



รายงานฉบับสมบูรณ์

Final Report

การเหวี่ยงขึ้นและการรักษาสมดุลของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม

โดยตัวควบคุมไฮบริด

Hybrid Controller for Swing up and Stabilizing  
Inverted Pendulum Systems

รศ.ดร. จงกมล งามวิวิทย์

ผศ.ดร. นนทวัฒน์ จุลเดชะ

ผศ.ดร. ถาวร เบญจนาสุทธิ์

ผศ. สุมิตร พนาอุดมทรัพย์

นาย ดอน อิศรากร

นาย ลองเมือง นันทขว้าง

นาย สมรรถชัย ปัญญา



ReCCIT  
TS  
217.7  
๓528

ห้องปฏิบัติการวิจัย ระบบควบคุม และแมคคาทรอนิกส์

สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

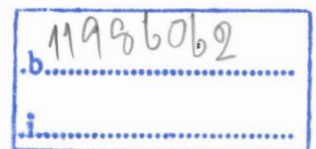
กันยายน พ.ศ. 2550

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน... 83860  
วันเดือนปี... 19 ก.ย. 2551

Control and Mechatronics Laboratory

Research Center for Communications and Information Technology

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang



September 2007

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณความกรุณาจาก รศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง ที่ให้ความช่วยเหลือและคำปรึกษาแนะนำต่างๆ ไม่ว่าจะเป็น เรื่องของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ วิธีการแก้ปัญหาเมื่อพบเจอกับปัญหาต่างๆ ที่เข้ามาในตลอดระยะเวลาที่ทำ โครงการวิจัยนี้กับท่าน รวมถึงยังให้ความดูแลเอาใจใส่สอบถามถึงความก้าวหน้าของงานวิจัยอย่างสม่ำเสมอ ทำให้ผู้เขียนรู้ถึงการดำเนินชีวิตอย่างนักศึกษา นักวิจัย และการเป็นคน ที่เรียน ศึกษาวิจัย และดำเนินชีวิตใน สังคมได้อย่างมีระเบียบแบบแผนใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ถาวร เบญจนาวิสุทธิ ที่คอยให้คำปรึกษาแนะนำวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ในงานวิจัยทั้งทางทฤษฎี และทางปฏิบัติแก่ผู้เขียนเสมอมา ทำให้ผู้เขียนเข้าใจถึงที่มาของปัญหา และสามารถ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องวิธี

ขอขอบคุณ อาจารย์ ดอน อิศรากร และ อาจารย์ สองเมือง นันทขว้าง ผู้ที่เป็นทั้งอาจารย์ที่คอยให้ คำปรึกษาในทุกๆ ด้าน และเป็นพี่ที่คอยดูแลน้องเอาใจใส่ให้กำลังใจผู้เขียนด้วยดีเสมอมา

ขอขอบคุณ ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานวิจัย ตลอดจนอำนวยความสะดวก ให้แก่ผู้เขียนจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอขอบคุณ. สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) และ Japan International Cooperation Agency (JICA) ที่ได้ให้การสนับสนุนอุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานวิจัยในครั้งนี้

โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนจาก สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (Research Center for Communications and Information Technology : ReCCIT) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2550 วงเงินงบประมาณ 101,374 บาท

และท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่รักและเคารพ ที่สนับสนุนให้โอกาสผู้เขียนได้ เสาะเรียนจนถึงวันนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ในห้องวิจัยทุกคนที่ให้คำปรึกษาแนะนำ และเป็น กำลังใจให้ด้วยดีเสมอมาจนสามารถนำสิ่งต่างๆ ที่ได้รับมานั้นจัดทำเป็น โครงการวิจัยนี้ขึ้นมาจนเสร็จสิ้น สมบูรณ์

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากโครงการวิจัยนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รัก และเคารพยิ่ง ครูอาจารย์ที่เคารพ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สมรรถชัย ปัญญา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทสรุปย่อ

โครงการวิจัยนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดี และตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนราง ตัวควบคุมทั้งสองนี้จะทำงานร่วมกันเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนราง โดยให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น ในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมพีดีควบคุมตำแหน่งของรถรางให้เคลื่อนที่ไปหน้าและหลังตามตำแหน่งที่กำหนดไว้ จนกระทั่งสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบน และหลังจากนั้นจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค เพื่อรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ในการออกแบบตัวควบคุมผสมดังกล่าวจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก และส่วนที่สองคือการออกแบบตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค ซึ่งหาค่าอัตราขยายป้อนกลับเชิงเส้นของตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคด้วยวิธีการวางโพล และเนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมนั้น จำเป็นจะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรางก่อน ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงได้ใช้วิธีการของลากรางจ์ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนราง โดยจะพิจารณาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์รวมของระบบ แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หาได้จากวิธีการของลากรางจ์นั้นเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น จึงได้ประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบนี้ให้เป็นเชิงเส้นก่อน แล้วจึงนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

การจำลองและการทดลองความสามารถในการควบคุมของตัวควบคุมผสมที่ได้ออกแบบไว้นั้นจะแบ่งออกเป็นสามส่วนดังนี้ ส่วนแรกเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ถัดมาส่วนที่สองจะเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคในการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และส่วนสุดท้ายเป็นการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองชนิดในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น พร้อมทั้งรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรางในสภาวะที่มี และไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงการทดสอบความคงทนของตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง ด้วยการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทคัดย่อ

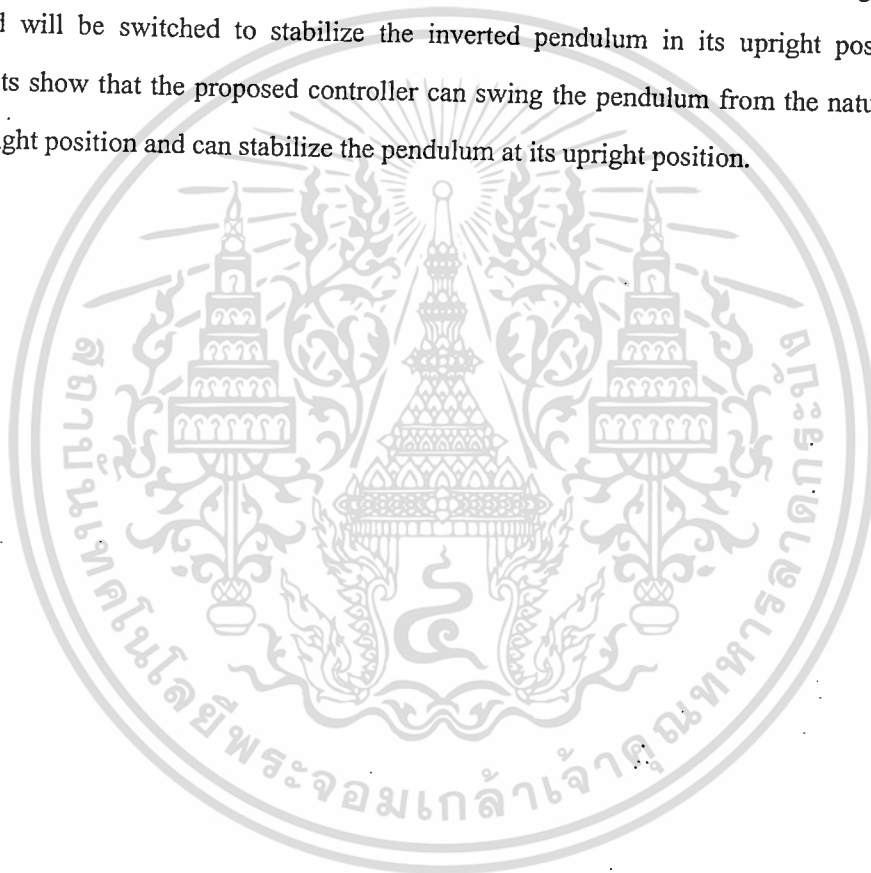
โครงการวิจัยนี้ นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดีและตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ซึ่งประกอบด้วยตัวควบคุมพีดีใช้สำหรับควบคุมตำแหน่งรถรางในการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม จากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังจุดสมดุลบน และตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคใช้สำหรับรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ตัวควบคุมพีดีที่ถูกออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก จะควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางให้ไปและกลับจนกระทั่งเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นไปอยู่ ณ บริเวณจุดสมดุลบน หลังจากนั้นตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคที่ถูกออกแบบโดยวิธีการวางโพล จะถูกเปลี่ยนมาให้ควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนโดยใช้เงื่อนไขการสวิทช์ซึ่ง จากผลการทดลองเมื่อนำตัวควบคุมที่นำเสนอนี้ไปประยุกต์ใช้งานจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง พบว่า ตัวควบคุมที่ได้นำเสนอนี้ สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากสจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบนได้และยังสามารถรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนได้ตามประสงค์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ABSTRACT

A design of hybrid controller consisting of PD controller and sliding mode controller for inverted pendulum system is proposed in this thesis. The PD controller is used to control the cart position for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The sliding mode controller is utilized for stabilizing the inverted pendulum in the upright position. The PD controller tuned by the root-locus method is used to control the cart position by moving the cart back and forth until the pendulum swings up around the upright position. Then the sliding mode controller designed by pole placement method will be switched to stabilize the inverted pendulum in its upright position. The experimental results show that the proposed controller can swing the pendulum from the natural pendent position to the upright position and can stabilize the pendulum at its upright position.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ.....	I
บทสรุปย่อ.....	II
บทคัดย่อภาษาไทย.....	III
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	IV
สารบัญ.....	V
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
คำย่อและสัญลักษณ์.....	XI
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.4 รายละเอียดของ โครงการงานวิจัย.....	2
บทที่ 2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	4
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	4
2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	5
2.1.2 ตัวควบคุม.....	5
2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	6
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	6
2.3 การประมาณเชิงเส้น.....	9
2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง.....	10
2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน.....	12
บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม.....	15
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมพีดี.....	15
3.2 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมสไลด์ดิ้งโหมด.....	16
3.3 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล.....	20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

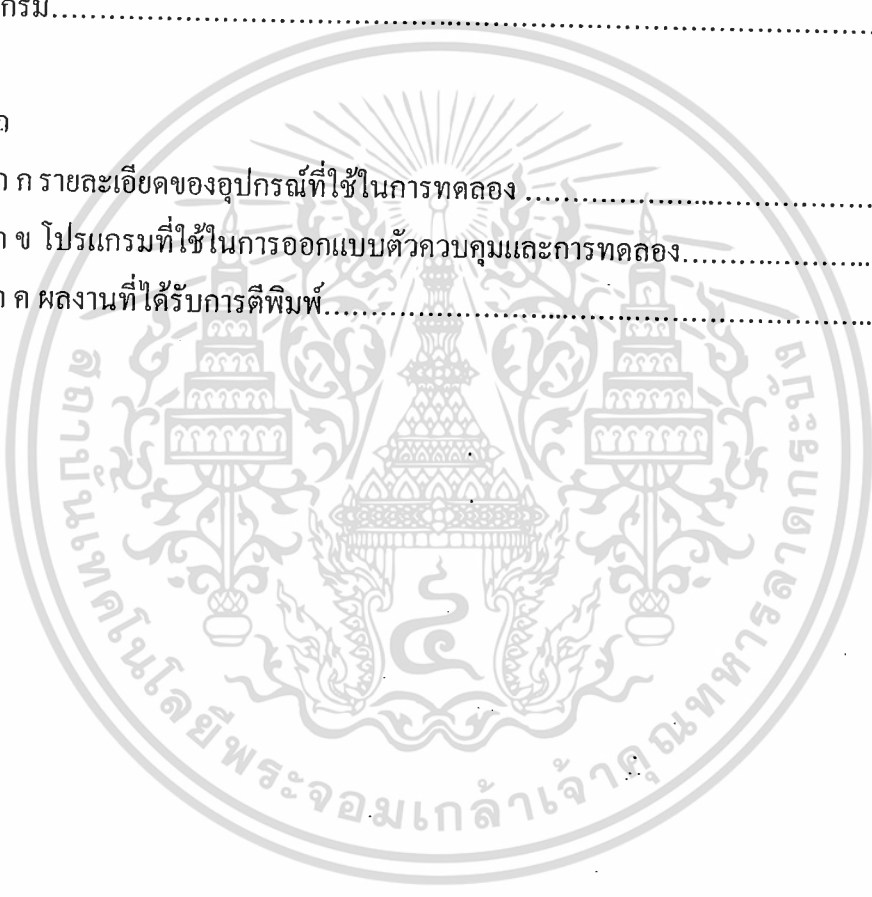
## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....	22
4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม .....	22
4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ .....	26
4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม.....	28
บทที่ 5 การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง.....	29
5.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว.....	29
5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของเพนดูลัมบนรถราง.....	31
5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม บนรถราง.....	32
5.3.1 การจำลองการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	32
5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	34
5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง .....	35
5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว .....	37
5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง .....	39
5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถราง .....	40
5.6.1 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	41
5.6.2 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	43
5.6.3 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง .....	45

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	47
6.1 บทสรุป .....	47
6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย .....	48
6.3 ข้อเสนอแนะ และแนวทางการพัฒนา .....	48
บรรณานุกรม.....	49
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง .....	50
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง.....	57
ภาคผนวก ค ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....	82



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
ตารางที่ 2.1 แสดงค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ .....	14
ตารางที่ 4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม .....	28



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

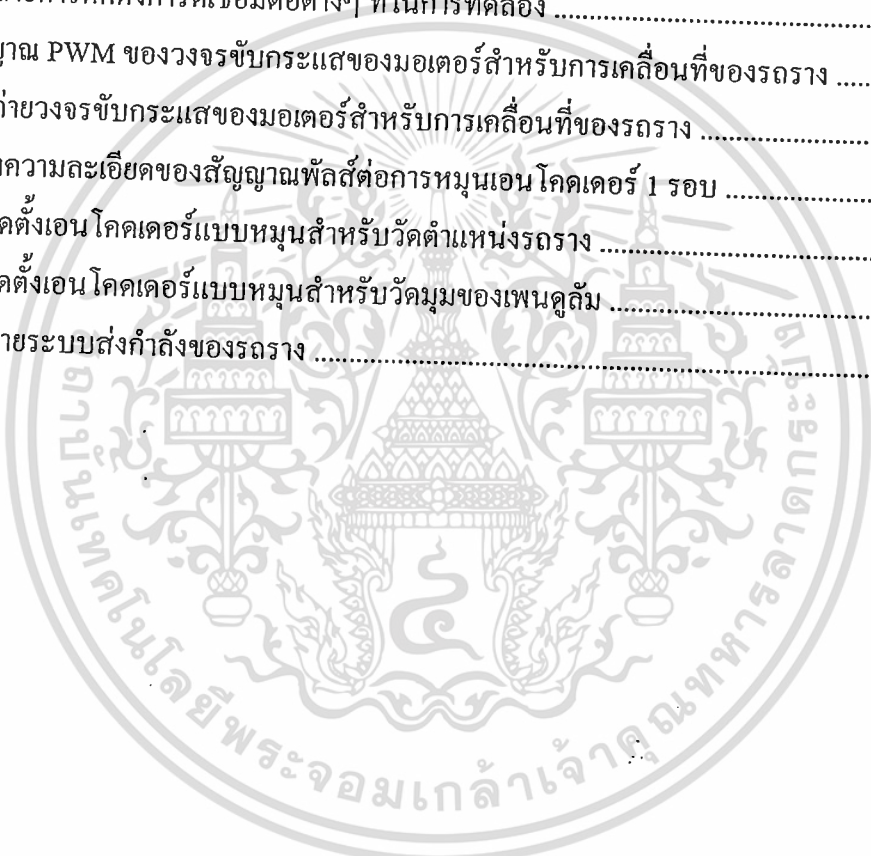
## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตราง .....	4
2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตราง .....	5
2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตราง .....	6
2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตราง .....	7
2.5 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัม .....	14
3.1 โครงสร้างของระบบควบคุมพีดี.....	16
3.2 แสดงสถานะเริ่มต้นที่ตัวแปรสถานะถูกพาให้เข้าสู่พื้นผิวสวิตชิง ด้วยสัญญาณควบคุมที่สวิตด้วยความเร็วต่ำ .....	17
3.3 โครงสร้างระบบควบคุมสไลด์ดิ้งโหมด .....	17
4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่นำเสนอ .....	22
4.2 เส้นทางการของระบบเดิม .....	24
5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว .....	30
5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว .....	31
5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรตรางเมื่อไม่มีการรบกวน .....	33
5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมเมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณพลัสขนาด 10% เข้าที่เวลา 17 วินาที .....	35
5.5 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร .....	36
5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตรางในห้องปฏิบัติการ .....	37
5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว .....	38
5.8 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตราง .....	40
5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนจากภายนอก .....	42
5.10 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบพลัสขนาด 6 % เข้าที่เวลา 17 วินาที .....	44

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร .....	46
ก.1 ภาพถ่ายการนับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E .....	51
ก.2 ภาพถ่ายการแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก .....	52
ก.3 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อต่างๆ ที่ในการทดลอง .....	52
ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง .....	53
ก.5 ภาพถ่ายวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง .....	53
ก.6 แสดงความละเอียดของสัญญาณพัลส์ต่อการหมุนเอน โคคเตอร์ 1 รอบ .....	54
ก.7 การติดตั้งเอน โคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถราง .....	55
ก.8 การติดตั้งเอน โคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนดูลัม .....	55
ก.9 ภาพถ่ายระบบส่งกำลังของรถราง .....	56



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## คำย่อและสัญลักษณ์

<b>A</b>	หมายถึง	เมทริกซ์ระบบ
<b>B</b>	หมายถึง	เมทริกซ์อินพุต
<b>C</b>	หมายถึง	เมทริกซ์เอาต์พุต
$e(t)$	หมายถึง	ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก
$f$	หมายถึง	ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน
$f(x,t)$	หมายถึง	สัญญาณรบกวนที่ไม่ทราบค่าแต่มีขอบเขต
$F$	หมายถึง	แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่
$g$	หมายถึง	ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก
$G_c(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม
$G_p(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ
<b>I</b>	หมายถึง	เมทริกซ์เอกลักษณ์
$K_d$	หมายถึง	อัตราขยายของตัวควบคุมแบบดี
$K_p$	หมายถึง	อัตราขยายของตัวควบคุมแบบพี
<b>K</b>	หมายถึง	เมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ
$l$	หมายถึง	ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม
$L$	หมายถึง	ตัวดำเนินการลากรางจ์
$m$	หมายถึง	มวลของเพนดูลัม
$M$	หมายถึง	มวลของรถราง
$M_p$	หมายถึง	ค่าพุ่งเกินสูงสุด
$M(x,t)$	หมายถึง	ขนาดของสัญญาณควบคุม $u(t)$
<b>M</b>	หมายถึง	เมทริกซ์ความควบคุมได้
$q$	หมายถึง	พิกัดทั่วไปของระบบ
$r(t)$	หมายถึง	สัญญาณอ้างอิง
$s(x,t)$	หมายถึง	พื้นผิวสไลด์คิง
$t_s$	หมายถึง	ช่วงเวลาเข้าที่
$T_d$	หมายถึง	ค่าเวลาเดริเวทีฟ
$T$	หมายถึง	พลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ
<b>T</b>	หมายถึง	เมทริกซ์การแปลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## คำย่อและสัญลักษณ์

$u(t)$	หมายถึง	สัญญาณควบคุม
$u_o(t)$	หมายถึง	สัญญาณควบคุมเชิงเส้นของตัวควบคุมสไลด์คิงโหมด
$u_i$	หมายถึง	แรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไป
$u_{pd}(t)$	หมายถึง	เอาต์พุตของตัวควบคุมพีดี
$V$	หมายถึง	พลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ
$x_1$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะมุมของเพนดูลัม
$x_2$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม
$x_3$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะตำแหน่งของรถราง
$x_4$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะความเร็วของรถราง
$\mathbf{x}(t)$	หมายถึง	เวกเตอร์สถานะของระบบ
$y(t)$	หมายถึง	สัญญาณเอาต์พุต
$\theta$	หมายถึง	มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง
$\omega_d$	หมายถึง	ส่วนจินตภาพของโพลระบบวงปิด
$\sigma$	หมายถึง	ส่วนจริงของโพลระบบวงปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและสำคัญปัญหา

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาศึกษาค้นคว้าในวิศวกรรมระบบควบคุม สาเหตุที่นิยมศึกษาระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมก็เพราะว่า เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ข้อสำคัญในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีอยู่ด้วยกัน 2 ข้อคือ ข้อแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และข้อที่สองคือ การรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน อุปกรณ์ที่จะควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นไปตามทั้ง 2 ข้อนั้น คือ ตัวควบคุม ดังนั้น จึงมีผู้ศึกษาและออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมเพื่อนำมาใช้ควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้เป็นไปตามความต้องการจากที่ผ่านมามีตัวควบคุมที่ใช้แนวคิดที่แตกต่างกัน เช่น ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) ตัวควบคุมแบบอาศัยหลักการพลังงาน (Controller by energy-based method) และตัวควบคุมแบบโครงข่ายประสาท (Qubit neural network) ซึ่งแนวคิดต่างๆ ที่กล่าวมานี้ สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมได้ตามต้องการแต่ยังมีความซับซ้อนในการนำมาใช้งาน

โครงการนี้จะนำเสนอหลักการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมสไลด์ดิงโหมดสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยตัวควบคุมที่นำเสนอแบ่งออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นตัวควบคุมสำหรับควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังจุดสมดุลบน โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี (PD controller) ซึ่งถูกออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางราก (Root locus method) ตัวควบคุมนี้จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ไปและกลับของตัวรถรางเป็นลำดับตามเงื่อนไขการเคลื่อนที่ที่ได้กำหนดไว้และตามความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม โดยที่รถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อตัวรถรางอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมเท่ากับศูนย์ การเคลื่อนที่ของรถรางไปและกลับเป็นลำดับตามเงื่อนไขดังกล่าวนี้ จะสร้างแรงเหวี่ยงจนเพนดูลัมขึ้นมาอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ และส่วนที่สองคือ ตัวควบคุมที่ควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมสไลด์ดิงโหมด (Sliding mode) ซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพล (Pole placement method)

ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันดังนี้ ในลำดับแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังจุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี และหลังจากนั้นจะเป็นการควบคุมเสถียรภาพของเพนดูลัมหลังจากถูกเหวี่ยงให้ไปยังจุดสมดุลบนแล้วให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น โดยใช้ตัวควบคุมแบบสไลด์ดิงโหมด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ศึกษาและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดางที่มีในห้องปฏิบัติการ เพื่อใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่จะออกแบบให้สามารถเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดาง
2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมสำหรับเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลต่ำไปยังจุดสมดุลบน และรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น
3. ออกแบบตัวควบคุมตัวควบคุม และนำไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้ได้ตามวัตถุประสงค์

