

# รายงานการวิจัย

เรื่อง การศึกษาและออกแบบตัวควบคุมเพื่อเหวี่ยงขึ้นและรักษาสมดุล  
สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม

Study and Design Controller for Swinging up and Stabilizing  
of Inverted Pendulum Systems

หัวหน้าโครงการวิจัย รศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์

นักวิจัย

ผศ.ดร. นนทวัฒน์ จุลเดชะ

นักวิจัย

ผศ. ทวาร เบญจนราสุทธิ

นักวิจัย

ผศ. สุมิตร พนาอุดมทรัพย์

นักวิจัย

อ. ดอน อิศรากร

ผู้ช่วยนักวิจัย

นาย สองเมือง นันทขว้าง

RCIT

TJ

21b

เลขหมู่..... ๑11๗

เลขทะเบียน..... 67403

วัน,เดือน,ปี..... 29 พ.ย. 2549

b. 11๖๖511๙

i.....

โครงการสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT)

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ขึ้นด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทคัดย่อ

โครงการวิจัยนี้ ได้ทำการศึกษาการควบคุมการเหวียงขึ้น และการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีที่ถูกรออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางรากลควบคุมตำแหน่งรถในการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่ถูกรออกแบบด้วยวิธีการวางโพลในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม จากผลการทดลองเมื่อนำตัวควบคุมนี้ไปประยุกต์ใช้กับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถพบว่า ตัวควบคุมสามารถเหวียงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนเอาไว้ได้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ABSTRACT

This research Study the hybrid PD - servo state feedback scheme in swinging up and stabilizing the inverted pendulum on cart system. PD controller designed by root locus technique for cart position control is employed in swinging up procedure while the state feedback servo controller designed by pole placement technique is used to stabilize the pendulum at the upright position. The experimental results verify effectiveness of the proposed control scheme in attracting the pendulum angle to the upright position and maintaining it.



# กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากโครงการสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2548



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
คำย่อและสัญลักษณ์.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	3
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	3
2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	3
2.1.2 ตัวควบคุม.....	4
2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	5
2.3 การประมาณเชิงเส้น.....	8
2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง.....	8
2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน.....	10
บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม.....	13
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	13
3.2 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล.....	15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....	18
4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม.....	18
4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	22
4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม.....	24
บทที่ 5 การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง.....	26
5.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม.....	26
5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	27
5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	28
5.3.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	29
5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก.....	30
5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	31
5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม.....	33
5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	35
5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม.....	36
5.6.1 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	36
5.6.2 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก.....	38
5.6.3 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	39

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	41
บรรณานุกรม.....	43
ภาคผนวก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	46



# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงค่าคงที่ของตัวพารามิเตอร์ต่างๆ.....	12
4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม.....	25



# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	3
2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ... ..	5
2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	5
2.5 เปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัม.....	12
3.1 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	13
4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่นำเสนอ.....	18
4.2 โครงสร้างระบบควบคุมพีดี.....	19
4.3 เส้นทางรากของระบบเดิม.....	20
4.4 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	22
5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมอย่างเดี่ยว.....	27
5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ .....	28
5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	29
5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อมี การรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% ที่เวลา 15 วินาที.....	31
5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	32
5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ.....	33
5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมอย่างเดี่ยว.....	34
5.8 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	35
5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก.....	37
5.10 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อมี การรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% ที่เวลา 15 วินาที.....	38
5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น.....	40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.1 แผ่นวงจรนับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E .....	45
ก.2 แผ่นวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก.....	46
ก.3 การติดตั้งวงจรเชื่อมต่อต่างๆ .....	46
ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถ.....	47
ก.5 วงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถ.....	47
ก.6 แสดงลักษณะของสัญญาณพัลส์ที่เกิดขึ้นเมื่อเอน โคคเคอร์หมุน.....	48
ก.7 การติดตั้งเอน โคคเคอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถ.....	48
ก.8 การติดตั้งเอน โคคเคอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนดูลัม.....	49
ก.9 ภาพถ่ายระบบส่งกำลังของรถ.....	49



## คำย่อและสัญลักษณ์

$a_i$	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามคุณลักษณะ
$A$	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบ
$A_a$	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบของระบบแต่งเสริม
$B$	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุต
$B_a$	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุตของระบบแต่งเสริม
$C$	หมายถึง	เมตริกซ์เอาต์พุต
$e$	หมายถึง	ค่าผิดพลาดของระบบควบคุม
$f$	หมายถึง	ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน
$F$	หมายถึง	แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่
$G_c(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม
$G_p(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ
$I$	หมายถึง	เมตริกซ์เอกลักษณ์
$K_p$	หมายถึง	ค่าอัตราขยายครีเวทีฟ
$K_p$	หมายถึง	ค่าอัตราขยายพรอพอร์ชันนัล
$k_i$	หมายถึง	ค่าอัตราขยายอินทิกรัล
$K$	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายการป้อนกลับสถานะ
$K_a$	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายของระบบแต่งเสริม
$l$	หมายถึง	ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนคูลัม
$L$	หมายถึง	ตัวดำเนินการลากรางจ์
$m$	หมายถึง	มวลของเพนคูลัม
$M$	หมายถึง	มวลของรถราง
$M_p$	หมายถึง	ค่าพุงเกินสูงสุด
$M$	หมายถึง	เมตริกซ์ความควบคุมได้
$q$	หมายถึง	พิกัดทั่วไปของระบบ
$r$	หมายถึง	สัญญาณอ้างอิง
$t_s$	หมายถึง	ช่วงเวลาเข้าที่
$T$	หมายถึง	พลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ
$T_d$	หมายถึง	เวลาครีเวทีฟ
$T$	หมายถึง	เมตริกซ์การแปลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## คำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$u$	หมายถึง สัญญาณควบคุม
$u_c(t)$	หมายถึง สัญญาณควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ
$u_i$	หมายถึง คือแรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไปที่ $i$
$V$	หมายถึง พลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ
$x_1$	หมายถึง ตัวแปรสถานะมุมของเพนดูลัม
$x_2$	หมายถึง ตัวแปรสถานะความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม
$x_3$	หมายถึง ตัวแปรสถานะตำแหน่งรถราง
$x_4$	หมายถึง ตัวแปรสถานะความเร็วรถราง
$x$	หมายถึง เวกเตอร์สถานะของระบบ
$x_a$	หมายถึง เวกเตอร์สถานะแต่งเสริม
$y$	หมายถึง สัญญาณเอาต์พุต
$\theta$	หมายถึง มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง
$\xi$	หมายถึง เอาต์พุตของตัวอินทิเกรเตอร์

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เมื่อก้าวถึงระบบที่ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม จะเห็นว่าระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบหนึ่งที่น่าสนใจ เนื่องจากเป็นระบบที่มีข้อดีหลายข้อ โดยเฉพาะมีโครงสร้างที่ง่าย มีความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของคุณลักษณะของระบบ และเมื่อก้าวถึงระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ได้นั้น จะเห็นได้ว่าเป็นระบบที่น่าสนใจว่าควรจะใช้ตัวควบคุมแบบใดที่สามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบธรรมชาติที่ไม่สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นมาจากจุดสมดุลล่างเองได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีตัวควบคุมต่างๆ ที่ถูกนำไปทดสอบกับระบบดังกล่าว เช่นตัวควบคุมแบบโครงข่ายประสาท (neural network controller) [1] ตัวควบคุมฟัซซี่ (fuzzy controller) [2] ตัวควบคุมโรบัสต์ (robust controller) [3] ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear controller) [4] และตัวควบคุมอาศัยหลักการพลังงาน (controller by energy-based methods) [5] ซึ่งหลักการออกแบบตัวควบคุมเหล่านี้จะมีหลักการค่อนข้างซับซ้อน โดยเฉพาะตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น

การวิจัยนี้จึงนำเสนอหลักการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูปอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งเป็นหลักการที่ง่าย ไม่ยุ่งยาก และสามารถใช้งานได้ง่าย โดยตัวควบคุมในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของ อินเวอร์ทเพนดูลัมถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี (PD controller) ซึ่งถูกออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางราก (root locus) และทำหน้าที่ในการควบคุมตำแหน่ง ตัวควบคุมนี้จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งให้เคลื่อนรถ ไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขของตำแหน่งรถและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม โดยที่รถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อตัวรถรางอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมเท่ากับศูนย์ การเคลื่อนที่ของรถไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขดังกล่าวนี้จะสร้างแรงเหวี่ยงจนเพนดูลัมขึ้นมาอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ และตัวควบคุมส่วนที่สองคือตัวควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ (servo state feedback) ซึ่งออกแบบด้วยวิธีการวาง โพล (pole-placement method)

ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันดังนี้ โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมมาอยู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับ

สถานะเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของโรงเรียนพระอภัยมณี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาแนวทางการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเพื่อให้สามารถเข้าสู่ภาวะสมดุล ซึ่งแนวทางการออกแบบสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับระบบอื่นที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกัน

## 1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. ออกแบบและสร้างชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสำหรับใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ทำการออกแบบ
2. ศึกษาโครงสร้างและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยอาศัยสมการของลากรางจ์ (Lagrange's equation) เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุม
3. ออกแบบและใช้ตัวควบคุมทำการทดลองการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้ตีพิมพ์เผยแพร่เอกสารการวิจัยในการประชุมทางวิชาการทั้งระดับนานาชาติและระดับชาติ หน่วยงานที่สามารถนำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์ ได้แก่ สถานศึกษาในระดับอุดมศึกษา

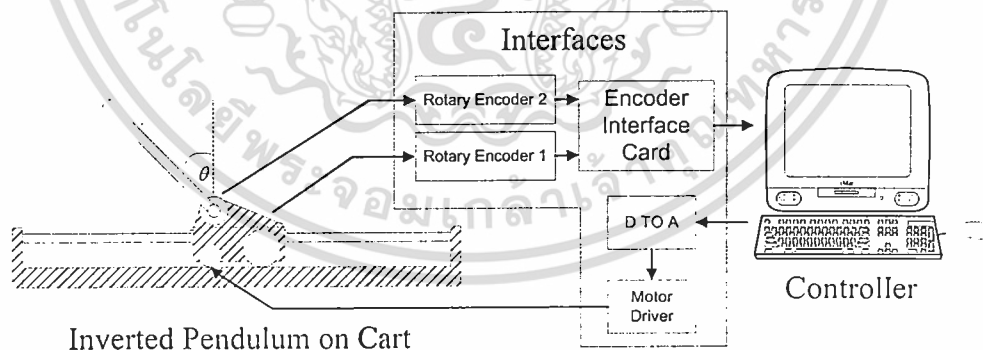
## บทที่ 2

### ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่ได้รับความนิยมในการนำมาทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมต่างๆ เพราะตัวระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีโครงสร้างที่ง่ายไม่ซับซ้อน ไม่มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนและมีความไม่แน่นอนของคุณลักษณะของระบบ เป็นต้น ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมถูกแบ่งเป็นสองชนิดใหญ่ๆ คือ อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนและอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ในการวิจัยนี้เลือกใช้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการศึกษาและทดลองตัวควบคุมที่ได้นำเสนอในการวิจัยนี้ เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถมีโครงสร้างที่ง่ายและไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีกำลังสูงและขนาดใหญ่มากนักในการขับเคลื่อนเมื่อเปรียบเทียบกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

#### 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ออกแบบและสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาและทดลองในการวิจัยนี้ สามารถพิจารณาแบ่งออกเป็นส่วนประกอบหลักๆ ได้สามส่วนคือ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ตัวควบคุม และส่วนต่อประสาน (interfaces) ระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับตัวควบคุม โดยระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ระบบรถอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

##### 2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ในการศึกษาและทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.1 นั้นมีส่วนประกอบที่สำคัญคือ ตัวรถราง เพนดูลัม และอุปกรณ์วัดตำแหน่งรถและมุมของเพนดูลัมที่กระทำกับแนวแกนตั้ง โดยที่ตัวรถรางจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้สามารถเคลื่อนที่ได้สองทิศทางตามแนวนอน โดยรถจะเคลื่อนที่อยู่บนรางซึ่งมีความยาวประมาณหนึ่งเมตร เพนคูล์มทำจากแท่งเหล็กปลอดสนิมถูกยึดติดกับตัวรถผ่านจุดหมุน ณ บริเวณส่วนบนของตัวรถ โดยเพนคูล์มสามารถหมุนรอบจุดหมุนนี้ในระนาบของแนวแกนตั้งได้ โดยมุมระหว่างเพนคูล์มกับแนวแกนตั้งถูกวัดโดยเอนโคดเดอร์แบบหมุน (rotary encoder) ที่ติดตั้งอยู่ที่จุดหมุนดังกล่าวและมีเอนโคดเดอร์แบบหมุนอีกตัวหนึ่งติดตั้งอยู่ที่ส่วนล่างของตัวรถเพื่อใช้เป็นตัววัดตำแหน่งของรถ ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถแสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ

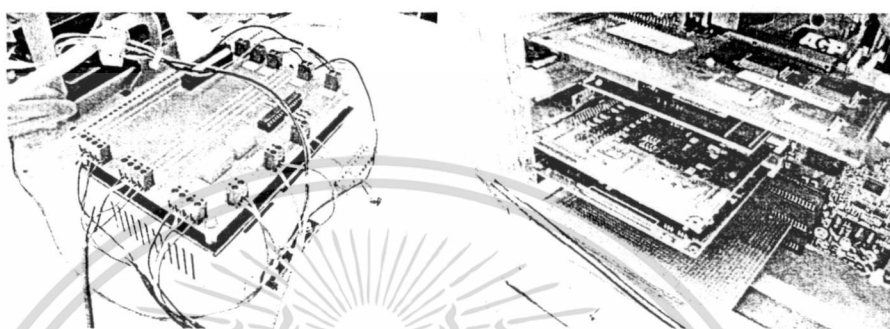
### 2.1.2 ตัวควบคุม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานตามเวลาจริง (real-time program) ซึ่งพัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) ถูกนำมาใช้ให้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุม (รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่พัฒนาเพื่อใช้เป็นตัวควบคุมแสดงในภาคผนวก ข.) โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer)

### 2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ

ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถมีส่วนประกอบเป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป ทำหน้าที่เป็นทั้งช่องทางเข้า (input port) และช่องทางออก (output port) ของข้อมูลระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถโดยใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACE รหัส PCI-6201E ทำหน้าที่เป็นช่องทางเข้าของข้อมูลขนาด 24 บิต เพื่อรับข้อมูลมุมของเพนคูล์มและข้อมูลตำแหน่งของรถจากเอนโคดเดอร์แบบหมุนทั้งสองและใช้วงจร

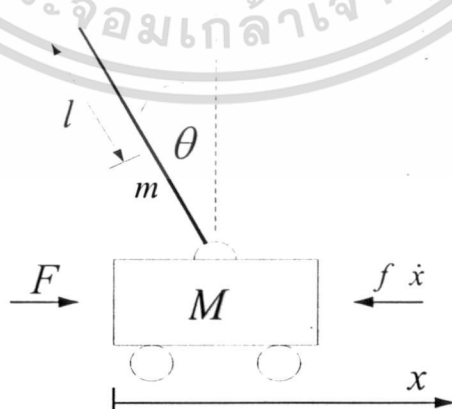
อิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACE รหัส PCI-3345A ทำหน้าที่เป็นช่องทางออกของข้อมูล สัญญาณควบคุม และแปลงสัญญาณควบคุมนี้จากสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกมีค่าระหว่าง +10 โวลต์ ถึง -10 โวลต์ แล้วส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์  $\pm 10$  แอมแปร์ เพื่อใช้ขับเคลื่อนรถ วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูปทั้งสองและวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์กระแสตรงแสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถนั้น ใช้วิธีการของลากรางจ์ (Lagrange's method) ภายใต้สมมุติฐานที่ว่าแท่งเพนดูลัมแข็งไม่สามารถงอได้ และแรงเสียดทานสถิตมีค่าน้อยมากจนไม่มีอิทธิพลต่อระบบ ซึ่งวิธีการของลากรางจ์นี้เป็นวิธีที่สะดวกในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเนื่องจากมีพื้นฐานมาจากวิธีพลังงาน ดังนั้น จึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาทิศทางเคลื่อนที่และทิศทางของแรงในระบบมากนัก แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อ  $M$  คือ มวลของรถราง ( $kg$ )  
 $m$  คือ มวลของเพนดูลัม ( $kg$ )  
 $l$  คือ ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม ( $m$ )  
 $f$  คือ ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน ( $kg/sec$ )  
 $\theta$  คือ มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง ( $rad$ )  
 $x$  คือ ตำแหน่งของรถ ( $m$ )  
 $F$  คือ แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่ ( $N$ )

เมื่อพิจารณาแบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถคันรูปที่ 2.4 โดยใช้สมการของลากรางจ์ จะได้

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (2.1)$$

- โดยที่  $L$  คือตัวดำเนินการลากรางจ์  
 $q$  คือพิกัดทั่วไปของระบบ  
 $T$  คือพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  
 $V$  คือพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ

จากพิกัดทั่วไปใดๆ ของระบบ  $q_i$  และตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  สมการของลากรางจ์คือ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = u_i \quad (2.2)$$

โดย  $u_i$  คือแรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไปที่  $i$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสามารถพิจารณาพิกัดทั่วไปได้สองพิกัดคือ พิกัดทั่วไป  $x$  และพิกัดทั่วไป  $\theta$  โดยมีแรงกระทำกับพิกัดทั่วไป  $x$  ส่วนพิกัดทั่วไป  $\theta$  จะไม่มีแรงใดๆ มากระทำ ดังนั้น สามารถเขียนสมการของลากรางจ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= F - f \dot{x} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

จากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถสามารถเขียนค่าพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - ml\dot{\theta}\cos\theta + \frac{2}{3}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (2.4)$$

$$V = mg(l - l\cos\theta) \quad (2.5)$$

หลังจากแทนค่าพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ลงในสมการ (2.1) จะได้ตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  ดังนี้

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - ml\dot{\theta}\cos\theta + \frac{2}{3}ml^2\dot{\theta}^2 - mg(l - l\cos\theta) \quad (2.6)$$

เมื่อดำเนินการตามวิธีของลากรางจ์โดยการแทนค่าตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  สมการที่ (2.6) ลงในสมการของลากรางจ์ สมการที่ (2.3) จะได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังนี้

$$\ddot{x} = \frac{\left(F - f\dot{x} + \frac{3}{4}mg\cos\theta\sin\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta\right)}{\left((M+m) - \frac{3}{4}m\cos^2\theta\right)} \quad (2.7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\left(mg\sin\theta + \frac{m\cos\theta(F - f\dot{x}) - m^2l\dot{\theta}^2\cos\theta\sin\theta}{(M+m)}\right)}{\left(\frac{4}{3}ml - \frac{m^2l\cos^2\theta}{(M+m)}\right)}$$

และสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถของสมการที่ (2.7) ในรูปสมการสถานะได้ดังต่อไปนี้

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{\left(mg\sin x_1 + \frac{m\cos x_1(u - fx_1) - m^2lx_2^2\cos x_1\sin x_1}{(M+m)}\right)}{\left(\frac{4}{3}ml - \frac{m^2l\cos^2 x_1}{(M+m)}\right)} \quad (2.8)$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{\left(u - fx_1 + \frac{3}{4}mg\cos x_1\sin x_1 - mlx_2^2\sin x_1\right)}{\left((M+m) - \frac{3}{4}m\cos^2 x_1\right)}$$

เอกสารนี้เมื่อ  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$ ,  $x_4 = \dot{x}$  และ  $u = F$  เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3 การประมาณเชิงเส้น

หลังจากได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแล้วจะสังเกตเห็นว่า ระบบนี้เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมจึงมีความจำเป็นที่จะต้องทำการประมาณระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นระบบที่เป็นเชิงเส้น (linearization) เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบเชิงเส้นต่อไป

จาก

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.9)$$

$$y = h(x) \quad (2.10)$$

สามารถประมาณโดย

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.11)$$

โดยที่

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_0, u=u_0} \quad (2.12)$$

$$B = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_0, u=u_0} \quad (2.13)$$

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแบ่งออกเป็นสองส่วน โดยในส่วนแรกเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ จุดสมมูลล่างของเพนดูลัม และส่วนที่สองคือการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ จุดสมมูลบนของเพนดูลัม เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นทั้งสองไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมและตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ตามลำดับต่อไป

### 2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมมูลล่าง

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมมูลล่างของเพนดูลัมนั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0 = [\pi \ 0 \ 0 \ 0]^T$  จากสมการที่ (2.12) และ (2.13) สามารถ

ประมาณเชิงเส้นได้ เอกสารนี้เผยแพร่ฟรีโดยไม่หวังกำไรสำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

ตามลำดับและเมื่อพิจารณาเอาต์พุต  $y$  เป็นตำแหน่งรถ  $x_3$  จึงสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลล่างในรูปของสมการปริภูมิสถานะ (state space) ได้ดังนี้

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.16)$$

เมื่อ  $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$  (2.17)

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลล่าง จึงมีสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u \quad (2.18)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0][x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6.09s^2 + 179.17}{s^4 + 0.24s^3 + 33.43s^2 + 7.21s} \quad (2.20)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า ระบบนี้มีซีโร (zero) อยู่ 2 ตัว และมีโพลอยู่ 4 ตัว โดยมีโพล 1 ตัว อยู่ที่จุดกำเนิด

### 2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนของเพนดูลัมนั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0 = 0$  จากสมการที่ (2.12) และสมการที่ (2.13) สามารถประมาณเชิงเส้นได้ดังนี้คือ

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{-3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

และเมื่อพิจารณาเอาต์พุต  $y$  เป็นตำแหน่งรถ  $x$  จึงสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนในรูปของสมการปริภูมิสถานะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y = Cx \quad (2.23)$$

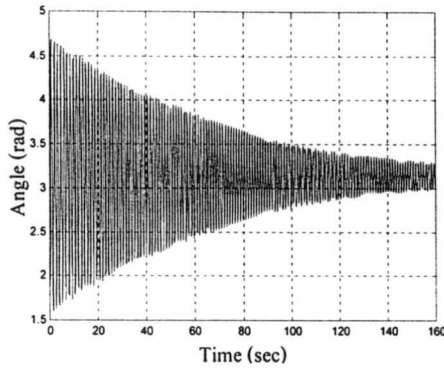
$$\text{เมื่อ } C = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.24)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบน จึงมีสมการดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{-3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u \quad (2.25)$$

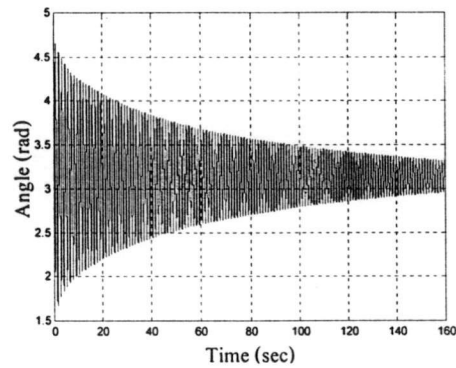
$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

จากสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังสมการที่ (2.18) และสมการที่ (2.25) จะสังเกตเห็นว่ามี ค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ของระบบที่ยังไม่ทราบค่า และสามารถหาค่าได้จากการปรับเปลี่ยนค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ด้วยการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อหาผลตอบสนองของระบบวงเปิด (open-loop response) ของการแกว่งของเพนดูลัมที่มีค่าใกล้เคียงกับผลตอบสนองระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัมที่ได้จากการทดลองกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถมากที่สุด ในการหาผลตอบสนองวงเปิดได้กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0$  และค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0$  ของการทดลองมีค่าเท่ากับ  $[\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  และ 0 ตามลำดับ ซึ่งพบว่า ค่าคงที่แรงเสียดทาน  $f$  ที่มีค่าเท่ากับ 0.165 จะเป็นค่าที่ทำให้ผลตอบสนองระบบวงเปิดที่ได้จากการจำลองระบบดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ก) มีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกันผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.5 (ข)



(ก)

ผลของการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์



(ข)

ผลของการทดลองกับระบบจริง

## รูปที่ 2.5 เปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัม

หลังจากทำการชั่งน้ำหนักของรถรางและเพนดูลัม วัดระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม และหาค่าคงที่แรงเสียดทานด้วยวิธีการทดลองข้างต้นแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของตัวพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าคงที่ของตัวพารามิเตอร์ต่างๆ

มวลของรถราง ( $M$ )	0.642 ( $kg$ )
มวลของเพนดูลัม ( $m$ )	0.123 ( $kg$ )
ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม ( $l$ )	0.25 ( $m$ )
ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน ( $f$ )	0.165 ( $kg/sec$ )
ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ )	9.8 ( $m/sec^2$ )

จากค่าพารามิเตอร์แสดงในตารางที่ 2.1 จะสามารถหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ซึ่งจะได้กล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

