



รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

โครงสร้างแบบใหม่ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงในเคเบิลส่วนชนิด  
ผลตอบสนองทางขนาดราบเรียบที่สุด: Pascal VFD filter

A novel structure for maximally-flat variable fractional delay filter:

The Pascal VFD filter

ผศ.ดร.ศรวัฒน์ ชิวบริชา

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ 2556

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

RCH  
01470  
2556

เลขที่...  
เลขทะเบียน 137684  
วันที่ 11/7/09 2558

12697813

เอกสารนี้เป็นเอกสารลับไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

ชื่อโครงการ โครงสร้างแบบใหม่ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิด  
ผลตอบสนองทางขนาดราบเรียบที่สุด: Pascal VFD filter

แหล่งเงิน ทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณเงินรายได้

ประจำปีงบประมาณ 2556

จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน 80,000 บาท

ระยะเวลาการทำงานวิจัย 1 ปี ตั้งแต่ 1 ตุลาคม 2555 ถึง 30 กันยายน 2556

ชื่อ-สกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ศรวิวัฒน์ ชิวปรีชา

หน่วยงาน ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยเล่มนี้ได้นำเสนอโครงสร้างแบบใหม่ที่ได้จากวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ โดยโครงสร้างที่นำเสนอนี้ได้จัดรูปแบบมาจากการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องและการประมาณค่าในช่วงแบบปาสคาล โดยความซับซ้อนในการคำนวณของโครงสร้างที่ได้จะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นกับอันดับของวงจรกรองสัญญาณ ซึ่งจะเหมือนกับโครงสร้างที่เรียกว่าโครงสร้างอนุกรมเทย์เลอร์ แต่โครงสร้างอนุกรมเทย์เลอร์จะมีผลเสียที่เกิดการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วงที่เรียกว่าความผิดพลาดทรานเซียน แต่โครงสร้างที่ได้นำเสนอจะเป็นโครงสร้างที่ปราศจากความผิดพลาดทรานเซียน เมื่อมีการปรับพารามิเตอร์ความหน่วง ดังนั้นโครงสร้างแบบใหม่ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนจะเป็นทางเลือกใหม่ที่มีความเหมาะสมกับการนำไปประยุกต์ใช้งานทางด้านวงจรแปลงอัตรา การชักตัวอย่างและไทม์มิ่งรีคอปเวอรีในภาครีนสัญญาณดิจิทัล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

Research Title : A novel structure for maximally-flat variable fractional-delay filter: The Pascal VFD filter

Researcher: Asst.Prof. Sorawat Chivaprecha

Faculty: Engineering Department: Telecommunication Engineering

### Abstract

This paper presents a new structure for Lagrange-type variable fractional-delay (VFD) filter. A new structure is formulated from discrete Pascal transform (DPT) and its Pascal interpolation. The computational complexity which obtained from proposed structure is linear function of VFD filter order as same as the so-called Taylor's series structure and also be modular structure. Unfortunately, Taylor's series structure is suffered from transient error that caused from changing delay parameter but the proposed structure can online adjust delay parameter without transient error. Therefore, a transient-free structure will be the new choice for Lagrange-type VFD filters structure which is suitable for real-time application such as sampling rate conversion (SRC) and timing recovery in digital receiver.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความอนุเคราะห์ของบุคคลและหน่วยงานที่เกี่ยวข้องที่สนับสนุนเงินทุน และให้โอกาสในการทำงานวิจัยนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี รวมถึงอาจารย์ภายในสถาบันพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังทุกท่านที่คอยเป็นที่ปรึกษาและชี้แนะเรื่องต่างๆในงานวิจัย

คุณค่าและประโยชน์ใด ๆ ที่อาจมีจากงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดามารดาที่ให้กำเนิดและเลี้ยงดูให้การศึกษา ตลอดจนครูบาอาจารย์และผู้ที่มีพระคุณทุกท่านที่มีส่วนในการวางรากฐานการศึกษาให้แก่ผู้วิจัย



ผศ.ดร.ศรวดีมน์

ชีวปรีชา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญรูป	ฉ
สารบัญตาราง	ณ
บทที่ 1    บทนำ	1
1.1 หลักการและเหตุผลของงานวิจัย	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	3
1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย	3
บทที่ 2    วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วน	5
2.1 วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์	5
2.2 วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วนโดยใช้เมตริกซ์การแปลง	8
2.3 วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วนแบบเทย์เลอร์	18
2.4 วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วน	19
บทที่ 3    โครงสร้างใหม่แบบของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วน	22
3.1 การแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องและการประมาณค่าในช่วงปาสคาล	22
3.2 โครงสร้างแบบใหม่ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วน	27
บทที่ 4    ผลการวิจัย	36
4.1 ผลการวิเคราะห์ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วน	36
4.2 การจำลองโครงสร้างของวงจรกรองที่นำเสนอ	38
4.3 การประยุกต์ใช้งานของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหวังเป็นเศษส่วน	40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 5	สรุปผลการวิจัย	หน้า 49
	เอกสารอ้างอิง	50



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
2.1	โครงสร้างแบบ direct form ของวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สอง	6
2.2	โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สอง	7
2.3	แสดงผลตอบสนองทางขนาดวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสอง	7
2.4	แสดงผลตอบสนองความหน่วงเฟสของวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสอง	8
2.5	การประมาณค่าในช่วงพหุนามดีกรี $N$	9
2.6	โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรถองสัญญาณในกรณีทั่วไป (แสดงสัมประสิทธิ์วงจรถองย่อย)	12
2.7	โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรถองในกรณีค่าสัมประสิทธิ์ในวงจรถองย่อยสมมาตร	13
2.8	โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์	15
2.9	โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรถองสัญญาณ (แสดงสัมประสิทธิ์วงจรถองย่อย)	15
2.10	แสดงผลตอบสนองทางขนาดวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสอง	16
2.11	แสดงผลตอบสนองทางเฟสวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสอง	17
2.12	แสดงตัวอย่างการเปรียบเทียบจำนวนความซับซ้อนของการคำนวณในวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์	18
2.13	แสดงโครงสร้างของวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเทย์เลอร์	18
2.14	แสดงโครงสร้างทั้งหมดของโครงสร้างที่นำเสนอ	19
2.15	แสดงโครงสร้างวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่นำเสนอโดย [14] อันดับสอง	21
3.1	แสดงภาพแนวคิดของกระบวนการประมาณค่าในช่วงปาสคาล	25
3.2	แสดงตัวอย่างการประมาณค่าในช่วงปาสคาล (แฟคเตอร์ $L = 3$ )	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่		หน้า
3.3	แสดงคุณสมบัติของ $H_k(z)$ (ผลตอบสนองทางขนาด)	28
3.4	แสดงอินพุตและเอาต์พุตของกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็น เศษส่วนปาสคาลอันดับที่สอง	29
3.5	แสดงระบบของวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบ ใหม่ที่นำเสนอ	31
3.6	แสดงวงจรส่วนหน้าของวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็น เศษส่วนแบบใหม่	32
3.7	แสดงวงจรส่วนหลังของวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็น เศษส่วนแบบใหม่ที่อันดับ $N$ ใดๆ	34
3.8	แสดงวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่ สอง	35
4.1	แสดงจำนวนของการคูณของวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็น เศษส่วน 5 ชนิด	37
4.2	แสดงจำนวนของการบวกของวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็น เศษส่วน 5 ชนิด	37
4.3	$k^{\text{th}}$ -order VFD filter structure of [13]	38
4.4	Results of 5 <sup>th</sup> -order VFD filters ( $D = 2.0, 2.9, 2.5$ )	39
4.5	Results of 5 <sup>th</sup> -order VFD filters ( $D = 2.0, 2.4, 2.2$ )	39
4.6	Results of 11 <sup>th</sup> -order VFD filters ( $D = 5.0, 5.9, 5.5$ )	40
4.7	Results of 11 <sup>th</sup> -order VFD filters ( $D = 5.0, 5.4, 5.2$ )	40
4.8	แสดงการประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วงของสัญญาณ 1 มิติ	41
4.9	แสดงการแทนจุดของภาพต้นฉบับขนาด 256×256 PIXELS	42
4.10	แสดงการ INTERPOLATION 1-D (CONVOLUTION ALONG ROW DIRECTION)	42
4.11	แสดงการ INTERPOLATION 1-D (CONVOLUTION ALONG COLUMN DIRECTION)	43
4.12	แสดงภาพต้นฉบับที่นำไปใช้ในการประมาณค่าในช่วงแบบต่างๆ (256×256 pixels)	43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.13	แสดงภาพต้นฉบับที่ใช้ในการเปรียบเทียบข้อมูลภาพ (512×512 pixels)	44
4.14	แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณ ปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี BD (512×512 pixels)	44
4.15	แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณ ปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี CD2 (512×512 pixels)	45
4.16	แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณ ปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี CD4 ข้อมูลภาพขนาด 512×512	45
4.17	แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณ ปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสามข้อมูลภาพขนาด 512×512	46
4.18	แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณ ปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบ B-spline อันดับสามข้อมูลภาพขนาด 512×512	46

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
4.1	เปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณจำนวนของการคูณและจำนวนของการบวกของวงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ อันดับที่ $N$ ใดๆ	36
4.2	ผลการวิเคราะห์ค่า PSNR ของข้อมูลภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงด้วยตัววงจรถองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ แผนภาพแสดงการทำงานของเครื่องช่วยฟังระบบอนาล็อก	47



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 หลักการและเหตุผลของงานวิจัย

การประมวลผลสัญญาณเชิงเลข (Digital Signal Processing) เข้ามาเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้คนมากขึ้นทุกวัน เนื่องจากรูปแบบของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ส่วนใหญ่ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน โดยเฉพาะส่วนที่ใกล้ชิดกับผู้บริโภคนั้นล้วนแล้วแต่มีรูปแบบการทำงานที่เป็นสัญญาณเชิงเลข (Digital Signal) อยู่ไม่น้อย เช่น เครื่องเล่น MP3 เครื่องบันทึกเสียง กล้องถ่ายภาพ/วิดีโอ โทรศัพท์เคลื่อนที่ เป็นต้น โดยหนึ่งในส่วนประกอบหลักที่จำเป็นกับกระบวนการประมวลผลสัญญาณเชิงเลขคือวงจรกรองสัญญาณเชิงเลข (Digital Filter) วงจรกรองสัญญาณเชิงเลข หรือ Digital Filter นั้นไม่ได้มีประโยชน์แค่ใช้ในการทำหน้าที่เป็นวงจรกรองสัญญาณเท่านั้น แต่ด้วยรูปแบบเดียวกันยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในลักษณะอื่นๆ ได้อีกมาก เช่นการสร้างเสียงที่เป็น sound effect ต่างๆ เช่น Echo หรือ Chorus เป็นต้น วงจร Digital Integrator วงจร Digital Differentiator เป็นต้น การที่ Digital Filter จะทำหน้าที่เป็นวงจรกรองสัญญาณหรือจะทำหน้าที่เป็นวงจรในลักษณะอื่นได้นั้นตัวที่จะกำหนดฟังก์ชันการทำงานคือค่าสัมประสิทธิ์ของ Digital Filter (หรือที่เรียกกันว่า Filter Coefficients)

ลักษณะการออกแบบและใช้งานโดยทั่วไปของ Digital Filter จะเป็นลักษณะที่เรียกว่าเป็น Fixed หรือ Constant Coefficient Digital Filter คือค่าสัมประสิทธิ์ของ Filter จะถูกกำหนดเป็นค่าคงที่ (Constants) ตามคุณลักษณะของ Filter ที่เราได้ทำการออกแบบ ดังนั้นถ้าเราต้องการกำหนดคุณลักษณะของ Digital Filter ขึ้นมาใหม่เราก็จะต้องทำการออกแบบใหม่เพื่อให้ได้ชุดของค่าสัมประสิทธิ์ชุดใหม่ซึ่งเป็นค่าคงที่เช่นกันออกมาใช้งานเป็นตัวแทนของข้อกำหนดคุณลักษณะใหม่ของ Digital Filter นั้น แต่ในส่วนของโครงการวิจัยที่จะได้นำเสนอนี้จะเป็น Digital Filter ในอีกลักษณะหนึ่งที่เรียกว่า Variable (Tunable) Digital Filter (วงจรกรองสัญญาณเชิงเลขแบบปรับค่าได้) โดยตัวคุณลักษณะของ Digital Filter สามารถที่จะทำการปรับเปลี่ยน (vary, tune หรือ adjust) ได้ ซึ่งจะช่วยให้การออกแบบและใช้งาน Digital Filter มีความยืดหยุ่นและมีประสิทธิภาพในการใช้งานมากยิ่งขึ้น

Variable Digital Filter ที่จะนำเสนอในงานวิจัยนี้จะเป็น Variable Fractional-Delay (VFD) Filter โดยเป้าหมายของ VFD Filter นั้น จะถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในการปรับค่าการหน่วงของสัญญาณให้สามารถหน่วงสัญญาณ (Delay) ในลักษณะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม (Fraction) ได้ ซึ่งปกติในระบบที่เป็น Discrete-Time System การหน่วงสัญญาณจะต้องมีลักษณะที่เป็นจำนวนเต็มหรือเต็มหน่วยเท่านั้น แต่ในลักษณะงานบางประเภทต้องการใช้ค่าการหน่วงสัญญาณที่ไม่ใช่จำนวนเต็มแต่ต้องการการหน่วงสัญญาณที่เป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มที่สามารถทำการปรับค่าได้ด้วย ซึ่งวงจร VFD Filter สามารถที่จะทำการใช้งานในลักษณะดังกล่าวได้ ลักษณะงานที่มีการนำเอา VFD Filter ไปประยุกต์ใช้งานเช่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

Timing Adjustment ในระบบเครื่องรับหรือใช้ในระบบ Timing Recovery ในระบบสื่อสาร การแปลง Sampling-Rate Conversion ในระบบประมวลผลหลายอัตราสุ่ม (Multi-Rate Signal Processing) การนำไปใช้ในการสร้างแบบจำลองของเครื่องดนตรี (Modeling of Musical Instruments) รวมทั้งการนำไปใช้งานในเรื่องของ Signal Interpolation (บางครั้งมีการเรียก VFD Filter เป็น Interpolation Filter) เป็นต้น

ในงานวิจัยนี้จะได้ทำการนำเสนอวิธีการออกแบบวงจร Maximally-Flat VFD Filter ด้วยเทคนิควิธีการใหม่ที่สามารถลดความซับซ้อนในการคำนวณ (Computational Complexity) ของ VFD Filter ลงไปได้อย่างมากเมื่อเทียบกับเทคนิควิธีการที่เคยมีผู้นำเสนอก่อนหน้าและด้วยผลของการทำงานที่มีข้อดีกว่าโดยเฉพาะในเรื่องของ Transient Problem ที่จะเกิดขึ้นเมื่อมีการปรับเปลี่ยนค่าความหน่วงแบบเวลาจริง (Real-Time) โดยวิธีการที่จะได้นำเสนอจะทำการเปลี่ยน Basis Function ที่แต่เดิมในการออกแบบ Maximally-Flat VFD Filter จะนิยมใช้ Lagrange Polynomial ในการออกแบบไปเป็นการออกแบบโดยใช้สิ่งที่เรียกว่า Pascal Polynomial (จึงเป็นที่มาของชื่อที่ผู้วิจัยจะทำการเรียกว่า Pascal VFD Filter) และด้วยการปรับเปลี่ยน Basis Function นี้จะสามารถทำให้โครงสร้างของวงจร Maximally-Flat VFD Filter ที่ได้เปลี่ยนแปลงไปอย่างมากคือมีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำมากเมื่อเปรียบเทียบกับ Maximally-Flat VFD Filter ที่ออกแบบจาก Lagrange Polynomial และใช้โครงสร้างซึ่งเป็นที่ยอมรับหลายอย่าง Farrow Structure รวมทั้งโครงสร้างที่ลดความซับซ้อนของ Farrow Structure ที่เรียกว่า Modified (Transformed) Farrow Structure อีกด้วย นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบผลการทำงานกับ Maximally-Flat VFD Filter ที่ออกแบบด้วย Taylor's series ซึ่งให้ผลลัพธ์ของโครงสร้างของวงจรที่มีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำเช่นกัน แต่โครงสร้างของ VFD Filter Structure ที่ได้จากการออกแบบด้วย Taylor's series จะเกิดปัญหาในเรื่องของ Transient เมื่อมีการปรับเปลี่ยนค่าความหน่วงแบบ On-line ในเวลาจริง ผลของการเกิด Transient จะยิ่งรุนแรงขึ้นเมื่อช่วงของการเปลี่ยนค่าความหน่วงนั้นกว้างขึ้น ในขณะที่โครงสร้างของ Pascal VFD Filter ที่จะทำการนำเสนอ นั้นจะไม่เกิดปัญหาในเรื่องของ Transient เมื่อมีการปรับเปลี่ยนค่าความหน่วง ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างมากในการนำเอา VFD Filter ไปประยุกต์ใช้งานในแบบเวลาจริง (Real-Time) นอกจากนี้ผลที่ได้จากการลดความซับซ้อนในการคำนวณของ VFD Filter ลงไปได้ ถ้าพิจารณาในแง่ของการนำไปออกแบบเป็นวงจรรวม (Integrated Circuits) จะทำให้จำนวนของทรานซิสเตอร์ที่ใช้ในการออกแบบโดยเฉพาะเรื่องของจำนวนตัวคูณสัญญาณสามารถลดลงไปได้อย่างมาก ทำให้วงจรที่ได้มีขนาดเล็ก การทำงานของวงจรมีความเร็วที่สูง (High-Speed) รวมทั้งมีการบริโภคกำลังงานที่ต่ำลงอีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## 1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

