



รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

แบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับการระบาดของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองใน

ประเทศไทย

Dynamical Model for Dengue Epidemic of Urban Community in Thailand

นางสาว พันธนี พงศ์สัมพันธ์

(หัวหน้าโครงการ)

DCH
พ 564 ป
8596

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 137309
วันเดือนปี 22 ส.ย. 2558

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณรายได้ประจำปีงบประมาณ 2556

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

b. 12623568
i.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) แบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับการระบาดของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองในประเทศไทย

ชื่อโครงการ(ภาษาอังกฤษ) Dynamical model for dengue epidemic of urban community in Thailand

แหล่งเงิน คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ประจำปีงบประมาณ 2556 จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน 50,000 บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย 1 ปี ตั้งแต่ เดือน ตุลาคม ปี 2555 ถึงเดือน กันยายน ปี 2556 ✓

หัวหน้าโครงการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธณี พงศ์สัมพันธ์

สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

e-mail: kppuntan@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

โรคไข้เลือดออกพบได้ในเขตร้อน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในภูมิภาคเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ โรคนี้สามารถถ่ายทอดระหว่างมนุษย์โดยยุงลาย โรคไข้เลือดออกแบ่งออกได้เป็น 4 ซีโรไทป์ คือ DEN-1 DEN-2 DEN-3 และ DEN-4 จากข้อมูลของไข้เลือดออกในประเทศไทยพบว่า ฤดูกาลมีผลต่อการระบาดของโรคไข้เลือดออก อัตราการติดเชื้อและอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงก็นำมาพิจารณาให้มีความแตกต่างสำหรับแต่ละฤดูกาล ในแบบจำลองแบบแรกผู้วิจัยพิจารณาแบบจำลองของโรคไข้เลือดออกโดยที่พิจารณาถึงความแตกต่างของอัตราการติดเชื้อไวรัสแดงก็สำหรับแต่ละฤดูกาล ในแบบจำลองที่สอง อัตราการติดเชื้อของไวรัสแดงก็นำมาพิจารณาให้มีความแตกต่างกันสำหรับแต่ละฤดูกาล ยุงลายพบได้บ่อยในชุมชนเมือง โดยเฉพาะในสถานที่ที่มีชุมชนแออัด เพราะประชากรมีการเดินทางไปมาตลอดเวลา และยุงมีการบินตลอดเวลา ดังนั้นปัจจัยที่กล่าวมาข้างต้นจึงนำมาพิจารณาในแบบจำลองที่สาม แบบจำลองที่สามพิจารณาปัจจัยข้างต้นโดยการสร้างแบบจำลองเครือข่าย ลักษณะของผลเฉลยนำมาแสดงสำหรับชุดที่ต่างกันของพารามิเตอร์ ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองแต่ละแบบจะได้ชุดของพารามิเตอร์ที่ช่วยในการลดการระบาดของโรคนี้

คำสำคัญ ไข้เลือดออก, จุดสมดุล, ชุมชนเมือง, แบบจำลองคณิตศาสตร์

Research Title: Dynamical model for dengue epidemic of urban community in Thailand

Researcher: Asst.Prof.Dr.Puntani Pongsumpun

Faculty: Faculty of Science **Department:** Department of Mathematics

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

ABSTRACT

Dengue disease is usually found in the tropics, especially in Southeast Asia. This disease can transmit between human through biting of infected female *Aedes* mosquitoes. Dengue disease is separated into 4 serotypes: DEN-1, DEN-2, DEN-3 and DEN-4. From dengue data in Thailand, we found that seasons are influence to the outbreak of dengue disease. Contact rates and incubation rates of dengue virus are considered to be difference in each season. In the first model, we considered the model with the different contact rates in each season. In the second model, the incubation rates are supposed to be different in each season. Many *Aedes* mosquitoes are usually found in urban areas, especially in a crowded place. Because the commutations of people and the flying of mosquitoes are always happen, therefore these factors are considered in the third model. The third model considers the above factors by constructing the dynamical network model. The behaviors of solutions to our dynamical model are shown for the different set of parameters. The results of each model introduce the parameters which could reduce the transmission of this disease.

Keywords : Dengue disease, equilibrium point, urban community, mathematical modeling

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ Professor Dr. I-Ming Tang, Mahidol University, Thailand และ Professor Dr. Marc A. Dubois, Service de Physique de l'Etat Condensé, Commissariat à l'Energie Atomique CEA Saclay –Orme des Merisiers, Cedex, France เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำต่างๆ ในการทำงานวิจัย และดูแลเอาใจใส่การทำงาน และให้ความรู้ พร้อมกับประสบการณ์ที่ดีต่างๆ ตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์สาขาคณิตศาสตร์ รวมถึงเจ้าหน้าที่ประจำสาขาวิชาทุกท่านที่ช่วยเหลือในด้านการอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จำเป็นต่างๆ

ขอกราบขอบพระคุณครอบครัว ที่ได้ให้การสนับสนุนทุกประการทางการทำวิจัย และยังให้กำลังใจตลอดมาจนถึงปัจจุบัน และต้องขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกท่านที่ช่วยเหลือให้คำแนะนำต่างๆ จนงานวิจัยสำเร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากงานวิจัยฉบับนี้ ผู้จัดทำขออุทิศแด่ บิดา มารดา และผู้มีพระคุณทุกท่าน

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการทำงานวิจัยนี้

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พันธณี พงศ์สัมพันธ์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ii
กิตติกรรมประกาศ	iii
สารบัญ	iv
สารบัญตาราง	v
สารบัญภาพ	vi
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	1
1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 ระเบียบวิธีการวิจัย	2
1.6 ทฤษฎีหรือกรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย	3
บทที่ 2 โรคไข้เลือดออก	4
บทที่ 3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกและการวิเคราะห์	25
บทที่ 4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองเมื่อประชากรมีการเคลื่อนที่	43
บทที่ 5 สรุป วิจารณ์ และเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต	56
เอกสารอ้างอิง	57
ภาคผนวก ก นิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง	59
ภาคผนวก ข ผลงานการวิจัย	72
ภาคผนวก ค ข้อมูลประวัติผู้วิจัย	103

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 4.1 นิยามของตัวพารามิเตอร์ในแบบจำลอง

46



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 การติดเชื้อไวรัสเดงกี (WHO)	11
รูปที่ 2.2 รายงานจำนวนผู้ป่วยแยกตามปีค.ศ.2001-2010	18
รูปที่ 2.3 รายงานจำนวนผู้ป่วยแยกตามรายเดือนตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010	19
รูปที่ 2.4 รายงานจำนวนผู้ป่วยแยกตามความรุนแรงของเชื้อตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010	19
รูปที่ 2.5 รายงานจำนวนผู้ป่วยที่เสียชีวิตตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010	20
รูปที่ 2.6 รายงานจำนวนผู้ป่วยที่เสียชีวิตแยกตามความรุนแรงของเชื้อตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010	20
รูปที่ 3.1 อัตราผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกตามรายเดือนตั้งแต่ เดือนพฤษภาคม ปี คศ. 2007 ถึง เมษายน ปี คศ. 2008	25
รูปที่ 3.2 แผนภาพแสดงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้เลือดออกตามฤดูกาล	26
รูปที่ 3.3 แผนภาพแสดงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้เลือดออกที่มีอัตราการฟักตัวที่แตกต่างกันสำหรับแต่ละฤดูกาล	32
รูปที่ 4.1 แผนภาพแสดงการเคลื่อนที่ของประชากรคน ระหว่างบ้านแต่ละหลัง	43
รูปที่ 4.2 แผนภาพแสดงการเคลื่อนที่ของประชากร; H , แทนบ้านหลังที่ i ; $i = 1, 2, 3, \dots, n$.	44
รูปที่ 4.3 แผนภาพแสดงแนวคิดของแบบจำลอง	45
รูปที่ 4.4 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08$, $p_{h_2} = 0.07$, $p_{h_3} = 0.06$, $p_{h_4} = 0.05$, $p_{v_1} = 0.08$, $p_{v_2} = 0.07$, $p_{v_3} = 0.06$, $p_{v_4} = 0.05$, $\beta_{h_1} =$ $1/30$, $\beta_{h_2} = 1/40$, $\beta_{h_3} = 1/50$, $\beta_{h_4} = 1/60$, $\delta = 1/7$, $D = 100$, $\mu_v = 1/35$, $L = 50$, $d_v = 100$, $d_{v_{\max}} = 400$.	47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญภาพ(ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.5 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08$, 48

$p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} =$
 $1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, d_v = 100,$
 $d_{v_{\max}} = 400.$

รูปที่ 4.6 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08$, 49

$p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} =$
 $1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50,$
 $d_{v_{\max}} = 400.$

รูปที่ 4.7 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08$, 50

$p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} =$
 $1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100,$
 $d_{v_{\max}} = 400.$

รูปที่ 4.8 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $\beta_{h_1} = 1/30$, 51

$\beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100,$
 $d_{v_{\max}} = 400.$

รูปที่ 4.9 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่ออัตราการถ่ายทอดเชื้อแดงกีไวรัสของแต่
 ละชนิดแตกต่างกัน 52

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ(ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.10 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08$, $p_{h_2} = 0.07$, $p_{h_3} = 0.06$, $p_{h_4} = 0.05$, $p_{v_1} = 0.08$, $p_{v_2} = 0.07$, $p_{v_3} = 0.06$, $p_{v_4} = 0.05$, $\beta_{h_1} =$ $1/30$, $\beta_{h_2} = 1/40$, $\beta_{h_3} = 1/50$, $\beta_{h_4} = 1/60$, $\mu_v = 1/35$, $N_h = 1,000$, $L = 50$, $d_v = 100$, $d_{v_{\max}} =$ 400.	53
รูปที่ 4.11 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08$, $p_{h_2} = 0.07$, $p_{h_3} = 0.06$, $p_{h_4} = 0.05$, $p_{v_1} = 0.08$, $p_{v_2} = 0.07$, $p_{v_3} = 0.06$, $p_{v_4} = 0.05$, $\beta_{h_1} =$ $1/30$, $\beta_{h_2} = 1/40$, $\beta_{h_3} = 1/50$, $\beta_{h_4} = 1/60$, $\mu_v = 1/35$, $N_h = 1,000$, $L = 50$, $d_v = 100$, $d_{v_{\max}} =$ 400.	54
รูปที่ 4.12 ผลเฉลยเชิงตัวเลขเมื่อพิจารณาประชากรตามโครงสร้างอายุ	55

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญยิ่งสำหรับการศึกษาในด้านวิศวกรรม ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ แพทย์ศาสตร์ และสาขาอื่นๆ อีกมากมาย ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้นำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในทางการแพทย์ เพื่อศึกษา วิเคราะห์ และนำไปสู่การลดการระบาดของโรคไข้เลือดออกของประชากรในชุมชนเมือง ซึ่งเป็นปัญหาทางสาธารณสุขที่สำคัญของประเทศในแถบเอเชียตะวันออกเฉียงใต้รวมทั้งประเทศไทย

งานวิจัยชิ้นนี้เป็นการสร้าง พัฒนา และศึกษาแบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมืองพร้อมทั้งวิเคราะห์ และหาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อลดการระบาดของโรคนี้เพื่อนำไปใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรค ลดจำนวนผู้ป่วย และใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับสถิติการเกิดโรคของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของโรคที่เฝ้าระวังของทางสำนักกระบาดวิทยากระทรวงสาธารณสุขต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

1.2.1. เพื่อศึกษาลักษณะการระบาดของโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง

1.2.2. เพื่อสร้างและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการระบาดของโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง

1.2.3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับการระบาดของโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง

1.2.4. เพื่อหาแนวทางใหม่ในการลดการระบาดของโรคนี้ให้น้อยลง โดยใช้ความรู้และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

1.2.5. เพื่อใช้ความรู้และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์กับวิทยาศาสตร์ทางการแพทย์

1.2.6. เพื่อลดงบประมาณในการควบคุมการระบาดของโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

1.3.1. ศึกษาและค้นคว้าเกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก และสถิติผู้ป่วยตั้งแต่ปี ค.ศ.2001 จนถึงปัจจุบัน

1.3.2. ศึกษาและสร้างแบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง

1.3.3. วิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง

1.3.4. พัฒนา และแก้ไขเพื่อให้ได้แบบจำลองที่เหมาะสม

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.4.1. เป็นการสร้าง และเพิ่มความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบจำลองเชิงพลวัต
- 1.4.2. เป็นการสร้างแบบจำลองเชิงพลวัตเพื่อศึกษาการระบาดของโรคไข้เลือดออกสำหรับชุมชนเมืองในประเทศไทย
- 1.4.3. สามารถนำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการศึกษา การวิจัย ทางด้านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้
- 1.4.4. สอดคล้องแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 11 ยุทธศาสตร์การพัฒนาคณบดีสังคมแห่งการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างยั่งยืน ประเภทการวิจัยประยุกต์
- 1.4.5. สามารถนำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ และการวิจัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ทางการแพทย์ได้
- 1.4.6. สามารถหาแนวทางใหม่ที่จะช่วยในการลดการระบาดของโรค โดยใช้เทคนิคและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาสร้างแบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับการระบาดของโรคไข้เลือดออกในประเทศไทย ซึ่งเป็นการช่วยลดงบประมาณในการควบคุมการระบาดของโรคนี้
- 1.4.7. เพื่อเป็นการช่วยให้ประชากรรอดพ้นจากการเป็นโรคไข้เลือดออกในประเทศไทย ซึ่งทุกๆ ปีพบผู้ป่วยที่เป็นโรคนี้
- 1.4.8. เพื่อเป็นการนำคณิตศาสตร์มาศึกษา และประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์กับวิทยาศาสตร์ทางการแพทย์
- 1.4.9. ผลกระทบความดีพิมพ์เผยแพร่ในระดับชาติ และนานาชาติ พร้อมทั้งผลิตบัณฑิต

1.5 ระเบียบวิธีการวิจัย

- 1.5.1. ศึกษา ค้นคว้าเกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก และลักษณะการติดเชื้อของโรค
- 1.5.2. ศึกษา และวิเคราะห์ข้อมูลของโรคไข้เลือดออก
- 1.5.3. กำหนดตัวแปรในการวิจัย โดยที่ตัวแปรต้นคือ ลักษณะการเคลื่อนที่ของประชากร จำนวนสถานที่ที่มีการเคลื่อนที่ของประชากร จำนวนผู้ป่วยเริ่มต้น จำนวนยุงเริ่มต้น ตัวแปรตามคือ จำนวนผู้ป่วยที่เป็นโรคไข้เลือดออก
- 1.5.4. สร้างแบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง
- 1.5.5. วิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ และประมวลผลที่ได้โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของประชากรคน และประชากรยุง
- 1.5.6. พัฒนา และแก้ไขปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ให้เหมาะสม

1.5.7. วิเคราะห์ และสรุปผลที่ได้จากการวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ พร้อมทั้งเสนอแนวทางสำหรับการลดการระบาดของโรคนี้โดยอ้างอิงความรู้ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ทางการแพทย์

1.5.8. สรุป เขียนบทความวิจัย และรายงานผลการวิจัย

1.6 ทฤษฎีหรือกรอบแนวคิดของโครงการวิจัย (ภาคผนวก)

1. Standard Dynamical Analysis Method
2. The equilibrium state
3. The Routh-Hurwitz criteria
4. Local asymptotical stability
5. Stochastic process



บทที่ 2

โรคไข้เลือดออก (Dengue disease)

2.1. ความเป็นมา/สภาพปัญหา

โรคไข้เลือดออกเป็นโรคติดต่อที่มีุงกลายเป็นพาหะนำโรค ปัจจุบันยังคงเป็นปัญหาที่สำคัญ ที่ทำให้ประชาชนป่วย และป่วยตายทุกปี และมีแนวโน้มของการเกิดโรคสูงขึ้นเรื่อยๆอย่างน่าวิตก จากรายงานทางระบาดวิทยาของโรคไข้เลือดออก พบว่าวิวัฒนาการเกิดโรคเริ่มเปลี่ยนไป พบผู้ป่วยได้ตลอดปีจากเดิมเฉพาะฤดูฝน และพบผู้ป่วยทุกเพศ ทุกวัย ไม่เฉพาะแต่เด็กอายุต่ำกว่า 15 ปี เหมือนที่ผ่านมา ไข้เลือดออกเป็นโรคติดต่อที่เป็นปัญหาของประเทศไทยต่อเนื่องมานาน ที่ผ่านมามีพบว่า การเกิดและระบาดของโรคมักเกิด ปีเว้นปี ปีเว้นสองปี แต่ในช่วงระยะที่ผ่านมามีการเกิด และระบาดของโรคมีแนวโน้มต่อเนื่องทุกปี ฤดูกาลเกิดโรคมักพบในช่วงฤดูฝน และผู้ป่วยอยู่ในกลุ่ม อายุ 5 – 14 ปี จากรายงานการเกิดโรคในช่วง 2 – 3 ปีที่ผ่านมาการเกิดโรคพบผู้ป่วยทุกเดือน และความรุนแรงของโรคมีแนวโน้มรุนแรงขึ้น อัตราป่วยและ อัตราตายสูงขึ้นด้วย

2.2 ประวัติของการเกิดโรคไข้เลือดออก

โรคไข้เลือดออกเป็นโรคที่เกิดขึ้นใหม่ (emerging disease) เมื่อประมาณ 40 ปีมาแล้ว โดยเริ่มมีรายงานประปรายมาตั้งแต่ปี พ.ศ. 2492 แต่เกิดระบาดใหญ่เป็นครั้งแรกที่ประเทศฟิลิปปินส์ในปี พ.ศ. 2497 ปัจจุบันโรคไข้เลือดออกยังคงเป็นปัญหาเรื้อรังของภูมิภาคเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ เนื่องจากจำนวนผู้ป่วยที่ยังคงเพิ่มสูงขึ้นเป็นระยะๆทุก 3-5 ปี แม้ว่าอัตราป่วยตายของโรคนี้จะลดลงอย่างมาก จากร้อยละ 5 เหลือประมาณร้อยละ 2 ก็ตาม ในจำนวน 10 ประเทศที่อยู่ในภูมิภาคเอเชียตะวันออกเฉียงใต้นั้น ประเทศไทย อินโดนีเซีย และเมียนมามีการระบาดของโรคไข้เลือดออกสูงมาก สถานการณ์ของโรคไข้เลือดออกในประเทศอินเดียและศรีลังกามักอยู่ในระดับปานกลาง แต่ระหว่างเดือนกันยายน-ตุลาคม ปี พ.ศ. 2539 เกิดการระบาดของโรคไข้เลือดออกครั้งใหญ่ที่เมืองเดลี ในประเทศอินเดีย โดยพบผู้ป่วย 8,866 ราย เสียชีวิต 378 ราย คิดเป็นอัตราผู้ป่วยเสียชีวิตเท่ากับร้อยละ 4.3 ส่วนในประเทศบังกลาเทศมีการระบาดของโรคไข้เลือดออกในปี พ.ศ. 2507 และพบว่าในกลุ่มประชากรส่วนใหญ่มีแอนติบอดีต่อเชื้อไวรัสเดงกี ซึ่งแสดงให้เห็นว่ามีการระบาดของโรคไข้เลือดออกในประเทศนี้หลายครั้ง ในประเทศมัลดีฟส์ก็พบสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันนี้

สำหรับในประเทศไทยเกิดโรคไข้เลือดออกระบาดใหญ่ครั้งแรกในปี พ.ศ. 2501 ที่กรุงเทพฯ ในระยะ 5 ปีต่อจากนั้นมักมีรายงานผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกทุกปี ส่วนใหญ่จากกรุงเทพฯ และธนบุรี การระบาดเป็นแบบปีหนึ่งสูงและปีถัดมาลดต่ำลง หลังจากนั้นโรคไข้เลือดออกได้แพร่กระจายไปตามจังหวัดต่างๆ โดยเฉพาะที่เป็นหัวเมืองใหญ่ มีประชากรหนาแน่นและการ

คมนาคนสะดวง โรคไข้เลือดออกแพร่กระจายอย่างรวดเร็วจนในที่สุดก็พบว่ามีรายงานผู้ป่วยด้วยโรคนี้จากทุกจังหวัดของประเทศไทย และรูปแบบการระบาดของโรคไข้เลือดออกก็ได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมที่เป็นแบบปีเว้นปี มาเป็นแบบสูง 2 ปีแล้วลดต่ำลง หรือลดต่ำลง 2 ปีแล้วเพิ่มสูงขึ้น

2.3 สาเหตุและการติดต่อ

เชื้อสาเหตุ : ไวรัสเดงกี เชื้อไวรัสเดงกีเป็น RNA virus จัดอยู่ใน Family Flaviviridae (เดิมเรียกว่า group B arbovirus) มี 4 serotypes, DEN 1-4 ทั้ง 4 serotypes มี antigen ร่วมบางชนิดจึงทำให้มี cross reaction และมี cross protection ได้ในระยะสั้นๆ ถ้ามีการติดเชื้อชนิดใดชนิดหนึ่งแล้วจะมีภูมิคุ้มกันต่อชนิดนั้นไปตลอดชีวิต (permanent immunity) แต่จะมีภูมิคุ้มกันต่อไวรัสเดงกีชนิดอื่นๆอีก 3 ชนิดได้ในช่วงสั้นๆ (partial immunity) ประมาณ 6-12 เดือน หลังจากนั้นจะมีการติดเชื้อไวรัสเดงกีชนิดอื่นๆที่ต่างจากครั้งแรกได้ เป็นการติดเชื้อซ้ำ (secondary dengue infection) ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการทำให้เกิดโรคไข้เลือดออกเดงกี จากการศึกษาที่โรงพยาบาลเด็กร่วมกับแผนกไวรัสของสถาบันวิจัยแพทยทหาร (AFRIMS) พบว่าร้อยละ 85-95 ของผู้ป่วยที่เป็น DHF มีการติดเชื้อซ้ำ ส่วนผู้ป่วยที่เป็น DHF เมื่อมีการติดเชื้อครั้งแรก (primary dengue infection) นั้นมักเป็นเด็กอายุต่ำกว่า 1 ปี และทุกรายจะมี passive dengue antibody ที่ผ่านจากแม่อยู่ในขณะที่เป็นไข้เลือดออกเชื้อที่แยกได้จากผู้ป่วยในกรุงเทพฯมีทั้ง 4 ชนิด โดย DEN-2 พบได้ตลอดเวลา ส่วน DEN-1, DEN-3 และ DEN-4 อาจหายไปเป็นช่วงๆ สัดส่วนของเชื้อไวรัสเดงกีทั้ง 3 หรือ 4 ชนิดจะแตกต่างกันไปในแต่ละปี โดยทั่วไปจะแยกเชื้อ DEN-2 ได้มากที่สุดตลอดเวลา ในระยะหลังๆมีบางช่วงที่พบ DEN-3 มากกว่า DEN-2 จากการศึกษาทางด้านไวรัสและระบาดวิทยา สรุปได้ว่าปัจจัยสำคัญที่ทำให้เกิดโรคไข้เลือดออกเดงกี คือ มีไวรัสเดงกีชุกชุมมากกว่า 1 ชนิด (simultaneously endemic of multiple serotype) หรือมีการระบาดของต่างชนิดเป็นระยะๆ (sequential epidemic) ซึ่งในพื้นที่ที่มีประชากรหนาแน่นทำให้มีการติดเชื้อซ้ำได้บ่อย และการติดเชื้อซ้ำด้วย DEN-2 มีโอกาสเสี่ยงสูงที่จะเกิดเป็น DHF โดยเฉพาะอย่างยิ่งการติดเชื้อครั้งที่ 2 ภายหลังจากติดเชื้อครั้งแรกด้วย DEN-1 ในระยะแรกๆของการระบาดแยกเชื้อซิกันกันมาได้จากผู้ป่วยที่มีอาการคล้ายไข้เลือดออก แต่มีอาการไม่รุนแรง การศึกษาต่อมาพบว่าซิกันกันยาซึ่งจัดอยู่ในกลุ่ม Alphavirus, Family Togaviridae เป็นไข่ออกผื่นชนิดหนึ่งซึ่งมีอาการปวดข้อร่วมด้วย มีอาการคล้ายไข้เดงกี (dengue fever, DF) ไม่ทำให้เกิดโรคไข้เลือดออก แต่อาจจะเกิดร่วมกับการติดเชื้อเดงกีซึ่งทำให้เกิด DHF ได้

การติดต่อ : มียุงลายเป็นพาหะนำโรค

โรค ไข้เลือดออกติดต่อกันได้โดยมียุงลายบ้าน (*Aedes aegypti*) เป็นพาหะนำโรคที่สำคัญ โดยยุงตัวเมียซึ่งกัดเวลากลางวันและดูดเลือดคนเป็นอาหาร จะกัดดูดเลือดผู้ป่วยซึ่งในระยะไข้สูงจะ

เป็นระยะที่มีไวรัสอยู่ในกระแสเลือด เชื้อไวรัสจะเข้าสู่กระเพาะยุง เข้าไปอยู่ในเซลล์ที่ผนังกระเพาะ เพิ่มจำนวนมากขึ้นแล้วออกมาจากเซลล์ผนังกระเพาะ เดินทางเข้าสู่ต่อมน้ำลายพร้อมที่จะเข้าสู่คนที่ ถูกกัดในครั้งต่อไป ซึ่งระยะฟักตัวในยุงนี้ประมาณ 8-12 วัน เมื่อยุงตัวนี้ไปกัดคนอื่นอีก ก็จะปล่อย เชื้อไวรัสไปยังผู้ที่ถูกกัดได้ เมื่อเชื้อเข้าสู่ร่างกายคนและผ่านระยะฟักตัวนานประมาณ 5-8 วัน (สั้น ที่สุด 3 วัน - นานที่สุด 15 วัน) ก็จะทำให้เกิดอาการของโรคได้

พาหะนำโรค

ยุงเป็นพาหะนำโรคจัดอยู่ใน Class Insecta (Hexapoda), Order Diptera, Family Culicidae ในประเทศไทย ยุงลายที่เป็นพาหะหลักของไข้เลือดออก คือ ยุง (Aedes aegypti) สันนิษฐานว่ามี ถิ่นกำเนิดในทวีปแอฟริกาแล้วแพร่กระจายไปยังทวีปต่าง ๆ โดยมีรายงานการพบยุงลายชนิดนี้ ครั้งแรกในปี พ.ศ. 2450 ส่วนในประเทศไทยยังไม่มีรายงานที่แน่นอนว่าเข้ามาตั้งแต่เมื่อใด คาดว่า อาจเข้ามาเป็นไข่ติดมากับภาชนะดินเผาจากประเทศจีน หรืออาหรับในหลายศตวรรษก่อน ในอดีต จะพบยุงลายชนิดนี้เฉพาะในเขตเมืองใหญ่ ๆ แต่ปัจจุบันปรากฏว่าพบทั้งในเมืองและเขตชนบท ยุงลาย Aedes aegypti เป็นยุงที่มีขนาดเล็กสีดำ มีหลายขาเห็นได้ชัดที่ขา ท้อง และลำตัว โดยเฉพาะบนสันหลังอก จะมีเกล็ดสีขาวเป็นรูปเกือบ 1 คู่

วงจรชีวิตของยุงลาย

ยุงลายมักวางไข่ตามบริเวณที่ชื้นแฉะระดับน้ำเล็กน้อย โดยวางไข่ฟองเดี่ยวๆอยู่รวมกันเป็น กลุ่ม ตัวเมียวางไข่ครั้งละประมาณ 100 ฟอง ยุงลายจะวางไข่มากน้อยเป็นจังหวะใน 24 ชั่วโมง โดย อาศัยจังหวะที่แสงลดน้อยลงในเวลาเย็น จากการศึกษาในห้องปฏิบัติการพบว่ายุงลายจะวางไข่มากที่สุดก่อนพระอาทิตย์ตกดิน โดยปัจจัยที่ควบคุมให้เกิดกิจกรรมนี้ คือ การเริ่มมืด ตัวอ่อนที่อยู่ ภายในไข่จะเจริญเติบโตพร้อมที่จะฟักออกเป็นลูกน้ำภายใน 2 วัน (แต่ถ้าสภาพแวดล้อมไม่ เหมาะสม เช่น ขาดความชื้น ไข่ที่มีตัวอ่อนภายในเจริญเติบโตเต็มที่แล้วจะทนต่อความแห้งแล้งใน สภาพนั้นได้นานหลายเดือน เมื่อไข่นั้นได้รับความชื้นหรือมีน้ำมาท่วมไข่ ไข่ก็จะฟักออกเป็นตัว ลูกน้ำได้ในเวลาอันรวดเร็วตั้งแต่ 20-60 นาที แต่อัตราการฟักออกเป็นลูกน้ำจะลดน้อยลงตาม ระยะเวลาที่นานขึ้น)

ตัวอ่อนของยุงลายเรียกว่าลูกน้ำ ระยะที่เป็นลูกน้ำกินเวลานานประมาณ 6-8 วัน อาจมาก หรือน้อยกว่านี้ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ อาหารและความหนาแน่นของลูกน้ำภายในภาชนะนั้นๆ ลูกน้ำ ลอกคราบ 4 ครั้ง จากลูกน้ำระยะที่ 1 เข้าสู่ลูกน้ำระยะที่ 2, 3 และ 4 ลูกน้ำยุงลายจะใช้ท่อหายใจ เกาะท่ามุมกับผิวน้ำโดยลำตัวตั้งเกือบตรงกับผิวน้ำ ลูกน้ำเคลื่อนไหวอย่างว่องไว ว่ายน้ำคล้ายงูเลื้อย ไม่ชอบแสงสว่าง ลูกน้ำจะกินอินทรีย์สารและอาหารอื่น ๆ ที่มีอยู่ในภาชนะนั้นๆ เช่น ตะไคร่น้ำ เศษ อาหารที่หล่นลงไป แบคทีเรีย และพวกสัตว์เซลล์เดียว

เมื่อลูกน้ำระยะที่ 4 ลอกคราบครั้งสุดท้ายก็จะกลายเป็นตัวกลางวัยหรือดักแด้หรือที่เรียกว่า ตัวโม่่งนี้จะเคลื่อนไหวช้าลงหรือไม่เคลื่อนไหวเลยและเป็นระยะที่ไม่กินอาหาร แต่จะมีการเปลี่ยนแปลงภายใน ประมาณ 1-2 วันก็จะลอกคราบกลายเป็นตัวเต็มวัยหรือตัวบุงลาย วงจรชีวิตของบุงลายในแต่ละท้องที่ใช้เวลาสั้นยาวไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปริมาณอาหาร อุณหภูมิ ความชื้น และความสั้นยาวของกลางวัน-กลางคืน บุงตัวผู้มีอายุขัยสั้นประมาณ 6-7 วันเท่านั้น ส่วนบุงตัวเมียมีอายุขัยนานกว่า หากมีอาหารสมบูรณ์ อุณหภูมิและความชื้นพอเหมาะ บุงลายตัวเมียอาจอยู่ได้นานประมาณ 30-45 วัน

เมื่อออกจากคราบตัวโม่่งใหม่ๆ บุงลายจะยังไม่สามารถบินได้ทันที ต้องเกาะนั่งอยู่บนผิวน้ำ รอเวลาระยะหนึ่งเพื่อให้ระยางค์ต่างๆบนส่วนหัวยึดออกและเพื่อให้เลือดฉีดเข้าเส้นปีก ทำให้เส้นปีกยึดออกและแข็งจึงจะบินได้ ระยะนี้ใช้เวลา 1-2 ชั่วโมง เมื่อบุงบินได้แล้วก็พร้อมที่จะหาอาหารและผสมพันธุ์ โดยปกติบุงตัวผู้จะลอกคราบออกมาก่อนตัวเมีย 1-2 วัน (จากตัวโม่่งในรุ่นเดียวกัน) เนื่องจากบุงตัวผู้ต้องใช้เวลาราวประมาณ 24 ชั่วโมงเพื่อให้อวัยวะสืบพันธุ์หมุนตัวไปครบ 180 องศาเสียก่อนจึงจะพร้อมในการผสมพันธุ์ได้ บุงตัวเมียจะผสมพันธุ์เพียงครั้งเดียวและสามารถวางไข่ได้ตลอดชีวิต หลังจากผสมพันธุ์แล้วบุงตัวเมียจะหาเลือดกิน (ปกติภายใน 24 ชั่วโมงหลังลอกคราบออกมาจากตัวโม่่ง) อาหารของบุงลายทั้งตัวเมียและตัวผู้ คือ น้ำหวานจากเกสรของดอกไม้หรือน้ำจากผลไม้ โดยใช้เป็นแหล่งพลังงานสำหรับการบิน ส่วนบุงลายตัวเมียต้องกินเลือดคนหรือสัตว์เลือดอุ่น เพื่อนำโปรตีนในเลือดไปพัฒนาไข่ให้เจริญเติบโต ตามปกติบุงลายชอบกินเลือดคนมากกว่าเลือดสัตว์ หลังจากกินเลือดแล้ว 2-3 วันบุงลายตัวเมียก็จะหาที่วางไข่

โดยทั่วไปบุงลายออกหากินในเวลากลางวัน แต่ถ้าในช่วงเวลากลางวันนั้น บุงลายไม่ได้กินเลือดหรือกินเลือดไม่อึด บุงลายก็อาจออกหากินเลือดในเวลาพลบค่ำด้วย หากในห้องนั้นหรือบริเวณนั้นมีแสงสว่างเพียงพอ ช่วงเวลาที่พบบุงลายได้มากที่สุดมี 2 ช่วง ในเวลาเช้าและในเวลาบ่ายถึงเย็น บางรายงานระบุว่าช่วงเวลาที่บุงลายออกหากินมากที่สุด คือ 09.00-11.00 น. และ 13.00-14.30 น. แต่บางรายงานก็ระบุแตกต่างกันออกไป เช่น 06.00-07.00 น. และ 17.00-18.00 น. ทั้งนี้แล้วแต่ว่าทำการศึกษาในฤดูกาลใด จากการศึกษาพฤติกรรมกักตัวของบุงลายที่กรุงเทพฯ พบว่าจะกักในเวลากลางวัน ช่วงเวลาที่มีการกักมากได้แก่ 09.00-10.00 น. และ 16.00-17.00 น. และพบว่าบุงลายบ้านชอบกักคนในบ้าน ส่วนบุงลายสวนชอบกักคนนอกบ้าน มีเพียงส่วนน้อยที่เข้ามากักคนในบ้าน บุงลายไม่ชอบแสงแดดและลมแรง ดังนั้นจึงออกหากินไม่ไกลจากแหล่งเพาะพันธุ์ โดยทั่วไปมักบินไปครั้งละไม่เกิน 50 เมตร นอกจากนี้ จะพบว่าบุงลายชุกชุมมากในฤดูฝน ช่วงหลังฝนตกชุกเพราะอุณหภูมิและความชื้นเหมาะแก่การแพร่พันธุ์ ส่วนในฤดูอื่นจะพบว่าความชุกชุมของบุงลายลดลงเล็กน้อย

แหล่งเกาะพักของบุงลายในบ้านเรือนพบว่าบุงตัวเมียร้อยละ 90 ชอบเกาะพักตามสิ่งห้อยแขวนต่างๆ ในบ้าน มีเพียงร้อยละ 10 เท่านั้นที่พบเกาะพักอยู่ตามข้างฝาบ้าน จากการศึกษาแหล่ง

เกาะพักของยุงลายภายในบ้านเรือนที่จังหวัดระยอง (สมเกียรติ บุญญาบัญชา และบรรยง มาตย์คำ, 2529) พบว่า ยุงลายเกาะพักตามเสื้อผ้าห้อยแขวนร้อยละ 66.5 เกาะตามมุ้งและเชือกมุ้งร้อยละ 15.7 สิ่งห้อยแขวนอื่นๆ ร้อยละ 15.3 และพบเพียงร้อยละ 2.5 เท่านั้นที่เกาะพักตามข้างฝา

พาหะนำโรคไข้เลือดออกมีอยู่ 2 ชนิด คือ ยุงลายบ้าน (*Aedes aegypti*) เป็นพาหะหลัก และยุงลายสวน (*Aedes albopictus*) เป็นพาหะรอง ในวงจรชีวิตของยุงลายประกอบด้วยระยะต่างๆ 4 ระยะ ได้แก่ ระยะไข่, ระยะตัวอ่อน (ลูกน้ำ) ระยะดักแด้หรือตัวกลางวัย (ตัวโม่ง), และ ระยะตัวเต็มวัย (ตัวยุง) ทั้ง 4 ระยะมีความแตกต่างกันทั้งรูปร่างลักษณะและการดำรงชีวิต ดังนี้

ยุงลายสวน (*Aedes albopictus*)

สามารถนำโรคไข้เลือดออกได้เช่นกัน มีกำเนิดในทวีปเอเชีย โดยพบได้ทั่วไปตั้งแต่ประเทศ อินเดีย พม่า ไทย มาเลเซีย จนถึงญี่ปุ่น ปัจจุบันได้มีการแพร่ระบาดไปยังสหรัฐอเมริกา สันนิษฐานว่าติดไปกับยางรถยนต์เก่า ที่นำเข้ามาจากทวีปเอเชีย *Aedes albopictus* เป็นยุงที่มีขนาดเล็กเท่า ๆ กับยุงลาย *Aedes aegypti* มีสีดำ มีลายขาวที่ขา ท้อง และลำตัว และมีลักษณะที่สำคัญคือมีเกล็ดสีขาวอยู่กลางสันหลังอก

ยุงลายสวน (*Aedes albopictus*) ซึ่งเป็นพาหะนำโรคไข้เลือดออกได้ เป็นยุงที่พบอยู่ตามป่าและในเขตที่มีการปลูกต้นไม้ยืนต้น เช่น สวนยาง สวนมะพร้าว สวนผลไม้ และตามเขตชนบทโดยมีแหล่งเพาะพันธุ์อยู่ตามโพรงไม้ กระจบอกไม้ไผ่ เศษใบไม้ที่หล่นตามพื้น รวมทั้งภาชนะที่มนุษย์สร้างขึ้น แต่พบบ่อยนอกบ้าน เช่น ยางรถยนต์ กระจบองน้ำ ดังนั้นยุงลายชนิดนี้จึงเป็นพาหะที่มีบทบาทสำคัญในเขตชนบท

ยุงลายบ้าน (*Aedes aegypti*)

ไข่ยุงลาย *Aedes aegypti* มีลักษณะยาวรี ขนาดประมาณ 1 มิลลิเมตร ลักษณะเป็นฟองเดี่ยว ออกมาใหม่ ๆ มีสีขาว แล้วเปลี่ยนเป็นสีดำ ในเวลา 2 ชั่วโมง ยุงลายชอบวางไข่บนพื้นผิวที่เปียกด้านในของภาชนะซึ่งน้ำเหนือระดับน้ำเล็กน้อย ไข่ที่วางใหม่ ๆ ตัวอ่อนภายในยังไม่เจริญเต็มที่ ต้องอาศัยความชื้นสูง ใกล้เคียง ๆ ระดับน้ำ เพื่อให้ตัวอ่อนภายในไข่เจริญเติบโตจนครบระยะที่จะฟักออกมาเป็นลูกน้ำ ซึ่งจะใช้เวลา 1-2 วัน ที่อุณหภูมิประมาณ 28-35 องศาเซลเซียส ถ้าไข่แห้งในขณะที่ตัวอ่อนกำลังเจริญเติบโต ตัวอ่อนจะตายได้ แต่ถ้าตัวอ่อนเจริญเติบโตเต็มที่แล้ว ไข่จะสามารถอยู่ในสภาพแห้งได้เป็นเวลาหลายเดือนและจะสามารถฟักออกมาเป็นลูกน้ำได้ เมื่อมีน้ำท่วมไข่

ลูกน้ำยุงลายมี 4 ระยะ ซึ่งจะใช้เวลาในการเจริญเติบโตประมาณ 7-10 วัน อาหารของลูกน้ำได้แก่ ตะไคร่น้ำ อินทรีย์สารต่าง ๆ และจุลินทรีย์เล็ก ๆ ในภาชนะซึ่งน้ำ และจะโผล่ขึ้นมา

หายใจโดยใช้ท่อหายใจที่ผิวหนัง ลูกน้ำยุงลาย *Aedes aegypti* มีลักษณะที่สำคัญ คือ ถ้านำมาดูภายใต้กล้องจุลทรรศน์จะเห็นว่า บริเวณด้านข้างจะมีหนามข้างละ 2 อัน เห็นได้ชัดเจน และมีลักษณะการว่ายน้ำเป็นรูปเลข 8 หรือรูปตัว S ระยะลูกน้ำเป็นระยะที่ง่ายต่อการกำจัด เนื่องจากอาศัยอยู่ในสถานะขังน้ำ ไม่สามารถหนีได้เหมือนตัวเต็มวัย

หลังจากระยะลูกน้ำ ก็จะลอกคราบเป็นตัวโม่ง ซึ่งจะมีสีน้ำตาลดำ ระยะตัวโม่งจะเป็นระยะที่ไม่กินอาหาร การเปลี่ยนแปลงรูปร่างในระยะตัวโม่ง เพื่อเข้าสู่ระยะตัวเต็มวัยใช้เวลาประมาณ 1-2 วัน และมักพบตัวโม่งลอยอยู่บนผิวน้ำเพื่อขึ้นมาหายใจ

ยุงลายตัวเต็มวัยทั้ง 2 เพศ จะมีลักษณะแตกต่างกัน ที่หนวด โดยที่ยุงตัวผู้หนวดจะมีลักษณะเป็นพู่ขน เฉพาะยุงลายเพศเมียเท่านั้นที่ต้องดูดกินเลือด เพื่อนำโปรตีนจากเลือดไปสร้างไข่ นอกเหนือจากที่ยุงลายทั้ง 2 เพศ ต้องการเพื่อนำไปสร้างพลังงาน ดังนั้นยุงลายเพศเมียนั้นเองที่เป็นตัวการสำคัญ ถ่ายทอดเชื้อขณะดูดกินเลือด ทำให้เกิดการระบาดของไข้เลือดออก โดยหลังจากออกจากตัวโม่งแล้วระยะหนึ่ง ยุงลายจะเริ่มทำการผสมพันธุ์ หลังจากนั้น ยุงลายเพศเมียจะเริ่มออกกินเลือดเพื่อสร้างไข่ต่อไป

ยุงลายบ้านและยุงลายสวนมีลักษณะที่แตกต่างกันดังนี้

ยุงลายบ้าน (*Aedes aegypti*)

- ตัวเต็มวัย บริเวณระยางค์ปากปกคลุมด้วยเกล็ดสีขาว ที่ส่วนอกบริเวณกึ่งกลางหลังจะมีขนแข็ง และมีเกล็ดสีขาวเรียงตัวกันเห็นเป็นลวดลายคล้ายพิณฝรั่ง
- ลูกน้ำ บริเวณปล้องที่แปดจะมีเกล็ดอยู่หนึ่งแถวประมาณ 8-12 อัน บริเวณขอบตรงส่วนปลายของเกล็ดจะแยกเป็นแฉก และที่บริเวณอกจะมีหนามแหลม

ยุงลายสวน (*Aedes albopictus*)

- ตัวเต็มวัย มีเกล็ดสีดำที่ระยางค์ปาก ด้านหลังของส่วนอกมีแถบสีขาวพาดอยู่ตรงกลาง
- ลูกน้ำ บริเวณปล้องที่แปดมีเกล็ดอยู่หนึ่งแถวประมาณ 8-12 อัน ส่วนปลายของเกล็ดที่บริเวณขอบไม่แยกเป็นแฉก ส่วนอกไม่มีหนามแหลม

อาหารของยุงลาย

เหยื่อที่ยุงลายชอบกัด ได้แก่ คน ยุงลายจะสามารถกัดดูดเลือดได้หลายครั้ง และเมื่อไปกัดคนที่มิใช่เชื้อไวรัสเด็งกี เชื้อจะคงอยู่ตลอดชั่วอายุของยุงนั้น ทำให้ยุงลายเป็นพาหะนำเชื้อไวรัสได้เป็นอย่างดี ยุงลาย *Aedes aegypti* หากินภายในบ้านตั้งแต่เช้ามืดถึงเวลาพลบค่ำ โดยเฉพาะในช่วงเวลา 8.00 - 17.00 น.