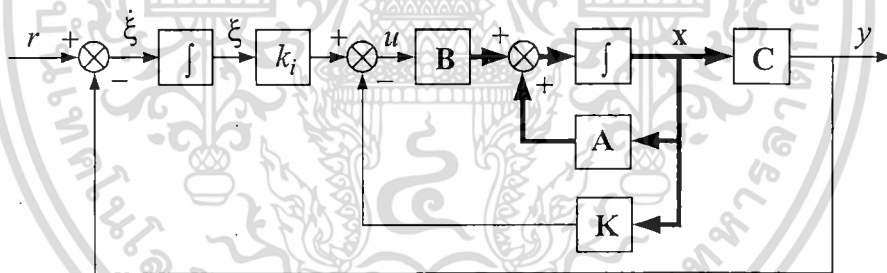
### บทที่ 3

## ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเพื่อนำมาควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ และการออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีข้อดีคือ สามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงได้โดยไม่มีค่าความผิดพลาดในสถานะคงตัวและง่ายต่อการออกแบบ

### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐานตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

ในการควบคุมระบบชนิด 0 (type 0 system) ใดๆ ซึ่งไม่มีตัวอินทิเกรเตอร์ในระบบ ให้สามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงได้โดยปราศจากค่าความผิดพลาดในสถานะคงตัวนั้น สามารถใช้วิธีพื้นฐานของการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะได้โดยการเพิ่มตัวอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

จากรูปที่ 3.1 ซึ่งแสดงถึงบล็อกไดอะแกรมที่แสดงถึงโครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะนั้น จะสามารถเขียนสมการอธิบายระบบได้ดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.1)$$

$$y = Cx \quad (3.2)$$

$$u = -Kx + k_i \xi \quad (3.3)$$

$$\xi = r - y = r - Cx \quad (3.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อ  $x$  คือ เวกเตอร์สถานะของระบบ  
 $u$  คือ สัญญาณควบคุม  
 $y$  คือ สัญญาณเอาต์พุต  
 $\xi$  คือ เอาต์พุตของตัวอินทิเกรเตอร์  
 $r$  คือ สัญญาณอ้างอิง  
 $A$  คือ เมทริกซ์ระบบ ขนาด  $n \times n$   
 $B$  คือ เมทริกซ์อินพุต ขนาด  $n \times 1$   
 $C$  คือ เมทริกซ์เอาต์พุต ขนาด  $1 \times n$

และสามารถเขียนสมการของระบบแต่งเสริม (augmented system) ของรูปที่ 3.1 ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (3.5)$$

กำหนดให้  $x_a = \begin{bmatrix} x \\ \xi \end{bmatrix}$ ,  $A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$  และ  $G = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  จะสามารถเขียนสมการ

สถานะของระบบแต่งเสริม (3.5) ใหม่ได้ดังนี้

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u + G r \quad (3.6)$$

เมื่อ  $A$  และ  $B$  สามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ และ  $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} = n+1$  แล้ว จะสามารถหา  
กฎการควบคุมหรือสัญญาณ  $u$  ให้กับระบบแต่งเสริมได้เป็น

$$u = -K_a x_a \quad (3.7)$$

โดยที่เมทริกซ์อัตราขยาย  $K_a = [K: -k_i]$  เมื่อ  $K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$  เป็นเมทริกซ์อัตราขยาย  
ป้อนกลับสถานะ (state feedback gain matrix) ขนาด  $1 \times n$  และ  $k_i$  เป็นค่าอัตราขยายอินทิกรัล  
(integral gain)

เมื่อแทนสมการ (3.7) ลงในสมการที่ (3.6) สามารถเขียนสมการระบบป้อนกลับของระบบ  
แต่งเสริมได้ดังนี้

$$\dot{x}_a = (A_a - B_a K_a) x_a + G r \quad (3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจะเป็นระบบป้อนกลับที่มีเสถียรภาพและสมรรถนะตามต้องการได้ โดยการกำหนดค่าเจาะจง (eigenvalue) ของเมตริกซ์  $A_a - B_a K_a$  ซึ่งค่าเจาะจงดังกล่าวจะถูกกำหนดด้วยเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $K$  และค่าอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  โดยค่าอัตราขยายทั้งสองนี้สามารถออกแบบด้วยวิธีแอลคิวอาร์ (LQR) หรือวิธีการการวางโพล สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้วิธีการการวางโพลซึ่งจะได้กล่าวในหัวข้อต่อไป

### 3.2 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล

การออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพลหรือการกำหนดโพล (pole assignment) มีวิธีการที่คล้ายคลึงกับการออกแบบโดยใช้เทคนิคเส้นทางราก ซึ่งโพลเด่นของระบบป้อนกลับอาจถูกวางให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้ ส่วนการออกแบบด้วยวิธีการวางโพลนั้นสามารถวางโพลทั้งหมดของระบบให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างอิสระ โดยมีเงื่อนไขว่าระบบนั้นต้องสามารถตรวจวัดค่าตัวแปรทั้งหมดเพื่อใช้ในการป้อนกลับได้ และเป็นระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรตามเวลา (linear time invariant system) เมื่อพิจารณาระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่ได้กล่าวไปแล้ว ในหัวข้อที่ 3.1 พบว่าสามารถทำการออกแบบค่าเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $K$  ค่าอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  ด้วยวิธีการวางโพล โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ทำการแปลงสมการสถานะของระบบแต่่งเสริมสมการที่ (3.6) ให้อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ (controllable canonical form) โดยอาศัยการแปลงเวกเตอร์สถานะ  $z = T^{-1}x_a$  จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{z} &= T^{-1}A_a Tz + T^{-1}B_a u + T^{-1}Gr \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_n \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + T^{-1}Gr \end{aligned} \quad (3.9)$$

เมื่อเมตริกซ์การแปลง (transformation matrix)  $T = MW$  โดย  $M$  คือเมตริกซ์ความควบคุมได้ (controllability matrix)

$$M = [B_a \ : \ A_a B_a \ : \ \cdots \ : \ A_a^{n-1} B_a]$$

และ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n & 1 \\ a_2 & a_3 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่  $a_1, a_2, \dots, a_n$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ (characteristic polynomial) ของสมการคุณลักษณะระบบวงเปิดของ

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}_a| = s^{n+1} + a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

และจากสัญญาณควบคุมในสมการที่ (3.7) เมื่อแทนตัวแปรเวกเตอร์สถานะ  $\mathbf{x}_a = \mathbf{Tz}$  จะได้สัญญาณควบคุมสำหรับตัวแปรสถานะ  $\mathbf{z}$  ดังนี้

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_a \mathbf{Tz} = -\begin{bmatrix} \hat{k}_0 & \hat{k}_1 & \cdots & \hat{k}_n \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (3.10)$$

จะได้ระบบป้อนกลับของระบบ (3.9) ที่อยู่ในรูปแบบแบบบัญญัติสามารถควบคุมได้ (controllable canonical form) เป็น

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_a \mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{T}) \mathbf{z} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G} r \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -(a_0 + \hat{k}_0) & -(a_1 + \hat{k}_1) & -(a_2 + \hat{k}_2) & \cdots & -(a_n + \hat{k}_n) \end{bmatrix} \mathbf{z} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{G} r \end{aligned}$$

โดยมีสมการคุณลักษณะดังนี้

$$\begin{aligned} |s\mathbf{I} - \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_a \mathbf{T} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{T}| \\ = s^{n+1} + (a_n + \hat{k}_n) s^n + (a_{n-1} + \hat{k}_{n-1}) s^{n-1} + \cdots + (a_0 + \hat{k}_0) = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากต้องการวางโพลหรือค่าเงาของระบบป้อนกลับที่ตำแหน่ง  $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$  ซึ่งสามารถเขียนสมการคุณลักษณะของระบบที่มีค่าเงา  $\alpha$  ตำแหน่งดังกล่าว ได้เป็น

$$\begin{aligned} & (s - \mu_0)(s - \mu_1) \cdots (s - \mu_n) \\ & = s^{n+1} + \alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \alpha_1 s + \alpha_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

โดยที่  $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบป้อนกลับที่ได้รับการออกแบบแล้ว

จากนั้นทำการเทียบสัมประสิทธิ์ระหว่างสมการที่ (3.11) กับสมการที่ (3.12) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} a_0 + \hat{k}_0 &= \alpha_0 \\ a_1 + \hat{k}_1 &= \alpha_1 \\ &\vdots \\ a_n + \hat{k}_n &= \alpha_n \end{aligned}$$

และทำการแก้สมการหาค่า  $\hat{k}_0, \hat{k}_1, \dots, \hat{k}_n$  ดังนั้น จะได้  $[\hat{k}_0 \ \hat{k}_1 \ \cdots \ \hat{k}_n] = \mathbf{K}_a \mathbf{T}$  เพราะฉะนั้นเมตริกซ์อัตราขยายของระบบแต่งเสริม (3.5)  $\mathbf{K}_a$  คือ

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_a &= [\hat{k}_0 \ \hat{k}_1 \ \cdots \ \hat{k}_n] \mathbf{T}^{-1} \\ &= [\alpha_0 - a_0 \ : \ \alpha_1 - a_1 \ : \ \cdots \ : \ \alpha_n - a_n] \mathbf{T}^{-1} \end{aligned} \quad (3.13)$$

จากเงื่อนไขที่ระบบ (3.1) จะต้องเป็นระบบที่สามารถควบคุมสถานะได้อย่างสมบูรณ์ และ  $\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = n+1$  ดังนั้นจะสามารถออกแบบระบบป้อนกลับโดยใช้เมตริกซ์อัตราขยาย  $\mathbf{K}_a$  ดังแสดงในสมการ (3.13) เพื่อให้ระบบป้อนกลับเสถียรและมีสมรรถนะตามต้องการ

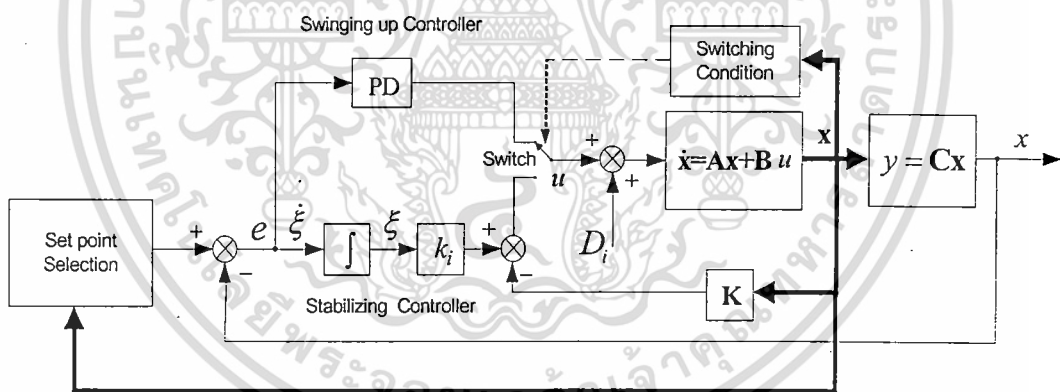
67403

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### การออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง ขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ โดยตัวควบคุมดังกล่าวจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ประกอบด้วยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรอก และตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพล ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันโดยใช้เงื่อนไขการเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุม ซึ่งในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ เพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ โดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะแสดงดังรูปที่ 4.1



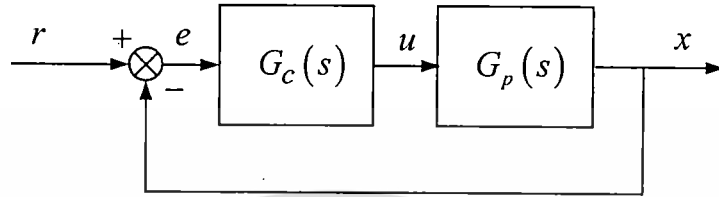
รูปที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่น่าเสนอ

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนี้จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งให้เคลื่อนรถไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขของตำแหน่งรถ และความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม ยกตัวอย่างเช่นรถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ และในลักษณะเดียวกัน ถ้ารถจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่สองไปยังตำแหน่งลำดับที่สามได้ก็ต่อเมื่อตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่สองและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ การเปลี่ยน

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ห้ามเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำแหน่งของรถจากตำแหน่งปัจจุบันไปยังตำแหน่งถัดไป จะใช้เงื่อนไขตำแหน่งของรถ และความเร็วเชิงมุมของเพนคูลัมดังกล่าวโดยค่าของตำแหน่งลำดับต่างๆ ของการเคลื่อนรถหาได้จากการลองผิดลองถูกกับระบบจริง โดยใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรถราง ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรอก โครงสร้างของระบบควบคุมพีดีแสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 โครงสร้างระบบควบคุมพีดี

กำหนดให้ตัวควบคุมพีดีมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_c(s) = K_p (T_d s + 1)$$

โดยที่  $K_p$  คืออัตราขยายพหุพอชันนัล และ  $T_d$  คือเวลาเดริเวทีฟ และระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมจะมีฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบดังที่ได้แสดงไว้สมการที่ (2.15) แล้วคือ

$$G_p(s) = \frac{6.09s^2 + 179.17}{s^4 + 0.24s^3 + 33.43s^2 + 7.21s}$$

จากรูปที่ 4.2 จะได้กฎการควบคุมดังนี้

$$u = K_p e + K_d \frac{d}{dt} e$$

โดยที่  $K_d = K_p T_d$  คืออัตราขยายเดริเวทีฟ

ทำการออกแบบตัวควบคุมพีดี เพื่อควบคุมตำแหน่งรถรางให้มีค่าช่วงเวลาเข้าที่ (setting time)  $t_s$  เท่ากับ 0.5 วินาที และมีค่าพุ่งเกินสูงสุด (maximum overshoot)  $M_p$  ที่ 5% เนื่องจากระบบควบคุมมีโพลวงปิดอยู่ 4 ตัว ดังนั้น จึงสามารถกำหนดโพลเด่นของระบบให้มีสมรรถนะตามที่กำหนดได้

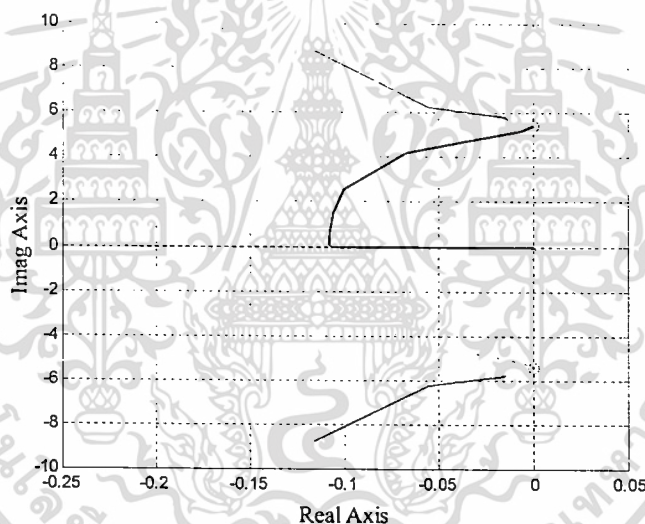
จาก

$$t_s = \frac{4}{\sigma}$$

และ

$$M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d}$$

โดยที่  $\sigma$  คือส่วนจริงของโพลระบบวงปิด และ  $\omega_d$  คือส่วนจินตภาพของโพลระบบวงปิดจะได้ โพลวงปิดของระบบที่มีค่าช่วงเวลาเข้าที่  $t_s$  และค่าพุงเกินสูงสุด  $M_p$  ตามต้องการ และมีค่าเท่ากับ  $\sigma \pm j\omega_d = -8 \pm 8.39j$  ซึ่งพบว่า จะมีอัตราการหน่วง (damping ratio) เท่ากับ 0.69 เมื่อพิจารณา ระบบที่ยังไม่ได้ชดเชยซึ่งมีเฉพาะฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  จะสามารถวาดเส้นทางรากได้ดัง รูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 เส้นทางรากของระบบเดิม

จากรูปที่ 4.3 สังเกตเห็นว่าเส้นทางรากของระบบเดิมที่ยังไม่ได้ชดเชย ไม่ผ่านโพลที่ ตำแหน่ง  $-8 \pm 8.39j$  ตามที่ต้องการ ซึ่งหมายความว่าถึงแม้จะชดเชยอัตราขยาย  $K_p$  เข้าไปในระบบแล้ว ก็ไม่สามารถทำให้ระบบมีโพลเด่นอยู่ที่  $-8 \pm 8.39j$  ตามที่ต้องการได้ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องเพิ่มซีโร (zero) ลงไปในระบบเพื่อให้สามารถออกแบบระบบให้มีโพลวงปิดเด่นอยู่ที่ตำแหน่ง  $-8 \pm 8.39j$  ตามต้องการได้ ดังนั้น ถ้าพิจารณาเฉพาะเงื่อนไขมุม

$$\angle G_p(s) = 180^\circ (2k + 1) \quad (4.1)$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots$  แล้ว จะพบว่าเมื่อพิจารณามุมของระบบวงเปิดของฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  ที่ เอกสารนี้ เท่ากับ  $-8 \pm 8.39j$  ได้ดังนี้ การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\angle G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm 8.39j} = 91.92^\circ \neq 180^\circ (2k+1)$$

พบว่าไม่เป็นไปตามเงื่อนไขมุมดังสมการที่ (4.1) เพื่อให้เป็นไปตามเงื่อนไขมุมดังกล่าว จึงทำการเสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบเพื่อทำการชดเชย ดังนั้น จะได้

$$\angle G_c(s)G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm 8.39j} = 180^\circ (2k+1)$$

โดยที่มุมที่ต้องชดเชยให้กับระบบคือ

$$\begin{aligned} \phi &= \angle G_c(s) \\ &= 180^\circ - 91.92^\circ = 88.08^\circ \end{aligned}$$

จากโพลเด่นของระบบวงปิดที่ต้องการเท่ากับ  $-8 \pm 8.39j$  และมุมที่ต้องเพิ่มให้กับระบบ  $\phi$  เท่ากับ  $88.08^\circ$  สามารถหาตำแหน่งซีโรที่เสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบได้จาก

$$\frac{1}{T_d} = \sigma - \left( \frac{\omega_d}{\tan(\phi)} \right) \quad (4.2)$$

จากสมการที่ (4.2) จะได้ค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  เท่ากับ 0.12 วินาที และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขขนาด

$$\left| K_p (T_d s + 1) G_p(s) \right|_{s=-8 \pm 8.39j} = 1$$

สามารถหาค่า  $K_p$  ได้จาก

$$K_p = \frac{1}{|T_d s + 1| |G_p(s)|} \Big|_{s=-8 \pm 8.39j} = 21.54$$

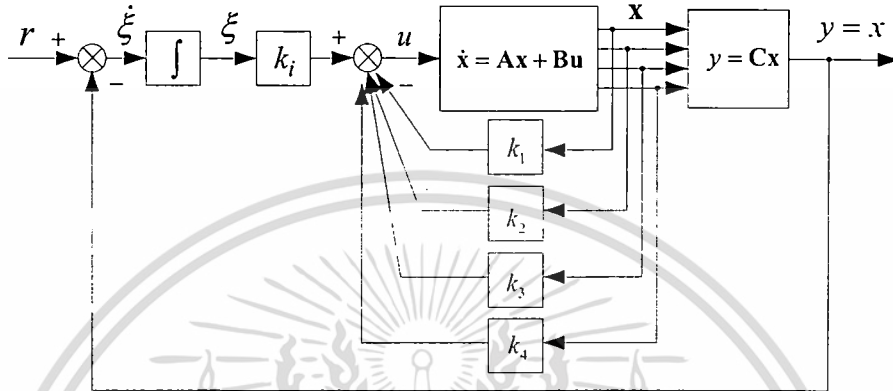
และจะได้  $K_d = K_p T_d = 2.6$

ค่าอัตราขยายแบบพรอพอซันนัล  $K_p$  และค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  ที่ได้จากการออกแบบนี้ จะทำให้ระบบ ควบคุมพีดี มีค่าช่วงเวลารอที่  $t_r$  เท่ากับ 0.5 วินาที และค่าฟุงเกินสูงสุด  $M_p$  เท่ากับ 5% ตามที่ต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนไค์นั้นจะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพลคั้งที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 3.1 โดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะแสดงดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

แทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่แสดงในตารางที่ 2.1 ลงในสมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนสมการที่ (2.25) จะได้เมตริกซ์ระบบ  $A$  และเมตริกซ์อินพุต  $B$  ตามลำดับดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.73 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.2453 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.45 \\ 0 \\ 1.48 \end{bmatrix}$$

โดยจากสมการเอาต์พุตในสมการที่ (2.26) เมตริกซ์เอาต์พุตที่สอดคล้องกับตำแหน่งรถที่สนใจพิจารณาเป็น

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

ดังนั้นสมการของระบบแต่่งเสริมที่สอดคล้องกับระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในสมการที่ (3.6) มีค่าเมตริกซ์

$$\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.2453 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.46 \\ 0 \\ 1.47 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ซึ่งจะมีสมการคุณลักษณะของระบบวงเปิดดังกล่าวเป็น

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}_a| = s^5 + 0.24s^4 - 33.43s^3 - 7.21s^2 = 0$$

และมีสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบวงเปิดคือ

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = -7.21, \quad a_3 = -33.43, \quad a_4 = 0.24$$

โดยสามารถหาเมตริกซ์การแปลง  $\mathbf{T}$  ได้เป็น

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{W}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a \mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a^2 \mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a^3 \mathbf{B}_a & \mathbf{A}_a^4 \mathbf{B}_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 1 \\ a_2 & a_3 & a_4 & 1 & 0 \\ a_3 & a_4 & 1 & 0 & 0 \\ a_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4.6 & -1.1 & 149.3 & -41 \\ 4.6 & -1.1 & 149.3 & -41 & 4995.1 \\ 0 & 1.5 & -0.4 & 6.1 & -3 \\ 1.5 & -0.4 & 61 & -3 & 201.4 \\ 0 & 0 & -1.5 & 0.4 & -6.10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -7.21 & -33.43 & 0.24 & 1 \\ -7.21 & -33.43 & 0.24 & 1 & 0 \\ -33.43 & 0.24 & 1 & 0 & 0 \\ 0.24 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.0056 & 0.0001 & 0.0002 & 4.4593 & 0 \\ 0.0041 & 0.0056 & 0.0001 & 0.0002 & 4.4593 \\ 0.0002 & -43.7012 & 0.0001 & 1.4864 & 0 \\ 0.0001 & 0.0002 & -43.7012 & 0.0001 & 1.4864 \\ 43.7012 & -0.0001 & -1.4864 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากต้องการให้ระบบป้อนกลับมีผลตอบสนองที่มีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที และค่าพ่วงเกินสูงสุดเท่ากับ 15% สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งของรถแบบขั้น จึงเลือกตำแหน่งโพลวงปิดที่  $-1 \pm j\sqrt{3}$ ,  $-5$ ,  $-5$  และ  $-5$  โดยจะสามารถเขียนสมการคุณลักษณะของระบบป้อนกลับที่สอดคล้องกับตำแหน่งโพลดังกล่าวได้เป็น

$$\begin{aligned} & (s+1+j\sqrt{3})(s+1-j\sqrt{3})(s+5)(s+5)(s+5) \\ & = s^5 + 17s^4 + 109s^3 + 335s^2 + 550s + 500 = 0 \end{aligned}$$

ซึ่งพบว่าจะมีสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\alpha_0 = 500, \quad \alpha_1 = 550, \quad \alpha_2 = 335, \quad \alpha_3 = 109, \quad \alpha_4 = 17$$

ดังนั้น จากสมการที่ (3.13) จะสามารถหาค่าเมตริกซ์อัตราขยาย  $\mathbf{K}_a$  ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_a &= [\alpha_0 - a_0 \quad \alpha_1 - a_1 \quad \cdots \quad \alpha_n - a_n] \mathbf{T}^{-1} \\ &= [36.14 \quad 6.49 \quad -12.58 \quad -8.22 \quad 11.44] \end{aligned}$$

ซึ่งพบว่า เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  และอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  มีค่าดังนี้

$$\mathbf{K} = [36.14 \quad 6.49 \quad -12.58 \quad -8.22], \quad k_i = -11.44$$

จากค่าอัตราขยายดังกล่าวในข้างต้น จะได้

$$\mathbf{u} = -[36.14 \quad 6.49 \quad -12.58 \quad -8.22 \quad 11.44][x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad \xi]^T$$

ซึ่งเป็นสัญญาณควบคุมที่จะนำไปทดลองเพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในบทต่อไป

### 4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม

จากการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลง่าย ขึ้นสู่จุดสมดุบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุบนไว้ ที่ได้กล่าวในหัวข้อ 4.1 และ 4.2 แล้วนั้น สามารถสรุปผลการออกแบบได้ เอกสารนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม

ตัวควบคุมการห้วยงขึ้นของเพนดูลัม		ตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม				
$K_p$	$K_d$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_i$
21.54	2.6	36.14	6.49	-12.58	-8.22	-11.44

ในบทที่ 5 จะนำตัวควบคุมทั้งสองไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเพื่อศึกษาผลของการควบคุม โดยจะศึกษาทั้งผลการจำลองโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์และผลการทดลองกับระบบจริง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง

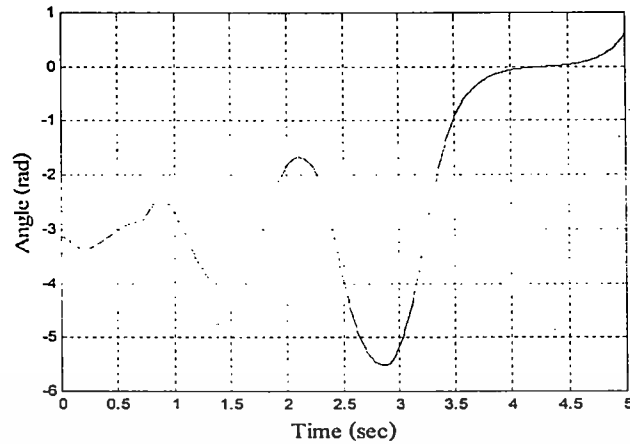
ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุมที่ได้ทำการออกแบบในบทที่ 4 เพื่อควบคุมการเหวียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกจะทำการทดลองเพื่อทดสอบประสิทธิภาพตัวควบคุมที่ได้ออกแบบโดยจำลองการควบคุมระบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์แมทแล็บ (Matlab) เพื่อให้แน่ใจว่า ตัวควบคุมนี้สามารถทำงานเป็นไปตามที่ต้องการหรือไม่ ก่อนที่จะนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ หากพบข้อผิดพลาดใดๆ ในการออกแบบตัวควบคุมก็จะสามารถทำการแก้ไขได้ง่าย ซึ่งแบ่งการจำลองออกเป็นสามการจำลองดังนี้ การจำลองแรกเป็นการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมในการเหวียงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน การจำลองที่สองเป็นการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ และท้ายสุดเป็นการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวียงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก เมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และ เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นให้กับระบบ

การทดลองส่วนที่สองจะทำการทดสอบประสิทธิภาพตัวควบคุมกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ โดยแบ่งการทดลองออกเป็นสามการทดลองเช่นเดียวกับการจำลองระบบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

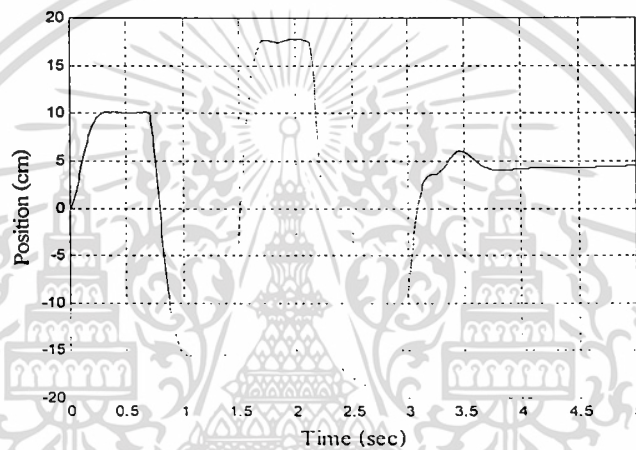
### 5.1 การจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัม

การจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรถดังที่กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 4.1 หลังจากการออกแบบตัวควบคุมด้วยเทคนิคเส้นทางราคาจะได้ค่าอัตราขยายพรอพอร์ชันนัล  $K_p$  และอัตราขยายดิริเวทีฟ  $K_d$  ของตัวควบคุมแบบพีดีเท่ากับ 21.54 และ 2.6 ตามลำดับ โดยกำหนดให้ตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางลำดับแรกเท่ากับ 10 เซนติเมตร ลำดับถัดไปเท่ากับ -15 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -17.5 เซนติเมตร และลำดับสุดท้ายเท่ากับ 4.5 เซนติเมตร โดยตำแหน่งการเคลื่อนที่ดังกล่าวหาได้จากการลองผิดลองถูก ในการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมนี้จะกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ สมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ผลการจำลองการควบคุมการเหวียงขึ้นของเพนดูลัมแสดงดังรูปที่ 5.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

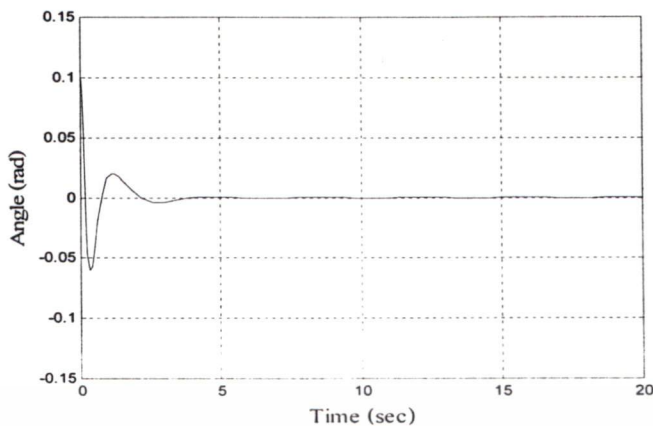
รูปที่ 5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมอย่างเดี่ยว

จากผลการจำลองพบว่า เมื่อรถรางเคลื่อนที่ไปตามลำดับดังรูปที่ 5.1 (ข) ตัวควบคุมก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมที่ห้อยอยู่ ณ จุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ได้ดังรูปที่ 5.1 (ก)

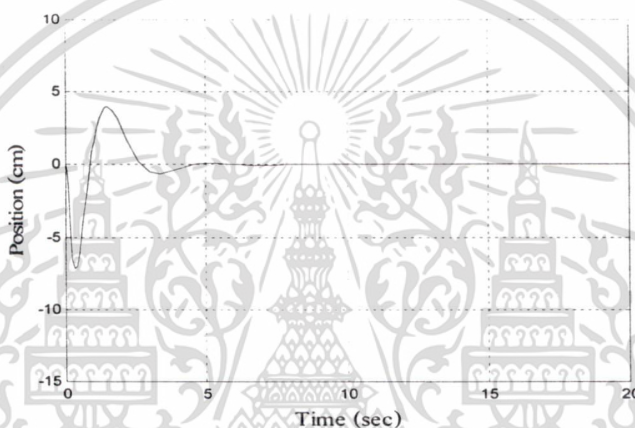
## 5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ในการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะต้องออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะก่อนนำไปใช้งาน หลังจากออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวเพื่อให้ระบบมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที และค่าพุงเกินสูงสุดเท่ากับ 15 เปอร์เซ็นต์ สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งแบบขั้น ด้วยเทคนิคการวางโพล โดยวางโพลวงปิดอยู่ที่  $-1 \pm j\sqrt{3}$ ,  $-5$ ,  $-5$  และ  $-5$  พบว่าจะได้ค่าอัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $K = [36.14 \ 6.49 \ -12.58 \ -8.22]$  และค่าอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  เท่ากับ  $-11.44$  ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถแสดงดังรูปที่ 5.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

จากผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และค่ามุมเริ่มต้นของเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ดังรูปที่ 5.2 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และสามารถควบคุมให้ตำแหน่งของรถเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตรได้ภายในเวลา 5 วินาที ตามต้องการ

### 5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

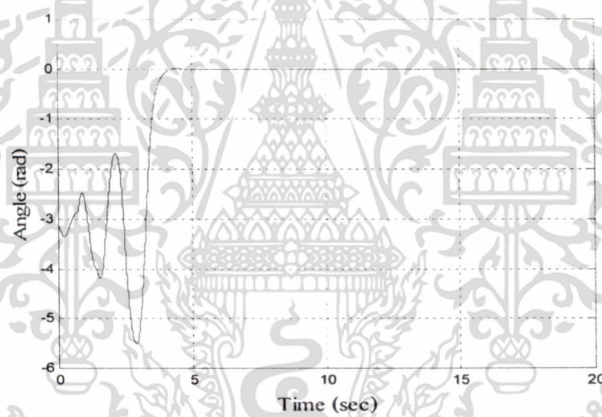
การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังกล่าวไปแล้วในบทที่ 4 ซึ่งแบ่งการจำลองออกเป็นสามการจำลองดังนี้ การจำลองแรกเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

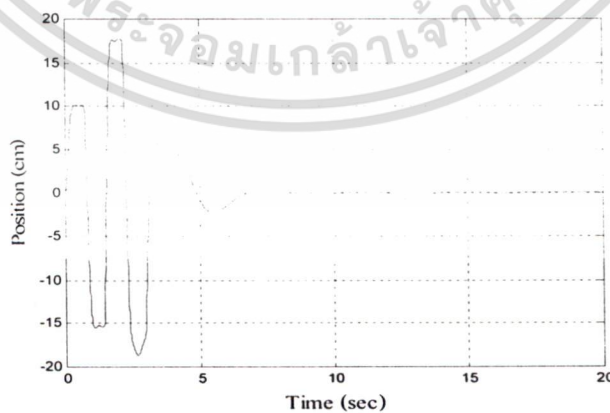
บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก การจำลองที่สองเป็นการจำลอง การควบคุมการเหวี่ยงขึ้น และรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และท้ายสุดเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อน อินพุตแบบขั้น

### 5.3.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้ตามต้องการหรือไม่ ซึ่งผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอกแสดงดังรูปที่ 5.3



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

### รูปที่ 5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของ

อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

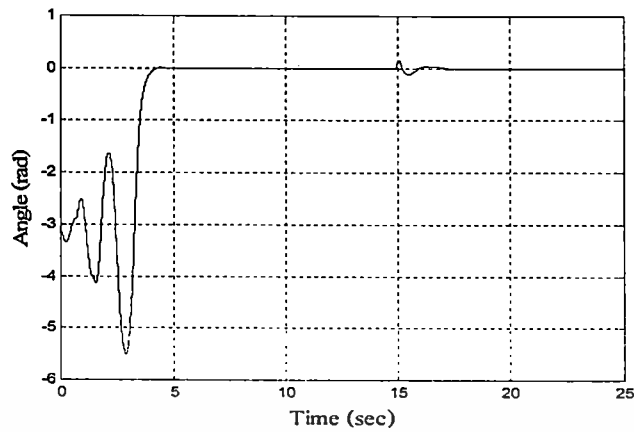
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เฉพาะทางวิชาการเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมมูลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) ไว้ ซึ่งขนาดของมุมและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการเปลี่ยนตัวควบคุมดังกล่าวหาได้จากการลองผิดลองถูก ตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.1 และ 5.2 จากผลการจำลองดังรูปที่ 5.3 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้ได้ และตัวรถรางสามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งที่ 0 เซนติเมตรได้ตามต้องการ

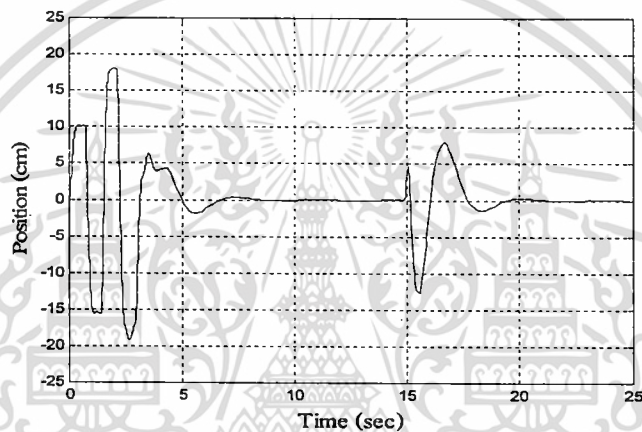
### 5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

#### บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้เมื่อมีการรบกวนจากภายนอก มีจุดประสงค์เพื่อทดสอบการกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบควบคุม โดยการจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมมูลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) ไว้ หลังจากนั้นทำการรบกวนสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D_1$  แบบขั้นขนาด 10% เข้าไปยังระบบการเคลื่อนที่ของรถรางดังรูปที่ 4.1 ที่เวลา 15 วินาที โดยตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.3.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอกแสดงดังรูปที่ 5.4 จากผลการจำลองดังรูปที่ 5.4 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบได้ โดยสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) และควบคุมให้ตำแหน่งของรถเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตรได้โดยไม่มีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว (steady-state error) และมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที ตามที่ได้ทำการออกแบบ



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม  
เมื่อมีการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% ที่เวลา 15 วินาที