## 1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. ศึกษาและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดางที่มีในห้องปฏิบัติการ เพื่อใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ทำการออกแบบ
2. ศึกษาโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) โดยใช้สมการของลากรางจ์ (Lagrange's equation) เพื่อนำไปใช้ออกแบบตัวควบคุม
3. จำลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมโดยใช้โปรแกรมแมตแล็บ (Matlab) และนำตัวควบคุมที่ออกแบบมาทดลองจริงกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดาง

## 1.4 รายละเอียดของโครงการวิจัย

ในโครงการนี้จะแบ่งออกเป็น 6 บท โดยมีรายละเอียดของแต่ละบทดังนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความสำคัญของหัวข้อวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ในการศึกษาและวิจัย ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย พร้อมทั้งรายละเอียดของโครงการในแต่ละบท

บทที่ 2 เป็นการกล่าวถึงรายละเอียด โครงสร้างและการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดาง

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมพีดี และตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดาง โดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานในบทที่ 3

บทที่ 5 กล่าวถึงการจำลองและการทดลองการใช้ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 มา ควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดาง โดยอันดับแรกจะจำลองการทำงาน of ตัวควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บ จากนั้นจึงนำตัวควบคุมไปทดลองกับชุดทดลองจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนเวลาสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถรางเพื่อให้การควบคุมระบบมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ส่วนท้ายสุดของโครงการเป็นภาคผนวกซึ่งจะแสดงถึงรายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง แนวคิดในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

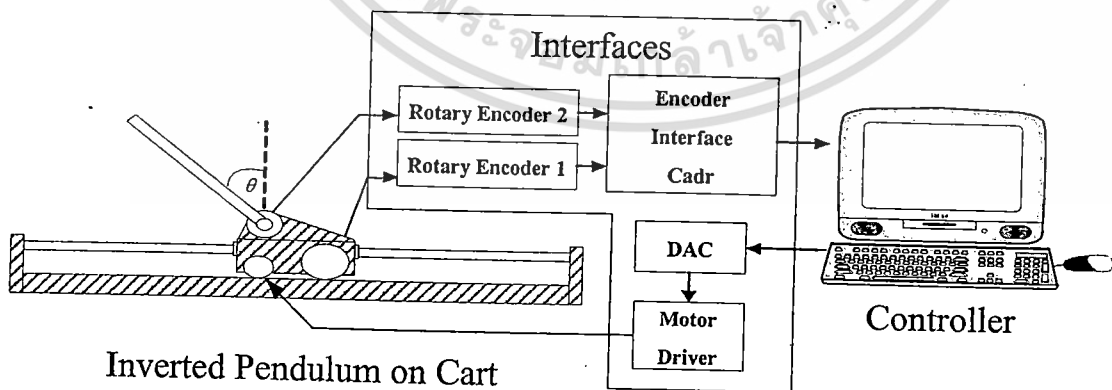
## บทที่ 2

### ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาศึกษาค้นคว้าในวิศวกรรมระบบควบคุม อินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีอยู่ด้วยกันสองแบบ คือ อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน และอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ จึงเป็นที่นิยมในการศึกษาการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 2 ข้อคือ ข้อแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และข้อที่สองคือ การรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเลือกใช้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในการศึกษาและทดลองตัวควบคุมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ ทั้งนี้ เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อนและไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่และมีกำลังมากในการขับเคลื่อนเมื่อเทียบกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

#### 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่ใช้ในการศึกษาและทดลองในโครงการนี้ มีส่วนประกอบหลักๆ อยู่สามส่วนคือ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ตัวควบคุม และส่วนต่อประสาน (Interfaces) ระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางกับตัวควบคุม โดยโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางแสดงดังรูปที่ 2.1

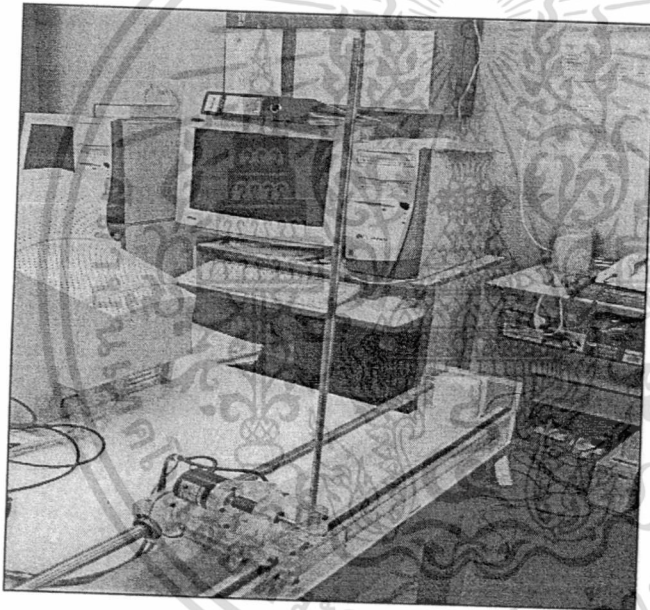


รูปที่ 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.1 อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง

อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางที่ใช้ในการศึกษาและทดลองคังแสดงในรูปที่ 2.1 นั้นมีส่วนประกอบที่ สำคัญคือ ตัวรต ราง เพนคูล์ม และอุปกรณ์วัดค่าแห่งรตและมุมของเพนคูล์มที่กระทำกับแนวแกนตั้ง ตัว รตรางจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ ให้เคลื่อนที่ได้สองทิศทางตาม แนวแกนนอน โดยตัวรตจะเคลื่อนที่อยู่บนรางที่มีความยาวหนึ่งเมตร เพนคูล์มแห่งเหล็กปลอดสนิมถูกยึด ติดกับตัวรตผ่านจุดหมุน ณ บริเวณส่วนบนของตัวรตและสามารถหมุนรอบจุดหมุนนี้ในระนาบของ แนวแกนตั้งได้ มุมระหว่างเพนคูล์มกับแนวแกนตั้งจะถูกวัดโดยเอนโคเดอ์แบบหมุน (Rotary encoder) ที่ ติดตั้งอยู่ที่จุดหมุนดังกล่าว และมีเอนโคเดอ์แบบหมุนอีกตัวหนึ่งติดตั้งอยู่ที่ส่วนล่างของตัวรตรางเพื่อใช้ สำหรับเป็นตัววัดค่าแห่งการเคลื่อนที่ของรตราง ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางแสดงคังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง

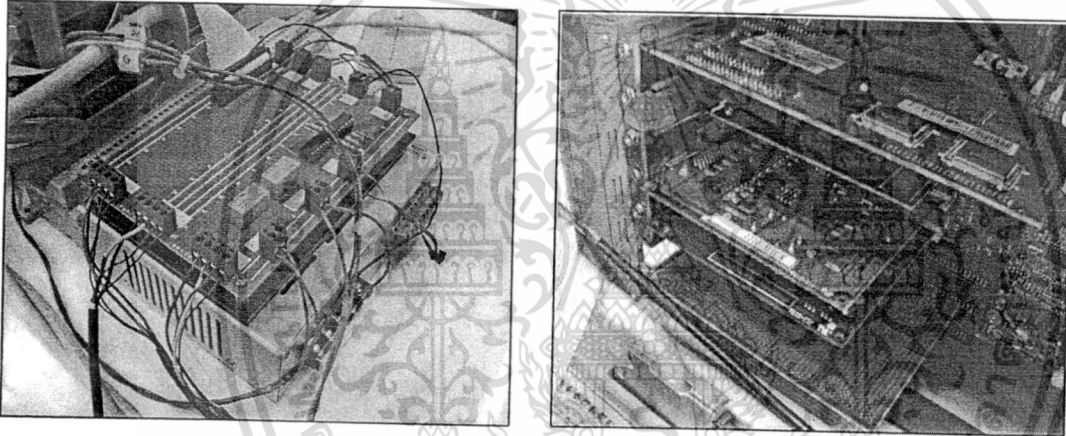
### 2.1.2 ตัวควบคุม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานตามเวลาจริง (Real-time program) ซึ่งพัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรม ภาษาซี (C language) ถูกนำมาใช้ให้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมโดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะทำงานอยู่บน เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal computer) รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่พัฒนา เพื่อใช้เป็นตัวควบคุมแสดงไว้ในภาคผนวก ข.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง

ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางนั้น มีส่วนประกอบเป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป จะทำหน้าที่เป็นทั้งช่องทางเข้า (Input port) และช่องทางออก (Output port) ของข้อมูลระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง โดยใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACES รหัส PCI-6201E ทำหน้าที่เป็นช่องทางเข้าของข้อมูลขนาด 24 บิต เพื่อรับข้อมูลตำแหน่งของรรางและข้อมูลมุมของเพนดูลัมจากเอนโคเดอร์แบบหมุนทั้งสองและใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACES รหัส PCI-3345A ให้ทำหน้าที่เป็นช่องทางออกของข้อมูลสัญญาณควบคุม และแปลงสัญญาณดิจิทัลของสัญญาณควบคุมนี้ให้เป็นสัญญาณอนาล็อกที่มีค่าระหว่าง +10 โวลต์ ถึง -10 โวลต์ แล้วส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์  $\pm 10$  แอมแปร์ เพื่อใช้ขับเคลื่อนรราง วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูปทั้งสองและวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงแสดงดังรูปที่ 2.3

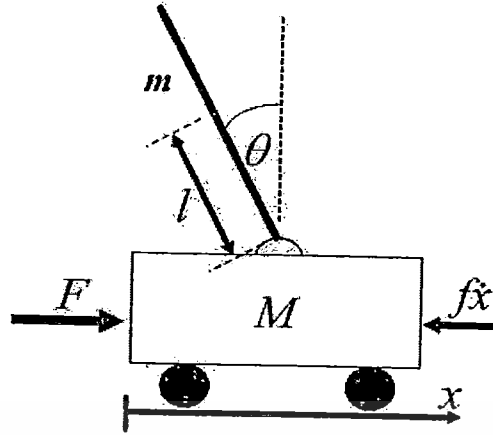


รูปที่ 2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางนั้น ใช้วิธีการของลากรางจ์ (Lagrange's method) ภายใต้สมมติฐานว่า แท่งเพนดูลัมแข็งไม่มีการบิดงอและแรงเสียดทานสถิตมีค่าน้อยมากจนไม่มีอิทธิพลต่อระบบ ซึ่งวิธีการของลากรางจ์นี้เป็นวิธีที่สะดวกในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากวิธีการนี้จะพิจารณาระบบในเชิงสเกลาร์และมีพื้นฐานมาจากวิธีพลังงาน ดังนั้น จึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาทิศทางและการเคลื่อนที่และทิศทางของแรงในระบบมากนัก แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางแสดงดังรูปที่ 2.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

- เมื่อ  $M$  คือ มวลของรถราง ( $kg$ )  
 $m$  คือ มวลของเพนดูลัม ( $kg$ )  
 $l$  คือ ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม ( $m$ )  
 $f$  คือ ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน ( $kg/sec$ )  
 $\theta$  คือ มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง ( $rad$ )  
 $x$  คือ ตำแหน่งของรถราง ( $m$ )  
 $F$  คือ แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่ ( $N$ )

เมื่อพิจารณาแบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางดังรูปที่ 2.4 โดยใช้สมการของลากรางจ์ จะได้

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (2.1)$$

- โดยที่  $L$  คือตัวดำเนินการลากรางจ์  
 $q$  คือพิกัดทั่วไปของระบบ  
 $T$  คือพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  
 $V$  คือพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ

จากพิกัดทั่วไปใดๆ ของระบบ  $q_i$  และตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  สมการของลากรางจ์คือ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = u_i \quad (2.2)$$

เอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย  $n_i$  คือแรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไปที่  $i$  เมื่อ  $i=1, 2, 3, \dots, n$

ถ้าสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางสามารถพิจารณาพิกัดทั่วไปได้สองพิกัดคือ พิกัดตำแหน่งของตัวรราง  $x$  และพิกัดมุมของเพนดูลัม  $\theta$  โดยมีแรงกระทำกับพิกัดตำแหน่งของรราง  $x$  ส่วนพิกัดมุมของเพนดูลัม  $\theta$  จะไม่มีแรงใดๆ มากระทำ ดังนั้น สามารถเขียนสมการของลากรางจ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= F - f_x \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

จากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางสามารถเขียนสมการของพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ได้ดังนี้

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - m l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta + \frac{2}{3} m l^2 \dot{\theta}^2 \quad (2.4)$$

$$V = mg(l + l \cos \theta) \quad (2.5)$$

หลังจากแทนค่าพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ลงในสมการ (2.1) จะได้ตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  ดังนี้

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - m l \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta + \frac{2}{3} m l^2 \dot{\theta}^2 - mgl - mgl \cos \theta \quad (2.6)$$

เมื่อแทนค่าตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  ของสมการที่ (2.6) ลงในสมการของลากรางจ์ที่ (2.3) แล้ว จะได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางดังนี้

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{F - f_x - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + \frac{3}{4} mg \sin \theta \cos \theta}{(M + m) - \frac{3}{4} m \cos^2 \theta} \\ \ddot{\theta} &= \frac{mg \sin \theta + \frac{m \cos \theta}{(M + m)} [F - f_x - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta]}{\frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 \theta}{(M + m)}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

และสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางของสมการที่ (2.7) ให้อยู่ในรูปสมการสถานะได้ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\left( mg \sin x_1 + \frac{m \cos x_1 (u - fx_4) - m^2 l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{M + m} \right)}{\left( \frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 x_1}{(M + m)} \right)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left( u - fx_4 + \frac{3}{4} mg \cos x_1 \sin x_1 - ml x_2^2 \sin x_1 \right)}{\left( (M + m) - \frac{3}{4} m \cos^2 x_1 \right)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

เมื่อ  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$ ,  $x_4 = \dot{x}$  และ  $u = F$

### 2.3 การประมาณเชิงเส้น

หลังจากได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางแล้วจะเห็นได้ว่า ระบบที่ได้นี้เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น จึงต้องประมาณระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นนี้ให้เป็นเชิงเส้นก่อน (Linearization) เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมแบบเชิงเส้นต่อไป

จาก

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, u, t) \quad (2.9)$$

$$y = h(\mathbf{x}, u, t) \quad (2.10)$$

สามารถประมาณระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เป็น

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.11)$$

ได้โดยที่

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางจะแบ่งออกเป็นสองส่วน โดยในส่วนแรกเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างของเพนดูลัม และส่วนที่สองเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนของเพนดูลัม เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นทั้งสองไปใช้ออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม และตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางตามลำดับต่อไป

### 2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ จุดสมดุลล่างของเพนดูลัม นั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0 = [\pi \ 0 \ 0 \ 0]^T$  จากสมการที่ (2.12) และ (2.13) สามารถประมาณเชิงเส้นได้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

และ

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาเอาท์พุต  $y$  เป็นตำแหน่งของตัวรราง  $x$  จะสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างในรูปของสมการเอาท์พุตได้ดังนี้

$$y = Cx \quad (2.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไป (2.16) โยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{เมื่อ } C=[0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.17)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง จึงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ -3m \\ \frac{4ml(M+m)-3m^2l}{1} \\ (M+m)-\frac{3}{4}m \end{bmatrix} u$$

$$y=[0 \ 0 \ 1 \ 0][x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (2.19)$$

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6.09s^2 + 179.04}{s^4 + 0.25s^3 + 33.43s^2 + 7.20s} \quad (2.20)$$

ซึ่งจะเห็นว่าระบบนี้มีซีโร (Zero) อยู่ 2 ตัว และมีโพลอยู่ 4 ตัว โดยมีโพลอยู่ที่จุดกำเนิด 1 ตัว

### 2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนของเพนดูลัม นั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวแปรสถานะ  $x_0 = 0$  จากสมการที่ (2.12) และสมการที่ (2.13) สามารถประมาณระบบให้เป็นเชิงเส้นได้ ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

และ

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

และเมื่อพิจารณาเอาที่พุด  $y$  เป็นตำแหน่งของตัวรถราง  $x$  จึงสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลงล่างในรูปของสมการ เอาที่พุดได้ดังนี้

$$y = Cx \quad (2.23)$$

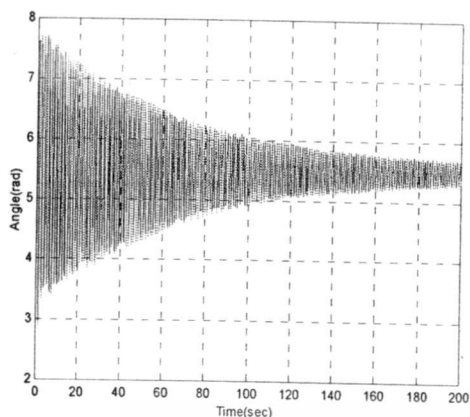
$$\text{เมื่อ } C = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.24)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลงบน จึงสามารถเขียนได้ดังนี้

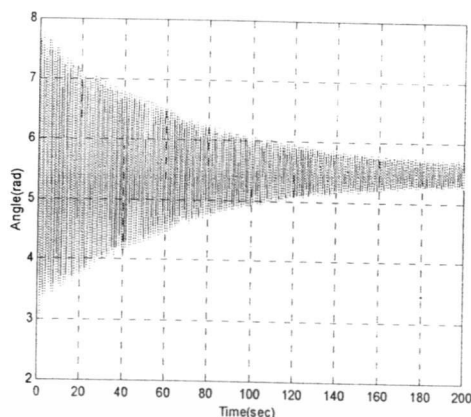
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u \quad (2.25)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (2.26)$$

จากสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางตั้งสมการที่ (2.18) และ (2.25) จะเห็นว่ามีความถี่แรงเสียดทาน  $f$  ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ยังไม่ทราบค่าของระบบ และสามารถหาได้จากการปรับเปลี่ยนค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ด้วยการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อหาผลตอบสนองของระบบวงเปิด (Open-loop response) ของการแกว่งของเพนดูลัมที่มีค่าใกล้เคียงกับผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัมที่ได้จากผลการทดลองจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางให้มากที่สุด ในการหาผลตอบสนองวงเปิดกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0$  และค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0$  ของการทดลองมีค่าเท่ากับ  $[\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  และ 0 ตามลำดับ ซึ่งพบว่าค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ที่มีค่าเท่ากับ 0.165 ซึ่งเป็นค่าที่ทำให้ผลตอบสนองของระบบวงเปิดที่ได้จากการจำลองระบบดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ก) มีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกันกับผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ข)



(ก)



(ข)

ผลการจำลองด้วยโปรแกรมเมตเด็ป

ผลการทดลองของระบบจริง

### รูปที่ 2.5 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนคูลัม

หลังจากซึ่งนำหนักของรถรางและเพนคูลัม วัดระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนคูลัม และหาค่าคงที่แรงเสียดทานด้วยการทดลองข้างต้นแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ ของอินเวอร์ทเพนคูลัมบนรถรางดังแสดงในตารางที่ 2.1

#### ตารางที่ 2.1 แสดงค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ

มวลของรถราง ( $M$ )	0.624 (kg)
มวลของเพนคูลัม ( $m$ )	0.123 (kg)
ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนคูลัม ( $l$ )	0.25 (m)
ค่าคงที่แรงเสียดทาน ( $f$ )	0.165 (kg/sec)
ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ )	9.8 ( $m/sec^2$ )

จากค่าพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 2.1 จะนำไปแทนค่าในสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมมูลล่าง และตำแหน่งจุดสมมูลบนเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนคูลัมตามลำดับ ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

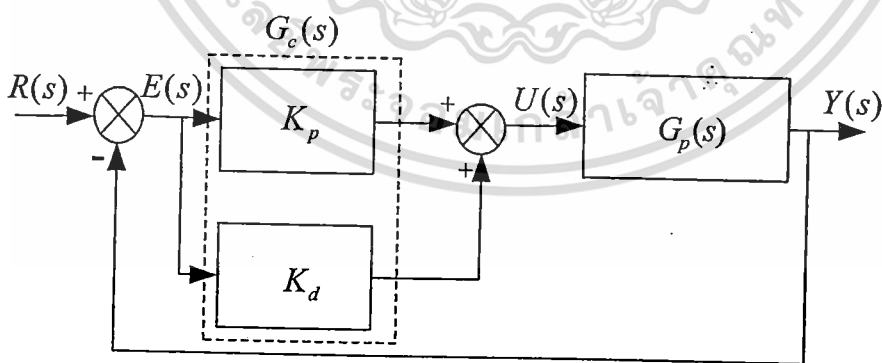
### บทที่ 3

## ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบน  
รราง โดยจะแบ่งการอธิบายออกเป็นสามส่วน ส่วนแรกจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของการควบคุมพีดี ซึ่ง  
ข้อดีของการควบคุมแบบพีดีคือ จะปรับปรุงให้ระบบควบคุมมีผลตอบสนองชั่วขณะเร็วและมีเสถียรภาพ  
ส่วนที่สองจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมด ซึ่งการควบคุมแบบสไลด์ดิ้ง  
โหมดที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีข้อดีคือ มีความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ในระบบ  
สามารถกำจัดผลกระทบจากสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในระบบ สามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงได้ดีและง่าย  
ต่อการออกแบบ และในส่วนที่สามจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของการออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการ  
วางโพล

### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมพีดี

การควบคุมแบบอัตราส่วนร่วมกับแบบอนุพันธ์หรือที่เรียกว่าการควบคุมแบบพีดีนั้น ได้นำมาใช้  
เพื่อปรับปรุงระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่ต้องการควบคุมให้ระบบมีผลตอบสนองชั่วขณะให้ดี  
ขึ้น พร้อมทั้งการทำให้ระบบมีเสถียรภาพมากขึ้น รูปแบบโดยทั่วไปของการควบคุมแบบพีดีสามารถ  
เขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของระบบควบคุมพีดี

จากโครงสร้างของระบบควบคุมพีดีแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 นั้น จะมีสัญญาณควบคุมคือ

$$u_{pd}(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

เอกสไลร์นเป็นเอกสไลร์นสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไป (3.1) โยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

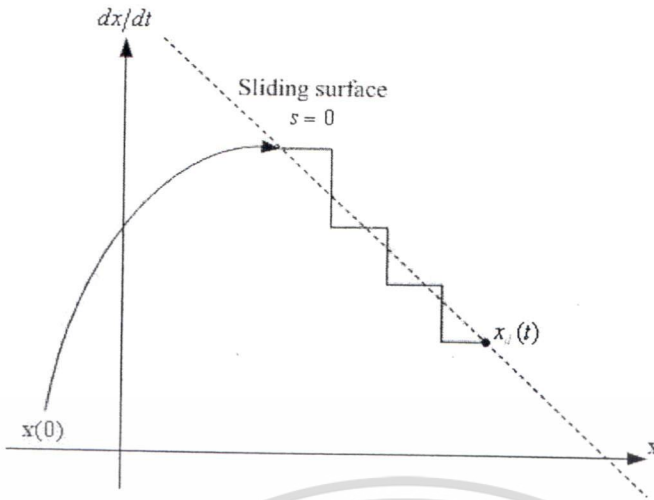
- โดยที่  $u_{pd}(t)$  คือ เอาท์พุทของตัวควบคุมพีดี  
 $K_p$  คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบพี  
 $K_d$  คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบดีซึ่งเท่ากับ  $K_p T_d$   
 $T_d$  คือ เวลาเดริเวทีฟ  
 $e(t)$  คือ ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก

