# รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบเรียงลำดับได้หนึ่งทาง ด้วยสถิติทดสอบแบบไคสแควร์และสถิติทดสอบแบบ วิลคอกซัน แมนท์ –วิทนีย์

**Comparison of The WMW Test and The Chi-Square Test for the Singly-ordered Contingency Table**



นาง อุมาพร จันทศร



ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณแผ่นดิน ประจำปีงบประมาณ 2556

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ชื่อโครงการ การเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบเรียงลำดับได้หนึ่งทาง ด้วยสถิติทดสอบแบบไคสแควร์และสถิติทดสอบแบบ วิลคอกซัน แมนท์ – วิทนีย์

แหล่งเงิน งบประมาณแผ่นดิน

ประจำปีงบประมาณ 2556 จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน 140,000 บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย 1 ปี ตั้งแต่ 1 ต.ค. 2555 ถึง ก.ย. 2556

หัวหน้าโครงการ รศ.อุมาพร จันทศร สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง kcumapor@kmitl.ac.th

## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบสถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบลำดับที่ได้ทางเดียว (ทางแถวตั้ง) แบบ 2*5 เมื่อ 2 แถวนอนแทน ตัวอย่าง 2 ชุด ที่ถูกสุ่มจากประชากร 2 กลุ่มอิสระกัน ส่วน 5 แถวตั้งแทนค่าสังเกต 1-5 ซึ่งข้อมูลเช่นนี้สามารถใช้สถิติทดสอบความแตกต่างของค่ากลางของ 2 ประชากร ได้ด้วยวิธีการทดสอบทางสถิติที่รู้จักกันทั่วไปคือ สถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney (WMW)แบบมีซ้ำมาก และ สถิติไคสแควร์

เนื่องจากสถิติ WMW แบบมีซ้ำมาก คำนวณได้ค่อนข้างยาก ในขณะที่สถิติไคสแควร์เป็นที่รู้จักกันดีในหมู่นักวิจัย คำนวณได้ง่ายจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติทั่วๆ ไป

จากการจำลองข้อมูลในรูปตารางการณ์จรแบบ 2*5 ให้อยู่ในสถานการณ์ต่างๆ คือตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นมีขนาดเท่ากัน(50-50) ต่างกันเล็กน้อย (50-70) และต่างกันมาก (50-100) และมีสัดส่วนของเหตุการณ์ย่อยต่างๆ (คือแถวตั้งต่างๆ) มีค่าต่างกันเล็กน้อย ($< 0.1$) ปานกลาง ( $\geq 0.1$แต่ $\leq 0.2$) และมาก ( $> 0.2$ ) ทั้งหมด 9 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์ ใช้ตัวอย่าง 100 ชุดที่แตกต่างกัน แล้วใช้สถิติ WMW แบบมีซ้ำมาก และสถิติไคสแควร์ เพื่อหาผลสรุปว่ายอมรับ หรือปฏิเสธ สมมติฐานเบื้องต้น จากนั้นเปรียบเทียบผลจากสถิติทั้งสองว่าได้ผลเหมือนกันกี่ชุด จาก 100 ชุด โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

ได้ผลสรุปว่า จาก 9 สถานการณ์ที่ทดสอบนั้น มีเพียง 3 สถานการณ์เท่านั้น ที่สถิติทั้ง 2 ให้ผลสรุปเหมือนกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 คือ สถานการณ์ที่มีความแตกต่างระหว่างสัดส่วนของเหตุการณ์ย่อยต่างๆของ 2 ตัวอย่าง

มีค่าต่างกันเล็กน้อย โดยใช้ขนาดตัวอย่างแบบใดๆก็ได้

**คำสำคัญ**: สถิติทดสอบวิลคอกซัน – แมนวิทนีย์แบบมีซ้ำมาก สถิติทดสอบไคสแควร์ ตารางการณ์จรแบบลำดับที่ได้ทางเดียว แบบ 2*5

Research Title: Comparison of The WMW Test and The Chi-Square Test for the Singly-ordered Contingency Table

Researcher: Associate Professor Umaporn Chantasorn

Faculty: Science

Department: Applied Statistics

## ABSTRACT

The objective of this research is to compare 2 statistical tests for 2x5 singly ordered contingency table, Wilcoxon-Mann- Whitney (WMW) with many ties test and Chi-square test, 2 rows representing 2 independent samples and 5 columns representing 1-5 observed data.

While calculation of WMW with many ties test is difficult, Chi-square test is found more popular and can be more simply calculated from a commonly available statistical package.

By employing Monte Carlo Simulation, data of 2x5 singly ordered contingency table were generated in 9 situations e.g. 2 groups of sample having equal sample size (50-50), slightly different sample size (50-70) and considerably different size (50-100) and the situation with different in proportion among column e.g. slightly different value (<0.1), moderately different value (≥0.1 and ≤0.2) and significantly different (≥0.2). In each situation, 100 different sets of data were analyzed employing WMW with many ties test and Chi-square test at level of significant 0.05 and 0.10 and comparing the same result from 100 sets , it can be concluded if the primarily result be accepted or not.

The result of research shown that the 2 statistical test give the same result only for 3 situations at 0.05 level of significant, the case of slightly different in proportion between column (<0.1) and for any sample size.

**KEYWORDS:** Wilcoxon-Mann-Whitney with many ties test , Chi – square test , 2*5 singly ordered contingency table

# กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี จากความช่วยเหลือจาก นาย สุทธิศักดิ์ ป้อมแจ่มศรี ที่ใช้เวลาเป็นอย่างมากในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้ การวิจัยครั้งนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง จากแหล่งทุน งบประมาณแผ่นดินประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2556

รศ.อุมาพร จันทศร

# สารบัญ

# บทที่ 1

# บทนำ

## 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

กระบวนการเปรียบเทียบ 2 กรรมวิธีโดยพิจารณาจากค่ากลาง มักเกิดขึ้นเสมอในแทบทุกสาขาวิชา อาทิเช่น การเปรียบเทียบผลการลดความดันโลหิตของผู้ป่วยความดันโลหิตสูง จากยาสมุนไพรไทย กับยาต่างประเทศ การเปรียบเทียบระยะทางที่วิ่งได้ของการใช้นำมันเบนซินกับน้ำมันแบบไบโอดีเซล หรือผลผลิตที่ได้จากการใช้ปุ๋ยเคมีหรือปุ๋ยชีวภาพ เป็นต้น ขบวนการที่จะให้คำตอบแก่การเปรียบเทียบเหล่านี้ คือ ขบวนการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ ด้วยการสุ่มตัวอย่างจากแต่ละกรรมวิธีมาอย่างเป็นอิสระกัน และหาความน่าจะเป็นที่ตัวอย่างสุ่มนี้จะเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งเพื่อทดสอบ ว่ามีค่าใหญ่เพียงพอที่จะสนับสนุนสมมติฐานหรือไม่ ผลสรุปที่ได้จะคือ การยอมรับ หรือปฏิเสธ สมมติฐานที่ตั้งเพื่อทดสอบ (Null Hypothesis) ค่าความน่าจะเป็นนี้จะได้จากการแจกแจงของสถิติที่ใช้ทดสอบ ภายใต้ข้อกำหนดเบื้องต้นบางประการ เช่น สถิติทดสอบ t (t – test) มีข้อกำหนดเบื้องต้นว่า ตัวอย่าง 2 ชุดนั้นต้องถูกสุ่มมาจากประชากรแบบปกติ 2 ชุด ที่เป็นอิสระกันและก่อนที่จะใช้ก็ต้องเลือกว่าจะใช้สถิติ t แบบค่าความแปรปรวนของ 2 ประชากรนั้นมีค่าเท่ากัน หรือไม่เท่ากัน (1) แม้ว่าในปัจจุบันมีงานวิจัยสนับสนุน t-test นี้ว่ามีคุณสมบัติแกร่ง(Robust) คือในกรณีที่ข้อกำหนดของความแปรปรวนที่เท่ากัน และขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่พอ รวมทั้งมีขนาดเท่ากันจาก 2 ประชากร ไม่เป็นจริง t-test ก็ยังคงมีประสิทธิภาพเหมือนเดิม แต่จะไม่มีคุณสมบัติแกร่งเมื่อขนาดตัวอย่างต่างกัน( คือจะให้ค่า $\alpha$ และ $1-\beta$ ที่เปลี่ยนไป )

ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นของสถิติทดสอบ t ไม่เป็นจริง นักสถิติจะแนะนำให้ใช้สถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งจะมีข้อกำหนดเบื้องต้นน้อยกว่าสถิติ t เช่น สถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney (WMW)ที่ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในสาขาวิชาต่างๆมากมาย(2) เพราะสามารถใช้ได้ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก และข้อมูลมีมาตราวัดต่ำ คือมาตราวัดแบบเรียงลำดับ แต่มีผลงานวิจัยของ Zimmerman(3) ที่ได้ข้อสรุปว่า การทดสอบนี้ไม่เหมาะสมที่จะใช้แทนที่t-testในกรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน และมีความแปรปรวนของประชากรต่างกัน แม้ว่าสถิติทดสอบนี้จะมีข้อกำหนดเบื้องต้นเพียงว่าการแจกแจงต้องมีลักษณะต่อเนื่อง (ไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจง) แต่ต้องมีการแจกแจงที่เหมือนกันใน 2 ประชากร (Identical Distribution) (4) ถ้าข้อกำหนดเบื้องต้นเหล่านี้เป็นจริง การทดสอบนี้จะมีคุณสมบัติไม่เอนเอียง (Unbiased test) และคงเส้นคงวา (Consistent test) ข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจง

ที่เหมือนกันนี้ มักถูกละเลยที่จะตรวจสอบก่อนที่จะใช้สถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney ทั้งที่มีสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์อีกแบบหนึ่ง คือ Fligner – Policello (5) ที่สามารถใช้แทนที่ได้ ในกรณีที่ข้อกำหนดเกี่ยวกับการแจกแจงที่เหมือนกัน หรือความแปรปรวนเท่ากัน ไม่เป็นจริง หรืออาจใช้การทดสอบแบบPermutationสำหรับข้อมูลที่มีค่าตัวแปรมีลักษณะต่อเนื่อง

เนื่องจากสถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney ใช้ข้อมูลแบบเรียงลำดับในการวิเคราะห์ ในกรณีที่ค่าข้อมูลในกลุ่มใดๆ 2 กลุ่มนั้นมีค่า **ซ้ำกันมาก ( many ties )**เช่น ข้อมูลคือ ความคิดเห็น 5ระดับ( เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย เฉยๆ ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง) ซึ่งสามารถแปลงเป็นค่า 1-5 ดังนั้นข้อมูลที่จะนำไปวิเคราะห์ คือค่า 1-5 **ซึ่งจะซ้ำค่ากันมาก** ข้อมูลเช่นนี้สามารถนำเสนอในอีกรูปแบบหนึ่งคือตารางแจกแจง 2 ทาง โดยแถวนอนมี 2 แถว หมายถึง 2 กลุ่มตัวอย่างที่อิสระกัน และแถวตั้งจัดเป็นค่าลำดับที่ (เช่นตัวอย่างที่ผ่านมา คือค่า 1-5) และนับความถี่ลงเซลต่างๆ ซึ่งตารางนี้จะมีลักษณะแบบเรียงลำดับทางแถวตั้ง อาจเรียกชื่อว่าเป็น **Singly ordered contingency table** เช่นมีข้อมูลดังต่อไปนี้