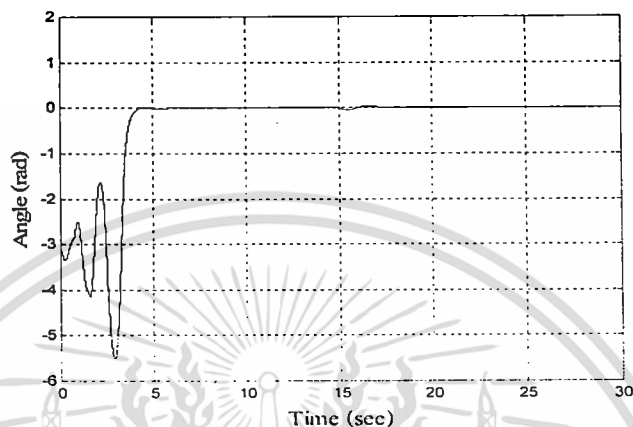
### 5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถเมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ  
เมื่อป้อนสัญญาณอ้างอิงแบบขั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบตัวควบคุมที่ใช้ควบคุมระบบว่า  
สามารถควบคุมสัญญาณเอาต์พุตให้ติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้หรือไม่

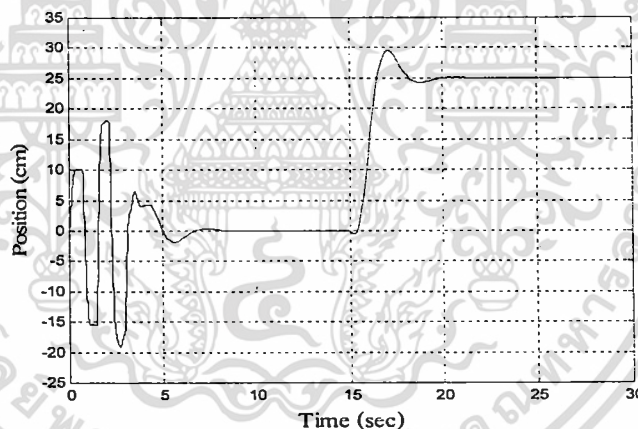
โดยการจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และ  
มุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุม  
การเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมี  
ค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที  
จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ณ จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ไว้ หลังจากนั้นทำการเปลี่ยนสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งรถจาก 0 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร ที่เวลา 15 วินาที โดยตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.3.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้นแสดงดังรูปที่ 5.5



(ก) มุมของเพนดูลัม



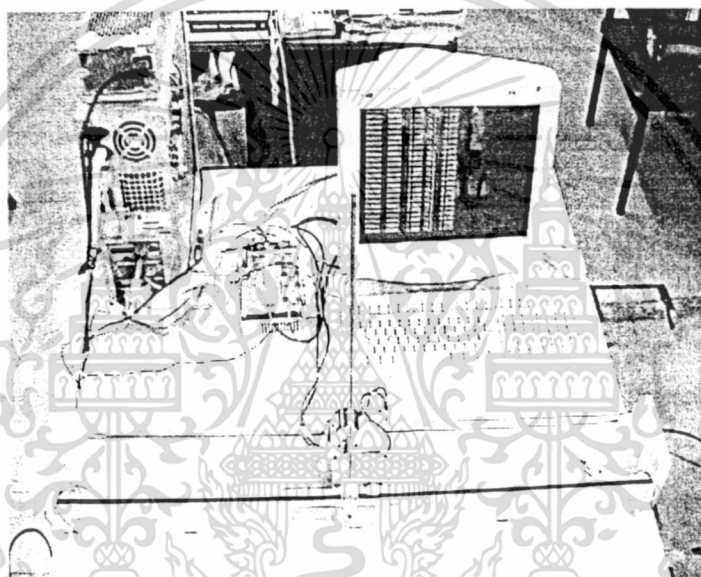
(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

จากผลการจำลองดังรูปที่ 5.5 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้รถเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ โดยไม่มีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวและมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที ตามที่ได้ทำการออกแบบ

#### 5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงของเพนดูลัม

หลังจากได้จำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จนมั่นใจว่าตัวควบคุมมีทำการออกแบบมีประสิทธิภาพในการทำงานเป็นไปตามที่ต้องการและไม่มีข้อผิดพลาดใดๆ ที่จะก่อให้เกิดอันตรายกับชุดทดลองในการทดลองจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแล้ว อันดับต่อไปจะนำตัวควบคุมดังกล่าวมาทดลองควบคุมกับระบบจริงในห้องปฏิบัติการ โดยตัวควบคุมจะถูกสร้างขึ้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาซี โดยใช้ค่าเวลาชักตัวอย่างเท่ากับ 0.001 วินาที ภาพถ่ายชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการแสดงดังรูปที่ 5.6

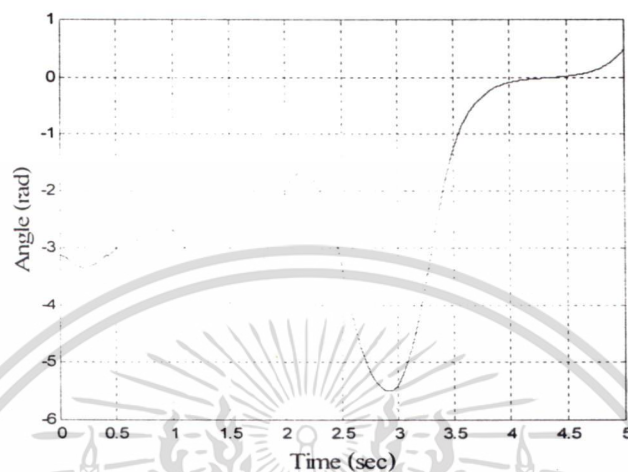


รูปที่ 5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ

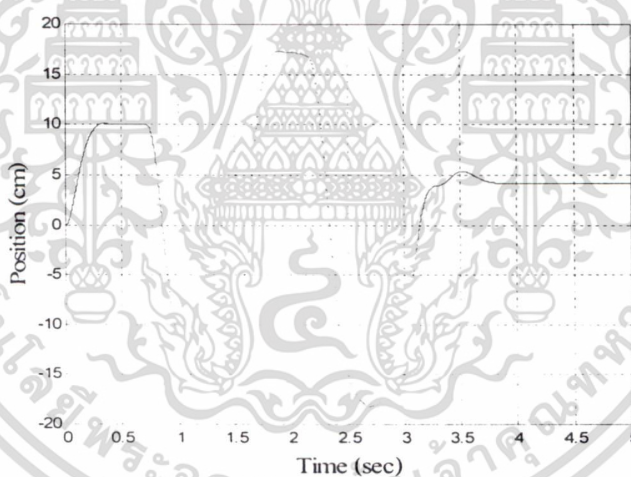
ในการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจะมีขั้นตอนการทดลองเหมือนกับการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่กล่าวไปแล้วในหัวข้อ 5.1 จากการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ พบว่าตัวควบคุมดังกล่าวต้องใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ต่างจากค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการออกแบบเล็กน้อย ตัวควบคุมจึงจะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ตามต้องการ เนื่องจากระบบที่ใช้ทดลองจริงนั้นมีความไม่เป็นเชิงเส้นและค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของชุดทดลองจริงนั้นไม่เป็นไปตามอุดมคติ เช่น ค่าคงที่แรงเสียดทานของรางรถในแต่และจุดไม่เท่ากัน โดยตัวควบคุมดังกล่าวนี้จะใช้ค่าอัตราขยายพหุพอชันนัล  $K_p$  เท่ากับ 25 และค่าอัตราขยายดิริเวทีฟ  $K_d$  เท่ากับ 3 โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำแหน่งของการเคลื่อนที่ของรยางค์ลำดับแรกเท่ากับ 5 เซนติเมตร ลำดับถัดไปเท่ากับ -15 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -17 เซนติเมตร และลำดับสุดท้ายคือ 4.3 เซนติเมตร ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมแสดงดังรูปที่ 5.7



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรยางค์

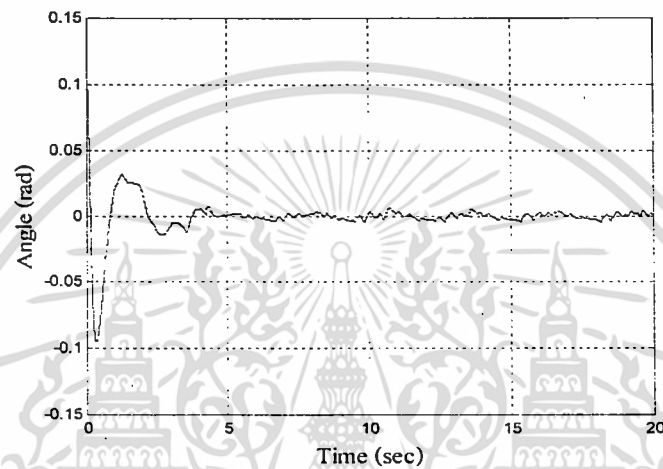
รูปที่ 5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมอย่างเดี่ยว

จากผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมกับชุดทดลองจริง เมื่อรยางค์เคลื่อนที่ไปตามลำดับดังรูปที่ 5.7 (ข) ตัวควบคุมก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมที่ห้อยอยู่ ณ จุด สมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ดังรูปที่ 5.7 (ก)

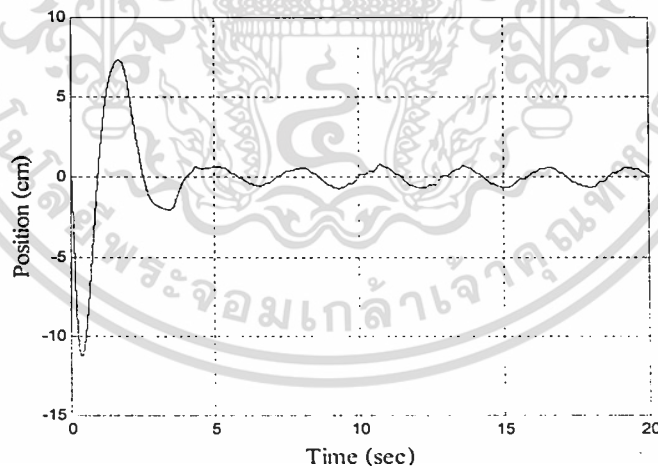
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับชุดทดลองจริงจะมีขั้นตอนการทดลองและใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์คือมีค่าอัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $K=[36.14 \ 6.49 \ -12.58 \ -8.22]$  และค่าอัตราขยายตัวอินทิเกรเตอร์  $k_i$  เท่ากับ  $-11.44$  ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 5.8



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.8 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

จากผลการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งของรถอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และค่ามุมเริ่มต้นของเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ดังรูปที่ 5.8 (ก) และรูปที่ 5.8 (ข) แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่บนสื่อออนไลน์ การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย

บริเวณจุดสมมูลบนและควบคุมตำแหน่งของรถเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงได้ภายในเวลา 5 วินาที โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย สังเกตจากตำแหน่งของรถรางจะมีการเคลื่อนที่ไปมาผ่านจุดอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร เป็นช่วงแคบๆ ประมาณ  $\pm 0.75$  เซนติเมตร ซึ่งเป็นผลมาจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทานสถิต ณ ตำแหน่งอ้างอิงดังกล่าว

## 5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

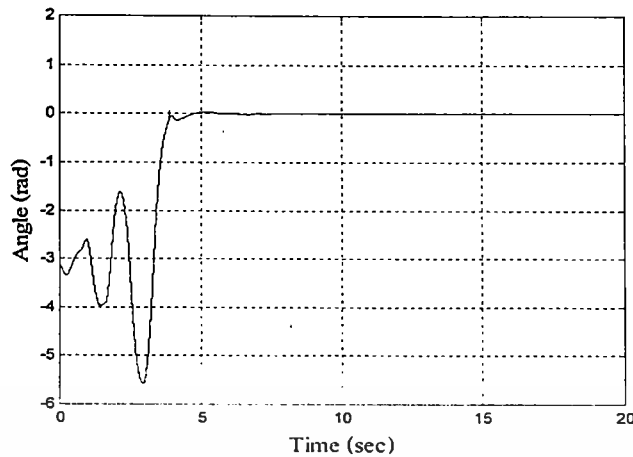
การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับชุดทดลองจริงในห้องปฏิบัติการ โดยใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังกล่าวไปแล้วในบทที่ 4 ซึ่งแบ่งการทดลองออกเป็นสามการทดลองดังนี้ การทดลองแรกเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก การทดลองที่สองเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และท้ายสุดเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