- 1) นำเสนอหลักการออกแบบ Maximally-Flat Variable Fractional-Delay Filter ในรูปแบบใหม่ที่ส่งผลให้โครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณที่ได้ (VFD Filter Structure) มีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำมากและปราศจากปัญหาเรื่องของ Transient ระหว่างการปรับค่าความหน่วงแบบ On-line ในเวลาจริง
- 2) สร้างงานวิจัยพื้นฐาน (Basic Research) ที่เป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาสาขาการวิจัยทางด้านการออกแบบและสร้างวงจรกรองสัญญาณเชิงเลข (Digital Filter Design and Implementation)
- 3) มุ่งเน้นการนำผลงานวิจัยที่ได้นำเสนอเพื่อตีพิมพ์ลงในวารสารวิชาการชั้นนำในระดับนานาชาติ โดยวารสารเป้าหมายที่ผู้วิจัยคาดว่าจะส่งเพื่อขอรับการพิจารณาสำหรับตีพิมพ์คือ IEEE Trans. Circuits and Systems I (CAS-I) หรือ IEEE Trans. Circuits and Systems II (CAS-II) หรือ IET Signal Processing หรือ Signal Processing, An International Journal (Elsevier) เป็นต้น
- 4) ผลงานวิจัยสามารถนำไปประยุกต์ต่อสำหรับการนำไปใช้งานในด้านต่างๆ โดยเฉพาะการนำไปใช้งานในรูปแบบเวลาจริงและการนำไปสร้างเป็นวงจรรวม

## 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

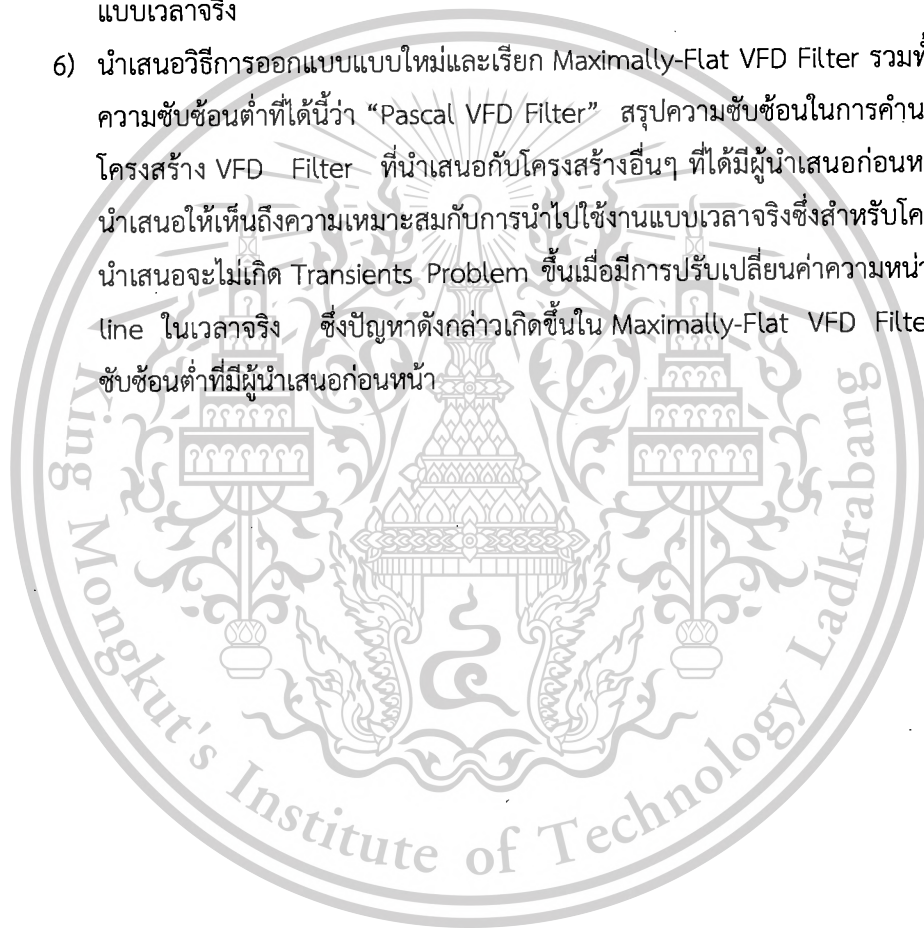
- 1) ศึกษาหลักการออกแบบและการทำงานของ Variable Digital Filter ในลักษณะต่างๆ โดยเฉพาะ Variable Fractional-Delay (VFD) Filter รวมทั้งรูปแบบการนำไปประยุกต์ใช้งานด้านต่างๆ
- 2) ทดลองออกแบบและจำลองการทำงานตามผลการศึกษาจากงานวิจัยต่างๆ ก่อนหน้าที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งทำการวิเคราะห์ถึงข้อดี-ข้อเสีย ของวิธีการออกแบบในแต่ละแบบ รวมทั้งผลของการทำงานที่ได้จากการออกแบบแต่ละแบบ
- 3) มุ่งเน้นพัฒนาหลักการออกแบบ Maximally-Flat VFD Filter เพื่อเป้าหมายให้ได้โครงสร้างของ VFD Filter ที่มีความซับซ้อนในการคำนวณต่ำที่สุด โดยเริ่มจากวิธีการออกแบบซึ่งเป็นที่นิยมโดยอาศัย Lagrange Polynomial และใช้โครงสร้างที่เรียกว่า Farrow Structure ในการจัดโครงสร้างของ VFD Filter ที่ออกแบบมาได้ วิเคราะห์ผลการออกแบบและความซับซ้อนในการคำนวณที่เกิดขึ้นในโครงสร้างของ VFD Filter

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

- 4) ทดลองการออกแบบ Maximally-Flat VFD Filter ในลักษณะอื่นที่ให้โครงสร้างของ VFD Filter แบบต่างๆ ที่มีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำลง เช่น โครงสร้าง Modified Farrow Structure หรือ โครงสร้างที่ได้จากการออกแบบด้วย Taylor's series เป็นต้น วิเคราะห์ผลในการทำงานโดยเฉพาะการนำไปประยุกต์ใช้งานแบบเวลาจริง
- 5) นำเอาหลักการทำ Interpolation ที่มีผู้นำเสนอเรียกว่า Pascal Interpolation เพื่อผู้วิจัยจะมุ่งเน้นนำเอา Basis Function ที่ใช้งานคือ Pascal Polynomial มาประยุกต์ใช้ในการนำเสนอวิธีการออกแบบ Maximally-Flat VFD Filter แบบใหม่ที่จะส่งผลให้ได้โครงสร้างของ VFD Filter มีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำและมีความเหมาะสมกับการนำไปใช้งานแบบเวลาจริง
- 6) นำเสนอวิธีการออกแบบแบบใหม่และเรียก Maximally-Flat VFD Filter รวมทั้งโครงสร้าง ความซับซ้อนต่ำที่ได้นี้ว่า "Pascal VFD Filter" สรุปความซับซ้อนในการคำนวณที่ได้จาก โครงสร้าง VFD Filter ที่นำเสนอกับโครงสร้างอื่นๆ ที่ได้มีผู้นำเสนอก่อนหน้า รวมทั้ง นำเสนอให้เห็นถึงความเหมาะสมกับการนำไปใช้งานแบบเวลาจริงซึ่งสำหรับโครงสร้างที่ได้ นำเสนอจะไม่เกิด Transients Problem ขึ้นเมื่อมีการปรับเปลี่ยนค่าความหน่วงแบบ On-line ในเวลาจริง ซึ่งปัญหาดังกล่าวเกิดขึ้นใน Maximally-Flat VFD Filter ที่มีความ ซับซ้อนต่ำที่มีผู้นำเสนอก่อนหน้า



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## บทที่ 2

### วงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน

#### 2.1 วงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์

วิธีการที่เป็นต้นแบบได้ดี (classical) ของวงจรรองสัญญาณผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัดที่ปรับค่าได้คือวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ (Lagrange-type VFD filter) โดยหัวข้อย่อๆนี้จะแสดงให้เห็นถึงวงจรรองสัญญาณเชิงเลขที่สามารถทำให้เป็นวงจรรองสัญญาณเชิงเลขที่ปรับค่าได้ (variable digital filter) ซึ่งวงจรรองสัญญาณดังกล่าวได้มาจากการประมาณค่าในช่วงลากรานจ์ (Lagrange interpolation) โดยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์สามารถหาเอาต์พุตได้ดังสมการที่ (2.1)

$$y(n) = \sum_{i=0}^N h_i(D) x(n-i) \quad (2.1)$$

และสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ได้ดังนี้

$$h_i(D) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^N \frac{D-k}{i-k} \quad (2.2)$$

สำหรับ  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  เมื่อ

$h_i(D)$  คือค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์

$D$  คือพารามิเตอร์ความหน่วง (delay parameter)

$N$  คืออันดับของวงจรรองสัญญาณเชิงเลขชนิดลากรานจ์

จากสมการที่ (2.2) จะแสดงตัวอย่างวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สอง ( $N = 2$ ) ซึ่งสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สองได้ดังนี้

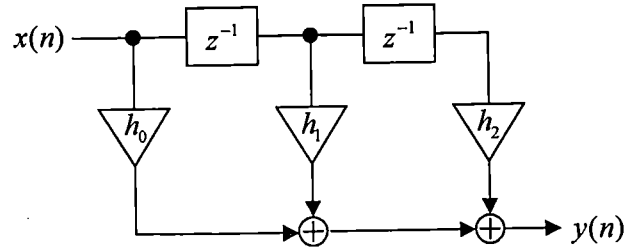
$$H(z) = \frac{1}{2}(D^2 - 3D + 2) + (-D^2 - 2D)z^{-1} + \frac{1}{2}(D^2 - D)z^{-2} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $h_0(D) = \frac{1}{2}(D^2 - 3D + 2)$ ,  $h_1(D) = (-D^2 - 2D)$  และ  $h_2(D) = \frac{1}{2}(D^2 - D)$  โดยเราสามารถแสดงตัวอย่างโครงสร้างแบบ direct form ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ได้ดังรูปที่ 1.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 2.1 โครงสร้างแบบ direct form ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิด  
ลากรานจ์อันดับที่สอง

จากฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการที่ (2.3) จะเห็นได้ว่าตัวอย่างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สองเป็นวงจรกรองที่สามารถเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของวงจรกรองได้ด้วยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วง ( $D$ ) โดยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วงจะส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองสัญญาณเปลี่ยนแปลง ทำให้ต้องมีการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองใหม่ทุกครั้งที่มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วง จากโครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณแบบ direct form ในรูปที่ 1.1 ก็จะทำให้เห็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของวงจรกรองสัญญาณสามารถทำได้โดยการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองสัญญาณ ซึ่งวิธีการที่จะทำให้วงจรกรองสัญญาณสามารถเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของวงจรกรองได้ด้วยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วง ( $D$ ) โดยค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองสัญญาณคงที่ ไม่ต้องคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ใหม่เมื่อเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วง สามารถนำเสนอได้ในโครงสร้างแฟร์โรว์ใน [5] จากสมการที่ (2.2) จะตัวอย่างวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สอง ( $N = 2$ ) ซึ่งสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สองได้ดังนี้

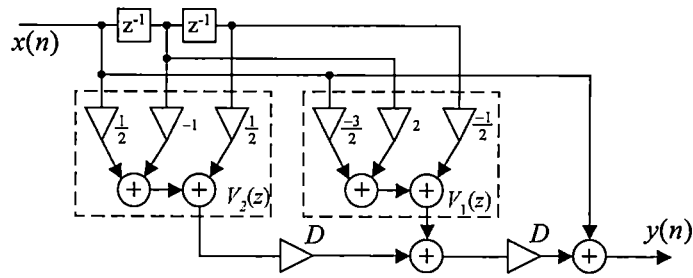
$$H(z, D) = 1 + D \left[ -\frac{3}{2} + 2z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2} \right] + D^2 \left[ \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2} \right] \quad (2.4)$$

เมื่อวงจรกรองสัญญาณย่อย  $V_0(z) = 1$ ,  $V_1(z) = -\frac{3}{2} + 2z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2}$  และ  $V_2(z) = \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}$  โดยเราสามารถแสดงตัวอย่างโครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สองได้ดังรูปที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

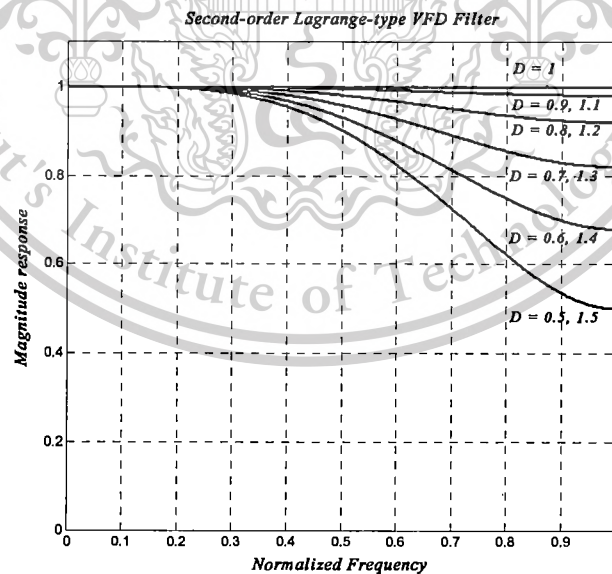
This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 2.2 โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิด  
ลากรางจอันดับที่สอง

จากฟังก์ชันถ่านโอนในสมการที่ (2.3) จะเห็นได้ว่าตัวอย่างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรางจอันดับที่สองที่นำเสนอด้วยโครงสร้างแบบแฟร์โรว์เป็นวงจรกรองที่สามารถเปลี่ยนแปลงคุณลักษณะของวงจรกรองได้ด้วยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วง ( $D$ ) โดยการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วงจะไม่ส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองสัญญาณเปลี่ยนแปลงเนื่องจากได้แยกพารามิเตอร์ความหน่วงออกจากค่าสัมประสิทธิ์ส่งผลทำให้โครงสร้างแบบแฟร์โรว์เป็นวงจรกรองสัญญาณเชิงเลขที่ปรับค่าได้ (variable digital filter) แบบ real-time ได้โดยไม่ต้องคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ใหม่เมื่อต้องการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ความหน่วง ( $D$ ) ดังนั้นจะสามารถแสดงตัวอย่างผลตอบสนองทางขนาดและผลตอบสนองความถี่ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรางจอันดับสองดังรูปที่ 2.3 และรูปที่ 2.4 ตามลำดับ

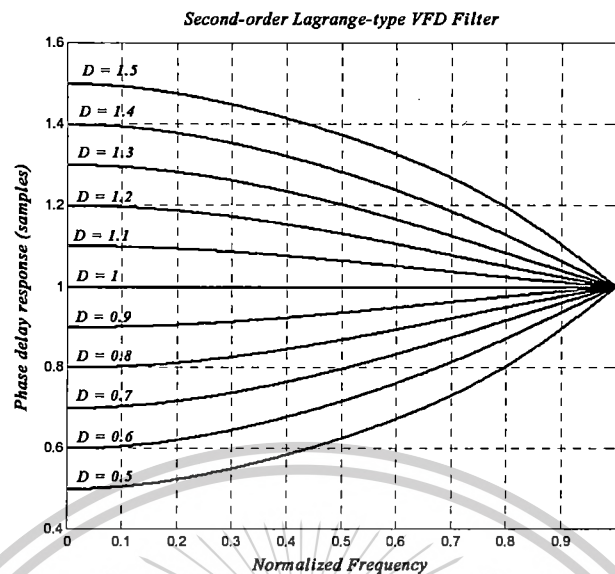


รูปที่ 2.3 แสดงผลตอบสนองทางขนาดวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิด  
ลากรางจอันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 2.4 แสดงผลตอบสนองความหน่วงเฟสของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสอง

## 2.2 วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนโดยใช้เมตริกซ์การแปลง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน (Variable fractional delay filter, VFD filter) ที่เป็นวงจรกรองสัญญาณผลตอบสนองอิมพัลส์จำกัด (FIR filter) โดยวงจรกรองสัญญาณที่ให้ผลตอบสนองทางขนาดที่มีความราบเรียบมากที่สุด (Maximally flat) คือวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ (Lagrange-type VFD filter) ซึ่งได้มาจากหลักการของการประมาณค่าในช่วงลากรานจ์ (Lagrange interpolation) นอกจากนี้ได้มีการพัฒนาวิธีการออกแบบต่างๆ ที่ใช้ในการออกแบบวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน โดยเหตุผลที่ต้องมีการออกแบบ VFD FIR filter เนื่องจากต้องการออกแบบโครงสร้างที่ให้ผลตอบสนองทางความถี่ที่ดีที่สุด มีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำและโครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนใหม่ๆ ที่มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าเดิม ดังนั้นเพื่อที่จะให้เข้าใจวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนมากขึ้นในหัวข้อนี้จึงได้นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวกับการออกแบบวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนในรูปแบบต่างๆ ได้ดังนี้

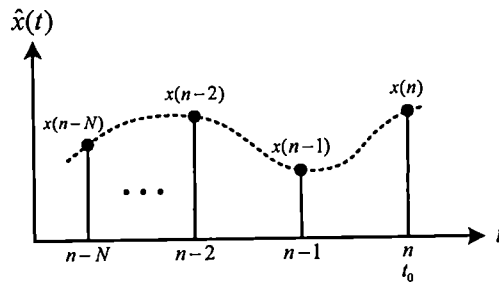
ในงานวิจัยนี้ [10-12] ได้นำเสนอโครงสร้างใหม่ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้จากการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์วงจรกรองย่อยใหม่ให้มีเฟสเป็นเชิงเส้นด้วยการใช้เมตริกซ์การแปลง (transformation matrix) โดยค่าสัมประสิทธิ์วงจรกรองย่อยที่ได้จากการคำนวณโดยใช้เมตริกซ์การแปลงจะมีลักษณะที่เฟสเป็นเชิงเส้นจะส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละวงจรกรอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

