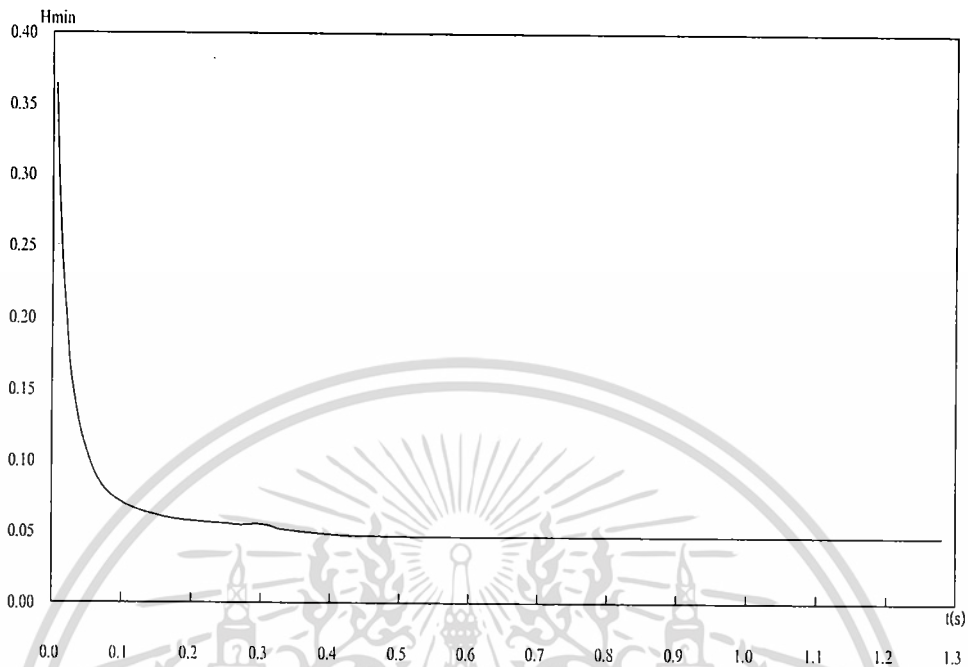
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7 แสดงลักษณะการกระจายความหนาฟิล์มที่เวลาต่างๆกัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับรูปที่ 8 แสดงความดันที่ตำแหน่ง  $X=0$  ที่เวลาต่างๆกันนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9 แสดงความหนาฟิล์มน้อยสุดที่เวลาต่างๆกัน

วิเคราะห์ผลจากการจำลอง (Analysis of simulation result)

กำหนดข้อมูลเริ่มต้น

ค่าความเร็วเปลี่ยนแปลงและค่าไหลคงที่ (ศึกษาผลจากความเร็ว)

$$U = 10^{-10}, 10^{-11}, 10^{-12}, 10^{-13}$$

$$W = 4 \times 10^{-5}$$

ค่าไหลเปลี่ยนแปลงและค่าความเร็วคงที่ (ศึกษาผลจากไหล)

$$W = 10^{-6}, 10^{-6}, 2 \times 10^{-5}, 4 \times 10^{-5}, 6 \times 10^{-5}$$

$$U = 1 \times 10^{-11}$$

ค่าวัสดุของโลหะผสม  $E = 2 \times 10^{11}$  Pa.

ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ของ C-ether  $\eta_0 = 0.029$

ค่าดัชนีแรงดัน - ความหนืด ของ C-ether  $z_1 = 0.57$

ค่าความผิดพลาด =  $10^{-6}$

ขอบเขตการคำนวณ  $x_0 = -4.5$ ,  $x_1 = 1.5$  จำนวนโนดที่ใช้  $N = 320$   $\therefore \Delta x = 0.01875$