### 5.6.1 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

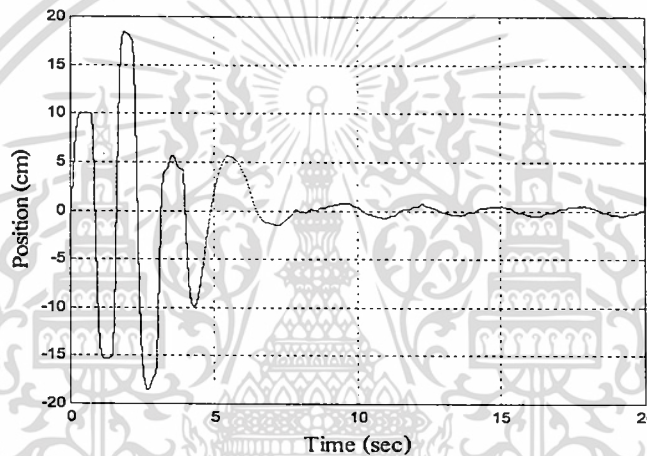
บนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบนไว้เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้ตามต้องการหรือไม่และมีผลตอบสนองแตกต่างจากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหัวข้อ 5.3.1 มากน้อยเพียงใด โดยการจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมมูลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมมูลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) ไว้ โดยตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.4 และ 5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอกแสดงดังรูปที่ 5.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

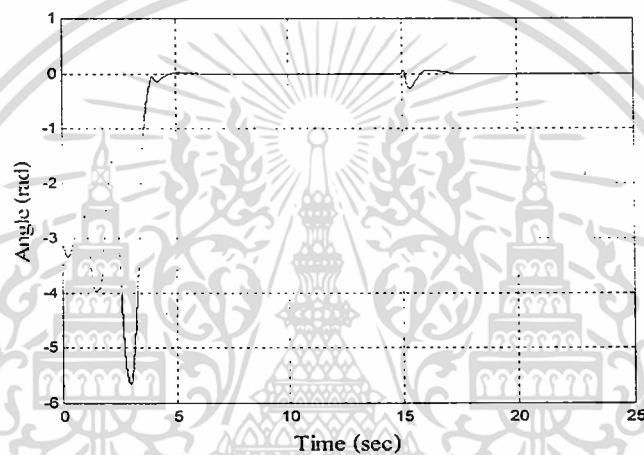
รูปที่ 5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์เตอร์เพนดูลัมบนรถเมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก

จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.9 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นสู่จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ และตัวรถรางสามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งที่ 0 เซนติเมตร ได้ และมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย โดยที่รถรางนั้นจะมีการเคลื่อนที่ไปมาผ่านจุดอ้างอิงดังกล่าว เป็นช่วงแคบๆ ประมาณ  $\pm 0.75$  เซนติเมตร คล้ายกับผลการทดลองดังรูป 5.8 (ข)

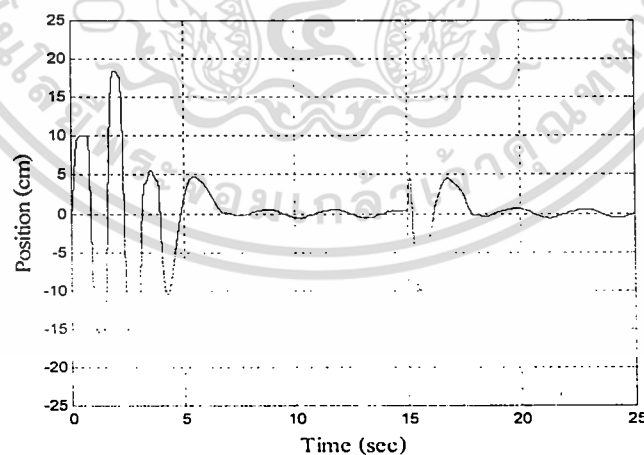
## 5.6.2 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

บนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก

การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อมีการรบกวนจากภายนอก มีจุดประสงค์เพื่อทดสอบการกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบควบคุม และมีผลตอบสนองแตกต่างจากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหัวข้อ 5.3.2 มากน้อยเพียงใด ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อมีการรบกวนจากภายนอกแสดงดังรูปที่ 5.10



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

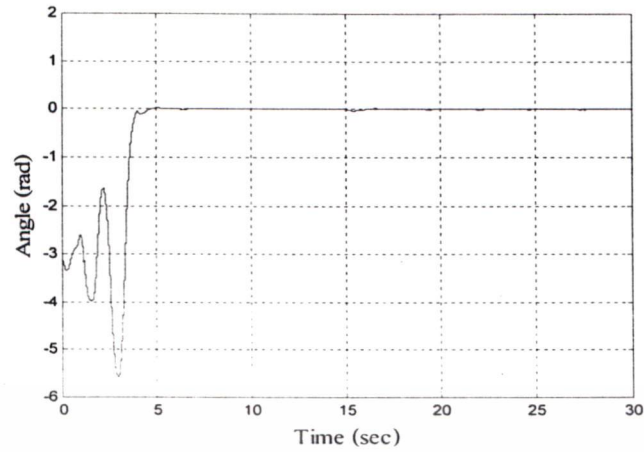
รูปที่ 5.10 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อมีการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบขั้นขนาด 10% ที่เวลา 15 วินาที

การทดลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมจุดล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมจุดล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมจุดบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมจุดบน (0 เรเดียน) ไว้ หลังจากนั้นทำการรบกวนสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D_i$  แบบขั้นขนาด 10% เข้าไปยังระบบการเคลื่อนที่ของรถรางดังรูปที่ 4.1 ที่เวลา 15 วินาที โดยตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการทดลองในหัวข้อที่ 5.6.1 จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.10 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบได้ โดยสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมจุดบน (0 เรเดียน) และควบคุมให้ตำแหน่งของรถเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย และมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที ตามที่ได้ทำการออกแบบ

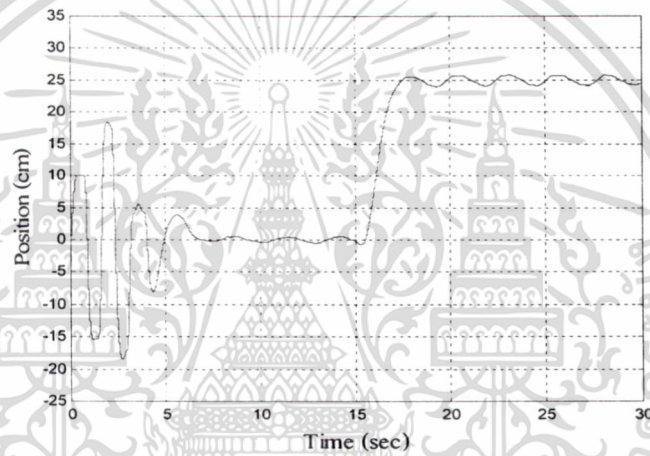
### 5.6.3 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

#### บนรถเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบตัวควบคุมที่ใช้ควบคุมระบบว่า มีประสิทธิภาพในการติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นเป็นไปตามต้องการหรือไม่ และมีผลตอบสนองแตกต่างจากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหัวข้อ 5.3.3 มากน้อยเพียงใด โดยการทดลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมห้อยอยู่ ณ จุดสมจุดล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมจุดล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมจุดบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.25 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.15 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมจุดบน (0 เรเดียน) ไว้ หลังจากนั้นทำการเปลี่ยนสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งรถจาก 0 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร ที่เวลา 15 วินาที โดยตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.6.1 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้นแสดงดังรูปที่ 5.11



(จ) มุมของเพนคูล์ม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของ  
อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.11 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้รถเคลื่อนที่  
ไปยังตำแหน่งที่ต้องการได้ โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อยและมีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5  
วินาที ตามที่ได้ทำการออกแบบ

## สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 6.1 บทสรุป

โครงการวิจัยนี้ได้ศึกษาการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ โดยตัวควบคุมดังกล่าวจะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน ประกอบด้วยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรอก และตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพล ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกัน โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเพื่อรักษา เสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ ในการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวจะต้องรู้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถก่อน และได้ใช้วิธีการของลากรางจ์เป็นวิธีในการหาแบบจำลองของระบบโดยพิจารณาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์รวมของระบบ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ได้นี้เป็นระบบไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงทำการประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นเพื่อนำไปออกแบบตัวควบคุมดังกล่าวต่อไป

การจำลองและการทดลองได้แบ่งออกเป็นสามการทดลองดังนี้ การทดลองแรกเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน การทดลองที่สองเป็นการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ เมื่อไม่มีการรบกวนจากภายนอก และเมื่อมีการรบกวนจากภายนอก และทำการทดสอบผลตอบสนองของระบบเมื่อกำหนดสัญญาณอ้างอิงเป็นแบบขั้น และท้ายสุดเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมร่วมกับตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมในการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้

จากผลการจำลองและผลการทดลองพบว่าตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้โดยต้องทำการปรับแต่ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบอีกเล็กน้อยเนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของชุดทดลองจริง ส่วนตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมนั้นก็สามารถรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ถึงแม้จะมีการรบกวนจากภายนอกก็ตามและยังสามารถ

ติดตามสัญญาณตำแหน่งอ้างอิงของรถที่เปลี่ยนแปลงได้ตามต้องการ แต่ในการติดตามสัญญาณตำแหน่งอ้างอิงของรถดังกล่าวยังมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อยเนื่องจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทานของรางรถ และเมื่อตัวควบคุมทั้งสองทำงานร่วมกันก็สามารถห่วยเพนคูล์มจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมมูลบนไว้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัยและแนวทางในการแก้ปัญหา

เนื่องจากระยะทางในการเคลื่อนที่ของรถรางถูกจำกัดที่ 1 เมตร ด้วยโครงสร้างของชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ ซึ่งเป็นปัญหาต่อการทดลองตัวควบคุมที่ออกแบบให้มีผลตอบสนองที่เร็ว และต้องการระยะทางในการเคลื่อนที่ของรถรางมากกว่า 1 เมตร และเมื่อมีข้อผิดพลาดในการทดลองตัวรถรางอาจวิ่งชนขอบรางด้านใดด้านหนึ่งจนเกิดความเสียหายได้ถึงแม้ว่าชุดทดลองจะมีการป้องกันด้วยฟองน้ำเพื่อลดแรงกระแทกที่เกิดจากการชนแล้วก็ตาม

ในการออกแบบรางของรถรางโดยใช้เฟืองสะพานพลาสติกมาต่อกันเป็นรางยาว 1 เมตร ซึ่งจะทำให้รางที่ได้มีค่าแรงเสียดทานแต่ละจุดไม่เท่ากัน โดยเฉพาะบริเวณจุดต่อของเฟืองสะพานแต่ละชิ้น

## 6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

สำหรับข้อเสนอแนะการวิจัยและพัฒนาคือ การศึกษาและนำตัวควบคุมการห่วยขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมระบบที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น ระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบสองข้อต่อ (double inverted pendulum) เป็นต้น ซึ่งควรออกแบบชุดทดลองให้มีระยะการเคลื่อนที่ของรถรางมากขึ้น และตัวรถควรออกแบบโดยใช้เฟืองสะพานที่ทำจากโลหะชิ้นเดียวซึ่งมีความเที่ยงตรงสูงแทนเฟืองสะพานพลาสติกที่ใช้อยู่เดิมเพื่อลดผลกระทบจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทาน

## บรรณานุกรม

- [1] N. Kouda, N. Matsui and H. Nishimura, "Control for swing-up of an inverted pendulum using qubit neural network," Proceedings of the 41st SICE Annual Conference, Vol. 2, pp. 765-770, 5-7 August 2002.
- [2] S. Yasunobu and M. Mōri, "Swing up fuzzy controller for inverted pendulum based on a human control strategy," Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Vol.3, pp. 1621-1625, 1-5 July 1997.
- [3] M. Yamakita et. al. "Robust swing up control of double pendulum," Proceedings of the American Control Conference, Vol. 1, pp. 290-295, 21-23 June 1995.
- [4] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, "Nonlinear control of swing-up inverted pendulum," Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on control application, pp. 259-264, 15-18 Sept. 1996.
- [5] K. Yoshida, "Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods," Proceedings of the American Control Conference, Vol. 6, pp. 4045-4047, 2-4 June 1999



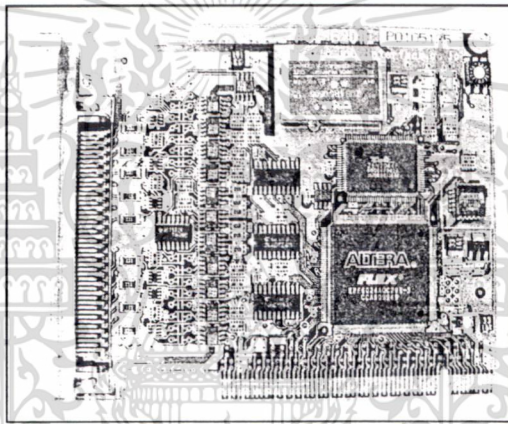
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (PC)

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทำหน้าที่ควบคุมการเหยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถด้วยโปรแกรมภาษาซีที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