ย่อมมีความสมมาตร (symmetry) หรือปฏิสมมาตร (anti-symmetry) ทำให้วงจรกรองสามารถลดความซับซ้อนตัวคูณได้ประมาณ 50 เปอร์เซ็นต์



รูปที่ 2.5 การประมาณค่าในช่วงพหุนามดีกรี  $N$

ในหัวข้อจากงานวิจัย [10-12] ได้อธิบายถึงของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ในอันดับใด ๆ จากการประมาณค่าในช่วงด้วยพหุนามดีกรี  $N$  อย่างย่อเป็นประการแรกและแสดงถึงการสร้างแบบโดยตรงที่นำไปสู่โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ ซึ่งทั้งสองตัวกรองย่อเป็นเฟสเชิงเส้น แต่วงจรกรองย่อที่เหลือบางตัวอาจไม่เป็นเฟสเชิงเส้น ส่งผลทำให้ไม่สามารถลดความซับซ้อนของวงจรกรองได้อย่างมีประสิทธิภาพ

รูปที่ 2.5 แสดงให้เห็นว่า  $x(n-N), \dots, x(n-2), x(n-1), x(n)$  เป็นจุดตัวอย่างแบบยูนิฟอร์มของสัญญาณอนาล็อกที่มีแบนด์จำกัด  $x(t)$  ซึ่งถูกสุ่มตัวอย่างที่เวลา  $(n-N)Ts, \dots, (n-2)Ts, (n-1)Ts, nTs$  ซึ่ง  $Ts$  เป็นคาบเวลาการสุ่มตัวอย่าง เพื่อความง่ายผู้วิจัยกำหนดให้  $Ts = 1$

ในส่วนนี้จะบรรยายสั้น ๆ เกี่ยวกับอันดับที่ไม่มีกฎเกณฑ์ของวงจรกรอง VFD ชนิดคอซอลลากรานจ์ จากการประมาณค่าในช่วงพหุนามอันดับใด ๆ และแสดงให้เห็นถึงการดำเนินการโดยตรงที่นำไปสู่โครงสร้างแฟร์โรว์ โดยวงจรกรองย่อทั้งสองมีเป็นเฟสเชิงเส้น แต่ส่วนอื่นไม่มีเป็นเฟสเชิงเส้นจนในที่สุดได้แก้ปัญหาเชิงตัวเลขนี้ด้วยการแปลงเมตริกซ์ จากรูปที่ 1 สามารถแสดงสมการการประมาณค่าในช่วงพหุนามดีกรี  $N$  ได้ดังนี้

$$\hat{x}(t) = \sum_{k=0}^N c_k (t_0 - t)^k \quad (2.5)$$

จากรูปที่ 2.5 การลากผ่านจุดข้อมูลแบบไม่ต่อเนื่องจำนวน  $(N+1)$  จุด  $(n-k, x(n-k))$  ซึ่ง  $k=0, 1, 2, \dots, N$  และ  $t_0 = n$  เนื่องจาก  $\hat{x}(t)$  เป็นการประมาณสัญญาณอนาล็อกต้นฉบับ  $x(t)$  ทำให้การแทนค่าเวลา  $t \in [n-N, n]$  ใด ๆ ใน (2.5) จะทำให้ได้ค่าของสัญญาณที่ถูกประมาณค่าในช่วงที่เวลา  $t$  ให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$t = t_0 - D = n - D$$

จะได้

$$\hat{x}(t) = \hat{x}(n-D) = \sum_{k=0}^N c_k D^k \quad (2.6)$$

ซึ่ง  $D$  หมายถึงค่าความหน่วงจากเวลา  $t_0$  และค่า  $D$  จะเป็นค่าใด ๆ ที่อยู่ในช่วง  $D \in [0, N]$  ถ้า  $D$  เป็นค่าจำนวนเต็ม นั่นคือ  $D = 0, 1, 2, \dots, N$  ดังนั้น

$$\hat{x}(n-D) = x(n-D) \quad (2.7)$$

เพราะว่า  $\hat{x}(t)$  ลากผ่านจุดข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่องทุกจุดที่ได้กำหนดไว้ ทำการแทน  $D = 0, 1, 2, \dots, N$  ในลง (2.6) ทำให้ได้

$$\mathbf{Vc} = \mathbf{x} \quad (2.8)$$

โดย

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2^2 & \dots & 2^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & N & N^2 & \dots & N^N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ x(n-2) \\ \vdots \\ x(n-N) \end{bmatrix}$$

ดังนั้นเวกเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์สามารถคำนวณได้คือ

$$\mathbf{c} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{x} \quad (2.9)$$

เมื่อพิจารณาที่ผลลัพธ์สำหรับค่า  $D$  ใด ๆ  $\hat{x}(n-D)$  ใน (6) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$\hat{x}(n-D) = \mathbf{D}'\mathbf{c} = \mathbf{D}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{x} \quad (2.10)$$

โดย

$$\mathbf{D}' = [1 \quad D \quad D^2 \quad \dots \quad D^N]$$

สัญญาณที่ถูกประมาณค่าในช่วงตาม (2.10) สามารถมองได้เป็นเอาต์พุตของวงจรกรองแบบ FIR ที่มีค่าสัมประสิทธิ์แบบปรับค่าได้ (variable coefficient),  $\mathbf{D}'\mathbf{V}^{-1}$  นั่นคือ

$$y(n) = \hat{x}(n-D) = \mathbf{D}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{x} \quad (2.11)$$

ซึ่ง  $\mathbf{x}$  เป็นเวกเตอร์ของสัญญาณอินพุต กล่าวอีกอย่างหนึ่งได้คือสัญญาณเอาต์พุต  $y(n)$  เป็นการประมาณจากค่าจุดตัวอย่างของสัญญาณ  $x(t-D)$  ที่เวลา  $t=n$  ซึ่ง  $x(t-D)$  คือรูปแบบที่ถูกหน่วงไปของสัญญาณอนาล็อกต้นฉบับ  $x(t)$  ตัวกรองแบบ FIR ที่ปรับค่าได้ตาม (2.11) มีฟังก์ชันถ่ายโอนเป็น

$$H(z, D) = \mathbf{D}'\mathbf{V}(z) = \sum_{k=0}^N V_k(z) D^k \quad (2.12)$$

โดย

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ z^{-2} \\ \vdots \\ z^{-N} \end{bmatrix} \quad \mathbf{V}(z) = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{z} = \begin{bmatrix} V_0(z) \\ V_1(z) \\ V_2(z) \\ \vdots \\ V_N(z) \end{bmatrix}$$

สำหรับ  $D$  ที่เป็นจำนวนเต็มจะเห็นได้อย่างแน่ชัดจาก (2.7) ว่า

$$y(n) = \hat{x}(n-D)$$

นั่นคือ ฟังก์ชันถ่ายโอนจะกลายเป็น

$$H(z, D) = z^{-D}$$

จากนั้น ถ้า  $D=0$  โดยการแทนค่า  $D=0$  ลงใน (2.12) จะทำให้ได้

$$H(z, 0) = V_0(z) = 1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

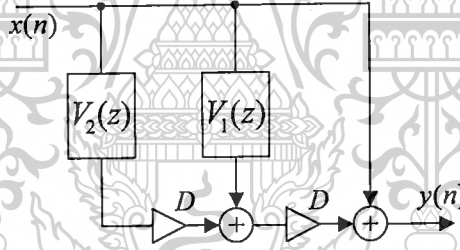
This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

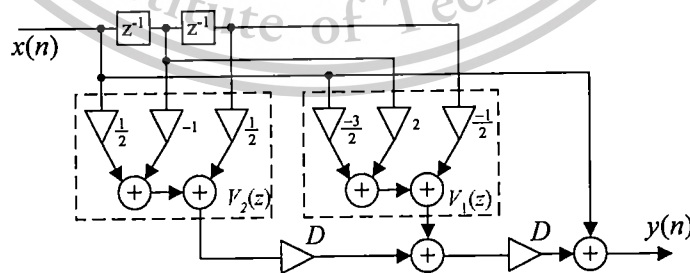
วงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์จากสมการที่ (2.11) ได้ถูกทำการสร้างแบบโดยตรงเป็นโครงสร้างแบบแฟร์โรว์ ยกตัวอย่างเช่นอันดับ  $N$  เท่ากับ 2 ซึ่งสามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ได้ดังนี้

$$H(z, D) = 1 + D \left[ -\frac{3}{2} + 2z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2} \right] + D^2 \left[ \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2} \right] \quad (2.13)$$

เมื่อ  $V_0(z) = 1$ ,  $V_1(z) = -\frac{3}{2} + 2z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2}$  และ  $V_2(z) = \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}$  โดยเราสามารถเขียนโครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสองได้ดังรูปที่ 2.5 ถึงรูปที่ 2.7 จากรูปที่ 2.5 แสดงภาพรวมของโครงสร้างแสดงโครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สอง รูปที่ 2.6 แสดงรายละเอียดของโครงสร้างในรูปที่ 2.5 ซึ่งจะประกอบด้วยจำนวนของการคูณ 8 ตัวและจำนวนของการบวก 6 ตัว รูปที่ 2.7 โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองในกรณีค่าสัมประสิทธิ์ในวงจรรองย่อยสมมาตรจะประกอบด้วยจำนวนของการคูณ 7 ตัวและจำนวนของการบวก 6 ตัวเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์ของการคูณสมมาตรจึงใช้ร่วมกันได้



รูปที่ 2.5 โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์

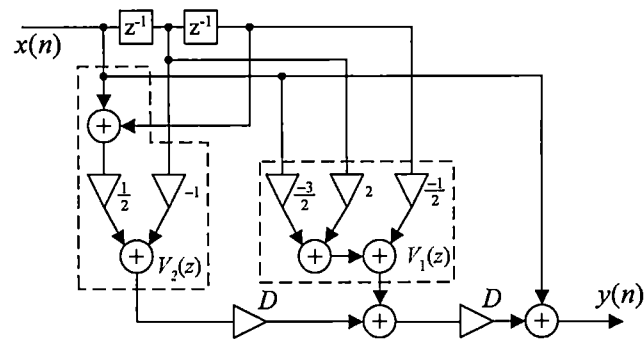


รูปที่ 2.6 โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองสัญญาณในกรณีทั่วไป (แสดงสัมประสิทธิ์วงจรรองย่อย)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 2.7 โครงสร้างแบบแลตทิซของวงจรกรองในกรณีค่าสัมประสิทธิ์ในวงจรกรองย่อยสมมาตร

ดังนั้นในการคำนวณหาความซับซ้อนของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิด  
ลากรางจ์ที่อันดับ  $N$  ใดๆ จะสามารถพิจารณาจำนวนของการคูณจำนวนของการบวกในกรณีทั่วไปได้  
ดังนี้

$$\text{Number of multiplications} = N(N+1) + N$$

$$\text{Number of additions} = N^2 + N$$

นอกจากนี้ยังมีวิธีการที่สามารถลดความซับซ้อนของการคำนวณของวงจรกรองได้ด้วยวิธีการแปลง  
โครงสร้างแบบแลตทิซซึ่งจะกล่าวในวิธีการในหัวข้อถัดไป

อย่างไรก็ตามตัวกรองย่อย  $V_k(z)$  ยกเว้นตัวกรองย่อยตัวสุดท้าย  $V_N(z)$  ไม่เป็นเฟสเชิงเส้น ซึ่ง  
จะทำให้รูปแบบการคำนวณในโครงสร้างเป็นไปอย่างไม่มีประสิทธิภาพ เพื่อแก้ปัญหานี้ผู้วิจัยได้ทำการ  
แยกค่าความหน่วง  $D$  ออกเป็นสองส่วนคือ

$$D = \frac{N}{2} + p \quad (2.14)$$

โดย

$$p \in \left[ -\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \right]$$

และได้ทำการพิสูจน์ใน [10] ที่ทำให้โครงสร้างใหม่ซึ่งตัวกรองย่อยเป็นเฟสเชิงเส้น สามารถทำได้  
โดยใช้เมตริกซ์การแปลงดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & \left(\frac{N}{2}\right) & \left(\frac{N}{2}\right)^2 & \left(\frac{N}{2}\right)^3 & \dots & \left(\frac{N}{2}\right)^N \\ 0 & 1 & \binom{2}{1}\left(\frac{N}{2}\right) & \binom{3}{1}\left(\frac{N}{2}\right)^2 & \dots & \binom{N}{1}\left(\frac{N}{2}\right)^{N-1} \\ 0 & 0 & 1 & \binom{3}{2}\left(\frac{N}{2}\right) & \dots & \binom{N}{2}\left(\frac{N}{2}\right)^{N-2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & \binom{N}{3}\left(\frac{N}{2}\right)^{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อ  $\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}$  และ

$\hat{\mathbf{V}}$  คือเมตริกซ์สัมประสิทธิ์วงจรรองย่อยใหม่

$\mathbf{T}$  คือเมตริกซ์การแปลง

$\mathbf{V}^{-1}$  คือเมตริกซ์แวนเดอร์มอนด์ผกผัน

วงจรรองย่อยใหม่สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\hat{\mathbf{V}}(z) = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{z}$$

(2.15)

เมื่อ  $\hat{\mathbf{V}}(z)$  คือเวกเตอร์สัมประสิทธิ์วงจรรองย่อยใหม่

$\hat{\mathbf{V}}$  คือเมตริกซ์สัมประสิทธิ์วงจรรองย่อยใหม่

$\mathbf{z}$  คือเวกเตอร์ unit delay

จะได้

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{T}\mathbf{V}^{-1}$$

(2.16)

ดังนั้นแถวของ  $\hat{\mathbf{V}}$  จะสอดคล้องกับเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของตัวกรองย่อยชุดใหม่  $\hat{V}_k(z)$  และทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนใน (2.12) กลายเป็น

$$\hat{H}(z, p) = \mathbf{p}^t \hat{\mathbf{V}} \mathbf{z} = \sum_{k=0}^N \hat{V}_k(z) p^k \quad (2.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

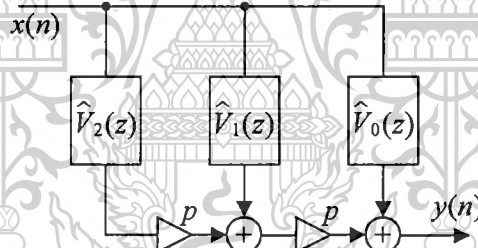
โดยที่

$$\mathbf{p}' = [1 \quad p \quad p^2 \quad \dots \quad p^N]$$

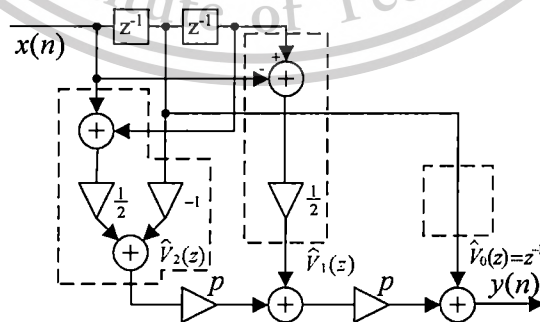
การหาค่าสัมประสิทธิ์ในวงจรกรองย่อยชุดใหม่ดังกล่าวนี้จะทำให้เกิดโครงสร้างใหม่ดังแสดงในรูปที่ 8 ถึงรูปที่ 9 ซึ่งตัวกรองย่อยทั้งหมด  $\hat{V}_k(z)$  มีเฟสเป็นเชิงเส้น โดยวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้จากการใช้เมตริกซ์การแปลงจากสมการที่ (2.17) โดยในที่นี้จะยกตัวอย่างเช่นอันดับ  $N$  เท่ากับ 2 สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ได้ดังนี้

$$\hat{H}(z, p) = z^{-1} + p \left[ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} z^{-2} \right] + p^2 \left[ \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2} z^{-2} \right] \quad (2.18)$$

เมื่อ  $\hat{V}_0(z) = z^{-1}$ ,  $\hat{V}_1(z) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} z^{-2}$  และ  $\hat{V}_2(z) = \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2} z^{-2}$  โดยเราสามารถเขียนโครงสร้างแบบแฟร์ไรร์ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้จากการแปลงดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 โครงสร้างแบบแฟร์ไรร์ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์



รูปที่ 2.9 โครงสร้างแบบแฟร์ไรร์ของวงจรกรองสัญญาณ (แสดงสัมประสิทธิ์วงจรกรองย่อย)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

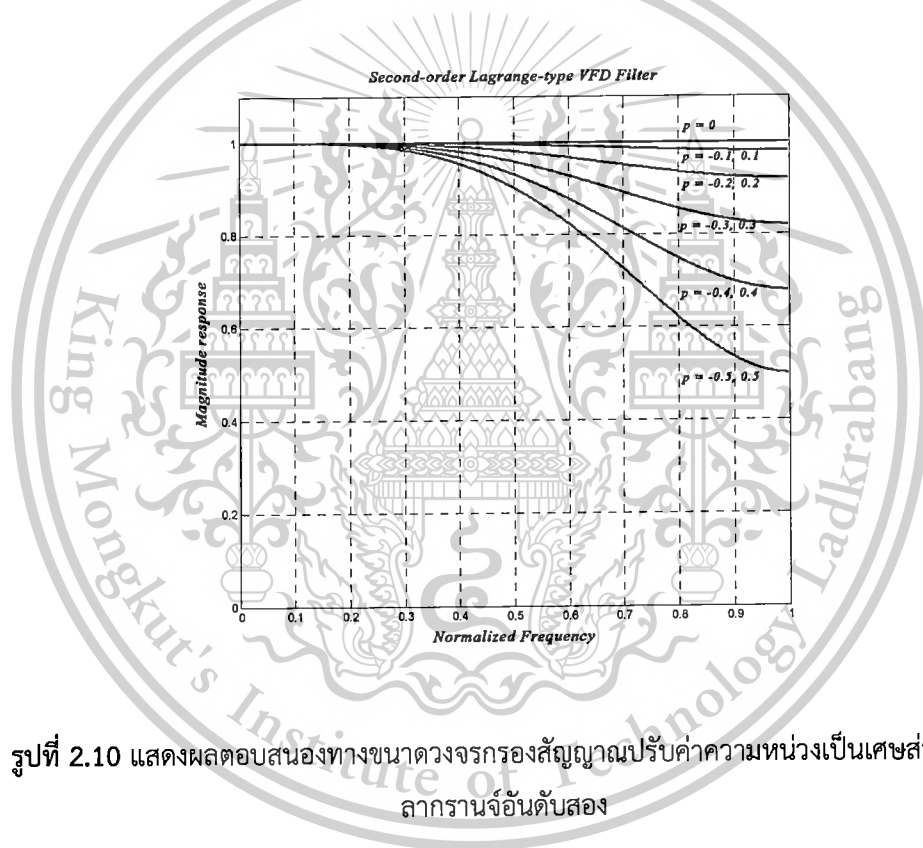
This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