สุ่มตัวอย่างคนไข้ 4 คน ให้ใช้ยา A และคนไข้ 3 คนใช้ยา B หลังจากเวลาผ่านไประยะหนึ่งประเมินผลการรักษา โดยให้ แพทย์ประเมินในระดับความพอใจ จาก 1 – 3 (1= น้อยที่สุด 2=ปานกลาง 3=มากที่สุด) ได้ข้อมูลดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| ยา A | 1 1 2 2 | $n_A$ = 4 จำนวน |
| ยา B | 2 3 3 | $n_B$ = 3 จำนวน |

วิธีการของสถิติ WMW จะเริ่มจากการนำข้อมูลทั้งหมดมารวมกันเป็นชุดเดียว แล้วเรียงลำดับคะแนนแต่ละค่าจากค่าน้อยไปค่ามาก เพื่อหาผลรวมลำดับที่ของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่ง ซึ่งจะใช้เป็นสถิติทดสอบ

จะพบว่าค่าข้อมูลซึ่งมีค่า 1 – 3 มีค่าซ้ำกันมาก การให้ลำดับที่ต้องใช้ค่าเฉลี่ย ของลำดับที่ โดยค่า 1 มีสองค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 1 และ 2 คือ 1.5

ค่า 2 มีสามค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 3, 4 และ 5 คือ 4

ค่า 3 มีสองค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 6 และ 7 คือ 6.5

สามารถจัดข้อมูลลงตารางการณ์จร 2 ทาง และบันทึกความถี่ จะได้ตารางการณ์จรดังนี้

| | ผลการรักษาตามลำดับความพอใจ | | | ผลรวม |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | |
| ยา A | 2 | 2 | 0 | 4 $= n_A$ |
| ยา B | 0 | 1 | 2 | 3 $= n_B$ |

$n = 7$

ถ้าพิจารณาตารางใหม่นี้ จะพบว่าสามารถใช้ สถิติไคสแควร์ วิเคราะห์ได้ (1,6,7,8) เพราะเป็นตารางการณ์จร และเป็นสถิติทดสอบที่รู้จักกันแพร่หลาย ใช้ง่าย สามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทั่วๆไปได้ ในขณะที่การทดสอบ Wilcoxon – Mann – Whitney แบบมีซ้ำมาก **คำนวณได้ยากกว่า** รวมทั้งการใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทั่วๆ ไปจำเป็นต้องใช้**เฉพาะที่ถูกลิขสิทธิ์เท่านั้น** **หรือต้องมีโปรแกรมสำเร็จรูปเฉพาะ** คือโปรแกรมที่เน้นการวิเคราะห์แบบสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ เช่น โปรแกรม STATXACT เป็นต้น

เมื่อ $H_0$ : ยา A และ ยา B ให้การรักษา ไม่ต่างกัน

$H_1$ : ยา A และ ยา B ให้การรักษา ต่างกัน

หรือ $H_0$ : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างยาที่ใช้กับผลการรักษา

$H_1$ : มีความสัมพันธ์กันระหว่างยาที่ใช้กับผลการรักษา

นอกจากนี้แล้ว ยังพบว่าผลการวิเคราะห์ของโปรแกรมสำเร็จรูปต่าง ๆเมื่อใช้สถิติWMW มีข้อผิดพลาด หรือทำให้เข้าใจผิด (Misleading) ในหลายประเด็น เช่น การศึกษาของ Bergmann, Ludbrook and Spooren เกี่ยวกับการปรับค่าซ้ำ (Correction for ties)การปรับค่าต่อเนื่อง (correction for continuity) และการปรับค่าซ้ำและค่าต่อเนื่อง (correction for continuity and ties) ของสถิติทดสอบ WMW หรืองานของ Berdhard(9) ที่ให้ข้อสรุปว่า เฉพาะกรณีขนาดตัวอย่างเล็กและไม่มีค่าซ้ำเท่านั้น ค่าp (p- value) ที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูปด้วยสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ จึงจะเป็นค่าที่ถูกต้องแท้จริง(exact p-value)

ค่าp (p- value)ที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูปด้วยสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ จึงจะเป็นค่าที่ถูกต้องแท้จริง (exact p-value)

ดังนั้นงานวิจัยนี้ จึงต้องการศึกษา ว่าในกรณีที่ข้อมูลมีค่าซ้ำมาก (Many Ties) การวิเคราะห์ด้วยสถิติ WMW สามารถใช้สถิติไคสแควร์ แทนที่ได้ในกรณีใดบ้าง จึงจะได้ผลสรุปไม่ต่างกัน ซึ่งจะทำให้นักวิจัยได้รับความสดวก เนื่องจากเป็นสถิติที่รู้จักกันแพร่หลาย สามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทั่วๆไปได้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

วัตถุประสงค์หลักคือการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบเรียงลำดับ ได้หนึ่งทาง ด้วยสถิติทดสอบแบบไคสแควร์ และสถิติทดสอบแบบ วิลคอกซัน แมนท์ -วิทนีย์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1.2.1 ศึกษาถึงผลสรุป ( ยอมรับ หรือ ปฏิเสธ $H_0$ ) ว่าแตกต่างกัน หรือ เหมือนกัน จากการใช้สถิติไคสแควร์ และ สถิติ WMW จากข้อมูลชุดเดียวกัน โดยใช้ข้อมูลจำนวนหนึ่ง เช่น 100 ชุด ในกรณีต่างๆ (ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ต่างกันมาก หรือเล็กน้อย , ข้อมูลเป็นตารางชนิด 2x5 ใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 หรือ 0.10, และใช้ข้อมูลตัวอย่างในกรณีที่ค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจจาก 2 ประชากรมีค่าใกล้เคียงกัน ต่างกันเล็กน้อย ต่างกันมาก)

1.2.2 หาผลสรุป เมื่อใช้การอนุมานถึงกลุ่มประชากร โดยใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างของค่าสัดส่วนของเหตุการณ์หนึ่ง(ได้ผลเหมือนกัน คือ ยอมรับ หรือ ปฏิเสธ $H_0$ ) ของ 2 ประชากร ที่ระดับความเชื่อมั่นหนึ่ง

## 1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

จะใช้กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดใหญ่เท่านั้น เพื่อให้การใช้การทดสอบไคสแควร์เป็นไปตามทฤษฎี และมีความถี่คาดหวังที่น้อยกว่า 5 ในบางเซลเป็นจำนวนไม่เกิน 20% ของจำนวนเซลทั้งหมด (คือมีเซลที่มีความถี่คาดหวังที่น้อยกว่า 5 ไม่เกิน 2 เซลจากทั้งหมด 10 เซล) โดยใช้ขนาดตัวอย่างที่เท่ากัน ใกล้เคียงกัน และต่างกันมาก และเพื่อให้การแจกแจงของสถิติ WMW ประมาณด้วยการแจกแจงแบบปกติ และใช้ค่าสังเกตเพียง 5 ค่า คือ 1,2,3,4 และ 5

**1.4 วิธีดำเนินการวิจัย**

ขั้นตอนในการวิจัยแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.4.1 สร้างการแจกแจงของ 2 ประชากรมีการแจกแจงUniform ด้วยค่า **1,2,3,4,5**

ด้วยการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ตามลักษณะที่กำหนดในสถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ต่างกันมาก หรือเล็กน้อย โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 50-50, 50-70, 50-100
2. ข้อมูลเป็นตารางชนิด 2x5
3. ใช้ข้อมูลตัวอย่าง ในกรณีที่ค่าสัดส่วนของเหตุการณ์ที่สนใจจาก 2 ประชากร มีค่าใกล้เคียงกัน ต่างกันเล็กน้อย ต่างกันมาก

1.4.2. คำนวณค่าสถิติทดสอบ แบบ WMW และ สถิติทดสอบไคสแควร์ จาก โปรแกรมที่สร้างขึ้นในกรณีสถิติทดสอบแบบWMW และใช้โปรแกรมSPSSในกรณีสถิติทดสอบแบบไคสแควร์ และทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ = 0.05 และ 0.10

1.4.3 ในแต่ละสถานการณ์ ทำซ้ำด้วยจำนวน = 100 รอบ หรือคือทดลองใช้ตัวอย่างที่ต่างกัน 100ชุด ในแต่ละสถานการณ์

1.4.4 เปรียบเทียบผลการทดสอบทั้งสอง ว่าได้ผลเหมือนกัน เป็นสัดส่วนเท่าใด จาก 100 ชุดนั้น

1.4.5 ใช้การทดสอบผลต่างของค่าสัดส่วนของสองประชากร ในแต่ละสถานการณ์ เพื่อหาผลสรุปในระดับประชากร ซึ่งจะเป็นข้อสรุปสำหรับนักวิจัยต่อไป

**1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ**

1.5.1. ทำให้สามารถเลือกใช้สถิติทดสอบWMW เพื่อทดสอบผลต่างของค่ากลางจาก 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน ในกรณีที่มีค่าซ้ำมาก ( many ties ) **ได้มีการปรับค่าซ้ำ** เนื่องจากการแจกแจงของสถิติทดสอบWMW จะต่างไปจากกรณีไม่มีค่าซ้ำ

1.5.2 ทำให้สามารถเลือกใช้สถิติทดสอบ WMW เพื่อทดสอบผลต่างของค่ากลางจาก 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน

1.5.3 เพื่อเป็นข้อสรุปให้นักวิจัยที่ต้องการทดสอบผลต่างของค่ากลางจาก 2ประชากรที่เป็นอิสระกัน ด้วยสถิติWMW ในกรณีมีค่าซ้ำมาก ว่าสามารถใช้การทดสอบไคสแควร์แทนที่ได้ ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆแบบใดบ้าง (ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญต่างๆ )

# บทที่ 2
# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1.1 การทดสอบความแตกต่างกันของค่ากลางของ 2 ประชากรที่เป็นอิสระกันด้วยวิธีของ Wilcoxon – Mann – Whitney (WMW)

บางครั้งเรียกว่า Mann- Whitney U Test หรือ Mann-Whitney-Wilcoxon Test โดย Wilcoxon ได้ศึกษากรณีใช้ผลรวมลำดับที่ (rank sum) เป็นตัวสถิติทดสอบ โดยที่ Mann และ Whitney ได้ชี้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวสถิติทดสอบที่เขาตั้งขึ้นกับของ Wilcoxon การทดสอบนี้นับได้ว่าเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด มักนิยมใช้เพื่อเลี่ยงการใช้การทดสอบแบบที ในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ หรือเมื่อข้อมูลมีมาตราวัดต่ำกว่าแบบอันตรภาค