นอกจากคนแล้ว ยุงลายยังสามารถกินเลือดสัตว์อื่น ๆ ได้ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นสัตว์เลี้ยงภายในบ้าน เช่น สุนัข แมว แต่จะเป็นส่วนน้อย

แหล่งอาศัยของยุงลาย

ยุงลาย *Aedes aegypti* ซึ่งเป็นพาหะหลักในการนำโรคไข้เลือดออก มีอุปนิสัยอาศัยอยู่ในบ้านเรือน โดยมีแหล่งเพาะพันธุ์เป็นภาชนะขังน้ำบริเวณบ้านพักอาศัย เช่น ตุ่มน้ำ บ่อซีเมนต์กักน้ำ ซึ่งแม้ปัจจุบันจะมีการใช้น้ำประปากันมากขึ้น แต่ประชาชนก็ยังเก็บกักน้ำดื่มและน้ำใช้ อีกทั้งในบางพื้นที่ยังคงไม่มีน้ำประปาใช้เราจึงยังคงพบลูกน้ำอยู่ทั่วไปในภาชนะขังน้ำในบ้านเรือน

งานรอกขาตู้ก้นมด เป็นภาชนะขังน้ำชนิดหนึ่งที่พบได้ทั่วไปในบ้านเรือน เป็นแหล่งเพาะพันธุ์ยุงที่สำคัญอย่างหนึ่งที่ยุงลายชอบมาวางไข่เช่นกัน หรือแม้เจกันที่คนนิยมปลูกต้นไม้ในบ้านเรือน เป็นแหล่งเพาะพันธุ์ของยุงลายแหล่งหนึ่งที่ประชาชนคาดไม่ถึง

ส่วนภาชนะขังน้ำที่อยู่นอกบ้าน ในบริเวณรอบ ๆ บ้านทั้งที่เป็นภาชนะเก็บกักน้ำไว้ใช้หรือภาชนะเก่าที่ทิ้งไว้แล้วมีน้ำขัง เช่น ยางรถยนต์ กระจบอง โห่ กะลามะพร้าว เหล่านี้ล้วนแล้วแต่เป็นแหล่งเพาะพันธุ์ของยุงลายได้ทั้งสิ้น

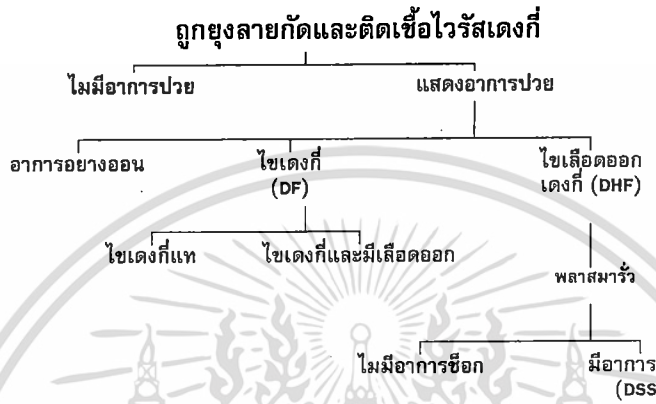
การแพร่กระจายของยุงลายในประเทศไทย

เชื่อกันว่ายุงลายบ้านเป็นยุงที่มีแหล่งกำเนิดเดิมอยู่ในทวีปแอฟริกา ต่อมายุงนี้ได้แพร่ไปยังประเทศต่างๆ ระหว่างเส้นรุ้ง ที่ 40° เหนือและใต้ โดยติดไปกับพาหนะที่ใช้ในการคมนาคม โดยเฉพาะอย่างยิ่งทางเรือ สำหรับประเทศไทยไม่มีใครทราบแน่นอนว่ายุงลายได้เข้ามาแพร่พันธุ์ตั้งแต่เมื่อใด แต่มีรายงานปรากฏในวารสารวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับการพบยุงลายในประเทศไทยเป็นครั้งแรกเมื่อปีพ.ศ. 2450 โดย F.V. Theobald เข้าใจว่าในระยะต้นๆ ยุงลายจะแพร่พันธุ์อยู่เฉพาะเมืองใหญ่ ต่อมาในปี พ.ศ. 2508 จากรายงานของ J.E. Scanlon ระบุว่ายุงลายมิได้จำกัดอยู่เฉพาะในเมืองใหญ่ แต่พบอยู่ทั่วไปทุกเมืองรวมทั้งในชนบทตามภาคต่างๆของประเทศไทย จะยกเว้นก็แต่เฉพาะชนบทที่แยกตัวออกจากเส้นทางคมนาคมเท่านั้น จากการศึกษาศิลปะของสมเกียรติ บุญญะบัญชา (2535) ที่คอยปูจังหวัดเชียงใหม่ พบว่าการแพร่กระจายของยุงลายจะถูกจำกัดโดยความสูงของพื้นที่คือจะไม่พบยุงลายบ้านที่ระดับความสูง 1,000 ฟุตจากระดับน้ำทะเล ต่างจากยุงลายสวนซึ่งสามารถพบได้ทุกระดับความสูง แม้กระทั่งบนยอดเขาสูง 6,000 ฟุต อย่างไรก็ตาม เมื่อไม่นานมานี้มีรายงานจากบางประเทศว่าสามารถพบยุงลายบ้านได้ที่ระดับความสูงมากกว่า 7,000 ฟุตแล้ว ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากอุณหภูมิบนภูเขาสูงขึ้นทำให้ยุงลายสามารถแพร่พันธุ์ได้

ทุกๆปีจะมีรายงานผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกทั้งจากเขตเมืองและเขตชนบท แต่บางปีพบว่าในเขตชนบทมีจำนวนผู้ป่วยมากขึ้น อาจเป็นเพราะสังคมเมืองได้เริ่มขยายเข้าไปในเขตชนบท จนทำให้เกิดเป็นสังคมกึ่งเมืองขึ้นทั่วไป นอกจากนี้ยังพบว่าในเขตเมืองมักมีรายงานผู้ป่วยสม่ำเสมอเกือบเท่ากันทั้งปี ในขณะที่ในเขตชนบทจะมีรายงานการป่วยสูงเฉพาะช่วงเดือนพฤษภาคมถึงเดือนพฤศจิกายน

ประเภทของการติดเชื้อไวรัสเดงกี

การติดเชื้อไวรัสเดงกีส่วนมากจะไม่มีอาการ (ร้อยละ 80-90) โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเด็กเล็ก เมื่อติดเชื้อครั้งแรกมักจะไม่มีอาการ หรือมีอาการไม่รุนแรง องค์การอนามัยโลกได้จำแนกกลุ่มอาการโรคที่เกิดจากการติดเชื้อเดงกีไว้ดังนี้



รูปที่ 2.1 การติดเชื้อไวรัสเดงกี (WHO)

ในประเทศที่มีโรคไข้เลือดออก (dengue hemorrhagic fever หรือ DHF) มักจะมีโรคไข้เดงกี (dengue fever-DF) อยู่ด้วย แต่สัดส่วนของ DHF และ DF จะแตกต่างกันในแต่ละพื้นที่และแต่ละประเทศขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ เช่น อายุ ภาวะภูมิคุ้มกันของผู้ป่วย และชนิดของไวรัสเดงกีในขณะนั้น จึงทำให้การแยกโรคระหว่าง DHF และ DF เป็นปัญหาอยู่ ลักษณะทางคลินิกของการติดเชื้อไวรัสเดงกีที่แบ่งออกเป็น 3 รูปแบบตามความรุนแรงของโรค มีดังนี้

1. Undifferentiated fever (UF) หรือ viral syndrome มักพบในทารกหรือในเด็กเล็ก ซึ่งจะปรากฏเพียงอาการไข้และบางครั้งมีผื่นแบบ maculopapular rash
2. ไข้เดงกี (DF) มักเกิดกับเด็กโตหรือผู้ใหญ่ อาจมีอาการไม่รุนแรง คือมีเพียงอาการไข้ร่วมกับปวดศีรษะ เมื่อยตัว หรืออาจเกิดอาการแบบ classical DF คือมีไข้สูงกะทันหัน ปวดศีรษะ ปวดรอบกระบอกตา ปวดกล้ามเนื้อ ปวดกระดูก และมีผื่น บางรายอาจมีจุดเลือดออกที่ผิวหนัง มีผลการทดสอบทูร์นิเกตต์เป็นบวก ผู้ป่วยส่วนใหญ่มักมีเม็ดเลือดขาวต่ำ รวมทั้งบางรายก็อาจมีเกร็ดเลือดต่ำได้ ในผู้ใหญ่เมื่อหายจากโรคแล้วจะมีอาการอ่อนเพลียอยู่นาน
3. ไข้เลือดออกเดงกี (DHF) มีอาการคล้ายกับ DF ในระยะมีไข้ แต่จะมีลักษณะเฉพาะของโรค คือ มีเกร็ดเลือดต่ำและมีการรั่วของพลาสมา ซึ่งถ้าพลาสมารั่วออกไปมากผู้ป่วยจะมีภาวะช็อก

เกิดขึ้นที่เรียกว่า dengue shock syndrome (DSS) การรั่วของพลาสมาสามารถตรวจพบได้จากกรณีที่ มีระดับฮีมาโตคริตสูงขึ้น มีน้ำในเยื่อหุ้มช่องปอดและช่องท้อง

ปัจจัยเสี่ยงในการเกิด DHF/DSS

ทางด้านระบาดวิทยาต้องพิจารณาผู้ป่วย (host) ไวรัสและพาหะนำโรค (vector) รวมกัน

ก. ปัจจัยเสี่ยงด้านผู้ป่วย (host)

1. เด็กมีความเสี่ยงที่จะเกิดโรค DHF มากกว่าผู้ใหญ่ ในกรณีที่มีการติดเชื้อซ้ำเหมือนกัน เด็กจะมีความเสี่ยงสูงกว่า มีข้อมูลจากการระบาดในประเทศคิวบา และประเทศบราซิล ซึ่งมีผู้ป่วย อายุมากกว่า 30 ปี เป็นจำนวนมากแต่พบ DHF/DSS ในเด็กสูงกว่าในผู้ใหญ่

2. ภาวะโภชนาการ ผู้ป่วย DHF ส่วนใหญ่มีภาวะโภชนาการดีและดีกว่าเด็กที่ติดเชื้ออื่นๆ ผลการศึกษาได้มาจากการศึกษาเปรียบเทียบภาวะโภชนาการของเด็กที่เป็น DHF กับเด็กที่เป็นโรค ติดเชื้ออื่น ๆ ได้แก่ ปอดอักเสบ และโรคอุจจาระร่วง และเด็กที่มาคลินิกเด็กดี

3. เชื้อชาติและพันธุกรรมจากการระบาดที่ประเทศคิวบาพบว่า นิโกรเป็นโรค DHF/DSS น้อยกว่าชนผิวขาว จากการที่ไม่มีการระบาดของ DHF ในทวีปแอฟริกาทั้ง ๆ ที่มีไวรัสเดงกี ทั้ง 4 ชนิด และมียุงลายทำให้คิดว่าน่าจะมีปัจจัยด้านโรคในด้านพันธุกรรมหรือเชื้อชาติซึ่งจะต้องศึกษา กันต่อไป

การศึกษาทางพันธุกรรมในผู้ป่วยไทยนั้น พบว่า Class I LLA-A2 haplotype มีความสัมพันธ์กับการ เกิด DHF ซึ่งจะต้องศึกษาต่อไปในวงกว้างกว่านี้

4. เพศ พบว่าในรายที่เป็น DSS และรายที่ตายจะพบเป็นเพศหญิงมากกว่าเพศชาย

ข. ปัจจัยเสี่ยงด้านไวรัสและภูมิคุ้มกัน

1. พื้นที่ที่มีไวรัสเดงกีหลาย ๆ serotype และมีภาวะ hyperendemicity หรือมีเชื้อหลาย serotype เป็นเชื้อประจำถิ่นในช่วงเวลาเดียวกัน (simultaneously endemic of multiple serotype) ทำให้มีโอกาสติดเชื้อซ้ำสูง

2. มีการระบาดของไวรัสเดงกีต่อเนื่องกัน (sequentially epidemic) พบว่าการติดเชื้อซ้ำด้วย DEN-2 และ DEN-3 มีอัตราเสี่ยงสูงในการที่จะเกิด DHF การศึกษาที่จังหวัดระยองพบว่า การติดเชื้อซ้ำด้วย DEN-2 ตามหลัง DEN-1 มีความเสี่ยงสูงมากกว่า sequence แบบอื่น รองลงมาคือ DEN-2 ตามหลังด้วย DEN-3 และ DEN-2 ตามหลัง DEN-4 ตามลำดับ การศึกษาระยะยาว 5 ปี ที่ประเทศ เมียนมาร์ก็พบว่า การติดเชื้อครั้งที่ 2 ด้วย DEN-2 เป็นปัจจัยเสี่ยงในการเกิด DSS ส่วนในประเทศ มาเลเซียและประเทศอินโดนีเซีย พบการติดเชื้อครั้งที่ 2 ด้วย DEN-3 มากกว่า DEN-2

3. การติดเชื้อทุติยภูมิ (secondary infection) มีความเสี่ยงสูงที่จะเกิด DHF มากกว่าการติดเชื้อครั้งแรกประมาณ 160 เท่า พบว่าร้อยละ 87-99 ของผู้ป่วย DHF/DSS เป็นผู้ติดเชื้อครั้งที่ 2 ส่วนใหญ่ของผู้ป่วย DHF ที่เป็นการติดเชื้อครั้งแรกเป็นเด็กอายุน้อยกว่า 1 ปี ทุกรายมีแอนติบอดีต่อเชื้อเดงกีจากแม่

4. ความรุนแรงในการก่อโรค (virulence) ถึงแม้ในปัจจุบันจะยังไม่มีวิธีตรวจหาความรุนแรงในการก่อโรคของไวรัสเดงกีได้โดยตรง แต่จากความก้าวหน้าด้านไวรัสวิทยาโมเลกุล (molecular virology) ซึ่ง Rico Hesse ได้ศึกษา DEN-2 ที่แยกได้จากผู้ป่วย DHF/DSS ในที่ต่าง ๆ และได้เปรียบเทียบกับ nucleotide sequence จาก viral genome บริเวณรอยต่อของยีน E/NS1 สามารถจะจัดแยก DEN-2 ออกได้เป็น 5 กลุ่ม ตาม genetic subtype DEN-2 จากประเทศไทยนั้นอยู่ใน 2 กลุ่ม ซึ่งมีกลุ่มที่เป็นกลุ่มเดียวกับ DEN-2 จากประเทศเวียดนาม ที่น่าสนใจคือ DEN-2 ที่แยกได้จากผู้ป่วยที่มีอาการรุนแรง (DHF/DSS) จากประเทศบราซิล เวเนซุเอลา โคลัมเบีย และเม็กซิโก ก็อยู่ใน 2 กลุ่มนี้ ผู้ศึกษาสรุปว่า DEN-2 subtype จากเอเชียอาคเนย์ ใน 2 กลุ่มนี้เป็นไวรัสที่มีความรุนแรงในการก่อโรคหรือมีความสามารถทำให้เกิด DHF/DSS ได้สูงและเชื่อว่า DEN-2 subtype ที่แยกได้จากผู้ป่วย DHF ในประเทศแถบทวีปอเมริกาใต้เหล่านี้ มีรกรากมาจาก subtype จากเอเชียอาคเนย์ มีทางเป็นไปได้ที่ subtype เหล่านี้ถูกนำเข้าไปในทวีปอเมริกาในระยะเวลาหลังปี 1980 ผู้ศึกษานี้สนับสนุนว่า การผลิตวัคซีนป้องกันโรคโดยใช้ไวรัสเดงกีที่แยกได้จากประเทศไทยเหมาะสมอย่างยิ่งนี้เพราะ DEN-2 subtype จากประเทศไทย อาจเป็นตัวที่มีศักยภาพสูงในการทำให้เกิด DHF

ก. ปัจจัยเสี่ยงด้านพาหะนำโรค (vector)

ยุงลายบ้าน (*Aedes aegypti*) เป็นพาหะนำโรคที่สำคัญ ถ้ายุงลายเหล่านี้มีปริมาณเพียงพอ ถึงแม้จะมีจำนวนไม่มากก็จะทำให้ระบาดได้ สำหรับยุงลายสวน (*Aedes albopictus*) ก็สามารถแพร่เชื้อได้ แต่ไม่ดีเท่ากับ *Ae. aegypti*, *Ae. albopictus* เพราะพันธุ์ตามแหล่งน้ำขังตามโพรงต้นไม้ หรือกระบอกไม้ไผ่ส่วน *Ae. aegypti* เพราะพันธุ์ในภาชนะขังน้ำที่คนทำขึ้น

ถ้าอุณหภูมิและความชื้นเหมาะสม โดยเฉพาะในฤดูฝน ยุงลายเพียง 2-3 ตัว อาจแพร่เชื้อให้สมาชิกทั้งครอบครัวได้ ปัจจัยส่งเสริมให้มีผู้ป่วยมากขึ้นในฤดูฝนอีกประการหนึ่งนอกจากการมีจำนวนยุงมากขึ้นแล้ว คือในช่วงที่ฝนตกทั้งเด็กและยุงจะอยู่ในบ้านหรือในอาคาร เด็กจึงมีความเสี่ยงที่จะถูกยุงกัดมากขึ้น

ในปัจจุบันยังไม่ทราบระดับความชุกของยุงที่จะทำให้เกิดการระบาดของ DHF ได้ แต่ความชุกชุมของยุงลาย *Ae. aegypti* ในประเทศไทยไม่ว่าจะใช้ตัวชี้วัดใดมาใช้ก็จะสูงมาก และอาจสูงกว่าประเทศอื่น ๆ ปัจจัยทั้ง 3 ด้านนี้จะต้องมีส่วนร่วมกันในการทำให้เกิดโรค DHF/DSS ขึ้น การเพิ่มจำนวนประชากรโดยเฉพาะการเพิ่มของชุมชนในเมือง จะเพิ่มประชากรทั้งคนและยุง การเดินทางติดต่อสะดวกและเพิ่มมากขึ้นจะทำให้โรคกระจายไปในระยะไกลเพราะลำพังยุงจะมีระยะ

บินได้เพียง 50-100 เมตร การกระจายจึงไปกับคนในช่วงที่มี viremia ก่อนเริ่มมีอาการของโรค ความเจริญก้าวหน้าทางด้านคมนาคม จึงเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้มีการแพร่กระจายของโรค DHF ไปอย่างกว้างขวาง

อาการของโรคและการวินิจฉัย

อาการและการแสดงออกของโรค

อาการทางคลินิกของโรคไข้เลือดออก หลังจากได้รับเชื้อจากยุงประมาณ 5-8 วัน (ระยะฟักตัว) ผู้ป่วยจะเริ่มมีอาการของโรค ซึ่งมีความรุนแรงแตกต่างกันได้ ตั้งแต่มีอาการคล้ายไข้เด็งกี (dengue fever หรือ DF) ไปจนถึงมีอาการรุนแรงมากจนถึงช็อกและถึงเสียชีวิตได้ โรคไข้เลือดออกมีอาการสำคัญที่เป็นรูปแบบค่อนข้างเฉพาะ 4 ประการ เรียงตามลำดับการเกิดก่อนหลัง ดังนี้

1. ไข้สูงลอย 2-7 วัน
2. มีอาการเลือดออก ส่วนใหญ่จะพบที่ผิวหนัง
3. มีตับโต กดเจ็บ
4. มีภาวะการไหลเวียนล้มเหลว/ภาวะช็อก

อาการไข้ ผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกทุกรายจะมีไข้สูงเกิดขึ้นอย่างเฉียบพลัน ส่วนใหญ่ไข้จะสูงเกิน 38.5 องศาเซลเซียส ไข้อาจสูงถึง 40-41 องศาเซลเซียส ซึ่งบางรายอาจมีชักเกิดขึ้น โดยเฉพาะในเด็กที่เคยมีประวัติชักมาก่อน หรือในเด็กเล็กอายุน้อยกว่า 6 เดือน ผู้ป่วยมักจะมีหน้าแดง (flushed face) และตรวจดูคอก็อาจพบมี injected pharynx ได้ แต่ส่วนใหญ่ผู้ป่วยจะไม่มีอาการนำมูกไหลหรืออาการไอ ซึ่งช่วยในการวินิจฉัยแยกโรคจากโรคหัดในระยะแรกและโรคระบบทางเดินหายใจได้ เด็กโตอาจบ่นปวดศีรษะ ปวดรอบกระบอกตา

ในระยะไข้นี้ อาการทางระบบทางเดินอาหารที่พบบ่อย คือ เมื่ออาหาร อาเจียน บางรายอาจมีอาการปวดท้องร่วมด้วย ซึ่งในระยะแรกจะปวดทั่วๆ ไปและอาจปวดที่ชายโครงขวาในระยะที่มีตับโต

ส่วนใหญ่ไข้จะสูงลอยอยู่ 2-7 วัน ประมาณร้อยละ 15 อาจมีไข้สูงนานเกิน 7 วัน และบางรายไข้จะเป็นแบบ biphasic ได้ อาจพบมีผื่นแบบ erythema หรือ maculopapular ซึ่งมีลักษณะคล้ายผื่น rubella ได้

อาการเลือดออก ที่พบบ่อยที่สุดคือที่ผิวหนัง โดยจะตรวจพบว่าเส้นเลือดเปราะ แดงง่าย โดยการทำให้ tourniquet test ให้ผลบวกได้ตั้งแต่ 2-3 วันแรกของโรค ร่วมกับมีจุดเลือดออกเล็กๆ กระจายอยู่ตามแขน ขา ลำตัว รักแร้ อาจมีเลือดกำเดาหรือเลือดออกตามไรฟัน ในรายที่รุนแรงอาจ

มีอาเจียนและถ่ายอุจจาระเป็นเลือด ซึ่งมักจะเป็นสีดำ (melena) อาการเลือดออกในทางเดินอาหารส่วนใหญ่จะพบร่วมกับภาวะช็อกในรายที่มีภาวะช็อกอยู่นาน

ตับโต ส่วนใหญ่จะคลำพบตับโตได้ประมาณวันที่ 3-4 นับแต่เริ่มป่วย ตับจะนุ่มและกดเจ็บ

ภาวะช็อก ประมาณ 1 ใน 3 ของผู้ป่วยไข้เลือดออกจะมีอาการรุนแรง มีภาวะการไหลเวียนล้มเหลวเกิดขึ้น เนื่องจากการรั่วของพลาสมาออกไปยังช่องปอด/ช่องท้องมาก เกิด hypovolemic shock ซึ่งส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นพร้อมกับมีไข้ลดลงอย่างรวดเร็ว เวลาที่เกิดช็อกจึงขึ้นอยู่กับระยะเวลาที่มีไข้ อาจเกิดได้ตั้งแต่วันที่ 3 ของโรค (ถ้ามีไข้ 2 วัน) หรือเกิดวันที่ 8 ของโรค (ถ้ามีไข้ 7 วัน) ผู้ป่วยจะมีการเลวลง เริ่มมีอาการกระสับกระส่าย มือเท้าเย็น ชีพจรเบาเร็ว ความดันโลหิตเปลี่ยนแปลงโดยมี pulse pressure แคบเท่ากับหรือน้อยกว่า 20 มม.ปรอท (ปกติ 30-40 มม.ปรอท) ผู้ป่วยที่มีภาวะช็อกส่วนใหญ่จะมีความรู้สึก หงุดหงิด อาจบ่นกระหายน้ำ บางรายอาจมีอาการปวดท้องเกิดขึ้นอย่างกะทันหันก่อนเข้าสู่ภาวะช็อก ซึ่งบางครั้งอาจทำให้วินิจฉัยโรคผิดเป็นภาวะทางศัลยกรรม ภาวะช็อกที่เกิดขึ้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ถ้าไม่ได้รับการรักษาผู้ป่วยจะมีอาการเลวลง รอบปากเขียว ผิวสีม่วงๆ ตัวเย็นซึบ จับชีพจรและวัดความดันไม่ได้ (profound shock) ความรู้สึกเปลี่ยนไป และจะเสียชีวิตภายใน 12-24 ชั่วโมงหลังเริ่มมีภาวะช็อก หากว่าผู้ป่วยได้รับการรักษาช็อกอย่างทันท่วงทีและถูกต้องก่อนที่จะเข้าสู่ระยะ profound shock ส่วนใหญ่ก็จะฟื้นตัวได้อย่างรวดเร็ว

ในรายที่ไม่รุนแรง เมื่อไข้ลดลงผู้ป่วยอาจจะมีมือเท้าเย็นเล็กน้อยร่วมกับการเปลี่ยนแปลงของชีพจรและความดันเลือด ซึ่งเป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงในระบบการไหลเวียนของเลือด เนื่องจากการรั่วของพลาสมาออกไปแต่ไม่มากนักทำให้เกิดภาวะช็อก ผู้ป่วยเหล่านี้เมื่อให้การรักษาในช่วงระยะสั้นๆ ก็จะดีขึ้นอย่างรวดเร็ว

การวินิจฉัยโรค

การวินิจฉัยโรคได้อย่างถูกต้องในระยะแรกจะมีความสำคัญมาก เพราะการให้การรักษาได้อย่างถูกต้องเมื่อเริ่มมีการรั่วของพลาสมา จะช่วยลดความรุนแรงของโรคและป้องกันการสูญเสียชีวิตได้ จากลักษณะอาการทางคลินิกของโรคไข้เลือดออกซึ่งมีรูปแบบที่ชัดเจน ทำให้สามารถวินิจฉัยโรคทางคลินิกได้อย่างถูกต้องก่อนที่จะเข้าสู่ภาวะช็อก โดยใช้หลักการทางคลินิก 4 ประการ ร่วมกับการเปลี่ยนแปลงทางห้องปฏิบัติการ คือ

อาการแสดงทางคลินิก

1. ไข้เกิดขึ้นอย่างเฉียบพลันและสูงลอยประมาณ 2-7 วัน

2. มีอาการเลือดออก อย่างน้อยมีการทดสอบทูร์นิเกตให้ผลบวกร่วมกับอาการเลือดออกอื่น

เช่น จุดเลือดที่ผิวหนัง เลือดกำเดา อาเจียน/ถ่ายเป็นเลือด

3. ตับโต

4. ภาวะช็อก

การเปลี่ยนแปลงทางห้องปฏิบัติการ

1. เม็ดเลือดขาว ส่วนใหญ่จะต่ำกว่าปกติ (น้อยกว่า 4,000/มม.³) แต่ในวันแรกอาจจะปกติหรือสูงเล็กน้อย โดยมี PMN ร้อยละ 70-80 เมื่อใกล้ไข้จะลดลงระดับเม็ดเลือดขาวและ PMN จะลดลงพร้อมกับมี lymphocyte สูงขึ้น (มี atypical lymph ร้อยละ 15-35) บางครั้งเม็ดเลือดขาวอาจจะต่ำมาก 1,000-2,000/มม.³ ซึ่งการตรวจเม็ดเลือดขาวจะช่วยวินิจฉัยแยกโรคติดเชื้อแบคทีเรียได้ และช่วยบอกระยะเวลาที่ไข้จะลดลงได้

2. เกร็ดเลือดจะลดลงอย่างรวดเร็วก่อนไข้ลดและก่อนระยะช็อก ส่วนใหญ่เกร็ดเลือดจะลดลงต่ำกว่า 100,000/มม. และต่ำอยู่ประมาณ 3-5 วัน ในระยะที่มีเกร็ดเลือดต่ำจะมี impaired function ด้วย

3. ระดับความเข้มข้นของเลือดจะเพิ่มขึ้น (hemoconcentration) ซึ่งเป็นผลจากการเสียพลาสมา ระดับ hematocrit (HCT) ที่สูงขึ้นกว่าปกติเท่ากับหรือมากกว่าร้อยละ 20 (เช่น เพิ่มจากเดิมร้อยละ 35 เป็นร้อยละ 42) ถือเป็นเครื่องชี้บ่งว่ามีการรั่วของพลาสมา ส่วนใหญ่ HCT จะเพิ่มขึ้นพร้อมกับเกร็ดเลือดลดลงหรือภายหลังเกร็ดเลือดลดลง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงทั้งสองอย่างนี้จะเกิดก่อนไข้ลดและก่อนภาวะช็อก จึงมีความสำคัญในการวินิจฉัยโรค

4. การตรวจ chest x-rays จะพบน้ำในเยื่อหุ้มปอดได้เสมอ ส่วนใหญ่จะพบทางด้านขวา ในรายที่รุนแรงมีภาวะช็อกอาจพบได้ทั้งสองข้าง

จากประสบการณ์ของโรงพยาบาลเด็ก การวินิจฉัยโรคไข้เลือดออกโดยใช้อาการทางคลินิกที่สำคัญ 4 อย่าง คือ อาการไข้ อาการเลือดออก ตับโต และการมีภาวะการไหลเวียนโลหิตล้มเหลวหรือช็อก มีความแม่นยำเกินร้อยละ 95 และถ้าใช้อาการทางคลินิกเหล่านี้ร่วมกับผลการตรวจเกร็ดเลือดและระดับ hematocrit ก็จะมีมีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น ตั้งแต่ปีพ.ศ. 2517 เป็นต้นมา องค์การอนามัยโลกได้กำหนด WHO Criteria ในการวินิจฉัยโรคไข้เลือดออก โดยใช้อาการทางคลินิก 4 อย่างดังกล่าวแล้วร่วมกับผลการตรวจทางห้องปฏิบัติการ คือ เกร็ดเลือดลดลงเหลือน้อยกว่าหรือเท่ากับ 100,000 เซลล์ต่อหนึ่งลูกบาศก์ มม. และมีระดับ hematocrit เพิ่มขึ้นเท่ากับหรือมากกว่าร้อยละ 20

ผลการตรวจทางห้องปฏิบัติการมีความสำคัญเพราะจะบอกความเปลี่ยนแปลงใน hemostasis และการรั่วของพลาสมา (การรั่วของพลาสมาในผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกมีลักษณะเฉพาะคือ พลาสมาจะรั่วออกไปที่ช่องปอดและช่องท้อง โดยผู้ป่วยจะไม่มี generalize edema ให้เห็น) จะช่วยเพิ่มความแม่นยำในการวินิจฉัยทางคลินิกและ

ช่วยในการพยากรณ์โรค เพราะการเปลี่ยนแปลงของเกร็ดเลือดและระดับ hematocrit มีความสัมพันธ์กับความรุนแรงของโรค ทั้งบอกเวลาที่เริ่มมีการเปลี่ยนแปลง โดยเฉพาะระดับ hematocrit ซึ่งเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของการรั่วของพลาสมา และบอกถึงเวลาที่จะต้องเริ่มให้การรักษา

ปัญหาที่พบในการวินิจฉัยทางคลินิก คือ ในวันแรกของโรคที่ตรวจ พบเพียงไข้สูง อาเจียน เบื่ออาหาร การทดสอบทูร์นิเกต ยังให้ผลลบทำให้วินิจฉัยยากจะต้องวินิจฉัยแยกจากโรคติดเชื้ออื่นๆ การพบผู้ป่วยหน้าตาแดงโดยไม่มีอาการทางระบบทางเดินหายใจจะช่วยให้นึกถึงการติดเชื้อเดงกี การตรวจเม็ดเลือดขาวถ้าพบว่าปกติหรือต่ำก็เป็นลักษณะที่พบบ่อยในการติดเชื้อเดงกี ซึ่งจะช่วยในการวินิจฉัยแยกโรคออกจากโรคติดเชื้อแบคทีเรีย การติดตามดูการเปลี่ยนแปลง ถ้าพบจุด petechiae การทดสอบทูร์นิเกตให้ผลบวก มีอาการดับ โดกดเจ็บ จะช่วยสนับสนุนว่าน่าจะเป็น DHF สำหรับการติดตามดูเม็ดเลือดขาว ถ้าพบว่าจำนวนเม็ดเลือดขาวลดลง โดยจำนวน PMN ลดลงพร้อมกับมี lymphocyte เพิ่มขึ้นจะช่วยบอกว่าใกล้ระยะไข้ลดซึ่งเป็นระยะวิกฤตของโรค จะต้องติดตามดูเกร็ดเลือดและ hematocrit อย่างใกล้ชิด หากเกร็ดเลือดลดลงและ hematocrit สูงขึ้นจะวินิจฉัยได้แน่นอนว่าเป็น DHF ในผู้ป่วยรายที่มีภาวะช็อคอยู่ก่อนแล้วหรือมีการเสียเลือดหรือได้รับ

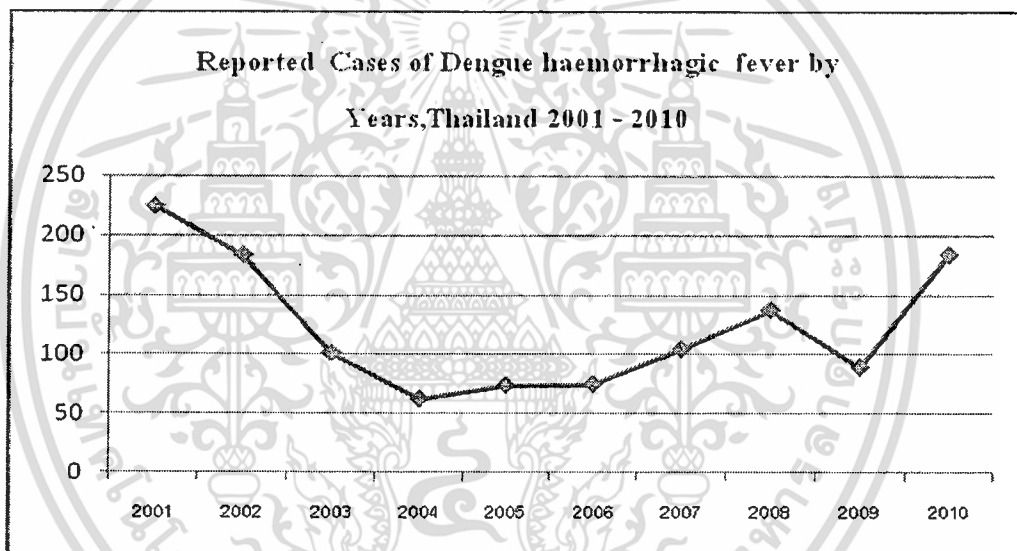
การให้สารน้ำมาก่อน การเพิ่มของระดับ hematocrit อาจเห็นไม่ชัดเจน การตรวจพบ pleural effusion/ascites จะสนับสนุนการวินิจฉัยโรคและช่วยในการวินิจฉัยแยกโรค DHF ออกจากโรค DF และโรคอื่นๆ ได้ ในผู้ป่วยโรคไข้เลือดออก (DHF) ESR จะอยู่ในระดับปกติในระยะที่มีไข้ และจะลดต่ำลงจากปกติในช่วงที่มีการรั่วของพลาสมาและระยะที่มีภาวะช็อค ซึ่งจะช่วยในการวินิจฉัยแยกโรค DSS จาก septic shock ได้

การเกิดภาวะช็อคเกิดจากสาเหตุ 2 ประการ คือ

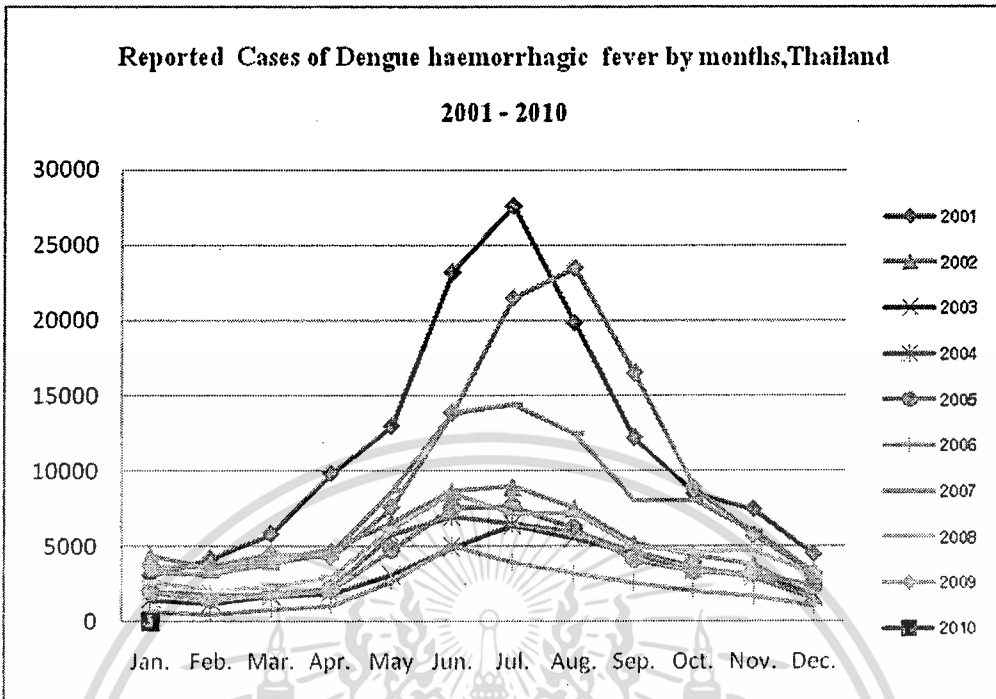
- ก. มีการรั่วของพลาสมาซึ่งนำไปสู่ภาวะ hypovolemic shock ซึ่งมีข้อบ่งชี้ดังนี้
 1. ระดับ hematocrit เพิ่มขึ้นทันทีก่อนเกิดภาวะช็อค และยังคงอยู่ในระดับสูงในช่วงที่มีการรั่วของพลาสมา/ระยะช็อค
 2. มีน้ำในช่องปอดและช่องท้อง การวัด pleural effusion index พบว่ามีความสัมพันธ์กับระดับความรุนแรงของโรค
 3. ระดับโปรตีนและระดับอัลบูมินในเลือดลดต่ำลงในช่วงที่มีการรั่วของพลาสมา
 4. central venous pressure ต่ำ
 5. มีการตอบสนองต่อการรักษาด้วยการใช้สารน้ำเกลือแร่และสาร colloid ชดเชย
- ข. ระดับ peripheral resistance เพิ่มขึ้น เห็นได้จากระดับ pulse pressure แคบ โดยมีระดับ diastolic pressure สูงขึ้น เช่น 100/90, 110/100, 100/100 มม.ปรอท ในระยะที่มีการช็อค นอกจากนี้ยังมีการศึกษาทาง hemodynamic ที่สนับสนุนว่ามี peripheral resistance เพิ่มขึ้น การจัดระดับความรุนแรงของ DHF โดยการพิจารณาว่ามีภาวะช็อคหรือไม่นั้น แบ่งออกได้เป็น 4 ระดับ (grade)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้เพื่อการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