จากรูปที่ 2.8 โครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์โดยใช้เมตริกซ์การแปลง ส่วนรูปที่ 2.9 แสดงรายละเอียดของโครงสร้างแบบแฟร์โรว์ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์โดยใช้เมตริกซ์การแปลง ซึ่งจะเห็นได้ว่าโครงสร้างจะประกอบด้วยจำนวนของการบวก 5 ตัวและจำนวนของการคูณ 5 ตัว ดังนั้นในการคำนวณหาความซับซ้อนของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่อันดับ  $N$  ใดๆ จะสามารถพิจารณาจำนวนของการคูณจำนวนของการบวกในกรณีทั่วไปได้ดังนี้

$$\text{Number of multiplications} = N^2 + \frac{N}{2}$$

$$\text{Number of additions} = \frac{N^2}{2} + \frac{3N}{2}$$

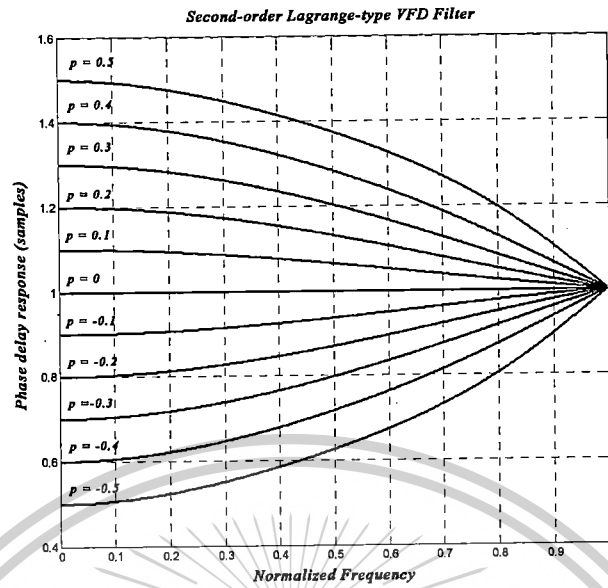


รูปที่ 2.10 แสดงผลตอบสนองทางขนาดวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



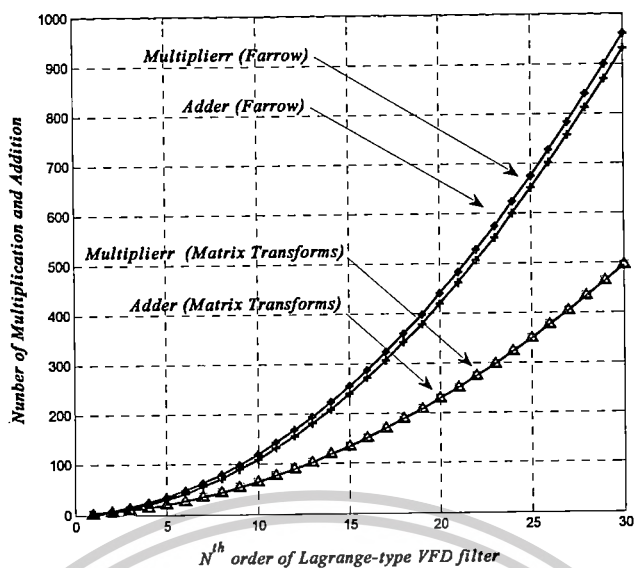
รูปที่ 2.11 แสดงผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิด ลากรานจ์อันดับสอง

โดยวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์กรณีทั่วไปและกรณีโดยใช้ เมตริกซ์การแปลงสามารถให้ผลตอบสนองทางขนาดและผลตอบสนองทางเฟสที่เหมือนกันแต่มีความ ชับซ้อนของวงจรกรองที่ไม่เท่ากัน และสามารถแสดงตัวอย่างของผลตอบสนองทางขนาดและ ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสองดังที่ 2.10 และรูปที่ 2.11 ตามลำดับ จากรูปที่ 2.12 จะแสดงตัวอย่างการเปรียบเทียบจำนวนความซับซ้อนของ การคำนวณในวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์กรณีทั่วไปและกรณีโดย ใช้เมตริกซ์การแปลงที่อันดับ  $N$  มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 30 โดยจะเห็นได้ว่าวงจรกรองสัญญาณปรับค่า ความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์โดยใช้เมตริกซ์การแปลงสามารถลดจำนวนตัวคูณได้ประมาณ 50 เปอร์เซ็นต์ นั่นคือสามารถลดความซับซ้อนของวงจรกรองสัญญาณได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



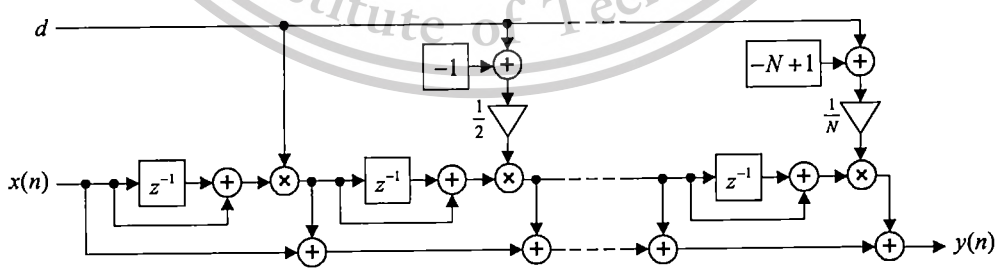
รูปที่ 2.12 แสดงตัวอย่างการเปรียบเทียบจำนวนความซับซ้อนของการคำนวณในวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์

2.3 วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเทย์เลอร์

งานวิจัยใน [13] เป็นการออกแบบโครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนอีกวิธีหนึ่งของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ ซึ่งการออกแบบได้ใช้ Taylor series expansion โดยออกแบบโครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเทย์เลอร์สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังนี้

$$H_N(z, d) = \sum_{n=0}^N \frac{d(d-1)\dots(d-[N-1])}{n!} (z^{-1}-1)^{-n} \tag{2.19}$$

เมื่อ  $d$  คือพารามิเตอร์ความหน่วงและจากฟังก์ชันถ่ายโอนนี้สามารถแสดงโครงสร้างได้ดังรูปที่ 2.13



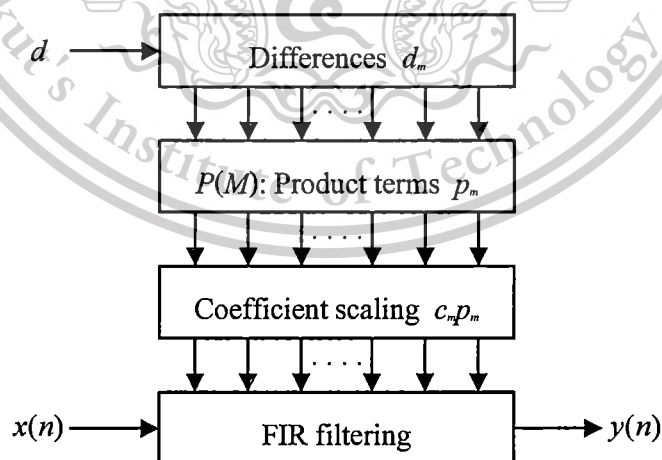
รูปที่ 2.13 แสดงโครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเทย์เลอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากโครงสร้างดังกล่าวซึ่งเป็นโครงสร้างที่อันดับที่  $N$  โดยความสัมพันธ์ของจำนวนของบวกลบและจำนวนของการคูณกับอันดับที่  $N$  จะมีจำนวนเป็นเชิงเส้นซึ่งสามารถหาจำนวนตัวบวกลบเท่ากับ  $3N-1$  และจำนวนตัวคูณเท่ากับ  $3N-3$  ตัวอย่างเช่นถ้าวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่นำเสนอใน [13] อันดับสอง จะได้จำนวนของการบวกลบเท่ากับ 5 ตัวและจำนวนของการคูณเท่ากับ 3 ตัวเมื่อเปรียบเทียบความซับซ้อนกับโครงสร้างวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับสองกรณีทั่วไปจะได้จำนวนของการบวกลบเท่ากับ 6 ตัวและจำนวนของการคูณเท่ากับ 8 ตัวและกรณีที่ใช้เมตริกซ์การแปลงจะได้จำนวนของการบวกลบเท่ากับ 5 ตัวและจำนวนของการคูณเท่ากับ 5 ตัวจะเห็นได้ว่าความซับซ้อนของโครงสร้างที่นำเสนอใน [13] นี้มีความซับซ้อนเท่ากันกับกรณีที่ใช้เมตริกซ์การแปลง แต่เมื่อวิเคราะห์โครงสร้างของวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่นำเสนอใน [13] จะพบว่าในทางปฏิบัติจะไม่เหมาะสมกับการใช้งานจริงเพราะว่าความเป็นจริงแล้วการนำวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนไปประยุกต์ใช้งานนั้น ในบางลักษณะงานวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนจะต้องมีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ความหน่วงตลอดเวลาเช่นการประยุกต์ใช้งาน sampling rate conversion (SRC) แต่ด้วยลักษณะโครงสร้างดังรูปที่ 2.13 เมื่อมีการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ความหน่วงจะต้องใช้ระยะเวลาช่วงหนึ่งตามอันดับของโครงสร้างที่  $N$  เพื่อให้ค่าผลลัพธ์เอาต์พุตที่ถูกต้อง จึงเป็นผลทำให้โครงสร้างของวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเทย์เลอร์เกิด transient

#### 2.4 วงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่นำเสนอโดย [14]

งานวิจัยนี้ [14] ได้ปรับปรุงมาจากวิธีการวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์แบบดั้งเดิม ซึ่งโครงสร้างที่นำเสนอในงานวิจัยนี้สามารถสรุปวิธีการทั้งหมดได้ดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 แสดงโครงสร้างทั้งหมดของโครงสร้างที่นำเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

โดยขั้นตอนแรกเป็นส่วนของการหาเทอมผลต่าง (Difference term,  $d_m$ ) โดยจะสามารถคำนวณได้จาก

$$d_m = d - b_m \quad (2.20)$$

เมื่อ  $d$  คือพารามิเตอร์ความหน่วงและ  $b_m$  คือ based-point set ซึ่ง  $m = 0, 1, 2, \dots, N$  จากนั้นค่าความต่างที่หาได้จะเข้ามาในส่วนของโครงสร้าง  $P(M)$  ซึ่งจะกำหนดค่าที่มีความสัมพันธ์กับอันดับของวงจรกรองคือ  $M = N + 1$  โดยในโครงสร้าง  $P(M)$  จะนำสัญญาณอินพุตที่จับคู่กันจะถูกคูณกับเทอมผลคูณ (product term,  $p_m$ ) สามารถหาดังสมการ

$$p_m = \prod_{k=0}^M d_k, \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (2.21)$$

จากนั้นค่าที่คุณส่งผ่านไปยังโครงสร้าง  $P(M)$  และจะถูกสลับคู่กัน (สลับสัญญาณ) ถ้าค่า  $M$  เป็นจำนวนคี่ค่าสุดท้ายของในโครงสร้างนี้จะถูกส่งโดยตรงไปยังโครงสร้าง  $P(M)$  โดยไม่ผ่านการคูณ ดังนั้นการสลับสัญญาณนี้จึงไม่จำเป็นที่จะต้องดำเนินการทางเลขคณิตแต่เป็นเพียงการสลับค่าเทอมผลคูณ (product term,  $p_m$ ) และขั้นตอนต่อมาคือ coefficient scaling เป็นขั้นตอนการหาค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองแต่ละตัวโดยสามารถหาดังสมการ

$$h_m = c_m p_m \quad (2.22)$$

เมื่อ

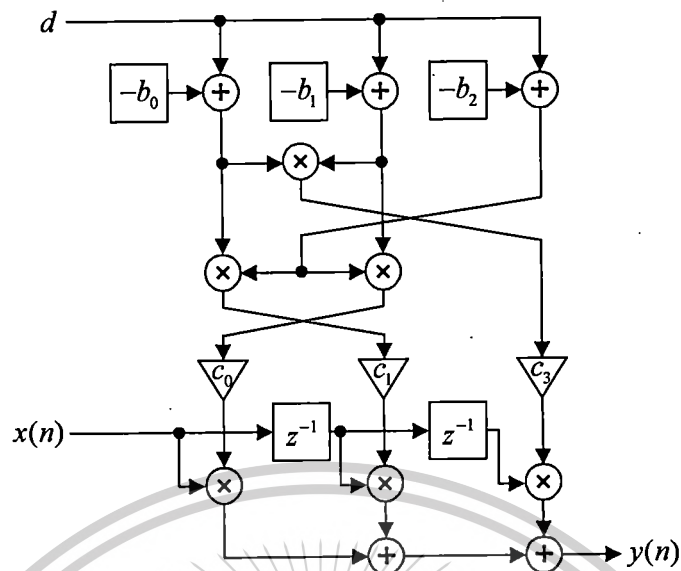
$$c_m = \prod_{k=0}^M \frac{1}{b_m - b_k}, \quad m = 0, 1, \dots, N \quad (2.23)$$

และจากนั้นสัญญาณเอาต์พุตจะส่งผ่านเข้า FIR filtering ตามลำดับ จากกระบวนการดังกล่าวเราสามารถหาความสัมพันธ์ของจำนวนของการบวกและจำนวนของการคูณกับอันดับที่  $N$  จะเป็นเชิงเส้นซึ่งสามารถหาจำนวนของการบวกเท่ากับ  $2N + 1$  และจำนวนของการคูณเท่ากับ  $5N - 1$  ตัวอย่างเช่นถ้าวงจรกรองสัญญาณอันดับสอง จะได้จำนวนของการบวกเท่ากับ 3 ตัวและจำนวนของการคูณเท่ากับ 9 และสามารถแสดงตัวอย่างโครงสร้างวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่น่าเสนอโดย [14] อันดับสองได้ดังรูปที่ 2.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 2.15 แสดงโครงสร้างวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่น่าเสนอโดย [14]

อันดับสอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

### บทที่ 3

#### โครงสร้างใหม่แบบของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการออกแบบวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่เป็นโครงสร้างแบบใหม่ โดยจะเป็นการอธิบายถึงที่มาและวิธีการซึ่งได้มาของโครงสร้างแบบใหม่ ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์

#### 3.1 การแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องและการประมาณค่าในช่วงปาสคาล

ในหัวข้อนี้จะเป็นกล่าวถึงการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (Discrete Pascal transform: DPT) และการประมาณค่าในช่วงปาสคาล (Pascal Interpolation) โดยการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องถือเป็นส่วนหนึ่งในหลายๆ การแปลงของการแปลงพหุนามไม่ต่อเนื่อง (Discrete polynomial transform) ซึ่งใน [18-19] ได้นำเสนอการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง ซึ่งการดำเนินการของการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องนี้ได้อาศัยเมตริกซ์แปลงปาสคาล (Pascal transform matrix) ที่ได้กล่าวใน [20] เพื่อช่วยในการดำเนินการแปลงสัญญาณ

จาก [18-19] หากพิจารณาการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องที่เป็นแบบ 1 มิติ (1-D) จะสามารถพิจารณาได้โดยกำหนดให้ผลการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องคือเวกเตอร์  $\mathbf{X}$  และข้อมูลที่ต้องการแปลงคือเวกเตอร์  $\mathbf{x}$  สามารถแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$\mathbf{X} = \mathbf{P}\mathbf{x} \quad (3.1)$$

เมื่อเวกเตอร์  $\mathbf{X}$  และ  $\mathbf{x}$  คือเวกเตอร์ 1 มิติที่มีขนาด  $N \times 1$  โดย  $\mathbf{X} = [X_0 \ X_1 \ \dots \ X_{N-1}]^T$  และ  $\mathbf{x} = [x(0) \ x(1) \ \dots \ x(N-1)]^T$  ส่วนเมตริกซ์  $\mathbf{P}$  คือเมตริกซ์แปลงปาสคาลที่มีขนาด  $N \times N$  ดังนั้นเพื่อแสดงรายละเอียดของการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องให้เข้าใจมากยิ่งขึ้นและการนำไปประยุกต์ใช้งานสำหรับการประมาณค่าในช่วง ในหัวข้อถัดไปจะสามารถอธิบายเป็นสองส่วนดังนี้ ส่วนแรกคือฟังก์ชันฐานหลักของการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (Basis Functions of DPT) และส่วนที่สองคือการประมาณค่าในช่วงปาสคาล (Pascal Interpolation) ซึ่งจะเป็นหลักการพื้นฐานเพื่อที่จะนำไปสู่วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน (VFD filter) ต่อไป

#### 3.1.2 ฟังก์ชันฐานหลักของการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (Basis Functions of DPT)

จาก [18] เมตริกซ์การแปลงปาสคาลสามารถแสดงฟังก์ชันฐานหลักของการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง โดยสามารถแสดงพหุนามปาสคาล  $P(x, k)$  ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$P_k(x) = P(x, k) = \frac{(-1)^k x^{(k)}}{k!} = (-1)^k \binom{x}{k} \quad ; x, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.2)$$