จากการแก้สมการเรย์โนลด์ประยุกต์ที่จำลองการสัมผัสของวัตถุทรงกระบอกสัมผัสเป็นเส้นตรง โดยมีการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ จากผลที่ได้ในกราฟรูปที่ 4 แรงดันที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เมื่อเข้าใกล้จุดศูนย์กลางของการสัมผัสและจะลดลงเมื่อผ่านจุดศูนย์กลางของการสัมผัส แต่ก็จะมีบางบริเวณใกล้ทางออกจะเกิดแรงดันสูงอีกครั้งและลดลงอย่างรวดเร็ว (Pressure Spike) ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนรูปของทรงกระบอกและจากเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเปลี่ยนความเร็วจะเห็นว่าเมื่อขนาดของความเร็วลดลงจะทำให้แรงดันมีค่าสูงขึ้นขณะเดียวกัน ขนาดของความหนาฟิล์มก็จะลดลง และยอดแหลมของแรงดันที่เกิดขึ้นตอนทางออกก็ลดลงเช่นกัน และเมื่อทำการลดขนาดความเร็วลงเรื่อยๆ จะทำให้ความหนาของฟิล์มบางมากและลักษณะการกระจายของแรงดันก็จะคล้ายกับลักษณะการสัมผัสแบบเฮิร์ท ดังรูปที่ 4 และจากรูปที่ 2 และ 3 จะเห็นว่าที่ไหลน้อยๆ จะมีการกระจายแรงดันที่ไม่สูงนักและไม่เกิดแรงดันขึ้นที่ทางออกขณะเดียวกันความหนาของฟิล์มก็จะหนาคล้ายกับการหล่อแบบไฮโดรไดนามิกส์ เนื่องจากว่าไม่มีการเสียรูปของทรงกระบอกและเมื่อทำการเปลี่ยนค่าไหลที่กระทำต่อทรงกระบอกให้สูงขึ้นก็จะมีผลทำให้ลักษณะของการกระจายแรงดันมีค่าสูงขึ้นและความหนาของฟิล์มก็จะบางมาก ที่ค่าไหล  $w = 6 \times 10^{-5}$  ลักษณะการกระจายของแรงดันที่ได้จะคล้ายกับของการสัมผัสแบบเฮิร์ท

การกระจายแรงดันและการกระจายของความหนาฟิล์มในสภาวะชั่วขณะที่มีการหล่อแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ดังแสดงในรูปที่ 6 และ รูปที่ 7 ในช่วงเวลาเริ่มต้นของสภาวะชั่วขณะ การกระจายแรงดันของฟิล์มของไหลมีค่าสูงมากคือประมาณ 3.6 เท่าของแรงดันเฮิร์ท เนื่องจากพื้นที่แตะสัมผัสมีค่าต่ำ เมื่อเวลาผ่านไปจะพบว่าพื้นที่แตะสัมผัสมีค่าสูงขึ้น จนกระทั่งมีพื้นที่แตะสัมผัสสูงสุดที่สภาวะคงตัว ดังนั้นการกระจายแรงดันจะค่อยๆปรับตัวลดลงจนกระทั่งแรงดันสูงสุดใกล้เคียงกับแรงดันเฮิร์ท ดังแสดงในรูปที่ 6 ในทำนองเดียวกันการกระจายของความหนาฟิล์มน้ำมันจะลดลงเนื่องจากผลของแรงดันต่อความหนาแน่นและความหนืดของของไหล จนกระทั่งความหนาฟิล์มมีค่าต่ำสุดที่สภาวะคงตัว

รูปที่ 8 และ รูปที่ 9 แสดงค่าแรงดันที่ตำแหน่ง  $x=0$  และความหนาฟิล์มต่ำสุดที่เวลาใดๆ ตั้งแต่เวลาเริ่มต้นที่  $t=0$  จนกระทั่งถึงสภาวะคงตัวที่เวลาประมาณ 0.5 วินาที แรงดันที่  $x=0$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นค่าแรงดันสูงสุดประมาณเท่ากับ 1.7 เท่าของแรงดันเฮิร์ทที่เวลาประมาณ 0.05 วินาทีแล้วแรงดันจะลดลงต่ำกว่าเท่ากับ 0.8 เท่าของแรงดันเฮิร์ทที่เวลาประมาณ 0.1 วินาที แล้วแรงดันนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นจนมีค่าประมาณเท่ากับแรงดันเฮิร์ทที่สภาวะคงตัว แรงดันของฟิล์มน้ำมันจะลดลงได้ เพิ่มพื้นที่แตะสัมผัสเพิ่มขึ้นและแรงดันจะกลับเพิ่มขึ้นอีกเนื่องจากค่าความหนืดของสารหล่อลื่นมีค่าสูงขึ้นที่สภาวะแรงดันเพิ่มขึ้น ส่วนค่าความหนาฟิล์มต่ำสุดจะมีค่าลดลงจนกระทั่งมีค่าต่ำที่สุดที่สภาวะคงตัว