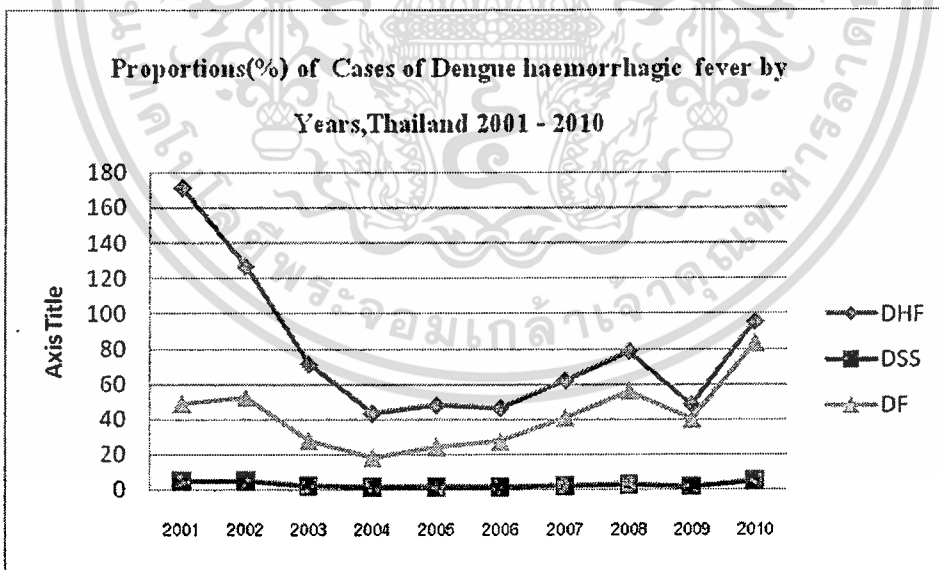
คือ ในรายที่ไม่มีอาการช็อกจัดเป็น grade 1 และ grade 2 ซึ่งจะแยกกันโดยที่ grade 2 มี spontaneous hemorrhage ถ้ามีภาวะช็อกก็จัดอยู่ใน grade 3 และ grade 4 ในรายที่เป็น grade 4 เป็นผู้ป่วยที่มี profound shock วัดความดันเลือดและชีพจรไม่ได้ การแบ่งระดับความรุนแรงของโรคนี้อาจมีความสับสน โดยบางครั้งพบว่าการจัด DF อยู่ใน grade 1 และ grade 2 ซึ่งที่ถูกต้องแล้ว grade 1-4 นี้เป็นการแบ่งระดับความรุนแรงของ DHF เท่านั้น ดังนั้น จะต้องวินิจฉัยก่อนว่าเป็น DHF หรือไม่ (โดยใช้เกณฑ์การวินิจฉัยว่ามีเกร็ดเลือดต่ำ มีการรั่วของพลาสมา ซึ่งอาจเป็นระดับ HCT สูงหรือพบว่ามี pleural effusion/ascites) จากนั้นจึงจะจัดระดับความรุนแรงของ DHF สถานการณ์ของโรคไข้เลือดออกในประเทศไทยแสดงดังรูปที่ 3.2 ถึงรูปที่ 3.6



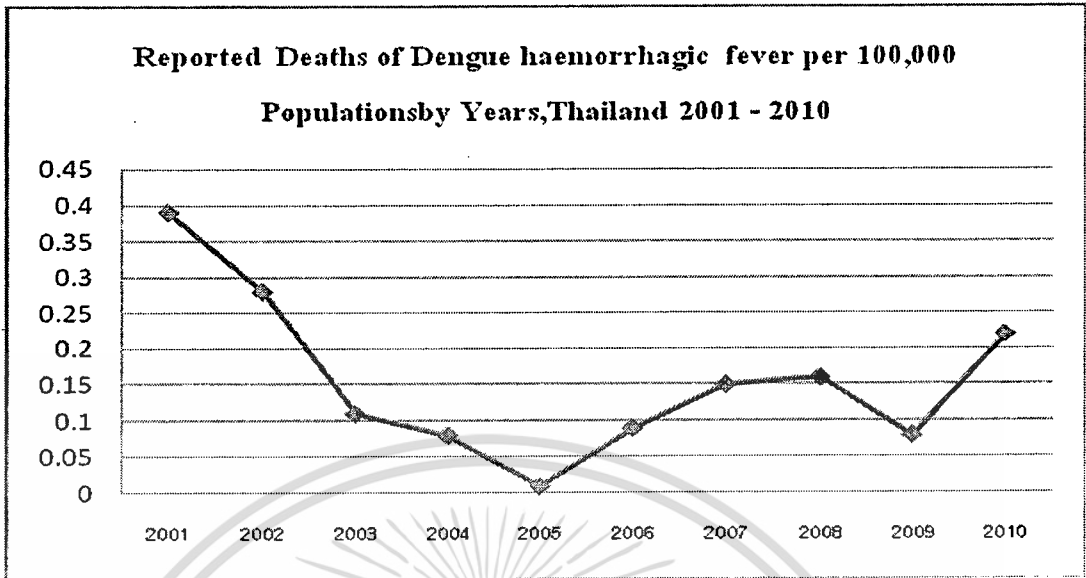
รูปที่ 2.2 รายงานจำนวนผู้ป่วยแยกตามปี.ศ.2001-2010



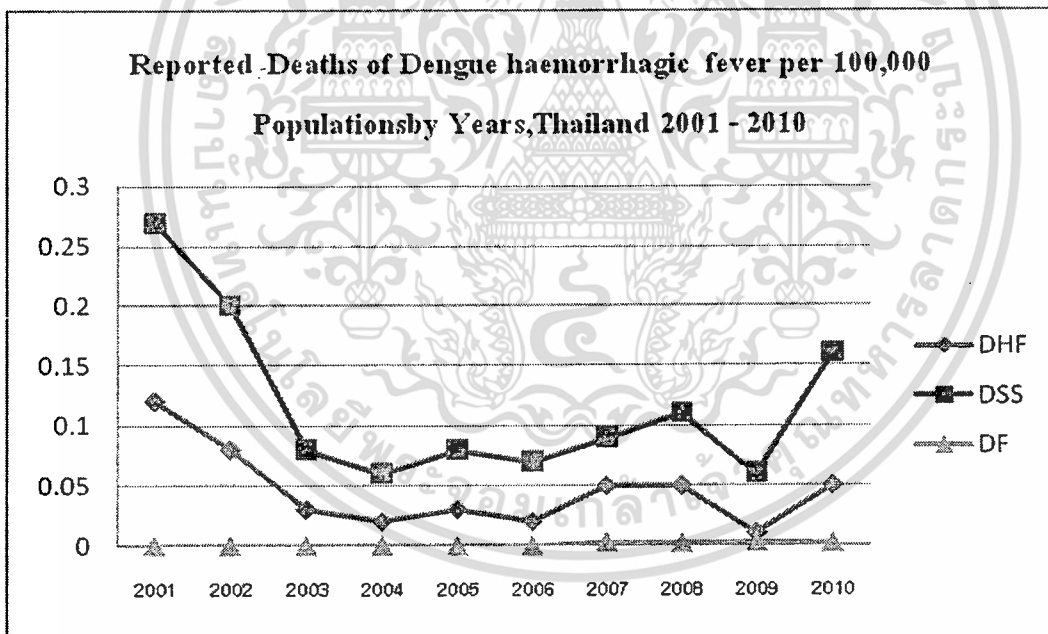
รูปที่ 2.3 รายงานจำนวนผู้ป่วยแยกตามรายเดือนตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010



รูปที่ 2.4 รายงานจำนวนผู้ป่วยแยกตามความรุนแรงของเชื้อตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010



รูปที่ 2.5 รายงานจำนวนผู้ป่วยที่เสียชีวิตตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010



รูปที่ 2.6 รายงานจำนวนผู้ป่วยที่เสียชีวิตแยกตามความรุนแรงของเชื้อตั้งแต่ปีค.ศ.2001 ถึง 2010

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

พรรณเกษม แพ้พรและคณะ ได้ศึกษาวิจัยทำโดยการเก็บลูกน้ำยุงลาย พาหะนำโรคไข้เลือดออกจากพื้นที่ศึกษาตามภาคต่าง ๆ ของประเทศไทยซึ่งมีการระบาดของไข้เลือดออกสูง นำลูกน้ำยุงลายมาเลี้ยงในห้องปฏิบัติการจนได้ยุงเต็มวัยรุ่นที่ 1 หรือรุ่นที่ 2 ซึ่งมีจำนวนเพียงพอที่จะนำมาทดสอบความไวต่อสารเคมีที่มีการใช้ควบคุมยุงลายในพื้นที่ดังกล่าว ตามวิธีมาตรฐานขององค์การอนามัยโลก (WHO) โดยใช้ค่าความเข้มข้นที่เป็น diagnostic concentration ของแต่ละสาร เพื่อศึกษาความไวของลูกน้ำยุงลายต่อสารเคมีที่มีฟอสเฟสและตัวเต็มวัยของยุงลายต่อสารเคมี permethrin , deltameth, cyfluthrin , malathion และ fenitrothion ที่ใช้พ่นกำจัดตัวเต็มวัยควบคุมยุงพาหะนำไข้เลือดออกในจังหวัดที่เป็นพื้นที่ศึกษา ผลการทดสอบความไวของลูกน้ำ 27 พื้นที่ พบลูกน้ำยุงลาย 3 พื้นที่ศึกษามีการดื้อต่อสารเคมีที่มีฟอส และตัวเต็มวัยของยุงลายทุกพื้นที่ศึกษา 25 พื้นที่ มีความต้านทานต่อ permethrin ส่วนความไวต่อสารเคมีอื่นมีความแตกต่างกันในแต่ละพื้นที่ ตั้งแต่มีความไวต่อสารเคมีในระดับสูง ระดับปานกลาง จนถึงความไวต่อสารเคมีในระดับต่ำ (ต้านต่อสารเคมี) ยุงลายมีความต้านทานต่อสารเคมีในกลุ่มไพริทรอยด์ มากกว่าสารในกลุ่มออร์กาโนฟอสเฟต ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า การใช้สารเคมีกำจัดแมลงไม่สามารถใช้สารชนิดเดียวกันได้ทุกพื้นที่ หากแต่ขึ้นอยู่กับข้อมูลด้านความไวของยุงลายต่อสารเคมีในแต่ละพื้นที่ ดังนั้นควรได้มีการศึกษาข้อมูลด้านความไวต่อสารเคมีเพื่อการเลือกใช้สารเคมีให้เหมาะสมตามแต่ละพื้นที่

วิชัย สติมย์และคณะ ได้ศึกษาไข้ไม่ทราบสาเหตุ (P.U.O.) เป็นโรคที่ได้รับการรายงานสูงเป็นอันดับต้นของทุกปี และมีลักษณะการกระจายของโรคคล้ายคลึงกับโรคไข้เลือดออก คณะผู้วิจัยจึงทำการศึกษาเพื่อค้นหาการติดเชื้อไวรัส Dengue ในผู้ป่วยกลุ่มไข้ไม่ทราบสาเหตุ โดยวิธีตรวจทางน้ำเหลืองวิทยา (HI, ELISA) โดยเฉพาะในช่วงฤดูแล้ง ระหว่างเดือนมีนาคม – พฤษภาคม 2541 ซึ่งเป็นระยะนอกฤดูการระบาดของโรคไข้เลือดออก กลุ่มศึกษาเป็นเด็กอายุต่ำกว่า 15 ปี ที่เข้ารับการรักษาในโรงพยาบาลชุมชนและได้รับการวินิจฉัยเป็นไข้ไม่ทราบสาเหตุ ผลการศึกษาพบว่า มีการติดเชื้อไวรัส Dengue สูงทุกเดือน ร้อยละ 51.92 – 67.89 และส่วนมากเป็นการติดเชื้อซ้ำ ร้อยละ 68.49 – 91.89 ผลตรวจทางห้องปฏิบัติการเมื่อเปรียบเทียบกับกลุ่มที่ไม่พบการติดเชื้อ พบว่าผู้ที่ติดเชื้อไวรัส Dengue มีจำนวนเม็ดเลือดขาว และสัดส่วน PMN ลดลง ขณะที่สัดส่วนลิมโฟไซต์สูงขึ้น และมีร้อยละ 33.17 ของผู้ติดเชื้อที่เกร็ดเลือดต่ำ จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่า มากกว่าครึ่งของผู้ป่วยกลุ่มไข้ไม่ทราบสาเหตุในฤดูแล้ง เกิดจากการติดเชื้อไวรัส Dengue ดังนั้นผู้รับผิดชอบในพื้นที่ อาจใช้ข้อมูลผู้ป่วยประเภทนี้เป็นประโยชน์ในการวางแผนดำเนินการป้องกันและควบคุมโรคไข้เลือดออกล่วงหน้าได้

บูดี คาทิพย์ ได้ศึกษาความรู้ ทักษะ และ การปฏิบัติเกี่ยวกับโรคไข้เลือดออกของประชาชนในตำบลแม่ระมาด อำเภอแม่ระมาด จังหวัดตาก พบว่า ประชาชนส่วนใหญ่มีความรู้ อยู่ในระดับปานกลางค่อนข้างต่ำ มีทัศนคติอยู่ระดับปานกลางค่อนข้างสูง ส่วนทางปฏิบัติอยู่ในระดับพอใช้ ลักษณะประชากรสังคมเศรษฐกิจ กับระดับความรู้ทัศนคติและการปฏิบัติเกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก ส่วนใหญ่มีความสัมพันธ์กันยกเว้นเพศไม่มีความสัมพันธ์กับความรู้ทัศนคติและการปฏิบัติเกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก ส่วนความรู้ทัศนคติและการปฏิบัติเกี่ยวกับไข้เลือดออกมีความสัมพันธ์กัน

รัชนี พุคขุนทดและคณะ งานวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยบรรยายเชิงวิเคราะห์ เพื่อศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อการปฏิบัติตน ในการป้องกัน และควบคุมโรคไข้เลือดออก ของประชาชนในเขตเทศบาลเมืองสุพรรณบุรี โดยสัมภาษณ์ผู้มีหน้าที่ดูแลสุขภาพประจำครอบครัว ในเขตเทศบาลเมืองสุพรรณบุรี จำนวน 430 คน จากการสุ่มตัวอย่างเป็นระบบ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพรรณนา และหาปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับการปฏิบัติตนในการป้องกัน และควบคุมโรคไข้เลือดออก ด้วยสถิติสหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน และหาความสามารถในการทำนายด้วย สถิติวิเคราะห์ถดถอยพหุคูณแบบขั้นตอน ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับ การปฏิบัติตนฯ มี 7 ตัวแปร คือ อายุ การศึกษา สภาพแวดล้อมรอบๆ บ้าน ความรู้เกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก การรับรู้เกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก ปัจจัยเสริม และปัจจัยเอื้ออำนวย โดยทั้ง 7 ตัวแปร มีความสัมพันธ์ทางบวกกับการปฏิบัติตนฯ มี 5 ตัวแปร ได้แก่ ปัจจัยเอื้ออำนวย ปัจจัยเสริม การศึกษา ความรู้เกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก และความเพียงพอของรายได้ ที่มีผลต่อการปฏิบัติตนฯ ทางบวก สามารถทำนายการปฏิบัติฯ ได้ร้อยละ 43 จึงควรสร้างความรู้ความเข้าใจ และการรับรู้ที่ถูกต้อง เกี่ยวกับโรคไข้เลือดออก ให้กลุ่มเป้าหมายอย่างต่อเนื่อง และครอบคลุม โดยหารูปแบบการฝึกอบรมที่เหมาะสม นอกจากนี้ ควรส่งเสริมปัจจัยสนับสนุน และปัจจัยเอื้ออำนวยต่างๆ ในชุมชน โดยอาศัยกลุ่มอาสาสมัครสาธารณสุข และศูนย์สาธารณสุขมูลฐานชุมชน ที่มีอยู่ โดยมีเจ้าหน้าที่สาธารณสุข เป็นที่ปรึกษา และให้การสนับสนุนอย่างต่อเนื่อง

กลศ พัฒนระพีเลิศ ได้ศึกษา แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ศึกษาการระบาดของโรคไข้เลือดออกแดงกีของ Lourdes Esteva และ Cristobal Vargas ถูกนำมาศึกษาเพิ่มเติมโดยคำนึงถึงระยะเวลาที่เชื้อ ไวรัสแดงกีเพาะตัวในยุง (extrinsic incubation period) จนกระทั่งยุงดังกล่าวอยู่ในสภาพที่พร้อมจะแพร่เชื้อต่อไป เราเรียกว่าความช้า (delay) ที่เกิดขึ้นในกระบวนการระบาด ในการพัฒนาแบบจำลองของ Lourdes Esteva และ Cristobal Vargas เราได้กำหนดให้ ช่วงเวลาที่เชื้อไวรัสเพาะตัวในยุงเป็นตัวแปรเสริม (parameter) ในแบบจำลองและกำหนด ให้อัตราการตายของยุง

ในช่วงระยะเวลานั้นอยู่ในรูปของฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล(exponential) หลังจากที่เราได้ปรับแบบจำลองใหม่แล้วก็ดำเนินการวิเคราะห์จนได้ผลลัพธ์ในรูปของเงื่อนไขของการเกิดค่าวิกฤตของการล่าช้า (critical delay) ซึ่งค่าวิกฤตนี้ส่งผลให้พฤติกรรม การระบาดแบ่งออกเป็นสองลักษณะ (Hopf Bifurcation) ภายใต้สภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง (endemic state) ผลลัพธ์นี้แสดงให้เห็นว่า ช่วงเวลาที่ล่าช้าที่เกิดขึ้นนี้มีอิทธิพล ต่อการระบาดของโรคไข้เลือดออกโดยผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองได้ถูกนำมาแสดงเพื่อ ใช้ในการสนับสนุนสมมติฐานในการศึกษา และเพราะว่าอุณหภูมิของสภาพแวดล้อมเป็นปัจจัย ตัวหนึ่งที่ทำให้เกิดความชื้นนี้ ดังนั้นฤดูกาลก็อาจมีผลกระทบต่อการระบาดด้วยเช่นเดียวกัน

รุจิรา คงนุ้ยและพันธณี พงศ์สัมพันธ์ ได้ศึกษา การจำลองทางคณิตศาสตร์ของการแพร่เชื้อโรคไข้เลือดออก ซึ่งเป็นปัญหาสาธารณสุขในหลายๆ ประเทศ ก่อให้เกิดการเจ็บป่วยและเสียชีวิตทั้งในเด็กและผู้ใหญ่ โดยมีขลุ่ยกลายเป็นพาหะนำโรคและมีสภาพแวดล้อมตามฤดูกาลเป็นปัจจัยสำคัญที่ทำให้เกิดการแพร่เชื้อ ในแบบจำลองนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์หาจุดสมดุลและแสดงความเสถียรภาพโดยพิจารณาจากค่าพารามิเตอร์ B_0 (ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน) โดยที่ ถ้า B_0 มีค่าน้อยกว่าหนึ่งจะได้ว่าที่จุดสมดุลในสภาวะไร้โรคมีความเสถียรภาพ แต่ถ้า B_0 มีค่ามากกว่าหนึ่งจะได้ว่าจุดสมดุลในสภาวะระบาดเรื้อรังมีความเสถียรภาพ นอกจากนี้ยังแสดงค่าความแตกต่างของค่าความน่าจะเป็นของการแพร่เชื้อจากยูงไปยังมนุษย์โดยการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อเป็นแนวทางในการลดการระบาดของโรค

พันธณี พงศ์สัมพันธ์และไอ มิง ถัง ได้ศึกษา ผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาล ในระยะเวลาพักตัวของเชื้อที่มีต่อพฤติกรรมระยะยาวของการระบาดของโรคไข้เลือดออก อัตราของผู้ป่วยไข้เด็งกี (DHF) ในระยะยาวจะแสดงพฤติกรรมตามฤดูกาลที่ได้รับจากการตั้งสมมติฐานว่าพฤติกรรมเหล่านี้เป็นผลสืบเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศตามฤดูกาลซึ่งทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลในระยะพักตัวของเชื้อไวรัสเด็งกีในขณะที่มันพัฒนาเป็นยูง การวิเคราะห์พลศาสตร์มาตรฐานถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์รูปแบบของ SEIR (s – ผู้เสี่ยงของการติดเชื้อ , E – ผู้คาดว่าจะติดเชื้อ , I – ผู้ติดเชื้อ , R – ผู้ฟื้นไข้) ซึ่งประกอบไปด้วยการเปลี่ยนแปลงรายปีของช่วงระยะเวลาการเพาะเชื้อ (EIP) การปรากฏของสภาวะไร้โรคและสภาวะของอาการเกี่ยวกับการติดเชื้อของโรคในรูปแบบปัจจุบัน เราพบว่าพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของการเปลี่ยนแปลงสภาพถิ่นฐานมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลของ EIP อิทธิพลที่เพิ่มขึ้นจะทำให้การดำเนินการไม่คงที่ในส่วนของบริเวณที่มีการเคลื่อนไหวตลอดเวลา

พันธณี พงศ์สัมพันธ์ ได้ศึกษา ผลกระทบของระยะพักตัวของเชื้อไวรัสสำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออก การแพร่กระจายของโรคไข้เลือดออกคือ

การศึกษาผ่านแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โรคนี้จะถูกส่งระหว่างคนสองคนโดยการกัดของการติดเชื่อในยุง *Aedes aegypti* หลังจากติดเชื่อไวรัสเด็งกี ทั้งประชากรมนุษย์และประชากรยุงเปลี่ยนไปเป็นการติดเชื่อห้องก่อนการติดเชื่อทั่วไป เพียงการติดเชื่อในห้องสามารถถ่ายทอดเชื่อไวรัสเด็งกีจนถึงผู้เสี่ยงที่อยู่ในห้อง รูปแบบ SIR (S – ผู้เสี่ยงต่อการติดเชื่อ, I – ผู้ติดเชื่อ, R – ผู้ฟื้นไข้) รูปแบบไม่สามารถอธิบายความแตกต่างระหว่างการติดเชื่อและการติดเชื่อในห้อง ดังนั้นการแก้ไขรูปแบบในการพิจารณาในการศึกษาในครั้งนี้ คือรูปแบบโดยการแยกประชากรมนุษย์ที่เป็นผู้เสี่ยงต่อการติดเชื่อ, ผู้ติดเชื่อ, สาเหตุของการติดเชื่อ และผู้ฟื้นไข้ในห้อง ประชากรยุงที่เสี่ยง, ติดเชื่อ และสาเหตุของการติดเชื่อ การวิเคราะห์วิธีพลศาสตร์จะใช้สำหรับการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปแบบ เรายืนยันผลจากการใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขในการวิเคราะห์ครั้งนี้ เราพบว่าการติดเชื่อในห้องเปลี่ยนไปตามช่วงเวลาของขนาดประชากร



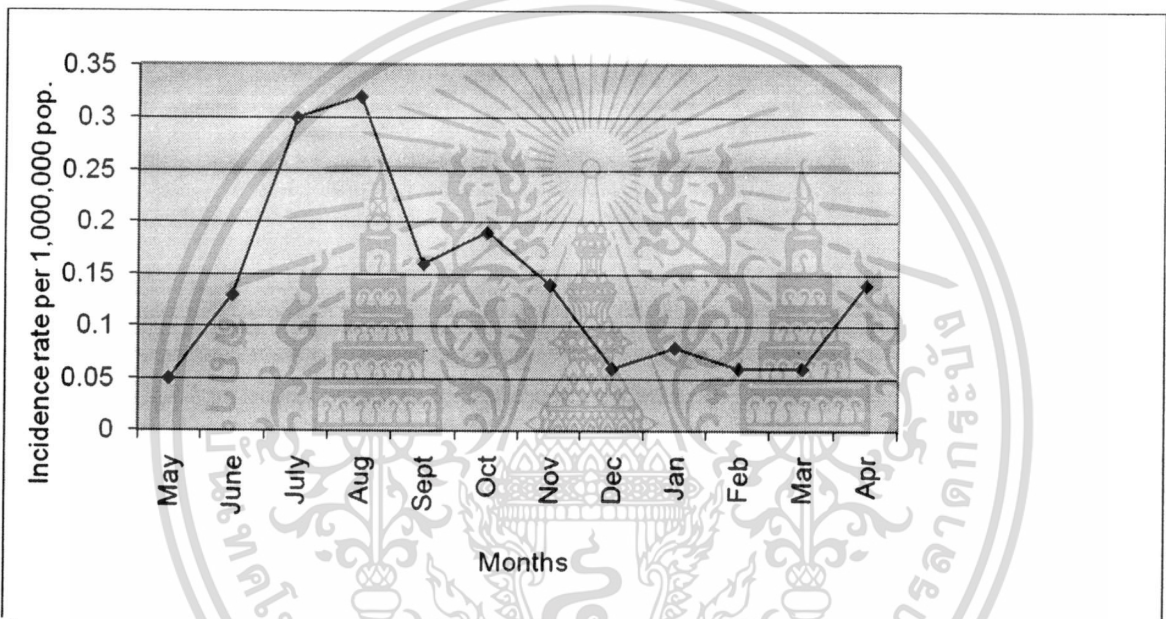
บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกและการวิเคราะห์

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้เลือดออกตามฤดูกาล

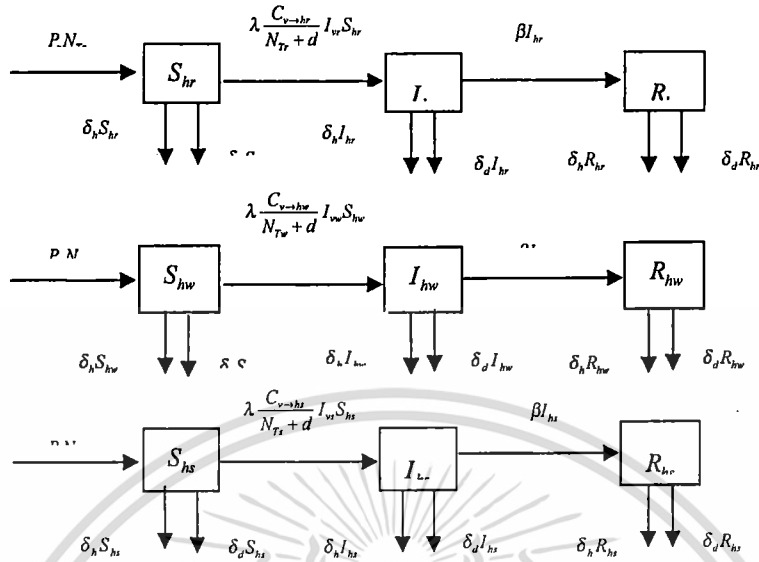
3.1.1. เมื่อพิจารณาความแตกต่างของอัตราการถ่ายทอดเชื้อสำหรับแต่ละฤดูกาล

จากข้อมูลของโรคไข้เลือดออกพบว่า ฤดูกาลมีผลต่อการระบาดของโรคไข้เลือดออกดังนี้



รูปที่ 3.1 อัตราผู้ป่วยโรคไข้เลือดออกตามรายเดือนตั้งแต่ เดือนพฤษภาคม ปี คศ. 2007 ถึง เมษายน ปี คศ. 2008

ในแบบจำลองแบบแรก ผู้วิจัยได้พิจารณาอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงก็สำหรับแต่ละฤดูกาลที่แตกต่างกัน แผนภาพการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แสดง ได้ดังนี้



รูปที่ 3.2 แผนภาพแสดงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้เลือดออกตามฤดูกาล

ในแบบจำลองแบบแรกนี้ได้แบ่งประชากรออกเป็น 2 กลุ่มคือ ประชากรคนและประชากรยุง ประชากรทั้งสองกลุ่มนี้สมมติให้มีจำนวนคงที่ ประชากรคนแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ กลุ่มติดเชื้อ และกลุ่มฟื้นไข้ ส่วนประชากรยุงแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อและกลุ่มยุงที่ติดเชื้อ สมการเชิงพลศาสตร์ของประชากรคนเขียน ได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} S_{hr} = P_r N_{Tr} - \delta_d S_{hr} - \delta_h S_{hr} - \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + d} I_{rr} S_{hr} \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hr} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + d} I_{rr} S_{hr} - \delta_d I_{hr} - \delta_h I_{hr} - \beta I_{hr} \quad (3.2)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hr} = \beta I_{hr} - \delta_d R_{hr} - \delta_h R_{hr} \quad (3.3)$$

$$\frac{d}{dt} S_{hw} = P_w N_{Tw} - \delta_d S_{hw} - \delta_h S_{hw} - \lambda \frac{C_{v \rightarrow hw}}{N_{Tw} + d} I_{rw} S_{hw} \quad (3.4)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hw} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hw}}{N_{Tw} + d} I_{rw} S_{hw} - \delta_d I_{hw} - \delta_h I_{hw} - \beta I_{hw} \quad (3.5)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hw} = \beta I_{hw} - \delta_d R_{hw} - \delta_h R_{hw} \quad (3.6)$$

$$\frac{d}{dt} S_{hs} = P_s N_{Ts} - \delta_d S_{hs} - \delta_h S_{hs} - \lambda \frac{C_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + d} I_{rs} S_{hs} \quad (3.7)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hs} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + d} I_{rs} S_{hs} - \delta_d I_{hs} - \delta_h I_{hs} - \beta I_{hs} \quad (3.8)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hs} = \beta I_{hs} - \delta_d R_{hs} - \delta_h R_{hs} \quad (3.9)$$

นิยามตัวแปรในแบบจำลองดังนี้

S_{hr} คือ จำนวนของประชากรคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูฝน

I_{hr} คือ จำนวนของประชากรคนที่ติดเชื้อในฤดูฝน

R_{hr} คือ จำนวนของประชากรคนที่ฟื้นใช้ในฤดูฝน

S_{hw} คือ จำนวนของประชากรคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูหนาว

I_{hw} คือ จำนวนของประชากรคนที่ติดเชื้อในฤดูหนาว

R_{hw} คือ จำนวนของประชากรคนที่ฟื้นใช้ในฤดูหนาว

S_{hs} คือ จำนวนของประชากรคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูร้อน

I_{hs} คือ จำนวนของประชากรคนที่ติดเชื้อในฤดูร้อน

R_{hs} คือ จำนวนของประชากรคนที่ฟื้นใช้ในฤดูร้อน

สมการเชิงพลศาสตร์ของประชากรวัยเจริญได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} S_{vr} = A_r - \lambda \frac{C_{hr \rightarrow v}}{N_{Tr} + d} I_{hr} S_{vr} - \delta_v S_{vr} \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{dt} I_{vr} = \lambda \frac{C_{hr \rightarrow v}}{N_{Tr} + d} I_{hr} S_{vr} - \delta_v I_{vr} \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt} S_{vw} = A_w - \lambda \frac{C_{hw \rightarrow v}}{N_{Tw} + d} I_{hw} S_{vw} - \delta_v S_{vw} \quad (3.12)$$

$$\frac{d}{dt} I_{vw} = \lambda \frac{C_{hw \rightarrow v}}{N_{Tw} + d} I_{hw} S_{vw} - \delta_v I_{vw} \quad (3.13)$$

$$\frac{d}{dt} S_{vs} = A_s - \lambda \frac{C_{hs \rightarrow v}}{N_{Ts} + d} I_{hs} S_{vs} - \delta_v S_{vs} \quad (3.14)$$

$$\frac{d}{dt} I_{vs} = \lambda \frac{C_{hs \rightarrow v}}{N_{Ts} + d} I_{hs} S_{vs} - \delta_v I_{vs} \quad (3.15)$$

โดยที่

S_{vr} คือ จำนวนของประชากรวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูฝน

I_{vr} คือ จำนวนของประชากรวัยที่ติดเชื้อในฤดูฝน

S_{vw} คือ จำนวนของประชากรวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูหนาว

I_{vw} คือ จำนวนของประชากรวัยที่ติดเชื้อในฤดูหนาว

S_{vs} คือ จำนวนของประชากรวัยที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูร้อน

I_{vs} คือ จำนวนของประชากรวัยที่ติดเชื้อในฤดูร้อน

พารามิเตอร์ในแบบจำลองนิยามดังนี้

N_{Tr} คือ จำนวนประชากรทั้งหมดในฤดูฝน

N_{Tw} คือ จำนวนประชากรทั้งหมดในฤดูหนาว

N_{Ts} คือ จำนวนประชากรทั้งหมดในฤดูฝน

N_{Vr} คือ จำนวนประชากรวัยทั้งหมดในฤดูฝน

N_{Vw} คือ จำนวนประชากรวัยทั้งหมดในฤดูหนาว

N_{Vs} คือ จำนวนประชากรวัยทั้งหมดในฤดูร้อน

δ_h คือ อัตราการเสียชีวิตของประชากรมนุษย์โดยธรรมชาติ

δ_d คือ อัตราการเสียชีวิตของประชากรมนุษย์เนื่องจากโรคไข้เลือดออก

δ_v คือ อัตราการตายของยุง

P คือ อัตราการเกิดของประชากรยุง

$C_{v \rightarrow hr}$ คือ อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากยุงไปคนในฤดูฝน

$C_{v \rightarrow hw}$ คือ อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากยุงไปคนในฤดูหนาว

$C_{v \rightarrow hs}$ คือ อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากยุงไปคนในฤดูร้อน

$C_{hr \rightarrow v}$ คือ อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากคนไปยุงในฤดูฝน

$C_{hw \rightarrow v}$ คือ อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากคนไปยุงในฤดูหนาว

$C_{hs \rightarrow v}$ คือ อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากคนไปยุงในฤดูร้อน

β คือ อัตราการฟื้นไข้ของประชากรคน

λ คือ อัตราการกัดของประชากรยุง

d คือ จำนวนของประชากรกลุ่มอื่นที่เป็นแหล่งอาหารของยุง

กำหนดให้ $N_{Hr} = S_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$, $N_{Hw} = S_{hw} + I_{hw} + R_{hw}$,

$N_{Hs} = S_{hs} + I_{hs} + R_{hs}$, $N_{Vr} = S_{vr} + I_{vr}$, $N_{Vw} = S_{vw} + I_{vw}$ and $N_{Vs} = S_{vs} + I_{vs}$

ลดรูปสมการ (3.1)-(3.15) โดยการใช้สมการตัวแปรดังนี้

$$\overline{S_{hr}} = \frac{S_{hr}}{N_{Tr}}, \quad \overline{I_{hr}} = \frac{I_{hr}}{N_{Tr}}, \quad \overline{R_{hr}} = \frac{R_{hr}}{N_{Tr}}, \quad \overline{S_{hw}} = \frac{S_{hw}}{N_{Tw}}, \quad \overline{I_{hw}} = \frac{I_{hw}}{N_{Tw}}, \quad \overline{R_{hw}} = \frac{R_{hw}}{N_{Tw}},$$

$$\overline{S_{hs}} = \frac{S_{hs}}{N_{Ts}}, \quad \overline{I_{hs}} = \frac{I_{hs}}{N_{Ts}}, \quad \overline{R_{hs}} = \frac{R_{hs}}{N_{Ts}}$$

$$\overline{S_{vr}} = \frac{S_{vr}}{N_{Vr}}, \quad \overline{S_{vw}} = \frac{S_{vw}}{N_{Vw}}, \quad \overline{S_{vs}} = \frac{S_{vs}}{N_{Vs}}, \quad \overline{I_{vr}} = \frac{I_{vr}}{N_{Vr}}, \quad \overline{I_{vw}} = \frac{I_{vw}}{N_{Vw}}, \quad \overline{I_{vs}} = \frac{I_{vs}}{N_{Vs}}$$

จากการกำหนดให้จำนวนประชากรทั้งสองกลุ่มมีขนาดคงที่ และใช้การลดรูปสมการข้างต้น จะได้ว่า

$$\frac{d}{dt} \overline{S_{hr}} = (\delta_d + \delta_h) - (\delta_d + \delta_h + \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + d} \overline{I_{vr}} N_{Vr}) \overline{S_{hr}} \quad (3.16)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{hr}} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + d} \overline{I_{vr}} N_{Vr} \overline{S_{hr}} - (\beta + \delta_d + \delta_h) \overline{I_{hr}} \quad (3.17)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{S_{hv}} = (\delta_d + \delta_h) - (\delta_d + \delta_h + \lambda \frac{C_{v \rightarrow hv}}{N_{Tv} + d} \overline{I_{vw}} N_{Vw}) \overline{S_{hv}} \quad (3.18)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{hv}} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hv}}{N_{Tv} + d} \overline{I_{vw}} N_{Vw} \overline{S_{hv}} - (\beta + \delta_d + \delta_h) \overline{I_{hv}} \quad (3.19)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{S_{hs}} = (\delta_d + \delta_h) - (\delta_d + \delta_h + \lambda \frac{C_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + d} \overline{I_{vs}} N_{Vs}) \overline{S_{hs}} \quad (3.20)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{hs}} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + d} \overline{I_{vs}} N_{Vs} \overline{S_{hs}} - (\beta + \delta_d + \delta_h) \overline{I_{hs}} \quad (3.21)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{vr}} = \lambda \frac{C_{hr \rightarrow v}}{N_{Tr} + d} \overline{I_{hr}} N_{Tr} \overline{S_{vr}} - \delta_v \overline{I_{vr}} \quad (3.22)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{vw}} = \lambda \frac{C_{hw \rightarrow v}}{N_{Tw} + d} \overline{I_{hw}} N_{Tw} \overline{S_{vw}} - \delta_v \overline{I_{vw}} \quad (3.23)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{vs}} = \lambda \frac{C_{hs \rightarrow v}}{N_{Ts} + d} \overline{I_{hs}} N_{Ts} \overline{S_{vs}} - \delta_v \overline{I_{vs}} \quad (3.24)$$

R_{hr}, R_{hw}, R_{hs} and S_{vr}, S_{vw}, S_{vs} can be obtained from conditions

$S_{hr} + I_{hr} + R_{hr} = 1, S_{hw} + I_{hw} + R_{hw} = 1, S_{hs} + I_{hs} + R_{hs} = 1$ and

$S_{vr} + I_{vr} = 1, S_{vw} + I_{vw} = 1, S_{vs} + I_{vs} = 1.$

ผลการวิเคราะห์

จุดสมดุลหาได้จากการจัดทางด้านขวาของสมการ (3.16) – (3.24) ให้เท่ากับศูนย์ จะได้ว่า

1) จุดสมดุลสภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$

2) จุดสมดุลสภาวะระบาดเรื้อรัง

$$E_2 = (S_{hr}^*, I_{hr}^*, I_{vr}^*, S_{hw}^*, I_{hw}^*, I_{vw}^*, S_{hs}^*, I_{hs}^*, I_{vs}^*),$$

เมื่อ

$$S_{hr}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)}{(\delta_d + \delta_h) + \frac{\lambda C_{v \rightarrow hr} N_{Vr}}{(N_{Tr} + d) + \frac{(N_{Tr} + d)^2 \delta_v}{\lambda C_{hr \rightarrow v} I_{hr}^* N_{Tr}}}}, \quad I_{vr}^* = \frac{1}{1 + \frac{(N_{Tr} + d) \delta_v}{\lambda C_{hr \rightarrow v} I_{hr}^* N_{Tr}}}}$$

$$I_{hr}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h) (- (N_{Tr} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h) \delta_v + N_{Tr} N_{Vr} \lambda^2 C_{v \rightarrow hr} C_{hr \rightarrow v})}{N_{Tr} (\beta + \delta_d + \delta_h) \lambda C_{hr \rightarrow v} ((N_{Tr} + d) (\delta_d + \delta_h) + N_{Vr} \lambda C_{v \rightarrow hr})}$$

$$S_{hw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)}{(\delta_d + \delta_h) + \frac{\lambda C_{v \rightarrow hw} N_{Vw}}{(N_{Tw} + d) + \frac{(N_{Tw} + d)^2 \delta_v}{\lambda C_{hw \rightarrow v} I_{hw}^* N_{Tw}}}}, \quad I_{vw}^* = \frac{1}{1 + \frac{(N_{Tw} + d) \delta_v}{\lambda C_{hw \rightarrow v} I_{hw}^* N_{Tw}}}}$$

$$I_{hw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h) (- (N_{Tw} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h) \delta_v + N_{Tw} N_{Vw} \lambda^2 C_{v \rightarrow hw} C_{hw \rightarrow v})}{N_{Tw} (\beta + \delta_d + \delta_h) \lambda C_{hw \rightarrow v} ((N_{Tw} + d) (\delta_d + \delta_h) + N_{Vw} \lambda C_{v \rightarrow hw})}$$

$$S_{hs}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)}{(\delta_d + \delta_h) + \frac{\lambda C_{v \rightarrow hs} N_{vs}}{(N_{Ts} + d) + \frac{(N_{Ts} + d)^2 \delta_v}{\lambda C_{hs \rightarrow v} I_{hs}^* N_{Ts}}}}, \quad I_{vs}^* = \frac{1}{1 + \frac{(N_{Tr} + d) \delta_v}{\lambda C_{hr \rightarrow v} I_{hr}^* N_{Tr}}}$$

$$I_{hs}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)(- (N_{Ts} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h) \delta_v + N_{Ts} N_{vs} \lambda^2 C_{v \rightarrow hs} C_{hs \rightarrow v})}{N_{Ts} (\beta + \delta_d + \delta_h) \lambda C_{hs \rightarrow v} ((N_{Ts} + d) (\delta_d + \delta_h) + N_{vs} \lambda C_{v \rightarrow hs})}$$

สภาวะเสถียรเฉพาะที่

สภาวะเสถียรเฉพาะที่หาได้จากการหาจาโคเบียนเมตริกซ์ แล้วพิจารณาค่าเฉพาะเจาะจง(eigenvalue) ถ้าค่าเฉพาะเจาะจงมีส่วนจริงเป็นค่าลบแสดงว่าระบบมีสภาวะเสถียรเฉพาะที่

$$J_{E_1} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hr} I_{vr}^* N_{vr} + \delta_d + \delta_h}{(N_{Tr} + d)}\right) & 0 & -\left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hr} N_{vr} S_{hr}^*}{(N_{Tr} + d)}\right) \\ \frac{\lambda C_{v \rightarrow hr} I_{vr}^* N_{vr}}{(N_{Tr} + d)} & -(\beta + \delta_d + \delta_h) & \left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hr} N_{Tr} S_{hr}^*}{(N_{Tr} + d)}\right) \\ 0 & \left(\frac{\lambda C_{hr \rightarrow v} N_{Tr} S_{vr}^*}{(N_{Tr} + d)}\right) & -\delta_v \end{pmatrix}$$

$$J_{E_2} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hw} I_{vw}^* N_{vw} + \delta_d + \delta_h}{(N_{Tw} + d)}\right) & 0 & -\left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hw} N_{vw} S_{hw}^*}{(N_{Tw} + d)}\right) \\ \frac{\lambda C_{v \rightarrow hw} I_{vw}^* N_{vw}}{(N_{Tw} + d)} & -(\beta + \delta_d + \delta_h) & \left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hw} N_{Tw} S_{hw}^*}{(N_{Tw} + d)}\right) \\ 0 & \left(\frac{\lambda C_{hw \rightarrow v} N_{Tw} S_{vw}^*}{(N_{Tw} + d)}\right) & -\delta_v \end{pmatrix}$$

$$J_{E_3} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hs} I_{vs}^* N_{vs} + \delta_d + \delta_h}{(N_{Ts} + d)}\right) & 0 & -\left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hs} N_{vs} S_{hs}^*}{(N_{Ts} + d)}\right) \\ \frac{\lambda C_{v \rightarrow hs} I_{vs}^* N_{vs}}{(N_{Ts} + d)} & -(\beta + \delta_d + \delta_h) & \left(\frac{\lambda C_{v \rightarrow hs} N_{Ts} S_{hs}^*}{(N_{Ts} + d)}\right) \\ 0 & \left(\frac{\lambda C_{hs \rightarrow v} N_{Ts} S_{vs}^*}{(N_{Ts} + d)}\right) & -\delta_v \end{pmatrix}$$