เมื่อ  $N$  คือขนาดของเมตริกซ์การแปลงปาสคาลและสัมประสิทธิ์ทวินาม (binomial coefficients) สามารถหาได้ดังนี้

$$\binom{x}{k} = \frac{x!}{k!(x-k)!} \quad (3.3)$$

จะเห็นได้ว่าจากสมการที่ (3.2) จะมีความสัมพันธ์กับสามเหลี่ยมปาสคาล (Pascal's triangle) โดยในสมการที่ (3.2) พจน์  $(-1)^k$  จะทำให้องค์ประกอบของเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  คือพหุนามปาสคาล  $P(x, k)$  ที่อยู่ในหลัก (column) ของเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  สลับเครื่องหมาย ส่วน  $x^{(k)}$  คือดัชนีของแถว (row index) และ  $k^{th}$  คือดัชนีหลัก (column index) ของเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  ตามลำดับ

จากสมการที่ (3.2) ฟังก์ชัน  $x^{(k)}$  คือ falling factorial powers สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$x^{(k)} = x(x-1)(x-2)\dots(x-k+2)(x-k+1) = \frac{x!}{(x-k)!} \quad ; k \geq 1 \quad (3.4)$$

โดย  $x^{(0)} = 1$  และ  $k$  คืออันดับของฟังก์ชันฐานหลัก (basis function) ตัวอย่างเช่น กำหนดฟังก์ชันฐานหลักของการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องเท่ากับ 4 ดังนั้นจะประกอบด้วยพหุนามปาสคาลจำนวน 4 ค่าคือ

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = -x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}x(x-1) = -\frac{1}{2}(x-1)P_1(x)$$

$$P_3(x) = -\frac{1}{6}x(x-1)(x-2) = -\frac{1}{3}(x-2)P_2(x)$$

ดังนั้นสามารถเขียนเป็นสมการที่สามารถแสดงความสัมพันธ์กับพหุนามปาสคาล  $P_k(x)$  โดยสามารถแสดงเป็นสมการใหม่ในรูปแบบ recursive form ได้ดังนี้

$$P_{k+1}(x) = -\frac{1}{k+1}(x-k)P_k(x) \quad (3.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

ดังนั้นจากตัวอย่างของพหุนามปาสคาล  $P_k(x)$  ทั้ง 4 ค่าสามารถแสดงองค์ประกอบของเมตริกซ์การแปลงปาสคาลขนาด  $4 \times 4$  ได้ดังนี้

$$\mathbf{P} = [P(x, k)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

คุณสมบัติที่สำคัญของเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  สามารถสรุปได้ดังนี้

- องค์ประกอบของหลัก (column) แรกในเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  จะมีค่าเท่ากับ 1
- คุณลักษณะของเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  จะเป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (lower triangle)
- ผลรวมขององค์ประกอบของแถว (row) ในเมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  จะมีค่าเท่ากับ 0 (ยกเว้นแถวแรก)
- เมตริกซ์การแปลงปาสคาล  $\mathbf{P}$  จะมีค่าเท่ากับเมตริกซ์การแปลงปาสคาลผกผัน  $\mathbf{P}^{-1}$

### 3.1.3 การประมาณค่าในช่วงปาสคาล (Pascal Interpolation)

กำหนดให้  $x_L(n)$  คือสัญญาณที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของสัญญาณ  $x(n)$  ซึ่งจุดของข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าในช่วงกำหนดให้มีค่าแฟคเตอร์เท่ากับ  $L$  นั่นคือจะมีการแทรกของข้อมูลใหม่ที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงระหว่างช่วงสัญญาณ  $x(n)$  ทุก ๆ ช่วงที่ทำการสุ่มสัญญาณเป็นจำนวน  $L-1$  จุด (samples) วิธีการประมาณค่าในช่วงแบบใหม่ดังกล่าวนี้ได้ใช้วิธีการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (Discrete Pascal transform: DPT) ดังที่กล่าวถึงใน [18] และได้นำเสนอใน [19] แนวความคิดในการใช้การประมาณค่าในช่วงปาสคาลจะมีความคล้ายคลึงกับหลักการกระจายอนุกรมฟูเรียร์ (Fourier series expansion) นั่นคือสัญญาณคาบ (periodic signal) สามารถแสดงได้โดยการใช้ weighted-sum of exponential basis functions ในกรณีนี้การแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่องค่าพหุนามปาสคาล  $P_k(x)$  คือสมการที่ได้จากฟังก์ชันฐานหลักในสมการที่ (76) ดังนั้นสัญญาณเวลาที่ไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบ weighted-sum ของฟังก์ชันฐานหลักการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (DPT basis functions) ได้ดังนี้

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k P_k(n) \quad ; 0 \leq n \leq N-1 \quad (3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

ค่าน้ำหนักดังกล่าวเรียกว่าสัมประสิทธิ์ปาสคาล  $X_k$  สามารถหาได้จากการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (DPT) ดังนี้

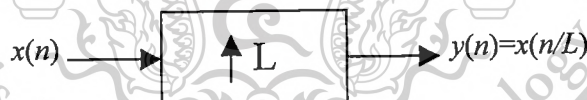
$$X_k = \sum_{n=0}^k (-1)^n \binom{k}{n} x(n) \quad ; 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.8)$$

เมื่อ  $N$  คือจำนวนข้อมูลอินพุต (input samples) และ  $P_k(n)$  คือพหุนามปาสคาลอันดับที่  $k$  และเมื่อเปรียบเทียบพหุนามปาสคาลกับอนุกรมฟูเรียร์ค่าสัมประสิทธิ์ปาสคาล  $X_k$  จะมีความคล้ายคลึงกันกับสัมประสิทธิ์อนุกรมฟูเรียร์

ในการประมาณค่าในช่วงของสัญญาณอินพุตที่ไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  ที่มีแฟคเตอร์  $L$  จากข้อมูลอินพุต  $x(n)$  ขนาด  $N$  จำนวนจะสามารถสร้างข้อมูลเอาต์พุต (output samples)  $x_L(n)$  ขนาด  $N+(L-1)(N-1)$  จำนวน นั่นคือเราสามารถแบ่งช่วงเวลาที่ time-index  $n$  เป็น  $1/L$  ส่งผลทำให้เท่ากับว่าเป็นการเปลี่ยนฟังก์ชันฐานหลักจาก  $P_k(n)$  ไปสู่  $P_k(n/L)$  ดังนั้นเราจะได้การประมาณค่าในช่วงของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่อง  $x_L(n)$  ได้ดังนี้

$$x_L(n) = x\left(\frac{n}{L}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k P_k\left(\frac{n}{L}\right) \quad ; 0 \leq n \leq [N+(L-1)(N-1)]-1 \quad (3.9)$$

สมการที่ (3.9) คือกฎแจกหลักที่ใช้ในการประมาณค่าในช่วงปาสคาล เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นสามารถแสดงภาพแนวคิดของกระบวนการประมาณค่าในช่วงจากสัญญาณอินพุต  $x(n)$  ไปสู่สัญญาณ  $x(n/L)$  ได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แสดงภาพแนวคิดของกระบวนการประมาณค่าในช่วงปาสคาล

โดยกระบวนการในรูปที่ 3.1 จะสอดคล้องกับสมการที่ (3.8) และสมการที่ (3.9) ตามลำดับ ตัวอย่างเช่น กำหนดให้ลำดับของสัญญาณอินพุต  $x(n) = [1 \ 2 \ 3]$  และต้องการประมาณค่าในช่วงปาสคาลโดยกำหนดให้  $L$  เท่ากับ 3 จากสมการที่ (3.8), สมการที่ (3.2) และสมการที่ (3.3) จะได้สัมประสิทธิ์ปาสคาลได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

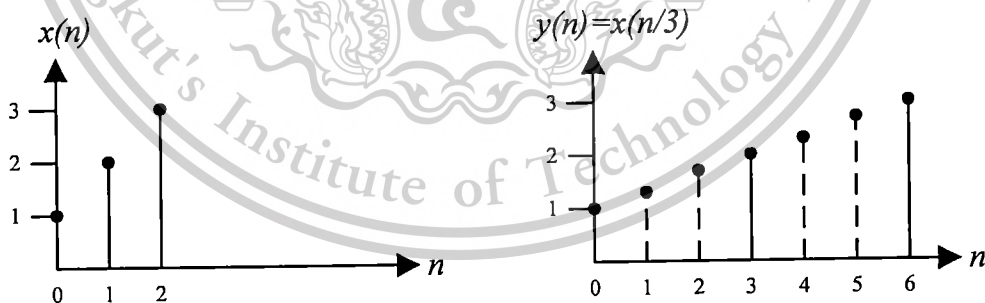
จากนั้นประมาณค่าในช่วงของสัญญาณโดยใช้สมการที่ (3.9) จะได้

$$y(n) = x\left(\frac{n}{3}\right) = X_0 + \left(-\frac{n}{3}\right)X_1 + \left(\frac{1}{2} \frac{n}{3} \left(\frac{n}{3} - 1\right)\right)X_2 \quad ; 0 \leq n \leq 6 \quad (3.11)$$

แทนค่า  $X_0$ ,  $X_1$  และ  $X_2$  จากสมการที่ (3.9) ในสมการที่ (3.10) จะได้เอาต์พุต  $y(n)$  ดังนี้

$$\begin{aligned} y(0) &= x(0) = 1 \\ y(1) &= x\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} \\ y(2) &= x\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} \\ y(3) &= x(1) = 2 \\ y(4) &= x\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} = 2 + \frac{1}{3} \\ y(5) &= x\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{3} = 2 + \frac{2}{3} \\ y(6) &= x(2) = 3 \end{aligned}$$

ดังนั้นสามารถแสดงแสดงสัญญาณอินพุต  $x(n)$  และเอาต์พุตที่ได้จากการประมาณค่าในช่วง  
ปาสคาล  $y(n) = x(n/3)$  ดังรูปที่ 3.2



(a) สัญญาณอินพุตที่ไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$

(b) สัญญาณเอาต์พุต  $y(n) = x(n/3)$

รูปที่ 3.2 แสดงตัวอย่างการประมาณค่าในช่วงปาสคาล (แพคเตอร์  $L=3$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

วิธีการประมาณค่าในช่วงปาสคาลจะใช้พหุนามปาสคาลอันดับที่  $k^{\text{th}}$  ในการ fit กับค่าข้อมูลจำนวน  $k+1$  จุดข้อมูล (samples) และวิธีการประมาณค่าในช่วงปาสคาลเป็นวิธีการแบบเดียวกับวิธีการประมาณค่าในช่วงลากรานจ์ ซึ่งวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ได้ประยุกต์มาจากการประมาณค่าในช่วงลากรานจ์ ดังนั้นการประมาณค่าในช่วงปาสคาลสามารถพัฒนาไปสู่โครงสร้างแบบใหม่สำหรับวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่ให้ผลตอบสนองทางขนาดแบบราบเรียบที่สุดได้เช่นกัน

### 3.2 โครงสร้างแบบใหม่ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน

การประมาณค่าในช่วงปาสคาลสามารถออกแบบให้เป็นวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (new VFD filter) ได้จากพหุนามปาสคาลที่ได้ fitting จุดข้อมูล ซึ่งวิธีการออกแบบวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนปาสคาลก็นำค่าพหุนามปาสคาลไปแทนที่เหมือนการนำค่าพหุนามลากรานจ์ไปการออกแบบเป็นวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนลากรานจ์ ดังนั้นจึงใช้แนวคิดนี้ไปสู่การออกแบบและนำเสนอโครงสร้างของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (new VFD filter) โดยวงจรรองนี้จะมีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับการแปลงปาสคาลไม่ต่อเนื่อง (Discrete Pascal transform: DPT) และการประมาณค่าในช่วงปาสคาล (Pascal Interpolation) ซึ่งได้กล่าวถึงในหัวข้อที่แล้ว ดังนั้นในหัวข้อนี้จะเป็นการกล่าวถึงการออกแบบและสร้างวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (new VFD filter)

จากสมการที่ (85) ตัวอย่างค่าสัมประสิทธิ์ปาสคาลที่คำนวณได้ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเมตริกซ์สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ปาสคาลที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงปาสคาลกับตัวแปรวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ได้ดังนี้

$$x(0) = x(n) \quad ; \text{ present input}$$

$$x(1) = x(n-1) \quad ; \text{ 1 sample delayed input}$$

$$x(2) = x(n-2) \quad ; \text{ 2 samples delayed input.}$$

ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

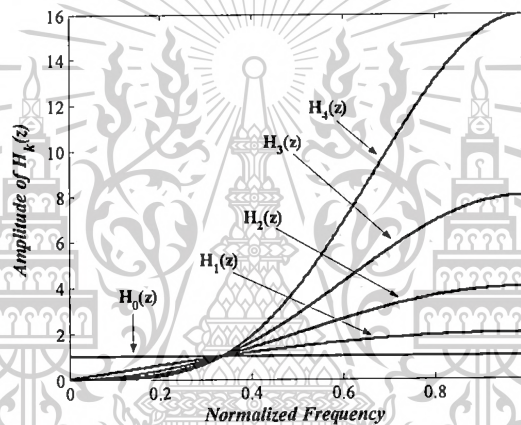
$$X_0 = x(n)$$

$$X_1 = x(n) - x(n-1)$$

$$X_2 = x(n) - 2x(n-1) + x(n-2)$$

จากสัมประสิทธิ์ปาสคาล  $X_0$ ,  $X_1$  และ  $X_2$  สามารถพิจารณาวงจรกรองสัญญาณทางด้านเอาต์พุตได้คือ  $(1-z^{-1})^k$  เมื่อ  $k=0, 1, \dots, N$  และ  $N$  คืออันดับของวงจรกรองสัญญาณดังนั้นสามารถแสดงค่าสัมประสิทธิ์ปาสคาลที่สัมพันธ์กับฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับที่  $k^{\text{th}}$  ใดๆ ที่อยู่ในช่วง  $0 \leq k \leq N$  ได้ดังนี้

$$Z\{X_k\} = H_k(z) X(z) = (1-z^{-1})^k X(z) \quad (3.13)$$



รูปที่ 3.3 แสดงคุณสมบัติของ  $H_k(z)$  (ผลตอบสนองทางขนาด)

เมื่อพิจารณาในพจน์ของ  $H_k(z) = (1-z^{-1})^k$  ฟังก์ชันถ่ายโอน  $H_k(z)$  จะมีคุณลักษณะของวงจรกรองสัญญาณความถี่สูง ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างคุณสมบัติของ  $H_k(z)$  สำหรับอันดับที่  $k^{\text{th}}$  ได้ดังรูปที่ 3.3

โดยสัมประสิทธิ์ปาสคาล  $X_k$  ที่ได้ก็คือการป้อนสัญญาณอินพุตผ่านเข้าไปในวงจรกรองความถี่สูง  $(1-z^{-1})^k$  เมื่อ  $k=0, 1, \dots, N$  ในบางครั้งจะเรียกวงจรกรองสัญญาณนี้ว่าวงจรกรองทวินาม (binomial filters) เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองคือสัมประสิทธิ์ทวินาม

จากสมการที่ (3.11) เปลี่ยนตัวแปร  $n/L$  ให้เป็นพารามิเตอร์ความหน่วง  $D$  ดังนั้นสามารถเขียนสมการวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ได้ดังนี้

$$x(n-D) = y(n) = X_0 + (-D)X_1 + \left(\frac{1}{2}D(D-1)\right)X_2 \quad ; 0 \leq D \leq N \quad (3.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

เมื่อ  $N$  คืออันดับของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ตัวอย่างเช่นวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สอง ( $2^{\text{nd}}$ -order new VFD filter) จากสมการที่ (3.14) จะได้เอาต์พุตของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สองได้ดังนี้

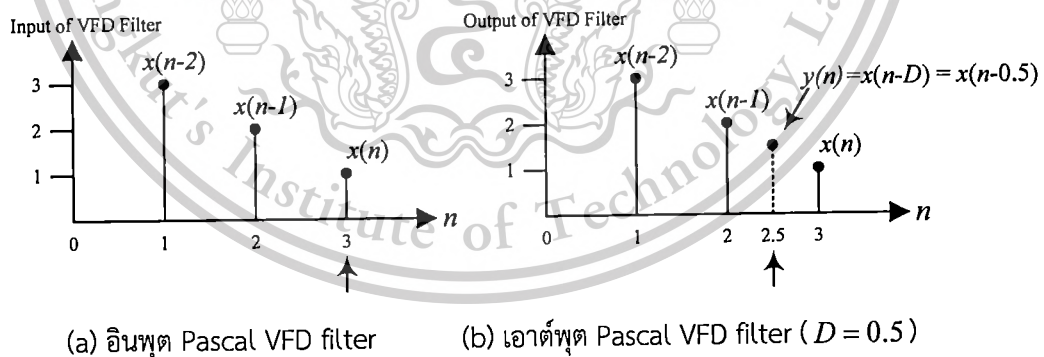
$$y(n) = x(n) + D \left[ -\frac{3}{2}x(n) + 2x(n-1) - \frac{1}{2}x(n-2) \right] + D^2 \left[ \frac{1}{2}x(n) - x(n-1) + \frac{1}{2}x(n-2) \right] \quad (3.15)$$

และหาฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สองได้ดังนี้

$$\hat{H}(z, D) = H(z, D) = 1 + D \left[ -\frac{3}{2} + 2z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-2} \right] + D^2 \left[ \frac{1}{2} - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2} \right] \quad (3.16)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สองจะมีค่าเท่ากับฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์อันดับที่สองในสมการที่ (2.13) ในบทที่ 2

สมมติให้วงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สอง กำหนดให้สัญญาณอินพุตมีค่า  $x(n) = 1$ ,  $x(n-1) = 2$  และ  $x(n-2) = 3$  ซึ่งถ้าเรากำหนดค่าพารามิเตอร์ความหน่วง  $D = 0.5$  ดังนั้นจะได้เอาต์พุต  $y(n) = x(n-0.5) = 1.5$  สามารถแสดงรูปได้ดังนี้