เนื่องจากโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเป็นระบบชนิด 1 (Type 1 system) ซึ่งมีตัวอินทิเกรเตอร์ในระบบอยู่แล้ว ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้จึงเลือกใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรรางซึ่งจะออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก โดยรายละเอียดของการออกแบบจะอธิบายในบทที่ 4

### 3.2 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมสไลด์ดิ้งโหมด

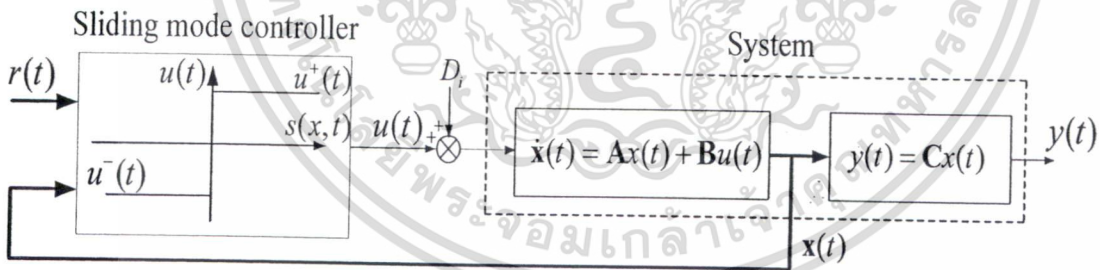
การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดเป็นวิธีการควบคุมชนิดหนึ่งที่ใช้หลักการการป้อนกลับของสัญญาณสวิตชิง มีรากฐานมาจากการควบคุมแบบแบงแบง (Bang-bang control) ตัวอย่างเช่น สัญญาณควบคุมที่มีอัตราขยาย (Gain) ในการป้อนกลับสลับไปมาระหว่างค่าสองค่าตามกฎที่ได้กำหนดไว้ สัญญาณควบคุมที่ใช้จะมีทั้งประสิทธิภาพและความมั่นคงในการควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้น

การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดจะใช้สัญญาณควบคุมสวิตชิงในการพาให้วิถีสถานะ (State trajectory) ของระบบลู่อู่เข้าหาพื้นผิวที่เลือกไว้ในปริภูมิสถานะ (State space) นั้น แล้วบังคับให้วิถีสถานะคงอยู่บนพื้นผิวนี้อยู่ตลอดเวลา พื้นผิวนี้เรียกว่า พื้นผิวสไลด์ดิ้ง (Sliding surface) หรือ พื้นผิวสวิตชิง (Switching surface) คำว่าวิถีสถานะในที่นี้แทนฟังก์ชันของตัวแปรสถานะที่อยู่ในปริภูมินั้นๆ ซึ่งฟังก์ชันนี้อาจจะเป็นเชิงเส้นกับตัวแปรสถานะหรือไม่ก็ได้ขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของระบบ การเรียกพื้นผิวสวิตชิงก็เพราะว่าในกรณีที่วิถีสถานะอยู่เหนือพื้นผิวสัญญาณควบคุมก็จะใช้อัตราขยายค่าหนึ่งและจะเปลี่ยนไปใช้อีกค่าถ้าวิถีสถานะต่ำกว่าพื้นผิว ดังนั้น เมื่อวิถีสถานะลู่อู่เข้าหาพื้นผิวสวิตชิงแล้วมันก็จะแกว่งไปมาบนพื้นผิวนั้น ถ้าสัญญาณควบคุมมีการสลับไปมาด้วยความเร็วสูง ก็จะแกว่งไปมาด้วยความถี่สูงเช่นกัน แต่การแกว่งนั้นจะใกล้พื้นผิวได้มากกว่าสัญญาณควบคุมที่มีความเร็วของการสวิตที่ต่ำกว่า ในทางอุดมคติความเร็วในการสวิตชิงจะสูงมากจนวิถีสถานะทับกับพื้นผิวสวิตชิงได้พอดี



รูปที่ 3.2 แสดงสถานะเริ่มต้นที่ตัวแปรสถานะถูกพาให้เข้าสู่พื้นผิวสวิตชิงด้วยสัญญาณควบคุมที่สวิตด้วยความเร็วต่ำ

ในการออกแบบพื้นผิวสวิตชิงจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ต่างๆของระบบนั้นๆ และพื้นผิวการสไลด์คิงที่เลือกได้อย่างถูกต้องจะสามารถทำให้การควบคุมบรรลุจุดประสงค์ได้ เช่น การทำให้ระบบวงปิดมีเสถียรภาพ การติดตามสัญญาณอ้างอิงรวมถึงการกำจัดสัญญาณรบกวนที่ดี เป็นต้น โครงสร้างของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดแสดงดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 โครงสร้างระบบควบคุมสไลด์คิงโหมด

หลักการของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดที่ได้อธิบายไว้แล้วในข้างต้น สามารถสรุปการออกแบบตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดออกเป็น 2 ขั้นตอนหลักๆ คือ

1. ออกแบบระนาบสไลด์คิง (Sliding Hyper Plane,  $s(x, t)$ ) จากกฎของการควบคุมจะทำให้ตัวแปรสถานะของระบบวิ่งเข้าหาระนาบสไลด์คิงนี้ ซึ่งช่วงดังกล่าวนี้เรียกว่า ช่วงการเข้าหา (Reaching mode)

2. หลังจากนั้น เมื่อตัวแปรสถานะของระบบเข้าสู่ระนาบที่กำหนดไว้แล้ว กฎการควบคุมจะทำให้ตัวแปรสถานะทุกตัวของระบบที่ต้องการควบคุมสไลด์ไปตามช่องทางดังกล่าวนี้พร้อมกับพยายามคงตัวแปร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่ขออนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สถานะทั้งหมดไว้บนระนาบตลอดเวลา ในระหว่างที่ตัวแปรสถานะวิ่งอยู่ในระนาบนี้ จะเรียกว่า ช่วงสไลด์คิงโหมด

สำหรับการออกแบบพื้นผิวสไลด์คิงหรือพื้นผิวสวิตชิงนั้น เริ่มต้นจากการพิจารณาสมการสถานะของระบบดังสมการที่ (3.2)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[u(t) + f(\mathbf{x}, t)] \quad (3.2)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.3)$$

- เมื่อ
- $\mathbf{x}(t)$  คือ เวกเตอร์สถานะของระบบ
  - $u(t)$  คือ สัญญาณควบคุม
  - $y(t)$  คือ สัญญาณเอาต์พุต
  - $r(t)$  คือ สัญญาณอ้างอิง
  - $f(\mathbf{x}, t)$  คือ สัญญาณรบกวนที่ไม่ทราบค่าแต่มีขอบเขต
  - $\mathbf{A}$  คือ เมทริกซ์ระบบ ขนาด  $n \times n$
  - $\mathbf{B}$  คือ เมทริกซ์อินพุต ขนาด  $n \times 1$
  - $\mathbf{C}$  คือ เมทริกซ์เอาต์พุต ขนาด  $1 \times n$

จากหลักการของสไลด์คิงโหมด ในลำดับแรกต้องออกแบบพื้นผิวสไลด์คิง  $s(\mathbf{x}, t)$  ซึ่งสมการของพื้นผิวสไลด์คิงแสดงดังสมการที่ (3.4)

$$s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}^T \mathbf{x}(t) + z(t) \quad (3.4)$$

จากกฎการควบคุมจะทำให้ตัวแปรสถานะของระบบวิ่งเข้าหาระนาบสไลด์คิงนี้ และบังคับให้วิถีสถานะคงอยู่บนพื้นผิวนี้อยู่ตลอดเวลาโดยพลวัตของ  $z(t)$  สามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\dot{z}(t) = -\mathbf{B}^T \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - (\mathbf{B}^T \mathbf{B})u_a(t), \quad z(0) = -\mathbf{B}^T \mathbf{x}(0) \quad (3.5)$$

สิ่งที่เราจะพิจารณาในการออกแบบคือ สัญญาณควบคุมเชิงเส้น  $u_a(t)$  ในสมการที่ (3.5) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$u_a(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_{n-1}]$  เป็นเมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (State feedback gain matrix)

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลำดับต่อไปกำหนดให้สัญญาณควบคุม  $u(t)$  ในสมการที่ (3.2) เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องทางเวลาดังต่อไปนี้

$$u(t) = -M(\mathbf{x}, t) \text{sign } s(\mathbf{x}, t) \quad (3.7)$$

โดยที่  $M(\mathbf{x}, t)$  คือขนาดของสัญญาณควบคุม  $u(t)$  ดังนั้น Motion projection  $\dot{s}(\mathbf{x}, t)$  ที่ใช้สำหรับกำหนดระนาบสไลด์คิงบนปริภูมิสถานะสามารถหาได้จากสมการที่ (3.2) (3.4) และ (3.5) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})(u(t) + f(\mathbf{x}, t) - u_a(t)) \quad (3.8)$$

จากสมการที่ (3.7) และ (3.8) เงื่อนไขสำหรับการมีอยู่ของสไลด์คิงโหมด  $s(\mathbf{x}, t)\dot{s}(\mathbf{x}, t) < 0$  จะต้องเป็นไปตามสมการที่ (3.9) ดังต่อไปนี้

$$M(\mathbf{x}, t) \geq |u_a(t)| + f(\mathbf{x}, t) \quad (3.9)$$

และหลังจากแทนค่า  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$  ลงในสมการที่ (3.2) แล้วจะได้สมการสถานะของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดที่มีการพิจารณาสัญญาณรบกวนร่วมด้วยในระนาบ  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  ดังต่อไปนี้

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u_a(t) \quad (3.10)$$

สำหรับเมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  ที่เป็นตัวกำหนดพลวัตของสัญญาณควบคุมเชิงเส้นใน (3.10) นั้น สามารถออกแบบได้หลายวิธี เช่น วิธีแอลคิวอาร์ (LQR) วิธีการวางโพลเป็นต้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้วิธีการวางโพลซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

### 3.3 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล

การออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพลหรือการกำหนดโพล (Pole assignment) มีวิธีการที่คล้ายคลึงกับการออกแบบโดยใช้เทคนิคเส้นทางราก ซึ่งโพลเด่นของระบบวงปิดอาจถูกวางให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้ ส่วนการออกแบบด้วยวิธีการวางโพลนั้นสามารถวางโพลทั้งหมดของระบบให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างอิสระ โดยมีเงื่อนไขว่า ระบบนั้นต้องสามารถตรวจวัดค่าตัวแปรทั้งหมดเพื่อใช้ในการป้อนกลับได้ และเป็นระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรตามเวลา (Linear time invariant system) เมื่อพิจารณาระบบควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดที่ได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 3.2 พบว่าสามารถทำการออกแบบค่าเมทริกซ์อัตราป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  ที่ใช้ในการกำหนดระบบสไลด์คิงด้วยวิธีการวางโพล โดยมีขั้นตอนดังนี้

แปลงสมการสถานะของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดสมการที่ (3.10) ให้อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ (Controllable canonical form) โดยอาศัยการแปลงเวกเตอร์สถานะ  $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}(t)$  จะได้ดังนี้

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{z} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}u_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ u_a(t) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

โดยที่เมทริกซ์การแปลง (Transformation matrix)  $\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{W}$  เมื่อ  $\mathbf{M}$  คือเมทริกซ์ควบคุมได้ (Controllability matrix)

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \cdots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$$

และเมื่อ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_2 & a_3 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่  $a_0, a_2, \dots, a_{n-1}$  คือ สัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ (Characteristic polynomial) ของสมการคุณลักษณะระบบวงเปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$$

และจากสัญญาณควบคุมในสมการที่ (3.6) เมื่อแทนตัวแปรเวกเตอร์สถานะ  $\mathbf{x} = \mathbf{Tz}$  จะได้สัญญาณควบคุมสำหรับตัวแปรสถานะ  $\mathbf{z}$  ดังนี้

$$u_a(t) = -\mathbf{KTz} = -\begin{bmatrix} \hat{k}_0 & \hat{k}_1 & \dots & \hat{k}_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (3.12)$$

จะได้ระบบป้อนกลับของระบบ (3.11) ที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติสามารถควบคุมได้ (Controllable canonical form) เป็น

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{ATz} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}u_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -(a_0 + \hat{k}_0) & -(a_1 + \hat{k}_1) & -(a_2 + \hat{k}_2) & \dots & -(a_{n-1} + \hat{k}_{n-1}) \end{bmatrix} \mathbf{z}$$

โดยมีสมการคุณลักษณะดังนี้

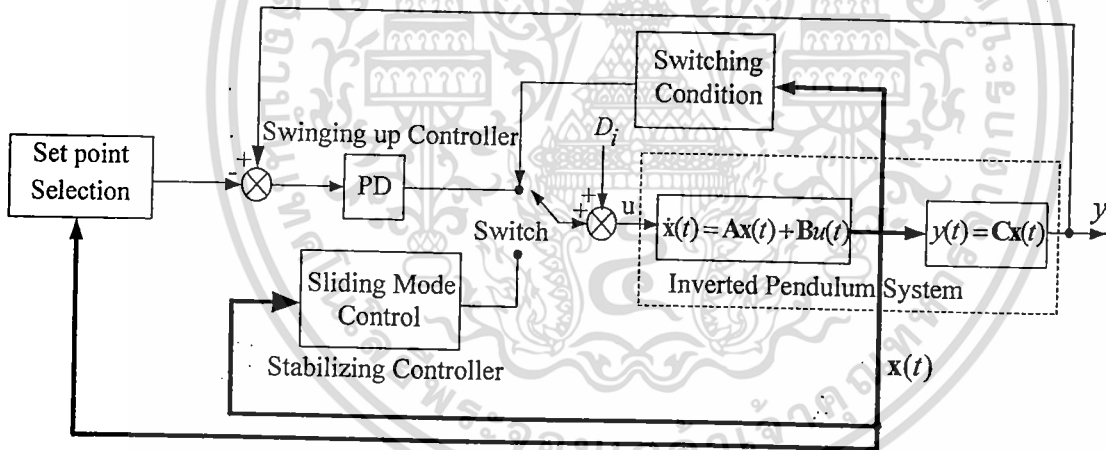
$$\begin{aligned} |s\mathbf{I} - \mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{BKT}| \\ = s^n + (a_{n-1} + \hat{k}_{n-1})s^{n-1} + \dots + (a_0 + \hat{k}_0) = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### การออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ ตัวควบคุมดังกล่าวนี้ จะประกอบด้วยตัวควบคุมพีดีที่ออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรากซึ่งจะทำหน้าที่เหวี่ยงเพนดูลัมขึ้น และตัวควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดที่ออกแบบโดยใช้วิธีการวางโพลซึ่งจะทำหน้าที่รักษาอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบน ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันโดยใช้เงื่อนไขการเปลี่ยนแปลงการทำงานของตัวควบคุม ซึ่งในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดเพื่อรักษาเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบน โครงสร้างของระบบควบคุมแบบพีดีร่วมกับตัวควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดแสดงได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่นำเสนอ

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม

ตัวควบคุมเพื่อการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนี้ จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งของเพนดูลัม โดยควบคุมให้ตัวรถเคลื่อนที่ถอยหลังและเดินหน้าไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขของตำแหน่งรถและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม จนกระทั่งเพนดูลัมถูกเหวี่ยงขึ้นไปยังบริเวณจุดสมดุลบน ยกตัวอย่างเช่น รถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อ ตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ และในลักษณะเดียวกัน ถ้ารถจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่สองไปยังตำแหน่งลำดับที่สามได้ก็ต่อเมื่อตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่สองและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ การเปลี่ยนตำแหน่งของรถจากตำแหน่งปัจจุบันไปยัง

ตำแหน่งถัดไป จะใช้เงื่อนไขตำแหน่งของรูดราง และความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมดังกล่าว โดยค่าของตำแหน่งลำดับต่างๆ ของการเคลื่อนที่ของตัวรูดรางได้จากการลองผิดลองถูกกับระบบจริง เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดรางเป็นระบบชนิด 1 จึงเลือกใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรูดรางซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรูด จากโครงสร้างของระบบควบคุมพีดีที่แสดงไว้ในรูปที่ 3.1 และสมการที่ (3.1) จะได้มีฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีดีดังนี้

$$G_c(s) = K_p(T_d s + 1) \quad (4.1)$$

และระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดรางจะมีฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบดังที่ได้แสดงไว้ในสมการที่ (2.20) แล้วคือ

$$G_p(s) = \frac{6.09s^2 + 179.04}{s^4 + 0.25s^3 + 33.43s^2 + 7.20s} \quad (4.2)$$

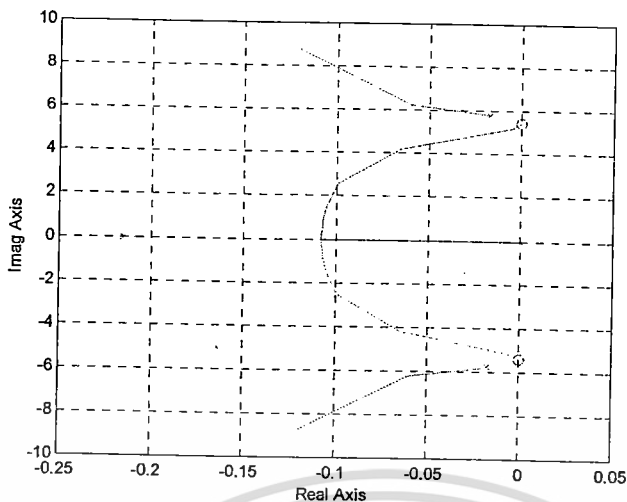
เมื่อรู้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบแล้ว ต่อไปจะออกแบบตัวควบคุมพีดี เพื่อควบคุมตำแหน่งรูดรางให้มีค่าช่วงเวลาเข้าที่ (Settling time)  $t_s$  เท่ากับ 0.5 วินาที และมีค่าพุ่งเกินสูงสุด (Maximum overshoot)  $M_p$  ที่ 5% ซึ่งจะได้โพลวงปิดเด่นของระบบที่ทำให้ระบบควบคุมมีสมรรถนะตามที่กำหนดไว้ จากช่วงเวลาเข้าที่

$$t_s = \frac{4}{\sigma} \quad (4.3)$$

และค่าพุ่งเกินสูงสุด

$$M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d} \quad (4.4)$$

โดยที่  $\sigma$  คือส่วนจริงของโพลวงปิดเด่น และ  $\omega_d$  คือส่วนจินตภาพของโพลวงปิดเด่น จะได้ โพลวงปิดของระบบที่มีค่าช่วงเวลาเข้าที่  $t_s$  และค่าพุ่งเกินสูงสุด  $M_p$  ตามต้องการ และมีค่าเท่ากับ  $\sigma \pm j\omega_d = -8 \pm j8.39$  ซึ่งพบว่า จะมีอัตราการหน่วง (Damping ratio) เท่ากับ 0.69 เมื่อพิจารณาระบบที่ยังไม่ได้ชดเชยซึ่งมีเฉพาะฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  สามารถวาดเส้นทางรูดได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 เส้นทางรากของระบบเดิม

จากรูปที่ 4.2 จะสังเกตได้ว่า เส้นทางรากของระบบเดิมที่ยังไม่ได้ชดเชย จะไม่ตัดผ่านโพลที่ตำแหน่ง  $-8 \pm j8.39$  ตามที่ต้องการ ซึ่งหมายความว่า ถึงแม้จะทำการค่าอัตราขยาย  $K_p$  เข้าไปในระบบแล้ว ก็ไม่สามารถทำให้ระบบมีโพลวงปิดเด่นอยู่ที่  $-8 \pm j8.39$  ตามที่ต้องการได้ จึงมีความจำเป็นที่ต้องเพิ่มซีโรเข้าไปในระบบเพื่อให้สามารถออกแบบระบบให้มีโพลวงปิดเด่นอยู่ที่ตำแหน่ง  $-8 \pm j8.39$  ได้ตามต้องการ ดังนั้น ถ้าพิจารณาเฉพาะเงื่อนไขขุม

$$\angle G_p(s) = 180^\circ(2k+1) \quad (4.5)$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots$  แล้วพบว่าเมื่อพิจารณามุมของระบบวงเปิดของฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  ที่  $s$  เท่ากับ  $-8 \pm j8.39$  ได้ดังนี้

$$\angle G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm j8.39} = 91.927^\circ \neq 180^\circ(2k+1) \quad (4.6)$$

พบว่าไม่เป็นไปตามเงื่อนไขขุมดังสมการที่ (4.5) และเพื่อให้เป็นไปตามเงื่อนไขขุมดังกล่าว จึงเสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบเพื่อชดเชย ดังนั้น จะได้

$$\angle G_c(s)G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm j8.39} = 180^\circ(2k+1) \quad (4.7)$$

โดยที่ขุมที่ต้องการชดเชยให้กับระบบคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\phi &= \angle G_c(s) \\ &= 180^\circ - 91.927^\circ = 88.08^\circ\end{aligned}\quad (4.8)$$

จากโพลเด่นของระบบวงปิดที่ต้องการมีค่าเท่ากับ  $-8 \pm j8.39$  และมุมที่ต้องการเพิ่มให้กับระบบ  $\phi$  เท่ากับ  $88.08^\circ$  สามารถหาตำแหน่งซีโรที่เสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบได้จาก

$$-\frac{1}{T_d} = \sigma - \left( \frac{\omega_d}{\tan(\phi)} \right) \quad (4.9)$$

จากสมการที่ (4.9) จะได้ค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  เท่ากับ 0.129 วินาที และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขขนาด

$$\left| K_p(T_d s + 1)G_p(s) \right|_{s=-8 \pm j8.39} = 1 \quad (4.10)$$

จะสามารถหาค่า  $K_p$  ได้จาก

$$K_p = \frac{1}{|T_d s + 1| |G_p(s)|} \Big|_{s=-8 \pm j8.39} = 23.72 \quad (4.11)$$

และจะได้  $K_d = K_p T_d = 3.06$

ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบพี  $K_p$  และค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  ที่ได้จากการออกแบบนี้จะทำให้ระบบควบคุมพีดีมีค่าช่วงเวลาเข้าที่  $t_r$  เท่ากับ 0.5 วินาที และค่าพุ่งเกินสูงสุด  $M_p$  เท่ากับ 5% ตามที่ต้องการ

## 4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การควบคุมแบบสโลด์คิงโหมคเป็นวิธีการควบคุมแบบหนึ่งที่ใช้หลักการปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมเพื่อให้ระบบมีสมบัติและสัญญาณออกตามต้องการ การตัดสินใจที่จะปรับเปลี่ยนไปในรูปแบบไหนนั้น จะกระทำในขณะที่ระบบกำลังทำงานอยู่ (แต่รูปแบบที่จะปรับเปลี่ยนต้องมีการกำหนดไว้ล่วงหน้า) หนึ่ง ตัวแปรที่มีส่วนสำคัญต่อการปรับเปลี่ยนโดยทั่วไปคือ ตัวแปรสถานะทั้งหมดของระบบ ณ เวลานั้น