ค่าเฉพาะเจาะจงหาได้จาก

$$\det(J - \lambda I_3) = 0$$

โดยที่ J เป็นจาโคเบียนเมตริกซ์ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์

สภาวะระบาดไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0)$ ค่าเฉพาะเจาะจงคือ

$$A_1 = -\delta_d - \delta_h, \quad A_2 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{Tr} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4 N_{Tr}^2 S_{vr} \lambda^2 C_{v \rightarrow hr} C_{hr \rightarrow v}}{(N_{Tr} + d)}} \right)$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v - \sqrt{\frac{(N_{Tr} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4 N_{Tr}^2 S_{vr} \lambda^2 C_{v \rightarrow hr} C_{hr \rightarrow v}}{(N_{Tr} + d)}} \right)$$

$$A_4 = -\delta_d - \delta_h, A_5 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{Tw} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{Tw}^2 S_{vw} \lambda^2 C_{v \rightarrow hw} C_{hw \rightarrow v}}{(N_{Tw} + d)}} \right)$$

$$A_6 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{Tw} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{Tw}^2 S_{vw} \lambda^2 C_{v \rightarrow hw} C_{hw \rightarrow v}}{(N_{Tw} + d)}} \right)$$

$$A_7 = -\delta_d - \delta_h, A_8 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{Ts} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{Ts}^2 S_{vs} \lambda^2 C_{v \rightarrow hs} C_{hs \rightarrow v}}{(N_{Ts} + d)}} \right)$$

$$A_9 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v - \sqrt{\frac{(N_{Ts} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{Ts}^2 S_{vs} \lambda^2 C_{v \rightarrow hs} C_{hs \rightarrow v}}{(N_{Ts} + d)}} \right)$$

จากการพิจารณาข้างต้น จะเห็นว่าค่าเงาจะมีส่วนจริงเป็นลบเมื่อ $R_0 < 1$. ดังนั้นสถานะไร้โรคเกิดสถานะเสถียรภายในเมื่อ $R_0 < 1$. โดยที่

$$R_0 = \frac{\frac{\lambda^2 C_{hs \rightarrow v} C_{v \rightarrow hs} N_{vs} N_{Ts}}{(N_{Ts} + d)^2} + \frac{\lambda^2 C_{hw \rightarrow v} C_{v \rightarrow hw} N_{vw} N_{Tw}}{(N_{Tw} + d)^2}}{(\beta + \delta d + \delta h)} + \frac{\lambda^2 C_{hr \rightarrow v} C_{v \rightarrow hr} N_{vr} N_{Tr}}{(N_{Tr} + d)^2 (\beta + \delta d + \delta h)}$$

สถานะระบาดเรื้อรัง

$E_2 = (S_{hr}^*, I_{hr}^*, I_{vr}^*, S_{hw}^*, I_{hw}^*, I_{vw}^*, S_{hs}^*, I_{hs}^*, I_{vs}^*)$ ค่าเฉพาะเงาจะคือ

$$A_1 = -\beta - \delta_d - \delta_h, A_2 = -\delta_v$$

$$A_3 = \left[\delta_h + \frac{I_{hr}^* b_1}{b_7 b_2} + \frac{b_7 b_2^2 \delta_d b_3 + b_2 (I_{vs}^* N_{vr} \delta_d - b_7 N_{Tr}^2 S_{vr} b_3^2 b_4) b_6 + I_{vw}^* N_{vr} N_{Tr} (N_{vr} - N_{Tr}) S_{vr} b_3 b_4 b_5}{b_2^2 (b_7 b_2 b_3 + I_{vs}^* b_1)} \right] / \left(-1 + \frac{b_7 b_4 b_3 b_6 N_{Tr}^2 S_{vr}}{b_2 (b_7 b_3 b_2 + I_{vs}^* b_1)} \right)$$

$$A_4 = -\beta - \delta_d - \delta_h, A_5 = -\delta_v$$

$$A_6 = \left[\delta_h + \frac{I_{hw}^* f_1}{f_1 f_2} + \frac{f_1 f_2^2 \delta_d f_3 + f_2 (I_{vs}^* f_2 N_{vw} \delta_d - b_7 N_{Tw}^2 S_{vw} f_3^2 f_4) f_6 + I_{vw}^* N_{vw} N_{Tw} (N_{vw} - N_{Tw}) S_{vw} f_3 f_4 f_5}{f_2^2 (f_1 f_2 f_3 + I_{hw}^* f_1)} \right] / \left(-1 + \frac{f_7 f_4 f_3 f_6 N_{Tw}^2 S_{vw}}{f_2 (f_7 f_3 f_2 + I_{hw}^* f_1)} \right)$$

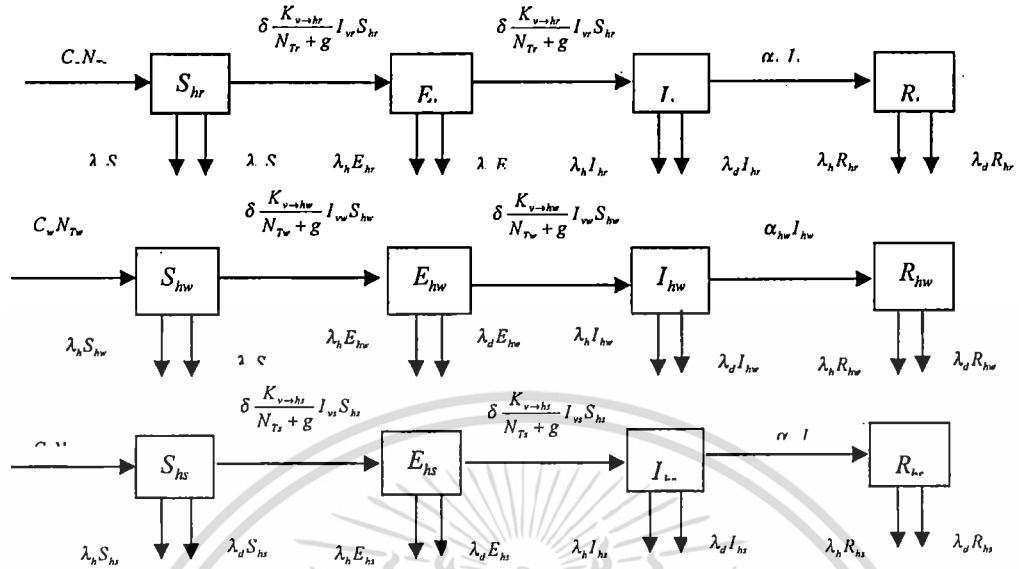
$$A_7 = -\beta - \delta_d - \delta_h, A_8 = -\delta_v$$

$$A_9 = \left[\delta_h + \frac{I_{hs}^* g_1}{g_7 g_2} + \frac{g_7 g_2^2 \delta_d g_3 + g_2 (I_{vs}^* g_2 N_{vs} \delta_d - g_7 N_{Tr}^2 S_{vs} g_3^2 g_4) g_6 + I_{vw}^* N_{vr} N_{Tr} (N_{vr} - N_{Tr}) S_{vs} g_3 g_4 g_5}{g_2^2 (g_7 g_2 g_3 + I_{vs}^* g_1)} \right] / \left(-1 + \frac{g_7 g_4 g_3 g_6 N_{Tr}^2 S_{vs}}{g_2 (g_7 g_3 g_2 + I_{vs}^* g_1)} \right)$$

จากการพิจารณาข้างต้น จะเห็นว่าค่าเงาจะมีส่วนจริงเป็นลบเมื่อ $R_0 > 1$. ดังนั้นสถานะระบาดเรื้อรังเกิดสถานะเสถียรภายในเมื่อ $R_0 > 1$.

3.1.2. เมื่อพิจารณาความแตกต่างของอัตราการฟักตัวของเชื้อสำหรับแต่ละฤดูกาล

ในแบบจำลองแบบที่สอง ผู้วิจัยได้พิจารณาอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงก็สำหรับแต่ละฤดูกาลที่แตกต่างกัน แผนภาพการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 3.3 แผนภาพแสดงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้เลือดออกที่มีอัตราการฟักตัวที่แตกต่างกันสำหรับแต่ละฤดูกาล

สมการเชิงพลศาสตร์ของประชากรคนเขียนได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} S_{hr} = C_r N_{Tr} - \lambda_d S_{hr} - \lambda_h S_{hr} - \delta \frac{K_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + g} I_{rv} S_{hr} \quad (3.25)$$

$$\frac{d}{dt} E_{hr} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + g} I_{rv} S_{hr} - \lambda_d E_{hr} - \lambda_h E_{hr} - \alpha_{hr} E_{hr} \quad (3.26)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hr} = \alpha_{hr} - \lambda_d I_{hr} - \lambda_h I_{hr} - \rho I_{hr} \quad (3.27)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hr} = \rho I_{hr} - \lambda_d R_{hr} - \lambda_h R_{hr} \quad (3.28)$$

$$\frac{d}{dt} S_{hrw} = C_w N_{Trw} - \lambda_d S_{hrw} - \lambda_h S_{hrw} - \delta \frac{K_{v \rightarrow hrw}}{N_{Trw} + g} I_{rvw} S_{hrw} \quad (3.29)$$

$$\frac{d}{dt} E_{hrw} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hrw}}{N_{Trw} + g} I_{rvw} S_{hrw} - \lambda_d E_{hrw} - \lambda_h E_{hrw} - \alpha_{hrw} E_{hrw} \quad (3.30)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hrw} = \alpha_{hrw} - \lambda_d I_{hrw} - \lambda_h I_{hrw} - \rho I_{hrw} \quad (3.31)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hrw} = \rho I_{hrw} - \lambda_d R_{hrw} - \lambda_h R_{hrw} \quad (3.32)$$

$$\frac{d}{dt} S_{hs} = C_s N_{Ts} - \lambda_d S_{hs} - \lambda_h S_{hs} - \delta \frac{K_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + g} I_{rvs} S_{hs} \quad (3.33)$$

$$\frac{d}{dt} E_{hs} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + g} I_{rvs} S_{hs} - \lambda_d E_{hs} - \lambda_h E_{hs} - \alpha_{hs} E_{hs} \quad (3.34)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hs} = \alpha_{hs} - \lambda_d I_{hs} - \lambda_h I_{hs} - \rho I_{hs} \quad (3.35)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hs} = \rho I_{hs} - \lambda_d R_{hs} - \lambda_h R_{hs} \quad (3.36)$$

นิยามตัวแปรดังนี้

S_{hr} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูฝน

E_{hr} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูฝน

I_{hr} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูฝน

R_{hr} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ฟื้นไข้ในฤดูฝน

S_{hw} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูหนาว

E_{hw} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูหนาว

I_{hw} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูหนาว

R_{hw} เป็นจำนวนของประชากรคนที่ฟื้นไข้ในฤดูหนาว

S_{hs} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูร้อน

E_{hs} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูร้อน

I_{hs} เป็นจำนวนของประชากรคนกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูร้อน

R_{hs} เป็นจำนวนของประชากรคนที่ฟื้นไข้ในฤดูร้อน

สมการเชิงพลศาสตร์ของประชากรยูงเขียนได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} S_{vr} = Z_r - \delta \frac{K_{hr \rightarrow v}}{N_{Tr} + g} I_{hr} S_{vr} - \lambda_v S_{vr} \quad (3.37)$$

$$\frac{d}{dt} E_{vr} = \delta \frac{K_{hr \rightarrow v}}{N_{Tr} + g} I_{hr} S_{vr} - \lambda_v E_{vr} - \beta_{vr} E_{vr} \quad (3.38)$$

$$\frac{d}{dt} I_{vr} = \beta_{vr} E_{vr} - \lambda_v I_{vr} \quad (3.39)$$

$$\frac{d}{dt} S_{vw} = Z_w - \delta \frac{K_{hw \rightarrow v}}{N_{Tw} + g} I_{hw} S_{vw} - \lambda_v S_{vw} \quad (3.40)$$

$$\frac{d}{dt} E_{vw} = \delta \frac{K_{hw \rightarrow v}}{N_{Tw} + g} I_{hw} S_{vw} - \lambda_v E_{vw} - \beta_{vw} E_{vw} \quad (3.41)$$

$$\frac{d}{dt} I_{vw} = \beta_{vw} E_{vw} - \lambda_v I_{vw} \quad (3.42)$$

$$\frac{d}{dt} S_{vs} = Z_s - \delta \frac{K_{hs \rightarrow v}}{N_{Ts} + g} I_{hs} S_{vs} - \lambda_v S_{vs} \quad (3.43)$$

$$\frac{d}{dt} E_{vs} = \delta \frac{K_{hs \rightarrow v}}{N_{Ts} + g} I_{hs} S_{vs} - \lambda_v E_{vs} - \beta_{vs} E_{vs} \quad (3.44)$$

$$\frac{d}{dt} I_{vs} = \beta_{vs} E_{vs} - \lambda_v I_{vs} \quad (3.45)$$

โดยที่

- S_{vr} เป็นจำนวนของยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูฝน
- E_{vr} เป็นจำนวนของยุงติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูฝน
- I_{vr} เป็นจำนวนของยุงติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูฝน
- S_{vw} เป็นจำนวนของยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูหนาว
- E_{vw} เป็นจำนวนของยุงติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูหนาว
- I_{vw} เป็นจำนวนของยุงติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูหนาว
- S_{vs} เป็นจำนวนของยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อในฤดูร้อน
- E_{vs} เป็นจำนวนของยุงติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูร้อน
- I_{vs} เป็นจำนวนของยุงติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ในฤดูร้อน
- N_{Tr} เป็นจำนวนของประชากรคนในฤดูฝน
- N_{Tw} เป็นจำนวนของประชากรคนในฤดูหนาว
- N_{Ts} เป็นจำนวนของประชากรคนในฤดูร้อน
- N_{vr} เป็นจำนวนของประชากรคนในฤดูฝน
- N_{vw} เป็นจำนวนของประชากรคนในฤดูหนาว
- N_{vs} เป็นจำนวนของประชากรคนในฤดูร้อน
- λ_h เป็นอัตราการเสียชีวิตของประชากรคน
- λ_d เป็นอัตราการเสียชีวิตของประชากรคนเนื่องจากโรค
- λ_v เป็นอัตราการตายของประชากรยุง
- K เป็นอัตราการเกิดของประชากรคน
- $K_{v \rightarrow hr}$ เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากยุงไปสู่คนในฤดูฝน
- $K_{v \rightarrow hw}$ เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากยุงไปสู่คนในฤดูหนาว
- $K_{v \rightarrow hs}$ เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากยุงไปสู่คนในฤดูร้อน
- $K_{hr \rightarrow v}$ เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากคนไปสู่ยุงในฤดูฝน
- $K_{hw \rightarrow v}$ เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากคนไปสู่ยุงในฤดูหนาว
- $K_{hs \rightarrow v}$ เป็นอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งจากคนไปสู่ยุงในฤดูร้อน
- α_{hr} เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงกึ่งของประชากรคนในฤดูฝน
- α_{hw} เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงกึ่งของประชากรคนในฤดูหนาว
- α_{hs} เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงกึ่งของประชากรคนในฤดูร้อน
- α_{vr} เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงกึ่งของประชากรยุงในฤดูฝน

α_{vv} เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงกึ่งของประชากรยุงในฤดูหนาว

α_{vs} เป็นอัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงกึ่งของประชากรยุงในฤดูร้อน

ρ เป็นอัตราการฟื้นไข้

δ เป็นอัตราการกัดของยุง

g เป็นจำนวนของสิ่งมีชีวิตชนิดอื่นที่เป็นแหล่งอาหารของยุง

กำหนดให้ประชากรทุกกลุ่มมีขนาดคงที่ $N_{Hr} = S_{hr} + E_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$, $N_{Hw} = S_{hw} + E_{hw} + I_{hw} + R_{hw}$,

$N_{Hs} = S_{hs} + E_{hs} + I_{hs} + R_{hs}$, $N_{Vr} = S_{vr} + E_{vr} + I_{vr}$, $N_{Vw} = S_{vw} + E_{vw} + I_{vw}$ และ $N_{Vs} = S_{vs} + E_{vs} + I_{vs}$ จากการลดรูปสมการข้างต้น โดยใช้ความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$\overline{S_{hr}} = \frac{S_{hr}}{N_{Tr}}, \overline{E_{hr}} = \frac{E_{hr}}{N_{Tr}}, \overline{I_{hr}} = \frac{I_{hr}}{N_{Tr}}, \overline{R_{hr}} = \frac{R_{hr}}{N_{Tr}}, \overline{S_{hw}} = \frac{S_{hw}}{N_{Tw}}, \overline{E_{hw}} = \frac{E_{hw}}{N_{Tw}}, \overline{I_{hw}} = \frac{I_{hw}}{N_{Tw}}, \overline{R_{hw}} = \frac{R_{hw}}{N_{Tw}},$$

$$\overline{S_{hs}} = \frac{S_{hs}}{N_{Ts}}, \overline{E_{hs}} = \frac{E_{hs}}{N_{Ts}}, \overline{I_{hs}} = \frac{I_{hs}}{N_{Ts}}, \overline{R_{hs}} = \frac{R_{hs}}{N_{Ts}}$$

$$\overline{S_{vr}} = \frac{S_{vr}}{N_{Vr}}, \overline{S_{vw}} = \frac{S_{vw}}{N_{Vw}}, \overline{S_{vs}} = \frac{S_{vs}}{N_{Vs}}, \overline{E_{vr}} = \frac{E_{vr}}{N_{Vr}}, \overline{E_{vw}} = \frac{E_{vw}}{N_{Vw}}, \overline{E_{vs}} = \frac{E_{vs}}{N_{Vs}}$$

$$\overline{I_{vr}} = \frac{I_{vr}}{N_{Vr}}, \overline{I_{vw}} = \frac{I_{vw}}{N_{Vw}}, \overline{I_{vs}} = \frac{I_{vs}}{N_{Vs}}$$

จะได้ว่า

$$\frac{d}{dt} \overline{S_{hr}} = (\lambda_d + \lambda_h) - (\lambda_d + \lambda_h + \delta \frac{K_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + g} \overline{I_{vr}} \overline{N_{Vr}}) \overline{S_{hr}} \quad (3.46)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{E_{hr}} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hr}}{N_{Tr} + g} \overline{I_{vr}} \overline{N_{Vr}} \overline{S_{hr}} - (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \overline{E_{hr}} \quad (3.47)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{hr}} = \alpha_{hr} \overline{E_{hr}} - (\lambda_d + \lambda_h + \rho) \overline{I_{hr}} \quad (3.48)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{S_{hw}} = (\lambda_d + \lambda_h) - (\lambda_d + \lambda_h + \delta \frac{K_{v \rightarrow hw}}{N_{Tw} + g} \overline{I_{vw}} \overline{N_{Vw}}) \overline{S_{hw}} \quad (3.49)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{E_{hw}} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hw}}{N_{Tw} + g} \overline{I_{vw}} \overline{N_{Vw}} \overline{S_{hw}} - (\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h) \overline{E_{hw}} \quad (3.50)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{hw}} = \alpha_{hw} \overline{E_{hw}} - (\lambda_d + \lambda_h + \rho) \overline{I_{hw}} \quad (3.51)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{S_{hs}} = (\lambda_d + \lambda_h) - (\lambda_d + \lambda_h + \delta \frac{K_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + g} \overline{I_{vs}} \overline{N_{Vs}}) \overline{S_{hs}} \quad (3.52)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{E_{hs}} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + g} \overline{I_{vs}} \overline{N_{Vs}} \overline{S_{hs}} - (\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h) \overline{E_{hs}} \quad (3.53)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I_{hs}} = \alpha_{hs} \overline{E_{hs}} - (\lambda_d + \lambda_h + \rho) \overline{I_{hs}} \quad (3.54)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{E_{vr}} = \delta \frac{K_{hr \rightarrow v}}{N_{Tr} + g} \overline{I_{hr}} \overline{N_{Tr}} \overline{S_{vr}} - (\lambda_v + \beta_{vr}) \overline{E_{vr}} \quad (3.55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{vr} = \beta_{vr} \overline{E}_{vr} - \lambda_v \overline{I}_{vr} \quad (3.56)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{E}_{vw} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hw}}{N_{Tw} + g} \overline{I}_{hw} N_{Tw} \overline{S}_{vr} - (\lambda_v + \beta_{vw}) \overline{E}_{vw} \quad (3.57)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{vw} = \beta_{vw} \overline{E}_{vw} - \lambda_v \overline{I}_{vw} \quad (3.58)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{E}_{vs} = \delta \frac{K_{v \rightarrow hs}}{N_{Ts} + g} \overline{I}_{hs} N_{Ts} \overline{S}_{vs} - (\lambda_v + \beta_{vs}) \overline{E}_{vs} \quad (3.59)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{vs} = \beta_{vs} \overline{E}_{vs} - \lambda_v \overline{I}_{vs} \quad (3.60)$$

โดยที่

$$S_{hr} + E_{hr} + I_{hr} + R_{hr} = 1, S_{hw} + E_{hw} + I_{hw} + R_{hw} = 1, S_{hs} + E_{hs} + I_{hs} + R_{hs} = 1 \text{ and} \\ S_{vr} + E_{vr} + I_{vr} = 1, S_{vw} + E_{vw} + I_{vw} = 1, S_{vs} + E_{vs} + I_{vs} = 1.$$

ผลที่ได้จากการวิเคราะห์

จุดสมดุลหาได้จากการจัดทางด้านขวาของสมการ (3.46) – (3.60) ให้เท่ากับศูนย์ จะได้ว่า

$$1) \text{ จุดสมดุลสภาวะไร้โรค } M_1 = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$$

$$2) \text{ จุดสมดุลสภาวะระบาดเรื้อรัง}$$

$$M_2 = (S_{hr}^*, E_{hr}^*, I_{hr}^*, S_{vr}^*, E_{vr}^*, I_{vr}^*, S_{hw}^*, E_{hw}^*, I_{hw}^*, S_{vw}^*, E_{vw}^*, I_{vw}^*, S_{hs}^*, E_{hs}^*, I_{hs}^*, S_{vs}^*, E_{vs}^*, I_{vs}^*),$$

โดยที่

$$S_{hr}^* = \frac{(\lambda_d + \lambda_h)}{(\lambda_d + \lambda_h) + \frac{I_{hr}^* N_{Tr} N_{vr} \beta_{vr} \delta K_{hr \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hr}}{(N_{Tr} + g)(\beta_{vr} + \lambda_v)(I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} + (N_{Tr} + g)\lambda_v)}}$$

$$E_{hr}^* = \frac{I_{hr}^* N_{vr} \beta_{vr} N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hr} (\lambda_d + \lambda_h)}{(N_{Tr} + g)(\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h)(\beta_{vr} + \lambda_v)(I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} + (N_{Tr} + g)\lambda_v)(\lambda_d + \lambda_h + \frac{I_{hr}^* N_{vr} \beta_{vr} N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hr}}{(N_{Tr} + g)(\beta_{vr} + \lambda_v)(I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} + (N_{Tr} + g)\lambda_v)})}$$

$$I_{hr}^* = \frac{(\lambda_d + \lambda_h)(- (N_{Tr} N_{vr} \alpha_{hr} \beta_{vr} \delta K_{hr \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hr} + (N_{Tr} + g)^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vr} + \lambda_v)))}{(N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} (\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h)(N_{vr} \beta_{vr} \delta K_{v \rightarrow hr} + (N_{Tr} + g)(\lambda_d + \lambda_h)(\beta_{vr} + \lambda_v)))}$$

$$E_{vr}^* = \frac{I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} \lambda_v}{(\beta_{vr} + \lambda_v)(I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} + (N_{Tr} + g)\lambda_v)}, I_{vr}^* = \frac{I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} \beta_{vr}}{(\beta_{vr} + \lambda_v)(I_{hr}^* N_{Tr} \delta K_{hr \rightarrow v} + (N_{Tr} + g)\lambda_v)}$$

$$S_{hw}^* = \frac{(\lambda_d + \lambda_h)}{(\lambda_d + \lambda_h) + \frac{I_{hw}^* N_{Tw} N_{Vw} \beta_{vw} \delta K_{hw \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hw}}{(N_{Tw} + g)(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} + (N_{Tw} + g)\lambda_v)}}$$

$$E_{hw}^* = \frac{I_{hw}^* N_{Vw} \beta_{vw} N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hw} (\lambda_d + \lambda_h)}{(N_{Tw} + g)(\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h)(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} + (N_{Tw} + g)\lambda_v)(\lambda_d + \lambda_h + \frac{I_{hw}^* N_{Vw} \beta_{vw} N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hw}}{(N_{Tw} + g)(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} + (N_{Tw} + g)\lambda_v)})}$$

$$I_{hw}^* = \frac{(\lambda_d + \lambda_h)(-(N_{Tw} N_{Vw} \alpha_{hw} \beta_{vw} \delta K_{hw \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hw} + (N_{Tw} + g)^2(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_v(\beta_{vw} + \lambda_v)))}{(N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h)(N_{Vw} \beta_{vw} \delta K_{v \rightarrow hw} + (N_{Tw} + g)(\lambda_d + \lambda_h)(\beta_{vw} + \lambda_v)))}$$

$$E_{vw}^* = \frac{I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} \lambda_v}{(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} + (N_{Tw} + g)\lambda_v)}, I_{vw}^* = \frac{I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} \beta_{vw}}{(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{hw}^* N_{Tw} \delta K_{hw \rightarrow v} + (N_{Tw} + g)\lambda_v)}$$

$$S_{hs}^* = \frac{(\lambda_d + \lambda_h)}{(\lambda_d + \lambda_h) + \frac{I_{hs}^* N_{Ts} N_{Vs} \beta_{vs} \delta K_{hs \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hs}}{(N_{Ts} + g)(\beta_{vs} + \lambda_v)(I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} + (N_{Ts} + g)\lambda_v)}}$$

$$E_{hs}^* = \frac{I_{hs}^* N_{Vs} \beta_{vs} N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hs} (\lambda_d + \lambda_h)}{(N_{Ts} + g)(\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h)(\beta_{vs} + \lambda_v)(I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} + (N_{Ts} + g)\lambda_v)(\lambda_d + \lambda_h + \frac{I_{hs}^* N_{Vs} \beta_{vs} N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hs}}{(N_{Ts} + g)(\beta_{vs} + \lambda_v)(I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} + (N_{Ts} + g)\lambda_v)})}$$

$$I_{hs}^* = \frac{(\lambda_d + \lambda_h)(-(N_{Ts} N_{Vs} \alpha_{hs} \beta_{vs} \delta K_{hs \rightarrow v} \delta K_{v \rightarrow hs} + (N_{Ts} + g)^2(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_v(\beta_{vs} + \lambda_v)))}{(N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h)(N_{Vs} \beta_{vs} \delta K_{v \rightarrow hs} + (N_{Ts} + g)(\lambda_d + \lambda_h)(\beta_{vs} + \lambda_v)))}$$

$$E_{vs}^* = \frac{I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} \lambda_v}{(\beta_{vs} + \lambda_v)(I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} + (N_{Ts} + g)\lambda_v)}, I_{vs}^* = \frac{I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} \beta_{vs}}{(\beta_{vs} + \lambda_v)(I_{hs}^* N_{Ts} \delta K_{hs \rightarrow v} + (N_{Ts} + g)\lambda_v)}$$

และ $R_0 > 1, R_0 = \left[\left(\frac{\delta^2 K_{hr \rightarrow v} K_{v \rightarrow hr} N_{tr} N_{vr} \alpha_{hr} \beta_{vr}}{(g + N_{tr})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vr} + \lambda_v)} \right) + \left(\frac{\delta^2 K_{hw \rightarrow v} K_{v \rightarrow hw} N_{tw} N_{vw} \alpha_{hw} \beta_{vw}}{(g + N_{tw})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vw} + \lambda_v)} \right) \right] + \left(\frac{\delta^2 K_{hs \rightarrow v} K_{v \rightarrow hs} N_{ts} N_{vs} \alpha_{hs} \beta_{vs}}{(g + N_{ts})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vs} + \lambda_v)} \right)$

สถานะเสถียรเฉพาะที่

สถานะเสถียรเฉพาะที่หาได้จากการหาจาคีเป็นเมตริกซ์ แล้วพิจารณาค่าเฉพาะเจาะจง(eigenvalue)

ถ้าค่าเฉพาะเจาะจงมีส่วนจริงเป็นค่าลบแสดงว่าระบบมีสถานะเสถียรเฉพาะที่

$$J_{E_1} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hr}}{(N_{tr} + g)} I_{vr}^* N_{tr} + \lambda_d + \lambda_h\right) & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hr}}{(N_{tr} + g)} N_{tr} S_{hr}^*\right) \\ \frac{\delta K_{v \rightarrow hr}}{(N_{tr} + g)} I_{vr}^* N_{tr} & -(\lambda_d + \lambda_h + \alpha_{hr}) & 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hr}}{(N_{tr} + g)} N_{tr} S_{hr}^*\right) \\ 0 & \alpha_{hr} & -(\lambda_d + \lambda_h + \rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_{hr \rightarrow v}}{(N_{tr} + g)} N_{tr} S_{vr}^*\right) & -(\lambda_v + \beta_{vr}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{vr} & -\lambda_v \end{pmatrix}$$

$$J_{E_2} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hw}}{(N_{tw} + g)} I_{vw}^* N_{tw} + \lambda_d + \lambda_h\right) & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hw}}{(N_{tw} + g)} N_{tw} S_{hw}^*\right) \\ \frac{\delta K_{v \rightarrow hw}}{(N_{tw} + g)} I_{vw}^* N_{tw} & -(\lambda_d + \lambda_h + \alpha_{hw}) & 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hw}}{(N_{tw} + g)} N_{tw} S_{hw}^*\right) \\ 0 & \alpha_{hw} & -(\lambda_d + \lambda_h + \rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_{hw \rightarrow v}}{(N_{tw} + g)} N_{tw} S_{vw}^*\right) & -(\lambda_v + \beta_{vw}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{vw} & -\lambda_v \end{pmatrix}$$

$$J_{E_3} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hs} I^*_{vs} N_v + \lambda_d + \lambda_h}{(N_r + g)}\right) & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hs} N_v S^*_{hs}}{(N_r + g)}\right) \\ \frac{\delta K_{v \rightarrow hs} I^*_{vs} N_v}{(N_r + g)} & -(\lambda_d + \lambda_h + \alpha_{hr}) & 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_{v \rightarrow hs} N_v S^*_{hs}}{(N_r + g)}\right) \\ 0 & \alpha_{hv} & -(\lambda_d + \lambda_h + \rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_{hs \rightarrow v} N_r S^*_{vs}}{(N_r + g)}\right) & -(\lambda_v + \beta_{vs}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{vs} & -\lambda_v \end{pmatrix}$$

ค่าเฉพาะเจาะจงหาได้จาก

$$\det(J - BI_5) = 0$$

โดยที่ J เป็นจาโคเบียนเมตริกซ์ I เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์

จุดสมดุลสถานะไร้โรค

$E_{1,2,3} = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ ค่าเฉพาะเจาะจงหาได้จากสมการ

$$(-B - \lambda_d - \lambda_h) \left(-\frac{\delta^2 K_{hr \rightarrow v} K_{v \rightarrow hr} N_{Tr} N_{Vr} S_{Vr} \alpha_{hr} \beta_{vr}}{(N_{Tr} + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{hr} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{vr} - \lambda_v) \right)$$

ค่าเฉพาะเจาะจงคือ

$B = -\lambda_d - \lambda_h$ และค่าเฉพาะเจาะจงตัวที่เหลือหาได้จากการแก้สมการ

$$\left(-\frac{\delta^2 K_{hr \rightarrow v} K_{v \rightarrow hr} N_{Tr} N_{Vr} S_{Vr} \alpha_{hr} \beta_{vr}}{(N_{Tr} + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{hr} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{vr} - \lambda_v) \right) = 0$$

$$(-B - \lambda_d - \lambda_h) \left(-\frac{\delta^2 K_{hw \rightarrow v} K_{v \rightarrow hw} N_{Tw} N_{Vw} S_{Vw} \alpha_{hw} \beta_{vw}}{(N_{Tw} + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{hw} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{vw} - \lambda_v) \right)$$

$$\left(-\frac{\delta^2 K_{hw \rightarrow v} K_{v \rightarrow hw} N_{Tw} N_{Vw} S_{Vw} \alpha_{hw} \beta_{vw}}{(N_{Tw} + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{hw} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{vw} - \lambda_v) \right) = 0$$

$$(-B - \lambda_d - \lambda_h) \left(-\frac{\delta^2 K_{hs \rightarrow v} K_{v \rightarrow hs} N_{Ts} N_{Vs} S_{Vs} \alpha_{hs} \beta_{vs}}{(N_{Ts} + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{hs} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{vs} - \lambda_v) \right)$$

$$\left(-\frac{\delta^2 K_{hs \rightarrow v} K_{v \rightarrow hs} N_{Ts} N_{Vs} S_{Vs} \alpha_{hs} \beta_{vs}}{(N_{Ts} + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{hs} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{vs} - \lambda_v) \right) = 0$$

หรือ

$$\lambda^4 + A_3 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_1 \lambda + A = 0$$

โดยที่

$$A_3 = \rho + \alpha_{hr} + \beta_{vr} + 2\lambda_d + 2 + 2\lambda_v$$

$$A_2 = (\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vr}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_v) + \alpha_{hr}(\rho + \beta_{vr} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_v)$$

$$A_1 = \beta_{vr}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) + (2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{vr}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{hr}(\beta_{vr} + 2(\rho + \lambda_d + \lambda_h)))\lambda_v + (\rho + \alpha_{hr} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v^2$$

$$A = \frac{1}{(N_{Tr} + g)^2} \left(-\delta^2 K_{hr \rightarrow v} K_{v \rightarrow hr} N_{Tr} N_{Vr} S_{Vr} \alpha_{hr} \beta_{vr} + (N_{Tr} + g)(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_v(\beta_{vr} + \lambda_v) \right)$$

$$A_3 = \rho + \alpha_{hw} + \beta_{vw} + 2\lambda_d + 2 + 2\lambda_v$$

$$A_2 = (\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vw}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_v) + \alpha_{hw}(\rho + \beta_{vw} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_v)$$

$$A_1 = \beta_{vw}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h) + (2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{vw}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{hw}(\beta_{vw} + 2(\rho + \lambda_d + \lambda_h)))\lambda_v + (\rho + \alpha_{hw} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v^2$$

$$A = \frac{1}{(N_{Tw} + g)^2} \left(-\delta^2 K_{hw \rightarrow v} K_{v \rightarrow hw} N_{Tr} N_{Vw} S_{Vw} \alpha_{hw} \beta_{vw} + (N_{Tw} + g)(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_v(\beta_{vw} + \lambda_v) \right)$$

$$A_3 = \rho + \alpha_{hs} + \beta_{vs} + 2\lambda_d + 2 + 2\lambda_v$$

$$A_2 = (\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vs}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_v) + \alpha_{hs}(\rho + \beta_{vs} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_v)$$

$$A_1 = \beta_{vs}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h) + (2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{vs}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{hs}(\beta_{vs} + 2(\rho + \lambda_d + \lambda_h)))\lambda_v + (\rho + \alpha_{hs} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v^2$$

$$A = \frac{1}{(N_{Ts} + g)^2} \left(-\delta^2 K_{hs \rightarrow v} K_{v \rightarrow hs} N_{Ts} N_{Vs} S_{Vs} \alpha_{hs} \beta_{vs} + (N_{Ts} + g)(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_v(\beta_{vs} + \lambda_v) \right)$$

จุดสมมูลมีความเสถียรภาพเฉพาะที่ถ้าค่าเฉพาะเจาะจงมีส่วนจริงเป็นค่าลบหรือสอดคล้องกับเงื่อนไข

ของ Routh – Hurwitz criteria ดังนี้

$$A_3 > 0,$$

$$A_1 > 0,$$

$$A > 0,$$

$$A_3 A_2 A_1 - A_1^2 - A_3^2 A > 0$$

จากการตรวจสอบพบว่า

จากการพิจารณาข้างต้น จะเห็นว่าค่าเฉพาะเจาะจงมีส่วนจริงเป็นลบเมื่อ $R_0 < 1$. ดังนั้นสภาวะไร้

โรคเกิดสภาวะเสถียรภายในเมื่อ $R_0 < 1$. โดยที่

$$R_0 =$$

$$\left[\left(\frac{\delta^2 K_{hr \rightarrow v} K_{v \rightarrow hr} N_{Tr} N_{Vr} \alpha_{hr} \beta_{vr}}{(g + N_{Tr})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vr} + \lambda_v)} \right) + \left(\frac{\delta^2 K_{hw \rightarrow v} K_{v \rightarrow hw} N_{Tw} N_{Vw} \alpha_{hw} \beta_{vw}}{(g + N_{Tw})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vw} + \lambda_v)} \right) + \left(\frac{\delta^2 K_{hs \rightarrow v} K_{v \rightarrow hs} N_{Ts} N_{Vs} \alpha_{hs} \beta_{vs}}{(g + N_{Ts})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vs} + \lambda_v)} \right) \right]$$

จุดสมมูลสภาวะระบาดเร็วจริง

$$E_1 = (S^*_{hr}, E^*_{hr}, I^*_{hr}, E^*_{vr}, I^*_{vr}, S^*_{hw}, E^*_{hw}, I^*_{hw}, E^*_{vw}, I^*_{vw}, S^*_{hs}, E^*_{hs}, I^*_{hs}, E^*_{vs}, I^*_{vs})$$

สมการลักษณะเฉพาะคือ

$$\lambda^5 + A_4\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_1\lambda + A = 0$$

โดยที่

$$A_4 = \rho + \alpha_{hr} + 3\lambda_d + 3\lambda_h + 2\lambda_v + \beta_{vrc} \left(1 + \frac{\delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} N_{vrc}}{(g + N_{rc})(\beta_{vrc} + \lambda_{rc})(\delta K_{hr} K_{vrc} N_{rc} + (g + N_{rc})\lambda_{rc})} \right)$$

$$A_3 = \frac{1}{(g + N_{rc})(\beta_{vrc} + \lambda_{rc})(\delta K_{hr} K_{vrc} N_{rc} + (g + N_{rc})\lambda_{rc})} \left[-(g + N_{rc})^2 \lambda_{rc} (\beta_{vrc} + \lambda_{rc}) ((\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h) + 2(\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vrc}(\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h + \lambda_{rc}) + \alpha_{rc}(\rho + \beta_{vrc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h + 2\lambda_v)) - \delta K_{hr} K_{vrc} N_{rc} (\delta K_{c-hrc} N_{rc} \beta_{vrc} (\rho + \alpha_{rc} + \beta_{vrc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h + 2\lambda_v) + (g + N_{rc})(\beta_{vrc} + \lambda_{rc}) ((\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h) + 2(\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vrc}(\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h + \lambda_{rc}) + \alpha_{rc}(\rho + \beta_{vrc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h + 2\lambda_v))) \right]$$

$$A_2 = \frac{1}{(g + N_{rc})(\beta_{vrc} + \lambda_{rc})(\delta K_{hr} K_{vrc} N_{rc} + (g + N_{rc})\lambda_{rc})} \left[-(g + N_{rc})^2 \lambda_{rc} (\beta_{vrc} + \lambda_{rc}) ((\lambda_d + \lambda_h)^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v + (\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v^2 + \beta_{vrc}((\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h) + (\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v) + \alpha_{rc}((\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vrc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_{rc}) + \alpha_{rc}(\rho + \beta_{vrc} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_v))) - \delta K_{hr} K_{vrc} N_{rc} (\delta K_{c-hrc} N_{rc} \beta_{vrc} ((\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vrc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_{rc}) + \alpha_{rc}(\rho + \beta_{vrc} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_v))) + (g + N_{rc})(\beta_{vrc} + \lambda_{rc}) ((\lambda_d + \lambda_h)^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v + (\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v^2 + \beta_{vrc}((\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h) + (\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h)\lambda_v) + \alpha_{rc}((\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_v + \lambda_v^2 + \beta_{vrc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_{rc}))) \right]$$

$$A_1 = \frac{\delta^2 K_{hr} K_{vrc} N_{rc} \beta_{vrc} \alpha_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} + \rho \alpha_{rc} \beta_{vrc} \lambda_{rc} + \alpha_{rc} \beta_{vrc} \lambda_{rc}^2 + \rho \alpha_{rc} \beta_{vrc} \lambda_{rc} + 2 \alpha_{rc} \beta_{vrc} \lambda_{rc} \lambda_v + \alpha_{rc} \beta_{vrc} \lambda_{rc}^2}{(g + N_{rc})^2} - \frac{1}{(g + N_{rc})^2} \left[\beta_{vrc} (-(g + N_{rc})^2 (\lambda_d + \lambda_h)^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) - \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} N_{rc} (\rho + \alpha_{rc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) + \alpha_{rc} (2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{vrc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + (\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h) + \beta_{vrc}(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h))\lambda_v + (\alpha_{rc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + (\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h))\lambda_v^2 + \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} N_{rc} \beta_{vrc} \alpha_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} (\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \alpha_{rc}(\rho + \lambda_d + \lambda_h) \right]$$

$$A = \frac{\delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} \beta_{vrc} \alpha_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc}}{(g + N_{rc})^2} - \frac{1}{(g + N_{rc})^2} \left[\delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} \beta_{vrc} \alpha_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} ((g + N_{rc})^2 \beta_{vrc} (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{rc} + \lambda_d + \lambda_h) + \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} (\rho + \alpha_{rc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) - \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} (2(2\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{vrc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{rc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) \right] / \left[(g + N_{rc})^2 (-(g + N_{rc})^2 (-(g + N_{rc})^2 (\lambda_d + \lambda_h)^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) - \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} N_{rc} (\rho + \alpha_{rc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) + \alpha_{rc} (2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{vrc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + (\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h) + \beta_{vrc}(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h))\lambda_v + (\alpha_{rc}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + (\lambda_d + \lambda_h)(2\rho + 3\lambda_d + 3\lambda_h))\lambda_v^2 + \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} N_{rc} \beta_{vrc} \alpha_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} (\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \alpha_{rc}(\rho + \lambda_d + \lambda_h))) \right]$$

$$\lambda = \frac{1}{(g + N_{rc})^2} \left[\lambda_{rc} (\delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} \beta_{vrc} \alpha_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{rc} + \lambda_d + \lambda_h) + \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} (\rho + \alpha_{rc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) - (g + N_{rc})^2 (\lambda_d + \lambda_h)^2 \lambda_{rc} (\beta_{vrc} + \lambda_{rc}) (-(\delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} + (g + N_{rc})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{rc} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vrc} + \lambda_{rc})) + \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} (\rho + \alpha_{rc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) \right] / \left[(g + N_{rc})^2 (\lambda_d + \lambda_h)^2 \lambda_{rc} (\beta_{vrc} + \lambda_{rc}) (-(\delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} \alpha_{rc} \beta_{vrc} + (g + N_{rc})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{rc} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vrc} + \lambda_{rc})) + \delta^2 K_{hr} K_{vrc} K_{c-hrc} N_{rc} (\rho + \alpha_{rc} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)) \right]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนชนิ พงศ์สัมพันธ์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าเฉพาะเจาะจงมีส่วนจริงมีค่าเป็นลบเมื่อสอดคล้องกับ Routh-Hurwitz Criteria ดังนี้