รูปที่ 3.4 แสดงอินพุตและเอาต์พุตของกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนปาสคาลอันดับที่สอง

จากฟังก์ชันถ่ายโอนจากสมการที่ (3.13) สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนใหม่ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$H_k(z) = \frac{Z\{X_k\}}{X(z)} = (1-z^{-1})^k \quad ; k = 0, 1, 2, \dots, N \quad (3.17)$$

พิจารณาสมการที่ (3.17) จะเห็นได้ว่า  $H_k(z)$  คือวงจรรอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ( $1^{\text{st}}$ -order digital differentiator) และเป็นวงจรรอนุพันธ์อันดับหนึ่งต่อกัน  $k$  ชุด (section) และจากสมการที่ (3.9) เป็นการประมาณค่าในช่วงสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่อง เราสามารถที่จะออกแบบวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนปาสคาลได้ด้วยการเปลี่ยนแปลงตัวแปร  $n/L$  เป็นพารามิเตอร์ความหน่วง  $D$  ดังนั้นสามารถเขียนสมการวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนปาสคาลได้ดังนี้

$$y(n) = \sum_{k=0}^N P_k(D) X_k \quad (3.18)$$

เมื่อ  $N$  คืออันดับของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่และพหุนามปาสคาลของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่แสดงสมการได้ดังนี้

$$P_k(D) = \frac{(-1)^k D^{(k)}}{k!} \quad (3.19)$$

เมื่อ  $D^{(k)} = D(D-1)(D-2)\dots(D-k+2)(D-k+1)$  และจากสมการฟังก์ชันถ่ายโอน (3.17) จะสังเกตได้ว่าระบบของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่จะประกอบด้วยสองระบบด้วยกัน ซึ่งส่วนแรกของระบบที่มีลักษณะเป็นวงจรรองความถี่สูงและส่วนที่สองของระบบที่เป็นส่วนของเอาต์พุต ดังนั้นเราสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนใหม่ได้จากสมการที่ (3.17) และ (3.18) ดังนี้

$$\hat{H}(z, D) = \sum_{k=0}^N P_k(D)(1-z^{-1})^k \quad (3.20)$$

หรือเราสามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนในรูปแบบของสมการเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\hat{H}(z, D) = \sum_{k=0}^N P_k(D)(1-z^{-1})^k = \hat{\mathbf{p}}^T \mathbf{P} \mathbf{z} \quad (3.21)$$

เมื่อ  $\mathbf{P}$  คือเมตริกซ์การแปลงปาสคาล

$\hat{\mathbf{p}}$  คือเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ความหน่วงปาสคาล (Pascal-delay coefficient vector)

โดย

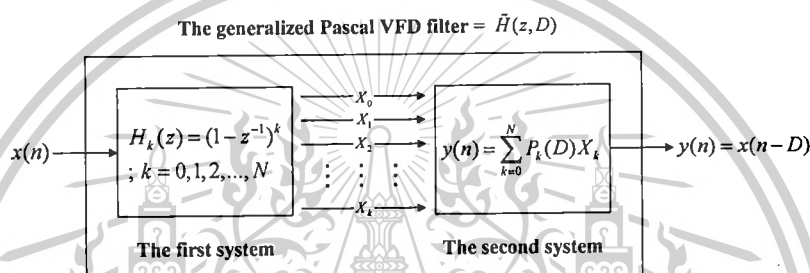
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

$$\hat{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} P_0(D) \\ P_1(D) \\ P_2(D) \\ \vdots \\ P_k(D) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ z^{-2} \\ \vdots \\ z^{-k} \end{bmatrix}$$

เพื่อให้เข้าใจระบบของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่น่าเสนอง่ายยิ่งขึ้น เราสามารถแสดงส่วนประกอบและกลไกการทำงานของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่น่าเสนอได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แสดงระบบของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่น่าเสนอ

การจัดโครงสร้างของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (new VFD filter) จากรูปที่ 3.5 เราจะพิจารณาระบบของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่ละระบบ จะเห็นได้ว่าระบบส่วนแรกเราสามารถพิจารณาได้เป็นระบบ single-input multi-output (SIMO) ซึ่งระบบนี้เราจะเรียกว่าวงจรรส่วนหน้า (front-end) และจะเรียกระบบส่วนที่สองว่าวงจรรส่วนหลัง (back-end) ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ซึ่งวงจรรส่วนหลังนี้เป็นส่วนที่สำคัญในการปรับเปลี่ยนความหน่วงของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ดังนั้นเพื่อที่จะแสดงระบบของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น เนื้อหาต่อไปนี้จะเป็นการอธิบายถึงวงจรรส่วนหน้า (front-end) และวงจรรส่วนหลัง (back-end) ของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่

### 3.2.1 วงจรรส่วนหน้าของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (Front-end of new VFD Filter)

วงจรรส่วนหน้าของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ซึ่งก็คือระบบส่วนหน้า ที่แสดงในรูปที่ 3.5 กล่าวคือระบบส่วนหน้าได้ใช้วงจรรองความถี่สูงดังที่แสดงวงจรรอง  $H_k(z)$

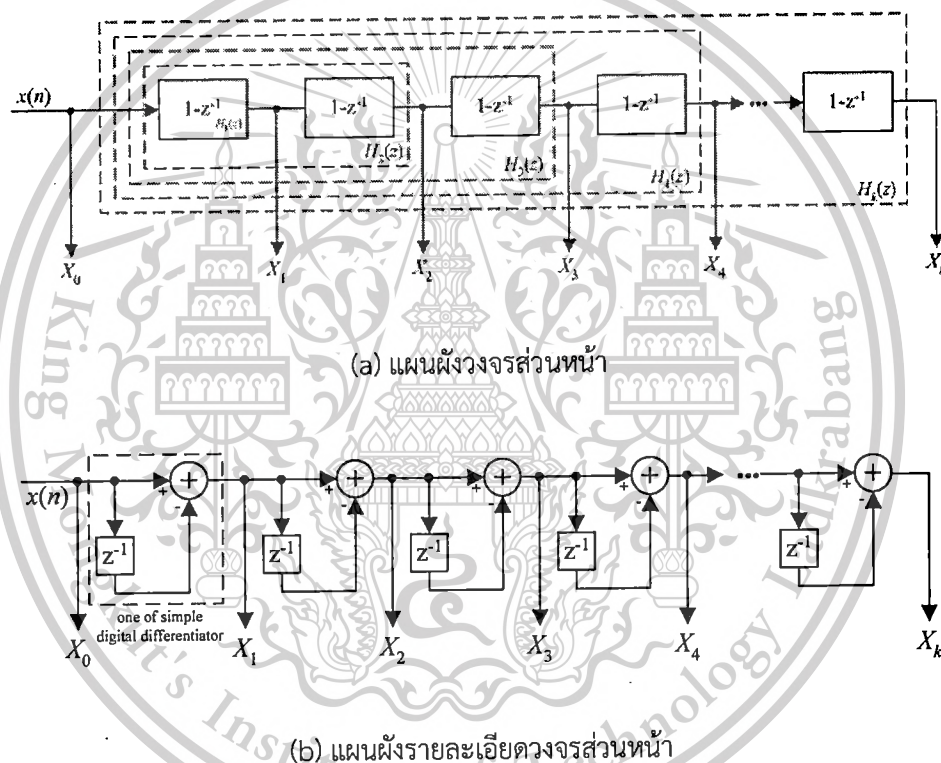
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

ในสมการที่ (3.17) โดยสัญญาณอินพุตที่ผ่านระบบส่วนหน้าจะให้เอาต์พุตนั้นคือสัมประสิทธิ์ปาสคาล  $X_k$  ในความเป็นจริงแล้วสัมประสิทธิ์ปาสคาลจะเป็น time-domain signal โดยหลังจากที่ระบบส่วนหน้าคำนวณได้ค่าสัมประสิทธิ์ปาสคาลออกมา และต่อจากนั้นสัมประสิทธิ์ปาสคาลจะผ่านเข้าไปสู่ระบบส่วนที่สองซึ่งถูกเรียกว่าวงจรส่วนหลัง (back-end section)

การสร้างวงจรส่วนหน้าของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่สามารถสร้างโครงสร้างของโดยวงจรส่วนหน้า ซึ่งสามารถสร้างได้โดยตรงจากฟังก์ชันถ่านโอน  $H_k(z)$  ในสมการที่ (3.17) นั่นคือเป็นการนำวงจรอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (1<sup>st</sup>-order digital differentiator) มาต่อเรียงกัน (cascade) ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดโครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณส่วนหน้าได้ดังรูปที่ 3.6 (a) และรูปที่ 3.6 (b)



รูปที่ 3.6 แสดงวงจรส่วนหน้าของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่

พิจารณาแผนผังรายละเอียดของโครงสร้างวงจรส่วนหน้าในรูปที่ 3.6 (b) ซึ่งจะเห็นได้ว่าเป็นโครงสร้างที่ปราศจากตัวคูณ (multiplierless) โดยจะประกอบด้วยการบวก (การลบ) เท่านั้นซึ่งโครงสร้างดังกล่าวต้องการตัวบวกเท่ากับ  $N$  ตัว ดังนั้นสามารถสรุปความซับซ้อนของโครงสร้างวงจรส่วนหน้าได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

Number of addition =  $N$

### 3.2.2 วงจรส่วนหลังของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (Back-end of new VFD Filter)

ในส่วนของวงจรส่วนหลังของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่เป็น ส่วนที่ใช้สำหรับปรับเปลี่ยนความหน่วงของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ โดยจะสามารถปรับเปลี่ยนค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนได้และสามารถปรับเปลี่ยนได้แบบ online วงจร ส่วนหลังสามารถสร้างได้จากสมการที่ (3.18) และสมการที่ (3.19) โดยอินพุตของวงจรส่วนหลังได้มาจาก เอาต์พุตของวงจรส่วนหน้า นั่นคือสัมประสิทธิ์ปาสคาล  $X_k$  และเอาต์พุตของวงจรส่วนหลังแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x(n-D) = y(n) &= \sum_{k=0}^N P_k(D) X_k \\ &= P_0(D) X_0 + P_1(D) X_1 + P_2(D) X_2 + P_3(D) X_3 + \dots + P_{k-1}(D) X_{k-1} + P_k(D) X_k \end{aligned} \quad (3.22)$$

จากสมการที่ (3.19) และนิยามของ falling factorial power  $D^{(k)}$  จะได้

$$\begin{aligned} y(n) &= X_0 - DX_1 + \frac{1}{2} D(D-1) X_2 - \frac{1}{6} D(D-1)(D-2) X_3 + \dots \\ &+ \frac{(-1)^{N-1}}{(N-1)!} D(D-1)(D-2) \dots (D-N+2) X_{N-1} \\ &+ \frac{(-1)^N}{N!} D(D-1)(D-2) \dots (D-N+1) X_N \end{aligned} \quad (3.23)$$

จากนั้นได้ใช้กฎของ Horner เพื่อตั้งพจน์การคูณร่วมนั้นคือ

$$y(n) = X_0 + D \left[ -X_1 + \frac{(D-1)}{2} \left[ +X_2 + \frac{(D-2)}{3} \left[ -X_3 + \frac{(D-3)}{4} \left[ \dots \left[ \dots X_{N-1} - \frac{(D-N-1)}{N} X_N \right] \dots \right] \right] \right] \right] \quad (3.24)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.24) สามารถแสดงวงจรส่วนหลังของวงจรกรองสัญญาณปรับค่า ความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่อันดับ  $N$  ใดๆ ได้ดังรูปที่ 3.7 ซึ่งจะเห็นได้ว่าโครงสร้างวงจรถ่วง ส่วนหลัง ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่ได้ออกแบบเป็นโครงสร้างที่ต้องการที่ จะแยกตัวคูณที่ใช้ในการปรับเปลี่ยนความหน่วง  $D$  แยกออกจากตัวคูณค่าคงที่ในโครงสร้างวงจรถ่วง ส่วนหลัง ซึ่งทำให้โครงสร้างมีความเหมาะสมในงาน real-time online tuning

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

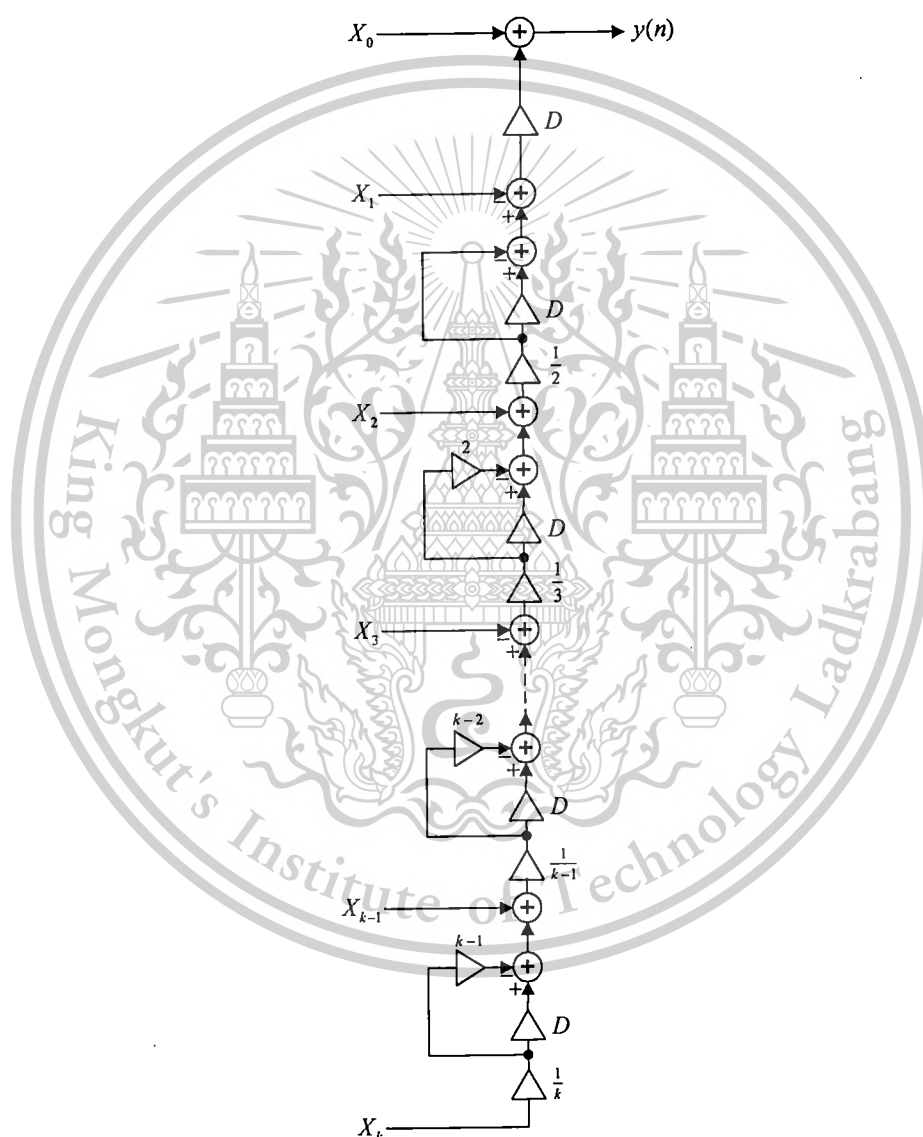
This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

วงจรส่วหลังของวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่สามารถคำนวณได้ โดยต้องใ้การบวกและการคูณและวงจรส่วหลังนี้เป็นส่วนที่สำคัญในการปรับเปลี่ยนความหน่วงของ วงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ดังนั้นสามารถสรุปความซับซ้อนของ โครงสร้างวงจรส่วหลังของวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ได้ดังนี้

$$\text{Number of multiplication} = 3N - 3$$

$$\text{Number of addition} = 3N - 1$$



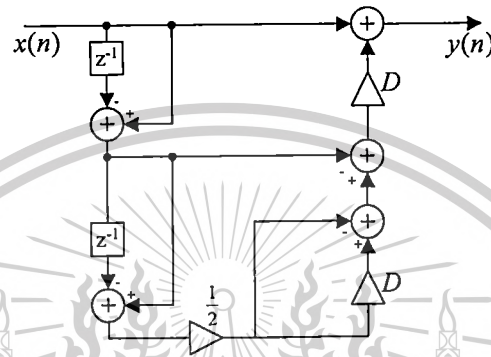
รูปที่ 3.7 แสดงวงจรส่วหลังของวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ที่อันดับ  $N$  ใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่สมบูรณ์จะประกอบด้วยวงจรส่วนหน้าและวงจรส่วนหลัง และวงจรส่วนหน้าจะเป็นวงจรกรองที่ปราศจากตัวคูณ โดยการคูณของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่จะอยู่ในวงจรส่วนหลัง เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นรูปที่ 3.8 แสดงตัวอย่างวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สอง ซึ่งจะเห็นได้ว่าวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สอง cascade-type ประกอบด้วยจำนวนการคูณ 3 ตัวและจำนวนการบวก 5 ตัว



รูปที่ 3.8 แสดงวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่อันดับที่สอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## บทที่ 4 ผลการวิจัย

### 4.1 ผลการวิเคราะห์ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน

เมื่อพิจารณาจำนวนของการคูณและจำนวนของการบวกของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบราบเรียบที่สุดอันดับสอง โดยพิจารณาจากโครงสร้างทั้งหมด 5 ชนิดสามารถแสดงเป็นตารางเปรียบเทียบจำนวนของการคูณและจำนวนของการบวกได้ดังตารางที่ 2 โดยจะเห็นได้ว่าวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบราบเรียบที่สุดอันดับสองที่ได้จากวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่สามารถลดจำนวนของการคูณได้เกือบ 50 เปอร์เซ็นต์เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนของการบวกที่นำเสนอใน [10-12]