เนื่องจากระบบจริงของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเป็นระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นและมีแรงเสียดทานสถิตระหว่างรถรางกับราง ซึ่งส่งผลให้การควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวถึงแม้ว่าระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางจะเป็นระบบชนิด 1 ก็ตาม ดังนั้น จึงเลือกใช้การควบคุมแบบสโลด์คิงโหมคซึ่งสามารถใช้ได้กับทั้งระบบเชิงเส้นและระบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งอาจ

มีการรบกวนจากภายนอกหรืออาจมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ภายในก็ได้ เพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดางให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน ซึ่งตัวควบคุมนี้จะออกแบบด้วยวิธีการวางโพล โดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดที่ได้แสดงไว้ดังรูปที่ (3.3)

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดางที่แสดงในตารางที่ (2.1) ลงในสมการที่ (2.25) ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดางที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบน จะได้เมตริกซ์ระบบ  $A$  และเมตริกซ์อินพุต  $B$  ตามลำดับดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.74 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.46 \\ 0 \\ 1.49 \end{bmatrix}$$

และมีเมตริกซ์เอาต์พุตที่สอดคล้องกับตำแหน่งบรรดางที่สนใจพิจารณาเป็น

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

ดังนั้น สมการคุณลักษณะของระบบวงเปิดของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน คือ

$$|sI - A| = s^4 + 0.2453s^3 - 33.4314s^2 - 7.2107s = 0$$

และสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบวงเปิดคือ

$$a_0 = 0, \quad a_1 = -7.2107, \quad a_2 = -33.4314, \quad a_3 = 0.2453$$

เมื่อเมตริกซ์การแปลง  $T$  หาได้จาก

$$T = MW$$

$$= [B : AB : A^2B : A^3B] \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 1 \\ a_2 & a_3 & 1 & 0 \\ a_3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4.4593 & -1.0937 & 149.3493 \\ 4.4593 & -1.0937 & 149.3493 & -41.0389 \\ 0 & 1.4864 & -0.3646 & 6.0819 \\ 1.4864 & -0.3646 & 6.0819 & -2.9614 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7.2107 & -33.4314 & 0.2453 & 1 \\ -33.6507 & 0.2453 & 1 & 0 \\ 0.2453 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.9778 & 0.0002 & 4.4593 & 0 \\ 0.2455 & 0.0001 & 0.0002 & 4.4593 \\ -44.0272 & 0.0001 & 1.4864 & 0 \\ 0.0802 & -43.7012 & 0.0001 & 1.4864 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากต้องการให้ระบบป้อนกลับมีผลตอบสนองที่มีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที และค่าพุงเกินสูงสุดเท่ากับ 15% สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งของรรางแบบขั้น จึงเลือกตำแหน่งโพลวงปิดที่  $-0.8 \pm j1.324$ ,  $-10$  และ  $-11$  โดยจะสามารถเขียนสมการคุณลักษณะของระบบป้อนกลับที่สอดคล้องกับตำแหน่งโพลดังกล่าวได้เป็น

$$(s + 0.8 + j1.324)(s + 0.8 - j1.324)(s + 10)(s + 11)$$

$$= s^4 + 22.6s^3 + 145.9956s^2 + 226.3061s + 263.5187$$

ซึ่งพบว่าจะมีสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\alpha_0 = 263.5187, \alpha_1 = 226.3081, \alpha_2 = 145.9956, \alpha_3 = 22.6$$

ดังนั้น จากสมการที่ (3.13) จะสามารถหาค่าเมทริกซ์อัตราขยาย  $\mathbf{K}$  ได้ดังต่อไปนี้

$$\mathbf{K} = [\alpha_0 - a_0 \quad \alpha_1 - a_1 \quad \dots \quad \alpha_n - a_n] \mathbf{T}^{-1}$$

$$= [42.5370 \quad 6.7942 \quad -6.9019 \quad -5.3434]$$

จากค่าอัตราขยายดังกล่าวในข้างต้น จะได้

$$u_a(t) = -[42.5370 \quad 6.7942 \quad -6.9019 \quad -5.3434] [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T$$

ซึ่งเป็นสัญญาณควบคุมเชิงเส้นที่ใช้เป็นตัวกำหนดพลวัตของระบบสไลด์ดิง และจะนำสัญญาณควบคุมเชิงเส้นนี้ไปทดลองเพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนในบทต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือใช้ในการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม

จากการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบน ที่ได้กล่าวในหัวข้อ 4.1 และ 4.2 แล้วนั้น สามารถสรุปผลการออกแบบได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม		ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม			
$K_p$	$K_d$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
23.72	3.06	42.54	6.79	-6.90	-5.34

ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้แล้วนี้ จะนำไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเพื่อศึกษาผลของการควบคุม โดยจะศึกษาทั้งผลที่ได้จากการจำลองระบบโดยโปรแกรมแมตแล็บ และผลการทดลองกับระบบจริง ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 5



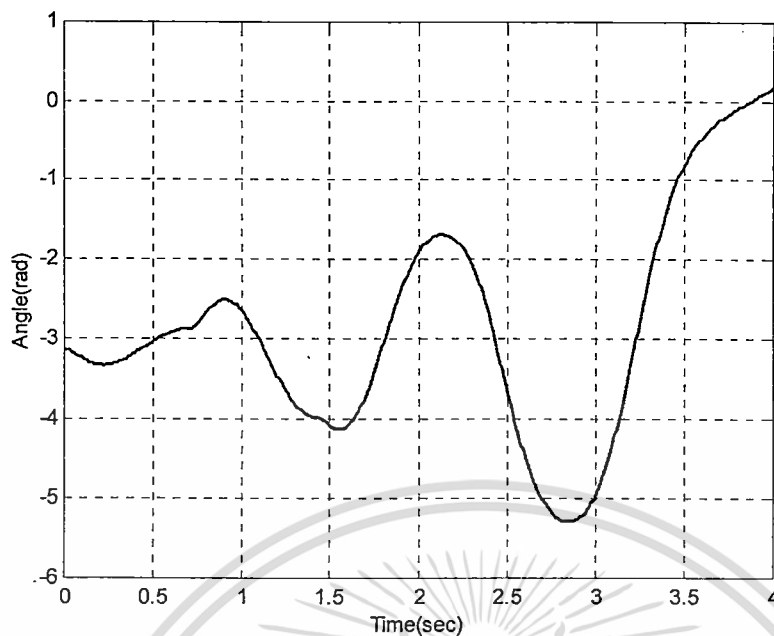
## บทที่ 5

### การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง

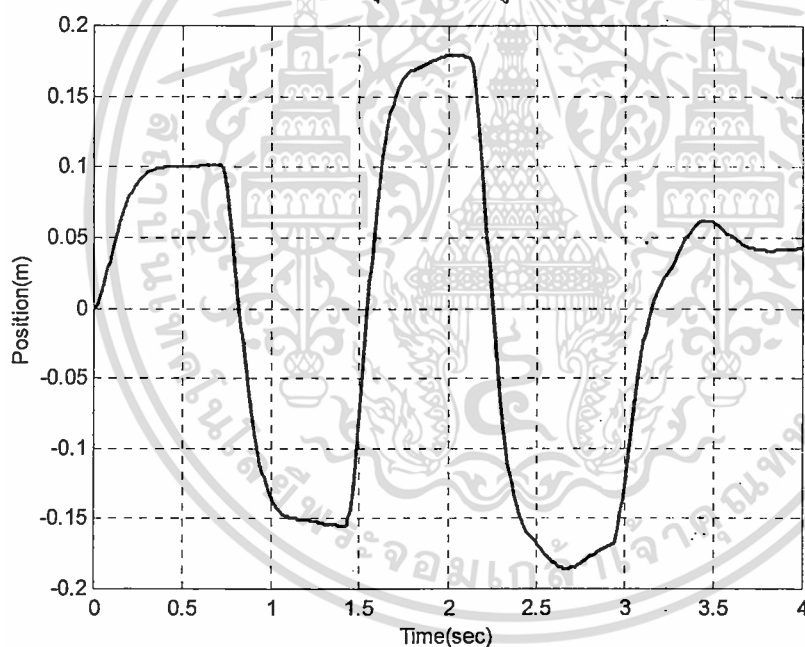
บทนี้จะกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุมเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่ได้ออกแบบไว้แล้วในบทที่ 4 ซึ่งการทดลองนี้จะแบ่งออกเป็นสามส่วนคือ ส่วนที่หนึ่งเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ส่วนที่สองเป็นการทดลองความสามารถของตัวควบคุมแบบสไลดิงในการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และส่วนสุดท้ายเป็นการทดลองการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองชนิดในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น พร้อมกับรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ทั้งในสถานะที่มีและไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงการทดสอบความคงทนของตัวควบคุมสไลดิงโหมดโดยศึกษาผลกระทบเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง ด้วยการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ แต่ก่อนที่จะนำตัวควบคุมที่ออกแบบไว้นี้ไปทดลองจริงกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในห้องปฏิบัติการนั้น จะต้องจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมเมตแลบก่อน เพื่อให้แน่ใจว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถทำงานได้ตามต้องการ สำหรับผลการจำลองและผลการทดลองนั้น จะแสดงในหัวข้อถัดไปตามลำดับ

#### 5.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวด้วยโปรแกรมเมตแล็บโดยใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งรถรางที่ได้ออกแบบไว้แล้วในหัวข้อที่ 4.1 โดยกำหนดให้ตำแหน่งการเคลื่อนที่ของตัวรถรางอยู่ที่ 10 เซนติเมตร -16 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -17 เซนติเมตร และ 3.8 เซนติเมตร ตามลำดับ ซึ่งตำแหน่งการเคลื่อนที่ดังกล่าวนี้กำหนดจากการลองผิดลองถูกในการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพียงอย่างเดียวของอินเวอร์ทเพนดูลัมด้วยโปรแกรมเมตแล็บนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ผลการจำลองการจำลองแสดงดังรูปที่ 5.1



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

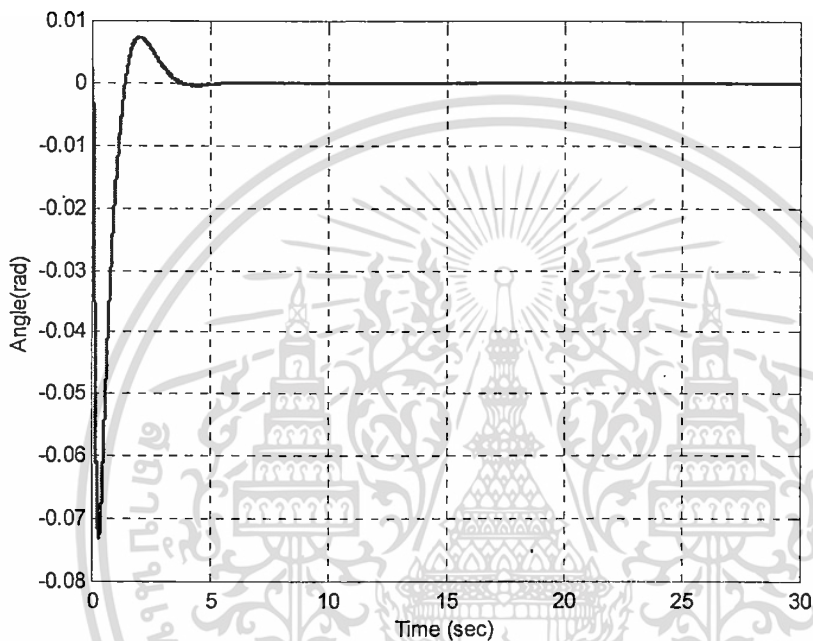
### รูปที่ 5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

จากผลการจำลองการควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.1 (ข) นั้น จะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางให้เคลื่อนที่ไปหน้าและหลังได้ตามลำดับที่กำหนดไว้ และผลจากการเคลื่อนที่ไปหน้าและหลังของตัวรถรางตามลำดับนี้ ก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ภายในเวลา 3.85 วินาทีดังแสดงในรูปที่ 5.1 (ก)

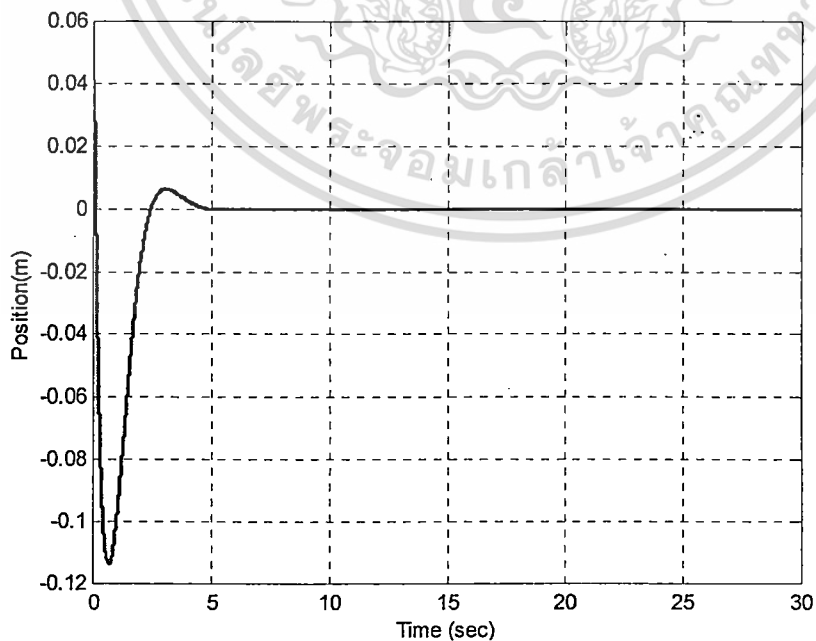
อีกสิ่งหนึ่งที่น่าสนใจที่สังเกตเห็นได้จากการจำลองนี้ เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของเพนดูลัมบนรถราง

ในหัวข้อนี้ จะแสดงผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางโดยใช้ตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค ซึ่งได้ออกแบบไว้แล้วในหัวข้อที่ 4.2 ในการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางนี้ จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของตัวรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางแสดงดังรูปที่ 5.2



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

เอกสารรูปที่ 5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว ระเบียบข้อดำเนินการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการจำลองในรูปที่ 5.2 จะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัม ให้มีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ตามต้องการ และสามารถควบคุมให้รูดรางกลับมายังตำแหน่งเริ่มต้นที่ 0 เซนติเมตรได้ภายในเวลา 5 วินาที

### 5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมบนรูดราง

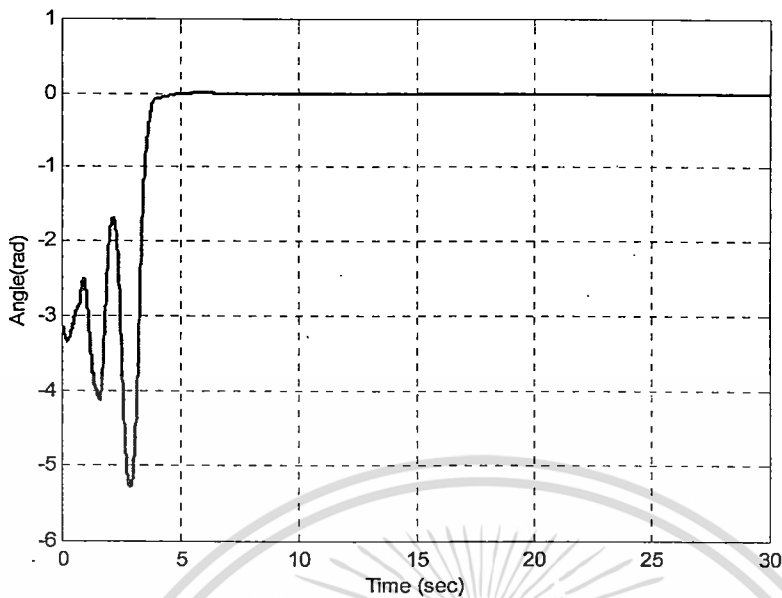
ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรูดรางโดยใช้ตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค โดยการจำลองจะแบ่งออกเป็นสามส่วน ในส่วนแรกเป็นการจำลองการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ การจำลองที่สองเป็นการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดรางในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ และส่วนสุดท้ายเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูด โดยจะเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

#### 5.3.1 การจำลองการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน

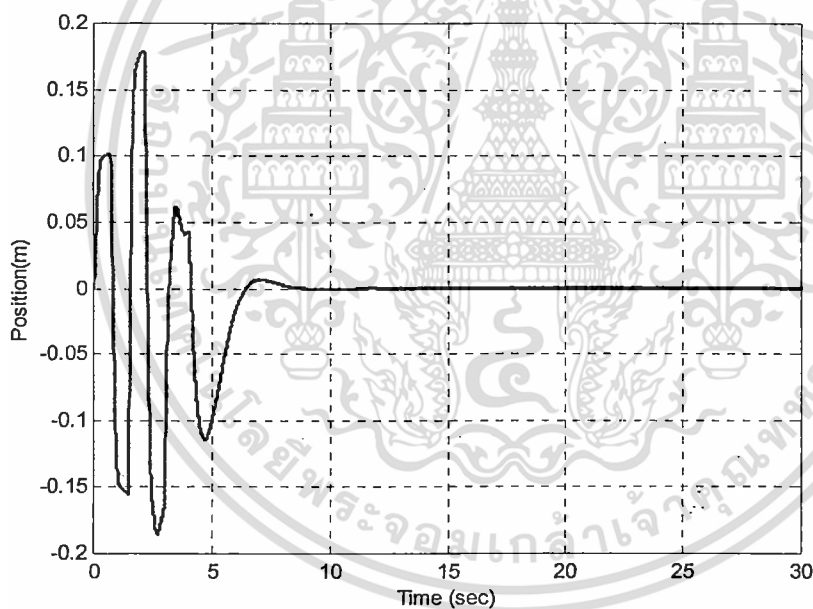
##### เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบนั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่า ตัวควบคุมทั้งสองที่ออกแบบไว้สามารถทำงานร่วมกันได้ตามประสงค์หรือไม่

การจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรูดรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งไปสู่บริเวณจุดสมดุลบน เมื่อขนาดของมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.04 เรเดียนและขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.10 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดรางในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ ซึ่งขนาดของมุมและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมที่ใช้เป็นเงื่อนไขของการเปลี่ยนตัวควบคุมดังกล่าวหาได้จากการลองผิดลองถูก ตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองการควบคุมระบบในหัวข้อที่ 5.1 และ 5.2 ซึ่งผลการจำลองแสดงได้ดังรูปที่ 5.3



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

### รูปที่ 5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อไม่มีการรบกวน

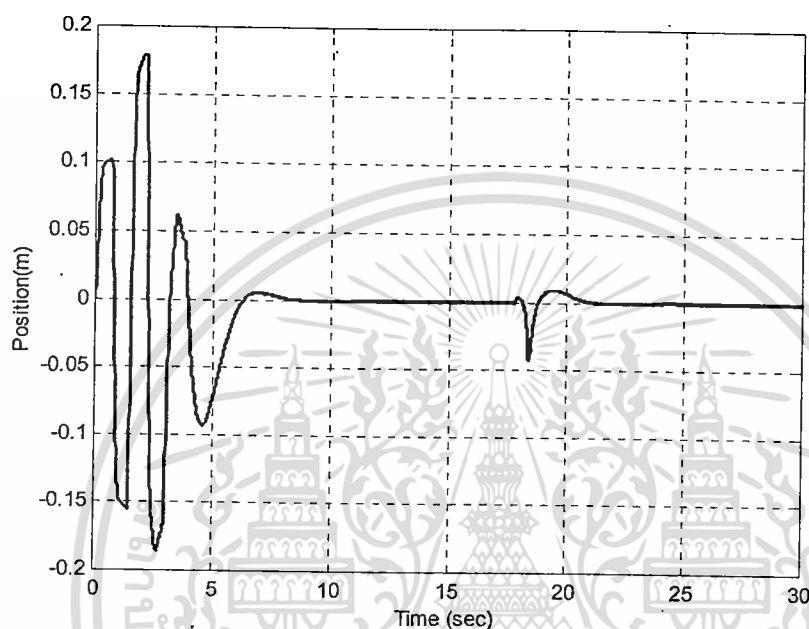
ผลการจำลองในรูปที่ 5.3 แสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ภายในเวลา 4.42 วินาที และหลังจากนั้นก็สามารถรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ในขณะที่ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้ตัวรถรางกลับมายังตำแหน่งอ้างอิงที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตรได้ตามประสงค์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

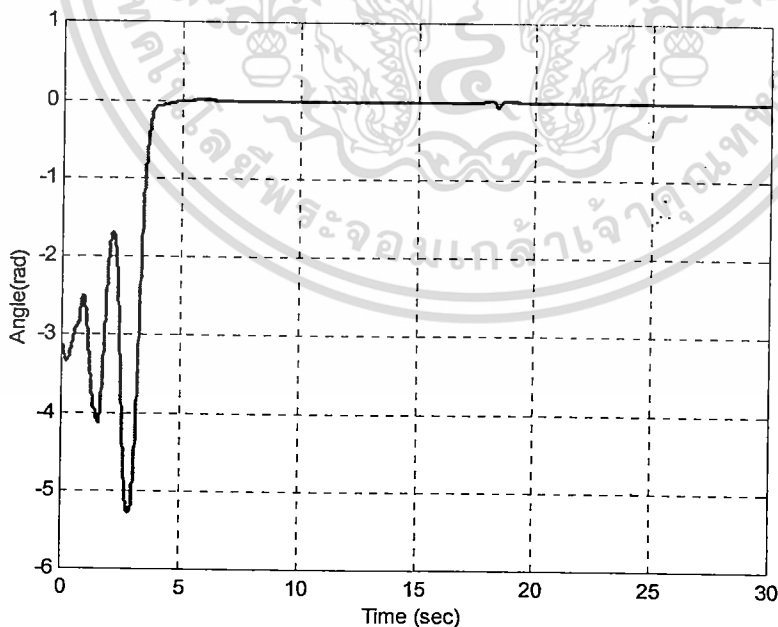
### 5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัม

บนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

จุดประสงค์ของการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบนั้น เพื่อต้องการทดสอบว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้นั้นสามารถกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบได้หรือไม่



(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม

### รูปที่ 5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับกรณีใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำมาใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
เมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณพลัดขนาด 10% เข้าที่เวลา 17 วินาที  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