ข้อกำหนดเบื้องต้น

1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่างสุ่ม ด้วยค่า $X_1, X_2 \ldots X_{n_1}$ จากประชากรที่ 1 และตัวอย่างสุ่มอีก 1 ชุด ด้วยค่าสังเกต $Y_1, Y_2 \ldots Y_{n_2}$ จากประชากรที่ 2 ซึ่งเป็นอิสระกัน
2. ตัวอย่าง 2 ชุดนี้เป็นอิสระกัน
3. ค่าตัวแปรสุ่มมีค่าต่อเนื่อง (continuous)
4. มาตรวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ (ordinal scale)
5. ฟังก์ชันการแจกแจง ของ 2 ประชากร ต่างกันเฉพาะค่ากลาง (ซึ่งนิยมวัดด้วยมัธยฐาน, $M_X$, $M_Y$) นั่นคือประชากรทั้ง 2 ต้องมีการแจกแจงที่เหมือนกัน ต่างกันเฉพาะค่ากลางเท่ากัน

**หมายเหตุ:** ในทางปฏิบัติไม่จำเป็นต้องทราบว่ามีการแจกแจงแบบใด

สมมติฐาน ถ้าให้ $M_X$ และ $M_Y$ แทนค่ามัธยฐานของประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ อาจทำการทดสอบสองหางหรือหางเดียว ได้ดังนี้

$H_0$: $M_X = M_Y$

$H_1$: $M_X \neq M_Y$

หรือ $H_0$: $M_X \geq M_Y$

$H_1$: $M_X < M_Y$

หรือ $H_0$ : $M_X \leq M_Y$

$H_1$ : $M_X > M_Y$

สถิติที่ใช้ทดสอบ ในที่นี้จะเสนอวิธีการของ Wilcoxon (1945) และ Mann, Whitney (1947) ซึ่งต่างก็เสนอวิธีการทดสอบของตนเอง และในที่สุดสามารถหาความสัมพันธ์ของทั้ง 2 วิธีดังต่อไปนี้

**2.1.1.1 วิธีการของ Wilcoxon**

ได้ใช้แนวคิดคล้ายการทดสอบของ Wilcoxon Signed Rank Test คือใช้ผลรวมของลำดับที่ (sum of ranks or rank sum) ของตัวอย่างชุดหนึ่ง ในข้อมูลรวมทั้งหมด ($n_1 + n_2$ จำนวน) ที่ได้เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก โดยคาดว่าถ้า $H_0$ เป็นจริง ในข้อมูลรวมทั้งหมดนั้นค่าลำดับที่ของตัวอย่างชุดหนึ่งควรจะมีคละกันไปทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ซึ่งจะทำให้ได้ผลรวมลำดับที่ ค่าหนึ่งที่ไม่มากเกินไปหรือน้อยเกินไป แต่ถ้า $H_1$ เป็นจริง ค่าผลรวมของลำดับที่จากตัวอย่างชุดหนึ่งจะมีค่ามาก หรือน้อยเกินไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มขนาด 4 ด้วยค่าตัวแปรสุ่ม X และอีกชุดหนึ่งด้วยขนาด 5 ด้วยตัวแปรสุ่ม Y ปรากฏว่าเมื่อนำทั้ง 9 จำนวนมารวมกัน และเรียงลำดับ

และให้ S = ผลรวมของลำดับที่ของข้อมูล X ในข้อมูลรวมทั้งหมด

$$= \sum_{i=1}^{n_1} \text{Rank}(X_i)$$

ถ้าข้อมูลรวมทั้งหมด เมื่อนำมาเรียงลำดับแล้วได้ลำดับที่ดังนี้

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ชุดที่ 1 | YYYYYXXXX | กรณีนี้จะได้ค่า | S = | 6 + 7 + 8 + 9 | = 30 |
| หรือ ชุดที่ 2 | XXXXYYYYY | กรณีนี้จะได้ค่า | S = | 1 + 2 + 3 + 4 | = 10 |
| หรือ ชุดที่ 3 | XYXYXYXYY | กรณีนี้จะได้ค่า | S = | 1 + 3 + 5 + 7 | = 16 |

จะพบว่าในตัวอย่างรวมชุดที่ 1 ตัวแปร X อยู่ในตอนท้ายได้ค่า S = 30 มีค่าใหญ่มากในตัวอย่างชุดนี้ น่าจะคาดเดาว่า ประชากรกลุ่ม X มีแนวโน้มที่จะมีค่ามากกว่ากลุ่ม Y

ในตัวอย่างรวมชุดที่ 2 ตัวแปร X อยู่ในตอนต้น ได้ค่า S = 10 มีค่าน้อยดังนั้น น่าจะทำให้ยอมรับ $H_1$ : ประชากร X มีแนวโน้มที่จะมีค่าน้อยกว่า Y

และในตัวอย่างรวมชุดที่ 3 ตัวแปร X อยู่ในลักษณะผสม (mix) กันอย่างดีกับ Y ทำให้มีลำดับที่ ทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ได้ค่า S = 16 ซึ่งมีค่าปานกลางจากตัวอย่างนี้ น่าจะทำให้เรายอมรับ $H_0$ : ประชากร X และ Y มีค่ามัธยฐานไม่ต่างกัน

Wilcoxon ได้สร้างตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นของค่า S ที่น้อยหรือมากเกินไปนี้ ซึ่งสามารถใช้ตารางดังกล่าวหาค่า p – value เพื่อตัดสินใจยอมรับ $H_0$ หรือปฏิเสธ $H_0$ ได้ แต่เนื่องจากค่า S ที่เล็กที่สุด จะแตกต่างกันไปตามขนาดตัวอย่างที่สุ่มมา จึงทำให้การสร้างตารางยากขึ้น และค่อนข้างใหญ่

ทำให้ไม่สะดวกในการใช้ ในที่นี้ไม่เสนอวิธีการของ Wilcoxon โดยตรงนี้ แต่จะปรับสูตรสถิติที่ใช้ทดสอบให้สัมพันธ์กับค่า S นี้ และสอดคล้องกับวิธีของ Mann, Whitney ซึ่งจะได้เสนอในลำดับต่อไป

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่สามารถประมาณการแจกแจงของ S ด้วยการแจกแจงปกติ ดังสูตร

$$Z = \frac{(S \pm 0.5) - n_1(n_1 + n_2 + 1)/2}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

**2.1.1.2 วิธีการของ Mann, Whitney**

มักเรียกชื่อการทดสอบของเขาทั้งสองว่า Mann – Whitney U test ซึ่งกำหนดให้ตัวสถิติ U คือ การนับจำนวนค่าสังเกตในตัวอย่างชุดหนึ่งที่นำหน้า (exceeding) แต่ละค่าสังเกตในตัวอย่างอีกชุดหนึ่งในข้อมูลที่นำมารวมกันและเรียงลำดับ การคำนวณหาค่า U สามารถทำได้ง่ายไม่จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ และวิธีการนี้ยังเป็นพื้นฐานในการหาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานใน 2 ประชากรด้วย

ให้ $U = \sum_{i=1}^{n_1} U_i$

= ผลรวม (จำนวนค่า Y ที่น้อยกว่า หรือนำหน้า $X_i$ ในข้อมูลรวมทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว)

เช่น มีข้อมูลรวม YYYYYXXXX จะได้ $U = 5+5+5+5 = 20$

หรือ XXXXYYYYY จะได้ $U = 0$

หรือ XYXYXYXYY จะได้ $U = 0+1+2+3 = 6$

จะเห็นว่าค่า U ที่ใหญ่เกินไปหรือน้อยเกินไป ทำให้น่าจะเชื่อว่า $H_1$ เป็นจริง ในขณะที่ U ที่มีค่าปานกลางจะทำให้เชื่อว่า $H_0$ เป็นจริง ซึ่งจะสอดคล้องกับค่า S ของ Wilcoxon

นอกจากการนับจำนวนเพื่อหาค่า U แล้ว อาจใช้สูตรหาค่า U ดังนี้

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - S_2$$

เมื่อ $S_2$ = ผลรวมลำดับที่ของตัวแปร Y จากตัวอย่างขนาด $n_2$

ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มชุดที่ 1 และ 2 ด้วยค่าสังเกต ดังนี้

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ข้อมูล | X : | 110 | 70 | 53 | 51 | |
| ข้อมูล | Y : | 78 | 64 | 75 | 45 | 82 |

รวมทั้งหมดเข้าด้วยกัน และเรียงลำดับจะได้

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 45 | 51 | 53 | 64 | 70 | 75 | 78 | 82 | 110 |
| Y | X | X | Y | X | Y | Y | Y | X |

หาค่า $U = 1+1+2+5 = 9$

ถ้าใช้สูตร $U = 4\times5+\frac{5(5+1)}{2}-(1+4+6+7+8)$

$= 9$

Mann-Whitney ได้สร้างตารางค่าความน่าจะเป็นเมื่อ U มีค่าต่าง ๆ ที่ค่า $n_1, n_2$ ต่าง ๆ กัน แต่การใช้ตารางจำเป็นต้องเลือกใช้ค่า U ที่มีค่าน้อยที่สุด เพราะค่าความน่าจะเป็นที่คำนวณในตารางเป็นความน่าจะเป็นด้านซ้ายของโค้งการแจกแจง

การเลือกใช้ค่า U ที่น้อยที่สุด ให้ใช้ความสัมพันธ์

$U' = n_1n_2 - U$ แล้วเลือกค่า $U'$ หรือ U ที่เล็กที่สุด

เช่นตัวอย่างข้างต้น $U' = 4x5-9 = 11$

ดังนั้นเลือกใช้ U = 9 เป็นสถิติที่ใช้ทดสอบ แต่การสร้างตารางการแจกแจงของค่า U จะง่ายขึ้น เนื่องจากค่าต่ำสุดของ U = 0 เสมอ

ในกรณีตัวอย่างใหญ่สามารถประมาณการแจกแจงค่า U ด้วยการแจกแจงปกติมาตรฐานได้ค่า

$$Z = \frac{U-n_1n_2/2}{\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2+1)/12}}$$

**2.1.1.3 วิธีการของ Wilcoxon และ Mann-Whitney**

Mann-Whitney ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสถิติที่ใช้ทดสอบของเขากับของ Wilcoxon พบว่า ถ้าให้ $T = S-\frac{n_1(n_1+1)}{2}$ แล้วค่า T ที่ได้จะมีค่าเท่ากับค่า U นั่นเอง (สามารถทดลองจากตัวอย่างข้างต้น จะพบว่าค่า T จะเท่ากับ U ในทุกกรณี) หลักในการหาอาณาเขตวิกฤตยังคงคล้ายการพิจารณาค่า S เนื่องจากค่า T มีความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรงกับค่า S ดังนั้นค่า T ที่มากเกินไปหรือน้อยเกินไปจะทำให้ปฏิเสธ $H_0$ เพื่อยอมรับ $H_1$ แต่การสร้างตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นของค่า T จะง่ายขึ้น เนื่องจากค่าเล็กที่สุดของ T = 0 เสมอ

ดังนั้น สถิติที่ใช้ทดสอบคือ $T = S-\frac{n_1(n_1+1)}{2}$

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ของตัวอย่างขนาด $n_1$ ในข้อมูลรวมทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว

และ $T' = n_1n_2 - T$

การตัดสินใจ ใช้ตารางแสดงค่าวิกฤตของสถิติที่ใช้ทดสอบ T

ในกรณีการทดสอบสองหางจะปฏิเสธ $H_0$ ถ้าพบว่าค่า T น้อยเกินไป หรือใหญ่เกินไป

อาณาเขตวิกฤต คือ $T < W_{\frac{\alpha}{2}}$ หรือ $T > W_{1-\frac{\alpha}{2}}$

เมื่อ $W_{1-\frac{\alpha}{2}} = n_1n_2 - W_{\frac{\alpha}{2}}$

เมื่อเป็นการทดสอบหางเดียว ด้านน้อยกว่า คือ $H_1 : M_X < M_Y$

จะปฏิเสธ $H_0$ เมื่อ พบว่าค่า T น้อยเกินไป อาณาเขตวิกฤต คือ $T < W_\alpha$

เมื่อเป็นการทดสอบหางเดียว ด้านมากกว่า $H_1 : M_X > M_Y$

จะปฏิเสธ $H_0$ เมื่อพบ ว่า T ใหญ่เกินไป อาณาเขตวิกฤต คือ $T > W_{1-\alpha}$

เมื่อ $W_{1-\alpha} = n_1n_2 - W_\alpha$

**2.1.1.4 การทดสอบของ Wilcoxon- Mann- Whitney แบบมีซ้ำมาก**

**(The Wilcoxon – Mann – Whitney Test with many ties)**

ถ้าค่าข้อมูลที่เป็นลำดับที่ในกลุ่มใดๆ 2 กลุ่มนั้นมีค่า ซ้ำกันมาก อาจจัดข้อมูลใหม่เป็น ตารางแจกแจง 2 ทาง โดยแถวนอนมี 2 แถว หมายถึง 2 กลุ่มตัวอย่างที่อิสระกัน และแถวตั้งจัดเป็นค่าลำดับที่ และนับความถี่ลงเซลต่างๆ ซึ่งตารางนี้จะมีลักษณะแบบเรียงลำดับทางแถวตั้ง อาจเรียกชื่อว่าเป็น Singly ordered contingency table เช่นมีข้อมูลดังต่อไปนี้

สุ่มตัวอย่างคนไข้ 4 คน ให้ใช้ยา A และคนไข้ 3 คนใช้ยา B หลังจากเวลาผ่านไประยะหนึ่ง ประเมินผลการรักษา โดยให้ แพทย์ประเมินในระดับความพอใจ จาก 1 – 3 (1 น้อยที่สุด) ได้ข้อมูลดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| ยา A | 1 1 2 2 | $n_A = 4$ จำนวน |
| ยา B | 2 3 3 | $n_B = 3$ จำนวน |

จะพบว่าค่าข้อมูลซึ่งมีค่า 1 – 3 มีค่าซ้ำกันมาก การให้ลำดับที่ต้องใช้ค่าเฉลี่ย ของลำดับที่ โดย

ค่า 1 มีสองค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 1 และ 2 คือ 1.5

ค่า 2 มีสามค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 3, 4 และ 5 คือ 4

ค่า 3 มีสองค่า ได้ลำดับที่เฉลี่ยของลำดับ 6 และ 7 คือ 6.5

จะวิเคราะห์ข้อมูลแบบตารางที่เรียกว่า Singly ordered contingency table ด้วยสถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney แบบปรับ ties ดังนี้

จัดข้อมูลลงตารางการณ์จร 2 ทาง และบันทึกความถี่ จะได้ตารางการณ์จรดังนี้

| | ผลการรักษาตามลำดับความพอใจ | | | ผลรวม |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | |
| ยา A | 2 | 2 | 0 | 4 $= n_A$ |
| ยา B | 0 | 1 | 2 | 3 $= n_B$ |
| | | | | $n = 7$ |

ถ้าพิจารณาตารางใหม่นี้ จะพบว่าสามารถใช้สถิติ $\chi^2$ วิเคราะห์ได้ เพราะเป็นตารางการณ์จร แต่เนื่องจากขนาดตัวอย่างเล็กมาก รวมทั้งความถี่คาดหวังจะมีค่าน้อยกว่า 5 มากเกิน 20 % ของจำนวนเซลทั้งทั้งหมด การใช้ $\chi^2$ จึงไม่เหมาะสม (ได้ค่า p – value = 0.31 ซึ่งก็ไม่พบนัยสำคัญระหว่างยาทั้งสอง)

เราสามารถใช้สถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney แบบมี ties มากๆ ดังนี้

จากสูตร $T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$

เมื่อ S = ผลรวมลำดับที่ของยา A = 1.5+1.5+4+4 = 11

ดังนั้น $T = 11 - \frac{4(5)}{2} = 1$ (หรือ T = 11 เมื่อคิดจากกลุ่ม B)

ซึ่งได้ค่า p – value = 0.0857 พบว่ามีนัยสำคัญที่ระดับ $\alpha = 0.10$ ซึ่งดีกว่าใช้ $\chi^2$

เมื่อ $H_0$ : ยา A และ ยา B ให้การรักษา ไม่ต่างกัน

$H_1$ : ยา A และ ยา B ให้การรักษา ต่างกัน

หรือ $H_0$ : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างยาที่ใช้กับผลการรักษา

$H_1$ : มีความสัมพันธ์กันระหว่างยาที่ใช้กับผลการรักษา

ตารางที่ปรับเป็นตารางการณ์จรข้างต้น จะมีเพียงทางเดียวที่เรียงลำดับ (อาจจะเป็นแนวนอน หรือ แถวตั้งก็ได้) จึงเรียกว่า Singly ordered contingency table และอาจจะขยายเป็น 3 แถวนอน (หรือแถวตั้ง) ในแถวที่ไม่ได้เรียงลำดับ เช่นเป็น กรณี 3 กลุ่มตัวอย่างหรือ 4 กลุ่มตัวอย่าง และสามารถใช้สถิติทดสอบที่ใช้กับมากกว่า 2 ประชากร ได้เช่นกัน โดยใช้หลักการคำนวณ เช่นเดียวกันนี้

**2.1.1.5 การทดสอบไคสแควร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน หรือการทดสอบไคสแควร์เกี่ยวกับความเป็นเอกภาพของสัดส่วน (The Chi-Square Test for 2 Independent Samples or The Chi-Square Test for homogeneity of Proportions)**

การทดสอบไคสแควร์ สามารถใช้กับข้อมูลที่มีมาตรวัดแบบนามบัญญัติ เมื่อข้อมูลมาจากประชากร 2 กลุ่ม ที่เป็นอิสระกัน และภายในแต่ละกลุ่มมีลักษณะย่อย เก็บข้อมูลเป็นความถี่จากตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นในแต่ละลักษณะย่อย เช่น สอบถามความคิดเห็นเรื่องกฎหมายการทำแท้งของนักการเมือง 2 พรรค ว่ามีความเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย หรือไม่มีความเห็น การทดสอบด้วยไคสแควร์นี้จะช่วยบอกให้ทราบว่า มีความแตกต่างกันในสัดส่วนของความคิดเห็นต่อเรื่องนี้หรือไม่ ระหว่างนักการเมือง 2 กลุ่มนี้ หรือ ถ้าสัดส่วนมีค่าเท่ากันใน 2 กลุ่มก็คือ พรรคการเมืองไม่มีความสัมพันธ์กับความคิดเห็น คือเป็นอิสระกันระหว่างพรรคการเมืองที่สังกัดกับความคิดเห็น

**วิธีการทดสอบ** จะใช้หลักการเปรียบเทียบความถี่ที่ได้จากการสังเกตกับความถี่ที่คาดหวังไว้ของแต่ละลักษณะย่อยใน 2 กลุ่มตัวอย่างนั้น

**ข้อมูล** ประกอบด้วย ความถี่ที่สังเกตได้จากข้อมูลตัวอย่าง 2 ชุด ขนาด $n_1$และ $n_2$ ตามลำดับ จำนวนทั้งหมด $= N = n_1 + n_2$ และจัดความถี่นี้ลงในตารางการจรณ์ (contingency table)

ถ้าในแต่ละประชากรนั้น มีลักษณะย่อยที่น่าสนใจ k ประเภท และให้ค่า $O_{ij}$ แทนความถี่หรือจำนวนค่าสังเกตจากลักษณะย่อยที่ j ของตัวอย่างชุดที่ i (i =1, 2) จะได้ตารางแสดงความถี่ที่สังเกตได้ดังนี้

| ลักษณะย่อย | 1 | 2 | 3 | ……j | …….k | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ตัวอย่าง 1 | $O_{11}$ | $O_{12}$ | $O_{13}$ | ……$O_{1j}$ | ….$O_{1k}$ | $n_1$ |
| ตัวอย่าง 2 | $O_{21}$ | $O_{22}$ | $O_{23}$ | ……$O_{2j}$ | ….$O_{2k}$ | $n_2$ |
| | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | ……$C_j$ | ….$C_k$ | N |

และในกรณีที่มีลักษณะย่อยเพียง 2 แบบ ตารางที่ได้จะเป็น **ตารางชนิด 2 x 2**

**สมมติฐาน** จะทดสอบว่า มีความแตกต่างของสัดส่วนในลักษณะย่อยต่างๆ ระหว่างประชากร 2 กลุ่มนี้หรือไม่ หรือมีความเป็นเอกภาพของสัดส่วนในแต่ละลักษณะย่อยของสองประชากรนี้หรือไม่

นั่นคือ $H_0 : P_{11} = P_{21}, P_{12} = P_{22}, P_{13} = P_{23}, \ldots, P_{1k} = P_{2k}$

หรือ $H_0 : P_{1j} = P_{2j}$ (j =1,2,…., k)

หรือ $H_0$ : **ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างตัวแปรทางแถวนอนและแถวตั้ง**

**สถิติที่ใช้ทดสอบ** หลักการของการทดสอบนี้ คือเปรียบเทียบความถี่จากการสังเกตได้กับความถี่คาดหวังตามทฤษฎี ซึ่งความน่าจะเป็นที่จะเกิดความถี่คาดหวังนั้นเป็นไปตาม $H_0$
สามารถใช้การทดสอบไคสแควร์ได้ ดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{k} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad \text{ด้วย df.} = (2-1)(k-1)$$

เมื่อ $O_{ij}$ = ความถี่ที่สังเกตได้จากแถวนอนที่ i และแถวตั้งที่ j ของตารางการณ์จร