#### บทสรุป (Conclusion)

6. ค่าไหลจะมีผลต่อขนาดของแรงดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น เมื่อค่าไหลมีค่าสูงๆ ก็จะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่นมากขึ้น และลักษณะการกระจายของแรงดันจะคล้ายกับของการสัมผัสแบบเฮิร์ท
7. ค่าความเร็วในการหมุนของทรงกระบอกก็จะมีผลต่อขนาดของแรงดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น เมื่อค่าความเร็วลดลงก็จะทำให้ความหนาฟิล์มบางลงและความดันเพิ่มขึ้นและลักษณะการกระจายของแรงดันจะคล้ายกับของการสัมผัสแบบเฮิร์ท
8. ในการคำนวณทางเชิงตัวเลขจะรู้ค่าคำตอบซ้ำหากขนาดของไหลที่กระทำสูงและค่าความเร็วต่ำ
9. ที่สภาวะชั่วขณะแรงดันของฟิล์มของไหลจะมีค่าสูงมากและลดลงจนกระทั่งมีค่าแรงดันที่สภาวะคงตัว
10. ความหนาของฟิล์มของไหลจะมีค่าลดลงตามเวลาที่สภาวะชั่วขณะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สัญลักษณ์

$E'$	ค่า Young's Modulus, Pa.(N/m <sup>2</sup> )
$G$	ตัวแปรไร้มิติของวัสดุ, $\xi E'$
$H_u$	ค่าคงที่ของแบบไร้มิติสำหรับการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า
$\bar{K}$	ค่าคงที่, $3\pi^2 b/4(w')$
$P_s$	ค่าแรงดันแบบไร้มิติ
$P_m$	ค่าแรงดันสูงสุดของเฮอริเซียน Pa.(N/m <sup>2</sup> )
$R_m$	ค่ารัศมีที่สัมผัส ในทิศทางแกน X, m.
$U$	ค่าความเร็วของการสัมผัสแบบไร้มิติ, $\eta_0 \bar{u}/(E'R_x)$
$\bar{u}$	ค่าความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน X, $(u_s + u_b)/2$ , m/s.
$w'$	ค่าโหนดที่กระทำแบบไร้มิติสำหรับการสัมผัสแบบเส้น, $w_s/E'R_x$
$w_s$	ค่าโหนดที่กระทำในแนวตั้งฉากต่อหน่วยความกว้าง, N/m.
$X_s$	ค่าแนวแกน X แบบไร้มิติของการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า
$z_s$	ค่าดัชนีของความหนืด - แรงดัน เป็นค่าคงที่ของตัวแปรไร้มิติ
$\xi$	ค่าสัมประสิทธิ์ของความหนืด - แรงดัน, m <sup>2</sup> /N
$\rho_m$	ค่าความหนาแน่น เมื่อ $dP/dX = 0$ , N.s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>
$H_m$	ค่าความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ สำหรับการสัมผัสแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า เมื่อ $dP/dX = 0$
$\rho_0$	ค่าความหนาแน่น เมื่อ $P = 0$ , N.s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่นแบบไร้มิติ $\rho/\rho_0$
$\eta_0$	ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ที่ $P = 0$ และ ค่าอุณหภูมิคงที่ Pa.s (or N.s/m <sup>2</sup> )
$\Delta x$	ค่าช่วงความยาวที่แบ่งแนวแกน X

## เอกสารอ้างอิง (Reference)

- [1] H. Okamura, "A Contribution to the Numerical Analysis of Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication", Tribology of Reciprocating Engines. D.Dowson et al. (eds) Butterworths, Guilford, England, pp 313-320, 1982
- [2] Dawson, D., and Higison, G.R., Elastohydrodynamic Lubrication, "The Fundament of Roller and Gear Lubrication". Pergamon Oxfor, 1996
- [3] Bernard J. Hamrock and Jacobson, B.O. "Elastohydrodynamic Lubrication of Line Contacts". ASLE Trans., vol. 24, no.4, pp.275-287.1984
- [4] Mongkolwongrojn, M. ,Thammakasal, K, 2005, "Theoretical Investigation of Transient Elastohydrodynamic Lubrication with Newtonian Solid-Liquid Lubricants", J. of Lubrication Science, Vol. 17, 2005.pp.347-357
- [5] Osborn, F.K. and Sadeqdu, F, 1922 " Time Dependent line EHD Lubrication Using the Multigrid / Multi

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

level Technique" ASME J. of Tribology Vol.114,pp.68-74

[6] Dowson, D.,Higginson, G.R., 1959, "Numerical Solution to Elastohydrodynamic Problem", Journal of Mech.

Eng.Sci Vol.1

[7] Hamrock, B.J., 1994, "Fundamental of Fluid Film Lubrication", Mc. Graw Hill, Inc



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้