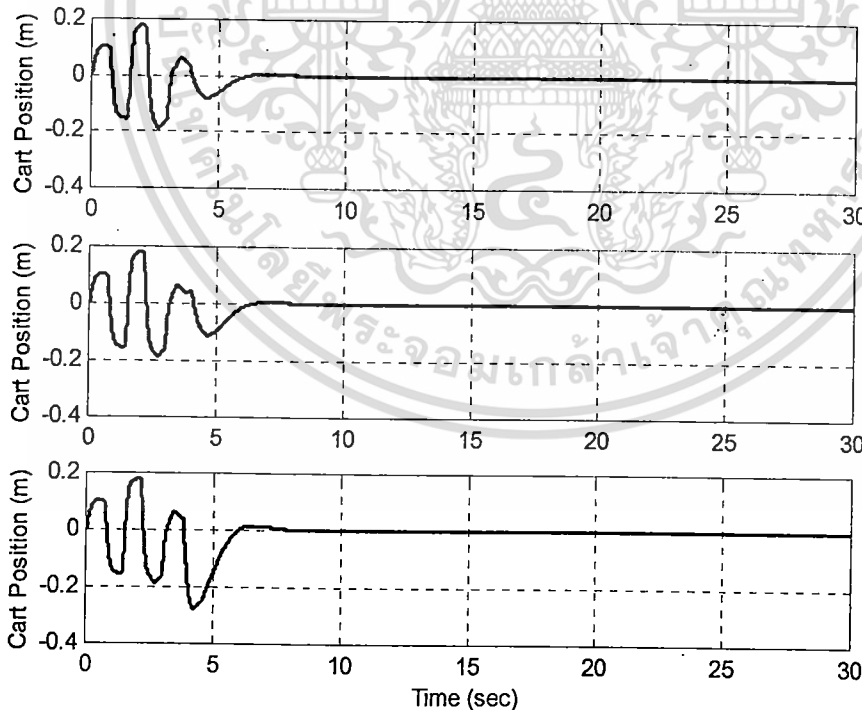
ขั้นตอนการจำลองและการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองจะเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.3.1 หลังจากเหวี่ยงให้แท่งเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนแล้ว จึงรบกวนสัญญาณควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D$ , แบบพัลส์ขนาด 10% เข้าไปยังระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางที่เวลา 17 วินาที ผลการจำลองแสดงดังรูปที่ 5.4 จะพบว่าตัวควบคุมตัวสามารถกำจัดผลกระทบของการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณพัลส์ที่เข้ามาในระบบได้ และจะเห็นได้ว่า มุมของเพนดูลัมสามารถกลับเข้าสู่จุดสมดุลบนได้อย่างรวดเร็ว และตัวรถรางก็สามารถกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตรได้โดยมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที

### 5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

#### บนรถรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

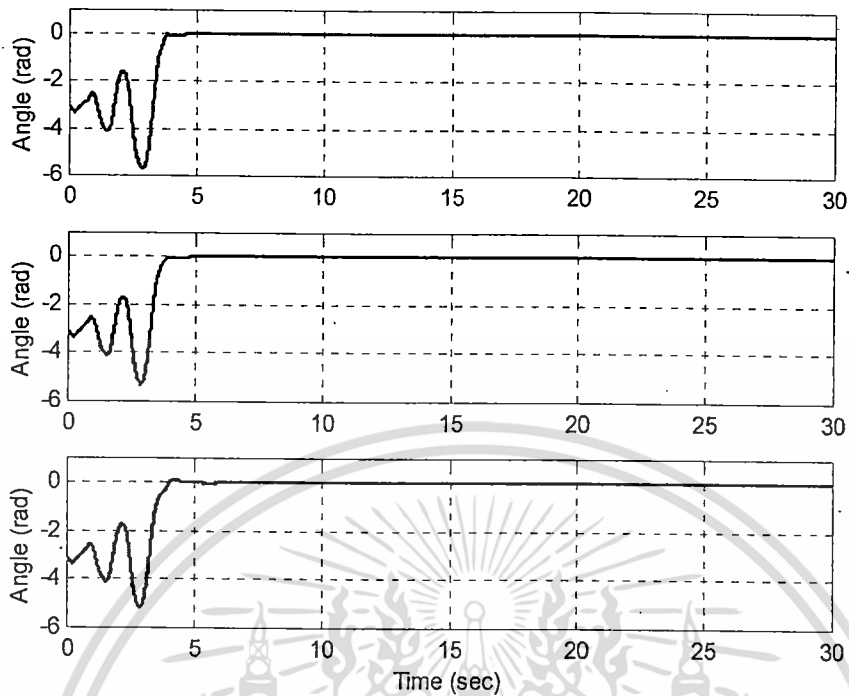
ในหัวข้อนี้จะทดสอบความคงทนของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง โดยเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ ในการจำลองนี้ยังคงมีลำดับขั้นตอนการจำลองและการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกันกับการจำลองในหัวข้อที่

#### 5.3.1



(ก) ตำแหน่งของรถราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ข) มุมของเพนดูลัม

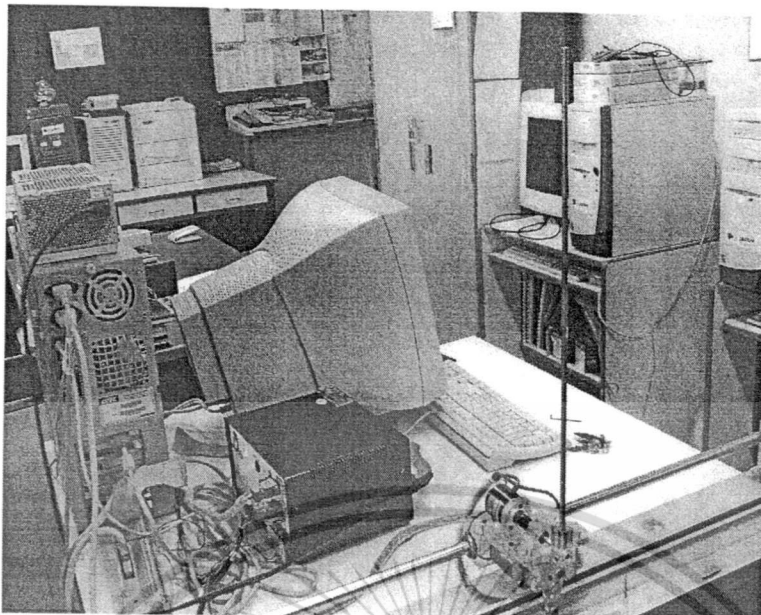
รูปที่ 5.5 ผลการจำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 5.5 จะ เห็นได้ว่า ระบบควบคุมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุด สมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้น ไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรตรางมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้นได้ ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมตำแหน่ง ของรตรางให้กลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการ

#### 5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

หลังจากได้จำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว ด้วย โปรแกรมแมตแล็บและ ได้ผลการจำลองเป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการแล้ว ลำดับต่อไปจะนำตัวควบคุมดังกล่าวมาทดลอง ควบคุมกับระบบจริงในห้องปฏิบัติการ โดยตัวควบคุมจะถูกสร้างขึ้นด้วย โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาซี (C language) และใช้ค่าเวลาชักตัวอย่าง (Sampling time) เท่ากับ 0.001 วินาที ภาพถ่ายชุดทดลองระบบอินเวอร์ ทเพนดูลัมบนรตรางในห้องปฏิบัติการแสดงดังรูปที่ 5.6

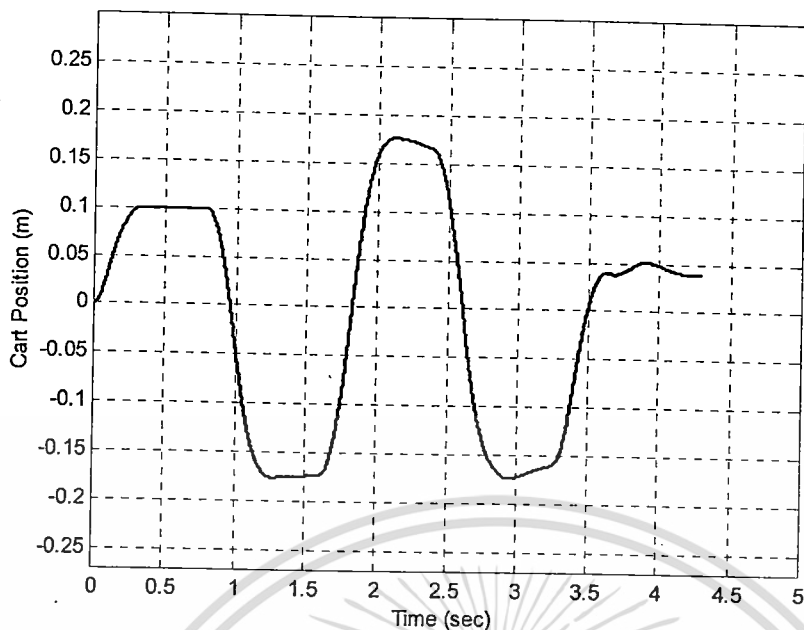
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



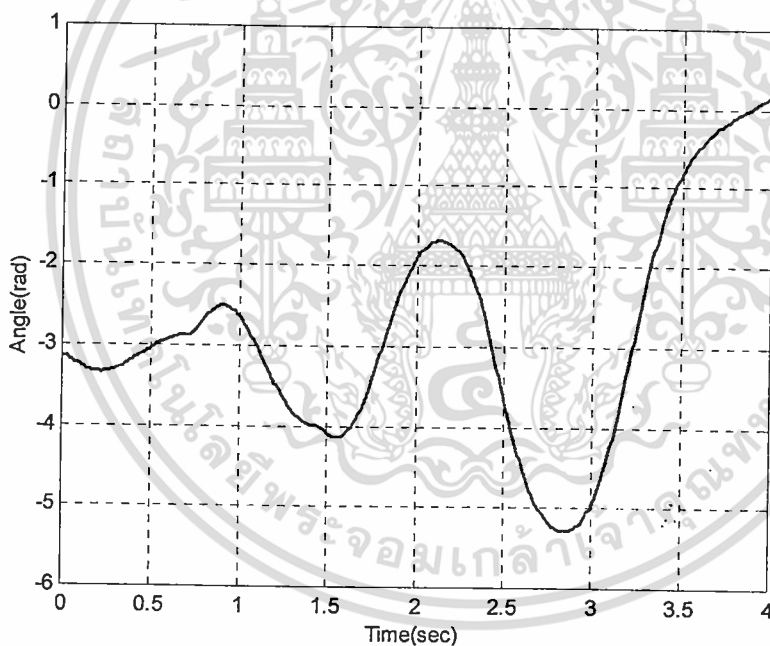
รูปที่ 5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในห้องปฏิบัติการ

ในการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวจะมีขั้นตอนการทดลองเหมือนกับการจำลองด้วยโปรแกรมเมตแล็บที่กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 5.1 จากการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวโดยใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของตัวรถรางพบว่า ต้องปรับแต่งพารามิเตอร์บางตัวของตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบไว้ในหัวข้อที่ 4.1 อีกเล็กน้อย ตัวควบคุมจึงจะสามารถทำงานได้ตามต้องการ เหตุผลที่ต้องปรับแต่งพารามิเตอร์บางตัวก็เพราะว่า ระบบที่ใช้ทดลองจริงมีความไม่เป็นเชิงเส้น และค่าคงที่แรงเสียดทานสถิตของรถรางในแต่ละจุดนั้นมีค่าไม่เท่ากัน เนื่องจากรางที่ใช้เป็นพลาสติก และร่องของรางก็มีความห่างไม่เท่ากัน จากการปรับแต่งพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมพบว่า ตัวควบคุมต้องใช้ค่าอัตราขยายพหุอันดับ  $K_p$  เท่ากับ 25 และค่าอัตราขยายเดริเวทีฟ  $K_d$  เท่ากับ 3 โดยตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางกำหนดให้อยู่ที่ 10 เซนติเมตร -17 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -18 เซนติเมตร และ 3.9 เซนติเมตร ตามลำดับ ตัวควบคุมจึงจะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ตามต้องการ ผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ตำแหน่งของรถราง



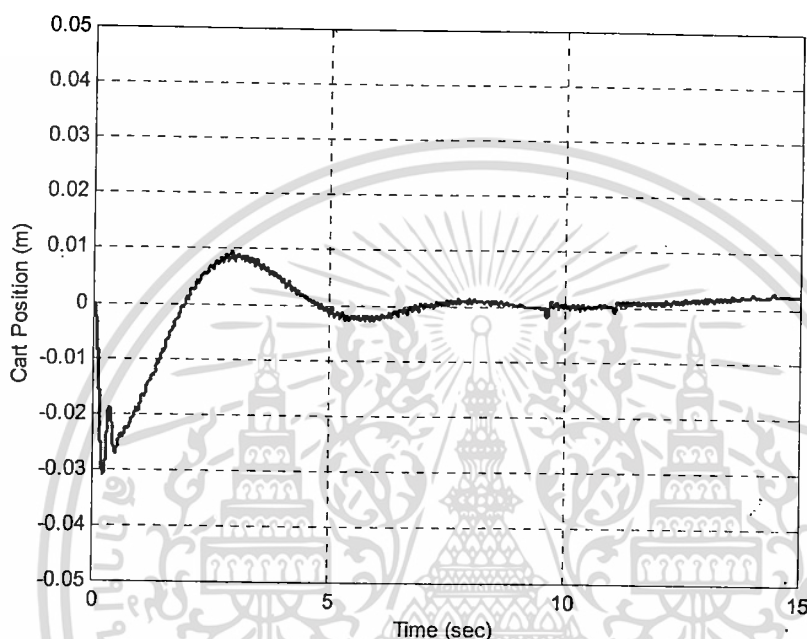
(ข) มุมของเพนดูลัม

**รูปที่ 5.7** ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

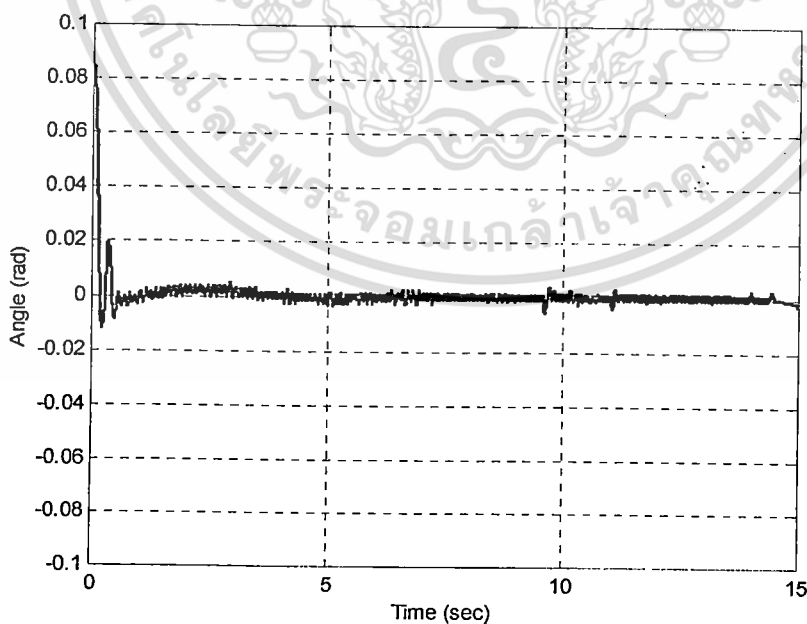
จากผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว แสดงให้เห็นว่า เมื่อควบคุมให้รถรางเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังตามลำดับที่กำหนดไว้ดังรูปที่ 5.7 (ก) ก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนได้ภายในเวลา 4.2 วินาที ดังรูปที่ 5.7 (ข)

### 5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในห้องปฏิบัติการ โดยในการทดลองจะมีขั้นตอนและใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บในหัวข้อที่ 5.2 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแสดงได้ดังรูปที่ 5.8



(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม

เอกสารนี้รูปที่ 5.8 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางดังรูปที่ 5.8 เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และค่ามุมเริ่มต้นของเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ตามรูปผลการทดลองที่ 5.8 (ก) และ (ข) แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมดุล และยังสามารถควบคุมตำแหน่งของรรางให้กลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงได้ภายในเวลา 6 วินาที โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย

## 5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

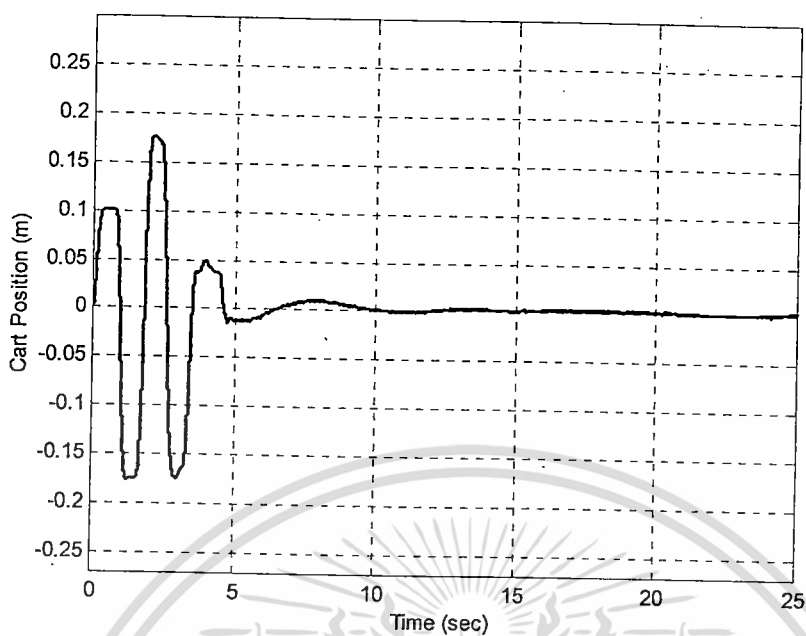
ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการ โดยใช้ตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมสไลด์จิงโหมคดงได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 4 โดยจะแบ่งการทดลองออกเป็นสามการทดลองดังนี้ การทดลองแรกเป็นการทดลองการควบคุมเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ การทดลองที่สองเป็นการทดลองการควบคุมเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ และส่วนสุดท้ายเป็นการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง โดยจะเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

### 5.6.1 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

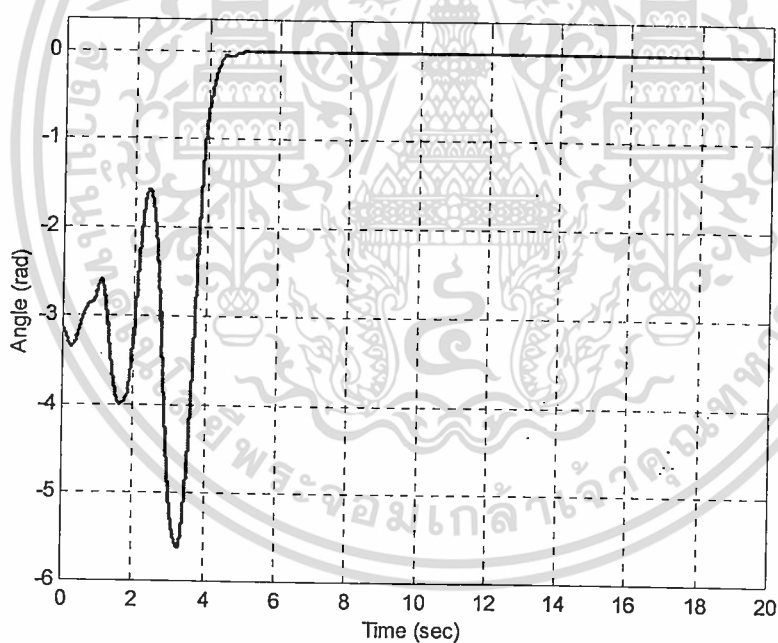
#### เพนดูลัมบนรรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบว่าระบบควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 นั้นสามารถทำงานร่วมกันได้ตามต้องการหรือไม่ และได้ผลตอบสนองของการควบคุม แตกต่างจากผลตอบสนองของการควบคุมที่ได้จากการจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมเมตแล็บในหัวข้อ 5.3.1 อย่างไร โดยการทดลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมพีดีควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังของตัวรราง เพื่อเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบน เมื่อขนาดของมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.04 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.10 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ไว้ โดยที่ตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการทดลองในหัวข้อที่ 5.4 และ 5.5 ผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

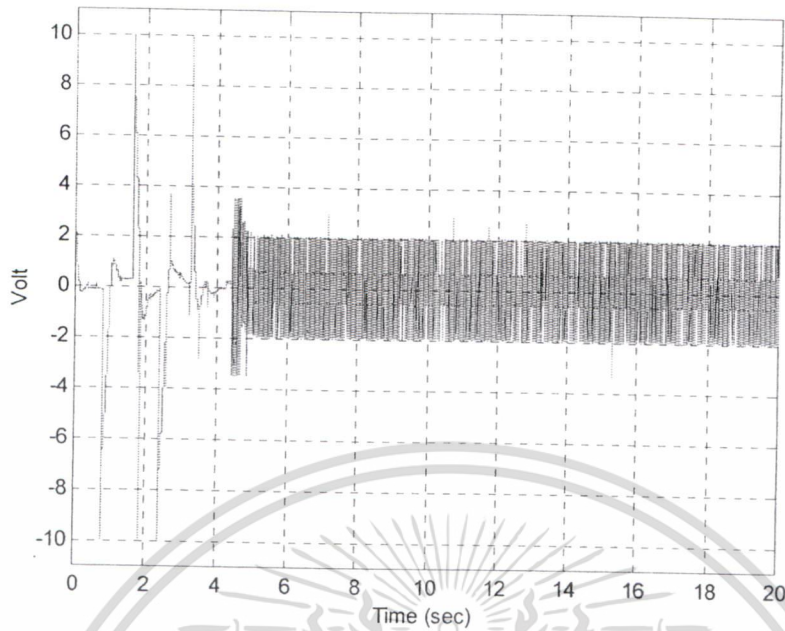


(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ค) สัญญาณควบคุมที่ใช้สำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

**รูปที่ 5.9** ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนจากภายนอก

จากผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 5.9 เห็นได้ว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นไปยังจุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนไว้ได้ ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้รถรางกลับเข้าตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการและมีค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัวเล็กน้อย

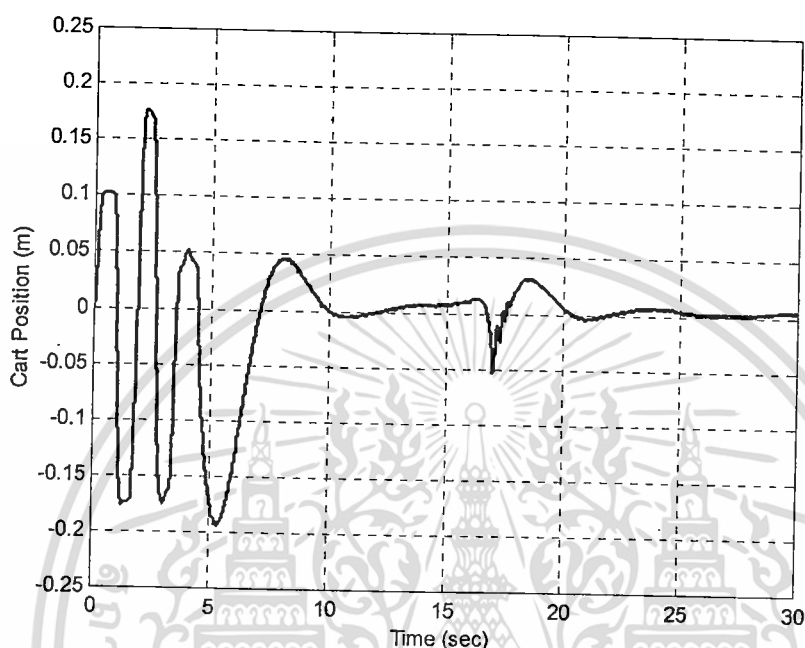
### 5.6.2 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท

#### เพนดูลัมบนรรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

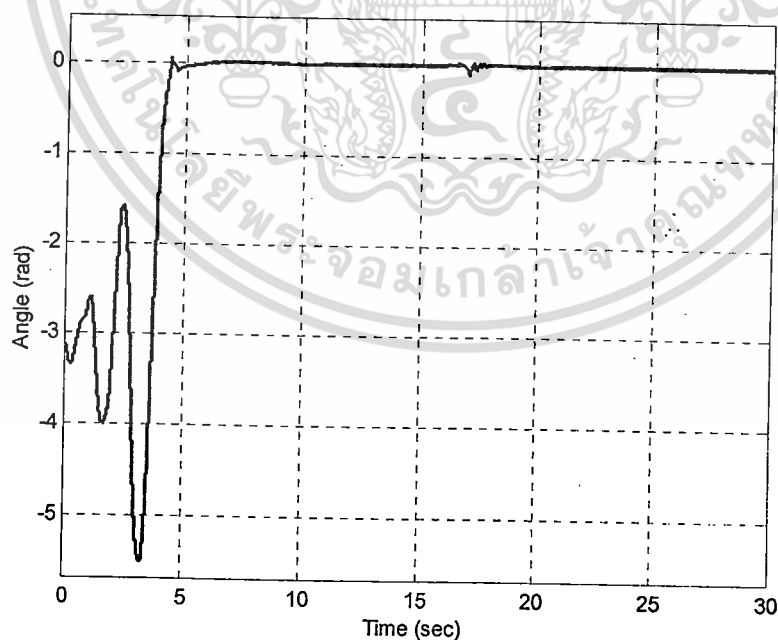
ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของรถราง ซึ่งการทดลองในหัวข้อนี้มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบการกำจัดผลกระทบต่อสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในระบบควบคุม โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและการใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุม การเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเหมือนกับการทดลองที่ 5.6.1 หลังจากเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบน และรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนแล้ว จึงรบกวนสัญญาณอินพุตควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D_i$  แบบพัลส์ขนาด 10% เข้าไปยังระบบ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางที่เวลา 17 วินาที ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น และรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนคูถัมเมื่อมีการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบพัลส์แอสตง ได้ดังรูปที่ 5.10

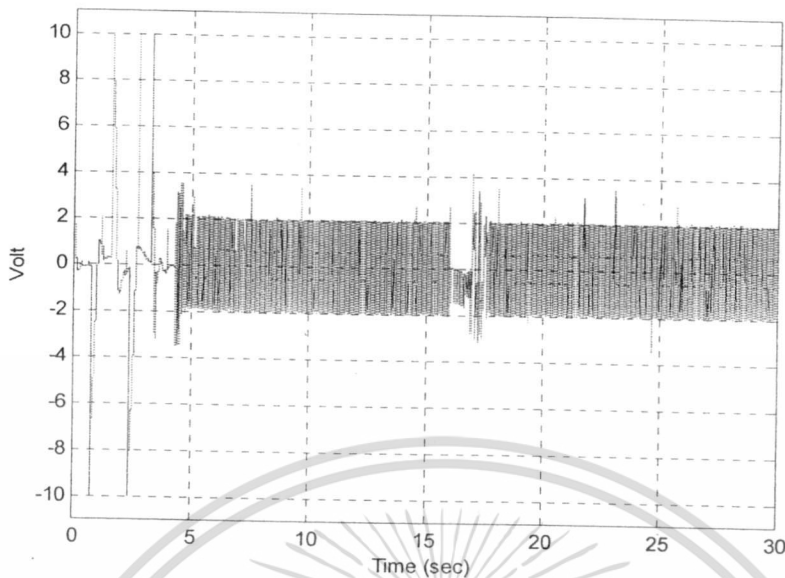


(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนคูถัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ค) สัญญาณควบคุมที่ใช้สำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

รูปที่ 5.10 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อรับกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบพัลส์ขนาด 6% เข้าที่เวลา 17 วินาที

จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.10 เห็นได้ว่าตัวควบคุมสามารถกำจัดผลของสัญญาณรบกวนแบบพัลส์ที่เข้ามาในระบบได้ โดยสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมดุลบน และควบคุมให้รยางสามารถกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้โดยมีค่าความผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย และมีช่วงเวลาเข้าที่ประมาณ 5 วินาที ตามที่ได้ออกแบบไว้

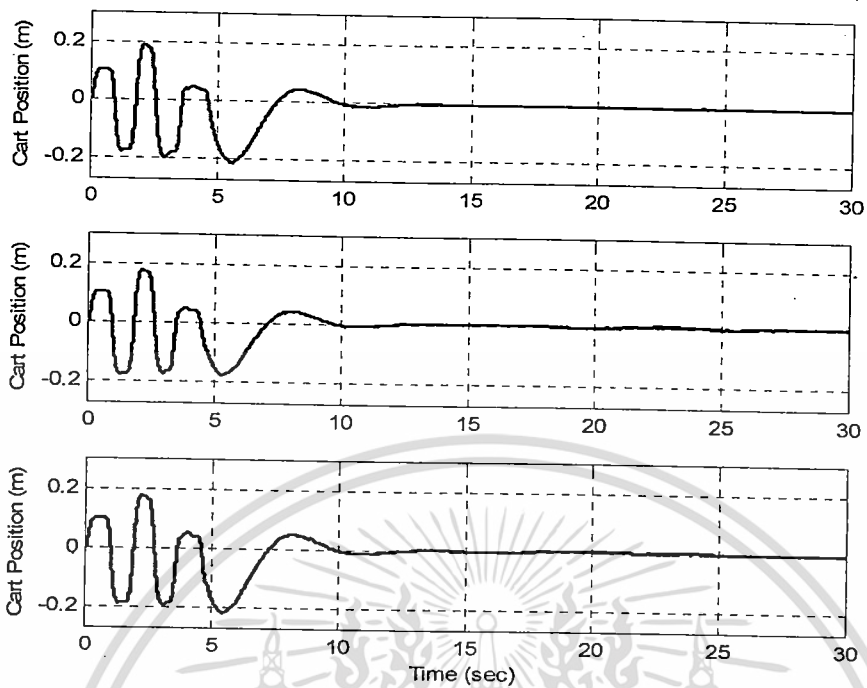
### 5.6.3 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท

เพนดูลัมบนรยางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

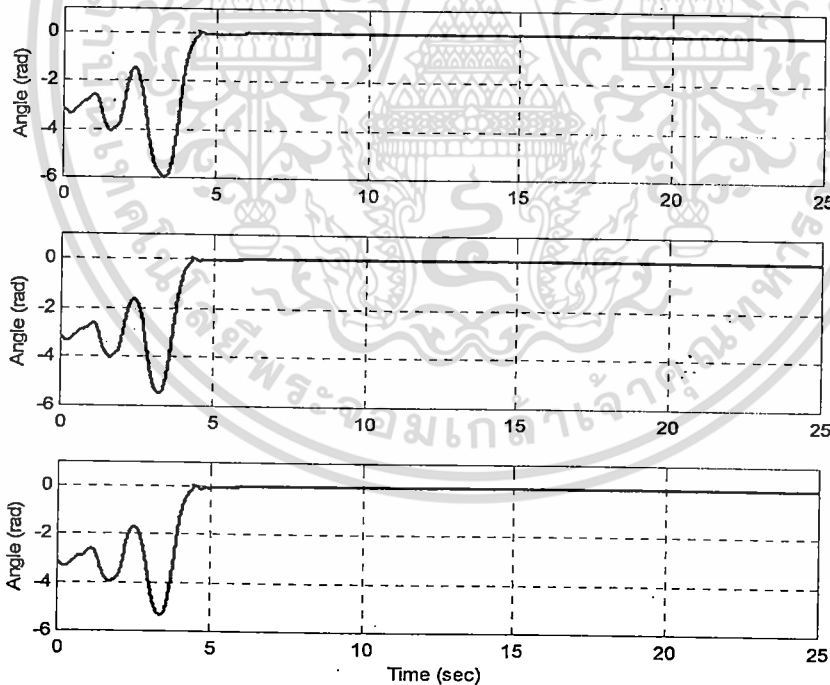
ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรยางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง ในการทดลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในหัวข้อนี้จะเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรยางเหมือนกับการทดลองที่ 5.6.1 จากผลการทดลองในรูปที่ 5.11 จะเห็นได้ว่า ถึงแม้ความยาวของแท่งเพนดูลัมจะมีการเปลี่ยนแปลงไป ระบบควบคุมก็ยังสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และยังคงรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรยางมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้นได้ ในขณะที่ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมตำแหน่งของรยางให้กลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตรได้

ความต้องการนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

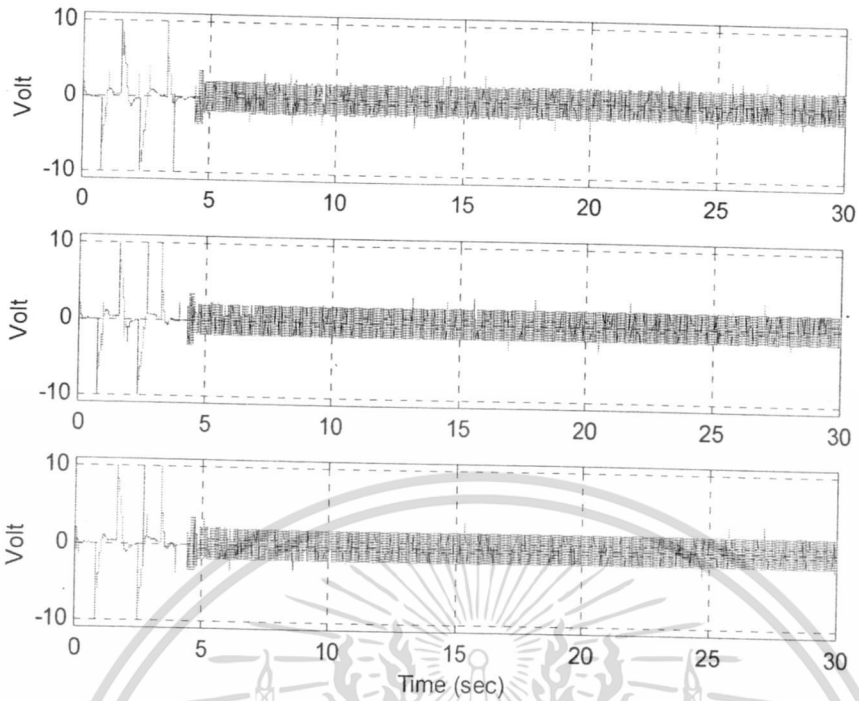


(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ค) สัญญาณควบคุมที่ใช้สำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

รูปที่ 5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม  
เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร  
และ 30 เซนติเมตร

## บทที่ 6

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 6.1 บทสรุป

โครงการวิจัยนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดี และตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ตัวควบคุมทั้งสองนี้จะทำงานร่วมกันเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น ในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมพีดีควบคุมตำแหน่งของรถรางให้เคลื่อนที่ไปหน้าและหลังตามตำแหน่งที่กำหนดไว้ จนกระทั่งสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบน และหลังจากนั้นจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค เพื่อรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ในการออกแบบตัวควบคุมผสมดังกล่าวจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก และส่วนที่สองคือการออกแบบตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค ซึ่งหาค่าอัตราขยายป้อนกลับเชิงเส้นของตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคด้วยวิธีการวางโพล และเนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมนั้น จำเป็นจะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางก่อน ในโครงการวิจัยนี้ จึงได้ใช้วิธีการของลากรางจ์ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยจะพิจารณาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์รวมของระบบ แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่หาได้จากวิธีการของลากรางจ์นั้นเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น จึงได้ประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบนี้ให้เป็นเชิงเส้นก่อน แล้วจึงนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

การจำลองและการทดลองความสามารถในการควบคุมของตัวควบคุมผสมที่ได้ออกแบบไว้นั้นจะแบ่งออกเป็นสามส่วนดังนี้ ส่วนแรกเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ถัดมาส่วนที่สองจะเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคในการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และส่วนสุดท้ายเป็นการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองชนิดในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น พร้อมทั้งรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในสถานะที่มี และไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงการทดสอบความคงทนของตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง ด้วยการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

จากผลการจำลองและผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนได้ ส่วนตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมก็สามารถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เผยแพร่เอกสารนี้เป็นการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และเมื่อนำตัวควบคุมทั้งสองมาทำงานร่วมกันก็สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้อินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนไว้ได้ รวมทั้งสามารถควบคุมให้รถรางกลับมายังตำแหน่งเริ่มต้นได้ตามต้องการ ทั้งในสถานะที่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบและเมื่อพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง แต่ยังคงมีค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัวเล็กน้อย เนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของชุดทดลองจริง

## 6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย

เนื่องจากรางของรถรางใช้เฟืองสะพานพลาสติกมาต่อกันเป็นรางยาว 1 เมตรจึงทำให้รางที่ได้นี้มีค่าแรงเสียดทานสถิตแต่ละจุดไม่เท่ากัน โดยเฉพาะบริเวณจุดต่อแต่ละจุดของเฟืองสะพาน จึงส่งผลให้ระบบควบคุมไม่สามารถกำจัดค่าผิดพลาดที่สถานะคงตัวของตำแหน่งรถรางได้

ในการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจะต้องใช้การเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังของตัวรถรางเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบน แต่เนื่องจากโครงสร้างของชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางนั้น มีความยาวของรางเพียง 1 เมตร จึงต้องควบคุมให้รถรางเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังจำนวน 5 จังหวะ ซึ่งต้องใช้เวลาานจึงจะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้

## 6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

สำหรับข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนาคือ อาจจะออกแบบรางของรถรางขึ้นใหม่โดยใช้เฟืองสะพานที่ทำจากโลหะชิ้นเดียว เพื่อลดผลกระทบจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทานสถิตระหว่างตัวรถกับราง

นอกจากนี้ ในการกำหนดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางเพื่อใช้เหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นสู่จุดสมดุลบนนั้น ควรได้มาจากการคำนวณหรือมีทฤษฎีรองรับในการหาตำแหน่งที่แน่นอน เพราะในงานวิจัยนี้ ได้ใช้วิธีลองผิดลองถูกในการหาตำแหน่งการเคลื่อนที่ของตัวรถรางดังกล่าว

## บรรณานุกรม

- [1] สองเมือง นันทขว้าง “การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัม บนรถ” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะบัณฑิต วิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2548
- [2] นวเทพ ชนาพรรณ “ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน” วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะบัณฑิตวิทยาลัย สถาบัน เทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2546
- [3] N. Kouda, N. Matsui and H. Nishimura, “Control for Swing-up of an Inverted Pendulum using Qubit Neural Network,” Proceedings of the 41st SICE Annual Conference, Vol. 2, pp. 765-770, 2002.
- [4] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and N. Komine, “Hybrid PD – Servo State Feedback Controller with Observer for Inverted Pendulum System,” Proceeding of the ITC-CSCC, pp. 345-348, 2006.
- [5] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and N. Komine, “Hybrid PD-Sliding Mode Controller Designed for Inverted Pendulum System,” Proceeding of the ECTI-CON2, pp. 237-240, 2007.
- [6] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and H. Aoyama, “Hybrid PD – Sliding Mode Controller with Observer for Inverted Pendulum on Cart System,” Proceeding of the EECON-30, pp. 1149-1152, 2007.
- [7] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, “Nonlinear Control of Swing-up Inverted Pendulum,” Proceedings of the IEEE International Conference on control application, pp. 259-264, 1996.
- [8] K. Yoshida, “Swing-up Control of an Inverted Pendulum by Energy-based Methods,” Proceedings of the American Control Conference, Vol. 6, pp. 4045-4047, 1999.
- [9] Vadim Utkin, Jurgen Guldner and Jingxin Shi, “Sliding Mode Control in Electromechanical Systems”. TAYLOR & FRANCIS, 1999.
- [10] K. Ogata, Modern Control Engineering, Second Edition, Prentice-Hall international, Inc1990



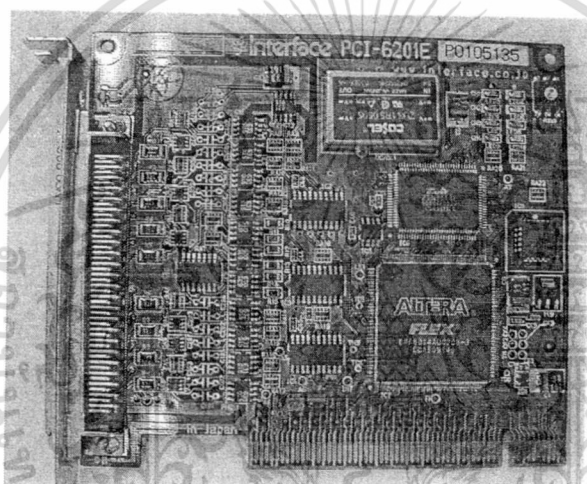
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (PC)

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทำหน้าที่ควบคุมการเหยียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดางค์ด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) ที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

### ก.2 การ์ดนับจำนวนพัลส์สำหรับวัดตำแหน่งของรอรรางและมุมของเพนดูลัม

การ์ดนับจำนวนพัลส์จากเอนโคเดออร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรอรรางและมุมของเพนดูลัมจะมีลักษณะเป็นการ์ดแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-6201E ซึ่งเป็นการ์ดสำเร็จรูปที่สามารถต่อใช้งานร่วมกับเอนโคเดออร์มากที่สุดได้ถึง 4 ตัว โดยภาพถ่ายการ์ดนับจำนวนพัลส์ เบอร์ PCI-6201E แสดงดังรูปที่ ก.1 และการตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.1 ภาพถ่ายการ์ดนับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E

### ก.3 วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จะมีลักษณะเป็น PCI การ์ดรหัส PCI-3345A ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับวงจรขับมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนรอรราง โดยตัวการ์ดจะรับข้อมูลดิจิทัลขนาด 12 บิตจากคอมพิวเตอร์และจะแปลงข้อมูลนี้เป็นสัญญาณอนาล็อกอยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้ามีขนาด  $-10$  โวลต์ ถึง  $+10$  โวลต์ (ขนาดแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากตัวการ์ด) เพื่อส่งแรงดันนี้เข้าสู่วงจรขับกระแสของมอเตอร์เพื่อใช้ขับเคลื่อนรอรราง โดยขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้จะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าข้อมูลดิจิทัลที่ส่งมาให้ แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าส่งค่า FFFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุดคือ 10 โวลต์

ถ้าส่งค่า 7FFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดคือ 0 โวลต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ร่นเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ถ้าส่งค่า 0H จะ ได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุดคือ  $-10$  โวลต์

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



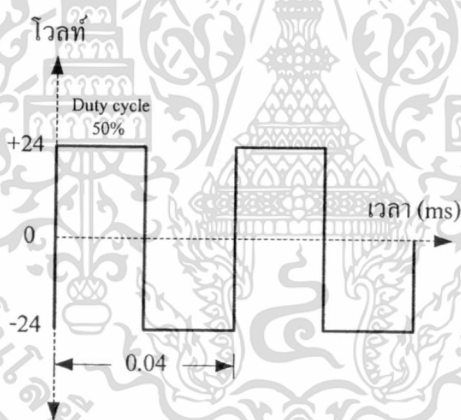
#### ก.4 วงจรขับกระแสของมอเตอร์ (current driver motor)

วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถรางจะทำหน้าที่รับแรงดันจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จากนั้นจะแปลงแรงดันให้เป็นสัญญาณ PWM (Pulse-width modulation) เพื่อใช้ขับมอเตอร์ โดยสัญญาณ PWM จะมีขนาด  $\pm 24$  โวลต์และมีความถี่ของสัญญาณ 25 กิโลเฮิรตซ์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของวัฏจักรหน้าที่ (Duty cycle) จะขึ้นอยู่กับแรงดันอินพุตที่รับมาจากวงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันอินพุตจะทำให้วัฏจักรหน้าที่เปลี่ยนแปลงเป็นเชิงเส้น แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

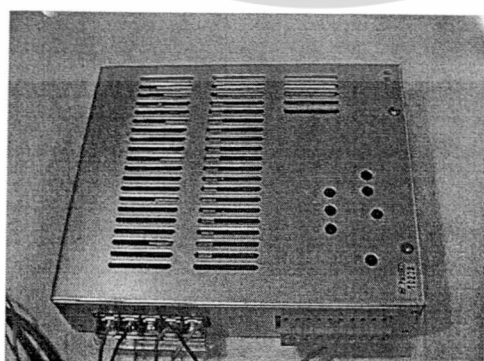
ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ +10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่ = 100% มอเตอร์จะหมุนตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 0 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่ = 50% มอเตอร์จะหยุดหมุน

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ -10 โวลต์จะทำให้วัฏจักรหน้าที่ = 0% มอเตอร์จะหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด โดยลักษณะของสัญญาณ PWM แสดงดังรูปที่ ก.4 และภาพถ่ายของ วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.5



รูปที่ ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

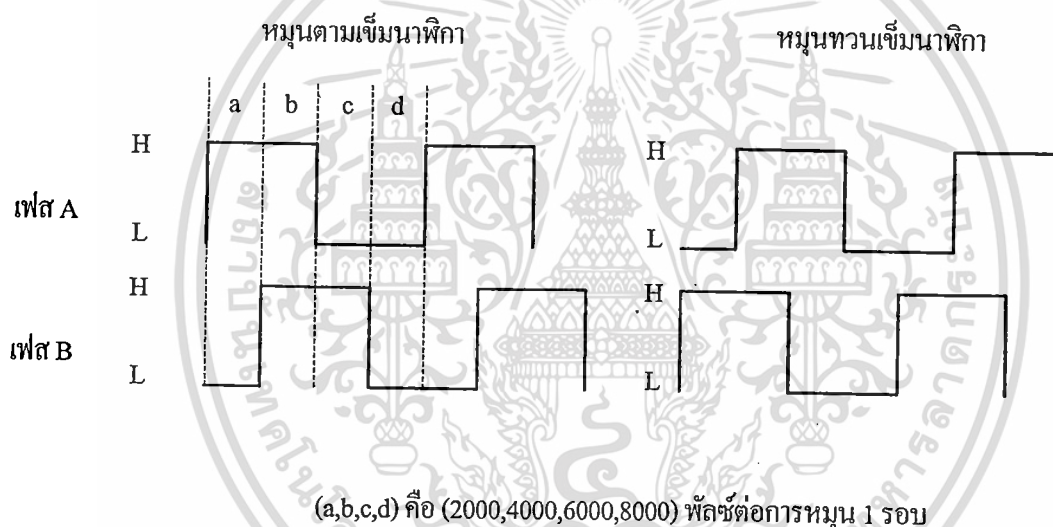


รูปที่ ก.5 ภาพถ่ายวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.5 เอนโคเดเดอร์แบบหมุน