### ก.2 วงจรนับจำนวนพัลส์สำหรับวัดตำแหน่งของรถรางและมุมของเพนคูล์ม

วงจรถับจำนวนพัลส์จากเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรถรางและมุมของเพนคูล์มจะมีลักษณะเป็นแผ่นวงจรแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-6201E ซึ่งเป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูปที่สามารถต่อใช้งานร่วมกับเอนโคเดอร์มากที่สุดได้ถึง 4 ตัว ความละเอียดในการวัดสูงสุดได้ถึง 24 บิต โดยภาพถ่ายแผ่นวงจรถับจำนวนพัลส์ เบอร์ PCI-6201E แสดงดังรูปที่ ก.1 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.1 แผ่นวงจรถับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E

### ก.3 วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

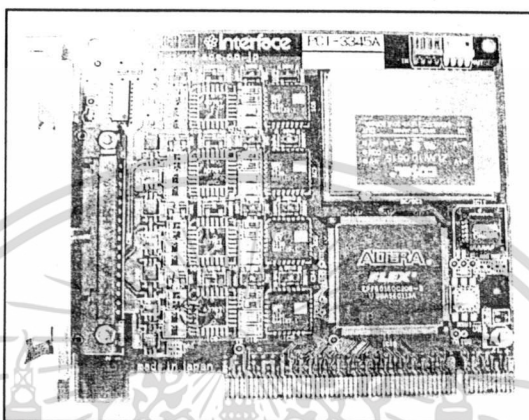
วงจรถแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกจะมีลักษณะเป็นแผ่นวงจรแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-3345A ซึ่งเป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับวงจรถับมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนรถ โดยวงจรถรับข้อมูลดิจิทัลขนาด 12 บิตจากคอมพิวเตอร์และจะแปลงข้อมูลนี้เป็นสัญญาณอนาล็อกอยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้า มีขนาด -10 โวลต์ ถึง + 10 โวลต์ (ขนาดแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากแผ่นวงจร) เพื่อส่งแรงดันนี้เข้าสู่วงจรถับกระแสของมอเตอร์เพื่อขับเคลื่อนรถ โดยขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้จะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าข้อมูลดิจิทัลที่ส่งมาให้ แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าส่งค่า FFFH เข้าวงจรถจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุดคือ 10 โวลต์

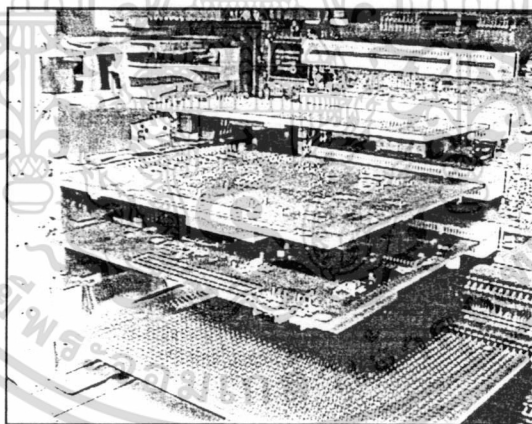
ถ้าส่งค่า 7FFH เข้าวงจรถจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดคือ 0 โวลต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารถ้าส่งค่า 000H เข้าวงจรถจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุดคือ -10 โวลต์ ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากแผ่นวงจรรหัส PCI-3345A มีขนาด 12 บิต จึงมีความละเอียด 4095 ระดับจากย่านความกว้างของแรงดันเอาต์พุตทั้งหมด ในที่นี้ต้องการส่งค่าแรงดันออกไปควบคุมอยู่ในช่วง  $\pm 10$  โวลต์ ดังนั้นจะได้ความละเอียดของแรงดันเอาต์พุตต่อข้อมูลดิจิทัลเท่ากับ  $20/4095 = 0.004884$  โวลต์ ต่อข้อมูลดิจิทัล 1 ระดับ ภาพถ่ายแสดงวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกแสดงดังรูปที่ ก.2 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.2 แผ่นวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก



รูปที่ ก.3 การติดตั้งวงจรเชื่อมต่อต่างๆ

#### ก.4 วงจรขับกระแสของมอเตอร์ (current driver motor)

วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถจะทำหน้าที่รับแรงดันจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จากนั้นจะแปลงแรงดันให้เป็นสัญญาณ PWM เพื่อใช้ขับมอเตอร์ โดยสัญญาณ PWM จะมีขนาด  $\pm 24$  โวลต์และมีความถี่ของสัญญาณ 25 กิโลเฮิรซ์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของวัฏจักรหน้าที่ (duty cycle) จะขึ้นอยู่กับแรงดันอินพุตที่รับมาจากวงจรแปลง

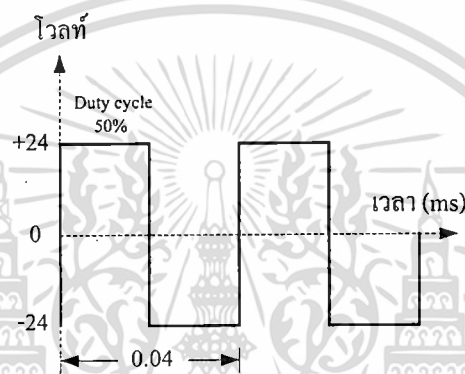
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันอินพุตจะทำให้วัฏจักรหน้าที่เปลี่ยนแปลงแบบเป็นเชิงเส้น แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

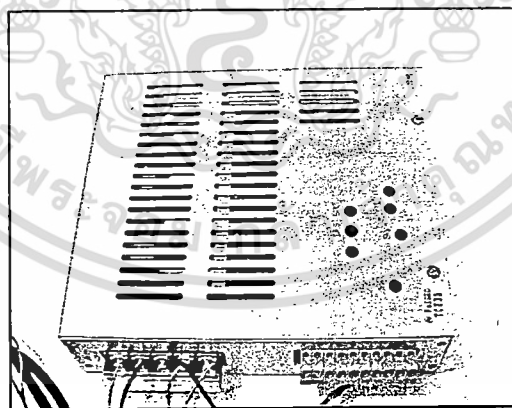
ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ +10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 100% มอเตอร์จะหมุนตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 0 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 50% มอเตอร์จะหยุดหมุน

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ -10 โวลต์จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 0% มอเตอร์จะหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด โดยลักษณะของสัญญาณ PWM แสดงดังรูปที่ ก.4 และภาพถ่ายของวงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถแสดงดังรูปที่ ก.5



รูปที่ ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถ

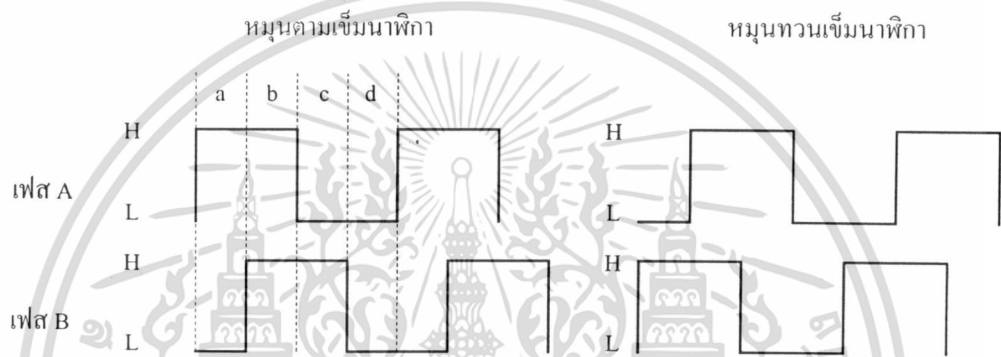


รูปที่ ก.5 วงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถ

#### ก.5 เอนโคเดอร์แบบหมุน

เอนโคเดอร์เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับ เนื่องจากสัญญาณป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโคเดอร์นั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบหรือเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

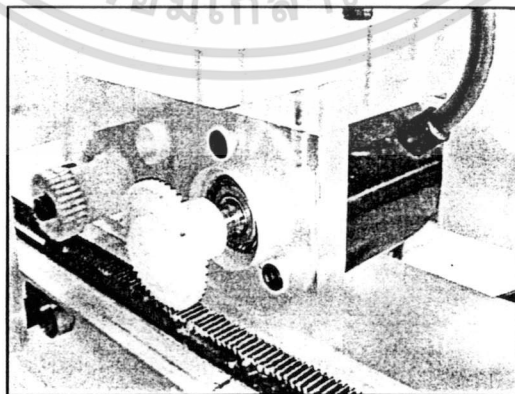
สามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่างไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้นี้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเอนโคเดอร์ที่ใช้ในระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถจะเป็นเอนโคเดอร์แบบหมุนมีความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) แต่เนื่องจากเมื่อเอนโคเดอร์หมุนจะทำให้เกิดสัญญาณพัลส์ขึ้นที่ขา A และ B ของ เอนโคเดอร์ซึ่งต่างเฟสกันอยู่ 90 องศา โดยทั้งสองสัญญาณนี้จะถูกขยายสัญญาณและส่งเข้าสู่ วงจรนับ ซึ่งวงจรนับจะทำการแบ่งสัญญาณพัลส์ทั้งสองออกเป็น 4 ส่วนแสดงดังรูปที่ ก.6 ดังนั้นจะทำให้ความละเอียดของสัญญาณพัลส์เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า นั่นคือ 8000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ ดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้คือ  $360/8000 = 0.045$  องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์



รูปที่ ก.6 แสดงลักษณะของสัญญาณพัลส์ที่เกิดขึ้นเมื่อเอนโคเดอร์หมุน

ก.5.1 เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถ

เอนโคเดอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนล่างของรถ โดยที่เฟลาของเอนโคเดอร์แบบหมุนต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบอยู่กับเฟืองสะพานของรางรถ การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถแสดงดังรูปที่ ก.7

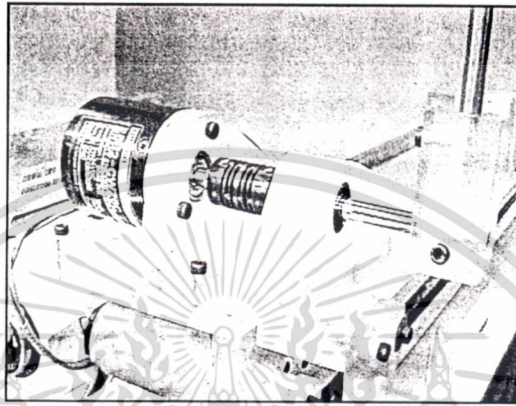


รูปที่ ก.7 การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.5.2 เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมเพนคูล์ม

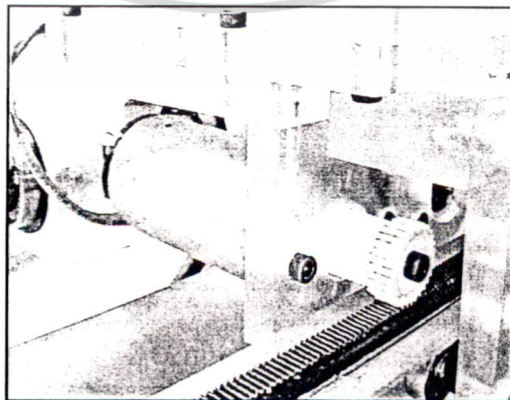
เอนโคเดอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนบนของรถ โดยที่เพลลาของเอนโคเดอร์แบบหมุนถูกต่อกับเพลลาของแท่งเพนคูล์มด้วยตัวเชื่อมต่อ (coupling) ที่ทำจากพลาสติก โดยที่เพลลาของแท่งเพนคูล์มนี้สามารถหมุนได้ในระนาบของแนวแกนตั้ง การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ ก.8



รูปที่ ก.8 การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม

### ก.6 ระบบส่งกำลังของรถ

ระบบส่งกำลังของรถประกอบด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลท์ 4 แอมแปร์ เป็นตัวส่งกำลัง โดยเพลลาของมอเตอร์กระแสตรงถูกต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบอยู่กับเฟืองสะพานของรางรถ ระบบส่งกำลังที่ใช้เฟืองมีข้อดีคือ มีค่าแรงเสียดทานในระบบต่ำเมื่อเทียบกับระบบส่งกำลังที่ใช้สายพาน จึงไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่และไม่มีการสะสมพลังงานในสายพานเมื่อมอเตอร์หมุนซึ่งเป็นสาเหตุของการเกิดเรโซแนนซ์ (resonance) ของระบบส่งกำลัง โดยระบบส่งกำลังของรถแสดงดังรูปที่ ก.9



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับรูปที่ ก.9 ถ้าถ่ายระบบส่งกำลังของรถให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้