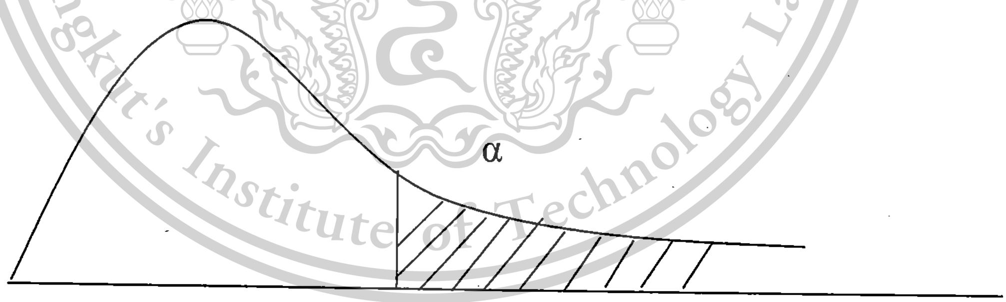
$E_{ij}$ = ความถี่คาดหวังภายใต้ $H_0$ จากแถวนอนที่ i และแถวตั้งที่ j ของตารางการณ์จร

$$\sum_i \sum_j O_{ij} = \sum_i \sum_j E_{ij} = N$$

df. = (2 – 1)(k – 1) เมื่อจำนวนแถวนอนในตารางการณ์จรมี 2 แถวนอน และ k แถวตั้ง
สำหรับการหาค่า $E_{ij}$ ใช้สูตรดังนี้

$$E_{ij} = \frac{(\text{ผลรวมแถวนอนที่ i})\ (\text{ผลรวมของแถวตั้งที่ j})}{\text{จำนวนความถี่ทั้งหมด}}$$

**การตัดสินใจ** ใช้ค่า $\chi^2$ ที่คำนวณได้จากข้อมูลตัวอย่างเปรียบเทียบกับค่า $\chi^2$ จากการแจกแจงแบบไคสแควร์ที่ df. =(k – 1)




$\chi^2_{\alpha,(k-1)}$

ถ้าค่า $\chi^2$ ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า $\chi^2_{\alpha,(k-1)}$ จะปฏิเสธ $H_0$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$

**หมายเหตุ**

1. สำหรับตารางการจรณ์ ชนิด 2 x 2 ถ้าให้ความถี่ที่สังเกตได้จากตาราง 2 x 2 คือ

| | |
|---|---|
| A | B |
| **C** | **D** |

ผลรวม = N

หาค่า $\chi^2$ ตามสูตรข้างต้น จะพิสูจน์ได้ว่า

$$\chi^2 = \frac{N\left[|AD - BC| - \frac{N}{2}\right]^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$ ด้วย d.f. = 1

2. การทดสอบนี้ จะคล้ายการทดสอบความเป็นอิสระ ( $\chi^2$–test for Independence) จะพบว่าตัวสถิติทดสอบ และการตัดสินใจจะเหมือนกันทุกประการ แต่มีที่ต่างกัน 2 กรณี คือ
   ก. การสุ่มตัวอย่างขนาด $n_1$และ $n_2$ จาก 2 ประชากรที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นจำนวน $n_1$ และ $n_2$ นั้นจะมีค่าคงที่ และทราบล่วงหน้า ในขณะที่การทดสอบความเป็นอิสระเราเพียงสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรหนึ่ง แล้วจึงมาจัดความถี่ลงตารางการณ์จร ผลรวมทางแนวนอนหรือแนวตั้ง จึงไม่ใช่ค่าคงที่และไม่ทราบล่วงหน้า
   ข. การคำนวณค่าความถี่คาดหวัง ใช้หลักที่ว่า $E_{ij} = n_i C_j /N$ ซึ่งต่างไปจากการทดสอบความเป็นอิสระที่ใช้ P(AB) = P(A).P(B) แต่เมื่อกระจายสูตรแล้วได้ผลลัพธ์เหมือนกัน

**ตัวอย่าง** การทดลองหนึ่ง สุ่มตัวอย่างนักเรียนชาย 12 คน และหญิง 12 คน ให้มาปฏิบัติงานชิ้นหนึ่ง เพื่อดูสมรรถภาพการทำงานภายในระยะเวลาที่จำกัด โดยจำแนกดูว่า แต่ละคนทำงานเสร็จหรือไม่เสร็จ ได้ข้อมูลดังนี้

| | งานเสร็จ | ไม่เสร็จ | |
|---|---|---|---|
| นักเรียนชาย | 10 | 2 | |
| นักเรียนหญิง | 1 | 11 | |
| | 11 | 13 | 24 |

เขียนสมมติฐานได้ดังนี้

$H_0$ : สัดส่วนของนักเรียนที่ทำงานเสร็จ (หรือไม่เสร็จ) เท่ากัน จากนักเรียน ชาย และหญิง
$H_1$ : สัดส่วนของนักเรียนที่ทำงานเสร็จ (หรือไม่เสร็จ) ไม่เท่ากัน จากนักเรียน ชายและหญิง

**หรือ $H_0$ : นักเรียน ชายและหญิงกับการทำงานสำเร็จหรือไม่สำเร็จ เป็นอิสระต่อกัน**

**การคำนวณความถี่คาดหวัง**

ค่า $H_0$ เป็นจริงนั่นคือสัดส่วนของนักเรียนที่ทำงานเสร็จ จะเท่ากันใน 2 กลุ่ม

โดยมีค่าสัดส่วนหรือความน่าจะเป็น = 11/24

ดังนั้น ความถี่คาดหวังของ นักเรียนชาย ที่ทำงานเสร็จ

= จำนวนนักเรียนชาย × prob. (ทำงานเสร็จ)

$$= 12 \times \frac{11}{24} = 5.5$$

เมื่อหาความถี่ที่คาดหวังได้แล้ว เราสามารถวิเคราะห์ข้อมูล

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$= \frac{(10-5.5)^2}{5.5} + \frac{(2-6.5)^2}{6.5} + \frac{(1-5.5)^2}{5.5} + \frac{(11-6.5)^2}{6.5}$$

$$= \frac{(4.5)^2}{5.5} + \frac{(-4.5)^2}{6.5} + \frac{(-4.5)^2}{5.5} + \frac{(4.5)^2}{6.5}$$

$$= 13.594$$

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ได้ค่าวิกฤต คือ $\chi^2_{0.05,\ 1} = 3.84$ ค่า $\chi^2$ จากตัวอย่าง มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต จึงปฏิเสธ $H_0$

**สรุป** นักเรียนชายและหญิง มีสัดส่วนในทำงานเสร็จ (หรือไม่เสร็จ) แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 หรือ เพศของนักเรียนกับความสำเร็จของงานที่ทำมีความสัมพันธ์กัน

จากตัวอย่างนี้เป็นตารางชนิด 2 x 2 สามารถใช้สูตร $\chi^2$ สำหรับตาราง 2 x 2 ได้ดังนี้

จาก $$\chi^2 = \frac{N\left[|AD-BC| - \frac{N}{2}\right]^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

$$= \frac{24\left[\left|10\times 11-2\times 1\right|-\frac{24}{2}\right]^2}{12\times 12\times 11\times 13}$$

$$= \frac{16\times 96}{11\times 13}$$

$$= 10.741$$

เช่นเดียวกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 คือปฏิเสธ $H_0$ เหมือนตอนต้น

**หมายเหตุ** จากการใช้สูตร $\chi^2$ ได้ค่าต่างกันจาก 2 สูตร เนื่องจากในสูตรแรก ไม่มีการปรับค่าต่อเนื่อง (Yate's correlation for continuity) ซึ่งควรจะใช้เมื่อ $\chi^2$ มีd.f. = 1 ในขณะที่สูตรที่ 2 ใช้ค่าปรับแล้ว

**2.2 งานวิจัยที่ที่เกี่ยวข้อง**

Gray Simon (10)ได้เสนอทางเลือกให้นักวิจัยเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบเรียงลำดับได้หนึ่งทาง ด้วยสถิติแบบ Log Linear Model หรือ แบบ Accumulated Logits within Rows ซึ่งเป็นสถิติชั้นสูงที่ต้องใช้ความรู้ความเข้าใจในทฤษฎีสถิติเกี่ยวกับ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่ม (Categorical data analysis) แต่ยังไม่เป็นที่รู้จักแพร่หลายในหมู่นักวิจัยในสาขาต่างๆ

Emerson and Moses(11) ได้นำเสนอว่าข้อมูลทางด้านชีววิทยา และการแพทย์ มักใช้ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบเรียงลำดับได้ และแนะนำว่าสถิติแบบ WMW แบบมี ties มาก เหมาะสมที่จะใช้วิเคราะห์ข้อมูลประเภทนี้ โดยใช้การประมาณด้วยการแจกแจงปกติจากโปรแกรมสำเร็จรูปที่คำนึงถึงการแจกแจงที่แท้จริงของสถิติแบบ WMW ( exact WMW distribution)

Klotz(12) ได้กล่าวถึงข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบเรียงลำดับได้ ว่าควรใช้สถิติแบบ WMW แบบมี ties มาก แต่การแจกแจงของสถิตินี้ภายใต้สมมติฐานเบื้องต้น( null distribution )จะขึ้นอยู่กับรูปแบบของค่าซ้ำ และยากที่จะคำนวณ จากการพยายามหาวิธีการประมาณโดยใช้โมเมนต์ที่สี่ พบว่าสามารถใช้การแจกแจงแบบปกติในกรณีตัวอย่างมีขนาดใหญ่เท่านั้น

ในขณะที่ Moses, Emerson and Hosseini (13)แนะนำว่าข้อมูลประเภทนี้ ไม่ควรวิเคราะห์ด้วยการทดสอบไคสแควร์ เนื่องจากจะสูญเสียสาระข้อมูล(ไม่ได้ใช้ประโยชน์จากการทราบลำดับที่ เพราะการทดสอบไคสแควร์ใช้ข้อมูลแบบกลุ่มเท่านั้น) และไม่ไว ( insensitive )ต่อความแตกต่างในเทอมลำดับที่ แต่เสนอให้ใช้การทดสอบแบบที โดยเปลี่ยนค่าลำดับที่ให้เป็นคะแนน

จากการศึกษาของนักวิจัยดังกล่าวข้างต้น จะพบว่า ส่วนใหญ่แนะนำให้ใช้สถิติแบบ WMW แบบมี ties มาก แต่มีข้อจำกัดเรื่องการแจกแจงภายใต้สมมติฐานเบื้องต้น และคำนวณได้ยาก

และในตำราสถิติเมื่อกล่าวถึงสถิติแบบ WMW แบบมี ties มาก มักจะเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์กับการทดสอบแบบไคสแควร์ แต่ยังไม่มีงานวิจัยใดที่ให้ผลสรุปถึงการเปรียบเทียบนี้ จึงเป็นที่มาของงานวิจัยนี้

## บทที่ 3

## วิธีการดำเนินงาน

แยกเป็นขั้นตอนต่างๆดังนี้

1. **สร้างข้อมูล** โดยวิธีจำลองข้อมูล ลงในตาราง 2x5 ซึ่งมี 2 แถวนอน หมายถึง 2 กลุ่มตัวอย่างที่ถูกสุ่มจาก 2 ประชากร และ 5แถวตั้ง ซึ่งหมายถึง ลำดับที่ 1-5 เป็นค่าตัวแปรตามที่มีคำตอบแบบเรียงลำดับได้ 5 ระดับ โดยในแต่ละแถวนอน มีผลรวม = ขนาดตัวอย่างของแต่ละประชากร ซึ่งแยกเป็น 3 กรณี คือ

ขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ 50-50

ขนาดตัวอย่างต่างกันเล็กน้อย คือ 50-70

ขนาดตัวอย่างต่างกันมาก คือ 50-100

และจัดความถี่ลงในเซลต่างๆ ทั้งหมด 10 เซล โดยแยกเป็น 3 กรณี คือ

ความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละแถวตั้ง ต่างกันเล็กน้อย คือ $< 0.1$

ความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละแถวตั้ง ต่างกันปานกลาง คือ $\geq 0.1$ - $\leq 0.2$

ความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละแถวตั้ง ต่างกันมาก คือ $> 0.2$

และค่าความถี่คาดหวัง ( $E_{ij}$ ) ที่จะคำนวณได้ในแต่ละเซลให้มีค่าน้อยกว่า 5 ได้อย่างมากที่สุดเพียง 2 เซล เท่านั้น เพื่อให้สามารถใช้การทดสอบแบบไคสแควร์ได้ถูกต้อง

**รวมทั้งหมดแล้วจะมี 9 กรณี**

เช่น กรณีที่1 ขนาดตัวอย่าง 50-50 และมีความแตกต่างกันน้อยในแต่ละแถวตั้ง สร้างข้อมูลลงในเซลทั้ง 10 เซล ให้มีลักษณะดังกล่าว เป็นจำนวนทั้งหมด 100 ชุดตัวอย่าง

อาจแสดงตัวอย่าง 1 ชุด ได้ดังต่อไปนี้

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 11 | 10 | 10 | 13 | รวม =50 |
| 9 | 8 | 11 | 12 | 10 | รวม =50 |

ซึ่งสัดส่วนในแต่ละแถวตั้งจะมีค่า < 0.1 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

แถวตั้งที่ 1 สัดส่วนทั้งสองคือ $\frac{6}{50}$ และ $\frac{9}{50}$ ตามลำดับ

ดังนั้น ผลต่างสัดส่วน = 0.06 ซึ่ง < 0.1

และแถวตั้งที่ 2 สัดส่วนทั้งสอง $\frac{11}{50}$ คือ และ $\frac{8}{50}$ ตามลำดับ

ผลต่างสัดส่วน $= \frac{11}{50} - \frac{8}{50} = 0.06$ ซึ่ง $< 0.1$

ทำนองเดียวกันในแถวตั้งที่ 3-5

ในแต่ละแถว จะได้ผลต่างค่าสัดส่วน < 0.1

**สรุปได้ว่า ข้อมูลชุดนี้เป็นชุดตัวอย่างที่มีขนาดตัวอย่างเท่ากัน และความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละแถวตั้ง มีค่าน้อย (คือ < 0.1)**

สร้างข้อมูลให้มีลักษณะเช่นเดียวกันนี้ แต่เป็นชุดอื่นๆ อีก 99 ชุด รวมทั้งหมด ได้ข้อมูล 100 ชุดตัวอย่าง

ทำนองเดียวกันนี้ สร้างข้อมูลให้มีลักษณะต่างๆให้ครบ 9 กรณีดังกล่าวข้างต้น โดยกรณีหนึ่งๆ จะมี 100 ชุดตัวอย่าง

รวมทั้งสิ้นจะได้ข้อมูล ตัวอย่าง 900 ชุดตัวอย่าง

**2. นำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ด้วยสถิติทดสอบ WMW แบบมี ties มาก และแบบไคสแควร์**

จากข้อมูลชุดหนึ่งๆ ที่ได้ในขั้นที่ 1 ให้คำนวณค่าสถิติทดสอบ WMW แบบมี ties มาก และ $\chi^2$ เช่นจากข้อมูลที่ยกตัวอย่างในขั้นตอนที่ 1 คำนวณหาค่าสถิติ WMW แบบมี ties มาก และ $\chi^2$ ได้ดังรายละเอียด ต่อไปนี้

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ตัวอย่างชุด 1 | 6 | 11 | 10 | 10 | 13 | 50 |
| ตัวอย่างชุด 2 | 9 | 8 | 11 | 12 | 10 | 50 |

**สถิติ WMW** ขั้นตอนแรกหาลำดับที่ก่อน ดังนี้

ค่า 1 มีซ้ำทั้งหมด 15 ค่า (6+9) ดังนั้น ลำดับที่ คือ $\dfrac{1+2+\ldots+15}{50}=\dfrac{120}{15}=8$

ค่า 2 มีซ้ำทั้งหมด 19 ค่า (11+8) ลำดับ คือ $\dfrac{16+17+\ldots+34}{19}=\dfrac{475}{19}=25$

ค่า 3 มีซ้ำทั้งหมด 21 ค่า (10+11) ลำดับ คือ $\dfrac{35+36\ldots+55}{21}=\dfrac{945}{21}=45$

ค่า 4 มีซ้ำทั้งหมด 22 ค่า (10+12) ลำดับ คือ $\dfrac{56+57\ldots+77}{22}=\dfrac{1463}{22}=66.5$

ค่า 5 มีซ้ำทั้งหมด 23 ค่า (13+10) ลำดับ คือ $\dfrac{78+79\ldots+100}{23}=\dfrac{2047}{23}=89$

หาค่า S จากตัวอย่างชุด 1 จะได้ $S = 6(8) + 11(25) + 10(45) + 10(66.5) + 13(89)$

$= 48 + 275 + 450 + 665 + 1157$

$= 2595$

ดังนั้น สถิติทดสอบ T $= 2595-\dfrac{50(51)}{2} = 1320$

ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ใช้สถิติ Z จะได้ $Z_{cal} = \dfrac{1320-\dfrac{(50)(50)}{2}}{\sqrt{\dfrac{50(50)(101)}{12}}} = \dfrac{70}{145.05} = 0.4927$

**เมื่อใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05** อาณาเขตวิกฤต คือ $Z > 1.96$ หรือ $Z < -1.96$

ดังนั้น $Z_{cal}$ ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต จึงยอมรับ $H_0$

นั่นคือ ค่ากลางของ 2 ประชากรนี้ ไม่ต่างกัน

**หรือถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ 0.10** อาณาเขตวิกฤต คือ $Z > 1.645$ หรือ $Z < -1.645$

ดังนั้น $Z_{cal}$ ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต จึงยอมรับ $H_0$

นั่นคือ ค่ากลางของ 2 ประชากรนี้ ไม่ต่างกัน

**ส่วนสถิติทดสอบ $\chi^2$** จากสูตร $\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{5}\dfrac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$

โดย $O_{ij}$ คือ ความถี่ในเซลต่างๆ ทั้ง 10 เซล

$E_{ij}$ คำนวณจากสูตร $\frac{R_i C_i}{N}$ เมื่อ $R_i$ = ผลรวมความถี่ในแถวนอน i

$C_i$=ผลรวมความถี่ในแถวตั้ง j

และ N = ผลรวมความถี่ทั้งหมด

จะได้ค่า $E_{ij}$ ดังตาราง ต่อไปนี้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7.5 | 9.5 | 10.5 | 11 | 11.5 |
| 7.5 | 9.5 | 10.5 | 11 | 11.5 |

ดังนั้น $\chi^2_{cal} = \frac{(6-7.5)^2}{7.5} + \frac{(11-9.5)^2}{9.5} + ... + \frac{(10-11.5)^2}{11.5}$

$= 1.694$

ในขณะที่ $\chi^2_{วิกฤต}$ คือ $\chi^2_{0.05,4} = 9.49$ **เมื่อใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05**

ดังนั้น $\chi^2_{cal}$ ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต จึงยอมรับ $H_0$

หรือที่ $\chi^2 = 1.694$ ได้ค่า p(p-value) ประมาณ 0.08

**ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ 0.10** จะได้ค่าวิกฤตคือ 7.78 ดังนั้น $\chi^2_{cal}$ ไม่ตกในอาณาเขตวิกฤต จึงยอมรับ $H_0$

**สรุปได้ว่า ข้อมูลตัวอย่างชุดนี้ เมื่อวิเคราะห์ด้วยสถิติ WMW และ $\chi^2$ ได้ผลเหมือนกัน คือ ยอมรับ $H_0$ ทั้งที่ระดับนัยสำคัญ0.05 และ 0.10**

สรุปในขั้นตอนนี้ จะได้ค่าสถิติทดสอบ WMW และ $\chi^2$ จากแต่ละชุดตัวอย่างรวมทั้งหมด 900 ชุดตัวอย่าง

**3. คำนวณค่า p-value จากการใช้สถิติทดสอบทั้ง 2 เพื่อหาผลสรุป**

(ยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น) เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

นำค่า p-value ที่ได้เทียบกับค่า 0.05 และ 0.10 ถ้า น้อยกว่า →ปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น

ถ้า มากกว่า →ยอมรับสมมติฐานเบื้องต้น

**ดังนั้นจากข้อมูลชุดหนึ่งๆ** จะได้ข้อสรุปว่า

จากการใช้สถิติ WMW ผลสรุปที่ได้คือ ยอมรับ หรือปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น และจากการใช้สถิติไคสแควร์ผลสรุปที่ได้คือ ยอมรับ หรือปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น

**ในแต่ละกรณี** ซึ่งมีข้อมูลตัวอย่าง 100 ชุด ให้นับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น จากการใช้สถิติ WMW แบบมี ties มาก และ ไคสแควร์ และนับมาเปรียบเทียบกัน

เช่นในกรณีที่ 1 ที่กล่าวตอนต้น จะได้ จำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้นดังตาราง

| $\chi^2$ | WMW |
|---|---|
| 0 | 0 |

**4. ทำการอนุมานถึงกลุ่มประชากร**

โดยการหาผลสรุปว่า ในระดับประชากรสถิติทั้ง 2 จะให้ผลสรุปต่างกันหรือไม่ โดยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างค่าสัดส่วนของ 2 ประชากร ดังรายละเอียด ต่อไปนี้

$H_0 : P_1 = P_2$

$H_1 : P_1 \neq P_2$

เมื่อ $P_1$ = สัดส่วนของการปฏิเสธสมมติเบื้องต้นจากการใช้สถิติ WMW

$P_2$ = สัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้นจากการใช้สถิติไคสแควร์

$$\text{สถิติทดสอบคือ } Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{\hat{P}\hat{Q}\left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right)}}$$

เมื่อ

$\hat{P}_1$ = สัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น จากสถิติ WMW แบบมี tiesมาก จากตัวอย่าง 100 ชุด

$\hat{P}_2$ = สัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น จากสถิติ ไคสแควร์ จากตัวอย่าง 100 ชุด

$\hat{P}$ = ค่าประมาณของ $P_1 = P_2$ คิดจาก $\dfrac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