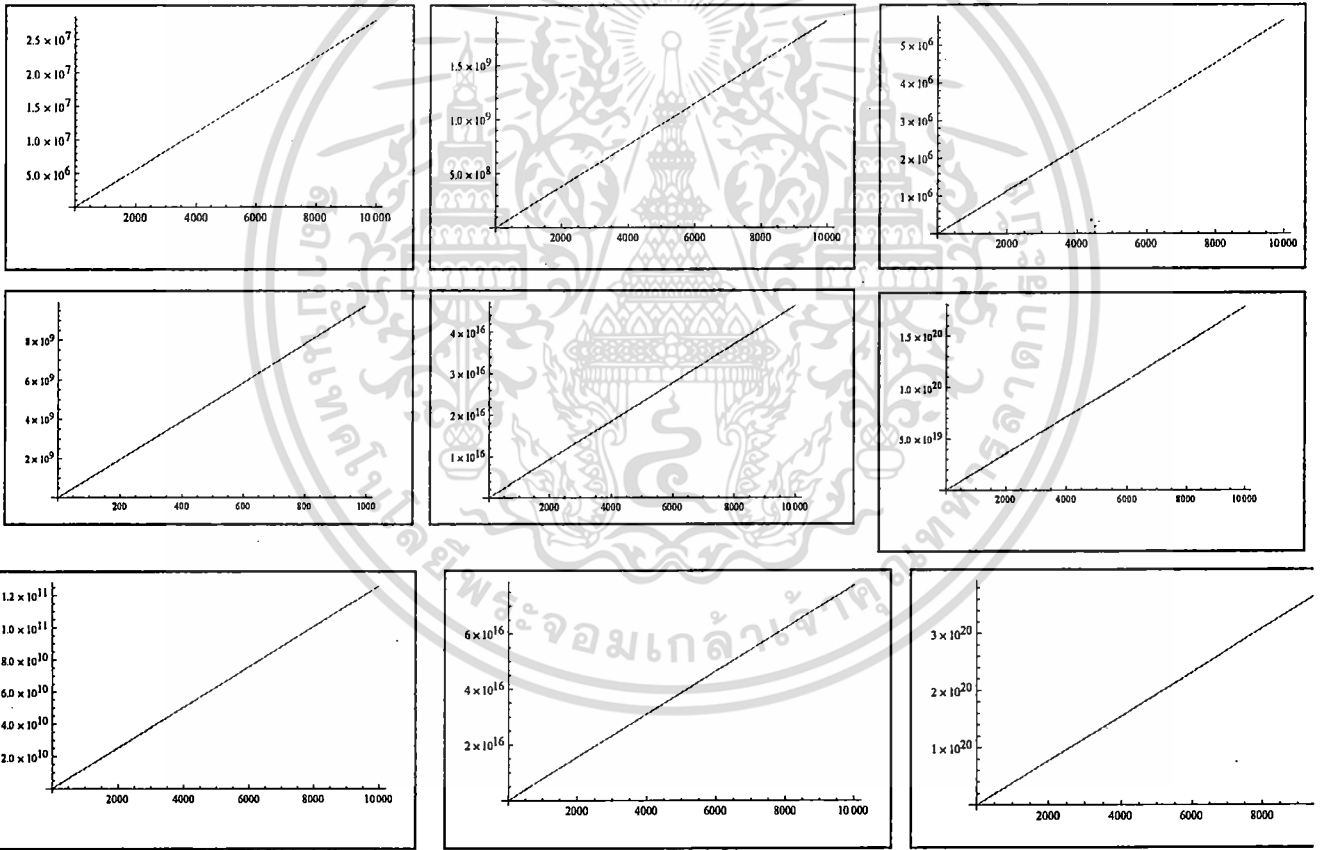
$$A_i > 0 \quad (i=1, 2, 3, 4), \quad (37)$$

$$A > 0, \quad (38)$$

$$A_4 A_3 A_2 - A_2^2 - A_4^2 A_1 > 0, \quad (39)$$

$$(A_4 A_1 - A)(A_4 A_3 A_2 - A_2^2 - A_4^2 A_1) - A(A_4 A_3 - A_2)^2 - A_4^2 > 0 \quad (40)$$

พิจารณา Routh-Hurwitz Criteria พบว่าสถานะระบาดเรื้อรังสอดคล้องกับ Routh-Hurwitz Criteria เมื่อชุดของพารามิเตอร์สอดคล้องกับรูปข้างล่างนี้



จากการพิจารณาข้างต้น จะเห็นว่าค่าเฉพาะจริงมีส่วนจริงเป็นลบเมื่อ $R_0 > 1$. ดังนั้นสถานะระบาดเรื้อรังเกิดสถานะเสถียรภายในเมื่อ $R_0 > 1$. โดยที่

$$R_0 = \left[\frac{\delta^2 \kappa_{hr-v} \kappa_{v-hr} N_{hr} N_{vr} \alpha_{hr} \beta_{vr}}{(g + N_{hr})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{vr} + \lambda_v)} \right] + \left[\frac{\delta^2 \kappa_{hr-v} \kappa_{v-hv} N_{hr} N_{hv} \alpha_{hr} \beta_{hv}}{(g + N_{hr})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{hv} + \lambda_v)} \right] + \left[\frac{\delta^2 \kappa_{hr-v} \kappa_{v-hb} N_{hr} N_{bv} \alpha_{hr} \beta_{bv}}{(g + N_{hr})^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h) (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \lambda_v (\beta_{bv} + \lambda_v)} \right]$$

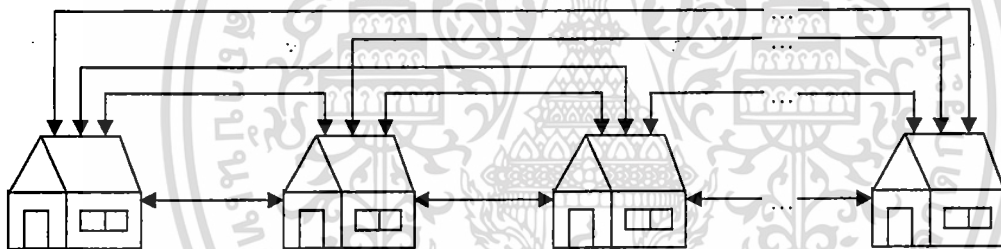
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองเมื่อประชากรมีการเคลื่อนที่

4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองเมื่อประชากรมีการเคลื่อนที่

ในบทนี้ผู้วิจัยจะทำการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกดังกล่าวข้างต้น โดยพิจารณาถึงการเคลื่อนที่ของประชากรไปยังสถานที่ต่างๆ และลักษณะการบินของยุงลาย การวิจัยในครั้งนี้เป็นการสร้างแบบจำลองการระบาดของโรคไข้เลือดออกในชุมชนเมือง เนื่องจากในชุมชนเมืองมีประชากรหนาแน่น และการคมนาคมสะดวก ผู้คนจึงมีการเดินทางตลอดเวลา ประชากรคน และประชากรยุงไม่ได้ถูกจำกัดในสถานที่ๆ หนึ่ง ประชากรคนจะต้องมีการเดินทางตลอดเวลา อาจจะเป็นการเดินทางไปมาหาสู่กันระหว่างบ้านแต่ละหลัง แสดงดังรูปที่ 5

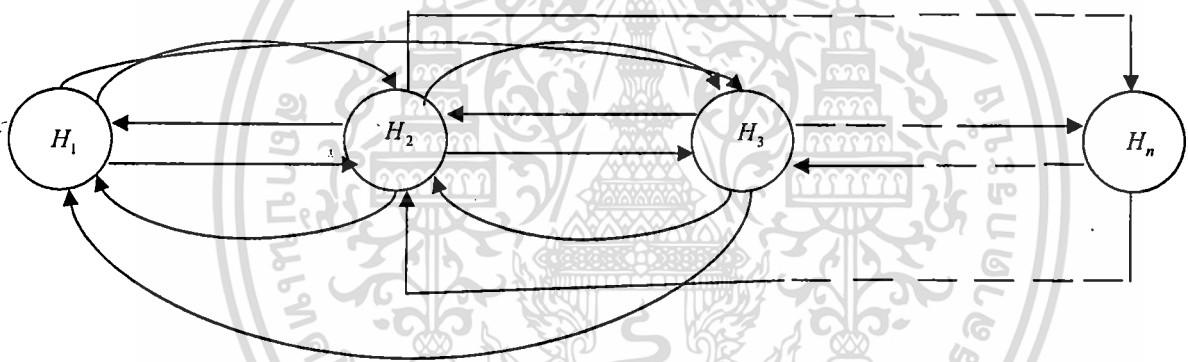


รูปที่ 4.1 แผนภาพแสดงการเคลื่อนที่ของประชากรคนระหว่างบ้านแต่ละหลัง

นอกจากนั้นประชากรอาจมีการเดินทางเพื่อไปศูนย์การค้า เพื่อไปวัด โบสถ์ เพื่อไปสถานศึกษา เพื่อไปสถานพยาบาล ฯลฯ ส่วนประชากรยุงนั้นจะมีการบิน การบินของยุงนั้นขึ้นอยู่กับ ภูมิอากาศ อาหาร ที่หลบภัย และแหล่งเพาะพันธุ์ จากสถิติการแพร่ระบาดของโรคนี้ในประเทศไทยพบว่ามีผู้ป่วยด้วยโรคนี้ทุกๆ ปี และเนื่องจากยังไม่มีวัคซีนที่สามารถป้องกันโรคนี้ได้ ทำให้ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยครั้งนี้ขึ้นเพื่อเป็นการสร้างแบบจำลองเชิงพลวัตของโรคไข้เลือดออก เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างประชากรคน และยุง โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ของทั้งประชากรคน และของประชากรยุงในสถานการณ์ต่างๆ และดำเนินการวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองการกระจายตามพื้นที่ (Spatial model) และกระบวนการสโตแคสติก (Stochastic process) แล้วนำผลที่ได้มาหาแนวทางลดการระบาดของโรค เพื่อเป็นทางเลือกใหม่อีกทางเลือกหนึ่งที่ใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์

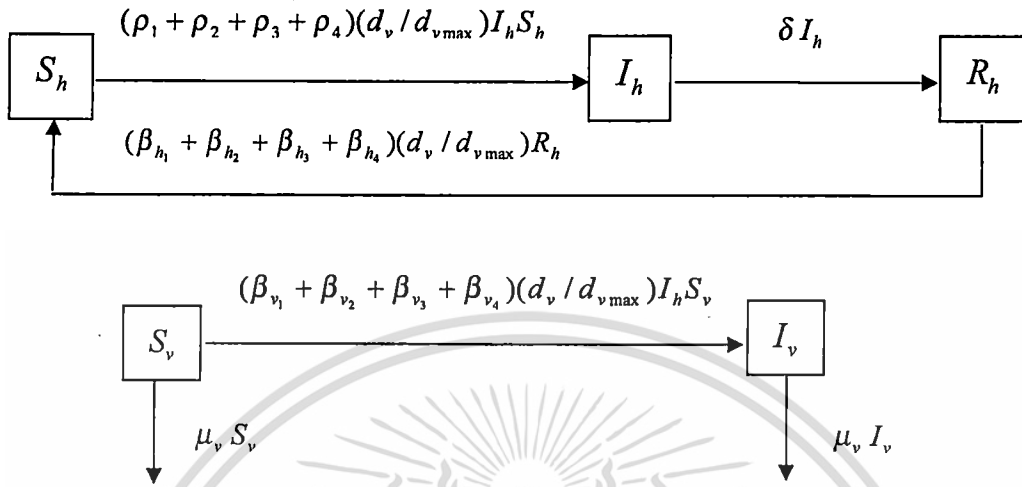
หลังจากนั้น จะนำผลจากการวิเคราะห์มาทดสอบกับข้อมูลจริง สร้างทฤษฎีใหม่ที่เกี่ยวข้อง เมื่อได้ผลลัพธ์เป็นที่เรียบร้อยแล้ว สรุปผลที่ได้ โดยใช้ความรู้ทางการแพทย์มาประยุกต์ เพื่อช่วยในการลดการระบาด เพื่อลดจำนวนผู้ป่วยของโรคไข้เลือดออกในประเทศไทยที่พบทุกๆปี ผลที่ได้สามารถใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับสถิติการเกิดโรคของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของโรคที่เฝ้าระวัง ของทางสำนักกระบาดวิทยา กระทรวงสาธารณสุขต่อไป

ในบทนี้จะพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออกเมื่อมีการเคลื่อนที่ของประชากร แผนภาพแสดงการเคลื่อนที่ของประชากรแสดงได้ดังนี้



รูปที่ 4.2 แผนภาพแสดงการเคลื่อนที่ของประชากร; H_i แทนบ้านหลังที่ i ; $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

เชื้อไวรัสแดงก็ถ่ายทอดสู่ประชากรคน โดยการกัดของยุงลาย ตัวแปรที่จะนำมาพิจารณาคือ ประชากรคนและประชากรยุง ประชากรคนแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มผู้เสี่ยง กลุ่มผู้ติดเชื้อ และกลุ่มผู้ฟื้นไข้ ประชากรยุงแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มยุงที่เสี่ยง และกลุ่มยุงที่ติดเชื้อ ระยะการบินของยุงได้นำมาพิจารณาในการถ่ายทอดของเชื้อไวรัสแดงก็ ในวันแรกมีคนไข้ 1 คนที่ติดเชื้อ คนและยุงสามารถเคลื่อนย้ายไปบ้านหลังไหนก็ได้ แต่วันสุดท้ายทุกคนจะกลับมาบ้านของตนเอง แผนภาพของแบบจำลอง แสดงได้ดังนี้



รูปที่ 4.3 แผนภาพแสดงแนวคิดของแบบจำลอง

$$\delta S_{h,t,j} = -(p_{h1} + p_{h2} + p_{h3} + p_{h4})(d_v/d_{vmax}) I_{v,t,j} S_{h,t,j} + (\beta_{h1} + \beta_{h2} + \beta_{h3} + \beta_{h4}) R_{h,t,j}$$

$$\delta I_{h,t,j} = (p_{h1} + p_{h2} + p_{h3} + p_{h4})(d_v/d_{vmax}) I_{v,t,j} S_{h,t,j} - \delta I_{h,t,j}$$

$$\delta R_{h,t,j} = \delta I_{h,t,j} - (\beta_{h1} + \beta_{h2} + \beta_{h3} + \beta_{h4}) R_{h,t,j}$$

$$\delta S_{v,t,j}(t) = D - (p_{v1} + p_{v2} + p_{v3} + p_{v4})(d_v/d_{vmax}) I_{h,t,j}(t) S_{v,t,j}(t) - \mu_v S_{v,t,j}(t)$$

$$\delta I_{v,t,j}(t) = (p_{v1} + p_{v2} + p_{v3} + p_{v4})(d_v/d_{vmax}) I_{h,t,j}(t) S_{v,t,j}(t) - \mu_v I_{v,t,j}(t)$$

ตัวแปรของแบบจำลองแสดงได้ดังนี้

$S_{h,t,j}$ เป็นจำนวนผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ บ้านหลังที่ j ที่เวลา t

$I_{h,t,j}$ เป็นจำนวนผู้ติดเชื้อ ณ บ้านหลังที่ j ที่เวลา t

$R_{h,t,j}$ เป็นจำนวนผู้ฟื้นไข้ ณ บ้านหลังที่ j ที่เวลา t ,

$S_{v,t,j}$ เป็นจำนวนยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ณ บ้านหลังที่ j ที่เวลา t

$I_{v,t,j}$ เป็นจำนวนยุงที่ติดเชื้อ ณ บ้านหลังที่ j ที่เวลา t

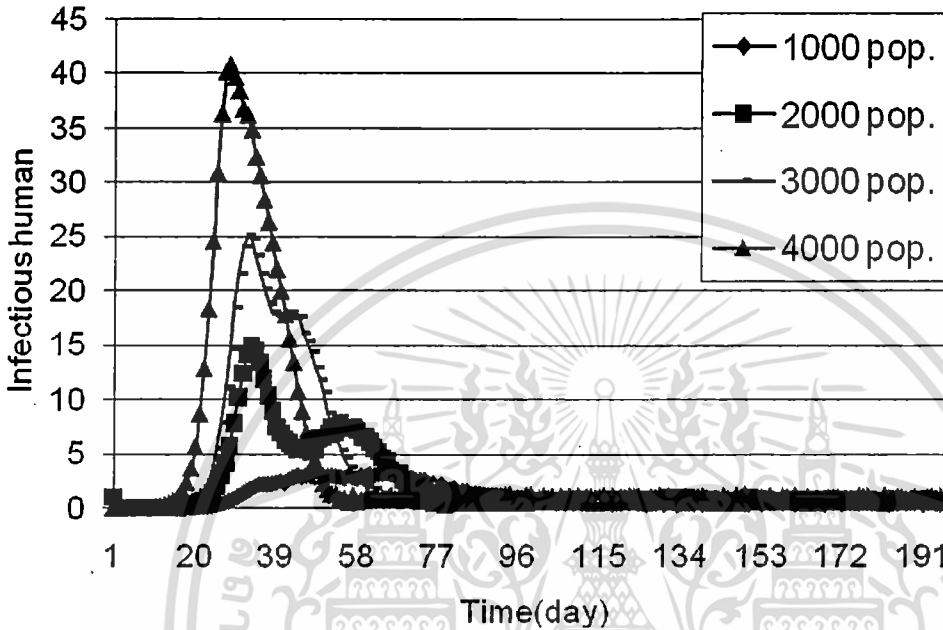
ตาราง 4.1 นิยามของตัวพารามิเตอร์ในแบบจำลอง

ตัวพารามิเตอร์	ความหมาย
p_{h_1}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D1 จากยูงไปคน
p_{h_2}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D2 จากยูงไปคน
p_{h_3}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D3 จากยูงไปคน
p_{h_4}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D4 จากยูงไปคน
p_{v_1}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D1 จากคนไปยูง
p_{v_2}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D2 จากคนไปยูง
p_{v_3}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D3 จากคนไปยูง
p_{v_4}	ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D4 จากคนไปยูง
β_{h_1}	อัตราการที่ผู้ฟื้นไข้กลับมาเป็นผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D1 อีกครั้ง
β_{h_2}	อัตราการที่ผู้ฟื้นไข้กลับมาเป็นผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D2 อีกครั้ง
β_{h_3}	อัตราการที่ผู้ฟื้นไข้กลับมาเป็นผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D3 อีกครั้ง
β_{h_4}	อัตราการที่ผู้ฟื้นไข้กลับมาเป็นผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อไวรัสแดงกึ่งชิโรไทป์ D4 อีกครั้ง
δ	อัตราการฟื้นไข้
D	อัตราเริ่มต้นของยูง
μ_v	อัตราการตายของยูง
N_h	จำนวนคนทั้งหมด
L	จำนวนบ้านทั้งหมด
d_v	ระยะทางที่ยูงสามารถบินได้
$d_{v_{max}}$	ระยะทางสูงสุดที่ยูงสามารถบินได้
E	เวลาสิ้นสุด

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์แบบจำลองและหาค่าเชิงตัวเลขสำหรับสถานการณ์ที่แตกต่างกันดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธนิ พงศ์สัมพันธ์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

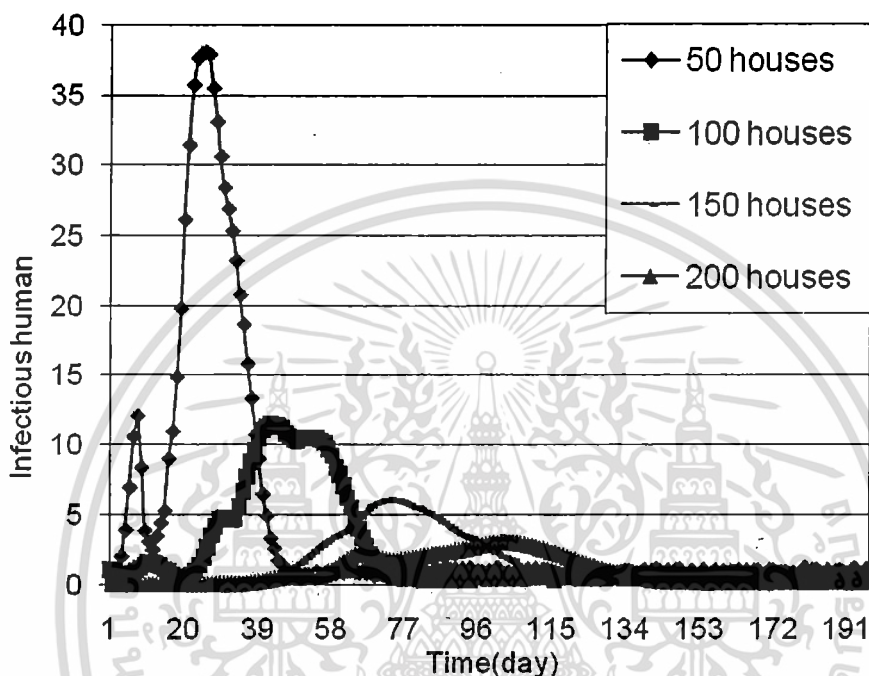
1.กรณีที่จำนวนประชากรต่างกัน



รูปที่ 4.4 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, L = 50, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400.$

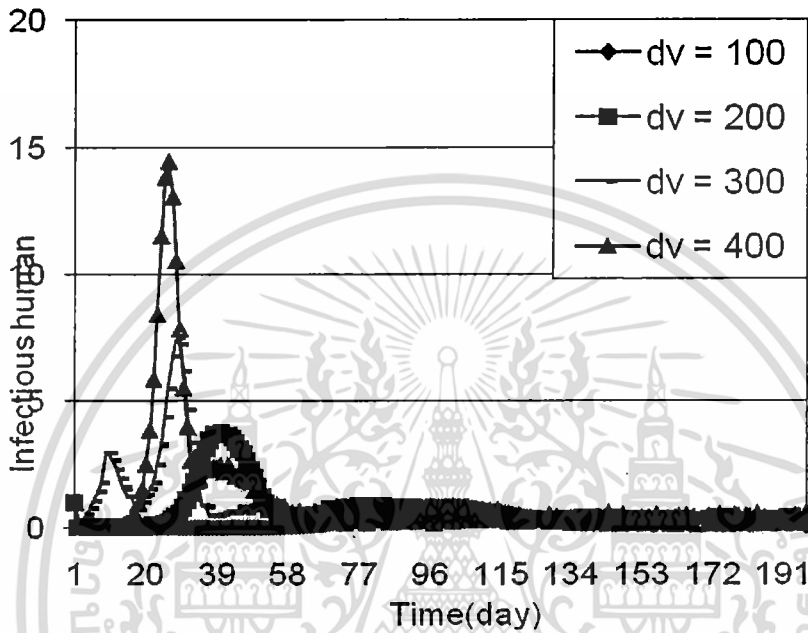
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธนี พงศ์สัมพันธ์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. กรณีที่จำนวนบ้านต่างกัน



รูปที่ 4.5 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400.$

3.กรณีทีี่ระยะทางการบินของยุงต่างกัน

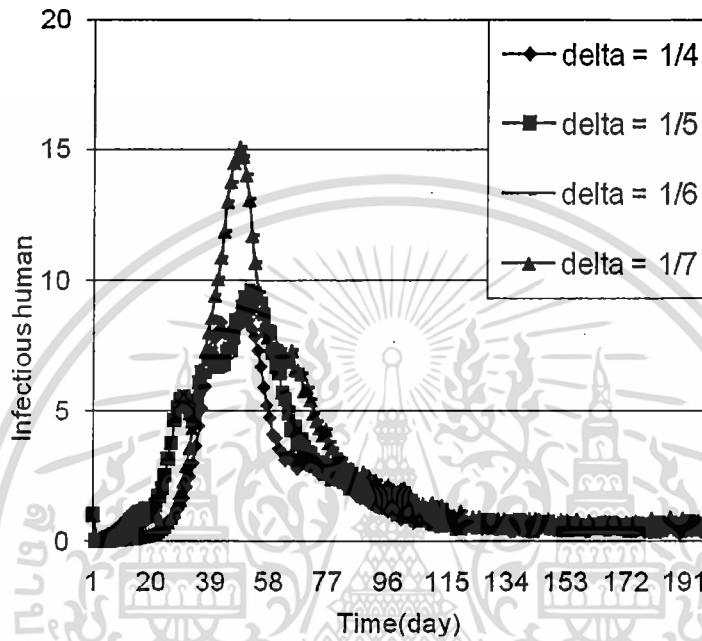


รูปที่ 4.6 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07,$

$p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40,$

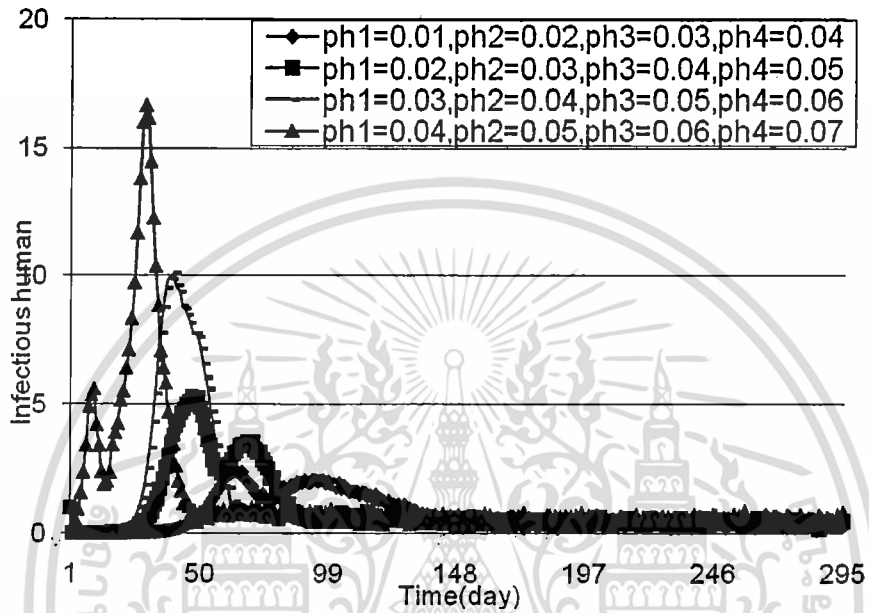
$\beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_{v_{max}} = 400.$

4.กรณีที่อัตราการฟื้นไข้ต่างกัน



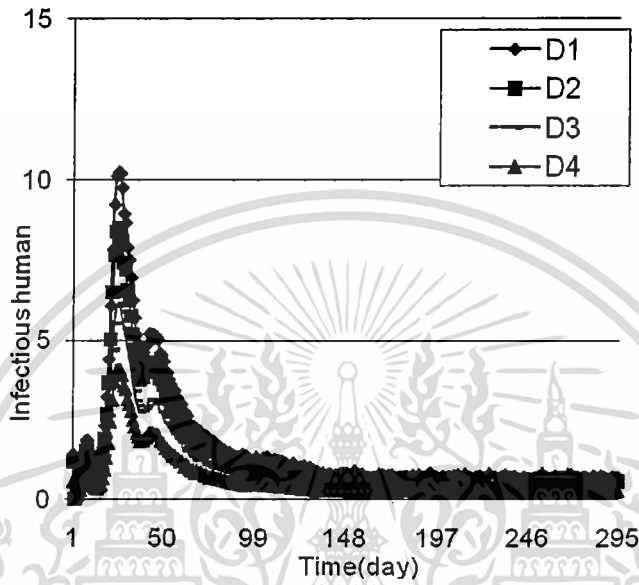
รูปที่ 4.7 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07,$
 $p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40,$
 $\beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400.$

5.กรณีศึกษาอัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงที่แตกต่างกัน



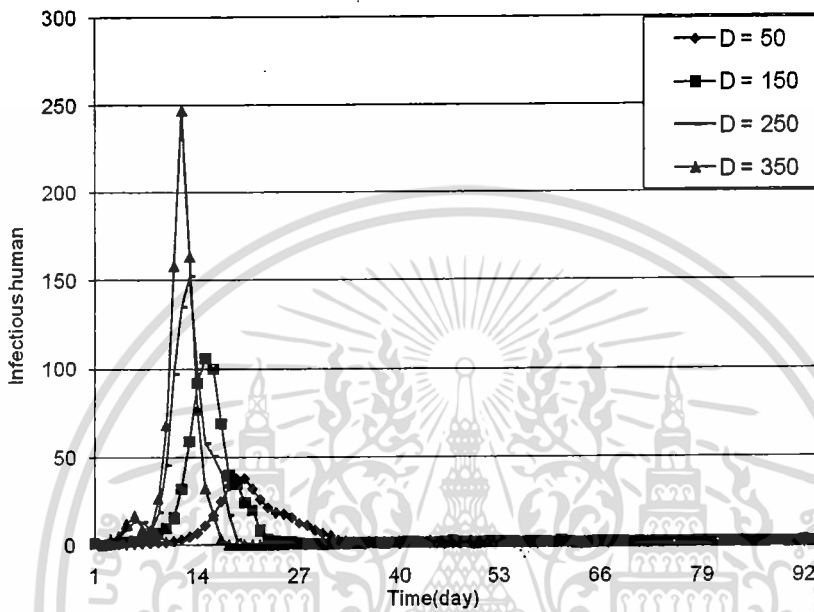
รูปที่ 4.8 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $\beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400$.

6.กรณีที่ยั้ตรากการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงก็แต่ละชนิดต่างกัน



รูปที่ 4.9 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่ออัตรากการถ่ายทอดเชื้อแดงก็ไวรัสของแต่ละชนิดแตกต่างกัน

7. กรณีที่อัตราการเริ่มต้นของยุงลายต่างกัน

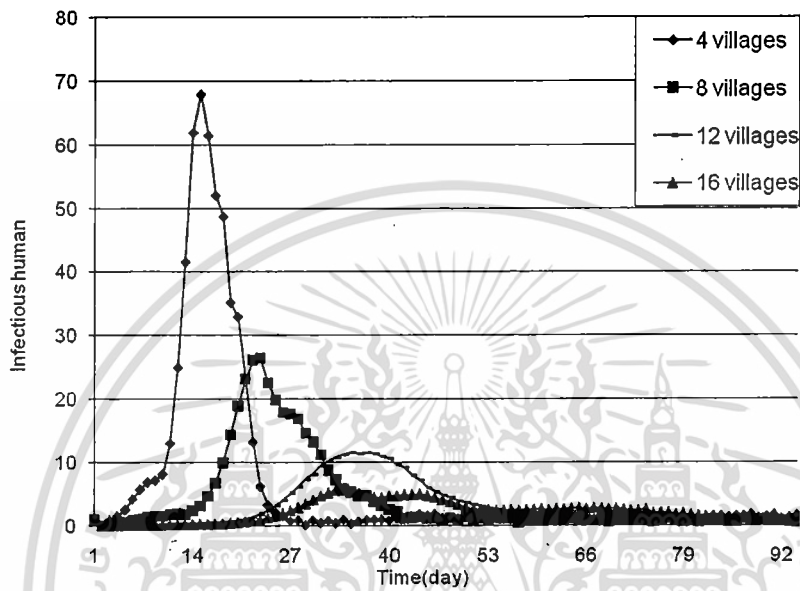


รูปที่ 4.10 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h1} = 0.08, p_{h2} = 0.07,$

$p_{h3} = 0.06, p_{h4} = 0.05, p_{v1} = 0.08, p_{v2} = 0.07, p_{v3} = 0.06, p_{v4} = 0.05, \beta_{h1} = 1/30, \beta_{h2} = 1/40,$

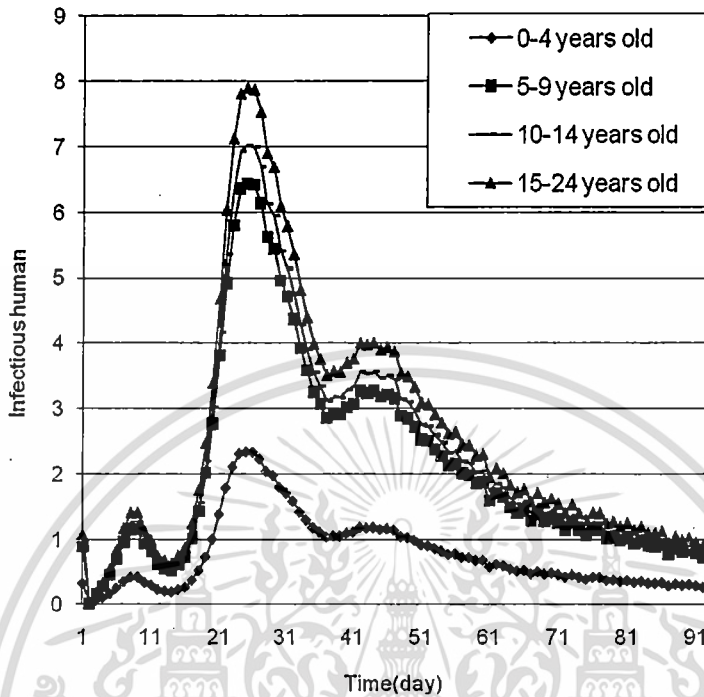
$\beta_{h3} = 1/50, \beta_{h4} = 1/60, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100, d_{vmax} = 400.$

8. กรณีที่จำนวนหมู่บ้านต่างกัน



รูปที่ 4.11 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของแบบจำลองนี้เมื่อพารามิเตอร์กำหนดให้เป็น $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07,$
 $p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40,$
 $\beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400.$

ต่อไปพิจารณาโครงสร้างอายุของประชากรจะได้ผลลัพธ์ดังนี้



รูปที่ 4.12 ผลเฉลยเชิงตัวเลขเมื่อพิจารณาประชากรตามโครงสร้างอายุ

ผลเฉลยเชิงตัวเลขได้นำมาพิจารณาสำหรับสถานการณ์ที่แตกต่างกันแสดงดังรูปข้างต้น จำนวนประชากรทั้งหมด จำนวนของบ้านทั้งหมด ระยะทางที่ยุงสามารถบินได้ อัตราการฟืนไข่ ความน่าจะเป็นของการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกิและอัตราการเกิดใหม่ของยุงที่แตกต่างกันได้นำมาพิจารณา อัตราสูงสุดของคนไข้เพิ่มขึ้นเมื่อมีจำนวนประชากรทั้งหมดเพิ่มขึ้น จำนวนบ้านเพิ่มขึ้น ระยะทางที่ยุงสามารถบินได้มากขึ้น อัตราการฟืนไข่มากขึ้น อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสแดงกิสูงขึ้น อัตราเริ่มต้นของยุงลายมีเพิ่มขึ้น ช่วงเวลาการระบาดของโรคสูงขึ้น เมื่อมีประชากรน้อยลง จำนวนของบ้านน้อยลง ระยะทางที่ยุงสามารถบินได้น้อยลง อัตราการฟืนไข่น้อยลง ความน่าจะเป็นในการถ่ายทอดเชื่อน้อยลง อัตราเริ่มต้นของยุงน้อยลง เมื่อพิจารณาผู้ป่วยตามซีโรไทป์พบว่าผู้ป่วยที่ติดเชื้อซีโรไทป์ D1 สูงกว่า ซีโรไทป์ D2 D3 และ D4 ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลของผู้ป่วยในประเทศไทยผู้ป่วยตามอายุก็เช่นกัน

บทที่ 5

สรุป วิจารณ์ และเสนอแนะงานวิจัยในอนาคต

ในงานวิจัยฉบับนี้เราได้ศึกษาพฤติกรรมของผลเฉลยในแบบจำลองโดยคำนึงถึงอิทธิพลของการถ่ายเทเชื้อไวรัสแดงก็ การฟักตัวของเชื้อไวรัสแดงก็ การที่ประชากรมีการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลา โดยประยุกต์วิธีการของการจำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน ทำให้ได้เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับตัวแปรที่ทำให้เกิดความเสถียรภายในของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง โดยการใช้เงื่อนไข Routh-Hurwitz ตรวจสอบความเสถียรของแต่ละจุดสมดุล ผลที่ได้จากทฤษฎี ทำให้ได้ชุดของค่าพารามิเตอร์ที่สามารถลดการระบาดของโรคได้ ซึ่งแสดงในรูปของเงื่อนไข ซึ่งครอบคลุมถึงความเสถียรของสภาวะระบาดภายในและสภาวะระบาดอย่างเรื้อรัง ซึ่งชุดของพารามิเตอร์แต่ละชุดที่ได้นั้นจะมีผลทำให้ลดการระบาดของโรคนี้ ผลเฉลยเชิงตัวเลขได้นำมาพิจารณาสำหรับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ซึ่งในทางการแพทย์นั้น ชุดของพารามิเตอร์แต่ละชุดที่ทำให้เกิดความเสถียรนั้นสามารถควบคุมการระบาดของโรคนี้ได้นั่นเอง

อย่างไรก็ตาม ในงานวิจัยชิ้นนี้ยังไม่ได้คำนึงถึงปริมาณน้ำฝนหรือปัจจัยทางสิ่งแวดล้อมอื่นๆ ที่มีผลต่อจำนวนยุง งานวิจัยในอนาคตนั้นควรมีการคำนึงถึงอิทธิพลนี้

เอกสารอ้างอิง

กลศ พัฒนระพีเลิศ. ผลกระทบจากความซ้ำของเวลาต่อแบบจำลองของการระบาดของโรคไข้เลือดออกแดงกี ; มหาวิทยาลัยมหิดล.บัณฑิตวิทยาลัย;2545.

พรรณเกษม แผ่พร , กลสิน สุภปฐม , สุณัยนา สพานไตรภพ. ความไวของบูงลายตามภาคต่าง ๆ ของประเทศไทยต่อสารเคมีกำจัดแมลงที่ใช้ในการควบคุมโรค

บูวดี ดาพิพย์.การศึกษาความรู้ทัศนคติและการปฏิบัติเกี่ยวกับโรคไข้เลือดออกของประชาชนในเขตตำบลท่าพล อำเภอแม่ระมาด จังหวัดตาก. กรุงเทพฯ : คณะสาธารณสุขศาสตร์, 2537.

ไข้เลือดออก, 2549-2553.วารสารโรคติดต่อฯ โดยแมลง; ปีที่7; ฉบับที่ 1:8-16.

วิชัย สติมัย, ลักษณะ หลายที่วิวัฒน์, ฟ่องพรรณ วงศ์หรือรัฐชาติ. การตรวจค้นหาการติดเชื้อไวรัส Dengue ในผู้ป่วยกลุ่มไข้ไม่ทราบสาเหตุ ในโรงพยาบาลชุมชนจังหวัดขอนแก่นและจังหวัดร้อยเอ็ด โดยวิธีน้ำเหลืองวิทยา.วารสารโรคติดต่อ 2541, ปีที่4 ; ฉบับที่ 4 : 538 - 545.

สรุปรายงานของการเฝ้าระวังโรค สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข, 2544-2555.

สำนักควบคุมโรคไข้เลือดออก กรมควบคุมโรคติดต่อกระทรวงสาธารณสุข. โรคไข้เลือดออก ฉบับประเกียรณก, 2544.

Dr.Robert, RG.Andre, "Insecticide resistance issues in vector-borne disease control" Am J Trop Med Hyg 1994; 50 : 21 - 34.

E. Bellan Steven, A.Smith and TZ.Takadong, A model of transovarial transmission and the maintenance of seasonally epidemic Chikungunya, Available from: http://dimacs.rutgers.edu/About/Reports/ASI-Stell07_Annual8-30-07_web.pdf

L.Esteva and C.Vargas, "Analysis of a dengue disease transmission model", Math Biosci, 1998, 150,132-151.

L.Esteva and C.Vargas, "A model for dengue disease with variable human population" J Math Biol, 1999, 38, 220-240.

L.Esteva and C.Vargas, "Influence of vertical and mechanical transmission on the dynamics of dengue disease", Math Biosci, 2000, 167, 51-64.

L.Esteva and C.Vargas, "Coexistence of different serotypes of dengue virus". Journal of Math Biol, 2003, 46, 31-47.