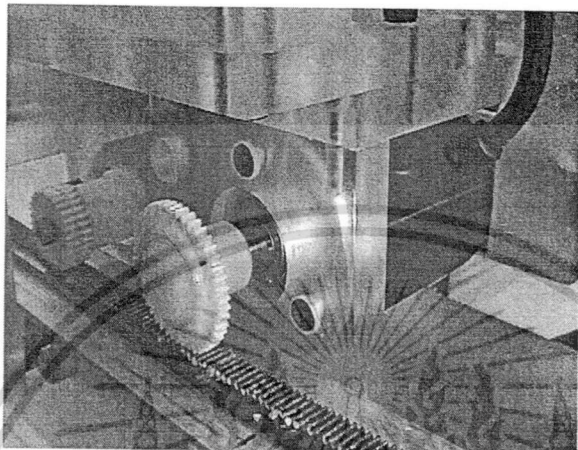
เอนโคเดเดอร์เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับ เนื่องจากสัญญาณที่ป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโคเดเดอร์นั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบหรือสามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่างไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้นี้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเอนโคเดเดอร์ที่ใช้ในระบบ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถจะเป็นเอนโคเดเดอร์แบบหมุนมีความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) แต่เนื่องจากเมื่อเอนโคเดเดอร์หมุนจะทำให้เกิดสัญญาณพัลส์ขึ้นที่ขา A และ B ของ เอนโคเดเดอร์ซึ่งต่างเฟสกันอยู่ 90 องศา โดยทั้งสองสัญญาณนี้จะถูกขยายสัญญาณและส่งเข้าสู่วงจรมุม ซึ่งวงจรมุมจะทำการแบ่งสัญญาณพัลส์ทั้งสองออกเป็น 4 ส่วนแสดงดังรูปที่ ก.6 ดังนั้นจะทำให้ความละเอียดของสัญญาณพัลส์เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า นั่นคือ 8000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ ดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้คือ  $360/8000 = 0.045$  องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์



รูปที่ ก.6 แสดงความละเอียดของสัญญาณพัลส์ต่อการหมุนเอนโคเดเดอร์ 1 รอบ

### ก.5.1 เอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรตราง

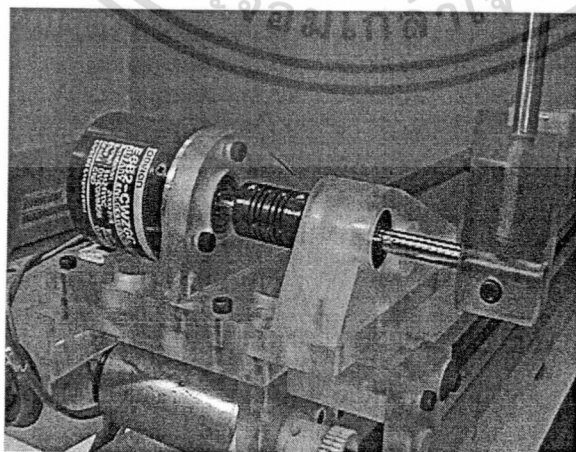
เอนโคเดเดอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนล่างของรตราง เพลลาของเอนโคเดเดอร์แบบหมุนจะต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบกับเฟืองสะพานของรตราง การติดตั้งเอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรตรางแสดงดังรูปที่ ก.7



รูปที่ ก.7 การติดตั้งเอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรตราง

### ก.5.2 เอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม

เอนโคเดเดอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนบนของรตราง โดยที่เพลลาของเอนโคเดเดอร์แบบหมุนจะต่อกับเพลลาของแท่งเพนคูล์มด้วยตัวเชื่อมต่อ (Coupling) ที่ทำจากพลาสติก โดยที่เพลลาของแท่งเพนคูล์มนี้สามารถหมุนได้ในระนาบของแนวแกนตั้ง การติดตั้งเอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ ก.8

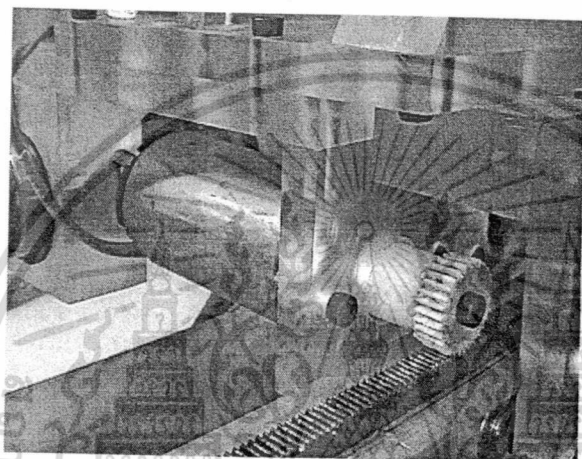


รูปที่ ก.8 การติดตั้งเอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.7.1 ระบบส่งกำลังของรถราง

ระบบส่งกำลังของรถรางประกอบด้วยดีซีมอเตอร์ขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ เป็นตัวส่งกำลัง โดยเพลลาของดีซีมอเตอร์จะต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบกับเฟืองสะพานของรถราง การใช้เฟืองในการส่งกำลังมีข้อดีคือ มีค่าแรงเสียดทานในระบบต่ำเมื่อเทียบกับระบบส่งกำลังด้วยสายพานจึงไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่ และไม่มีการสะสมพลังงานในสายพานเมื่อมอเตอร์หมุนซึ่งเป็นสาเหตุของการเกิดเรโซแนนซ์ (Resonance) ของระบบส่งกำลัง โดยระบบส่งกำลังของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.9



รูปที่ ก.9 ภาพถ่ายระบบส่งกำลังของรถราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ข.  
โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.1 โปรแกรมที่ใช้สำหรับวาดเส้นทางรากของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนระนาบ  
(โปรแกรมเมตแล็ป)

Num = [6.09 0 179.04];

Den = [1 0.25 33.43 7.20 0];

printsys (num, den)

rlocus (num, den)

axis ([-0.25 0.05 -10 10])

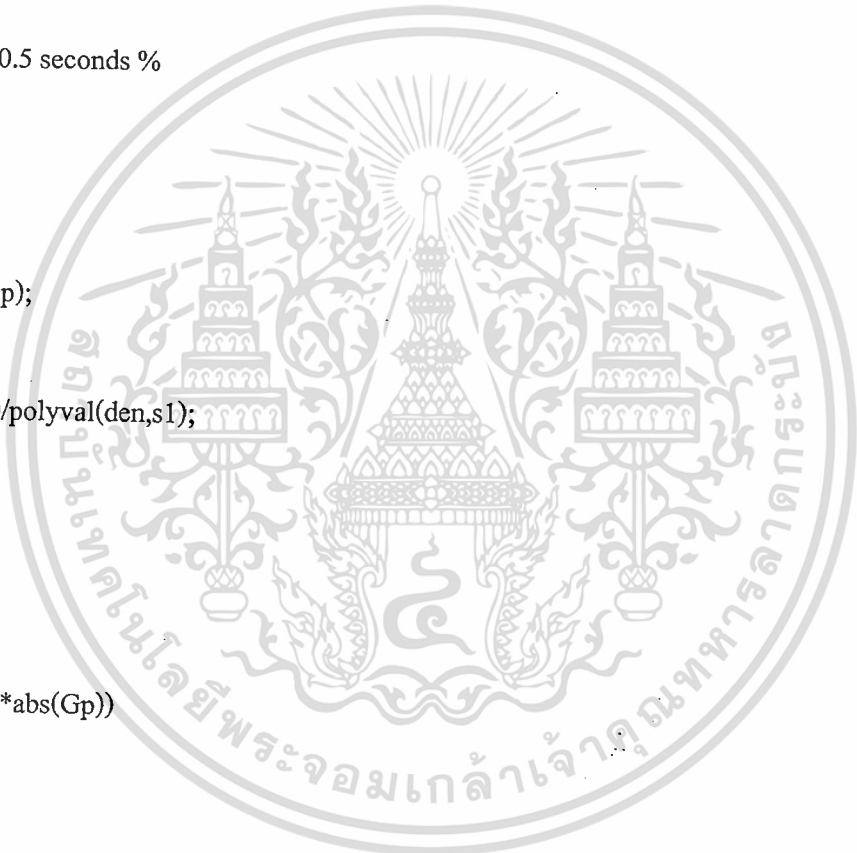
grid on



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.2 โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PD ด้วยวิธีเส้นทางราก  
(โปรแกรมเมตแล็บ)

```
format short;
clear all
clc
num = [6.09 0 179.04];
den = [1 0.25 33.43 7.20 0];
printsys (num, den)
% Mp = 5% and ts = 0.5 seconds %
Mp = 0.05;
ts = 0.5;
ww = 4/ts;
wd = (-pi*ww)/log(Mp);
s1 = -ww+(wd*j);
Gp = polyval(num,s1)/polyval(den,s1);
Phi = pi-angle(Gp)
x = wd/tan(Phi)
z = ww+x
Td = 1/z
Kp = 1/(abs(Td*s1+1)*abs(Gp))
```



ข.3 โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุมสไลด์ดิงโหมตด้วยวิธีการวางโพล  
(โปรแกรมแมตแล็บ)

close all

clc

M = 0.642; m = 0.123; l = 0.25; f = 0.165; g = 9.8;

A21 = (3\*(M+m)\*m\*g)/((4\*m\*l\*(M+m)-(3\*m\*m\*l));

A24 = ((-3\*m\*f)/((4\*m\*l\*(M+m)-(3\*m\*m\*l)));

A41 = (3\*m\*g)/(4\*((M+m)-(0.75\*m)));

A44 = (-f)/((M+m)-(0.75\*m));

B21 = (3\*m)/((4\*m\*l\*(M+m)-(3\*m\*m\*l));

B41 = (1)/((M+m)-(0.75\*m));

A = [0 1 0 0; A21 0 0 A24; 0 0 0 1; A41 0 0 A44]; B = [0 B21 0 B41]'; C = [0 0 1 0];

D = [0 0 0 0]';

Qca1 = B; Qca2 = A\*B; Qca3 = A\*A\*B; Qca4 = A\*A\*A\*B;

Qca = [Qca1 Qca2 Qca3 Qca4];

Rank\_Qca = rank (Qca)

syms s

S = [s 0 0 0; 0 s 0 0; 0 0 s 0; 0 0 0 s];

SI\_A = S-A;

d\_SI\_A = det(SI\_A)

pretty (d\_SI\_A)

Azero = [0 -7.2107 -33.4314 0.2453];

W = [-7.2107 -33.4314 0.2453 1; -33.6507 0.2453 1 0; 0.2453 1 0 0; 1 0 0 0]

T = Qca\*W;

p = [-0.8+1.324\*i -0.8-1.324\*i -10 -11];

K = place(A',C',p)'

Alpha = conv(conv(conv([1 0.8+j\*1.325],[1 0.8-j\*1.325]),[1 10]),[1 11]);

Alpha = [263.5187 226.3081 145.9956 22.6];

Kax = Alpha - Azero;

K = Kax\*inv (T)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข.4 โปรแกรมควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรตราง  
(โปรแกรมภาษาซี)

```

/*=====
Sample program for Interface DA(digital to analog) PCI boards under MS-DOS/PC
DOS.Console application for C language Copyright 2001 Interface Corporation. All rights
reserved. =====
*/

#include <stdio.h> // for enoder
#include <bios.h> // for enoder
#include <conio.h> // for enoder
#include <stdlib.h> // for D to A
#include <string.h> // for D to A
#include <time.h> // for D to A
#include <dos.h> // for D to A
#include <process.h> // for D to A
#include <math.h> // for D to A
#include "DA.H" // for D to A
#include "GETBAR.H" // for enoder
void interrupt (*oldIrq3)(void);
void interrupt countToggle(void);
#define drive_port 0x378 // Number of drive port
#define file_out "c:\data.m" // open file (name is final.m)
#define cls(l); { short i; for(i=1; i<25; i++) lineclr(i); } // for D to A
#define Locate(x,y) printf("\x1b[%d;%dH", (y)+1, (x)+1) // for D to A
#define lineclr(l) printf("\x1b[s\x1b[%d;1H\x1b[0K\x1b[u", l+1)// for D to A
#define range DA_10V // for D to A
#define IRQ3 0x0B /* IRQ3 address */
PCI_CONFIG PciData; // for enoder
DASMPCHREQ SmplChReq[2]; // for D to A
DABOARDSPEC BoardSpec; // for D to A

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

HANDLE OpenBoard(void); // for D to A
void INITIAL_DTOA(void); // for D to A
void CLOSE_DTOA(void); // for D to A
int hexout = 2047;
float volt = 0.0;
WORD DaData[1];
int swith = 1;
int key = 0;
int key_1 = 0;
long count = 0;
float time_r = 0.0;
HANDLE hDevice;
float f_hat = 0.0;
float fs2 = 0.13;
float fc2 = 0.097;
float fs1 = 0.19;
float fc1 = 0.136;
// parameters of encoder
int adr0,adr1,bus_info = 0.0;
int lByte = 0.0;
int mByte = 0.0;
int hByte = 0.0;
long dwCounter1 = 0.0;
long dwCounter2 = 0.0;
long dwCounter3 = 0.0;
int direction_1 = 0.0;
int direction_2 = 0.0;
// parameters of controller
float distane = 0.00;
float step_time = 0.001;
float eer = 0.00;
float eer_old = 0.00;

```



ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

float x = 0.00;
float x_old = 0.00;
float x_dot = 0.00;
float th_1_old = 0.00;
float th_2_old = 0.00;
float th_1 = 0.00;
float th_2 = 0.00;
float th_1_dot = 0.00;
float th_2_dot = 0.00;
float ui_old = 0.00;
float ui = 0.00;
float u = 0.00;
/*##### Parameters of Sliding Mode Controller #####*/
float a11 = 0.00;
float a12 = 1.00;
float a13 = 0.00;
float a14 = 0.00;
float a21 = 33.43;
float a22 = 0.00;
float a23 = 0.00;
float a24 = -0.74;
float a31 = 0.00;
float a32 = 0.00;
float a33 = 0.00;
float a34 = 1.00;
float a41 = 1.34;
float a42 = 0.00;
float a43 = 0.00;
float a44 = -0.25;
float b11 = 0.00*4.098;
float b21 = 4.46*4.098;
float b31 = 0.00*4.098;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
float b41 = 1.49*4.098;
```

```
float H1 = 0.00;
```

```
float H2 = 0.00;
```

```
float H3 = 0.00;
```

```
float H4 = 0.00;
```

```
float H5 = 0.00;
```

```
float velo = 0.00;
```

```
float velo_old = 0.00;
```

```
float th_1_dot_old = 0.00;
```

```
float Ua = 0.00;
```

```
float Un = 0.00;
```

```
float Z = 0.00;
```

```
float Zn = 0.00;
```

```
float Zn_old = 0.00;
```

```
float Sn = 0.00;
```

```
float Mn = 0.00;
```

```
float Q = 0.00;
```

```
float sign = 0.00;
```

```
// parameters of gain
```

```
float khat_1 = 126.0;
```

```
float khat_2 = 39.0;
```

```
float khat_3 = -10.0;
```

```
float khat_4 = -50.2169;
```

```
float khat_5 = 5.0;
```

```
float khat_11 = 42.2167*1; // Place poles @ [-10,-11]
```

```
float khat_22 = 6.7877*1;
```

```
float khat_33 = -6.0051*1;
```

```
float khat_44 = -5.3176*1;
```

```
// Parameters of gain -----
```

```
float kp = 23.72;
```

```
float kd = 3.06;
```

```
float eer_dot = 0.0;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

float setpoint = 0.0;

float step[5];

float di = 0;

int n = 0;

int nn = 250;

//-----

// Function void main ()

//-----

int main(void) {

// open file -----

FILE *data_fout;

clrscr ();

data_fout = fopen (file_out,"wt+");

fprintf(data_fout,"sm = [\n");

// -----

// Initial value of Digital to Analog PCI Card (PCI-3345A)

INITIAL_DTOA();

hDevice = OpenBoard();

DaGetDeviceInfo(hDevice, &BoardSpec);

SmplChReq[0].ulChNo = 1;

SmplChReq[0].ulRange = range;

//-----

// Initial Encoder PCI Card (PCI-6201E)

PciGetConfigRegEx(1, 0x1147, 6201, 0x1147, 0x0011, &bus_info, &PciData);

adr0=PciData.BaseAddresses[0] &0xffff;

adr1=PciData.BaseAddresses[1] &0xffff;

outp(adr0+0x08, 0x06); // time of encoder 1

outp(adr0+0x09, 0x06); // time of encoder 2

outp(adr0+0x0A, 0x06); // time of encoder 3

outp(adr0+0x0d, 0x01); // reset counter

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

// -----
// ----- START PROGRAM -----
// -----

step [0] = 0.10;
step[1] = -0.16;
step[2] = 0.17;
step[3] = -0.17;
step[4] = 0.038;
setpoint = step[0];
while(!kbhit())
{
// In data of encoder_2 (th_1) -----
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);
hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----

// In data of encoder_1 (distant) -----
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----

// Modofly data of encoder_2 (th_1) -----
if (dwCounter2 > 0x7ffff)
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xffff - dwCounter2;
}
else

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

{
direction_1 = 1;
}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 puls is 0.045 degre
if (th_1 < 0)
{
//th_1 = 360 + th_1;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
//-----
// Modofly data of encoder_1 (Distane) -----
if (dwCounter1 > 0x7ffff)
{
dwCounter1 = 0xffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
//-----
printf(" distane : %06lX ", dwCounter1);
printf(" : %3.4lf ", distane);

```

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

printf(" th_1: %3.4lf\n", th_1);
}
if(th_1 < 0)
{
th_1 = th_1 * -1;
}
th_1_old = th_1;
x_old = distane;
oldIrq3 = getvect(IRQ3); /* save the old interrupt vector */
setvect(IRQ3, countToggle); /* install the new interrupt handler */
outportb(0x21, (inportb(0x21) & 0xF7)); /* Unmask (Enable) IRQ3 */
label:
if(key_1 == 1)
{
goto out_5;
}
if(key == 0)
{
goto out_3;
}
while(key == 1)
{
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1) -----
if(dwCounter2 > 0x7ffff)
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xffff - dwCounter2;
}
else
{
direction_1 = 1;
}
}

```

direction\_1 = 1; เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 puls is 0.045 degree
if (th_1 < 0)
{
//th_1 = 360 + th_1;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
// Modofly data of encoder_3 (Distane)
if (dwCounter1 > 0x7fffff)
{
dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
x = distane;
//-----
// Controller -----
//-----
eer = setpoint - x;
x_dot = (x - x_old)/step_time;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

eer_dot = (eer - eer_old)/step_time;
u = kp*eer + kd*eer_dot;
if(x_dot == 0)
{if(u >= 0)
f_hat = fs1;
else
f_hat = -fs2;
}
else
{if(x_dot > 0)
f_hat = fc1;
if(x_dot < 0)
f_hat = -fc2;
}
volt = u + f_hat;
//-----
// Modify volt output -----
//-----
if(volt > 10)
volt = 10;
if(volt < -10)
volt = -10;
// out data (volt) -----
volt = volt*1.00;
hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, & Smp1ChReq[0], & DaData[0]);
if(th_1 < 0)
{
th_1 = th_1 * -1;
di = 1;
}

```

} เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

else
{
di = 2;
}
th_1_dot = (th_1 - th_1_old)/step_time;
if (th_1 < 3.0)
{
if (x > 0)
{
if (di == 1)
{
goto out_1;
}
else
{
goto out;
}
}
else
{
if (di == 2)
{
goto out_1;
}
else
{
goto out;
}
}
}
}
else

```

{ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

goto out;
}
out_1:
if((setpoint*x) > 0)
{
if (th_1_dot > 0)
{
n = n+1;
if (n > 4)
{
n = 4;
}
}
else
{
goto out;
}
}
else
{
goto out;
}
setpoint = step[n];
out:
if (th_1 < 0.04) //0.04//
{
step[0] = setpoint ;
step[1] = setpoint;
step[2] = setpoint;
step[3] = setpoint;
step[4] = setpoint;
key_1 = 1;

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

key = 0;
goto out_2;
}
eer_old = eer;
x_old = x;
th_1_old = th_1;
//-----
// keep data (time_r , distane , th_1 , th_2) in H/D -----
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f\n", time_r, distane, volt, th_1/0.0175);
fprintf(data_fout,"%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f
\n",time_r,Un,x,x_dot,th_1,th_1_dot,Ua,volt);
//fprintf(data_fout,"%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f
\n",x,x_dot,th_1_dot,th_1,ui,u,eer,volt);
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f% \n", time_r, th_1, th_1_dot, x);
time_r = time_r + step_time;
//-----
//printf(" hexout : %d\n", hexout);
//-----
// set key off -----
key = 0;
count = 0;
//-----
}
if (key_1 == 0)
{
goto out_3;
}
out_2:
// In data of encoder_2 (th_1)
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);

```

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_1 (distant)
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+((long)mByte << 8)+((long)hByte<<16);
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1)
if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
}
else
{
direction_1 = 1;
}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if(direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 pulse is 0.045 degre
if (th_1 < 0)
{
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

```

//th_1 = 360 + th_1 ;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
//-----
// Modofly data of encoder_1 (Distane) -----
if (dwCounter1 > 0x7ffff)
{
dwCounter1 = 0xffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1 ;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
x = distane;
//-----
Zn_old = -1*((b11*th_1) + (b21*th_1_dot) + (b31*x) + (b41*x_dot));
th_1_old = th_1;
x_old = distane;
setpoint = 0.0;
out_5:
while(key == 1)
{
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1) -----
if (dwCounter2 > 0x7ffff)
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xffff - dwCounter2;
}
else

```

{ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

direction_1 = 1;
}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 puls is 0.045 degree
if (th_1 < 0)
{
//th_1 = 360 + th_1;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
//-----
// Modofly data of encoder_3 (Distane)
{
dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
x = distane;
/* ----- */
/* ----- Sliding Mode Controller ----- */
/* ----- */
nn = nn-1;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if (nn <= 0.0)
{
x_dot = (x - x_old)/step_time;
th_1_dot = (th_1 - th_1_old)/step_time;
Ua = -1*((khat_11*th_1) + (khat_22*th_1_dot) + (khat_33*x) + (khat_44*x_dot));
H1 = (-b11*a11)-(b21*a21)-(b31*a31)-(b41*a41);
H2 = (-b11*a12)-(b21*a22)-(b31*a32)-(b41*a42);
H3 = (-b11*a13)-(b21*a23)-(b31*a33)-(b41*a43);
H4 = (-b11*a14)-(b21*a24)-(b31*a34)-(b41*a44);
H5 = (b11*b11)+(b21*b21)+(b31*b31)+(b41*b41);
Q = (H1*th_1)+(H2*th_1_dot)+(H3*x)+(H4*x_dot)-(H5*Ua);
Zn = Zn_old + (Q*step_time);
Sn = ((b11*th_1)+(b21*th_1_dot)+(b31*x)+(b41*x_dot))+Zn;
if (Ua >= 0)
Mn = Ua + 2.00;
else
Mn = (Ua*(-1)) + 5.00;
if (Sn >= 0)
sign = 1;
else if (Sn == 0)
sign = 0;
else
sign = -1;
Un = -1*Mn*sign;
volt = Un + f_hat*0.00;
volt = (volt/0.35)*0.275;

//volt = Un + f_hat*0.00;
Zn_old = Zn;
x_old = x;
th_1_old = th_1;
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรรมใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

else
{
eer = setpoint - x;
x_dot = (x - x_old)/step_time;
th_1_dot = (th_1 - th_1_old)/step_time;
ui = ui_old + (eer_old + eer)*step_time/2;
u = -(khat_1*th_1 + khat_2*th_1_dot + khat_3*x + khat_4*x_dot) - khat_5*ui;
if(x_dot == 0)
{if(u >= 0)
f_hat = fs1;
else
f_hat = -fs2;
}
else
{if(x_dot > 0)
f_hat = fc1;
if(x_dot < 0)
f_hat = -fc2;
}
volt = u + f_hat;
ui_old = ui;
eer_old = eer;
x_old = x;
th_1_old = th_1;
}