ความซับซ้อนของการคำนวณในวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ได้นำไปเปรียบเทียบความซับซ้อนของการคำนวณในวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้นำเสนอโครงสร้างแบบแฟร์โรว์และวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้นำเสนอโครงสร้างแบบแฟร์โรว์ด้วยเมตริกซ์การแปลงใน [10-12] โดยการเปรียบเทียบความซับซ้อนของการคำนวณในวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ อันดับที่  $N$  ใดๆ ได้ดังตารางที่ 4.1

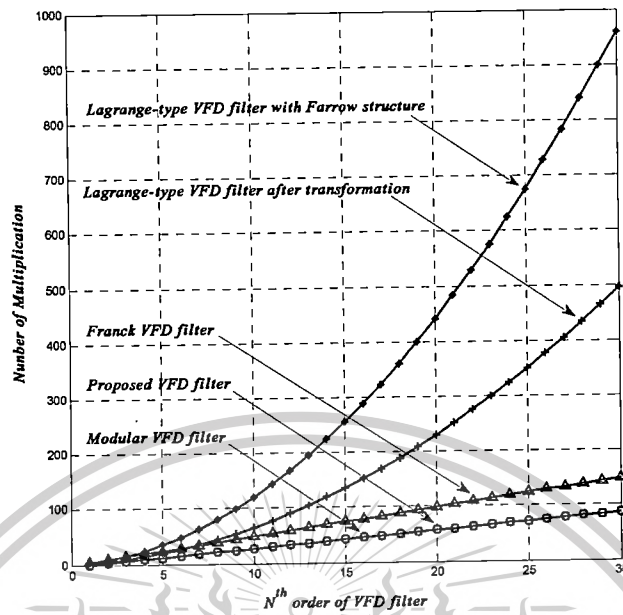
ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบความซับซ้อนในการคำนวณจำนวนของการคูณและจำนวนของการบวกของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ อันดับที่  $N$  ใดๆ

วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน	จำนวนของการคูณ	จำนวนของการบวก
Lagrange-type VFD filter with Farrow structure	$N(N+1)+N$	$N^2+N$
Lagrange-type VFD filter in [10-12]	$N^2 + \frac{N}{2}$	$\frac{N^2}{2} + \frac{3N}{2}$
Modular VFD filter structure with linear complexity in [13]	$3N-3$	$3N-1$
Franck VFD filter structure in [14]	$5N-1$	$2N+1$
Proposed VFD filter structure	$3N-3$	$3N-1$

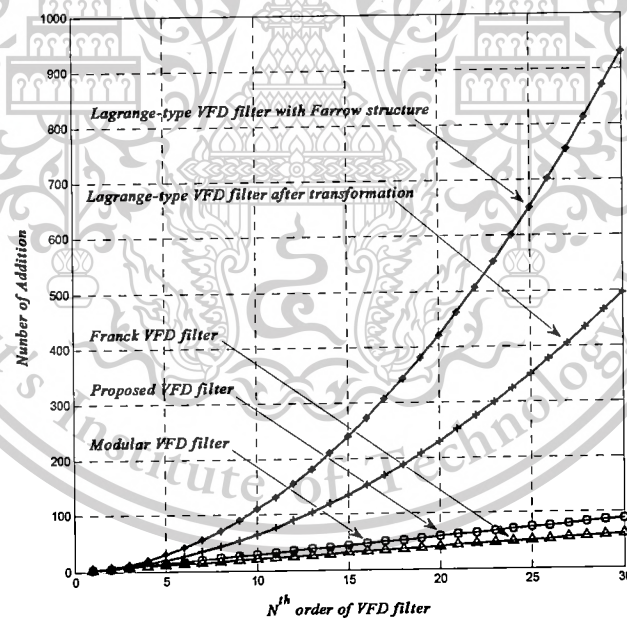
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 4.1 แสดงจำนวนของการคูณของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน 5 ชนิด



รูปที่ 4.2 แสดงจำนวนของการบวกของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน 5 ชนิด

ดังนั้นสามารถแสดงความซับซ้อนของการคำนวณในวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่ได้นำเสนอโดยเปรียบเทียบวงจรกรองสัญญาณทั้ง 5 ชนิดอันดับที่  $N$  โดยยกตัวอย่างให้  $N$  มี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

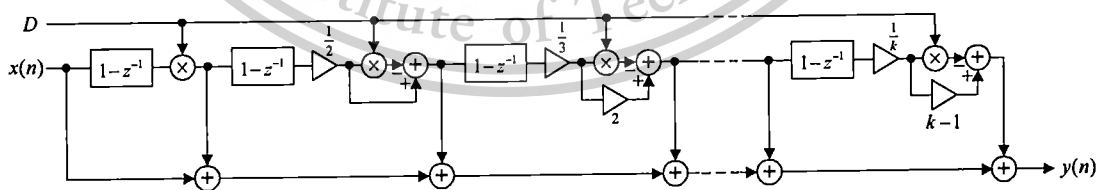
This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

ค่าตั้งแต่ 2 ถึง 30 ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างจำนวนของการคูณดังรูปที่ 4.1 และจำนวนของการบวกได้ดังรูปที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบราบเรียบที่สุดที่ได้จากวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่ได้นำเสนอจะมีความซับซ้อนของการคำนวณที่ประกอบด้วยจำนวนของการคูณและจำนวนของการบวกเท่ากับ modular VFD filter [14] และวงจรกรองที่ได้นำเสนอในหัวข้อนี้จะมีความซับซ้อนในการคำนวณของวงจรกรองต่ำกว่าวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้นำเสนอโครงสร้างแบบแฟร์โรวโนและวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรานจ์ที่ได้เสนอโครงสร้างแบบแฟร์โรวโนที่ใช้เมตริกซ์การแปลงใน [10-12]

#### 4.2 การจำลองโครงสร้างของวงจรกรองที่นำเสนอ

การจำลองโครงสร้างของวงจรกรองที่นำเสนอในหัวข้อนี้ หากพิจารณาถึงความซับซ้อนของจำนวนตัวคูณในโครงสร้างของวงจรกรองที่นำเสนอเทียบกับโครงสร้างของวงจรกรองแบบแฟร์โรวโน [10-12] และโครงสร้างที่เคยมีผู้นำเสนอใน [13] โดยโครงสร้างจะมีลักษณะของโครงสร้างแบบ modular structure หากพิจารณาจำนวนตัวคูณในโครงสร้างของวงจรกรองที่นำเสนอและในโครงสร้างของ [13] จะมีจำนวนตัวคูณที่น้อยกว่าโครงสร้างของวงจรกรองแบบแฟร์โรวโน [10-12] เมื่อเปรียบเทียบจำนวนตัวคูณระหว่างโครงสร้างของวงจรกรองที่นำเสนอกับโครงสร้างใน [13] พบว่าจำนวนตัวคูณในโครงสร้างใน [13] มีจำนวนเท่ากับโครงสร้างที่นำเสนอเล็กน้อย แต่ถ้าจากพิจารณาถึงลักษณะโครงสร้างของวงจรกรองแล้วจะพบว่าโครงสร้างใน [13] ดังโครงสร้างตัวอย่างของวงจรกรองรูปที่ 4.3 ซึ่งมีพารามิเตอร์ความหน่วง ( $D$ ) แคลสเคตอยู่ในแต่ละ state ส่งผลให้การปรับเปลี่ยค่าพารามิเตอร์ความหน่วงแต่ละครั้งจะไม่ได้ค่าเอาต์พุตที่ถูกต้องทันทีทันใดเหมือนกับโครงสร้างแบบแฟร์โรวโนและโครงสร้างที่นำเสนอที่เนื่องจากต้องรอให้ข้อมูลผ่านไป  $k^{th}$ -order state ซึ่งโครงสร้างใน [13] อาจไม่เหมาะสมกับบาง application ดังนั้นเพื่อให้สามารถเข้าใจได้ยิ่งขึ้นในหัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นถึงการประสิทธิภาพของโครงสร้างที่นำเสนอโดยเปรียบเทียบกับโครงสร้างใน [13]



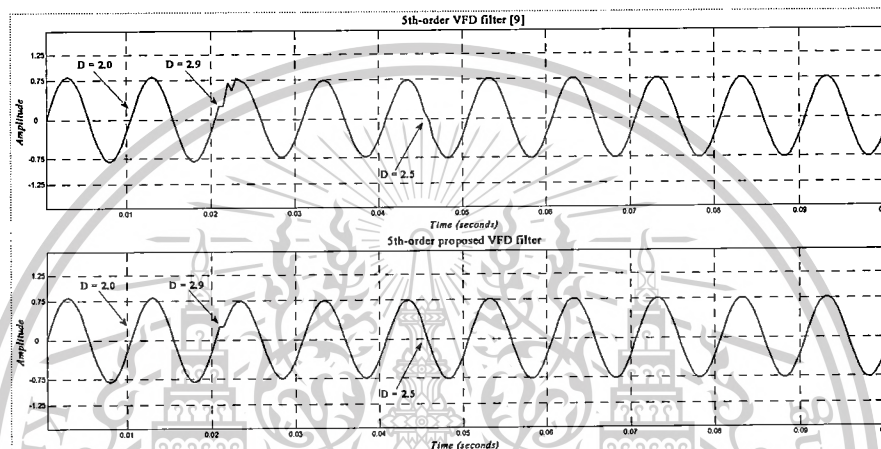
รูปที่ 4.3  $k^{th}$ -order VFD filter structure of [13]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

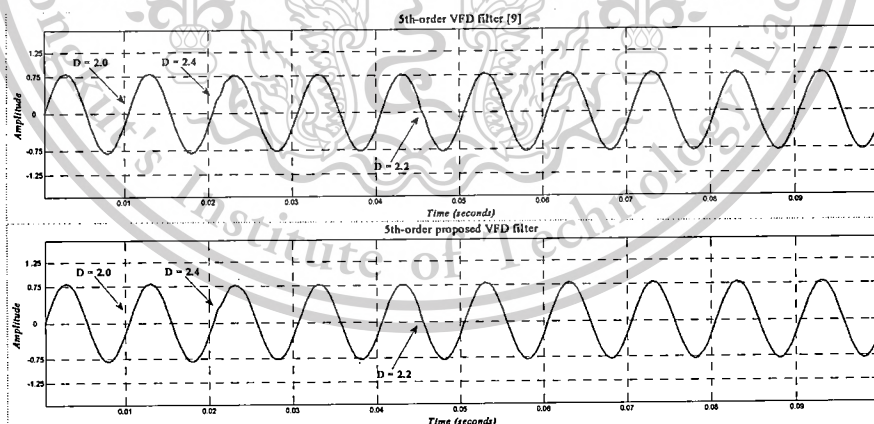
This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนจะให้ความสนในในเรื่องของ transient ของวงจรกรอง เพื่อที่จะแสดงให้เห็นชัดเจนจึงได้จำลองการทำงานของโครงสร้างวงจรกรองที่ได้นำเสนอและเปรียบเทียบกับโครงสร้างใน [13] โดยในที่นี้เลือกใช้สัญญาณอินพุตที่มีความถี่ 100Hz และใช้อัตราการซีกสัญญาณ 2kHz ดังนั้นสามารถแสดงตัวอย่างของสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากโครงสร้างของวงจรกรองทั้งสองที่ 5<sup>th</sup>-order และ 11<sup>th</sup>-order ดังรูปที่ 4.4 ถึงรูปที่ 4.7 ตามลำดับ



รูปที่ 4.4 Results of 5<sup>th</sup>-order VFD filters ( $D = 2.0, 2.9, 2.5$ )

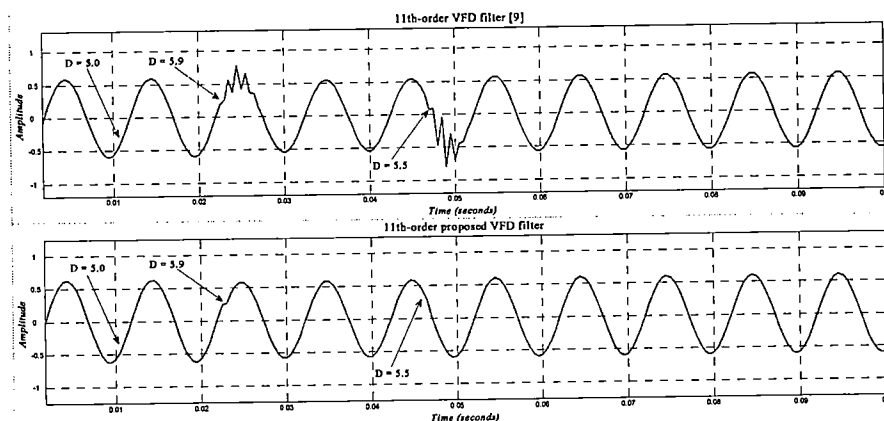


รูปที่ 4.5 Results of 5<sup>th</sup>-order VFD filters ( $D = 2.0, 2.4, 2.2$ )

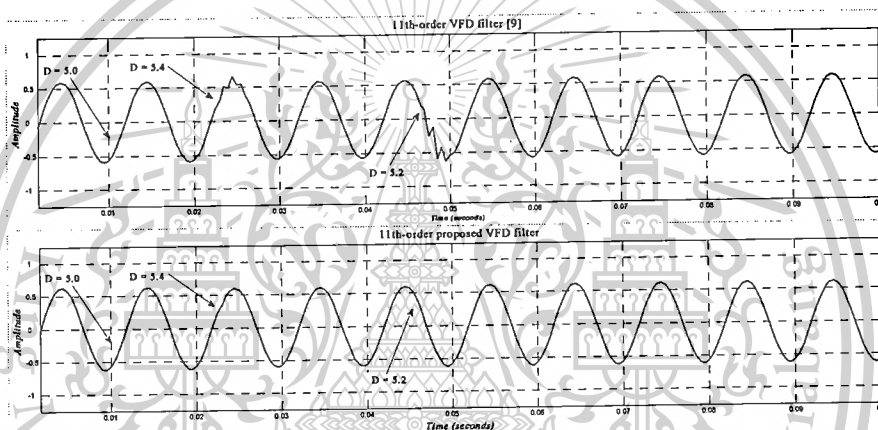
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 4.6 Results of 11<sup>th</sup>-order VFD filters ( $D = 5.0, 5.9, 5.5$ )



รูปที่ 4.7 Results of 11<sup>th</sup>-order VFD filters ( $D = 5.0, 5.4, 5.2$ )

จากรูปที่ 6 และรูปที่ 7 จะแสดงให้เห็นถึงการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ความหน่วงที่แตกต่างกันใน 5<sup>th</sup>-order VFD filters และจากรูปที่ 8 และรูปที่ 9 จะแสดงให้เห็นถึงการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ความหน่วงที่แตกต่างกันใน 11<sup>th</sup>-order VFD filters โดยจะเห็นได้ว่าสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากโครงสร้างที่นำเสนอจะไม่มี transient แต่โครงสร้างใน [13] จะเกิด transient ขึ้นอย่างชัดเจน

#### 4.3 การประยุกต์ใช้งานของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน

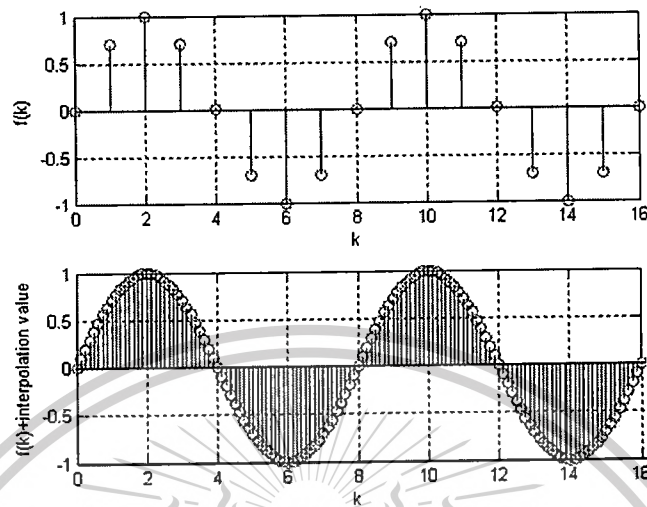
การประยุกต์ใช้งานของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน (VFD filter) สามารถนำไปใช้ในการประมวลสัญญาณเชิงเลขได้อย่างหลากหลาย เพื่อที่จะให้เห็นภาพได้ง่ายขึ้น ในหัวข้อนี้จะแสดงอธิบายและแสดงตัวอย่างของหลักการในการประยุกต์ใช้งานของวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน (VFD filter) ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

#### 4.1.1 การประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วง 1 มิติ



รูปที่ 4.8 แสดงการประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วงของสัญญาณ 1 มิติ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการนำวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนไปการประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วงของสัญญาณ (signal interpolation) โดยนำเสนองจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน ซึ่งสามารถนำวิธีการดังกล่าวเพื่อใช้ในการประมาณช่วงของสัญญาณ โดยจะแสดงตัวอย่างการประมาณช่วงของสัญญาณไซน์ 8 เท่า ซึ่งจะเห็นได้ว่าวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนสามารถประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วงของสัญญาณได้จากตัวอย่างความสมบูรณ์ของสัญญาณไซน์ดังรูปที่ 4.8