- M.Robert, "Stability and complexity in model ecosystems", Princeton, new jersey; Princeton University Press.
- N.Bacaer, "Approximation of the basic reproduction number R_0 for vector-borne diseases with a periodic vector population", Bull Math Biol, 2007, 69, 1067-1091.
- PP.de Moor, FE.Steffens, "A computer-simulated model of an arthropod-borne virus transmission cycle, with special reference to Chikungunya virus", Trans R Soc Trop Med Hyg, 1970, 64, 927-34.
- P.Pongsumpun and I.M. Tang, "Effect of the Seasonal Variation in the Extrinsic Incubation Period on the Long Term Behavior of the Dengue Hemorrhagic Fever Epidemic", World Academy of Science, Engineering and Technology 34, 2007, 377 – 383.
- P.Pongsumpun, "Effect of incubation period of virus for the mathematical model of Dengue disease", Proceedings of the 3rd WSEAS/IASME International Conference on Dynamical Systems and Control, Arcachon, France, October 13-15, 2007.
- P.Pongsumpun, "Dengue disease model with the effect of extrinsic incubation Period". WSEAS Trasaction on Biology and Biomedicine, 2006, 3, 139-144.
- P.Pongsumpun and I.M.Tang, "Risk of Infection to Tourists visiting an Dengue Fever Endemic region", KMITL Sci. J.2005, 5(2), 460-468.
- R.Kongnuy and P.Pongsumpun, "Mathematical Modeling for Dengue Transmission with the Effect of Season", Int J Biol Med Sci, 2010, 5(2), 74-78.
- V.Joshi, DT.Mourya, RC.Sharma. "Persistence of dengue -3 virus though transovarial passage in successive generations of Aedes aegypti mosquitoes", Am J Trop Med Hyg, 2002, 67(2),158-61.
- World Health Organization. Dengue Haemorrhagic Fever : Diagnosis, Treatment , Prevention and Control. Geneva, 1997.
- Y. Dumont and F. Chiroleu, "On a temporal model for the Chikungunya disease: Modeling, theory and numerics", Math Biosci, 2008, 213, 80-91.
- Z. Feng, W. Huang & C. Castillo-Chavez. "On the role of variable latent periods in mathematical models for tuberculosis. J. Dynam. Di@erential Equations, 2001, 13, 425-452.

ภาคผนวก ก

นียบามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A1. Theoretical Background

Many biological problems can be explained mathematically by a set of differential equation, which may be nonlinear. In many situations, it is possible to replace the nonlinear differential equation by a set of related linear differential equation that approximates the real nonlinear equation close enough to give useful effects. The method of “linearization” may not always be appropriated. Then the original nonlinear differential equation must be considered. The study of nonlinear differential equation is usually confined to a variety of special cases and we have to use various approximation methods. In this part, we shall give an introduction to the method which we use in this research.

Definition A.1 A point $X_e \in \mathcal{R}^n$ is an equilibrium point (or stationary point, singular point, critical point or rest point) of

$$\frac{dX}{dt} = f(t, X) \quad (\text{A.1})$$

if $f(t, X_e) = 0$ for all $t \geq t^*$.

If X_e is an equilibrium point of (A.1) at t^* , then it is an equilibrium point for all $\tau \geq t^*$.

Definition A.2 The equilibrium point $X = 0$ of (A.1) is stable if for every $\delta > 0$ and any $t_0 \in \mathcal{R}^+$ there is a $\omega(\delta, t_0) > 0$ such that

$$|u(t, t_0, \gamma)| < \delta \quad \text{for every } t \geq t_0$$

whenever $|\gamma| < \omega(\delta, t_0)$ where $u(t, \gamma)$ is the solution of (A.1).

Definition A.3 The equilibrium point $X = 0$ of (A.1) is asymptotically stable if

- 1) it is stable and
- 2) for every $t_0 \geq 0$ there is an $\varepsilon(t_0) > 0$ such that

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t, t_0, \gamma) = 0 \quad \text{whenever } |\gamma| < \varepsilon \quad [\text{54}] \quad (\text{A.2})$$

Definition A.4 The equilibrium point $X = 0$ of (A.1) is unstable if it is not stable. In this case there is a $t_0 \geq 0$ and a sequence $\gamma_n \rightarrow 0$ of initial points and a sequence t_m such that $|u(t_0 + t_m, t_0, \gamma_m)| \geq \gamma$ for every $m, t_m \geq 0$.

For more general setting, consider a system of two autonomous first-order differential equations :

$$\frac{dX}{dt} = g_1(X, Y) \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{dY}{dt} = g_2(X, Y) \quad (\text{A.4})$$

where g_1 and g_2 are nonlinear functions. We let (\bar{X}, \bar{Y}) is the equilibrium point, then

$$g_1(\bar{X}, \bar{Y}) = g_2(\bar{X}, \bar{Y}) = 0. \quad (\text{A.5})$$

Setting the solution at any time in the form

$$X(t) = \bar{X} + x(t) \quad (\text{A.6})$$

and

$$Y(t) = \bar{Y} + y(t). \quad (\text{A.7})$$

This method is called perturbation of the equilibrium point. We substitute $X(t)$ and $Y(t)$ from (A.6) and (A.7) into (A.3) and (A.4),

$$\frac{d}{dt}(\bar{X} + x) = g_1(\bar{X} + x, \bar{Y} + y) \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{Y} + y) = g_2(\bar{X} + x, \bar{Y} + y) \quad (\text{A.9})$$

On the left hand side, we expand the derivatives and on the right hand side, we expand g_1 and g_2 in a Taylor series about the equilibrium point (\bar{X}, \bar{Y}) . Then we obtain

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{X}}{dt} + \frac{dx}{dt} &= g_1(\bar{X}, \bar{Y}) + g_{1_x}(\bar{X}, \bar{Y})x + g_{1_y}(\bar{X}, \bar{Y})y \\ &+ \text{terms of order } x^2, y^2, xy \text{ and higher,} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{Y}}{dt} + \frac{dy}{dt} &= g_2(\bar{X}, \bar{Y}) + g_{2_x}(\bar{X}, \bar{Y})x + g_{2_y}(\bar{X}, \bar{Y})y \\ &+ \text{terms of order } x^2, y^2, xy \text{ and higher,} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

where $g_{1_x}(\bar{X}, \bar{Y})$ is $\frac{\partial g_1}{\partial x}$ calculated at (\bar{X}, \bar{Y}) and similarly for $g_{1_y}(\bar{X}, \bar{Y})$, $g_{2_x}(\bar{X}, \bar{Y})$, $g_{2_y}(\bar{X}, \bar{Y})$ and other terms.

By the definition of the equilibrium point, we have $\frac{d\bar{X}}{dt} = 0$, $\frac{d\bar{Y}}{dt} = 0$, $g_1(\bar{X}, \bar{Y}) = 0$ and $g_2(\bar{X}, \bar{Y}) = 0$. We consider only linear term. Thus from (A.10) and (A.11), we obtain

- a. If both eigenvalues of J are negative, the equilibrium point will be a stable-two tangent node (Figure A.1).

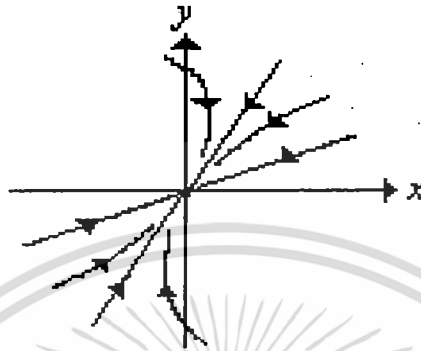


Figure A.1 A stable two-tangent node.

- b. If both eigenvalues of J are positive, the equilibrium point will be an unstable two-tangent node (Figure A.2).

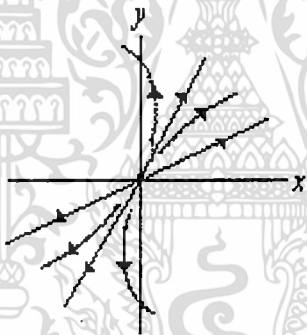
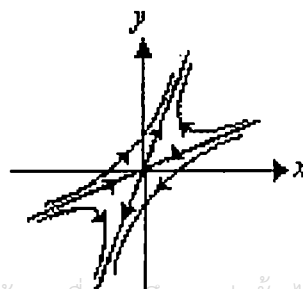


Figure A.2 An unstable two-tangent node.

- c. If the eigenvalues of J have opposite signs, the critical point will be a saddle point (Figure A.3).



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ใช้ในเชิงพาณิชย์
นอกจากนี้ พงศ์สัมพันธ์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Figure A.3 A saddle point.

ii) The eigenvalues of J are real and repeated. There are two possible behaviors.

a. If J is diagonal and J is similar to the matrix as $J = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}$, then the

critical point is called a stellar node which be stable if $\lambda < 0$ and unstable if $\lambda > 0$ (Figure A.4).



Figure A.4 A stellar node.

b. If J is not diagonal, then it is not similar to a diagonal matrix. The critical point is called a stable one-tangent node if $\lambda < 0$, and an unstable one-tangent node if $\lambda > 0$ (Figure A.5).



Figure A.5 The one-tangent node.

iii) The eigenvalues of J are complex.

It is necessary and sufficient that $\gamma = \alpha^2 - 4\beta$ is negative and then

$$\lambda_{1,2} = \frac{\alpha \pm i\sqrt{-\gamma}}{2}$$

There are six possible behaviors as follows.

- a. If $\alpha > 0$ and $\beta > 0$, then the equilibrium point will be unstable node.
- b. If $\alpha < 0$ and $\beta > 0$, then the equilibrium point will be stable node.
- c. If $\alpha < 0$ then the equilibrium point will be a saddle point.
- d. If $\alpha^2 < 4\beta$ and $\alpha > 0$, then the equilibrium point will be an unstable spiral node (Figure A.6).

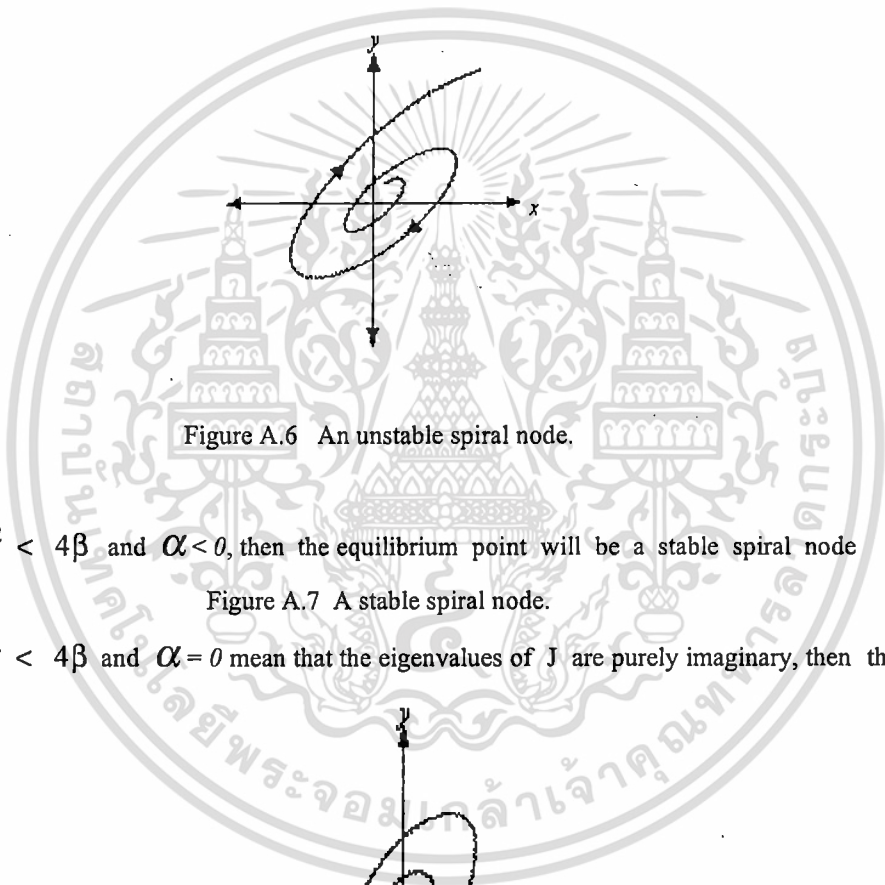
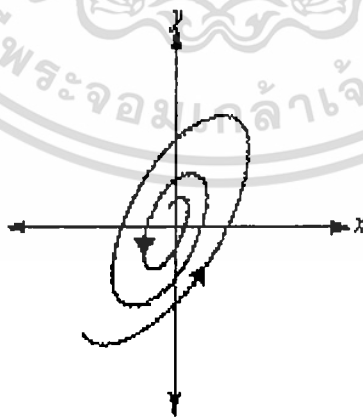


Figure A.6 An unstable spiral node.

- e. If $\alpha^2 < 4\beta$ and $\alpha < 0$, then the equilibrium point will be a stable spiral node

Figure A.7 A stable spiral node.

- f. If $\alpha^2 < 4\beta$ and $\alpha = 0$ mean that the eigenvalues of J are purely imaginary, then the



critical point will be a center (Figure A.8).

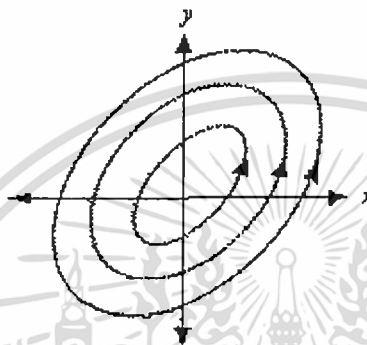


Figure A.8 A center.

In this section, we use the above ideas to apply for systems of $n > 2$ equations.

Consider

$$\frac{dX}{dt} = f_j(X_1, X_2, \dots, X_k) \quad \text{where } j = 1, 2, \dots, k \quad (\text{A.12})$$

or in the form of vector notation

$$\frac{dX}{dt} = F(X) \quad (\text{A.13})$$

for $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ and $F = (f_1, f_2, \dots, f_k)$ where each function f_j depend on all or some Y_1, Y_2, \dots, Y_k . The equilibrium point \bar{Y} is obtained by solving $F(Y) = 0$. The next step is to determine stability properties of this equilibrium point.

When we linearize equation (A.13), the Jacobian is obtained by setting

$$J = \frac{\partial}{\partial X} F(\bar{Y}) \quad (\text{A.14})$$

where J is a $k \times k$ matrix. The eigenvalues λ of the matrix satisfy $\det(J - \lambda I) = 0$. We obtain a characteristic equation in the form

$$\lambda^k + b_1 \lambda^{k-1} + \dots + b_k = 0 \quad (\text{A.15})$$

The stability of the equilibrium point can be determined without solving the actual values of eigenvalues by using the Routh-Hurwitz criteria.

Definition A.5 (Routh-Hurwitz criteria for local asymptotical stability)

Take the characteristic equation (A.15), define k matrices as follows:

$$H_1 = [b_1],$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 \\ b_3 & b_2 \end{bmatrix},$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 \\ b_5 & b_4 & b_3 \end{bmatrix} \dots$$

$$H_j = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 1 & \dots & 0 \\ b_5 & b_4 & b_3 & b_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{2j-1} & b_{2j-2} & b_{2j-3} & b_{2j-4} & \dots & b_j \end{bmatrix} \dots$$

$$H_k = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & b_k \end{bmatrix}$$

where the (l,m) term in the matrix H_j is

$$\begin{aligned} & b_{2l-m} && \text{for } 0 < 2l-m < k \\ & 1 && \text{for } 2l = m \\ & 0 && \text{for } 2l < m \text{ or } 2l > k+m. \end{aligned}$$

Then all eigenvalues have negative real part. This means that the equilibrium point \bar{X} is stable if and only if the determination of all Hurwitz matrices are positive which is

$$\text{Det } H_j > 0 \quad \text{for } j = 1, 2, 3, \dots, k.$$

Next, we show conditions of Routh-Hurwitz criteria for case $k = 3$ and 5 which are appeared in the thesis.

For $k = 3$;

We need to show that $\text{Det } H_j > 0$ for $j = 1, 2$ and 3 .

$$H_1 = [b_1]; \quad \text{Det } H_1 = b_1,$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 \\ b_3 & b_2 \end{bmatrix}; \quad \text{Det } H_2 = b_1 b_2 - b_3,$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 \\ b_5 & b_4 & b_3 \end{bmatrix}; \quad \text{Det } H_3 = b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4 + b_1 b_5.$$

Since coefficients b_4 and b_5 in 3^{rd} order characteristic polynomial equation equal to zero then we have

$$\text{Det } H_1 = b_1,$$

$$\text{Det } H_2 = b_1 b_2 - b_3 \text{ and}$$

$$\text{Det } H_3 = b_1 b_2 b_3 - b_3^2 = b_3 (b_1 b_2 - b_3).$$

So the three conditions which correspond to $\text{Det } H_j > 0$ for $j = 1, 2$ and 3 are $b_1 > 0$, $b_3 > 0$ and $b_1 b_2 > b_3$.

Therefore the three conditions of Routh-Hurwitz criteria for local asymptotical stability in 3^{rd} order characteristic polynomial equation are

i) $b_1 > 0$,

ii) $b_3 > 0$ and

iii) $b_1 b_2 > b_3$.

For $k = 5$

We need to show that $\text{Det } H_j > 0$ for $j = 1, 2, 3, 4$ and 5 .

$$H_1 = [b_1];$$

$$\text{Det } H_1 = b_1,$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 \\ b_3 & b_2 \end{bmatrix};$$

$$\text{Det } H_2 = b_1 b_2 - b_3,$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 \\ b_5 & b_4 & b_3 \end{bmatrix};$$

$$\text{Det } H_3 = b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4 + b_1 b_5,$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 1 \\ b_5 & b_4 & b_3 & b_2 \\ b_7 & b_6 & b_5 & b_4 \end{bmatrix};$$

$$\text{Det } H_4 = b_1 b_2 b_3 b_4 - b_3^2 b_4 - b_1^2 b_4^2 - b_1 b_2^2 b_5 + b_2 b_3 b_5 + 2b_1 b_4 b_5 - b_5^2 + b_1^2 b_2 b_6 - b_1 b_3 b_6 - b_1 b_2 b_7 + b_3 b_7,$$

$$H_5 = \begin{bmatrix} b_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 1 & 0 \\ b_5 & b_4 & b_3 & b_2 & b_1 \\ b_7 & b_6 & b_5 & b_4 & b_3 \\ b_9 & b_8 & b_7 & b_6 & b_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } H_5 = & b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 - b_3^2 b_4 b_5 - b_1^2 b_4^2 b_5 - b_1 b_2^2 b_5^2 + b_2 b_3 b_5^2 + 2b_1 b_4 b_5^2 - b_5^3 - b_1 b_2 b_3^2 b_6 \\ & + b_3^2 b_6 + b_1^2 b_3 b_4 b_6 + 2b_1^2 b_2 b_5 b_6 - 3b_1 b_3 b_5 b_6 - b_1^3 b_6^2 + b_1 b_2^2 b_3 b_7 - b_2 b_3^2 b_7 \\ & - b_1^2 b_2 b_4 b_7 - b_1 b_2 b_5 b_7 + 2b_3 b_5 b_7 + 2b_1^2 b_6 b_7 - b_1 b_7^2 - b_1^2 b_2 b_3 b_8 + b_1 b_3^2 b_8 \\ & + b_1^3 b_4 b_8 - b_1^2 b_5 b_8 + b_1 b_2 b_3 b_9 - b_3^2 b_9 - b_1^2 b_4 b_9 + b_1 b_5 b_9. \end{aligned}$$

Since the coefficients b_6, b_7, b_8 and b_9 in 5^{th} order characteristic polynomial equation equal to zero then we have

$$\text{Det } H_1 = b_1,$$

$$\text{Det } H_2 = b_1 b_2 - b_3,$$

$$\begin{aligned} \text{Det } H_3 = & b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4 + b_1 b_5 \\ = & b_3 (b_1 b_2 - b_3) - b_1 (b_1 b_4 - b_5), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } H_4 = & b_1 b_2 b_3 b_4 - b_3^2 b_4 - b_1^2 b_4^2 - b_1 b_2^2 b_5 + b_2 b_3 b_5 + 2b_1 b_4 b_5 - b_5^2 \\ = & b_4 (b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4) - b_5 (b_1 b_2^2 - b_2 b_3 - 2b_1 b_4 + b_5), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Det } H_5 = & b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 - b_3^2 b_4 b_5 - b_1^2 b_4^2 b_5 - b_1 b_2^2 b_5^2 + b_2 b_3 b_5^2 + 2b_1 b_4 b_5^2 - b_5^3 \\ = & b_5 (b_4 (b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4) - b_5 (b_1 b_2^2 - b_2 b_3 - 2b_1 b_4 + b_5)) \end{aligned}$$

So the conditions which correspond to $\text{Det } H_j > 0$ for $j = 1, 2, 3, 4$ and 5 .

$$\begin{aligned} \text{are } b_1 & > 0, \\ b_1 b_2 - b_3 & > 0, \\ b_3 (b_1 b_2 - b_3) - b_1 (b_1 b_4 - b_5) & > 0, \\ b_4 (b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4) - b_5 (b_1 b_2^2 - b_2 b_3 - 2b_1 b_4 + b_5) & > 0. \end{aligned}$$

After we rearrange all above inequalities, we get the conditions of Routh-Hurwitz criteria for local asymptotical stability in 5^{th} order characteristic polynomial equation

- i) $b_i > 0$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5$)
- ii) $b_1 b_2 b_3 > b_3^2 + b_1^2 b_4$ and
- iii) $(b_1 b_4 - b_5)(b_1 b_2 b_3 - b_3^2 - b_1^2 b_4) > b_5 (b_1 b_2 - b_3)^2 + b_1 b_5^2$.

A2. Numerical Solutions of Differential Equations

In this research, we use Runge-Kutta-Fehlberg's method which is one of the most widely used methods, and is particularly suitable in cases when the computation of higher derivatives is complicated. It can be used for equations of arbitrary order by means of a transformation to a

system of first-order equations. We shall discuss the solution of three first-order equations. Let this system be

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y, z, t)$$

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y, z, t)$$

$$\frac{dz}{dt} = h(x, y, z, t)$$

with initial point (x_0, y_0, z_0, t_0) and interval length h .

Runge-Kutta-Fehlberg's method for finding approximate values of x, y and z at each step is

$$x_{n+1} = x_n + \frac{(2375k_1 + 11264k_3 + 10985k_4 - 4104k_5)}{20520},$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{(2375r_1 + 11264r_3 + 10985r_4 - 4104k_5)}{20520}$$

$$z_{n+1} = z_n + \frac{(2375s_1 + 11264s_3 + 10985s_4 - 4104s_5)}{20520}$$

where

$$k_1 = hf(x_n, y_n, z_n, t_n),$$

$$k_2 = hf\left(x_n + \frac{k_1}{4}, y_n + \frac{r_1}{4}, z_n + \frac{s_1}{4}, t_n + \frac{h}{4}\right),$$

$$k_3 = hf\left(x_n + \frac{(3k_1 + 9k_2)}{32}, y_n + \frac{(3r_1 + 9r_2)}{32}, z_n + \frac{(3s_1 + 9s_2)}{32}, t_n + \frac{3h}{8}\right),$$

$$k_4 = hf\left(x_n + \frac{(1932k_1 - 7200k_2 + 7296k_3)}{2197},$$

$$y_n + \frac{(1922r_1 - 7200r_2 + 7296r_3)}{2197},$$

$$z_n + \frac{(1932s_1 - 7200s_2 + 7296s_3)}{2197}, t_n + \frac{12h}{13}\right),$$

$$k_5 = hf\left(x_n + \frac{(8341k_1 - 32832k_2 + 29440k_3 - 845k_4)}{4104},$$

$$y_n + \frac{(8341r_1 - 32832r_2 + 29440r_3 - 854r_4)}{4104},$$

$$z_n + \frac{(8341s_1 - 32832s_2 + 29440s_3 - 854s_4)}{4104}, t_n + h\right),$$

$$k_6 = hf(x_n + \frac{(-6080k_1 + 41040k_2 - 28352k_3 + 9295k_4 - 5643k_5)}{20520},$$

$$y_n + \frac{(-6080r_1 + 41040r_2 - 28352r_3 + 9295r_4 - 5643r_5)}{20520},$$

$$z_n + \frac{(-6080s_1 + 41040s_2 - 28352s_3 + 9295s_4 - 5643s_5)}{20520}, t_n + \frac{h}{2}),$$

and the error for each step will be

$$\text{Error} = \frac{k_1}{360} - \frac{128k_3}{4275} - \frac{2197k_4}{75240} + \frac{k_5}{50}.$$

r_1, r_2, \dots, r_6 and the error of y value can be evaluated from the above equations. s_1, s_2, \dots, s_6 and the error of z value can be evaluated from the above equations. k_1, k_2, \dots, k_6 and error of x by replacing function f with function g and function h .

Runge-Kutta-Fehlberge's method can be applied directly to a system of n first-order differential equations

Definition A probability space (Ω, F, P) , a stochastic process (or random process) with state space X is a collection of X -valued random variables indexed by a set T ("time"). That is, a stochastic process F is a collection

$$\{F_t : t \in T\}$$

where each F_t is an X -valued random variable.

ภาคผนวก ข

ผลงานการวิจัย

1. Rattiya Sungchakit, Puntani Pongsumpun, Transmission Model of Dengue Disease with the Different Contact Rates of three Seasons in Thailand, Proceedings of the 38th Congress on Science and Technology of Thailand, October 17-19, 2012, A_A0008, pp.1-7.
2. Rattiya Sungchakit and Puntani Pongsumpun, Dengue Transmission Model with the Different Incubation Rate for each Season, Proceedings of the 1st Mae Fah Luang University International Conference 2012, November 29-December 1, 2012, P-SC-A_3, pp.1-12.
3. P.Pongsumpun , The household distribution of dengue epidemic, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2013, 3(7); pp.56-65.
4. พันธณี พงศ์สัมพันธ์, แบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับการระบาดของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองในประเทศไทย, จัดแสดงผลงานวิจัย แบบโปสเตอร์ ครั้งที่ 2 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 18 มิถุนายน 2556.
5. พันธณี พงศ์สัมพันธ์, แบบจำลองเชิงพลวัตสำหรับการระบาดของโรคไข้เลือดออกของชุมชนเมืองในประเทศไทย, จัดแสดงผลงานวิจัย แบบโปสเตอร์ นิทรรศการวันวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 19-20 สิงหาคม 2556.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



A_A0008

1

TRANSMISSION MODEL OF DENGUE DISEASE WITH THE DIFFERENT CONTACT RATES OF THREE SEASONS IN THAILAND

Rattiya Sungchasi¹, Puntani Pongsumpun^{*}

Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

*e-mail: kppuntan@kmitl.ac.th

Abstract: A Mathematical model is used for describing the transmission of dengue disease. The person can be infected by biting of the infected *Aedes* mosquitoes. Dengue disease is separated into 4 serotypes: DEN-1, DEN-2, DEN-3 and DEN-4. In this study, we formulate the model with different contact rates in each season. The standard dynamical modeling method is used in this study. We derive stability conditions of parameters for disease free equilibrium state and disease endemic equilibrium state. The basic reproductive number of this disease is found. The results of this study will point the way for controlling this disease.

Introduction: Dengue Fever (DF), Dengue Haemorrhagic Fever (DHF) and Dengue Shock Syndrome (DSS) have emerged as an international public health problem, which is now endemic in more than 100 countries and affecting about 40% of the world population (2.5 billion people) living in tropical and subtropical regions[1]. There are four serotypes of dengue virus, namely DEN-1, DEN-2, DEN-3 and DEN-4. Dengue disease can not be directly transmitted between the people. The infected female *Aedes* mosquito is the primary vector for this disease. The development of the virus and the mosquito are affected by the climatic factors. The effect of extrinsic incubation period of dengue virus caused the seasonality transmission of this disease[2]. When a vector bites someone who is infected with dengue virus, the virus is transferred to that mosquito and it becomes an infected mosquito. After the infected vector bites a susceptible human, the virus moves into the human bloodstream, and it spreads throughout the body. Symptoms appear about eight to ten days after the biting from an infected mosquito. Symptoms are flu-like illness and can include high fever, nausea, vomiting, body aches, and headache. The moisture content, temperature, season and rainfall are influences to the mosquito development. Dengue infection is endemic in Thailand. From the data of Dengue cases in 1999 – 2010, we can see that most dengue patients are occurred in rainy season as shown in figure 1.

Esteva and Vargas developed a model for dengue disease transmission and included the dynamics of the *Aedes aegypti* mosquito into standard SIR (susceptible – infective – recovered) epidemic model[3]. In 2010, R.Kongnuay and P.Pongsumpun[4] considered the transmission of dengue disease with the effect of season. In this paper, we used SIR model for analyzing and finding the method to decrease the outbreak of this disease. We analyze the dengue model of seasonality compartment (rainy season, winter season and summer season).



A_A0008

2

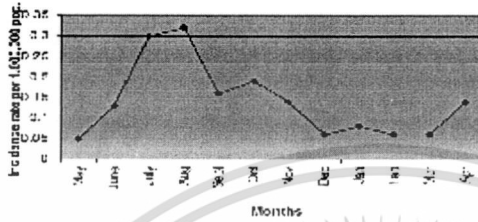


Figure 1: Reported cases of Dengue disease per 100,000 population in Thailand during May 2007 and April 2008.

Methodology: The mathematical modeling for dengue disease describes the relevance of human and mosquito population. In this study, we assume that the human and mosquito population have constant sizes. The human population is divided into susceptible, infected and recovered classes for the first model. The mosquito population is divided into susceptible and infected classes because the mosquito never recover from infection.

The dynamics of human population are given by

$$\frac{d}{dt} S_{hr} = P_r N_{Tr} - \delta_d S_{hr} - \delta_h S_{hr} - \lambda \frac{C_{v-hr}}{N_{Tr} + d} I_{rv} S_{hr} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hr} = \lambda \frac{C_{v-hr}}{N_{Tr} + d} I_{rv} S_{hr} - \delta_d I_{hr} - \delta_h I_{hr} - \beta I_{hr} \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hr} = \beta I_{hr} - \delta_d R_{hr} - \delta_h R_{hr} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} S_{hw} = P_w N_{Tw} - \delta_d S_{hw} - \delta_h S_{hw} - \lambda \frac{C_{v-hw}}{N_{Tw} + d} I_{rv} S_{hw} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hw} = \lambda \frac{C_{v-hw}}{N_{Tw} + d} I_{rv} S_{hw} - \delta_d I_{hw} - \delta_h I_{hw} - \beta I_{hw} \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hw} = \beta I_{hw} - \delta_d R_{hw} - \delta_h R_{hw} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} S_{hs} = P_s N_{Ts} - \delta_d S_{hs} - \delta_h S_{hs} - \lambda \frac{C_{v-hs}}{N_{Ts} + d} I_{rv} S_{hs} \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} I_{hs} = \lambda \frac{C_{v-hs}}{N_{Ts} + d} I_{rv} S_{hs} - \delta_d I_{hs} - \delta_h I_{hs} - \beta I_{hs} \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} R_{hs} = \beta I_{hs} - \delta_d R_{hs} - \delta_h R_{hs} \quad (9)$$

We define

S_{hr} is the number of susceptible human population in rainy season,

I_{hr} is the number of infectious human population in rainy season,

R_{hr} is the number of recovered human population in rainy season,

S_{hw} is the number of susceptible human population in winter season,

I_{hw} is the number of infectious human population in winter season,

R_{hw} is the number of recovered human population in winter season,

S_{hs} is the number of susceptible human population in summer season,

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



A_A0008

3

I_{hs} is the number of infectious human population in summer season,

R_{hs} is the number of recovered human population in summer season

The dynamics of the mosquito population can be described as the following equations :

$$\frac{d}{dt} S_w = A_r - \lambda \frac{C_{h \rightarrow w}}{N_{hr} + d} I_{hw} S_w - \delta_v S_w \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} I_w = \lambda \frac{C_{w \rightarrow w}}{N_{rw} + d} I_{hw} S_w - \delta_v I_w \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} S_w = A_w - \lambda \frac{C_{h \rightarrow w}}{N_{rw} + d} I_{hw} S_w - \delta_v S_w \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} I_w = \lambda \frac{C_{w \rightarrow w}}{N_{rw} + d} I_{hw} S_w - \delta_v I_w \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} S_s = A_s - \lambda \frac{C_{h \rightarrow s}}{N_{sr} + d} I_{hs} S_s - \delta_v S_s \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} I_s = \lambda \frac{C_{s \rightarrow s}}{N_{sr} + d} I_{hs} S_s - \delta_v I_s \quad (15)$$

We define

S_w is the number of susceptible mosquito population in rainy season,

I_w is the number of infectious mosquito population in rainy season,

S_w is the number of susceptible mosquito population in winter season,

I_w is the number of infectious mosquito population in winter season,

S_s is the number of susceptible mosquito population in summer season,

I_s is the number of infectious mosquito population in summer season.

Where the parameters are defined as follows :

N_{hr} is the total human population in rainy season,

N_{rw} is the total human population in winter season,

N_{rs} is the total human population in summer season,

N_{rw} is the total mosquito population in rainy season,

N_{rw} is the total mosquito population in winter season,

N_{rs} is the total mosquito population in summer season,

δ_h is the natural death rate of human population,

δ_d is the death rate of human population due to the disease,

δ_v is the death rate of mosquito population,

P is the birth rate of human population,

$C_{w \rightarrow hr}$ is the transmission probability of dengue disease from mosquito to human in rainy season,

$C_{w \rightarrow hw}$ is the transmission probability of dengue disease from mosquito to human in winter season,

$C_{w \rightarrow hs}$ is the transmission probability of dengue disease from mosquito to human in summer season,

$C_{h \rightarrow w}$ is the transmission probability of dengue disease from human to mosquito in rainy season,



A_A0008

4

$C_{h \rightarrow v}$ is the transmission probability of dengue disease from human to mosquito in winter season,

$C_{h \rightarrow v}$ is the transmission probability of dengue disease from human to mosquito in summer season,

β is the recovery rate of human population,

λ is the biting rate of mosquito population,

d is the number of other animals available as blood sources.

We suppose that $N_{hr} = S_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$, $N_{hw} = S_{hw} + I_{hw} + R_{hw}$,

$N_{hr} = S_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$, $N_{hr} = S_{hr} + I_{hr}$, $N_{hw} = S_{hw} + I_{hw}$ and $N_{hw} = S_{hw} + I_{hw}$

We normalize equations (1)–(15) by defining new variables.

$$\overline{S}_{hr} = \frac{S_{hr}}{N_{hr}}, \overline{I}_{hr} = \frac{I_{hr}}{N_{hr}}, \overline{R}_{hr} = \frac{R_{hr}}{N_{hr}}, \overline{S}_{hw} = \frac{S_{hw}}{N_{hw}}, \overline{I}_{hw} = \frac{I_{hw}}{N_{hw}}, \overline{R}_{hw} = \frac{R_{hw}}{N_{hw}},$$

$$\overline{S}_{hr} = \frac{S_{hr}}{N_{hr}}, \overline{I}_{hr} = \frac{I_{hr}}{N_{hr}}, \overline{R}_{hr} = \frac{R_{hr}}{N_{hr}}$$

$$\overline{S}_{hw} = \frac{S_{hw}}{N_{hw}}, \overline{S}_{hw} = \frac{S_{hw}}{N_{hw}}, \overline{S}_{hw} = \frac{S_{hw}}{N_{hw}}, \overline{I}_{hw} = \frac{I_{hw}}{N_{hw}}, \overline{I}_{hw} = \frac{I_{hw}}{N_{hw}}, \overline{I}_{hw} = \frac{I_{hw}}{N_{hw}}$$

The total human and mosquito populations have constant sizes, thus rates of change for total human and mosquito populations equal to zero. Thus, the birth and death rates are equivalent for human population, the total mosquito population equals to $\frac{A_v}{\delta_v}$ in rainy season, $\frac{A_v}{\delta_v}$ in winter season, $\frac{A_v}{\delta_v}$ in summer season. These give

$$\frac{d}{dt} \overline{S}_{hr} = (\delta_h + \delta_h) - (\delta_h + \delta_h + \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{hr} + d} \overline{I}_{hr} N_{hr}) \overline{S}_{hr} \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{hr} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{hr} + d} \overline{I}_{hr} N_{hr} \overline{S}_{hr} - (\beta + \delta_h + \delta_h) \overline{I}_{hr} \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{S}_{hw} = (\delta_h + \delta_h) - (\delta_h + \delta_h + \lambda \frac{C_{v \rightarrow hw}}{N_{hw} + d} \overline{I}_{hw} N_{hw}) \overline{S}_{hw} \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{hw} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hw}}{N_{hw} + d} \overline{I}_{hw} N_{hw} \overline{S}_{hw} - (\beta + \delta_h + \delta_h) \overline{I}_{hw} \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{S}_{hr} = (\delta_h + \delta_h) - (\delta_h + \delta_h + \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{hr} + d} \overline{I}_{hr} N_{hr}) \overline{S}_{hr} \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{hr} = \lambda \frac{C_{v \rightarrow hr}}{N_{hr} + d} \overline{I}_{hr} N_{hr} \overline{S}_{hr} - (\beta + \delta_h + \delta_h) \overline{I}_{hr} \quad (21)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{hr} = \lambda \frac{C_{h \rightarrow v}}{N_{hr} + d} \overline{I}_{hr} N_{hr} \overline{S}_{hr} - \delta_v \overline{I}_{hr} \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{hw} = \lambda \frac{C_{h \rightarrow v}}{N_{hw} + d} \overline{I}_{hw} N_{hw} \overline{S}_{hw} - \delta_v \overline{I}_{hw} \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} \overline{I}_{hw} = \lambda \frac{C_{h \rightarrow v}}{N_{hw} + d} \overline{I}_{hw} N_{hw} \overline{S}_{hw} - \delta_v \overline{I}_{hw} \quad (24)$$

R_{hr}, R_{hw}, R_{hr} and S_{hr}, S_{hw}, S_{hr} can be obtained from conditions

$$S_{hr} + I_{hr} + R_{hr} = 1, S_{hw} + I_{hw} + R_{hw} = 1, S_{hr} + I_{hr} + R_{hr} = 1 \text{ and}$$

$$S_{hr} + I_{hr} = 1, S_{hw} + I_{hw} = 1, S_{hr} + I_{hr} = 1.$$

Analysis of the Mathematical Model

© 38th Congress on Science and Technology of Thailand (Full paper)

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



A_A0008

5

A. Equilibrium points

The equilibrium points are found by setting the right hand side of (16) – (24) equal to zero. This gives

1) The disease free equilibrium point $E_1 = (1,0,0,1,0,0,1,0,0)$

2) The endemic disease equilibrium point

$$E_1 = (S_{hr}^*, I_{hr}^*, I_{hw}^*, S_{hw}^*, I_{hw}^*, I_{vw}^*, S_{vw}^*, I_{vw}^*, I_{wb}^*),$$

where

$$S_{hr}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)}{(\delta_d + \delta_h) + \frac{\lambda C_{hr} N_{hr}}{(N_{hr} + d) + \frac{(N_{hr} + d)^2 \delta_v}{\lambda C_{hr} I_{hr} N_{hr}}}}, \quad I_{hr}^* = \frac{1}{1 + \frac{(N_{hr} + d) \delta_v}{\lambda C_{hr} I_{hr} N_{hr}}}$$

$$I_{hw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h) (- (N_{hr} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h) \delta_v + N_{hr} N_{hr} \lambda^2 C_{hr} C_{hr-w})}{N_{hr} (\beta + \delta_d + \delta_h) \lambda C_{hr-w} ((N_{hr} + d) (\delta_d + \delta_h) + N_{hr} \lambda C_{hr-w})}$$

$$S_{hw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)}{(\delta_d + \delta_h) + \frac{\lambda C_{hw} N_{hr}}{(N_{hr} + d) + \frac{(N_{hr} + d)^2 \delta_v}{\lambda C_{hr} I_{hr} N_{hr}}}}, \quad I_{hw}^* = \frac{1}{1 + \frac{(N_{hr} + d) \delta_v}{\lambda C_{hr} I_{hr} N_{hr}}}$$

$$I_{hw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h) (- (N_{hr} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h) \delta_v + N_{hr} N_{hr} \lambda^2 C_{hr} C_{hr-w})}{N_{hr} (\beta + \delta_d + \delta_h) \lambda C_{hr-w} ((N_{hr} + d) (\delta_d + \delta_h) + N_{hr} \lambda C_{hr-w})}$$

$$S_{vw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h)}{(\delta_d + \delta_h) + \frac{\lambda C_{vw} N_{hr}}{(N_{hr} + d) + \frac{(N_{hr} + d)^2 \delta_v}{\lambda C_{hr} I_{hr} N_{hr}}}}, \quad I_{vw}^* = \frac{1}{1 + \frac{(N_{hr} + d) \delta_v}{\lambda C_{hr} I_{hr} N_{hr}}}$$

$$I_{vw}^* = \frac{(\delta_d + \delta_h) (- (N_{hr} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h) \delta_v + N_{hr} N_{hr} \lambda^2 C_{hr} C_{hr-w})}{N_{hr} (\beta + \delta_d + \delta_h) \lambda C_{hr-w} ((N_{hr} + d) (\delta_d + \delta_h) + N_{hr} \lambda C_{hr-w})}$$

B. Local Stability

The local stability of each equilibrium point is determined from linearizing equation (16) – (24) about equilibrium point examining the eigenvalues of the resulting Jacobian matrix. We now consider the eigenvalues of the Jacobian matrix at each equilibrium point. From equation (16)–(24), we can write in the matrix form as follows:

$$J_{E_1} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} N_{hr} + \delta_d + \delta_h & 0 & -\left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{hr} S_{hr}^* \\ \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} N_{hr} & -(\beta + \delta_d + \delta_h) & \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{hr} S_{hr}^* \\ 0 & \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{hr} S_{hr}^* & -\delta_v \end{pmatrix}$$

$$J_{E_2} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} N_{hr} + \delta_d + \delta_h & 0 & -\left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{hw} S_{hw}^* \\ \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} N_{hr} & -(\beta + \delta_d + \delta_h) & \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{hw} S_{hw}^* \\ 0 & \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{hw} S_{hw}^* & -\delta_v \end{pmatrix}$$

$$J_{E_3} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} N_{hr} + \delta_d + \delta_h & 0 & -\left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} S_{vw}^* \\ \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} N_{hr} & -(\beta + \delta_d + \delta_h) & \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} S_{vw}^* \\ 0 & \left(\frac{\lambda C_{hr} v \rightarrow hr}{(N_{hr} + d)}\right)^*_{vw} S_{vw}^* & -\delta_v \end{pmatrix}$$

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



A_A0008

6

The eigenvalues (λ) are the solution of the Characteristic equation[5]

$$\det(J - \lambda I) = 0$$

where J is the Jacobian matrix evaluated at the equilibrium point. I is the identity matrix.