จากกรณีที่ 1 ซึ่งได้ผลสรุปของจำนวนครั้งของการปฏิเสธในขั้นตอนที่ 3 คือ

| $\chi^2$ | WMW |
|---|---|
| 0 | 0 |

$$\text{ดังนั้น } Z = \frac{\frac{0}{100} - \frac{0}{100}}{\sqrt{\left(\frac{0-0}{100-100}\right)\left(\frac{100+100}{100+100}\right)\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{100}\right)}}$$

$$= 0$$

อาณาเขตวิกฤต คือ $Z < -1.96$ หรือ $Z > 1.96$

ดังนั้นสรุปได้ว่า ยอมรับ $H_0$ หรือหาค่า p(p-value) = $2P(Z \geq 0)$ = 1

**คือ สัดส่วนของการปฏิเสธ $H_0$ จากสถิติทั้งสอง คือ WMW กับ $\chi^2$ ไม่ต่างกัน**

ซึ่งจะได้ผลสรุปใน 9 กรณี ทั้งหมด ดังจะนำเสนอในบทที่ 4 ต่อไป

# บทที่ 4
# ผลการวิจัย

ผลจากการใช้สถิติ WMW กับ $\chi^2$ จากข้อมูลที่จำลองขึ้นมาในกรณีต่างๆ สามารถสรุปถึง จำนวนครั้งของการปฏิเสธ $H_0$ ได้ดังตาราง 1 ต่อไปนี้

**ตารางที่ 1** จำนวนครั้งของการปฏิเสธ $H_0$ ในกรณีต่างๆ เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05และ 0.10 จากตัวอย่าง 100 ชุด ในแต่ละกรณี

| ขนาดตัวอย่างจาก 2 ประชากร $n_1$-$n_2$ | ขนาดความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะของ 2 ตัวอย่าง | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | น้อย ( คือ $< 0.1$) | | ปานกลาง( $\geq 0.1$แต่ $\leq 0.2$) | | มาก (คือ $> 0.2$) | |
| | สถิติ $\chi^2$ | สถิติ WMW | สถิติ $\chi^2$ | สถิติ WMW | สถิติ $\chi^2$ | สถิติ WMW |
| 50-50 | 0 | 0 | 100 | 42 | 100 | 66 |
| 50-70 | 0 | 1 | 100 | 35 | 100 | 63 |
| 50-100 | 0 | 1 | 100 | 45 | 100 | 63 |

**หมายเหตุ ทั้งที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ได้ผลสรุปเหมือนกันในทุกกรณี**

จากตารางที่ 1 สามารถอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

กรณี $n_1$- $n_2$ = 50-50 เมื่อตัวอย่างทั้ง 2 มีค่าสัดส่วนของแต่ละคุณลักษณะ(แถวตั้ง) ต่างกันเล็กน้อย (คือ < 0.1) การใช้สถิติ $\chi^2$ กับ WMW แบบมี ties มาก จะได้จำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้นเท่ากัน คือ 0 ดังแสดงในตาราง 1 ในเซลมุมบนสุดซ้ายมือ ซึ่งจะได้ผลสรุปใกล้เคียงกันกับขนาดตัวอย่าง $n_1$- $n_2$ = 50-70 และ 50-100 คือได้ค่า 0 และ 1 ดังแสดงในตารางที่ 1 ในแถวตั้งที่ 1

ส่วนกรณีที่ตัวอย่างทั้ง 2 มีค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะ (แถวตั้ง) ต่างกันปานกลาง (คือ $\geq 0.1$ แต่ $\leq 0.2$) จะได้จำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น จากการใช้สถิติ $\chi^2$ กับ WMW แบบมี ties มาก ประมาณครึ่งหนึ่งของกัน เช่น $n_1$- $n_2$ คือ 50-50 จะได้จำนวนเป็น 100 และ 42 ดังแสดงในแถวตั้งที่ 2 เซลตรงกลาง ( คือแถวปานกลาง)

และกรณีสุดท้าย คือกรณีที่ตัวอย่างทั้ง 2 มีค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะ (แถวตั้ง) ต่างกันมาก (คือ > 0.2) จะได้ผลใกล้เคียงกับกรณีต่างกันปานกลาง เช่นที่ $n_1$- $n_2$ = 50-50 จะได้จำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น คือ 100 และ 66 เป็นต้น

และผลสรุปถึงการทดสอบความแตกต่างของค่าสัดส่วนของประชากรของ 2 ประชากร เพื่อเปรียบเทียบว่าสถิติ $\chi^2$ กับ WMW แบบมีties มาก ให้ผลสรุปเหมือนกันหรือต่างกันในกรณีต่างๆ สรุปได้ดังตารางที่ 2 ต่อไปนี้

**ตารางที่ 2** ค่า p-value จากการเปรียบเทียบค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้นจากการใช้สถิติ $\chi^2$ กับ WMW แบบมี ties มาก

| ขนาดตัวอย่างจาก | ขนาดความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะของ 2 ตัวอย่าง | | |
|---|---|---|---|
| ประชากร $n_1$-$n_2$ | น้อย (คือ < 0.1) | ปานกลาง (คือ ≥ 0.1 แต่ ≤ 0.2) | มาก (คือ > 0.2) |
| 50-50 | 1.00 | 0.00* | 0.00* |
| 50-70 | 0.3174 | 0.00* | 0.00* |
| 50-100 | 0.3174 | 0.00* | 0.00* |

*มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เนื่องจากค่า p (p-value) < 0.05

จากตารางที่ 2 ซึ่งเป็นค่า p (p=value) จากการใช้สถิติทดสอบ Z เพื่อเปรียบเทียบค่าสัดส่วน (ของการปฏิเสธ $H_0$ จากการใช้สถิติ $\chi^2$ กับ WMW แบบมี ties มาก) ระหว่าง 2 ประชากร (คือการใช้สถิติ $\chi^2$ กับ WMW แบบมี ties มาก) ได้ผลสรุปว่า **ได้ผลเหมือนกัน** (คือ ค่าสัดส่วนเท่ากัน) เมื่อได้ค่า p > 0.05 และสรุปผลว่า **ได้ผลต่างกัน** (คือ ค่าสัดส่วนต่างกัน) เมื่อได้ค่า p < 0.05

จากตารางที่ 2 สรุปได้ว่าเฉพาะกรณีที่ตัวอย่าง 2 ชุด นั้นมีความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะ นั้นมีความแตกต่างกันน้อย (คือ < 0.1) เท่านั้น ที่ผลสรุปจากการใช้ สถิติ $\chi^2$ และ WMW แบบมี ties มาก ว่า**ได้ผลเหมือนกัน** ไม่ว่าจะใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากันหรือต่างกันเล็กน้อย หรือต่างกันมาก

นั่นคือ สามารถใช้ $\chi^2$-test (ซึ่งง่ายต่อการคำนวณและเป็นที่รู้จักกันทั่วๆไป) แทนที่สถิติ WMW แบบมี ties มาก ได้เฉพาะกรณีที่ตัวอย่างทั้ง 2 นั้นมีความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะมีค่าน้อยเท่านั้น (< 0.1)

แต่กรณีอื่นๆ ผลสรุปจากสถิติทั้ง 2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั่นคือไม่ สามารถใช้ $\chi^2$-test แทนที่สถิติ WMW แบบมี ties มาก ได้

สรุปได้ว่า สามารถใช้ $\chi^2$-test (ซึ่งง่ายต่อการคำนวณและเป็นที่รู้จักกันทั่วๆไป) แทนที่สถิติ WMW แบบมี ties มาก ได้เฉพาะกรณีที่ตัวอย่างทั้ง 2 นั้นมีความแตกต่างของค่าสัดส่วนในแต่ละคุณลักษณะมีค่าน้อยเท่านั้น (< 0.1) ส่วนกรณีกรณีอื่นๆ ไม่สามารถใช้ $\chi^2$-test แทนที่ WMW แบบมี ties มาก ได้เลย เพราะได้ผลสรุปต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

# บทที่ 5

# ผลสรุป

## 5.1 ผลสรุป

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบสถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบลำดับที่ได้ทางเดียว (ทางแถวตั้ง) แบบ 2*5 เมื่อ 2 แถวนอนแทน ตัวอย่าง 2 ชุด ที่ถูกสุ่มจากประชากร 2 กลุ่มอิสระกัน ส่วน 5 แถวตั้งแทนค่าสังเกต 1-5 ซึ่งข้อมูลเช่นนี้สามารถใช้สถิติทดสอบความแตกต่างของค่ากลางของ 2 ประชากร ได้ด้วยวิธีการทดสอบทางสถิติที่รู้จักกันทั่วไปคือ สถิติ Wilcoxon – Mann – Whitney (WMW)แบบมีซ้ำมาก และ สถิติไคสแควร์

เนื่องจากสถิติ WMW แบบมีซ้ำมาก คำนวณได้ค่อนข้างยาก เนื่องจากต้องหาลำดับที่เฉลี่ยของค่าที่ซ้ำกัน รวมทั้งในโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติทั่วๆ ไป ไม่ได้คำนึงถึงการใช้ลำดับที่เฉลี่ย ผลสรุปที่ได้จึงอาจไม่ถูกต้อง ผู้ใช้จำเป็นต้องใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติเฉพาะทางของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ เช่น STATEXACT ซึ่งไม่เป็นที่รู้จักแพร่หลาย หาใช้ได้ยาก ในขณะที่สถิติไคสแควร์เป็นที่รู้จักกันดีในหมู่นักวิจัย คำนวณได้ง่ายจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติทั่วๆไป

จากการจำลองข้อมูลในรูปตารางการณ์จรแบบ 2*5 ให้อยู่ในสถานการณ์ต่างๆ คือตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นมีขนาดเท่ากัน(50-50) ต่างกันเล็กน้อย (50-70) และต่างกันมาก (50-100) และมีสัดส่วนของเหตุการณ์ย่อยต่างๆ (คือแถวตั้งต่างๆ) มีค่าต่างกันเล็กน้อย ($< 0.1$) ปานกลาง ( $\geq 0.1$แต่ $\leq 0.2$) และมาก ($> 0.2$) ทั้งหมด 9 สถานการณ์ แต่ละสถานการณ์ ใช้ตัวอย่าง 100 ชุดที่แตกต่างกัน แล้วใช้สถิติ WMW แบบมีซ้ำมาก และสถิติไคสแควร์ เพื่อหาผลสรุปว่ายอมรับ หรือปฏิเสธ สมมติฐานเบื้องต้น จากนั้นเปรียบเทียบผลจากสถิติทั้งสองว่าได้ผลเหมือนกันกี่ชุด จาก 100 ชุด โดยทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10

หลังจากนั้นนำค่าสัดส่วนของการปฏิเสธสมมติฐานเบื้องต้น จากสถิติทั้งสองมาเปรียบเทียบกันว่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ ด้วยสถิติทดสอบ Z เพื่อสรุปผลในระดับประชากร

ได้ผลสรุปว่า จาก 9 สถานการณ์ที่ทดสอบนั้น มีเพียง 3 สถานการณ์เท่านั้น ที่สถิติทั้ง 2 ให้ผลสรุปเหมือนกัน คือ สถานการณ์ที่มีความแตกต่างระหว่างสัดส่วนของเหตุการณ์ย่อยต่างๆของ 2 ตัวอย่าง มีค่าต่างกันเล็กน้อย เมื่อใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากัน(50-50) ต่างกันเล็กน้อย (50-70) และต่างกันมาก (50-100)

**ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า สามารถใช้สถิติไคสแควร์แทนที่สถิติ WMW แบบมีซ้ำมาก จากตารางการณ์จรแบบลำดับที่ได้ทางเดียว (ทางแถวตั้ง) แบบ 2*5 ได้ในกรณีที่ความแตกต่างของสัดส่วนทางแถวตั้งต่างกันเล็กน้อย (< 0.1) ในทุกแถวตั้ง โดยสามารถใช้ขนาดตัวอย่างแบบใดก็ได้ นอกจากกรณีนี้แล้วจะไม่สามารถใช้แทนที่ได้เลย**

**5.2 การอภิปรายผล**

ผลสรุปที่ได้จากงานวิจัยนี้ ได้ข้อสรุปว่า ไม่สามารถใช้การทดสอบไคสแควร์ แทนที่การทดสอบแบบ WMW แบบมีซ้ำมากได้ ซึ่งสนับสนุนงานวิจัยของ Emerson and Moses และงานวิจัยของKlotz รวมทั้งของ Moses , Emerson and Hosseini ที่ยืนยันว่าข้อมูลจากตารางการณ์จรแบบลำดับที่ได้ทางเดียว ควรที่จะใช้วิธีวิเคราะห์จากสถิติWMW เนื่องจากจะใช้สาระข้อมูลเกี่ยวกับลำดับที่ได้สมบูรณ์กว่าการใช้การทดสอบไคสแควร์ที่ใช้ข้อมูลแบบกลุ่มเท่านั้น โดยผู้ใช้ควรเลือกใช้โปรแกรมสำเร็จรูปที่คำนึงถึงการใช้ลำดับที่เฉลี่ยสำหรับข้อมูลที่ซ้ำกัน เช่นโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติเฉพาะทางแบบสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ หรือถ้าผู้ใช้มีความรู้ทางสถิติชั้นสูง อาจเลือกใช้การวิเคราะห์แบบ Log Linear Model ที่จะให้รายละเอียดของผลสรุปมากยิ่งขึ้น ซึ่งสามารถใช้จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติทั่วๆไป เช่น SPSS หรือ SAS เป็นต้น

**5.3 ข้อเสนอแนะ**

เพื่อยืนยันผลสรุปของงานวิจัยนี้รวมทั้งที่ผ่านมา ผู้สนใจในหัวข้อนี้ อาจจะทำการวิจัยเพิ่มเติมในกรณีที่กำหนดให้ความแตกต่างระหว่างสัดส่วนของเหตุการณ์ย่อยต่างๆของ 2 ตัวอย่างแตกต่างไปจากงานวิจัยนี้ โดยงานวิจัยนี้กำหนดให้มี 3 แบบคือ มีค่าต่างกันเล็กน้อย (< 0.1)

มีค่าต่างกันปานกลาง ( $\geq$ 0.1แต่ $\leq$ 0.2)

มีค่าต่างกันมาก ( > 0.2 )

ที่เป็นเช่นนี้ เนื่องจากการกำหนดให้ขนาดตัวอย่างเป็น ขนาดเท่ากัน(50-50)

ต่างกันเล็กน้อย (50-70)

และ ต่างกันมาก (50-100)

ซึ่งจะคำนวณค่าความถี่คาดหวัง( เพื่อใช้สำหรับการทดสอบไคสแควร์) สำหรับ 10 เซล ให้มีค่าใดๆ แต่ที่มีค่าน้อยกว่า 5 จะมีได้อย่างมากที่สุดเพียง 2 เซลเท่านั้น เพื่อให้การใช้การทดสอบไคสแควร์ถูกต้องตามทฤษฎี ผลสรุปจึงสามารถเชื่อถือได้จริง

# บรรณานุกรม

1. P. Sprent **"Applied Nonparametric Statistical Methods"** 2nd ed. Chapman & Hall 1993.
2. Kvam and Vidakovic **"Nonparametric Statistics with Applications to Science and Engineering "** John Willey & Son, Inc, 2007.
3. Donald W.Zimmerman **"Failure of the Man-Whitney Test :A Note on the Simulation Study of Gibbons and Chakraborti"** Journal of Experimental Education,60(4),359-364
4. J.V. Deshpande, A.P. Gore,. A. Shanubhogue. **"Statistical Analysis of Nonnormal Data".** New Age International Publishers Limited Wiley Eastern Limited. 1995
5. Myles Hollandes, Douglas A. Wolfe **"Nonparametric Statistical Methods."** 2nd ed. John Willey & Son, Inc, 1999.
6. James J.Higgins **"Introduction to Modern Nonparametric Statistics"**Thomson Brooks/cole 2004,176
7. P. Sprent and Smeeton**"Applied Nonparametric Statistical Methods"**4 th ed. Chapman & Hall,2007
8. Maura E. Stokes,Charles S.Davis, Gary G.Koch **"Categorical Data Analysis Using The SAS System"** 2nd.SAS Institute,1991
9. Bernhard, G., Alle, M., Herbold, M., Meyers, W. **"Investigation on the Reliability of Some Elementary Nonparametric Methods in Statistical Analysis Systems."** Statistical Software Newsletter. 1988, 14, 19-26.
10. Gray Simon **"Alternative Analysis for the Singly-ordered Contingency Table"** Journal of the American Statistical Association.1974,vol.69 No.348,971-976
11. John D. Emerson and Lincoln E.Moses **"A Note on the Wilcoxon-Mann-Whitney Test for 2xk ordered Table"**Biometrics.1985 Vol.41,No.1,303-309
12. J.H. Klotz **"the Wilcoxon , Ties , and the computer"** Journal of the American Statistical Association.1966,vol.61No.315
13. Moses , Emerson and Hosseini **" Analyzing Data from Ordered Categories "**New England Journal of Medicine,1984,vol.311,442-448

# ข้อมูลประวัติผู้วิจัย

**ประวัติส่วนตัว**

| | |
|---|---|
| ชื่อ-สกุล | นางอุมาพร จันทศร |
| ตำแหน่งปัจจุบัน | รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์<br>สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง<br>โทรศัพท์ 02 329-8000-99 ต่อ 6278 หรือ 6168<br>โทรสาร 02 329-8426 e-mail: kcumapor@kmitl.ac.th |

**ประวัติการศึกษา**

| ระดับปริญญา ปีที่จบ (ตรี โท เอก) | อักษรย่อ ปริญญา และชื่อเต็ม | สาขาวิชาเอก | ชื่อสถาบัน | ประเทศ |
|---|---|---|---|---|
| 2522 ปริญญาตรี | วท.บ. (สถิติ) | สถิติ | ม. เชียงใหม่ | ประเทศไทย |
| 2525 ปริญญาโท | พณ.ม. (สถิติ) | สถิติ | จุฬาฯ | ประเทศไทย |

สาขาวิชาการที่มีความชำนาญพิเศษ: Nonparametric Statistics

**ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยทั้งภายในและภายนอกประเทศ**

1. การศึกษาถึงปัจจัยที่มีผลต่อการตัดสินใจเลือกเข้ารับราชการหรือภาคเอกชนของนักศึกษาในสาขาวิชาที่ขาดแคลน, 2536 วารสารพัฒนบริหารศาสตร์ ปีที่ 33 ฉบับที่ 1 ม.ค. – มี.ค. 2536 (พฤษภาคม 2537) หัวหน้าโครงการ

2. ความคิดเห็นของคณาจารย์เกี่ยวกับการนำสถาบันอุดมศึกษาของรัฐออกนอกระบบราชการ, 2539 วารสารพัฒนบริหารศาสตร์ ปีที่ 34 ฉบับที่ 3 ก.ค. – ก.ย. 2537 (มีนาคม 2543) หัวหน้าโครงการ

3. การศึกษาถึงการเข้าสู่ตลาดแรงงานของบัณฑิตวิศวกรรมศาสตร์จากมหาวิทยาลัยเอกชน 2540, วิศวกรรมสาร ปีที่ 50 ฉบับที่ 2 กุมภาพันธ์ 2540 หัวหน้าโครงการ

4. ผลของการใช้ระเบียบทบวงมหาวิทยาลัยว่าด้วยการให้ข้าราชการไปปฏิบัติงานเพื่อเพิ่มพูนความรู้ทางวิชาการของสถาบันอุดมศึกษาในประเทศไทย 2541, วารสารพระจอมเกล้าลาดกระบัง ปีที่ 6 ฉบับที่ 2 ก.ย. 2541 หัวหน้าโครงการวิจัย

5. ประสิทธิภาพการผลิตบัณฑิตระดับปริญญาเอกของประเทศไทย วารสารพระจอมเกล้าลาดกระบัง ปีที่ 10 ฉบับที่ 1 เมษายน 2545 หัวหน้าโครงการ

6. ผลงานตีพิมพ์ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีระดับนานาชาติของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2549 วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 14 ฉบับที่ 2 กรกฎาคม – ธันวาคม 2548

7. ความพึงพอใจของนายจ้าง/ผู้ประกอบการ/ผู้ใช้บัณฑิตที่มีต่อบัณฑิตคณะวิทยาศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2542 – 45 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง วารสารพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีที่ 14 ฉบับที่ 3 ธันวาคม 2549

8. สื่อการสอนผ่านเครือข่ายอินเตอร์เน็ต เรื่อง “การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงกลุ่มเบื้องต้น” วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 16 ฉบับที่ 2 กรกฎาคม – ธันวาคม 2550

9. การเปรียบเทียบผลการทดสอบการแจกปกติ ด้วยสถิติทดสอบจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 17 ฉบับที่ 2, ก.ค. - ธ.ค. 2551

10. โปรแกรมวิเคราะห์ทางสถิติและสื่อการสอนอิเล็กทรอนิกส์สำหรับการทดสอบไคสแควร์กรณีที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ วารสารวิจัยและพัฒนา มจธ. ปีที่ 31 ฉบับที่ 4, ต.ค. – ธ.ค. 2551

11. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีของทิล และวิธีของบราวน์และมูด วารสารวิทยาศาสตร์ มก. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ฉบับที่ 26 เล่มที่ 3 ก.ย. - ธ.ค. 2551

12. Efficiency Comparisons Of Normality Test using Statistical Packages., Thammasat International Journal of Science and Technology, Vol.16, No.3, 2011

13. โปรแกรมคำนวณขนาดตัวอย่างสำหรับการทดสอบสมมติฐานทางสถิติแบบนอนพาราเมตริก (Program for Sample Size Determination of Common Nonparametric Tests) วารสารวิทยาศาสตร์ มก. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ฉบับที่ 28 เล่มที่ 1, 2553

14. สื่อการเรียนและโปรแกรมวิเคราะห์การแยกส่วนค่าไคสแควร์จากตารางสองทาง วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปีที่ 20 ฉบับที่ 2, 2555

15. โปรแกรมช่วยตัดสินใจเลือกสถิติทดสอบแบบไคสแควร์สำหรับตารางการจร วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปีที่ 21 ฉบับที่ 2, 2556

16. ความน่าเชื่อถือของผลการวิเคราะห์ด้วยสถิติทดสอบวิลคอกซัน – แมนวิทนีย์ เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้น จากโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS และ MINITAB วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 22 ฉบับที่ 2, ก.ค. - ธ.ค. 2556