#### 4.1.2 การประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วง 2 มิติ

การประยุกต์ใช้งานวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน ในงานวิจัยนี้จะเป็นการประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมาณค่าในช่วงของภาพ (image interpolation) โดยเป็นการขยายภาพด้วยวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน ซึ่งการขยายภาพดังกล่าวได้ใช้วิธีการขยายภาพสองมิติแบบ 2-D image interpolation ด้วยวิธีการ separable convolution สามารถแสดงสมการได้ดังนี้

$$y(m, n) = [h(i) * h(j)] * x(m, n) \quad (4.1)$$

เมื่อ  $y(m, n)$  คือ output image

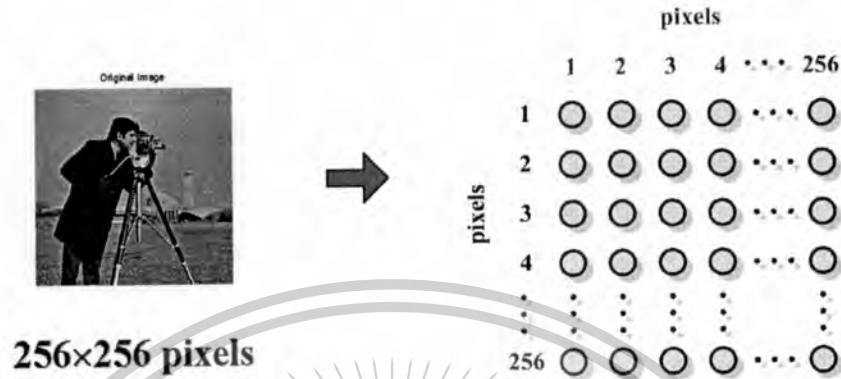
$x(m, n)$  คือ input image

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

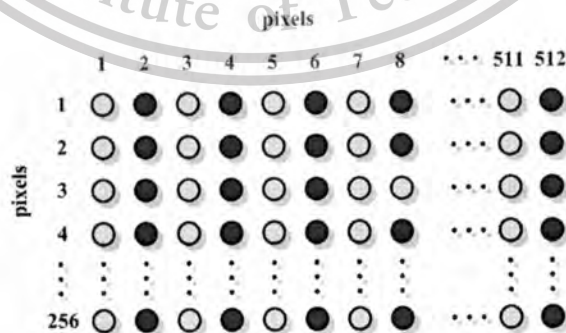
Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

- $h(i)$  คือ impulse response, convolution along row direction
- $h(j)$  คือ impulse response, convolution along column direction



รูปที่ 4.9 แสดงการแทนจุดของภาพต้นฉบับขนาด 256x256 pixels

จากสมการที่ (4.1) เพื่อที่จะให้เข้าใจมากยิ่งขึ้นสามารถอธิบายได้ในรูปที่ 4.9 เป็นการนำภาพต้นฉบับขนาด 256x256 pixels แทนด้วยจุดจำนวน 256x256 จุด ในตัวอย่างนี้จะเป็นการขยายภาพขนาดสองเท่าด้วย วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน นั่นคือจากภาพขนาด 256x256 pixels เป็นภาพขนาด 512x512 pixels และวิธีการขยายภาพสองมิติแบบ 2-D image interpolation ด้วยวิธีการ separable convolution ก็คือการทำ 1-D interpolation แนวนอนและหลักของภาพโดยขั้นแรกจะทำ 1-D interpolation ของแนว (convolution along row direction) ด้วยวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน ซึ่งจะทำได้ภาพขนาด 512x256 pixels แสดงได้ในดังรูปที่ 4.10 ต่อจากนั้นทำ 1-D interpolation ของหลัก (convolution along column direction) ด้วยวงจรงกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนและจะได้ภาพขนาด 512x512 pixels แสดงได้ดังรูปที่ 4.11

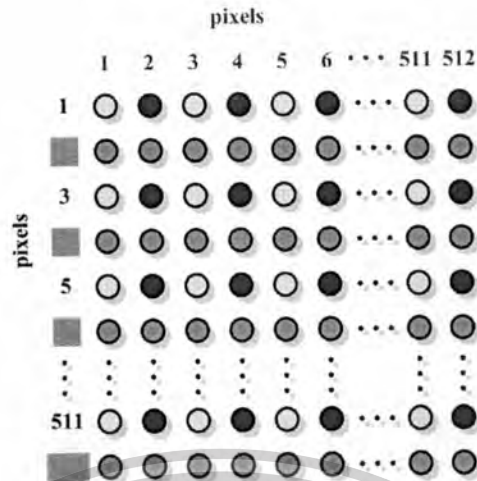


รูปที่ 4.10 แสดงการ Interpolation 1-D (convolution along row direction)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 4.11 แสดงการ Interpolation 1-D (convolution along column direction)

การประมาณค่าในช่วงของภาพ (image interpolation) ด้วยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ โดยเปรียบเทียบให้เห็นความแตกต่างของการประมาณค่าในช่วงของภาพ ด้วยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามที่นำเสนอใน [15], วงจรรองสัญญาณปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบ B-spline อันดับสามและวงจรรองสัญญาณปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนชนิดลากรางอันดับสาม ซึ่งข้อมูลภาพต้นฉบับที่นำไปใช้ในการประมาณค่าในช่วงแบบต่างๆ โดยข้อมูลภาพมีขนาด  $256 \times 256$  ดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 แสดงภาพต้นฉบับที่นำไปใช้ในการประมาณค่าในช่วงแบบต่างๆ ( $256 \times 256$  pixels)

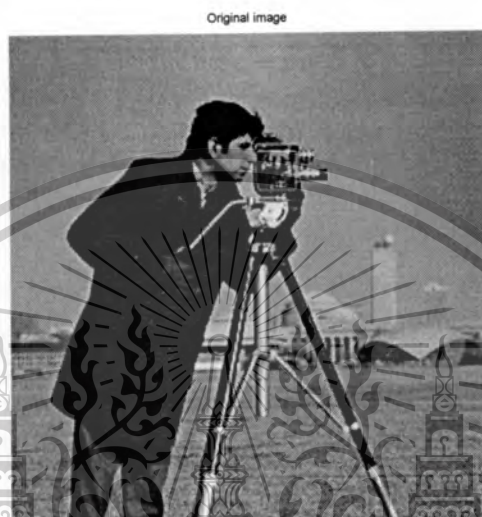
การประยุกต์ใช้งานด้วยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ ในที่นี้จะเป็นการแสดงตัวอย่างการขยายภาพสองเท่าด้วยการการประมาณค่าในช่วงของภาพ (image interpolation) โดยจะกำหนดค่าพารามิเตอร์ความสว่างหนึ่งค่า ( $D = 0.5$ ) ซึ่งจะนำข้อมูลภาพต้นฉบับขนาด  $256 \times 256$  pixels ไปประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความสว่างเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

โดยรูปที่ 4.13 ถึงรูปที่ 4.18 จะแสดงผลการเปรียบเทียบข้อมูลภาพต้นฉบับกับภาพผลลัพธ์ที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ ได้แก่ วงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสาม, วงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบ B-spline อันดับสามและวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนชนิดลากรางจ์อันดับสาม ตามลำดับ



รูปที่ 4.13 แสดงภาพต้นฉบับที่ใช้ในการเปรียบเทียบข้อมูลภาพ (512×512 pixels)

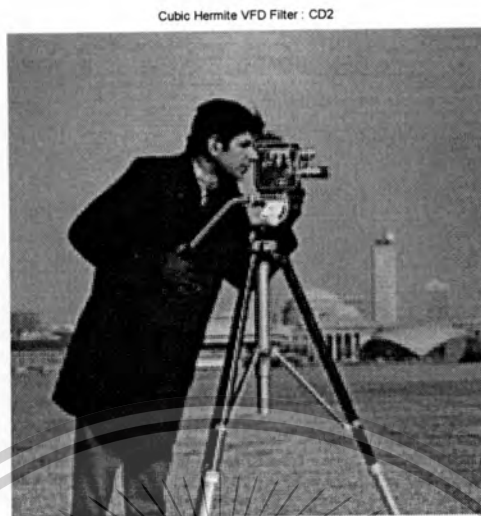


รูปที่ 4.14 แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี BD (512×512 pixels)

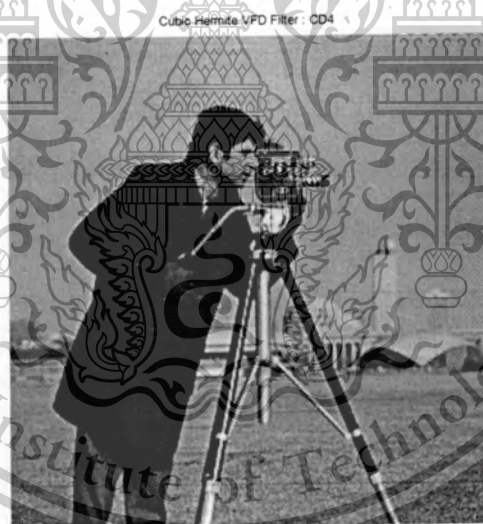
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 4.15 แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรงองสัญญาณปรับค่าความหน่วง เป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี CD2 (512×512 pixels)



รูปที่ 4.16 แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจรงองสัญญาณปรับค่าความหน่วง เป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี CD4 ข้อมูลภาพขนาด 512×512

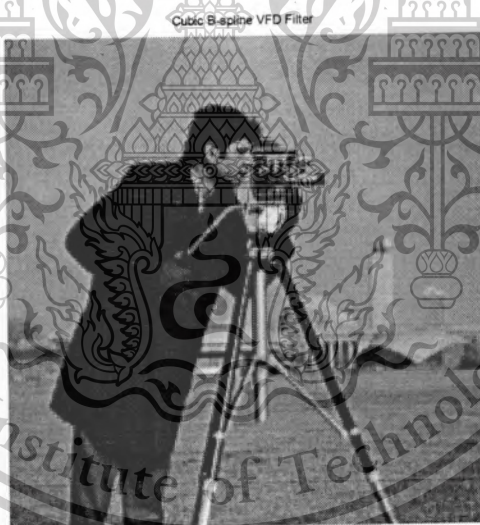
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.



รูปที่ 4.17 แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วง เป็นเศษส่วนชนิดลากรางจ์อันดับสาม ข้อมูลภาพขนาด 512×512



รูปที่ 4.18 แสดงภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงของภาพด้วยวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วง เป็นเศษส่วนแบบ B-spline อันดับสาม ข้อมูลภาพขนาด 512×512

จากการวิเคราะห์ข้อมูลภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงด้วยวงจกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ จะคำนวณโดยการหาค่า Peak Signal to Noise Ratio (PSNR) ซึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

จะเป็นค่ามาตรฐานที่บ่งบอกถึงคุณภาพที่เปลี่ยนแปลงระหว่างข้อมูลภาพโดยจะเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลภาพต้นฉบับกับข้อมูลภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงแบบต่าง ๆ เราสามารถแสดงสมการ PSNR ได้ดังสมการที่ (4.2)

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{R^2}{\text{MSE}} \right) \quad (4.2)$$

โดยที่

$$\text{MSE} = \sum_{M,N} \frac{[I_1(m,n) - I_2(m,n)]^2}{M \times N} \quad (4.3)$$

เมื่อ  $R$  คือค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของข้อมูลภาพ  
 $I_1$  คือข้อมูลภาพต้นฉบับ  
 $I_2$  คือข้อมูลภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วง  
 $M$  คือตำแหน่งแถว (rows) ของข้อมูลภาพ  
 $N$  คือตำแหน่งหลัก (columns) ของข้อมูลภาพ  
 ดังนั้นสามารถแสดงผลการวิเคราะห์ค่า PSNR ของข้อมูลภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงด้วยตัววงจรกรองสัญญาณปรับค่าความถี่เป็นเศษส่วนแบบต่างๆ ได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลการวิเคราะห์ค่า PSNR ของข้อมูลภาพที่ได้จากการประมาณค่าในช่วงด้วยตัววงจรกรองสัญญาณปรับค่าความถี่เป็นเศษส่วนแบบต่างๆ

Variable fractional delay filter	PSNR (dB)
Cubic Hermite VFD filter : BD case	20.16
Cubic Hermite VFD filter : CD2 case	21.65
Cubic Hermite VFD filter : CD4 case	26.83
3 <sup>rd</sup> Lagrange-type VFD filter	24.90
Cubic B-spline VFD filter	21.67

จากตารางที่ 4.2 ค่า PSNR มีค่ายิ่งมากซึ่งจะหมายถึงคุณภาพของข้อมูลภาพที่ทำการเปรียบเทียบมีความใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความถี่เป็นเศษส่วนแบบเฮอริไมท์อันดับสามกรณี CD4 จะมีคุณสมบัติในการประมาณค่าในช่วงได้ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความถี่เป็นเศษส่วนแบบต่างๆ ที่ได้นำเสนอคือ PSNR = 26.83 dB ส่วนวงจรกรอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

สัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบเฮอริโมอันต์สามกรณี BD จะให้คุณภาพของภาพต่ำที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบต่างๆ ที่ได้นำเสนอคือ  $PSNR = 20.16$  dB ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการประยุกต์ใช้งานของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วน (VFD filter) สามารถนำไปใช้งานในการประมวลสัญญาณเชิงเลขได้อย่างหลากหลายโดย เฉพาะงานที่ต้องการความยืดหยุ่นในการปรับเปลี่ยนคุณสมบัติของวงจรกรองสัญญาณตลอดจนออกแบบ โครงสร้างใหม่ๆ ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนที่มีความยืดหยุ่นในการนำไปใช้ งาน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย

โครงสร้างของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ (new VFD filter) ที่ได้ออกแบบจะสามารถพิจารณาส่วนประกอบของระบบได้ 2 ส่วนหรือ 2 ระบบด้วยกันคือระบบส่วนแรก เราสามารถพิจารณาได้เป็นระบบ single-input multi-output (SIMO) ซึ่งระบบนี้เราจะเรียกว่าวงจรส่วนหน้า (front-end) และจะเรียกระบบส่วนที่สองว่าวงจรส่วนหลัง (back-end) ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ ซึ่งวงจรส่วนหลังนี้เป็นส่วนที่สำคัญในการปรับเปลี่ยนความหน่วงของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ วงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่ที่สมบูรณ์จะประกอบด้วยวงจรส่วนหน้าและวงจรส่วนหลัง และวงจรส่วนหน้าจะเป็นวงจรกรองที่ปราศจากตัวคูณ โดยการคูณของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่จะอยู่ในวงจรส่วนหลัง โดยโครงสร้างที่นำเสนอสามารถปรับพารามิเตอร์ความหน่วงแบบออนไลน์และใช้จำนวนของการคูณจำนวนน้อยกว่าวงจรกรองสัญญาณที่นำมาเปรียบเทียบ ดังนั้นโครงสร้างแบบใหม่ของวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบราบเรียบที่สุดที่ได้จากวงจรกรองสัญญาณปรับค่าความหน่วงเป็นเศษส่วนแบบใหม่จะมีความซับซ้อนของโครงสร้างที่น้อยยิ่งลงไปกว่าที่ได้ใน [10-12, 14] ยิ่งไปกว่านั้นโครงสร้างที่นำเสนอจะได้นั้นจะปราศจากปัญหาเรื่องการเกิด Transient ขึ้นระหว่างการปรับค่าความหน่วงแบบ On-line ในเวลาจริง ซึ่งต่างจากโครงสร้างที่นำเสนอใน [13] ที่มีความซับซ้อนในการคำนวณที่ต่ำเช่นกันแต่จะมีปัญหาเรื่องการเกิด Transient ขึ้นเมื่อมีการปรับค่าความหน่วงแบบ On-line โดยที่ในการประยุกต์ใช้งานจริงๆ โดยส่วนใหญ่ เช่นการใช้งานในกระบวนการ Timing Adjustment ในระบบเครื่องรับ หรืองานทางด้าน Sampling Rate Conversion จะต้องมีการปรับเปลี่ยนค่าความหน่วงอยู่เสมอ ดังนั้นปัญหาเรื่อง Transient จึงเป็นปัญหาใหญ่ที่จะเกิดขึ้นในการประยุกต์ใช้งานจริง ซึ่งโครงสร้างของ Pascal VFD Filter ที่นำเสนอนั้นจะสามารถตอบสนองการใช้งานจริงในประเด็นดังกล่าวได้ดีกว่าโครงสร้างที่นำเสนอไว้ใน [13]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.

## เอกสารอ้างอิง

- [1] S. K. Mitra, *Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2006.
- [2] S. J. Darak, A. P. Vinod and E. M-K Lai, "A new variable digital filter design based on fractional delay," *Proc. Int. Conf. ICASSP 2011.*, pp. 1629-1632. Prague, Czech Republic, May. 22-27, 2011.
- [3] S. J. Darak, A. P. Vinod, and E. M.-K. Lai, "Efficient Implementation of Reconfigurable Warped Digital Filters With Variable Low-Pass, High-Pass, Bandpass, and Bandstop Responses," *IEEE Trans. VLSI.*, vol. 21, no. 6, pp. 1165-1169, June 2013.
- [4] S. Chivapreecha, "Universal biquadratic digital filter with tunable capacity," *Proc. Int. Conf. TENCON 2011.*, pp. 720-724, Bali, Indonesia, Nov. 21-24, 2011.
- [5] C. W. Farrow, "A continuously variable digital delay element," *Proc. 1988 IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*, vol. 3, pp. 2641-2645, Espoo, Finland, June 6-9, 1988.
- [6] J. -P. Thiran, "Recursive digital filters with maximally flat group delay," *IEEE Trans. Circuits Theory*, vol. CT-18, no. 6, pp. 664 – 669, Nov. 1971.
- [7] M. Makundi, T. I. Laakso and V. Valimaki, "Efficient tunable IIR and allpass filter structures," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 37, no. 6, pp. 344-345, Mar 2001.
- [8] M. Makundi, V. Valimaki and T. I. Laakso, "Closed-form design of tunable fractional-delay allpass filter structures," *Proc. Int. Conf. ISCAS 2001.*, vol. 4, pp. 434-437. Sydney, NSW., May. 6-9, 2001.
- [9] T. I. Laakso, V. Valimaki, M. Karjalainen and U. K. Laine, "Splitting the unit delay – tools for fractional delay design," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 13, no. 1, pp. 30 – 60, Jan. 1996.
- [10] T.-B. Deng, "Symmetric structures for odd-order maximally flat and weighted-least-squares variable fractional-delay filters," *IEEE Trans. Circuits Syst. I : Regular Papers*, vol. 54, no. 12, pp.2718-2732, Dec. 2007.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

This material is reserved for educational use only, not allowed for commercial use.

Forbidden to modify the content, and cite the document when use.