C. Disease free state

Equilibrium point of disease free state $E_1 = (1,0,0,1,0,0,1,0,0)$ has eigenvalues as follows:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\delta_d - \delta_h, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{T_r} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{T_r}^2 S_w \lambda^2 C_{v \rightarrow hv} C_{hv \rightarrow v}}{(N_{T_r} + d)}} \right) \\ \lambda_3 &= \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v - \sqrt{\frac{(N_{T_r} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{T_r}^2 S_w \lambda^2 C_{v \rightarrow hv} C_{hv \rightarrow v}}{(N_{T_r} + d)}} \right) \\ \lambda_4 &= -\delta_d - \delta_h, \lambda_5 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{T_w} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{T_w}^2 S_w \lambda^2 C_{v \rightarrow hv} C_{hv \rightarrow v}}{(N_{T_w} + d)}} \right) \\ \lambda_6 &= \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v - \sqrt{\frac{(N_{T_w} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{T_w}^2 S_w \lambda^2 C_{v \rightarrow hv} C_{hv \rightarrow v}}{(N_{T_w} + d)}} \right) \\ \lambda_7 &= -\delta_d - \delta_h, \lambda_8 = \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v + \sqrt{\frac{(N_{T_s} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{T_s}^2 S_w \lambda^2 C_{v \rightarrow hv} C_{hv \rightarrow v}}{(N_{T_s} + d)}} \right) \\ \lambda_9 &= \frac{1}{2} \left(-\beta - \delta_d - \delta_h - \delta_v - \sqrt{\frac{(N_{T_s} + d)^2 (\beta + \delta_d + \delta_h)^2 + 4N_{T_s}^2 S_w \lambda^2 C_{v \rightarrow hv} C_{hv \rightarrow v}}{(N_{T_s} + d)}} \right) \end{aligned}$$

From our evaluations, all eigenvalues have negative real parts when $R_0 < 1$. So this disease free equilibrium point is local stability when $R_0 < 1$. We define

$$R_0 = \frac{\frac{\lambda^2 C_{h \rightarrow hv} C_{v \rightarrow hv} N_{T_r} N_{T_r}}{(N_{T_r} + d)^2} + \frac{\lambda^2 C_{h \rightarrow hv} C_{v \rightarrow hv} N_{T_w} N_{T_w}}{(N_{T_w} + d)^2} + \frac{\lambda^2 C_{h \rightarrow hv} C_{v \rightarrow hv} N_{T_s} N_{T_s}}{(N_{T_s} + d)^2}}{(\beta + \delta d + \delta h) S v}$$

D. Endemic disease state

The endemic disease equilibrium point

$E_1 = (S_{hr}^e, I_{hr}^e, I_{hw}^e, S_{hw}^e, I_{hw}^e, I_{hs}^e, S_{hs}^e, I_{hs}^e, I_{vs}^e)$ has eigenvalues as follows:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\beta - \delta_d - \delta_h, \lambda_2 = -\delta_v \\ \lambda_3 &= \left[\delta_h + \frac{I_{hr}^e \lambda_1}{\delta_h \delta_s} + \frac{\delta_v \delta_s^2 \delta_d \lambda_1 + \delta_s (I_{hr}^e \delta_s N_{T_r} \delta_d - \delta_v N_{T_r}^2 S_w \delta_s^2 \delta_d) \delta_s + I_{hr}^e N_{T_r} N_{T_r} (N_w - N_{T_r}) S_w \delta_s \delta_v}{\delta_s^2 (\delta_h \delta_s \delta_v + I_{hr}^e \delta_s)} \right] \left(-1 + \frac{\delta_s \delta_h \delta_s N_{T_r}^2 S_w}{\delta_s (\delta_h \delta_s \delta_v + I_{hr}^e \delta_s)} \right) \\ \lambda_4 &= -\beta - \delta_d - \delta_h, \lambda_5 = -\delta_v \\ \lambda_6 &= \left[\delta_h + \frac{I_{hw}^e \lambda_1}{f_1 f_s} + \frac{f_1 f_s^2 \delta_d \lambda_1 + f_1 (I_{hw}^e f_1 N_{T_r} \delta_d - \delta_v N_{T_r}^2 S_w f_1 f_s) f_1 + I_{hw}^e N_{T_r} N_{T_r} (N_w - N_{T_r}) S_w f_1 f_s}{f_1^2 (f_1 f_s f_1 + I_{hw}^e f_1)} \right] \left(-1 + \frac{f_1 f_s f_1 N_{T_r}^2 S_w}{f_1 (f_1 f_s f_1 + I_{hw}^e f_1)} \right) \\ \lambda_7 &= -\beta - \delta_d - \delta_h, \lambda_8 = -\delta_v \\ \lambda_9 &= \left[\delta_h + \frac{I_{hs}^e \lambda_1}{g_1 g_3} + \frac{g_1 g_3^2 \delta_d \lambda_1 + g_1 (I_{hs}^e g_1 N_{T_r} \delta_d - \delta_v N_{T_r}^2 S_w g_1^2 \delta_d) g_1 + I_{hs}^e N_{T_r} N_{T_r} (N_w - N_{T_r}) S_w g_1 g_3}{g_1^2 (g_1 g_3 g_1 + I_{hs}^e g_1)} \right] \left(-1 + \frac{g_1 g_1 g_1 N_{T_r}^2 S_w}{g_1 (g_1 g_3 g_1 + I_{hs}^e g_1)} \right) \end{aligned}$$

After our calculations, we found that all eigenvalues have negative real parts when $R_0 > 1$. This means that the endemic disease state is local stability for $R_0 > 1$.

Results, Discussion and Conclusion: This paper studied the transmission model of dengue disease with different contact rates in each season. The standard dynamical modeling method is used in this study. We found two equilibrium states; disease free state and endemic

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



A_A0008

7

disease state. The disease free state is local stability when $R_0 < 1$. The endemic disease state is local stability when $R_0 > 1$. R_0 is defined as the basic reproductive number. The output of this study should introduce the alternative way for controlling the outbreak of dengue disease, i.e., if we can control the parameters same as in the conditions of local stability for each equilibrium points, then we can reduce the transmission of this disease.

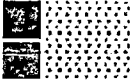
References:

- [1] World Health Organization. *Dengue Haemorrhagic Fever : Diagnosis, Treatment , Prevention and Control*. Geneva:1997.
- [2] P.Pongsumpun. Dengue disease model with the effect of extrinsic incubation Period. *WSEAS Trasaction on Biology and Biomedicine* 2006: vol. 3;139-144.
- [3] L.Esteva, and C.Vargas. Analysis of a dengue disease transmission model. *Math.BioSci*: 1998: vol.15;131 – 151.
- [4] R.Kongny and P.Pongsumpun. Mathematical Modeling for Dengue Transmission with the Effect of Season. *Internation Journal of Biological and Medical Sciences* 2010; 5:2:693-697.
- [5] P.Pongsumpun and LM. Tang. Risk of Infection to Tourists visiting an Dengue Fever Endemic region. *KMITLSC* 2005: Vol.5: 2005;460-468.

Keywords: Dengue disease, local stability, mathematical model, season.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



DENGUE TRANSMISSION MODEL WITH THE DIFFERENT INCUBATION RATE FOR EACH SEASON

R. Sungchasi and P. Pongsumpan^{*}

Department of Mathematics , Faculty of Science , King Mongkut's Institute of Technology
Ladkrabang , Bangkok 10520 ,Thailand
^{*}e-mail: kppuntan@kmitl.ac.th

Abstract

A model is used for describing the transmission of dengue disease. This disease is occurred by biting of the infected *Aedes* mosquitoes. Dengue outbreak is found in the rainy, winter and summer seasons. Each season has the different dengue outbreaks and they are depend on the temperature of the environment. The standard dynamical modeling method is used in this study. The SEIR (S = susceptible , E= exposed , I = infected and R = recovered) model is used. We use conditions of parameters for determining the local stability of disease free equilibrium state and disease endemic equilibrium state. The basic reproductive number of disease is found. The disease free state is local stability when $R_0 < 1$.The endemic disease state is local stability when $R_0 > 1$. The control of this disease is discussed in this paper.

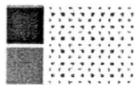
Keywords: Dengue disease, local stability, transmission model ,SEIR model, season, incubation rate.

Introduction

Transmission of dengue virus may serve to retain viral pathogen in nature during inter-epidemic periods of the disease [2]. Dengue fever (DF) , Dengue Haemorrhagic Fever (DHF) and Dengue Shock Syndrome (DSS) are three types of dengue disease. There are four serotypes of dengue virus, namely DEN-1, DEN-2, DEN-3 and DEN-4. Dengue disease can not be directly transmitted between the people. Transmission is occurred by biting of the female *Aedes* mosquito. The development of virus and mosquito are affected by the climatic factors. When infected mosquito bites the human , thus the human are exposed and infected. Symptoms of dengue fever are depend on age. In older children, teenagers and adults, the most common symptoms of dengue disease are fever that comes on quickly and lasts two to seven days but this usually is not severe, muscle and joint pain, a red rash that starts on chest, back or stomach and spreads to your limbs and face, feeling sick, vomiting and diarrhea. The symptoms of dengue fever usually begin between five and eight days after each person be get bitten by an infected mosquito. Dengue fever is caused by a type of virus called a *flavivirus*, which is transmitted by infected female *Aedes* mosquitoes. We can catch the virus if we get be bitten by an infected mosquito. Mosquitoes become infected when they bite an infected person and are able to pass on the virus for the rest of their life. In Thailand, the annual estimations of dengue fever are depend on the season. The *Aedes aegypti* is the principal transmitter of Dengue fever in Thailand but it also transmits Chikungunya fever, yellow fever and Filariasis among other diseases. The *Aedes aegypti* prefers feed during

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



daylight hours. They adapt very easily to human surroundings and will lay their eggs where there is water, including plastic containers, bins, plant pots etc. Thailand's rainy season, starting from May through September, is also the high risk period for dengue fever, a potentially serious condition is the most prevalent in tropical countries. *Aedes aegypti* mosquitoes carry the virus that causes dengue fever, and they infect 50 million people a year, including 500,000 serious cases requiring hospitalization[8]. The moisture content, temperature, season and rainfall are influence to the mosquito development. Dengue infection is endemic in Thailand. From the data of Dengue cases in 1999 – 2010, we can see that most dengue patients are occurred in rainy season. We can see as shown in figure 1. The purpose of this paper is to incorporate this feature into the SEIR model. Models keep track of an individual's infection-age for particular diseases, for instance tuberculosis[3]. Esteva and Vargas developed a model for dengue disease transmission and included the dynamics of the *Aedes aegypti* mosquito into standard SIR (susceptible – infective-recovered) epidemic model [5]. In this paper, we used SEIR model for analyzing and finding the method to decrease the outbreak of this disease. We analyze dengue model of seasonality compartment (rainy season, winter season and summer season).

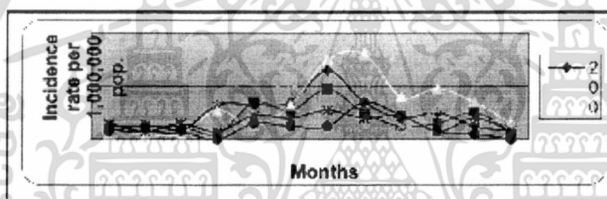


Figure 1 Reported cases of Dengue disease per 100,000 population in Thailand during year 2005 and 2010

Methodology

The mathematical modeling for dengue disease describes the relevance of human and mosquito population. In this study, we assume that the total human and mosquito population have constant sizes. The human population is divided into susceptible, exposed, infected and recovered classes for the first model. The mosquito population is divided into susceptible, exposed and infected classes because the mosquito never recover from infection. The model considers transmission of dengue virus in human and mosquito population by model:

The dynamics of human population are given by

$$\frac{d}{dt} S_h = C_h N_h - \lambda_h S_h - \lambda_h S_h - \delta \frac{K_{r \rightarrow h}}{N_r + g} I_r S_h \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} E_h = \delta \frac{K_{r \rightarrow h}}{N_r + g} I_r S_h - \lambda_h E_h - \lambda_h E_h - \alpha_h E_h \quad (2)$$

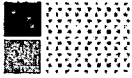
$$\frac{d}{dt} I_h = \alpha_h - \lambda_h I_h - \lambda_h I_h - \rho I_h \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} R_h = \rho I_h - \lambda_h R_h - \lambda_h R_h \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} S_r = C_r N_r - \lambda_r S_r - \lambda_r S_r - \delta \frac{K_{h \rightarrow r}}{N_h + g} I_h S_r \quad (5)$$

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$\frac{d}{dt} E_{rw} = \delta \frac{K_{rw}}{N_{rw} + g} I_{rw} S_{rw} - \lambda_d E_{rw} - \lambda_n E_{rw} - \alpha_{rw} E_{rw} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} I_{rw} = \alpha_{rw} - \lambda_d I_{rw} - \lambda_n I_{rw} - \rho I_{rw} \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} R_{rw} = \rho I_{rw} - \lambda_d R_{rw} - \lambda_n R_{rw} \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} S_{rw} = C_r N_{rw} - \lambda_d S_{rw} - \lambda_n S_{rw} - \delta \frac{K_{rw}}{N_{rw} + g} I_{rw} S_{rw} \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} E_{ww} = \delta \frac{K_{ww}}{N_{ww} + g} I_{ww} S_{ww} - \lambda_d E_{ww} - \lambda_n E_{ww} - \alpha_{ww} E_{ww} \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} I_{ww} = \alpha_{ww} - \lambda_d I_{ww} - \lambda_n I_{ww} - \rho I_{ww} \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} R_{ww} = \rho I_{ww} - \lambda_d R_{ww} - \lambda_n R_{ww} \quad (12)$$

We define

- S_{rw} is the number of susceptible human population in rainy season,
- E_{rw} is the number of exposed human population in rainy season,
- I_{rw} is the number of infectious human population in rainy season,
- R_{rw} is the number of recovered human population in rainy season,
- S_{ww} is the number of susceptible human population in winter season,
- E_{ww} is the number of exposed human population in winter season,
- I_{ww} is the number of infectious human population in winter season,
- R_{ww} is the number of recovered human population in winter season,
- S_{sw} is the number of susceptible human population in summer season,
- E_{sw} is the number of exposed human population in summer season,
- I_{sw} is the number of infectious human population in summer season,
- R_{sw} is the number of recovered human population in summer season

The dynamics of the mosquito population are given by :

$$\frac{d}{dt} S_r = Z_r - \delta \frac{K_{rw}}{N_{rw} + g} I_{rw} S_r - \lambda_r S_r \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} E_r = \delta \frac{K_{rw}}{N_{rw} + g} I_{rw} S_r - \lambda_r E_r - \beta_r E_r \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} I_r = \beta_r E_r - \lambda_r I_r \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} S_w = Z_w - \delta \frac{K_{ww}}{N_{ww} + g} I_{ww} S_w - \lambda_w S_w \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt} E_w = \delta \frac{K_{ww}}{N_{ww} + g} I_{ww} S_w - \lambda_w E_w - \beta_w E_w \quad (17)$$

$$\frac{d}{dt} I_w = \beta_w E_w - \lambda_w I_w \quad (18)$$

$$\frac{d}{dt} S_s = Z_s - \delta \frac{K_{sw}}{N_{sw} + g} I_{sw} S_s - \lambda_s S_s \quad (19)$$

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$\frac{d}{dt} E_w = \delta \frac{K_{h \rightarrow w}}{N_w + g} I_w S_w - \lambda E_w - \beta_w E_w \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} I_w = \beta_w E_w - \lambda I_w \quad (21)$$

We define

S_w is the number of susceptible mosquito population in rainy season,

E_w is the number of exposed mosquito population in rainy season,

I_w is the number of infectious mosquito population in rainy season,

S_w is the number of susceptible mosquito population in winter season,

E_w is the number of exposed mosquito population in winter season,

I_w is the number of infectious mosquito population in winter season,

S_s is the number of susceptible mosquito population in summer season,

E_s is the number of exposed mosquito population in summer season,

I_s is the number of infectious mosquito population in summer season.

Where the parameters are defined as follows :

N_{rw} is the total human population in rainy season,

N_{rw} is the total human population in winter season,

N_{rs} is the total human population in summer season,

N_{rw} is the total mosquito population in rainy season,

N_{rw} is the total mosquito population in winter season,

N_{rs} is the total mosquito population in summer season,

λ_h is the natural death rate of human population,

λ_d is the death rate of human population due to the disease,

λ_w is the death rate of mosquito population,

K is the birth rate of human population,

$K_{w \rightarrow h}$ is the transmission probability of dengue disease from mosquito to human in rainy season,

$K_{w \rightarrow h}$ is the transmission probability of dengue disease from mosquito to human in winter season,

$K_{s \rightarrow h}$ is the transmission probability of dengue disease from mosquito to human in summer season,

$K_{h \rightarrow w}$ is the transmission probability of dengue disease from human to mosquito in rainy season,

$K_{h \rightarrow w}$ is the transmission probability of dengue disease from human to mosquito in winter season,

$K_{h \rightarrow w}$ is the transmission probability of dengue disease from human to mosquito in summer season,

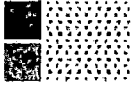
α_{rw} is the incubation rate of human population in rainy season,

α_{rw} is the incubation rate of human population in winter season,

α_{rs} is the incubation rate of human population in summer season,

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



α_w is the incubation rate of mosquito population in rainy season

α_{nw} is the incubation rate of mosquito population in winter season

α_s is the incubation rate of mosquito population in summer season,

ρ is the recovery rate of human population,

δ is the biting rate of mosquito population,

g is the number of other animals available as blood sources.

We suppose that $N_{hr} = S_{hr} + E_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$, $N_{hw} = S_{hw} + E_{hw} + I_{hw} + R_{hw}$,

$N_{hr} = S_{hr} + E_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$, $N_{hw} = S_{hw} + E_{hw} + I_{hw} + R_{hw}$, $N_{hs} = S_{hs} + E_{hs} + I_{hs} + R_{hs}$ and $N_{hr} = S_{hr} + E_{hr} + I_{hr} + R_{hr}$

we assume the total human and mosquito populations have constant sizes

$\frac{dN_{hr}}{dt} = 0$, $\frac{dN_{hw}}{dt} = 0$ in rainy season, $\frac{dN_{hw}}{dt} = 0$, $\frac{dN_{hr}}{dt} = 0$ in winter season and

$\frac{dN_{hs}}{dt} = 0$, $\frac{dN_{hr}}{dt} = 0$ in summer season.

$$\bar{S}_{hr} = \frac{S_{hr}}{N_{hr}}, \bar{E}_{hr} = \frac{E_{hr}}{N_{hr}}, \bar{I}_{hr} = \frac{I_{hr}}{N_{hr}}, \bar{R}_{hr} = \frac{R_{hr}}{N_{hr}},$$

$$\bar{S}_{hw} = \frac{S_{hw}}{N_{hw}}, \bar{E}_{hw} = \frac{E_{hw}}{N_{hw}}, \bar{I}_{hw} = \frac{I_{hw}}{N_{hw}}, \bar{R}_{hw} = \frac{R_{hw}}{N_{hw}},$$

$$\bar{S}_{hs} = \frac{S_{hs}}{N_{hs}}, \bar{E}_{hs} = \frac{E_{hs}}{N_{hs}}, \bar{I}_{hs} = \frac{I_{hs}}{N_{hs}}, \bar{R}_{hs} = \frac{R_{hs}}{N_{hs}},$$

$$\bar{S}_w = \frac{S_w}{N_{hr}}, \bar{S}_{nw} = \frac{S_{nw}}{N_{hw}}, \bar{S}_s = \frac{S_s}{N_{hs}}, \bar{E}_w = \frac{E_w}{N_{hr}}, \bar{E}_{nw} = \frac{E_{nw}}{N_{hw}}, \bar{E}_s = \frac{E_s}{N_{hs}}$$

$$\bar{I}_w = \frac{I_w}{N_{hr}}, \bar{I}_{nw} = \frac{I_{nw}}{N_{hw}}, \bar{I}_s = \frac{I_s}{N_{hs}}$$

These give

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_{hr} = (\lambda_d + \lambda_h) - (\lambda_d + \lambda_h + \delta \frac{K_{hr} I_w}{N_{hr} + g} \bar{I}_w N_{hr}) \bar{S}_{hr} \quad (22)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_{hr} = \delta \frac{K_{hr} I_w}{N_{hr} + g} \bar{I}_w N_{hr} \bar{S}_{hr} - (\alpha_{hr} + \lambda_d + \lambda_h) \bar{E}_{hr} \quad (23)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{hr} = \alpha_{hr} \bar{E}_{hr} - (\lambda_d + \lambda_h + \rho) \bar{I}_{hr} \quad (24)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_{hw} = (\lambda_d + \lambda_h) - (\lambda_d + \lambda_h + \delta \frac{K_{hw} I_w}{N_{hw} + g} \bar{I}_w N_{hw}) \bar{S}_{hw} \quad (25)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_{hw} = \delta \frac{K_{hw} I_w}{N_{hw} + g} \bar{I}_w N_{hw} \bar{S}_{hw} - (\alpha_{hw} + \lambda_d + \lambda_h) \bar{E}_{hw} \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{hw} = \alpha_{hw} \bar{E}_{hw} - (\lambda_d + \lambda_h + \rho) \bar{I}_{hw} \quad (27)$$

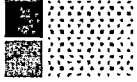
$$\frac{d}{dt} \bar{S}_{hs} = (\lambda_d + \lambda_h) - (\lambda_d + \lambda_h + \delta \frac{K_{hs} I_w}{N_{hs} + g} \bar{I}_w N_{hs}) \bar{S}_{hs} \quad (28)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_{hs} = \delta \frac{K_{hs} I_w}{N_{hs} + g} \bar{I}_w N_{hs} \bar{S}_{hs} - (\alpha_{hs} + \lambda_d + \lambda_h) \bar{E}_{hs} \quad (29)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{hs} = \alpha_{hs} \bar{E}_{hs} - (\lambda_d + \lambda_h + \rho) \bar{I}_{hs} \quad (30)$$

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$\frac{d\bar{E}_w}{dt} = \delta \frac{K_{wv}}{N_{rv} + g} \bar{I}_w N_{rv} \bar{S}_v - (\lambda_v + \beta_w) \bar{E}_w \quad (31)$$

$$\frac{d\bar{I}_w}{dt} = \beta_w \bar{E}_w - \lambda_v \bar{I}_w \quad (32)$$

$$\frac{d\bar{E}_{vw}}{dt} = \delta \frac{K_{vw}}{N_{rv} + g} \bar{I}_{vw} N_{rv} \bar{S}_w - (\lambda_v + \beta_{vw}) \bar{E}_{vw} \quad (33)$$

$$\frac{d\bar{I}_{vw}}{dt} = \beta_{vw} \bar{E}_{vw} - \lambda_v \bar{I}_{vw} \quad (34)$$

$$\frac{d\bar{E}_v}{dt} = \delta \frac{K_{rv}}{N_{rv} + g} \bar{I}_v N_{rv} \bar{S}_v - (\lambda_v + \beta_v) \bar{E}_v \quad (35)$$

$$\frac{d\bar{I}_v}{dt} = \beta_v \bar{E}_v - \lambda_v \bar{I}_v \quad (36)$$

R_{rv}, R_{vw}, R_{vw} and S_w, S_{vw}, S_{rv} can be obtained from conditions $S_w + E_w + I_w + R_w = 1, S_{vw} + E_{vw} + I_{vw} + R_{vw} = 1, S_{rv} + E_{rv} + I_{rv} + R_{rv} = 1$ and $S_v + E_v + I_v = 1, S_{vw} + E_{vw} + I_{vw} = 1, S_{rv} + E_{rv} + I_{rv} = 1$.

Analysis of the Mathematical Model

The equilibrium points are found by setting the right hand side of (22) – (36) equal to zero. This gives

1) The disease free equilibrium point $M_1 = (1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0)$

2) The endemic disease equilibrium point

$M_2 = (S_{rv}^*, E_{rv}^*, I_{rv}^*, S_{vw}^*, E_{vw}^*, I_{vw}^*, S_w^*, E_w^*, I_w^*, S_v^*, E_v^*, I_v^*, S_{rv}^*, E_{rv}^*, I_{rv}^*)$, where

$$S_{rv}^* = \frac{(\lambda_v + \lambda_2)}{(\lambda_v + \lambda_2) + \frac{I_{rv}^* N_{rv} N_{rv} \beta_{rv} \delta K_{rv} \delta K_{rv}}{(N_{rv} + g)(\beta_{rv} + \lambda_v)(I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}}$$

$$E_{rv}^* = \frac{I_{rv}^* N_{rv} \beta_{rv} N_{rv} \delta K_{rv} \delta K_{rv} (\lambda_v + \lambda_2)}{(N_{rv} + g)(\alpha_v + \lambda_2 + \lambda_1)(\beta_{rv} + \lambda_v)(I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v) (\lambda_v + \lambda_2) + \frac{I_{rv}^* N_{rv} \beta_{rv} N_{rv} \delta K_{rv} \delta K_{rv}}{(N_{rv} + g)(\beta_{rv} + \lambda_v)(I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}}$$

$$I_{rv}^* = \frac{(\lambda_v + \lambda_2) (- (N_{rv} N_{rv} \alpha_{rv} \beta_{rv} \delta K_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)^2 (\rho + \lambda_2 + \lambda_1)(\alpha_{rv} + \lambda_2 + \lambda_1) \lambda_v (\beta_{rv} + \lambda_v)))}{(N_{rv} \delta K_{rv} (\rho + \lambda_2 + \lambda_1)(\alpha_{rv} + \lambda_2 + \lambda_1)(N_{rv} \beta_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)(\lambda_v + \lambda_2)(\beta_{rv} + \lambda_v)))}$$

$$E_w^* = \frac{I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} \lambda_v}{(\beta_w + \lambda_v)(I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}, I_w^* = \frac{I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} \beta_w}{(\beta_w + \lambda_v)(I_{rv}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}$$

$$S_{vw}^* = \frac{(\lambda_v + \lambda_2)}{(\lambda_v + \lambda_2) + \frac{I_{vw}^* N_{rv} N_{rv} \beta_{vw} \delta K_{vw} \delta K_{vw}}{(N_{rv} + g)(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{vw} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}}$$

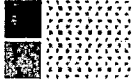
$$E_{vw}^* = \frac{I_{vw}^* N_{rv} \beta_{vw} N_{rv} \delta K_{vw} \delta K_{vw} (\lambda_v + \lambda_2)}{(N_{rv} + g)(\alpha_v + \lambda_2 + \lambda_1)(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{vw} + (N_{rv} + g)\lambda_v) (\lambda_v + \lambda_2) + \frac{I_{vw}^* N_{rv} \beta_{vw} N_{rv} \delta K_{vw} \delta K_{vw}}{(N_{rv} + g)(\beta_{vw} + \lambda_v)(I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{vw} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}}$$

$$I_{vw}^* = \frac{(\lambda_v + \lambda_2) (- (N_{rv} N_{rv} \alpha_{rv} \beta_{rv} \delta K_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)^2 (\rho + \lambda_2 + \lambda_1)(\alpha_{rv} + \lambda_2 + \lambda_1) \lambda_v (\beta_{rv} + \lambda_v)))}{(N_{rv} \delta K_{rv} (\rho + \lambda_2 + \lambda_1)(\alpha_{rv} + \lambda_2 + \lambda_1)(N_{rv} \beta_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)(\lambda_v + \lambda_2)(\beta_{rv} + \lambda_v)))}$$

$$E_v^* = \frac{I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{rv} \lambda_v}{(\beta_v + \lambda_v)(I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}, I_v^* = \frac{I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{rv} \beta_v}{(\beta_v + \lambda_v)(I_{vw}^* N_{rv} \delta K_{rv} + (N_{rv} + g)\lambda_v)}$$

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$\begin{aligned}
 S_m^* &= \frac{(\lambda_d + \lambda_h)}{(\lambda_d + \lambda_h) + \frac{I_m^* N_m N_m \beta_m \delta K_{m-1} \delta K_{m-2}}{(N_m + g)(\beta_m + \lambda_h)(I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h)}} \\
 E_m^* &= \frac{I_m^* N_m \beta_m N_m \delta K_{m-1} \delta K_{m-2} (\lambda_d + \lambda_h)}{(N_m + g)(\alpha_m + \lambda_d + \lambda_h)(\beta_m + \lambda_h)(I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h) + \frac{I_m^* N_m \beta_m N_m \delta K_{m-1} \delta K_{m-2}}{(N_m + g)(\beta_m + \lambda_h)(I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h)}} \\
 I_m^* &= \frac{(\lambda_d + \lambda_h)(-(N_m N_m \beta_m \delta K_{m-1} \delta K_{m-2} + (N_m + g)^2 (\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_m + \lambda_d + \lambda_h)(\beta_m + \lambda_h)))}{(N_m \delta K_{m-1} (\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_m + \lambda_d + \lambda_h)(N_m \beta_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)(\lambda_d + \lambda_h)(\beta_m + \lambda_h))} \\
 E_m^* &= \frac{I_m^* N_m \delta K_{m-1} \lambda_h}{(\beta_m + \lambda_h)(I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h)} \quad , \quad I_m^* = \frac{I_m^* N_m \delta K_{m-1} \beta_m}{(\beta_m + \lambda_h)(I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h)}
 \end{aligned}$$

and $R_0 > 1, R_0 =$

$$\left[\frac{\frac{\delta^2 K_{m-1} K_{m-2} N_m N_m \alpha_m \beta_m}{(\lambda_d + \lambda_h)^2 (\alpha_m + \lambda_d + \lambda_h) (I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h) (\beta_m + \lambda_h)}}{\frac{\delta^2 K_{m-1} K_{m-2} N_m N_m \alpha_m \beta_m}{(\lambda_d + \lambda_h)^2 (\alpha_m + \lambda_d + \lambda_h) (I_m^* N_m \delta K_{m-1} + (N_m + g)\lambda_h) (\beta_m + \lambda_h)}} \right]$$

B. Stability

The stability of each equilibrium point is determined from linearizing equation (13) – (21) about equilibrium point examining the eigenvalues of the resulting Jacobian matrix. We now consider the eigenvalues of the Jacobian matrix at each equilibrium point. From equation (13)-(21), we can write in the matrix form as follows:

$$\begin{aligned}
 J_{E_1} &= \begin{pmatrix} \frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} I_m^* N_m + \lambda_d + \lambda_h & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) \\ \frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} I_m^* N_m & -(\lambda_d + \lambda_h + \alpha_m) & 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) \\ 0 & \alpha_m & -(\lambda_d + \lambda_h + \rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) & -(\lambda_h + \beta_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_m & -\lambda_h \end{pmatrix} \\
 J_{E_2} &= \begin{pmatrix} \frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} I_m^* N_m + \lambda_d + \lambda_h & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) \\ \frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} I_m^* N_m & -(\lambda_d + \lambda_h + \alpha_m) & 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) \\ 0 & \alpha_m & -(\lambda_d + \lambda_h + \rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) & -(\lambda_h + \beta_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_m & -\lambda_h \end{pmatrix} \\
 J_{E_3} &= \begin{pmatrix} \frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} I_m^* N_m + \lambda_d + \lambda_h & 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) \\ \frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} I_m^* N_m & -(\lambda_d + \lambda_h + \alpha_m) & 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) \\ 0 & \alpha_m & -(\lambda_d + \lambda_h + \rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\delta K_m \rightarrow \delta K_{m-1}}{(N_m + g)} N_m S_m^*\right) & -(\lambda_h + \beta_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_m & -\lambda_h \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

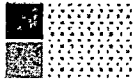
The eigenvalues (A) are the solution of the Characteristic equation $\det(J - BI_\lambda) = 0$ where J is the Jacobian matrix evaluated at the equilibrium point. I is the identity matrix.

C. Disease free state

Equilibrium point of disease free state $E_{1,2,3} = (1,0,0,0,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0)$ has eigenvalues as follows:

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$(-B - \lambda_d - \lambda_h) \left(\frac{\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV}}{(N_T + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{IV} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{VV} - \lambda_d) \right)$$

The eigenvalues are

$B = -\lambda_d - \lambda_h$ and the remaining 4 eigenvalues are the solutions of

$$\left(\frac{\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV}}{(N_T + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{IV} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{VV} - \lambda_d) \right) = 0$$

$$(-B - \lambda_d - \lambda_h) \left(\frac{\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV}}{(N_T + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{IV} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{VV} - \lambda_d) \right)$$

The eigenvalues are

$B = -\lambda_d - \lambda_h$ and the remaining 4 eigenvalues are the solutions of

$$\left(\frac{\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV}}{(N_T + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{IV} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{VV} - \lambda_d) \right) = 0$$

$$(-B - \lambda_d - \lambda_h) \left(\frac{\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV}}{(N_T + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{IV} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{VV} - \lambda_d) \right)$$

The eigenvalues are

$B = -\lambda_d - \lambda_h$ and the remaining 4 eigenvalues are the solutions of

$$\left(\frac{\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV}}{(N_T + g)^2} + (-B - \rho - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \alpha_{IV} - \lambda_d - \lambda_h)(-B - \beta_{VV} - \lambda_d) \right) = 0$$

or $\lambda^4 + A_3 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_1 \lambda + A = 0$

where

$$A_3 = \rho + \alpha_{IV} + \beta_{VV} + 2\lambda_d + 2 + 2\lambda_h$$

$$A_2 = (\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_d + \lambda_d^2 + \beta_{VV}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_d) + \alpha_{IV}(\rho + \beta_{VV} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_h)$$

$$A_1 = \beta_{VV}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{IV} + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{VV}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{IV}(\beta_{VV} + 2(\rho + \lambda_d + \lambda_h))\lambda_d + (\rho + \alpha_{IV} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_d^2$$

$$A = \frac{1}{(N_T + g)^2} \left(-\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV} + (N_T + g)(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{IV} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_d(\beta_{VV} + \lambda_d) \right)$$

$$A_3 = \rho + \alpha_{IV} + \beta_{VV} + 2\lambda_d + 2 + 2\lambda_h$$

$$A_2 = (\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_d + \lambda_d^2 + \beta_{VV}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_d) + \alpha_{IV}(\rho + \beta_{VV} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_h)$$

$$A_1 = \beta_{VV}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{IV} + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{VV}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{IV}(\beta_{VV} + 2(\rho + \lambda_d + \lambda_h))\lambda_d + (\rho + \alpha_{IV} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_d^2$$

$$A = \frac{1}{(N_T + g)^2} \left(-\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV} + (N_T + g)(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{IV} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_d(\beta_{VV} + \lambda_d) \right)$$

$$A_3 = \rho + \alpha_{IV} + \beta_{VV} + 2\lambda_d + 2 + 2\lambda_h$$

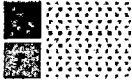
$$A_2 = (\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_d + \lambda_d^2 + \beta_{VV}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h + \lambda_d) + \alpha_{IV}(\rho + \beta_{VV} + \lambda_d + \lambda_h + 2\lambda_h)$$

$$A_1 = \beta_{VV}(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{IV} + \lambda_d + \lambda_h) + 2(\lambda_d + \lambda_h)(\rho + \lambda_d + \lambda_h) + \beta_{VV}(\rho + 2\lambda_d + 2\lambda_h) + \alpha_{IV}(\beta_{VV} + 2(\rho + \lambda_d + \lambda_h))\lambda_d + (\rho + \alpha_{IV} + 2\lambda_d + 2\lambda_h)\lambda_d^2$$

$$A = \frac{1}{(N_T + g)^2} \left(-\delta^2 K_{I \rightarrow I} K_{V \rightarrow V} N_T N_V S_T \alpha_{IV} \beta_{VV} + (N_T + g)(\rho + \lambda_d + \lambda_h)(\alpha_{IV} + \lambda_d + \lambda_h)\lambda_d(\beta_{VV} + \lambda_d) \right)$$

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Equilibrium point is local stability if eigenvalues have negative real parts. when they are according to the Routh – Hurwitz criteria:

$$A_3 > 0.$$

$$A_4 > 0.$$

$$A > 0.$$

$$A_3 A_4 - A^2 - A_4 A > 0$$

Consider condition of Routh – Hurwitz criteria as show with parameter above. Condition in above is always true . So this disease free state is local stability for $R_0 < 1$ when $R_0 =$

$$\left(\frac{\beta^2 N_{10} N_{20} N_{30} N_{40} N_{50} N_{60} N_{70}}{(a + N_{10})^2 (a + N_{20}) (a + N_{30}) (a + N_{40}) (a + N_{50}) (a + N_{60}) (a + N_{70})} \right) + \left(\frac{\beta^2 N_{10} N_{20} N_{30} N_{40} N_{50} N_{60} N_{70}}{(a + N_{10})^2 (a + N_{20}) (a + N_{30}) (a + N_{40}) (a + N_{50}) (a + N_{60}) (a + N_{70})} \right)$$

D. Endemic disease state

The endemic disease equilibrium point

$E_1 = (S_{10}^*, E_{10}^*, I_{10}^*, E_{20}^*, I_{20}^*, S_{20}^*, E_{30}^*, I_{30}^*, E_{40}^*, I_{40}^*, S_{40}^*, E_{50}^*, I_{50}^*, E_{60}^*, I_{60}^*)$ has characteristic equation as follows:

$$\lambda^5 + A_3 \lambda^4 + A_2 \lambda^3 + A_1 \lambda^2 + A > 0$$

Where

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



The Household Distribution of Dengue Epidemic

Puntani Pongsumpun*

Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Chalokkrung road, Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand.

ABSTRACT

Dengue disease is usually found in the tropics, especially in Southeast Asia. This disease can transmit between human through biting of infected female *Aedes* mosquitoes. Many *Aedes* mosquitoes are usually found in urban areas, especially in a crowded place. Because the commutations of people and the flying of mosquitoes are always happen, therefore these factors are considered. In this paper, we study the transmission of dengue disease considering the above factors by constructing the dynamical network model. The behaviors of solutions to our dynamical model are shown for the different set of parameters. The results of this study should introduce the parameters which effect to the transmission of this disease

KEYWORDS: *Aedes* mosquito, commutation, dengue disease, dynamical model, epidemic, network, transmission.

INTRODUCTION

Dengue disease was first reported throughout the nineteenth and early twentieth century's in the America, southern Europe, North Africa, the eastern Mediterranean, Asia, Australia, and on various islands in the Indian Ocean, the south, central Pacific and the Caribbean. Dengue disease is classified into three types: Dengue Fever (DF), Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) and Dengue Shock Syndrome (DSS). DF is an acute fever presented with headache, myalgias, arthralgia as, rashes and leucopenia. Although DF is not dangerous fever, it may be an incapacitating disease with severe muscle and joint pain (break-bone fever), especially in adults and occasionally with unusual hemorrhage. DHF causes high fever, hemorrhagic phenomena, hepatomegaly and circulatory failure. Although DHF occurs mostly in children who have experienced secondary dengue infection, it can result from a primary infection [1]. DSS may happen to patients who progress to shock and suddenly deteriorates after a fever of 2-7 days. Symptoms of patients with circulatory failure, the skin becomes cool, blotchy and congested and the pulse becomes rapid [2]. About 1% of cases, people with DF can develop to be DHF. DF and DHF were occurred over the past 40 years. The first recorded outbreak of dengue disease compatible with DHF occurred in Australia in 1897. A similar hemorrhagic disease was recorded in 1928 during an epidemic in Greece and again in Taiwan in 1931. The first confirmed epidemic of DHF was recorded in the Philippines in 1953-1954. Since then, major outbreaks of DHF with significant mortality have occurred in most countries of the South-East Asia Region, including India, Indonesia, Maldives, Myanmar, Sri Lanka, and Thailand, as well as in Singapore, Cambodia, China, Laos, Malaysia, New Caledonia, Palau, Philippines, Tahiti and Vietnam in the Western Pacific Region [3]. Dengue virus is separated into four serotypes such as DEN-1, DEN-2, DEN-3 and DEN-4. *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* are vectors for this disease. Mosquitoes carrying dengue typically bite during the daytime, particularly two to three hours after dawn and during the early evening. They breed in standing water and are often found in urban areas. *Aedes aegypti* mosquito will travel about 30-400 metres. *Aedes aegypti* is quite different to other mosquitoes. It has adapted to live and breed in urban areas in close proximity to humans. The mosquito breeds in artificial containers (e.g. old tyres, pot plant trays) that collect water and feeds almost exclusively on humans for blood. DHF was first reported in Thailand in mid 1950s. About 50 to 100 patients were diagnosed in the beginning. The first large outbreak was reported in 1958 when 2,158 patients and 300 deaths were reported. Since then, the cases have been gradually increasing. In the first few outbreaks, the disease was mainly found in Bangkok and its surrounding areas, and the majority of cases were children aged between 2 and 6 years. Since 1965, the disease has been reported from all regions of the country [4]. The yearly and age distributions of dengue disease in Thailand are shown in fig.1 and fig.2, respectively [5]. There are the different distributions of Thai dengue cases for all four serotypes as shown in fig.3 [5].

*Corresponding Author: Puntani Pongsumpun, Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Chalokkrung road, Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand. ppuntani@kmitl.ac.th

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พูนชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

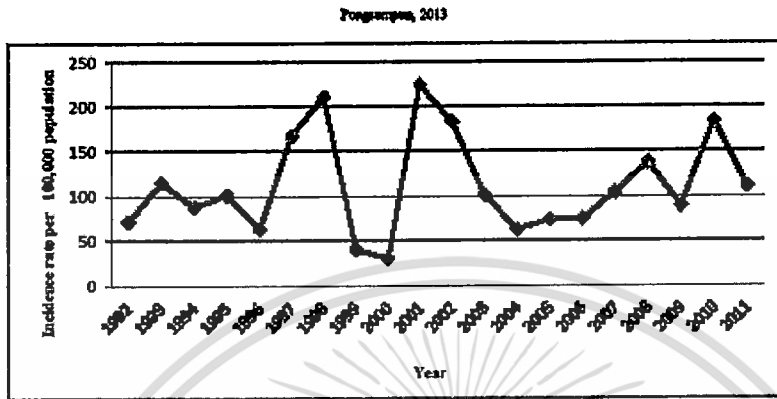


Fig.1 Incidence rate per 100,000 population of dengue disease in Thailand; 1992-2011 [5].