```

```
if(volt > 10)
```

```
volt = 10;
```

```
if(volt < -10)
```

```
volt = -10;
```

```
volt = volt*0.35;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, &SmplChReq[0], &DaData[0]);
//-----
// keep data (time_r, distane , th_1, th_2) in H/D -----
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f\n", time_r, distane, volt, th_1/0.0175);
fprintf(data_fout,"%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f
\n",time_r,Un,x,x_dot,th_1,th_1_dot,Ua,volt);
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f% \n", time_r, th_1, th_1_dot, x);
time_r = time_r + step_time;
//-----
//printf(" hexout : %d\n ", hexout);
//-----
// set key off -----
key = 0;
count = 0;
}
//-----
out_3:
//-----
if (count <= 0xfffff)
{
count = count + 1;
goto label;
}
else
{
setvect(IRQ3, oldIrq3);
outportb(0x21, (inportb(0x21) | 0x08)); // disable IRQ3
fprintf(data_fout,"]; \n"); // end of file with "]"
outp(drive_port,0);
DaClose(hDevice);

```

เอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

CLOSE_DTOA();
}
//-----
return(0);
}
//-----
// This ISR should execute each time IRQ3 goes high
//-----
void interrupt countToggle(void)
{
disable();
// In data of encoder_3 (th_2)
outp(adr0+0x0c, 0xAA);
lByte=inp(adr0+0x02);
mByte=inp(adr0+0x02);
hByte=inp(adr0+0x02);
dwCounter3= lByte+((long)mByte << 8)+((long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_2 (th_1)
outp(adr0+0x0c, 0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);
hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+((long)mByte << 8)+((long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_1 (distant)
outp(adr0+0x0c, 0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+((long)mByte << 8)+((long)hByte<<16);
//-----

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับควรใช้เฉพาะเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรรมใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

key = 1;
outportb(0x20, 0x20);    // send EOI signal
enable();
}
//-----
// Function for D to A
//-----

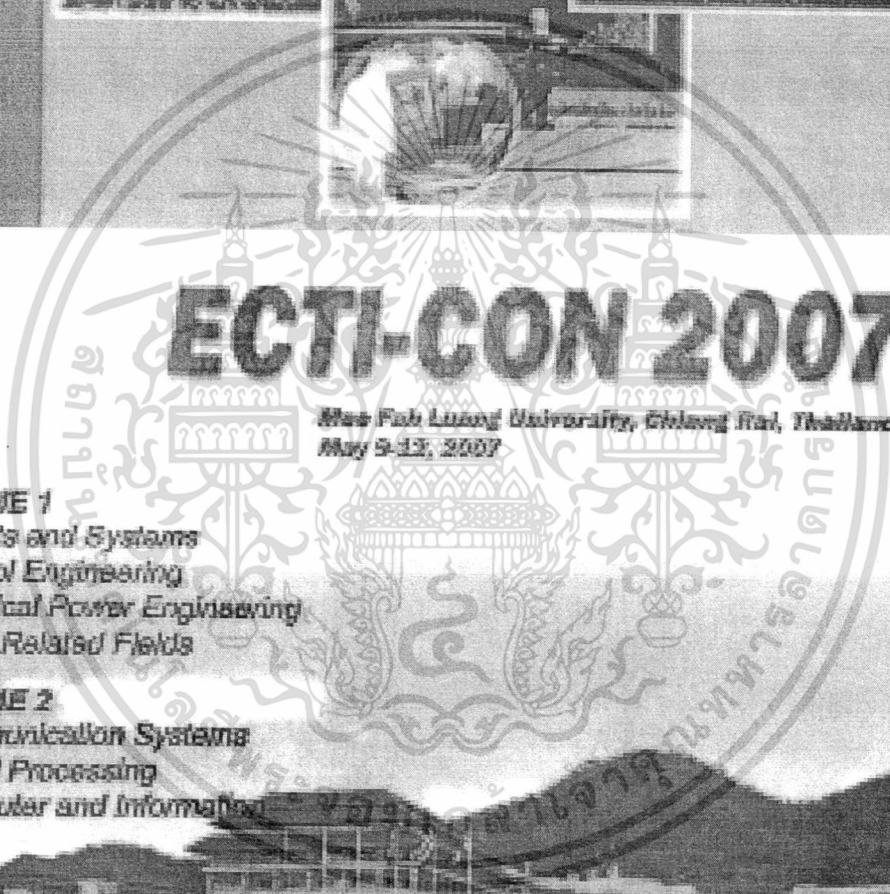
HANDLE OpenBoard(void)
{
HANDLE    hDevice;
hDevice = DaOpen(3345, 0x0001, 0);
return hDevice;
}
//-----
void CLOSE_DTOA(void)
{
char *pString;
pString = "/R";
spawnl(P_WAIT, "dadrv.exe", pString, NULL);
}
//-----
void INITIAL_DTOA(void)
{
char *pString;
pString = "/B=1";
spawnl(P_WAIT, "dadrv.exe", pString, NULL);
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**ECTI-CON 2007**  
*King Fahd Lagoon University, Chalong Rai, Thailand*  
 May 9-13, 2007

**VOLUME 1**

- Circuits and Systems
- Control Engineering
- Electrical Power Engineering
- Other Related Fields

**VOLUME 2**

- Communication Systems
- Signal Processing
- Computer and Information

ECTI Association THAILAND SECTION NECTEC Western Digital

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# Hybrid PD - Sliding Mode Controller Designed for Inverted Pendulum System

Samathachai Paaya<sup>1</sup>, Jongkol Ngamwiwit<sup>1</sup>, Tawom Benjerasath<sup>1</sup>,  
Songmoung Nundrakwang<sup>1</sup> and Noriyuki Komine<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Engineering and ReCCIT, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand  
(Tel: +662-739-2405, E-mail: knjongko@kmitl.ac.th)

<sup>2</sup> School of Information Science and Technology, Tokai University, Kanagawa, Japan  
(Tel: +81-463-58-1211, E-mail: komine@keysai.cca-tokai.ac.jp)

**Abstract**-The design of hybrid controller consisting of PD controller and sliding mode controller for inverted pendulum system is proposed in this paper. The PD controller is applied for controlling position of the cart to swing up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The sliding mode controller is utilized for stabilizing the inverted pendulum in the upright position. Root-locus method is applied to tune the PD controller, while the sliding mode controller is designed based on pole placement. The experimental results of the proposed control system are also shown in this paper.

## I. INTRODUCTION

In control area, the inverted pendulums are one of the most commonly studied systems. Many variations of the inverted pendulum often represent different kinds of the robotic arms [1]. The inverted pendulum to be discussed in this paper is an inverted pendulum on cart as depicted in Fig. 1. This inverted pendulum consists of a cart and a pendulum hinged to the cart via a pivot and only the cart is actuated. Swinging up and stabilizing the inverted pendulum have many advantages in theoretical study such as simple structure, nonlinear and uncertain characteristics. Many control methods have been implemented to control the inverted pendulums, for instance, nonlinear control [2], energy-based method [3] and Qubit neural network [4]. Though using these algorithms gives good performance, they are complicated to design and implement.

In this paper, a controller designed by using hybrid PD controller with sliding mode control algorithm to swing up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and to stabilize inverted pendulum in the upright position is proposed. It composes of two parts. The first part is the PD position control and the second part is the sliding mode control. In the first part, a PD controller is employed for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The gains of the PD controller are assigned by root-locus method to obtain fast step response with small overshoot. The PD controller controls the motion of the pendulum by moving the cart back and forth within a limited traveling range of the cart. The cart will be controlled to move to the opposite direction when the angular velocity of the pendulum at the stop point of each travel is zero. The cart movement will be repeated to next assigned cart position until the inverted pendulum swings up around the upright position. When this condition is reached, the second part, which is a sliding mode controller, will be

switched to stabilize the inverted pendulum. In this paper, this sliding mode controller is designed based on pole placement method. The effectiveness and reliability of the proposed method in actual experiments will be shown.

## II. MATHEMATICAL MODEL

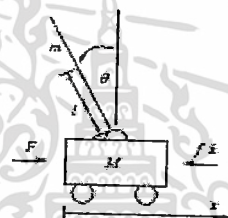


Figure 1. Inverted pendulum on cart.

Fig 1 shows the structure of the inverted pendulum on cart system where variables  $\theta$ ,  $x$  and  $F$  denote the pendulum angle (rad), the cart position (m) and the force applied to the cart (N) respectively. The system parameters include the mass of the cart  $M$  (kg), the mass of the pendulum  $m$  (kg), the distances from the turning center to the center of gravity of the pendulum  $l$  (m), and the cart's friction coefficient  $f$  (kg/s).

The mathematical model of the inverted pendulum can be computed either by Newton's law or Lagrange's equations with respect to  $x$  and  $\theta$  coordinates. If  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$  and  $x_4 = \dot{x}$  are selected as state variables and applying force  $F$  is denoted by input  $u(t)$ ; the nonlinear state space model of the system can be then obtained as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{-g \sin x_1 + \frac{m \cos x_1 x_2 (\alpha - \dot{x}_4 - \dot{x}_2^2 \cos x_1 \sin x_1)}{(M + m)}}{\frac{4}{3} \cos^2 x_1 - (M + m)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\alpha - \dot{x}_4 + \frac{3}{4} m g \cos x_1 \sin x_1 - m \dot{x}_2^2 \sin x_1}{(M + m) - \frac{3}{4} m \cos^2 x_1} \end{aligned} \quad (1)$$

In this case, the input  $u(t)$  or the force  $F$  is generated by DC motor. The state vector  $x^T(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta \ \dot{\theta} \ x \ \dot{x}]^T$  will be subsequently used for shortening mathematical notation.

Concerning to the angle of the pendulum, the inverted pendulum system has two distinct equilibrium points. The first one is at the upright position and it is naturally unstable. The other one is at the hanging position and it is stable.

For designing the swinging up PD controller, the model of the inverted pendulum will be linearized at the natural pendent position. Corresponding to this equilibrium point, the control input  $u(t)$  and state variables  $x(t)$  are considered at  $u_0(t) = 0$  and  $x_0^T(t) = [x \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . The linear state equations can be obtained as (2)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2)$$

when

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(Ml+rc)g}{4ml(Ml+rc)-3rc^2} & 0 & 0 & \frac{3rcf}{4ml(Ml+rc)-3rc^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4(Ml+rc)-\frac{3}{g}rc} & 0 & 0 & \frac{-f}{(Ml+rc)-\frac{3}{g}rc} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3rc}{4ml(Ml+rc)-3rc^2} \\ 0 \\ \frac{1}{(Ml+rc)-\frac{3}{g}rc} \end{bmatrix}$$

As the main interest of this part is to control the position  $x$  of the cart, the following output equation can be given in (3) where  $C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$ .

$$y(t) = Cx(t) \quad (3)$$

Nevertheless, in order to design the sliding mode controller for stabilizing the inverted pendulum, the model of the inverted pendulum system is also needed to be linearized at the upright position. The linearization is therefore calculated at  $u_0(t) = 0$  and  $x_0^T(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . The resulting linear state equations can be similarly obtained as (2) but with

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(Ml+rc)g}{4ml(Ml+rc)-3rc^2} & 0 & 0 & \frac{-3rcf}{4ml(Ml+rc)-3rc^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4(Ml+rc)-\frac{3}{g}rc} & 0 & 0 & \frac{-f}{(Ml+rc)-\frac{3}{g}rc} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3rc}{4ml(Ml+rc)-3rc^2} \\ 0 \\ \frac{1}{(Ml+rc)-\frac{3}{g}rc} \end{bmatrix}$$

### III. HYBRID CONTROL SYSTEM STRUCTURE

The overall structure of the proposed control system is shown in Fig. 2. It is composed of a PD controller and a sliding mode controller. The PD controller is employed to control the inverted pendulum around its upright position while the sliding mode controller is used for stabilizing the inverted pendulum in upright position.

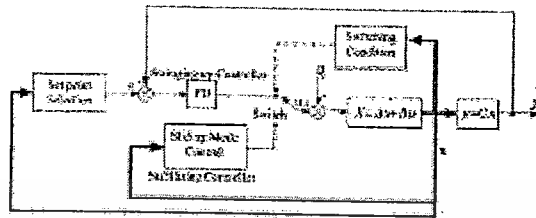


Figure 2. Overall structure of the proposed control system.

#### A. PD Controller for Position Control

The PD controller is used to control the position of the cart. According to the movement of the cart, the inverted pendulum will be swung up from the natural pendent position to around the upright position. The output command signal  $u(t)$  due to the PD controller is given by

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (4)$$

where  $K_p$  is the proportional gain,  $K_d$  is the derivative gain and  $e(t)$  is the error of the cart position. The PD controller is tuned to achieve fast response without overshoot based on root-locus method. The designed controller will control the cart to move back and forth successively according to the pre-assigned cart position of which the pendulum staying at the natural pendent position is excited. The occurrence of back and forth movement of the cart is proceeded when the angular velocity of pendulum is zero until the pendulum can be swung up around the upright position where the sliding mode controller will be switched to stabilize the pendulum.

#### B. Sliding Mode Controller for Stabilizing

Sliding mode control, often referred as Variable Structure Control, is a high-speed switching feedback control that switches between two values based upon some rule [5], [6]. The control theory uses a high-speed switching law to drive the nonlinear plant's state trajectory onto a specified surface in the state space. This surface is called the "sliding or switching surface". A sliding mode will exist for a system, if in the vicinity of the switching surface the state velocity vector is directed towards the surface. Consider the system

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + f(x,t)] \quad (5)$$

where  $x(t)$  is state vector,  $u(t)$  is a scalar control and  $f(x,t)$  is a nonlinear perturbation with known upper bound  $f_0(x,t)$  with assumption that the sliding surface is chosen [7] as

$$s(x,t) = B^T x(t) + z(t). \quad (6)$$

when  $x(t)$  is governed by an additional first order dynamic subsystem

$$\dot{z}(t) = -B^T A x(t) - (B^T B) u_2(t), \quad z(0) = -B^T x(0). \quad (7)$$

Let the control  $u(t)$  in (5) be the discontinuous function

$$u(t) = -M(x,t) \text{sign } s(x,t), \quad (8)$$

where  $M(x,t)$  is the magnitude of the control input  $u(t)$ . The motion projection on the one-dimensional  $s$ -space can be computed by (5), (6) and (7) and it is governed by

$$\dot{s}(x,t) = (B^T B) u(t) + f(x,t) - u_2(t). \quad (9)$$

From (8) and (9), the condition for the existence of a sliding mode ( $\dot{s} < 0$ ) is corresponding to

$$M(x,t) \geq |u_2(t)| + |f(x,t)|. \quad (10)$$

The sliding mode arises at the initial instant because  $s(0) = 0$ . The solution to the algebraic equation  $s(x,t) = 0$  with respect to  $u(t)$  should be substituted into (5) to obtain the sliding mode equation in the plane  $s(x,t) = 0$  and it is

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_2(t). \quad (11)$$

Therefore if the linear control  $u_2(t) = -Kx(t)$  is designed in compliance with pole-placement method, the system behavior in the presence of an unknown perturbation  $f(x,t)$  is described by the linear time-invariant equation (12) with the assigned poles of the system.

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (12)$$

If the magnitude of control input take only two values  $M_0$  and  $-M_0$ , the magnitude of control  $M_0$  should satisfy (10), which means that initial conditions and the perturbation should be bounded.

In summary, the steps for designing the sliding mode controller of the inverted pendulum are as

- (1) Choose the desired closed-loop poles of the feedback system (12). The linear control  $u_2(t) = -Kx(t)$  is found accordingly by pole placement method.
- (2) The dynamic part of the controller (7) is designed and the equation of the discontinuity plane  $s = 0$  is found by (6).
- (3) The discontinuous control governed by (6), (8) and (10) is designed.

#### IV. EXPERIMENTAL RESULTS

In this section, the proposed hybrid PD-sliding mode controller for swinging up and stabilizing the inverted pendulum on cart will be implemented. The parameter values of the inverted pendulum system are shown in Table 1.

TABLE I  
PARAMETER VALUES OF INVERTED PENDULUM

$M$ (kg)	$m$ (kg)	$l$ (m)	$f$ (kg/s)
0.642	0.123	0.25	0.168

The linear models of the inverted pendulum on cart (2) can be obtained where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -33.48 & 0 & 0 & 0.74 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -4.45 \\ 0 \\ 1.49 \end{bmatrix} \quad (13)$$

for equilibrium point at natural pendent position and where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 23.43 & 0 & 0 & -0.74 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.45 \\ 0 \\ 1.49 \end{bmatrix} \quad (14)$$

for equilibrium point at the upright position.

The PD position control can now be designed based on the root-locus method to bring the inverted pendulum up around the upright position as fast as possible. In this case, the dominant poles are chosen at  $s = -2 \pm j3.39$  which correspond to 0.5 sec for settling time and 5% for percent overshoot respectively. The desired proportional gain  $K_p$  and derivative gain  $K_d$  are respectively obtained as 97.205 and 12.54. The sequential travelling positions of cart are assigned to be 0, -16, 17, -17 and 3.8 cm respectively. Zero angular velocity condition occurred at the stop point of the present position will be used as a criterion for moving the cart to the next assigned position.

For sliding mode controller, system matrix  $A$  and input vector  $B$  in (14) are employed. The gain matrix  $K$  in (12) can be found by assigning the values of percent overshoot and the settling time as 15% and 5 seconds, respectively. Hence, the closed-loop poles of the inverted pendulum system are at  $s = -0.8 \pm j1.324$ ,  $-10$  and  $-11$ . This yields  $K = [173.001 \quad 27.816 \quad -24.609 \quad -21.792]$ . The discontinuous control is then derived by assigning the values of  $f_0(x,t)$  is 2.

For the experiment with simultaneous control of the inverted pendulum from swinging up control to stabilizing control will be investigated. The initial value of the cart position  $x(0)$  is set at zero and the pendulum angle  $\theta(0)$  is at natural pendent position. The stabilizing control will be

switched when the pendulum is around the upright position. The switching condition is selected as  $|\theta| < 0.04$  rad and  $|\dot{\theta}| < 0.1$  rad/s.

The experimental results obtained from a real machine are shown in Fig. 4 (a), (b) and (c). It is seen from Fig. 4 (a) and (b) that the PD controller can swing pendulum up to around the upright position about 4.42 sec, then the system is switched to stabilizing control mode and it can stabilize the pendulum at its upright position and the cart position at zero. The control input signal for swinging up and stabilizing the inverted pendulum is shown in Fig. 4(c).

## V. CONCLUSIONS

The hybrid PD controller with sliding mode control algorithm consists of the PD position control for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and the sliding mode control for stabilizing the inverted pendulum in its upright position has been proposed in this paper. According to the cooperative tasks of PD and sliding mode controller, the experimental results show that the proposed controller can swing the inverted pendulum to the upright position in a short period of time and the controller has good performance in controlling the cart position and pendulum angle at zero line.

## REFERENCES

- [1] Chi Yuen Chung, In Wan Lee, Sang Moo Lee and Seon Hoo Lee, "Robustness of an Inverted Pendulum with a Redundant Direct-Drive Robot," *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco*, pp. 3932-3937, Apr 2000.
- [2] W. Torres-Fornes and O.R. Gonzalez, "Nonlinear Control of Swing-up Inverted Pendulum," *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 259-264, 1998.
- [3] K. Yoshida, "Swing-up Control of an Inverted Pendulum by Energy-based Methods," *Proceedings of the American Control Conference*, Vol. 6, pp. 4045-4047, 1999.
- [4] N. Kasah, N. Matsui and H. Nishimura, "Control for Swing-up of an Inverted Pendulum using Quasi-Neural Network," *Proceedings of the 41st IEEE Annual Conference*, Vol. 2, pp. 765-770, 2002.
- [5] R.A. DeCaro, S.H. Zak and G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 76, No. 3, pp. 212-232, March 1988.
- [6] Vadim Utkin, Jürgen Gollner and Eugen SE, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, TAYLOR & FRANCIS, 1999.
- [7] Jürgen Ackemann and Vadim Utkin, "Sliding Mode Control Design Based on Ackemann's Formula," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 43, No. 2, February 1998.
- [8] V. Utkin, "Sliding Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 40, no. 1, February 1993.
- [9] M.R. Rafanomezai and M.J. Yazdanganz, "A Novel Low Chattering Sliding Mode Controller," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 3, pp. 1958-1963, July 2004.

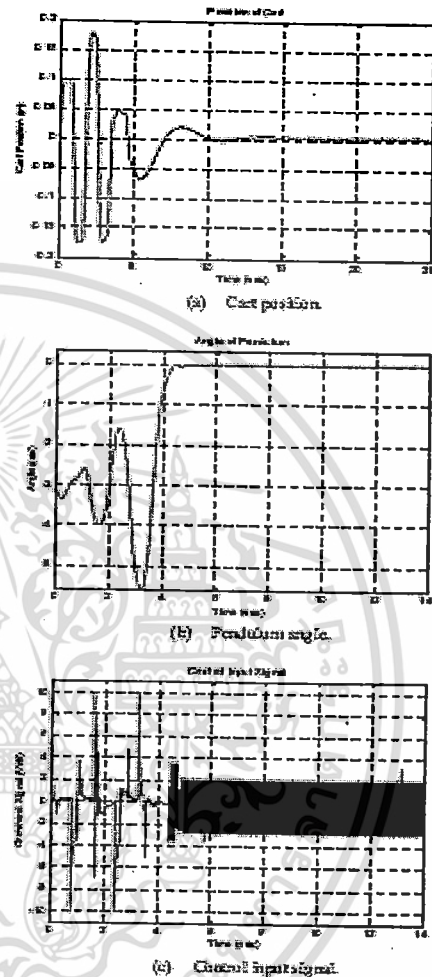


Figure 4. Experimental results of the inverted pendulum system.