Fig.2 Average Incidence rate per 100,000 population of Thai dengue cases classified by age structure of human; 2002-2011 [5]

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

J. Basic Appl. Sci. Res., 3(7):56-65, 2013

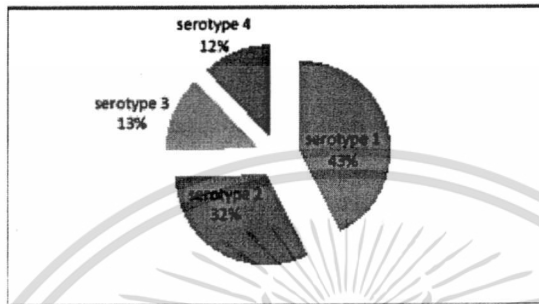


Fig.3 Average Thai dengue cases between year 2000 and 2011 classified by serotype [5].

Mathematical model provides another way of looking at biological systems and at medical phenomena. There are clearly a number of advantages to this approach. Mathematics helps to clarify the underlying mechanisms because the process of modeling makes us concentrate on separating the essential from the inessential. A model can be used to investigate situations that can not be easily done by experiment. Mathematics is valuable in testing out ideas. It is a concise but powerful language that allows the 'hidden' similarities between different systems to be discovered [6]. Mathematical models are used for comparing, planning, implementing, evaluating, optimizing various detection, preventing therapy and control programs. Moreover, mathematical models are made to fit past and predict future data since these achievements can improve hypotheses. Epidemiology modeling can lead to design and analyze epidemiological surveys, suggest crucial data that should be assembled, identify trends, make general forecasts and evaluate the uncertainty in forecasts [7]. In 1998, Esteva and Vargas [8] formulated the mathematical model of dengue disease. They assumed the total human and vector populations had constant sizes. The standard dynamical modeling method was used for analyzing their model. In 1999, Esteva and Vargas [9] developed the mathematical model by considering human and mosquitoes. The total human were not constant. They supposed that the human can be infected only one time. In 2008, we constructed the dynamical model of dengue disease by considering the incubation of dengue virus [10]. In 2011, we studied the monthly distribution of dengue disease in the highest epidemic year between 2001 and 2009 and the corresponding fitted curves were found. The basic reproductive number by season of this disease was found and analyzed [11]. In 2012, we formulated and analyzed the dynamical equations for the transmission of Malaria with the effect of *Plasmodium*' incubations when there is the movement of population at the local level [12]. In this study, we consider the dynamical changes for the transmission of dengue disease when there is the commutation of population and mosquitoes to see the parameters effect to the transmission of this disease. The remainder of the paper is organized as follows: In section II, Dynamical equations of dengue disease is presented. In section III, Analysis of our dynamical equations is shown. Finally, in section IV, Discussion and conclusion are given.

DYNAMICAL EQUATIONS OF DENGUE DISEASE

Dengue virus can transmit to the human by biting of the vector population. Therefore the considered variables are human and vector populations. Human is separated into three classes; susceptible, infected and recovered populations. Vector is separated into two classes; susceptible and infected populations because mosquitoes never recovered from infection. The distinction between four serotypes of dengue virus is considered. The distant at mosquito can fly is considered. We suppose that in the beginning time, there is only one infected person. The people and mosquito can travel to any houses as shown in fig.4. The people will come back to their houses at the end time. The idea of constructing our dynamical equations can be shown in the following diagram.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Pongrumpak, 2013

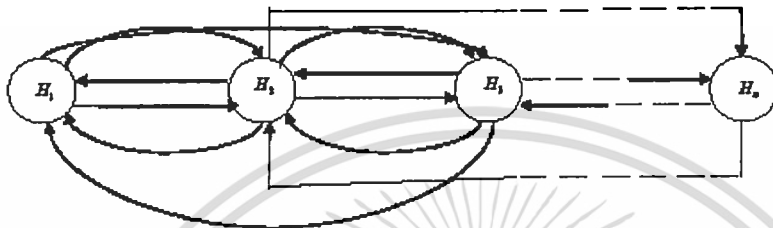


Fig 4 The diagram shows the movement of populations; H_i represent the i^{th} house where $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

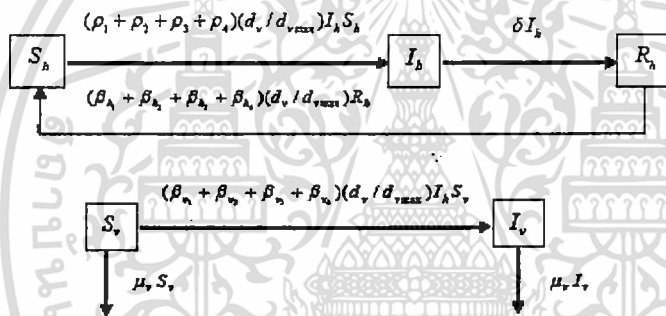


Fig 5 The diagram of our dynamical equations.

The equations for describing the dynamical changes of human and mosquitoes are given by

$$\begin{aligned} \delta S_{h,t,j} &= -(p_{h1} + p_{h2} + p_{h3} + p_{h4})(d_v/d_{vmax})I_{v,t,j} S_{h,t,j} + (\beta_{h1} + \beta_{h2} + \beta_{h3} + \beta_{h4})R_{h,t,j} \\ \delta I_{h,t,j} &= (p_{h1} + p_{h2} + p_{h3} + p_{h4})(d_v/d_{vmax})I_{v,t,j} S_{h,t,j} - \delta I_{h,t,j} \\ \delta R_{h,t,j} &= \delta I_{h,t,j} - (\beta_{h1} + \beta_{h2} + \beta_{h3} + \beta_{h4})R_{h,t,j} \\ \delta S_{v,t,j}(t) &= D - (p_{v1} + p_{v2} + p_{v3} + p_{v4})(d_v/d_{vmax})I_{h,t,j}(t)S_{v,t,j}(t) - \mu_v S_{v,t,j}(t) \\ \delta I_{v,t,j}(t) &= (p_{v1} + p_{v2} + p_{v3} + p_{v4})(d_v/d_{vmax})I_{h,t,j}(t)S_{v,t,j}(t) - \mu_v I_{v,t,j}(t) \end{aligned}$$

In this model, the variables are defined as follows:

- $S_{h,t,j}$ is the susceptible person number of j^{th} house at time t ,
- $I_{h,t,j}$ is the infectious person number in j^{th} house at time t ,
- $R_{h,t,j}$ is the recovered person number in j^{th} house at time t ,
- $S_{v,t,j}$ is the susceptible vector number in j^{th} house at time t ,
- $I_{v,t,j}$ is the infectious vector number in j^{th} house at time t .

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พันชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

J. Basic Appl. Sci. Res., 3(7)56-65, 2013

P_{h1}	Transmission probability of dengue virus serotype D1 from mosquito to human
P_{h2}	Transmission probability of dengue virus serotype D2 from mosquito to human
P_{h3}	Transmission probability of dengue virus serotype D3 from mosquito to human
P_{h4}	Transmission probability of dengue virus serotype D4 from mosquito to human
P_{v1}	Transmission probability of dengue virus serotype D1 from human to mosquito
P_{v2}	Transmission probability of dengue virus serotype D2 from human to mosquito
P_{v3}	Transmission probability of dengue virus serotype D3 from human to mosquito
P_{v4}	Transmission probability of dengue virus serotype D4 from human to mosquito
β_{h1}	Rate at which the recovered person can be susceptible human to dengue virus serotype D1
β_{h2}	Rate at which the recovered person can be susceptible human to dengue virus serotype D2
β_{h3}	Rate at which the recovered person can be susceptible human to dengue virus serotype D3
β_{h4}	Rate at which the recovered person can be susceptible human to dengue virus serotype D4
δ	Recovery rate of dengue cases
D	Constant recruitment rate of mosquitoes
μ_v	Death rate of mosquitoes
N_h	The total population
L	The number of house
d_v	The distance at which mosquitoes can fly
d_{vmax}	The maximum distance at which mosquitoes can fly
τ	The ending time

Table 1. Definition of parameters in our dynamical equations.

ANALYSIS OF OUR DYNAMICAL EQUATIONS

We simulate our dynamical equations by considering the different situations as follows:

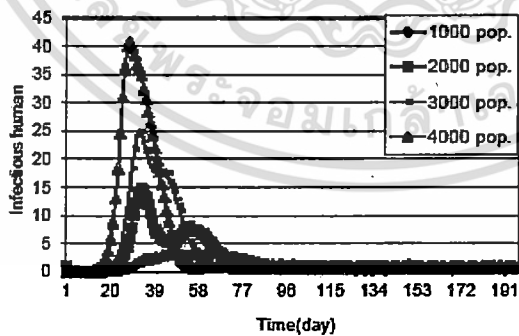


Fig.6 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Pongsupan, 2013

The different total human population is analyzed. The parameters are $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, L = 50, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400.$

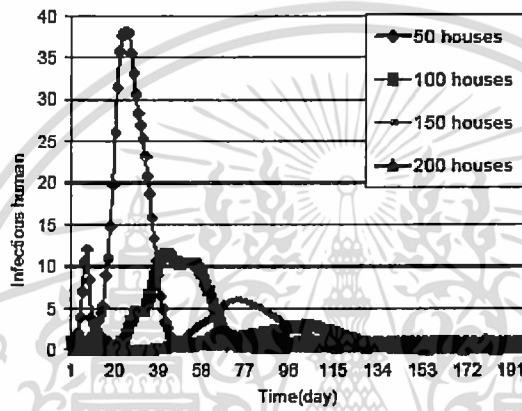


Fig.7 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

The different number of houses is analyzed. The parameters are $p_{h_1} = 0.08, p_{h_2} = 0.07, p_{h_3} = 0.06, p_{h_4} = 0.05, p_{v_1} = 0.08, p_{v_2} = 0.07, p_{v_3} = 0.06, p_{v_4} = 0.05, \beta_{h_1} = 1/30, \beta_{h_2} = 1/40, \beta_{h_3} = 1/50, \beta_{h_4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_v = 1/35, N_h = 1,000, d_v = 100, d_{v_{max}} = 400.$

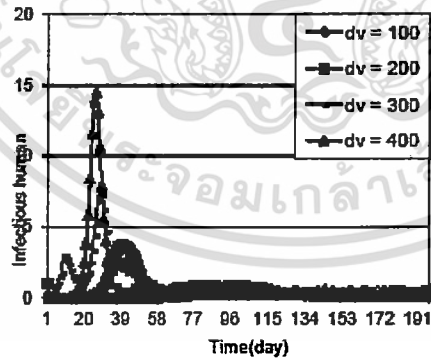


Fig.8 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

J. Basic Appl. Sci. Res., 3(7):66-69, 2013

The different distant at which the mosquito can fly is analyzed. The parameters are $p_{h1} = 0.08, p_{h2} = 0.07, p_{h3} = 0.06, p_{h4} = 0.05, p_{v1} = 0.08, p_{v2} = 0.07, p_{v3} = 0.06, p_{v4} = 0.05, \beta_{h1} = 1/30, \beta_{h2} = 1/40, \beta_{h3} = 1/50, \beta_{h4} = 1/60, \delta = 1/7, D = 100, \mu_h = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_{vmax} = 400$.

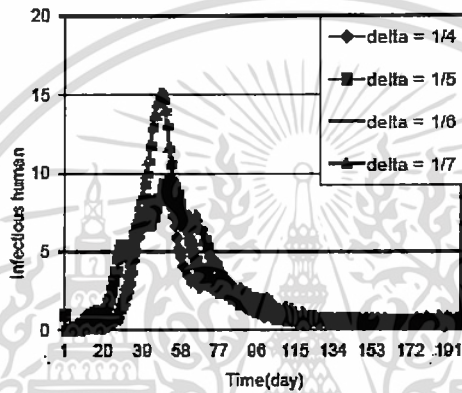


Fig.9 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

The different recovery rate of dengue cases is analyzed. The parameters are $p_{h1} = 0.08, p_{h2} = 0.07, p_{h3} = 0.06, p_{h4} = 0.05, p_{v1} = 0.08, p_{v2} = 0.07, p_{v3} = 0.06, p_{v4} = 0.05, \beta_{h1} = 1/30, \beta_{h2} = 1/40, \beta_{h3} = 1/50, \beta_{h4} = 1/60, D = 100, \mu_h = 1/35, N_h = 1,000, L = 50, d_v = 100, d_{vmax} = 400$.

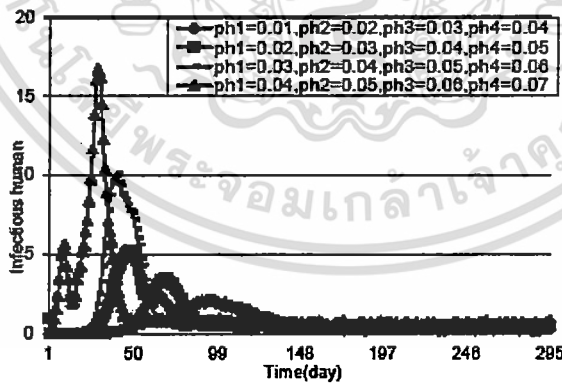


Fig.10 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธนี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Pongsumpun, 2013

The different transmission probability for each dengue serotype is considered. The parameters are $\beta_{h_1} = 1/30$, $\beta_{h_2} = 1/40$, $\beta_{h_3} = 1/50$, $\beta_{h_4} = 1/60$, $D = 100$, $\mu_v = 1/35$, $N_h = 1,000$, $L = 50$, $d_v = 100$, $d_{v_{max}} = 400$.

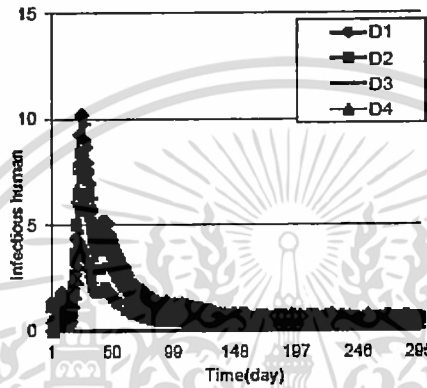


Fig.11 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

The distribution of dengue cases by serotype is considered. The parameters are same as fig.7.

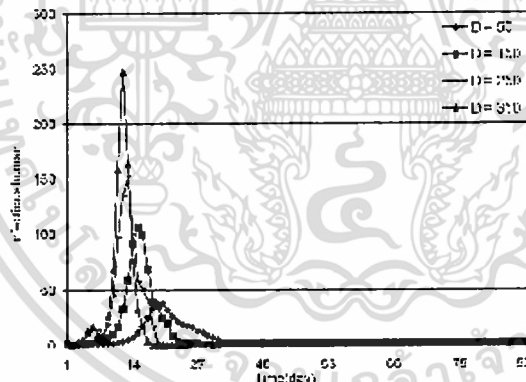


Fig.12 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

The different constant recruitment rate of vector is considered. The parameters are $p_{h_1} = 0.08$, $p_{h_2} = 0.07$, $p_{h_3} = 0.06$, $p_{h_4} = 0.05$, $p_{v_1} = 0.08$, $p_{v_2} = 0.07$, $p_{v_3} = 0.06$, $p_{v_4} = 0.05$, $\beta_{h_1} = 1/30$, $\beta_{h_2} = 1/40$, $\beta_{h_3} = 1/50$, $\beta_{h_4} = 1/60$, $\mu_v = 1/35$, $N_h = 1,000$, $L = 50$, $d_v = 100$, $d_{v_{max}} = 400$.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนชนิ พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

J. Basic Appl. Sci. Res., 3(7)56-65, 2013

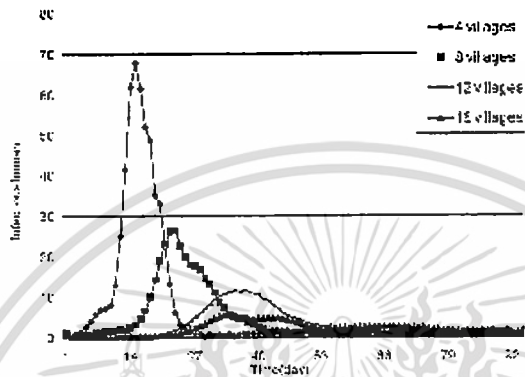


Fig.13 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations.

The different number of village in each district is considered. The parameters are $p_{h1} = 0.08$, $p_{h2} = 0.07$, $p_{h3} = 0.06$, $p_{h4} = 0.05$, $p_{v1} = 0.08$, $p_{v2} = 0.07$, $p_{v3} = 0.06$, $p_{v4} = 0.05$, $\beta_{h1} = 1/30$, $\beta_{h2} = 1/40$, $\beta_{h3} = 1/50$, $\beta_{h4} = 1/60$, $\mu_h = 1/35$, $N_h = 1,000$, $L = 50$, $d_v = 100$, $d_{max} = 400$.

Moreover, we include the effect of age structure into our dynamical equations. The numerical solutions can be shown in the following figure:

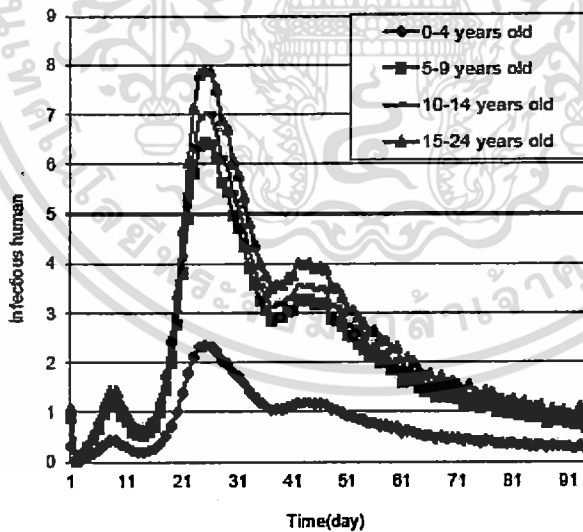


Fig.14 Numerical simulations of infectious number for our dynamical equations. The age structure of human is considered.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พินชนี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Pongsumpun, 2013

DISCUSSION AND CONCLUSION

The numerical solutions of our dynamical equations are considered for the different situations as shown in fig.6-10 and fig.13. The different total population, total number of houses, the distant at the vector can fly, the recovery rates, the transmission probabilities of dengue virus and the constant recruitment rate of vector are considered. The highest dengue incidence number of dengue cases is increasing when there are the greater number of total population, the greater number of houses, the higher distant at the vector can fly, the higher recovery rate, the higher transmission probability of dengue virus, the higher constant recruitment rate of vector. The outburst of epidemic is longer when there are the smaller number of total population, the smaller number of houses, the smaller distant at the vector can fly, the shorter recovery rate, the smaller transmission probability of dengue virus, the smaller constant recruitment rate of vector. Fig.11 shows the simulation of dengue cases by serotype. We can see that the dengue cases due to dengue serotype 1 is higher than serotype 2, serotype 3 and serotype 4 corresponding to fig.5. Furthermore, we consider the distribution of dengue cases in one district as shown in fig.12. We found that the epidemic size will be higher when there is the smaller number of villages. The outburst of epidemic is longer when there is the higher number of villages. Fig.14 shows the distribution of dengue cases when the age structure is included. We can see that epidemic size of dengue is occurred in the person 15-24 years old, 10-14 years old, 5-9 years old, 25-34 years old, ≥ 35 years old and 0-4 years old, respectively.

The result corresponds to fig.2. This study analyzes the distribution of dengue cases for the different situation when there is the travel of population and mosquito. The results should suggest the method for reducing the outbreak of this disease.

ACKNOWLEDGMENT

This work is supported by Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand.

REFERENCES

- [1] Prevention and Control of Dengue and Dengue Haemorrhagic Fever : Comprehensive Guidelines, WHO Regional Publication, SEARO, No.29.
- [2] Bailey N.T.J. The Mathematical theory of infectious disease. 2nd ed. Hafner, New York, 1975.
- [3] <http://w3.who.sea.org/denguebulletin21/review2.htm>
- [4] Rojanapithayakorn W. Dengue haemorrhagic fever in Thailand. Dengue Bulletin, 1998; Available from <http://w3.who.sea.org/DengueBulletin22/ch11.htm>.
- [5] Annual Epidemiological Surveillance Report, 1958-2011, Division of Epidemiology, Ministry of Public Health, Royal Thai Government.
- [6] <http://www.maths.mq.edu.au/text/dew/MathSymp/McElwain/node2.html>
- [7] Hethcote H.W. The Mathematics of infectious diseases. Siam Rev 2000; 42: 599-653.
- [8] Esteva L. and Vargas C., "Analysis of a dengue disease transmission model", *Mathematical Biosciences*, vol.150, pp.132-151, 1998.
- [9] Esteva L. and Vargas C., "A model for dengue disease with variable human population" *Journal of Mathematical Biology*, vol.38, pp.220-240, 1999.
- [10] P.Pongsumpun and I.M.Tang, "Effect of the seasonal variation in the extrinsic incubation period on the long term behaviour of the dengue haemorrhagic fever epidemic", *International Journal of Biological and Medical Sciences*, vol.3(3), pp.208-214, 2008.
- [11] P.Pongsumpun, Seasonal Transmission Model of Dengue Virus Infection in Thailand, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2011, 1(10); pp.1372-1379.
- [12] P.Pongsumpun, Studying the dynamical network of Malaria at the local level with the effect of *Plasmodium*'s incubations, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2013, 2(11):11935-11926.

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนธ์ณี พงศ์สัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค

ข้อมูลประวัติผู้วิจัย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อมูลประวัติผู้วิจัย

ประวัติส่วนตัว

ชื่อ-สกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์

ประวัติการศึกษา

ชื่อย่อปริญญา	สาขา	สถาบันที่จบ	ปีที่จบ
ปร.ด.	คณิตศาสตร์ (หลักสูตรนานาชาติ)	มหาวิทยาลัยมหิดล	๒๕๔๗
วท.บ. (เกียรตินิยมอันดับ 2)	คณิตศาสตร์	มหาวิทยาลัยมหิดล	๒๕๔๑

สาขาวิจัยที่มีความชำนาญพิเศษ Mathematical model, Differential equations, Computer simulation และ Numerical Analysis

ทุนการศึกษาและทุนวิจัยที่เคยได้รับ

1. The Royal Golden Jubilee Ph.D. program (RGJ), Thailand Research Fund (TRF), Thailand, 2001-2004.
2. โครงการวิจัย “Spatial approach and mathematical modeling of emerging infectious disease Transmission” แหล่งผู้ให้ทุนคือ สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษาและประเทศฝรั่งเศส ปี 2548-2551
3. โครงการวิจัย “Transmission model for Plasmodium Vivax Malaria” แหล่งผู้ให้ทุนคือ สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย ปี 2550-2551
4. โครงการวิจัย “Mathematical model for the transmission by age structure and serotypes of Dengue disease” ทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ประจำปีงบประมาณ 2552 คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
5. โครงการวิจัย “Franco-Thai Network for Mathematical and Epidemiological Modeling of Infectious Diseases in Thailand” แหล่งผู้ให้ทุนคือ สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษาและประเทศฝรั่งเศส ปี 2552-2553

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์ ารค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. โครงการวิจัย “Transmission model for Chikungunya Fever in Thailand” ทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ประจำปีงบประมาณ 2553 คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
7. โครงการวิจัย “Transmission model for Influenza Pandemic Due to a New-strain of the H1N1 Influenza A Virus” กองทุนวิจัยลาดกระบัง สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปี 2554-2556
8. โครงการวิจัย “Mathematical model of Malaria transmission by age group of patients and season in Thailand” ทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ประจำปีงบประมาณ 2555 คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
9. โครงการวิจัย “Using the techniques of formulating the mathematical model, stochastic process and geographic information system for studying the transmission of Malaria” Research Grant from National Research Council of Thailand, 2011-2013.
10. โครงการวิจัย “Dynamical model for dengue epidemic of urban community in Thailand” ทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ประจำปีงบประมาณ 2556 คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
11. โครงการวิจัย “Studying the relation of human, rat and season for the spreading of Leptospirosis in Thailand by using Mathematical model” ทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ประจำปีงบประมาณ 2556 คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ผลงานตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับชาติ/นานาชาติ

1. P.Pongsumpun and I.M.Tang. A realistic age structured transmission model for dengue hemorrhagic fever in Thailand. *Southeast Asian Journal of Tropical Medicine and Public Health* 2001; 32, pp.336-340.
2. P.Pongsumpun, S.Yoksan and I.M.Tang. A comparison of the age distributions in the dengue hemorrhagic fever epidemics in Santiago de Cuba (1997) and Thailand (1998). *Southeast Asian Journal of Tropical Medicine and Public Health* 2002, 33, pp.255-258.
3. P. Pongsumpun, Y.Lenbury and I.M.Tang. Age structure in a model for the transmission of dengue haemorrhagic fever in Thailand. *East-West Journal of Mathematics* 2002; (Special Volume) 93, pp.93-103.
4. P.Pongsumpun and I.M.Tang. Transmission of dengue hemorrhagic fever in an age

structured population. *Mathematical and Computer Modelling* 2003, 37, pp.949-961.

5. M. Sripom, P. Pongsumpun, S. Yoksan, P. Barbazan, JP. Gonzalez and I.M. Tang. Dengue haemorrhagic fever in Thailand, 1998-2003: primary or secondary Infection. *Dengue Bulletin* 2003, 27, pp.39-45.

6. P. Pongsumpun, K. Patanarapelert, M. Sripom, S. Varamit and I.M. Tang. Infection risk to travelers going to dengue fever endemic regions. *Southeast Asian Journal of Tropical Medicine and Public Health* 2004, 35, pp.155-159.

7. P. Pongsumpun, P. Barbazan, M.A. Dubois and I.M. Tang. Effect of age structure and tourists for the endemic region on the transmission of dengue disease, *KMITL Science Journal* 2005, 5, pp.151-160.

8. P. Pongsumpun and I.M. Tang. Risk of infection to tourists visiting an dengue fever endemic region, *KMITL Science Journal*, 5(2), pp.460-468.

9. P. Pongsumpun. Dengue disease model with the effect of extrinsic incubation period, *WSEAS Transaction on Biology and Biomedicine* 2006, 3, pp.139-144.

10. P. Pongsumpun and D. Samana. Mathematical model for Asymptomatic and Symptomatic infections of dengue disease. *WSEAS Transaction on Biology and Biomedicine* 2006, 3, pp.264-269.

11. P. Pongsumpun and D. Samana. Transmission model of dengue disease with the appearance of symptom. *KMITL Science Journal* 2006, 6(2a) no.2a, pp.391-399.

12. P. Pongsumpun and I.M. Tang, Mathematical Model for the transmission of *Plasmodium Vivax* Malaria, *International Journal of Mathematical models and methods in Applied Sciences* 2007, 3(1), pp.117-121.

13. P. Pongsumpun and R. Kongnuy, Model for the transmission of dengue disease in pregnant and non-pregnant patients, *International Journal of Mathematical models and methods in Applied Sciences* 2007, 3(1), pp.127-132.

14. P. Pongsumpun, Age structured model for symptomatic and asymptomatic infections of dengue disease, *International Journal of Modeling and Simulation* 2009, 29, pp.199-205.

15. P.Pongsumpun, D.Garcia Lopez, C.Favier, L.Torres, J.Llosa, and M.A.Dubois
Dynamics of dengue epidemics in urban contexts, *Tropical Medicine and International Health* 2008, 13(9), pp.1180-1187.
16. P.Pongsumpun and I.M.Tang, Transmission Model for *Plasmodium Vivax* Malaria: Conditions for Bifurcation , *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2008, 3(3), pp.161-168.
17. P.Pongsumpun and I.M.Tang, Mathematical model for the transmission of *P.falciparum* and *P. vivax* malaria along the Thai-Myanmar border, *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2008, 3(3), pp.200-207.
18. R.Kongnuy, P.Pongsumpun and I.M.Tang, Analysis of a Mathematical Model for Dengue Disease in Pregnant Cases, *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2008, 3(3), 2008, pp.192-199.
19. P.Pongsumpun and I.M.Tang, Effect of the Seasonal Variation in the Extrinsic Incubation Period on the Long Term Behaviour of the Dengue Hemorrhagic Fever Epidemic, *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2008, 3(3), pp.208-214.
20. P.Pongsumpun and I.M.Tang, Limit Cycle and Chaotic Behaviors for the Transmission Model of *Plasmodium Vivax* Malaria, *International Journal of Mathematical models and methods in Applied Sciences* 2008, 4(2), 2008, pp.563-570.
21. P.Pongsumpun and I.M.Tang, The Transmission Model of *P.falciparum* and *P.Vivax* Malaria between Thai and Burmese, *International Journal of Mathematical models and methods in Applied Sciences* 2009, 3, pp.19-26.
22. P.Pongsumpun and I.M.Tang, Transmission network dynamics of *Plasmodium Vivax* Malaria, *International Journal of Mathematical models and methods in Applied Sciences* 2009, 3(3), pp.275-282.
23. P.Pongsumpun and I.M.Tang, Mathematical model of *Plasmodium Vivax* and *Plasmodium Falciparum* Malaria, *International Journal of Mathematical models and methods in Applied Sciences* 2009, 3(3), pp.283-290.
24. P.Pongsumpun, Influence of symptomatic and asymptomatic infections for the

- age structural model of dengue transmission, *International Journal of Mathematical Modeling, Simulation and Applications*, 2(1), 2009, pp.63-75
25. R.Kongnuy, P.Pongsumpun and I.M.Tang, Mathematical Model for Dengue Disease with Maternal Antibodies, *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2010, 5(1), pp.5-14.
26. P.Pongsumpun, Mathematical model for the transmission of two Plasmodium Malaria, *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2010, 5(2), pp.69-73.
27. R.Kongnuy, P.Pongsumpun, Mathematical modeling for dengue transmission with the effect of season, *International Journal of Biological and Medical Sciences* 2010, 5(2), pp.74-78.
28. P.Pongsumpun, I-Ming Tang, Impact of Cross Border Migration on Disease Epidemics: Case of the *P. falciparum* and *P. vivax* malaria Epidemic along the Thai-Myanmar border, *Journal of Biological system* 2010, 18(1), pp.55-73.
29. P.Pongsumpun, I-Ming Tang, Mathematical model of the symptomatic and asymptomatic infections of Swine flu, *International Journal of mathematical Models and method in Applied Sciences* 2011, 2(5), pp.247-254.
30. R.Kongnuy, E.Naowanich and P.Pongsumpun, Analysis of a dengue disease Transmission model with clinical diagnosis in Thailand, *International Journal of mathematical Models and method in Applied Sciences* 2011, 5, pp.594-601.
31. P. Pongsumpun and P.Mumtong, Mathematical model for the incubation of the *Plasmodium Vivax* Malaria, *International Journal on Applied Biomedical Engineering* 2011, 4(1), pp.42-48.
32. P.Pongsumpun, Seasonal Transmission Model of Dengue Virus Infection in Thailand, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2011, 1(10), pp.1372-1379.
33. P. Pongsumpun and R. Kongnuy, Lyapunov Function of Dengue Model in Infant with Maternal Antibody, *Far East Journal of Applied Mathematics* 2011, 57(2), pp.73-102.
34. P.Pongsumpun, Age Structural Model of *Plasmodium Falciparum* Malaria Transmission, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2012, 2(7), pp.6358-6366.
35. P.Pongsumpun, Seasonal Transmission Model of Malaria by Age Group of Population,

Journal of Basic and Applied Scientific Research 2012, 2(7); pp.6657-6669.

36. S.Sangsawang, T.Tanutpanit, W.Mumtong and P.Pongsumpun,

Local Stability Analysis of Mathematical Model for Hemorrhagic Conjunctivitis Disease, *KMITL Science and Technology Journal* 2012,12(2), pp.189-197..

37. P.Pongsumpun, Studying the dynamical network of Malaria at the local level with the effect of *Plasmodiums'* incubations, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2012, 2(11), pp.11926-11935.

38. T. Changpuek, P.Pongsumpun and I.M.Tang, Analysis of mathematical model for swine flu transmission by age group, *Far East Journal of Mathematical Sciences* 2013, 73(2), pp.201-229.

39. P.Pongsumpun and S.Sangsawang, Local Stability Analysis for Age Structural Model of Chikungunya Disease, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2013, 3(3), pp.302-312.

40. P.Pongsumpun , Model for the transmission of Influenza Pandemic Due to a New-strain of the H1N1 Influenza A Virus with the risk of infection in human, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2013, 3(7), pp.502-511.

41. P.Pongsumpun , The household distribution of dengue epidemic, *Journal of Basic and Applied Scientific Research* 2013, 3(7), pp.56-65.

42. อรวรรณ ต้นสุข และ พันชนี พงศ์สัมพันธ์, แบบจำลองการระบาดของโรคอีสุกอีใสในประเทศไทย, *วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง* 2013, 22(1); หน้า.39-52.

43. T. Changpuek, P.Pongsumpun and I.M.Tang, Global stability of the age structural transmission model for Swine flu, *Far East Journal of Mathematical Sciences* 2013, accepted.

การเสนอผลงานในงานประชุมวิชาการระดับชาติ/นานาชาติ

1. P. Pongsumpun and I.M. Tang, Mathematical Modelling of Dengue Haemorrhagic Fever in Thailand. *An Annual Conference Progress in Mathematics*, 12-13 December 2000, Karnmanee Palace Hotel, Thailand.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พันชนี พงศ์สัมพันธ์ ค้ำ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. P. Pongsumpun and I.M. Tang, Age Structure in a Model for the transmission of Dengue Haemorrhagic Fever in Thailand. *The fifth Annual National Symposium on Computational Science and Engineering*, 19-20 June 2001, Bangkok Convention Center, Central Plaza, Thailand.
3. P.Pongsumpun and I.M. Tang, Model for the Realistic Age Structured Transmission of Dengue Haemorrhagic Fever in Thailand. *International Conference Computational Mathematics and Modeling(CMM 2002)*, 22-24 May 2002, Century Park Hotel, Bangkok, Thailand.
4. P. Pongsumpun and I.M. Tang, Age Distribution of Dengue Haemorrhagic Fever Epidemics: Real Data Comparison. *RGJ Seminar Series XXI, Research in Mathematics & Physics*, 12 December 2002, Chiang Mai University, Thailand.
5. P. Pongsumpun, Modelisation de la diffusion de la dengue. *Atelier de modelisation en epidemiologie*, 8-14 March 2004, Cargese, France.
6. P. Pongsumpun, A discrete transmission model for dengue disease in Thailand. *RGJ-Ph.D. Congress V*, 23-25 April 2004, Jomtien Palm Beach Resort Hotel, Pattaya, Thailand.
7. P.Pongsumpun and R.Kongnuy, Seasonality Transmission Model of Dengue Disease with and without Symptomatic and Asymptomatic Classes, *Proceeding of the International Conference on Engineering, Applied Sciences, and Technology*, November 21-23, 2007, pp.902-905.
8. R.Kongnuy and P.Pongsumpun, Analysis of Model in Pregnant and non-Pregnant Dengue patients, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Venice, Italy, Vol. 34, October 2008, pp.338-343.
9. R.Kongnuy and P.Pongsumpun, Dengue transmission model between infant and pregnant woman with antibody, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Venice, Italy, Vol. 34, October 2008, pp.344-350.
10. R. Kongnuy and P. Pongsumpun, Mathematical Model of Dengue Disease between Infant and Pregnant humans, *Proceeding of The 3rd International Symposium on Biomedical Engineering (ISBME 2008)*, November 10-11, 2008, Bangkok, Thailand, pp.395-400.
11. P.Pongsumpun, Dengue model with age structure and two different serotypes,

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์ ารค่า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Proceeding of The 3rd International Symposium on Biomedical Engineering (ISBME 2008),
November 10-11, 2008, Bangkok, Thailand, pp.401-405.

12. P.Pongsumpun and I.M.Tang, The transmission dynamics of Plasmodium vivax malaria at the local level, *Proceeding of The 3rd International Symposium on Biomedical Engineering (ISBME 2008)*, pp.406-410.

13. P. Pongsumpun, T. Manmai and R. Kongnuy, Age structural transmission model for Leptospirosis, *Proceeding of The 3rd International Symposium on Biomedical Engineering (ISBME 2008)*, November 10-11, 2008, Bangkok, Thailand, pp.411-416.

14. R. Kongnuy and P. Pongsumpun, Limit cycle and chaotic behaviors on the Dengue model in pregnant patients *Proceeding of The 3rd International Symposium on Biomedical Engineering (ISBME 2008)*, November 10-11, 2008, Bangkok, Thailand, pp.417-422.

15. R.Kongnuy, P.Pongsumpun, Effect of dengue antibody to the transmission model of dengue disease, *Proceeding of The 2nd Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON 2009)*, August 13-14, 2009, Phuket, Thailand, pp.205-211.

16. P.Pongsumpun, Age structural model with four serotypes of dengue disease, *Proceeding of The 2nd Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON 2009)*, August 13-14, 2009, Phuket, Thailand, pp.212-217.

17. P.Pongsumpun and R.Kongnuy, A model of the transmission of dengue disease in infant population, *Proceeding of the International Workshops on Pure and Applied Mathematics*, February 22-24, 2010, Chiangmai, Thailand, pp.52-69.

18. ปรียาภรณ์ มุมทอง และพันธณี พงศ์สัมพันธ์, การวิเคราะห์การแพร่เชื้อพลาสมาเดียมไมเวเวกซ์ โดยใช้ตัวแบบจำลองทางคณิตศาสตร์, *The 15th Annual meeting in Mathematics: March 10- 12, 2010 Proceedings (AMM2010)*, หน้า 267-276.

19. R.Kongnuy and P.Pongsumpun, Local dynamics for a dengue disease with seasonal in Thailand, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Paris, France, Issue 68, July 2010, pp.435-440.

20. P.Pongsumpun, Swine flu transmission model in risk and non-risk human population, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Paris, France,

Issue 68, July 2010, pp.704-709.

21. P.Pongsumpun, Dynamical transmission model of Chikungunya in Thailand, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Paris, France, Issue 68, July 2010, pp.710-714.
22. T.Changpuek and P.Pongsumpun, The Age structural Transmission Model of Swine Flu, *Proceeding of the 3rd Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON 2010)*, August 27-28, 2010, Kyoto, Japan, pp.1-6.
23. P.Pongsumpun, The Mathematical model of dengue disease classified by the characteristics of the patients, *Proceeding of the 3rd Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON 2010)*, August 27-28, 2010, Kyoto, Japan, pp.7-12.
24. P.Pongsumpun and P.Mumtong, The monthly mathematical model of dengue disease in Thailand, *KMITL Math workshop I*, 2010, pp. 10.
25. P.Pongsumpun, The basic reproductive number for the transmission of four serotypes of dengue model, *Proceeding of the ISATED International Conference Modelling Identification and Control (MIC 2011)*, February 14-16, 2011, Innsbruck, Austria, pp.20-27.
26. P.Pongsumpun and R.Kongnuy, Mathematical model between mother and infant with antibodies, *Proceeding of the 16th Annual Meeting in Mathematics (AMM2011)*, March 10-11, 2011, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand, pp.171-182.
27. สิริพัชร แสงสว่าง และ พันชนี พงศ์สัมพันธ์, แบบจำลองตามโครงสร้างอายุสำหรับการระบาดของโรคชิคุงุนยา, *Proceeding of the 16th Annual Meeting in Mathematics (AMM2011)*, March 10-11, 2011, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand, หน้า 327-340.
28. เขาวนิตี เทียมแพ, พันชนี พงศ์สัมพันธ์ และ ปรียาภรณ์ มุมทอง, แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่สำหรับโรคมาลาเรียชนิดเชื้อไวแวกซ์, *Proceeding of the 16th Annual Meeting in Mathematics (AMM2011)*, March 10-11, 2011, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand; หน้า 363-372.
29. C.Teampae and P.Pongsumpun, The Relapsed Transmission Model of Plasmodium Vivax, *Proceedings of the 37th Congress on Science and Technology of Thailand*, October 10-12, 2011, A_A0031, pp.1-6.
30. S.Sangsawang and P.Pongsumpun, Transmission Model of Chikungunya in

Thailand, *Proceeding of the 37th Congress on Science and Technology of Thailand*, October 10-12, 2011, A_A0037, pp.1-6.

31. P.Pongsumpun, Mathematical model of Influenze A(H1N1) virus transmission, *Proceeding of International Conference in Mathematics and Applications (UEL,VNU-HCMC 2011)*, Hochi Minh city, December 20-22, 2011, pp.184-194.

32. P.Pongsumpun and P.Mumtong, Malaria transmission model of juvenile and adult humans, *Proceeding of The 4th Biomedical Engineering International Conference (BMEiCON-2011)*, Chiangmai, Thailand, January 29-31, 2012, pp.11-16.

33. P.Pongsumpun, Malaria transmission model of juvenile and adult humans, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Copenhagen, Denmark, Issue 66, June 2012, pp.234-239.

34. P.Pongsumpun, The Reinfectious Model of H1N1 Virus Transmission, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Copenhagen, Denmark, Issue 66, June 2012, pp.240-246.

35. R.Sungchakit and P.Pongsumpun, Transmission Model of Dengue Disease with the Different Contact Rates of three Seasons in Thailand, *Proceedings of the 38th Congress on Science and Technology of Thailand*, October 17-19, 2012, A_A0008, pp.1-7.

36. W.Mumtong and P.Pongsumpun, Local Stability Analysis of the Mathematical Model for Menstrual Cycle, *Proceedings of the 1st Mae Fah Luang University International Conference 2012*, November 29-December 1, 2012, P-SC-A_2, pp.1-10.

37. R.Sungchakit and P.Pongsumpun, Dengue Transmission Model with the Different Incubation Rate for each Season, *Proceedings of the 1st Mae Fah Luang University International Conference 2012*, November 29-December 1, 2012, P-SC-A_3, pp.1-12.

38. P.Pongsumpun, Dynamical Network Transmission of H1N1 Virus at the local level, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, Perth, Australia, Issue 72, December 2012, pp.272-277.

39. P.Pongsumpun, Mathematical Model for the Transmission of Leptospirosis in Juvenile and Adults Humans, *Proceedings of World Academy of Science, Engineering*

and Technology, Perth, Australia, Issue 72, December 2012, pp.266-271.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์ รัศมี
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้